
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DOS CURSOS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA

COMPENSAÇÃO REATIVA DE ALIMENTADORES
RADIAIS BASEADA EM MODELO DEPENDENTE
DA TENSÃO E TÉCNICA DE PROGRAMAÇÃO
DISCRETA ASCENDENTE

Alexandre César de Castro

Campina Grande – Paraíba – Brasil

Fevereiro de 2000

**COMPENSAÇÃO REATIVA DE ALIMENTADORES
RADIAIS BASEADA EM MODELO DEPENDENTE DA
TENSÃO E TÉCNICA DE PROGRAMAÇÃO DISCRETA
ASCENDENTE**

*Dissertação apresentada à Coordenação dos Cursos de
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade
Federal da Paraíba, em cumprimento às exigências para
obtenção do Grau de Mestre em Ciências no Domínio da
Engenharia Elétrica.*

Área de Concentração: Processamento da Energia

**BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, Dr., UFPB
Orientador**

Campina Grande – Paraíba – Brasil

Fevereiro de 2000




ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Setorial do campus II da UFPB

C355c Castro, Alexandre César de
2000 Compensação reativa de alimentadores radiais baseada em modelo dependente da tensão e técnica de programação discreta ascendente.
Campina Grande: UFPB, 2000.
73 p.
Dissertação (mestrado) UFPB. DEE
1. Engenharia Elétrica. Compensação Reativa
2. Técnica de Programação Discreta Ascendente
CDU: 621.319.44

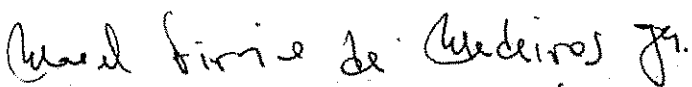
COMPENSAÇÃO REATIVA DE ALIMENTADORES RADIAIS BASEADA
EM MODELO DEPENDENTE DA TENSÃO E TÉCNICA DE
PROGRAMAÇÃO DISCRETA ASCENDENTE

ALEXANDRE CÉZAR DE CASTRO

Dissertação Aprovada em 11.02.2000


PROF. BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.Sc., UFPB
Orientador


PROF. WASHINGTON LUIZ ARAÚJO NEVES, Ph.D., UFPB
Componente da Banca


PROF. MANOEL FIRMINO DE MEDEIROS JÚNIOR, Dr., UFRN
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB
Fevereiro - 2000

*À minha esposa, aos meus pais,
ao meu filho, ao meu irmão e à minha avó,*

DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus pelo dom da vida.

Ao Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento (CNPQ) pelo auxílio financeiro.

À Coordenação de Pós-graduação de Engenharia Elétrica (COPELE) pela oportunidade na realização do trabalho.

À minha esposa Josicleide, e aos meus pais, Calazans e Neves, pelo apoio, dedicação e incentivo.

Sou muito grato ao prof. Benemar (LSP-UFPB) pela sua paciência, dedicação e grande orientação no desenvolvimento deste trabalho.

Aos amigos Diana, Fabiano, James, Gustavo Arruda, Karlla e Damásio, que sempre me deram incentivo e ajuda nos momentos difíceis.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS.....	vi
LISTA DE FIGURAS.....	x
LISTA DE TABELAS.....	xii
RESUMO.....	xiii
ABSTRACT.....	xiv
CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Considerações Gerais	1
1.2 Revisão Bibliográfica	2
1.3 Objetivo	6
1.4 Organização do Trabalho	7
CAPÍTULO 2. ESTUDO ANALÍTICO PRELIMINAR	8
2.1 Alimentador com Carga Contínua Genérica	8
2.2 Análise Numérica das Perdas de Potência	12
2.2.1 Cálculo das perdas de potência	12
2.2.2 Efeito do capacitor no cálculo das perdas de potência	16
2.3 Perdas de Energia	19
CAPÍTULO 3. PROGRAMAÇÃO DINÂMICA E PROGRAMAÇÃO DISCRETA ASCENDENTE	21
3.1 Introdução	21
3.2 Programação Dinâmica	22
3.2.1 Alocação de banco de capacitores empregando programação dinâmica	25

3.2.1.1 Análise numérica empregando programação dinâmica	31
3.3 Programação Discreta Ascendente	34
3.3.1 Alocação de banco de capacitores por programação discreta ascendente	34
3.4 Programação Dinâmica versus PDA	38
3.4.1 Inclusão do custo dos capacitores na função objetivo	39
3.4.2 Inclusão do custo de instalação na função objetivo	40
CAPÍTULO 4. REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS DA CARGA	43
4.1 Curva de Carga	43
4.2 Curva de Duração de Carga	45
4.3 Segmentação da Curva de Duração de Carga	45
4.3.1 Segmentação por exploração repetitiva	47
4.3.1.1 Segmentação em dois níveis	49
4.3.1.2 Segmentação em três níveis	49
4.3.1.3 Segmentação em quatro níveis	50
4.4 Segmentação por Programação Dinâmica	51
4.4.1 Formulação da técnica de programação dinâmica	52
4.4.2 Algoritmo da programação dinâmica de segmentação	53
4.4.3 Limitação da região viável	53
CAPÍTULO 5. A PROGRAMAÇÃO DISCRETA ASCENDENTE	55
E SUA APLICAÇÃO À COMPENSAÇÃO	
REATIVA	
5.1 Introdução	55
5.2 Método de Solução do Problema da Compensação Reativa	56
5.2.1 Dados de entrada	58
5.2.2 Avaliação das perdas	59
5.2.3 Alocação dos bancos de capacitores	59
5.2.4 Dados de saída	61

5.3 Um Estudo de Aplicação

61

CAPÍTULO 6. CONCLUSÕES

67

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

69

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Alimentador com carga contínua genérica.	9
Figura 2.2 Diagrama fasorial de sinais num ponto genérico do alimentador da figura 2.1.	11
Figura 2.3 Alimentador com carga uniformemente distribuída.	13
Figura 2.4 Alimentador da figura 2.3 discretizado.	13
Figura 2.5 Trecho entre as barras j e $j+1$.	14
Figura 2.6 Perfil de tensão nos dois modelos ao longo do alimentador.	16
Figura 2.7 Influência da capacidade do banco de capacitor no perfil de tensão ao longo do alimentador da figura 2.3.	17
Figura 2.8 Perdas totais em função da capacidade do banco, localizado a 7,0 km da subestação.	18
Figura 2.9 Perdas totais em função da localização do banco de 600kvar.	18
Figura 3.1 Diagrama esquemático do problema do transporte.	23
Figura 3.2 Modos possíveis de viajar e os gastos de combustíveis associados.	23
Figura 3.3 Caminhos selecionados pela técnica de programação dinâmica.	25
Figura 3.4 Fluxos de reativos em uma barra genérica do alimentador.	28
Figura 3.5 Alimentador do exemplo 3.1 sem bancos de capacitores.	31
Figura 3.6 Alimentador do exemplo 3.1 com os bancos instalados para que a redução seja máxima.	34
Figura 3.7 Diagrama unifilar do alimentador do exemplo 3.2.	35
Figura 4.1 Curvas diárias. (a) de carga ativa e (b) de duração de carga ativa.	48
Figura 4.2 Segmentação da curva de duração de carga em dois níveis.	49
Figura 4.3 Segmentação da curva de duração de carga em três níveis.	50
Figura 4.4 Segmentação da curva de duração de carga em quatro níveis.	50

Figura 5.1 Curva de duração de carga normalizada e segmentada em três níveis.

60

Figura 5.2 Curvas diárias segmentadas. (a) de carga e (b) de duração de carga normalizada.

64

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 Comprimento de cada trecho e cargas reativas do alimentador do exemplo 3.1.	32
Tabela 3.2 Redução de perdas em kW por trecho para os vários valores possíveis de fluxo reativo capacitivo.	33
Tabela 3.3 Possibilidades de instalação dos módulos e as perdas obtidas.	36
Tabela 3.4 Perdas em kW do alimentador da figura 3.7, empregando PDA.	37
Tabela 3.5 Perdas em kW do alimentador da figura 3.7, empregando PDA para o caso 2.	37
Tabela 3.6 Resultado do exemplo 3.1 por PDA.	39
Tabela 3.7 Custo de instalação por barra.	41
Tabela 3.8 Resultado da resolução do exemplo 3.1 empregando as duas técnicas, com a inclusão do custo de instalação.	42
Tabela 4.1 Potência ativa medida na barra de 13,8 kV de uma subestação de distribuição num dia útil típico.	47
Tabela 4.2 Erro e tempo de processamento para segmentações diferentes.	51
Tabela 5.1 Dados característicos do alimentador PNO007 da CEAL .	62
Tabela 5.2 Resistências e reatâncias dos cabos utilizados no alimentador PNO007.	63
Tabela 5.3 Resultados da rotina computacional aplicada ao estudo da compensação reativa do alimentador PNO007 da CEAL .	66

RESUMO

Esta dissertação trata o problema da compensação reativa em alimentadores de distribuição radiais. O problema é formulado de modo tal que as variáveis são discretas, portanto compatível com a realidade. As perdas são calculadas sem aproximação, isto é, considerando-se sua dependência da tensão. Para resolver o problema emprega-se a técnica de Programação Discreta Ascendente (PDA) que tem certa similaridade com a técnica de programação dinâmica, mas que é de implementação mais simples e oferece facilidade de inclusão na função objetivo de custos variáveis das mais diferentes naturezas e também de restrições operacionais. Uma rotina computacional desenvolvida com base na técnica PDA e no método da soma de potência é implementada. Esta rotina é aplicada ao estudo da compensação reativa do alimentador PNO007 da CEAL (Companhia Energética de Alagoas).

ABSTRACT

This dissertation treats of the reactive compensation problem in radial distribution feeders. The problem is formulated in a such way that the variables are discrete, therefore compatible with the reality. The losses are calculated without approach, that is, they are considered dependents of the voltage. The problem is solved using the Ascendent Discrete Programming (PDA) technique that has some similarity with the dynamic programming technique, but its implementation simpler and offers inclusion easiness of variable costs of the most different natures and operational restrictions in the objective function. A routine computacional developed with base in PDA technique and in the power summation method is implemented. This routine is applied to the study of the reactive compensation of the feeder PNO007 of CEAL (Companhia Energética de Alagoas).

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Gerais

O Sistema de Distribuição de Energia Elétrica (SDEE) é parte importante do sistema de potência e exige grandes investimentos. Tem grande responsabilidade na qualidade de serviço prestado aos consumidores cujas cargas são de predominância indutiva e com fator de potência naturalmente baixo. Esse fato tem sérias conseqüências, como o aumento das perdas, problemas de regulação de tensão e má utilização da capacidade instalada.

O fornecimento de energia de boa qualidade implica em investimentos adicionais. A conjuntura econômica nacional é marcada por severas restrições financeiras que impedem ou pelo menos dificultam bastante o cumprimento dos programas de obras. Assim, exige-se das concessionárias maior eficiência no gerenciamento da energia elétrica, e uma das maneiras para que isso ocorra é o da redução das perdas nas redes de distribuição. Um dos meios mais eficientes e utilizados para que haja essa redução é o da compensação reativa, com a instalação de bancos de capacitores em derivação nos alimentadores de distribuição. Desta forma, ocorre a liberação da capacidade instalada, a

melhoria do perfil de tensão, o adiamento de novos investimentos de maior montante, como também o aumento do faturamento das concessionárias.

1.2 Revisão Bibliográfica

O que se convencionou chamar de *problema da compensação reativa* é um problema de otimização típico, que geralmente consiste em determinar a solução ótima da quantidade, dimensionamento, localização e controle de bancos de capacitores para maximizar a redução das perdas e conseqüentemente a economia líquida. O interesse por esse problema é antigo e sempre foi crescente. Já na década de quarenta CUTTINO (1944) destacou o uso de capacitores chaveados e seus benefícios na compensação reativa, comparando dois tipos de controle automáticos: o controle por tensão e o por corrente. COOK (1961) apresentou uma teoria básica e ferramentas para estudo analítico e numérico, que foram desenvolvidas para proverem a aplicação de capacitores em derivação fixos e/ou chaveados nos alimentadores primários no propósito de alívio de carga e de redução de perdas. A teoria foi baseada em equações escritas para um alimentador equivalente com carga uniforme, que tem as mesmas perdas de energia e de potência de um alimentador com carga não uniforme. As ferramentas eram relativamente sofisticadas, considerando os recursos computacionais da época. Determinavam o número, dimensionamento e localização dos capacitores, bem como a economia líquida obtida com a aplicação destes. O tempo de chaveamento foi tratado como uma variável independente e determinado pela análise da curva de duração de carga. As variáveis do problema eram contínuas. DURAN (1968) considerou o dimensionamento do capacitor como uma variável discreta, cargas concentradas e empregou a *técnica de programação dinâmica* para solucionar o

problema de otimização. Entretanto, tratou apenas de bancos fixos, considerando os custos não variáveis.

CHANG (1972) apresentou equações generalizadas para o cálculo de redução de perdas devido a aplicação de capacitores fixos em derivação nos alimentadores de distribuição. As cargas eram uma combinação de concentradas e distribuídas uniformemente. As variáveis do problema eram contínuas.

Os três artigos descritos anteriormente se basearam em hipóteses simplificadas: o perfil plano de tensão e alimentadores equilibrados sem ramais.

A partir da década de 80 se intensificou o interesse pelo problema da compensação reativa, com várias contribuições importantes. O motivo principal foi a crise energética mundial, que despertou para a importância da conservação da energia e obrigou os sistemas elétricos a procurarem ser mais eficientes. Além disso, as técnicas de automação das redes de distribuição começaram a se desenvolver.

GRAINGER & LEE (1981) formularam o problema de otimização considerando a localização e dimensionamento dos bancos de capacitores fixos como variáveis contínuas. Representaram um alimentador físico equilibrado com variação nas bitolas dos condutores e com carga não necessariamente uniforme ou concentrada através de um alimentador equivalente uniforme normalizado. Eles introduziram o conceito de *função de distribuição de corrente*, obtida através das correntes de carga e suas distribuições espaciais. O alimentador sem ramais e o perfil plano de tensão foram considerados. O artigo foi uma extensão do trabalho de COOK (1961). LEE & GRAINGER (1981) estenderam a formulação usada anteriormente para o caso de capacitores fixos e chaveados, ou seja, determinação do dimensionamento e localização ótimos dos bancos, bem como, dos tempos

ótimos de chaveamento dos bancos chaveados. Entretanto, esses bancos operavam simultaneamente.

Num segundo artigo GRAINGER & LEE (1982) estenderam a formulação usada antes, apresentando um *modelo dependente da tensão*, aplicado a um estudo exclusivo de liberação da capacidade instalada. GRAINGER et al. (1982) trataram o problema de otimização como dois subproblemas que cobriam os seguintes pontos:

- Determinação do número de bancos de capacitores fixos e chaveados;
- Dimensionamento e localização de cada um deles;
- Determinação dos tempos de operação das unidades chaveadas.

Eles chamaram os dois primeiros pontos de *subproblema do projeto* e o último, de *subproblema do controle*. A não simultaneidade dos bancos chaveados foi considerada, porém o alimentador era sem ramais e o perfil de tensão plano.

GRAINGER et al. (1983) apresentaram uma metodologia básica para solucionar o problema de otimização nos moldes de GRAINGER et al. (1982), porém utilizando bancos de capacitores controláveis continuamente. O perfil de tensão verdadeiro não foi considerado e nem o alimentador com ramais. GRAINGER et al. (1984) estenderam a metodologia anterior para o caso da variação de tensão ao longo do alimentador. No mesmo ano foi sugerido um algoritmo heurístico para solucionar o problema de otimização em alimentadores com ramais, com qualquer tipo de carga, variação de bitola dos condutores e bancos chaveados. O perfil plano de tensão e as variáveis discretas foram considerados (KAPLAN, 1984).

CIVANLAR & GRAINGER (1985) formularam o problema de otimização para o caso de alimentadores com ramais e a presença de reguladores de tensão.

EL-KIB et al. (1985) estenderam as metodologias desenvolvidas por GRAINGER & LEE (1981) e GRAINGER et al. (1982) para alimentadores providos de ramais e desequilíbrio de fase.

CHIANG et al. (1990) apresentaram uma nova formulação para o problema, levando em conta restrições de carga e de tensão em alimentadores balanceados com ramais. Trataram o dimensionamento e o controle como variáveis discretas. O problema foi representado como um problema de otimização combinatória. A técnica utilizada para solucionar esse problema foi a do *recozimento simulado*, sendo baseada na analogia entre a simulação e o processo de recozimento usado para cristalização em sistemas físicos. Esta técnica é capaz de encontrar a solução ótima global, mostrando-se mais eficiente quando aplicada em sistemas de grande porte. PENHA (1991) estendeu e modificou a metodologia usada por GRAINGER et al. (1982) e a aplicou em alimentadores com ramais, empregando o modelo estrutural de alimentador com ramais definido por HAPP (1980).

CHIANG et al. (1995) estenderam a formulação desenvolvida em CHIANG et al. (1990) para sistemas de distribuição desequilibrado de grande porte. HUANG et al. (1996) representaram o problema como um problema de otimização combinatória e usaram a técnica de *busca tabu* para solucioná-lo (GLOVER, 1989, 1990). Eles trataram o dimensionamento e o controle como variáveis discretas. Os resultados obtidos foram comparados com os da técnica do recozimento simulado para um sistema de médio porte. SWAIN & BENGIAMIN (1996) apresentaram um formulação matemática para solucionar o problema de controle dos bancos chaveados de multi-estágios, ou seja, determinar os tempos ótimos de chaveamento destes para minimização das perdas. Eles utilizaram três

modelos de curva de duração de carga: o modelo linear de curva; o modelo não linear e o modelo utilizando o fator de carga baseado no modelo não linear

WANG et al. (1997) desenvolveram uma formulação para a operação e controle de bancos de capacitores em tempo real, em sistemas desequilibrados de grande porte. O problema foi formulado como um problema de programação inteira quadrática. As restrições operacionais foram consideradas.

SANHUEZA et al. (1998) desenvolveram um programa computacional baseado na metodologia proposta por CIVANLAR & GRAINGER (1985) para solucionar o problema de otimização em alimentadores com ramais, porém consideraram o perfil plano de tensão. BROADWATER et al. (1996) propuseram a utilização da técnica de programação discreta ascendente para expansão e reconfiguração ótimas de redes de distribuição.

1.3 Objetivo

Na revisão bibliográfica feita na seção anterior, observa-se que o problema da compensação reativa sempre foi de grande interesse. Considerando que no presente quadro do setor elétrico a qualidade da energia atua como um aspecto de maior evidência, este interesse é ainda crescente. O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento e implementação de uma rotina computacional para determinação da solução ótima do problema da compensação reativa de alimentadores de distribuição radiais providos de ramais, empregando capacitores fixos e chaveados.

A ênfase do trabalho é considerar as variáveis do problema discretas e o perfil de tensão verdadeiro do alimentador. Inicialmente é empregada a técnica de programação dinâmica. Com a continuação, à medida que a função objetivo é generalizada para incluir

custos variáveis ou restrições operacionais, o método é mudado para a técnica de programação discreta ascendente proposta por BROADWATER et al. (1996), porém empregada agora na solução do problema da compensação reativa.

1.4 Organização do Trabalho

A seguir é apresentado um breve resumo do conteúdo de cada capítulo que compõem o corpo desta dissertação.

No capítulo 2, é apresentado um estudo analítico preliminar sobre a influência da variação de tensão no cálculo das perdas. O estudo é complementado com uma análise numérica simples, comprovando-se os benefícios da instalação de bancos de capacitores em alimentadores. Por último, é mostrado um item sobre perdas de energia.

O capítulo 3 apresenta duas técnicas de solução do problema de otimização, a Programação Dinâmica e a Programação Discreta Ascendente (PDA).

O capítulo 4 trata das representações gráficas da carga, como a curva de carga e a curva de duração de carga. Mostra a razão do uso da segmentação da curva de duração e o emprego da exploração repetitiva e da programação dinâmica para obtenção da segmentação ótima.

No capítulo 5, a rotina computacional desenvolvida com base na técnica PDA e no método da soma de potência é comentada e aplicada ao estudo da compensação reativa do alimentador PNO007 da CEAL (Companhia Energética de Alagoas).

Finalmente, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões finais do trabalho, bem como sugestões para possíveis trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

ESTUDO ANALÍTICO PRELIMINAR

Para se ter uma idéia da influência da variação da tensão ao longo do alimentador sobre as perdas, neste capítulo é apresentado um estudo analítico preliminar, nos modos que faz SOUZA (1997). O estudo é complementado com uma análise numérica simples mostrando também o efeito do capacitor no cálculo das perdas. No final do capítulo é mostrado um item sobre perdas de energia.

2.1 Alimentador com Carga Contínua Genérica

O estudo analítico de perdas que é feito por SOUZA (1997) diz respeito a um alimentador uniforme (impedância por unidade de comprimento, constante) com carga contínua genérica expressa em termos de uma função densidade linear de carga, $s(y)$. A variável independente y é a coordenada de um ponto genérico do alimentador com referência ao seu início, conforme indicado na figura 2.1. Nessa figura $F(y)$ é o fluxo de potência. Se as cargas são expressas em kVA e os comprimentos em km, a unidade de $s(y)$ é o kVA/km. A carga total correspondente à carga distribuída a jusante de um ponto qualquer y entre o início ($y=0$) e o fim ($y=l$) do alimentador é:

$$S(y) = \int_y^l s(\gamma) d\gamma, \quad 0 \leq y \leq l. \quad (2.1)$$

A função acima é denominada de *carga acumulada*.

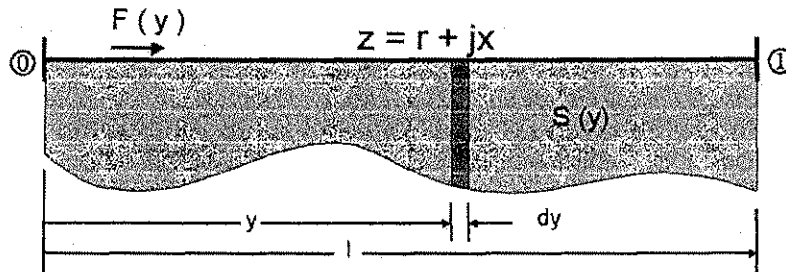


Figura 2.1 - Alimentador com carga contínua genérica.

Ao considerar o perfil plano de tensão do alimentador, ou seja, ao supor que em todos os pontos deste a tensão seja igual a do início:

$$V(y) = V(0), \quad 0 < y \leq l,$$

as perdas de potência ativa tornam-se constantes

$$H = \frac{r}{V^2(0)},$$

sendo H as perdas por unidade de carga ao quadrado e de comprimento do alimentador, ou como são conhecidas, *perdas unitárias*.

Deste modo, as perdas num trecho infinitesimal do alimentador são:

$$dP = HS^2(y)dy$$

e no alimentador completo

$$P = \frac{r}{V^2(0)} \int_0^l S^2(y) dy. \quad (2.2)$$

Com o modelo dependente da tensão, as perdas são diferentes daquelas que são determinadas pela equação (2.2). Na verdade são maiores, pois

$$P = r \int_0^l \left(\frac{F(y)}{V(y)} \right)^2 dy. \quad (2.3)$$

Na equação (2.3), $F(y)$ é o fluxo de potência no alimentador e é uma variável real, pois todas as cargas têm o mesmo fator de potência. Para $y < l$, $F(y) > S(y)$. Ou seja, em qualquer ponto, exceto o extremo do alimentador, o fluxo é maior que a carga acumulada. De fato, se $S(y)$ são as perdas de potência aparente no trecho a jusante de ponto y , elas se relacionam com as perdas de potência ativa nesse mesmo trecho por:

$$S(y) = \frac{z}{r} P(y). \quad (2.4)$$

Logo,

$$F(y) = S(y) + S(y). \quad (2.5)$$

Observando os valores das perdas dados pelas equações (2.2) e (2.3), a diferença se deve também ao fato de

$$V(y) \leq V(0), \quad 0 < y \leq l.$$

Se houvesse predominância capacitiva das cargas ou regulador de tensão instalado, isso não seria assim. De todo modo e via de regra, $V(y) \neq V(0)$.

A figura 2.2 mostra a representação gráfica (sem escala) das relações fasoriais dos sinais no ponto genérico de coordenada y . Para essa situação, tem-se:

$$I(y) = \frac{F(y)}{V(y)},$$

sendo $I(y)$ a corrente no ponto considerado.

Se a abertura angular δ do alimentador é desprezível, o que é uma hipótese factível,

então a queda de tensão num trecho infinitesimal é:

$$dV = z \frac{F(y)}{V(y)} dy.$$

Logo,

$$V(y) = V(0) - z \int_0^y \frac{F(\gamma)}{V(\gamma)} d\gamma. \quad (2.6)$$

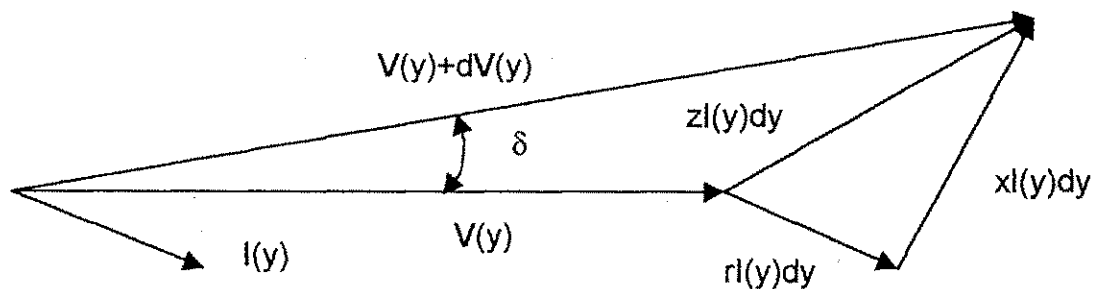


Figura 2.2 - Diagrama fasorial de sinais num ponto genérico do alimentador da figura 2.1.

Da combinação das equações (2.3), (2.4) e (2.5) resulta:

$$P = r \int_0^l \left(\frac{S(y) + \frac{z}{r} P(y)}{V(y)} \right)^2 dy. \quad (2.7)$$

A equação (2.7) dá as perdas de potência ativa totais no alimentador. Mas a generalização é direta. Na parte do alimentador a montante do ponto y as perdas são:

$$P(y) = r \int_0^y \left(\frac{S(\gamma) + \frac{z}{r} P(\gamma)}{V(\gamma)} \right)^2 d\gamma. \quad (2.8)$$

e conforme as equações (2.4), (2.5) e (2.6),

$$V(\gamma) = V(0) - z \int_0^\gamma \frac{S(v) + \frac{z}{r} P(v)}{V(v)} dv. \quad (2.9)$$

Sem perda de generalidade, as equações (2.8) e (2.9) se simplificam ao se escolher como base os valores conhecidos de r e $V(0)$. Assim,

$$P(\gamma) = \int_0^\gamma \left(\frac{S(\gamma) + zP(\gamma)}{V(\gamma)} \right)^2 d\gamma \quad (2.10)$$

e

$$V(\gamma) = 1 - z \int_0^\gamma \frac{S(v) + zP(v)}{V(v)} dv. \quad (2.11)$$

O problema da determinação das perdas de potência ativa está equacionado e pode ser resolvido empregando-se iterativamente as equações (2.10) e (2.11). Também são conhecidos z e $S(\gamma)$ ou $s(\gamma)$. O algoritmo de solução, que começa com o modelo do perfil plano, é o seguinte:

1. Inicialize $P(\gamma) = 0$ e $V(\gamma) = 1$;
2. Com as P e V mais atualizadas, corrija $P(\gamma)$ empregando a equação (2.10);
3. Com as P e V mais atualizadas, atualize $V(\gamma)$ empregando a equação (2.11);
4. Repita os passos 2 e 3 enquanto houver variação apreciável de P .

2.2 Análise Numérica das Perdas de Potência

2.2.1 Cálculo das perdas de potência

A análise numérica das perdas de potência é feita através de uma rotina FORTRAN, com a qual são comparadas as perdas obtidas no modelo do perfil plano de

tensão com as perdas no modelo dependente da tensão. Para isso utiliza-se um alimentador com carga uniformemente distribuída (fig. 2.3).

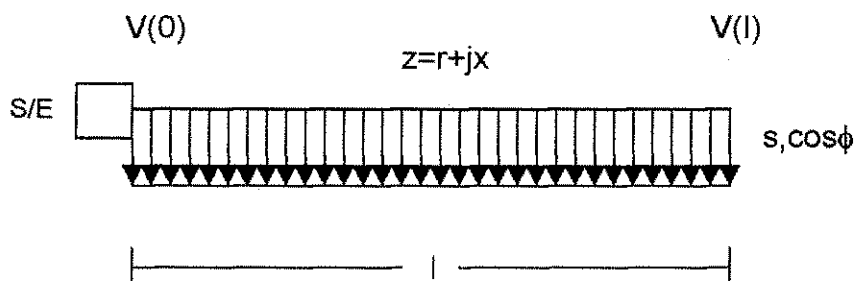


Figura 2.3 - Alimentador com carga uniformemente distribuída.

Para resolver o problema computacionalmente é necessário discretizar o alimentador de comprimento l em n pontos com comprimento Δl entre eles, sendo $n = \frac{l}{\Delta l}$.

Uma carga $S = s\Delta l$ é colocada em cada ponto (fig. 2.4).

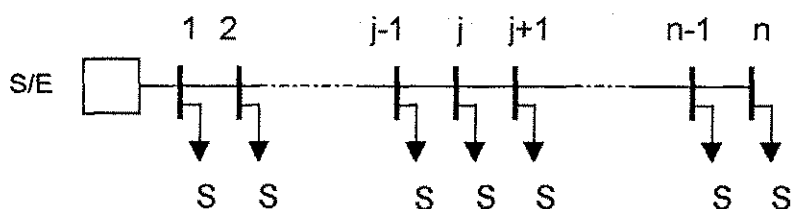


Figura 2.4 - Alimentador da figura 2.3 discretizado.

Tomando-se o trecho da barra j até a barra $j+1$ (fig.2.5) e pela Lei de Kirchhoff das correntes encontra-se:

$$I_j = I_{j+1} + \frac{S^*}{V_j} \quad (2.12)$$

Tem-se também que:

$$V_j = V_{j+1} + ZI_{j+1}, \quad (2.13a)$$

sendo

$$Z = (r + jx)\Delta l. \quad (2.13b)$$

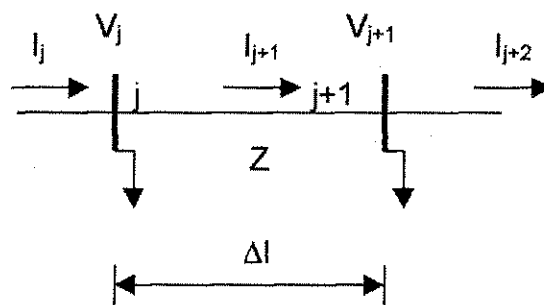


Figura 2.5 - Trecho entre as barras j e $j+1$.

As perdas totais do alimentador ficam dadas por:

$$P = r\Delta l \sum_{j=1}^n |I_j|^2. \quad (2.14)$$

Para se obter as perdas considerando o perfil plano de tensão, faz-se $V_j = V(0)$, para $j=1, \dots, n$ na equação(2.12).

A equação (2.13a) atua como fórmula recursiva num processo iterativo que a partir da estimativa inicial da tensão no final do alimentador se possa calcular a tensão em todos os pontos deste. O desvio entre as tensões calculadas e especificadas na barra da subestação é empregada para corrigir a estimativa inicial da tensão no fim do alimentador. Este processo termina quando o desvio torna-se menor que uma tolerância pré-estabelecida.

O estudo é feito considerando os seguintes dados:

- Tensão na subestação, $V(0) = 13,8$ kV;
- Densidade linear de carga, $s = 0,2$ MVA/km;
- Fator de potência, $\cos\phi = 0,80$;
- Resistência, $r = 0,50$ Ω /km;
- Reatância, $x = 0,60$ Ω /km;
- Comprimento do alimentador, $l = 10$ km;
- Tolerância = $1 \cdot 10^{-5}$;
- $n = 20$.

As perdas totais de potência considerando o modelo do perfil plano são 37,7 kW e para o modelo dependente da tensão são 40,5 kW. O erro entre os dois modelos é 6,9 %. Obviamente quando a carga do alimentador aumenta, este erro aumenta. Com o aumento da carga a corrente no alimentador aumenta, fazendo com que as perdas aumentem. As perdas no modelo dependente da tensão aumentam mais, devido ao aumento da queda de tensão. A figura 2.6 mostra o perfil de tensão ao longo do alimentador da figura 2.3 nos dois modelos.

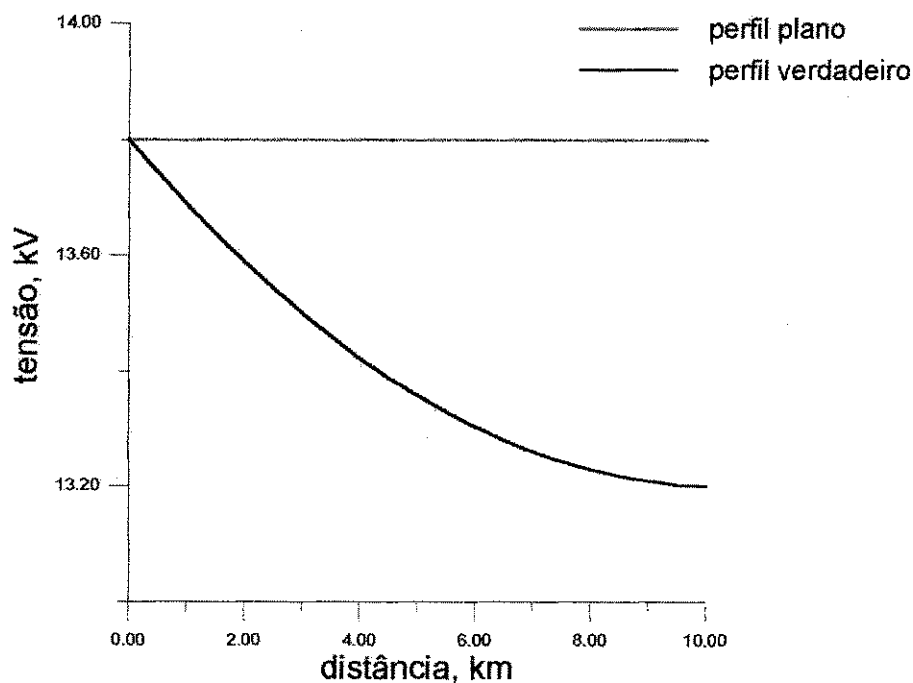


Figura 2.6 – Perfil de tensão nos dois modelos ao longo do alimentador.

2.2.2 Efeito do capacitor no cálculo das perdas de potência

Para uma análise do efeito do banco de capacitor no cálculo das perdas totais de potência nos dois modelos, é instalado no alimentador da figura 2.3 um banco de 600 kvar à uma distância de 7,0 km da subestação. A corrente no ponto da instalação do banco de capacitor será dada por:

$$I_j = I_{j+1} + \frac{S_n^*}{V_j^*}, \quad (2.15)$$

sendo S_n a nova potência aparente no ponto de instalação, que terá como componente reativa, a potência reativa anterior menos a potência reativa do banco de capacitor instalado.

As perdas totais, considerando o perfil plano de tensão são 27,8 kW e para o perfil

verdadeiro de tensão são 26,4 kW. O erro é de 4,8 %. Comparando os resultados obtidos com os da subseção anterior, observar-se que houve uma redução das perdas. Com a colocação do banco há uma redução da corrente no alimentador, provocando a diminuição destas perdas.

Na figura 2.7 é mostrada a influência da capacidade do banco no perfil de tensão. A presença do banco melhora o perfil de tensão, trazendo vantagens econômicas e operacionais.

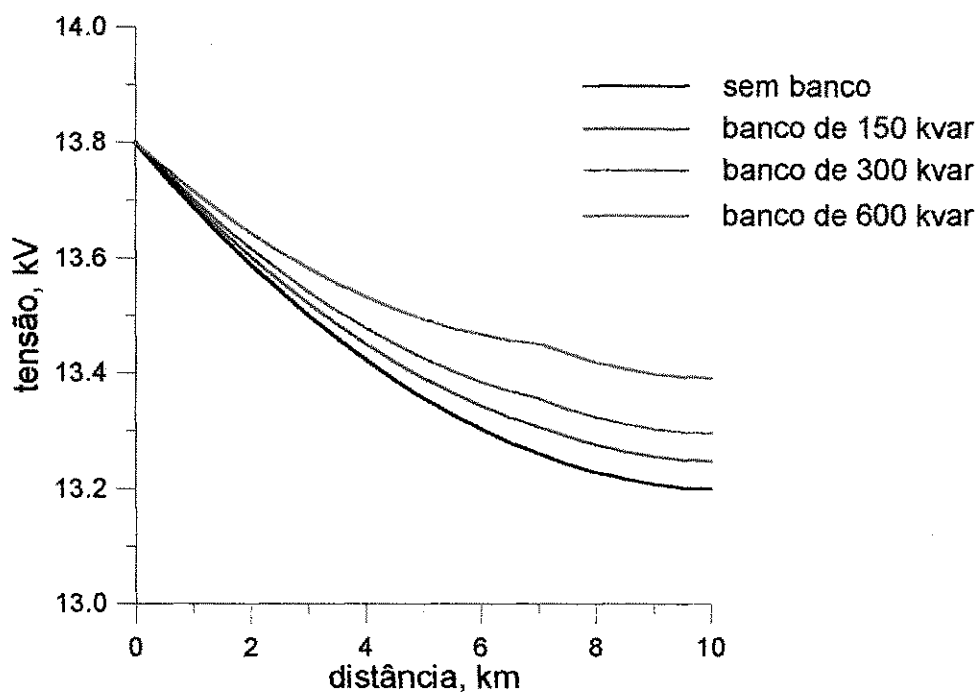


Figura 2.7 - Influência da capacidade do banco de capacitor no perfil de tensão ao longo do alimentador da figura 2.3.

A figura 2.8 mostra a influência da capacidade do banco nas perdas de potência nos dois modelos, estando os bancos localizados a 7,0 km. Na figura 2.9 é mostrado o gráfico das perdas nos dois modelos em função da localização do banco no alimentador da figura 2.3. A capacidade do banco é de 600 kvar.

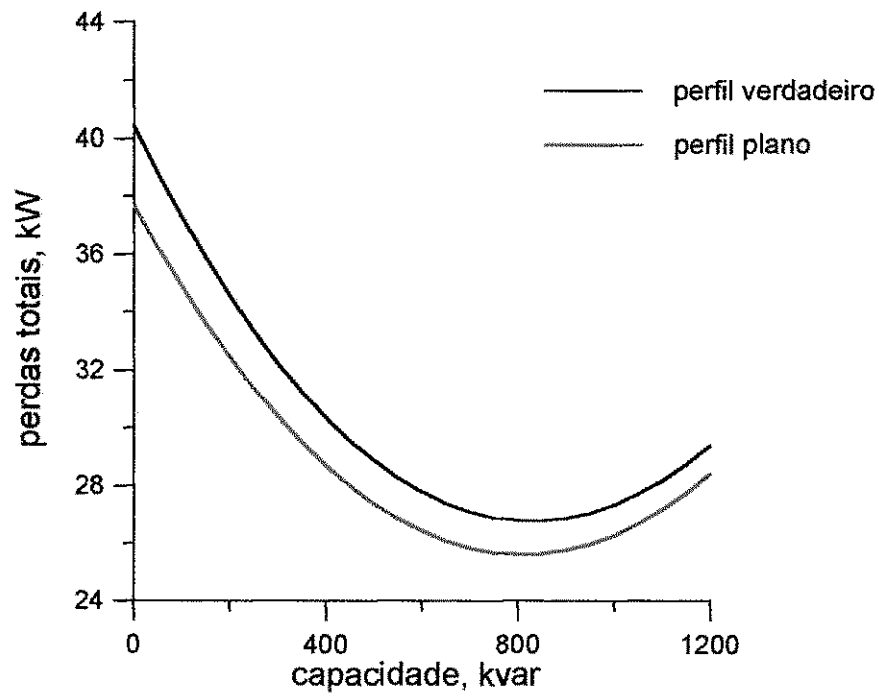


Figura 2.8 – Perdas totais em função da capacidade do banco, localizado a 7,0 km da subestação.

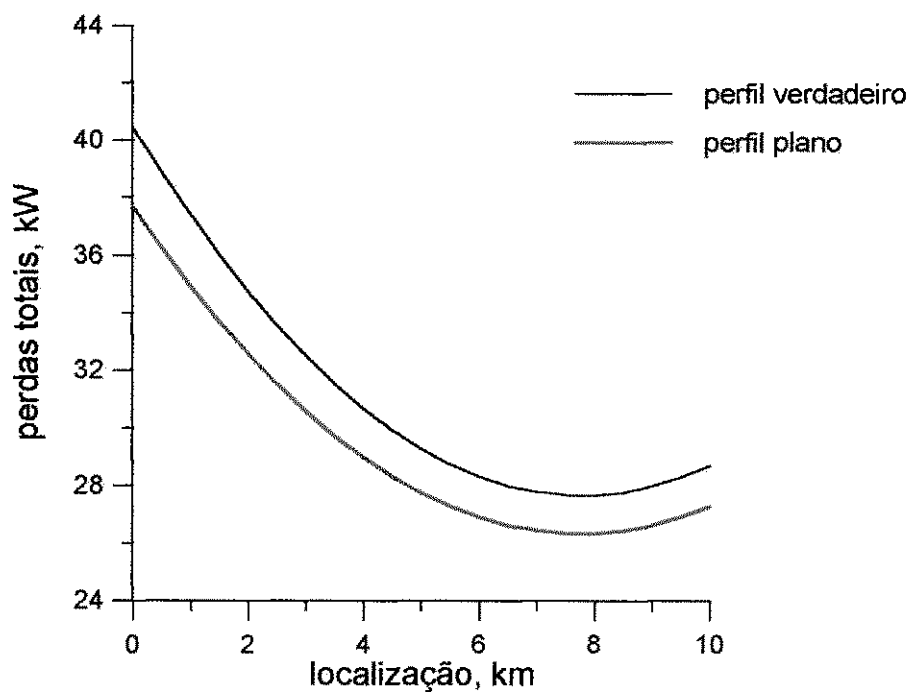


Figura 2.9 – Perdas totais em função da localização do banco de 600 kvar.

Pode-se observar que para o alimentador da figura 2.3 sem ramais, os gráficos das figuras 2.8 e 2.9 possuem um único mínimo local, que é o próprio mínimo global.

Mesmo o estudo sendo feito em um caso particular de alimentador bastante simples, pode-se observar que o cálculo das perdas, considerando o perfil plano de tensão é subestimado, ou seja, as perdas considerando o perfil verdadeiro de tensão são maiores. Isso faz com que o estudo para solucionar o problema da compensação reativa baseado no modelo dependente da tensão, tenha uma considerável importância. Com as perdas subestimadas pode-se subestimar também o dimensionamento dos bancos de capacitores utilizados para a redução destas perdas. Vale salientar que o modelo dependente da tensão aqui utilizado não é exato, pois o que se quer neste estudo preliminar é ter apenas uma idéia da influência da variação da tensão sobre as perdas. Para resultados precisos, deve-se usar o cálculo exato de fluxo de potência, por exemplo, pelo método da soma de potência, que é utilizado no capítulo 5.

2.3 Perdas de Energia

As cargas que são ligadas ao sistema de energia elétrica variam com o tempo e por conseguinte as perdas também. As perdas de energia correspondem a área abaixo da curva de perdas de potência. Com a colocação de bancos de capacitores estas perdas também são reduzidas.

O fluxo de energia no alimentador varia ponto a ponto e depende do tempo, ou seja, é uma função de duas variáveis: $F(y,t)$, sendo t o tempo e y a distância do ponto considerado até a subestação.

Como não se dispõe, em geral, de conhecimento exato da variação das cargas em

função do tempo ao longo do alimentador, se supõe que estas cargas seguem o comportamento da carga total que é registrada na subestação, mudando apenas de escala.

Isto é, se faz a seguinte aproximação:

$$F(y,t) = F(y) I_s(t), \quad (2.16a)$$

sendo

$$I_s(t) = \frac{F(0,t)}{\max(F(0,t))}. \quad (2.16b)$$

Para determinação das perdas de pico de potência, toma-se o valor máximo de $I_s(t)$ que é 1. Portanto o fluxo no alimentador fica dependendo unicamente da variável y . No caso do interesse ser a determinação das perdas de energia, a função $I_s(t)$ deve ser considerada por completa. Com relação à análise feita anteriormente, para se encontrar as perdas de energia após a colocação do banco, basta multiplicar as perdas de potência obtidas após a instalação pelo o tempo de operação deste banco.

CAPÍTULO 3

PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

E

PROGRAMAÇÃO DISCRETA ASCENDENTE

3.1 Introdução

Problemas de otimização ou de decisão em múltiplos estágios podem ser resolvidos eficientemente por métodos recursivos, inclusive os de programação dinâmica e de programação discreta ascendente. Exemplos de tais problemas são: aplicação de recursos, rotas de serviço de entrega, planos de expansão de instalações, só para citar alguns. A característica de um problema de múltiplos estágios que pode ser abordada por métodos recursivos é um *caminho idêntico* de requisitos aninhados ou objetivos que sejam submetidos à aplicação repetida do mesmo procedimento.

Considerando o problema de aplicação de recursos que consiste na distribuição de quantidades fixas de recursos entre várias atividades ou em várias etapas, tanto uma quanto

outra podem ser consideradas estágios. O efeito da aplicação em cada um deles pode ser medido em termos do impacto de custo ou da quantidade de recursos empregados.

3.2 Programação Dinâmica

A Programação Dinâmica é uma técnica para solução de problemas de otimização. Com ela, se transforma um problema de otimização de k -dimensões em k problemas de uma dimensão.

Um exemplo clássico do uso de programação dinâmica mais simples e ilustrativo é o *problema do transporte*, que pode ser enunciado do seguinte modo: Deseja-se viajar de uma cidade (*cidade de partida*), indiferentemente para duas outras, *cidade de chegada 1*, ou *cidade de chegada 2*. Há várias alternativas para fazer a viagem, conforme é esquematizado na figura 3.1, mas necessariamente em três estágios. No primeiro estágio se chega às cidades intermediárias 1, 2 ou 3 e no segundo às cidades intermediárias 4, 5 ou 6. No terceiro e último estágio da viagem se chega ao destino, que pode ser tanto a cidade de chegada 1 quanto a cidade de chegada 2. A quantidade de combustível gasta em cada caminho é indicada na figura 3.1. Deseja-se fazer a viagem da forma mais econômica possível, ou seja, deseja-se minimizar o uso total de combustível. Não aceitando-se recuos, há quatorze caminhos possíveis a seguir para se chegar a cidade de destino 1 ou 2. O problema pode ser resolvido enumerando-se cada uma destas alternativas, calculando-se o gasto em combustível envolvido em cada uma delas (fig.3.2) e escolhendo-se aquela que é mais econômica.

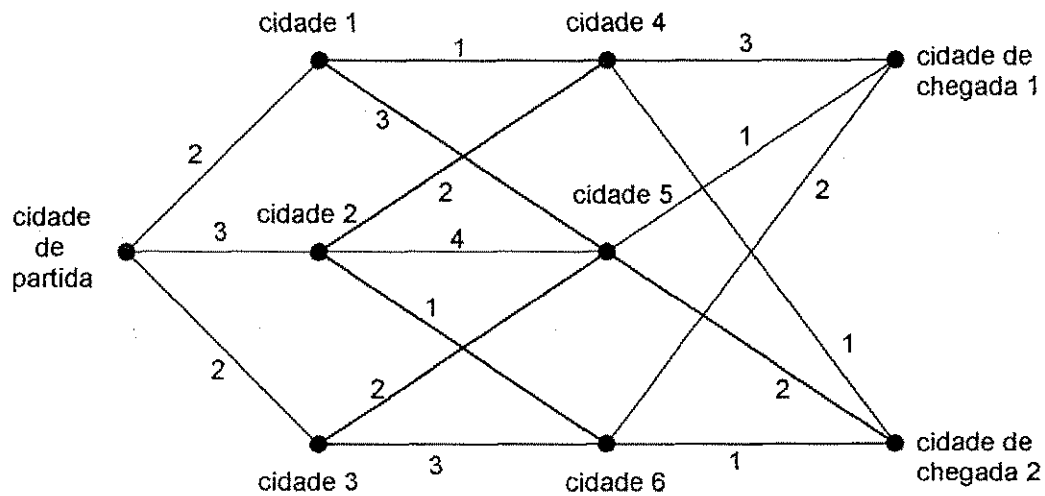


Figura 3.1 - Diagrama esquemático do problema do transporte.

cp	2	c1	1	c4	3	ch1	6
			3	c5	1	ch2	4
			2	c4	2	ch1	6
	3	c2	4	c5	3	ch2	7
			1	c6	1	ch1	8
			2	c5	2	ch2	6
			4	c5	1	ch1	8
			2	c6	2	ch2	9
			1	c6	1	ch1	6
	2	c3	2	c5	2	ch2	5
			3	c6	1	ch1	5
			2	c5	2	ch2	6
			3	c6	2	ch1	7
			1	c6	1	ch2	6

Figura 3.2 - Modos possíveis de viajar e os gastos de combustíveis associados.

O modo primitivo de solução apresentado acima é proibitivo em problemas usuais de engenharia, para os quais as alternativas ocorrem em quantidade muito grande. A programação dinâmica é mais eficiente porque aplica um procedimento sistemático de eliminação de muitas das alternativas enumeradas. A técnica se baseia no princípio da otimalidade de Bellman: "Uma política ótima tem a propriedade de que qualquer que seja o

estado inicial e a decisão inicial, as decisões restantes têm que constituir uma política ótima com respeito ao estado que é o resultado da primeira decisão (GOTTFRIED & WEISMAN, 1973). Em termos de equação temos:

$$f_{n+1}(S_{n+1}, d_{n+1}) = \min_{d_{n+1}} \{R_{n+1}(S_{n+1}, d_{n+1}) + f_n(S_{n+1}, d_{n+1})\} \quad (3.1)$$

sendo,

f_n o custo mínimo acumulado até o estágio n ;

S_n o estado do sistema no estágio n ;

d_n a decisão tomada no estágio n ;

R_n o custo no estágio n (isto é, o que está sendo otimizado).

Uma interpretação mais simples do princípio exposto é que “toda política ótima consiste unicamente de sub-políticas ótimas”(COOPER & COOPER, 1981).

No problema do transporte, se definem os estágios como grupos de cidade. O estágio 1 consistirá das cidades vizinhas às cidades de chegada (4, 5 e 6) e o estágio 2 consistirá das vizinhas à cidade de partida (1, 2 e 3). O estágio 3 consistirá da cidade de partida.

O estado do sistema em cada estágio é a cidade de onde se partiu naquele estágio. A decisão em qualquer estágio é o caminho escolhido para se sair da cidade em que se está naquele estágio. O custo de um estágio é o gasto com combustível para se percorrer o caminho escolhido naquele estágio. O custo acumulado é a soma dos custos dos caminhos percorridos do ponto em que se encontra naquele estágio até uma das cidades de chegada. Na figura 3.3 são mostrados os caminhos selecionados por programação dinâmica.

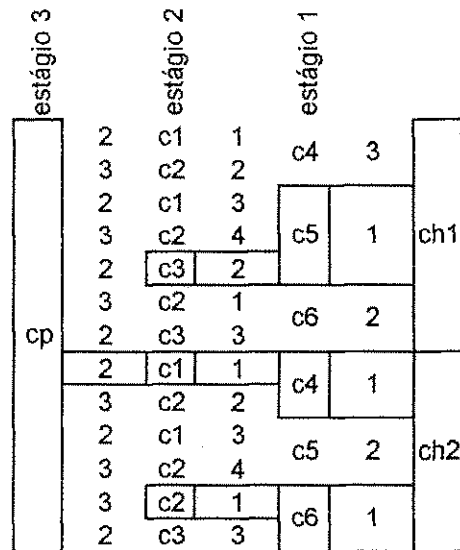


Figura 3.3 - Caminhos selecionados pela técnica de programação dinâmica.

3.2.1 Alocação de bancos de capacitores empregando programação dinâmica

A alocação de banco de capacitores em redes de distribuição usando programação dinâmica foi tratado por DURAN (1968). O objetivo da alocação ótima é maximizar a redução das perdas totais no alimentador.

Na hipótese do perfil do alimentador ser plano, ou seja, se a tensão em todas as barras é aproximadamente a mesma da subestação, então as perdas totais no alimentador são dadas por :

$$p = H \mathbf{l} \bullet (\bar{\mathbf{P}}^2 + \bar{\mathbf{Q}}^2). \quad (3.2)$$

Na equação (3.2), H são as perdas unitárias e igual a r/V_o^2 , sendo V_o a tensão de linha na saída da subestação, ou a tensão nominal do alimentador, em kV e r a resistência em todos os trechos, em Ω/km . \mathbf{l} é o vetor dos comprimentos de trecho. $\bar{\mathbf{P}}^2$ e $\bar{\mathbf{Q}}^2$ são respectivamente, os vetores dos fluxos ativos e reativos ao quadrado em cada trecho.

Pretende-se reduzir as perdas com a instalação de m capacitores de capacidade Q_c Mvar ou kvar cada, instalados no alimentador e distribuídos conforme indicado pelo vetor \mathbf{M} . Esse vetor define o número de módulos de capacitor instalados por barra. Se o valor do i -ésimo elemento \mathbf{M} é M_i , significa que há M_i módulos instalados na barra i . A redução das perdas é dada por:

$$\Delta p = H \mathbf{1} \bullet \{ [\bar{\mathbf{P}}^2 + \bar{\mathbf{Q}}^2] - [\bar{\mathbf{P}}^2 + (\bar{\mathbf{Q}} - \bar{\mathbf{Q}})^2] \},$$

$$\Delta p = H \mathbf{1} \bullet \{ \bar{\mathbf{Q}}^2 - (\bar{\mathbf{Q}} - \bar{\mathbf{Q}})^2 \}. \quad (3.3)$$

Os vetores $\bar{\mathbf{Q}}$ e $\bar{\mathbf{Q}}$ que aparecem na equação (3.3) são os fluxos de reativos natural (indutivo) e capacitivo. De fato, eles são funções vetoriais de argumentos vetoriais:

$\bar{\mathbf{Q}} = \bar{\mathbf{Q}}(\mathbf{Q}, \mathbf{tipo})$ e $\bar{\mathbf{Q}} = \bar{\mathbf{Q}}(\mathbf{tipo}, \mathbf{M}, Q_c)$. O \mathbf{Q} é a carga instalada no final de cada trecho em Mvar ou kvar. O vetor **tipo** é o que indica o tipo das barras. Seja $tipo_i$ o valor do i -ésimo elemento deste vetor. Se $tipo_i = 0$, a barra i é uma *barra terminal*, ou seja, não há nenhum trecho começando nessa barra. Se $tipo_i = 1$, a barra i é uma *barra intermediária*, ou seja, há apenas um trecho começando na barra i . Por último, se $tipo_i > 1$, a barra i é uma *barra de derivação*, ou seja há $tipo_i - 1$ trechos começando na barra i . Este vetor presta informações essenciais para determinar o fluxo no alimentador.

O vetor \mathbf{M} é justamente o que se quer determinar para que a redução das perdas seja máxima. Isto é, o que se tem é um problema de programação inteira: $\Delta p = \Delta p(\mathbf{M})$.

A equação (3.3) pode ser escrita também como:

$$\Delta p = \sum_{k=1}^n \Delta p_k, \quad (3.4)$$

sendo Δp_k a redução das perdas em cada trecho do alimentador, função do fluxo de reativo capacitivo no trecho, \bar{Q}_k . Isto é,

$$\Delta p_k = Hl_k \left[\bar{Q}_k^2 - (\bar{Q}_k - \bar{Q}_k)^2 \right], \quad (3.5)$$

sendo l_k e \bar{Q}_k respectivamente o comprimento de cada trecho e o fluxo natural no trecho k .

O problema estruturado conforme descrito acima pode ser resolvido empregando-se um processo de maximização em múltiplos estágios. Para tanto, conforme DURAN (1968), se definem:

Função de retorno: a redução das perdas de potência, equação (3.3).

Estágio. Um estágio no processo de maximização da função de retorno, correspondendo a cada barra do alimentador.

Estado. O estado do processo no k -ésimo estágio do processo é o número de módulos instalados na barra k .

Decisão: Em qualquer estágio k , a decisão consiste em determinar o fluxo de reativo ótimo no trecho k sujeito a restrições. Note-se que o número ótimo de módulos a serem instalados em cada barra, ou seja, o valor de M_k , é dado por:

$$M_k = \frac{\bar{Q}_k - \bar{Q}_{k-1}}{Q_c}, \quad (3.6)$$

Restrições: O fluxo reativo capacitivo em cada trecho deve ser um múltiplo inteiro não nulo de Q_c , que não exceda mQ_c e tal que $\bar{Q}_k \geq \bar{Q}_{k-1}$. Isto significa que o número de módulos a serem instalados em cada estágio são de valores inteiros não negativos e totalizam um valor fixo. Isto é, $M_k \geq 0$ e $\sum_{k=1}^n M_k = m$. Já está definido que serão instalados

m módulos idênticos de capacitores e se quer determinar a melhor distribuição possível pelas n barras do alimentador. Se \bar{Q}_k é um valor tal que possa ser elemento de um vetor que satisfaça as restrições impostas aqui, se diz que ele pertence ao conjunto \mathcal{R} . Isto é, $\bar{Q}_k \in \mathcal{R}$.

A figura 3.4 mostra os fluxos em torno de uma barra genérica do alimentador.

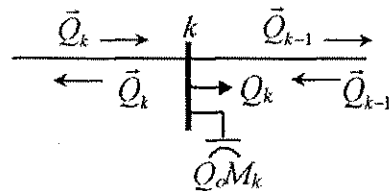


Figura 3.4 – Fluxos de reativos em uma barra genérica do alimentador.

Estratégia. Uma estratégia consiste em escolher um conjunto de decisões para os n estágios, ou seja um valor específico do vetor fluxo capacitivo \bar{Q} . Qualquer estratégia deve ser consistente com as restrições do problema.

Estratégia ótima: aquela que maximiza a função de retorno.

Função de retorno Markoviana: Qualquer função de retorno é denominada de Markoviana se possui a seguinte propriedade: Depois de k decisões, o efeito dos $n-k$ estágios remanescentes do processo de decisão sobre a função de retorno depende somente do estado do processo no fim da k -ésima decisão e das decisões subseqüentes.

Se $\Delta p^{(k)}$ é a redução das perdas (função de retorno) até o k -ésimo estágio, então:

$$\Delta p^{(k)} = \sum_{j=1}^k \Delta p_j. \quad (3.7)$$

A equação (3.7) é válida para $k=1, 2, \dots, n-1$ e expressa que a redução de perdas no trecho do alimentador até a barra correspondente ao estágio atual, é função do fluxo de reativos gerados pelos módulos até então instalados.

A função de retorno total é

$$\Delta p = \Delta p^{(k)} + \sum_{j=k+1}^n \Delta p_j. \quad (3.8)$$

A função retorno é Markoviana, pois o segundo membro à direita da equação (3.8) envolve o conhecimento do estado k e o conjunto de decisões $\bar{Q}_{k+1}, \bar{Q}_{k+2}, \dots, \bar{Q}_n$. Este conjunto forma um subvetor do vetor \bar{Q} . Ou seja, corresponde exatamente a $\bar{Q}_{k+1:n}$.

A equação (3.8) vale para qualquer valor de $k=1, 2, \dots, n-1$. Para $n-1$, em particular:

$$\Delta p = \Delta p^{(n-1)} + \Delta p_n. \quad (3.9)$$

Para um dado subvetor $\bar{Q}_{1:n-1}$, que esteja definido no fim do estágio $n-1$, a escolha de \bar{Q}_n não tem efeito sobre $\Delta p^{(n-1)}$. Então a decisão \bar{Q}_n que maximize a função Δp (decisão ótima) deve ser escolhida como a que maximize o segundo termo à direita da equação (3.7) sem que as restrições sejam desrespeitadas.

A redução máxima global,

$$\Delta \hat{p} = \max_{\bar{Q}_n \in \mathfrak{R}} \left[\Delta p^{(n-1)}(\bar{Q}_{1:n-1}) + \Delta p_n(\bar{Q}_n) \right],$$

$$\Delta \hat{p} = \Delta \hat{p}^{(n-1)} + \Delta \hat{p}_n \quad (3.10a)$$

sendo,

$$\Delta \hat{p}_n = \max_{\bar{Q}_n \in \mathfrak{R}} [\Delta p_n(\bar{Q}_n)]. \quad (3.10b)$$

De maneira análoga:

$$\Delta p^{(n-1)} = \Delta p^{(n-2)} + \Delta p_{n-1},$$

de modo que:

$$\Delta \hat{p}^{(n-1)} = \max_{\bar{Q}_{n-1} \in \mathfrak{R}} [\Delta p^{(n-2)}(\bar{Q}_{1:n-2}) + \Delta p_{n-1}(\bar{Q}_{n-1})],$$

$$\Delta \hat{p}^{(n-1)} = \Delta \hat{p}^{(n-2)} + \Delta \hat{p}_{n-1} \quad (3.11a)$$

sendo,

$$\Delta \hat{p}_{n-1} = \max_{\bar{Q}_{n-1} \in \mathfrak{R}} [\Delta p_{n-1}(\bar{Q}_{n-1})] \quad (3.11b)$$

e assim por diante.

Esse processo recursivo pode ser expresso de uma forma genérica como:

$$\Delta \hat{p}^{(k)} = \Delta \hat{p}^{(k-1)} + \Delta \hat{p}_k \quad (3.12a)$$

sendo,

$$\Delta \hat{p}_k = \max_{\bar{Q}_k \in \mathfrak{R}} [\Delta p(\bar{Q}_k)], \quad (3.12b)$$

$$k = 1, 2, \dots, n; \text{ e } \Delta \hat{p}^{(0)} = 0.$$

3.2.1.1 Análise numérica empregando programação dinâmica

A fim de se fazer uma aplicação da programação dinâmica para alocação de bancos de capacitores, utiliza-se o exemplo numérico a seguir:

Exemplo 3.1

Num alimentador de 13,8 kV, cuja resistência em toda extensão é de 0,4 Ω /km (fig. 3.5), as cargas reativas e o comprimento de cada trecho são mostrados na tabela 3.1. O objetivo é determinar a instalação ótima de 10 módulos de capacitores de 300 kvar cada, a fim de se obter a redução de perdas máxima. Para isso calcula-se a redução de perdas por trecho (eq. 3.5), para todos os valores de fluxo reativo capacitivo possíveis em cada trecho. Dentre esses, escolhe-se os valores máximos por trecho. Para determinação do número de módulos a ser instalados em cada barra emprega-se a equação (3.6).

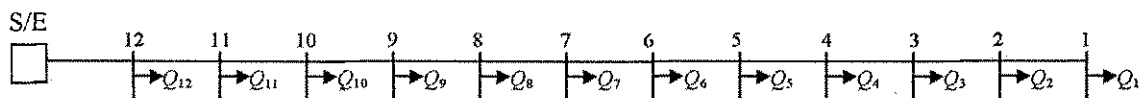


Figura 3.5 - Alimentador do exemplo 3.1 sem bancos de capacitores.

As perdas unitárias são:

$$H = \frac{r}{V_0^2} 10^3 = \frac{0,4}{13,8^2} 10^3 = 2,1 \text{ kW/km / MVA}^2$$

TABELA 3.1
Comprimento de cada trecho e cargas reativas do alimentador do exemplo 3.1.

trecho/ barra	comprimento, km	carga reativa, Mvar
12	0,40	0,540
11	0,30	0,505
10	0,30	0,351
9	0,30	0,258
8	0,50	0,316
7	0,90	0,742
6	0,50	0,592
5	1,00	0,538
4	0,60	0,587
3	0,70	0,325
2	0,90	0,728
1	1,20	0,558
total	7,60	6,040

Os fluxos reativos capacitivos podem variar de zero a 3 Mvar, em intervalos de 0,3 Mvar, nos vários trechos do alimentador, exceto no décimo segundo. Neste, o fluxo é necessariamente 3 Mvar, porque a compensação reativa total foi fixada neste valor. Os resultados obtidos são mostrados na tabela 3.2.

TABELA 3.2

Redução de perdas em kW por trecho para os vários valores possíveis de fluxo reativo capacitivo.

trecho	fluxo reativo capacitivo no trecho, Mvar										
	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3	
12											
11	2,02	3,93	5,73	7,41	8,98	10,44	11,78	13,01	14,12		
10	1,83	3,55	5,16	6,65	8,02	9,29	10,44	11,48	12,40		
9	1,70	3,28	4,76	6,12	7,36	8,49	9,51	10,42	11,21		
8	2,67	5,15	7,44	9,54	11,46	13,18	14,72	16,06	17,22		
7	4,45	8,55	12,32	15,74	18,83	21,57	23,98	26,04	27,77		
6	2,00	3,82	5,44	6,88	8,12	9,18	10,05	10,73	11,22		
5	3,26	6,14	8,64	10,77	12,51	13,88	14,88	15,49		15,58	
4	1,55	2,87	3,96	4,83	5,47	5,89		6,04	5,77	5,28	
3	1,29	2,31	3,07	3,57		3,76	3,46	2,90	2,07	0,98	
2	1,29	2,24	2,84		3,04	2,63	1,87	0,78	-0,65	-2,43	
1	0,62		0,49	-0,25	-1,45	-3,10	-5,21	-7,77	-10,80	-14,25	

A redução máxima das perdas de potência é 151,46 kW. Este valor corresponde à soma dos valores destacados na tabela 3.2 (valores máximos de redução de perdas por trecho) e se consegue instalando os capacitores conforme é mostrado na figura 3.6, ou seja, 1 módulo na barra 6, 2 na 5, 2 na 4, 1 na 3, 2 na 2 e 2 módulos na barra 1. Pode-se observar que na programação dinâmica para se tomar a decisão de onde se alocará os bancos, precisa-se completar toda uma tabela, ou melhor, necessita-se das reduções máximas em cada trecho e o fluxo capacitivo onde isto ocorreu. Só depois é que se encontra em quais barras serão instalados os bancos e a quantidade destes por barra, através da equação (3.6). Em outras palavras, é necessário saber todos os caminhos sub-ótimos para se conhecer o caminho ótimo.

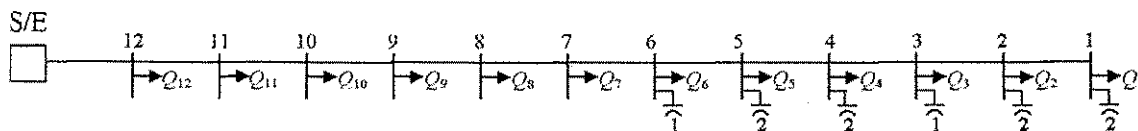


Figura 3.6 – Alimentador do exemplo 3.1 com os bancos instalados para que a redução seja máxima.

3.3 Programação Discreta Ascendente

A Programação Discreta Ascendente (PDA) tem algumas similaridades com a programação dinâmica. O princípio fundamental da programação dinâmica como foi visto na seção anterior é o conceito de sub-caminhos ótimos. Um sub-caminho é ótimo se e somente se, ele pertencer ao caminho ótimo o qual se estende do estado inicial ao estado final. Na programação discreta ascendente se trabalha com sub-caminhos próximos do caminho ótimo até que o estado final (ótimo) é alcançado. Essa técnica de programação foi proposta por BROAWATER et al. (1996) para expansão e reconfiguração ótimas de sistemas de distribuição. Nesta dissertação a técnica é empregada para resolver o problema de alocação ótima de banco de capacitores em alimentadores radiais.

3.3.1 Alocação de banco de capacitores por programação discreta ascendente

Antes de tentar estabelecer um procedimento geral para solução da alocação ótima de banco de capacitores em alimentadores de distribuição é considerada a análise de um caso particular muito simples (exemplo 3.2).

Exemplo 3.2

Num alimentador trifásico de 13,8kV, de impedância $0,3+j0,4 \Omega/\text{km}$ em toda sua extensão, cujo diagrama unifilar é mostrado na figura 3.7. O fator de potência de todas as cargas é 0,8. Deseja-se fazer a alocação ótima de 900 kvar em módulos de 300kvar. Considera-se o perfil plano de tensão.

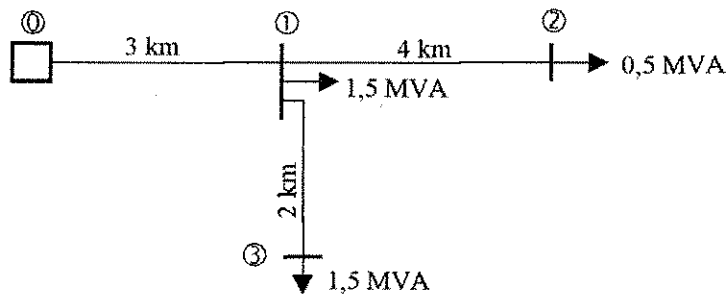


Figura 3.7 – Diagrama unifilar do alimentador do exemplo 3.2.

As perdas unitárias são as mesmas em todos os trechos do alimentador:

$$H = \frac{r}{V_0^2} 10^3 = \frac{0,3}{13,8^2} 10^3 = 1,58 \text{ kW/km/MVA}^2$$

As perdas em cada trecho são dadas por:

$$P_k = H l_k S_k^2, \quad (3.13)$$

sendo l_k o comprimento de cada trecho k e S_k o fluxo de potência no trecho.

As perdas totais são iguais à soma das perdas em cada trecho. As possibilidades de instalação dos três módulos são apenas dez. Elas são listadas a seguir, com destaque para a solução ótima, que é instalar um módulo na barra 2 e dois módulos na barra 3. Fazendo-se

assim se consegue uma redução de 25,36% nas perdas, que originalmente eram 66,76 kW e passam para 49,83 kW.

TABELA 3.3
Possibilidades de instalação dos módulos e as perdas obtidas.

barras			perdas, kW
1	2	3	
0	0	0	66,76
3	0	0	52,68
0	3	0	54,38
0	0	3	50,12
1	2	0	52,68
1	0	2	50,40
2	1	0	52,11
2	0	1	51,26
0	2	1	51,26
1	1	1	50,69

Agora utiliza-se a técnica de programação discreta ascendente para solucionar o exemplo 3.2, com o objetivo de minimizar as perdas no alimentador.

Inicialmente se pesquisa em qual barra a aplicação do primeiro módulo resulta em menores perdas, que como se vê na tabela 3.4 é na barra 3. Com o módulo de 300 kvar instalado nesta barra, se pesquisa onde alocar o segundo módulo de modo a se obter as menores perdas. Novamente a barra 3 é a mais adequada para instalar o segundo módulo. Com os dois módulos alocados na barra 3, se pesquisa onde instalar o terceiro módulo resultando em menores perdas, e se encontra a barra 2. Na tabela 3.4 estão mostradas as perdas obtidas, em kW.

TABELA 3.4
Perdas em kW do alimentador da
figura 3.7, empregando PDA.

barra	módulos de 300 kvar		
	1	2	3
1	61,21	55,09	50,40
2	60,64	54,53	
3			50,12

A tabela 3.5 mostra as perdas obtidas para um segundo caso, ou seja, quando se quer a mesma alocação de 900 kvar em módulos de 150 kvar. Pode-se observar que para este caso foram alocados 5 módulos (750 kvar) na barra 3 e 1 módulo (150kvar) na barra 2, deste modo as perdas são de 49,76 kW. Diferentemente do caso anterior, em que foram instalados 2 módulos (600 kvar) na barra 3 e 2 módulos (300 kvar) na barra 2 e as perdas são de 49,83 kW. A variação na localização dos bancos, quando se diminui o passo de discretização, ocorre também na programação dinâmica. Quando se faz esta diminuição, o resultado vai chegando próximo do resultado usando compensação contínua, pois como se pode observar, tanto por programação dinâmica, tanto por PDA, a compensação é discreta.

TABELA 3.5
Perdas em kW do alimentador da figura 3.7,
empregando PDA para o caso 2.

barra	módulos de 150 kvar					
	1	2	3	4	5	6
1	63,88	60,43	57,33	54,60	52,14	49,98
2	63,45	60,00	56,91		52,00	49,83
3				54,24		

O processo de alocação de banco de capacitores foi deliberadamente limitado a 900 kvar (3 módulos de 300 kvar ou 6 de 150 kvar). Entretanto, pelo menos sob o aspecto técnico, o processo poderia continuar enquanto a instalação de novos estágios tivesse efeito positivo. Como a relação custo-benefício aumenta com a quantidade de módulos instalados, haverá um limite econômico a se considerar, que antecede ao limite técnico.

O exemplo serve para ilustrar passo a passo a técnica da programação discreta ascendente, porém a vantagem desta não fica tão evidente, pelo fato do exemplo ser extremamente pequeno.

Quando os números de barra e de módulos são grandes, a diferença é notável. Se n_b é o número de barras e n_e é o número de módulos então a rotina de cálculo das perdas no sistema deve ser repetida $n_b \cdot n_e$ vezes. Portanto uma quantidade de vezes muito menor do que aquela que seria necessária se fossem pesquisadas todas as possibilidades de alocação do banco. O número de possibilidades é igual ao de combinações com repetição de n_b elementos em grupos de n_e elementos. Para se ter uma idéia, no caso de $n_b = 12$ e $n_e = 10$, as possibilidades são de 352.716, enquanto por programação discreta ascendente as perdas no alimentador são calculadas apenas 120 vezes. Note-se que este caso ainda pode perfeitamente ser considerado pequeno.

3.4 Programação Dinâmica versus PDA

Nesta seção são comparados os resultados utilizando programação dinâmica com os da técnica de programação discreta ascendente, para algumas situações. Primeiramente resolve-se novamente o exemplo 3.1 empregando agora PDA. O resultado é idêntico ao obtido antes, como pode ser visto na tabela 3.6.

TABELA 3.6
Resultado do exemplo 3.1 por
PDA.

barra	bancos	redução de perdas (kW)
1	2	
2	2	
3	1	151,46
4	2	
5	2	
6	1	

3.4.1 Inclusão do custo dos capacitores na função objetivo

Na função objetivo que é dada pela equação (3.3) é incluído o custo dos bancos, que é fixo, pois os módulos são idênticos. Agora o que se está interessando é maximizar a economia líquida, dada pela equação (3.14).

$$S = k_p \Delta P - mk_c, \quad (3.14)$$

sendo

S a economia líquida, em R\$;

ΔP a redução de perdas de potência, em kW;

k_p o custo da potência, em R\$/kW;

m o número de bancos instalados;

k_c o custo dos bancos de capacitores, em R\$/módulo.

Existem dois critérios de parada considerando a economia líquida. Uma é objetivando o máximo lucro, ou seja, aloca-se bancos até se obter a máxima economia líquida. Outra estratégia leva em conta a conservação de energia, ou seja, é alocado bancos enquanto a economia líquida ainda for positiva. Estes dois critérios levam a resultados diferentes.

Usando o artifício de multiplicar a equação (3.14) por kW/R\$, a economia líquida fica dada em kW. O custo dos bancos em kW/módulo e o custo da potência fica adimensional. Desta forma, mesmo havendo desvalorização da moeda vigente, se tem sempre a noção real desta economia.

Agora se resolve o exemplo 3.1 com a nova função objetivo, pelas duas técnicas: programação dinâmica e PDA. Para isso, considera-se $k_p = 1.0$ e $k_c = 5.0$ kW/ módulo.

Os resultados obtidos são idênticos pelas duas técnicas. São alocados os 10 bancos de capacitores nas mesmas barras de quando não foi considerado os custos dos bancos. A economia líquida é de 101,46 kW e a redução de perdas de 151,46 kW. A diferença corresponde ao custo dos 10 módulos de capacitores.

3.4.2 Inclusão do custo de instalação na função objetivo

Agora a função objetivo (economia líquida) é acrescida de um custo de instalação k_{inst} , que pode ser significativamente diferente de um ponto para outro do alimentador. Este custo representa uma função de penalidade ou uma restrição operacional para que os bancos não sejam instalados em locais indevidos, como os de acesso difícil, muito vulneráveis ao vandalismo ou muito desfavoráveis quanto ao aspecto urbanístico. Ele é

dado em R\$, porém utilizando o mesmo artifício anterior, temos que k_{inst} fica sendo dado em kW.

A economia líquida é dada agora por:

$$S = k_p \Delta P - mk_c - \sum_{i=1}^m k_{inst}(j_{ci}) \quad (3.15)$$

sendo j_{ci} a barra onde o i -ésimo banco é instalado, à qual está associado um custo de instalação $k_{inst}(j_{ci})$.

Resolve-se o exemplo 3.1 com a função objetivo da equação (3.15) e os seguintes dados $k_p=1$, $k_c=5$ kW e o custo de instalação k_{inst} de cada barra, com valores aleatórios (tabela 3.7).

TABELA 3.7
Custo de instalação
por barra.

barra	k_{inst} (kW)
1	3,49
2	4,08
3	4,77
4	4,54
5	4,43
6	2,89
7	2,84
8	2,46
9	3,76
10	3,85
11	4,07
12	3,83

Os resultados encontrados pelas duas técnicas são novamente iguais e estão mostrados na tabela 3.8. O custo de instalação influencia na alocação dos bancos, pois

mesmo que em uma barra a redução de perdas com a colocação de bancos seja alta, porém se o custo de instalação também é alto, pode ser que não seja compensador a alocação naquela barra e sim em outra onde se obteve uma redução menor, mas o custo de instalação é baixo, trazendo uma melhor economia líquida.

TABELA 3.8
Resultado da resolução do exemplo 3.1
empregando as duas técnicas, com a inclusão
do custo de instalação.

barra	bancos	economia líquida (kW)	redução de perdas (kW)
1	3		
2	3	65,48	141,84
6	3		

As duas técnicas levam ao mesmo resultado, porém a técnica de programação discreta ascendente é de fácil implementação comparada com a da programação dinâmica, principalmente quando os custos variáveis de instalação são considerados. Se o perfil de tensão for verdadeiro, a implementação por programação dinâmica torna-se ainda mais complicada.

CAPÍTULO 4

REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS DA CARGA

Neste capítulo são mostradas as representações gráficas da carga. A curva de carga, a curva de duração de carga, curva de duração de carga segmentada e a razão desta segmentação, bem como, o emprego da exploração repetitiva e da programação dinâmica para otimizar esta segmentação.

4.1 Curva de Carga

A *demanda* ou *carga* de um sistema é a potência ou corrente média recebida durante um determinado intervalo de tempo, denominado de *intervalo de demanda*. Os valores usuais de intervalo de demanda são 15 minutos, 30 minutos, 1 hora, ou até maiores, sendo o primeiro mais comum (GÖNEN, 1986).

A relação carga versus tempo é denominada *curva de carga* ou *curva de demanda* e pode ser *diária*, *semanal*, *mensal* ou *anual*, conforme seja o período a que se refiram. No passado, quando os métodos gráficos eram que suportavam os estudos dos sistemas elétricos, as curvas de carga propriamente ditas, ou seja, os gráficos demanda versus tempo foram de grande utilidade. Com os métodos computacionais de hoje, as curvas em si se

reservam apenas para apresentações, sendo preferível manterem-se as informações como uma seqüência de valores numéricos. Por razão histórica, esta seqüência conservou a denominação de curva de carga.

Ao modo tradicional, no levantamento das curvas de carga empregam-se registradores de demanda: aparelhos completamente analógicos constituídos de wattímetros ou amperímetros e traçadores gráficos. Havendo necessidade, portanto que as curvas sejam digitalizadas para que possam ser usadas na análise através de simulação. Atualmente já são empregados medidores digitais com memória, com os quais a aquisição da seqüência é direta. O ideal era que se tivesse a curva de carga de todas as cargas, mas isto não ocorre na prática. Suponha-se, como foi visto no capítulo 2 que o fator de diversidade do alimentador é 1 (o caso mais drástico), o que significa dizer que as cargas têm curvas de carga da mesma forma (a mesma da subestação) mudando apenas de escala.

A curva de carga diária não é a mesma todos os dias da semana, mas a diferença só é mais significativa comparando-se a curva de carga de um dia útil com a de um dia de fim de semana. O que se deve considerar são duas curvas distintas: uma representativa do dia útil e outra de fim de semana. O que usualmente se considera é a curva anual, neste caso multiplica-se a curva de dia útil pelos dias úteis no ano e a curva de fim de semana, pelos dias de finais de semana no ano, desta forma se terá as curvas no ano de dias úteis e de finais de semana. Isto não leva a muitos erros na maioria dos alimentadores. Contudo em alguns casos, como por exemplo em regiões de veraneio, a curva no inverno é muito diferente desta no verão.

4.2 Curva de Duração de Carga

A curva de carga em geral é áspera, o que muitas vezes dificulta seu processamento. A *curva de duração de carga*, que é derivada da curva de carga, colocando-se a seqüência original em ordem decrescente, é muito mais suave, além de ser monótona. Há vários estudos em que a curva de duração de carga se presta perfeitamente. Exemplo destes, é o cálculo da energia ou das perdas de energia, ou os estudos que tem estes cálculos por base. Ela representa a relação entre os tempos nos quais a demanda total registrada na subestação, permanece igual ou superior a um determinado nível de carga.

Às vezes a curva de carga é normalizada, ou seja, todas as cargas da curva são divididas pela carga máxima e os tempos pelo tempo máximo. Desta forma, a curva derivada desta é a *curva de duração de carga normalizada*.

4.3 Segmentação da Curva de Duração de Carga

Por conveniência, a curva de duração de carga é expressa de forma condensada através de uma função degrau. O número de degraus é escolhido de acordo com a precisão dos resultados e a velocidade de processamento desejados.

A função de determinado número de degraus que melhor se ajusta à curva de duração de carga é denominada de *curva de duração de carga segmentada equivalente* ou simplesmente *curva de duração de carga segmentada*. Quando a curva de duração de carga é normalizada, se tem a *curva de duração de carga normalizada e segmentada*. E o processo de determinação desta curva é denominado de *segmentação da curva de duração de carga*. O critério de ajuste é que a soma dos desvios positivos (ou negativos) dos pontos da curva de duração de carga original em relação ao nível associado da curva segmentada

seja mínimo. Note-se que este é um problema de otimização em que a função objetivo é descontínua e não-diferenciável, o que impede que métodos usuais de ajuste de curva e identificação paramétrica possam ser aplicados.

Os parâmetros a serem determinados no processo de otimização são em número igual ao de níveis desejados menos um. Isto porque o fim do último (e mais baixo) degrau deve coincidir necessariamente com o último ponto da seqüência. A altura de cada degrau é uma variável dependente da largura. Na solução por exploração repetitiva, método da *força bruta*, se tem que testar C_n^p possibilidades, sendo p o número de pontos e n o número de degraus. Isso é inviável, mesmo para problemas relativamente modestos: Se $p=96$ e $n=6$, as possibilidades são da ordem de 5,6 trilhões.

A segmentação mais comum se faz em apenas dois degraus, e se destina a estudos mais simples. Uma segmentação assim é relativamente fácil e pode ser feita meramente por tentativa, pois apenas dois níveis de demanda são considerados: os que ocorrem em média nos horários de pico e fora de pico.

Nos estudos que são objetos desta dissertação a segmentação mínima é insuficiente. Quando o número de degraus é maior e o número de amostras da curva de duração é razoavelmente grande, a segmentação por mera exploração repetitiva torna-se inviável. A melhor alternativa é empregar um algoritmo de programação dinâmica acelerado pela adoção de uma relação de recorrência que restrinja a região a ser explorada. Isto será tratado na seção 4.4. Antes porém, se faz a segmentação de uma curva de duração de carga real empregando o método de exploração repetitiva, para efeito de avaliação do esforço computacional.

4.3.1 Segmentação por exploração repetitiva

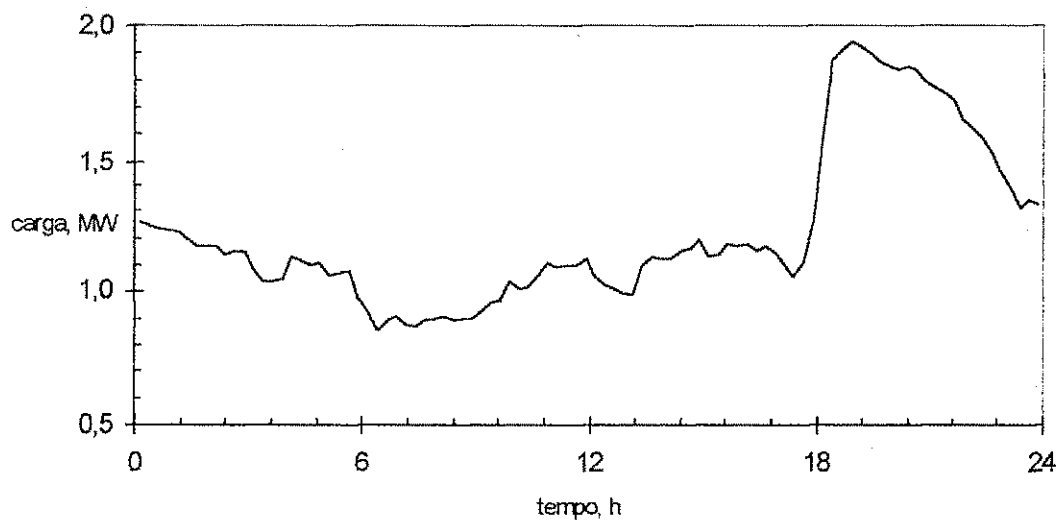
O procedimento de segmentação por exploração repetitiva é aplicado à curva de duração de carga ativa da subestação da SAELPA em Mangabeira, João Pessoa, correspondente a um dia útil típico. Os dados são apresentados na tabela 4.1 e foram obtidos com um medidor universal em 18 de maio de 1999. O intervalo de amostragem é o padrão, ou seja, quinze minutos. Portanto, o número de valores medidos no dia considerado é 96.

TABELA 4.1

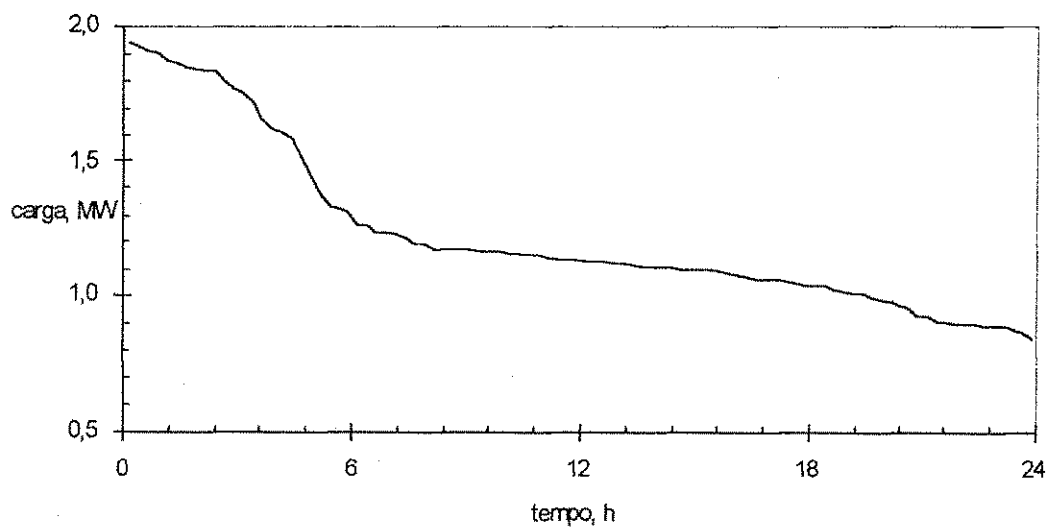
Potência ativa medida na barra de 13,8 kV de uma subestação de distribuição num dia útil típico.

hora	MW	hora	MW	hora	MW	hora	MW
00:09	1,258	06:09	0,930	12:09	1,064	18:09	1,611
00:24	1,239	06:24	0,849	12:24	1,023	18:24	1,872
00:39	1,237	06:39	0,889	12:39	1,010	18:39	1,909
00:54	1,228	06:54	0,907	12:54	0,993	18:54	1,941
01:09	1,217	07:09	0,879	13:09	0,986	19:09	1,929
01:24	1,195	07:24	0,870	13:24	1,100	19:24	1,905
01:39	1,168	07:39	0,890	13:39	1,130	19:39	1,866
01:54	1,170	07:54	0,901	13:54	1,120	19:54	1,848
02:09	1,171	08:09	0,906	14:09	1,122	20:09	1,838
02:24	1,136	08:24	0,889	14:24	1,156	20:24	1,849
02:39	1,154	08:39	0,899	14:39	1,163	20:39	1,835
02:54	1,142	08:54	0,901	14:54	1,192	20:54	1,801
03:09	1,084	09:09	0,930	15:09	1,133	21:09	1,774
03:24	1,040	09:24	0,960	15:24	1,138	21:24	1,754
03:39	1,039	09:39	0,964	15:39	1,173	21:39	1,720
03:54	1,050	09:54	1,038	15:54	1,167	21:54	1,658
04:09	1,131	10:09	1,010	16:09	1,175	22:09	1,626
04:24	1,115	10:24	1,017	16:24	1,154	22:24	1,587
04:39	1,103	10:39	1,060	16:39	1,169	22:39	1,526
04:54	1,107	10:54	1,107	16:54	1,148	22:54	1,455
05:09	1,062	11:09	1,091	17:09	1,099	23:09	1,382
05:24	1,070	11:24	1,098	17:24	1,053	23:24	1,310
05:39	1,079	11:39	1,099	17:39	1,109	23:39	1,337
05:54	0,980	11:54	1,126	17:54	1,262	23:54	1,325

A carga que corresponde aos dados da tabela 4.1 é representada graficamente na figura 4.1. Como se vê, a curva de duração de carga (fig.4.1b) é muito mais suave que a curva de carga (fig.4.1a). Esta é uma das vantagens de se trabalhar com a curva de duração de carga. Outra vantagem é sua natureza monótona (sempre decrescente).



(a)



(b)

Figura 4.1- Curvas diárias. (a) de carga ativa e (b) de duração de carga ativa.

4.3.1.1 Segmentação em dois níveis

A curva sugere sua segmentação em dois ou três níveis. O primeiro caso sempre dispensa o uso de programação dinâmica, o resultado da rotina feita em ambiente MATLAB é visto na figura 4.2.

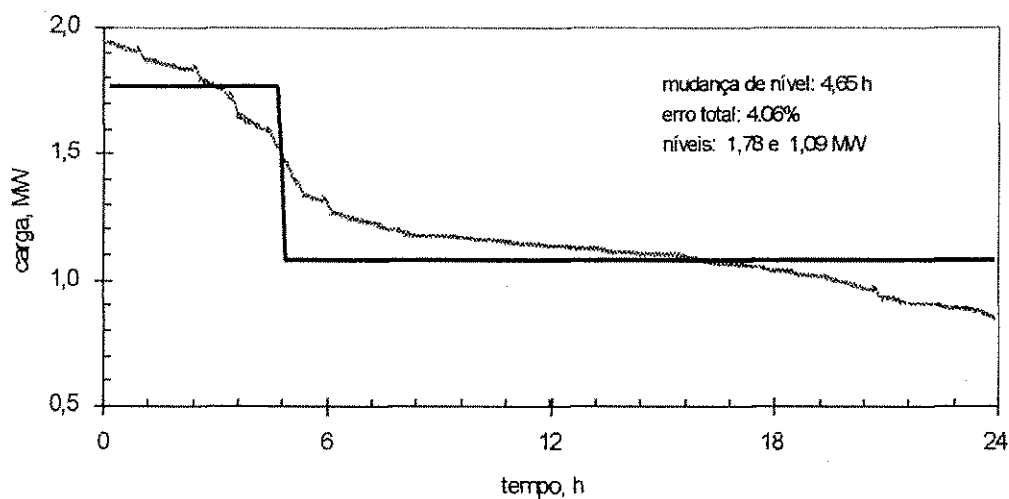


Figura 4.2- Segmentação da curva de duração de carga em dois níveis.

4.3.1.2 Segmentação em três níveis

No caso do número de níveis ser três, a segmentação ótima é a que se vê na figura 4.3. O erro total cai de 4,06% para 2,79%.

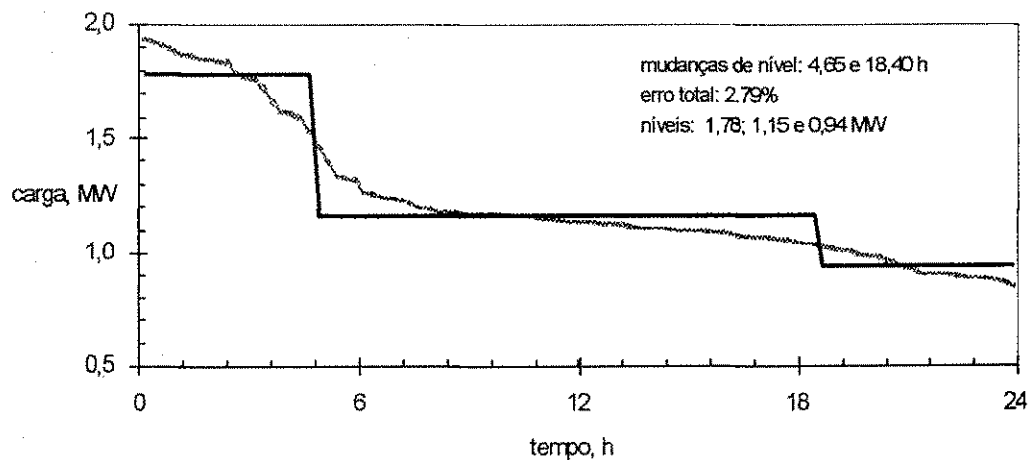


Figura 4.3 - Segmentação da curva de duração de carga em três níveis.

4.3.1.3 Segmentação em quatro níveis

O procedimento de segmentação pode ser estendido para qualquer número de níveis. No caso de ser quatro, ela é mostrada na figura 4.4. Evidentemente, o erro total agora cai menos: de 2,79% para 2,22%.

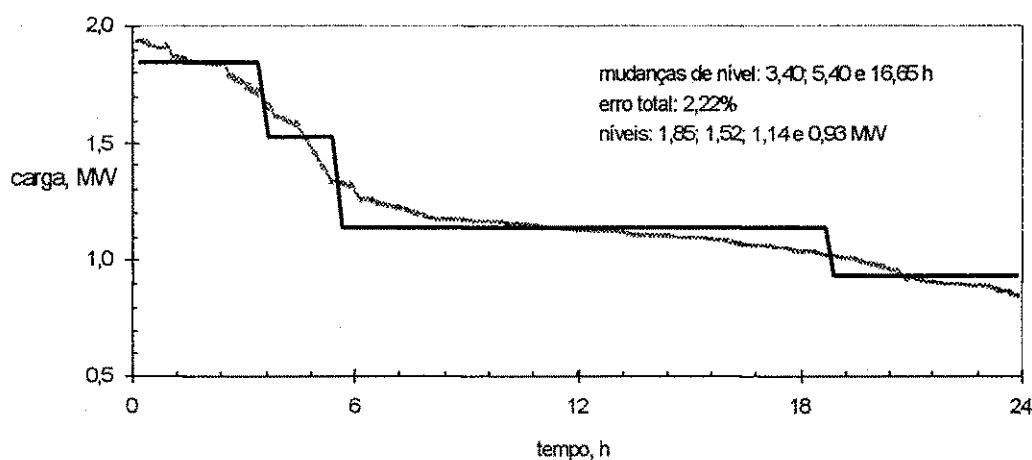


Figura 4.4 - Segmentação da curva de duração de carga em quatro níveis.

A tabela 4.2 mostra o erro e o tempo de processamento para segmentação em diferentes níveis. Observar-se que o erro diminui cada vez menos, enquanto o tempo de processamento cresce muito rapidamente. Para muitos níveis ou uma quantidade de amostras maior, o procedimento é proibitivo.

TABELA 4.2
Erro e tempo de processamento para
segmentações diferentes.

níveis	erro	tempo de processamento	
		s	pu
1	9,56%	0,11	1
2	4,06%	0,39	3,5
3	2,79%	14,2	129
4	2,22%	494	4491

4.4 Segmentação por Programação Dinâmica

O método apresentado aqui, como todos os de programação dinâmica, é baseado no princípio de Bellman enunciado no capítulo anterior. Os cálculos começam por todas as segmentações possíveis em dois níveis. Um único ponto de quebra define dois degraus com um resíduo total associado, que pode ser minimizado com respeito a todas as posições de quebra possíveis. Segmentação ótima em dois degraus de subdomínios podem ser combinados com segmentação em degrau único do subdomínio complementar para então se determinar a segmentação ótima em três degraus. O processo é estendido até se chegar ao grau de segmentação desejado.

4.4.1 Formulação da técnica de programação dinâmica

Para formular a técnica de programação dinâmica para solução do problema de segmentação da curva de duração de carga, se define o seguinte:

$\phi(l,m)$ = resíduo correspondente à aproximação por degrau único dos dados entre os pontos l e m , inclusive;

$A(k,j)$ = resíduo total mínimo atingível em k passos para os pontos entre o j -ésimo e o último, inclusive;

$L(k,j)$ = ponto final do degrau superior da solução correspondente a $A(k,j)$; é a largura do degrau;

$H(k,j)$ = altura do degrau superior da solução correspondente a $A(k,j)$.

Seja a curva de duração de carga representada pela seqüência $\{D(j)\}$, $j = \{1,2,\dots,n\}$.

Se $j+k=n+1$, o número de degraus é igual ao número de pontos dados. O ajuste é exato, com resíduo zero. Então:

$$A(k,j) = 0,$$

$$L(k,j) = j,$$

$$H(k,j) = D(j).$$

Se no entanto, $j+k > n+1$, as quantidades são indefinidas. Porém se $j+k < n+1$, então

$$A(1,j) = \phi(1,n) \text{ e}$$

$$A(k+1,j) = \min_m \{ \phi(j,m) + A(k,m+1) \}. \quad (4.1)$$

O valor de m que satisfaz à equação (4.1) corresponde a $L(k+1,j)$, isto é,

$$A(k+1,j) = \phi(j, L(k+1,j)) + A(k, L(k+1,j) + 1).$$

4.4.2 Algoritmo da programação dinâmica de segmentação

O processo computacional é o seguinte:

- i. Avalie $A(1, j)$ para todos os pontos, $j = 1, 2, \dots, n$.
- ii. Avalie $\{\phi(1, m) + A(1, m + 1)\}$ para todo m . O valor de m que corresponda ao resíduo mínimo corresponde a $L(2, 1)$ e define $A(2, 1)$ e $H(2, 1)$. O mesmo valor de resíduo mínimo pode ser encontrado em pontos diferentes. Nesta eventualidade, a escolha dentre eles é arbitrária.
- iii. Repita o passo (ii) para produzir $A(2, j)$, $L(2, j)$ e $H(2, j)$ para todo j .
- iv. Repita os passos (ii) e (iii) para produzir $A(3, j)$, $L(3, j)$ e $H(3, j)$ para todo j .
Continuar o processo até $A(s, j)$, correspondente ao grau s de segmentação desejado ser alcançado.

4.4.3 Limitação da região viável

Considerando a característica da curva de duração de carga, que é por definição sempre decrescente, duas relações de recorrência podem ser estabelecidas:

- I. $L(k + 1, j) \leq L(k, j)$. Isto é, quando a solução em k degraus para um conjunto de dados é conhecido, e a solução em $(k + 1)$ degraus está para ser determinada, o degrau mais alto não será mais em nenhum caso.
- II. $L(k, j + 1) > L(k, j)$. Isto é, quando a solução em k degraus para um certo conjunto de dados é conhecida, e a solução também em k degraus está para ser encontrada a partir de outros pontos, omitindo-se o primeiro, o fim do degrau mais alto, jamais se deslocará para a esquerda.

Como base nestas observações, quando se procura o resíduo mínimo segundo o algoritmo acima, não é necessário explorar toda a região viável, mas somente aquela região que se encontra entre os limites I e II estabelecidos acima. Ao se fazer isto, a solução é acelerada por fator de 5 ou 6 num problema típico.

Com programação dinâmica o mesmo resultado (erro mínimo total de 2,22%) é encontrado em apenas 6,8s (62 pu) , ou seja muito menor que os 494s (4491 pu) de antes.

CAPÍTULO 5

A PROGRAMAÇÃO DISCRETA ASCENDENTE E SUA APLICAÇÃO À COMPENSAÇÃO REATIVA

5.1 Introdução

Aspectos importantes do planejamento dos sistemas de distribuição, dizem respeito à avaliação das perdas e aos custos associados. O planejamento da compensação reativa consiste na determinação da capacidade, localização e tempo de operação ótimos de um número pré-estabelecido de bancos de capacitores fixos e chaveados, em função da curva de carga ou da curva de duração de carga e dos custos das perdas e dos capacitores. No caso desta dissertação, impõe-se um limite prévio no quanto se deseja compensar (índice de compensação), levando em conta o limite econômico, que geralmente antecede o limite técnico. A capacidade nominal dos bancos é pré-estabelecida, conforme valores comerciais padronizados.

A curva de duração de carga normalizada e segmentada é utilizada. Os tempos de operação dos bancos chaveados são pré-determinados conforme esta curva.

5.2 Método de Solução do Problema da Compensação Reativa

A formulação matemática do problema global da compensação reativa é a seguinte (SANHUEZA et al., 1998):

$$\text{Maximizar } \$ = k_p LP + k_e LE - \sum_{i=1}^m k_{ci} (Q_{ci}) \cdot Q_{ci} \quad (5.1)$$

supondo

$$V_j(t) = 1 \text{ p.u.} \quad (5.2)$$

para $0 \leq t \leq T$ e $j = 1, 2, \dots, n$.

Nas expressões acima a notação é:

$\$$ função objetivo que representa a economia líquida, em R\$;

LP redução de perdas de potência de pico, em kW;

LE redução de perdas de energia, kWh;

k_p custo unitário da potência, em R\$/kW;

k_e custo unitário da energia, em R\$/kWh;

m número de bancos de capacitores instalados;

n número de barras do alimentador;

t tempo, em h;

T duração do ciclo de carga, em h;

Q_{ci} capacidade nominal do i -ésimo banco de capacitores, em kvar;

k_{ci} custo por unidade de potência (R\$/kvar) do i -ésimo banco de capacitores, que é função de sua capacidade nominal. Isto é, $k_{ci} = k_{ci}(Q_{ci})$.

Nesta dissertação também é incluído o custo de instalação dos bancos de capacitores, k_{inst} , uma função das barras onde os bancos podem ser instalados. O custo do equipamento é dividido em dois: o custo dos bancos fixos k_{cf} e o custo dos bancos chaveados k_{cc} . Estes custos são fixos, pois os bancos têm a mesma capacidade nominal. O custo dos bancos chaveados é maior do que dos fixos. Em vez de considerar que a tensão em todas as barras do alimentador é a mesma da subestação (eq.(5.2)) se considera o perfil verdadeiro de tensão. Depois destas mudanças a nova formulação do problema é:

$$\text{Maximizar } \$ = k_p LP + k_e LE - k_{cf} m_f - k_{cc} m_c - \sum_{i=1}^m k_{inst} (j_{ci}), \quad (5.3)$$

sujeito a

$$V_{min} \leq V_j(t) \leq V_{max} \text{ e } m \leq m_{max} \quad (5.4)$$

para $0 \leq t \leq T$ e $j = 1, 2, \dots, n$,

sendo

m_f o número de bancos fixos;

m_c o número de bancos chaveados;

m o número total de bancos instalados;

m_{max} o número de bancos à instalar;

k_{cf} o custo dos bancos fixos R\$/módulo;

k_{cc} o custo dos bancos chaveados, R\$/módulo;

k_{inst} o custo de instalação dos bancos, R\$;

j_{ci} a barra onde o i -ésimo banco é instalado.

Para solucionar este problema, é implementada uma rotina computacional em FORTRAN que segue os passos descritos a seguir.

5.2.1 Dados de entrada

Os dados de entrada são:

- Tensão (de linha) na saída da subestação V_0 , em kV;
- Dados de linha do alimentador: resistência R e reatância X de cada trecho, em Ω . Se forem dados em Ω/km , o comprimento de cada trecho em km deverá ser um dado adicional.
- Dados de carga: potência ativa P e reativa Q ou potência aparente S e fator de potência, $\cos\phi$. Esses dados podem ser valores máximos ou médios. Eles são as cargas do caso-base.
- Curva de duração de carga normalizada e segmentada, ou seja, níveis e durações de carga. Essa curva é levantada na subestação e é suposto que as curvas das cargas tenham a mesma forma desta, mudando apenas de escala. As curvas ativa e reativa são supostas idênticas;
- Capacidade nominal dos bancos, em kvar;
- Número de bancos a instalar;
- Parâmetros de custo, k_{cf} , k_{cc} , k_p , k_e , k_{inst} . A rotina computacional é flexível quanto à inclusão de outros parâmetros que forem necessários.

5.2.2 Avaliação das perdas

A avaliação das perdas e o levantamento do perfil de tensão são feitos através de uma função baseada no método da soma de potência, que é computacionalmente bastante eficiente para o cálculo do fluxo potência em sistemas de distribuição com configuração radial e requer menos memória. Esse método é clássico e seu equacionamento pode ser visto em DAS et al. (1995). A solução do problema de fluxo de potência em sistema radial, utilizando esse método, consiste em resolver, para cada trecho da rede, uma equação do quarto grau em termos de tensão. Essa equação independe do ângulo de fase, simplificando a formulação do problema.

Para se obterem as perdas de energia, executa-se a função de cálculo das perdas de potência para cada nível de carregamento da curva de duração normalizada e segmentada. Cada nível é um fator a ser aplicado às cargas do caso-base, ou seja, fazendo isso se obtém as curvas de duração de carga para cada barra, que têm a mesma forma daquela levantada na subestação, porém de escala diferente.

Assim são encontradas as perdas de potência em cada nível. Multiplicando estas perdas pela duração do nível de carregamento, encontram-se as perdas de energia por período de carregamento. Somando-as todas obtém-se as perdas de energia no período completo. Sempre que se aloca um banco, encontra-se a redução de perdas em relação ao estado anterior, portanto sempre é necessário a execução da função de avaliação das perdas.

5.2.3 Alocação dos bancos de capacitores

A alocação dos bancos de capacitores é feita segundo a técnica de programação discreta ascendente, descrita no capítulo 3, com o objetivo de solucionar a equação (5.3).

Para exemplificar como é feita essa alocação tem-se na figura 5.1 uma curva de duração de carga normalizada e segmentada em três níveis N_{c3} , N_{c2} e N_{c1} . Estes são os fatores aplicados às cargas do caso-base. As durações de carregamento são T_3 , T_2 e T_1 .

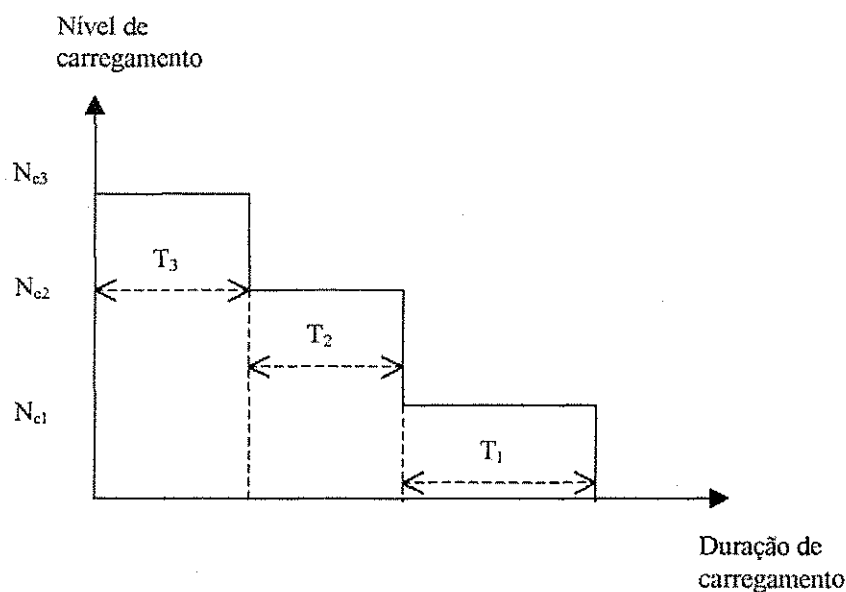


Figura 5.1- Curva de duração de carga normalizada e segmentada em três níveis.

Inicialmente alocam-se os bancos fixos, que devem compensar o nível de carga mínimo do sistema e operam durante todo o ciclo de carga, ou seja, utiliza-se o nível de carregamento mais baixo, N_{c1} . Empregando a técnica de programação discreta ascendente alocam-se estes bancos para maximizar a economia líquida, utilizando o custo k_{cf} e o custo de instalação, k_{inst} . O tempo de operação desses bancos é $T_1 + T_2 + T_3$.

Com os bancos fixos instalados, se faz a alocação dos bancos chaveados para compensarem o nível de carregamento N_{c2} . Eles operam durante o tempo T_2 e segue do mesmo modo que foi feito para os bancos fixos, neste caso no cálculo da economia utiliza-se o custo dos bancos chaveados, k_{cc} e o k_{inst} . Com os bancos do nível N_{c2} instalados, se faz

da mesma maneira para o nível N_{c3} , onde o tempo de operação é T_3 e assim se faria para quantos níveis tivesse a curva de duração e enquanto existisse bancos à instalar.

A rotina computacional usa dois critérios de parada: a máxima economia líquida e o término do número de bancos pré-definidos a instalar. Quando um desses critérios for atingido, a rotina deixa de rodar.

Vale salientar que o número pré-fixado de bancos a instalar não é uma restrição do método, apenas uma opção feita nesta dissertação. Caso se queira que a rotina tenha como único critério de parada, a máxima economia líquida, basta introduzir um valor muito alto de número de bancos a instalar. Desta forma, a rotina roda até que seja alcançado a máxima economia.

5.2.4 Dados de saída

Os dados de saída da rotina computacional são as localizações dos bancos de capacitores no alimentador, ou seja, em quais barras estes estão alocados, bem como, a economia líquida obtida.

5.3 Um Estudo de Aplicação

A rotina computacional descrita anteriormente é aplicada ao estudo da compensação reativa do alimentador com 70 barras da subestação de Pinheiro da CEAL. A tensão nominal é de 13,8 kV e fator de potência 0,91 para todas as cargas. As características físicas do alimentador são dadas na tabela 5.1 e na 5.2.

TABELA 5.1
Dados característicos do alimentador PNO007 da CEAL.

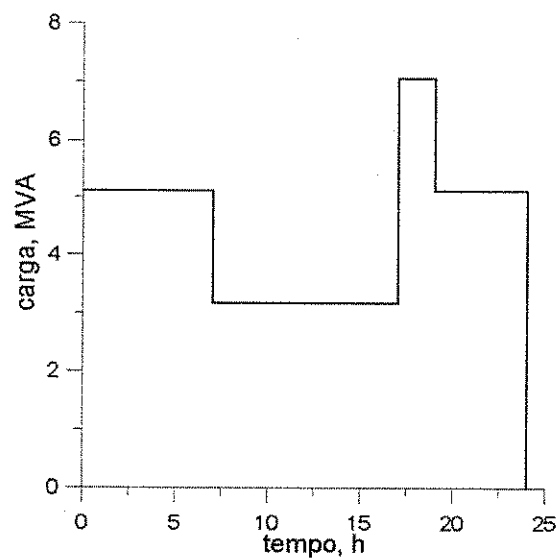
trecho		cabo	comprimento, km	carga, kVA	trecho		cabo	comprimento, km	carga, kVA
de	para				de	para			
SE	701	CA#242	0,715	138,3	735	736	CA#170	0,090	32,5
701	702	CA#242	0,200	210,6	736	737	CA#170	0,090	0,0
702	703	CA#242	0,360	240,8	737	738	CU#2/0	0,070	22,7
703	704	CA#242	0,360	0,0	738	739	CU#16	0,185	57,0
704	705	CU#16	0,160	173,0	739	740	CU#16	0,045	0,0
704	706	CA#242	0,040	43,3	740	741	CU#21	0,170	60,8
706	707	CA#242	0,120	0,0	740	742	CA#16	0,090	0,0
707	708	CU#16	0,220	0,0	742	743	CU#21	0,100	61,0
708	709	CU#16	0,100	79,6	742	744	CU#16	0,170	90,5
708	710	CU#16	0,230	45,1	744	745	CU#16	0,210	22,4
710	711	CU#16	0,230	33,0	737	746	CA#170	0,280	0,0
710	712	CU#16	0,090	21,6	746	747	CA#21	0,120	44,4
712	713	CU#16	0,120	176,6	746	748	CA#170	0,040	13,2
707	714	CA#242	0,240	217,0	748	749	CA#170	0,115	33,0
714	715	CA#242	0,340	0,0	749	750	CA#21	0,165	33,3
715	716	CU#16	0,310	197,4	748	751	CA#170	0,250	0,0
716	717	CU#16	0,230	31,7	751	752	CA#170	0,100	43,5
715	718	CA#242	0,120	43,5	751	753	CA#170	0,220	44,8
718	719	CA#242	0,160	45,9	753	754	CA#170	0,320	0,0
719	720	CA#242	0,040	0,0	754	755	CA#39	0,060	45,3
720	721	CA#54	0,110	22,0	752	756	CA#170	0,160	0,0
721	722	CU#16	0,390	67,4	756	757	CU#16	0,240	0,0
721	723	CA#54	0,280	77,6	757	758	CA#21	0,125	0,0
723	724	CA#54	0,155	295,0	758	759	CA#21	0,040	22,7
723	725	CU#16	0,160	241,3	758	760	CA#21	0,040	13,7
720	726	CA#242	0,130	0,0	760	761	CA#21	0,040	13,7
726	727	CA#21	0,030	53,8	757	762	CU#16	0,080	78,6
726	728	CA#242	0,030	67,8	762	763	CU#25	0,140	13,2
728	729	CA#242	0,120	56,9	756	764	CA#170	0,180	634,1
729	730	CA#242	0,120	0,0	735	765	CA#242	0,040	0,0
730	731	CU#25	0,110	70,5	765	766	CA#67	0,360	0,0
730	732	CA#242	0,080	0,0	766	767	CU#35	0,100	217,6
732	733	CA#67	0,030	361,4	765	768	CA#242	0,040	28,6
732	734	CA#242	0,380	46,9	768	769	CA#170	2,290	0,0
734	735	CA#242	0,340	0,0	769	770	CU#35	0,180	106,0

TABELA 5.2
Resistências e reatâncias dos cabos
utilizados no alimentador PNO007.

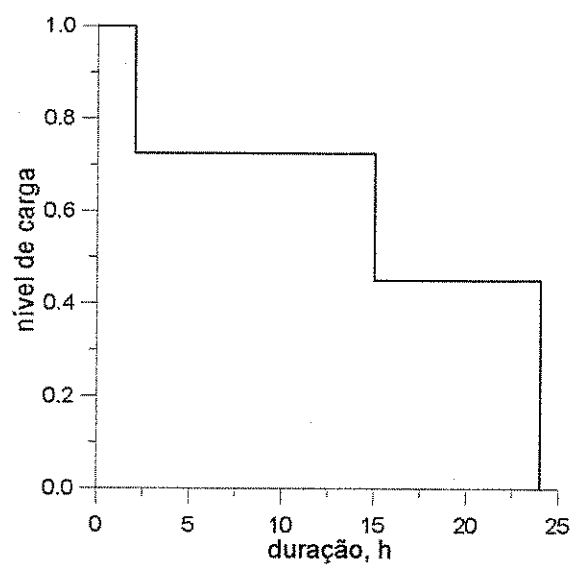
cabo		resistência, Ω/km	reatância, Ω/km
planta	utilizado		
CA#170	CA#170	0,191202	0,395353
CA#21	CA#21	1,532471	0,489621
CA#242	CA#242	0,134451	0,382213
CA#39	CA#34	0,965531	0,460865
CA#54	CA#53	0,606171	0,441821
CA#67	CA#67	0,480290	0,434584
CU#16	CU#13	1,488860	0,500286
CU#2/0	CU#2/0	0,299562	0,434774
CU#21	CU#21	0,934108	0,489050
CU#25	CU#13;34	0,974481	0,480290
CU#35	CU#34	0,588650	0,465245

A curva de carga diária do alimentador medida na subestação após segmentação e a curva de duração de carga normalizada são mostradas na figura 5.2. As curvas são segmentadas em três níveis. A curva de duração é normalizada apenas com relação a carga, ou seja, as cargas são divididas pela carga máxima, porém os tempos não são divididos pelo tempo máximo(fig. 5.2b).

No estudo é considerado um fator de carregamento 3 e se faz a generalização da curva de duração de carga diária para anual, ou seja, a curva anual tem o mesmo formato da curva diária porém com o tempo sendo em horas/ano. Deste modo não se está considerando a variação da curva diária ao longo do ano.



(a)



(b)

Figura 5.2 – Curvas diárias segmentadas. (a) de carga e (b) de duração de carga normalizada.

O estudo é feito considerando:

a) Custo médio anual do kW de perda de potência:

$$k_p = \text{R\$ } 160/\text{kW/ano}$$

b) Custo médio anual do kWh de perda de energia:

$$k_e = \text{R\$ } 0,030/\text{kWh/ano}$$

c) Custo da unidade de banco de capacitor fixo:

$$k_{cf} = \text{R\$ } 2,0/\text{kvar}$$

d) Custo da unidade de banco de capacitor chaveado:

$$k_{cc} = \text{R\$ } 4,0/\text{kvar}$$

e) Quantidade e capacidade nominal dos bancos a instalar:

30 bancos de 100kvar

f) Custo de instalação:

$$k_{inst} = \text{R\$ } 0,0$$

Os resultados da rotina computacional estão mostrados na tabela 5.3. Dos 30 bancos que se desejava instalar são alocados 20 bancos de capacitores, sendo 9 fixos e 11 chaveados. Há um aspecto operacional bastante observado, de que deve existir uma distância mínima entre os bancos. Esse aspecto não é considerado, porém não há dificuldades maiores de incorporá-la à rotina computacional. Já o monitoramento da tensão para evitar que ela saia da faixa normal (variação de 5%) é incluído.

TABELA 5.3

Resultados da rotina computacional aplicada ao estudo da compensação reativa do alimentador PNO007 da CEAL.

bancos fixos, 100kvar	bancos chaveados, 100kvar	barra	tempo de operação, h/ano	economia líquida anual, R\$
1	-	725	8640	1342,33
1	-	739		
1	-	744		
1	-	762		
4	-	764		
1	-	767		
-	1	724		
-	1	743		
-	1	752		
-	1	753		
-	2	764		
-	1	770		
-	1	741	720	
-	1	758		
-	2	764		

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Nesta dissertação empregou-se a Programação Discreta Ascendente (PDA) para resolver o problema da compensação reativa de redes de distribuição. Esta técnica se mostrou de fácil implementação computacional, mesmo quando foi considerado o perfil de tensão verdadeiro e se incluiu na função objetivo custos variáveis. Um destes custos variáveis de importância prática é o custo de instalação que serve como função de penalidade para que seja evitada a instalação de bancos em locais indevidos, como os de acesso difícil, de muita vulnerabilidade ao vandalismo ou muito desfavoráveis com relação ao aspecto urbanístico.

A rotina computacional desenvolvida empregou o método da soma de potência para a avaliação das perdas de potência e levantamento do perfil de tensão. O problema de otimização foi formulado de modo que a função objetivo fosse uma função do custo da redução das perdas de potência, das perdas de energia, dos bancos e de instalação. O custo dos bancos foram diferenciados, sendo o dos chaveados maior do que o dos fixos.

A rotina foi aplicada ao estudo do alimentador PNO007 da CEAL e o resultado obtido foi que a compensação reativa ótima de 28,44 %, seria alcançada com a instalação

de 9 bancos fixos e 11 chaveados. Com isto, se conseguiria uma economia líquida de R\$ 1342,33/ano. Dos bancos chaveados, 4 estariam em serviço apenas no horário de pico.

Na rotina computacional implementada, a busca pela melhor barra para se instalar cada módulo de capacitor foi feita fazendo-se uma pesquisa exploratória, tomando-se uma a uma todas as barras. Neste particular a rotina carece de melhoria, sobretudo no caso de se desejar aplicá-la a alimentadores muito extensos ou ainda quando se pretende a compensação integrada de todos os alimentadores da subestação. De fato, estes foram objetivos da dissertação que não puderam ser alcançados por decurso de prazo.

Para trabalhos futuros, aquele que se interessar em dar continuação a este, sugere-se pesquisar métodos de busca mais eficientes como os da *busca tabu*, do *recozimento simulado* ou *algoritmos genéticos*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BROADWATER, R.P., DOLLOFF, P.A., HERDMAN, T.L., KARAMIKHOVA, R. and SARGENT, A.F. "Minimum loss optimization in distribution systems: discrete ascendente optimal programming". Electric Power Systems Research, pp.113-121, February, 1996.
- CHANG,N.E. "Generalized equations on loss reduction with shunt capacitor". IEEE Transactions on Power Apparatus, vol. 91, pp. 2189-2195, 1972.
- CHIANG, H.D., WANG, J.C., COCKINGS, O. and SHIN, H.D. "Optimal capacitor placements in distribution systems: Part I and Part II". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 5, pp. 634-649, April 1990.
- CHIANG, H.D., WANG, J.C., TONG, J. and DARLING, G. "Optimal capacitor placement, replacement and control in large scale unbalanced distribution systems: system modeling and a new formulation". IEEE Trans. PWRS, vol.10, pp. 356-362, February 1995.
- CHIANG, H.D., WANG, J.C., TONG, J. and DARLING, G. "Optimal capacitor placement, replacement and control in large scale unbalanced distribution systems: system solution algorithms and numerical studies". IEEE Trans. PWRS, vol.10, pp. 363-369, February 1995.

- CIVANLAR, S. and GRAINGER, J.J. "Volt/Var control on distribution systems with lateral branches using shunt capacitors and voltage regulators: Part. I, Part. II and Part. III". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol.104, pp. 3278-3297, November 1985.
- COOK, R.F. "Optimizing the application of shunt capacitors for reactive-volt-ampere control and loss reduction". AIEE Transactions, vol. 80, pp. 430-444, August 1961.
- COOPER, L. and COOPER, M. Introduction to Dynamic Programming, New York, Pergamon Press, 1981.
- CUTTINO, W.H. "Extending the use of shunt capacitors by means of automatic switching". AIEE Transactions, vol. 63, pp. 674-678, 1944.
- DAS, D., KOTHARI, D.P. and KALAM,A. "Simple and efficient method for load flow solution of radial distribution networks". Electrical Power & Energy Systems, vol.17, pp.335-346, 1995.
- DURAN, H. "Optimum number, location and size of shunt capacitors in radial distribution: a dynamic programming approach". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 87, pp. 1769-1774, September 1968.
- EL-KIB, A.A., GRAINGER, J.J., CLINARD,K.N. and GALE, L.J. "Placement of fixed and/or non-simultaneously switched capacitors on unbalanced three-phase feeders involving laterals". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 104, pp. 3298-3305, November 1985.
- GLOVER, F. "Tabu search – Part I", ORSA Journal on Computing, vol. 1, pp. 190-206, 1989.
- GLOVER, F. "Tabu search – Part II", ORSA Journal on Computing, vol. 2, pp. 4-32, 1990.

- GÖNEN, T. Electric Power Distribution Systems Engineering, New York, McGraw-Hill Book Company, 1986.
- GOTTFRIED, B.S. and WEISMAN, J. Introduction to Optimization Theory, New Jersey, Prentice-Hall, 1973
- GRAINGER, J.J. and LEE, S.H. "Capacity release by shunt capacitor placement on distribution feeders: a new voltage dependent model". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-101, pp. 1236-1244, May 1982.
- GRAINGER, J.J. and LEE, S.H. "Optimum size and location of shunt capacitors for reduction of losses on distribution feeders". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 100, pp. 1105-1118, March 1981.
- GRAINGER, J.J., CINVALAR, S. and CLINARD, K.N. "Optimal voltage dependent continuous-time control of reactive power on primary feeders". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 103, pp. 2714-2722, September 1984.
- GRAINGER, J.J., CINVALAR, S. and LEE, S.H. "Optimal design and control scheme for continuous capacitive compensation of distribution feeders". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-102, pp. 3271-3278, October 1983.
- GRAINGER, J.J., LEE, S.H. and EL-KIB, A.A. "Design of a real-time switching control scheme for capacitive compensation of distribution". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 101, pp. 2420-2428, August 1982.
- HAPP, H.H. Piecewise methods and applications to Power Systems, New York, John Wiley, 1980.
- HUANG, Y.C., YANG, H.T. and HUANG, C.L. "Solving the capacitor placement problem in radial distribution system using tabu search approach". IEEE Trans. PWRS, vol. 11, pp. 1868-1873, November 1996.

- KAPLAN, M. "Optimization of number, location, size, control type and control setting of shunt capacitors on radial distribution feeder". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 103, pp. 2659-2663, September 1984.
- LEE, S.H. and GRAINGER, J.J. "Optimum placement of fixed and switched capacitors on primary distribution feeders". IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. 100, pp. 345-351, January 1981.
- MACEDO, W., PAES JUNIOR, M.R.C. e SILVA, E.C. "Aplicação de bancos de capacitores em sistemas de distribuição - A experiência da CELB". III CONLADIS, São Paulo, 1998.
- PENHA, F.D. Contribuição ao Planejamento e Controle da Compensação Reativa em Alimentadores Primários, Dissertação de Mestrado, UFPB, Campina Grande, 1991.
- SANHUEZA, H., ARIAS, M. and MESSEN, F. "Desarrollo de un programa computacional para determinar la compesacion reactiva en sistemas de distribucion radial". III CONLADIS, São Paulo, 1998.
- SOUZA, B.A. Distribuição de Energia Elétrica, CCT/UFPB-REENGE/PAPE, Campina Grande, 1997.
- SWAIN, N.K. and BENGIAMIN, N.N. "Multistage capacitor switching: an analytical approach". Electric Power Systems Research, pp. 96-100, February 1996.
- WANG, J.C., CHIANG, H.D., MIL, K.N. and DARLING, G. "Capacitor placement and real time control in large-scale unbalanced distribution systems: loss reduction formula, problem formulation, solution methodology and mathematical justification". IEEE Transactions on Power Delivery, vol.12, pp. 953-958, April 1997.

WANG, J.C., CHIANG, H.D., MIL, K.N. and DARLING, G. "Capacitor placement and real time control in large-scale unbalanced distribution systems: numerical studies".

IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 12, pp. 959-964, April 1997.

WOOD, A. J., Application of Optimization Methods in Power Systems Engineering, IEEE

Tutorial Course, IEEE, New York, 1976.