

Darlan Alexandria Fernandes

Simulações das Respostas de Conversores de Potência em Regime Permanente

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Mestre em Ciências no domínio da Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Processamento da Energia

Sreeramulu Raghuram Naidu, Ph.D.
Orientador

Campina Grande – Paraíba – Brasil
Julho de 2004

© 2004, Darlan Alexandria Fernandes



Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Setorial do Campus I da UFCEG.

F363s
2004

Fernandes, Darlan Alexandria

Simulações das respostas de conversores de potência em regime permanente / Darlan Alexandria Fernandes – Campina Grande: UFCEG, 2004.

92p.: il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) UFCEG / CCT.

Inclui Bibliografia.

1. Simulações Digitais 2. Respostas em Regime Permanente 3. Conversores de Potência.

CDU: 621.314:004.383.4

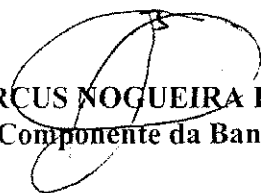
**SIMULAÇÃO DAS RESPOSTAS DE CONVERSORES DE POTÊNCIA EM
REGIME PERMANENTE**

DARLAN ALEXANDRIA FERNANDES

Dissertação Aprovada em 05.08.2004



SREERAMULU RAGHURAM NAIDU, Ph.D., UFCG
Orientador



ANTONIO MARCUS NOGUEIRA LIMA, Dr., UFCG
Componente da Banca



EDISON ROBERTO CABRAL DA SILVA, Dr.Ing., UFCG
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB
Julho - 2004

Aos meus pais Zélia e Damásio,
e aos meus dois irmãos
Denize e Damásio Jr.

AGRADECIMENTOS

Ao professor S. R. Naidu pela excelente orientação;

A Fabiano Fragoso Costa pela grande amizade, incentivo e valiosas discussões no decorrer deste trabalho;

Aos amigos e companheiros de trabalho Eduardo Vidal, Diana Nobre, Luiz Gonzaga Júnior, Max Néri, José Antônio e Ronimack Trajano;

Aos professores Antônio Marcus e Edison Roberto pelas sugestões oferecidas;

Aos professores do Grupo de Sistemas Elétricos, em especial ao professor Damásio Fernandes Júnior pelo apoio, incentivo e amizade;

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro;

A Pollyana Ribeiro pela sua ternura.

RESUMO

Neste trabalho são apresentadas técnicas para determinar as respostas de regime permanente de conversores de potência. Para isto, são utilizadas técnicas transitórias onde se espera o decaimento transitório até se atingir o regime permanente bem como técnicas que aceleram a convergência. Em relação a estas últimas, duas são analisadas neste trabalho. Na primeira, matrizes de admitância harmônica dos elementos do circuito são utilizadas nos cálculos necessários para obter as respostas de regime permanente. Esta técnica é baseada no método do balanço de harmônicos. A outra técnica de regime permanente analisada é inédita. Ela é baseada na definição de uma matriz derivada de simples aplicação e permite que a solução convirja rapidamente. Para validação das técnicas, simulações de conversores de várias topologias são apresentadas, inclusive conversores com comutação suave que são circuitos com estrutura mais complexa em relação as suas versões em *PWM*.

ABSTRACT

In this work digital simulations are performed to analyse the steady-state response of power converters. Transient techniques as well as methods for accelerating the convergence to the steady state are used. In order to accomplish the latter task, two approaches are investigated. In the first one, harmonic admittance matrices from the power electronic circuits are used to obtain the steady state responses. This technique is based on the balance harmonic method. The second one is also employed for simulating directly the steady state and it is considered a novel technique, based on the definition of a differentiation matrix. It is simple to apply and is rapidly-convergent. The responses of several circuits, some of them with feedback control and soft-switching, are presented. They are compared with the responses obtained with the technique used in the Electromagnetic Transients Programs (EMTP).

SUMÁRIO

Agradecimentos	iv
Resumo	v
Abstract	vi
Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xiii
Lista de Símbolos e Abreviaturas	xiv
Capítulo I – Introdução	01
1.1 Objetivo.....	03
1.2 Organização do texto.....	03
Capítulo II – Análise em Regime Transitório	05
2.1 Introdução.....	05
2.2 Ferramentas de simulação.....	06
2.3 Cálculo das respostas de conversores no domínio do tempo.....	07
2.3.1 Média em equações de espaço de estados.....	08

2.3.2 Média generalizada em equações de espaço de estados.....	14
2.3.3 Fonte de tensão estimada.....	18
2.4 Conclusão.....	24
Capítulo III – Análise em Regime Permanente: Matriz Admitância.....	25
3.1 Introdução.....	25
3.2 Análise em regime permanente.....	26
3.3 Matriz admitância.....	26
3.4 Retificador mono-fásico.....	32
3.4.1 Modelamento para o cálculo do regime permanente.....	33
3.5 Conversor <i>boost</i> quase-ressonante.....	37
3.5.1 Modelamento para o cálculo do regime permanente.....	40
3.6 Conclusão.....	44
Capítulo IV – Análise em Regime Permanente: Matriz Derivada.....	46
4.1 Introdução.....	46
4.2 Matriz derivada proposta.....	46
4.3 Cálculo de elementos básicos.....	53
4.4 Simulações de conversores de potência.....	54
4.4.1 Conversor fonte de tensão.....	54
4.4.2 Inversor fonte de tensão.....	60
4.4.3 Conversor <i>boost</i> quase-ressonante.....	67
4.4.4 Conversor <i>boost</i>	73
4.4.5 Conversor <i>buck</i> com comutação suave.....	80
Capítulo V – Conclusão.....	85
Referências Bibliográficas.....	88

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Conversor <i>forward</i>	09
Figura 2.2 – Conversor <i>forward</i> : (a) Chave fechada. (b) Chave aberta.....	10
Figura 2.3 – Conversor <i>forward</i> : tensão de saída.....	13
Figura 2.4 – Conversor <i>forward</i> : corrente no indutor.....	13
Figura 2.5 – Conversor <i>buck</i> quase-ressonante com comutação a corrente nula.....	15
Figura 2.6 – Conversor <i>buck</i> quase-ressonante: tensão de saída.....	17
Figura 2.7 – Conversor <i>buck</i> quase-ressonante: corrente no indutor.....	18
Figura 2.8 – Circuito não-linear.....	19
Figura 2.9 – Circuito não-linear equivalente.....	19
Figura 2.10 – Circuito equivalente para pequenos sinais.....	21
Figura 2.11 – Conversor <i>boost</i> quase-ressonante com comutação a tensão nula.....	22
Figura 2.12 – Conversor <i>boost</i> quase-ressonante: tensão de saída.....	23
Figura 2.13 – Conversor <i>boost</i> quase-ressonante: corrente no indutor.....	23

Figura 3.1 – Amostras de um sinal periódico	27
Figura 3.2 – Sinal de tensão aplicado a uma carga	27
Figura 3.3 – Circuito retificador monofásico de meia-onda	32
Figura 3.4 – Circuito retificador monofásico de meia-onda: matrizes admitância	33
Figura 3.5 – Circuito retificador monofásico: fonte de tensão em paralelo ao elemento não-linear	34
Figura 3.6 – Circuito retificador monofásico: cálculo da corrente através da fonte	34
Figura 3.7 – Cálculo da corrente através do elemento não-linear: (a) Fonte de tensão sobre o elemento. (b) Curva $i_D \times v_D$ do elemento	35
Figura 3.8 – Circuito equivalente para pequenos sinais	35
Figura 3.9 – Retificador monofásico: tensão de saída	36
Figura 3.10 – Retificador monofásico: corrente no capacitor	37
Figura 3.11 – Conversor <i>boost</i> quase-ressonante	38
Figura 3.12 – Conversor <i>boost</i> quase-ressonante: matrizes admitância	39
Figura 3.13 – Conversor <i>boost</i> quase-ressonante: fontes de tensão em paralelo aos elementos não-lineares	41
Figura 3.14 – Conversor <i>boost</i> quase-ressonante: cálculo das correntes através das fontes	41
Figura 3.15 – Cálculo das correntes através dos elementos não-lineares: (a) Fontes sobre os elementos. (b) Curva $i_D \times v_D$ dos elementos	41
Figura 3.16 – Circuito equivalente para pequenos sinais	42
Figura 3.17 – Conversor <i>boost</i> quase-ressonante: tensão de saída	43
Figura 3.18 – Conversor <i>boost</i> quase-ressonante: corrente no indutor	43

Figura 4.1 – Partes real e imaginária da expressão da derivada na frequência.....	51
Figura 4.2 – Função “chapéu” e sua derivada.....	52
Figura 4.3 – Estruturas básicas: (a) Ramo RL. (b) Capacitor.....	53
Figura 4.4 – Conversor fonte de tensão (<i>VSC</i>).....	55
Figura 4.5 – Funções de comutação para o <i>VSC</i>	56
Figura 4.6 – Conversor fonte de tensão: tensão no capacitor.....	59
Figura 4.7 – Conversor fonte de tensão: componentes α , β das correntes de linha.....	60
Figura 4.8 – Inversor fonte de tensão.....	61
Figura 4.9 – Vetores de tensão gerados pelo inversor trifásico.....	62
Figura 4.10 – Geração do vetor \vec{V} em um setor qualquer.....	63
Figura 4.11 – Inversor fonte de tensão: correntes de carga.....	67
Figura 4.12 – Conversor <i>boost</i> quase-ressonante.....	67
Figura 4.13 – Conversor <i>boost</i> quase-ressonante: impedâncias.....	69
Figura 4.14 – Conversor <i>boost</i> quase-ressonante: fontes de tensão em paralelo aos elementos não-lineares.....	69
Figura 4.15 – Conversor <i>boost</i> quase-ressonante: cálculo das correntes através das fontes.....	70
Figura 4.16 – Cálculo das correntes através dos elementos não-lineares: (a) Fontes sobre os elementos. (b) Curva $i_D \times v_D$ dos elementos.....	70
Figura 4.17 – Circuito para pequenos sinais.....	71
Figura 4.18 – Resposta de tensão do conversor <i>boost</i> quase-ressonante.....	72
Figura 4.19 – Resposta de corrente do conversor <i>boost</i> quase-ressonante.....	72

Figura 4.20 – Conversor <i>boost</i> com realimentação.....	73
Figura 4.21 – Forma de onda de saída do comparador.....	75
Figura 4.22 – Circuito de potência: análise não-linear.....	77
Figura 4.23 – Circuito para pequenos sinais.....	77
Figura 4.24 – Conversor <i>boost</i> : tensão de saída.....	78
Figura 4.25 – Conversor <i>boost</i> : corrente no indutor.....	79
Figura 4.26 – Conversor <i>buck</i> com comutação suave.....	80
Figura 4.27 – Conversor <i>buck</i> com comutação suave: tensão de saída.....	83
Figura 4.28 – Conversor <i>buck</i> com comutação suave: corrente no indutor.....	83

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Parâmetros do conversor <i>forward</i>	10
Tabela 2.2 – Parâmetros do conversor <i>buck</i> quase-ressonante.....	16
Tabela 2.3 – Parâmetros do conversor <i>boost</i> quase-ressonante.....	22
Tabela 3.1 – Parâmetros do circuito retificador monofásico de meia-onda.....	32
Tabela 3.2 – Parâmetros do conversor <i>boost</i> quase-ressonante.....	38
Tabela 4.1 – Parâmetros do conversor fonte de tensão.....	55
Tabela 4.2 – Parâmetros do inversor fonte de tensão.....	61
Tabela 4.3 – Estados do inversor trifásico.....	62
Tabela 4.4 – Parâmetros do conversor <i>boost</i> quase-ressonante.....	68
Tabela 4.5 – Parâmetros do conversor <i>boost</i>	74
Tabela 4.6 – Parâmetros do conversor <i>buck</i> com comutação suave.....	80

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

χ, X	símbolos genéricos, usado apenas nesta lista (não aparece no texto).
χ	vetor ou matriz de χ .
X	vetor ou matriz de X .
$\delta\chi$	resíduo de χ .
$\chi^{(i)}$	valor de χ na i -ésima iteração de um processo iterativo.
T	período de uma função.
N	número de intervalos em que se divide T .
t	tempo.
t_N	instante em que ocorre a amostra N .
τ_i	intervalo de tempo.
f_s	freqüência de chaveamento.
f_o	freqüência natural.
ω	$= 2\pi/T$, freqüência angular.
Δt	$= T/n$, duração de cada subintervalo de T .
θ	$= \omega \Delta t$, deslocamento angular.
V_{CC}	tensão da fonte CC.
R	resistência.

L	indutância.
C	capacitância.
$f(\cdot)$	função não-linear.
$f'(\cdot)$	derivada de $f(\cdot)$.
ε_{med}	erro médio.
D_i	diodo do circuito.
$\Delta\%$	variação percentual de uma grandeza em relação a um caso base.
V_0 e V_7	vetores nulos da modulação por largura de pulsos.
$V_1 - V_6$	vetores ativos da modulação por largura de pulsos.
$a_0 - a_3, b$	parâmetros da matriz derivada.
S	chave do circuito.
$SA1, SA2$	chaves da fase a.
$SB1, SB2$	chaves da fase b.
$SC1, SC2$	chaves da fase c.
$GA1, GA2$	matrizes de condutância diagonal da fase a.
$GB1, GB2$	matrizes de condutância diagonal da fase b.
$GC1, GC2$	matrizes de condutância diagonal da fase c.
GTA	= $GA1 + GA2$.
GTB	= $GB1 + GB2$.
GTC	= $GC1 + GC2$.
$GTAB$	= $GTA + GTB$.
GI	= $GA1 + GB1$.
GTI	= $GA1 + GB1 + GC1$.
$GTOT$	= $GTA + GTB + GTC$.
Z	matriz impedância.
Y	matriz admitância.
e_i	tensão nos terminais do elemento.
i	corrente através do elemento.
U	matriz identidade.
d	ciclo de trabalho.
F	função objetivo.

CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
<i>DFT</i>	Transformada de Fourier Discreta (<i>Discrete Fourier Transform</i>)
<i>EMTP</i>	Programas de Transitórios Eletromagnéticos (<i>Electromagnetic Transients Programs</i>)
<i>FFT</i>	Transformada Rápida de Fourier (<i>Fast Fourier Transform</i>)
<i>GSSA</i>	Média Generalizada em Espaço de Estados (<i>Generalized State-Space Averaging</i>)
<i>IGBT</i>	Transistor Bipolar de Porta Isolada (<i>Insulated Gate Bipolar Transistor</i>)
LCK	Lei das correntes de Kirchhoff.
<i>PWM</i>	Modulação por Largura de Pulsos (<i>Pulse Width Modulation</i>)
<i>QRC</i>	Conversor Quase-Ressonante (<i>Quasi-Resonant Converter</i>)
<i>SSA</i>	Média em Espaço de Estados (<i>State-Space Averaging</i>)
<i>TACS</i>	Análise Transiória de Sistemas de Controle (<i>Transient Analysis of Control Systems</i>)
<i>VCO</i>	Oscilador Controlado por Tensão (<i>Voltage Controlled Oscillator</i>)
<i>ZCS</i>	Comutação a Corrente Nula (<i>Zero Current Switching</i>)
<i>ZVS</i>	Comutação a Tensão Nula (<i>Zero Voltage Switching</i>)

Capítulo I

INTRODUÇÃO

O interesse em compreender os circuitos não-lineares não é de hoje; há décadas vem surgindo métodos voltados para este fim. Evidentemente, esses métodos foram de certa forma, influenciados pelos recursos para implementação disponíveis na época de suas concepções. Assim, os primeiros, eram métodos gráficos, ou analíticos bastante simples [Souza, 1995]. Durante anos foi dado ênfase à análise de circuitos não-lineares através de simulação empregando-se computadores analógicos. Com o advento e difusão do computador digital, algoritmos elaborados com base em métodos numéricos sistematicamente mais sofisticados, puderam ser implementados. Assim, os circuitos passaram a ser analisados com mais realismo.

A solução periódica em um circuito linear pode ser obtida com aplicação da transformada de Laplace. No entanto, este método não pode ser usado para um circuito não-linear. A técnica da força bruta para este problema inicia o cálculo da resposta transitória do circuito a partir da estimação de um estado e integra sua equação de estado até todo o transitório desaparecer. Esta técnica apresenta duas limitações [Frey & Norman, 1992]. Primeiro que existe dificuldade em se determinar quando o transitório

termina. E em segundo, se o circuito tem um amortecimento pequeno, sua resposta transitória decairá muito lentamente comparada com o período da resposta em regime permanente.

Na análise da resposta de circuitos não-lineares em regime permanente, Aprille e Trick [1972a, 1972b] publicaram dois trabalhos que são bastante referenciados na literatura. Eles enfrentaram o problema da determinação da resposta periódica de um circuito não-linear empregando um esquema de Newton-Raphson, ou seja, o regime permanente é conseguido quando a diferença entre o estado em um determinado instante e o outro após um período é zero. Neste método, $dx/dt = h(x, t)$ com $h(x, t)$ periódica em t e de período T , deve ser solucionada. Para isso, estima-se o estado inicial x_0 , e integrando desde este estado inicial x_0 sobre o intervalo $[0, T]$, obtém-se o estado x no instante T . Desse modo, tem-se o vetor de discrepância entre o vetor de estado inicial e o vetor de estado após um período completo $\varepsilon = x(T) - x_0$. O método de Newton-Raphson é aplicado para zerar o vetor de discrepância.

Um outro método conhecido para determinar as respostas de regime permanente de circuitos não-lineares é o método do balanço de harmônicos. Neste método [Semlyen & Rajakovic, 1989], cada variável de estado é representada por uma série de Fourier. A solução presumida é substituída na equação diferencial do circuito. O sistema de equações algébricas é formado correspondendo adequadamente os parâmetros dos dois lados da igualdade. Este sistema deve ser resolvido para se determinarem as amplitudes e as fases dos harmônicos. No Capítulo III, uma técnica de análise em regime permanente é mostrada e posteriormente testada em alguns circuitos. Sua fundamentação é baseada na técnica do balanço de harmônicos.

Uma técnica de simulação digital para determinar diretamente o regime permanente de circuitos não-lineares no tempo foi descrito por Trindade [2001]. Uma

fonte de tensão v_D é colocada em paralelo ao elemento não-linear do circuito. Um algoritmo iterativo é aplicado para corrigir a forma de onda de tensão v_D até que o resíduo de corrente periódico δi_D por ela seja nulo ou menor que uma certa tolerância. Para isso, são calculadas as correntes periódicas da parte linear i_{DL} e da parte não-linear i_{DN} , e o resíduo de corrente δi_D é calculado pela diferença dessas duas correntes. Esta técnica foi utilizada para análises no conversor CA-CC.

1.1 Objetivo

O objetivo deste trabalho de dissertação é estudar e analisar técnicas para obter as respostas de regime permanente de conversores de potência. O estudo irá contemplar técnicas de análise transitória onde se espera o decaimento transitório até se atingir o regime permanente bem como técnicas que aceleram a convergência. Para a análise transitória, serão abordadas desde técnicas mais simples como as que são baseadas em valores médios dos estados (*SSA*) até as mais elaboradas como as que são utilizadas em programas do tipo *EMTP*. Para a análise de regime permanente de forma direta, serão discutidas duas técnicas: uma denominada de matriz admitância que é baseada no método do balanço de harmônico e que é simples de ser aplicada; e uma outra denominada de matriz derivada. Esta última é uma técnica nova que também é simples de ser implementada mesmo para circuitos chaveados mais complexos, como é o caso de conversores com comutação suave.

1.2 Organização do texto

Na seqüência, o restante do texto está assim organizado:

No Capítulo II são descritas algumas técnicas transitórias que são utilizadas para determinar a resposta em regime permanente de conversores de potência.

No Capítulo III uma técnica denominada de matriz admitância é descrita e alguns exemplos são feitos para análise de resultados.

No Capítulo IV são realizadas simulações no tempo de conversores de potência em regime permanente, utilizando uma técnica nova para tal finalidade, denominada de matriz derivada.

Conclusões e propostas para trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo V, finalizando o texto com as referências bibliográficas.

Não se encontrou na literatura de que a abordagem realizada no Capítulo IV tenha sido feita antes. Uma divulgação de maior alcance deste trabalho, compreende os artigos publicados por Naidu et al [1999], Naidu & Lima [2002], Naidu & Lasseter [2003], Naidu & Fernandes [2003].

Capítulo II

ANÁLISE EM REGIME TRANSITÓRIO

2.1 Introdução

A realização de simulação digital das respostas de conversores de potência é de grande importância para proceder em correto dimensionamento de seus componentes e é cada dia mais utilizado por projetistas para verificar seu funcionamento. No projeto dos conversores, é necessário verificar tanto a resposta transitória quanto a resposta em regime permanente. Uma maneira de se obter a resposta em regime permanente é por meio de simulação da resposta transitória, como será visto neste capítulo. Estes métodos são denominados de força bruta.

Considere a equação diferencial não-linear:

$$\frac{dx}{dt} = G(x, t), \quad (2.1)$$

sendo x a variável de estado e G uma função periódica em t de período T , contínua em t , e x tem primeira derivada parcial com relação a t contínua para todo x e $-\infty < t < \infty$.

Em regime permanente, a solução periódica deve satisfazer as condições de contorno:

$$x_0 = x(T), \quad (2.2)$$

e

$$x(T, x_0) = \int_0^T G(x, \tau) d\tau + x_0, \quad (2.3)$$

sendo T o período do sinal de entrada e $x_0 = x(0)$. A solução dessa equação pode ser encontrada aplicando o algoritmo de integração do ponto fixo:

$$x_0^{i+1} = x[(i+1)T] = \int_0^{(i+1)T} G(x, \tau) d\tau + x_0^0 \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.4)$$

Essa integração deve ser repetida até que:

$$\|x_0^{i+1} - x_0^i\| < \varepsilon, \quad (2.5)$$

sendo ε um número positivo arbitrariamente pequeno.

As equações (2.4) e (2.5) mostram que integrando-se a equação (2.1) por um número de períodos suficiente para que a resposta transitória se torne desprezível, chega-se à resposta de regime permanente. Isso é justamente o método da força bruta.

Em princípio, a solução periódica de qualquer circuito poderia ser determinada integrando-se suas equações em passos de tempo sucessivos até que o transitório se extinguisse. Contudo, para circuitos com constante de tempo elevada comparada com o período de tempo, pode ser necessário a integração de até centenas de períodos para que a resposta transitória se extinga, o que tornaria o método computacionalmente inviável.

2.2 Ferramentas de simulação

Duas ferramentas de simulação de circuitos, *SPICE* e *EMTP*, são disponíveis comercialmente e são largamente utilizadas. Como a técnica dos programas do tipo *EMTP* será a utilizada para comparar as respostas obtidas dos circuitos, uma breve descrição à respeito desta ferramenta será feita a seguir.

O *EMTP* foi originalmente desenvolvido na *Bonneville Power Administration* em Portland, Oregon para análise de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência. O *EMTP* utiliza modelos para os elementos dinâmicos baseados na regra de integração trapezoidal. As equações são construídas pelo uso da análise nodal e resolvidas com a utilização de matrizes esparsas [Dommel & Meyer, 1974]. O passo de tempo da integração é especificado pelo usuário, e é mantido constante durante a simulação. Diferente do *SPICE*, onde as chaves são modeladas por resistores não-lineares, as chaves no *EMTP* representam um circuito aberto quando bloqueada e um curto-circuito quando disparada [Mohan et al, 1994]. O *EMTP* passou a ser utilizado na simulação de conversores eletrônicos de potência com o advento do *TACS (Transient Analysis of Control Systems)* [Dube & Dommel, 1977].

Existem várias razões para a popularidade do *EMTP*. Dentre elas, pode-se citar que foi um padrão na indústria no que diz respeito à modelagem de sistemas de potência, durante décadas com vários grupos de usuários [Mohan et al, 1994]. A disponibilidade de diodos, tiristores e modelos de chaves em combinação com controladores de fácil utilização fizeram do *EMTP* uma ferramenta poderosa.

É importante observar que em nenhuma ferramenta de simulação disponível comercialmente como as acima citadas, dispõem de técnicas que analisem o regime permanente de forma direta.

2.3 Cálculo das respostas de conversores no domínio do tempo

As fontes de alimentação ditas chaveadas são destinadas à alimentação de circuitos eletrônicos que realizam as mais diversas funções e são largamente empregadas na alimentação de computadores, equipamentos para telecomunicações, equipamentos médicos, aparelhos eletrodomésticos e vários outros equipamentos de uso

residencial, comercial e industrial. O conversor CC-CC é a principal parte de uma fonte chaveada. Nos subitens que seguem, são mostradas técnicas que alcançam o regime permanente através da resposta transitória para estes conversores. As técnicas de média em espaço de estados que resultam em um modelo linear do estágio de potência do conversor foram idealizados por Middlebrook e Cúk [1976] na *California Institute of Technology*.

2.3.1 Média em equações de espaço de estados (SSA)

Os conversores CC-CC *PWM* convencionais podem ser modelados em um período de comutação com diferentes topologias de circuitos, cada um correspondendo a um modo de operação. O comportamento dinâmico destes circuitos pode ser formulado por equações de estado. A técnica que calcula a média das respectivas variáveis de estado, denominada *SSA (State Space Averaging)* é a mais utilizada dentre as abordagens de médias [Xu & Lee, 1998; Mohan et al, 1995]. Duas considerações devem ser aplicadas a esta técnica [Xu & Ren, 1997]:

(1) A frequência de comutação deve ser muito maior do que a maior frequência natural dos conversores em cada modo de operação;

(2) As variáveis de entrada para o conversor em cada modo de operação devem ser invariantes no tempo, quando comparadas ao período de comutação.

Os conversores básicos *buck*, *boost*, *flyback* e seus derivados (tais como *forward*, *push-pull*) são conversores que apresentam dois modos de operação por período quando a corrente do indutor está em modo contínuo, ou seja, o sistema comuta entre dois sistemas lineares sob controle do ciclo de trabalho [Middlebrook, 1988].

Em cada uma das duas posições da chave, o sistema é linear e as equações de espaço de estados podem ser escritas de maneira usual. As variáveis de estado são as

correntes indutivas e as tensões capacitivas. Em notação matricial, os dois conjuntos de equações de espaço de estados são:

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 u \quad (2.6)$$

$$\dot{x} = A_2 x + B_2 u, \quad (2.7)$$

sendo x o vetor de variáveis de estado, u o vetor de fontes independentes e A_1, B_1 e A_2, B_2 são as respectivas matrizes do sistema em cada uma das duas redes chaveadas.

A principal característica desta técnica é a substituição dos dois conjuntos de equações de estado por uma única equação equivalente

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (2.8)$$

na qual as matrizes equivalentes A e B são médias das matrizes reais que alternativamente descreve o sistema chaveado. O sistema descrito por A_1, B_1 dura uma fração d do período de comutação, e a fração de tempo restante $(1-d)$ é descrita por A_2, B_2 . Portanto, as matrizes equivalentes são definidas por:

$$A \equiv dA_1 + (1-d)A_2 \quad (2.9)$$

$$B \equiv dB_1 + (1-d)B_2. \quad (2.10)$$

A equação equivalente é caracterizada pelas matrizes A, B . As formas de onda são obtidas por meio de simulações numéricas.

Como exemplo inicial para a técnica anteriormente formulada, um conversor CC-CC *PWM* será submetido a avaliação.

Considere o conversor *forward* mostrado na Figura 2.1.

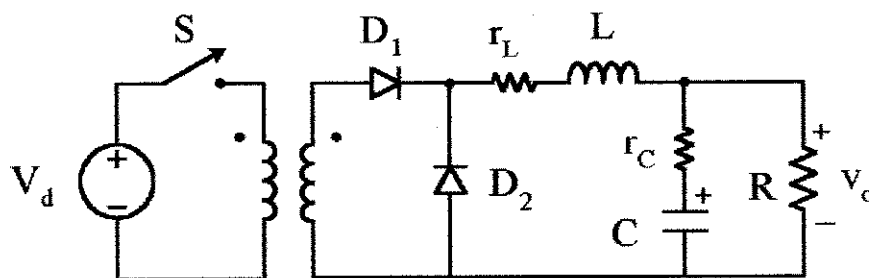


Figura 2.1 - Conversor *forward*.

Tabela 2.1 – Parâmetros do conversor *forward*.

Parâmetro	Valor
V_d	8 V
V_o	5 V
r_L	20 m Ω
L	5 μ H
r_c	10 m Ω
C	2000 μ F
R	200 m Ω
f_s	200 kHz

Este conversor funciona em modo contínuo de condução com frequência de comutação de 200 kHz com ciclo de trabalho de 50 %. Tal funcionamento pode ser dividido em dois estágios. Um deles é quando a chave de potência S está conduzindo, e o segundo quando a chave está bloqueada. Deve-se observar que a corrente no indutor e a tensão no capacitor são as variáveis de estado correspondentes as equações de estado que serão formuladas.

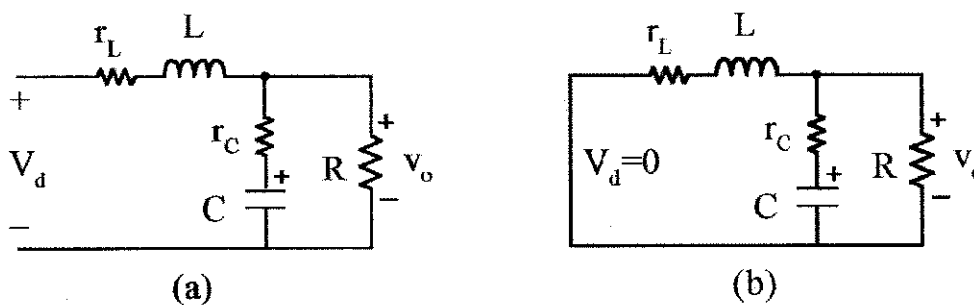


Figura 2.2 - Conversor *forward*: (a) Chave fechada. (b) Chave aberta.

O circuito da Figura 2.2(a) pode ser formulado da seguinte maneira, utilizando as leis de Kirchoff para malhas e nós:

$$-V_d + r_L x_1 + L\dot{x}_1 + R(x_1 - C\dot{x}_2) = 0. \quad (2.11)$$

Para a malha que contém os elementos r_C , C e R :

$$x_2 + r_C C\dot{x}_2 - R(x_1 - C\dot{x}_2) = 0. \quad (2.12)$$

Após desenvolvimento das equações (2.11) e (2.12), chega-se a seguinte equação para o estado x_1 :

$$\dot{x}_1 = -\frac{r_C r_L + r_C R + r_L R}{L(r_C + R)} x_1 - \frac{R}{L(r_C + R)} x_2 + \frac{1}{L} V_d. \quad (2.13)$$

A partir da equação (2.12), formula-se a equação para o estado x_2 :

$$\dot{x}_2 = \frac{R}{C(r_C + R)} x_1 - \frac{1}{C(r_C + R)} x_2. \quad (2.14)$$

Em notação matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r_C r_L + r_C R + r_L R}{L(r_C + R)} & -\frac{R}{L(r_C + R)} \\ \frac{R}{C(r_C + R)} & -\frac{1}{C(r_C + R)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_d, \quad (2.15)$$

sendo $A_1 = \begin{bmatrix} \frac{r_C r_L + r_C R + r_L R}{L(r_C + R)} & -\frac{R}{L(r_C + R)} \\ \frac{R}{C(r_C + R)} & -\frac{1}{C(r_C + R)} \end{bmatrix}$ e $B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$.

O desenvolvimento da equação de estado para o circuito da Figura 2.2(b) é da mesma forma como foi feito para o da Figura 2.2(a). Pode-se observar que a diferença é a não existência da fonte de tensão, ou seja, $V_d = 0$. Portanto, em notação matricial:

$$A_2 = A_1 \text{ e } B_2 V_d = \mathbf{0}.$$

Analisando o circuito da Figura 2.2(a), pode-se obter a equação de saída:

$$v_o = R(x_1 - C\dot{x}_2). \quad (2.16)$$

Isolando o termo $C\dot{x}_2$ da equação (2.12) e substituindo na anterior:

$$v_o = R \left(x_1 + \frac{x_2 + R x_1}{r_C + R} \right). \quad (2.17)$$

Após alguns passos, e já arrumando em notação matricial:

$$v_o = \begin{bmatrix} \frac{R r_C}{r_C + R} & \frac{R}{r_C + R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

sendo $C_1 = \begin{bmatrix} \frac{R r_C}{r_C + R} & \frac{R}{r_C + R} \end{bmatrix}$.

Com as matrizes dos dois circuitos expressas, pode-se aplicar as equações (2.9) e (2.10).

$$\begin{aligned} A &\equiv d A_1 + (1 - d) A_2 \\ A &= A_1 d + A_1 - A_1 d \\ A &= A_1. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Para a matriz B :

$$\begin{aligned} B &\equiv d B_1 + (1 - d) B_2 \\ B &= B_1 d + B_1 - B_1 d \\ B &= B_1. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Da mesma forma para a matriz C :

$$C_1 = C_2 \Rightarrow C = C_1 \quad (2.21)$$

A análise no tempo é verificada com a aplicação de uma técnica de integração sobre a formulação em espaço de estados. A técnica de integração utilizada foi a trapezoidal. A comparação dos resultados é feita com a técnica que é utilizada em programas do tipo *EMTP*, referente a circuitos não-lineares. Para esta técnica, os indutores e capacitores são substituídos a cada passo de tempo pelo seu equivalente Norton, consistindo de resistências em paralelo a fontes de corrente. A parte linear do circuito é então reduzida a seu equivalente de Thévenin. Em seguida, o método de

Newton-Raphson é utilizado para resolver o problema não-linear. As formas de onda para os dois estados calculados e para cada técnica estão mostradas nas Figuras 2.3 e 2.4.

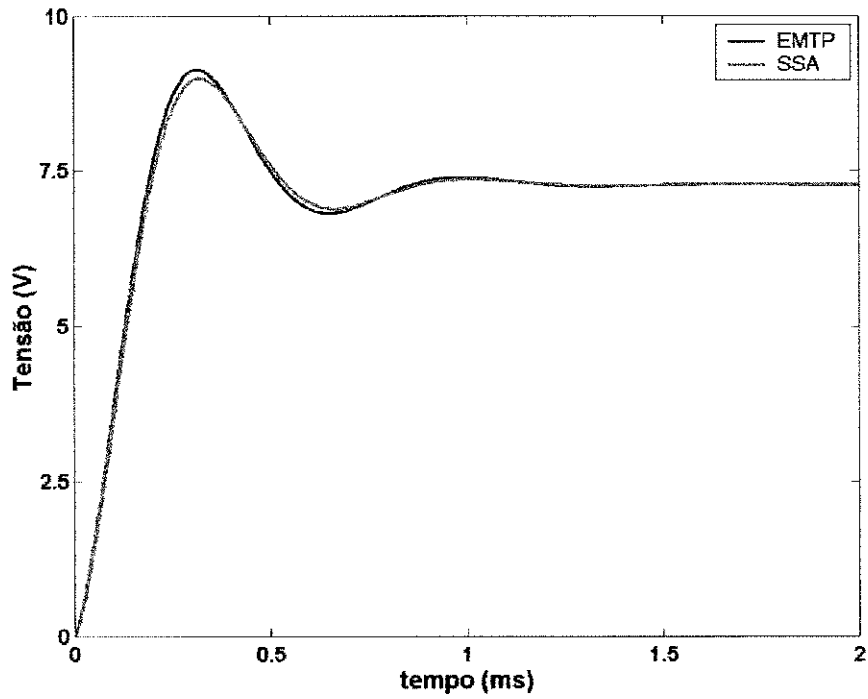


Figura 2.3 - Conversor *forward*: tensão de saída.

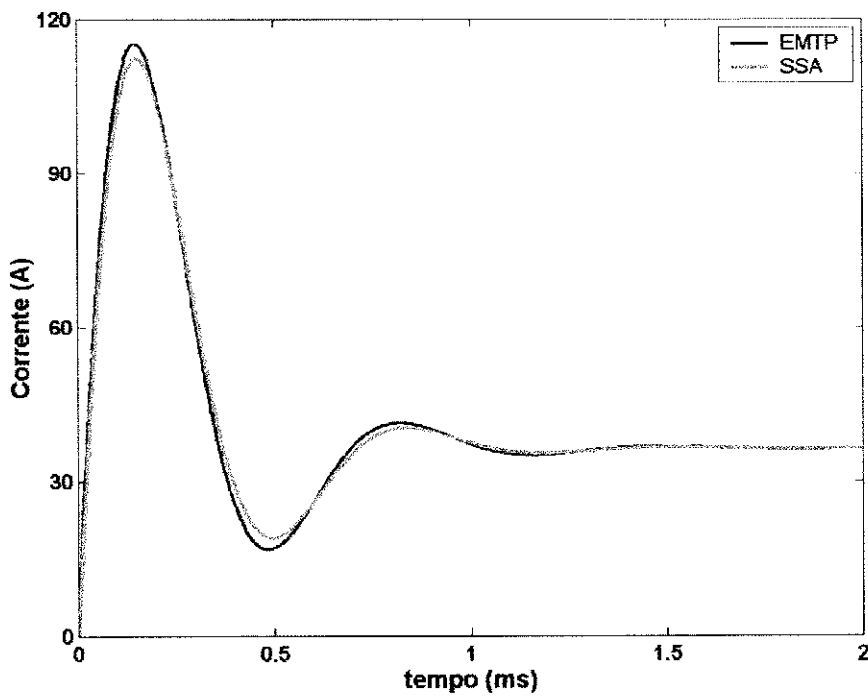


Figura 2.4 - Conversor *forward*: corrente no indutor

Apesar de as curvas apresentarem pequenos desvios nos picos, tanto na Figura 2.3 como na Figura 2.4, os resultados obtidos com a técnica *SSA* e *EMTP* são bastante próximos. O erro médio quadrático para a tensão foi de 1,0 % e para a corrente foi de 3,21 %. Os tempos de simulação para ambas as técnicas requerem uma fração de segundo.

O erro médio quadrático foi calculado utilizando-se a seguinte expressão:

$$\varepsilon_{med} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [f(i) - \tilde{f}(i)]^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [f(i)]^2}}, \quad (2.22)$$

sendo N o número de pontos em um período.

De agora em diante, todos os desvios mencionados neste trabalho serão calculados por meio da equação (2.22).

2.3.2 Média generalizada em equações de espaço de estados (*GSSA*)

A frequência natural de um conversor quase-ressonante (*QRC*) é da mesma ordem de sua frequência de comutação, o que significa que a aplicação da média na formulação de espaço de estados, a mais utilizada para modelar e analisar conversores *CC-CC PWM* convencionais [Xu & Lee, 1998], não pode ser diretamente aplicada no modelo e na análise de tais conversores.

Em 1998, Xu & Lee propuseram uma técnica unificada na formulação das médias, denominada de *GSSA*. Nesta nova técnica, as suposições mencionadas nos tópicos (1) e (2) da seção anterior ainda são válidas. A técnica *GSSA* modela e analisa conversores *CC-CC PWM* convencionais, mas também *QRCs* e outros conversores similares.

Considere um conversor chaveado periodicamente, com k diferentes modos de comutação em cada período, descrito pela equação de estado

$$\dot{x}(t) = A_i(t)x + B_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.23)$$

sendo $x \in \mathbb{R}^p$, $B_i \in \mathbb{R}^p$, $A_i \in \mathbb{R}^{p \times p}$ e $\dot{x} = \frac{d}{dt}x \in \mathbb{R}^p$.

A i -ésima equação de (2.23) é definida no intervalo de tempo $\xi_i = [t_{i-1} \ t_i]$,

sendo $i = 1, 2, \dots, k$ e $t_{i-1} = t_0 + \sum_{j=1}^{i-1} \tau_j$, $t_i = t_{i-1} + \tau_i$. Assume-se que τ_j e

$j = 1, 2, \dots, k$ são fixos. O tempo inicial $t_0 \geq 0$ é um tempo fornecido,

$T = \sum_{j=1}^k \tau_j$ denota o período de comutação, e $f_s = \frac{1}{T}$ é a frequência de comutação. f_0 é

a maior frequência natural da matriz de estado A_i . Se a variável de entrada B_i é

limitada e $f_s \gg f_0$ e definindo $\tau_i = d_i T$, o conversor comutado periodicamente e

formulado por (2.23) pode ser caracterizado pela seguinte equação GSSA:

$$\dot{x} = \left\{ \sum_{i=1}^k d_i A_i \right\} x + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^k \int_{t_{i-1}}^{t_i} B_i(\lambda) d\lambda. \quad (2.24)$$

A equação (2.24) é a GSSA da equação (2.23). Esta nova técnica é mais geral do

que a SSA e pode ser aplicada para modelar e analisar uma variedade de conversores

chaveados com a suposição de $f_s \gg f_0$. Uma aplicação da GSSA é mostrada a seguir:

Considere o conversor *buck* ZCS quase-ressonante (Figura 2.5):

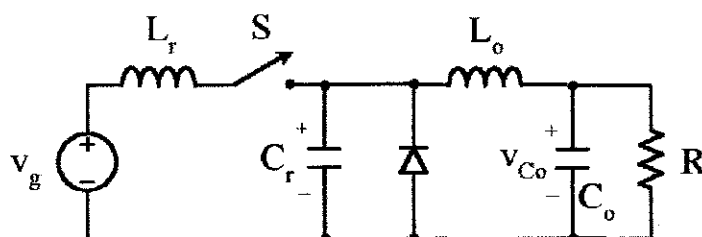


Figura 2.5 - Conversor *buck* quase-ressonante com comutação a corrente nula.

Tabela 2.2 – Parâmetros do conversor *buck* quase-ressonante.

Parâmetro	Valor
v_g	20 V
L_r	1,6 μ H
C_r	0,064 μ F
L_o	0,2 mH
C_o	0,02 mF
R	10 Ω
f_s	200 kHz

O funcionamento deste conversor é dividido em quatro modos de operação [Xu & Yu, 1989], com as seguintes suposições: 1) $L_o \gg L_r$, $C_o \gg C_r$; 2) A frequência de comutação f_s é muito maior do que a frequência natural do filtro passa-baixas $L_o - C_o$ e assim as variáveis de estado v_{co} e i_{Lo} podem ser consideradas como constantes em cada ciclo de comutação; e 3) Todos os elementos incluindo as chaves semicondutoras são ideais. Os modos de operação são os seguintes:

(I) Estágio de carregamento do indutor, (II) Estágio Ressonante, (III) Estágio de descarregamento do capacitor, (IV) Estágio de Roda-Livre. Em cada um destes estágios existe uma formulação em equações de espaço de estados para o correspondente circuito equivalente. Aplicando a equação (2.24) para estes estágios, obtém-se a equação (2.25):

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} v_{co} \\ \frac{d}{dt} i_{Lo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC_o} & \frac{1}{C_o} \\ -\frac{1}{L_o} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{co} \\ i_{Lo} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{v_g}{L_o} \frac{f_s}{2\pi f_n} H_i(v_g, i_{Lo}) \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

sendo,

$$H_i(v_g, i_{Lo}) = \frac{Z_n i_{Lo}}{2v_g} + \alpha_i + \frac{v_g}{Z_n i_{Lo}} (1 - \cos \alpha_i), \quad (2.26)$$

$$\alpha_i = \text{sen}^{-1}\left(\frac{-Z_n I_{Lo}}{v_g}\right).$$

A partir das equações (2.25) e (2.26) pode-se calcular as correspondentes variáveis de estado. A validação dos resultados *GSSA* é feita realizando-se os cálculos no tempo das variáveis de interesse, por meio da técnica que é utilizada pelos programas do tipo *EMTP*. Os resultados das simulações estão mostrados nas Figuras 2.6 e 2.7.

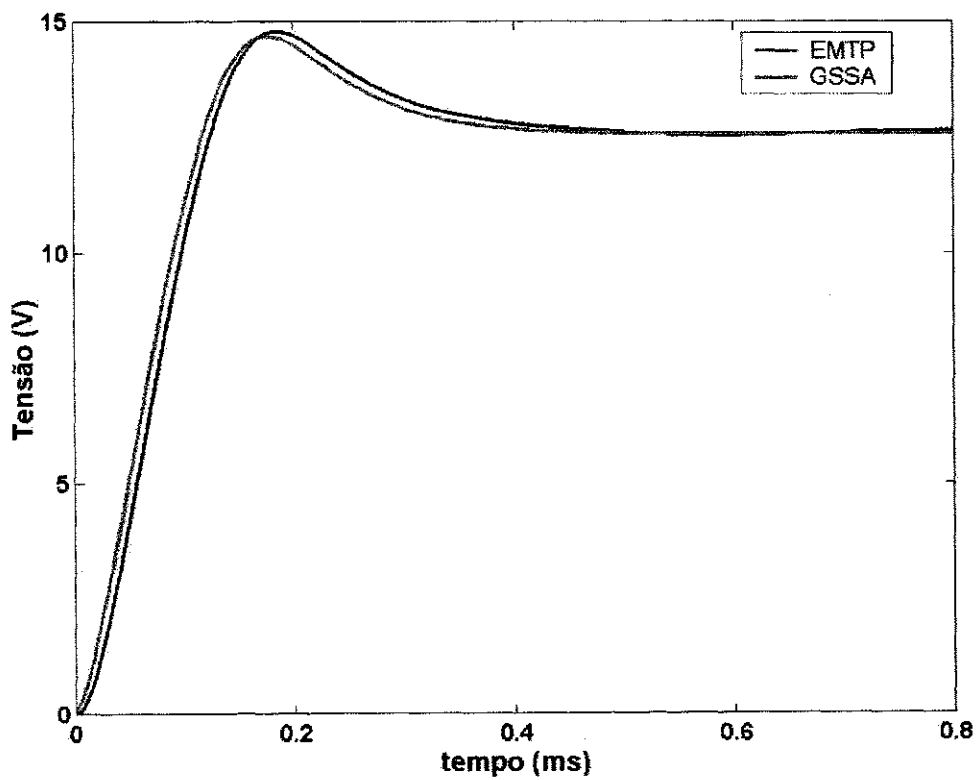


Figura 2.6 - Conversor *buck* quase-ressonante: tensão de saída.

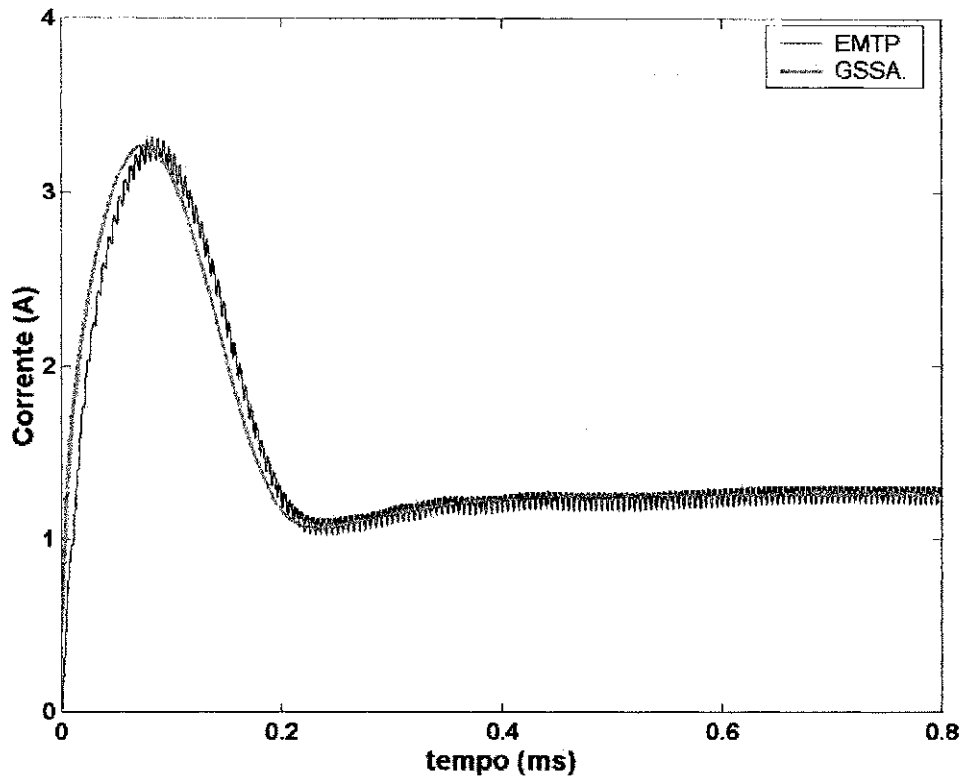


Figura 2.7 - Conversor *buck* quase-ressonante: corrente no indutor.

A pequena oscilação apresentada na forma de onda de corrente da Figura 2.7 tem a mesma frequência do chaveamento. Portanto, não se trata de uma oscilação numérica e corresponde a resposta exata. A curva obtida por meio da técnica *GSSA* não oscila, pois é resultado da média dos estados do circuito.

2.3.3 Fonte de tensão estimada

Uma outra técnica utilizada para simular o regime permanente por meio da resposta transitória de circuitos que contêm elementos não-lineares é descrita a seguir [Naidu et al, 1999]. Esta metodologia é baseada no método de Newton, no domínio do tempo. Ela também pode ser aplicada na análise de regime permanente, como será visto no capítulo seguinte.

Considere o circuito não-linear mostrado na Figura 2.8. Nesta técnica, o indutor e o capacitor são substituídos pelo seu equivalente Norton a cada passo de tempo, consistindo de resistências e fontes de corrente em paralelo.

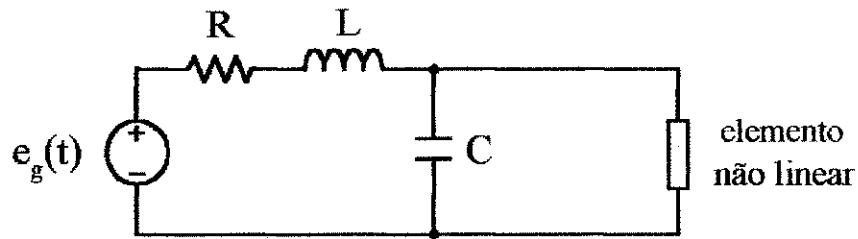


Figura 2.8 - Circuito não-linear.

A parte linear no circuito é então reduzida a seu equivalente de Thèvenin (Figura 2.9), consistindo em uma fonte de tensão e_o em série com a resistência R_{th} , sendo e_o a tensão de circuito aberto e R_{th} a resistência linear a partir dos terminais do elemento não-linear.

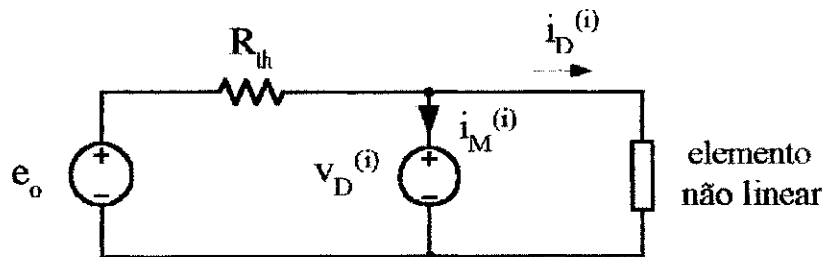


Figura 2.9 - Circuito não-linear equivalente.

A tensão v_D sobre o elemento não-linear é a solução da equação

$$F = v_D + R_{th}i_D - e_o = 0, \quad (2.27)$$

$$i_D = f(v_D). \quad (2.28)$$

A solução é encontrada iterativamente seguindo o método de Newton-Raphson.

$$\Delta v_D^{(i)} = -F^{(i)} / \left(\frac{\partial}{\partial v_D} F \right)^{(i)}, \quad (2.29)$$

$$v_D^{(i+1)} = v_D^{(i)} + \Delta v_D^{(i)}, \quad (2.30)$$

sendo i o número da iteração e $\Delta v_D^{(i)}$ a correção a ser adicionada a solução estimada $v_D^{(i)}$. A convergência é obtida no passo de tempo em consideração quando $i_M^{(i)}$ é menor do que uma tolerância especificada.

Pode ser mostrado que a utilização do método de Newton–Raphson é equivalente a análise seqüencial de dois circuitos. A correção de tensão é escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Delta v_D^{(i)} &= -\frac{v_D^{(i)} + R_{th} i_D^{(i)} - e_o}{1 + R_{th} \left(\frac{\partial}{\partial v_D} i_D \right)^{(i)}}, \\ \Delta v_D^{(i)} &= \frac{R_{th} R_D}{R_{th} + R_D} \left(\frac{e_o - v_D^{(i)}}{R_{th}} - i_D^{(i)} \right), \\ \Delta v_D^{(i)} &= \frac{R_{th} R_D^{(i)}}{R_{th} + R_D^{(i)}} i_M^{(i)}, \end{aligned} \quad (2.31)$$

sendo $i_M^{(i)}$ a corrente de ajuste e $R_D = (\partial v_D / \partial i_D)^{(i)}$ é a resistência equivalente linearizada (ou de pequeno sinal) do elemento não-linear.

No primeiro circuito (Figura 2.9), a fonte de tensão $v_D^{(i)}$ é conectada sobre o elemento não-linear. A corrente que passa através desta fonte é a corrente residual. A conexão da fonte de tensão em paralelo com o elemento não-linear separa o circuito em uma parte linear e outra não-linear, e assim a determinação da corrente residual é simplificada.

O segundo circuito (Figura 2.10) se faz necessário para calcular a correção $\Delta v_D^{(i)}$. Este circuito é obtido removendo-se a fonte externa e_o , substituindo o elemento não-linear pela sua resistência equivalente linearizada, e finalmente, substituindo a fonte de tensão $v_D^{(i)}$ pela fonte de corrente residual $i_M^{(i)}$ com polaridade revertida. A tensão

sobre a fonte de corrente residual é a correção $\Delta v_D^{(i)}$ a ser adicionada a solução que foi estimada antes de realizar a próxima iteração.

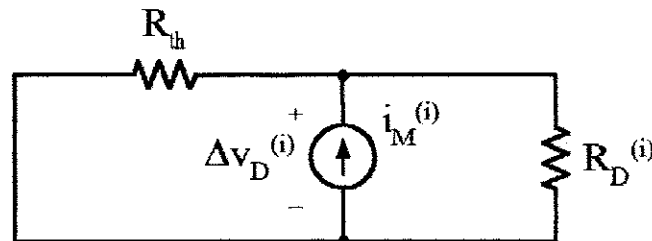


Figura 2.10 - Circuito equivalente para pequenos sinais

A metodologia proposta pode ser facilmente estendida a circuitos de potência com muitos elementos não-lineares. Neste caso, fontes de tensão representando tensões estimadas são conectadas sobre os elementos não-lineares e as correntes residuais que circulam por estas fontes são determinadas. Durante esta análise, os equivalentes linearizados dos elementos não-lineares são calculados e armazenados. O circuito equivalente para pequenos sinais é construído a partir de equivalentes linearizados dos elementos não-lineares e excitado pelas fontes de corrente residuais. As tensões sobre as fontes de corrente residuais são adicionadas às tensões previamente estimadas e então, a próxima iteração se inicia. Quando a corrente residual é suficientemente pequena, então o procedimento converge.

Como um exemplo prático, considere o conversor *boost* quase-ressonante com comutação a tensão nula (Figura 2.11).

A técnica proposta foi aplicada a este circuito. A forma de onda de tensão de saída juntamente com a corrente através do indutor foram calculadas e estão mostradas nas Figuras 2.12 e 2.13. São necessários 638 períodos em regime transitório antes de alcançar o regime permanente, o que exigiu 9 segundos de tempo de simulação. Para a técnica utilizada por programas do tipo *EMTP*, os 638 períodos de simulação

demandaram 52 segundos de tempo de simulação. Estas formas de onda mostram apenas o período de comutação correspondente ao regime permanente.

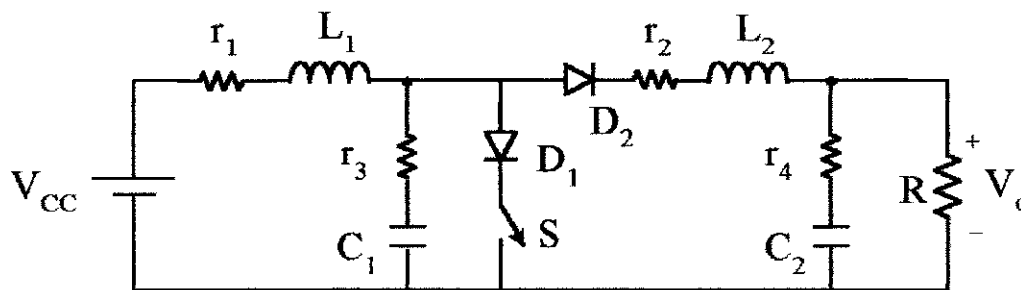


Figura 2.11 - Conversor *boost* quase-ressonante com comutação a tensão nula.

Tabela 2.3 – Parâmetros do conversor *boost* quase-ressonante.

Parâmetro	Valor
r_1	0,6 Ω
L_1	0,2 mH
r_2	0,2 Ω
L_2	20 μ H
r_3	2 Ω
C_1	2 nF
r_4	1 Ω
C_2	10 μ F
R	150 Ω
V_{CC}	10 V
f_S	420 kHz

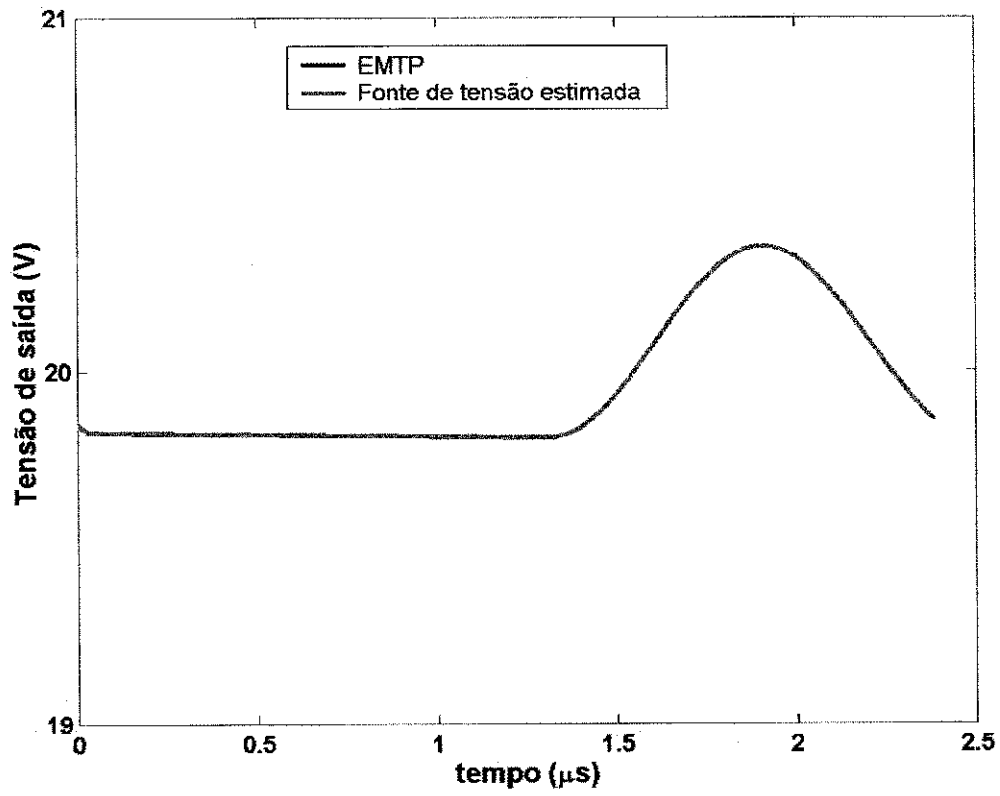


Figura 2.12 - Conversor *boost* quase-ressonante: tensão de saída.

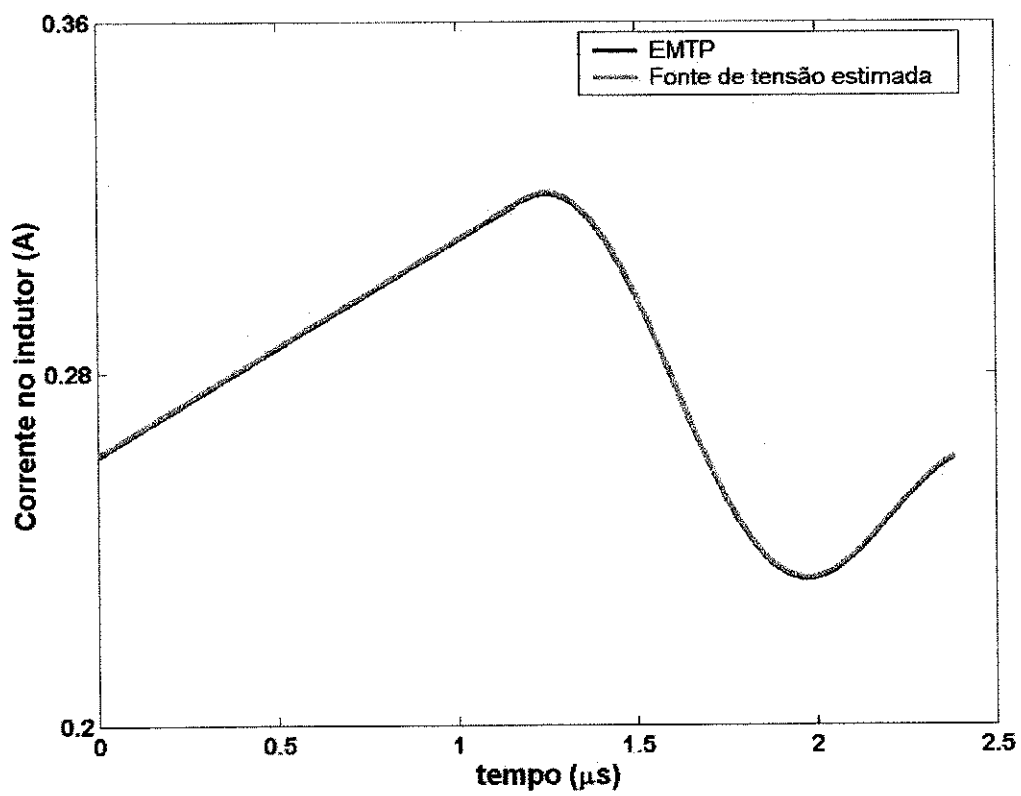


Figura 2.13 - Conversor *boost* quase-ressonante: corrente no indutor.

Observando as figuras, percebe-se uma boa aproximação entre as curvas da técnica sob avaliação e a do *EMTP*. O erro médio na tensão de saída e na corrente do indutor são 0,0016 % e 0,15 %, respectivamente.

2.4 Conclusão

Neste capítulo foram apresentadas técnicas de análise transitória em conversores de potência. O objetivo foi analisar o esforço realizado para alcançar o regime permanente. O conversor *boost* quase-ressonante da Figura 2.11 é um exemplo desta situação. Por ter um amortecimento pequeno, o alcance do regime permanente se deu após 638 períodos de tempo. É um esforço muito grande que faz a técnica computacionalmente inviável para a análise em regime permanente.

Dispõe-se de algumas técnicas na literatura que são utilizadas para acelerar o regime permanente. No capítulo seguinte, mostra-se uma técnica que faz este tipo de análise direta do regime permanente, em conjunto com a técnica de análise de circuitos não-lineares descrita no item 2.3.3 deste capítulo. A técnica denominada de Matriz Admitância foi formulada e validada recentemente [Naidu & Lasseter, 2003].

Capítulo III

ANÁLISE EM REGIME PERMANENTE: MATRIZ ADMITÂNCIA

3.1 Introdução

Quando o interesse de análise das respostas de um circuito elétrico está no regime permanente, é importante dispor de técnicas que calculem estas respostas diretamente sem antes ter que passar por todo o regime transitório. A passagem pelo transitório demandaria um esforço desnecessário, pois dependendo do circuito sob análise, existe um grande número de ciclos representando o transitório, como pôde ser visto no Capítulo II. E ainda existem casos que não se consegue alcançar o regime permanente pela técnica da força bruta. Um motivo pode ser que a soma de erros de arredondamento se apresente em maior valor que a diferença entre o valor final e inicial da resposta em um período. Um outro motivo pode ser de isolar soluções em regime permanente que são instáveis. Daí a importância de se estudar e desenvolver técnicas que calculem o regime permanente de forma direta, além de se conseguir redução do esforço computacional. No capítulo que segue, mostra-se uma técnica para este tipo de

resposta. Esta é baseada na técnica do balanceamento de harmônicos e foi formulada e utilizada pela primeira vez por Naidu & Lasseter [2003].

3.2 Análise em regime permanente

Para determinar diretamente o regime permanente de um circuito não-linear sem aplicar o método de decaimento transitório, uma fonte de tensão e periódica v_D é aplicada aos terminais do elemento não-linear. Esta fonte pode ser estimada através do cálculo de alguns períodos de transitório mediante o emprego do procedimento descrito no capítulo anterior. De forma semelhante ao cálculo do transitório, é aplicado o algoritmo iterativo que corrige a forma de onda de tensão v_D até que o resíduo de corrente periódico δi_D que passa pela fonte de tensão seja nulo ou menor que uma certa tolerância. Para isso, são calculadas as correntes periódicas da parte linear i_{DL} e da parte não-linear i_{DN} . Então, o resíduo de corrente periódico δi_D é a diferença entre estas duas correntes.

A principal diferença entre a aplicação do algoritmo para determinar a solução em regime transitório e em regime permanente é que para o regime transitório, todo o procedimento de cálculo é aplicado a cada ponto, exigindo-se a convergência do método a cada passo de tempo, enquanto no regime permanente este procedimento é aplicado sobre todos os pontos da forma de onda periódica de uma só vez, e assim, a convergência é exigida sobre toda a forma de onda periódica.

3.3 Matriz admitância

Considere uma forma de onda periódica que pode ser amostrada em N pontos equidistantes no tempo (Figura 3.1).

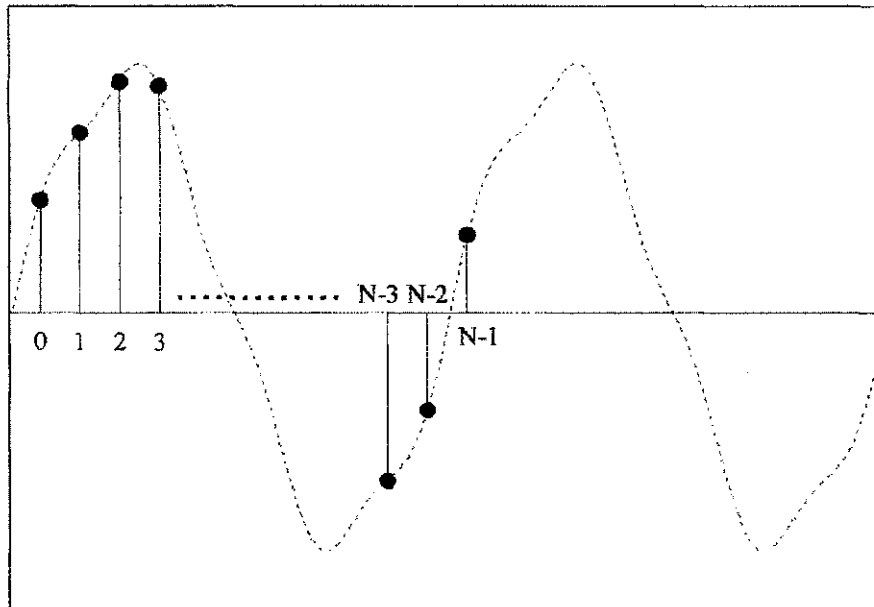


Figura 3.1 - Amostras de um sinal periódico.

Considere ainda que esta curva representa a tensão aplicada sobre os terminais de uma carga, cuja admitância é y_G (Figura 3.2).

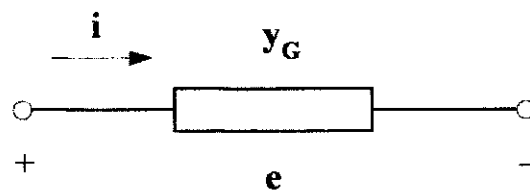


Figura 3.2 - Sinal de tensão aplicado a uma carga.

A análise no domínio da frequência é feita com a aplicação da transformada de Fourier discreta nas grandezas de tensão e corrente da Figura 3.2. A relação entre estas variáveis é dada na equação (3.1).

$$DFT i = Y_G DFT e. \quad (3.1)$$

DFT representa a matriz que realiza a transformada de Fourier dos vetores de corrente i e de tensão e . Esta matriz é construída realizando-se os seguintes passos [Brigham, 1974]:

Considere a transformada de Fourier discreta.

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-j2\pi nk/N} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad (3.2)$$

sendo N o número de amostras do sinal em um período. Definindo $W = e^{-j2\pi/N}$, a equação (3.2) pode ainda ser expressa na seguinte forma:

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) W^{nk}. \quad (3.3)$$

Como exemplo, considere que um sinal no tempo tem seis amostras em um período ($N = 6$). De acordo com a equação (3.3), a transformada de Fourier discreta para este sinal é feita como segue:

$$X(0) = x(0) W^0 + x(1) W^0 + x(2) W^0 + x(3) W^0 + x(4) W^0 + x(5) W^0. \quad (3.4)$$

$$X(1) = x(0) W^0 + x(1) W^1 + x(2) W^2 + x(3) W^3 + x(4) W^4 + x(5) W^5. \quad (3.5)$$

$$X(2) = x(0) W^0 + x(1) W^2 + x(2) W^4 + x(3) W^6 + x(4) W^8 + x(5) W^{10}. \quad (3.6)$$

$$X(3) = x(0) W^0 + x(1) W^3 + x(2) W^6 + x(3) W^9 + x(4) W^{12} + x(5) W^{15}. \quad (3.7)$$

$$X(4) = x(0) W^0 + x(1) W^4 + x(2) W^8 + x(3) W^{12} + x(4) W^{16} + x(5) W^{20}. \quad (3.8)$$

$$X(5) = x(0) W^0 + x(1) W^5 + x(2) W^{10} + x(3) W^{15} + x(4) W^{20} + x(5) W^{25}. \quad (3.9)$$

As equações (3.4) – (3.9) podem ser representadas na forma matricial.

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \\ X(4) \\ X(5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^3 & W^4 & W^5 \\ W^0 & W^2 & W^4 & W^6 & W^8 & W^{10} \\ W^0 & W^3 & W^6 & W^9 & W^{12} & W^{15} \\ W^0 & W^4 & W^8 & W^{12} & W^{16} & W^{20} \\ W^0 & W^5 & W^{10} & W^{15} & W^{20} & W^{25} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ x(3) \\ x(4) \\ x(5) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Como pode ser observado, a matriz **DFT** é quadrada e para este exemplo, tem ordem 6. A ordem desta matriz é correspondente ao número de amostras do sinal. Por exemplo, na equação (3.1) se e e i têm N amostras, então **DFT** é uma matriz $N \times N$. Em uma forma generalizada, esta matriz é apresentada como segue [Brigham, 1974]:

$$\begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & \dots & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^3 & \dots & W^{N-1} \\ W^0 & W^2 & W^4 & W^6 & \dots & W^{2(N-1)} \\ W^0 & W^3 & W^6 & W^9 & \dots & W^{3(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ W^0 & W^{N-1} & W^{2(N-1)} & W^{3(N-1)} & \dots & W^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Uma vez construída as matrizes para a transformada de Fourier discreta, a equação (3.1) pode ser rearranjada da seguinte forma:

$$i = (\mathbf{IDFT} \mathbf{Y}_G \mathbf{DFT}) e. \quad (3.12)$$

sendo **IDFT** a matriz inversa de **DFT**.

O produto **IDFT** \mathbf{Y}_G **DFT** representa uma admitância do elemento sob análise no domínio do tempo.

$$y_G = \mathbf{IDFT} \mathbf{Y}_G \mathbf{DFT}, \quad (3.13)$$

Tendo \mathbf{Y}_G ordem 6, esta matriz tem a seguinte representação:

$$Y_G = \begin{bmatrix} Y_0 & & & & & \\ & Y_1 & & & & \\ & & Y_2 & & & \\ & & & 0 & & \\ & & & & Y_2^* & \\ & & & & & Y_1^* \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

Cada elemento da diagonal desta matriz representa a admitância da carga sob análise em uma frequência específica que são frequências harmônicas. O índice de cada elemento representa o harmônico correspondente. O asterisco dos elementos da parte inferior da matriz indicam o conjugado complexo de um elemento correspondente da parte superior. Em uma forma generalizada, esta matriz tem a seguinte estrutura:

$$Y_G = \begin{bmatrix} Y_0 & & & & & & & & & & & & \\ & Y_1 & & & & & & & & & & & \\ & & Y_2 & & & & & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & & & & & \\ & & & & Y_{\frac{N-1}{2}} & & & & & & & & \\ & & & & & 0 & & & & & & & \\ & & & & & & Y_{\frac{N-1}{2}}^* & & & & & & \\ & & & & & & & \ddots & & & & & \\ & & & & & & & & Y_2^* & & & & \\ & & & & & & & & & Y_1^* & & & \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

- Y_0 → utiliza frequência 0.
- Y_1 → utiliza frequência f_s (frequência fundamental).
- Y_2 → utiliza frequência $2f_s$.
- \vdots
- $Y_{\frac{N-1}{2}}$ → utiliza frequência $\left(\frac{N-1}{2}\right)f_s$.

Como mencionado anteriormente, a equação (3.13) é uma representação da admitância no domínio do tempo. O produto entre as três matrizes desta equação

apresenta uma particularidade bastante útil para a implementação das rotinas computacionais. Tal produto tem como resultado a seguinte matriz [Naidu et al, 1999]:

$$y_G = \begin{bmatrix} y_1 & y_6 & y_5 & y_4 & y_3 & y_2 \\ y_2 & y_1 & y_6 & y_5 & y_4 & y_3 \\ y_3 & y_2 & y_1 & y_6 & y_5 & y_4 \\ y_4 & y_3 & y_2 & y_1 & y_6 & y_5 \\ y_5 & y_4 & y_3 & y_2 & y_1 & y_6 \\ y_6 & y_5 & y_4 & y_3 & y_2 & y_1 \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

Uma vez conhecidos os elementos da primeira coluna, as demais são montadas deslocando-se o último elemento da coluna anterior para a primeira posição da seguinte, ou seja, a coluna posterior tem a formulação da anterior com o último elemento da anterior saindo desta posição para a primeira da seguinte.

Construindo a matriz y_G desta forma, possibilita-se uma redução considerada do esforço computacional que se teria, caso se aplicasse o produto entre as três matrizes, já que estas matrizes podem ser de ordem elevada.

A grande vantagem é que os elementos da primeira coluna de y_G são obtidos aplicando-se a inversa da transformada de Fourier discreta no vetor formado pelos elementos da diagonal de Y_G . Ou seja,

$$Y_{Gvector} = [Y_0 \quad Y_1 \quad \dots \quad Y_{\frac{N}{2}-1} \quad 0 \quad Y_{\frac{N}{2}}^* \quad \dots \quad Y_2^* \quad Y_1^*]^T. \quad (3.17)$$

Com isso,

$$y_{Gvector} = IDFT Y_{Gvector}. \quad (3.18)$$

$$y_{Gvector} = [y_0 \quad y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_N]^T. \quad (3.19)$$

Uma outra observação a ser feita é com relação a um caso particular dos elementos da diagonal principal de Y_G . Caso estes elementos não dependam da frequência, ou seja, serem de mesmo valor, o produto:

$$IDFT Y_G DFT, \quad (3.20)$$

é a própria matriz Y_G .

Este último caso é importante ser mencionado pois nos conversores que serão utilizados, as resistências terão valores constantes e portanto, os elementos da diagonal principal da matriz no tempo assumirão valores inversos dessas resistências.

3.4 Retificador monofásico

O circuito a ser analisado a seguir é um simples retificador monofásico e de meia-onda (Figura 3.3) onde existe um único elemento não-linear, o diodo D . As variáveis de interesse são a tensão nos terminais do resistor R_L , $v_o(t)$, e a corrente do capacitor C , $i_C(t)$.

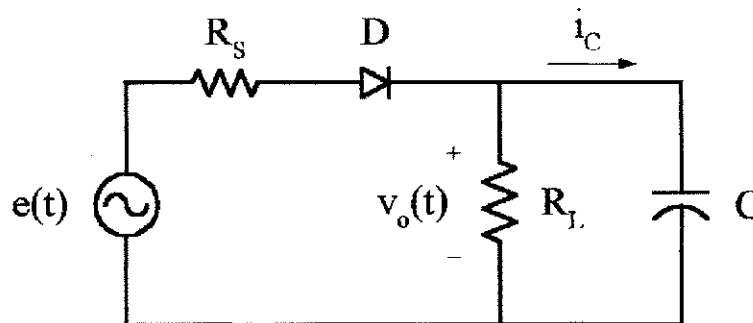


Figura 3.3 - Circuito retificador monofásico de meia-onda.

Tabela 3.1 - Parâmetros do circuito retificador monofásico de meia-onda.

Parâmetro	Valor
R_s	20Ω
R_L	$1 \text{ k}\Omega$
C	$50 \mu\text{F}$
$e(t)$	$10 \cos(2000 \pi t)$

A seguir é mostrado todo procedimento de cálculo necessário para implementar o programa computacional que determina o regime permanente de forma direta.

3.4.1 Modelamento para o cálculo do regime permanente

Inicialmente, os elementos do circuito devem ser representados na forma de matrizes admitância. No caso do circuito sob análise, as resistências R_s e R_L formam matrizes diagonais, já que são elementos constantes. A construção da matriz admitância para o capacitor segue as regras mencionadas na seção 3.3 (Figura 3.4).

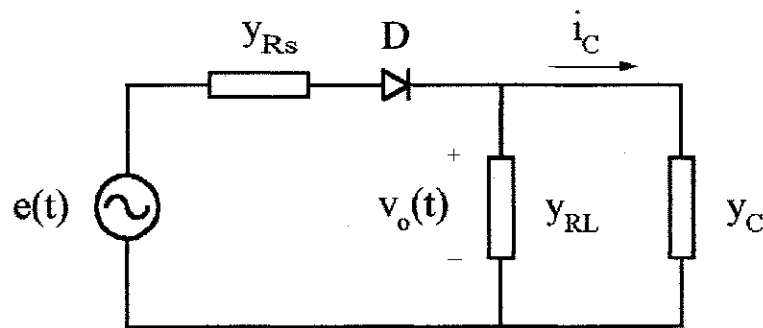


Figura 3.4 - Circuito retificador monofásico de meia-onda: matrizes admitância.

É importante ser mencionado neste ponto que a técnica de inclusão de fontes de tensão sobre os elementos não-lineares utilizada no capítulo anterior, pode ser utilizada para o alcance do regime permanente de forma direta sendo suficiente utilizar as referidas matrizes admitância.

Com as matrizes admitância do circuito em questão montadas, seguem os passos necessários para obter as respostas de corrente no capacitor e tensão de saída.

Inicialmente, coloca-se a fonte de tensão em paralelo ao elemento não-linear. Isto serve para isolá-lo da parte linear (Figura 3.5).

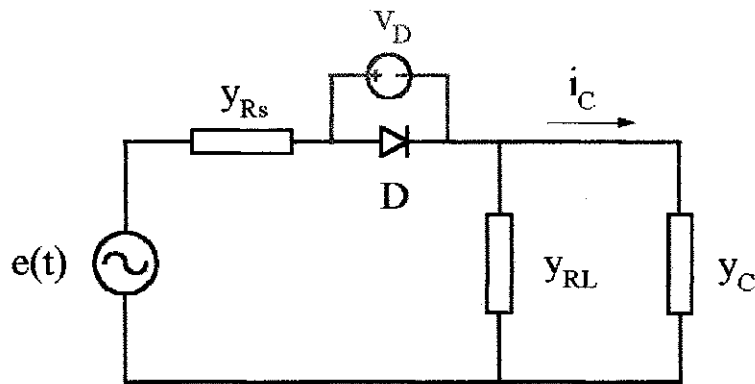


Figura 3.5 – Circuito retificador monofásico: fonte de tensão em paralelo ao elemento não-linear.

Para o início da simulação, uma tensão v_D é estimada e como muito provavelmente esta tensão não corresponde a exata em que o diodo estará submetido, surgirá em consequência uma corrente através da referida fonte que aqui será denominada de corrente de erro (i_{erro}). A tensão da fonte v_D e, conseqüentemente do diodo, será considerada exata quando a norma do vetor corrente de erro tiver um valor abaixo de uma tolerância especificada. O cálculo desta corrente é realizado por meio de dois passos.

i) O elemento não-linear é retirado e permanece a fonte de tensão. A corrente que circula por ela, i_F , deve ser calculada (Figura 3.6).

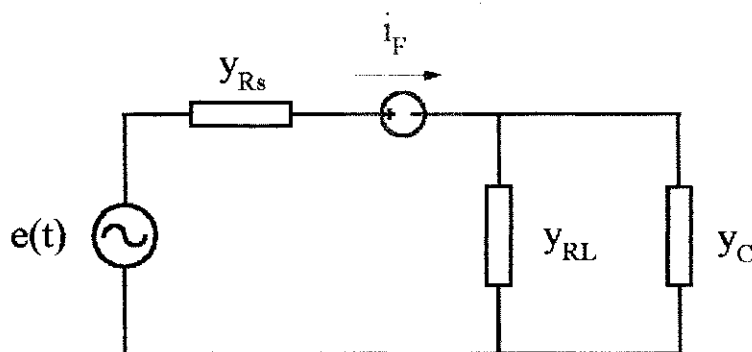


Figura 3.6 - Circuito retificador monofásico: cálculo da corrente através da fonte.

ii) Em seguida, deve-se calcular a corrente que circula pelo diodo, i_D . Para tanto, basta corresponder o valor de tensão com seu respectivo valor de corrente por meio da curva do elemento não-linear (Figura 3.7), que é conhecida.

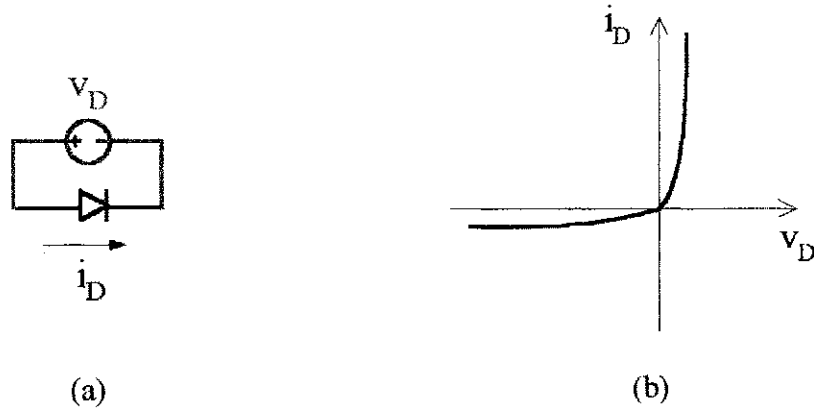


Figura 3.7 - Cálculo da corrente através do elemento não-linear: (a) Fonte de tensão sobre o elemento. (b) Curva $i_D \times v_D$ do elemento.

Realizados estes dois passos, a corrente de erro é definida da seguinte forma:

$$i_{erro} = i_F - i_D. \quad (3.21)$$

Uma vez conhecida a corrente de erro, esta será aplicada no circuito equivalente para pequenos sinais como uma fonte de corrente e com sentido oposto em relação à corrente que atravessa a fonte de tensão v_D (Figura 3.8). O elemento não-linear é substituído por seu equivalente linearizado e a excitação do circuito da Figura 3.4 é anulada.

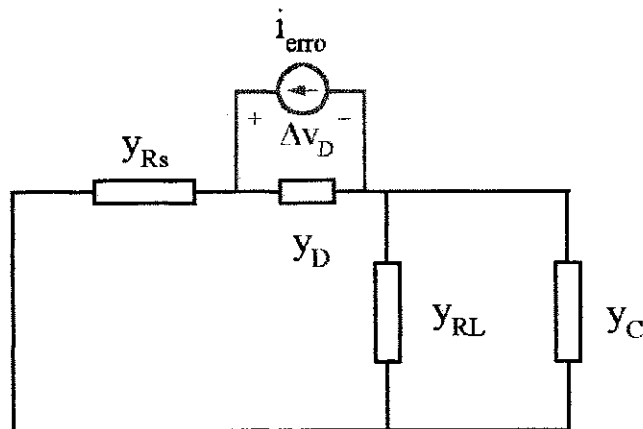


Figura 3.8 - Circuito equivalente para pequenos sinais.

A tensão periódica observada (Δv_D) entre os terminais da fonte de corrente é a correção a ser adicionada antes de prosseguir para a próxima iteração.

$$v_D^{(i+1)} = v_D^{(i)} + \Delta v_D^{(i)}. \quad (3.22)$$

A cada iteração, a corrente residual é comparada com uma tolerância previamente especificada. A simulação pára quando a norma desta corrente é menor que a tolerância.

Na implementação computacional deste algoritmo foram escolhidos 256 pontos por período. Foram necessárias 6 iterações sendo gasto 0,55 segundos em um microcomputador com velocidade de processamento de 1,7 GHz. A técnica transitória para este circuito requer 69 períodos de tempo para alcançar o regime permanente o que demanda 11 segundos de processamento. A tensão de saída e a corrente do capacitor estão mostradas nas Figuras 3.9 e 3.10.

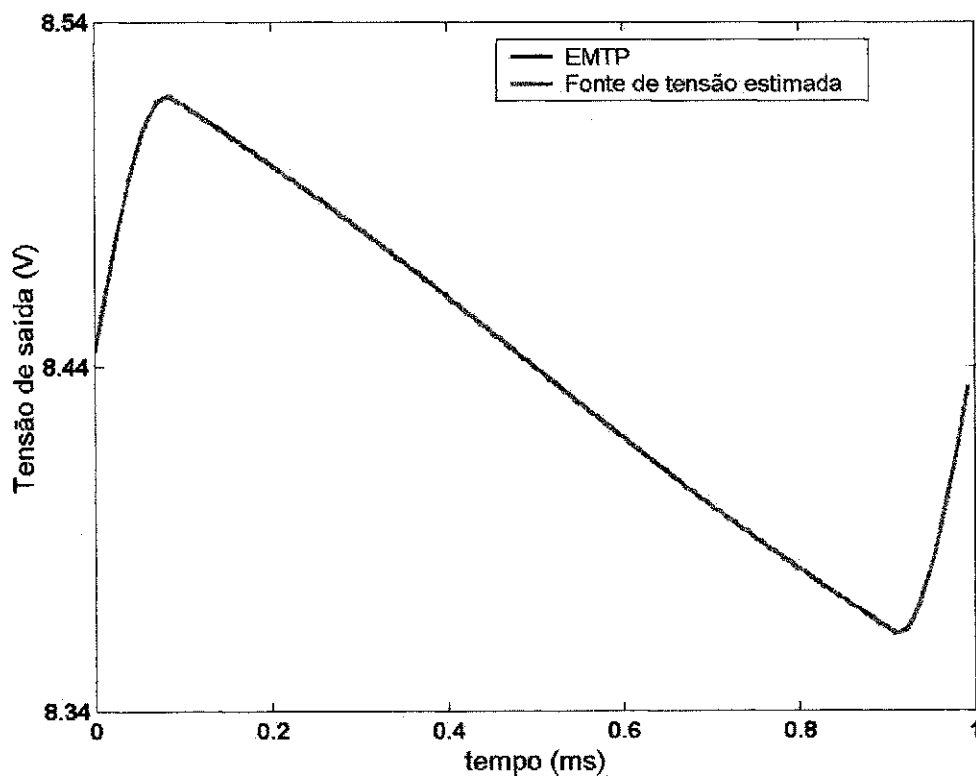


Figura 3.9 - Retificador monofásico: tensão de saída.

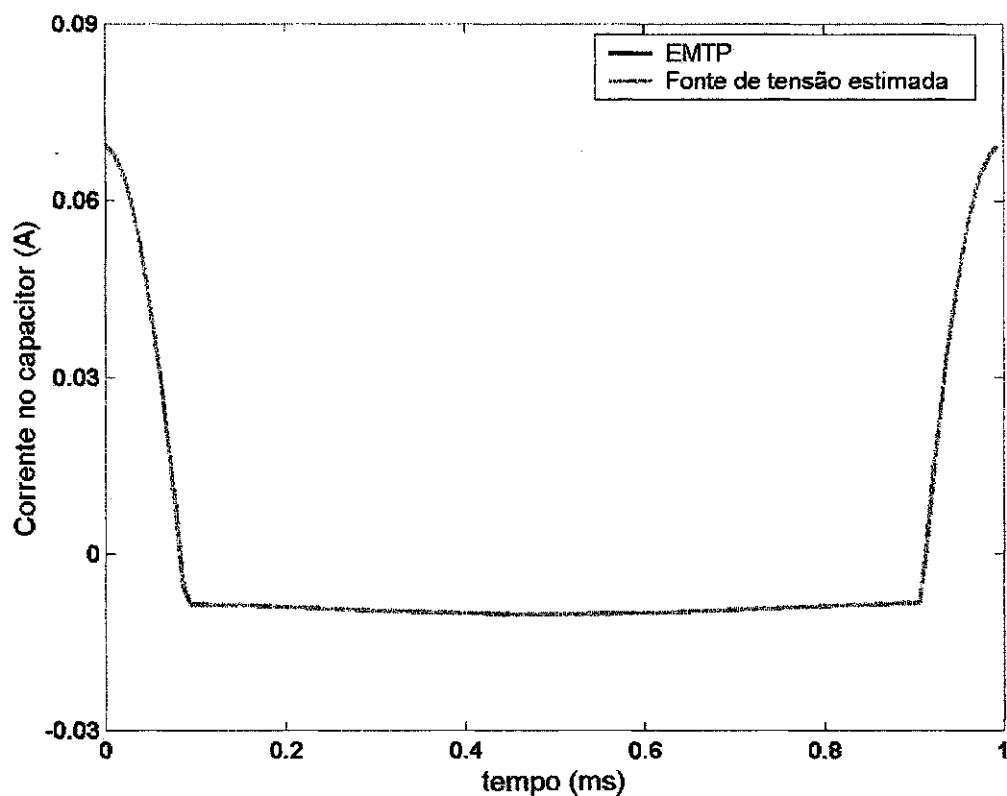


Figura 3.10 - Retificador monofásico: corrente no capacitor.

Pode ser observado que existe uma concordância entre as respostas obtidas pelo método em análise e às obtidas pela técnica utilizada em programas de transitório. O desvio médio na tensão de saída e na corrente no capacitor são 0,0052 % e 0,0421 %, respectivamente.

A seguir um exemplo de um circuito mais complexo é estudado: o conversor *boost* quase-ressonante com comutação suave.

3.5 Conversor *boost* quase-ressonante

O conversor *boost* quase-ressonante utilizado como exemplo no Capítulo II (Figura 3.11) será abordado novamente para verificação da técnica anteriormente explanada. O procedimento é semelhante ao exemplo da seção anterior.

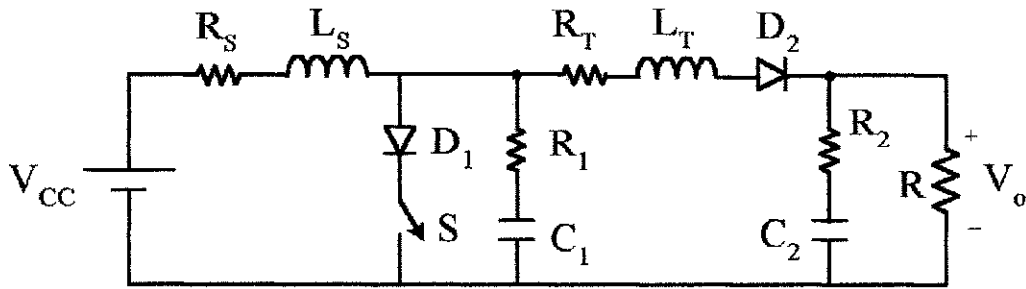


Figura 3.11 - Conversor *boost* quase-ressonante.

Tabela 3.2 – Parâmetros do conversor *boost* quase-ressonante.

Parâmetro	Valor
R_S	0,6 Ω
L_S	0,2 mH
R_T	0,2 Ω
L_T	20 μ H
R_1	2 Ω
C_1	2 nF
R_2	1 Ω
C_2	10 μ F
R	150 Ω
V_{CC}	10 V
f_S	420 kHz

Este circuito é interessante para investigação porque além de conter elementos não-lineares em sua estrutura, realiza ainda comutação suave, situação que o torna mais complexo por acrescentar elementos ressonantes próximo às chaves. Os resultados serão comparados como no caso do capítulo anterior, com as respostas calculadas por meio da técnica utilizada nos programas do tipo *EMTP*.

Os elementos do circuito da Figura 3.11 são representados como admitâncias. Associações série e paralelo na frequência são feitas entre alguns elementos para tornar o circuito mais compacto (Figura 3.12).

A técnica que inclui fontes de tensão fictícia em paralelo aos elementos não-lineares será a utilizada para calcular as respostas desejadas do conversor.

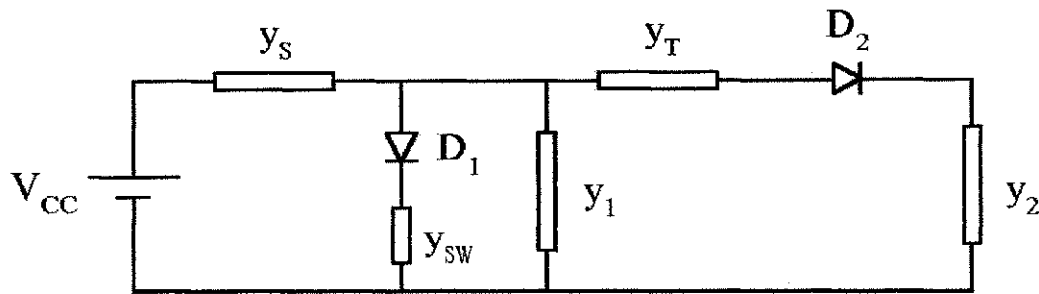


Figura 3.12 - Conversor *boost* quase-ressonante: matrizes admitância.

Como já mencionado, as respostas para este circuito serão obtidas em regime permanente. As matrizes admitância que não variam com a frequência são matrizes diagonais. As que variam com a frequência têm uma estrutura como descrito na seção 3.3. Os elementos R_s e L_s em série serão tomados como exemplo para a construção da matriz admitância. A expressão da admitância na frequência é dada por:

$$Y_s = \frac{1}{R_s + j\omega L_s}. \quad (3.23)$$

O primeiro passo é construir um vetor cujos elementos correspondem a G_s calculado nas frequências harmônicas, de acordo com a equação (3.17).

$$Y_s = [Y_{s0} \quad Y_{s1} \quad Y_{s2} \quad \dots \quad Y_{s \frac{N}{2}-1} \quad 0 \quad Y_{s \frac{N}{2}-1}^* \quad \dots \quad Y_{s2}^* \quad Y_{s1}^*]^T. \quad (3.24)$$

Ao construir este vetor, a inversa da transformada de Fourier discreta é aplicada para obtê-lo no tempo.

$$y_s = IDFT G_s. \quad (3.25)$$

$$y_s = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ \dots \ y_N]^T. \quad (3.26)$$

Este vetor corresponde a primeira coluna da matriz admitância no tempo. As demais colunas são obtidas a partir da primeira seguindo-se uma lei de formação, como já mostrado na equação (3.16). E assim é feito para as demais admitâncias, exceto para a da chave que é construída com elementos na diagonal principal com valores elevados indicando a condução e valores pequenos indicando o bloqueio.

Para o caso específico deste circuito, o ciclo de trabalho foi fixado em 50 %. Portanto, a matriz tem valores elevados na primeira metade dos elementos de sua diagonal principal, evidenciando a condução da chave. O restante dos elementos têm valores muito pequenos evidenciando o bloqueio da mesma.

A construção das matrizes admitância desta forma possibilitam a redução do esforço computacional e ganho em eficiência em relação ao produto $IDFT Y_G DFT$, caso fosse realizado.

3.5.1 Modelamento para o cálculo do regime permanente

A técnica aplicada para cálculo das respostas em regime permanente será a mesma utilizada pelo circuito retificador. Neste circuito, existem dois elementos não lineares ao invés de um, mas a técnica é aplicada da mesma forma seguindo a mesma seqüência como foi mostrado. As respostas desejadas são a corrente no indutor e a tensão de saída.

As fontes de tensão são postas sobre os elementos não lineares (Figura 3.13).

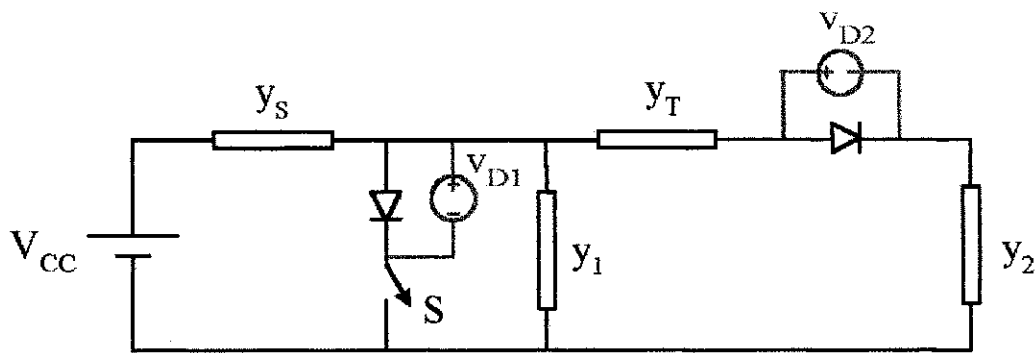


Figura 3.13 - Conversor *boost* quase-ressonante: fontes de tensão em paralelo aos elementos não-lineares.

Na seqüência, dois passos são realizados.

i) Cálculo de i_F (Figura 3.14).

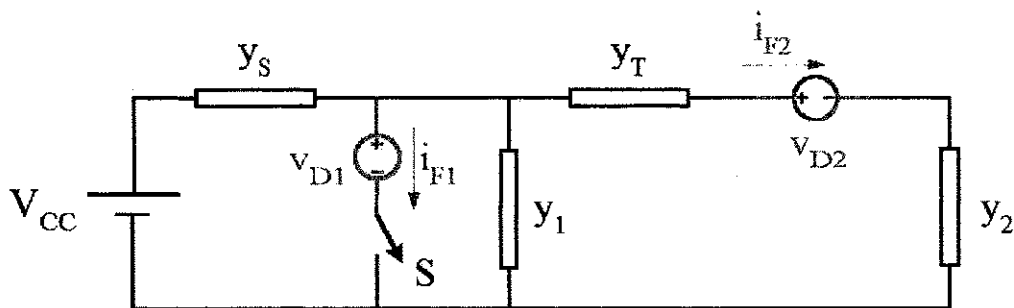


Figura 3.14 - Conversor *boost* quase-ressonante: cálculo das correntes através das fontes.

ii) Cálculo de i_D (Figura 3.15).

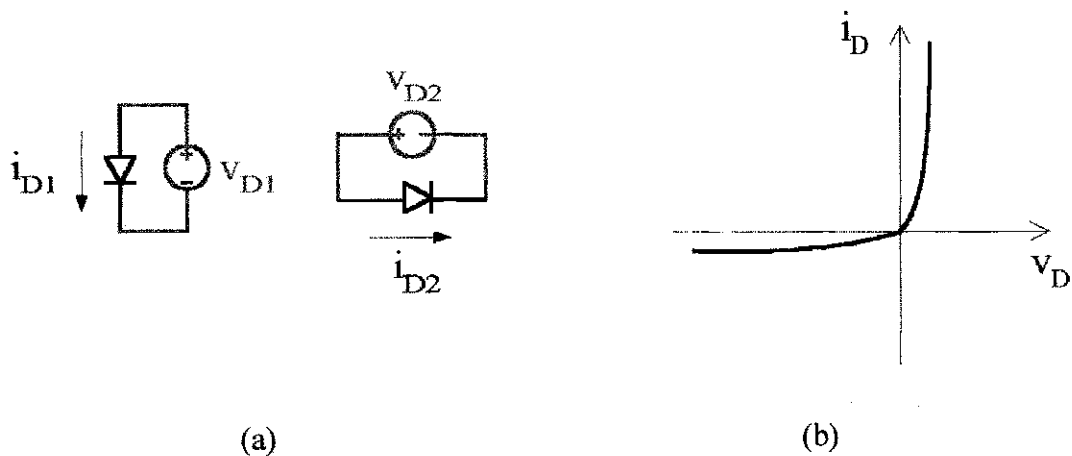


Figura 3.15 - Cálculo das correntes através dos elementos não-lineares: (a) Fontes sobre os elementos. (b) Curva $i_D \times v_D$ dos elementos.

$$i_{erro} = i_F - i_D. \quad (3.27)$$

Com estas informações, o circuito para pequenos sinais é montado (Figura 3.16).

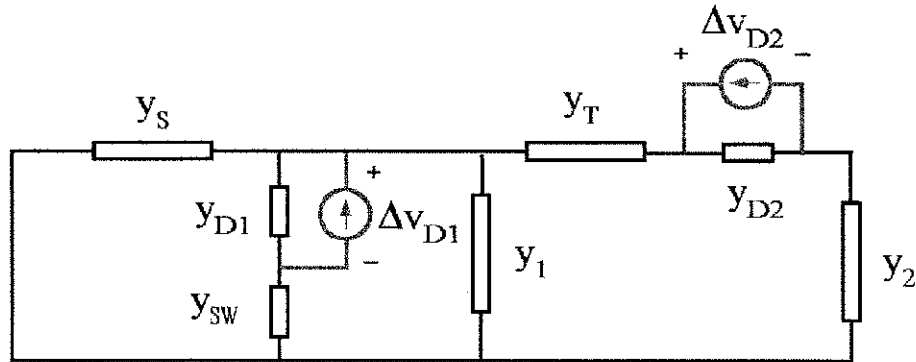


Figura 3.16 - Circuito equivalente para pequenos sinais.

A determinação do regime permanente utilizando a técnica proposta é realizada em 12 iterações, o que requer 38 segundos em um microcomputador com velocidade de processamento de 1,7 GHz. Como já mencionado no capítulo anterior, a técnica transitória (*EMTP*) para este circuito requer 638 períodos de tempo para alcançar o regime o que toma 52 segundos de processamento. As Figuras 3.17 e 3.18 mostram as formas de onda da tensão de saída e corrente no indutor.

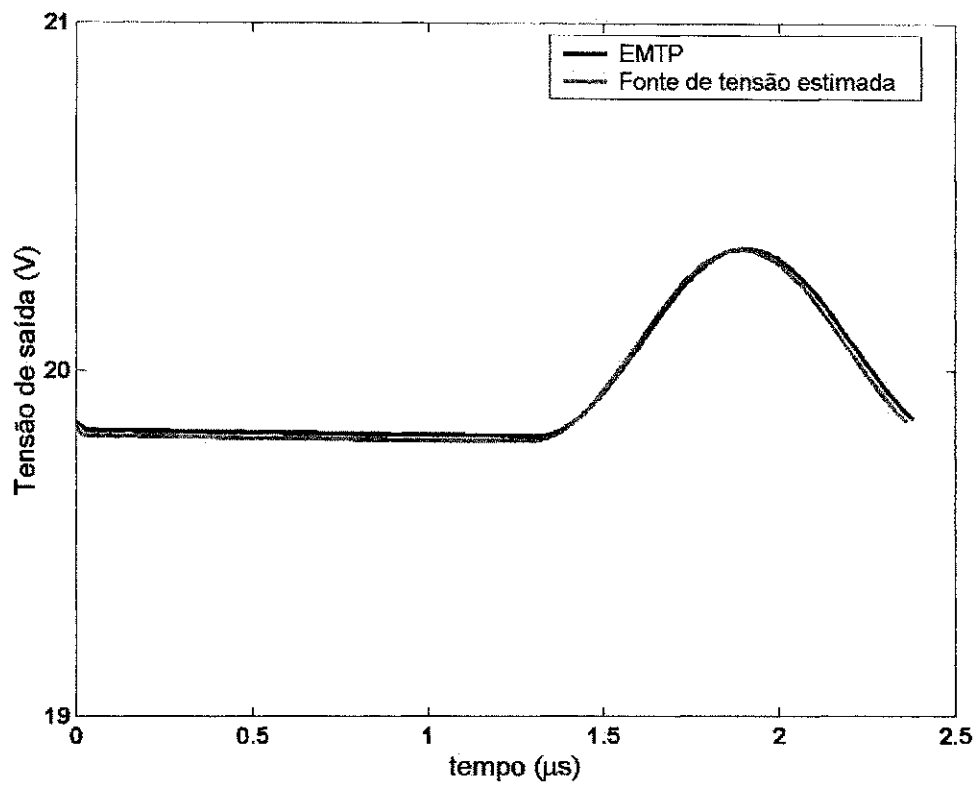


Figura 3.17 - Conversor *boost* quase-ressonante: tensão de saída.

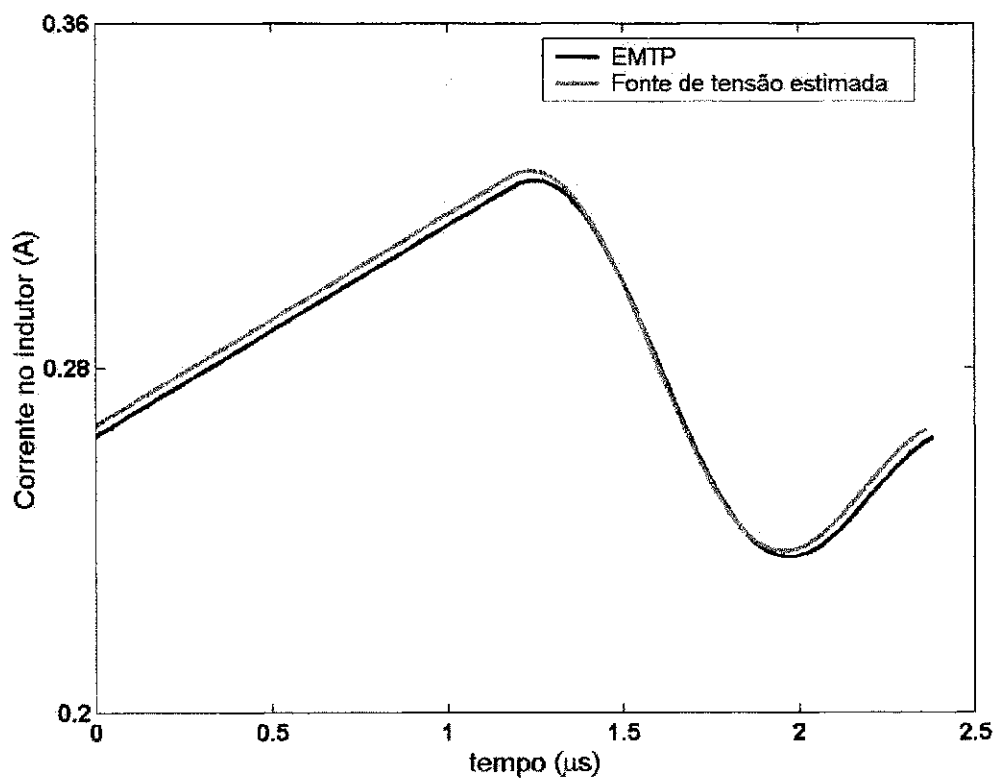


Figura 3.18 - Conversor *boost* quase-ressonante: corrente no indutor.

É observado que existe uma concordância entre as respostas obtidas pelo método proposto e as obtidas pela técnica utilizada em programas de transitório. O erro médio na tensão de saída e na corrente do indutor são 0,0697 % e 0,71 %, respectivamente.

3.6 Conclusão

Além de acelerar a convergência, outro mérito desta técnica é o fato de ela ter sido adaptada para fazer uma aplicação direta na análise de circuitos por meio de matrizes admitância. Para os exemplos considerados, as respostas foram bastante próximas quando comparadas às curvas que estão sendo tomadas como referência.

Vale ressaltar que a matriz admitância é uma espécie de matriz derivada, ou seja, a multiplicação da matriz admitância por um vetor resulta em um outro vetor que é a derivada deste, como pode ser observado para o caso do capacitor:

$$I_C = (j\omega C) V_C.$$

$$i_C = (M) v_C.$$

Uma vez que se multiplica a matriz admitância M pelo vetor de tensão do capacitor v_C para resultar em um vetor de corrente i_C , então esta matriz realiza uma operação diferencial, como foi mencionado.

No entanto, pôde-se perceber que as matrizes que representam as admitâncias são matrizes quadradas cheias com ordem igual ao número de amostras das formas de onda periódicas. À medida que o número de elementos no circuito aumenta, as quantidades de matrizes também aumentam e estes fatos podem comprometer a viabilidade da técnica devido ao grande esforço computacional demandado.

No capítulo seguinte, apresenta-se uma outra técnica para se fazer análise de circuitos elétricos em regime permanente. Ela também é baseada em uma matriz derivada que tem a característica de ser esparsa. A esparsidade desta matriz é uma

grande vantagem em relação a matriz admitância apresentada nesse capítulo, pois o esforço computacional é bastante reduzido.

Capítulo IV

ANÁLISE EM REGIME PERMANENTE: MATRIZ DERIVADA

4.1 Introdução

No desenvolvimento do modelo de um sistema físico, é bastante comum se deparar com expressões matemáticas que contenham termos diferenciais. Por exemplo, em um circuito elétrico com elementos indutivos e/ou capacitivos, as equações para obter as respostas no tempo contêm termos diferenciais. O cálculo destas respostas em regime permanente pode ser realizado utilizando-se uma matriz derivada, a qual possibilita transformar uma equação diferencial em uma equação algébrica, no domínio do tempo, permitindo obter uma solução de forma fácil, sendo ainda bastante precisa e simples de ser aplicada, como será mostrado no capítulo que segue.

4.2 Matriz derivada proposta

Considere uma forma de onda periódica $x(t)$ sendo o período fundamental T conhecido. A forma de onda pode ser representada pelo vetor x de ordem N cujos elementos são amostras equidistantes de $x(t)$. Seja y a representação vetorial da

derivada de $x(t)$. A matriz derivada D é uma matriz $N \times N$ tal que $y = D x$. Algumas matrizes derivada foram propostas na literatura [Trefethen, 2000]. No entanto, estas matrizes são densas e não são muito precisas quando aplicadas a formas de onda que não são amortecidas. Um dos objetivos deste trabalho é propor uma matriz derivada que seja esparsa e precisa. Esta matriz é dada por:

$$\frac{2}{\Delta t} \begin{bmatrix} \frac{5}{12} & \frac{1}{8} & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{24} & \frac{1}{4} & \frac{-3}{4} \\ \frac{-3}{4} & \frac{5}{12} & \frac{1}{8} & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{24} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{-3}{4} & \frac{5}{12} & \frac{1}{8} & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{24} \\ \frac{1}{4} & \frac{-3}{4} & \frac{5}{12} & \frac{1}{8} & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{24} \\ \frac{-1}{24} & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & & & & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & & & & & & 0 \\ 0 & & & & & & & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{24} & \frac{1}{4} & \frac{-3}{4} & \frac{5}{12} \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

e será indicada por D . O procedimento para obtenção desta matriz é descrito a seguir [Naidu & Fernandes, 2003]:

Considerando ainda a forma de onda periódica $x(t)$ e sua representação vetorial x de ordem N e $y(t)$ a sua forma de onda derivada, procura-se uma representação no tempo para $y = \frac{dx}{dt}$.

$$\frac{dx}{dt} \approx \frac{2}{\Delta t} [bx(t + \Delta t) + a_0x(t) + a_1x(t - \Delta t) + a_2x(t - 2\Delta t) + a_3x(t - 3\Delta t)]. \quad (4.2)$$

Assume-se que o intervalo de amostragem é Δt e que $N\Delta t = T$ é o período fundamental. Desde que a forma de onda é periódica, $x(k\Delta t) = x((k - N)\Delta t)$ para $k > N$. De forma similar $x(k\Delta t) = x((k + N)\Delta t)$ para $k < N$, sendo k um inteiro.

Aplicando a transformada de Fourier para a equação (4.2), tem-se:

$$j\omega X(j\omega) \approx \frac{2}{\Delta t} [b e^{j\omega\Delta t} + a_0 + a_1 e^{-j\omega\Delta t} + a_2 e^{-j2\omega\Delta t} + a_3 e^{-j3\omega\Delta t}] X(j\omega). \quad (4.3)$$

Expandindo cada exponencial de (4.3) em série de Taylor, até a 5ª parcela:

$$e^{j\omega\Delta t} \approx 1 + j\omega\Delta t - \frac{\Delta t^2}{2} \omega^2 - j\frac{\Delta t^3}{6} \omega^3 + \frac{\Delta t^4}{24} \omega^4.$$

$$e^{-j\omega\Delta t} \approx 1 - j\omega\Delta t - \frac{\Delta t^2}{2} \omega^2 + j\frac{\Delta t^3}{6} \omega^3 + \frac{\Delta t^4}{24} \omega^4.$$

$$e^{-j2\omega\Delta t} \approx 1 - j2\omega\Delta t - 4\frac{\Delta t^2}{2} \omega^2 + j8\frac{\Delta t^3}{6} \omega^3 + 16\frac{\Delta t^4}{24} \omega^4.$$

$$e^{-j3\omega\Delta t} \approx 1 - j3\omega\Delta t - 9\frac{\Delta t^2}{2} \omega^2 + j27\frac{\Delta t^3}{6} \omega^3 + 81\frac{\Delta t^4}{24} \omega^4.$$

Substituindo cada uma destas expansões em (4.3) e igualando os coeficientes com potências de $(j\omega\Delta t)$ em ambos os lados da equação, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & 1 & 2^2 & 3^2 \\ -1 & 0 & 1 & 2^3 & 3^3 \\ 1 & 0 & 1 & 2^4 & 3^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Os termos de ordem mais elevada na expansão foram desprezados. A solução de (4.4) produz:

$$b = \frac{1}{8}, \quad a_0 = \frac{5}{12}, \quad a_1 = \frac{-3}{4}, \quad a_2 = \frac{1}{4}, \quad a_3 = \frac{-1}{24}.$$

Aplicando a equação (4.2) para cada amostra de y ,

$$y(t_1) \approx \frac{2}{\Delta t} \left[\frac{1}{8} x(t_1 + \Delta t) + \frac{5}{12} x(t_1) - \frac{3}{4} x(t_1 - \Delta t) + \frac{1}{4} x(t_1 - 2\Delta t) - \frac{1}{24} x(t_1 - 3\Delta t) \right].$$

$$y(t_2) \approx \frac{2}{\Delta t} \left[\frac{1}{8} x(t_2 + \Delta t) + \frac{5}{12} x(t_2) - \frac{3}{4} x(t_2 - \Delta t) + \frac{1}{4} x(t_2 - 2\Delta t) - \frac{1}{24} x(t_2 - 3\Delta t) \right].$$

$$y(t_3) \approx \frac{2}{\Delta t} \left[\frac{1}{8} x(t_3 + \Delta t) + \frac{5}{12} x(t_3) - \frac{3}{4} x(t_3 - \Delta t) + \frac{1}{4} x(t_3 - 2\Delta t) - \frac{1}{24} x(t_3 - 3\Delta t) \right].$$

⋮

$$y(t_{N-2}) \approx \frac{2}{\Delta t} \left[\frac{1}{8} x(t_{N-2} + \Delta t) + \frac{5}{12} x(t_{N-2}) - \frac{3}{4} x(t_{N-2} - \Delta t) + \frac{1}{4} x(t_{N-2} - 2\Delta t) - \frac{1}{24} x(t_{N-2} - 3\Delta t) \right].$$

$$y(t_{N-1}) \approx \frac{2}{\Delta t} \left[\frac{1}{8} x(t_{N-1} + \Delta t) + \frac{5}{12} x(t_{N-1}) - \frac{3}{4} x(t_{N-1} - \Delta t) + \frac{1}{4} x(t_{N-1} - 2\Delta t) - \frac{1}{24} x(t_{N-1} - 3\Delta t) \right].$$

$$y(t_N) \approx \frac{2}{\Delta t} \left[\frac{1}{8} x(t_N + \Delta t) + \frac{5}{12} x(t_N) - \frac{3}{4} x(t_N - \Delta t) + \frac{1}{4} x(t_N - 2\Delta t) - \frac{1}{24} x(t_N - 3\Delta t) \right].$$

Os argumentos de cada x das equações acima podem assumir algumas das seguintes identidades:

$$t_i + \Delta t = t_{i+1},$$

$$t_i - \Delta t = t_{i-1},$$

$$t_i - 2\Delta t = t_{i-2},$$

$$t_i - 3\Delta t = t_{i-3},$$

Como em regime permanente as formas de onda são periódicas, então:

$$\text{Se } i+1 > N, \Rightarrow j=1.$$

$$\text{Se } i-p < 1, \Rightarrow j=N-(p-i),$$

sendo $p=1, 2$ ou 3 . Desta forma:

$$y(t_1) \approx \frac{2}{\Delta t} \left[\frac{1}{8} x(t_2) + \frac{5}{12} x(t_1) - \frac{3}{4} x(t_N) + \frac{1}{4} x(t_{N-1}) - \frac{1}{24} x(t_{N-2}) \right].$$

$$y(t_2) \approx \frac{2}{\Delta t} \left[\frac{1}{8} x(t_3) + \frac{5}{12} x(t_2) - \frac{3}{4} x(t_1) + \frac{1}{4} x(t_N) - \frac{1}{24} x(t_{N-1}) \right].$$

$$y(t_3) \approx \frac{2}{\Delta t} \left[\frac{1}{8} x(t_4) + \frac{5}{12} x(t_3) - \frac{3}{4} x(t_2) + \frac{1}{4} x(t_1) - \frac{1}{24} x(t_N) \right].$$

$$y(t_{N-2}) \approx \frac{2}{\Delta t} \left[\frac{1}{8} x(t_{N-1}) + \frac{5}{12} x(t_{N-2}) - \frac{3}{4} x(t_{N-3}) + \frac{1}{4} x(t_{N-4}) - \frac{1}{24} x(t_{N-5}) \right].$$

$$y(t_{N-1}) \approx \frac{2}{\Delta t} \left[\frac{1}{8} x(t_N) + \frac{5}{12} x(t_{N-1}) - \frac{3}{4} x(t_{N-2}) + \frac{1}{4} x(t_{N-3}) - \frac{1}{24} x(t_{N-4}) \right].$$

$$y(t_N) \approx \frac{2}{\Delta t} \left[\frac{1}{8} x(t_1) + \frac{5}{12} x(t_N) - \frac{3}{4} x(t_{N-1}) + \frac{1}{4} x(t_{N-2}) - \frac{1}{24} x(t_{N-3}) \right].$$

Arrumando estas equações em uma forma matricial:

$$\begin{bmatrix} y(t_1) \\ y(t_2) \\ y(t_3) \\ \vdots \\ y(t_{N-2}) \\ y(t_{N-1}) \\ y(t_N) \end{bmatrix} = \frac{2}{\Delta t} \begin{bmatrix} \frac{5}{12} & \frac{1}{8} & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{24} & \frac{1}{4} & \frac{-3}{4} \\ \frac{-3}{4} & \frac{5}{12} & \frac{1}{8} & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{24} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{-3}{4} & \frac{5}{12} & \frac{1}{8} & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{24} \\ \frac{1}{4} & \frac{-3}{4} & \frac{5}{12} & \frac{1}{8} & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{24} \\ \frac{-1}{24} & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{24} & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \frac{1}{8} & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{24} & \frac{1}{4} & \frac{-3}{4} & \frac{5}{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t_1) \\ x(t_2) \\ x(t_3) \\ \vdots \\ x(t_{N-2}) \\ x(t_{N-1}) \\ x(t_N) \end{bmatrix},$$

ou seja, $y = D x$, sendo D a matriz da equação (4.1).

Como observado na equação (4.2), a representação da equação diferencial é feita por uma aproximação com cinco parcelas. Portanto, é importante investigar a faixa de valores da fase ($\theta = \omega \Delta t$) que torna válida esta aproximação. Assim, uma vez conhecido o máximo valor para θ , também será determinado um máximo valor para a escolha de Δt .

Na investigação, deve-se utilizar inicialmente a igualdade de Euler no lado direito da equação (4.3).

$$j\omega \approx \frac{2}{\Delta t} [b (\cos\theta + j\text{sen}\theta) + a_0 + a_1 (\cos\theta - j\text{sen}\theta) + a_2 (\cos 2\theta - j\text{sen} 2\theta) + a_3 (\cos 3\theta - j\text{sen} 3\theta)]. \quad (4.5)$$

$$j\frac{\theta}{2} \approx [b \cos\theta + a_0 + a_1 \cos\theta + a_2 \cos 2\theta + a_3 \cos 3\theta] + j [b \text{sen}\theta - a_1 \text{sen}\theta - a_2 \text{sen} 2\theta - a_3 \text{sen} 3\theta]. \quad (4.6)$$

A equação (4.6) como pode ser visto, foi separada em uma parte real e uma outra imaginária. Cada uma destas partes está desenhada na Figura 4.1.

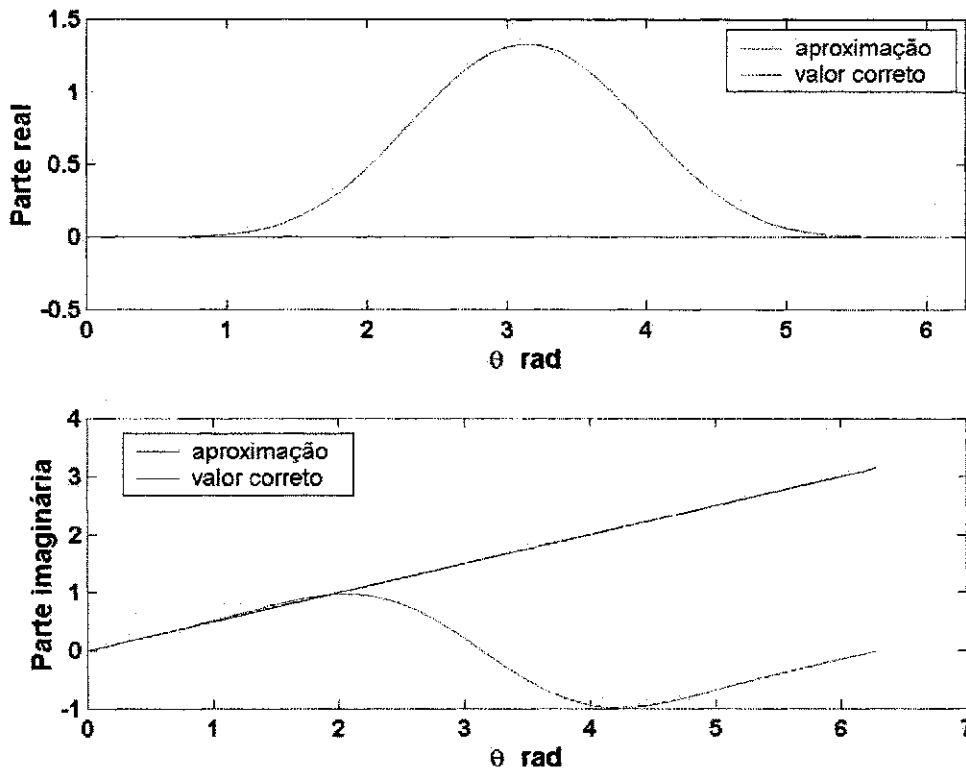


Figura 4.1 - Partes real e imaginária da expressão da derivada na frequência.

Observando a figura, percebe-se que a partir de um determinado valor de θ , existem discordâncias entre as curvas de valores corretos e as curvas de aproximações. Para a parte real, a partir de 0,6 radianos a discordância começa a se acentuar e para a

parte imaginária, a discordância se inicia em torno de 0,8 radianos. Dentre estas duas considerações, o pior caso é a discordância da parte real e, portanto será o escolhido para a limitação do número de pontos por período. Então, pode-se mencionar que um limite para a utilização da matriz derivada em um circuito com formas de onda de frequência ω será quando o produto $\omega \Delta t$ for 0,6. Portanto, o número mínimo de amostras eqüidistantes por período é:

$$\frac{2\pi}{0,6} \approx 11. \quad (4.7)$$

Nas formas de onda dos conversores que serão analisados neste capítulo, o número de amostras serão 256 ou 512, quantidade que garante a utilização da matriz derivada na faixa de precisão.

O primeiro teste para a matriz derivada será a função “chapéu” mostrada na Figura 4.2. A mesma figura mostra também a derivada numérica. A matriz derivada é precisa em todos os instantes, exceto quando a derivada é descontínua. Nestes instantes, picos podem ser observados na derivada. No entanto, estes picos são rapidamente amortecidos.

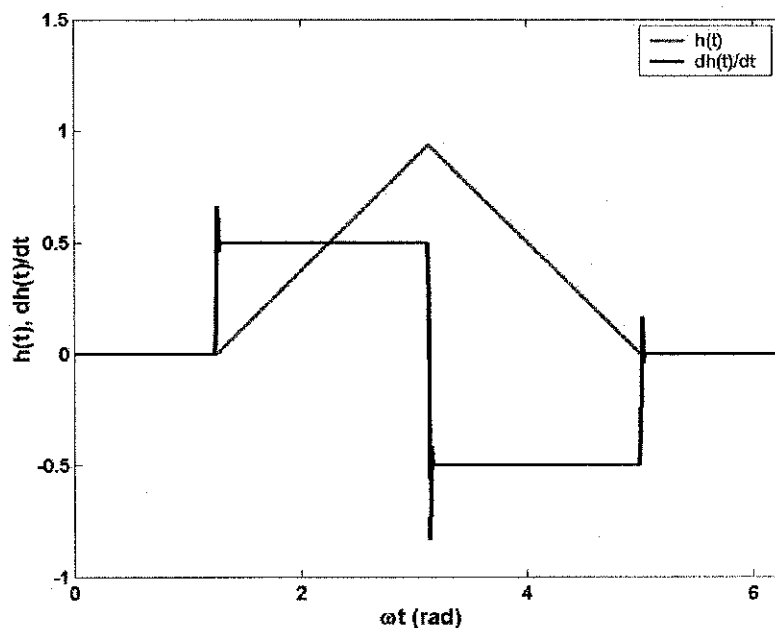


Figura 4.2 - Função “chapéu” e sua derivada.

4.3 Cálculo de elementos básicos

Considere agora, a aplicação da matriz derivada para calcular a forma de onda de corrente em um circuito RL série excitado por uma forma de onda periódica $e_L(t)$ (Figura 4.3a).

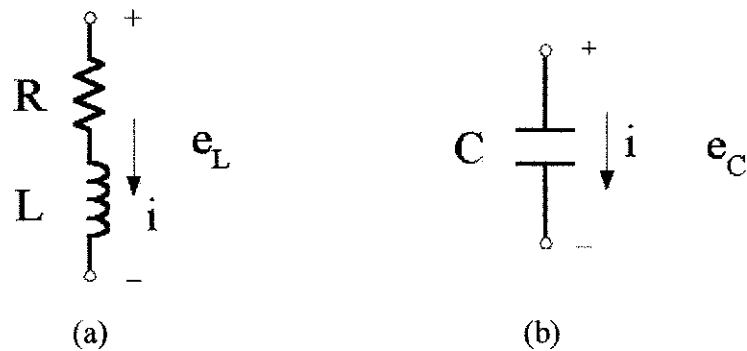


Figura 4.3 - Estruturas básicas: (a) Ramo RL. (b) Capacitor.

Sendo o período de excitação T e o intervalo de amostragem $\Delta t = \frac{T}{N}$, então:

$$L \frac{di}{dt} + R i = e_L. \quad (4.8)$$

Aplicando a matriz derivada:

$$L D i + R U i = e_L, \quad (4.9)$$

sendo U a matriz identidade $N \times N$. Da equação (4.9):

$$Z_L i = e_L, \quad (4.10)$$

sendo $Z_L = (L D + R U)$. Deve-se observar que Z_L é uma matriz esparsa e portanto, sua inversa pode ser facilmente calculada. É importante salientar que Z_L possui inversa embora D não possuir, pois é uma matriz singular.

De forma similar, o cálculo da corrente em um capacitor excitado por uma fonte de onda periódica $e_C(t)$ (Figura 4.3b) é da seguinte forma:

$$i = C \frac{dv_C}{dt}. \quad (4.11)$$

Aplicando a matriz derivada:

$$i = (CD) v_C, \quad (4.12)$$

sendo

$$Y_C = CD. \quad (4.13)$$

4.4 Simulações de conversores de potência

Nesta seção, alguns exemplos com conversores de potência serão analisados e em seguida simulados, utilizando-se a técnica da matriz derivada para montar os sistemas de equações. Esta técnica, como já mencionado, possibilita uma análise direta do regime permanente no domínio do tempo. Vale ressaltar que a análise do regime permanente é indispensável para o projeto de reguladores chaveados e muitas das especificações de projetos são dadas em termos de características de regime permanente.

4.4.1 Conversor fonte de tensão

As Figuras 4.4 e 4.5 mostram o conversor fonte de tensão (*VSC*) e as funções de comutação para as chaves SA1, SB1 e SC1.

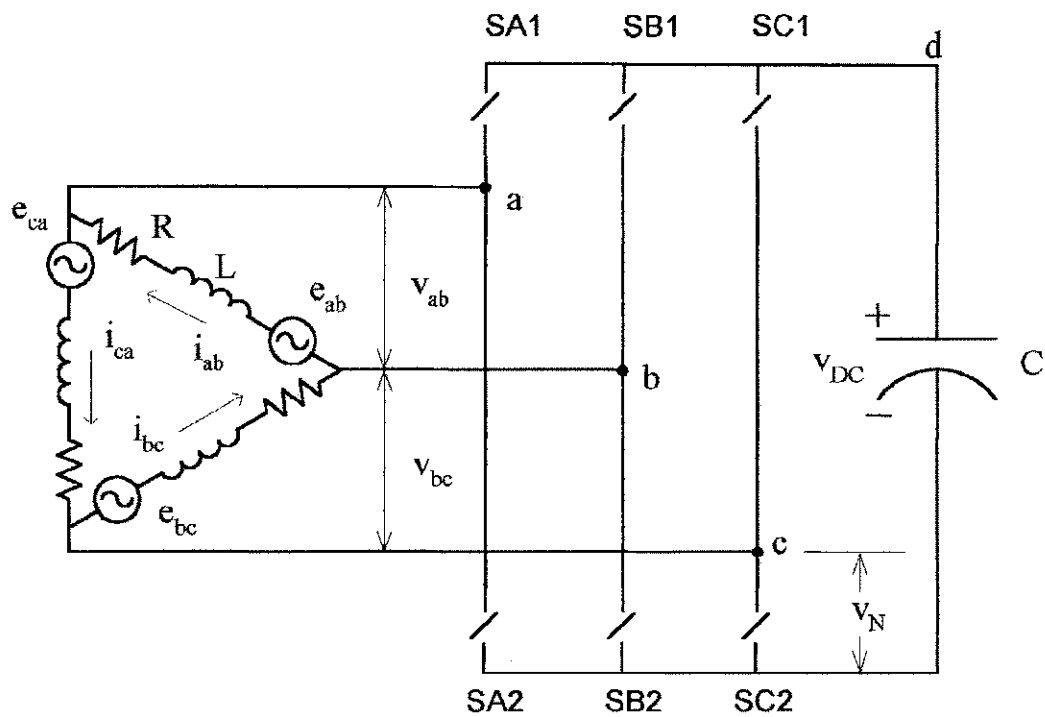


Figura 4.4 - Conversor fonte de tensão (VSC).

Tabela 4.1 – Parâmetros do conversor fonte de tensão

Parâmetro	Valor
R	0,44 Ω
L	11,6 mH
C	0,183 mF
ω	377 rad/s
e_{ab}	$50 \cos(\omega t + \pi/6)$ V
e_{bc}	$50 \cos(\omega t - \pi/2)$ V
e_{ca}	$50 \cos(\omega t - 7\pi/6)$ V

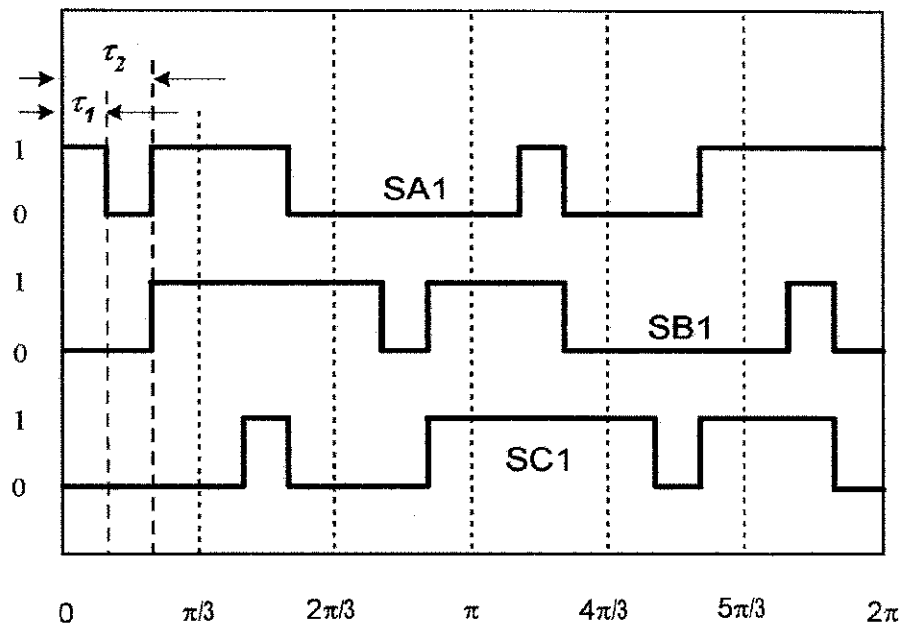


Figura 4.5 - Funções de comutação para o VSC.

As chaves da parte inferior são comutadas de uma maneira complementar. Assume-se que a condutância de uma chave é 1000S quando fechada e nula quando aberta. Cada chave é representada por uma matriz de condutância diagonal ($GA1, GA2, GB1, GB2, GC1, GC2$), sendo a diagonal a função de comutação multiplicada pela condutância. As funções de comutação das chaves deste conversor são conhecidas *a priori*. A fonte trifásica é conectada em delta e $Z_S = (LD + RU)$ representa a impedância de cada fase. A admitância capacitiva da carga é $Y_C = CD$. As equações que denotam o comportamento dinâmico para este circuito são obtidas aplicando-se a lei das correntes de Kirchhoff (LCK) em alguns nós. Inicialmente, é necessário expressar as tensões nas impedâncias de fase da fonte de tensão em delta.

$$e_{ab} - v_{ab} = LD i_{ab} + R i_{ab},$$

$$e_{ab} - v_{ab} = Z_S i_{ab}. \quad (4.14)$$

$$e_{bc} - v_{bc} = LD i_{bc} + R i_{bc},$$

$$e_{bc} - v_{bc} = Z_S i_{bc}, \quad (4.15)$$

sendo $Z_S = L D + R U$.

i) Aplicando a LCK ao nó a.

$$i_{ca} - i_{ab} - GAI [v_{DC} - (v_{ab} + v_{bc} + v_N)] + GA2 (v_{ab} + v_{bc} + v_N) = 0. \quad (4.16)$$

Multiplicando (4.16) por Z_S e ainda utilizando (4.14),

$$(2U + Z_S GTA) v_{ab} + (U + Z_S GTA) v_{bc} - Z_S GAI v_{DC} + Z_S GTA v_N = 2e_{ab} - e_{bc}, \quad (4.17)$$

sendo $GTA = GAI + GA2$.

ii) Aplicando a LCK ao nó b.

$$i_{ab} - i_{bc} - GBI [v_{DC} - (v_{bc} + v_N)] + GB2 (v_{bc} + v_N) = 0. \quad (4.18)$$

Multiplicando (4.18) por Z_S e ainda utilizando (4.15),

$$-v_{ab} + (U + Z_S GTB) v_{bc} - Z_S GBI v_{DC} + Z_S GTB v_N = e_{bc} - e_{ab}. \quad (4.19)$$

Agora, somando-se (4.19) e (4.17), obtém-se uma nova expressão:

$$(U + Z_S GTA) v_{ab} + (2U + Z_S GTAB) v_{bc} - Z_S GI v_{DC} + Z_S GTAB v_N = e_{ab} + 2e_{bc}, \quad (4.20)$$

sendo $GTAB = GTA + GTB$.

iii) Aplicando a LCK ao nó d.

$$i_{AI} + i_{BI} + i_{CI} + i_{DI} = 0. \quad (4.21)$$

Cada uma destas parcelas representam a corrente que passa pelas chaves GAI , GBI , GCI e pelo capacitor, respectivamente.

$$GAI [v_{DC} - (v_{ab} + v_{bc} + v_N)] + GBI [v_{DC} - (v_{bc} + v_N)] + GCI (v_{DC} - v_N) + Y_C v_{DC} = 0. \quad (4.22)$$

$$-GAI v_{ab} - GBI v_{bc} - GCI v_N + (GCI + Y_C) v_{DC} = 0, \quad (4.23)$$

sendo $GI = GAI + GBI$ e $GTI = GAI + GBI + GCI$.

iv) Analisando as correntes nos três braços.

$$i_{A1} + i_{B1} + i_{C1} = i_{A2} + i_{B2} + i_{C2}. \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{GAI} [v_{DC} - (v_{ab} + v_{bc} + v_N)] + \mathbf{GBI} [v_{DC} - (v_{bc} + v_N)] + \\ & + \mathbf{GCI} (v_{DC} - v_N) = \\ & = \mathbf{GA2} (v_{ab} + v_{bc} + v_N) + \mathbf{GB2} (v_{bc} + v_N) + \mathbf{GC2} v_N. \end{aligned}$$

$$\mathbf{GTA} v_{ab} + \mathbf{GTAB} v_{bc} - \mathbf{GT1} v_{DC} + \mathbf{GTOT} v_N = 0, \quad (4.25)$$

sendo $\mathbf{GTOT} = \mathbf{GTA} + \mathbf{GTB} + \mathbf{GTC}$.

Ainda é necessário definir algumas matrizes:

$$\mathbf{GTB} = \mathbf{GB1} + \mathbf{GB2}, \quad \mathbf{GTC} = \mathbf{GC1} + \mathbf{GC2}.$$

Em cada item (i, ii, iii, iv) foram formadas equações que são necessárias e suficientes para montar o sistema de equações.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ -\mathbf{GAI} & -\mathbf{GI} & a_{33} & -\mathbf{GT1} \\ \mathbf{GTA} & \mathbf{GTAB} & -\mathbf{GT1} & \mathbf{GTOT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ab} \\ v_{bc} \\ v_{DC} \\ v_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2e_{ab} + e_{bc} \\ e_{ab} + 2e_{bc} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

$$a_{11} = 2U + Z_S \mathbf{GTA}, \quad a_{12} = U + Z_S \mathbf{GTA}, \quad a_{13} = -Z_S \mathbf{GAI}, \quad a_{14} = Z_S \mathbf{GTA},$$

$$a_{21} = U + Z_S \mathbf{GTA}, \quad a_{22} = 2U + Z_S \mathbf{GTAB}, \quad a_{23} = -Z_S \mathbf{GI}, \quad a_{24} = Z_S \mathbf{GTAB},$$

$$a_{33} = \mathbf{GT1} + Y_C.$$

O sistema de equações é resolvido para obter as formas de onda de tensão desconhecidas. Deve ser notado que cada elemento da matriz na equação (4.26) é ele próprio uma matriz $N \times N$ e as variáveis desconhecidas são vetores de ordem N representando as formas de onda de tensão. Portanto, o tamanho da matriz na equação (4.26) é $4N \times 4N$. Porém, ela é esparsa e a solução de (4.26) utilizando Matlab[®] requer uma fração de segundo de tempo de processamento.

Para simular as respostas de interesse, os dados foram tomados de [Lehn, 2002]. Os parâmetros de entrada são o ângulo de fase do conversor e seu ciclo de trabalho e são dependentes dos intervalos τ_1 e τ_2 (Figura 4.5). A Figura 4.6 mostra a forma de onda de tensão no capacitor e a Figura 4.7 mostra as componentes α, β das correntes no lado CA. Para estes cálculos, utilizou-se $N = 512$ e $\tau_1 = \tau_2 = 1,1 \frac{\pi}{6}$.

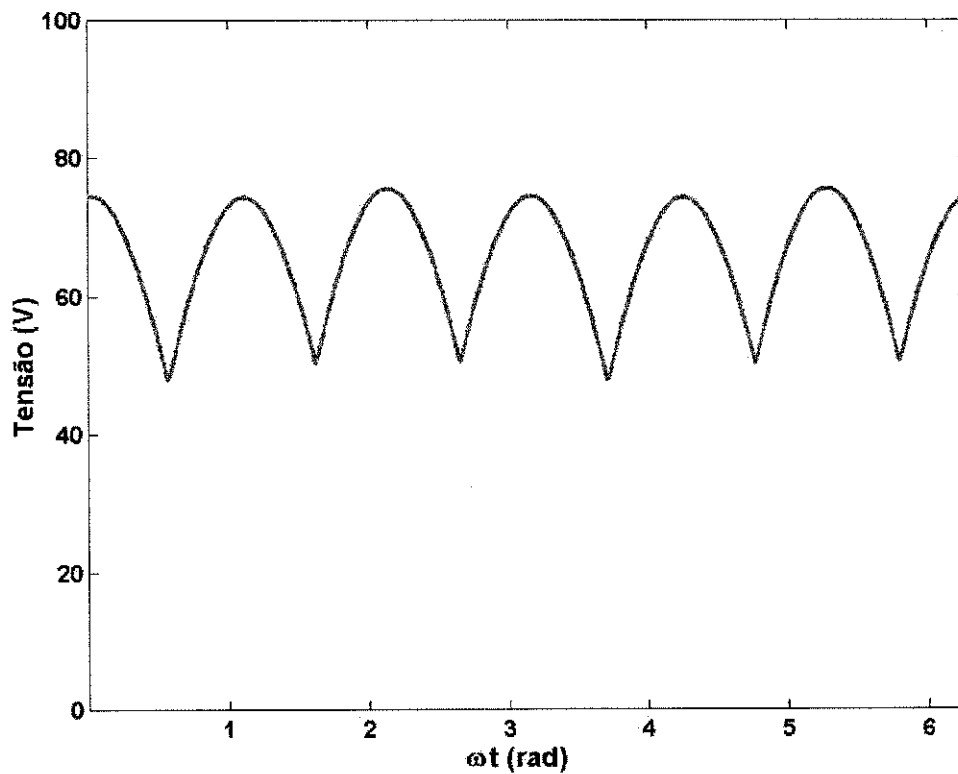


Figura 4.6 – Conversor fonte de tensão: tensão no capacitor.

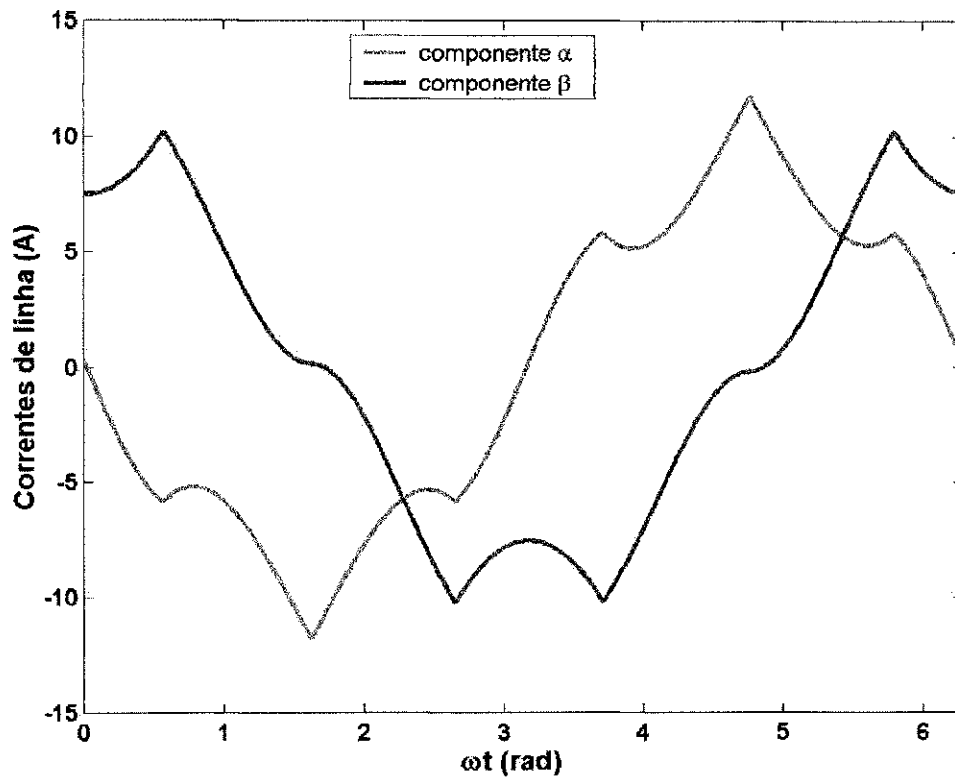


Figura 4.7 - Conversor fonte de tensão: componentes α , β das correntes de linha.

4.4.2 Inversor fonte de tensão

A Figura 4.8 mostra um circuito inversor fonte de tensão (*VSI*) na qual cada chave é um mosfet conectado com um diodo em antiparalelo. A carga é uma RL trifásica equilibrada.

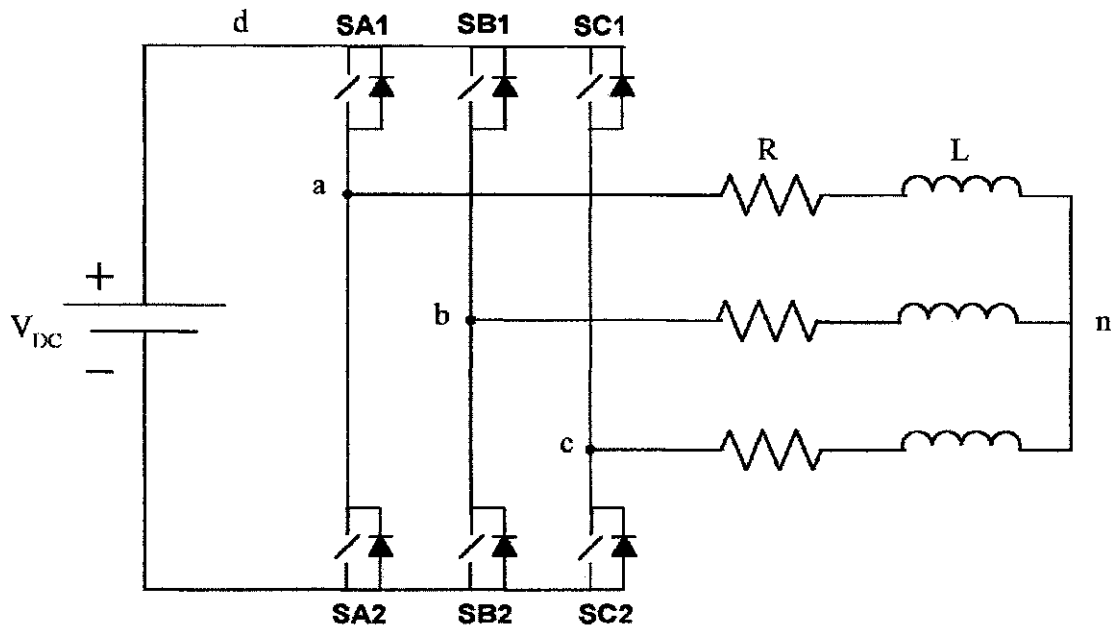


Figura 4.8 - Inversor fonte de tensão.

Tabela 4.2 – Parâmetros do inversor fonte de tensão

Parâmetro	Valor
R	10Ω
L	41 mH
V_{DC}	200 V

A conhecida estratégia *PWM* vetorial [van der Broeck et al, 1984], determina a função de comutação para os mosfets. Nesta técnica, dispõe-se de oito vetores de tensão, sendo que $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3, \vec{V}_4, \vec{V}_5, \vec{V}_6$ representam seis vetores ativos defasados entre si de 60° e de amplitude igual a $2V_{DC}/3$. Os vetores \vec{V}_7, \vec{V}_0 representam os vetores nulos. A Figura 4.9 mostra a disposição espacial dos vetores gerados pelo inversor, os quais dividem o plano complexo em seis setores (0, 1, 2, 3, 4, 5).

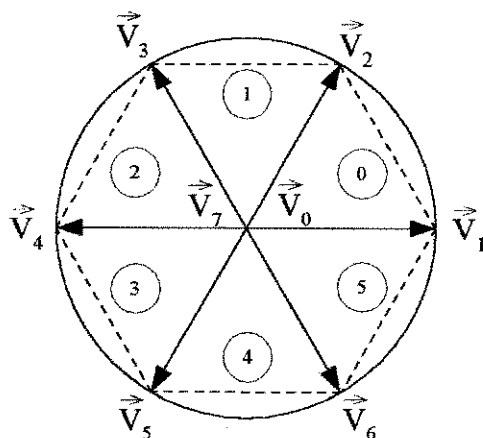


Figura 4.9 - Vetores de tensão gerados pelo inversor trifásico.

O inversor aplica a carga diferentes tensões dependendo do estado de condução das chaves. Considerando que as chaves de uma mesma fase não podem conduzir simultaneamente, tem-se um total de oito possíveis estados de condução, os quais permitem gerar a seguinte tabela:

Tabela 4.3 - Estados do inversor trifásico.

Vetor	0	1	2	3	4	5	6	7
Fase a	SA1	SA1	SA1	SA2	SA2	SA2	SA1	SA2
Fase b	SB1	SB2	SB1	SB1	SB1	SB2	SB2	SB2
Fase c	SC1	SC2	SC2	SC2	SC1	SC1	SC1	SC2

A geração destes estados e dos tempos correspondentes são feitos da seguinte forma [del Valle et al, 1991]:

Suponha que em um determinado instante se deseja aplicar na carga tensões representadas por um vetor \vec{V} . Este é um vetor espacial de tensão construído a partir das tensões senoidais de fase $V_{an}(t)$, $V_{bn}(t)$, $V_{cn}(t)$.

$$\vec{V} = \frac{2}{3}[V_{an}(t) + a V_{bn}(t) + a^2 V_{cn}(t)] = V e^{j\omega_s t}, \quad (4.27)$$

sendo,

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Então, \vec{V} representa um vetor com amplitude igual a da onda senoidal de tensão e que gira a velocidade síncrona ω_s , no sentido anti-horário. A Figura 4.10 ilustra este vetor dentro de um setor qualquer.

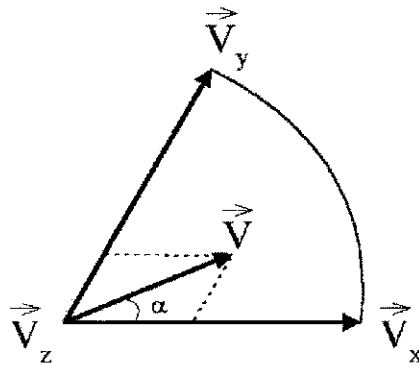


Figura 4.10 - Geração do vetor \vec{V} em um setor qualquer.

A técnica de modulação vetorial se baseia na aplicação sucessiva de vetores ativos adjacentes \vec{V}_x e \vec{V}_y e o vetor zero \vec{V}_z . O vetor \vec{V} desejado corresponderá a seguinte média ponderada:

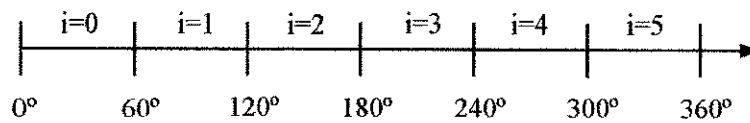
$$\vec{V} = \frac{1}{T}[\vec{V}_x t_x + \vec{V}_y t_y + \vec{V}_z t_z], \quad (4.28)$$

sendo

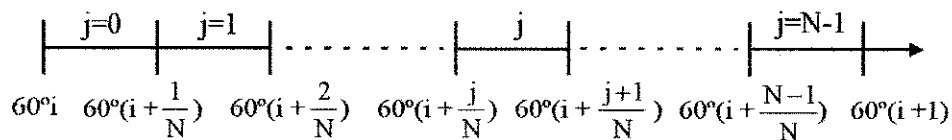
$$T = t_x + t_y + t_z. \quad (4.29)$$

Para a geração de tempos e estados em um período de funcionamento, foi feito o seguinte algoritmo:

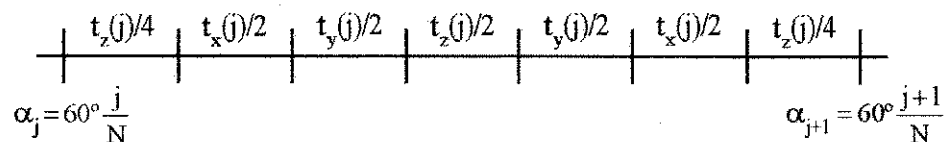
- 1) O plano complexo foi dividido em seis setores ($i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$).



- 2) O i -ésimo setor foi dividido em N partes iguais ($j = 0, 1, 2, 3, \dots, N-1$).



- 3) A j -ésima parte foi dividida em 7 intervalos segundo o esquema proposto:



E ainda:

$$\begin{aligned} t_x &= M T \operatorname{sen}(60^\circ - \alpha), \\ t_y &= M T \operatorname{sen}(\alpha), \\ t_z &= T [1 - M \operatorname{sen}(60^\circ + \alpha)], \end{aligned} \quad (4.30)$$

sendo M o índice de modulação e definido por $M = \frac{\sqrt{3} V}{V_{DC}}$.

Estimando formas de onda de tensão, então as funções de comutação do diodo são determinadas. A soma das funções de comutação de um mosfet com a função de comutação de seu diodo é a correspondente função da chave.

Assim é construída a função de comutação para as chaves ativas do inversor. Como no exemplo anterior, as funções de comutação para os mosfets da parte inferior

são complementares, e as equações que denotam o comportamento dinâmico para este circuito são obtidas aplicando-se a lei das correntes de Kirchoff (LCK) em alguns nós.

i) Aplicando a LCK ao nó a.

$$-GAI [v_{DC} - (v_{ab} + v_{bc} + v_N)] + GA2 (v_{ab} + v_{bc} + v_N) + i_a = 0. \quad (4.31)$$

Sendo $Z_L = LD + RU$ a impedância da carga e multiplicando (4.31) por Z_L ,

$$Z_L GTA v_{ab} + Z_L GTA v_{bc} + Z_L GTA v_N = Z_L GAI v_{DC} - Z_L i_a. \quad (4.32)$$

ii) Aplicando a LCK ao nó b.

$$-GB1 [v_{DC} - (v_{bc} + v_N)] + GB2 (v_{bc} + v_N) + i_b = 0. \quad (4.33)$$

Multiplicando (4.33) por Z_L e arrumando-a corretamente,

$$Z_L GTB v_{bc} + Z_L GTB v_N = Z_L GB1 v_{DC} - Z_L i_b. \quad (4.34)$$

iii) Aplicando a LCK ao nó c.

$$-GC1 (v_{DC} - v_N) + GC2 v_N + i_c = 0. \quad (4.35)$$

Multiplicando (4.35) por Z_L e arrumando-a corretamente,

$$Z_L GTC v_N = Z_L GC1 v_{DC} - Z_L i_c. \quad (4.36)$$

Sabendo que $i_a + i_b + i_c = 0$, $v_{ab} = Z_L i_a - Z_L i_b$ e $v_{bc} = Z_L i_b - Z_L i_c$, as três equações obtidas em cada item (i, ii, iii) podem ser reformuladas e escritas da seguinte forma:

$$\left(\frac{2}{3}U + Z_L GTA\right)v_{ab} + \left(\frac{1}{3}U + Z_L GTA\right)v_{bc} + Z_L GTA v_N = Z_L GAI v_{DC} \quad (4.37)$$

$$-\frac{1}{3}U v_{ab} + \left(\frac{1}{3}U + Z_L GTB\right)v_{bc} + Z_L GTB v_N = Z_L GB1 v_{DC} \quad (4.38)$$

$$-\frac{1}{3}U v_{ab} - \frac{2}{3}U v_{bc} + Z_L GTC v_N = Z_L GC1 v_{DC} \quad (4.39)$$

Em termos de matrizes:

$$\begin{bmatrix} gn_{11} & gn_{12} & gn_{13} \\ -1/3 U & gn_{22} & gn_{23} \\ -1/3 U & -2/3 U & gn_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ab} \\ v_{bc} \\ v_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_L GA1 \\ Z_L GB1 \\ Z_L GC1 \end{bmatrix} v_{DC}, \quad (4.40)$$

ou seja,

$$\mathbf{G}_N \mathbf{v} = \mathbf{G}_D v_{DC}, \quad (4.41)$$

$$gn_{11} = \frac{2}{3} U + Z_L GTA, \quad gn_{12} = \frac{1}{3} U + Z_L GTA, \quad gn_{13} = Z_L GTA,$$

$$gn_{22} = \frac{1}{3} U + Z_L GTB, \quad gn_{23} = Z_L GTB,$$

$$gn_{33} = Z_L GTC.$$

O método de Newton-Raphson é utilizado para encontrar a raiz de $\mathfrak{R} = v_{DC} \mathbf{G}_D - \mathbf{G}_N \mathbf{v} = \mathbf{0}$, de acordo com os passos a seguir:

(1) Estima-se inicialmente as formas de onda v_{AB} , v_{BC} , v_N . Calcula-se a função de comutação para o diodo e as funções de comutação para o mosfet e o diodo em paralelo.

(2) Calcula-se a função objetivo \mathfrak{R} . Se a norma de \mathfrak{R} é menor do que a tolerância, a simulação pára.

(3) Senão, calcula-se as correções da forma de onda $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{G}_N^{-1} \mathfrak{R}$. As formas de onda corrigidas são $\mathbf{v}^{(i+1)} = \mathbf{v}^{(i)} + \Delta \mathbf{v}^{(i)}$.

O procedimento convergiu na segunda iteração.

Na simulação foi utilizado $N = 512$ e as correntes de carga trifásica são mostradas na Figura 4.11.

Estes exemplos mostram que a resposta em regime permanente dos conversores de potência pode ser facilmente obtida utilizando a técnica proposta. Deve ser notado que a técnica não utiliza transformações das coordenadas de fase para outras coordenadas tais como o sistema α - β . A técnica é simples e converge rapidamente.

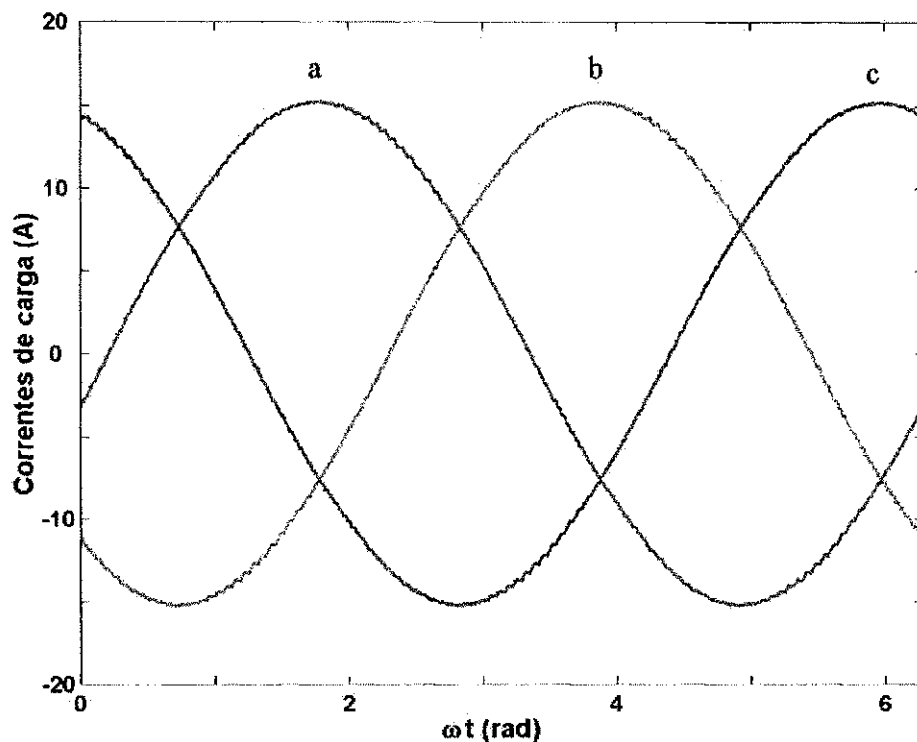


Figura 4.11 – Inversor fonte de tensão: correntes de carga.

4.4.3 Conversor *boost* quase-ressonante

O próximo conversor a ser submetido a análise é o *boost* quase-ressonante. Nos dois últimos capítulos este conversor já foi submetido a análise sendo que se utilizou duas técnicas distintas e mais uma, a da matriz derivada, será aplicada agora. Este conversor já foi mostrado na Figura 3.5 e novamente está mostrado na Figura 4.12 com os dados na Tabela 4.4.

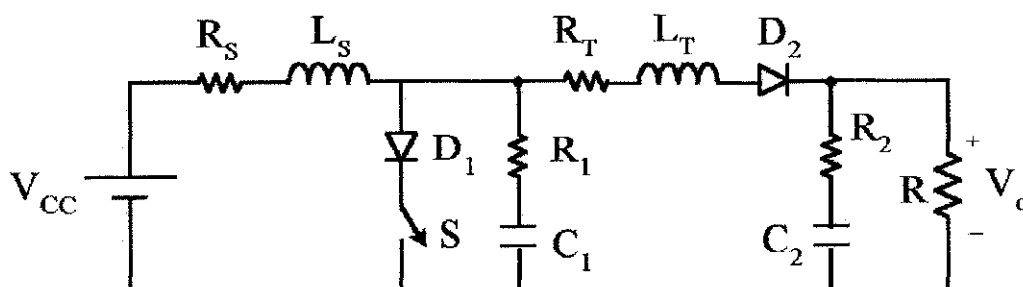


Figura 4.12 - Conversor *boost* quase-ressonante.

Tabela 4.4 – Parâmetros do conversor *boost* quase-ressonante.

Parâmetro	Valor
R_S	0,6 Ω
L_S	0,2 mH
R_T	0,2 Ω
L_T	20 μ H
R_1	2 Ω
C_1	2 nF
R_2	1 Ω
C_2	10 μ F
R	150 Ω
V_{CC}	10 V
f_S	420 kHz

A presença de elementos não-lineares em sua estrutura exige a aplicação de uma técnica de solução não-linear para se chegar às respostas desejadas. Assim, como no capítulo anterior, a técnica para a análise não-linear será a das fontes de tensão que isolam o elemento não-linear da parte linear do circuito. As impedâncias capacitiva e indutiva calculadas com o uso da matriz derivada serão utilizadas nos cálculos algébricos de correntes e tensões dos circuitos. Seguem os passos necessários para se obter a tensão de saída e a corrente no indutor, ambas em regime permanente.

Inicialmente, calculam-se as impedâncias dos elementos do circuito com a utilização da matriz derivada. Associações série e paralelo são feitas entre alguns elementos para tornar o circuito mais compacto (Figura 4.13).

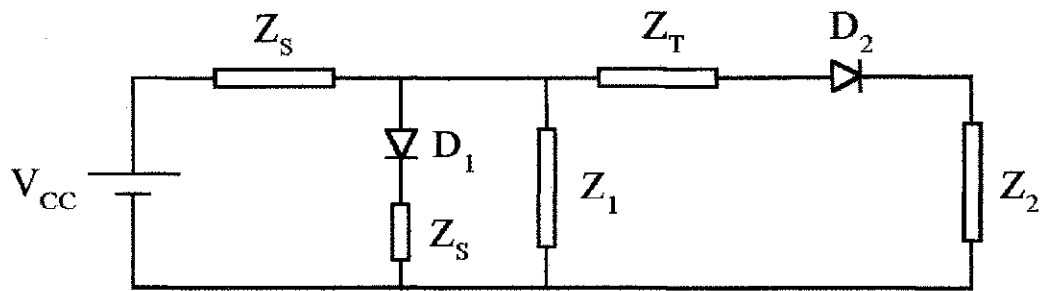


Figura 4.13 - Conversor *boost* quase-ressonante: impedâncias.

Em seguida, colocam-se fontes de tensão fictícias em paralelo a cada elemento não-linear, e como já mencionado, isto serve para isolá-lo da parte linear (Figura 4.14).

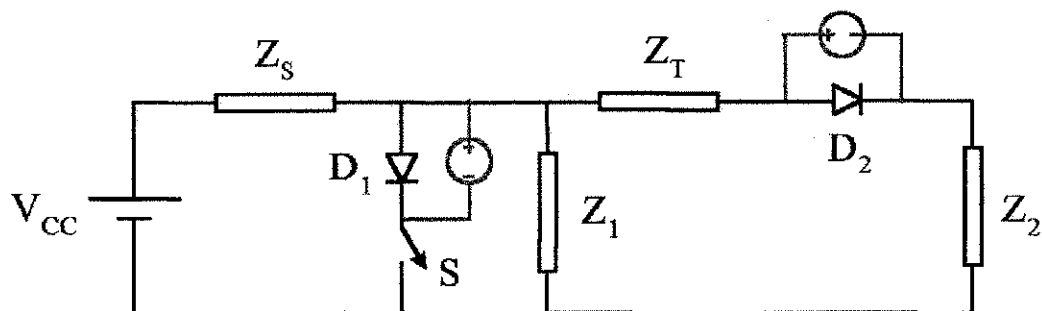


Figura 4.14 - Conversor *boost* quase-ressonante: fontes de tensão em paralelo aos elementos não-lineares.

Para o início da simulação, uma tensão v_D é estimada para cada diodo. O cálculo das correntes de erro (i_{erro}) é realizado por meio de dois passos.

- i) Cálculo de i_F (Figura 4.15).

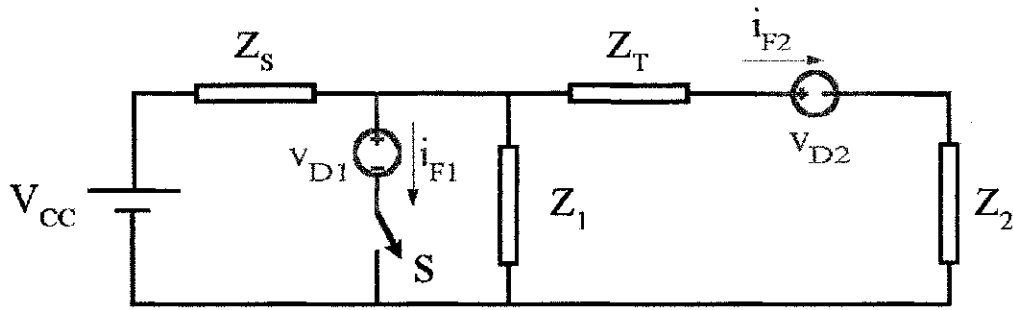


Figura 4.15 - Conversor *boost* quase-ressonante: cálculo das correntes através das fontes.

ii) Cálculo de i_D (Figura 4.16).

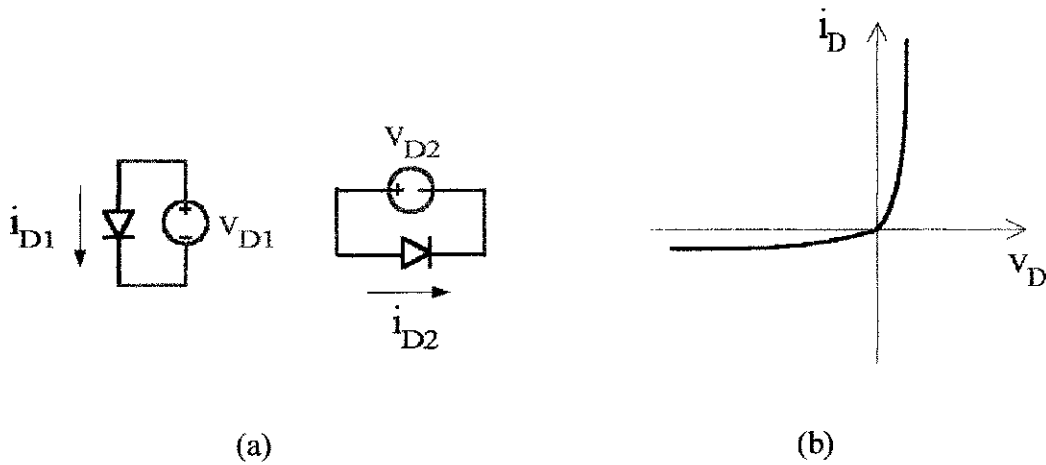


Figura 4.16 - Cálculo das correntes através dos elementos não-lineares: (a) Fontes sobre os elementos. (b) Curva $i_D \times v_D$ dos elementos.

Realizados estes dois passos, a corrente de erro é definida da seguinte forma:

$$i_{erro} = i_F - i_D. \quad (4.42)$$

Uma vez conhecidas as corrente de erro, estas serão aplicadas no circuito para pequenos sinais como uma fonte de corrente e com sentido oposto em relação aquela através da fonte de tensão (Figura 4.17).

As tensões das fontes de corrente do circuito para pequenos sinais (Δv_D), correspondem ao ajuste de tensão para v_D .

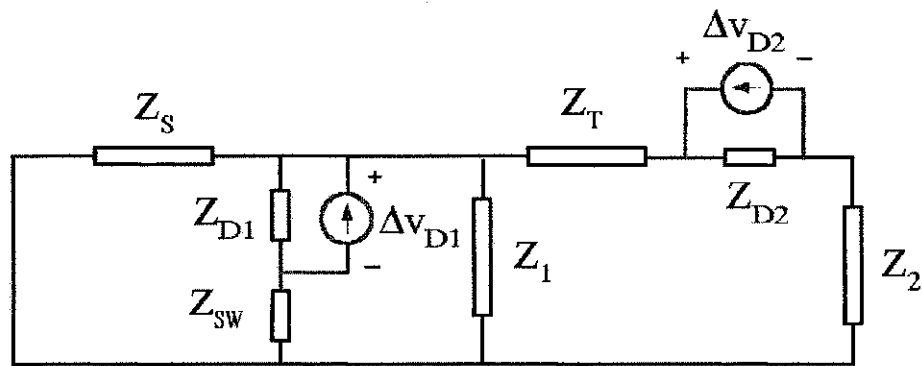


Figura 4.17 - Circuito para pequenos sinais.

$$v_D^{(i+1)} = v_D^{(i)} + \Delta v_D^{(i)}. \quad (4.43)$$

A simulação pára quando i_{erro} é menor que a tolerância.

A determinação do regime permanente utilizando a técnica proposta é realizada em 9 iterações, o que requer 5,4 segundos em um microcomputador com velocidade de processamento de 1,7 GHz. A técnica transitória para este circuito requer 638 períodos de tempo para alcançar o regime o que toma 52 segundos de processamento. As Figuras 4.18 e 4.19 mostram as formas de onda da corrente no indutor e a tensão de saída.

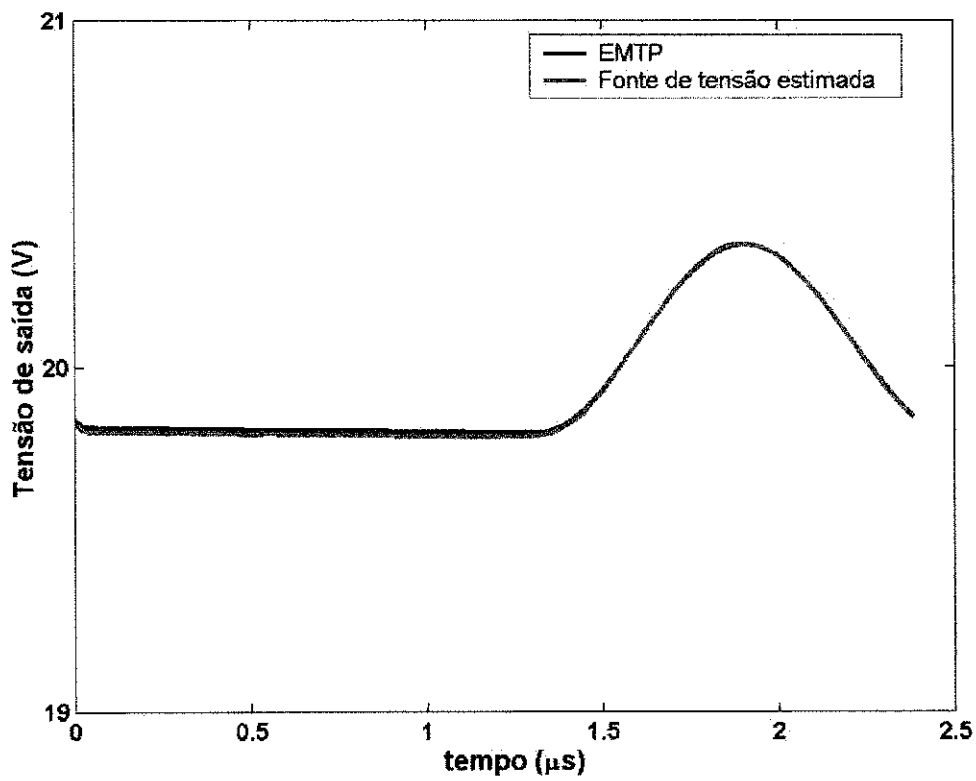


Figura 4.18 - Resposta de tensão do conversor *boost* quase-ressonante.

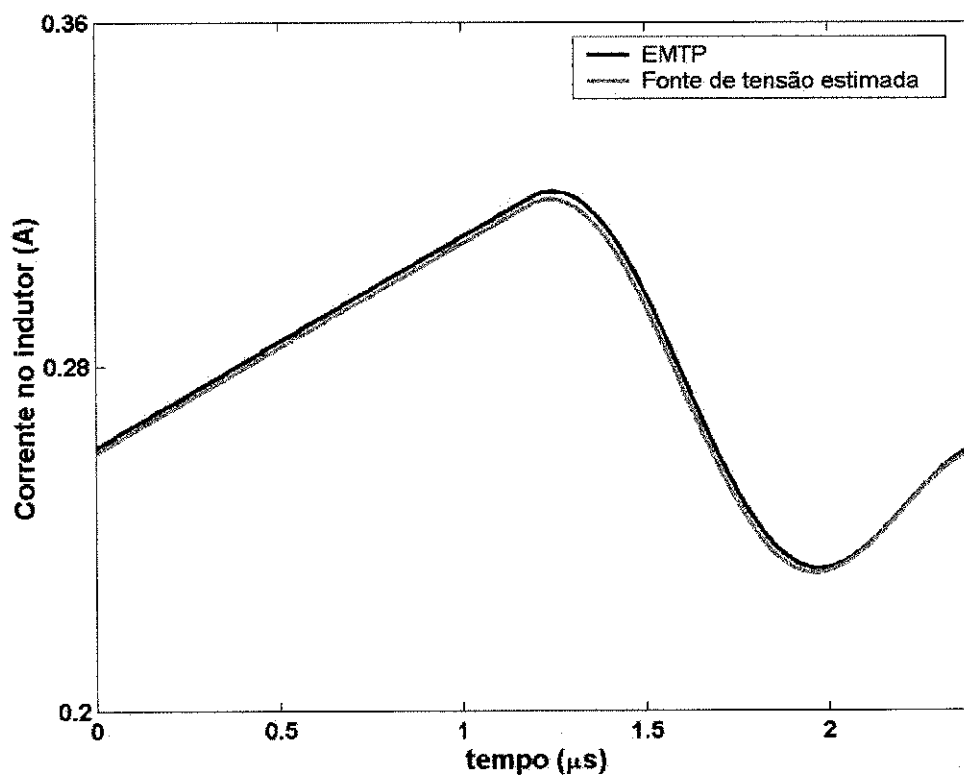


Figura 4.19 - Resposta de corrente do conversor *boost* quase-ressonante.

Foi observado que as respostas obtidas pela técnica proposta são quase idênticas às respostas obtidas pela técnica utilizada em programas de transitórios. O erro médio na tensão de saída e na corrente do indutor são 0,0535 % e 0,48 %, respectivamente.

A técnica realizada para obter as respostas desejadas de um circuito não-linear é uma interpretação em termos de circuitos elétricos da técnica de Newton-Raphson, como já foi mostrado no Capítulo II.

4.4.4 Conversor *boost*

A técnica proposta é particularmente útil para simular a resposta em regime permanente de topologias complexas de conversores tal como conversores *boost* com controle realimentado mostrado na Figura 4.20 [Femia et al, 2003].

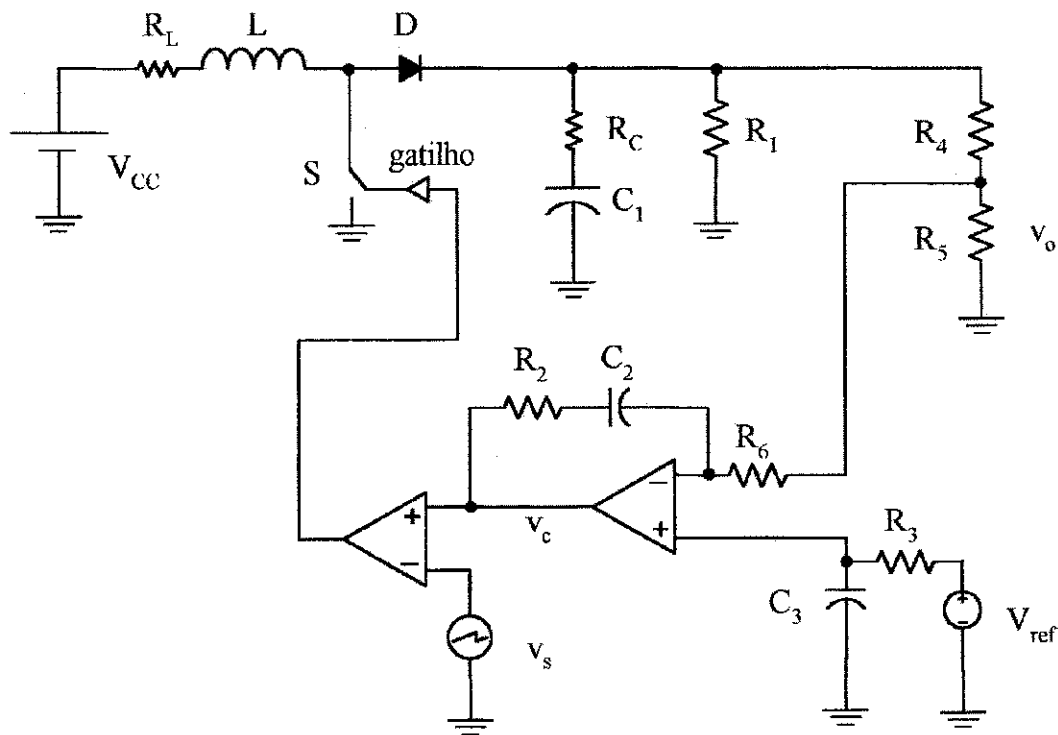


Figura 4.20 - Conversor *boost* com realimentação.

Tabela 4.5 – Parâmetros do conversor *boost*.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
R_L	0,08 Ω	C_2	220 μF
R_C	0,08 Ω	C_3	330 μF
R_1	15 Ω	L	50 μH
R_2	10 k Ω	f_s	50 kHz
R_3	0,1 Ω	k	10 ⁵
R_4	2 k Ω	V_{cc}	5 V
R_5	1 k Ω	v_{spico}	10 V
R_6	33 k Ω	v_{ref}	5 V
C_1	100 μF	-	-

Quando a chave conduz, uma corrente circula pelo indutor. Esta corrente representa a energia que deve ser entregue à carga. Neste momento, o diodo fica inversamente polarizado, não fornecendo corrente à carga. Quando o transistor bloqueia, o diodo conduz a corrente do indutor e assim, a energia armazenada no indutor é transferida para a carga e o capacitor. Esta corrente deve ser capaz de repor a carga perdida pelo capacitor durante a condução da chave e manter a corrente na carga. Durante a condução do transistor, o capacitor fornece corrente à carga e deve manter a tensão de saída sem grandes variações.

Neste circuito, a tensão de saída é uma função não-linear do ciclo de trabalho e o ciclo de trabalho é uma outra função do sinal de controle. Por isso, para encontrar as respostas deste circuito, a simulação é dividida em dois laços aninhados. O laço interno tem a finalidade de calcular as respostas do circuito de potência, mais especificamente a tensão de saída v_o . Esta variável é calculada valendo-se da técnica em que se põe uma fonte de tensão e paralelo aos elementos não-lineares. Uma vez solucionada, a tensão de saída e mais a tensão de referência v_{ref} são utilizadas no laço externo para o cálculo do

ciclo de trabalho por meio do método de Newton-Raphson, já que a tensão de saída é uma função não-linear de d . Em termos de equações, a análise é feita como segue.

Sendo o ciclo de trabalho d' o sinal de saída do comparador, deseja-se que a diferença entre d' e o ciclo de trabalho d que foi utilizado para calcular v_o seja zero.

$$F = d - d' \quad (4.44)$$

Portanto, F é a função objetivo. Para relacionar d' com v_o , é necessário analisar o sinal de saída do comparador. A Figura 4.21 mostra o sinal de controle v_c , o sinal de referência v_s e o sinal de saída do comparador.

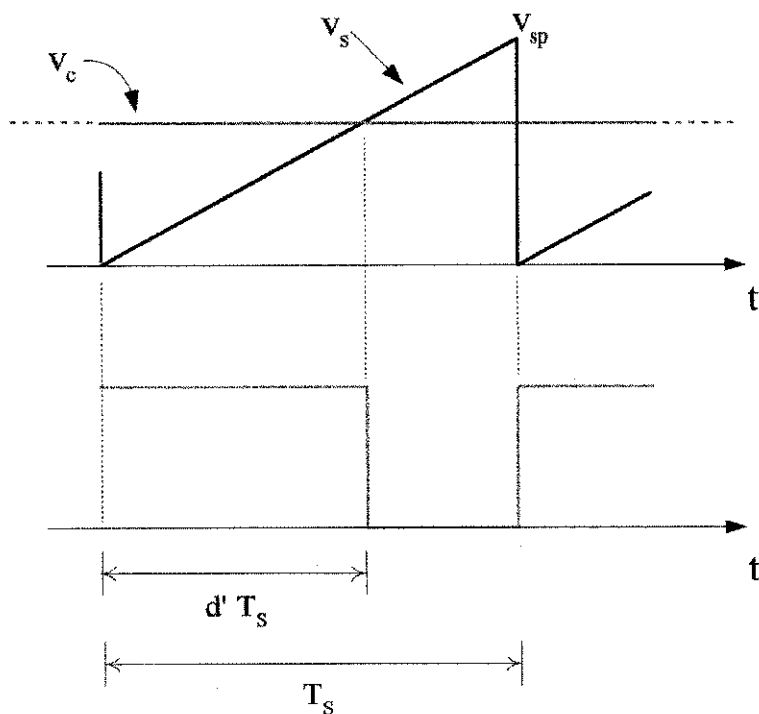


Figura 4.21 - Forma de onda de saída do comparador.

O sinal de controle sendo maior que o sinal de referência, dispara a chave, e o contrário, bloqueia-a.

Observando ainda a Figura 4.21 e baseando-se na equivalência de triângulos,

$$\frac{v_{sp}}{v_c} = \frac{T_s}{d' T_s}, \quad (4.45)$$

$$d' v_{sp} = v_c. \quad (4.46)$$

O sinal v_c corresponde a tensão de saída do amplificador.

$$v_c = k (v_{ref} - v_o). \quad (4.47)$$

Substituindo (4.47) em (4.46):

$$d' v_{sp} = k (v_{ref} - v_o), \quad (4.48)$$

Substituindo d' na equação (4.44), obtém-se:

$$F = d - \frac{k}{v_{sp}} (v_{ref} - v_o). \quad (4.49)$$

O método de Newton-Raphson é utilizado para solucionar o problema não-linear.

$$d^{(i+1)} = d^{(i)} - \frac{F^{(i)}}{F'^{(i)}}, \quad (4.50)$$

sendo F' a derivada de F em relação a d .

$$F' = 1 + \frac{k}{v_{sp}} v_o'. \quad (4.51)$$

A derivada de v_o pode ser estimada numericamente. Para estimá-la, calcula-se v_o no laço mais interno que corresponde ao circuito de potência e em seguida, calcula-se v_o novamente sendo que para a variável d é acrescentado um pequeno valor a mais.

Então, v_o' é dado por:

$$v_o' = \frac{v_o(d) - v_o(d + \Delta d)}{\Delta d}.$$

Como já mencionado, a análise do circuito de potência é feita no laço interno e segue o mesmo procedimento realizado para o conversor *boost* quase-ressonante da seção anterior, à respeito da solução de um circuito não-linear. Para calcular as respostas desejadas, é incluída uma fonte de tensão em paralelo ao elemento não-linear e uma outra como mostrado na Figura 4.22, seguindo-se a realização do método de Newton-Raphson em termos de circuito. Deve-se lembrar que as impedâncias ou admitâncias resistivas, indutivas e capacitivas são expressas em matriz impedância ou admitância, com uso da matriz derivada proposta neste capítulo. As formas de onda de tensão sobre as fontes de corrente (Figura 4.23) representam as correções para as respectivas tensões dos elementos não-lineares estimadas inicialmente.

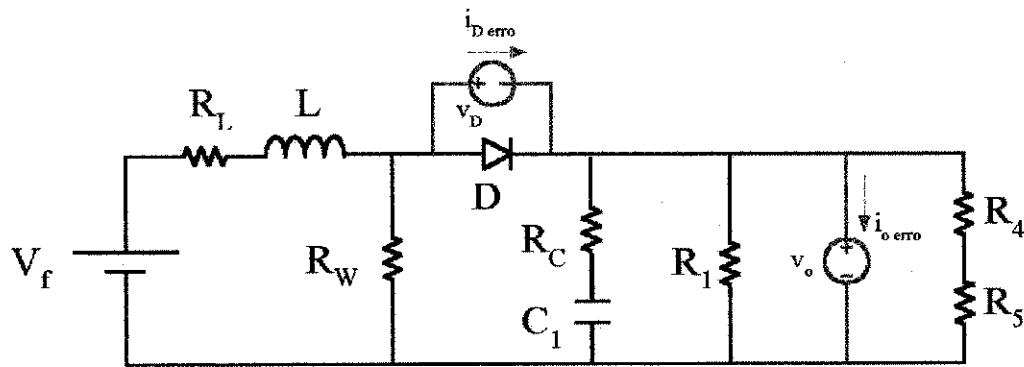


Figura 4.22 - Circuito de potência: análise não-linear.

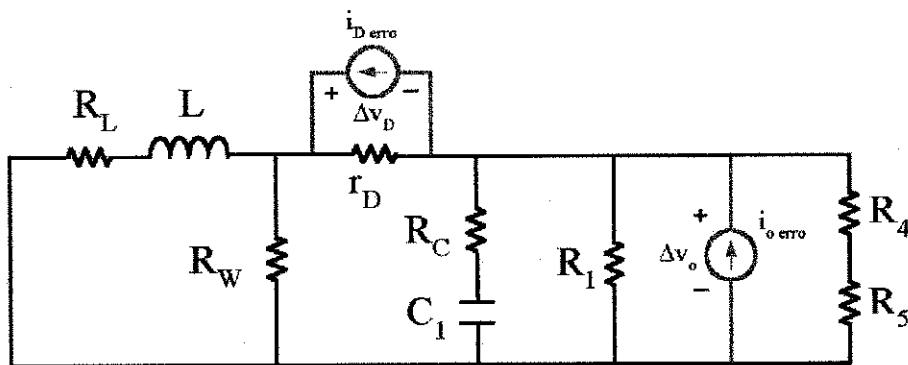


Figura 4.23 - Circuito para pequenos sinais.

Quando as normas dos vetores de corrente de erro (Figura 4.23) forem menor que uma tolerância especificada, a simulação pára.

Com uma estimação inicial do ciclo de trabalho, o laço interno requer cerca de 2 iterações e o laço externo requer cerca de 12 iterações para convergir ao regime permanente. As Figuras 4.24 e 4.25 mostram as formas de onda do conversor em regime permanente.

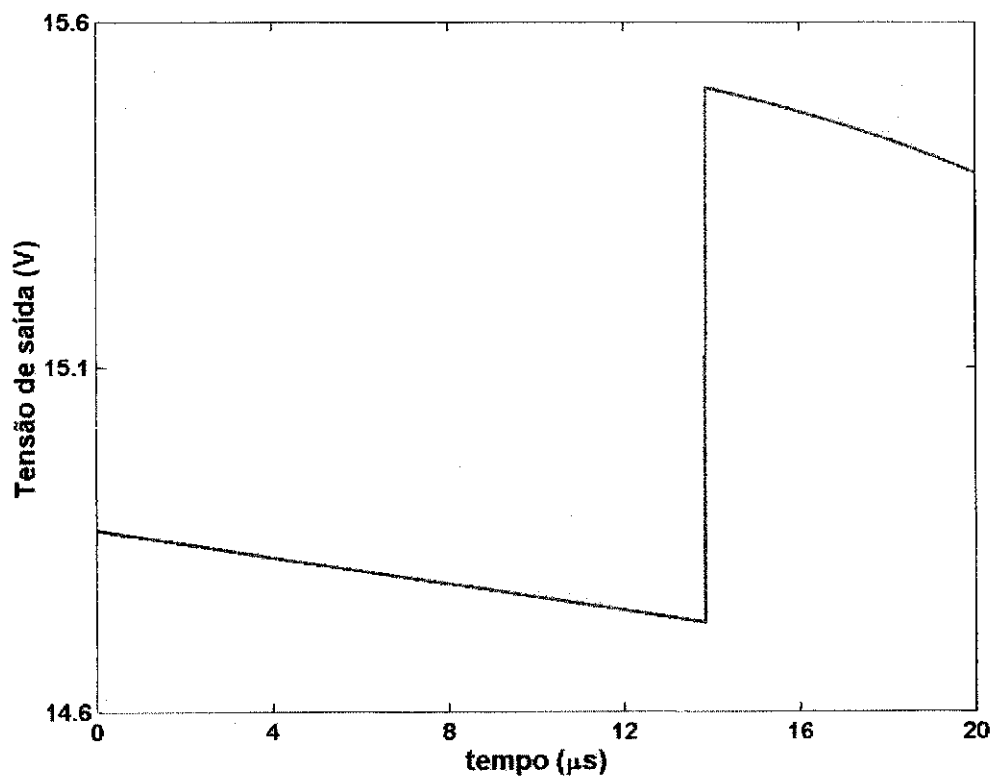


Figura 4.24 - Conversor *boost*: tensão de saída.

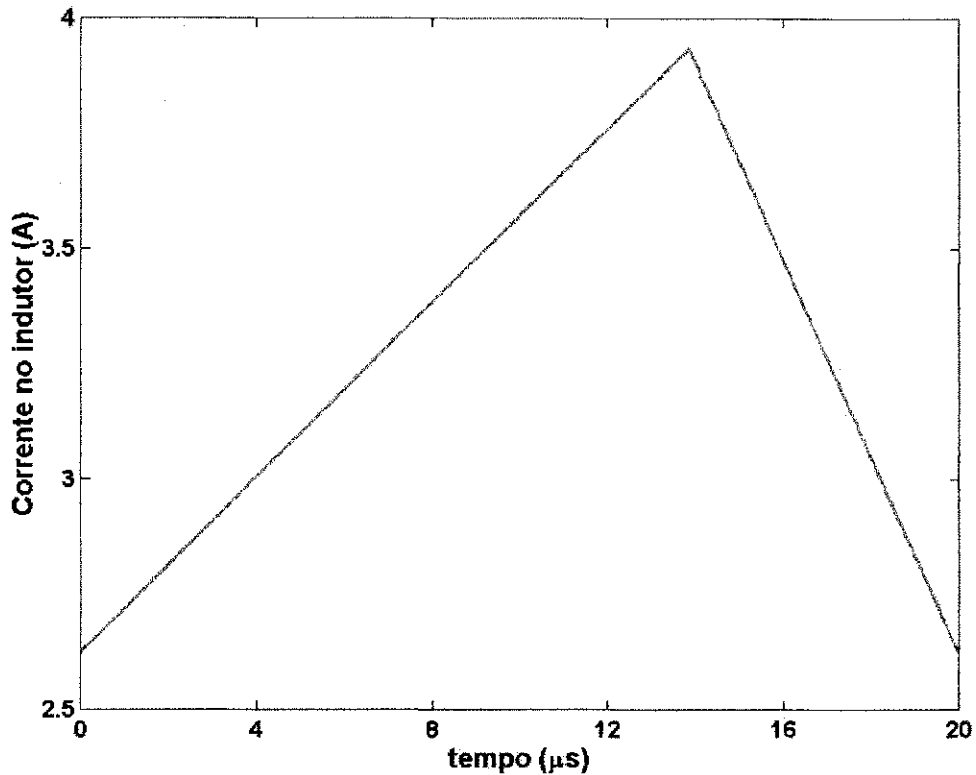


Figura 4.25 - Conversor *boost*: corrente no indutor.

Os resultados para as Figuras 4.24 e 4.25 são formas de onda esperadas pois no funcionamento deste conversor *boost*, a tensão de saída possui mesma polaridade que a tensão de entrada e a diferença de nível é devido aos pulsos de corrente que são fornecidos a cada período T para o capacitor de saída (Figura 4.24). Para a corrente de entrada, quando a chave permanece fechada seu valor cresce até que em um determinado instante a chave bloqueia. Então, o diodo conduz a corrente do indutor que é transferida para a carga. Essa corrente deve ser capaz de repor a energia perdida pelo capacitor durante a condução do transistor e manter a corrente na carga. Este estágio representa a reta com inclinação negativa da Figura 4.25.

4.4.5 Conversor *buck* com comutação suave

Uma estratégia similar foi utilizada para simular as respostas em regime permanente do conversor *buck* quase-ressonante da Figura 4.26, o qual tem um oscilador controlado por tensão no caminho de realimentação [Femia et al, 2003].

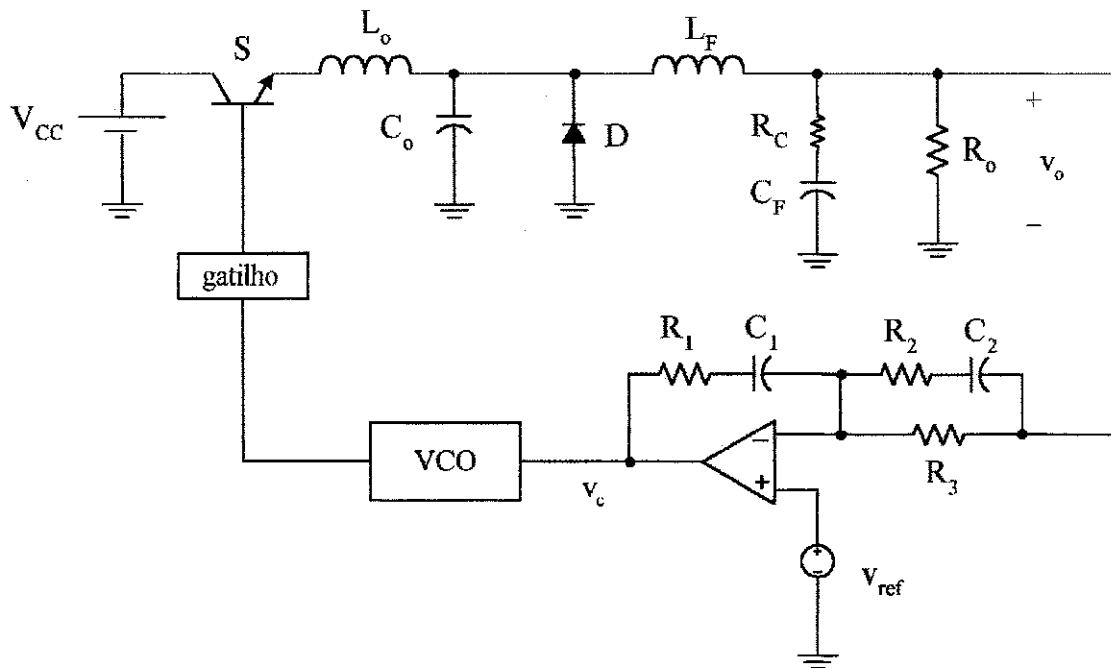


Figura 4.26 - Conversor *buck* com comutação suave.

Tabela 4.6 – Parâmetros do conversor *buck* com comutação suave.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
R_o	0,5 Ω	C_2	0,99 nF
R_1	11,97 k Ω	C_F	63 μ F
R_2	2,74 k Ω	L_F	5,7 μ H
R_3	3,1 k Ω	k	10^5
R_C	10 m Ω	V_{CC}	12 V
C_o	0,3 μ F	v_{ref}	5 V
C_1	4,85 nF	-	-

A análise da resposta em regime permanente para este circuito é semelhante ao exemplo anterior e é determinada pelo uso de dois laços de iterações. Um corresponde ao circuito de potência e o outro corresponde ao circuito de controle.

O circuito de potência é analisado no laço de iteração interno, aonde se utiliza também a técnica que inclui uma fonte de tensão em paralelo ao elemento não-linear. A partir de um valor do ciclo de trabalho d , a tensão de saída do conversor v_o é calculada. Esta tensão em conjunto com a tensão de referência v_{ref} são utilizadas no laço externo para o cálculo do ciclo de trabalho d' . Para isto, o método de Newton-Raphson foi utilizado pois d' depende de v_o , a qual é uma função não-linear de d . A seguir, mostra-se a seqüência de equações utilizadas no laço externo.

O sinal d' é a saída do VCO. Como o tempo de condução foi fixado em 350 ns e o oscilador tem $G_{vco} = 0,32$ MHz/V, determina-se a seguinte constante:

$$G_M = G_{vco} t_{on} = 0,112 V^{-1}. \quad (4.52)$$

Portanto, o ciclo de trabalho d' é dado pelo produto entre G_M e a tensão de saída do amplificador.

$$d' = G_M v_c. \quad (4.53)$$

$$d' = G_M k (v_{ref} - v_o). \quad (4.54)$$

A partir de d' , deseja-se que a diferença entre ciclo de trabalho utilizado para cálculo de respostas no circuito de potência e o calculado no circuito de controle seja zero. Ou seja, uma variável F é definida da seguinte forma:

$$F = d - d'. \quad (4.55)$$

$$F = d + G_M k (v_o - v_{ref}). \quad (4.56)$$

Como mencionado anteriormente, v_o depende de d e a solução para a equação (4.58) é encontrada por meio do método de Newton-Raphson, que deve satisfazer:

$$d^{(i+1)} = d^{(i)} - \frac{F^{(i)}}{F'^{(i)}}, \quad (4.57)$$

sendo F' a derivada de F em relação a d .

$$F' = 1 + k G_M v_o'. \quad (4.58)$$

A variável v_o' é a derivada da tensão de saída em relação a d . Assim como no exemplo anterior, esta derivada pode ser estimada numericamente.

A análise do circuito de potência é feita também de forma análoga ao da seção anterior.

Com uma estimativa inicial do ciclo de trabalho, o laço interno requer cerca de 4 iterações e o laço externo requer cerca de 3 iterações para convergir ao regime permanente. As Figuras 4.27 e 4.28 mostram as formas de onda do conversor em regime permanente.

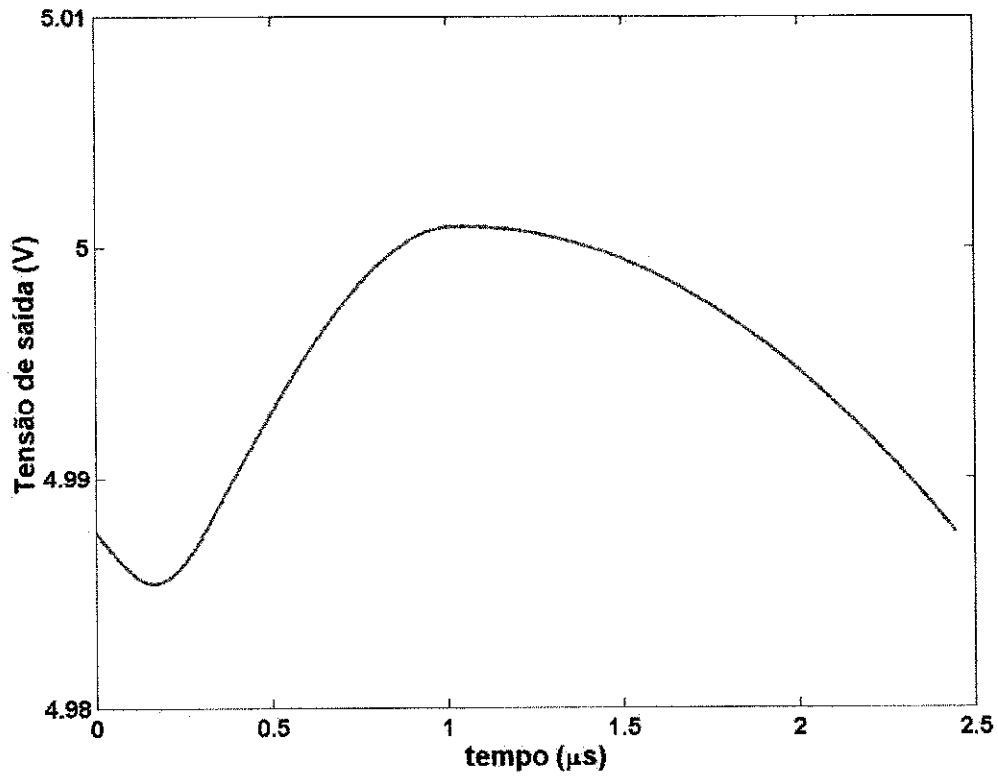


Figura 4.27 - Conversor *buck* com comutação suave: tensão de saída.

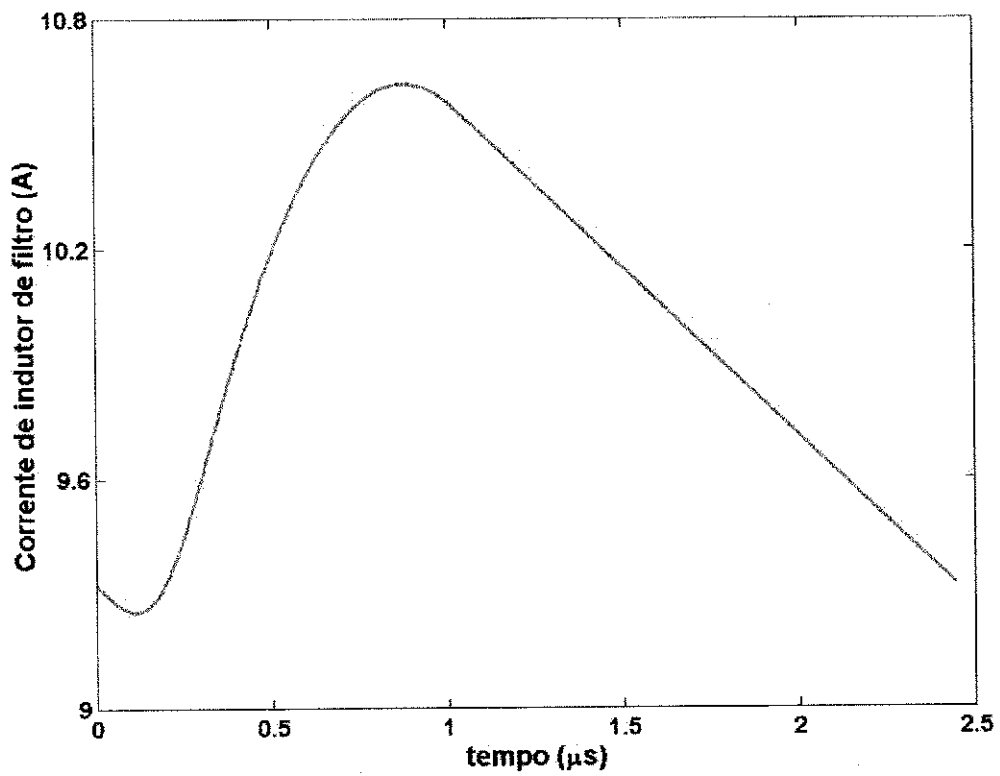


Figura 4.28 - Conversor *buck* com comutação suave: corrente no indutor.

Como no caso anterior, os resultados para as Figuras 4.27 e 4.28 são formas de onda esperadas. A oscilação na tensão de saída é muito pequena (aproximadamente 0,2 %). O ciclo de trabalho encontrado foi 0,1431 e nesse instante (dT), a chave é bloqueada correspondendo também ao instante em que a corrente do indutor da entrada é zero, ou seja, o bloqueio é realizado a corrente nula. A partir de então, o capacitor C_o passa a fornecer sozinho a energia para a carga e sua tensão decresce de forma linear. Quando esta tensão zera (aproximadamente em $1\mu s$), inicia-se o estágio de roda livre. A corrente no capacitor de saída é quase nula e a corrente na carga tem uma ondulação muito pequena, sendo praticamente uma corrente constante, como era de se esperar.

Capítulo V

CONCLUSÃO

No Capítulo I, Aprille e Trick enfrentaram o problema da determinação da resposta periódica de um circuito não-linear como um problema de valores de contorno em dois pontos, empregando um esquema de Newton-Raphson. Uma vez que o processo iterativo de Newton-Raphson tenha se iniciado satisfatoriamente, o método de Aprille e Trick converge rapidamente, mas o esforço computacional por iteração pode ser alto para grandes problemas.

No Capítulo II, foram empregadas técnicas de simulação no tempo para alcance do regime permanente. A técnica *SSA* devido a sua simplicidade é uma técnica utilizada na análise de médias para conversores CC-CC *PWM* convencionais. O problema é que esta técnica possui limitações quando aplicada a conversores sob comutação suave do tipo *QRC*, por exemplo. Estes conversores possuem frequência de comutação da mesma ordem de grandeza de sua frequência de ressonância, o que é uma das limitações de uso da técnica. Uma outra técnica que é uma generalização da *SSA* possibilitou analisar conversores CC-CC, não somente em modo *PWM*, mas também em *QRC* e outros conversores similares. Algumas limitações para estas técnicas de médias como a

necessidade de se conhecer os circuitos equivalentes em cada modo de operação, impediram-nas de serem mais largamente utilizadas.

A técnica que inclui fontes de tensão estimada no circuito foi utilizada para obter as respostas de circuitos elétricos não-lineares. Os resultados obtidos com esta técnica comparados com as do *EMTP* foram bastante próximos.

A maior dificuldade nas simulações de circuitos não-lineares por meio da força bruta é que a resposta transitória pode permanecer por um longo tempo antes de alcançar o regime permanente, o que é computacionalmente dispendioso. Esta situação ocorre principalmente em circuitos com amortecimento lento. Com este problema, torna-se impraticável calcular a resposta em regime permanente com algoritmos convencionais de simulação transitória. Portanto, duas técnicas de análise direta em regime permanente foram apresentadas neste trabalho: a matriz admitância que tem sua formulação baseada no método do balanço de harmônicos, e uma inédita que é baseada na formulação de uma matriz derivada.

No Capítulo III, a técnica que inclui fontes de tensão em paralelo ao elemento não-linear em conjunto com a técnica da matriz admitância possibilitou acelerar o regime permanente. A metodologia utilizada para a matriz admitância é de fácil compreensão e de implementação computacional sem complexidade. No entanto, como as admitâncias são matrizes quadradas cheias com ordem igual ao número de amostras, o tamanho e a quantidade destas matrizes envolvidas na simulação podem demandar um esforço muito grande, o que pode ser uma limitação para o seu uso.

Uma outra técnica que também analisa o regime permanente de forma direta foi proposta no Capítulo IV. Não existem indícios na literatura que esta técnica tenha sido feita antes. Ela é baseada numa matriz derivada esparsa para formas de onda periódica. A técnica proposta converge rapidamente, é precisa e foi comprovada através da

simulação de vários conversores, entre eles um conversor CA-CC, um inversor fonte de tensão utilizando *PWM* vetorial, um conversor *boost* quase-ressonante com comutação a tensão nula, um conversor *boost PWM* e um conversor *buck* com comutação suave, ambos com realimentação. As respostas para estes circuitos foram obtidas sem a necessidade da espera do decaimento do regime transitório, como é comum nas técnicas de análise no domínio do tempo tradicionais. Além disso, essa nova técnica é geral, podendo ser aplicada na análise de qualquer tipo de circuito elétrico não-linear, não importando a natureza do(s) elemento(s) não-linear(es) presente(s) neste circuito. No entanto, deve-se ter o cuidado em sua utilização de que o número de amostras das formas de onda devem ser maior que dez, caso contrário a técnica não realiza as derivadas nas equações de forma correta.

Este trabalho se configura como um trabalho de base, com possibilidades de aplicações diversas. Algumas sugestões são apresentadas para sua continuação:

- Realizar estudos específicos de convergência das metodologias propostas;
- Desenvolver rotinas computacionais para análise de circuitos elétricos não-lineares genéricos, nos moldes do *EMTP*, aplicando as novas técnicas mostradas nesse trabalho;
- Analisar casos de circuitos sem solução de regime permanente e de circuitos com soluções múltiplas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APRILLE, T. J., TRICK, T. N. "Steady-state Analysis of Nonlinear Circuits with Periodic Inputs". Proceedings of IEEE, Vol. 60, No. 1, pp. 108-114, January 1972.

APRILLE, T. J., TRICK, T. N. "A Computer Algorithm to Determine the Steady-state Response of Nonlinear Oscillators". IEEE Transactions on Circuit Theory, Vol. CT-19, pp. 354-360, July 1972.

BRIGHAM, E. O. "The Fast Fourier Transform". New Jersey: Prentice-Hall, 1974.

DEL VALLE, J., RODRIGUEZ, J., CONTRERAS, G. "Técnicas de Modulación Vectorial en Inversores Trifásicos". Brazilian Power Electronics Conference, Florianópolis, pp. 234-238, December 1991.

DOMMEL, H. W., MEYER, W. S. "Computation of Electromagnetic Transients". Proceedings of the IEEE, Vol. 62, No. 7, pp. 983-993, July 1974.

DUBE, L. R., DOMMEL, H. W. "Simulation of Control Systems in an Electromagnetic Transients Program with TACS". IEEE Power Industry Computer Application Conference, pp. 266-271, 1977.

FEMIA, N., SPAGNUOLO, G., VITELLI, M. "Steady-state Analysis of Hard and Soft Switching DC-to-DC Regulators". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 18, No. 1, pp. 51-64, January 2003.

FREY, D. R., NORMAN, O. "An Integral Equation Approach to the Periodic Steady-state Problem in Nonlinear Circuits". IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 39, No. 9, pp. 744-755, September 1992.

LEHN, P. W. "Exact Modeling of the Voltage Source Converter". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 17, No. 1, pp. 217-222, January 2002.

MIDDLEBROOK, R. D. "Small Signal Modeling of Pulse-Width Modulated Switched-Mode Power Converters". Proceedings of the IEEE, Vol. 76, No. 4, pp. 343-354, April 1988.

MIDDLEBROOK, R. D., CUK, S. "A General Unified Approach to Modelling Switching-Converter Power Stages". IEEE Power Electronics Specialists Conference, pp. 18-34, 1976.

MOHAN, N., ROBBINS, W. P., UNDELAND, T., NILSSEN, R., MO, O. "Simulation of Power Electronic and Motion Control Systems – An Overview". Proceedings of the IEEE, Vol. 82, No. 8, pp. 1287-1302, August 1994.

MOHAN, N., UNDELAND, T., ROBBINS, W. P. "Power Electronics: Converters, Applications, and Design". New York: John Wiley & Sons, 1995.

NAIDU, S. R., FERNANDES, D. A. "A Novel Technique for Simulating the Steady-state Response of Power Converters". European Conference on Circuit Theory and Design, Cracow, Poland, September 1-4, 2003.

NAIDU, S. R., LASSETER, R. H. "A Study of Composite Resonance in AC/DC Converters". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 18, No. 3, pp. 1060-1065, July 2003.

NAIDU, S. R., LIMA, A. M. N. "A New Approach for the Simulation of Power Electronic Circuits". IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 49, No. 9, pp. 1317-1324, September 2002.

NAIDU, S. R., LIMA, A. M. N., TRINDADE, W. J. "Methodology for Simulating the Response of Nonlinear Power Circuits". Proceedings of Generation Transmission Distribution, Vol. 146, No. 6, pp. 568-572, November 1999.

SEMLYEM, A., RAJAKOVIC N. "Harmonic Domain Modeling of Laminated Iron Core". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 4, No. 1, pp. 382-390, 1989.

SOUZA, B. A. "Métodos Computacionais da Resposta de Circuitos Não-Lineares com Excitação Periódica: Um Estudo Voltado para a Análise de Ferrossonância", Tese de Doutorado, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, Brasil, abril 1995.

TREFETHEN, L. N. "Spectral Methods in Matlab". Philadelphia: Siam, 2000.

TRINDADE, W. J. "Uma Técnica no Domínio do Tempo para a Análise do Conversor CA/CC a Tiristor com Aplicação no Estudo da Transferência de Harmônicos e Componentes de Potência", Tese de Doutorado, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, Brasil, dezembro 2001.

VAN DER BROECK, H. W., SKUDELNY, H. C., STANKE, G. V. "Analysis and Realization of a Pulsewidth Modulator Based on Voltage Space Vectors". IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 24 (1), No. 8, pp. 142-150, June 1984.

XU, J., LEE, C. Q. "A Unified Averaging Technique for the Modeling of Quasi-Resonant Converters". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 13, No. 3, pp. 556-563, May 1998.

XU, J., REN, E. "Analysis of Quasi-Resonant Converters Using an Unified Averaging Technique". IEEE International Symposium on Circuits and Systems, pp. 929-932, Hong Kong, June 1997.

XU, J., YU, J. "Time Averaging Equivalent Circuit Analysis of Switching Dc-Dc Converters in Discontinuous Conduction Mode". Proceedings on IECON, Vol. 3, pp. 656-660, October 1988.