# Sistemas de Acionamento de Baixo Custo para Motores de Indução

### Mauricio Beltrão de Rossiter Corrêa

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação dos Cursos de Pós-Gradução em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba - Campus II como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Processamento da energia

Cursino Brandão Jacobina, Dr.Ing. Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil ©Maurício Beltrão de Rossiter Corrêa, Dezembro de 1997



C824s Correa, Mauricio Beltrao de Rossiter Sistemas de acionamento de baixo custo para motores de inducao / Mauricio Beltrao de Rossiter Correa. - Campina Grande, 1997. 123 f. : il. Dissertacao (Mestrado em Engenharia Eletrica) -Universidade Federal da Paraiba, Centro de Ciencias e Tecnologia. 1. Motores de Inducao - 2. Conversao Estatica de Energia 3. Dissertacao I. Jacobina, Cursino Brandao, Dr. II. Universidade Federal da Paraiba - Campina Grande (PB) III. Título SISTEMA DE ACIONAMENTO DE BAIXO CUSTO PARA MOTORES DE INDUÇÃO

### MAURÍCIO BELTRÃO DE ROSSITER CORRÊA

Dissertação Aprovada em 18.12.1997

PROF. CURSINO BRANDÃO JACOBINA, Dr. Ing., UFPB Orientador

PROF. ANTONIO MARCUS NOGUEIRA, Dr., UFPB Componente da Banca

PROF. EDISON ROBERTO CABRAL DA SILVA, Dr.Ing., UFPB Componente da Banca

PROF. ANDRÉS ORTIZ SALAZAR, Dr., UFRN Componente da Banca

> CAMPINA GRANDE - PB Dezembro - 1997

### Dedicatória

Dedico este trabalho a todas aquelas pessoas que direta ou indiretamente colaboraram na sua realização. Em especial a minha esposa por sua dedicação, paciência e incentivo, dia após dia, nesta importante etapa da minha vida e aos meus pais por sempre me oferecer as melhores oportunidades para minha formação pessoal e profissional.

### Agradecimentos

Agradeço aos professores Cursino Brandão Jacobina, Antonio Marcus Nogueira Lima e Edison Roberto Cabral da Silva pela incansável orientação e colaboração sem as quais não seria possível realizar este trabalho.

A todos os integrantes do LEIAM que voluntariamente forneceram um indispensável apoio técnico e bibliográfico no decorrer do trabalho.

Ao CNPq que proporcionou o suporte financeiro para viabilizar a realização deste trabalho.

#### Resumo

Este trabalho tem como objetivo contribuir na caracterização do funcionamento de sistemas de acionamento de baixo custo. O conversor estático considerado é constituido de um retificador monofásico em série com um inversor com quatro chaves. A conversão estática de energia é feita em duas etapas: i) conversão CA/CC obtida pelo uso do estágio retificador e ii) conversão CC/CA obtida pelo uso do inversor. Quatro tipos de máquinas são alimentadas com o conversor estático. No primeiro esquema é utilizada uma máquina trifásica. No segundo a carga é uma máquina trifásica onde apenas dois enrolamentos são utilizados. No terceiro utiliza-se uma máquina bifásica. No quarto esquema considera-se uma máquina monofásica. Esta pode ser considerada uma máquina bifásica assimétrica. Para as diferentes configurações são analisados três padrões PWM, permitindo classificá-los quanto a eficiência. As estratégias de controle aplicadas nos sistemas trifásicos convencionais de acionamento são adaptadas para os respectivos sistemas de baixo custo. Para a máquina monofásica, é estudada uma estratégia de controle vetorial.

### Abstract

This work aims to contribute for making-up the utilization of inductions motor drives to implement low cost sistems for low power applications. The static power converter is implemented by a single-phase rectifier cascaded with a four-switch inverter. The static power conversion is realized in two stages: i) an AC/DC conversion achieved by the rectifier side and ii) a DC/AC conversion achieved by the inverter. Four types of induction machines are supplied with the static power converter. In the first scheme a standartd three-phase induction machine is employed. In the second the load is a three-phase induction machine is employed. In the fourth scheme a singlephase machine is used. This type of machine may be considered as an assimetrical two-phase machine. Three PWM patterns will be adopted to rank the different schemes in terms of efficiency. The control strategies applied to the conventional drives systems are conformed to the respective low cost systems. The vector control of a single-phase machine is also investigated.

# Sumário

1	Intr	odução Geral	1
2	Mác	quina Trifásica	5
	2.1	Introdução	5
	2.2	Princípios de Funcionamento	6
	2.3	Análise dos Vetores Espaciais	8
	2.4	Modulação PWM	9
		2.4.1 PWM Escalar	10
		2.4.2 PWM Vetorial	12
	2.5	Controle de Corrente	20
	2.6	Resultados de Simulações	23
		2.6.1 Regime Permanente	23
		2.6.2 Análise Harmônica das Tensões dq	28
		2.6.3 Controle de Corrente	31
	2.7	Resultados Experimentais	33
	2.8	Conclusões	37
3	Má	quina com Dois Enrolamentos	39
	3.1	Introdução	39
	3.2	Princípios de Funcionamento	40
	3.3	Análise dos Vetores Espaciais	42
	3.4	Modulação PWM	43
		3.4.1 PWM Escalar	44
		3.4.2 PWM Vetorial	46
	3.5	Controle de Corrente	52
	3.6	Resultados de Simulações	57
		3.6.1 Influência das Componentes Homopolares	57
		3.6.2 Padrões PWM	59

		3.6.3 Análise Harmônica das Tensões	6
		3.6.4 Controle de Corrente	7
	3.7	Resultados Experimentais	9
	3.8	Conclusões	2
		-	
4	Mac	quina Bilasica 7	3
	4.1		3
	4.2	Modelo da Máquina	4
	4.3	Análise dos Vetores Espaciais	5
	4.4	Modulação PWM	6
		4.4.1 PWM Escalar	7
		4.4.2 PWM Vetorial	7
	4.5	Controle de Corrente	9
	4.6	Resultados de Simulações	1
	4.7	Resultados Experimentais	3
	4.8	Conclusões	;4
5	Má	guina Monofásica 8	5
•	5.1	Introdução	35
	5.2	Modelo da Máguina	37
	5.017A	5.2.1 Teoria dos Campos Girantes	37
		5.2.2 Teoria dos Campos Cruzados	90
	5.3	Princípio de Funcionamento	93
	5.4	Controle Vetorial	94
	0.1	5.4.1 Controle de Fluxo e Conjugado	96
		5.4.2 Controle de Corrente	98
	55	Besultados de Simulações	02
	0.0	5.5.1 Funcionamento em Malha Aberta	03
		5.5.2 Controle de Corrente	05
		5.5.2 Controle Vetorial	10
	= 6	Besulta des Experimentais	10
	5.0		14
	5.7		11
6	Co	onclusão Geral 1	15
A	Pa	râmetros das Máquinas 1	19

viii

### Lista de Símbolos e Abreviaturas

 $v_{si}$ : Tensão de fase da máquina; i = 1, 2, 3

 $v_{si}^*$ : Tensão de referênfcia de fase da máquina; i = 1, 2, 3

 $i_{si}$ : Corrente de fase da máquina; i = 1, 2, 3

 $i_{si}^*$ : Corrente de referência de fase da máquina; i = 1, 2, 3

V<sub>sm</sub>: Amplitude da tensão de fase

 $I_{sm}$ : Amplitude da corrente de fase

g: Referencial do sistema dq;  $g = s, \epsilon, b$ 

 $v^{g}_{\mathbf{s}\mathbf{i}}$ : Tensão estatórica do eixoi, (i=o,d,q),no referencial g

 $i_{si}^{g}$ : Corrente estatórica do eixo i, (i = o, d, q), no referencial g

 $i_{ri}^{g}$ : Corrente rotórica do eixo i, (i = d, q), no referencial g

 $v_{si}^{g*}$ : Tensão estatórica de referência do eixo i, (i = o, d, q), no referencial g

 $i_{si}^{g*}$ : Corrente estatórica de referência do eixo i, (i = o, d, q), no referencial g

 $i_{\tau i}^{g^{\pi}}$ : Corrente rotórica de referência do eixo i, (i = d, q), no referencial g

 $V_s$ : Amplitude das tensões dq

 $V_{sd}$ : Amplitude da tensão estatórica de eixo d

 $V_{sq}$ : Amplitude da tensão estatórica de eixo q

 $V_{so}$ : Amplitude da tensão homopolar

 $I_s$ : Amplitude das correntes estatórica dq

 $I_{sd}$ : Amplitude da corrente estatórica de eixo d

- $I_{sq}$ : Amplitude da corrente estatórica de eixo q
- $I_{so}$ : Amplitude da corrente homopolar
- $\phi_{si}^{g}$ : Fluxo estatórico do eixo i, (i = d, q), no referencial g
- $\phi_{ri}^{g}$ : Fluxo rotórico do eixo i, (i = d, q), no referencial g
- $e_{si}^{g}$ : Força contra eletromotriz do eixo i, (i = d, q), no referencial g
- $\phi_r$ : Amplitude do vetor fluxo rotórico
- $\Phi_{rd}$ : Amplitude do fluxo rotórico de eixo d
- $\Phi_{rg}$ : Amplitude do fluxo rotórico de eixo q
- $V_f$ : Fasor representativo da tensão fornecida por uma fonte monofásica
- Vm: Fasor representativo da tensão do enrolamento principal

Va: Fasor representativo da tensão do enrolamento auxiliar

Vc: Fasor representativo da tensão sobre o capacitor

- $I_m$ : Fasor representativo da corrente do enrolamento principal
- $I_a$ : Fasor representativo da corrente do enrolamento auxiliar
- $E_{fm}$ : Tensão induzida no enrolamento principal do estator devido a componente direta do fluxo
- $E_{bm}$ : Tensão induzida no enrolamento principal do estator devido a componente reversa do fluxo
- $E_{fa}$ : Tensão induzida no enrolamento auxiliar do estator devido a componente direta do fluxo
- $E_{ba}$ : Tensão induzida no enrolamento auxiliar do estator devido a componente reversa do fluxo
- $P_{gf}$ : Potência de entreferro devido a componente direta do fluxo

 $P_{gb}$ : Potência de entreferro devido a componente reversa do fluxo

 $\phi_{sm}$ : Fluxo estatórico do enrolamento principal

 $\phi_{sa}$ : Fluxo estatórico do enrolamento auxiliar

 $\phi_{rm}$ : Fluxo rotórico do enrolamento principal  $\phi_{ra}$ : Fluxo rotórico do enrolamento auxiliar  $v_{sm}$ : Tensão estatórica do enrolamento principal  $v_{sa}$ : Tensão estatórica do enrolamento auxiliar  $i_{sm}$ : Corrente estatórica do enrolamento principal  $i_{sa}$ : Corrente estatórica do enrolamento auxiliar  $i_{rm}$ : Corrente rotórica do enrolamento principal  $i_{ra}$ : Corrente rotórica do enrolamento principal  $i_{ra}$ : Corrente rotórica do enrolamento auxiliar E: Tensão do barramento DC  $v_{io}$ : Tensão nas saídas do inversor, i = 1, 2, 3 $v_{io}^*$ : Tensão de referência nas saídas do inversor, i = 1, 2, 3

 $q_i$ : Chave do inversor, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, a, b

 $\mathbf{v}_i$ : Vetor de tensão no plano dq em função dos estados das chaves, (i = 1, 2, 3, 4)

v: Vetor de tensão genérico no plano dq

 $\mathbf{v}_{so}$ : Vetor de tensão da componente homopolar

T: Período do PWM

 $\tau_i$ : Intervalo de condução das chaves no braço do inversor, (i = 1, 2)

 $t_i$ : Intervalo de tempo de aplicação do vetor  $\mathbf{v}_i$ , (i = 1, 2, 3, 4)

*j*: Unidade imaginária,  $(\sqrt{-1})$ 

rs: Resistência do enrolamento estatórico

r<sub>sm</sub>: Resistência estatórica do enrolamento principal

 $r_{sa}$ : Resistência estatórica do enrolamento auxiliar

 $r_r$ : Resistência do enrolamento rotórico

ls: Indutância própria do enrolamento estatórico

l<sub>sm</sub>: Indutância própria do enrolamento estatórico, principal

lsa: Indutância própria do enrolamento estatórico, auxiliar

 $m_{sr}$ : Indutância mútua entre os enrolamentos estatórico e rotórico

m<sub>srm</sub>: Indutância mútua entre os enrolamentos principais estatórico e rotórico

m<sub>sra</sub>: Indutância mútua entre os enrolamentos auxiliares estatórico e rotórico

 $N_m$ : Número de espiras do enrolamento estatórico da fase m

N<sub>a</sub>: Número de espiras do enrolamento estatórico da fase a

N<sub>2</sub>: Número de espiras do enrolamento rotórico

n: Relação entre o número de espiras do enrolamento m em relação ao enrolamento a

 $R_{1m}$ : Resistência do enrolamento principal

 $X_{1m}$ : Reatância de dispersão do enrolamento principal

 $R_{1a}$ : Resistência de dispersão do enrolamento auxiliar

X1a: Reatância de dispersão do enrolamento auxiliar

 $R_2$ : Resistência do rotor referida ao estator

X<sub>2</sub>: Reatância de dispersão do rotor referida ao estator

X<sub>mag</sub>: Reatância de magnetização

X<sub>c</sub>: Reatância capacitiva

 $T_{\epsilon}$ : Conjugado elétrico

P: Número de pares de pólos da máquina

φ: Defasagem entre a corrente de fase em relação a correspondente tensão ou ainda,
 a defasagem entre a corrente de eixo d ou q em relação a respectiva tensão

 $\phi_o$ : Defasagem entre a corrente homopolar e a correspondente tensão

 $\phi_i$ : Defasagem adicional entre a corrente e a tensão da fase i, i = 1, 2, 3

#### SUMÁRIO

 $f_s$ : Frequência da alimentação

 $f_c$ : Frequência de chaveamento do inversor

 $\omega_s$ : Frequência angular da alimentação

 $\omega_e$ : Frequência angular do referêncial síncrono

 $\omega_b$ : Frequência angular do vetor fluxo rotórico

 $\omega_d$ : Frequência angular do eixo d

 $\omega_r$ : Frequência angular do rotor

 $\delta$ : Angulo entre o eixo d e o estator

 $\delta_b$ : Ângulo entre o vetor fluxo rotórico e o estator

V<sub>RMS</sub>: Tensão eficaz

 $V_{RMS1}$ : Tensão eficaz da componente fundamental

 $THD_x$ : Distorção harmônica total da variável de eixo x, (x = d ou q)

THD<sub>v</sub>: Distorção harmônica total vetorial

 $s_e$ : Escorregamento

 $k_i$ : Ganho integral do controlador PI

 $k_p$ : Ganho proporcional do controlador PI

m: Índice de modulação

 $\theta_a$ : Defasagem entre a corrente e a tensão do enrolamento auxiliar

 $\theta_m$ : Defasagem entre a corrente e a tensão do enrolamento principal

 $\theta_{id}$ : Defasagem entre a corrente e a tensão do enrolamento estatórico de eixo d

 $\theta_{iq}$ : Defasagem entre a corrente e a tensão do enrolamento estatórico de eixo q

 $\theta_{\phi d}$ : Defasagem entre o fluxo rotórico e a tensão estatórica de eixo d

 $\theta_{\phi q}$ : Defasagem entre o fluxo rotórico e a tensão estatórica de eixo q

 $\theta_{\phi i}$ : Defasagem entre o vetor fluxo rotórico e o vetor corrente estatórica

# Lista de Tabelas

2.1	Vetores de tensão no plano $dq$ - conexão da fase 3	8
2.2	Setores individuais	14
2.3	Setores definidos pelo teste de $t_{13}$	14
2.4	Setores definidos pelo teste de $t_{24}$	14
2.5	Setores em torno dos vetores.	15
2.6	Vetores de tensão no plano $dq$ - conexão da fase 2	17
2.7	Vetores de tensão no plano $dq$ - conexão da fase 1	19
3.1	Vetores de tensão no plano $dq$ – abertura da fase 3	43
3.2	Setores definidos pelo sinal de $t_{13}$	48
3.3	Setores definidos pelo sinal de $t_{24}$	48
3.4	Setores individuais	49
3.5	Vetores de tensão no plano $dq$ - abertura da fase 2	50
3.6	Vetores de tensão no plano $dq$ – abertura da fase 1	52
4		-0
4.1	Vetores de tensao no plano $dq$	10
4.2	Setores definidos pelo sinal de $t_{24}$	78

# Lista de Figuras

1.1	Conversor estático com quatro chaves - FSI	2
1.2	Configurações analisadas funcionando em uma estrutura de baixo custo.	3
2.1	Sistemas de acionamento para uma máquina trifásica	6
2.2	Vetores espaciais no plano $dq$ - conexão da fase 3	9
2.3	Configurações em função da denominação das fases	10
2.4	Tensões nas saídas do inversor	12
2.5	Definição dos setores $A, B, C \in D$ em torno dos vetores	15
2.6	Sequência de aplicações dos vetores	16
2.7	Vetores espaciais no plano $dq$ - conexão da fase 2	17
2.8	Vetores espaciais no plano $dq$ - conexão da fase 1	19
2.9	Controlador PI para as referências em um referencial síncrono	21
2.10	Controlador PI para as referências em um referencial assíncrono	21
2.11	Controle do inversor utilizando $v_{1o}^*$ e $v_{2o}^*$	22
2.12	Controle das correntes por histerese.	23
2.13	Formas de ondas típicas nas saídas do inversor - estados iniciais idênticos.	24
2.14	Formas de ondas típicas nas saídas do inversor - estados iniciais distintos.	25
2.15	Vetores de corrente no plano dq para as diferentes sequências de aplicação	
	dos vetores	26
2.16	Correntes de eixo $d$ e $q$ considerando diferentes denominações para as	
	fases da máquina	27
2.17	Conjutos de vetores espaciais.	28
2.18	Análise harmônica das tensões utilizando a tabela 2.4	30
2.19	Análise harmônica dos vetores de tensão	30
2.20	) Controle de correntes por histerese	32
2.21	l Tensões nas bobinas da máquina e nos braços do inversor	32
2.23	2 Correntes dos eixos dq controladas utilizando controladores PI operando	
	sobre grandezas contínuas (a) e sobre grandezas senoidais (b). $\ldots$ .	33
2.2	3 Partida suave mantendo a razão $V/Hz$ constante	35

2.24	Controle de corrente com inversão no sentido de rotação do campo girante.	36
2.25	Controle de corrente com degrau na amplitude da referência	37
3.1	Sistemas de acionamento para uma máquina trifásica	39
3.2	Vetores espaciais no plano $dq$ – abertura da fase 3	44
3.3	Configurações em função da abertura da fase	45
3.4	Tensões nas saídas do inversor	45
3.5	Sequência de aplicações dos vetores	49
3.6	Vetores espaciais no plano $dq$ - abertura da fase 2	50
3.7	Vetores espaciais no plano $dq$ - abertura da fase 1	51
3.8	Controle das correntes por histerese.	53
3.9	Diagrama de bloco genérico do controle de corrente utilizando controla-	
	dores PI, atuando sobre as grandezas $dq$	53
3.10	Controlador PI para as referências em um referencial síncrono	54
3.11	Controlador PI para as referências em um referencial assíncrono	55
3.12	Diagrama de bloco genérico do controle de corrente utilizando controla-	
	dores PI, atuando sobre as grandezas nas fases	56
3.13	Desvio em amplitude das tensões nos terminais da máquina em função	
	de $v_{so}$ e $\phi_o$ , $\phi_o = cte$ .	60
3.14	Defasagem adicional das tensões nos terminais da máquina em função	
	de $v_{so}$ e $\phi_o$ , $\phi_o = cte$ .	61
3.15	Desvio em amplitude das tensões nos terminais da máquina em função	
	de $v_{so}$ e $\phi_o$ , $v_{so} = cte.$	62
3.16	Defasagem adicional das tensões nos terminais da máquina em função	
	de $v_{so}$ e $\phi_o$ , $V_{so} = ct\epsilon$	63
3.17	Vetores de corrente no plano dq para as diferentes sequências de aplicação	
	dos vetores.	64
3.18	Vetores de tesão no plano dq para as diferentes denominações da fase	
	desconectada	65
3.19	Análise harmônica em função da estratégia PWM e índice de modulação	. 66
3.20	Controle de corrente por histerese	67
3.21	Controle de corrente utilizando controladores PI, (a) $v_{so}^{s-}$ fornecido, (b)	
	compensação de $v_{so}^{s*}$ e (c) compensação da tensão da fase aberta	68
3.22	2 Partida suave mantendo a razão $V/Hz$ constante	70
3.23	3 Controle de corrente com inversão no sentido de rotação do campo girante	. 71
3.24	4 Controle de corrente com degrau na amplitude da referência	72

4.1	Sistema de acionamento utilizando um inversor FSI e uma máquina	
	bifásica simétrica	73
4.2	Vetores espaciais no plano $dq$	76
4.3	Tensões nas saídas do inversor	77
4.4	Sequência de aplicações dos vetores	80
4.5	Controle das correntes por histerese.	80
4.6	Controlador PI atuando sobre grandezas contínuas	80
4.7	Vetores de corrente no plano dq	81
4.8	Distorção harmônica total dos vetores de tensão	82
4.9	Controle de corrente com inversão no sentido de rotação	83
4.10	Controle de corrente com degrau na amplitude da referência	84
= 1		96
5.1 = 0	Sistema de acionamento para uma maquina monofasica	80
5.2	Circuitos equivalentes para uma maquina monorasica considerando os	07
= 0	Circuite aquinalente nere uma míquina manefícies com enpoiter per	01
5.3	Circuito equivalente para una maquina monolasica com capacitor per-	00
	manente	00
5.4		90
5.5	Referencia $aq$ generico	91
5.0	Transformação entre referenciais, $s \rightarrow 0$ .	91
5.1 5.0	Controle com orientação indireta pelo nuxo rotorico.	90
5.8	Controlador continuo por insterese.	100
5.9	Controle de corrente no referencial assincrono.	100
5.10	Controle de corrente no referencial síncrono.	101
5.11	Controle de corrente no referencial sincrono, com compensação has am-	101
= 10	Constantina de funcionemente de méquine monoférice de tipe cana-	101
0.12	citor de partida	103
5 1 2	Característica do funcionamento da máquina monofásica alimentada nor	100
0.10	uma fonte de tensão bifásica, ideal, com compensação das amplitudes	104
5 1 4	Característica do funcionamento da máquina monofásica alimentada por	101
0.14	uma fonte de corrente bifásica, ideal, com compensação das amplitudes.	104
5 1 5	Controle de corrente utilizando um controlador contínuo por histerse.	106
5.16	6 Controle de corrente utilizando controladores PL operando sobre gran-	100
0.10	dezas AC, referêncial assíncrono.	107
51	7 Controle de corrente utilizando controladores PI utilizando as tran-	
	formações da máquina simétrica.	108

5.18	Controle de corrente utilizando controladores PI utilizando as trans-	
	formações da máquina simétrica e compensação em amplitudes	109
5.19	Controle de fluxo e conjugado com orientação indireta pelo fluxo rotórico	.111
5.20	Tensões e correntes na máquina monofásica. Alimentação utilizando	
	tensões de mesma amplitude e defasagem de 90°	112
5.21	Tensões e correntes na máquina monofásica. Alimentação utilizando	
	tensões com amplitudes compensadas e defasagem de 90°	113
5.22	Controle de corrente no referencial assíncrono	113
61	Distorção harmônica total para as diferentes configurações — melhores	
0.1	Distorção narmonica total para as unerentes comigurações — memores	110
	padroes.	110

# Capítulo 1

### Introdução Geral

O estágio atual de desenvolvimento dos dispositivos semicondutores de potência, acompanhado dos avanços dos métodos de controle da eletrônica de potência têm permitido difundir as aplicações dos inversores em sistemas de acionamento. A utilização de conversores estáticos com número reduzido de componentes tem sido uma alternativa estudada em diversos trabalhos [1], [2], [3], [4] e [5].

De uma forma ou de outra, estes trabalhos tratam de uma sistema de acionamento que possui apenas quatro chaves em sua unidade inversora, FSI (*four switches inverter*). Em [1], não existe uma preocupação em reduzir o custo do sistema, e sim, aumentar a confiabilidade de um sistema originamente dotado de um inversor com seis chaves, SSI (*six switches inverter*). Neste caso considera-se que devido a algum tipo de falha o sistema terá necessidade de operar com apenas dois braços.

Nos demais trabalhos, considera-se a utilização da estrutura com dois braços (FSI) para o acionamento de cargas trifásicas. Em [2] e [3] são realizadas as análises para as estruturas que realizam a conversão de potência trifásica para trifásica.

Em se tratando de uma sistema de baixa potência, a proposta contida em [4], de um conversor monofásico para trifásico, é bastante satisfatória, tendo em vista que permite uma melhoria no fator de potência da entrada monofásica e uma economia em termo do número de chaves que o sistema apresenta.

Além da utilização na alimentação trifásica, é possível direcionar o uso do inversor do tipo FSI para outras configurações como em [6], onde a estrutura é utilizada para alimentar um motor monofásico.

A utilização de máquinas monofásicas é bastante comum em aplicações de baixa potência. A máquina é dotada de dois enrolamentos estatóricos, enrolamento principal e enrolamento auxiliar. Em sua utilização convencional os enrolamentos são alimentados por uma única fonte monofásica. O enrolamento auxiliar é utilizado apenas durante



Figura 1.1: Conversor estático com quatro chaves - FSI.

a partida da máquina, sendo desacoplado do sistema quando a velocidade da máquina encontra-se entre 60 a 80 por cento da velocidade síncrona [7], [8] e [9].

O barateamento dos conversores estáticos, a necessidade de economia de energia e a melhoria da qualidade do conjugado eletromagnético fornecido a carga, levam ao uso de conversores estáticos no acionamento de máquinas de indução monofásica [2], [6].

Alguns trabalhos analisam a performance desta máquina operando nestas situações [10], [11], [12] e [13]. Independente de qual seja a configuração utilzada na estrutura FSTPI, é possível aplicar uma técnica de controle vetorial no acionamento da máquina.

Para os casos onde o motor é trifásico, ou bifásico simétrico, a teoria descrita nos trabalhos que tratam dos motores polifásicos, pode ser aplicada diretamente [14], [15], [1].

No caso do motor monofásico (bifásico assimétrico), algumas adaptações são necessárias. Entretanto, o controle vetorial é possível [16] e [17].

De um outro modo, a cresecente utilização das técnicas modernas de acionamento que utilizam conversores estáticos, vem sendo sustentada pelo uso racional da energia. Estudos mostram que os disposistivos elétricos que necessitam de um controle de velocidade são responsáveis por uma boa parcela da energia desperdiçada [18].

Possivelmente, são estas as razões que vêm provocando um crescente interesse em sistemas de acionamento AC de baixo custo.

Este trabalho tem como objetivo principal, fornecer uma contribuição no desenvolvimento de sistemas de acionamento de baixo custo, dedicado as aplicações de baixa potência. O inversor escolhido para compor o sistema possui uma estrutura tal qual ilustrada na figura 1.1. Utilizando apenas seis chaves é possível realizar a conversão de uma fonte de energia monofásica em trifásica.

Fazendo uso do inversor são propostas quatro configurações na composição do sistema de acionamento.





Figura 1.2: Configurações analisadas funcionando em uma estrutura de baixo custo.

- Máquina trifásica com uma fase conectada ao ponto o do banco de capacitores;
- Máquina trifásica com o neutro conectado ao ponto central do divisor capacitivo, operando com uma fase em aberto;
- Máquina bifásica simétrica
- Máquina monofásica ou bifásica assimétrica

A representação gráfica das máquinas consideradas encontram-se na figura 1.2.

A análise do inversor é realizada tomando como base três estratégias de modulação por largura de pulso (PWM). A análise dos vetores espaciais do conversor estático é feita utilizando as variáveis dq no referencial estatórico. As variáveis odq são determinadas pela seguinte equação de tranformação

$$v_{s123} = A v_{sodq} \quad e \quad i_{s123} = A i_{sodq} \tag{1.1}$$

com

$$v_{s123} = \begin{bmatrix} v_{s1} \\ v_{s2} \\ v_{s3} \end{bmatrix} \quad v_{sodq} = \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{so} \end{bmatrix} \quad i_{s123} = \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} \quad i_{sodq} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{so} \end{bmatrix}$$
$$A = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

onde  $A^{-1} = A^T$ .

Nos casos onde se utiliza a máquina bifásica ou a monofásica as variáveis dq são as próprias grandezas das fases. O índice de desempenho adotado para a classificação das estratégias é o cálculo da distorção harmônica total das grandezas dq.

Tendo em vista que as estratégias de controle de alto desempenho normalmente necessita de uma malha interna que realiza o controle de corrente, foram avaliadas para as diferentes configurações, o controle de corrente por histerese e o controle PI. No caso da máquina monofásica, é desenvolvida uma estratégia de controle por orientação pelo campo.

As configurações das figuras 1.2a, 1.2b, 1.2c e 1.2d serão analisadas nos capítulos 2, 3, 4 e 5, respectivamente. No capítulo 6 os resultados obtidos serão comparados.

# Capítulo 2

## Máquina Trifásica

#### 2.1 Introdução

A utilização de uma estrutura de conversor estático com dois braços (FSI) para alimentar um motor trifásico, é possivelmente a forma mais imediata de compor um sistema de custo reduzido, [2], [19], [4]. O fato de uma das fases da máquina está conectada ao ponto central do banco de capacitores e o inversor possuir dois braços não implica necessariamente em uma situação de desequilíbrio. Entretanto, é necessário que o inversor opere de forma a fornecer, aos enrolamentos da máquina, tensões equivalentes as fornecidas por uma estrutura com três braços (SSI). Neste sentido, é possível identificar diversos trabalhos que descrevem o funcionamento do inversor FSI [20], [5], [21], [3]. A abordagem aqui apresentada pode ser considerada um complemento das anteriores, disponíveis na literatura.

Uma vez que o funcionamento da máquina não é alterado, as técnicas de controle de alto desempenho utilizadas em um sistema de acionamento composto por um inversor do tipo SSI, [15], [14], podem ser aplicadas ao sistema de custo reduzido, sem que seja necessária qualquer adaptação na estratégia de controle.

A seguir serão apresentadas as características de funcionamento do conversor, bem como as equações que definem a modulação por largura de pulso (PWM) escalar e vetorial. Também serão feitas algumas considerações a respeito do controle de corrente. Na sequência, o funcionamento do sistema será ilustrado com resultados de simulações e experimentais.



(a)





Figura 2.1: Sistemas de acionamento para uma máquina trifásica.

### 2.2 Princípios de Funcionamento

Nas figuras 2.1a e 2.1b, são representados os conversores com dois e três braços e na figura 2.1c, encontra-se ilustrada uma máquina trifásica simétria. O inversor com seis chaves (SSI), devido a sua já consolidada utilização nos sistemas de acionamento, será utilizado como referência sempre que necessário. Para tanto, será considerado que uma mesma máquina pode ser alimentada de forma equivalente por ambos os inversores [22] e [23].

A alimentação equilibrada de uma máquina trifásica, é obtida com tensões de mesma amplitude com defasagens de 120° entre elas, isto é,

$$v_{s1} = V_{sm} \cos \omega_s t$$
  

$$v_{s2} = V_{sm} \cos \left( \omega_s t - \frac{2\pi}{3} \right)$$
(2.1)

Capítulo 2. Máquina Trifásica

$$v_{s3} = V_{sm} \cos\left(\omega_s t + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Utilizando a matriz de transformação A obtém-se para  $v_{sd}^s$  e  $v_{sg}^s$  as seguintes expressões

$$v_{sd}^s = V_s \cos \omega_s t$$
 (2.2)  
 $v_{sg}^s = V_s \sin \omega_s t.$ 

onde  $V_s = \sqrt{3/2} V_{sm}$ . A componente homopolar, por sua vez é nula  $(v_{so}^s = 0)$ .

Deste modo, as tensões fundamentais nos terminais da máquina em relação ao ponto central do divisor capacitivo, para cada um dos braços de um inversor do tipo SSI são

$$\begin{aligned}
 v_{1o} &= v_{s1} + v_{No} \\
 v_{2o} &= v_{s2} + v_{No} \\
 v_{3o} &= v_{s3} + v_{No}
 \end{aligned} (2.3)$$

onde  $v_{No}$  corresponde a diferença de potencial entre o ponto N e o ponto intermediário o do banco de capacitores.

No caso em que o inversor possui apenas dois braços e uma das fases encontra-se conectada ao ponto central do divisor capacitivo, é desejável que as tensões induzidas nas bobinas estatóricas continuem sendo dadas por (2.1). Inicialmente considere que a fase 3 encontra-se ligada ao ponto central do banco de capacitores., o que equivale a tomar  $v_{3o} = 0$  na equação (2.3). Como consequência tem-se

$$v_{No} = -v_{s3}$$
  
=  $-V_{sm} \cos\left(\omega_s t + \frac{2\pi}{3}\right).$  (2.4)

Logo, é possível concluir que o funcionamento de uma máquina trifásica alimentada por um inversor do tipo quatro-chaves, é semelhante ao da alimentação utilizando um inversor do tipo seis-chaves desde que as tensões fundamentais nos braços do inversor sejam

$$\begin{aligned}
 v_{1o} &= v_{s1} - v_{s3} \\
 v_{2o} &= v_{s2} - v_{s3}.
 \end{aligned}$$
(2.5)

Conforme será mostrado adiante, estas tensões são senoides de mesma amplitude com defasagem de  $\frac{\pi}{3}$  radianos entre si. Como  $v_{s1}$ ,  $v_{s2}$  e  $v_{s3}$  são defasadas de 120° entre si (2.1), as tensões da máquina dq são dadas por (2.2). Tabela 2.1: Vetores de tensão no plano dq – conexão da fase 3.

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|}\hline q_1 & q_2 & \mathbf{v_i} = v_{sd}^s + jv_{sq}^s \\ \hline 0 & 0 & \mathbf{v_1} = (E/\sqrt{6})e^{-j2\pi/3} \\ 1 & 0 & \mathbf{v_2} = (E/\sqrt{2})e^{-j\pi/6} \\ 1 & 1 & \mathbf{v_3} = (E/\sqrt{6})e^{j\pi/3} \\ 0 & 1 & \mathbf{v_4} = (E/\sqrt{2})e^{j5\pi/6} \end{array}$$

#### 2.3 Análise dos Vetores Espaciais

Admitindo-se que os estados das chaves do inversor, figura 2.1a, estão associados aos valores binários '1' e '0', de forma que se  $q_i = 1$ , a chave está fechada e se  $q_i = 0$ , a chave está bloqueada, i = 1, ..., 4. Como os pares de chaves nos braços do inversor são complementares,  $q_3 = 1 - q_1$  e  $q_4 = 1 - q_2$ . Levando em conta estes aspectos, é possível escrever as seguintes expressões para as tensões instantâneas nos enrolamentos da máquina:

$$v_{s1} = q_1 \frac{E}{2} - q_3 \frac{E}{2} - v_{No} = (2q_1 - 1) \frac{E}{2} - v_{No}$$
(2.6)

$$v_{s2} = q_2 \frac{E}{2} - q_4 \frac{E}{2} - v_{No} = (2q_2 - 1) \frac{E}{2} - v_{No}$$
(2.7)

$$v_{s3} = -v_{No}.$$
 (2.8)

As expressões que permitem identificar os vetores de tensão no plano dq, podem ser obtidas utilizando a equação de transformação dada em (1.1). Como resultado, as expressões das componentes das tensões nos cixo d e q são

$$v_{sd}^s = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( q_1 E - q_2 \frac{E}{2} - \frac{E}{4} \right)$$
 (2.9)

$$v_{sq}^{s} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( q_2 \frac{\sqrt{3}}{2} E - \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$
 (2.10)

As combinações decorrentes dos estados das chaves geram quatro vetores distintos, conforme mostra a tabela (2.1). Os vetores apresentados na tabela (2.1) encontram-se ilustrados na figura 2.2. Um vetor genérico no plano dq é dado por  $\mathbf{v} = v_{sd}^s + jv_{sq}^s$ , onde o operador j indica que as componentes do eixo q estão adiantadas de 90° com relação as de eixo d.

Como se pode perceber, os vetores adjacentes encontram-se defasados de  $\frac{\pi}{2}$ , dividindo o plano dq em quatro setores, denominados de setores I, II, III e IV. Observa-se ainda que os vetores  $v_1 e v_3$ , bem como  $v_2 e v_4$ , são opostos isto é,  $v_1 = -v_3 e$  $v_2 = -v_4$ . Este detalhe será utilizado no equacionamento do PWM vetorial. Um outro aspecto que será questionado diz respeito à denominação dos terminais da máquina



Figura 2.2: Vetores espaciais no plano dq - conexão da fase 3.

que serão conectados nos braços do inversor, cuja consequência são diferentes mapeamentos dos vetores de tensão no plano dq.

Com relação aos vetores obtidos pela utilização da estrutura SSI, cabem duas observações: no presente caso, nenhum vetor é nulo, e há vetores com amplitudes distintas, sendo de  $\sqrt{3}$  a razão entre elas.

#### 2.4 Modulação PWM

Uma particularidade da alimentação trifásica utilizando um inversor com apenas dois braços é que as tensões de referência a serem fornecidas não correspondem as tensão desejáveis nas bobinas. Esta discussão foi introduzida na apresentação dos princípios de funcionamento. Nesta ocasião ficou estabelecido como as tensões nos braços do inversor estão relacionadas com as tensões nas fases da máquina, equações (2.1) a (2.5).

Como nos sistemas de acionamento as tensões de referência instantâneas, definidas pelos controladores, são normalmente dadas em termos de componentes dq, é importante que sejam estabelecidas as relações entre as referências fornecidas pelos controladores, e as referências nos braços do inversor.

No caso onde se utiliza um inversor do tipo SSI pouco importa, para o equacionamento das larguras de pulso, a denominação das fases que estão conectadas aos braços do inversor. Isto é, considerando que os braços do inversor estão identificados pelo vetor  $\begin{bmatrix} 1, 2, 3 \end{bmatrix}$ , pouco importa se a identificação das fases será dada por  $\begin{bmatrix} 1, 2, 3 \end{bmatrix}$ ou  $\begin{bmatrix} 3, 1, 2 \end{bmatrix}$  ou ainda  $\begin{bmatrix} 2, 3, 1 \end{bmatrix}$ , pois o conjunto de expressões resultantes para o cálculo das larguras dos pulsos demandam o mesmo tempo.

Para a configuração em que uma das fases encontra-se conectada ao ponto central do divisor capacitivo, a afirmativa anterior não é valida. Consequentemente, é possível otimizar o tempo de cálculo das larguras de pulso, trocando apenas a denominação das fases da máquina. O que foi dito acima, pode ser melhor retratado nas figuras 2.3a,



(a) Conexão da fase 3.

(b) Conexão da fase 2.



(c) Conexão da fase 1.

Figura 2.3: Configurações em função da denominação das fases.

2.3b e 2.3c. Deve-se observar que a denominação dos pontos de conexão no inversor não sofrem alterações. Apenas a denominação das fases é que é modificada.

Considerando inicialmente que a fase 3 encontra-se ligada ao ponto central do banco de capacitores, será apresentado a seguir o equacionamento que permite um inversor com dois braços alimentar uma carga trifásica utilizando a modulação por largura de pulso na forma escalar e vetorial. Como não podia deixar de ser, os princípios baseiamse nas realizações para o inversor com três braços, [24] e [25].

#### 2.4.1 PWM Escalar

Inicialmente, considere que as tensões de referência trifásicas são dadas por

$$v_{s1}^{*} = V_{sm} \cos \omega_{s} t$$

$$v_{s2}^{*} = V_{sm} \cos \left( \omega_{s} t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$v_{s3}^{*} = V_{sm} \cos \left( \omega_{s} t + \frac{2\pi}{3} \right).$$
(2.11)

Por outro lado, as diferenças de potencial entre os terminais da carga e o ponto o, em termo das componentes fundamentais, podem ser escritas como segue

$$v_{1o}^* = v_{s1}^* + v_{No}$$

$$v_{2o}^* = v_{s2}^* + v_{No} \tag{2.12}$$

$$v_{3o}^* = v_{s3}^* + v_{No}.$$

Relembrando que, por definição,  $v_{3o}^* = 0$ , então  $v_{No} = -v_{s3}^*$ , e

$$v_{1o}^* = v_{s1}^* - v_{s3}^* = \sqrt{3}V_{sm}\cos(\omega_s t - \pi/6)$$
(2.13)

$$v_{2o}^* = v_{s2}^* - v_{s3}^* = \sqrt{3}V_{sm}\cos(\omega_s t - \pi/2)$$
 (2.14)

$$v_{3o}^* = v_{s3}^* - v_{s3}^* = 0. (2.15)$$

No caso em que as referências são fornecidas em termo das componentes dq, também é possível obter uma expressão que as relacione com as tensões no braço do inversor. Para tanto, basta utilizar a transformação definida em (1.1) de forma que

$$v_{s1}^{*} = \sqrt{\frac{2}{3}} v_{sd}^{s*}$$
  

$$v_{s2}^{*} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( -\frac{1}{2} v_{sd}^{s*} + \frac{\sqrt{3}}{2} v_{sq}^{s*} \right)$$
  

$$v_{s3}^{*} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( -\frac{1}{2} v_{sd}^{s*} - \frac{\sqrt{3}}{2} v_{sq}^{s*} \right).$$

Substituindo estas expressões em (2.13) e (2.14) obtém-se

$$v_{1o}^{\bullet} = \sqrt{\frac{3}{2}} v_{sd}^{s\bullet} + \sqrt{\frac{1}{2}} v_{sq}^{s\bullet}$$
(2.16)

$$v_{2o}^{*} = \sqrt{2}v_{sq}^{s*}.$$
 (2.17)

Os intervalos de tempo,  $\tau_1$  e  $\tau_2$ , durante os quais as chaves  $q_1$  e  $q_2$  devem conduzir para que as tensões de referência sejam obtidas nas saídas do inversor, são determinados por

$$\tau_1 = \frac{T}{2} + \frac{T}{E} v_{1o}^{-} \tag{2.18}$$

$$\tau_2 = \frac{T}{2} + \frac{T}{E} v_{2o}^{\bullet}. \tag{2.19}$$

A figura 2.4 mostra a forma de onda típica em cada uma das saídas do inversor FSI. Com  $\tau_1$  e  $\tau_2$ , calculados segundo (2.18) e (2.19), as tensões médias nas saídas do inversor, durante o período de chaveamento T, são iguais as tensões de referência.

Se, ao invés de conectar o terminal 3 da máquina no ponto o, for conectado o terminal 1 ou 2, as tensões de referência nos braços do inversor serão dadas por:

• Conexão do terminal 2

$$v_{1o}^* = v_{s3}^* - v_{s2}^* = \sqrt{3}V_{sm}\cos(\omega_s t + \pi/2) \tag{2.20}$$

$$v_{2o}^* = v_{s1}^* - v_{s2}^* = \sqrt{3} V_{sm} \cos(\omega_s t + \pi/6)$$
(2.21)



Figura 2.4: Tensões nas saídas do inversor.

Em termos das componentes dq tem-se

$$v_{1o}^{*} = -\sqrt{2}v_{sq}^{s*} \tag{2.22}$$

$$v_{2o}^{\bullet} = \sqrt{\frac{3}{2}} v_{sd}^{s\bullet} - \sqrt{\frac{1}{2}} v_{sq}^{s\bullet}$$
(2.23)

Conexão do terminal 1

$$v_{1o}^* = v_{s2}^* - v_{s1}^* = \sqrt{3}V_{sm}\cos(\omega_s t + 7\pi/6)$$
(2.24)

$$v_{2o}^* = v_{s3}^* - v_{s1}^* = \sqrt{3} V_{sm} \cos(\omega_s t + 5\pi/6)$$
(2.25)

Em termos das componentes dq tem-se

$$v_{1o}^{\bullet} = -\sqrt{\frac{3}{2}}v_{sd}^{s\bullet} + \sqrt{\frac{1}{2}}v_{sq}^{s\bullet}$$
(2.26)

$$v_{2o}^{\star} = -\sqrt{\frac{3}{2}} v_{sd}^{s\star} - \sqrt{\frac{1}{2}} v_{sq}^{s\star}$$
(2.27)

Tendo em vista as expressões obtidas para  $v_{1o}^* e v_{2o}^*$ , é possível concluir que no caso escalar, o número de operações para o cálculo das larguras do tempo de aplicação das chaves, não varia muito em função da denominação dos terminais da máquina. Na abordagem vetorial, tal afirmativa não é válida, conforme discurssão a seguir.

#### 2.4.2 PWM Vetorial

O princípio de operação da técnica vetorial baseia-se na soma ponderada dos vetores de tensão obtidos na saída do inversor de forma que esta média seja igual ao vetor de referência. No presente caso, considere os vetores  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$  e  $v_4$  na figura 2.2. A afirmação anterior pode ser traduzida na seguinte expressão

$$\mathbf{v}^{\bullet} = \frac{1}{T} \left( t_1 \mathbf{v}_1 + t_2 \mathbf{v}_2 + t_3 \mathbf{v}_3 + t_4 \mathbf{v}_4 \right)$$
(2.28)

onde  $t_1, t_2, t_3 \in t_4$  são os intervalos de tempo de tempo que os vetores  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3 \in \mathbf{v}_4$ são aplicados, respectivamente. O vetor  $\mathbf{v}^* = v_{sd}^{s*} + jv_{sq}^{s*}$  representa o vetor da tensão de referência que deverá ser sintetizado pelo inversor durante um intervalo de tempo T, com as seguintes restrições

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + t_4. \tag{2.29}$$

$$t_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4$$
 (2.30)

Uma vez que  $v_3 = -v_1 e v_4 = -v_2$ , é possível reescrever a expressão (2.28) da seguinte forma

$$\mathbf{v}^*T = t_{13}\mathbf{v}_1 + t_{24}\mathbf{v}_2$$

onde  $t_{13} = t_1 - t_3$  e  $t_{24} = t_2 - t_4$ . Utilizando a tabela (2.1), onde ficou demonstrado que  $v_1 = -\frac{E}{2\sqrt{6}} - j\frac{E}{2\sqrt{2}}$  e  $v_2 = \frac{3E}{2\sqrt{2}} - j\frac{E}{2\sqrt{2}}$ , é possível decompor a equação acima segundo as variáveis de eixo d e eixo q. Desta forma, obtem-se o seguinte sistema

$$v_{sd}^{s}T = -\frac{E}{2\sqrt{6}}t_{13} + \frac{3E}{2\sqrt{2}}t_{24}$$
(2.31)

$$v_{sq}^{s}T = -\frac{E}{2\sqrt{2}}t_{13} - \frac{E}{2\sqrt{2}}t_{24}$$
(2.32)

cuja solução permite calcular  $t_{13}$  e  $t_{24}$ , como segue

$$t_{13} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{T}{E} (v_{sd}^{s*} + \sqrt{3} v_{sq}^{s*})$$
(2.33)

$$t_{24} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{T}{E} (v_{sd}^{s*} - \frac{1}{\sqrt{3}} v_{sq}^{s*}).$$
(2.34)

Como pode-se perceber, esta não é a solução do problema proposto. A determinação de  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  e  $t_4$  consiste em um problema algébrico indeterminado. Uma forma de resolver a indeterminação é utilizar, durante um período de chaveamento, apenas três dos quatro vetores, o que implica em uma redução da frequência de operação. Neste caso, um dos intervalos de tempo deve ser nulo. A determinação dos três intervalos de tempo de aplicação dos demais vetores podem ser obtidos utilizando as equações (2.29), (2.33) e (2.34).

A escolha dos vetores que serão utilizados em um período de chaveamento bem como a sequência de aplicação destes pode ser realizada utilizando as expressões (2.33) e (2.34). Para isto, basta observar os sinais de  $t_{13}$  e  $t_{24}$ , uma vez que, se  $t_{13} > 0$  o vetor de referência encontra-se no setor I ou IV. Consequentemente, se  $t_{13} < 0$ , v<sup>\*</sup> estará no setor II ou III. De um mesmo modo,  $t_{24} > 0$ , indica que o setor atual é o I ou II, enquanto se  $t_{24} < 0$ , o setor será o III ou IV.

Em acordo com as conclusões acima, é possível estabelecer para cada um dos setores da figura 2.2 dois grupos de três vetores (A,B) que podem ser aplicados numa sequência

#### Capítulo 2. Máquina Trifásica

Setor	Grupo A	Grupo B	Condição
T	V.V.Vo	V- V-V-	$t_{13} > 0$
•	•4•1•2	•1•2•3	$t_{24} > 0$
П	VoVoV	VIVOVO	$t_{13} < 0$
	•2•3•4	•1•2•3	$t_{24} > 0$
ш	VoVoV	VIV.Vo	$t_{13} < 0$
	•2•3•4	•1•4•3	$t_{24} < 0$
IV	N.N.N.	N. N. N.	$t_{13} > 0$
	•4•1•2	•1•4•3	$t_{24} < 0$

Tabela 2.2: Setores individuais

Tabela 2.3: Setores definidos pelo teste de  $t_{13}$ .

Setores	Vetores	Condição
I,IV	$\mathbf{v}_2\mathbf{v}_1\mathbf{v}_4$	$t_{13} > 0$
11,111	$v_2v_3v_4$	$t_{13} < 0$

pré-definida para sintetizar o tensão de referência. Na tabela (2.2) encontram-se apresentados os grupos de vetores, com os testes utilizados para identificar qual o setor corrente.

Nas tabelas (2.3) e (2.4) encontram-se os testes que devem ser utilizados quando se utiliza setores duplos. Como pode-se perceber, estas tabelas definem dois padrões PWM. Em um deles, tabela (2.3), o vetor de referência é sintetizado utilizando-se dois vetores grandes,  $v_4 e v_2$ , e um pequeno,  $v_1$ . No outro, tabela (2.4), se faz uso de dois pequenos e um grande. Independentemente do padrão, os grupos de vetores utilizados mudam a cada 180°.

Além destes dois padrões, será considerado, neste trabalho, um terceiro onde novos setores (A, B, C, e D) são definidos em torno dos vetores  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$  e  $v_4$ . A figura 2.5 mostra como estão dispostos os novos setores de 90°, no plano dq. De acordo com este padrão, o vetor de referência deverá ser sintetizado pelo vetor contido no setor em que se encontra  $v^*$  e os vetores adjacentes ao setor corrente. Desta forma, a cada setor será definido um grupo de três vetores que deverão ser utilizados para compor a referência.

Tabela	2.4:	Setores	definidos	pelo	teste	de	t24.

Setores Vetores Condição

	L	
I,II	$\mathbf{v}_1\mathbf{v}_2\mathbf{v}_3$	$t_{24} > 0$
III,IV	$v_1v_4v_3$	$t_{24} < 0$





abela 2. Setor	5: Setores Vetores	em torno dos vetore Condição
A	$\mathbf{v}_4 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2$	$t_{13} > 0 t_{13} / \sqrt{3} >  t_{24} $
В	$v_1v_2v_3$	$t_{24} > 0$ $t_{24} \ge \left  t_{13} / \sqrt{3} \right $
С	$v_2v_3v_4$	$t_{13} < 0 \\ -t_{13}/\sqrt{3} >  t_{24} $
D	$v_3v_4v_1$	$t_{24} < 0 \\ -t_{24} \ge \left  t_{13} / \sqrt{3} \right $

A identificação dos setores, bem como o grupo de vetores que será utilizado pode ser feita segundo o sinal e o valor de  $t_{13}$  e  $t_{24}$ , conforme apresentado na tabela (2.5).

O exemplo de um algorítmo aplicado a técnica vetorial é apresentado a seguir:

i) calcula-se  $t_{13}$  e  $t_{24}$  utilizando-se (2.33) e (2.34)

ii) testa-se o sinal de  $t_{13}$ 

iii) se for positivo utilizam-se os vetores  $[v_4, v_1, v_2]$ , fazendo-se  $t_1 = t_{13} e t_3 = 0$ 

iv) se for negativo utilizam-se os vetores  $[v_2, v_3, v_4]$ , fazendo-se  $t_3 = -t_{13} e t_1 = 0$ 

v) calcula-se  $t_2$  e  $t_4$  utilizando-se (2.29) e (2.34), ou seja, no caso em que  $t_{13} > 0$ 

$$t_2 = (T - t_1 + t_{24})/2$$
  
$$t_4 = (T - t_1 - t_{24})/2$$

e quando  $t_{13} < 0$ 

$$t_2 = (T - t_3 + t_{24})/2$$
  
$$t_4 = (T - t_3 - t_{24})/2.$$

Com o objetivo de melhorar a simetria da forma de onda resultante e reduzir a

Capítulo 2. Máquina Trifásica



Figura 2.6: Sequência de aplicações dos vetores.

frequência de chaveamento do inversor, pode-se utilizar um esquema de reversão na sequência de aplicação dos vetores. Admita que a frequência do inversor é  $f_c = \frac{1}{2T}$  e que os conjuntos de vetores  $[\mathbf{v}_3(t_3), \mathbf{v}_2(t_2), \mathbf{v}_1(t_1)]_T$  e  $[\mathbf{v}_3(t'_3), \mathbf{v}_2(t'_2), \mathbf{v}_1(t'_1)]_T$  devem ser aplicados durante o próximo intervalo de tempo correspondente a 2T. O argumento associado ao vetor de tensão,  $t_1 \text{ em } \mathbf{v}(t_1)$  por exemplo, indica o intervalo de tempo que o vetor deve permanecer ativo durante o período T. Desta forma, no esquema sem reversão, tem-se para o período 2T

$$[\mathbf{v}_3(t_3), \mathbf{v}_2(t_2), \mathbf{v}_1(t_1)]_T$$
,  $[\mathbf{v}_3(t_3), \mathbf{v}_2(t_2), \mathbf{v}_1(t_1)]_T$ 

enquanto no esquema com reversão

$$[\mathbf{v}_3(t_3), \, \mathbf{v}_2(t_2), \, \mathbf{v}_1(t_1)]_T$$
,  $[\mathbf{v}_1(t_1'), \, \mathbf{v}_2(t_2'), \, \mathbf{v}_3(t_3')]_T$ .

Nas figuras 2.6a e 2.6b encontram-se as formas de onda nas saídas do inversor para as situações onde são considerados os esquemas com e sem reversão, respectivamente.

Na seção (2.4.1) onde foram apresentadas as equações que descrevem o PWM escalar, foi levantado um questionamento a respeito da denominação das fases da máquina. O objetivo era determinar o conjunto de equações mais simples a ser utilizado no cálculo dos tempos de aplicação das chaves. Conforme foi verificado, para estratégia escalar tal argumento praticamente não tem efeito.

Para a abordagem vetorial, o resultado não é o mesmo. Dependendo da fase que esteja conectada ao ponto central do banco de capacitores é possível obter expressões que reduzem em até 50% o tempo gasto para o cálculo dos intervalos de tempo de aplicação dos vetores.





Tabela 2.6: Vetores de tensão no plano dq – conexão da fase 2.

$q_1$	$q_2$	$\mathbf{v_i} = v_{sd}^s + jv_{sq}^s$
0	0	$\mathbf{v}_1 = (E/\sqrt{6})e^{j2\pi/3}$
1	0	$\mathbf{v}_2 = (E/\sqrt{2})e^{-j5\pi/6}$
1	1	$\mathbf{v}_3 = (E/\sqrt{6})e^{-j\pi/3}$
0	1	$\mathbf{v}_4 = (E/\sqrt{2})e^{j\pi/6}$

Para a situação considerada inicialmente, ou seja, conexão da fase 3, as tensões nas fases  $(v_{s1}, v_{s2} \in v_{s3})$  eram dadas por (2.6), (2.7) e (2.8). Considerando que a fase conectada ao ponto o é a fase 2, estas tensões serão dadas por

$$v_{s3} = q_1 \frac{E}{2} - q_3 \frac{E}{2} - v_{No} = (2q_1 - 1) \frac{E}{2} - v_{No}$$
(2.35)

$$v_{s1} = q_2 \frac{E}{2} - q_4 \frac{E}{2} - v_{No} = (2q_2 - 1) \frac{E}{2} - v_{No}$$
(2.36)

$$v_{s2} = -v_{No}.$$
 (2.37)

Consequentemente, no plano dq, os vetores aparecem mapeados pelas expressões

$$v_{sd}^s = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( (2q_2 - q_1) \frac{E}{2} - \frac{E}{4} \right)$$
 (2.38)

$$v_{sq}^{s} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(2q_{1}-1\right) \frac{E}{2}.$$
 (2.39)

Os vetores resultantes como consequência dos estados das chaves encontram-se descritos na tabela (2.6) e ilustrados na figura 2.7. Se comparados com os da figura 2.2, observa-se que a única desigualdade é uma rotação de 120° no sentido horário.

A determinação das expressões que permitem o cálculo dos intervalos de tempo em que os vetores devem permanecer ativos durante um período de chaveamento, segue as
mesmas regras utilizadas quando a fase 3 estava conectada ao ponto central do banco de capacitores.

Desta forma, pode-se deduzir que os valores de  $t_{13}$  e  $t_{24}$  são calculados pelas expressões (2.40) e (2.41)

$$t_{13} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{T}{E} \left( v_{sd}^{s*} - \sqrt{3} v_{sq}^{s*} \right)$$
(2.40)

$$t_{24} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{T}{E} \left( v_{sd}^{s*} + \frac{1}{\sqrt{3}} v_{sq}^{s*} \right).$$
 (2.41)

A partir deste ponto, o procedimento para realização do PWM vetorial independe da denominação das fases da máquina. i.é.. continuam válidas as tabelas (2.3), (2.4) ou (2.5) para implementação do algoritmo que irá definir as características do PWM. Comparando as expressões (2.33) e (2.34) com (2.40) e (2.41), respectivamente, não é possível constatar nenhuma otimização.

No caso em que a fase conectada ao ponto central é denominada de fase 1 as tensões nos enrolamentos da máquina serão dadas de acordo com as equações abaixo

$$v_{s2} = q_1 \frac{E}{2} - q_3 \frac{E}{2} - v_{No} = (2q_1 - 1) \frac{E}{2} - v_{No}$$
(2.42)

$$v_{s3} = q_2 \frac{E}{2} - q_4 \frac{E}{2} - v_{No} = (2q_2 - 1) \frac{E}{2} - v_{No}$$
 (2.43)

$$v_{s1} = -v_{No}.$$
 (2.44)

No plano dq, os vetores são mapeados pelas seguintes expressões

$$v_{sd}^s = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{E}{2} \left(1 - q_1 - q_2\right)$$
 (2.45)

$$v_{sq}^{s} = \frac{1}{\sqrt{2}} E(q_{1} - q_{2})$$
 (2.46)

obtidas aplicando a transformação (1.1) sobre as tensões nas fases da máquina.

A figura 2.8 apresenta os quatro vetores decorrentes dos estados das chaves do inversor e na tabela (2.7) eles são descritos analiticamente. Se comparados com aqueles das figuras 2.2 e 2.7, é possível constatar que, com relação à primeira, os vetores obtidos encontram-se deslocados de 120° no sentido anti-horário. Com relação à segunda, o deslocamento é de 120° no sentido horário.

Utilizando os mesmos argumentos anteriores para o determinação das expressões que permitem realizar o cálculo dos intervalos de tempo de aplicação dos vetores, obtem-se

$$t_{13} = \sqrt{6} \frac{T}{E} v_{sd}^{s*} \tag{2.47}$$

$$t_{24} = \sqrt{2} \frac{T}{E} v_{sq}^{s}. \tag{2.48}$$





Tabela 2.7: Vetores de tensão no plano dq – conexão da fase 1.

$q_1$	$q_2$	$\mathbf{v_i} = v_{sd}^s + jv_{sq}^s$
0	0	$\mathbf{v}_1 = (E/\sqrt{6})e^{j0}$
1	0	$\mathbf{v}_2 = (E/\sqrt{2})e^{j\pi/2}$
1	1	$\mathbf{v}_3 = (E/\sqrt{6})e^{-j\pi}$
0	1	$\mathbf{v_4} = (E/\sqrt{2})e^{-j\pi/2}$

Estas expressões se comparadas com (2.33) e (2.34) ou ainda com (2.40) e (2.41), permitem constatar uma simplificação no procedimento de cálculo das variáveis responsáveis pela implementação de um algorítmo para realização do PWM vetorial.

A comparação direta entre as expressões que permitem o cálculo de  $t_{13}$  e  $t_{24}$  revela uma economia em torno de 50% no tempo de computação desta variáveis. Entretanto deve-se notar que se o procedimento utilizado envolve estratégias de controle que demandam um intervalo de tempo de cálculo muito grande, em comparação ao tempo consumido para o cálculo de  $t_{13}$  e  $t_{24}$ , Possivelmente a discursão sobre esta economia não faz sentido. Todavia deve ser considerada em uma implementação em que o tempo de cálculo seja crítico.

# 2.5 Controle de Corrente

Na maioria dos sistemas de acionamento, onde são utilizadas máquinas de indução, existe uma malha de controle de corrente. Levando em conta este aspecto, seria impossível não discutir a realização do controle de corrente de uma máquina alimentada por um inversor do tipo FSI.

A princípio não existe nenhuma modificação, em relação ao procedimento utilizado na caso de uma estrutura composta por um sistema com três braços (SSI). O projeto dos controladores pode ser feito utilizando-se o modelo dq da máquina, [26], [15], dado por

$$v_{sd}^{\epsilon} = \left(r_s + r_r \frac{m_{s\tau}^2}{l_{\tau}^2}\right) i_{sd}^{\epsilon} + \sigma l_s \frac{di_{sd}^{\epsilon}}{dt} - \epsilon_{sd}^{\epsilon}$$
(2.49)

$$v_{sq}^{\epsilon} = \left(r_s + r_r \frac{m_{sr}^2}{l_r^2}\right) i_{sq}^{\epsilon} + \sigma l_s \frac{di_{sq}^{\epsilon}}{dt} + \epsilon_{sq}^{\epsilon}$$
(2.50)

onde  $e_{sd}^e$  e  $e_{sq}^e$  são as forças contra eletromotrizes (f.c.e.) dos eixos  $d \in q$ , respectivamente. Estas f.c.e. são dadas por

$$e_{sd}^{\epsilon} = \sigma l_s \omega_{\epsilon} i_{sq}^{\epsilon} + \frac{m_{s\tau}}{l_{\tau}} \left( \omega_{\tau} \phi_{\tau q}^{\epsilon} + \frac{r_{\tau}}{l_{\tau}} \phi_{\tau d}^{\epsilon} \right)$$
(2.51)

$$e_{sq}^{e} = \sigma l_{s} \omega_{e} i_{sd}^{e} + \frac{m_{s\tau}}{l_{\tau}} \left( \omega_{\tau} \phi_{\tau d}^{e} - \frac{r_{\tau}}{l_{\tau}} \phi_{\tau q}^{e} \right)$$
(2.52)

onde  $\omega_e$  é a frequência angular do referencial síncrono.

Como se pode perceber, tais equação constituem o modelo corrente-tensão da máquina dq equivalente no referencial síncrono (sobrescrito  $\epsilon$ ). A escolha de uma estratégia PI utilizando variáveis contínuas é justificada tanto pela relativa simplicidade de implementação como pela expectativa de um erro nulo da grandeza a ser controlada devido a atuação do integrador.



Figura 2.9: Controlador PI para as referências em um referencial síncrono.



Figura 2.10: Controlador PI para as referências em um referencial assíncrono.

Com o objetivo de avaliar não apenas a funcionalidade da estratégia de controle, mas, também, o quanto sua implementação pode ser simplificada, foram testadas duas abordagens para o controlador síncrono.

A primeira revela-se mais favorável para os casos onde as referências de correntes são especificadas em termos de suas amplitudes. Quando utilizada, é necessário que as variáveis controladas sejam transformadas para um referencial síncrono e as saídas dos controladores para o referencial estatórico (sobrescrito s). Na figura 2.9 encontra-se o diagrama de blocos que descreve as etapas para esta versão do controlador síncrono.

No caso em que a referências das correntes são do tipo CA, o processamento torna-se mais eficiente se a estrutura utilizada for implementada segundo a figura 2.10. Apesar deste procedimento ser equivalente à abordagem anterior, a eliminação das tran-



Figura 2.11: Controle do inversor utilizando  $v_{1o}^* \in v_{2o}^*$ .

formações entre os referenciais reduz significativamente o número de operações realizadas [27].

Independente da estrutura utilizada, sempre que for desejável a utilização das tensões de referência  $v_{1o}^* e v_{2o}^*$ , ao invés de  $v_{sd}^{s*} e v_{sq}^{s*}$ , se faz necessário observar que as tensões nos braços do inversor não são exatamente aquelas desejadas nos enrolamentos da máquina.

Em esquemas em que se utiliza um inversor do tipo SSI, as tensões  $v_{1o}^*$ ,  $v_{2o}^*$  e  $v_{3o}^*$ podem ser obtidas utilizando a transformação dada por (1.1), i. é.

$$\begin{bmatrix} v_{1o}^{*} \\ v_{2o}^{*} \\ v_{3o}^{*} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{sd}^{s*} \\ v_{sq}^{s*} \\ v_{so}^{s*} \end{bmatrix}$$
(2.53)

Conforme os argumentos apresentados na seção (2.2), quando os princípios de funcionamento do inversor FSI foram discutidos,  $v_{3o}^* = 0$ . Desta forma, é possível definir uma componente homopolar que estabeleça uma relação entre as tensões do modelo dqe os braços do inversor, ou seja

$$v_{so}^{s*} = \frac{\left(v_{sd}^{s*} + \sqrt{3}v_{sq}^{s*}\right)}{\sqrt{2}}.$$
 (2.54)

Na figura 2.11, encontra-se o diagrama de blocos onde o controle do inversor é realizado utilizando-se  $v_{1o}^* \in v_{2o}^*$ .

Uma outra possibilidade de implementação do controle de corrente é a utilização de um controlador contínuo por histerese, ilustrado na figura 2.12. Neste caso, as tensões nas saídas do inversor são aplicadas de forma a manter o erro das correntes em cada braço dentro da banda de histerese. Os estados das chaves do inversor são definidos com base no valor do erro entre as correntes de referência e as correntes reais da máquina. Todavia, o funcionamento do inversor não ocorre de forma otimizada.



Figura 2.12: Controle das correntes por histerese.

## 2.6 Resultados de Simulações

Para realização dos estudos por simulações foi implementado um programa em linguagem de programação C onde as equações diferenciais do modelo dq foram resolvidas utilizando-se o método de Runge-Kuta de 4ª ordem.

O objetivo foi tornar possível, de forma simplificada, a comparação entre as diferentes formas de utilização do inversor FSI na alimentação uma máquina de indução trifásica. Desta forma, serão considerados os seguintes aspectos:

- Funcionamento em regime permanente com o sistema em malha aberta para as diferentes abordagens PWM,
- Análise harmônica das tensão no plano dq levando-se em conta a denominação da fase ligada ao ponto central do divisor capacitivo, o índice de modulação e o padrão PWM aplicado,
- Controle de corrente por histerese e utilizando-se controladores PI no referencial síncrono.

### 2.6.1 Regime Permanente

A equivalência entre as abordagens escalar e vetorial para operação de um inversor do tipo SSI, tem sido apresentada em diversos trabalhos. Para o presente esquema (FSI), também é possível identificar os pontos comuns entre o tratamento vetorial e escalar do PWM.

A solução apontada para o cálculo de  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  e  $t_4$ , na seção 2.4.2, implica na utilização de apenas três dos quatro vetores em um período de chaveamento. Desta





Figura 2.13: Formas de ondas típicas nas saídas do inversor - estados iniciais idênticos.

forma, a composição do vetor de referência pode ser realizada de dois modos: com dois vetores de índice par e um ímpar ou um vetor par e dois de índice ímpar.

Nas figuras 2.13a e 2.13b, encontram-se as formas de onda típicas nos braços do inversor quando a chave superior de cada um dos braços estão inicialmente em um mesmo estado, permanecendo assim durante o intervalo  $\tau_i$ , (i = 1 ou 2). Observandose os valores binários associados aos estados das chaves, é possível identificar quais os vetores a serem utilizados. No caso em que  $\tau_1 > \tau_2$ , os vetores são  $\mathbf{v}_3$ ,  $\mathbf{v}_2 \in \mathbf{v}_1$  ou  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}_2 \in \mathbf{v}_3$  dependendo do estado inicial das chaves, figura 2.13a.

Quando  $\tau_1 < \tau_2$  a sequência será  $\mathbf{v}_3$ ,  $\mathbf{v}_4 \in \mathbf{v}_1$  ou  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}_4 \in \mathbf{v}_3$ , figura 2.13b. Nos casos onde os estados iniciais das chaves são distintos, figuras 2.14a e 2.14b, serão observadas duas novas sequências de aplicação dos vetores. Para  $\tau_1 > \tau_2$  tem-se  $\mathbf{v}_2$ ,  $\mathbf{v}_3 \in \mathbf{v}_4$  ou  $\mathbf{v}_4$ ,  $\mathbf{v}_3 \in \mathbf{v}_2$ , enquanto que se  $\tau_1 < \tau_2$ , consideram-se os vetores  $\mathbf{v}_2$ ,  $\mathbf{v}_1 \in \mathbf{v}_4$  ou  $\mathbf{v}_4$ ,  $\mathbf{v}_1 \in \mathbf{v}_2$ .

Observando-se as tabelas (2.2), (2.3) e (2.4) percebe-se que as sequências apresentadas já tinham sido propostas com base nos testes de  $t_{13}$  e/ou  $t_{24}$ . Independentemente do critério utilizado para aplicação dos vetores, pode ser estabelecida a seguinte relação entre o PWM escalar e o vetorial

$$\tau_1 = t_2 + t_3 \tag{2.55}$$

$$\tau_2 = t_3 + t_4. \tag{2.56}$$

Feita a equivalência entre as abordagens, resta estabelecer qual sequência de aplicação dos vetores que fornece um melhor condicionamento, i.é., menores ripples para as correntes  $i_{sd}^s$  e  $i_{sq}^s$ .

#### Capítulo 2. Máquina Trifásica



Figura 2.14: Formas de ondas típicas nas saídas do inversor - estados iniciais distintos.

Sob o ponto de vista vetorial (admitindo o esquema de reversão nos vetores ativos) são possíveis três formas de operação. Estas podem resultar, ou não, numa forma de onda mais suave para as correntes dos eixos d e q. Nas tabelas (2.3), (2.4) e (2.5) encontram-se os modos de operação que irão definir a composição das correntes dq. Na figura 2.15 encontram-se as correntes no plano dq obtidas para os três modos de operação sobrepostas as correntes obtidas pela utilização de uma fonte de tensão ideal. As simulações foram realizadas considerando uma frequência de chaveamento de 2, 5kHz e índice de modulação m = 0.8 sendo a frequência da fonte de 50Hz.

No caso onde a abordagem escalar é utilizada, pode-se mostrar, utilizando-se a equivalência com a vetorial, que se trata da utilização das tabelas (2.3) e (2.4). Logo. as figuras 2.15b e 2.15c ilustram as correntes quando se aplica o PWM escalar.

Como se pode constatar, a utilização da tabela (2.4) implica em uma composição mais suave dos vetores de corrente. Este resultado pode ser associado ao fato de estar sendo utilizado dois vetores "pequenos" e um "grande" para compor a tensão de referência.

Os vetores das correntes ilustrados na figura 2.15 não sofrem maiores influências com a denominação das fases da máquina. Entretanto, é possível obter um bom condicionamento em um dos eixos considerando apenas a nomeclatura das fases. Nas figuras 2.16a, 2.16b e 2.16c, encontram-se as formas de onda das correntes dq para as três possibilidades de ligação, considerando uma mesma sequência 123 e a utilização da tabela (2.4). Na figura 2.16a foi considerada como sendo a fase 3 conectada ao ponto central do divisor capacitivo. Já na figura 2.16b a fase conectada ao ponto o 1



(a) Teste de t<sub>24</sub>.

(b) Teste de  $t_{13}$ .



(c) Teste de  $t_{13}$  e  $t_{24}$ 



í



(c) Conexão da fase 1.

Figura 2.16: Correntes de eixo d e q considerando diferentes denominações para as fases da máquina.



Figura 2.17: Conjutos de vetores espaciais.

foi denominada de fase 2. Por fim, na figura 2.16c, consequentemente, é a fase 1 que encontra-se conectada. Em todos os casos as correntes estão sobrepostas as obtidas utilizando uma fonte de tensão ideal. Observando-se as figuras é possível concluir que se  $v_{1o} = -v_{No}$ , a corrente de eixo q será a mais suave, ou seja os picos são menores.

Este resultado, é consequência direta dos valores de tensão que encontram-se disponíveis para aplicar neste eixo. A análise harmônicas das tensões, permite um melhor entendimento desta afirmação.

Sob o ponto de vista do inversor, as correntes fornecidas à máquina possuem mesma amplitude e apresentam uma defasagem de  $120^{\circ}$  entre si. A consequência disto é a circulação de uma corrente CA nos capacitores cuja amplitude é 1/2 da corrente de fase.

### 2.6.2 Análise Harmônica das Tensões dq

Conforme apresentado anteriormente, as diferentes denominações das fases da máquina levam a diferentes mapeamentos das grandezas elétricas no plano dq. Na figura 2.17, encontram-se os vetores de tensão disponíveis, em função da denominação das fases. Para os diferentes conjuntos de vetores,  $[v_1, v_2, v_3, v_4]$  nas figuras 2.17a, 2.17b e 2.17c constata-se (1) que os pares adjacentes encontram-se em quadratura, (2) que a relação de amplitude dos vetores pares e ímpares é de  $\sqrt{3}$  e (3) que os pares  $(v_1, v_3)$  e  $(v_2, v_4)$ são opostos, isto é,  $v_1 = -v_3$  e  $v_2 = -v_4$ . O fato é que com relação aos eixos dq os conjuntos são defasados de  $\frac{2\pi}{3}$  um do outro, diferenciando-os entre si. Assim, um mesmo vetor de referência será composto de um modo diferente dependendo do mapeamento dos vetores  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$  e  $v_4$ . Como consequência, a composição da referência em cada um dos eixos  $(v_{sd}^{s*}$  ou  $v_{sq}^{s*})$ pode vir a ter, individualmente, um conteúdo harmônico de maior ou menor valor. Apesar disto, o vetor resultante não sofre variação em termo desses harmônicos.

Utilizando-se a tabela (2.4), isto é, dois vetores pequenos e um grande, foram realizadas simulações considerando-se diferentes índices de modulação e denominações das fases. Para cada um dos casos, foi computado o valor da distorção harmônica total (*THD*), para cada um dos eixos, utilizando-se a equação

$$THD_x = \sqrt{\frac{V_{RMS}^2 - V_{RMS1}^2}{V_{RMS1}^2}}$$
(2.57)

onde:

x : eixo para o qual está sendo realizado o cálculo (x = d ou x = q);

 $V_{RMS}$ : é a tensão eficaz total no eixo x;

 $V_{RMS1}$ : é a tensão eficaz da componente fundamental do eixo x.

Em seguida, foi calculado o valor da distorção sobre o vetor de tensão resultante, como segue

$$THD_{v} = \sqrt{THD_{d}^{2} + THD_{q}^{2}}.$$
 (2.58)

Os resultados encontram-se apresentados nas figuras 2.18a, 2.18b e 2.18c e comprovam os comentários anteriores. Ou seja, apesar da diferença individual entre as componentes de eixo d e q, a distorção harmônica total sobre o vetor resultante não sofre influência do mapeamento dos vetores  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3 e v_4$  no plano dq, figura 2.18c. Em compensação, a componente de eixo q é bastante favorecida quando a fase 1 encontra-se conectada ao ponto central do banco de capacitores, figura 2.18b.

De acordo com o resultado anterior, o múltiplo equacionamento não influencia as conclusões a cerca das grandezas vetoriais. Levando em conta este fato é possível avaliar as diferentes formas de utilizar os vetores para compor uma referência – tabelas (2.3), (2.4) e (2.5).

Na figura 2.19 encontram-se os resultados que permitem comparar em termos de conteúdo harmônico, a composição dos vetores de tensão. Como se pode observar, a utilização de dois vetores pequenos e um grande, tabela (2.4), apresenta um conteúdo harmônico bem mais favorável que as outras duas tabelas, principalmente para baixos índices de modulação. Na sequência, percebe-se que a alternância dos grupos de vetores aplicados para os setores individuais  $A, B, C \in D$  – tabela (2.5) –, resulta em valores de distorção harmônica total intermediário. Por fim, a utilização de dois vetores grandes e um pequeno – tabela (2.3) – leva a níveis mais elevados.



Figura 2.18: Análise harmônica das tensões utilizando a tabela 2.4.



Figura 2.19: Análise harmônica dos vetores de tensão.

Os resultados, como pode-se constatar, são coerentes com a análise das correntes, ou seja, a corrente que apresenta menores *ripples* foram as obtidas quando a alimentação da máquina foi realizada utilizando a tabela (2.4) para compor os vetores de tensão.

### 2.6.3 Controle de Corrente

O controle de corrente de uma máquina trifásica alimentada por um inversor do tipo FSI foi implementado considerando basicamente duas estratégias: controle por histerese e controle PI. A segunda foi avaliada sob dois pontos de vistas, conforme anunciado anteriormente. Desta forma foram avaliadas três metodologias para realização do controle de corrente, seus resultados são apresentados a seguir.

Observando-se que o funcionamento equilibrado da máquina exige correntes de mesma amplitude e defasadas de  $\frac{2\pi}{3}$  um das outras, é possível definir o funcionamento do controlador contínuo por histerese. Como a condição de equilíbrio implica que  $i_{s1} + i_{s2} + i_{s3} = 0$ , significa que apenas duas correntes são independentes e a terceira é uma consequência das demais. Uma vez que o inversor permite atuar sobre duas fases de forma independente, bastando comparar o erro atual da corrente com a janela de histerese para definir o estado da chave até a próxima amostragem.

Os resultados obtidos revelam que o controle de corrente por histerese pode sempre ser realizado com sucesso quando se dispõe de chaves que podem operam em uma frequência elevada utilizando uma banda de histerese bastante reduzida. Na figura 2.20a encontram-se as curvas das correntes das fases conectadas aos braços do inversor, sobrepostas às respectivas referências. A visualização das correntes no plano dqencontra-se na figura 2.20b. Para obter as correntes no plano dq foi utilizado a condição de equilíbrio, i.é.,  $i_{s1} + i_{s2} + i_{s3} = 0$ .

Utilizando um filtro para as tensões, é possível comparar as componentes fundamentais nas fases da máquina com as dos braços do inversor, figura 2.21. Como era de se esperar, as tensões  $v_{s1}$ ,  $v_{s2}$  e  $v_{s3}$  possuem mesma amplitude e são defasadas de  $\frac{2\pi}{3}$  radianos entre si, figura 2.21a. Enquanto  $v_{1o}$  e  $v_{2o}$  estão defasada de  $\frac{\pi}{3}$  radianos com amplitudes idênticas, figura 2.21b. Entretanto, com relação as tensões de fase são maiores por um fator de  $\sqrt{3}$ .

O controle de corrente utilizando controladores PI, permite que o inversor opere com uma frequência de chaveamento constante, mas o erro de corrente pode não ser nulo. Para contornar o problema do erro, é considerada uma boa prática, realizar o controle de corrente em um referencial onde as grandezas controladas sejam contínuas. Uma outra realização constitui na transformação das equações do controlador de forma que sua atuação sobre as grandezas alternadas resulte em um erro de controle nulo.









Figura 2.21: Tensões nas bobinas da máquina e nos braços do inversor.



Figura 2.22: Correntes dos eixos dq controladas utilizando controladores PI operando sobre grandezas contínuas (a) e sobre grandezas senoidais (b).

Conforme previsto estes controladores possuem desempenho equivalente.

Nas figuras 2.22a e 2.22b encontram-se as curvas das correntes dos eixos d e q controladas, sobrepostas as correntes de referência. No caso 2.22a as variáveis foram transformadas para o referencial síncrono, enquanto em 2.22b as grandezas controladas são senoidais.

# 2.7 Resultados Experimentais

Os experimentos realizados permitem avaliar de forma prática o funcionamento da estrutura com uma das fases conectadas ao ponto central do banco de capacitores. Como referência para análise dos resultados, serão fornecidos os valores caso fosse utilizada uma estrutura com três braços para alimentar a máquina trifásica.

Fixando a tensão do barramento CC (E) em 220V e uma frequência  $(f_s)$  nominal de 50Hz para um índice de modulação (m) unitário é possível definir a razão tensão/frequência (R) como segue

$$R = \frac{mE}{f_s} = 4,4V/Hz$$
 (2.59)

Estas são as condições para uma partida onde as tensões nas fases da máquina serão dadas por

$$v_{s1} = mV_{sm}\cos\omega_s t$$

$$v_{s2} = mV_{sm}\cos\left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$v_{s3} = mV_{sm}\cos\left(\omega_s t + \frac{2\pi}{3}\right)$$
(2.60)

onde  $V_{sm} = \frac{E}{2\sqrt{3}} e \omega_s = 2\pi f_s$ . Para a máquina dq tem-se

$$v_{sd}^s = mV_s \cos \omega_s t$$
 (2.61)  
 $v_{sq}^s = mV_s \sin \omega_s t.$ 

onde  $V_s = \frac{E}{2\sqrt{2}}$ .

Caso fosse utilizada uma estrutura com três braços (SSI) teriamos  $V_{sm} = E/\sqrt{3}$  e  $V_s = E/\sqrt{2}$ .

Nas figuras 2.23a e 2.23b encontram-se as curvas que mostra a velocidade da máquina (Máquina B) desde o instante inicial da partida até atingir o regime permanente e a amplitude do vetor de tensão em função do tempo, respectivamente. Neste ensaio, a frequência de chaveamento do inversor foi fixada em  $10 \, kHz$ , sendo a frequência inicial na saída do inversor de  $10 \, Hz$  e o tempo estabelecido para partida foi de 3s. A figura 2.23c apresenta o módulo do vetor de tensão fornecido como referência para o inversor em função da frequência, observa-se que durante todo o processo a razão V/Hz é mantida constante. A alimentação utilizando uma estrutura com três braços seria capaz de compor um vetor de referência cuja amplitude seria aumentada por um fator de  $\sqrt{3}$ .

Para os casos onde a tensão de barramento possui um nível compatível com a configuração o funcionamento da máquina não é comprometido. Como exemplo, foi realizado um controle de corrente em baixa velocidade (20 Hz) que realiza a partida da máquina e a inversão no sentido de giro após atingir o regime permanente. As variáveis observadas neste ensaio foram o módulo da tensão de referência ( $V_s$ ) fornecida pelos controladores a velocidade da máquina e as correntes de eixo d e q. De acordo com o módulo do vetor da tensão de referência fornecido pelos controladores, figura 2.24a, é possível concluir que, para operação do inversor utilizando os três braços com um índice de modulação menor que 1, é suficiente utilizar uma tensão de barramento (E) tal que E = 85 V, uma vez que  $E = \sqrt{2}V_s$ . No presente caso, onde apenas dois braços são utilizados, esta tensão deverá ser aproximadamente 170 V, pois  $E = 2\sqrt{2}V_s$ .

Na figura 2.24b encontra-se a curva que descreve a velocidade da máquina durante todo o ensaio identificando os instantes de partida, regime permanente e inversão do sentido de giro.

Nas figuras 2.24c e 2.24d encontram-se as correntes de referência sobrepostas as correntes reais de eixo d e q com os respectivos erros logo após o momento em que o



#### (a) Velocidade da máquina.

(b) Módulo da tensão de referência.



(c) Tensão x frequência.









Figura 2.24: Controle de corrente com inversão no sentido de rotação do campo girante.



Figura 2.25: Controle de corrente com degrau na amplitude da referência.

sentido do campo girante foi invertido. A amplitude considerada para a corrente foi mantida constante no valor de 4 A durante todo tempo.

Para efeito de comprovação, da estratégia de controle de corrente, foi realizado um segundo ensaio utilizando uma outra máquina (máquina C). Neste ensaio é aplicado um degrau na amplitude da corrente estatórica. O resultado, ilustrado na figura 2.25 mostra que o controle de corrente da máquina alimentada por uma estrutura de três braços é satisfatório.

Os parâmetros das máquina utilizadas nos ensaios encontram-se dispostos no apêndice.

# 2.8 Conclusões

Neste capítulo foram feitas diferentes considerações sobre o sistema de acionamento composto por uma máquina trifásica e um inversor com quatro chaves. Inicialmente mostrou-se a relação entre as tensões nas saídas do inversor e as tensões nos enrolamentos da máquina, o que é de grande importância para que a operação do inversor seja equivalente a de um sistema com três braços.

Para o inversor foram definidos diferentes modos de operação, ficando definida a estratégia PWM mais adequada. Apesar das diferentes denominações que os terminais da máquina podem ter ficou claro que isto não afeta o seu funcionamento. Entretanto, o conjunto das equações resultantes pode ser mais simples sob o ponto de vista de tempo de cálculo.

Um efeito importante da conexão de uma fase ao neutro capacitivo é a circulação de uma corrente CA pelos capacitores, correspondente a 1/2 da corrente nas fases.

### Capítulo 2. Máquina Trifásica

Por fim, os resultados mostram que a presente configuração pode ser tão eficiente quanto a da topologia que utiliza três braços na saída, desde que ocorra uma compensação no valor da tensão do barramento CC. Isto é, numa aplicação onde o sistema trifásico exige um nível E de tensão no barramento, no inversor bifásico será necessário um nível correspondente a  $2\sqrt{2}E$ .

# Capítulo 3

# Máquina com Dois Enrolamentos

# 3.1 Introdução

A composição de um sistema de acionamento de custo reduzido utilizando um inversor com quatro chaves (FSI) e uma máquina trifásica, tratado no capítulo 2, pode ser considerada como uma composição natural, isto porque, sob o ponto de vista da máquina o funcionamento permanece inalterado. Como consequência, as estratégias de controle aplicadas quando se utiliza uma estrutura convencional – inversor com três braços (SSI) – podem ser aplicadas na máquina sem nenhuma restrição, bastando apenas que o inversor FSI opere corretamente.

A máquina com dois enrolamentos pode ser considerada como sendo uma máquina trifásica onde se faz uso de apenas duas fases. A alimentação, utilizando um inversor FSI, independe das fases ativas da máquina e é obtida conectando-se o neutro da máquina no ponto central do banco de capacitores, figura 3.1. Desta forma, o sistema de acionamento resultante pode ser considerado como "concorrente" do apresentado



Figura 3.1: Sistemas de acionamento para uma máquina trifásica.

no capítulo 2.

O estudo do funcionamento de uma máquina trifásica operando com apenas dois braços é importante também porque esta estrutura pode ser utilizada com o propósito de aumentar a robustez de sistemas de acionamento que utilizam estratégias de controle orientado pelo campo [1]. Como pode-se perceber, as discussões que serão apresentadas não servem apenas aos propósitos de implementações de baixo custo, servem também para os sistemas que utilizam estruturas com três braços.

Na sequência serão apresentados os princípios básicos do funcionamento da máquina com dois enrolamentos, serão analisados os vetores espaciais no plano dq, decorrentes dos estados das chaves do inversor, as estratégias de modulação PWM escalar e vetorial para o sistema de baixo custo serão equacionadas e será discutida a realização do controle de corrente. Estudos por simulação digital e experimentais são apresentados para ilustrar o funcionamento do sistema.

## 3.2 Princípios de Funcionamento

Em condições normais de operação, as correntes nas fases de uma máquina trifásica são dadas por

$$i_{s1} = I_{sm} \cos(\omega_s t - \phi) \tag{3.1}$$

$$i_{s2} = I_{sm} \cos(\omega_s t - \phi - \frac{2\pi}{3})$$
 (3.2)

$$i_{s3} = I_{sm} \cos(\omega_s t - \phi + \frac{2\pi}{3}).$$
 (3.3)

onde  $\phi$  é a defasagem entre a corrente de fase em relação a tensão da fase correspondente.

A matriz de transformação A, definida em (1.1), operando sobre as correntes  $i_{s1}$ ,  $i_{s2}$  e  $i_{s3}$  revela que as correntes da máquina dq equivalente são:

$$i_{sd}^s = I_s \cos(\omega_s t - \phi) \tag{3.4}$$

$$i_{sa}^{s} = I_{s}\sin(\omega_{s}t - \phi) \tag{3.5}$$

onde  $I_s = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{sm}$ . Admitindo-se que a máquina é simétrica, a componente homopolar resultante é nula, ou seja

$$i_{so}^s = 0.$$
 (3.6)

No caso em que apenas duas fases são utilizadas, enquanto a terceira permanece desconectada, é desejável que as correntes da máquina bifásica equivalente, dadas por (3.4) e (3.5), continuem sendo obtidas por estas expressões. Inicialmente, considera-se a fase desconectada do sistema como sendo aquela denominada como 3, i.é.,  $i_{s3} = 0$ . Neste caso, a transformação que leva as variáveis 123 para o sistema *odq* mostra que

$$i_{sd}^s = \sqrt{\frac{2}{3}}(i_{s1} - \frac{1}{2}i_{s2})$$
 (3.7)

$$i_{sq}^{s} = \sqrt{\frac{2}{3}(\frac{\sqrt{3}}{2}i_{s2})}$$
 (3.8)

$$i_{so}^{s} = \sqrt{\frac{2}{3}} (\frac{1}{\sqrt{2}} i_{s1} + \frac{1}{\sqrt{2}} i_{s2})$$
 (3.9)

Uma vez que as correntes  $i_{sd}^s e i_{sq}^s$  dadas pelas expressões (3.4) e (3.5) é uma condição necessária para que a máquina opere de forma equilibrada, pode-se utilizar seus valores nas expressões (3.7) e (3.8) para determinar  $i_{s1}$  e  $i_{s2}$ . Como resultado, tem-se

$$i_{s1} = \sqrt{\frac{3}{2}}i_{sd}^{s} + \frac{1}{\sqrt{2}}i_{sq}^{s}$$
  
=  $\sqrt{3}I_{sm}\cos(\omega_{s}t - \phi - \frac{\pi}{6})$  (3.10)

$$i_{s2} = \sqrt{2} I_{sq}$$
  
=  $\sqrt{3} I_{sm} \cos(\omega_s t - \phi - \frac{\pi}{2})$  (3.11)

Por comparação das expressões obtidas para as correntes  $i_{s1}$  e  $i_{s2}$ , observa-se que as amplitudes destas é maior, por um fator de  $\sqrt{3}$ , que as correspondentes quando se considera a operação normal, (3.1) e (3.2). Além disto, a defasagem entre elas é de 60°, ao invés de 120°. Como consequência, a componente homopolar da corrente não será nula, isto é

$$i_{so}^s = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_{s1} + i_{s2} + i_{s3}) \tag{3.12}$$

como  $i_{s3} = 0$ , então

$$i_{so}^{s} = \frac{1}{\sqrt{2}}i_{sd}^{s} + \frac{3}{\sqrt{2}}i_{sq}^{s} = \sqrt{2}I_{s}\cos(\omega_{s}t - \phi - \frac{\pi}{3}).$$
(3.13)

O modelo tensão-corrente para os termos homopolares é dado por

$$v_{so}^s = r_{so}i_{so}^s + l_{so}\frac{di_{so}^s}{dt}$$

$$(3.14)$$

onde  $r_{so}$  e  $l_{so}$  são a resistência e a indutância homopolar, da máquina. A resistência  $r_{so}$ é igual a resistência estatórica e  $l_{so}$  é a indutância de dispersão do estator. Substituindo o valor de  $i_{so}^{s}$  em (3.7) na expressão anterior, é possível determinar  $v_{so}^{s}$ . Ou seja

$$v_{so}^s = V_{so}\cos(\omega_s t + \phi_o) \tag{3.15}$$

onde  $V_{so} = \sqrt{2}I_s\sqrt{r_{so}^2 + (\omega_s l_{so})^2}$  e  $\phi_o = \arctan(\frac{\omega_s l_{so}}{r_{so}}) - \phi - \frac{\pi}{3}$ .

Para que as correntes dq da máquina sejam expressas por (3.4) e (3.5) as tensões nos enrolamentos de eixo d e q são dadas por

$$v_{sd}^s = V_s \cos(\omega_s t) \tag{3.16}$$

$$v_{sq}^s = V_s \sin(\omega_s t). \tag{3.17}$$

Assim como as correntes, as tensões dq para o funcionamento equilibrado da máquina equivalente, independe das condições de contorno da máquina original. Desta forma, o efeito da tensão homopolar sobre as tensões nas fases pode ser avaliado utilizando a transformação (1.1), que permite obter  $v_{s1}$ ,  $v_{s2}$  e  $v_{s3}$ , isto é

$$v_{s1} = V_{sm} \cos(\omega_s t) + \frac{v_{so}^s}{\sqrt{3}}$$
(3.18)

$$v_{s2} = V_{sm} \cos(\omega_s t - \frac{2\pi}{3}) + \frac{v_{so}^s}{\sqrt{3}}$$
(3.19)

$$v_{s3} = V_{sm} \cos(\omega_s t + \frac{2\pi}{3}) + \frac{v_{so}^s}{\sqrt{3}}$$
 (3.20)

onde  $V_{sm} = \sqrt{\frac{2}{3}} V_s$ .

Considerando a relação de causa-efeito, natural, que existe entre as tensões nas fases da máquina e as respectivas correntes, pode-se colocar a tensão homopolar como sendo exatamente a compensação que as tensões, outrora equilibradas, devem ser submetidas para garantir as correntes dadas pelas expressões (3.10) e (3.11).

Em linhas gerais, os efeitos da operação com uma fase em aberto, independe de qual das fases se considera, entretanto, a exemplo do sistema analisado no capítulo 2, é possível tirar algumas vantagens em função da denominação das fases da máquina.

## 3.3 Análise dos Vetores Espaciais

Mais uma vez, será admitido que os estados das chaves do inversor ilustrado na figura 3.1 estão associados aos valores binários '1' e '0', de forma que, se  $q_i = 1$ , a chave está fechada e se  $q_i = 0$ , a chave está bloqueada, i = 1, ..., 4. Como os pares de chaves nos braços do inversor são complementares, logo:  $q_3 = 1 - q_1$  e  $q_4 = 1 - q_2$ .

A conexão do neutro da máquina com o ponto central do banco de capacitores implica no fato da tensão sobre o enrolamento corresponder exatamente a tensão na saída do inversor a qual encontra-se conectada a respectiva fase. Deste modo, considerando a fase 3 em aberto, as tensões instantâneas nos enrolamentos ativos da máquina serão Tabela 3.1: Vetores de tensão no plano dq – abertura da fase 3.

$q_1$	$q_2$	$\mathbf{v_i} = v_{sd}^s + jv_{sq}^s$
0	0	$v_1 = E\sqrt{3/2}e^{-j2\pi/3} + v_{so}$
1	0	$\mathbf{v}_2 = E/\sqrt{2}e^{-j\pi/6} + \mathbf{v}_{so}$
1	1	$v_3 = E\sqrt{3/2}e^{j\pi/3} + v_{so}$
0	1	$\mathbf{v}_4 = E/\sqrt{2}e^{j5\pi/6} + \mathbf{v}_{so}$

dadas por

$$v_{s1} = q_1 \frac{E}{2} - q_3 \frac{E}{2} = (2q_1 - 1)\frac{E}{2}$$
 (3.21)

$$v_{s2} = q_2 \frac{E}{2} - q_4 \frac{E}{2} = (2q_2 - 1)\frac{E}{2}$$
 (3.22)

$$v_{s3} = \sqrt{3}v_{so}^s - v_{s1} - v_{s2}. \tag{3.23}$$

Com base nestas equações e utilizando a matriz de transformação A é possível obter as expressões que irão definir o mapeamento dos vetores no plano dq. Como resultado tem-se

$$v_{sd}^{s} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{E}{2} (2q_{1} - 1) - \frac{1}{\sqrt{2}} v_{so}^{s}$$
(3.24)

$$v_{sq}^{s} = \frac{E}{2}(q_{1} + 2q_{2} - \frac{3}{2}) - \sqrt{\frac{3}{2}}v_{so}^{s}.$$
 (3.25)

Em consequência dos possíveis estados que as chaves assumem no inversor, são gerados quatro vetores distintos. Os vetores encontram-se ilustrados na figura 3.2 e estão descritos analiticamente na tabela (3.1), onde  $\mathbf{v}_{so} = \sqrt{2}v_{so}^s e^{-j2\pi/3}$ . No caso em que  $v_{so}^s = 0$ , os vetores adjacentes estão defasados de 90°, dividindo o plano dq em quatro setores (I, II, III, e IV) e a relação de amplitude entre os vetores maiores e menores será  $\sqrt{3}$ . Estas características foram observadas na análise dos vetores realizada no capítulo 2. A figura 3.2 mostra os vetores obtidos para o caso em que a amplitude de  $v_{so}^s$  é de aproximadamente 0.07*E*. Os vetores  $\mathbf{v}_x$  e  $\mathbf{v}_y$  que aparecem na figura 3.2 são definidos como sendo  $\mathbf{v}_x = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{so} = -\mathbf{v}_3 + \mathbf{v}_{so}$  e  $\mathbf{v}_y = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_{so} = -\mathbf{v}_4 + \mathbf{v}_{so}$ . Na verdade, estes vetores serão utilizados como variáveis auxiliares no equacionamento que irá definir a estratégia de modulação PWM vetorial.

# 3.4 Modulação PWM

A conexão do neutro da máquina ao ponto central do divisor capacitivo faz com que a tensão na saída do inversor seja a tensão efetivamente aplicada sobre a bobina da



Figura 3.2: Vetores espaciais no plano dq – abertura da fase 3.

máquina. No sistema do capítulo 2, ficou demonstrado que a relação entre estas tensões não era unitária, (2.53). Sob este ponto de vista, pode-se considerar a análise da modulação PWM para o sistema atual como sendo mais simples.

O funcionamento da máquina com um dos seus enrolamentos desconectados independe de qual das fases encontra-se em aberto. Todavia, a denominação da fase ociosa pode vir a ter uma influência nas equações que relaciona as tensões de referência com o tempo de aplicações das chaves. Levando em conta este efeito, serão consideradas as três possibilidades de operação, conforme ilustra a figura (3.3).

Admitindo-se, inicialmente, que a fase aberta é a 3, serão apresentadas as equações que descrevem o funcionamento do inversor com quatro chaves, utilizando a modulação por largura de pulso na forma escalar e vetorial.

### 3.4.1 PWM Escalar

A relação que define os intervalos de tempo que as chaves  $q_1 e q_2$  devem conduzir é semelhante a obtida para um sistema convencional onde um inversor com três braços. Ou seja, dada as tensões de referência nas fases ativas,  $v_{s1}^* e v_{s2}^*$ , calcula-se  $\tau_1 e \tau_2$  como segue

$$\tau_1 = \frac{T}{2} + \frac{T}{E} v_{s1}^* \tag{3.26}$$

$$\tau_2 = \frac{T}{2} + \frac{T}{E} v_{s2}^*. \tag{3.27}$$



(a) Abertura da fase 3.

(b) Abertura da fase 2.



(c) Abertura da fase 1.

Figura 3.3: Configurações em função da abertura da fase.



Figura 3.4: Tensões nas saídas do inversor.

A figura 3.4 mostra a forma de onda típica em cada uma das saídas do inversor FSI. Vale lembrar que estas tensões são aplicadas diretamente sobre as bobinas da máquina, ou seja, neste caso o inversor opera como sendo duas fontes independentes. Com  $\tau_1$  e  $\tau_2$ , calculados segundo (3.26) e (3.27), as tensões médias nas saídas do inversor, durante o período de chaveamento T, serão iguais as tensões de referência nas fases.

No caso onde as tensões de referência são fornecidas em termos das variáveis odqas tensões de referência  $v_{s1}^*$  e  $v_{s2}^*$ , são obtidas utilizando a transformação definida em (1.1), ou seja

$$v_{s1}^{*} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( v_{sd}^{s*} + \frac{1}{\sqrt{2}} v_{so}^{s*} \right)$$
(3.28)

Capítulo 3. Máquina com Dois Enrolamentos

$$v_{s2}^{*} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( -\frac{1}{2} v_{sd}^{s*} + \frac{\sqrt{3}}{2} v_{sq}^{s*} + \frac{1}{\sqrt{2}} v_{so}^{s*} \right).$$
(3.29)

O cálculo de  $v_{so}^{s*}$ , pode ser considerado bastante complexo uma vez que depende da amplitude da corrente homopolar e dos parâmetros  $r_{so}$  e  $l_{so}$ . Quando o controle de corrente for apresentado será apresentada uma análise mais precisa deste problema.

Como era de se esperar, a abordagem escalar não apresenta uma diferença significativa nas expressões que envolvem o cálculo de  $\tau_1$  e  $\tau_2$ . As expressões para as demais situações são:

• Abertura da fase 2

$$v_{s2}^{\bullet} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( -\frac{1}{2} v_{sd}^{s\bullet} + \frac{\sqrt{3}}{2} v_{sq}^{s\bullet} + \frac{1}{\sqrt{2}} v_{so}^{s\bullet} \right)$$
(3.30)

$$v_{s3}^{\bullet} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( -\frac{1}{2} v_{sd}^{s\bullet} - \frac{\sqrt{3}}{2} v_{sq}^{s\bullet} + \frac{1}{\sqrt{2}} v_{so}^{s\bullet} \right)$$
(3.31)

com os intervalos  $\tau_1$  e  $\tau_2$  dados por

$$\tau_1 = \frac{T}{2} + \frac{T}{E} v_{s2}^{-} \tag{3.32}$$

$$\tau_2 = \frac{T}{2} + \frac{T}{E} v_{s3}^*. \tag{3.33}$$

• Abertura da fase 1

$$v_{s3}^{\bullet} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( -\frac{1}{2} v_{sd}^{s\bullet} - \frac{\sqrt{3}}{2} v_{sq}^{s\bullet} + \frac{1}{\sqrt{2}} v_{so}^{s\bullet} \right)$$
(3.34)

$$v_{s1}^{\bullet} = \sqrt{\frac{2}{3}} (v_{sd}^{s\bullet} + \frac{1}{\sqrt{2}} v_{so}^{s\bullet})$$
(3.35)

com os intervalos  $\tau_1$  e  $\tau_2$  dados por

$$\tau_1 = \frac{T}{2} + \frac{T}{E} v_{s3}^* \tag{3.36}$$

$$\tau_2 = \frac{T}{2} + \frac{T}{E} v_{s1}^*. \tag{3.37}$$

### 3.4.2 PWM Vetorial

Seja  $v_s^*$  o vetor de referência que representa a tensão a ser composta pelo inversor FSI em um período de tempo T. Da igualdade das tensões médias, tem-se

$$\mathbf{v}^{*}T = \mathbf{v}_{1}t_{1} + \mathbf{v}_{2}t_{2} + \mathbf{v}_{3}t_{3} + \mathbf{v}_{4}t_{4}$$
(3.38)

com a seguinte restrição para  $t_1, t_2, t_3 \in t_4$ 

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 \tag{3.39}$$

$$t_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4$$
 (3.40)

A questão agora é, dado  $\mathbf{v}_s^* = v_{sd}^{s*} + jv_{sq}^{s*}$  e T como determinar  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  e  $t_4$ ? Para simplificar a manipulação algébrica do problema, considere as seguintes definições  $\mathbf{v}_x = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{so}^* = -\mathbf{v}_3 + \mathbf{v}_{so}^* = v_{xd} + jv_{xq}$  e  $\mathbf{v}_y = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_{so}^* = -\mathbf{v}_4 + \mathbf{v}_{so}^* = v_{yd} + jv_{yq}$ . Substituindo os vetores  $\mathbf{v}_x$  e  $\mathbf{v}_y$  em (3.38) tem-se

$$(\mathbf{v}^* - \mathbf{v}^*_{so})T = \mathbf{v}_x t_{13} + \mathbf{v}_y t_{24} \tag{3.41}$$

 $\operatorname{com} t_{13} = t_1 - t_3 \ e \ t_{24} = t_2 - t_4.$ 

Reescrevendo (3.41) em termos das componentes odq resulta

$$(v_{sd}^{s*} + v_{so}^{s*}/\sqrt{2})T = v_{xd}t_{13} + v_{yd}t_{24}$$
(3.42)

$$(v_{sq}^{s*} + \sqrt{3/2}v_{so}^{s*})T = v_{xq}t_{13} + v_{yq}t_{24}$$
(3.43)

Uma vez que  $v_{xd} = -\sqrt{3/2}E/2$ ,  $v_{xq} = -(3/\sqrt{2})E/2$ ,  $v_{yd} = \sqrt{3/2}E/2$  e  $v_{yq} = -(1/\sqrt{2})E/2$ , é possível determinar  $t_{13}$  e  $t_{24}$  como segue

$$t_{13} = -\frac{1}{\sqrt{6}} \frac{T}{E} (v_{sd}^{s*} + \sqrt{3} v_{sq}^{s*} + 2\sqrt{2} v_{so}^{s*})$$
(3.44)

$$t_{24} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{T}{E} (\sqrt{3} v_{sd}^{s*} - v_{sq}^{s*})$$
(3.45)

O número de equações obtidas para a solução do problema leva a uma indeterminação (três equações (3.39), (3.44) e (3.45), e quatro incógnitas  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  e  $t_4$ ). Para resolver o problema, foi feita a opção de utilizar apenas três dos quatro vetores durante o período de chaveamento, i.e.,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  ou  $t_4$  será nulo. A exemplo do que foi feito na capítulo 2, isto implica na redução da frequência de chaveamento.

A identificação dos vetores que serão utilizados pode ser feita de acordo com um dos critérios apresentados nas tabelas (3.2), (3.3) e (3.4). Desta forma é possível, também, definir três padrões PWM.

Por exemplo, admitindo-se o uso da tabela (3.2), os seguintes passo devem ser obedecidos

i) calcula-se  $t_{13}$  e  $t_{24}$  utilizando (3.44) e (3.45)

ii) testa-se o sinal de  $t_{13}$ 

iii) se for positivo, utilizam-se os vetores  $[v_4, v_1, v_2]$ , fazendo-se  $t_3 = 0$  e  $t_1 = t_{13}$ 

iv) se for negativo, utilizam-se os vetores  $[v_2, v_3, v_4]$ , fazendo-se  $t_1 = 0$  e  $t_3 = -t_{13}$ v) calcule  $t_2$  e  $t_4$  utilizando (3.39) e (3.45), ou seja, no caso em que  $t_{13} > 0$ 

$$t_{2} = (T - t_{1} + t_{24})/2$$
  
$$t_{4} = (T - t_{1} - t_{24})/2$$

Setores	Vetores	Condição
I,IV	$v_4v_1v_2$	$t_{13} > 0$
II,III	v <sub>2</sub> v <sub>3</sub> v <sub>4</sub>	<i>t</i> <sub>13</sub> < 0

Tabela 3.2: Setores definidos pelo sinal de  $t_{13}$ .

Tabela	3.3:	Setores	definidos	pelo	sinal	de	ton.
1	0.0.	0000100	actinado	pero	omu	uc	·24·

Setores	Vetores	Condição
I,II	$v_1v_2v_3$	$t_{24} > 0$
III,IV	v <sub>1</sub> v <sub>4</sub> v <sub>3</sub>	t <sub>24</sub> < 0

e quando  $t_{13} < 0$ 

$$t_2 = (T - t_3 + t_{24})/2$$
  
$$t_4 = (T - t_3 - t_{24})/2.$$

Como se pode observar as tabelas (3.2), (3.3) e (3.4), são idênticas a (2.3), (2.4) e (2.5), respectivamente. Entretanto, no presente sistema, os vetores  $v_1 e v_3$  são maiores do que  $v_2 e v_4$  de uma razão de  $\sqrt{3}$ , enquanto no sistema que considera a alimentação trifásica o par  $v_2 e v_4$  é que são maiores. Logo apesar de idênticas as tabelas não são equivalentes.

Para melhorar a simetria da forma de onda resultante e reduzir a frequência de chaveamento do inversor, pode-se utilizar um esquema de reversão na sequência de aplicação dos vetores. Admitindo que a frequência do inversor é  $f_c = \frac{1}{2T}$  e que os conjuntos de vetores  $[\mathbf{v}_3(t_3), \mathbf{v}_2(t_2), \mathbf{v}_1(t_1)]_T$  e  $[\mathbf{v}_3(t'_3), \mathbf{v}_2(t'_2), \mathbf{v}_1(t'_1)]_T$  devem ser aplicados durante o próximo intervalo de tempo correspondente a 2T. O argumento associado ao vetor de tensão,  $t_1$  em  $\mathbf{v}(t_1)$  por exemplo, indica o intervalo de tempo que o vetor deve permanecer ativo durante o período T. Desta forma, no esquema sem reversão, tem-se para o período 2T

 $[\mathbf{v}_3(t_3), \, \mathbf{v}_2(t_2), \, \mathbf{v}_1(t_1)]_T$ ,  $[\mathbf{v}_3(t_3'), \, \mathbf{v}_2(t_2'), \, \mathbf{v}_1(t_1')]_T$ 

enquanto no esquema com reversão

 $[\mathbf{v}_3(t_3), \, \mathbf{v}_2(t_2), \, \mathbf{v}_1(t_1)]_T \,, \, [\mathbf{v}_1(t_1'), \, \mathbf{v}_2(t_2'), \, \mathbf{v}_3(t_3')]_T \,.$ 

Nas figuras 3.5a e 3.5b encontram-se as formas de onda nas saídas do inversor para as situações onde são considerados os esquemas com e sem reversão, respectivamente.

### Capítulo 3. Máquina com Dois Enrolamentos

Tab	ela 3.4: Se	tores individuais
Setor	Vetores	Condição
A	$v_4v_1v_2$	$t_{13} > 0$ $t_{13} > \left  t_{24} / \sqrt{3} \right $
В	$v_1v_2v_3$	$t_{24} > 0$ $t_{24}/\sqrt{3} \ge  t_{13} $
С	v <sub>2</sub> v <sub>3</sub> v <sub>4</sub>	$ \begin{array}{c} t_{13} < 0 \\ -t_{13} > \left  t_{24} / \sqrt{3} \right  \end{array} $
D	v <sub>1</sub> v <sub>4</sub> v <sub>3</sub>	$t_{24} < 0 \\ -t_{24}/\sqrt{3} \ge  t_{13} $



(a) Com reversão da sequência

(b) Sem reversão da sequência



Mais uma vez, a utilização da abordagem vetorial, pode oferecer expressões mais simples para o cálculo dos tempos de aplicações das chaves.

Na situação em que a fase 3 encontra-se desconectada as tensões instantâneas nas fases da máquina eram dadas por (3.21), (3.22) e (3.21). No caso em que a fase em aberto é a 2, tem-se

$$v_{s1} = q_2 \frac{E}{2} - q_4 \frac{E}{2} = (2q_2 - 1)\frac{E}{2}$$
 (3.46)

$$v_{s2} = \sqrt{3}v_{so}^s - v_{s1} - v_{s3} \tag{3.47}$$

$$v_{s3} = q_1 \frac{E}{2} - q_3 \frac{E}{2} = (2q_1 - 1)\frac{E}{2}$$
 (3.48)

e as expressões que definem os vetores no plano dq são

$$v_{sd}^s = \sqrt{\frac{3}{2}}(2q_2 - 1)\frac{E}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}v_{so}^s \tag{3.49}$$



Figura 3.6: Vetores espaciais no plano dq - abertura da fase 2.

Tabela 3.5: Vetores de tensão no plano dq - abertura da fase 2.

$q_1$	<i>q</i> <sub>2</sub>	$\mathbf{v_i} = v_{sd}^s + jv_{sq}^s$
0	0	$v_1 = E\sqrt{3/2}e^{j2\pi/3} + v_{so}$
1	0	$\mathbf{v}_2 = E/\sqrt{2}e^{-j5\pi/6} + \mathbf{v}_{so}$
1	1	$\mathbf{v}_3 = E\sqrt{3/2}e^{-j\pi/3} + \mathbf{v}_{so}$
0	1	$\mathbf{v}_4 = E/\sqrt{2}e^{j\pi/6} + \mathbf{v}_{so}$

$$v_{sq}^{s} = -\sqrt{2}q_{1}E - \frac{1}{\sqrt{2}}q_{2}E + \frac{3}{2\sqrt{2}}E + \sqrt{\frac{3}{2}}v_{so}^{s}$$
(3.50)

Os vetores resultantes como consequência dos estados das chaves encontram-se descritos na tabela (3.5) e ilustrados na figura 3.6. Se comparados com os da figura 3.2, observa-se que a única desigualdade é uma rotação de 120° no sentido horário.

A determinação das expressões que permitem o calculo dos intervalos de tempo em que os vetores devem permanecer ativos durante um período de chaveamento, segue as mesmas regras utilizadas quando a fase 3 estava desconectada.

Desta forma, pode-se deduzir que os valores de  $t_{13}$  e  $t_{24}$  são calculados pelas expressões (3.51) e (3.52)

$$t_{13} = -\frac{1}{\sqrt{6}} \frac{T}{E} (v_{sd}^{s*} + \sqrt{3} v_{sq}^{s*} - \sqrt{2} v_{so}^{s})$$
(3.51)

$$t_{24} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{T}{E} (\sqrt{3} v_{sd}^{s*} - v_{sq}^{s*} + \sqrt{6} v_{so}^{s}).$$
(3.52)



Figura 3.7: Vetores espaciais no plano dq - abertura da fase 1.

A partir deste ponto, o procedimento para realização do PWM vetorial independe da denominação das fases da máquina, i.é., continuam válidas as tabelas (3.2), (3.3) ou (3.4) para implementação do algoritmo que irá definir as características do PWM. Comparando as expressões (3.44) e (3.45) com (3.51) e (3.52), respectivamente, não é possível constatar nenhuma otimização no tempo de cálculo.

No caso em que a fase desconectada é denominada de fase 1 as tensões nos enrolamentos da máquina serão dadas de acordo com as equações abaixo

$$v_{s1} = \sqrt{3}v_{so}^s - v_{s2} - v_{s3} \tag{3.53}$$

$$v_{s2} = q_1 \frac{L}{2} - q_3 \frac{L}{2} = (2q_1 - 1)\frac{L}{2}$$
 (3.54)

$$v_{s3} = q_2 \frac{E}{2} - q_4 \frac{E}{2} = (2q_2 - 1)\frac{E}{2}$$
 (3.55)

No plano dq, os vetores são mapeados pelas seguintes expressões

$$v_{sd}^{s} = -\sqrt{\frac{3}{2}}E(q_{1}+q_{2}) + \sqrt{\frac{3}{2}}E + \sqrt{2}v_{so}^{s}$$
(3.56)

$$v_{sq}^s = \frac{1}{\sqrt{2}} E(q_1 - q_2)$$
 (3.57)

obtidas aplicando a transformação (1.1) sobre as tensões nas fases da máquina.

Na figura 3.7 encontram-se os quatro vetores decorrentes dos estados das chaves do inversor e na tabela (3.6) eles são descritos analiticamente. Se comparados com os vetores das figuras 3.2 e 3.6, é possível constatar que com relação à primeira os vetores obtidos encontram-se deslocados de 120° no sentido anti-horário e em relação à segunda, o deslocamento é de 120° no sentido horário. Tabela 3.6: Vetores de tensão no plano dq - abertura da fase 1.

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline q_1 & q_2 & \mathbf{v_i} = v_{sd}^s + jv_{sq}^s \\ \hline 0 & 0 & \mathbf{v_1} = E\sqrt{3/2}e^{j0} \\ 1 & 0 & \mathbf{v_2} = E/\sqrt{2}e^{j\pi/2} \\ 1 & 1 & \mathbf{v_3} = E\sqrt{3/2}e^{-j\pi} \\ 0 & 1 & \mathbf{v_4} = E/\sqrt{2}e^{-j\pi/2} \end{array}$$

Utilizando os mesmos argumentos anteriores para o determinação das expressões que permitem realizar o cálculo dos intervalos de tempo de aplicação dos vetores, obtém-se

$$t_{13} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{T}{E} (v_{sd}^{s} - \sqrt{2} v_{so}^{s})$$
(3.58)

$$t_{24} = \sqrt{2} \frac{T}{E} v_{sq}^{s*}. \tag{3.59}$$

Estas expressões se comparadas com (3.44) e (3.45) ou ainda com (3.51) e (3.52), permitem constatar uma simplificação no procedimento de cálculo das variáveis responsáveis pela implementação de um algoritmo para realização do PWM vetorial.

De modo semelhante ao que ocorre com o sistema de alimentação trifásico as expressões que permitem o cálculo de  $t_{13}$  e  $t_{24}$  revelam uma economia em torno de 50% no tempo de computação desta variáveis.

### 3.5 Controle de Corrente

O controle de corrente de uma máquina que opera com uma fase em aberto, apresenta um grau de dificuldade a mais em relação ao funcionamento convencional. O desequilíbrio, normalmente, implica no surgimento de uma corrente homopolar, e consequentemente de uma tensão homopolar. A compensação destas grandezas nem sempre é possível ser realizada, tendo em vista a dependência do conhecimento de  $r_{so}$  e  $l_{so}$  para tal.

Nestes casos, a solução mais imediata é utilizar um controlador contínuo por histerese, figura 3.8, o que pode levar as chaves do inversor a uma frequência elevada de operação.

Para que o inversor possa operar utilizando uma técnica de modulação PWM, normalmente é feita a opção de um controle de corrente utilizando controladores PI. Neste caso o esquema de controle é projetado com base no modelo da máquina dq, [26], [15] e é, normalmente, realizado em um referencial síncrono. A operação sobre gran-


Figura 3.8: Controle das correntes por histerese.



Figura 3.9: Diagrama de bloco genérico do controle de corrente utilizando controladores PI, atuando sobre as grandezas *dq*.

dezas contínuas permite que os controladores possam compensar a força eletromotriz da máquina, e consequentemente levar o erro de corrente a zero.

A operação com uma fase em aberto exige que além da força eletromotriz, seja realizada uma compensação da tensão homopolar,  $v_{so}^{s*}$ . O diagrama de blocos genérico que ilustra o controle de corrente é dado na figura 3.9. O bloco <u>PI síncrono</u> representa um controlador PI que permite levar o erro de corrente a zero. A tensão homopolar de referência é necessária para se obter as tensões de fase compensadas,  $v_{s1}^*$  e  $v_{s2}^*$ . Analiticamente, é possível mostrar que ao invés do controlador compensar  $v_{so}^{s*}$  é possível fazê-lo compensar  $v_{s3}^*$ . Uma vez que

$$v_{so}^{s*} = v_{s1}^* + v_{s2}^* + v_{s3}^*$$

e as fases ativas podem ser expressas em termos das variáveis transformadas, como



Figura 3.10: Controlador PI para as referências em um referencial síncrono.

segue

$$v_{s1}^{\bullet} = \sqrt{\frac{2}{3}} (v_{sd}^{s\bullet} - \frac{1}{\sqrt{2}} v_{so}^{s\bullet}) \qquad e$$
$$v_{s2}^{\bullet} = \sqrt{\frac{2}{3}} (-\frac{1}{2} v_{sd}^{s\bullet} + \frac{\sqrt{3}}{2} v_{sq}^{s\bullet} + \frac{1}{\sqrt{2}} v_{so}^{s\bullet})$$

então

$$v_{so}^{s*} = \frac{1}{\sqrt{2}} v_{sd}^{s*} + \sqrt{\frac{3}{2}} v_{sq}^{s*} + \sqrt{3} v_{s3}^{*}.$$

Deste modo no lugar onde encontra-se indicada a entrada de  $v_{so}^{s*}$ , na figura 3.9, será fornecido o valor de  $\frac{1}{\sqrt{2}}v_{sd}^{s*} + \sqrt{\frac{3}{2}}v_{sq}^{s*}$ , e o controlador deverá ser capaz de compensar o termo  $\sqrt{3}v_{s3}^{*}$ .

No capítulo 2, foram apresentadas duas formulações que permitem levar o erro nas entradas dos controladores para zero. Na aplicação da primeira formulação as grandezas têm que ser transformadas para um referencial síncrono. Na segunda, os controladores atuam sobre as grandezas alternadas [27]. Os diagramas de blocos que descrevem estes controladores aplicados a máquina com dois enrolamentos, encontramse nas figuras 3.10 e 3.11. As relações algébricas entre as entradas e as saídas, nos controladores, para os esquemas apresentados são definidas da seguinte forma:

• Grandezas no referencial síncrono

$$v_{sd}^{e^*} = k_p e_{sd}^e + x_{sd}^e$$

$$s x_{sd}^e = k_i e_{sd}^e$$

$$v_{sq}^{e^*} = k_p e_{sq}^e + x_{sq}^e$$

$$s x_{sq}^e = k_i e_{sq}^e$$

$$(3.61)$$



Figura 3.11: Controlador PI para as referências em um referencial assíncrono.

• Grandezas no referencial estatórico

$$v_{sd}^{s*} = k_p e_{sd}^s + x_{sd}^s$$

$$s x_{sd}^s = k_i e_{sd}^s - \omega_e x_{sq}^s$$

$$v_{sq}^{s*} = k_p e_{sq}^s + x_{sq}^s$$

$$s x_{sq}^s = k_i e_{sq}^s + \omega_e x_{sd}^s$$

$$(3.62)$$

$$(3.63)$$

Baseando-se no desenvolvimento que permite realizar o esquema de controle da figura 3.11, é possível desenvolver novos controladores síncronos para a máquina com dois enrolamentos. Neste caso, as entradas e saídas, são as grandezas das fases ativas e seu equacionamento é baseado nas equações (3.62) e (3.63). Os dois novos controladores destinguem-se pela variável que ele irá compensar, isto é, de forma semelhante ao que foi apresentado anteriormente pode ser que seja necessário compensar os termos homopolares ou da fase em aberto.

Utilizando a transformação que define a relação entre as variáveis  $odq \in 123$  e fazendo uso da condição de contorno que estabelece que  $i_{s3} = 0$ , pode-se reescrever as equações (3.64) e (3.65) em função das variáveis das fases 1 e 2, e ainda, das variáveis homopolares como segue

$$v_{s1}^{s*} = \frac{k_p}{3} \left( 2e_{s1}^s - e_{s2}^s \right) + x_{s1}^s + \frac{1}{\sqrt{3}} \left( v_{so}^{s*} - x_{so} \right)$$

$$sx_{s1}^s = \frac{k_i}{3} \left( 2e_{s1}^s - e_{s2}^s \right) - \frac{\omega_e}{\sqrt{3}} \left( x_{s1}^s + 2x_{s2}^s \right) + \left( sx_{so} + \omega_e x_{so} \right)$$
(3.64)



Figura 3.12: Diagrama de bloco genérico do controle de corrente utilizando controladores PI, atuando sobre as grandezas nas fases.

$$v_{s2}^{s*} = \frac{k_p}{3} \left( 2\epsilon_{s2}^s - \epsilon_{s1}^s \right) + x_{s2}^s + \frac{1}{\sqrt{3}} \left( v_{so} - x_{so} \right)$$

$$sx_{s2}^s = \frac{k_i}{3} \left( 2\epsilon_{s2}^s - \epsilon_{s1}^s \right) + \frac{\omega_e}{\sqrt{3}} \left( x_{s2}^s + 2x_{s1}^s \right) + \left( sx_{so} - \omega_e x_{so} \right).$$
(3.65)

Se ao invés das grandezas homopolares, é feita a opção pela compensação da variável da fase desconectada, tem-se

$$v_{s1}^{s*} = k_{p}e_{s1}^{s} + x_{s1}^{s} + (v_{s3}^{s*} - x_{s3}^{s})$$

$$sx_{s1}^{s} = k_{i}e_{s1}^{s} + \frac{\omega_{e}}{\sqrt{3}}(x_{s1}^{s} - 2x_{s2}^{s}) + (sx_{s3}^{s} + \omega_{e}x_{s3}^{s})$$

$$v_{s2}^{s*} = k_{p}e_{s2}^{s} + x_{s2}^{s} + (v_{s3}^{s*} - x_{s3}^{s})$$

$$sx_{s2}^{s} = k_{i}e_{s2}^{s} - \frac{\omega_{e}}{\sqrt{3}}(x_{s2}^{s} - 2x_{s1}^{s}) + (sx_{s3}^{s} - \omega_{e}x_{s3}^{s})$$

$$(3.66)$$

$$(3.67)$$

O diagrama de blocos, genérico que descreve o controle de corrente, síncrono, utilizando as variáveis das fases ativas da máquina é ilustrado na figura 3.12. Independentemente de qual esquema de controle seja utilizado, figura 3.9 ou 3.12, pode-se mostrar que o resultado é o mesmo, desde que seja considerado a compensação da mesma variável  $(v_{so}^{s*} \text{ ou } v_{s3}^{*})$ .

No caso onde se considera possível fornecer o valor de  $v_{so}^{s*}$ , o controle de corrente é tão eficiente como o realizado em uma máquina trifásica que opera sob condições equilibrada. A forma mais simples de obter as grandezas homopolares de referência, é a utilização das condições de contorno, de forma a satisfazer a seguinte formulação

$$\begin{aligned} i_{so}^{s} &= f\left(i_{sd}^{s}, i_{sq}^{s}\right) \\ v_{so}^{s} &= r_{so}i_{so}^{s} + l_{so}\frac{di_{so}^{s}}{dt} \end{aligned}$$

Encontram-se abaixo as diferentes expressões de  $i_{so}^{s*}$  e  $\frac{di_{so}^{s*}}{dt}$ , para os três possíveis casos:

Fase 1 em aberto

$$\frac{i_{so}^{s*}}{\frac{di_{so}^{s*}}{dt}} = -\sqrt{2}i_{sq}^{s*}$$

Fase 2 em aberto

$$i_{so}^{s*} = \frac{1}{\sqrt{2}}i_{sd}^{s*} - \sqrt{\frac{3}{2}}i_{sq}^{s*}$$
$$\frac{di_{so}^{s*}}{dt} = -\frac{1}{\sqrt{2}}i_{sq}^{s*} - \sqrt{\frac{3}{2}}i_{sd}^{s*}$$

Fase 3 em aberto

$$i_{so}^{s} = \frac{1}{\sqrt{2}}i_{sd}^{s} + \sqrt{\frac{3}{2}}i_{sq}^{s}$$

$$\frac{di_{so}^{s}}{dt} = -\frac{1}{\sqrt{2}}i_{sq}^{s} + \sqrt{\frac{3}{2}}i_{sd}^{s}$$

Como se pode perceber, a maior dificuldade encontra-se em determinar os parâmetros homopolares,  $r_{so}$  e  $l_{so}$  para que se possa fornecer o valor correto de  $v_{so}^{s*}$ , no momento de calcular as tensões nas fases ativas.

## 3.6 Resultados de Simulações

Os resultados de simulações foram obtidos utilizando-se um programa em linguagem C, dedicado a resolução numérica das equações de uma máquina trifásica com uma fase em aberto. Os resultados permitem uma melhor avaliação do sistema composto por um inversor com dois braços e uma máquina com dois enrolamentos. Em princípio, se faz necessário observar os efeitos das componentes homopolares com respeito ao funcionamento do sistema.

#### 3.6.1 Influência das Componentes Homopolares

Na análise proposta, considere a situação onde a fase 3 está desconectada e a máquina ativa dq necessita funcionar obedecendo as mesmas condições de funcionamento quando a alimentação é trifásica e balanceada. Para o problema proposto, expandindo a equação (3.15), é possível mostrar que:

$$v_{so}^{s} = \sqrt{2}I_{s}\sqrt{r_{so}^{2} + (\omega_{s}l_{so})^{2}}\cos\left(\omega_{s}t - \phi - \frac{\pi}{3} + \arctan\left(\frac{\omega_{s}l_{so}}{r_{so}}\right)\right)$$

onde,

 $\phi \rightarrow$  defasagem entre das correntes dq com relação as tensões dq

 $I_s \rightarrow$  Amplitude da corrente de eixo d e/ou q.

Como consequência, temos que as tensões nas fases 123 são dadas por:

$$v_{s1} = \sqrt{\frac{2}{3}} V_s \cos(\omega_s t) + \frac{1}{\sqrt{3}} V_{so} \cos(\omega_s t + \phi_o)$$
  

$$v_{s2} = \sqrt{\frac{2}{3}} V_s \cos(\omega_s t - \frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{\sqrt{3}} V_{so} \cos(\omega_s t + \phi_o)$$
  

$$v_{s3} = \sqrt{\frac{2}{3}} V_s \cos(\omega_s t + \frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{\sqrt{3}} V_{so} \cos(\omega_s t + \phi_o)$$

Reorganizando estas últimas três equações, obtém-se

$$v_{s1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\left(V_s + \frac{V_{so}}{\sqrt{2}}\cos\phi_o\right)^2 + \left(V_{so}\sin\phi_o\right)^2}\cos\left(\omega_s t + \phi_1\right)$$

onde

$$\phi_1 = \arctan\left(\frac{V_{so}\sin\phi_o}{V_s + \frac{V_{so}}{\sqrt{2}}\cos\phi_o}\right)$$

$$v_{s2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\left(V_s + \frac{V_{so}}{\sqrt{2}} \cos\left(\phi_o + \frac{2\pi}{3}\right)\right)^2 + \left(V_{so} \sin\left(\phi_o + \frac{2\pi}{3}\right)\right)^2} \cos\left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3} + \phi_2\right)}$$

onde

$$\phi_2 = \arctan\left(\frac{V_{so}\sin\left(\phi_o + \frac{2\pi}{3}\right)}{V_s + \frac{V_{so}}{\sqrt{2}}\cos\left(\phi_o + \frac{2\pi}{3}\right)}\right)$$

$$v_{s3} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\left(V_s + \frac{V_{so}}{\sqrt{2}} \cos\left(\phi_o - \frac{2\pi}{3}\right)\right)^2 + \left(V_{so} \sin\left(\phi_o - \frac{2\pi}{3}\right)\right)^2} \cos\left(\omega_s t + \frac{2\pi}{3} + \phi_3\right)$$

onde

$$\phi_3 = \arctan\left(\frac{V_{so}\sin\left(\phi_o - \frac{2\pi}{3}\right)}{V_s + \frac{V_{so}}{\sqrt{2}}\cos\left(\phi_o - \frac{2\pi}{3}\right)}\right)$$

Observando-se que as duas variáveis finais da perturbação são  $V_{so}$  e  $\phi_o$ , é possível ter uma idéia de como as tensões de fase variam em função destas. Ou seja é possível definir duas funções:  $v_{si} = f(V_{so}, \phi_o)$  e  $\phi_i = g(V_{so}, \phi_o)$ , com i = 1, 2, 3, para que seja possível observar os efeitos de cada uma das variáveis,  $V_{so}$  e  $\phi_o$ .

Inicialmente  $\phi_o$  foi considerado constante enquanto  $V_{so}$  variava. Nas figuras 3.13 e 3.14 são considerados três possíveis valores de  $\phi_o$ . Em 3.13 encontram-se as variações nas amplitudes das tensões nas fases, em p.u., como função da amplitude de  $v_{so}^s$ . Em 3.14 encontram-se as defasagens adicionais nas fases, como função da amplitude de  $v_{so}^s$ , para três possíveis valores de  $\phi_o$ .

Em uma outra situação, fez-se variar  $\phi_o$  enquanto  $v_{so}^s$  era mantido fixo. Os resultados estão ilustrados nas figuras 3.15 e 3.16. A exemplo do que foi feito anteriormente, foram consideradas três possíveis condições de  $v_{so}^s$ .

Como se pode constatar, a presença das grandezas homopolares alteram de maneira significativa o funcionamento da máquina. Como não podia deixar de ser as estratégias PWM também sofrem influências. Os resultados relativos aos padrões PWM sinalizados no texto são apresentados a seguir.

### 3.6.2 Padrões PWM

A exemplo do que aconteceu com o sistema descrito no capítulo 2, os vetores de tensões disponíveis no plano dq, para compor uma referência de tensão possuem amplitudes diferentes. No presente caso, a situação é mais complexa que a anterior, devido a presença da componente homopolar não nula. Todavia, pode-se idealizar uma máquina trifásica que mesmo operando com uma fase desconectada do sistema possui um valor nulo para tensão  $v_{so}^s$ . Neste caso os parâmetros  $r_{so}$  e  $l_{so}$  são nulos e a avaliação dos padrões PWM é facilitada. Na figura 3.17 encontram-se ilustrados os vetores de corrente resultantes para cada um dos padrões propostos nas tabelas (3.2), (3.3) e (3.4). As simulações foram realizadas considerando uma frequência de chaveamento de 2, 5kHz e índice de modulação m = 0.8 sendo a frequência da fonte de 50Hz.

No caso onde a abordagem escalar é utilizada, pode-se mostrar utilizando a equivalência com a vetorial, que trata-se da utilização das tabelas (3.2) e (3.3).

Como o mapeamento no plano dq é proporcional as componentes nas fases é natural que a depender de qual fase encontre-se aberta as componentes de eixo d e q sejam diferentes. Este mesmo comportamento foi observado na análise da máquina trifásica com uma das fases conectadas ao neutro capacitivo (capítulo 2), onde a denominação das fases resulta em um mapeamento modificado para o plano dq.

Como exemplo da influência da denominação das fases na figura 3.18 são mostrados os vetores de tensão considerando as diferentes possibilidades de abertura de uma das fases. Os vetores foram obtidos em simulações onde o termo  $v_{so}^{s*} \neq 0$  era considerado conhecido.





(b)  $\phi_o = -60^\circ$ .



(c)  $\phi_o = -55^o$ 

Figura 3.13: Desvio em amplitude das tensões nos terminais da máquina em função de  $v_{so}$  e  $\phi_o$ ,  $\phi_o = cte$ .



(c)  $\phi_o = -55^o$ 







(c)  $V_{so} = 0.25 p.u.$ 

Figura 3.15: Desvio em amplitude das tensões nos terminais da máquina em função de  $v_{so} \in \phi_o, v_{so} = cte$ .





(b)  $V_{so} = 0.20 p.u.$ 



(c)  $V_{so} = 0.25 p.u.$ 

Figura 3.16: Defasagem adicional das tensões nos terminais da máquina em função de  $v_{so}$  e  $\phi_o$ ,  $V_{so} = cte$ .



(a) Teste de  $t_{13}$ .

(b) Teste de  $t_{24}$ .



(c) Teste de t<sub>13</sub> e t<sub>24</sub>

Figura 3.17: Vetores de corrente no plano dq para as diferentes sequências de aplicação dos vetores.



(c) Abertura da fase 1.

Figura 3.18: Vetores de tesão no plano dq para as diferentes denominações da fase desconectada.





#### 3.6.3 Análise Harmônica das Tensões

Uma vez que os vetores de tensão  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$  e  $v_4$  encontram-se dispostos de um modo distinto no plano dq, dependendo da denominação das fases da máquina, a análise harmônica das tensões resultante dos padrões PWM propostos são apresentadas em termos vetoriais.

Para cada um dos casos foi computado o valor da distorção harmônica total (THD), para cada um dos eixos, utilizando a equação

$$THD_{x} = \sqrt{\frac{V_{RMS}^{2} - V_{RMS1}^{2}}{V_{RMS1}^{2}}}$$
(3.68)

onde:

x : eixo para o qual está sendo realizado o cálculo (x = d ou x = q);

 $V_{RMS}$ : é a tensão eficaz total no eixo x;

 $V_{RMS1}$ : é a tensão eficaz da componente fundamental do eixo x.

Em seguida, foi calculado o valor da distorção sobre o vetor de tensão resultante, como segue

$$THD_{\mathbf{v}} = \sqrt{THD_{d}^{2} + THD_{g}^{2}}.$$
 (3.69)

Na figura 3.19 encontram-se ilustrados os valores de distorção para as três estratégias diferentes de modulação, quando  $v_{so}^s = 0$ .



Figura 3.20: Controle de corrente por histerese.

### 3.6.4 Controle de Corrente

O controle de corrente de uma máquina com dois enrolamentos, alimentada por um inversor do tipo FSI foi implementado considerando basicamente duas estratégias: controle por histerese e controle PI.

No primeiro caso, os resultados tendem a se aproximar de uma fonte de corrente ideal sempre que a faixa de histerese é reduzida, o que eleva a frequência de operação das chaves do inversor. No sistema implementado, a grande vantagem do controle por histerese é que o conhecimento das grandezas homopolares não é necessário. Os resultados obtidos encontram-se na figura 3.20, onde as correntes obtidas no plano dqencontram-se sobrepostas as respectivas correntes de referência.

A realização do controle PI obteve melhores resultados quando as grandezas controladas eram contínuas, referencial síncrono. Nestes termos foram consideradas três situações:

- $v_{so}^{s*}$  é conhecido e pode ser utilizado nas equações do PWM
- $v_{so}^{s=}$  é desconhecido e espera-se que o controlador seja capaz de compensá-lo
- v<sup>s\*</sup><sub>so</sub> é desconhecido e espera-se que o controlador seja capaz de compensar a tensão da fase aberta.

Nas figuras 3.21a, 3.21b e 3.21c encontram-se os resultados para os casos propostos, utilizando-se uma frequência de 10kHz para realização do PWM. Como era de se esperar, o pior caso ocorre quando o controlador tem que compensar a tensão de fase. O melhor caso ocorre quando  $v_{so}^{su}$  é conhecido.



(a)  $v_{so}^{s*}$  conhecido.

(b) Compensação de  $v_{so}^{s*}$ .



(c) Compensação da fase aberta.

Figura 3.21: Controle de corrente utilizando controladores PI. (a)  $v_{so}^{s*}$  fornecido. (b) compensação de  $v_{so}^{s*}$  e (c) compensação da tensão da fase aberta.

# 3.7 Resultados Experimentais

Os ensaios realizados obedecem aos mesmos padrões dos realizados no capítulo 2. As situações testadas foram: (1) partida da máquina suave utilizando um sistema V/Hz— Máquina B, (2) controle de corrente com inversão no sentido de rotação da máquina — Máquina B e (3) controle de corrente sujeito a um degrau de corrente — Máquina C.

No primeiro caso, a componente de tensão homopolar foi considerada nula para o cálculo das referências. Admitindo-se que a fase 3 encontra-se em aberto as referências a serem sintetizadas pelo inversor são

$$v_{s1}^{\star} = mV_{sm}\cos\omega_s t$$
  
$$v_{s2}^{\star} = mV_{sm}\cos(\omega_s t - \frac{2\pi}{3})$$

onde  $V_{sm} = \frac{1}{2}E$ , e *m* é o índice de modulação sendo *E* a tensão do barramento CC. Na situação onde o inversor possui três braços tem-se  $V_{sm} = E/\sqrt{3}$ .

No plano dq as tensões são dadas por

$$v_{sd}^{s=} = mV_s \cos \omega_s t$$
$$v_{sq}^{s=} = mV_s \sin \omega_s t$$

onde  $V_s = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}E$ .

Admitindo-se um tempo de partida de 3s, fez-se a frequência  $f_s$  variar de 10 a 50Hzmantendo a razão  $\frac{mV_s}{f_s} = ct\epsilon$ . As curvas da velocidade da máquina, da amplitude do vetor de tensão sintetizado no plano dq e a curva que descreve a razão V/Hz encontramse na figura 3.22. Caso fosse utilizada a estrutura com três braços a amplitude do vetor de tensão seria aumentada por um fator de  $2/\sqrt{3}$ .

Os resultados que mostram a viabilidade do controle de corrente encontram-se nas figuras 3.23 e 3.24.

No primeiro caso, foi dada a partida utilizando um controlador PI impondo uma corrente na frequência de 20Hz. Alguns segundos após atingir o regime permanente, é realizada a inversão no sentido de rotação da máquina. As etapas do ensaio podem ser visualizadas na figura 3.23, onde se encontram-se ilustradas as curvas de amplitude do vetor de tensão dadas pelos controladores, a curva de velocidade e as curvas de corrente.

No terceiro ensaio, utilizando-se uma outra máquina (máquina II), foi realizado o controle de corrente impondo um degrau nas amplitudes das correntes de referência. O resultado encontra-se na figura 3.24. Se comparado com o mesmo ensaio, capítulo



### (a) Velocidade da máquina.

(b) Módulo da tensão de referência.



(c) Tensão x frequência.

Figura 3.22: Partida suave mantendo a razão V/Hz constante.







Figura 3.24: Controle de corrente com degrau na amplitude da referência.

2, é possível observar um erro mais acentuado. Este erro é consequência de assumir  $v_{so}^{s*} = 0$ , deixando que o controlador compense este termo.

## 3.8 Conclusões

As considerações feitas a cerca do funcionamento da máquina com dois enrolamentos têm um duplo propósito, baixo custo e robustez. Ao contrário do sistema estudado no capítulo 2, a operação com uma fase em aberto caracteriza um desequilíbrio, devido a presença das grandezas homopolares.

A conexão do neutro da máquina ao neutro capacitivo permite uma análise direta da operação (PWM) do inversor. O grande problema reside em determinar as tensões de referência para que a máquina tenha um funcionamento equilibrado.

Os resultados simulações permitiram determinar a estratégia de modulação que implica em um conteúdo harmônico menor e comprovou que na realização do controle de corrente a compensação de  $v_{so}^s$  permite obter um desempenho melhor do que a compensação da tensão da fase aberta.

Para o sistema possa operar de forma equivalente a um inversor com três braços a tensão no barramento CC deve ser, pelo menos,  $2/\sqrt{3}$  maior.

# Capítulo 4

# Máquina Bifásica

## 4.1 Introdução

Na literatura não é muito comum encontrar estudos relacionados às máquinas bifásicas. Apesar disto, ao longo dos anos, alguns autores têm apresentado trabalhos que envolvem máquinas bifásicas, [28], [29], [11], [30], [7], [10], [31] e [32]. Provavelmente isto ocorre devido a indisponibilidade de um sistema bifásico, o que torna sua utilização inviável. Entretanto, deve-se lembrar que a maioria das estratégias de controle para as máquinas trifásicas são desenvolvidas com base nas equações de uma máquina bifásica, equivalente a trifásica primitiva. Além disto o estudo da máquina bifásica serve de suporte para a máquina monofásica, uma vez que esta pode ser considerada uma máquina bifásica assimétrica.

Neste capítulo, a máquina bifásica simétrica será utilizada para compor um sistema de baixo custo juntamente com o conversor dotado de dois braços, na figura 4.1. A



Figura 4.1: Sistema de acionamento utilizando um inversor FSI e uma máquina bifásica simétrica.

#### Capítulo 4. Máquina Bifásica

máquina em questão, possui enrolamentos estatóricos idênticos, dispostos a 90° elétricos e com distribuição senoidal do fluxo magnético. Considerações estas comum no estudo das máquinas trifásicas.

Apesar de uma certa indisponibilidade comercial, a máquina bifásica não pode ser considerada como ausente, afinal de contas as máquinas monofásicas com enrolamentos idênticos, disponíveis no mercado, podem ser consideradas como tal.

Na sequência, serão apresentados o modelo da máquina, as características de funcionamento do inversor, e o equacionamento irá definir a modulação por largura de pulso escalar e vetorial. Alguns resultados de simulações e experimentais são apresentados para ilustrar o funcionamento do sistema.

## 4.2 Modelo da Máquina

No estudo das máquinas trifásicas é bastante comum a utilização de tranformações de variáveis que permitem obter relações mais simples do que aquelas existentes entre as variáveis reais. Via de regra, a máquina é representada por uma máquina bifásica equivalente. Em se tratando de uma máquina originalmente bifásica, nada impede o uso de tranformações que ofereçam uma relação mais simples entre suas grandezas, entretanto, o modelo resultante continua sendo bifásico.

Diante disto, pode-se mostrar que as equações que descrevem a máquina bifásica em um referencial genérico, indicado pelo sobrescrito g, são as mesmas obtidas, para uma máquina trifásica, ou seja

$$\begin{bmatrix} v_{sd}^g \\ v_{sq}^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & 0 \\ 0 & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^g \\ i_{sq}^g \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sd}^g \\ \phi_{sq}^g \end{bmatrix} + \omega_d \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{sd}^g \\ \phi_{sq}^g \end{bmatrix}$$
(4.1)
$$\begin{bmatrix} v_{rd}^g \\ v_{rd}^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd}^g \\ i_{rd}^g \end{bmatrix} + d \begin{bmatrix} \phi_{rd}^g \\ \phi_{rd}^g \end{bmatrix} + (\omega_r) \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{rd}^g \\ \phi_{rd}^g \end{bmatrix}$$
(4.1)

$$\begin{bmatrix} v_{\tau d}^{g} \\ v_{\tau q}^{g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{\tau} & 0 \\ 0 & r_{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\tau d}^{g} \\ i_{\tau q}^{g} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{\tau d}^{g} \\ \phi_{\tau q}^{g} \end{bmatrix} + (\omega_{d} - \omega_{\tau}) \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{\tau d} \\ \phi_{\tau q}^{g} \end{bmatrix} (4.2)$$

$$\begin{pmatrix} \phi_{sd}^{g} \\ \phi_{sq}^{g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{s} & 0 \\ 0 & l_{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^{g} \\ i_{sq}^{g} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{sr} & 0 \\ 0 & m_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd}^{g} \\ i_{rq}^{g} \end{bmatrix}$$
(4.3)

$$\begin{bmatrix} \phi_{rd}^{g} \\ \phi_{rg}^{g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{r} & 0 \\ 0 & l_{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd}^{g} \\ i_{rg}^{g} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{sr} & 0 \\ 0 & m_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^{g} \\ i_{sq}^{g} \end{bmatrix}$$
(4.4)

onde

- rs: resistência do enrolamento estatórico
- r<sub>r</sub> : resistência do enrolamento rotórico
- *ls*: indutância própria do enrolamento estatórico
- l<sub>r</sub>: indutância própria do enrolamento rotórico
- $m_{sr}$ : indutância mútua entre as bobinas do rotor e do estator
- $\omega_d$ : frequência angular do sistema de eixo dq

Fazendo g = s, ou seja, situando o sistema dq no referencial estatórico ( $\omega_d = 0$ ), valem as seguintes igualdades:

 $v_{s1} = v_{sd}^{s}$  $v_{s2} = v_{sq}^{s}$  $i_{s1} = i_{sd}^{s}$  $i_{s2} = i_{sq}^{s}$ 

Uma outra forma de obter o conjunto de equações que descrevem este tipo de máquina é utilizando a teoria dos campos cruzados, aplicada aos motores monofásicos (capítulo 5).

A operação da máquina bifásica no sistema descrito na figura 4.1, requer portanto que as tensões aplicadas sobre seus enrolamentos estejam defasadas de 90°. Tendo em vista que os braços do inversor operam de forma independente sobre as fases da máquina é de se esperar que o conjunto de equações que irão definir as estratégias PWM sejam bastante simples. Antes disto, é conveniente que sejam definidos os vetores de tensão disponíveis para realização do PWM vetorial.

### 4.3 Análise dos Vetores Espaciais

Com os estados das chaves do inversor associados aos valores binários '1' e '0', onde  $q_i = 1$  indica que a chave conduz e  $q_i = 0$  indica que esta bloqueada, i = 1, ..., 4. E ainda, observando que os pares de chaves nos braços são complementares ( $q_3 = 1 - q_1$  e  $q_4 = 1 - q_2$ ), é possível definir as expressões que descrevem as tensões instantâneas nos enrolamentos da máquina, como seque

$$v_{s1} = q_1 \frac{E}{2} - q_3 \frac{E}{2} = (2q_1 - 1)\frac{E}{2}$$
 (4.5)

$$v_{s2} = q_2 \frac{E}{2} - q_4 \frac{E}{2} = (2q_2 - 1)\frac{E}{2}$$
 (4.6)

Uma vez que no referencial estatórico,  $v_{sd}^s = v_{s1}$  e  $v_{sq}^s = v_{s2}$ , então pode-se escrever

$$v_{sd}^s = (2q_1 - 1)\frac{E}{2} \tag{4.7}$$







Figura 4.2: Vetores espaciais no plano dq.

$$v_{sq}^{s} = (2q_{2} - 1)\frac{E}{2}$$
(4.8)

Em consequência dos possíveis estados que as chaves assumem no inversor, são gerados quatro vetores distintos. Na tabela (4.1) os vetores encontram-se descritos analiticamente e na figura 4.2, é possível observar a disposição destes no plano dq. Como se pode perceber, os vetores adjacentes encontram-se defasados de  $\frac{\pi}{2}$ , dividindo o plano dq em quatro setores, denominados de setores I, II, III e IV. Nota-se ainda que os vetores  $\mathbf{v}_1 \in \mathbf{v}_3$  são opostos, bem como  $\mathbf{v}_2 \in \mathbf{v}_4$ , isto é,  $\mathbf{v}_1 = -\mathbf{v}_3 \in \mathbf{v}_2 = -\mathbf{v}_4$ .

Diferentemente das configurações descritas nos capítulos 2 e 3 os vetores possuem a mesma amplitude.

## 4.4 Modulação PWM

A alimentação da máquina bifásica por meio do inversor FSI pode ser realizada de forma mais simples que as demais configurações tratadas anteriormente. Isto porque as tensões nos braços do inversor correspondem, exatamente, a tensão sobre as bobinas da máquina, sem falar que uma alteração na denominação das fases da máquina não altera o conjunto de equações que definem a estratégia de modulação.



Figura 4.3: Tensões nas saídas do inversor.

Uma vez que uma máquina monofásica dotada de dois enrolamentos pode ser considerada como sendo uma máquina bifásica assimétrica, as estratégias PWM desenvolvidas neste capítulo se prestam para o estudo do sistema tratado no capítulo 5.

### 4.4.1 PWM Escalar

De acordo com os princípios PWM a tensão na saída do inversor, em um determinado intervalo de tempo T, deve possuir um valor médio igual a uma dada referência. As formas de onda típicas nas saídas do inversor utilizado encontram-se na figura 4.3. Uma vez que as tensões nas saídas do inversor correspondem às tensões aplicadas sobre os enrolamentos da máquina, pode-se calcular o tempo de condução das chaves como segue:

$$\tau_1 = \frac{T}{2} + \frac{T}{E} v_{s1}^* \tag{4.9}$$

$$\tau_2 = \frac{T}{2} + \frac{T}{E} v_{s2}^* \tag{4.10}$$

Neste caso, deve-se observar que  $v_{s1}^* = v_{sd}^{s*}$  e  $v_{s2}^* = v_{sq}^{s*}$ , o que implica que o cálculo de  $\tau_1$  e  $\tau_2$  pode ser realizado pela mesma expressão independentemente de se utilizar as variáveis transformadas. Este fato que não ocorria nos sistemas anteriores.

#### 4.4.2 PWM Vetorial

Admitindo-se que é desejável gerar um vetor de tensão  $\mathbf{v}^*$ ,  $\mathbf{v}^* = v_{sd}^{s*} + jv_{sq}^{s*}$ , com o inversor FSI em um período de tempo T, se faz necessário deteminar o tempo de aplicação dos vetores  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}_2$ ,  $\mathbf{v}_3$  e  $\mathbf{v}_4$  de forma a satisfazer a seguinte igualdade

$$\mathbf{v}^* T = \mathbf{v}_1 t_1 + \mathbf{v}_2 t_2 + \mathbf{v}_3 t_3 + \mathbf{v}_4 t_4 \tag{4.11}$$

com a seguinte restrição para  $t_1, t_2, t_3 \in t_4$ 

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 \tag{4.12}$$

$$t_i \ge 0, \quad i = 1, \dots, 4$$
 (4.13)

Setores	Vetores	Condição
I,II	$v_1v_2v_3$	$t_{24} > 0$
III,IV	$v_1v_4v_3$	$t_{24} < 0$

Tabela 4.2: Setores definidos pelo sinal de  $t_{24}$ .

Uma vez que  $v_3 = -v_1 e v_4 = -v_2$ , é possível reescrever a equação (4.11) como se segue

$$\mathbf{v}^* T = \mathbf{v}_1 t_{13} + \mathbf{v}_2 t_{24} \tag{4.14}$$

onde  $t_{13} = t_1 - t_3$  e  $t_{24} = t_2 - t_4$ . Utilizando-se a tabela (2.1), onde ficou demonstrado que  $\mathbf{v}_1 = -\frac{E}{2} - j\frac{E}{2}$  e  $\mathbf{v}_2 = \frac{E}{2} - j\frac{E}{2}$ , é possível decompor a equação acima segundo as variáveis de eixo d e eixo q.

$$v_{sd}^{s=}T = -\frac{E}{2}t_{13} + \frac{E}{2}t_{24}$$
(4.15)

$$v_{sq}^{s*}T = -\frac{E}{2}t_{13} - \frac{E}{2}t_{24}$$
(4.16)

Resolvendo-se o sistrema resultante é possível determinar  $t_{13}$  e  $t_{24}$  como se segue

$$t_{13} = -\frac{T}{E}(v_{sd}^{s*} + v_{sq}^{s*}) \tag{4.17}$$

$$t_{24} = \frac{T}{E} (v_{sd}^{s*} - v_{sq}^{s*})$$
(4.18)

Mais uma vez, para realizar o cálculo de  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  e  $t_4$  é utilizado um algoritmo onde um dos intervalos ( $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  ou  $t_4$ ) é nulo. Desta forma, a frequência de operação das chaves é reduzida e o cálculo dos demais intervalos de tempo pode ser realizado utilizando as equações (4.12), (4.17) e (4.18).

Uma vez que os vetores de tensão decorrentes dos estados das chaves apresentam a mesma amplitude, as tabelas que definem os vetores ativos nos esquemas anteriores, (tabelas (2.3), (2.4), (2.5), (3.2), (3.3) e (3.4)), podem ser representadas por uma das tabela entre as citadas, mesmo levando em conta que os setores I, II. III, IV são geometricamente distintos dos setores  $A, B, C \in D$ .

Diante disto, considere a tabela (4.2) como parte do algoritmo que realiza o cálculo do tempo de aplicação dos vetores.

O procedimento de cálculo pode ser descrito como se segue:

i) calcula-se  $t_{13}$  e  $t_{24}$  utilizando (4.17) e (4.18)

ii) testa-se o sinal de  $t_{24}$ 

iii) se for positivo, utiliza-se os vetores  $[v_1, v_2, v_3]$ , fazendo-se  $t_4 = 0$  e  $t_2 = t_{24}$ 

iv) se for negativo, utiliza-se os vetores  $[v_1, v_4, v_3]$ , fazendo-se  $t_2 = 0$  e  $t_4 = -t_{24}$ 

v) calcule  $t_1$  e  $t_3$  utilizando (4.12) e (4.18), ou seja, no caso em que  $t_{24} > 0$ 

$$t_1 = (T - t_2 + t_{13})/2$$
  
$$t_3 = (T - t_2 - t_{13})/2$$

e quando  $t_{24} < 0$ 

$$t_1 = (T - t_4 + t_{13})/2$$
  
$$t_3 = (T - t_4 - t_{13})/2.$$

Assim como nos esquemas anteriores a simetria da forma de onda resultante e redução da frequência de chaveamento do inversor, pode ser alcançada utilizando um esquema de reversão na sequência de aplicação dos vetores. Considere que a frequência do inversor é  $f_c = \frac{1}{2T}$  e que os conjuntos de vetores  $[\mathbf{v}_3(t_3), \mathbf{v}_2(t_2), \mathbf{v}_1(t_1)]_T$ e  $[\mathbf{v}_3(t'_3), \mathbf{v}_2(t'_2), \mathbf{v}_1(t'_1)]_T$  devem ser aplicados durante o próximo intervalo de tempo correspondente a 2T. O argumento associado ao vetor de tensão, por exemplo,  $t_1$  em  $\mathbf{v}(t_1)$  indica o intervalo de tempo que o vetor deve permanecer ativo durante o período T. Desta forma, no esquema sem reversão, tem-se para o período 2T

$$[\mathbf{v}_3(t_3), \, \mathbf{v}_2(t_2), \, \mathbf{v}_1(t_1)]_T \,, \, [\mathbf{v}_3(t_3'), \, \mathbf{v}_2(t_2'), \, \mathbf{v}_1(t_1')]_T$$

enquanto no esquema com reversão

$$[\mathbf{v}_3(t_3), \, \mathbf{v}_2(t_2), \, \mathbf{v}_1(t_1)]_T \,, \, [\mathbf{v}_1(t_1'), \, \mathbf{v}_2(t_2'), \, \mathbf{v}_3(t_3')]_T \,.$$

Nas figuras 4.4a e 4.4b encontram-se as formas de onda nas saídas do inversor para as situações onde são considerados os esquemas com e sem reversão, respectivamente.

### 4.5 Controle de Corrente

Para realização do controle de corrente da máquina bifásica foram consideradas duas estratégias: controle por histerese e uso de controladores PI. Os diagramas de blocos que ilustram as estratégias de controle encontram-se nas figuras 4.5 e 4.6.

A utilização dos controladores PI em nada difere da implementação realizada para uma máquina trifásica, exceto a ausência dos blocos que realizam as transformação das variáveis 123 para *odq* e vice-versa. Isto se justifica pelo fato de  $v_{s1} = v_{sd}^s$ ,  $v_{s2} = v_{sq}^s$ ,  $i_{s1} = i_{sd}^s$  e  $i_{s2} = i_{sq}^s$ . A transformação que permite realizar o controle sobre grandezas contínuas não sofre nenhuma modificação. Portanto, o controle pode ser realizado no referencial mais adequado, ou seja referencial síncrono, garantindo um erro nulo na entrada do controlador devido a ação do integrador.



(a) Com reversão da sequência

(b) Sem reversão da sequência





Figura 4.5: Controle das correntes por histerese.



Figura 4.6: Controlador PI atuando sobre grandezas contínuas.



Figura 4.7: Vetores de corrente no plano dq.

## 4.6 Resultados de Simulações

Não fosse o fato da alimentação da máquina ser realizada com um inversor do tipo FSI, os resultados de simulações poderiam ser descartados uma vez que a análise da máquina trifásica é baseada em uma máquina bifásica equivalente. Diante disto os resultados das simulações digitais tem por objetivo caracterizar o funcionamento em regime permanente da máquina alimentada por um inversor com dois braços. Com relação aos resultados do controle de corrente, serão apresentados apenas os experimentais.

De acordo com o resultado da análise dos vetores espaciais e o desenvolvimento das estratégias PWM, existe apenas um padrão de modulação a ser aplicado. A justificativa reside no fato dos vetores de tensão ter a mesma amplitude. Vale a pena lembrar que os padrões definidos para os demais esquemas era uma função da diferença de amplitudes existente entre os vetores. Obviamente, o padrão determinado aqui não é único. Entretanto, sob o ponto de vista vetorial podem vir a ser redundantes.

O que foi dito acima é melhor ilustrado pela figura 4.7. Na figura, temos o vetor da corrente estatórica i, sobreposto a trajetória ideal, obtida utilizando uma fonte de tensão também ideal. Para a fonte modulada foi considerada uma frequência de 2.5kHz operando com um índice de modulação igual a 0.8. A frequência considerada para a referência foi de 50Hz. Se os padrões definidos para os esquemas abordados no capítulos 2 e 3 forem aplicados ao sistema atual a única modificação que pode aparecer



Figura 4.8: Distorção harmônica total dos vetores de tensão.

são rotações no vetor is com relação aos eixos dq.

A exemplo do que acontece com as correntes, a análise harmônica das tensões sintetizadas pelo inversor revela que as estratégias definidas nos capítulos anteriores são redundantes quando aplicadas na alimentação da máquina bifásica. Na figura 4.8 encontram-se os resultados dos cálculos das distorções harmônicas dos vetores de tensão sintetizados pelo inversor para diferentes índices de modulação.

O valor da distorção harmônica total (THD), para cada um dos eixos, foi computado utilizando a equação

$$THD_{x} = \sqrt{\frac{V_{RMS}^{2} - V_{RMS1}^{2}}{V_{RMS1}^{2}}}$$
(4.19)

onde:

x: eixo para o qual está sendo realizado o cálculo (x = d ou x = q);

 $V_{RMS}$ : é a tensão eficaz total no eixo x;

 $V_{RMS1}$ : é a tensão eficaz da componente fundamental do eixo x.

Em seguida, foi calculado o valor da distorção sobre o vetor de tensão resultante, como segue

$$THD_{\mathbf{v}} = \sqrt{THD_d^2 + THD_q^2}.$$
 (4.20)

Diferentemente dos demais sistemas os resultados de simulações apresentados não permitiu classificar um modo de operação mais ou menor eficiente. Ou invés disto os índices de desempenho adotados, revelaram que no presente sistema estes modos são redundantes.



Figura 4.9: Controle de corrente com inversão no sentido de rotação.

## 4.7 Resultados Experimentais

Apesar da máquina bifásica ser praticamente indisponível comercialmente, o trabalho de pesquisa revelou que em algumas aplicações, como no caso das lavadouras de roupas, os motores monofásicos utilizados possuem enrolamentos estatóricos idênticos. Logo, tais motores podem ser classificados como sendo do tipo bifásico simétrico, apesar da pequena assimetria constatada entre seus enrolamentos.

De posse de uma máquina bifásica (Máquina D) tal qual a descrição acima e um microcomputador 486DX266 equipado com uma placa da aquisição de dados e controle do inversor, foi implementada a estratégia de controle de corrente para duas situações

1. Controle de corrente com inversão no sentido de rotação;

2. Controle de corrente com uma mudança busca na amplitude das correntes.

Para o primeiro caso as correntes de referências foram definidas com um valor de amplitude igual a 1,25A e uma frequência de 15Hz. Os resultados encontram-se nas figuras 4.9a e 4.9b onde é ilustrado o comportamento das correntes nas fases 1 e 2 nos instantes anteriores e posteriores a inversão no sentido de rotação da máquina.

Nas figuras 4.10a e 4.10b foram impostas as correntes de referência

$$i_{s1}^{*} = i_{sd}^{s*} = 2,5\cos 30\pi t$$
  
 $i_{s2}^{*} = i_{sg}^{s*} = 2,5\sin 30\pi t$ 

e no instante t = 0, 1s a amplitude das correntes é reduzida para 50% do valor inicial.



Figura 4.10: Controle de corrente com degrau na amplitude da referência.

Como era de se esperar os resultados são satisfatórios tendo em vista que as estratégias testadas já haviam sido testadas de forma indireta nos estudos que envolvem máquinas trifásicas. Restava apenas confirmar o desempenho destas em um sistema composto por uma máquina bifásica e um inversor com quatro chaves.

## 4.8 Conclusões

Neste capítulo, foi caracterizado o funcionamento de uma máquina bifásica assimétrica alimentada por um inversor com dois braços. Como resultado, ficou demonstrado que as estratégias PWM desenvolvidas nos capítulos anteriores são redundantes para a máquina bifásica, sob o ponto de vista dos índices de desempenho adotados.

Em relação ao controle de corrente, as estratégias desenvolvidas para as máquinas tifásicas podem ser aplicadas diretamente, bastando considerar que  $v_{s1} = v_{sd}^s$ ,  $v_{s2} = v_{sq}^s$ ,  $i_{s1} = i_{sd}$  e  $i_{s2} = i_{sq}^s$ .

# Capítulo 5

# Máquina Monofásica

## 5.1 Introdução

As máquinas monofásicas são bastante empregadas em sistemas de baixa potência e sua utilização pode ser justificada por dois aspectos: a ausência de um sistema trifásico, e o custo. Algumas aplicações comuns são: compressores de ar, bomba de água, lavadoras de roupas, ventiladores, aspiradores de pó, geladeiras, liquidificadores e condicionadores de ar, entre outras.

Em termos de estrutura, os tipos mais comuns de máquina monofásica são bastante semelhantes as polifásicas, exceto pelo arranjo dos enrolamentos do estator, [33], [34], [35], [36]. Via de regra, uma máquina monofásica não possui partida, visto que o campo resultante no entre-ferro é pulsado. Para que o motor tenha partida própria é bastante comum utilizar um enrolamento auxiliar. Este, normalmente encontra-se em quadratura com o enrolamento principal e na maioria dos casos é desconectado quando o motor atinge cerca de 70% da velocidade final. Devido a diferença entre as impedâncias dos enrolamentos é possível gerar um campo girante que garante a partida, alimentado-os com uma fonte monofásica. Este tipo de máquina monofásica é a mais comum e será objeto de estudo deste capítulo.

Em função do princípio utilizado para partida, os motores monofásicos recebem as seguintes classificações:

- 1. Motor de indução de fase dividida (partida à resistência)
- 2. Motor de fase dividida com partida à capacitor
- 3. Motor de fase dividida com capacitor permanente
- 4. Motor a duplo capacitor



Figura 5.1: Sistema de acionamento para uma máquina monofásica.

No caso do motor onde não se um utiliza capacitor em série com o enrolamento auxiliar, as bobinas são construidas da seguinte forma: o enrolamento principal possui uma baixa resistência e uma alta reatância de dispersão enquanto o auxiliar tem uma alta resistência e uma baixa reatância de dispersão. Esta diferença entre os enrolamentos permite que o motor tenha partida própria.

Para os demais tipos, a diferença entre as bobinas é menor e o capacitor colocado em série com o enrolamento auxiliar é que será responsável pela defasagem entre as correntes.

A caracterização do funcionamento destes motores é objetivo de estudo de diversos trabalhos [37], [31], [29], [7], [38]. De um modo geral, pode-se dizer que estas máquinas operam de forma precária. Na configuração onde o enrolamento auxiliar é utilizado apenas para partida, o conjugado de regime permanente possui uma ondulação acentuada e o nível de ruído é elevado. A utilização do enrolamento auxiliar em regime permanente é realizada colocando um capacitor em série de forma a suavizar o funcionamento da máquina [36]. Todavia, a especificação do capacitor é função da frequência de operação do motor [39], [40], [9], [8].

Uma outra possibilidade de alimentação da máquina monofásica é considerá-la como sendo um máquina bifásica assimétrica e utilizar fontes independentes para alimentar as bobinas, [30], [28], o que pode ser feito utilizando a estrutura ilustrada na figura 5.1.

Com o objetivo de mostrar como é possível realizar uma estratégia de controle vetorial para a máquina monofásica serão apresentados neste capítulo o modelo da máquina, a operação do inversor e o equacionamento que permite tal realização.

No final serão apresentados resultados de simulações e experimentais que comprovam os resultados analíticos.



(a) Enrolamento principal - m. (b) Enrolamento auxiliar - a.

Figura 5.2: Circuitos equivalentes para uma máquina monofásica considerando os enrolamentos pricipal e auxiliar individualmente.

## 5.2 Modelo da Máquina

Apesar da construção dos motores de pequena potência ser relativamente simples, eles são mais difíceis de analisar do que os motores trifásicos maiores. Na literatura encontram-se dois métodos analíticos para o estudo da máquina monofásica: a teoria dos campos girantes [36], [35], [41], [34] e a teoria dos campos cruzados [42], [35], [33]. Os conceitos lançados por estas abordagens podem ser utilizados de forma complementar, reafirmando-as.

#### 5.2.1 Teoria dos Campos Girantes

De acordo com a teoria dos campos girantes o circuito equivalente para um motor monofásico que possui uma impedância estatórica dada por  $R_{1m} + jX_{1m}$  tendo seu enrolamento denominado de m, é dado conforme a figura 5.2a. Se ao invés da fase mexistir uma fase a deslocada de 90° elétricos da posição da fase m e ainda, possuindo n vezes o número de espiras da fase m, o circuito equivalente do motor monofásico para a fase a é dado segundo a figura 5.2b. Neste circuito, a impedância estatórica será  $n^2R_{1a} + jn^2X_{1a}$  e termo  $jX_c$  é uma impedância externa conectada em série com o enrolamento.



(a) Enrolamento principal - m.

(b) Enrolamento auxiliar - a.

Figura 5.3: Circuito equivalente para uma máquina monofásica com capacitor permanente.

Os demais elementos e grandezas dos circuitos lustrados na figura 5.2 são:

 $X_{mag}$ : Reatância de magnetização

 $R_2$ : Resistência do rotor referida ao estator

X<sub>2</sub>: Reatância de dispersão do rotor referida ao estator

- $E_{fm}$ : Tensão induzida no enrolamente<br/>o principal do estator devido a componente direta do fluxo
- $E_{bm}$ : Tensão induzida no enrolamenteo principal do estator devido a componente reversa do fluxo
- $E_{fa}$ : Tensão induzida no enrolamente<br/>o auxiliar do estator devido a componente direta do fluxo
- $E_{ba}$ : Tensão induzida no enrolamente<br/>o auxiliar do estator devido a componente reversa do fluxo

Na situação em que ambos os enrolamentos existem no motor e são excitados simultaneamente por uma única fonte e ainda, seus fluxos se sobrepõe sem distorção, os circuitos equivalentes para cada uma das fases será o mesmo, adicionando as tensões induzidas devido aos fluxos da outra fase. Os circuitos resultantes encontram-se ilus-
#### Capítulo 5. Máquina Monofásica

trados nas figuras 5.3a e 5.3b. onde:

$$Z_{f} = R_{f} + jX_{f} = 0,5(R_{2}/s_{e} + jX_{2})//j0,5X_{mag}$$
  
$$= \frac{j0,5X_{mag}(j0,5X_{2} + 0,5R_{2}/s_{e})}{0,5R_{2}/s_{e} + j0,5(X_{2} + X_{mag})}$$
(5.1)

e

$$Z_{b} = R_{b} + jX_{b} = 0, 5(R_{2}/(2 - s_{e}) + jX_{2})//j0, 5X_{mag}$$
  
$$= \frac{j0, 5X_{mag}(j0, 5X_{2} + 0, 5R_{2}/(2 - s_{e}))}{0, 5R_{2}/(2 - s_{e}) + j0, 5(X_{2} + X_{mag})}.$$
(5.2)

Os termos das tensões internas, em quadratura, são consequência da interação das componentes de fluxo de sentido direto e reverso dos dois enrolamentos.

O circuito equivalente pode ser utilizado para determinação das correntes estatóricas, fator de potência, torque desenvolvido, etc, para diferentes valores de escorregamento. Para isto basta realizar a análise do circuito.

O torque desenvolvido pode ser calculado segundo o procedimento realizado para uma máquina polifásica, i.é.,

$$T_e = Pot \hat{e}ncia de entre - ferro/\omega_s$$

onde  $\omega_s$  é a velocidade síncrona em rad/s. Uma vez que a máquina monofásica possui componentes de fluxo no sentido da rotação e no sentido inverso, o torque líquido será obtido subtraindo o torque reverso do torque direto. Ou seja para máquina monofásica tem-se

$$T_{\epsilon} = \frac{P_{gf} - P_{gb}}{\omega_s} \tag{5.3}$$

onde  $P_{gf}$  é a potência de entreferro devido a componente direta do fluxo e  $P_{gb}$ , devido a componente inversa.

De acordo com o circuito da figura 5.3, os termos de potência podem ser calculados da seguinte forma:

$$P_{gf} = \Re e \left( E_f I_m^* + jn E_f I_a^* \right)$$
$$P_{gb} = \Re e \left( E_b I_m^* - jn E_b I_a^* \right).$$

O sobrescrito \* significa que trata-se do conjugado do fasor que representa a grandeza.

Desenvolvendo estas expressões tem-se que o torque desenvolvido pela máquina será dado por

$$T_{\epsilon} = \frac{1}{\omega_s} \left[ (|I_m|^2 + |nI_a|^2)(R_f - R_b) + 2n |I_m| |I_a| (R_f + R_b) \sin(\theta_a - \theta_m) \right]$$
(5.4)

89



Figura 5.4: Modelo da máquina monofásica.

Na expressão acima,  $\theta_a - \theta_m$  indica a defasagem entre as correntes dos enrolamentos auxiliar e principal. A equação é valida para todas as condições de operação da máquina. O torque de partida, por exemplo, será

$$T_{e} = \frac{2n |I_{m}| |I_{a}| (R_{f} + R_{b}) \sin(\theta_{a} - \theta_{m})}{\omega_{s}}$$

uma vez que  $R_f = R_b$  quando o escorregamento é unitário.

Assim como a teoria do duplo campo girante, a teoria dos campos cruzados permite obter expressões que permitem a análise da máquina monofásica.

### 5.2.2 Teoria dos Campos Cruzados

Aplicar a teoria dos campos cruzados par analisar um motor monofásico consiste em utilizar a teoria geral de máquinas elétricas. Desta forma, uma máquina monofásica cujos enrolamentos estão dispostos a 90° elétricos, pode ser representada conforme ilustra a figura 5.4. Os eixos *sm* e *sa* suportam os enrolamentos estatóricos, principal e auxiliar, respectivamente. O par de eixo *rm* e *ra* abrigam os "enrolamentos concentrados", principal e auxiliar do rotor.

Com base neste modelo, é possível escrever as seguintes equações para a máquina monofásica:

• Equações dos fluxos

$$\begin{bmatrix} \phi_{sm} \\ \phi_{sa} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{sm} & 0 \\ 0 & l_{sa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sm} \\ i_{sa} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{srm} \cos \theta_r & -m_{srm} \sin \theta_r \\ m_{sra} \sin \theta_r & m_{sra} \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rm} \\ i_{ra} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \phi_{rm} \\ \phi_{ra} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_r & 0 \\ 0 & l_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rm} \\ i_{ra} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{srm} \cos \theta_r & m_{sra} \sin \theta_r \\ -m_{srm} \sin \theta_r & m_{sra} \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sm} \\ i_{sa} \end{bmatrix}$$



Figura 5.5: Referência dq genérico.

• Equações das tensões

e

$v_{sm}$ ] =	$\left[ r \right]$	sm (	0]	$\begin{bmatrix} i_{sm} \end{bmatrix}$	$+ \frac{d}{d}$	$\phi_{sm}$
vsa	[ 0		r <sub>sa</sub>	i sa ]	dt dt	$\phi_{sa}$
v <sub>rm</sub>	=	r,	0 ]	[ irm	$+ \frac{d}{d}$	$\phi_{rm}$
vra		0	$r_r$	ira	dt d	$\phi_{ra}$

Para o modelo apresentado considere a seguinte denominação dos parâmetros

 $r_{sm}$ : resistência do enrolamento estatórico da fase m

r<sub>sa</sub> : resistência do enrolamento estatórico da fase a

 $r_{\tau}$ : resistência do enrolamento rotórico

 $l_{sm}$ : indutância própria do enrolamento estatórico da fase m

 $l_{sa}$ : indutância própria do enrolamento estatórico da fase a

 $l_r$ : indutância própria do enrolamento rotórico

 $m_{srm}$ : indutância mútua entre as bobinas do rotor e do estator na fase m

 $m_{sra}$ : indutância mútua entre as bobinas do rotor e do estator na fase a

 $N_m$ : nº de espiras do enrolamento estatórico da fase m

 $N_a$ : n<sup>o</sup> de espiras do enrolamento estatórico da fase a

 $N_2$ : nº de espiras do enrolamento rotórico

Como pode-se perceber, a dependência com relação a  $\theta_r$  nas equações dos fluxos, torna a análise da máquina um pouco mais complexa. Para contornar esta dificuldade, utilizaremos uma transformação dq admitindo inicialmente que o eixo d encontra-se deslocado de um ângulo  $\delta$  em relação ao eixo sm, figura 5.5.

A relação entre as variáveis transformadas e as originais são dadas por

$$\begin{bmatrix} x_{sm} \\ x_{sa} \end{bmatrix} = P_s \begin{bmatrix} x_{sd}^s \\ x_{sq}^s \end{bmatrix} e \qquad \begin{bmatrix} x_{rm} \\ x_{ra} \end{bmatrix} = P_r \begin{bmatrix} x_{rd}^s \\ x_{rq}^s \end{bmatrix}$$

#### Capítulo 5. Máquina Monofásica

onde  $x_{vi}$  pode ser tensões ou correntes, e

$$P_{s} = \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta \\ \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} e \qquad P_{r} = \begin{bmatrix} \cos (\delta - \theta_{r}) & -\sin (\delta - \theta_{r}) \\ \sin (\delta - \theta_{r}) & \cos (\delta - \theta_{r}) \end{bmatrix} (5.5)$$

É possível mostrar que a transformação para um referencial onde  $\delta \neq 0$  elimina os termos que contém  $\theta_r$ , entretanto, aparecem termos que dependem de  $\delta$ , uma solução para se obter um modelo a parâmetros constantes é tomar  $\delta = 0$ . Desta forma tem-se:

• Equações das tensões em dq - referencial estatórico

$$\begin{bmatrix} v_{sd}^s \\ v_{sq}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{sd} & 0 \\ 0 & r_{sq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^s \\ i_{sq}^s \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sd}^s \\ \phi_{sq}^s \end{bmatrix}$$
(5.6)

$$\begin{bmatrix} v_{rd}^s \\ v_{rq}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_r & 0 \\ 0 & r_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd}^s \\ i_{rq}^s \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{rd}^s \\ \phi_{rq}^s \end{bmatrix} + \omega_r \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{rd}^s \\ \phi_{rq}^s \end{bmatrix}$$
(5.7)

• Equações dos fluxos em dq - referencial estatórico

$$\begin{bmatrix} \phi_{sd}^s \\ \phi_{sq}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{sd} & 0 \\ 0 & l_{sq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^s \\ i_{sq}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{s\tau d} & 0 \\ 0 & m_{s\tau q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\tau d}^s \\ i_{\tau q}^s \end{bmatrix}$$
(5.8)

$$\begin{bmatrix} \phi_{rd}^{s} \\ \phi_{rq}^{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{r} & 0 \\ 0 & l_{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd}^{s} \\ i_{rq}^{s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{srd} & 0 \\ 0 & m_{srq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^{s} \\ i_{sq}^{s} \end{bmatrix}$$
(5.9)

onde

$$r_{sd} = r_{sm}$$

$$r_{sq} = r_{sa}$$

$$l_{sd} = l_{sm}$$

$$l_{sq} = l_{sa}$$

$$m_{srd} = m_{srm}$$

$$m_{s\tau q} = m_{s\tau a}$$

Para determinar a equação que descreve o conjugado da máquina, considere inicialmente a expressão geral para energia

$$W = \frac{1}{2}\mathbf{i}^T \mathbf{L}\mathbf{i}$$
(5.10)

onde

$$\mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_{sm} \\ i_{sa} \\ i_{rm} \\ i_{ra} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_{sm} & 0 & m_{sm}\cos\theta_{\tau} & -m_{sm}\sin\theta_{\tau} \\ 0 & l_{sa} & m_{sa}\sin\theta_{\tau} & m_{sa}\cos\theta_{\tau} \\ m_{sm}\cos\theta_{\tau} & m_{sa}\sin\theta_{\tau} & l_{\tau} & 0 \\ -m_{sm}\sin\theta_{\tau} & m_{sa}\cos\theta_{\tau} & 0 & l_{\tau} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{s} & L_{s\tau} \\ L_{\tau s} & L_{\tau} \end{bmatrix}$$

Uma vez que o conjugado elétrico é obtido diferenciando a expressão da energia em relação ao ângulo mecânico  $\theta_m$ , com  $\theta_m = \theta_r/P$ , onde P é o número de pares de pólo da máquina então:

$$T_{\varepsilon} = \frac{dW}{d\theta_{m}}$$

$$= \frac{1}{2}\mathbf{i}^{T} \left[\frac{d\mathbf{L}}{d\theta_{m}}\right] \mathbf{i}$$

$$= \frac{P}{2}\mathbf{i}^{T} \left[\frac{d\mathbf{L}}{d\theta_{r}}\right] \mathbf{i}$$

$$= \frac{P}{2} \begin{bmatrix} i_{sma} \\ i_{rma} \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} 0 & \frac{dL_{sr}}{d\theta_{r}} \\ \frac{dL_{rs}}{d\theta_{r}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sma} \\ i_{rma} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{P}{2} i_{rma} \frac{T \frac{dL_{rs}}{d\theta_{r}}}{d\theta_{r}} i_{sma} + \frac{P}{2} i_{sma} \frac{T \frac{dL_{sr}}{d\theta_{r}}}{d\theta_{r}} i_{rma}$$

$$= P i_{sma} \frac{T \frac{dL_{sr}}{d\theta_{r}}}{d\theta_{r}} i_{rma}$$

$$= P i_{sma}^{s} \frac{T \frac{dL_{sr}}{d\theta_{r}}}{d\theta_{r}} P_{r} i_{rdg}^{s}$$

$$= P \left(i_{sq}^{s} i_{rd}^{s} m_{srq} - i_{sd}^{s} i_{rq}^{s} m_{srd}\right)$$
(5.11)

As equações obtidas podem ser utilizadas para deduzir um circuito equivalente [42], entretanto, os propósitos deste trabalho são satisfeitos sem que isto seja necessário.

Observando as expressões resultantes, é evidente a semelhança com um modelo dq obtido para uma máquina trifásica.

## 5.3 Princípio de Funcionamento

A utilização convencional de uma máquina monofásica resulta nas seguintes tensões sobre seus enrolamentos, de acordo com o tipo do motor

- Motor de indução de fase dividida (partida à resistência): V<sub>a</sub> = V<sub>m</sub> = V<sub>s</sub>, durante a partida e V<sub>m</sub> = V<sub>s</sub> em regime permanente. A fase auxiliar é desconectada do sistema em regime permanente;
- Motor de fase dividida com partida à capacitor: V<sub>a</sub> = V<sub>s</sub> V<sub>c1</sub> e V<sub>m</sub> = V<sub>s</sub>, durante a partida e V<sub>m</sub> = V<sub>s</sub> em regime permanente. A fase auxiliar é desconectada do sistema em regime permanente;
- Motor de fase dividida com capacitor permanente:  $V_a = V_s V_{c2}$  e  $V_m = V_s$ durante a partida e em regime permanente;

 Motor a duplo capacitor: V<sub>a</sub> = V<sub>s</sub>-V<sub>c1</sub> e V<sub>m</sub> = V<sub>s</sub>, durante a partida. V<sub>a</sub> = V<sub>s</sub>-V<sub>c2</sub> e V<sub>m</sub> = V<sub>s</sub> em regime permanente.

Nesta explanação,  $V_s$  é considerada como a tensão fornecida pela fonte monofásica que alimenta a máquina,  $V_{c1}$  é a tensão sobre o capacitor de partida e  $V_{c2}$ , a tensão sobre o capacitor de regime permanente.

Independente do tipo da máquina monofásica, o objetivo de seu projeto será obter um funcionamento o mais equilibrado possível. Apesar disto, para qualquer um dos tipos, a faixa de operação é bastante restrita. Como exemplo, considere que é desejável operar com a máquina em uma velocidade em torno do ponto de abertura da chave centrífuga. Certamente as características do motor irão oscilar muito, com o abrir e fechar da chave, dificultando algum tipo de controle.

Tendo em vista as restrições naturais que uma máquina monofásica possui, possivelmente, a maneira mais simples de ampliar sua faixa de operação é alimentar seus enrolamentos por fontes independentes que possam ser controladas. Para isto, pode-se utilizar a mesma estrutura para o motor bifásico equilibrado. As estratégias de controle do inversor são idênticas as estabelecidas no capítulo 4. Valem portanto, para a máquina monofásica, todas as conclusões acerca das estratégias escalar e vetorial obtida para a máquina bifásica simétrica.

A particularidade imposta pela máquina monofásica é que normalmente o funcionamento equilibrado desta, requer tensões com amplitudes diferentes, por fase, e defasadas de um ângulo diferente de 90°. Como consequência, os braços do inversor vão operar com índices de modulação distintos.

A seguir, será mostrado como a alimentação das fases utilizando fontes independentes, permite aplicar uma técnica de controle vetorial para máquina monofásica. Não fosse a assimetria existente entre os enrolamentos estatóricos, as técnicas de alto desempenho para as máquina trifásicas poderiam ser aplicadas diretamente em um sistema composto por máquinas monofásicas.

### 5.4 Controle Vetorial

A aplicação de estratégias de alto desempenho à máquinas trifásicas é realizada explorando convenientemente o modelo da máquina. Nestes casos a máquina é considerada simétrica e o seu modelo vetorial permite ser analisado em diferentes referenciais (campo, estator, rotor, etc).

No caso de uma máquina monofásica, devido ao desequilíbrio existente entre os enrolamentos estatóricos de um motor monofásico, a aplicação de uma estratégia de

94

controle vetorial requer adaptações. Em primeiro lugar, observa-se que a definição de um modelo vetorial para a máquina assimétrica pode significar um incremento no grau de complexidade do modelo. Além disto, a transformação entre diferentes referenciais apresenta uma forte dependência paramétrica.

Diante destas particularidades torna-se necessário uma análise no funcionamento do motor monofásico para que seja possível equacionar uma estratégia de controle por orientação pelo campo.

Uma das características do funcionamento da máquina monofásica é a presença de um conjugado pulsado. De acordo com a teoria dos campos girantes o valor de pico do termo pulsado do conjugado é dado por

$$T_{e,pico} = \sqrt{|I_m|^4 + n^4 |I_a|^4 + 2|I_m| |I_a| \cos(\theta_a - \theta_m)} \sqrt{(R_f - R_b)^2 + (X_f - X_b)^2}$$
(5.12)

De sorte que a amplitude do termo pulsado será nula sempre que  $nI_a = I_m$  e  $\theta_a - \theta_m = \pm 90^{\circ}$ .

Segundo a teoria dos campos cruzados, ficou estabelecido que o conjugado elétrico pode ser calculado pela expressão

$$T_{\epsilon} = P\left(i_{sq}^{s}i_{rd}^{s}m_{srq} - i_{sd}^{s}i_{rq}^{s}m_{srd}\right)$$
(5.13)

ou ainda

$$T_{\epsilon} = \frac{P}{l_r} \left( i_{sq}^s \phi_{rd}^s m_{srq} - i_{sd}^s \phi_{rq}^s m_{srd} \right)$$
(5.14)

se for utilizada a equação (5.9). Admitindo-se que as grandezas elétricas presentes nesta equação são dadas por

$$i_{sd}^{s} = I_{sd}\cos(\omega_{s}t + \theta_{id})$$

$$i_{sq}^{s} = I_{sq}\cos(\omega_{s}t + \theta_{iq})$$

$$\phi_{rd}^{s} = \Phi_{rd}\cos(\omega_{s}t + \theta_{\phi d})$$

$$\phi_{rq}^{s} = \Phi_{rq}\cos(\omega_{s}t + \theta_{\phi q})$$

é possível mostrar que o termo pulsado do conjugado será eliminado da expressão sempre que  $\frac{m_{srq}}{m_{srd}}I_{sq} = I_{sd}$ ,  $\Phi_{rd} = \Phi_{rq}$ ,  $\theta_{iq} = \pm 90^{\circ} + \theta_{id}$  e  $\theta_{\phi q} = \pm 90^{\circ} + \theta_{\phi d}$ .

Utilizando-se as equações (5.7) e (5.9) é possível escrever a equação dinâmica que relaciona o fluxo rotórico em função das correntes estatóricas, ou seja

$$\frac{d\phi_{rd}^s}{dt} = -\frac{r_r}{l_r}\phi_{rd}^s - \omega_r\phi_{rq}^s + \frac{r_r}{l_r}m_{srd}i_{sd}^s$$
(5.15)

$$\frac{d\phi_{\tau q}^s}{dt} = \omega_\tau \phi_{\tau d}^s - \frac{r_\tau}{l_r} \phi_{\tau d}^s + \frac{r_\tau}{l_r} m_{srq} i_{sq}^s.$$
(5.16)

Com base nesta equação pode-se concluir que as condições acima podem ser resumidas em  $\frac{m_{srg}}{m_{srd}}I_{sq} = I_{sd}$  e  $\theta_{iq} = \pm 90^{\circ} + \theta_{id}$ , uma vez que o fluxo é uma consequência direta das correntes estatóricas. Da teoria dos circuitos magnéticos, pode-se mostrar que  $\frac{m_{srg}}{m_{srd}} \approx n$ . Isto prova que as duas teorias estabelecem as mesmas condições para que o conjugado não seja pulsado.

Considerando-se que as correntes estatóricas podem ser impostas de forma que

$$i_{sd}^s = I_s \cos \omega_s t \tag{5.17}$$

$$i_{sq}^s = kI_s \sin \omega_s t \tag{5.18}$$

onde  $k = m_{srd}/m_{srg}$ , e definindo as variáveis auxiliares,  $i_{sd1}^s = i_{sd}^s e i_{sq1}^s = i_{sq}^s/k$ , é possível reescrever as equações (5.15) e (5.16) na forma

$$\frac{d\phi_{rd}^{s}}{dt} = -\frac{r_{r}}{l_{r}}\phi_{rd}^{s} - \omega_{r}\phi_{rq}^{s} + \frac{r_{r}}{l_{r}}m_{srd}i_{sd1}^{s}$$
(5.19)

$$\frac{d\phi_{rq}^{s}}{dt} = \omega_{r}\phi_{rd}^{s} - \frac{r_{r}}{l_{r}}\phi_{rq}^{s} + \frac{r_{r}}{l_{r}}m_{srd}i_{sd1}^{s}.$$
(5.20)

Utilizando-se estas equações, pode-se então definir um modelo vetorial fluxo rotórico - corrente estatórica para a máquina, ou seja

$$\frac{d\phi_r^s}{dt} = -\frac{r_r}{l_r}\phi_r^s + j\omega_r\phi_r^s + \frac{r_r}{l_r}m_{srd}i_{s1}^s$$
(5.21)

onde  $\phi_r^s = \phi_{rd}^s + j\phi_{rq}^s$  e  $i_{s1}^s = i_{sd1}^s + ji_{sq1}^s$ .

Como se pode perceber, a compensação imposta além de um funcionamento suave da máquina monofásica, permite escrever um modelo vetorial semelhante ao de uma máquina trifásica.

### 5.4.1 Controle de Fluxo e Conjugado

Em se tratando de estratégias de controle de fluxo e conjugado, as estratégias são denominadas de escalares ou vetoriais. Nas estratégias escalares a amplitude e a frequência da grandeza é controlada simultaneamente. Nas vetoriais o controle é realizado por meio dos valores das componentes dq da grandeza.

Fazendo uso das condições de operação que permitem desenvolver um conjugado não-pulsado para o motor monofásico na seção (5.4) é possível desenvolver a expressão (5.14) como segue

$$T_e = \frac{P}{l_r} m_{srd} I_s \Phi_r \sin \theta_{\phi i}.$$
 (5.22)

Nesta expressão,  $I_s$  é a amplitude da corrente de eixo d,  $\Phi_r$  é a amplitude do fluxo rotórico e  $\theta_{\phi i}$  é o ângulo entre os vetores do fluxo rotórico e corrente estatórica. Deve-se



Figura 5.6: Transformação entre referenciais,  $s \rightarrow b$ .

observar que esta expressão é válida somente quando as correntes estatóricas estão em quadratura e possuem uma compensação em amplitude tal que  $\frac{m_{srq}}{m_{srd}}I_{sq} = I_{sd}$ . Conforme será mostrado adiante, o controle em quadratura para a máquina monofásica é baseado na equação (5.22).

Uma vez obtido um modelo vetorial, é possível reescrevê-lo em um referencial arbitrário g. O objetivo será possibilitar o desacoplamento entre os controles de fluxo e conjugado. Com isto, o fluxo rotórico da máquina pode ser controlado pela componente da corrente estatórica em fase com o fluxo, e o conjugado, pela componente da corrente estatórica ortogonal com o fluxo, denominado controle por orientação pelo campo. De acordo com a figura 5.6 a relação entre as grandezas vistas pelos referenciais estatórico e fluxo rotórico é dada por

$$\mathbf{x}^s = e^{j\delta_b} \mathbf{x}^b \tag{5.23}$$

ou

$$\mathbf{x}^b = e^{-j\delta_b} \mathbf{x}^s \tag{5.24}$$

onde  $\mathbf{x}^s = x_{sd}^s + jx_{sq}^s m$ ,  $\mathbf{x}^b = x_{sd}^b + jx_{sq}^b$ ,  $\delta_b$  é a posição do vetor fluxo-rotórico e  $\omega_b$  é a frequência do vetor fluxo rotórico visto do estator.

Aplicando-se a transformação de coordenadas para equação vetorial (5.21) definida anteriormente tem-se

$$\frac{d\left[e^{j\delta_{b}}\phi_{\tau}^{b}\right]}{dt} = -\frac{r_{\tau}}{l_{\tau}}\left[e^{j\delta_{b}}\phi_{\tau}^{b}\right] + j\omega_{\tau}\left[e^{j\delta_{b}}\phi_{\tau}^{b}\right] + \frac{r_{\tau}}{l_{\tau}}m_{srd}\left[e^{j\delta_{b}}i_{s1}^{b*}\right]$$

$$j\omega_{b}e^{j\delta_{b}}\phi_{\tau}^{b} + e^{j\delta_{b}}\frac{d\phi_{\tau}^{b}}{dt} = -\frac{r_{\tau}}{l_{\tau}}\left[e^{j\delta_{b}}\phi_{\tau}^{b}\right] + j\omega_{\tau}\left[e^{j\delta_{b}}\phi_{\tau}^{b}\right] + \frac{r_{\tau}}{l_{\tau}}m_{srd}\left[e^{j\delta_{b}}i_{s1}^{b*}\right]$$

$$\frac{d\phi_{\tau}^{b}}{dt} = -\frac{r_{\tau}}{l_{\tau}}\phi_{\tau}^{b} - j\left(\omega_{b} - \omega_{\tau}\right)\phi_{\tau}^{b} + \frac{r_{\tau}}{l_{\tau}}m_{srd}i_{s1}^{b*} \qquad (5.25)$$

97



Figura 5.7: Controle com orientação indireta pelo fluxo rotórico.

Com o eixo d alinhado com o vetor fluxo rotórico, tem-se  $\phi_{rd}^b = \phi_r$ ,  $\phi_{rq}^b = 0$ . Desta forma a equação (5.25) pode ser desmembrada em duas equações:

$$\frac{m_{srd}}{\tau_r}i^b_{sd1} = \frac{\phi_r}{\tau_r} + \frac{d\phi_r}{dt}$$
(5.26)

$$\frac{m_{srq}}{\tau_r}i^b_{sq1} = \omega_{br}\phi_r \tag{5.27}$$

onde  $\omega_{b\tau} = \omega_b - \omega_{\tau}$ .

A expressão do conjugado utilizando as variáveis no referencial fluxo rotórico é função da corrente estatórica de eixo q e da amplitude do fluxo rotórico, isto é

$$T_{\epsilon} = P \frac{m_{srd}}{l_{\tau}} \phi_{\tau} i^{b}_{sq1}.$$
(5.28)

Com base nestes resultados é possível deduzir um esquema do controle indireto por orientação pelo campo, conforme mostra a figura 5.7. Neste diagrama,  $T_e^* e \phi_r^*$ representam os valores do conjugado e do fluxo de referência e  $i_{sd}^{s*} e i_{sq}^{s*}$  são as correntes de referência que devem ser aplicadas a máquina.

### 5.4.2 Controle de Corrente

A utilização de uma estratégia por orientação pelo campo, figura 5.7, normalmente requer um laço interno para realização do controle de corrente. Para isto, inicialmente, é necessário determinar um modelo para máquina que relacione as correntes estatóricas com as tensões. A obtenção deste modelo pode se dar utilizando tanto a teoria dos campos girantes, como a teoria dos campos cruzados.



Figura 5.8: Controlador contínuo por histerese.

De acordo com a teoria dos campos cruzados, com base nas equações (5.6) a (5.9), este modelo é dado por

$$v_{sd}^{s} = (r_{sd} + \frac{m_{srd}^{2}}{\tau_{r}l_{r}})i_{sd}^{s} + \frac{l_{sd}l_{r} - m_{srd}^{2}}{l_{r}}\frac{di_{sd}^{s}}{dt} - e_{sd}^{s}$$
(5.29)

$$v_{sq}^{s} = (r_{sq} + \frac{m_{srq}^{2}}{\tau_{r}l_{r}})i_{sq}^{s} + \frac{l_{sq}l_{r} - m_{srq}^{2}}{l_{r}}\frac{di_{sq}^{s}}{dt} + e_{sq}^{s}.$$
(5.30)

Os termos  $e_{sd}$  e  $e_{sg}$  são as forças contra-eletromotrizes e são dadas por

$$e_{sd}^{s} = \frac{m_{s\tau d}}{l_{\tau}} \left( \omega_{\tau} \phi_{\tau q}^{s} + \frac{\phi_{\tau d}^{s}}{\tau_{\tau}} \right)$$
(5.31)

$$e_{sq}^{s} = \frac{m_{srq}}{l_{r}} \left( \omega_{r} \phi_{rd}^{s} - \frac{\phi_{rq}^{s}}{\tau_{r}} \right).$$
(5.32)

Neste trabalho foram consideradas, basicamente, duas estratégias de controle de corrente para a máquina monofásica. O controlador contínuo por histerese e o controlador PI.

O controle de corrente por histerese, foi implementado na sua versão clássica conforme apresentado na figura 5.8. Como se sabe este tipo de controlador comporta-se de modo eficiente sempre que a janela de histerese pode ser feita suficientemente pequena, o que geralmente leva a uma frequência de chaveamento elevada nos braços do inversor.

A implementação do controle proporcional-integral foi realizada com base no controlador PI de corrente discreto [26]. Neste caso, é muito comum utilizar transformações de coordenadas de forma que as grandezas controladas sejam contínuas. Como consequência, a atuação do integrador garante um erro nulo na entrada do controlador. Devido a assimetria da máquina monofásica a formulação utilizada para as máquinas simétrica não é exata no presente caso. Conforme comentários anteriores a transformação das grandezas para diferentes referenciais pode vir a apresentar uma forte

99



Figura 5.9: Controle de corrente no referencial assíncrono.

dependência paramétrica. Tendo em vista a aplicação a que se destina o controlador PI. foram consideradas três implementações:

- 1. Controlador PI no referencial assíncrono;
- 2. Controlador PI em referencial síncrono ignorando a assimetria da máquina;
- 3. Controlador PI em referencial síncrono considerando compensações em amplitude das correntes e tensões.

No primeiro caso, o projeto dos controladores não requer nenhuma adaptação com relação ao procedimento utilizado em uma máquina simétrica. A única diferença é que os controladores podem vir a ter parâmetros diferentes dependendo do grau de assimetria da máquina.

A implementação de um controlador PI no referencial assíncrono pode ser realizada segundo o diagrama de blocos da figura 5.9. Este diagrama e o da figura 5.8 são complementares ao diagrama de blocos ilustrado na figura 5.7. Apesar de apresentar bons resultados em baixas velocidades o controlador PI tem seu desempenho comprometido a medida que a frequência aumenta.

Na segunda alternativa, são utilizadas as tranformações de forma semelhante as obtidas para uma máquina simétrica. Este procedimento encontra-se descrito na figura 5.10. Como era de se esperar a não consideração da assimetria provoca um erro no controle de corrente. Apesar disto apresenta um desempenho melhor que o anterior.

Por fim, a compensação nas amplitudes consiste em uma aproximação utilizada por alguns autores que discutem o funcionamento equilibrado da máquina monofásica [12], [11]. De acordo com as discussões anteriores, o funcionamento equilibrado exige que as amplitudes das correntes dos enrolamentos principal e auxiliar estejam relacionadas de forma que  $\frac{m_{srq}}{m_{srd}}I_{sq} = I_{sd}$  e ainda,  $i_{sd}$  e  $i_{sq}$  devem estar defasadas de 90°. Com base nestes



Figura 5.10: Controle de corrente no referencial síncrono.



Figura 5.11: Controle de corrente no referencial síncrono, com compensação nas amplitudes. argumentos pode-se definir uma transformação que leva a grandeza transformada para um referencial síncrono.

Como resultado, os controladores irão fornecer as componentes das tensões dos eixos d e q neste mesmo referencial. Para que sejam obtidos os valores que deverão ser sintetizados pelo inversor é necessário que se disponha dos valores das tensões no referencial estatórico. A análise simplificada do problema revela que a razão entre as amplitudes das tensões é o inverso das correntes, isto é, enquanto fica estabelecido que  $\frac{m_{erg}}{m_{erd}}I_{sq} = I_{sd}$ , em termos das amplitudes das tensões tem-se  $\frac{m_{erg}}{m_{erd}}V_{sd} = V_{sq}$ . A solução aproximada sugere ainda que a defasagem entre as tensões sejam de 90°. A solução exata, mostra que a razão entre as amplitudes das tensões pode ser maior que  $\frac{m_{erg}}{m_{erd}}$  e a defasagem entre as tensões nem sempre é 90°. De forma semelhante a estratégia anterior, esta, constitui uma solução aproximada, onde os controladores tentarão compensar os efeitos desta aproximação. O diagrama de blocos completo para o controle de corrente no referencial síncrono considerando as compensações em amplitudes de correntes e tensões encontra-se na figura 5.11.

A escolha entre as estratégias que utilizam controladores PI apresentadas depende fundamentalmente do nível de assimetria da máquina, pois quando  $\frac{m_{srg}}{m_{srd}} = 1$  a estratégia 3 coincide com a 2 e a máquina passa a ser considera como sendo bifásica simétrica.

### 5.5 Resultados de Simulações

Os programas implementados para estudo da máquina monofásica têm como objetivo não só mostrar o funcionamento desta utilizando a estrutura com quatro chaves. Mas também, houve a preocupação em apresentar o funcionamento da máquina quando alimentada por fontes ideais (tensão ou corrente) de forma a tornar possível uma melhor caracterização.

Os resultados serão apresentados dando ênfase aos seguintes aspectos:

- 1. Funcionamento em malha aberta
- 2. Controle de corrente
- 3. Controle vetorial

Nos casos em que as técnicas PWM escalar e vetorial são utilizadas os princípios seguem rigorosamente os estabelecidos para a máquina bifásica no capítulo 4.



(a) Velocidade da máquina. (b) Conjugado da máquina.

Figura 5.12: Característica do funcionamento da máquina monofásica do tipo capacitor de partida.

#### 5.5.1 Funcionamento em Malha Aberta

Para tornar evidente o efeito da compensação das correntes sobre o conjugado foram consideradas três situações. Na primeira foi tomado uma máquina monofásica dotada de um capacitor de partida em série com o enrolamento auxiliar. Utilizando uma fonte monofásica para alimentá-la, a máquina partiu com tensão nominal sobre seus enrolamentos. Ao atingir 70% da velocidade síncrona o enrolamento auxiliar foi desconectado, por conta da atuação da chave centrífuga. As curvas de velocidade do conjugado eletromagnético obtidas, figuras 5.12a e 5.12b, mostram o caráter oscilatório inerente neste tipo de máquina.

Considerando o caso onde se dispõe de uma fonte bifásica de amplitudes ajustáveis e defasadas de 90° pode-se avaliar o funcionamento, diante da solução aproximada que leva a um conjugado com oscilação de menor amplitude. Como consequência, a curva de velocidade da máquina, figura 5.13a apresenta um comportamento mais suave se comparada a curva da figura 5.12a. O mesmo pode ser dito sobre o conjugado. Uma vez que a relação entre as amplitudes, bem como a defasagem exata entre estas tensões é função da velocidade e dos parâmetros da máquina, a solução aproximada pode ser considerada satisfatória. Um exemplo é a realização de uma estratégia de controle onde a razão V/Hz é mantida constante.

Para tornar bem explícito o funcionamento da máquina quando se faz uso da compensação em corrente, foram realizadas simulações onde foi considerada a alimentação



(a) Velocidade da máquina.



Figura 5.13: Característica do funcionamento da máquina monofásica alimentada por uma fonte de tensão bifásica, ideal, com compensação das amplitudes.



(a) Velocidade da máquina.

(b) Conjugado da máquina.

Figura 5.14: Característica do funcionamento da máquina monofásica alimentada por uma fonte de corrente bifásica, ideal, com compensação das amplitudes. por meio de uma fonte de corrente ideal. Conforme resultados anteriores, as corrente estatóricas foram imposta de forma que suas amplitudes tenham uma relação onde  $\frac{m_{srq}}{m_{srd}}I_{sq} = I_{sd}$ , sendo  $I_{sd}$  a amplitude da corrente no enrolamento principal e  $I_{sq}$  a amplitude no enrolamento auxiliar. A defasagem entre elas é de 90°. Na simulação considera-se que a máquina é levada a uma velocidade próxima da velocidade síncrona por uma fonte mecânica externa. A partir de então a fonte de corrente é acionada. Uma vez que a amplitude considerada para o enrolamento principal é próxima a corrente nominal, a máquina apresenta um pequeno transitório, atingindo em seguida o regime permanente para o nível de corrente imposto. Conforme ilustram as figuras 5.14a e 5.14b nem a curva de velocidade nem a de conjugado apresentam oscilações, ao contrário do que pode-se observar nas figuras 5.12 e 5.13.

#### 5.5.2 Controle de Corrente

As estratégias de corrente apresentadas para a máquina monofásica foram testadas considerando a situação em que a máquina encontra-se inicialmente em repouso sendo imposta uma corrente de aproximadamente o dobro da corrente nominal. Passados 0.5s, a corrente de referência assume a amplitude da corrente nominal. Os resultados encontram-se ilustrados nas figuras 5.15 a 5.18.

A atuação do controlador contínuo por histerese encontra-se na figura 5.15. A figura 5.15a apresenta as curvas das correntes de referência e real no enrolamento principal (eixo d) bem como o erro entre estas, na figura 5.15b é feito o mesmo para a corrente de eixo q. O conjugado resultante do controle de corrente, conforme mostra a figura 5.15c, não apresenta ondulações em regime permanente. Como pode-se perceber o desempenho desta estratégia é satisfatório, podendo se aproximar de uma fonte ideal de corrente a medida que a janela de histerese diminui. Porém tal solicitação implica em uma frequência elevada de operação nas chaves do inversor.

As soluções onde utilizam-se controladores PI podem ser consideradas como sendo satisfatórias uma vez que não é esperado erro nulo em nenhuma delas. No caso onde as variáveis controladas são tratadas em um referencial assíncrono e as grandezas controladas são alternadas o controlador não é capaz de levar o erro a nível zero, figuras 5.16a e 5.16b. Todavia o conjugado resultante, figura 5.16c, apresenta um comportamento bem próximo do que se obteve realizando o controle por histerese.

Ignorar a assimetria "natural" da máquina monofásica, esperando que o controle de corrente no referencial síncrono forneça resultados melhores que os apresentados na figura 5.17, pode ser uma boa alternativa. A comprovação está na figura 5.17 onde as curvas das correntes, com os respectivos erros, e conjugado estão apresentadas. O fato



(a) Enrolamento principal.

(b) Enrolamento auxiliar.



(c) Conjugado eletromagnético.

Figura 5.15: Controle de corrente utilizando um controlador contínuo por histerse.

106



(a) Enrolamento principal.

(b) Enrolamento auxiliar.



(c) Conjugado eletromagnético.

Figura 5.16: Controle de corrente utilizando controladores PI operando sobre grandezas AC, referêncial assíncrono.



(a) Enrolamento principal.

(b) Enrolamento auxiliar.



(c) Conjugado eletromagnético.

Figura 5.17: Controle de corrente utilizando controladores PI utilizando as tranformações da máquina simétrica.



(a) Enrolamento principal.

(b) Enrolamento auxiliar.



(c) Conjugado eletromagnético.

Figura 5.18: Controle de corrente utilizando controladores PI utilizando as transformações da máquina simétrica e compensação em amplitudes. é que as transformações utilizadas não são exatas, logo o desempenho deste controlador não poderia idêntico ao que se obtém para uma máquina simétrica.

Por fim, a estratégia que considera compensações em amplitudes mostrou-se equivalente a anterior, já que a melhoria apresentada não é tão perceptível. Isto permite concluir que a compensação em amplitude pode ser fornecida pelo próprio controlador. As curvas das figuras 5.18a, 5.18b e 5.18c ilustram o desempenho obtido quando se faz uso de constantes para realizar a compensação em amplitudes.

A grande vantagem de realizar o controle de corrente utilizando controladores PI é poder trabalhar com o inversor em uma frequência fixa de chaveamento. Um fato que ficou claro diante da realização do controle de corrente por meio de aproximações ou ainda processando as grandezas em um referencial assíncrono, resulta em um conjugado de características bastantes semelhantes. Entretanto, para uma mesma situação observa-se uma diferença entre o valor do conjugado.

#### 5.5.3 Controle Vetorial

Levando em conta que as estratégias de controle de corrente que utilizam controladores PI não possibilitaram implementar uma fonte de corrente tão próxima de uma ideal, optou-se pela realização do controle de fluxo e conjugado utilizando o controle de corrente por histerese.

Na figura 5.19 encontram-se os resultados do funcionamento da máquina sob a ação do controle de fluxo e conjugado. Com a máquina inicialmente em repouso foi imposto um fluxo rotórico de amplitude igual a 0.5Wb constante durante todo o intervalo. Em paralelo foi solicitado da máquina um conjugado constante de 1,2Nm durante o intervalo de 0 a 2s. A partir deste momento o valor de referência do conjugado passa a ser -1,2Nm, permanecendo assim até o instante 3,5s, momento em que passa a ser 0.8Nm.

Conforme mostram os resultados, o conjugado e o fluxo são controlados corretamente.

## 5.6 Resultados Experimentais

Utilizando um microcomputador *PC-Pentium* equipado com uma placa de aquisição de dados foram realizados dois experimentos com a máquina monofásica (Máquina E). No primeiro a máquina foi alimentada em malha aberta para que fosse possível avaliar o seu comportamento sob duas condições.



(a) Módulo do fluxo rotórico.

(b) Conjugado de referência e real.



(c) Velocidade da máquina.

Figura 5.19: Controle de fluxo e conjugado com orientação indireta pelo fluxo rotórico.





(a) Tensões nos enrolamentos da máquina.

(b) Correntes resultantes.

Figura 5.20: Tensões e correntes na máquina monofásica. Alimentação utilizando tensões de mesma amplitude e defasagem de 90°.

- Alimentação utilizando tensões de mesma amplitude e defasadas de 90° sobre os enrolamentos da máquina;
- 2. Tensões defasadas de 90° utilizando uma compensação nas amplitudes de forma que  $\frac{m_{srq}}{m_{srd}}V_{sd} = V_{sq}$ .

O objetivo é mostrar que a compensação nas amplitudes das tensões levam a um funcionamento próximo ao ideal da máquina. Ou seja correntes defasadas de 90° com uma relação de amplitudes próxima a  $\frac{m_{srg}}{m_{srd}}I_{sq} = I_{sd}$ .

Os resultados encontram-se nas figuras 5.20 e 5.21. Na figura 5.20 as tensões nos terminais da máquina possuem a mesma amplitude. Como consequência, as correntes, apresentam uma defasagem de aproximadamente 138, 5° e uma relação de amplitude em torno de 4. A máquina utilizada possui uma "relação de assimetria" tal que  $\frac{m_{erd}}{m_{erg}} \approx 1.33$ . Esta razão foi usada para determinar as amplitudes que as tensões deveriam ter. Neste caso as correntes apresentaram uma defasagem em torno de 85° e uma razão de 1, 2 em termos de amplitude, figura 5.21. Como pode-se observar a compensação em amplitude permite uma razão aproximada nos valores das correntes enquanto o uso de tensões com a mesma amplitude não permite.

Uma outra realização foi a estratégia de controle que opera sobre grandezas CA. Considerando que  $\frac{m_{srd}}{m_{erg}} \approx 1,33$  foram impostas as seguintes correntes em cada uma das fases:

$$i_{sd}^{s*} = 1,33\cos 20\pi t$$







Figura 5.21: Tensões e correntes na máquina monofásica. Alimentação utilizando tensões com amplitudes compensadas e defasagem de 90°.



(a) Enrolamento principal.

(b) Enrolamento auxiliar.



$$i_{sq}^{s*} = \sin 20\pi t$$

onde d é a fase principal e q a auxiliar. Observando as figuras 5.22a e 5.22b, percebe-se que o desempenho é satisfatório. Como particularidade, é possível observar que apesar de possuir uma amplitude menor que a do enrolamento principal, a corrente controlada no enrolamento auxiliar acomoda-se de modo mais suave a corrente de referência. A justificativa é que os braços do inversor operam com índices de modulação diferentes. Ou seja, apesar da amplitude da corrente do enrolamento principal ser maior, a tensão fornecida possui um índice de modulação menor que a do enrolamento auxiliar.

### 5.7 Conclusões

O estudo do motor monofásico comprovou a sua viabilidade para compor um sistema de baixo custo. Independente da teoria utilizada (duplo campo girante ou campos cruzados) mostrou-se que é possível descrever analiticamente como o desempenho da máquina pode ser melhorado.

Com base na teoria dos campos cruzados, ou seja, a teoria geral das máquinas elétricas, foi elaborada uma estratégia de controle vetorial para a máquina monofásica que se mostrou tão eficiente quanto as aplicadas nas máquinas trifásicas.

Na realização do controle de corrente, os resultados obtidos mostram que melhorias são necessárias uma vez que a compensação das amplitudes das tensões é uma solução aproximada. Todavia é importante lembrar que a busca de uma maior precisão leva o problema a um grau de complexidade maior.

Entre os quatro tipos de motores monofásicos relacionados neste capítulo (Motor de indução de fase dividida, Motor de fase dividida com partida à capacitor, Motor de fase dividida com capacitor permanente e Motor a duplo capacitor) o motor de fase dividida pode vir a apresentar problemas de aquecimento no enrolamento auxiliar devido ao uso contínuo deste. A justificativa é que a assimetria entre os enrolamentos deste tipo de motor é bastante acentuada e ao exigir um funcionamento equilibrado é possível que se faça o enrolamento auxiliar operar com uma corrente elevada. Nos demais tipo, quanto mais tênue for a assimetria entre os enrolamentos menor será a possibilidade de um problema por aquecimento.

# Capítulo 6

## Conclusão Geral

Neste trabalho foram avaliadas diferentes configurações como o objetivo final de formar um sistema de acionamento de baixo custo. Em cada etapa, diferentes propostas de operação do inversor foram avaliadas. A intenção foi permitir para cada caso, a determinação do padrão PWM mais eficiente. No caso do motor monofásico são válidos os resultados obtidos para máquina bifásica simétrica.

Os testes realizados para cada uma das configurações podem agora ser confrontados. Na figura 6.1 encontram-se os valores da  $THD_{\mathbf{v}}$  vetorial dos padrões que se mostraram mais eficientes. Como pode-se perceber, os melhores resultados são relativos as configurações que utilizam máquinas trifásicas. No caso da máquina com dois enrolamentos considerou-se que  $v_{so}^s = 0$ .

O fato de considerar as variáveis transformadas para o cálculo dos índices de desempenho permite estabelecer um outro critério para avaliação dos sistemas. Normalmente, os estudos relativos a uma máquina trifásica utilizam as variáveis tranSformadas de uma máquina bifásica equivalente. Sob este ponto de vista, pode-se considerar que uma máquina bifásica é equivalente a uma outra, trifásica, quando a máquina bifásica dq desta última for equivalente a primeira. Com base neste princípio de equivalência é possível estabelecer algumas comparações referentes a operação em regime contínuo dos diferentes sistemas.

Considerando, inicialmente, um inversor com três braços cuja tensão de barramento nominal é E que permite sintetizar, no plano dq, um vetor de tensão com amplitude  $V_s$ . Admitindo-se que é desejável obter o mesmo vetor de tensão, com índice de modulação igual, nos sistemas estudados neste trabalho as tensões de barramento devem ser:

- 2E para a configuração que utiliza a máquina trifásica;
- $\frac{2}{\sqrt{3}}E$  para a configuração que utiliza a máquina com dois enrolamentos;





•  $\sqrt{2}E$  para a configuração que utiliza a máquina bifásica.

Além da tensão do barramento, outras variáveis podem ser comparadas para se estabelecer uma relação entre as diferentes configurações, como, por exemplo, a corrente de fase e a corrente que circula nos capacitores do barramento CC. Admitindo-se que uma máquina trifásica alimentada por um inversor do tipo SSI opera com uma corrente de fase cuja amplitude é  $I_{sm}$ , para os sistemas estudados valem as seguintes relações para as respectivas correntes de fase

- Máquina trifásica I<sub>sm</sub>;
- Máquina com dois enrolamentos  $\sqrt{3}I_{sm}$ ;
- Máquina bifásica  $\sqrt{\frac{3}{2}}I_{sm}$ .

Quanto a corrente CA que circula nos capacitores, esta não se faz presente em um sistema que possui um inversor do tipo SSI. Todavia, considerando o valor  $I_{sm}$  para quantificar a corrente que circula pelos capacitores, nos sistemas estudados, tem-se as seguintes relações para os valores de amplitudes:

- Máquina trifásica  $I_{ac} = \frac{1}{2}I_{sm}$ ;
- Máquina com dois enrolamentos  $I_{ac} = \frac{3}{2}I_{sm}$ ;

116

• Máquina bifásica —  $I_{ac} = \frac{\sqrt{3}}{2}I_{sm}$ .

Para a máquina monofásica, pode-se tomar as relações estabelecidas para a máquina bifásica simétrica. No caso da máquina com dois enrolamentos, admitiu-se que  $v_{so}^s = 0$ .

Com relação as estratégias de controle, ficou claro que tanto para a máquina trifásica quanto para a máquina bifásica, não é necessária nenhuma adaptação. Apesar disto, foram levantadas diferentes maneiras de equacioná-las.

No caso da máquina com dois enrolamentos o controle de corrente necessita de uma formulação mais eficiente para que o termo homopolar seja compensado, uma vez que a dependência dos parâmetros homopolares implica em um elevado nível de complexidade. As soluções propostas neste trabalho, buscando uma atuação dos controladores sobre as variáveis reais, ao invés das tranSformadas, revelaram-se redundantes, sendo capaz apenas de reproduzir os resultados.

Para a máquina monofásica, a busca por um funcionamento equilibrado permitiu que lhe fosse desenvolvida uma estratégia vetorial para o controle de fluxo e conjugado que se mostrou bastante eficiente nos resultados de simulações. No que diz respeito ao controle de corrente as adaptações realizadas para as estratégias aplicadas a máquina simétrica mostraram-se pouco eficientes, a medida que a assimetria entre os enrolamentos principal e auxiliar é acentuada. Apesar disto, os resultados obtidos para baixa velocidade mostram que a corrente pode ser controlada corretamente.

Diante dos resultados apontados, o esquema que utiliza uma máquina trifásica, apresenta melhor desempenho, exceto a tensão de barramento CC. Entretanto, a escolha de um dos esquemas depende dos aspectos práticos envolvidos em cada aplicação.

Um exemplo de aplicação dos esquemas estudados é a utilização da configuração que utiliza a máquina trifásica ou ainda a máquina com dois enrolamentos, no caso de uma falta em um sistema composto por uma máquina trifásica e um inversor do tipo SSI. Neste caso, pode-se aumentar a robustez do sistema.

Um outro exemplo, é quando um dado sistema que já utiliza uma máquina monofásica tem a necessidade da melhoria do fator de potência e/ou de um controle de velocidade. Neste caso, basta adicionar ao sistema um inversor do tipo FSI, para alimentação da máquina, para que se possa resolver o problema.

#### Sugestões para estudos futuros

- desenvolvimento de uma estratégia de controle capaz de compensar as variáveis homopolares na configuração - máquina com dois enrolamentos;
- estudos de caracterização de máquinas monofásicas com o intuito de realizar uma estratégia de controle de corrente que não sofra influência da assimetria dos

 desenvolvimento de estruturas que permitam a operação do inversor com um mesmo índice de modulação nas fases.

## Apêndice A

# Parâmetros das Máquinas

- Máquina A (simulação)
  - Trifásica
  - $\begin{array}{ll} 380V/220V, \ P = 2, \ 60 \ Hz \\ r_s = 0, 39 \ \Omega & l_s = 94 \ mH \\ r_r = 1, 41 \ \Omega & l_r = 94 \ mH \\ m_{sr} = 91 \ mH \end{array}$
- Máquina B (experimental)
  - Trifásica

 $220V/127V, \ 60Hz, \ 1/3Hp, \ P = 2$ 

- $r_s = 3,13 \ \Omega$   $l_s = 113,7 \ mH$   $r_r = 1,66 \ \Omega$   $l_r = 121,9 \ mH$  $m_{sr} = 107,5 \ mH$
- Máquina C (experimental)
  - Trifásica

 $\begin{array}{ll} 380V/220V,\ 60Hz,\ 1/3Hp,\ P=2\\ r_s=30\ \Omega\\ r_\tau=34,49\ \Omega\\ m_{sr}=592,35\ mH \end{array}$ 

- Máquina D (experimental)
  - Bifásica

110V, 60Hz, 1/4cv, P = 2

$r_{sd} = 6 \ \Omega$	$l_{sd} = 143,324 \ mH$
$r_{sq} = 6, 1 \ \Omega$	$l_{sq} = 142,216 \ mH$
$r_r = 5,019 \ \Omega$	$l_r = 143,324 \ mH$
$m_{srd} = 127,886 \ mH$	$m_{srg} = 127,011 \ mH$

 Máquina E (experimental - simulação)

Monofásica

110V, 60Hz, 1/2cv, P = 2

$r_{sd} = 0,956 \ \Omega$	$l_{sd} = 99,81 \ mH$
$r_{sq}=3,98~\Omega$	$l_{sq} = 190, 26 \ mH$
$r_{\tau} = 1,488 \ \Omega$	$l_r = 99,90 \ mH$
$m_{s\tau d} = 94,90 \ mH$	$m_{srg} = 130, 87 \ mH$

## **Referências Bibliográficas**

- T.H. Liu, J.R. Fu, and T.A. Lipo. A strategy for improving reliability of fieldoriented induction motor drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 29(5):910-918, September/October 1993.
- [2] Gi-Teak Kim and T. A. Lipo. Vsi-pwm rectifier/inverter system with a reduced switch count. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 32(6):1331-1337, November/December 1996.
- [3] R.L.A. Ribeiro, C.B. Jacobina, E.R.C. da Silva, and A.M.N. Lima. Ac/ac converter with four switch three phase structures. In *Conf. Rec. PESC*, pages 134–139, Baveno, Italy, June 1996.
- [4] P.N. Enjeti and Ashek Rahman. A new single-phase to three-phase converter with active input current shaping for low cost ac motor drives. In *Conf. Rec. IAS*, pages 935–939, 1990.
- [5] F. Blaabjerg, S. Freysson, H.H. Hansen, and S. Hansen. Comparasion of a spacevector modulation strategy for a three phase standard and a component minimized voltage source inverter. In *Conf. Rec. EPE*, pages 1806–1813, 1995.
- [6] M.F. Rahman and L. Zhong. A currente-forced reversible rectifier fed single-phase variable speed induction motor drive. In Conf. Rec. PESC, pages 114-119, 1990.
- T.J.E. Miller. Single-phase permanent-magnet motor analysis. IEEE Transactions on Industry Applications, 21(4):651-658, May/June 1985.
- [8] T.A. Lettenmaier, D.W. Novotny, and T.A. Lipo. Single-phase induction motor with an electronically controlled capacitor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 27(1):38-43, Jan/Feb 1991.
- [9] E. Muljadi, Y. Zhao, T.H. Liu, and T.A. Lipo. Adjustable ac capacitor for a single-phase induction motor. In *Conf. Rec. IAS*, pages 185–190, Dearborn, MI, September 1991.

- [10] P.C. Krause. Simulation of unsymetrical 2-phase induction machines. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 84(11):1025-1037, November 1965.
- [11] D.G. Holmes and A. Kotsopoulos. Variable speed control of single and two phase induction motors using a three phase voltage source inverter. In Conf. Rec. IAS, pages 613-620, 1993.
- [12] E.R. Collins Jr., A.B. Puttgen, and W.E. Sayle II. Single-phase induction motor adjustable speed drive: Direct phase angle control of the auxiliary winding supply. In Conf. Rec. IAS, pages 246-252, 1988.
- [13] M.F. Rahman, L. Zhong, and S.Y.R. Hui. A single-phase, regenerative, variable speed induction motor drive with sinusoidal input current. In *Conf. Rec. EPE*, pages 3777-3780, 1995.
- [14] S. Ogasawara, H. Akagi, and A. Nabae. The generalized theory of indirect vector control for ac machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 24(3):470-478, May/June 1988.
- [15] C.B. Jacobina and A.M.N. Lima. Estratégias de controle para sistemas de acionamento com máquinas assincronas. Controle e Automação, 7(1):15-28, 1996.
- [16] M.B.R. Correa, C.B. Jacobina, A.M.N. Lima, and E.R.C. da Silva. Controle por orientação pelo campo de uma motor de indução monofásico. In *Conf. Rec. COBEP*, pages 184-189, Belo Horizonte - MG, Dezembro 1997.
- [17] M.B.R. Correa, C.B. Jacobina, A.M.N. Lima, and E.R.C. da Silva. Field oriented control of a single-phase induction motor drive. In *Conf. Rec. PESC*, aceito, May 1998.
- [18] H.N. Hickok. Adjustable speed a tool for saving energy losses in pumps, fans, blowers, and compressors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 21(1):124-136, Jan/Feb 1985.
- [19] H.W. Van der Broeck and J.D. Van Wyk. A comparative investigation of a threephase induction machine drive with a component minimized voltage-fed inverter under different control options. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 20(2):309-320, March/April 1984.
- [20] F. Blaabjerg, S. Freysson, H.H. Hansen, and S. Hansen. A new optimized space vector modulation strategy for a component minimized voltage source inverter. In *Conf. Rec. APEC*, pages 577-585, 1995.

- [21] C.B. Jacobina, E.R.C. da Silva, A.M.N. Lima, and R.L.A. Ribeiro. Analysis of a four switch three phase invert topology. In *Conf. Rec. COBEP*, pages 515-520, 1995.
- [22] C.B. Jacobina, E.R.C. da Silva, A.M.N. Lima, and M.B.R. Correa. Low cost induction motor drive system for low power applications. In *Conf. Rec. IAS*, pages 605-612, New Orleans, October 1997.
- [23] C.B. Jacobina, M.B.R. Correa, E.R.C. da Silva, and A.M.N. Lima. Sistema de acionamento de máquinas de indução em aplicações de baixa potência. In *Conf. Rec. COBEP*, pages 121-126, Belo Horizonte - MG, Dezembro 1997.
- [24] C.B. Jacobina, A.M.N. Lima, and E.R.C. da Silva. Pwm space vector based on digital scalar modulation. In *Conf. Rec. PESC*, pages 606-611, Saint Louis -Missouri, June 1997.
- [25] C.B. Jacobina, A.M.N. Lima, E.R.C. da Silva, R.N.C. Alves, and P.F. Seixas. Digital scalar pulse width modulation: A simple aproach to introduce non-sinusoidal modulating wave-forms. In *Conf. Rec. EPE*, 1997.
- [26] A.C. Oliveira, A.M.N. Lima, and C.B. Jacobina. Digital current controllers for induction machines. In *Conf. Rec. COBEP*, pages 615-619, São Paulo - Sp, Dezembro 1995.
- [27] T.M. Rowan and R.J. Kerkman. A new synchronous current regulator and an analysis of current-regulated pwm inverters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 20(4):678-690, July/August 1986.
- [28] C.M. Young, C.C. Liu, and C.H. Liu. New inverter-driven design and control method for two-phase induction motor drives. *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, 143(6):458-466, November 1996.
- [29] A. Tozune and M. Sakamoto. Effects of contructional asymmetries on the characteristics of 2-phase permanent magnet synchronous motors. *IEE Proceedings*, 136, Pt. B(3):143-150, May 1987.
- [30] D. Alexa. Static frequency convertor for supplying an asynchronous two-phase motor. *IEE Proceedings*, 134, Pt. B(1):57-60, January 1987.
- [31] T. Yokozuka and H. Miyake. Characteristics of 2-winding capacitor motors with tapped auxiliary windings. *IEE Proceedings*, 134, Pt. B(5):261-268, September 1987.

- [32] D.-H. Jang and J.-S. Won. Voltage, frequency, and phase-difference angle control of pwm inverters-fed two-phase inductions motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 9(4):377-383, May/June 1994.
- [33] I.L. Kosov. Máquinas Elétricas e Transformadores. Editora Globo, São Paulo, S.P., 1985.
- [34] A.E. Fitzgerald, C. Kingsley Jr., and A. Kusko. Máquinas Elétricas. McGraw-Hill do Brasil, 1975.
- [35] P.S. Bimbra. Generalized Theory of Electrical Machines. Khana Publisher, N. Delhi, 1980.
- [36] P.C. Sen. Principle of Eletric Machines and Power Electronics. John Wiley & Sons. Inc., New York, N.Y., 1989.
- [37] C.C. Chan. Single-phase switched reluctance motors. *IEE Proceedings*, 134, Pt. B(1):53-56, January 1987.
- [38] A. Tozune. Design method for l- and t-connected tapped-winding capacitor motors. *IEE Proceedings*, 136, Pt. B(1):11-18, January 1989.
- [39] E.R. Collins. Torque and slip behavior of single-phase induction motors driven from variable-frequency supplies. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 28(3):710-715, May/June 1992.
- [40] E.R. Collins Jr. and R.E. Ashley. Operating characteristics of single-phase capacitor motors driven from variable speed supplies. In *Conf. Rec. IAS*, pages 52-57, Detroit, 1991.
- [41] W.J. Morrill. The revolving-field theory of the capacitor motor. In AIEE Transaction, pages 614-629, New York, N.Y., Jan/Feb 1929.
- [42] P.C. Krause, O. Wasynczuk, and S.D. Sudhoff. Analysis of Electric Machinery. IEEE Press, Piscataway, 1995.