

Contribuições aos Projetos de Sistemas com Codificação Espaço-
Temporal e Sequências para Espalhamento Espectral

George Azevedo da Silva

Tese de Doutorado submetida à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba – Campus II como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Doutor em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração : Processamento da Informação

Orientador: Prof. Dr. Francisco Marcos de Assis

Campina Grande, Paraíba, Brasil

Fevereiro, 2001



S586e Silva, George Azevedo da
Contribuicoes aos projetos de sistemas com codificacao
espacio-temporal e sequencias para espalhamento espectral /
George Azevedo da Silva. - Campina Grande, 2001.
111 f.

Tese (Doutorado em Engenharia Eletrica) - Universidade
Federal da Paraiba, Centro de Ciencias e Tecnologia.

1. Codificacao Espacio-Temporal 2. Diversidade 3.
Espalhamento Espectral 4. Tese I. Assis, Francisco Marcos
de, Dr. II. Universidade Federal da Paraiba - Campina
Grande (PB) III. Título

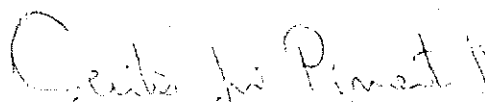
CDU 621.3:621.387.391.5(043)

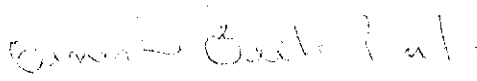
CONTRIBUIÇÕES PARA ANÁLISE DE DESEMPENHO DE SISTEMAS DE
TRANSMISSÃO EM DIVERSIDADE POR CODIFICAÇÃO ESPÁCIO-TEMPORAL E
O PROJETO DE SEQUÊNCIAS PARA ESPALHAMENTO ESPECTRAL USANDO
CÓDIGOS ALGÉBRICO-GEOMÉTRICOS

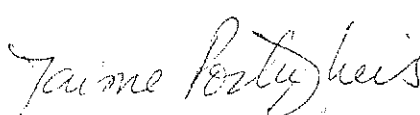
GEORGE AZEVEDO DA SILVA

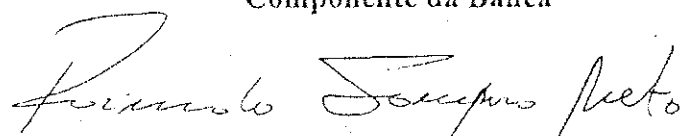
Tese Aprovada em 09.02.2001

FRANCISCO MARCOS DE ASSIS, Dr., UFPB
Orientador


CECÍLIO JOSÉ LINS PIMENTEL, Ph.D., UFPE
Componente da Banca


ERNESTO LEITE PINTO, Dr., IME
Componente da Banca


JAIME PORTUGHEIS, Ph.D., UNICAMP
Componente da Banca


RAIMUNDO SAMPAIO NETO, Ph.D., CETUC-PUC-RIO
Componente da Comissão

CAMPINA GRANDE - PB
Fevereiro - 2001

Agradecimentos

Ao meu orientador Prof. Dr. Francisco Marcos de Assis pela maneira com que possibilitou o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores desta instituição pelos conhecimentos valiosos repassados durante todo o curso de doutorado.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento científico e Tecnológico – CNPq pelo importante apoio financeiro prestado.

Ao Centro Federal de Ensino Tecnológico do Rio Grande do Norte – CEFET/RN por viabilizar a minha participação neste curso de doutorado.

Aos colegas de pós-graduação pelos auxílios prestados no desenvolvimento do trabalho, em especial, a Juraci Ferreira Galdino pela importante colaboração dada no desenvolvimento dos tópicos relacionados à estimação de canais.

À minha esposa Rosane Maria de Araújo pelo apoio e companhia durante a realização deste trabalho.

Aos meus Pais Olivio Borges da Silva e Aynar Azevedo da Silva por sempre terem me incentivado a estudar.

Resumo

Este trabalho apresenta uma análise de desempenho de sistemas de comunicações que utilizam codificação espaço-temporal, avaliando o comportamento destes sistemas em condição de existência de erros de estimação de canal. São propostos ainda alguns esquemas de transmissão que integram codificação, diversidade espacial e construção de constelações resistentes ao desvanecimento. Outro tema abordado consiste na aplicação de códigos de geometria algébrica no desenvolvimento seqüências aplicadas à realização de espalhamento espectral por saltos em frequência.

Inicialmente é feita uma caracterização do ambiente onde ocorre a transmissão, definindo os efeitos provocados pelo meio de transmissão e pela condição de mobilidade. Em seguida são apresentados conceitos de codificação espaço-temporal e os algoritmos utilizados pelo receptor para realização da estimação do canal.

Na análise de desempenho considera-se inicialmente um meio com desvanecimento plano e invariante em um bloco de símbolos com o receptor conhecendo de forma perfeita o estado do canal. O enfoque da análise é centrado no desenvolvimento de esquemas que combinam técnicas de diversidade, codificação e construção de constelações resistentes ao desvanecimento. Os resultados mostram que essa integração induz uma melhoria de desempenho dos sistemas.

Em seguida, considera-se canais planos variantes e canais invariantes seletivos em frequência com o receptor implementando algoritmos de estimação do estado do canal. Nestes casos o objetivo da análise é verificar se o desempenho dos esquemas de codificação são afetados por estes ambientes mais complexos e mais próximos de situações reais. Observa-se que os ganhos promovidos pelos esquemas de codificação e diversidade dependem bastante não só das condições do meio como também dos algoritmos utilizados para identificação do canal.

A contribuição na aplicação de códigos de geometria algébrica consiste na utilização de códigos, baseado na curva de *Hermite*, para geração de seqüências para espalhamento espectral. Verifica-se que as seqüências obtidas apresentam vantagens sobre às similares geradas usando códigos de *Reed-Solomon*.

Abstract

This thesis presents a performance analysis of space-time encoded communication systems, considering errors due to fails on channel estimation. Transmission schemes combining coding, space diversity and fading resistant constellations are proposed. An application of algebraic geometric codes to design efficient spread spectrum sequences to frequency hopping systems is also proposed.

The work begins with a discussion on channel characteristics by defining effects introduced by transmission media and mobile environment. After that, concepts related to space-time coding and channel estimation algorithms are presented.

Invariant flat fading models and perfect channel state information are considered in the first part of analysis. In this part the objective is designing transmission schemes that combines coding, diversity and fading resistant constellations. Results show that an integration of these techniques improves the performance of communication systems.

The second part of analysis copes with two channel models, a flat time-variant model and a frequency selective time-invariant model. In this part the receiver include some classical algorithms for channel state estimation. Here, the objective of analysis is to verify the performance of coding schemes over more complex environments, nearer real situations. It is shown that coding gains are strongly affected by channel state and channel identification algorithm.

The contribution of this thesis in applying algebraic geometric codes is made by means the use of Hermitian curves codes in order to generate new frequency hopping spread-spectrum sequences. It is verified that obtained sequences exhibit advantages over sequences generated using classical Reed-Solomon codes.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Objetivos	2
1.2	Organização do trabalho	3
2	Caracterização do Desvanecimento.....	4
2.1	Desvanecimento de Larga e Pequena Escala.....	4
2.2	Desvanecimento de Larga Escala.....	6
2.3	Desvanecimento de Pequena Escala.....	7
2.4	Espalhamento Temporal analisado no Domínio do Tempo de Atraso.	9
2.5	Espalhamento Temporal analisado no Domínio da Freqüência.....	11
2.6	Ambiente Variante no Tempo analisado no Domínio do Tempo.	12
2.7	Dualidade.....	13
2.8	Ambiente Variante no Tempo analisado no Domínio do Deslocamento Doppler.....	13
2.9	Modelo de Simulação do Canal.....	15
3	Códigos Espaço-Temporais.....	21
3.1	Sistemas com Diversidade Espaço-Temporal.	23
3.2	Crítérios de Desempenho para Sistemas com Codificação Espaço- Temporal.....	25
3.2.1	Crítérios de Desempenho: Conceitos Básicos.	25
3.2.2	Desvanecimento Rayleigh.....	26
3.2.3	Desvanecimento Rayleigh Rápido.....	29
3.3	Constelações Resistentes ao Desvanecimento.....	31

4	Estimação de Canal.....	33
4.1	Técnicas de Estimação de Canal.....	33
4.2	Técnica LMS (Least Mean Square).....	36
4.3	Técnicas de Identificação Cega.....	38
4.4	Identificação Cega utilizando Estatísticas de Segunda Ordem	39
5	Desempenho de Sistemas com Codificação Espaço-Temporal em Canais com Desvanecimento Plano e Lento e Conhecimento Perfeito do Estado do Canal	44
5.1	Sistemas de Referência.....	45
5.1.1	Sistema PSK não codificado.....	45
5.1.2	Sistema PSK com diversidade temporal intrínseca.....	48
5.1.3	Sistemas com diversidade espacial e constelações resistentes ao desvanecimento.....	52
5.2	Sistemas Propostos	55
5.2.1	Sistema com modulação codificada, diversidade espacial e constelações resistentes ao desvanecimento.	55
5.2.2	Sistemas com códigos espaço-temporais e constelações resistentes ao desvanecimento.....	57
5.2.3	Generalização de esquemas de diversidade espacial e constelações resistentes ao desvanecimento.	60
5.2.4	Codificação em esquemas de diversidade espacial e constelações resistentes ao desvanecimento.	64
6	Desempenho de Sistemas com Codificação Espaço-Temporal e Estimação do Estado do Canal.....	69
6.1.	Sistemas em Canal com Desvanecimento Plano e Variante com Estimação de Canal utilizando Identificador LMS.....	69
6.1.1.	Modelo do Canal.....	70
6.1.2.	Resultados de Simulação.....	70
6.2.	Sistemas com Estimação de Canal utilizando Identificador Cego.	81
6.2.1.	Modelo de Canal	82
6.2.2.	Resultados de Simulação.....	83

7	Seqüências de Espalhamento para Sistemas de Salto em Freqüência.....	88
7.1	Propriedades de Seqüências para Espalhamento Espectral para sistemas FH/SS.....	88
7.2	Projeto de Seqüências com uso do Código de Reed-Solomon.....	91
7.3	Códigos de Geometria Algébrica.....	92
7.3.1	Definição de Códigos de Geometria Algébrica.....	92
7.3.2	Código de Hermite.....	93
7.3.3	Subcorpos da função de Hermite.....	94
7.4	Utilização de Códigos de Geometria Algébrica no Projeto de Seqüências.....	95
7.4.1	Códigos Cíclicos baseados na Curva de Hermite.....	96
7.4.2	Características de Códigos Cíclicos baseados na Curva de Hermite.....	97
7.4.3	Códigos Obtidos.....	97
8	Conclusões.....	99
	Apêndice A - Conceitos Básicos de Geometria Algébrica.....	102
A.1	Variedades Afins.....	102
A.2	Curvas Planas.....	104
A.3	Variedades Projetivas.....	105
A.4	Curvas Planas Projetivas.....	106
A.5	Divisores em Curva Algébrica.....	107
A.6	Curvas Algébricas em Corpos Finitos.....	107
	Bibliografia.....	108

Índice de Figuras

Capítulo 2

Figura 2.1 - Manifestações do Desvanecimento	6
Figura 2.2 - Resposta de um canal multipercurso a um pulso no tempo, como função da posição da antena	8
Figura 2.3 - Desvanecimento de pequena escala: mecanismos, tipos de degradação e efeitos	9
Figura 2.4 - Relações entre as funções de correlação e densidades de potência	10
Figura 2.5 - Relações entre funções de autocorrelação e os espectros de potência ..	19

Capítulo 3

Figura 3.1 - Esquema de transmissão com diversidade espácio-temporal.....	24
---	----

Capítulo 4

Figura 4.1 - Recepção com Identificador de Canal.....	34
Figura 4.2 - Recepção com Equalizador.....	35
Figura 4.3 - Estrutura do Algoritmo LMS.....	36
Figura 4.4 - Estrutura do Filtro Transversal.....	37
Figura 4.5 - Estrutura do mecanismo adaptativo de controle dos coeficientes.....	38

Capítulo 5

Figura 5.1 - Diagrama de blocos de um sistema de comunicação não codificado... 46	46
Figura 5.2 - Constelações M-PSK (BPSK, QPSK e 8-PSK)	46
Figura 5.3 - Desempenho de sistemas com modulação PSK sem codificação Curva 1: Sistema BPSK, Curva 2: Sistema QPSK, Curva 3: Sistema 8-PSK.....	48
Figura 5.4 - Diagrama de blocos de um sistema de comunicação com diversidade temporal.....	49
Figura 5.5 - Codificador convolucional de taxa 4/5.....	49
Figura 5.6 - Codificador convolucional de taxa 5/6.....	51

Figura 5.7 – Desempenho de sistemas com modulação PSK e diversidade temporal intrínseca. Curva 1: Sistema 4 PSK, Curva 2: Sistema 8 PSK com codificador taxa 4/5, Curva 3: Sistema 8 PSK com codificador taxa 5/6.....	52
Figura 5.8 – Diagrama de blocos de um sistema de comunicação com diversidade espacial.....	52
Figura 5.9 – Desempenho de sistemas com modulação L-cubo com e sem rotação. Curva 1: Cubo sem rotação, Curva 2: Cubo bidimensional rotacionado, Curva 3: Cubo tridimensional rotacionado, Curva 4: Cubo de dimensão 4 rotacionado.....	54
Figura 5.10 – Diversidade de componentes da constelação L-cubo bidimensional.	54
Figura 5.11 – Diagrama de blocos de um sistema de comunicação com diversidade espacial.....	55
Figura 5.12 – Codificador convolucional de taxa 2/3.....	55
Figura 5.13 – Particionamento da constelação.....	56
Figura 5.14 – Desempenho de sistemas com modulação codificada L-cubo com e sem rotação. Curva 1: Sistema sem rotação ou codificação, Curva 2: Sistema sem codificação com cubo rotacionado, Curva 3: Sistema com codificação e cubo sem rotação, Curva 4: Sistema com codificação e cubo com rotação.	57
Figura 5.15 – Diagrama de blocos de um sistema de comunicação com diversidade espacial.....	59
Figura 5.16 – Pontos da constelação 3D utilizada	59
Figura 5.17 – Desempenho de sistemas com diversidade espacial e temporal. Curva 1: Sistema sem rotação ou codificação, Curva 2: Sistema com rotação e sem codificação, Curva 3 : Sistema com rotação e com codificador de taxa 4/5, Curva 4 : Sistema com rotação e com codificador de taxa 5/6.....	60
Figura 5.18 – Representação de uma constelação 4D e suas projeções sobre planos ortogonais	61
Figura 5.19 – Diagrama de blocos de um sistema com diversidade espacial transmitindo projeções 2D por cada antena	62
Figura 5.20 – Projeções da constelação 4D	63
Figura 5.21 – Desempenho de sistemas utilizando a definição generalizada de diversidade espacial Curva 1: Sistema 4PSK com 1 antena, Curva 2: Sistema com constelação 4D e 4 antenas, Curva 3 : Sistema com constelação 4D e 4 antenas.....	64

Figura 5.22 – Diagrama de blocos de um sistema com diversidade espacial utilizando projeções 2D em cada antena.....	65
Figura 5.23 – Desempenho de sistemas com codificação, diversidade espacial e constelações rotacionadas Curva 1: Sistema 4PSK com 1 antena, Curva 2: Sistema com constelação 4D e 4 antenas, Curvas 3, 4 e 5 : Sistema codificado com constelação 4D, 4 antenas e codificadores de 4, 8 e 16 estados.....	68

Capítulo 6

Figura 6.1 - Desempenho em função do passo do <i>LMS</i> com codificador de 4 estados. Desvio Doppler máximo igual a 10 Hz. Curvas com razão sinal ruído 8, 18 e 28 dB.	71
Figura 6.2 - Desempenho em função do passo do <i>LMS</i> com codificador de 4 estados. Desvio Doppler máximo igual a 50 Hz. Curvas com razão sinal ruído 8, 18 e 28 dB.	72
Figura 6.3 - Desempenho em função do retardo na decisão do símbolo de sistema com codificador de 4 estados. Desvio Doppler máximo igual a 10 Hz. Curvas com razão sinal ruído 8, 18 e 28 dB.....	73
Figura 6.4 - Desempenho em função do retardo na decisão do símbolo de sistema com codificador de 4 estados. Desvio Doppler máximo igual a 100 Hz. Curvas com razão sinal ruído 8, 18 e 28 dB.....	73
Figura 6.5 – Desempenho de sistemas com código com 4 estados (Curvas 1 a 3) e não codificado (Curvas 4 a 6) para desvio Doppler máximo igual a 10, 50 e 100 Hz.....	74
Figura 6.6 - Curvas de Erro Médio Quadrático ao longo do quadro. Curvas para razão sinal ruído de 20 dB e desvio Doppler máximo igual a 10, 50 e 100 Hz.	76
Figura 6.7 - Histograma do erros ao longo do bloco de informação. Curvas para razão sinal ruído de 20 dB e desvio Doppler máximo igual a 10, 50 e 100 Hz.....	76
Figura 6.8 - Desempenho em função do retardo na decisão do símbolo de sistema com codificador de 16 estados. Desvio Doppler máximo igual a 10 Hz. Curvas com razão sinal ruído de 10, 20 e 30 dB.	77
Figura 6.9 - Desempenho em função do retardo na decisão do símbolo de sistema com codificador de 16 estados. Desvio Doppler máximo igual a 100 Hz. Curvas com razão sinal ruído de 10, 20 e 30 dB.	77

Figura 6.10 - Desempenho em função do retardo na decisão do símbolo de sistema com codificador de 32 estados. Curvas para desvio Doppler máximo igual a 10, 50 e 100 Hz com razão sinal ruído de 20 dB.....	78
Figura 6.11 - Desempenho de sistemas com código com 16 estados (Curvas 1 a 3) e não codificado (Curvas 4 a 6) para desvio Doppler máximo igual a 10, 50 e 100 Hz.....	79
Figura 6.12 - Desempenho de sistemas com código com 32 estados (Curvas 1 a 3) e não codificado (Curvas 4 a 6) para desvio Doppler máximo igual a 10, 50 e 100 Hz.....	79
Figura 6.13 - Desempenho de sistemas com código com 4, 16 e 32 estados para desvio Doppler máximo igual a 10 Hz.....	80
Figura 6.14 - Desempenho de sistemas com código com 4, 16 e 32 estados para desvio Doppler máximo igual a 100 Hz.....	81
Figura 6.15 - Desempenho de sistema 4PSK não codificado. Curvas 1 a 3 mostram os resultados de desempenho considerando estimação ideal, curvas 4 a 6 mostram o desempenho do sistema utilizando algoritmos de identificação cega de canal.....	84
Figura 6.16 - Desempenho de sistemas em canal com desvanecimento plano. Curvas 1 e 2 mostram os resultados de desempenho de sistemas não codificados, curvas 3 e 4 mostram o desempenho do sistema com codificador de 4 estados	85
Figura 6.17 - Desempenho de sistemas em canais seletivos em frequência. Curvas 1 a 3 mostram os resultados de desempenho considerando estimação ideal, curvas 4 e 5 mostram o desempenho utilizando esquemas de identificação cega de canal.....	86
Figura 6.18 - Comparação do desempenho de sistemas codificados e não codificados. Curvas 1 e 3 mostram os resultados de sistemas não codificados, curvas 2 e 4 mostram os resultados dos sistemas codificados.....	87

Índice de Tabelas

Capítulo 5

- Tabela 5.1 - Partições da constelação de 32 pontos. Os bits $X_2 \dots X_0$ definem a sub-constelação. Os bits $X_4 X_3$ definem o ponto dentro da sub-constelação. ... 50
- Tabela 5.2 - Partições da constelação de 64 pontos Os bits $X_3 \dots X_0$ definem a sub-constelação. Os bits $X_5 X_4$ definem o ponto dentro da sub-constelação 52
- Tabela 5.3 - Coordenadas normalizadas da constelação $4D$ rotacionada. As primeiras duas colunas são projeções no plano 1,2 e as duas últimas são as projeções no plano 3,4..... 63

Capítulo 7

- Tabela 7.1 - Códigos de geometria algébrica obtidos. Corpos finitos, automorfismos, curvas, comprimento de códigos algébricos e comprimento do código de Reed-Solomon. 98

Capítulo 1

Introdução

Em sistemas comunicações móveis o sinal normalmente trafega do transmissor ao receptor por múltiplos percursos, fazendo com que o sinal recebido varie muito em amplitude apenas com pequenas alterações na distância ou orientação entre transmissor e receptor, bem como pela alteração da posição dos obstáculos presentes no percurso. O efeito do multipercurso é chamado de desvanecimento e pode afetar de forma grave a qualidade da transmissão. Diversas técnicas têm sido desenvolvidas para combater o efeito do desvanecimento e viabilizar a comunicação nestes ambientes.

A modulação codificada em treliça (TCM) é uma técnica utilizada para introduzir redundância na seqüência de informação. A idéia inicial, proposta por Ungerboeck [26], é transmitir k bits usando uma constelação com uma quantidade de pontos n maior que a mínima necessária para a transmissão dos k bits ($n > 2^k$). Com isso, pode-se utilizar um codificador para selecionar de forma adequada o ponto da constelação mapeado por cada conjunto de k bits de informação, controlando e aumentando a distância Euclidiana relativa entre os sinais da constelação, melhorando o desempenho do sistema.

A modulação codificada com diversidade temporal intrínseca é uma evolução da técnica TCM proposta por Ungerboeck. A idéia desta técnica, proposta por Wei [35], é transmitir os bits de informação utilizando uma constelação multidimensional ($m.N$ dimensões) na qual cada símbolo de dimensão N é transmitido por intervalo de sinalização. Um símbolo multidimensional é, portanto, transmitido em m intervalos de sinalização. O uso de vários intervalos de sinalização para transmissão de um símbolo caracteriza a introdução de uma diversidade temporal no sistema. Este esquema utiliza também um codificador para selecionar de forma adequada o ponto da constelação multidimensional a ser utilizado por cada conjunto de bits de informação a ser transmitido. A escolha do ponto pode ser feita por critérios próprios para canais com desvanecimento [8],[40].

Num ambiente de comunicações móveis e pessoais é também viável utilizar

diversidade espacial na estação rádio base pois há espaço físico para instalação de múltiplas antenas [41]. Uma forma simples de introduzir esta técnica é fazer com que o sinal seja transmitido pela antena que apresenta a melhor relação sinal ruído. Esta opção, entretanto, implica na necessidade de utilizar um canal de retorno para viabilizar a medição contínua da relação sinal ruído. O conjunto de antenas na estação rádio base pode também ser utilizado simultaneamente entendendo o conjunto de sinais enviados como ponto de uma constelação multidimensional.

Constelações resistentes ao desvanecimento são obtidas através de otimização de uma medida de distância para canais com desvanecimento [8], [40], [41]. A otimização consiste basicamente na rotação da constelação, preservando a distância euclidiana entre os pontos da constelação, não alterando o desempenho da mesma frente ao ruído gaussiano, mas introduzindo um ganho em canais com desvanecimento. Com a constelação rotacionada, suas projeções tornam-se distintas, introduzindo-se no sistema uma diversidade de componentes, que resulta em ganhos de desempenho em canais com desvanecimento.

Algoritmos de identificação de canais são utilizados pelo receptor para estimar o estado do canal. Esta informação é empregada nas métricas utilizadas para decidir que símbolo foi transmitido a partir do sinal recebido. Em consequência, o desempenho global dos sistemas de comunicação depende da qualidade da estimativa que o receptor tem do canal.

As técnicas citadas são utilizadas com objetivo de reduzir a taxa de erro na transmissão, principalmente, quando esta ocorre em canais com desvanecimento. A análise destas técnicas é de fundamental importância para o aperfeiçoamento dos sistemas de comunicação móveis.

1.1 Objetivos

Neste trabalho o problema da transmissão de informação em sistemas de comunicações móveis é enfrentado com a utilização de técnicas de diversidade e codificação. Juntamente com estas técnicas, são examinados algoritmos de identificação de canal que influenciam de forma significativa no desempenho geral da transmissão. O objetivo principal é analisar o desempenho de esquemas de transmissão que integrem codificação e diversidade, principalmente aquelas implementam codificação espaço-temporal.

Outro tema abordado consiste no desenvolvimento de códigos algébrico-geométricos para utilização em esquemas de transmissão de comunicações móveis com espalhamento espectral por saltos em frequência. Este tópico foi analisado em um projeto de pesquisa realizado no início do desenvolvimento da tese. Embora tenham sido obtidos alguns resultados interessantes, optou-se por aprofundar o tema relativo à codificação e diversidade que tornou-se o objetivo principal desta tese.

1.2 Organização do trabalho

O desenvolvimento deste trabalho abrange o estudo de diversos tópicos, tais como, modelos de canais com desvanecimento, códigos espaço-temporais e estimação de canal e códigos baseados em geometria algébrica. Cada um destes tópicos está diretamente relacionado com os objetivos desta tese.

O capítulo 2 apresenta uma caracterização do efeito do desvanecimento. É apresentada uma classificação dos tipos distintos de distúrbios provocados pelo multipercurso, assim como, uma análise destes distúrbios no domínio do tempo e da frequência.

O capítulo 3 conceitua diversidade, mostrando algumas formas de implementação em sistemas de comunicação. São apresentadas estruturas de sistemas com codificação espaço-temporal e definidos critérios utilizados nos projetos de códigos.

O capítulo 4 aborda o tema de estimação de canais. São apresentados dois algoritmos para realização da identificação do canal. O algoritmo LMS, que pode ser utilizado em canais variantes no tempo, pois além da estimativa do canal faz o acompanhamento do canal tentando prever as variações ocorridas durante o processo de comunicação e um algoritmo de identificação cega denominado método dos subespaços, que pode ser empregado em canal invariantes e tem a vantagem de não utilizar seqüências de treinamento.

O capítulo 5 apresenta resultados de desempenho de alguns sistemas de comunicação considerando transmissão em canais com desvanecimento plano e invariante e considerando conhecimento ideal do estado do canal. Neste capítulo são propostos sistemas de comunicação que integram codificação, diversidade espaço-temporal e constelações resistentes ao desvanecimento e é apresentada uma metodologia para realização do projeto dos códigos.

O capítulo 6 apresenta resultados de desempenho de sistemas de comunicação considerando canais com desvanecimento seletivo em frequência ou variante no tempo e considerando a implementação de algoritmos para estimar o estado do canal.

O capítulo 7 apresenta um estudo sobre o projeto de seqüências de espalhamento espectral e uma técnica de projeto de códigos que utiliza a classe dos códigos de geometria algébrica para esta finalidade. Esta classe de códigos permite a construção de seqüências de espalhamento maiores que as seqüências geradas com os códigos de Reed-Solomon, normalmente utilizados para esta finalidade.

Por fim, o Capítulo 8 apresenta as conclusões obtidas com o desenvolvimento deste trabalho.

Capítulo 2

Caracterização do Desvanecimento

No estudo de sistemas de comunicação, o canal aditivo Gaussiano (AWGN), com amostras estatisticamente independentes de ruído gaussiano corrompendo amostras de dados livres de interferência intersimbólica (ISI), é o modelo básico utilizado para análise de desempenho. Neste modelo a fonte principal de degradação é o ruído térmico gerado pelo receptor. Em alguns sistemas de comunicação, entretanto, a interferência externa recebida pela antena é mais significativa que o ruído térmico.

Se as características de propagação de um canal não são especificadas, infere-se que a atenuação do sinal é similar à atenuação no espaço livre. O modelo de espaço livre considera a região entre as antenas de transmissão e recepção como livre de objetos que possam refletir ou absorver a energia do sinal. É também considerado que a atmosfera se comporta como um meio perfeitamente uniforme e não absorvente. Neste meio ideal, a atenuação do sinal se dá com o inverso do quadrado da distância entre transmissor e receptor.

Em condições reais, em que a propagação do sinal acontece na atmosfera próxima do solo, o modelo de espaço livre se torna inadequado para descrever o canal e prever o desempenho do sistema. Em sistemas de comunicações móveis o sinal pode trafegar do transmissor para o receptor por múltiplos percursos devido a reflexão em objetos. Este fenômeno é conhecido como *propagação por multipercurso*. O efeito deste fenômeno causa flutuações na amplitude, fase e ângulo de chegada do sinal recebido e é denominado *desvanecimento por multipercurso*, ou, simplesmente, *desvanecimento*.

2.1 Desvanecimento de Larga e Pequena Escala.

A figura 2.1 apresenta uma classificação geral dos tipos de desvanecimento. Ela inicia classificando dois tipos de efeitos que influenciam as comunicações móveis:

desvanecimento de larga e pequena escala. O desvanecimento de larga escala representa a atenuação na potência média do sinal ou a perda devido a locomoção através de grandes áreas. Na figura 2.1 esta manifestação é mostrada nos blocos 1, 2 e 3. Este fenômeno é afetado pela existência de grandes objetos (colinas, florestas, prédios altos, etc.) entre transmissor e receptor. O receptor muitas vezes se posiciona na "sombra" destes objetos. A estatística do desvanecimento de larga escala proporciona uma maneira de calcular uma estimativa da perda média de potência em função da distância.

O desvanecimento de pequena escala refere-se a mudanças acentuadas na amplitude e fase do sinal que podem ser verificadas como resultado de uma pequena alteração na separação entre transmissor e receptor. Na figura 2.1 os blocos 4, 5 e 6 apresentam a manifestação do desvanecimento de pequena escala que se dá através de dois mecanismos: espalhamento temporal do sinal e ambiente variante no tempo. Em aplicações de comunicações móveis o canal é variante no tempo pois, devido à mobilidade entre transmissor e receptor, os percursos de propagação mudam com o tempo. A taxa de mudança das condições de propagação definem a velocidade do desvanecimento. O desvanecimento de pequena escala é chamado de desvanecimento Rayleigh quando o número de raios refletidos é grande. Neste caso, não há componente de visada direta e a estatística do sinal tem distribuição de probabilidade Rayleigh. Quando há uma componente de visada direta dominante no sinal o desvanecimento é caracterizado pela distribuição de Rice [31].

Há três mecanismos que influenciam a propagação do sinal em um sistema de comunicações móveis: reflexão, difração e espalhamento. Reflexão ocorre quando uma onda eletromagnética atinge uma superfície plana com dimensões muito grandes se comparada ao comprimento de onda. Difração ocorre quando o caminho entre o transmissor e o receptor é obstruído por um corpo denso com tamanho grande em comparação com o comprimento de onda, causando a formação de ondas secundárias atrás do corpo. Este fenômeno torna possível a comunicação sem visada direta entre transmissor e receptor. Espalhamento ocorre quando uma onda atinge uma superfície rugosa ou qualquer superfície com tamanho igual ou menor que o comprimento de onda, causando um espalhamento da energia refletida em todas as direções. No ambiente urbano, as obstruções que tipicamente causam espalhamento são os postes de iluminação, sinais de tráfego e folhagens.

Nas seções seguintes serão examinadas em maiores detalhes a manifestação do desvanecimento de larga escala e os dois tipos de manifestação do desvanecimento de pequena escala, sendo estas últimas realizadas nos domínios do tempo (e tempo de atraso) e da frequência (e deslocamento Doppler) como indicado nos blocos 7, 10, 13 e 16 da figura 2.1. Quando da ocorrência de espalhamento temporal, o desvanecimento será definido como seletivo e não seletivo em frequência (ou plano), como mostrado nos blocos 8, 9, 11 e 12. Nas manifestações provocadas pelo ambiente variante no tempo, o

desvanecimento será classificado como rápido ou lento, como mostrado nos blocos 14, 15, 17 e 18.

2.2 Desvanecimento de Larga Escala.

Em aplicações móveis a perda média do percurso $\bar{L}_p(d)$ como função da distância entre o transmissor e o receptor (d) é proporcional a n -ésima potência de d relativo à distância referência d_0

$$\bar{L}_p(d) = (d/d_0)^n \quad (1)$$

Tipicamente o valor de d_0 é 1 km para células grandes, 100 m para microcélulas e 1 m para canais interiores. O valor do expoente n depende da frequência, altura das antenas e ambiente de propagação. No espaço livre n é igual a 2. Na presença de efeitos de guias de onda (como em avenidas urbanas) n pode ser menor que 2. Quando obstruções estão presentes, n é maior que 2.

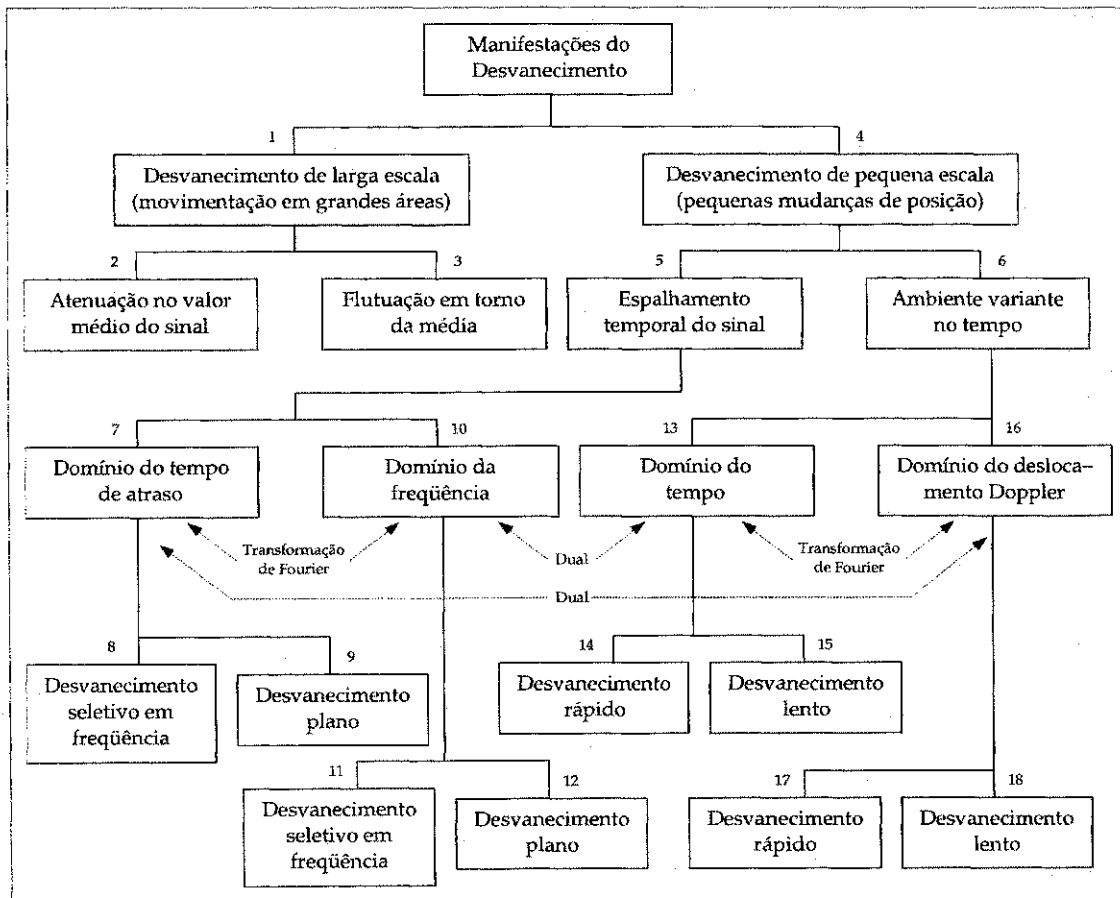


Figura 2.1 - Manifestações do Desvanecimento

A perda expressa na equação (1) é uma média e, portanto, não é adequada para expressar uma situação particular. É necessário prover variações sobre a média, uma vez que podem ocorrer situações bastante diferentes para uma mesma distância entre transmissor e receptor. Através de medições demonstra-se que para qualquer valor de d , a perda $L_p(d)$ pode ser modelada por uma variável aleatória com distribuição log-normal sobre o valor médio $\bar{L}_p(d)$. Desta maneira, pode-se expressar a perda $L_p(d)$ em termos de $\bar{L}_p(d)$ mais uma variável aleatória X_σ , resultando em

$$L_p(d) \text{ (dB)} = L_s(d_0) \text{ (dB)} + 10n \log(d/d_0) + X_\sigma \text{ (dB)} \quad (2)$$

com X_σ denotando uma variável aleatória Gaussiana com média zero e variância σ^2 e $L_s(d_0)$ denotando a perda no ponto de referência que, em geral, é calculada considerando o meio como o espaço livre. A variável X_σ depende da distância e do ambiente.

Os parâmetros necessários para descrever estatisticamente a perda devido ao desvanecimento em larga escala para um local qualquer e com uma separação transmissor/receptor específica são a distância de referência, o expoente da perda de percurso e a variância σ^2 de X_σ .

2.3 Desvanecimento de Pequena Escala.

Quando o sinal recebido é composto de múltiplos raios refletidos mais um raio de visada direta (sem desvanecimento), a envoltória devido ao desvanecimento de pequena escala tem distribuição de probabilidade Rician. A componente sem desvanecimento é chamada de componente especular. Quando a amplitude da componente especular se aproxima de zero, a distribuição de Rician se aproxima da distribuição de Rayleigh, caracterizada pela seguinte função distribuição de probabilidade

$$p(r) = \begin{cases} \frac{r}{\sigma^2} \exp(-r^2 / 2\sigma^2), & r \geq 0 \\ 0, & r < 0 \end{cases}$$

com r sendo a amplitude da envoltória do sinal recebido e $2\sigma^2$ a potência média do sinal. A distribuição de Rayleigh resulta da não existência de uma componente especular. Desta maneira, ela representa a distribuição de probabilidade associada ao pior caso de desvanecimento.

Como indicado na figura 2.1, o desvanecimento em pequena escala se manifesta através de dois mecanismos: o espalhamento temporal dos pulsos digitais do sinal e o ambiente variante no tempo devido a mobilidade. A figura 2.2 ilustra as conseqüências de ambas as manifestações mostrando a resposta de um canal de multipercurso a um

pulso como função da posição da antena (ou tempo, se considerado a velocidade constante).

Na figura 2.2 distingue-se duas referências de tempo: o tempo de atraso τ e o tempo de transmissão ou de observação t . Tempo de atraso refere-se à manifestação do espalhamento temporal resultante da resposta não-ótima ao impulso do canal com desvanecimento. O tempo de transmissão, entretanto, é relacionado à mobilidade das antenas responsável pelas mudanças nos percursos de propagação que são percebidos como um ambiente variante no tempo do canal. Note que, considerando uma velocidade constante, tanto a posição da antena como o tempo de transmissão podem ser utilizados para modelar o ambiente variante no tempo.

As figuras 2.2 a-c mostram uma seqüência de perfis de potência de pulsos recebidos quando a antena se move por uma sucessão de pontos igualmente espaçados. Em cada um dos três casos mostrados o padrão de resposta difere significativamente. A figura 2.3 resume estes dois mecanismos de desvanecimento, os domínios (tempo ou tempo de atraso e frequência ou deslocamento Doppler) utilizados para observar cada mecanismo e o tipo de degradação que cada mecanismo exibe. O mecanismo de espalhamento temporal é caracterizado no domínio do tempo de atraso pelo espalhamento nos atrasos do multipercurso e no domínio da frequência pela banda de coerência do canal. O ambiente variante no tempo é caracterizado no domínio do tempo pelo tempo de coerência do canal e no domínio do deslocamento Doppler pela taxa de desvanecimento ou espalhamento Doppler. Estes mecanismos e suas degradações serão examinadas nas seções seguintes.

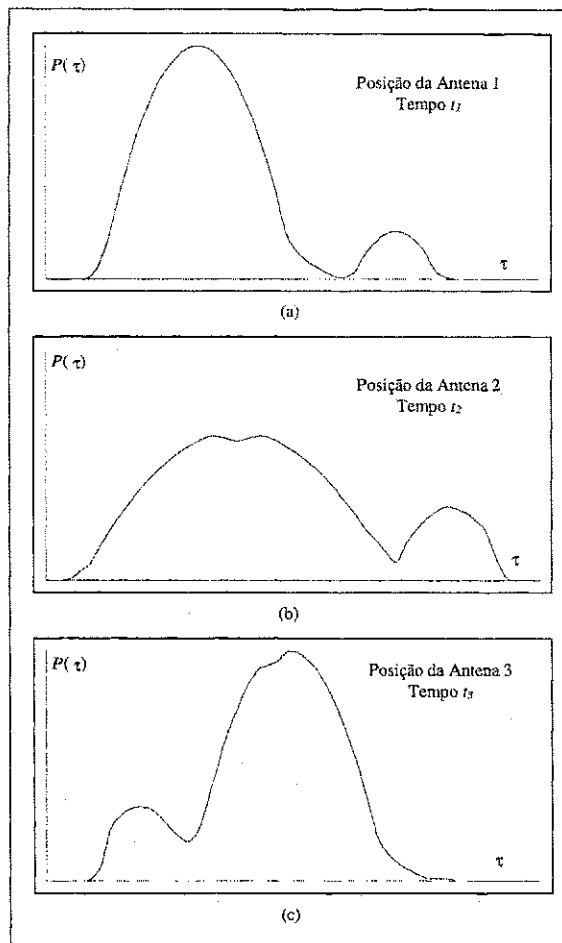


Figura 2.2 – Resposta de um canal multipercurso a um pulso no tempo, como função da posição da antena

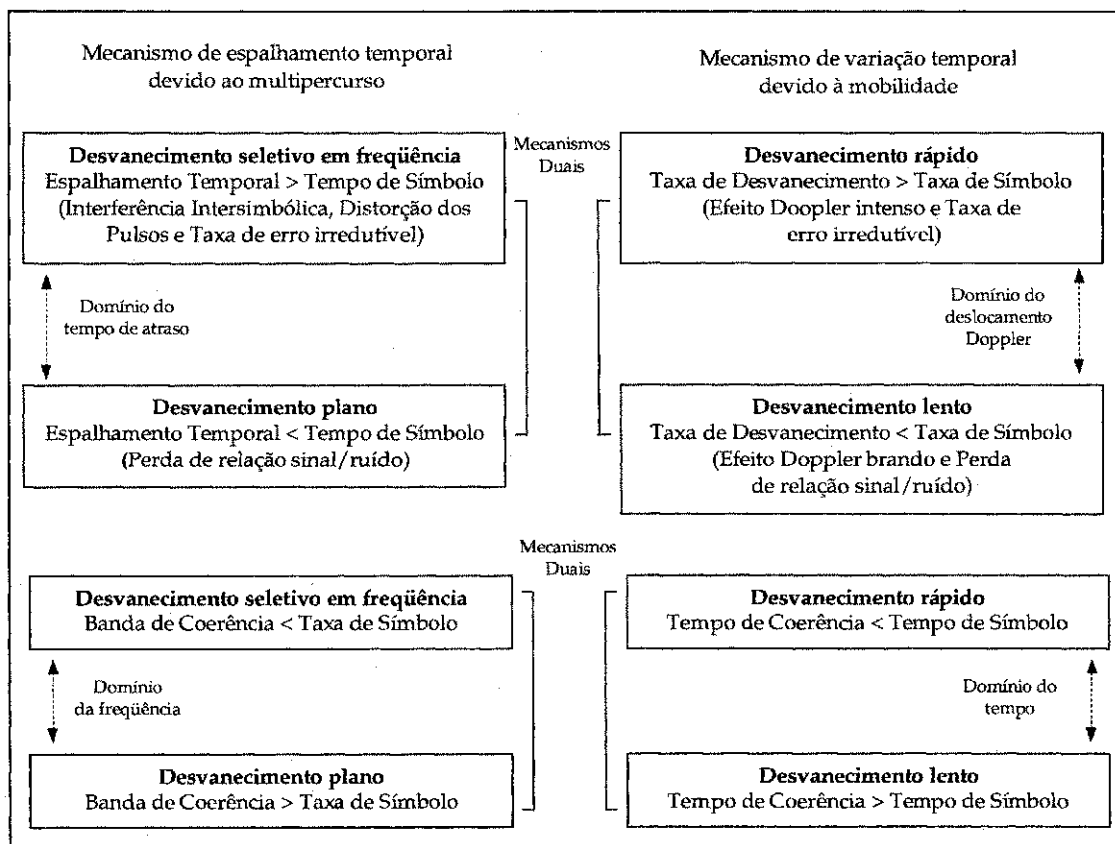


Figura 2.3 - Desvanecimento de pequena escala: mecanismos, tipos de degradação e efeitos

2.4 Espalhamento Temporal analisado no Domínio do Tempo de Atraso.

A figura 2.4 apresenta quatro funções utilizadas para caracterizar os efeitos de multipercurso. A figura 2.4a apresenta o *perfil de intensidade de multipercuso* $S(\tau)$ versus tempo de atraso τ . Esta figura ajuda a responder a seguinte pergunta: "Para um impulso transmitido, como a potência média recebida varia com função do tempo de atraso τ ?". O termo *tempo de atraso* representa a diferença entre o atraso da componente atual e o atraso da primeira componente do sinal a chegar no receptor.

Na transmissão de um simples impulso, o intervalo de tempo T_m entre a primeira e a última componente representa o *máximo tempo de atraso*, durante o qual a potência do sinal de multipercurso cai abaixo de um limite relacionado ao nível da componente mais forte. O limite pode ser escolhido como 10 ou 20 dB abaixo do nível mais alto de potência. Um sistema ideal apresenta como função $S(\tau)$ um impulso com peso igual a potência do sinal recebido.

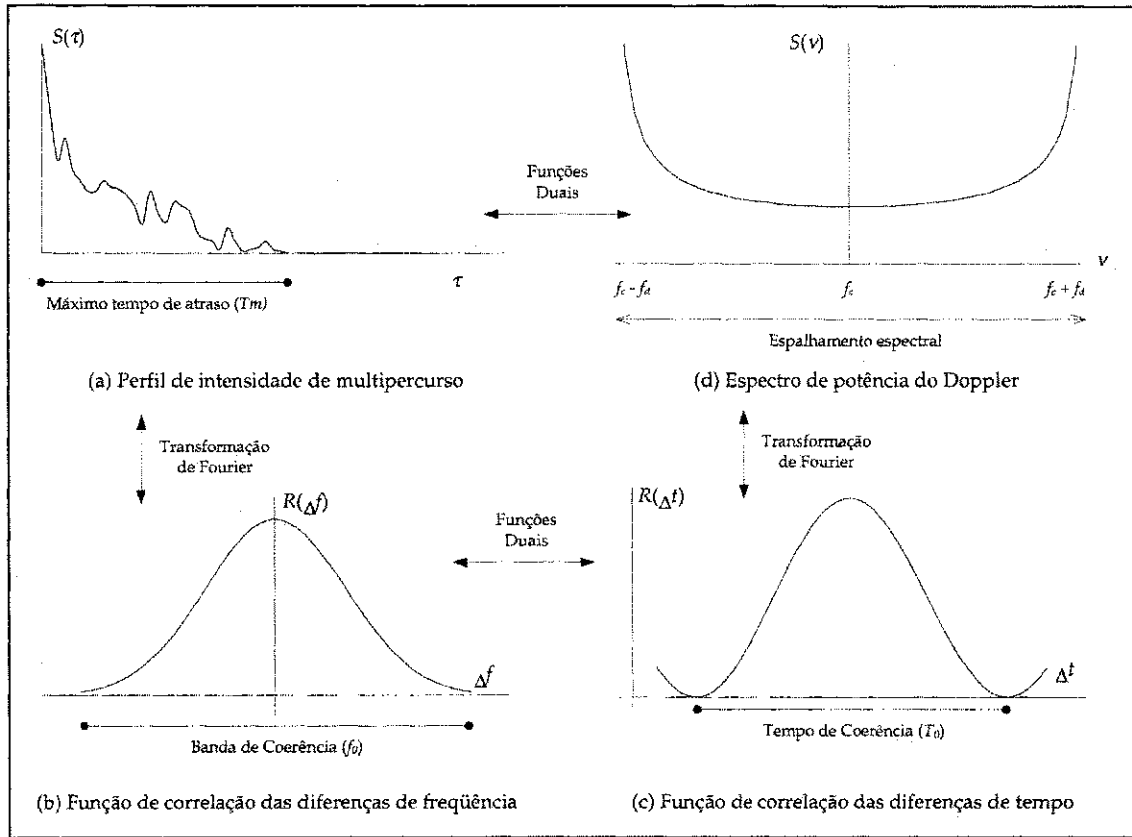


Figura 2.4 - Relações entre as funções de correlação e densidades de potência

Em um canal com desvanecimento a relação entre o tempo máximo de atraso T_m e o tempo de símbolo T_s pode ser vista em termos de duas categorias diferentes de degradação do sinal: desvanecimento seletivo e não seletivo em frequência (ou desvanecimento plano). Um canal apresenta desvanecimento seletivo em frequência se $T_m > T_s$. Esta condição ocorre quando as componentes de multipercursos de um símbolo se estendem além da duração do símbolo. A dispersão por multipercursos provoca o mesmo tipo de interferência intersimbólica (ISI) que a causada pelos filtros eletrônicos.

Um canal é dito com desvanecimento plano se $T_m < T_s$. Neste caso, todas as componentes do sinal chegam ao receptor no mesmo intervalo de sinalização. Não há interferência intersimbólica induzida pelo canal, uma vez que o espalhamento temporal não resulta na sobreposição de símbolos vizinhos. Há, entretanto, a degradação de desempenho uma vez que as fases dos componentes do sinal podem ser adicionadas de forma destrutiva reduzindo substancialmente a razão sinal/ruído. Em transmissões digitais as principais técnicas de redução deste efeitos consistem no uso de diversidade e no uso de códigos de correção de erro.

2.5 Espalhamento Temporal analisado no Domínio da Frequência.

Uma caracterização completamente análoga da dispersão do sinal pode ser feita no domínio da frequência. Na figura 2.4b é apresentada a função $|R(\Delta f)|$ denominada *função de correlação das diferenças de frequências* que é a transformada de Fourier de $S(\tau)$. $R(\Delta f)$ representa a correlação entre a resposta do canal a dois sinais como função da diferença de frequências entre os dois sinais.

O conhecimento da função $R(\Delta f)$ ajuda a responder à seguinte questão: "Qual a correlação entre sinais recebidos que estão espaçados na frequência de $\Delta f = f_1 - f_2$?". O valor de $R(\Delta f)$ pode ser medido através da transmissão de duas senóides separadas na frequência por Δf , realizando a correlação cruzada entre os dois sinais recebidos e repetindo o processo para diferentes valores de Δf . A medida dos valores de $R(\Delta f)$ pode ser feita varrendo todas as frequências ao longo da banda de interesse, normalmente, a banda do sinal. A banda de coerência f_0 é uma medida estatística da faixa de frequências sobre a qual o canal passa todas as componentes espectrais com aproximadamente o mesmo ganho. Deste modo, a banda de coerência representa uma faixa de frequências sobre a qual as componentes de frequência têm um valor alto de correlação. Componentes espectrais de um sinal dentro da banda de coerência do canal são afetadas de maneira similar. Pode-se observar também que f_0 e T_m são inversamente relacionados.

O máximo tempo de atraso T_m não é necessariamente o melhor indicador para determinar o quanto um canal irá afetar uma transmissão, pois, dois canais com mesmo valor de T_m podem exibir diferentes perfis de espalhamento. Uma medida mais precisa é o valor *rms* do espalhamento temporal σ_τ ,

$$\sigma_\tau = \sqrt{\overline{\tau^2} - \bar{\tau}^2} \quad (3)$$

com $\bar{\tau}$ sendo o atraso médio, $\overline{\tau^2}$ o segundo momento e σ_τ a raiz quadrada do segundo momento central de $S(\tau)$.

Um canal é dito seletivo em frequência quando $f_0 < 1/T_s$, com a taxa de símbolo ($1/T_s$) sendo igual à banda do sinal W . Na prática, W pode diferir de $1/T_s$ devido ao tipo de modulação empregada. Distorções do desvanecimento seletivo em frequência ocorrem sempre que as componentes espectrais do sinal não são afetadas igualmente pelo canal. Algumas componentes do sinal, fora da banda de coerência, são afetadas de maneira diferente das componentes contidas na banda de coerência. Isto acontece sempre que $f_0 < W$.

Desvanecimento plano ocorre sempre que $f_0 > W$. Neste caso, todas as componentes espectrais do sinal são afetadas pelo canal de maneira idêntica.

Desvanecimento plano não introduz interferência intersimbólica, mas, a redução no desempenho acontece devido a perda de razão sinal/ruído. Para evitar a interferência intersimbólica induzida pelo canal, deve-se assegurar que

$$f_0 > W \approx 1/T_s. \quad (4)$$

Portanto, a banda de coerência do canal f_0 define um limite superior para a taxa de transmissão que pode ser empregada sem a necessidade da inclusão de equalizadores no receptor.

2.6 Ambiente Variante no Tempo analisado no Domínio do Tempo.

Até agora, descreveu-se sobre a dispersão do sinal e a banda de coerência, parâmetros que descrevem as propriedades de espalhamento no tempo do canal. Estes parâmetros, entretanto, não oferecem informação sobre a natureza variante no tempo do canal provocada pela mobilidade relativa entre o receptor e o transmissor e pela mobilidade de objetos existentes no canal. Em aplicações de comunicações móveis, o canal é variante no tempo pois a mobilidade entre receptor e transmissor resulta na mudança dos caminhos de propagação. Deste modo, mesmo num sinal fixo transmitido, o receptor vê variações na amplitude e na fase do sinal. Assumindo que todos os objetos que espalham o sinal são estacionários, quando a mobilidade para, a amplitude e a fase do sinal permanecem constantes, ou seja, o canal aparenta ser invariante no tempo. Quando a mobilidade inicia o canal aparentará ser variante no tempo. Uma vez que as características do canal são dependentes da posição do transmissor e receptor, a variação no tempo é, neste caso, equivalente à variação espacial.

A figura 2.4c mostra a função $R(\Delta t)$, designada *função de correlação das diferenças de tempo*, que apresenta a função de autocorrelação da resposta do canal. Esta função especifica se existe correlação entre a resposta do canal a um sinal enviado no instante t_1 e a resposta a um sinal similar enviada no instante t_2 , com $\Delta t = t_2 - t_1$. O tempo de coerência T_0 é a medida do tempo esperado no qual a resposta do canal permanece aproximadamente invariante. Para medir o $R(\Delta t)$ pode-se transmitir um tom e calcular a função de autocorrelação de dois sinais recebidos em instantes de tempo distintos. A função $R(\Delta t)$ e o parâmetro T_0 apresentam informações sobre a velocidade de variação do canal. Observe que em um canal invariante no tempo a resposta do canal é altamente correlacionada para qualquer valor de Δt , sendo $R(\Delta t)$ uma função constante.

A natureza variante no tempo do canal pode ser vista em termos de duas categorias de degradação: o desvanecimento lento e o rápido. O desvanecimento rápido ocorre quando $T_0 < T_s$, com T_0 sendo o tempo de coerência do canal e T_s a duração da transmissão de um símbolo. Desvanecimento rápido descreve a condição em que o período de tempo no qual o canal permanece invariante é pequeno se comparado a

duração de um símbolo. Portanto, pode-se esperar que a característica de desvanecimento do canal irá mudar várias vezes enquanto um símbolo está se propagando.

Um canal é considerado com desvanecimento lento quando $T_0 > T_s$. Neste caso o tempo que o canal permanece invariante é longo se comparado ao tempo de duração de um símbolo. Assim, pode-se esperar que o canal permaneça invariante durante a transmissão de um símbolo. O principal tipo de degradação de sinal em um canal com desvanecimento lento é perda de razão sinal/ruído.

2.7 Dualidade.

Dois operadores são duais quando o ambiente de um com relação ao domínio do tempo é idêntico ao ambiente do outro com relação ao domínio da frequência. Na figura 2.4 pode-se identificar funções que apresentam ambiente similar entre domínios. Esses ambientes não são idênticos um ao outro no sentido estritamente matemático, mas, para o entendimento do modelo de canal com desvanecimento é útil apresentá-los como funções duais. Por exemplo, $R(\Delta f)$ na figura 2.4b, que caracteriza a dispersão no sinal no domínio da frequência, apresenta informação sobre a faixa de frequências sobre a qual duas componentes de um sinal recebido apresentam alto valor de correlação de fase e amplitude. $R(\Delta t)$ na figura 2.4c, que caracteriza a velocidade de variação de desvanecimento no domínio do tempo, apresenta informação sobre o intervalo de tempo sobre o qual dois sinais recebidos apresentam alto valor de correlação de fase e amplitude. Estas funções são consideradas duais. Outras funções duais são apresentadas nas figuras 2.1 e 2.3.

2.8 Ambiente Variante no Tempo analisado no Domínio do Deslocamento Doppler.

Uma caracterização análoga da natureza variante no tempo do canal pode ser feita no domínio do deslocamento Doppler (ou da frequência). A figura 2.4d mostra a *densidade espectral de potência Doppler* $S(v)$ em função do deslocamento Doppler v . No caso do modelo de espalhamento denso, antena de recepção vertical com ganho azimutal constante e distribuição uniforme do ângulo de chegada dos sinais, o espectro Doppler nos terminais da antena é [37]

$$S(v) = \frac{1}{f_d \pi \sqrt{1 - (v / f_d)^2}} \quad (5)$$

A igualdade acontece para deslocamentos v na faixa de $\pm f_d$ em torno da frequência da portadora f_c e é zero fora da faixa. A forma do espectro descrito na equação (5) é vista na figura 2.4d. Este espectro tem coincidido com resultados experimentais em canais de

comunicações móveis. Entretanto, diferentes aplicações levam a diferentes espectros. Este modelo de espalhamento denso não se mantém, por exemplo, para comunicações em ambientes interiores [5].

$S(\nu)$ é a transformada de Fourier de $R(\Delta t)$. Sabe-se que a transformada de Fourier de uma função de autocorrelação de uma série no tempo é o módulo ao quadrado da transformada de Fourier da série de tempo original. Portanto, a medida de $S(\nu)$ pode ser feita transmitindo uma senóide e fazendo a análise de Fourier para gerar o espectro de potência do sinal recebido. Esse espectro de potência Doppler do canal apresenta informações sobre o espalhamento espectral de uma senóide transmitida do domínio do deslocamento Doppler. Como mostrado na figura 2.4, $S(\nu)$ pode ser considerado dual do perfil de intensidade de multipercurso $S(\tau)$ uma vez que este apresenta informações sobre o espalhamento de um impulso no domínio do tempo. Esta dualidade é também apresentada na figura 2.1 entre os blocos 7 e 16 e na figura 2.3 como dualidade entre o mecanismo de espalhamento temporal no Domínio do tempo e o ambiente variante no tempo no Domínio do deslocamento Doppler.

O conhecimento de $S(\nu)$ permite conhecer que alargamento de espectro é imposto ao sinal em função da taxa de variação do canal. A largura do espectro de potência Doppler é denominado *espalhamento Doppler*. Em um ambiente de multipercurso típico, o sinal recebido chega através de diferentes caminhos com distância e ângulos de chegada diferentes e ainda com deslocamentos Doppler diferentes para cada caminho percorrido. O efeito no sinal recebido é visto mais como um espalhamento Doppler ou como um alargamento do espectro do sinal transmitido, do que como um simples deslocamento na frequência. Observe que o espalhamento Doppler f_d e o tempo de coerência T_0 são inversamente relacionados. Desta maneira, o espalhamento Doppler f_d (ou $1/T_0$) é visto como a taxa de desvanecimento do canal.

Um canal é dito com desvanecimento rápido se a taxa de símbolo $1/T_s$ (aproximadamente igual à taxa de sinalização ou à banda do sinal W) é menor que a taxa de desvanecimento $1/T_0$. O desvanecimento rápido é caracterizado por

$$W < f_d \text{ ou } T_s > T_0. \quad (6)$$

Por outro lado, uma canal é dito com desvanecimento lento se a taxa de sinalização é maior que a taxa de desvanecimento. Para evitar os efeitos do desvanecimento rápido, pode-se ajustar a taxa de sinalização do sistema para valores acima da taxa de desvanecimento, ou seja,

$$W > f_d \text{ ou } T_s < T_0. \quad (7)$$

Com a equação (4) mostrou-se que devido à dispersão do sinal a banda de coerência f_0 define um limite superior para a taxa de sinalização que pode ser utilizada sem que o sistema seja atingido por uma distorção seletiva em frequência. De maneira

análoga, a equação (7) mostra que devido ao espalhamento Doppler a taxa de desvanecimento define um limite inferior na taxa de sinalização que pode ser usada sem que o sistema seja afetado pelo desvanecimento rápido. Em sistemas de comunicação mais antigos como teletipo ou mensagens por código Morse o canal apresenta desvanecimento rápido, entretanto, nos sistemas de comunicações móveis atuais, o canal pode ser caracterizado como apresentando desvanecimento lento devido às altas taxas de transmissão destes sistemas.

Embora a equação (7) apresente uma relação a ser seguida para evitar a existência de desvanecimento rápido, para garantir esta condição é desejável que se tenha $W \gg f_d$ ou $T_s \ll T_0$. Se essa condição não é satisfeita a modulação em frequência aleatória devido ao deslocamento Doppler irá limitar de forma significativa o desempenho do sistema. O deslocamento Doppler irá provocar uma taxa de erro irreduzível no sistema, ou seja, uma taxa de erro que não pode ser combatida com aumento da razão sinal ruído. Esta taxa de erro é maior em sistemas que utilizam modulações envolvendo chaveamento de fase na portadora.

2.9 Modelo de Simulação do Canal.

O canal com propagação por multipercursos pode ser modelado como um sistema linear variante no tempo, que, por sua vez, pode ser caracterizado pela *resposta ao impulso variante no tempo* $h(\tau, t)$.

Desta maneira, para um sinal de informação com envoltória complexa $s(t)$ transmitido através de um canal com propagação por multipercursos, a envoltória complexa do sinal recebido $r(t)$ é

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t) s(t - \tau) d\tau \quad (8)$$

com t sendo o tempo absoluto, τ o tempo de atraso, e $h(\tau, t)$ o equivalente em banda básica da resposta no instante t a um impulso aplicado em $(t - \tau)$.

A maioria dos trabalhos que utilizam modelos para a resposta ao impulso de canais de comunicação adota o modelo WSS-US (*Wide Sense Stationary - Uncorrelated Scattering*) que especifica comportamentos estatísticos para o canal. De acordo com o modelo WSS-US para um determinado valor de retardo τ_0 , a resposta ao impulso $h(\tau_0, t)$ representa um processo estacionário em sentido amplo (WSS - *Wide Sense Stationary*) e, para valores diferentes de retardo (τ_1 e τ_2), os processos $h(\tau_1, t)$ e $h(\tau_2, t)$ são descorrelacionados (US - *Uncorrelated Scattering*). Neste trabalho será adotado o modelo WSS-US para caracterizar o comportamento estatístico do canal.

Utilizando a abordagem de *Monte-Carlo*, na qual a simulação deve refletir o comportamento físico do fenômeno simulado, o canal de comunicação é modelado para refletir a estrutura de multipercurso que é representada como uma superposição linear de N caminhos cada um caracterizado pela sua amplitude complexa α_n , seu tempo de atraso τ_n e seu deslocamento Doppler ν_n . Desta forma a resposta ao impulso variante no tempo é dada por

$$h(\tau, t) = \sqrt{1/N} \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n e^{-j2\pi\nu_n t} \delta(\tau - \tau_n) \quad (9)$$

Desta maneira, para um sinal de informação $s(t)$ transmitido através do canal, o sinal recebido será

$$r(t) = \sqrt{1/N} \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n e^{-j2\pi\nu_n t} s(t - \tau_n). \quad (10)$$

O modelo de propagação de multipercurso introduzido no sinal resulta no efeito de desvanecimento. O fenômeno do desvanecimento é provocado principalmente pela variação aleatória na fase de cada percurso. A soma de vários sinais com fases aleatórias pode resultar num sinal total recebido com amplitude próxima de zero ou num sinal com amplitude alta, dependendo dos valores das fases.

Quando o fator de atenuação da resposta ao impulso α_n é modelado como um processo aleatório gaussiano complexo com média zero, a envoltória tem distribuição de Rayleigh (5) e o canal é dito apresentar desvanecimento Rayleigh. Quando o meio de transmissão apresenta sinais de visada direta ou sinais refletidos fixos em adição aos sinais aleatórios, outras distribuições de probabilidade são utilizadas. Duas distribuições comumente utilizadas nestes casos são a distribuição de Rice e a de Nakagami- m .

Conforme mostrado na figura 2.4 algumas funções de correlação e de densidade de potência são utilizadas para caracterizar o canal com multipercurso. A partir da resposta ao impulso variante no tempo $h(\tau, t)$ pode-se encontrar as expressões para as funções citadas. Considerando $h(\tau, t)$ um processo aleatório complexo e admitindo que ele é estacionário no sentido amplo (WSS), pode-se definir sua função de autocorrelação como

$$S(\tau_1; \tau_2; \Delta t) = E[h^*(\tau_1; t)h(\tau_2; t + \Delta t)] / 2. \quad (11)$$

Considerando que o espalhamento temporal é descorrelacionado, a autocorrelação pode ser expressa apenas por duas variáveis independentes [5] obtendo-se portanto

$$S(\tau_1; \tau_2; \Delta t) = S(\tau_1; \Delta t) \delta(\tau_1 - \tau_2). \quad (12)$$

Quando $\Delta t = 0$, a função de autocorrelação resultante $S(\tau; 0) \equiv S(\tau)$ é a potência média do canal como função do tempo de atraso τ e é chamada *perfil de intensidade de*

multipercorso. Esta função é apresentada na figura 2.4a. A função geral $S(\tau; \Delta t)$ apresenta a correlação entre as potências médias no canal em instantes de observação separados por Δt .

Uma caracterização completamente análoga pode ser feita no domínio da frequência. Fazendo a transformada de Fourier de $h(\tau, t)$ obtém-se a função de transferência variante no tempo $H(f, t)$. Calculando a autocorrelação obtém-se

$$R(f_1; f_2; \Delta t) = E[H^*(f_1; t)h(f_2; t + \Delta t)] / 2. \quad (13)$$

Considerando que o espalhamento é descorrelacionado, a autocorrelação se torna função da diferença entre frequências $\Delta f = f_2 - f_1$, e portanto,

$$R(f_1; f_2; \Delta t) = R(\Delta f; \Delta t). \quad (14)$$

Quando $\Delta t = 0$, a função de autocorrelação resultante $R(\Delta f; 0) \equiv R(\Delta f)$ define a *função de correlação das diferenças de frequências*, figura 2.4b, e esta relacionada ao perfil de intensidade de multipercorso através da transformação de Fourier

$$R(\Delta f) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau) e^{-2\pi \Delta f \tau} d\tau. \quad (15)$$

Para estudar o efeito Doppler devido à variação no tempo do canal, define-se a transformada de Fourier de $R(\Delta f; \Delta t)$ com relação à variável Δt como a função $S(\Delta f; \nu)$, ou seja,

$$S(\Delta f; \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\Delta f; \Delta t) e^{-2\pi \nu \Delta t} d\Delta t. \quad (16)$$

Quando $\Delta f = 0$, a função $S(\Delta f; \nu) = S(\nu)$ representa o espectro de potência do sinal como função do deslocamento Doppler ν , apresentado na figura 2.4d.

Duas outras relações de transformada de Fourier são definidas para completar a análise do canal com multipercorso. Estas transformadas relacionam $R(\tau; \Delta t)$ (12) a $S(\Delta f; \nu)$ (16) fechando um ciclo de relações. Define-se a função $S(\tau; \nu)$ como sendo a transformada de Fourier de $R(\tau; \Delta t)$ com relação à variável Δt , ou seja,

$$S(\tau; \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau; \Delta t) e^{-2\pi \nu \Delta t} d\Delta t. \quad (17)$$

Observa-se que $S(\tau; \nu)$ e $S(\Delta f; \nu)$ estão também relacionados pela transformação inversa de Fourier com relação à variável Δf , ou seja,

$$S(\tau; \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\Delta f; \nu) e^{2\pi \tau \Delta f} d\Delta f. \quad (18)$$

Com isso define-se também a relação entre a função $R(\Delta f; \Delta t)$ e a função $S(\tau; \nu)$ através de uma transformada dupla de Fourier com relação às variáveis Δt e Δf , ou seja,

$$S(\tau; \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R(\Delta f; \Delta t) e^{-2\pi\nu\Delta t} e^{2\pi\tau\Delta f} d\Delta t d\Delta f. \quad (19)$$

A função $S(\tau; \nu)$ é chamada de *função de espalhamento do canal* e apresenta uma medida do espalhamento de potência do canal como função do tempo de atraso τ e do espalhamento Doppler ν . A figura 2.5 apresenta todas as relações entre as funções de correlação e as densidades espectrais. A função $S(\tau; \nu)$ é normalmente considerada como uma função normalizada, ou seja,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau; \nu) d\tau d\nu = 1, \quad (20)$$

uma vez que o efeito exclusivamente do multipercurso não deve introduzir amplificação ou perda de potência do sinal. Deste modo, a função $S(\tau; \nu)$ pode ser entendida também como uma função de distribuição de probabilidade conjunta de duas variáveis τ e ν .

Supondo que $S(\tau; \nu)$ seja a função de espalhamento normalizada de um canal, então, o modelo de canal $h(\tau, t)$, como definido na equação (10), representa a realização do canal, considerando que o par de variáveis aleatórias (τ_n, ν_n) e a variável aleatória α_n são estatisticamente independentes, com o par (τ_n, ν_n) apresentando função densidade de probabilidade conjunta dada por $S(\tau; \nu)$ e α_n representando amplitudes complexas descorrelacionadas, normalizadas e estatisticamente independentes de (τ_n, ν_n) .

Considerando $H_i(\tau, \nu)$, $0 < i < I-1$, como realizações estatisticamente independentes de canais normalizados e definindo I coeficientes p_i reais não nulos, então a combinação linear

$$H(\tau, \nu) = \sum_{i=0}^{I-1} p_i H_i(\tau, \nu) \quad (21)$$

constitui uma realização do modelo de canal [4] com função de espalhamento igual a

$$S(\tau, \nu) = \sum_{i=0}^{I-1} p_i^2 S_i(\tau, \nu), \quad (22)$$

que é normalizada se

$$\sum_{i=0}^{I-1} p_i^2 = 1. \quad (23)$$

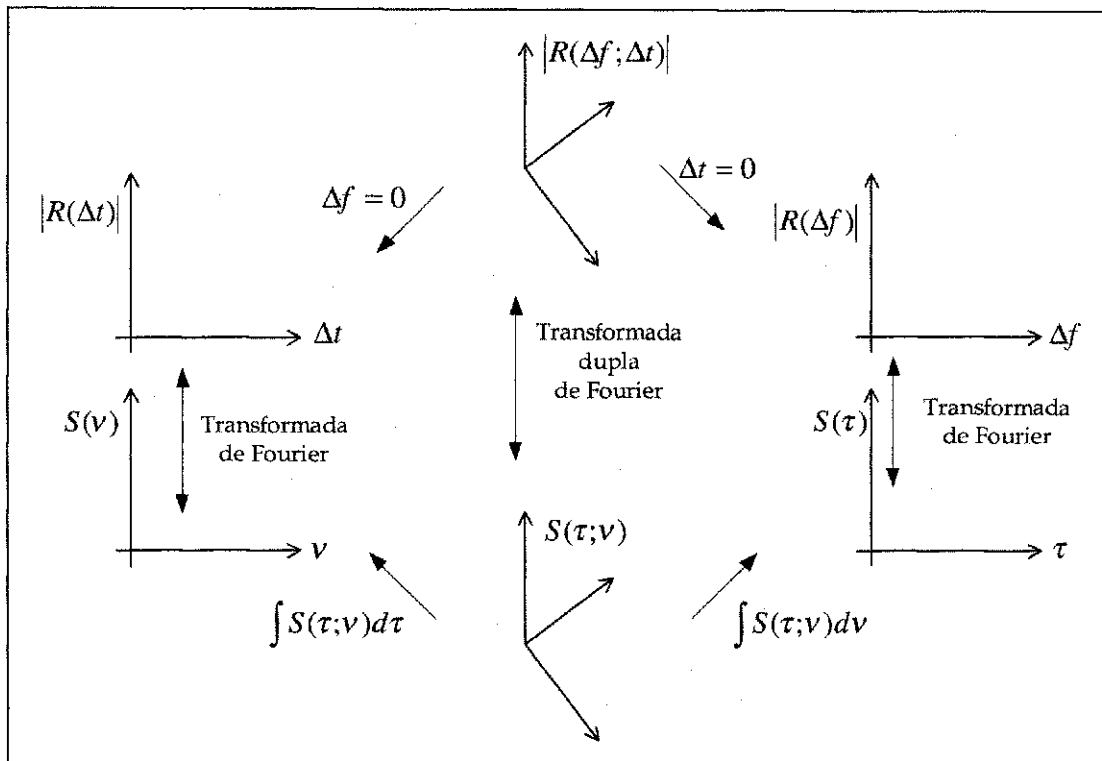


Figura 2.5 - Relações entre funções de autocorrelação e os espectros de potência

Interpretando o conjunto de N percursos que constituem o modelo apresentado na equação (9) como uma união em I grupos, a função $S_i(\tau; v)$ representa a densidade probabilidade conjunta das variáveis aleatórias (τ_n, v_n) condicionadas à que o percurso n pertença ao grupo i . Desta maneira, p_i^2 é entendido como a probabilidade que um percurso pertença ao grupo i . Observa-se portanto que $S(\tau; v)$ pode representar a função de espalhamento de um modelo de linha de atrasos (*tapped delay*) em que cada grupo i apresenta um determinado atraso τ_i e os coeficientes p_i^2 representam a distribuição de potência entre as linhas de atraso. O modelo do canal incluindo as linha de atraso é então

$$h(\tau, t) = \sum_{i=0}^{I-1} \left[p_i \left(\sqrt{1/N} \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_{n,i} e^{-j2\pi v_n t} \right) \delta(\tau - \tau_i) \right] \quad (24)$$

Com o modelo apresentado pode-se obter a simulação de todos os efeitos do canal multipercurso abordados nesta seção. O mecanismo de espalhamento temporal devido ao multipercurso foi introduzido no modelo através da linha de atrasos. Desta forma, para modelar um canal com desvanecimento plano, basta inserir apenas uma linha de atraso ($I=1$). Para modelar um canal seletivo em frequência, deve-se utilizar mais de uma linha de atrasos ($I>1$).

O mecanismo de variação temporal foi introduzido no modelo através do termo exponencial $e^{-j2\pi v_n t}$. A variável v_n que representa o deslocamento Doppler define a taxa de variação do desvanecimento e, de acordo com seu valor, pode-se modelar canais com desvanecimento lento ou rápido.

Com este modelo, portanto, pode-se simular canais com desvanecimento plano e lento, canais com desvanecimento plano e rápido, canais com desvanecimento seletivo em frequência e lento e canais com desvanecimento seletivo e rápido. Cada um destes modelos é empregado de acordo com as características do sistema de comunicação a ser simulado.

Capítulo 3

Códigos Espaço-Temporais

Ao contrário dos canais gaussianos, os canais em comunicações sem fio sofrem de atenuação devido a soma destrutiva de múltiplos percursos no meio de propagação. Fortes atenuações tornam impossível para o receptor determinar o sinal transmitido a menos que alguma réplica menos atenuada do sinal transmitido esteja presente na recepção. A técnica de introduzir réplicas no sinal é chamada de diversidade e é um importante recurso no desenvolvimento de sistemas de comunicações móveis.

Pode-se como exemplos de técnicas de diversidade citar:

- Diversidade temporal
- Diversidade de frequência
- Diversidade de antenas
- Diversidade de componentes

Na diversidade temporal utiliza-se codificação de canal em conjunto com entrelaçamento temporal. As réplicas do sinal transmitido são enviadas ao receptor na forma de redundância no domínio do tempo.

Na diversidade de frequência explora-se o fato de que ondas transmitidas em diferentes frequências induzem diferente estrutura de multipercurso no meio de transmissão. As réplicas do sinal transmitido, neste caso, são enviadas na forma de redundância no domínio da frequência.

Na diversidade de antenas separação física ou polarizações diferentes são utilizadas. As réplicas do sinal transmitido são enviadas na forma de redundância no domínio do espaço. Com esta técnica a diversidade pode ser introduzida sem penalização da eficiência espectral.

Na diversidade de componentes a constelação de sinais utilizada na transmissão é rotacionada de forma que suas componentes (projeções) em cada eixo do espaço nos quais os sinais estão definidos sejam diferentes. Desta forma cada projeção contém informações distintas sobre todos os pontos da constelação e pode ser utilizada de forma independente para definir o sinal transmitido.

Quando possível, sistemas celulares devem ser projetados utilizando todas as formas de diversidade com objetivo de assegurar o desempenho do sistema. Entretanto, em alguns casos, as próprias características do sistema limitam o emprego da diversidade. Por exemplo, diversidade de antena na estação base é utilizada, entretanto, na estação móvel é mais difícil de implementar devido a interação eletromagnética de elementos de antena em pequenas plataformas e devido ao custo de múltiplos conversores RF necessários. Além disso, os canais correspondentes a diferentes antenas são correlacionados com fator de correlação determinado pela distância entre as antenas. Tipicamente, a segunda antena é colocada dentro da estação móvel, resultando numa atenuação no sinal recebido por ela, que provoca uma perda no benefício da diversidade. Todos estes fatores motivam o uso da múltiplas antenas apenas na estação base, podendo ser utilizada inclusive nos canais de transmissão.

Sistemas de comunicações utilizam algumas técnicas para ajustar ou inserir redundância nos sinais transmitidos com objetivo de obter uma comunicação robusta. Pode-se classificar estes sistemas em duas categorias:

- Sistemas com realimentação
- Sistemas cegos ou sem realimentação

A primeira categoria utiliza realimentação de informação do receptor para o transmissor. Nestes sistemas é necessário a existência de canal de sinalização para que o receptor envie informações de controle ao transmissor. Com estas informações de controle o transmissor ajusta o sinal transmitido para compensar efeitos causados pelo canal de transmissão. Em comunicações móveis, entretanto, movimentos do receptor ou interferências causam diferenças entre o estado do canal percebido pelo receptor e pelo transmissor, prejudicando o desempenho deste tipo de sistema.

A segunda categoria não requer realimentação de informação, o uso das antenas é combinado com a utilização de codificação para prover a diversidade. Um exemplo desta técnica consiste em codificar a informação através de um codificador de canal e transmitir os símbolos do código usando diversas antenas de modo ortogonal. A ortogonalidade pode ser implementada por multiplexação na frequência, multiplexação no tempo ou utilizando seqüências ortogonais para diferentes antenas. A desvantagem destes sistemas em relação ao anterior é a perda na eficiência espectral devido ao uso do codificador de canal. Utilizando uma codificação apropriada, é possível relaxar a exigência de ortogonalidade necessária nesses esquemas e obter a diversidade e o ganho

de codificação sem sacrifício da eficiência espectral. Nesta segunda categoria se enquadram os códigos espaço-temporais que procuram combinar uma diversidade espacial obtida pela utilização de mais de uma antena de transmissão ou recepção com diversidade temporal provida por um código.

3.1 Sistemas com Diversidade Espaço-Temporal.

Considere o esquema de diversidade proposto por Tarokh [40] e apresentado na figura 3.1 no qual a informação é inicialmente codificada por um codificador de canal, e, em seguida é dividida em duas seqüências de dados paralelas que são transmitidas por antenas distintas a cada intervalo de sinalização.

A diversidade temporal do sinal é introduzida pelo codificador e a utilização de mais de uma antena introduz no sistema a diversidade espacial. Na recepção, os sinais emitidos por cada antena de transmissão podem ser demodulados com sobreposição, como apresentado em [40], ou, separadamente, caso seja utilizado algum tipo de ortogonalidade entre os sinais transmitidos. Os códigos utilizados nestes esquemas de transmissão são denominados *códigos espaço-temporais (space-time codes)*.

Torna-se necessário definir critérios de desempenho para projeto destes códigos sobre canais com desvanecimento. Deve-se também considerar modelos de canal Rayleigh ou Rician em cada antena de transmissão.

Para canais Rayleigh ou Rician invariantes no tempo o desempenho é determinado pelo ganho de diversidade quantificado pelo posto de certas matrizes e pelo ganho de codificação quantificado pelo determinante destas matrizes [40]. Estas matrizes são construídas a partir de pares de palavras código de canais distintos.

Para canais Rayleigh variantes no tempo o desempenho é determinado pelo ganho de diversidade quantificado pela distância de Hamming generalizada de certas seqüências e pelo ganho de codificação quantificado pela distância produto generalizada destas seqüências [40]. Estas seqüências são construídas de pares distintos de palavras código.

Os critérios de desempenho são usados então para projetar códigos de treliça definindo esquemas otimizados de transmissão para canais com desvanecimento. Estes esquemas têm aplicação principalmente nos sistemas de comunicações móveis e sistemas de comunicação sem fio para ambientes interiores.

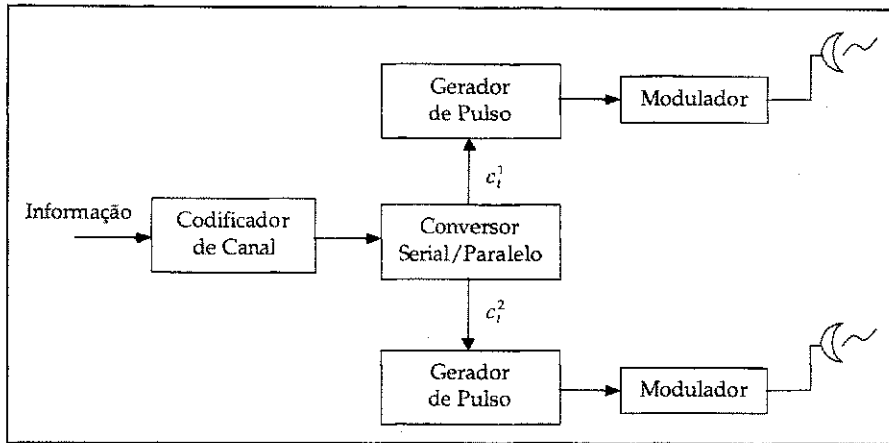


Figura 3.1 - Esquema de transmissão com diversidade espaço-temporal com duas antenas

Considere um sistema de comunicação móvel em que a estação base é equipada com n antenas e a estação móvel é equipada com m antenas. A informação é codificada pelo codificador de canal, entra em um conversor serial/paralelo e é dividida em n seqüências. Cada seqüência entra em um gerador de pulso, sendo, em seguida, modulada. A saída do modulador i é um sinal c_t^i que é transmitido usando uma antena de transmissão distinta i , para $1 \leq i \leq n$, sendo t o intervalo de sinalização. Desta forma, em cada intervalo t são transmitidos simultaneamente n sinais.

O sinal em cada antena de recepção é uma superposição com ruído de n sinais transmitidos, corrompidos pelo desvanecimento Rician ou Rayleigh. Será considerado que os elementos da constelação de sinais são contraídos por um fator $\sqrt{E_s}$ de modo que a energia média da constelação seja igual a 1.

No receptor, o demodulador calcula a estatística de decisão baseada nos sinais recebidos em cada antena de recepção j , para $1 \leq j \leq m$. O sinal r_t^j , recebido pela antena j no intervalo t , é dado por

$$r_t^j = \sum_{i=1}^n \alpha_{i,j} c_t^i \sqrt{E_s} + \eta_t^j \quad (25)$$

com o ruído η_t^j no intervalo t sendo modelado como amostras independentes de variáveis aleatórias gaussianas complexas de média zero e variância $N_0/2$ por dimensão. O coeficiente $\alpha_{i,j}$ é o ganho do percurso da antena de transmissão i para a antena de recepção j .

3.2 Critérios de Desempenho para Sistemas com Codificação Espaço-Temporal.

Critérios de desempenho são utilizados para projetar códigos de treliça otimizados para transmissão em canais com desvanecimento. Estes critérios são definidos de acordo com as características do modelo do canal ou características do sistema. Dentre estas características pode-se citar o modelo do desvanecimento (Rician ou Rayleigh), a correlação entre os coeficientes de desvanecimento, a velocidade de variação do desvanecimento ou se o esquema de demodulação adotado pelo sistema considera ou não sobreposição dos sinais transmitidos. Neste trabalho são apresentados critérios de desempenho considerando desvanecimento Rayleigh com e sem variação no tempo.

3.2.1 Critérios de Desempenho: Conceitos Básicos.

Com objetivo de apresentar o desenvolvimento dos critérios de desempenho de códigos espaço-temporais, será definida uma notação e revistos alguns conceitos da álgebra linear. A notação e os conceitos apresentados serão empregados no restante deste trabalho.

Seja $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ e $y = (y_1, y_2, \dots, y_k)$ vetores complexos no espaço k -dimensional \mathbb{C}^k . O produto interno entre x e y é dado por

$$x \cdot y = \sum_{i=1}^k x_i \bar{y}_i \quad (26)$$

com \bar{y}_i denotando o complexo conjugado de y_i . Para uma matriz A , considere A^* a matriz *Hermitiana* de A (conjugada transposta). Uma matriz $A_{n \times n}$ é Hermitiana se $A = A^*$. Uma matriz A é *não negativa definida* se $xAx^* \geq 0$ para qualquer vetor $1 \times n$ complexo x . Uma matriz $V_{n \times n}$ é *unitária* se $VV^* = I$, com I denotando a matriz identidade. Uma matriz $B_{n \times n}$ é *raiz quadrada* de uma matriz $A_{n \times n}$ se $BB^* = A$.

Os seguintes resultados da álgebra linear serão utilizados [38]:

- Um autovetor v de uma matriz $A_{n \times n}$ correspondente a um autovalor λ é um vetor $1 \times n$ de comprimento unitário tal que $vA = \lambda v$ para um número complexo λ . O espaço vetorial criado pelos autovetores de A correspondente ao autovalor zero tem dimensão $n-r$ com r denotando o posto de A .
- Qualquer matriz A com uma raiz quadrada B é não negativa definida.
- Para qualquer matriz A , Hermitiana não negativa definida, existe uma matriz B , quadrada triangular inferior, tal que $BB^* = A$.
- Dada uma matriz Hermitiana A , os autovetores de A geram \mathbb{C}^n , o espaço complexo de n dimensões, e é fácil construir uma base ortonormal de \mathbb{C}^n

consistindo dos autovetores de A . Além disto, existe uma matriz unitária V e uma matriz diagonal D tal que $VAV^* = D$. As linhas de V são uma base ortonormal de \mathcal{C}^n dada pelos autovetores de A . Os elementos diagonais de D são os autovalores λ_i , $i = 1, 2, \dots, n$ de A incluindo os autovalores múltiplos.

- Os autovalores de uma matriz Hermitiana são reais e os autovalores de uma matriz Hermitiana não negativa definida são não negativos.

Considere que cada elemento da constelação de sinais é contraído pelo fator de escala $\sqrt{E_s}$, escolhido para que a energia média da constelação seja igual a 1. Desta maneira o critério de projeto é independente da constelação, e se aplica igualmente a constelações PSK ou QAM.

3.2.2 Desvanecimento Rayleigh Invariante.

Considerando que o canal permanece invariante durante a transmissão de um bloco de n símbolos e o receptor é dotado de um identificador de estado de canal ideal, a probabilidade de transmitir a seqüência

$$c = c_1^1 c_1^2 \dots c_1^n c_2^1 c_2^2 \dots c_2^n \dots c_l^1 c_l^2 \dots c_l^n$$

e decidir em favor da seqüência

$$e = e_1^1 e_1^2 \dots e_1^n e_2^1 e_2^2 \dots e_2^n \dots e_l^1 e_l^2 \dots e_l^n$$

no receptor é limitada superiormente por

$$P(c \rightarrow e | \alpha_{i,j}, i=1,2,\dots,n, j=1,2,\dots,m) \leq \exp(-d^2(c,e)E_s / 4N_0) \quad (27)$$

com a variância do ruído igual a $N_0/2$ por dimensão e

$$d^2(c,e) = \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^l \left| \sum_{i=1}^n \alpha_{i,j} (c_t^i - e_t^i) \right|^2. \quad (28)$$

Após alguma manipulação obtém-se a seguinte expressão

$$d^2(c,e) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \alpha_{i,j} \bar{\alpha}_{k,j} \sum_{t=1}^l (c_t^i - e_t^i) \overline{(c_t^k - e_t^k)}. \quad (29)$$

Definindo $\Omega_j = (\alpha_{1,j}, \alpha_{2,j}, \dots, \alpha_{n,j})$ pode-se rescrever a equação (29) como

$$d^2(c,e) = \sum_{j=1}^m \Omega_j A(c,e) \Omega_j^* \quad (30)$$

com $A_{pq} = x_p x_q^*$ e $x_p = (c_1^p - e_1^p, c_2^p - e_2^p, \dots, c_l^p - e_l^p)$ para $1 \leq p, q \leq n$. Desta maneira a probabilidade de erro fica

$$P(c \rightarrow e | \alpha_{i,j}, i=1,2,\dots,n, j=1,2,\dots,m) \leq \prod_{j=1}^m \exp(-\Omega_j A(c,e) \Omega_j^* E_s / 4N_0) \quad (31)$$

com

$$A_{pq} = \sum_{i=1}^l (c_i^p - e_i^p) \overline{(c_i^q - e_i^q)}. \quad (32)$$

Desde que $A(c,e)$ é Hermitiana, existe uma matriz unitária V e uma matriz real diagonal D tal que $VA(c,e)V^* = D$. As linhas $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ de V são uma base ortonormal completa de \mathcal{C}^n dada pelos autovetores de A . Além disto, os elementos da diagonal de D são os autovalores $\lambda_i, i=1,2,\dots,n$ de A incluindo os autovalores múltiplos. A matriz

$$B(c,e) = \begin{pmatrix} e_1^1 - c_1^1 & e_2^1 - c_2^1 & \dots & e_l^1 - c_l^1 \\ e_1^2 - c_1^2 & e_2^2 - c_2^2 & \dots & e_l^2 - c_l^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_1^n - c_1^n & e_2^n - c_2^n & \dots & e_l^n - c_l^n \end{pmatrix} \quad (33)$$

é claramente uma raiz quadrada de $A(c,e)$. Então os autovalores de $A(c,e)$ são números reais não negativos.

Será expresso agora o valor $d^2(c,e)$ em termos dos autovalores da matriz $A(c,e)$.

Seja $(\beta_{1,j}, \dots, \beta_{n,j}) = \Omega_j V^*$, então

$$\Omega_j A(c,e) \Omega_j^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i |\beta_{i,j}|^2. \quad (34)$$

Lembrando que $\alpha_{n,j}$ são amostras de uma variável aleatória complexa com média $E\alpha_{n,j}$, define-se o vetor

$$K^j = (E\alpha_{1,j}, E\alpha_{2,j}, \dots, E\alpha_{n,j}). \quad (35)$$

Desde que V é unitária, $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ é uma base ortonormal de \mathcal{C}^n e $\beta_{1,j}$ são variáveis gaussianas complexas independentes com variância 0,5 por dimensão e média $K^j \cdot v_i$. Seja $K_{i,j} = |E\beta_{i,j}|^2 = |K^j \cdot v_i|^2$ então $|\beta_{i,j}|$ são variáveis aleatórias Rician independentes com função de distribuição

$$p(|\beta_{i,j}|) = 2|\beta_{i,j}| \exp(-|\beta_{i,j}|^2 - K_{i,j}) I_0(2|\beta_{i,j}| \sqrt{K_{i,j}}) \quad (36)$$

para $|\beta_{i,j}| \geq 0$, sendo I_0 a função de Bessel modificada de ordem zero do primeiro tipo.

Para calcular um limite superior para a probabilidade de erro média, calcula-se a média de

$$\prod_{j=1}^m \exp\left(- (E_s / 4N_0) \sum_{i=1}^n \lambda_i |\beta_{i,j}|^2\right) \quad (37)$$

com relação à distribuição Rician independente $|\beta_{i,j}|$, chegando ao seguinte resultado

$$P(c \rightarrow e) \leq \prod_{j=1}^m \left(\prod_{i=1}^n \frac{1}{1 + \lambda_i E_s / 4N_0} \exp\left(- \frac{K_{i,j} \lambda_i E_s / 4N_0}{1 + \lambda_i E_s / 4N_0}\right) \right). \quad (38)$$

Restringindo-se ao caso de desvanecimento Rayleigh, tem-se que $E\alpha_{i,j} = 0$ e também que $K_{i,j} = 0$ para todos i e j , então, a equação (38) é reduzida para

$$P(c \rightarrow e) \leq \left[\prod_{i=1}^n (1 + \lambda_i E_s / 4N_0) \right]^{-m}. \quad (39)$$

Denotando por r o posto da matriz A , então o núcleo de A tem dimensão $n-r$ e exatamente $n-r$ autovalores de A são iguais a zero. Considerando $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ os autovalores diferentes de zero, conclui-se a partir da equação (39) que

$$P(c \rightarrow e) \leq \left(\prod_{i=1}^r \lambda_i \right)^{-m} (E_s / 4N_0)^{-rm} \quad (40)$$

Neste caso, pode-se atingir um ganho de diversidade de mr e um ganho de codificação de $(\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_r)^{1/r}$, lembrando que $\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_r$ é o valor absoluto da soma dos determinantes de todos os $r \times r$ cofatores principais de A .

A partir da análise apresentada, define-se os seguintes critérios de projeto:

- *Critério do posto.* Para atingir a diversidade máxima mn , a matriz $A(c,e)$ tem que ter posto máximo para quaisquer palavras código c e e . Se $A(c,e)$ tem posto mínimo r sobre duas palavras códigos distintas quaisquer, então um ganho de diversidade de mr pode ser alcançado.
- *Critério do Determinante.* Supondo que um ganho de diversidade igual a mr é o objetivo. O mínimo da raiz r -ésima da soma dos determinantes de todos os $r \times r$ cofatores principais de A sobre todos os pares de palavras código distintas corresponde ao ganho de codificação, sendo r o posto de A . O objetivo de projeto é tornar esta soma tão grande quanto possível. Se uma diversidade de nm é o objetivo de projeto, então o mínimo determinante de A sobre todos os pares de palavras código distintas deve ser maximizado.

3.2.3 Desvanecimento Rayleigh Variante.

Quando o desvanecimento é variante dentro da seqüência, o sinal r_t^j , recebido pela antena j no intervalo t , é dado por

$$r_t^j = \sum_{i=1}^n \alpha_{i,j}(t) c_t^i \sqrt{E_s} + \eta_t^j. \quad (41)$$

Os coeficientes $\alpha_{i,j}(t)$ para $t = 1, 2, \dots, l, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$ são modelados como variáveis aleatórias Gaussianas complexas de média zero e variância 0,5 por dimensão. A variável η_t^j é também modelada como variável aleatória Gaussiana complexa de média zero, mas, com variância $N_0/2$ por dimensão.

Da mesma forma da seção anterior, os coeficientes $\alpha_{i,j}(t)$ para $t = 1, 2, \dots, l, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$ são conhecidos pelo decodificador. A probabilidade de decidir em favor de

$$e = e_1^1 e_1^2 \dots e_1^n e_2^1 e_2^2 \dots e_2^n \dots e_l^1 e_l^2 \dots e_l^n$$

considerando que a palavra transmitida tenha sido

$$c = c_1^1 c_1^2 \dots c_1^n c_2^1 c_2^2 \dots c_2^n \dots c_l^1 c_l^2 \dots c_l^n$$

é limitada superiormente da seguinte forma

$$P(c \rightarrow e | \alpha_{i,j}(t)) \leq \exp(-d^2(c, e) E_s / 4N_0) \quad (42)$$

sendo que

$$d^2(c, e) = \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^l \left| \sum_{i=1}^n \alpha_{i,j}(t) (c_t^i - e_t^i) \right|^2. \quad (43)$$

Definindo $\Omega_i(t) = (\alpha_{1,j}(t), \alpha_{2,j}(t), \dots, \alpha_{n,j}(t))$ e $C(t)$ a matriz $n \times n$ com o elemento da p -ésima linha e q -ésima coluna igual a $(c_t^p - e_t^p) \overline{(c_t^q - e_t^q)}$, obtém-se

$$d^2(c, e) = \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^l \Omega_j(t) C(t) \Omega_j^*(t). \quad (44)$$

A matriz $C(t)$ é Hermitiana e existe uma matriz unitária $V(t)$ e uma matriz diagonal $D(t)$ tal que $C(t) = V(t)D(t)V^*(t)$. Os elementos da matriz diagonal $D(t)$, denotados por $D_{ii}(t)$, $i = 1, \dots, n$, são autovalores de $C(t)$ considerando as multiplicidades. Uma vez que $C(t)$ é Hermitiana estes autovalores são números reais.

Seja $(\beta_{1,j}(t), \dots, \beta_{n,j}(t)) = \Omega_j(t) V^*(t)$, então $\beta_{i,j}(t)$ para $t = 1, \dots, l$, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$ são variáveis aleatórias Gaussianas complexas de média zero e variância 0,5 por dimensão e

$$\Omega_j(t) C(t) \Omega_j^*(t) = \sum_{i=1}^n |\beta_{i,j}(t)|^2 D_{ii}(t). \quad (45)$$

Combinando este resultado com as equações (42) e (43), e fazendo-se a média em relação à distribuição de Rayleigh obtém-se a seguinte expressão para a probabilidade de erro

$$P(c \rightarrow e) \leq \prod_{i,t} (1 + D_{ii}(t) E_s / 4N_o)^{-m}. \quad (46)$$

A matriz $C(t)$ tem todas as colunas múltiplas de

$$c_t - e_t = (c_t^1 - e_t^1, c_t^2 - e_t^2, \dots, c_t^n - e_t^n),$$

portanto $C(t)$ tem posto igual a 1 se $c_t^1 c_t^2 \dots c_t^n \neq e_t^1 e_t^2 \dots e_t^n$ e, posto igual a zero nos demais casos. Conclui-se que $n-1$ elementos da lista $D_{11}(t), D_{22}(t), \dots, D_{mm}(t)$ são iguais a zero e o único elemento diferente de zero possível é $|c_t - e_t|^2$. Substituindo na equação (46) obtém-se

$$P(c \rightarrow e | \alpha_{i,j}(t), i, j, t) \leq \prod_{t=1}^l (1 + |c_t - e_t|^2 E_s / 4N_o)^{-m}. \quad (47)$$

Considere $v(c, e)$ o conjunto de todas as instâncias de tempo $1 \leq t \leq l$ em que $|c_t - e_t| \neq 0$ e $|v(c, e)|$ o número de elementos de $v(c, e)$. Substituindo na equação (47) tem-se que

$$P(c \rightarrow e) \leq \prod_{t \in v(c, e)} (|c_t - e_t|^2 E_s / 4N_o)^{-m} \quad (48)$$

A partir de (48) conclui-se que o ganho de diversidade é de $m|v(c, e)|$. O critério de projeto é definido em função do coeficiente $(E_s / 4N_o)^{-mv(c, e)}$.

- *Critério da distância.* Para atingir o ganho de diversidade mv em um ambiente de desvanecimento variante, em quaisquer duas palavras código c e e as seqüências $c_t^1 c_t^2 \dots c_t^n$ e $e_t^1 e_t^2 \dots e_t^n$ devem diferir em pelo menos v valores.
- *Critério do Produto.* Considerando $v(c, e)$ o conjunto de todas as instancias de tempo $1 \leq t \leq l$ em que $c_t^1 c_t^2 \dots c_t^n \neq e_t^1 e_t^2 \dots e_t^n$ e considerando que

$$|c_t - e_t|^2 = \sum_{i=1}^n |c_t^i - e_t^i|^2, \quad (49)$$

então, para atingir o máximo ganho de codificação em um ambiente de desvanecimento variante, o valor mínimo dos produtos

$$\prod_{t \in V(c,e)} |c_t - e_t|^2 \quad (50)$$

tomados sobre todas as palavras código distintas c e e deve ser maximizado.

3.3 Constelações Resistentes ao Desvanecimento.

Considerando agora que no sistema com codificação espaço-temporal apresentado, os símbolos transmitidos em cada intervalo de sinalização pertencem a uma constelação multidimensional C com $N=2n$ dimensões com $|C|$ pontos e considerando que a probabilidade de erro de transmissão para o caso de desvanecimento variante é proporcional à distância produto como mostrado na equação (48), pode-se definir um parâmetro, similar ao apresentado em [41], denominado *figura de mérito da constelação*, que representa o desempenho da constelação para transmissão em canais com desvanecimento. A figura de mérito é dada por

$$CMF(C) = \min_{c, e \in C, c \neq e} \prod_{i=1, c_i \neq e_i}^N |c_i - e_i|^2. \quad (51)$$

A partir da figura de mérito pode-se definir procedimentos para construir constelações N -dimensionais que apresentem valores altos de $CMF(C)$, obtendo assim, ganhos de desempenho para transmissões em canais com desvanecimento.

Estes procedimentos consistem na aplicação de transformações na constelação visando aumentar o valor da figura de mérito. Um proposta de transformações possíveis de ser empregadas são as transformações isométricas. Com elas a distância euclidiana entre os pontos é mantida e a distância produto maximizada, assegurando o desempenho da constelação em canais gaussianos. Pode-se também utilizar transformações não-isométricas que deformam a constelação. Neste caso, entretanto, pode haver uma piora de desempenho frente ao ruído gaussiano.

Considerando os pontos N -dimensionais como vetores linha com N elementos, uma transformação isométrica possível consiste em multiplicar estes vetores por uma matriz ortogonal A com dimensão $N \times N$. Uma matriz ótima para uma constelação é aquela que maximiza a figura de mérito da constelação. Representando a constelação por uma matriz C com dimensão $|C| \times N$ na qual cada linha representa um ponto da constelação, uma matriz ortogonal A ótima maximiza a figura de mérito da matriz transformada $C' = CA$.

Qualquer matriz ortogonal A com dimensão $N \times N$ pode ser fatorada em $g = N(N-1)/2$ matrizes de rotação G e uma matriz diagonal \hat{I} com todos os elementos da diagonal iguais a 1 ou -1 , ou seja,

$$A = \prod_{1 \leq i \leq N-1, i+1 \leq j \leq N} G(i, j, \theta_{i,j}) \cdot \hat{I} \quad (52)$$

com $\theta_{i,j}$ representando os ângulos de rotação entre os planos (i, j) e a matriz G , denominada matriz de Givens, dada por

$$G(i, j, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & c & \dots & s & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & -s & \dots & c & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (53)$$

com c e s representando, respectivamente, $\cos(\theta)$ e $\sin(\theta)$. A matriz de Givens consiste, portanto, de uma matriz com unidades na diagonal principal exceto nos elementos das linhas i e j , cujos valores são $\cos(\theta)$ e zeros nos elementos fora da diagonal principal, com exceção dos elementos da diagonal secundária das linhas i e j , cujos valores são respectivamente $\sin(\theta)$ e $-\sin(\theta)$. O produto de um vetor pela matriz de Givens faz com que o vetor seja rotacionado de θ graus com relação ao plano (i, j) . O produto da matriz C pela matriz A faz com que a matriz C seja rotacionada g vezes, cada uma, em relação a um determinado plano (i, j) e com um determinado ângulo $\theta_{i,j}$.

Um método para obter uma constelação ótima $C' = CA$ consiste em partir de uma constelação qualquer C e definir matrizes A para todos os possíveis valores de $\theta_{i,j}$ considerando um determinado intervalo de discretização para os valores dos ângulos (por exemplo, 1 grau). Calcula-se então os valores de figura de mérito para as matrizes $C' = CA$ determinando assim os ângulos ótimos de rotação. Como existem $g = N(N-1)/2$ graus de liberdade este método de busca exaustiva só é viável para dimensões 2 ($g = 1$) e 3 ($g = 3$). Considerando uma constelação bidimensional ($N=2$) com os pontos nos vértices de um quadrado e passo de $0,1^\circ$, o ângulo ótimo é igual a $31,7^\circ$. Considerando uma constelação tridimensional ($N=3$) com os pontos nos vértices de um cubo e passo de 1° , os ângulos ótimos são 24° , 36° e 26° [23].

Para valores maiores de N devem ser utilizados algoritmos mais elaborados, como o algoritmo do gradiente ou algoritmos genéticos, pois o espaço de busca se torna muito grande. Estes algoritmos, entretanto, encontram mínimos locais resultando em soluções sub-ótimas. Considerando uma constelação com quatro dimensões ($N=4$) com os pontos nos vértices de um cubo tetradimensional uma solução sub-ótima é $[15,68^\circ \ 24,48^\circ \ -9,08^\circ \ 19,67^\circ \ 24,6^\circ \ -15,56^\circ]$ que atinge uma figura de mérito igual a 0,1522 [23].

Capítulo 4

Estimação de Canal

Um dos objetivos desta tese é analisar o desempenho de esquemas de codificação espaço-temporal considerando ambientes de comunicação mais realistas que os comumente utilizados na análise destes códigos. Deseja-se avaliar o comportamento destes esquemas de codificação em situações nas quais o estado do canal não é conhecido perfeitamente, situações que ocorrem frequentemente na prática. Esta análise se justifica, pois, como visto no capítulo anterior, os critérios de desempenho utilizados no projeto dos códigos consideram conhecimento ideal do canal e nada garante que estes esquemas tenham bom desempenho em situações reais, para as quais eles não foram projetados.

Para realização desta análise é necessário conhecer algumas técnicas utilizadas para estimar o estado do canal e assim obter resultados de desempenho dos códigos espaço-temporais considerando conhecimento não-ideal do canal.

4.1 Técnicas de Estimação de Canal.

Considerando que em um sistema de comunicação o receptor não conhece o estado do canal, torna-se necessário a incorporação de técnicas para realização da estimação do canal. Além disto, se o canal for variante no tempo é necessário que o receptor tenha a capacidade de atualizar a estimativa do canal com o passar do tempo. Receptores com capacidade de atualização são chamados de adaptativos.

Pode-se citar duas abordagens para implementação da recepção sem considerar conhecimento ideal do estado do canal. A primeira delas implementa um *identificador de canal*, que procura estimar o canal propriamente dito fornecendo esta informação ao módulo decisor do receptor. A segunda abordagem utiliza uma estrutura em série com o

canal, denominada *equalizador*, que tenta compensar os efeitos indesejáveis provocados pelo canal, fornecendo ao módulo de decisão do receptor uma seqüência similar ou mais parecida com o sinal transmitido. O equalizador em uma situação ideal estima o canal inverso.

A figura 4.1 apresenta um diagrama de blocos da recepção utilizando a abordagem de identificação de canal. A entrada do módulo identificador de canal é o sinal de informação $s(t)$ e suas saídas são a estimativa do sinal recebido $\hat{r}(t)$, utilizada para calcular o valor do erro de estimação $e(t)$ (e atualizar o canal identificado) e, a estimativa do canal, utilizado pelo módulo decisor no processo de demodulação.

Deve ser observado que no modelo de identificador de canal utiliza-se o sinal de informação como dado de entrada do identificador. Esta entrada, a princípio, não tem sentido pois, uma vez que já se conhece a informação, não seria necessário sua transmissão, muito menos, realizar o processo de identificação do canal. Na realidade, o processo de identificação utiliza inicialmente uma seqüência conhecida pelo receptor denominada de seqüência de treinamento, para obter uma estimativa inicial para o canal. Em seguida, com a chave na entrada do identificador na posição 2, o sistema passa a demodular e o identificador utiliza como sinal de informação o sinal demodulado. Durante este período o identificador continua a atualizar a estimativa do canal. Devido ao comportamento variante do canal é necessário transmitir a seqüência de treinamento com determinada periodicidade. Para que não haja comprometimento da vazão do sistema com transmissões de seqüências de treinamento, o identificador deve utilizar seqüências de menor comprimento e maior periodicidade possíveis.

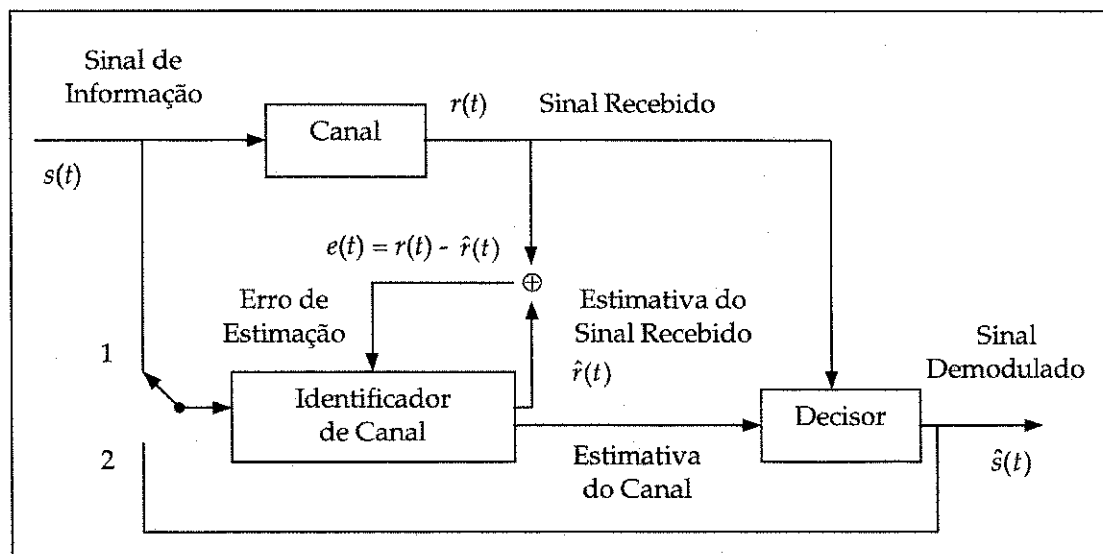


Figura 4.1 - Recepção com Identificador de Canal

A figura 4.2 apresenta um diagrama de blocos da recepção utilizando a abordagem de equalização. A entrada do módulo equalizador é o sinal de recebido $r(t)$ e sua saída é o sinal equalizado que, em um caso ideal, é o próprio sinal de informação. O sinal equalizado é utilizado para calcular o valor do erro de estimação $e(t)$ e reajustar o equalizador. Da mesma forma que no esquema de identificação de canal, o equalizador precisa de uma seqüência de treinamento para ajustar seus coeficientes e com isso apresentar o comportamento do canal inverso.

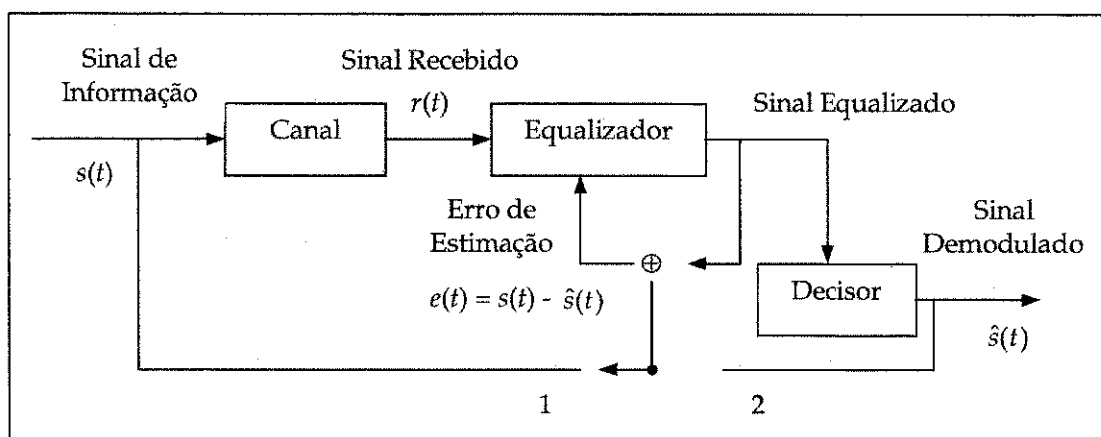


Figura 4.2 - Recepção com Equalizador

Outra abordagem para implementação do receptor utiliza técnicas de identificação cega de canais, cujo principal objetivo é identificar o canal sem a necessidade de utilização de seqüências de treinamento. Sistemas com recepção cega podem utilizar toda a capacidade dos canais para transmissão de informação. Estas técnicas utilizam estatísticas de ordem superior, superamostragem ou estimativas por máxima verosimilhança conjunta sendo bem mais complexas que os receptores que adotam seqüência de treinamento.

Tipicamente, equalizadores adaptativos utilizados na prática em comunicações digitais requerem uma seqüência de treinamento. Entretanto existem algumas situações práticas nas quais é desejável que o receptor seja capaz de acompanhar o canal sem a cooperação do transmissor. Por exemplo, em uma rede ponto a multiponto envolvendo uma unidade de controle ligada a terminais, numa configuração mestre-escravo, os terminais só transmitem quando solicitados pelo elemento central de controle. Caso esta rede seja grande ou tenha bastante tráfego, haverá uma grande perda de vazão com seqüências de treinamento sendo enviadas periodicamente pela unidade central para todas as estações.

Nesta tese serão analisados esquemas de codificação espaço-temporal, utilizando receptores com identificador de canal e sequência de treinamento e também receptores com identificação cega. Desta forma, os itens seguintes apresentarão as técnicas de identificação utilizadas nos sistemas codificados analisados.

4.2 Técnica LMS (Least Mean Square)

A técnica *LMS* consiste em algoritmo de filtragem adaptativa composto de dois processos básicos. O primeiro processo consiste em uma filtragem que calcula a saída de um filtro transversal e a geração de um erro de estimação pela comparação com a saída desejada. O segundo processo é um processo adaptativo que realiza um ajuste automático nos coeficientes do filtro de acordo com o valor do erro de estimação.

A combinação desses dois processos trabalhando conjuntamente constitui uma realimentação em torno da qual o algoritmo *LMS* é definido. A figura 4.3 mostra a estrutura para implementação do algoritmo. O sinal inicialmente passa pelo filtro transversal no qual é realizado o processo de filtragem, sendo em seguida calculado um sinal de erro que é utilizado para ajustar os coeficientes do filtro. A figura 4.4 mostra o detalhamento da estrutura do filtro transversal. Define-se o vetor de entradas $\bar{s}(t) = (s(t), s(t-1), \dots, s(t-n+1))$ e o vetor de coeficientes $\bar{w}(t) = (w_0(t), w_1(t), \dots, w_{n-1}(t))$. O valor calculado para o vetor de coeficientes $\bar{w}(t)$ utilizando o algoritmo *LMS* representa uma estimativa cujos valores se aproximam da solução de Wiener [39].

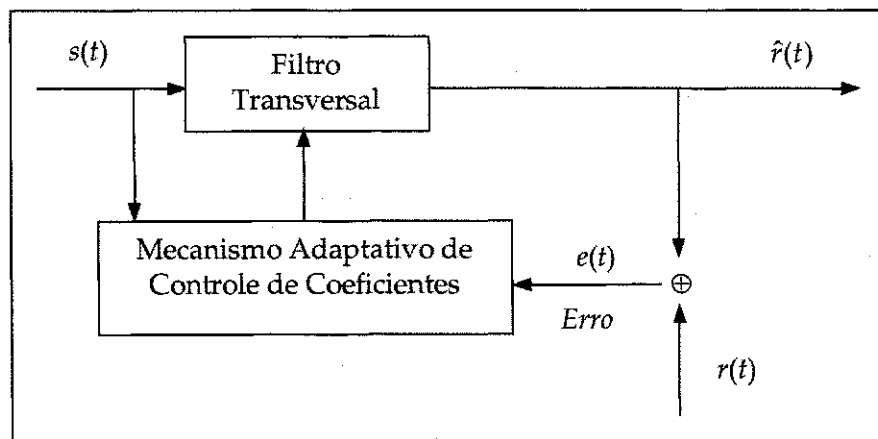


Figura 4.3 – Estrutura do Algoritmo LMS

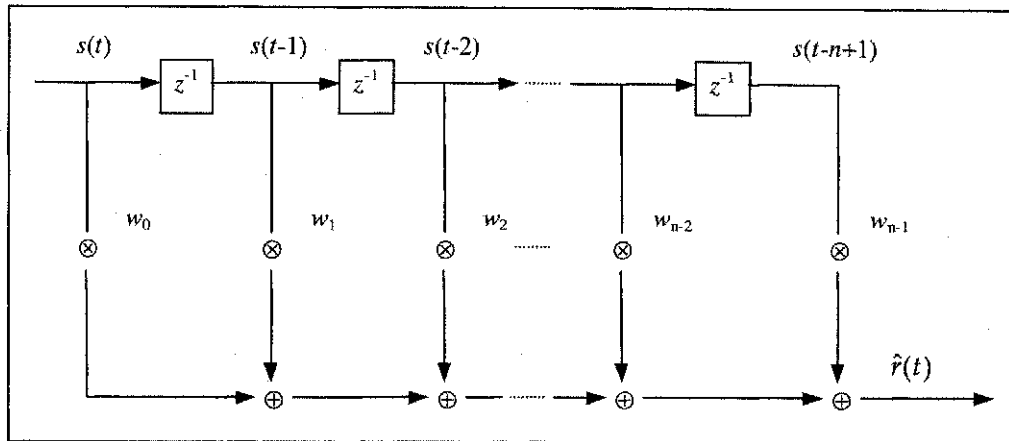


Figura 4.4 – Estrutura do Filtro Transversal

Durante o processo de filtragem a resposta desejada $r(t)$ é fornecida juntamente com o vetor de entrada $\bar{s}(t)$ ao algoritmo. A partir destas entradas, o filtro transversal produz uma saída $\hat{r}(t)$ que representa uma estimativa para a resposta desejada $r(t)$. Com isso, define-se um erro de estimação $e(t)$ como a diferença entre a resposta desejada e a saída do filtro. O erro de estimação $e(t)$ e o vetor de entrada $\bar{s}(t)$ são utilizados pelo mecanismo de controle dos coeficientes, fechando a realimentação em torno dos coeficientes.

A figura 4.5 apresenta o detalhamento do mecanismo adaptativo de controle dos coeficientes. Este módulo calcula o produto interno do erro de estimação $e(t)$ e o vetor de entradas $\bar{s}(t)$ definindo um vetor de correção a ser aplicado aos coeficientes do filtro na iteração $t+1$. No cálculo do vetor de correção é utilizado o passo μ . Observa-se que o algoritmo *LMS* utiliza os elementos $\mu s(t-k)\bar{e}(t)$, sendo $\bar{e}(t)$ o conjugado de $e(t)$, como gradiente dos coeficientes do filtro, portanto, o *LMS* apresenta um ruído de gradiente nos coeficientes. O passo é, em consequência, um parâmetro que influi diretamente na velocidade de convergência do algoritmo assim como no nível de ruído de gradiente. Seu valor deve ser ajustado para se obter o desempenho desejado, regulando o comprometimento entre velocidade e precisão dos resultados obtidos. Desta forma, atribuindo um valor baixo para o passo, o processo adaptativo tem uma velocidade de acompanhamento menor, sendo reduzido o efeito de ruído de gradiente nos pesos. Por outro lado, um valor maior para o passo faz processo adaptativo acompanhar mais rapidamente o sistema, aumentando, entretanto, o efeito de ruído de gradiente nos pesos.

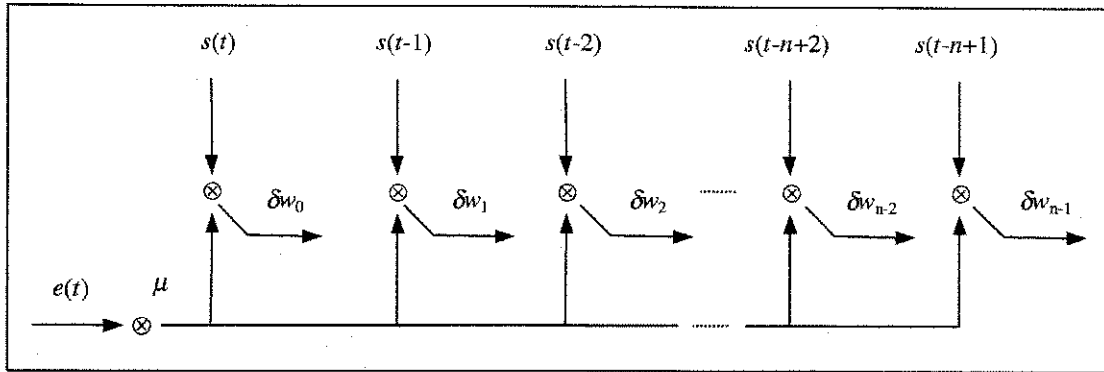


Figura 4.5 – Estrutura do mecanismo adaptativo de controle dos coeficientes

De uma forma geral pode-se dizer que o algoritmo *LMS* é de implementação simples podendo-se obter um bom desempenho no acompanhamento dos canais de comunicação. Para tal, é necessário escolher o valor do passo que melhor se adapta ao canal a ser acompanhado.

A relação recursiva da atualização dos coeficientes no algoritmo *LMS* é descrita pela seguinte equação

$$\bar{w}(t+1) = \bar{w}(t) + \mu \bar{s}(t) [r(t) - \bar{s}^*(t) \cdot \bar{w}(t)] \quad (54)$$

que pode ser também descrita por três relações separadas relacionadas aos módulos que compõem o algoritmo:

1. Filtro transversal $\hat{r}(t) = \bar{w}^*(t) \cdot \bar{s}(t) \quad (55)$

2. Erro de Estimção $e(t) = \hat{r}(t) - r(t) \quad (56)$

3. Ajuste dos Coeficientes $\bar{w}(t+1) = \bar{w}(t) + \mu \bar{s}(t) \bar{e}(t) \quad (57)$

Note que as equações (55) e (56) definem o erro de estimação $e(t)$ baseado no valor da estimativa corrente dos coeficientes do filtro e o segundo termo da equação (57) representa a correção aplicada a estimativa corrente. O processo iterativo inicia atribuindo-se um valor inicial para os coeficientes $\bar{w}(0)$.

4.3 Técnicas de Identificação Cega

Algumas técnicas de identificação cega baseiam-se em algoritmos de desconvolução cega. A desconvolução é uma operação que desfaz a convolução realizada por um sistema linear invariante no tempo em um sinal. No caso aqui considerado o sistema linear modela o canal de comunicação. Na operação de

desconvolução convencional o sinal de saída e o sistema linear (o canal) são conhecidos e a operação consiste em obter o sinal de entrada (sinal de informação) transmitido. Na desconvolução cega somente o sinal de saída é conhecido e o objetivo é encontrar o sinal de informação e o sistema que representa o canal. Obviamente a desconvolução cega é um processo mais complexo que a desconvolução convencional.

Pode-se estabelecer dois tipos de algoritmos de desconvolução cega, dependendo da abordagem adotada. O primeiro tipo consiste em algoritmos que utilizam estatísticas de ordem superior (ordem maior que 2) e o segundo em algoritmos que são baseados nas estatísticas de segunda ordem de processos cicloestacionários. A propriedade de cicloestacionaridade é obtida através da superamostragem dos sinais recebidos ou mediante a utilização de diversidade espacial na transmissão.

Os algoritmos que utilizam estatísticas de ordem superior são relativamente simples de implementar e capazes de atingir bom desempenho, entretanto, sofrem de algumas limitações. A principal é que eles apresentam uma baixa taxa de convergência. A razão para isto é que para obtenção de estatísticas de ordem superior é necessário utilizar uma quantidade muito maior de amostras do que no caso de estatísticas de segunda ordem. O número de amostras necessário para estimar uma estatística de n -ésima ordem de um processo estocástico cresce, em geral, exponencialmente com n [39]. Para exemplificar, o algoritmo de tricepstrum [39] requer estatísticas de pelo menos quarta ordem. Desta forma, enquanto que um algoritmo baseado em estatísticas de segunda ordem necessita de algumas centenas de iterações, os algoritmos que utilizam estatísticas de ordem superior podem requerer vários milhares de iterações.

A baixa taxa de convergência dos algoritmos que utilizam estatísticas de ordem superior limita sua aplicação aos ambientes de comunicações no qual o canal pode ser considerado invariante ou lentamente variante no tempo. Estes algoritmos, no caso de canais rapidamente variantes, simplesmente não têm tempo suficiente para convergir, não sendo possível acompanhar as variações do canal. Desta forma, em comunicações digitais sem fio os algoritmos que exploram as estatísticas de segunda ordem de processos cicloestacionários são os que têm maior potencial para serem aplicados.

4.4 Identificação Cega utilizando Estatísticas de Segunda Ordem

Sabe-se que as estatísticas de segunda ordem de processos estacionários não contêm informação suficiente para realização da estimação de canais, a não ser que alguma restrição acerca dos canais sejam impostas, como por exemplo, suposição de fase mínima ou de fase máxima. Em situações mais gerais como em sistemas de comunicações é preciso lançar mão de estatísticas de ordem superior.

No entanto, considerando-se processos cicloestacionários é possível realizar estimação utilizando apenas estatísticas de segunda ordem. Para explicar a propriedade de cicloestacionaridade, considere que o sinal recebido em um sistema de comunicação digital é

$$r(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} s_m h(t - mT) + \eta(t) \quad (58)$$

com um símbolo s_m sendo transmitido a cada T segundos, t denotando o tempo, $h(t)$ sendo a resposta ao impulso do canal e $\eta(t)$ sendo o ruído do canal. Considerando que a seqüência transmitida s_m e o ruído do canal $\eta(t)$ são estacionárias no sentido amplo com média zero pode-se mostrar que o sinal recebido $r(t)$ tem média zero e sua autocorrelação é periódica com período T [39], ou seja,

$$R_r(t_1, t_2) = R_r(t_1 + T, t_2 + T) \quad (59)$$

podendo-se assim dizer que $r(t)$ é cicloestacionário no sentido amplo.

Esta propriedade, em conjunto com o fato de que os processos cicloestacionários podem ser obtidos mediante adoção de diversidade ou superamostragem, viabilizam a utilização de estatísticas de segunda ordem.

O que faz a cicloestacionaridade uma opção atrativa para realização de desconvolução cega é o fato de que ela utiliza somente estatísticas de segunda ordem, não apresentando o problema de convergência lenta dos algoritmos que utilizam estatísticas de ordem superior. Entretanto, as técnicas baseadas em cicloestacionaridade exigem que determinadas condições sejam atendidas para garantir a identificação do canal. Estes requisitos são violados quando os subcanais obtidos pela diversidade ou superamostragem compartilham zeros comuns [33]. A existência de zeros comuns entre os subcanais reduz o efeito da diversidade ou superamostragem levando o algoritmo para uma condição onde não é possível realizar a identificação do canal.

Dentre as técnicas para realização de equalização ou identificação cega que têm sido propostas na literatura, será utilizado o método da decomposição em subespaços apresentado em Moulignes [10] e que será discutido de forma sucinta a seguir.

Considere que o canal é modelado por um filtro FIR (*Finite Impulse Response*) e que diversas amostragens são realizadas em cada período de amostragem T . Estas considerações são atendidas caso o sinal recebido seja superamostrado ou sejam utilizados múltiplos sensores com suas saídas individuais amostradas a uma taxa $1/T$.

Considere inicialmente uma superamostragem realizada utilizando apenas um sensor e que o sinal é superamostrado utilizando um período de amostragem K , com $K = T/L$. Desta forma, um conjunto de L seqüências são construídas, sendo definidas como $r_n^{(i)} = r(t_0 + iK + nT)$ para $0 \leq i \leq L - 1$. Cada seqüência $r_n^{(i)}$ é amostrada em um

período T nos instantes $t_0 + iK$. Considerando que o canal tem um espalhamento temporal finito as seqüências são iguais a

$$r_n^{(i)} = \sum_{m=0}^M s_{n-m} h(t_0 + iK + mT) + \eta_n^{(i)}, \quad (60)$$

sendo $\eta_n^{(i)} = \eta(t_0 + iK + nT)$ as amostras do ruído $\eta(t)$.

Cada seqüência $r_n^{(i)}$ depende da resposta ao impulso $H^{(i)}$ que caracteriza o i -ésimo canal

$$H^{(i)} = [h_0^{(i)}, h_1^{(i)}, \dots, h_M^{(i)}]^T = [h(t_0 + iK), h(t_0 + iK + T), \dots, h(t_0 + iK + MT)]^T \quad (61)$$

Agrupando N amostras sucessivas da seqüência recebida, define-se o vetor $R_n^{(i)}$ com dimensão $N \times 1$ como $R_n^{(i)} = [r_n^{(i)}, r_{n-1}^{(i)}, \dots, r_{n-N+1}^{(i)}]^T$, que é igual a

$$R_n^{(i)} = H_N^{(i)} S_N + N_n^{(i)}, \quad (62)$$

com $N_n^{(i)}$ sendo um vetor $N \times 1$ com amostras do ruído $N_n^{(i)} = [\eta_n^{(i)}, \dots, \eta_{n-N+1}^{(i)}]^T$, S_N sendo um vetor $(N+M) \times 1$ com os símbolos de informação $S_N = [s_n, \dots, s_{n-N-M+1}]^T$ e a matriz $H_N^{(i)}$ com dimensão $N \times (N+M)$ definindo uma matriz de filtragem associada com o filtro linear $H^{(i)}$ definida como

$$H_N^{(i)} = \begin{pmatrix} h_0^{(i)} & \dots & h_M^{(i)} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_0^{(i)} & \dots & h_M^{(i)} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & h_0^{(i)} & \dots & h_M^{(i)} \end{pmatrix}. \quad (63)$$

Desta forma um conjunto de L medidas dos sinais recebidos considerando os mesmos símbolos de entrada é dado por

$$\begin{pmatrix} X_n^{(0)} \\ \vdots \\ X_n^{(L-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_N^{(0)} \\ \vdots \\ H_N^{(L-1)} \end{pmatrix} S_N + \begin{pmatrix} N_n^{(0)} \\ \vdots \\ N_n^{(L-1)} \end{pmatrix}, \quad (64)$$

que resulta em um sistema linear com dimensão $LN \times (N+M)$.

Considere agora que a recepção é realizada utilizando vários sensores. Cada sensor recebe um sinal que foi propagado por um canal diferente e portanto a envoltória do sinal recebido no sensor i é dada por

$$r^{(i)}(t) = \sum_{m=0}^M s_m h^{(i)}(t_0 - mT) + \eta^{(i)}(t), \quad (65)$$

e o problema permanece na forma apresentada em (64), com o número de caminhos virtuais L sendo igual ao número de sensores. A matriz de filtragem $H_N^{(i)}$ é composta pela resposta ao impulso dos sub-canais

$$H^{(i)} = [h_0^{(i)}, h_1^{(i)}, \dots, h_M^{(i)}]^T = [h(t_0), h(t_0 + T), \dots, h(t_0 + MT)]^T. \quad (66)$$

O procedimento de identificação cega consiste na estimação do vetor H de dimensão $L(M+1)$ com os coeficientes do canal,

$$H = [H^{(0)T}, \dots, H^{(L-1)T}]^T, \quad (67)$$

a partir do vetor de observações R_n definido por $R_n = [R_n^{(0)T}, \dots, R_n^{(L-1)T}]^T$.

A dependência de R_n nos coeficientes do canal é da mesma forma apresentada em (64) e pode ser rescrita na seguinte forma

$$R_n = H_n S_n + N_n. \quad (68)$$

A identificação é baseada na matriz de autocorrelação R_R do vetor recebido R_n definido por

$$R_R = E[R_n R_n^*] \quad (69)$$

com $E[\cdot]$ sendo o valor esperado. Uma vez que o ruído é considerado independente da seqüência transmitida, R_R pode ser expressada, a partir de (68), como

$$R_R = H_n R_S H_n^* + R_N, \quad (70)$$

com $R_S = E[S_n S_n^*]$ sendo a matriz de autocorrelação do vetor de símbolos transmitidos e $R_N = E[N_n N_n^*]$ sendo a matriz de autocorrelação do vetor de ruído. A matriz R_S tem dimensão $(N+M) \times (N+M)$ e posto cheio. A matriz R_N tem dimensão $LN \times LN$.

Denote por $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{LN-1}$ os autovalores da matriz R_R . Considerando que $R_N = \sigma^2 I$ e que a matriz R_S tem posto máximo e, portanto, a parte referente ao sinal da matriz R_R tem posto igual a $(N+M)$, pode-se concluir que

$$\begin{aligned} \lambda_i &> \sigma^2 && \text{para } i = 0, \dots, M+N-1, \text{ e,} \\ \lambda_i &= \sigma^2 && \text{para } i = M+N, \dots, LN-1. \end{aligned} \quad (71)$$

Denotando por S_0, \dots, S_{M+N-1} os autovetores associados aos autovalores $\lambda_0, \dots, \lambda_{M+N-1}$ e por $G_0, \dots, G_{LN-M-N-1}$ os autovetores associados aos autovalores $\lambda_{M+N}, \dots, \lambda_{LN-1}$ e definindo as matrizes $S = [S_0, \dots, S_{M+N-1}]$ com dimensão $LN \times (N+M)$ e $G = [G_0, \dots, G_{LN-M-N-1}]$ com dimensão $LN \times (LN-M-N)$, a matriz de correlação R_R pode também ser expressa da seguinte forma

$$R_R = S \text{diag}(\lambda_0, \dots, \lambda_{M+N-1}) S^* + \sigma^2 G G^*. \quad (72)$$

As colunas da matriz S geram o subespaço do sinal com dimensão $N+M$ enquanto que as colunas de G geram o seu complemento ortogonal, o subespaço do ruído. O subespaço do sinal também é gerado pelas colunas da matriz de filtragem H_N . Considerando a ortogonalidade entre os subespaços do ruído e do sinal, as colunas de H_N são ortogonais a qualquer vetor no subespaço do ruído. Desta forma, tem-se que

$$G_i^* H_N = 0 \text{ para } 0 \leq i \leq LN - M - N. \quad (73)$$

Na prática, somente uma estimativa dos autovetores \hat{G}_i é conhecida e a condição de ortogonalidade (73) é resolvida calculando o seguinte valor quadrático

$$q(H) = \sum_{i=0}^{LN-M-N-1} |\hat{G}_i^* H_N|^2, \quad (74)$$

com $q(H)$ indicando a dependência dos coeficientes do canal. Pode-se expressar o critério de minimização $q(H)$ diretamente em função do vetor H [10], que resulta em

$$q(H) = H^* Q H, \text{ com } Q = \sum_{i=0}^{LN-M-N-1} \hat{g}_i \hat{g}_i^*, \quad (75)$$

sendo g_i a matriz de filtragem, com dimensão $L(M+1) \times (M+N)$, associada ao vetor \hat{G}_i .

Caso a forma quadrática seja construída a partir da matriz de correlação real, os coeficientes do canal dados pelo vetor H que faz $q(H)=0$. Quando somente uma estimativa da matriz de correlação está disponível, uma estimativa do canal pode ser obtida pela minimização de $q(H)$ sujeito a uma restrição que evite a solução trivial $H = 0$. Uma restrição que pode ser utilizada é considerar $|H|=1$. Desta forma a solução é dada pelo autovetor associado ao menor autovalor da matriz Q .

Na implementação deste método de identificação, a matriz de correlação não é conhecida e é utilizada uma estimativa. O procedimento completo para implementação da identificação cega pelo método da decomposição em subespaços, consiste nos seguintes passos:

- (1) Estimação da matriz de correlação \hat{R}_R . Inicialmente os coeficientes de correlação são obtidos a partir de uma média no domínio do tempo sendo a estimativa \hat{R}_R formada a partir destes coeficientes.
- (2) Realização da decomposição em autovalores da matriz \hat{R}_R , para determinação da matriz \hat{G} .
- (3) Cálculo da matriz Q , a partir das matrizes de filtragem \hat{g}_i obtidas da matriz \hat{G} .
- (4) Solução do problema de minimização de $q(H)$ sujeito à restrição $|H|=1$, através da decomposição em autovalores da matriz Q .

Capítulo 5

Desempenho de Sistemas com Codificação Espaço-Temporal em Canais com Desvanecimento Plano e Lento e Conhecimento Perfeito do Estado do Canal

Neste capítulo são propostos alguns sistemas de comunicação que utilizam técnicas de diversidade, codificação e constelações resistentes ao desvanecimento sendo obtido resultados de desempenho considerando transmissão em canais com desvanecimento plano e lento e conhecimento perfeito do estado do canal.

Para facilitar o entendimento da estrutura dos sistemas propostos, serão apresentados alguns sistemas de referência, já existentes na literatura. A apresentação se iniciará pelo sistema PSK não codificado, sendo em seguida apresentados sistemas que utilizam diversidade temporal intrínseca e sistemas que empregam a construção de constelações resistentes ao desvanecimento.

Os sistemas propostos procuram integrar técnicas já consagradas com objetivo de melhoria do desempenho. No desenvolvimento desta integração é proposto também uma estratégia para projetar códigos para estes sistemas.

Para analisar o desempenhos serão utilizadas técnicas de simulação dos sistemas, obtendo-se a probabilidade de erro em função da relação sinal ruído. Em alguns dos casos aqui apresentados é possível a obtenção analítica da probabilidade de erro do sistema. Entretanto, nos resultados de desempenho apresentados no próximo capítulo, que analisa o desempenho em condições não-ideais, a obtenção analítica da probabilidade de erro dos sistemas é bastante complexa, justificando a utilização da técnica de simulação.

5.1 Sistemas de Referência.

5.1.1 Sistema PSK não codificado

O primeiro sistema de referência é o sistema com modulação em fase (PSK). O modulador deste sistema mapeia r bits de informação em um conjunto de M formas de onda com diferentes fases, com $M = 2^r$. O demodulador detecta a fase do sinal recebido, gerando os bits de informação associado a cada fase. A figura 5.1 apresenta um diagrama esquemático do sistema, considerando a transmissão sobre um canal com desvanecimento.

O conjunto de sinais pode ser representado como

$$s_m(t) = A \cdot g(t) \cdot \cos\left[2\pi f_c t + \frac{2\pi}{M}(m-1)\right], \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (76)$$

com $g(t)$ representando o pulso utilizado, A representando a amplitude do pulso e $\theta_m = 2\pi(m-1)/M$ representando as M possíveis fases que transportam a informação.

Reescrevendo a equação (76) na forma:

$$s_m(t) = A \cdot s_{m1} \cdot g(t) \cos(2\pi f_c t) + A \cdot s_{m2} \cdot g(t) \sin(2\pi f_c t), \quad (77)$$

pode-se representar $s_m(t)$ por vetores bidimensionais $s_m = [s_{m1}, s_{m2}]$ e apresentado em forma de diagrama, como mostra a figura 5.2. Nestes diagramas, denominados constelações, cada ponto representa um sinal transmitido e está associado a um conjunto de bits de informação.

Para obter o desempenho dos sistemas de comunicação analisados optou-se pela técnica de simulação. Nesta técnica utiliza-se o equivalente passa baixa do sinal, uma vez que este responde ao meio de maneira similar ao sinal real, com vantagem de não conter componentes da portadora do sinal. Para utilização da técnica é necessário obter a relação entre o nível de ruído do canal e a razão sinal/ruído que se deseja analisar.

A relação entre um sinal $s_m(t)$ e seu equivalente passa baixa $\hat{s}_m(t)$ é

$$s_m(t) = \text{Re}[\hat{s}_m(t)e^{j2\pi f_c t}]. \quad (78)$$

O sinal equivalente passa baixa de um sinal com modulação PSK é, portanto,

$$\hat{s}_m(t) = Ag(t)e^{j2\pi(m-1)/M}. \quad (79)$$

Considerando a passagem do sinal por um canal com desvanecimento, o sinal na recepção é multiplicado por um fator r , uma variável aleatória complexa cuja amplitude tem distribuição de probabilidade Rayleigh, que representa o desvanecimento. Desta maneira o equivalente passa baixa do sinal recebido é

$$\hat{r}_m(t) = rAg(t)e^{j2\pi(m-1)/M} \quad (80)$$

Considerando $g(t)$ um pulso retangular, a energia média do sinal recebido em um período de sinalização é

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \int_0^T |\hat{r}_m(t)|^2 dt = \frac{1}{2} E[|r|^2] A^2 T, \quad (81)$$

e, considerando que são transmitidos M bits em cada intervalo de sinalização, a energia média por bit recebido é igual a

$$E_b = \frac{E[|r|^2] A^2 T}{2 \log(M)}. \quad (82)$$

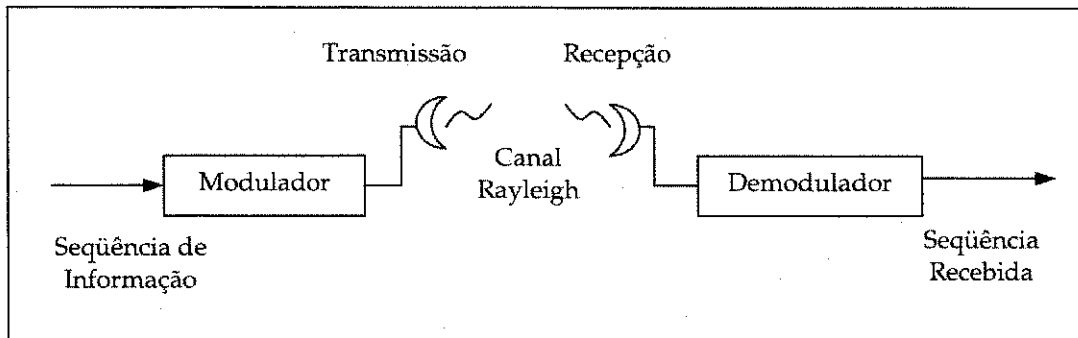


Figura 5.1 – Diagrama de blocos de um sistema de comunicação não codificado

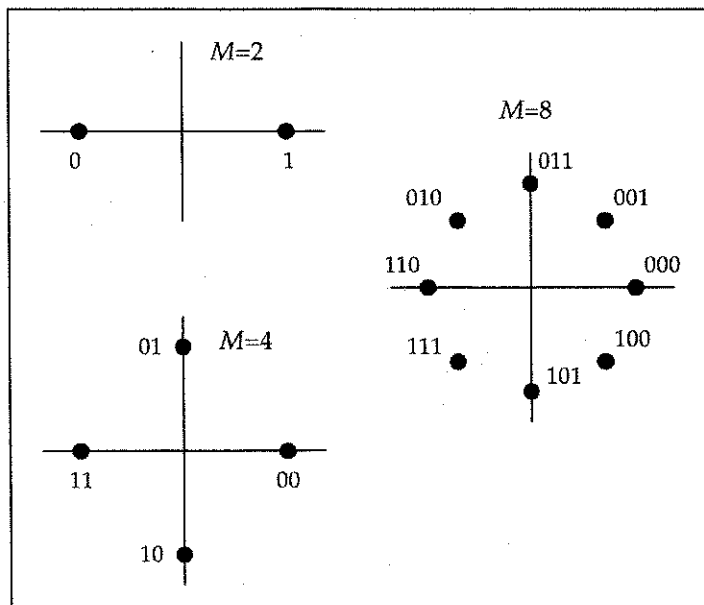


Figura 5.2 – Constelações M-PSK (BPSK, QPSK e 8-PSK)

O ruído do meio é considerado ruído branco gaussiano com banda de passagem igual a B Hz. Sua densidade espectral de potência é

$$S(f) = N_0 / 2 \text{ para } |f| \leq B, 0 \text{ para } |f| > B. \quad (83)$$

Considerando que a autocorrelação do ruído é

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} (N_0 / 2) e^{j2\pi f\tau} df = N_0 B \frac{\text{sen}(2\pi B\tau)}{2\pi B\tau} \quad (84)$$

e que o ruído é descorrelacionado para $R(\tau) = 0$, ou seja, quando $\tau = 1/2B$, a variância do ruído é, portanto,

$$\sigma^2 = R(0) = N_0 B. \quad (85)$$

Considerando que em simulação não é possível utilizar sinais contínuos, deve-se realizar a amostragem do sinal e do ruído. Cada intervalo de sinalização T é dividido em N_a intervalos de amostragem de duração T_a ($T = N_a \cdot T_a$). O ruído deve ser amostrado de forma que as amostras sejam descorrelacionadas, ou seja, quando $\tau = 1/2B$. Desta forma o tempo de amostragem na simulação deve ser $T_a = 1/2B$.

Relacionando-se a energia de bit, equação (82) com a variância do ruído simulado equação (85) e considerando o tempo de amostragem obtém-se a razão sinal ruído

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{E[|r|^2] \cdot A^2 \cdot N_a}{4 \cdot \log(M) \cdot \sigma^2} \quad (86)$$

A equação (86) relaciona todos os parâmetros envolvidos na simulação. Utiliza-se como padrão 16 amostras por símbolo, pois, um número maior de amostras não altera significativamente o resultado da simulação. Normaliza-se a amplitude do pulso ($A=1$). A variável com distribuição de Rayleigh é gerada com valor quadrático médio igual a 1 ($E[|r|^2] = 1$). Considerando também a razão sinal/ruído expressa em dB, obtém-se a expressão que relaciona o ruído do canal com a razão sinal/ruído que se deseja simular

$$\sigma^2 = \frac{4}{\log(M) \cdot 10^{E_b/N_0(\text{dB})/10}} \quad (87)$$

A figura 5.3 apresenta a probabilidade de erro de símbolo, obtida via simulação, para sistemas com modulação PSK com constelações de 2, 4 e 8 símbolos em presença de desvanecimento Rayleigh com detecção coerente. Em sistemas simples como o apresentado é possível obter analiticamente [31] a probabilidade de erro. Os resultados analíticos são utilizados para validar o processo de simulação. No caso do PSK binário coerente ($M=2$) a expressão analítica da probabilidade de erro é

$$P_{\text{erro}} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{E_b / N_0}{1 + E_b / N_0}} \right) \quad (88)$$

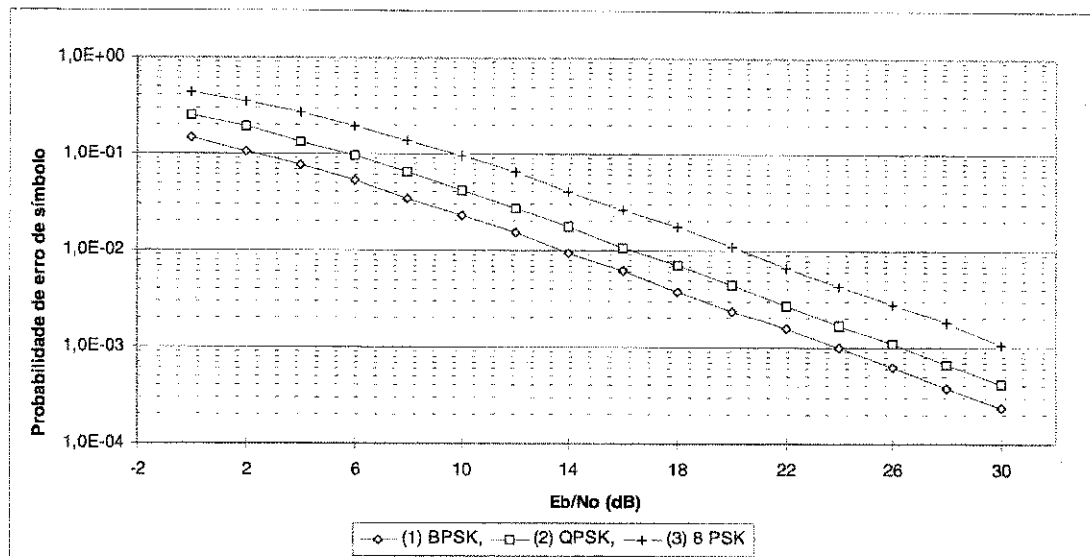


Figura 5.3 – Desempenho de sistemas com modulação PSK em canal com desvanecimento Rayleigh
 Curva 1: Sistema BPSK, Curva 2: Sistema QPSK, Curva 3: Sistema 8-PSK.

5.1.2 Sistema PSK com diversidade temporal intrínseca.

Os sistemas com diversidade temporal intrínseca foram propostos por Wei [35]. Para definir esquemas de comunicação com diversidade temporal intrínseca, utiliza-se constelações multidimensionais, construídas através da concatenação no tempo de várias constelações de dimensão menor. Por exemplo, uma constelação de dimensão $k \cdot N$ é formada através da concatenação de k constelações com pontos de dimensão N .

A constelação multidimensional deve ser então sucessivamente particionada em sub-constelações com número de pontos cada vez menor, de forma similar à apresentada nos sistemas de modulação codificada, propostos por Ungerboeck [26]. Para canais gaussianos o critério de particionamento utilizado é maximizar a distância euclidiana entre os pontos. Para canais com desvanecimento, entretanto, foram definidos [8], [35] outros critérios. Deve-se maximizar a *diversidade temporal mínima (MTD)* e a *distância produto quadrática mínima (MSPD)*. Como resultado do particionamento obtém-se um conjunto de sub-constelações com, em geral, 2 ou 4 pontos (de dimensão $k \cdot N$).

Para selecionar os pontos multidimensionais a serem transmitidos, utiliza-se um codificador convolucional. Parte dos bits de saída do codificador seleciona a sub-constelação a ser utilizada e o restante seleciona o ponto a ser utilizado dentro da sub-constelação. A figura 5.4 apresenta o diagrama esquemático de um sistema com diversidade temporal intrínseca. Neste esquema o bloco de mapeamento faz a seleção

do sinal a ser transmitido durante k intervalos de sinalização para cada conjunto de bits codificados.

Serão apresentados nesta seção dois sistemas de comunicação, propostos por Wei [35], que utilizam constelações multidimensionais compostas de dois símbolos 8-PSK. A motivação para detalhamento destes esquemas é que os mesmos serão aprimorados posteriormente para inclusão das técnicas de diversidade espacial e constelações resistentes ao desvanecimento.

No primeiro sistema utiliza-se o codificador convolucional de 4 estados e taxa 4/5 apresentado na figura 5.5. Cada 4 bits de informação (I_3, I_2, I_1, I_0) são codificados em 5 bits (X_4, X_3, X_2, X_1, X_0) e mapeados numa constelação multidimensional (2-2D) de 32 pontos, com cada símbolo 2D sendo um ponto de uma constelação 8-PSK.

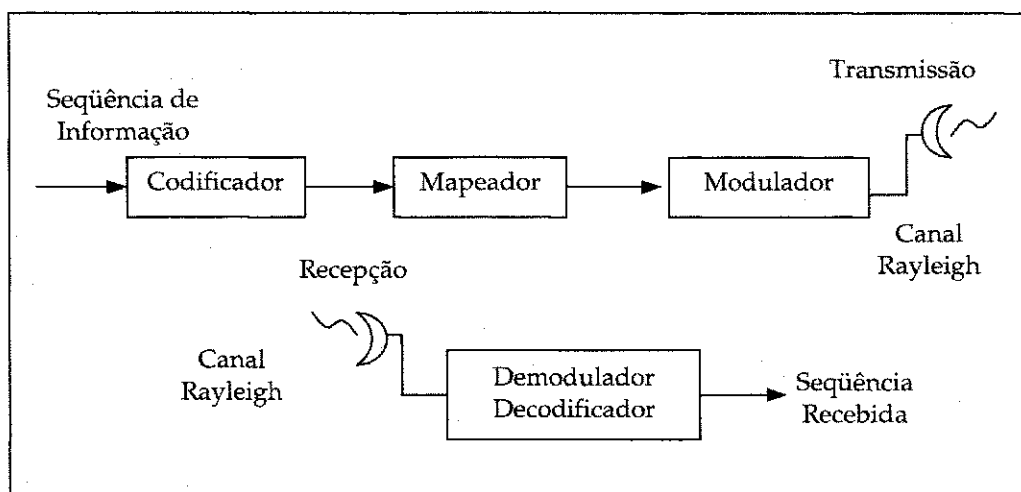


Figura 5.4 – Diagrama de blocos de um sistema de comunicação com diversidade temporal

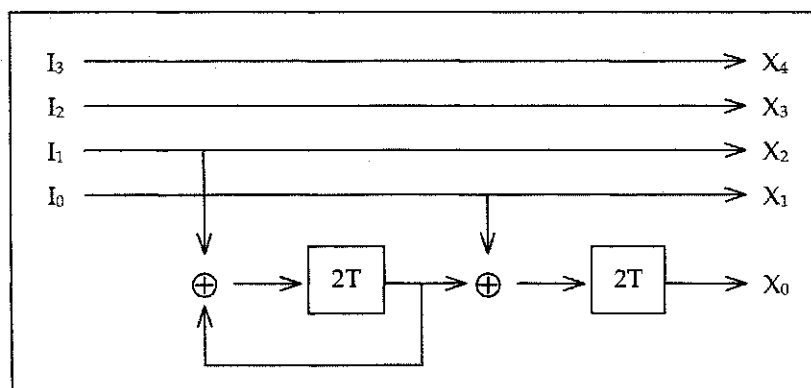


Figura 5.5 – Codificador convolucional de taxa 4/5

A constelação multidimensional de 32 pontos é particionada, de acordo com os critérios utilizados para canais com desvanecimento, em 8 subconstelações de 4 pontos. O resultado do particionamento é apresentado na tabela 5.1. Os bits $X_2 \dots X_0$ da saída do codificador são utilizados para selecionar a sub-constelação (S_0, \dots, S_7). Os bits $X_4 X_3$ são utilizados para selecionar um ponto dentro da sub-constelação. Por exemplo, caso os bits codificados $X_4 \dots X_0$ sejam respectivamente iguais a 11001 , será utilizada a constelação S_1 e os pontos transmitidos serão o ponto 5 e 3 da constelação 8-PSK. Este sistema apresenta uma eficiência de dois bits por símbolo transmitido.

No segundo sistema utiliza-se o codificador convolucional de 8 estados e taxa 5/6 apresentado na figura 5.6. Cada 5 bits de informação (I_4, I_3, I_2, I_1, I_0) são codificados em 6 bits ($X_5, X_4, X_3, X_2, X_1, X_0$) e mapeados numa constelação multidimensional (2-2D) de 64 pontos.

A constelação multidimensional de 64 pontos é particionada em 16 subconstelações de 4 pontos. O resultado do particionamento é apresentado na tabela 5.2. Os bits $X_3 \dots X_0$ da saída do codificador são utilizados para selecionar

$X_2 \dots X_0$	000	100	010	110	001	101	011	111
X_4, X_3	S_0	S_4	S_2	S_6	S_1	S_5	S_3	S_7
00	00	15	04	11	17	02	13	06
01	22	37	26	33	31	24	35	20
11	44	51	40	55	53	46	57	42
10	66	73	62	77	75	60	71	64

Tabela 5.1 - Partições da constelação de 32 pontos. Os bits $X_2 \dots X_0$ definem a sub-constelação. Os bits $X_4 X_3$ definem o ponto dentro da sub-constelação.

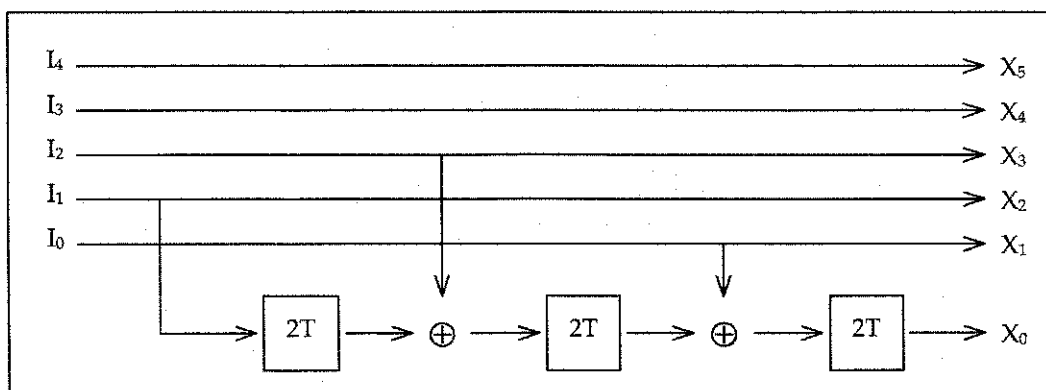


Figura 5.6 – Codificador convolucional de taxa 5/6

a sub-constelação S_0, \dots, S_7 . Os bits $X_5 X_4$ são utilizados para selecionar o ponto dentro da sub-constelação. Este sistema apresenta uma eficiência de 2,5 bits por símbolo transmitido.

A decodificação é realizada através do algoritmo de Viterbi. O processo consiste em comparar as seqüências de símbolos recebidas com as possíveis seqüências enviadas pelo codificador. Como é utilizada uma constelação de ordem $2 \cdot 2D$, a métrica de cada símbolo é calculada através da soma de duas métricas euclidianas bidimensionais.

A figura 5.7 apresenta resultados de desempenho dos dois sistemas apresentados nesta seção. O sistema sem codificação (4-PSK) é introduzido no gráfico para que se possa observar os ganhos obtidos através da codificação. O sistema com o codificador 5/6, além de apresentar o melhor desempenho, tem uma eficiência espectral melhor que os demais. Considerando uma taxa de erro de 10^{-3} o ganho obtido neste caso é superior a 10 dB.

$X_3 \dots X_0$ X_5, X_4	S_0	S_8	S_4	S_{12}	S_2	S_{10}	S_6	S_{14}
00	00	11	04	15	02	13	06	17
01	22	33	26	37	24	35	20	31
11	44	55	40	51	46	57	42	53
10	66	77	62	73	60	71	64	75
$X_3 \dots X_0$ X_5, X_4	S_1	S_9	S_5	S_{13}	S_3	S_{11}	S_7	S_{15}
00	03	14	07	10	05	16	01	12
01	25	36	21	32	27	30	23	34
11	47	50	43	54	41	52	45	56
10	61	72	65	76	63	74	67	70

Tabela 5.2 - Partições da constelação de 64 pontos Os bits $X_3 \dots X_0$ definem a sub-constelação. Os bits $X_5 X_4$ definem o ponto dentro da sub-constelação

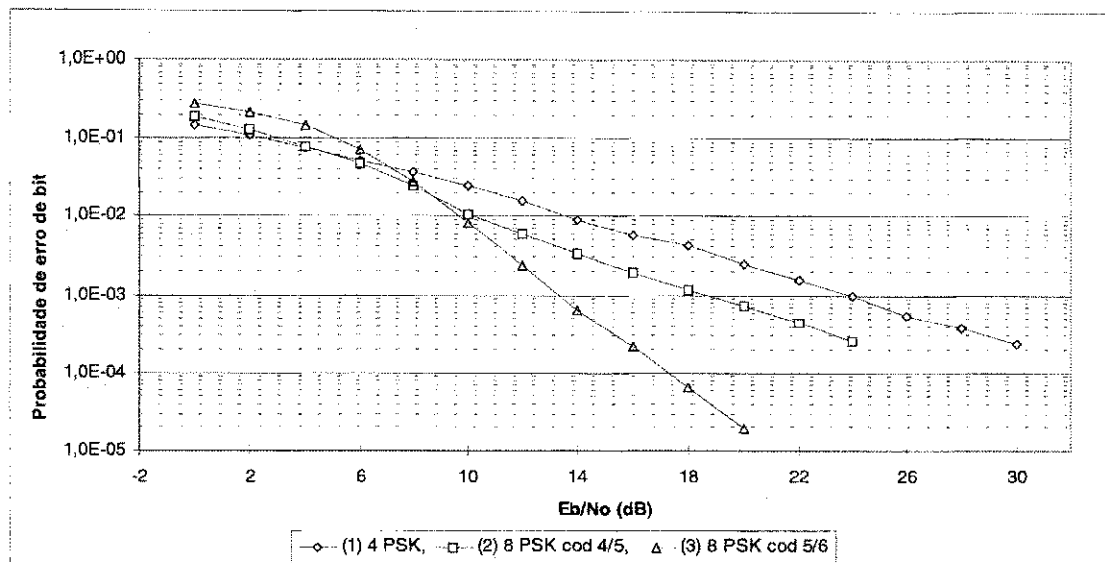


Figura 5.7 – Desempenho de sistemas com modulação PSK e diversidade temporal intrínseca.

Curva 1: Sistema 4 PSK, Curva 2: Sistema 8 PSK com codificador taxa 4/5,

Curva 3: Sistema 8 PSK com codificador taxa 5/6

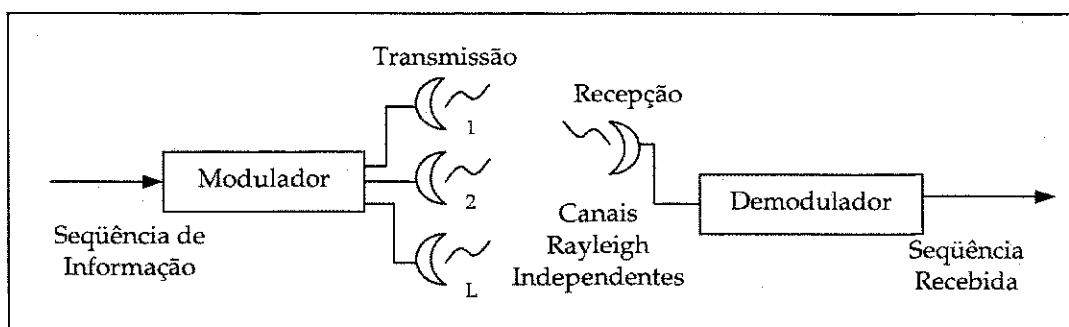


Figura 5.8 – Diagrama de blocos de um sistema de comunicação com diversidade espacial

5.1.3 Sistemas com diversidade espacial e constelações resistentes ao desvanecimento

A diversidade espacial pode ser utilizada para melhoria de desempenho em sistemas que operam sobre canais com desvanecimento. Esta técnica consiste em enviar o sinal por um conjunto de antenas, com uma separação espacial entre elas que torne o desvanecimento de cada sinal enviado decorrelacionado dos demais.

A figura 5.8 apresenta o diagrama esquemático de um sistema com diversidade espacial. Neste esquema o modulador gera sinais para L antenas de transmissão. Dependendo da implementação do sistema estes sinais podem chegar na recepção

separados, caso seja utilizada alguma forma de ortogonalidade na transmissão (por exemplo utilizando frequências distintas em cada antena), ou podem chegar como uma soma de sinais.

No sistema com diversidade espacial proposto por Sousa [41] cada antena transmite, de forma ortogonal, um sinal que corresponde a uma componente de uma constelação L -dimensional. Na recepção, o sinal proveniente de cada antena de transmissão é recuperado separadamente e o ponto L -dimensional original é reconstituído. A demodulação é realizada com uso de uma medida de distância euclidiana em um espaço de dimensão L . São calculadas as distâncias entre o ponto L -dimensional recebido e os pontos da constelação, decidindo pelo ponto de menor distância.

A constelação utilizada define pontos nos vértices de um hipercubo de dimensão L . Desta maneira as constelações têm 2^L pontos de dimensão L . Este tipo de modulação será denotado no restante deste trabalho por modulação L -cubo.

Para melhorar o desempenho sobre canais com desvanecimento, é realizado um processo de otimização que consiste em rotacionar a constelação de modo a maximizar uma figura de mérito (51) com o intuito de melhorar o desempenho da constelação sobre canais com desvanecimento.

A figura 5.9 apresenta resultados de desempenho dos sistemas apresentados para constelações de dimensão 2, 3 e 4. Estas constelações têm respectivamente 4, 8 e 16 pontos. Devido à ortogonalidade entre os sinais das antenas, o aumento no número de antenas, embora aumente o número de pontos da constelação, não resulta em uma melhoria da eficiência espectral do sistema. O sistema tem, portanto, eficiência espectral fixa de 1 bit/s/Hz.

É interessante observar a melhoria de desempenho introduzida pela rotação da constelação. Esta melhoria ocorre devido ao aumento da diversidade de componentes da constelação. A diversidade de componentes é o número mínimo de componentes distintas entre dois pontos quaisquer da constelação, ou seja, é a distância de Hamming mínima entre dois vetores de coordenadas de pontos da constelação [32].

A figura 5.10 apresenta a constelação rotacionada e não rotacionada para $L = 2$. Na constelação não rotacionada a diversidade é igual a um, ou seja, entre dois pontos quaisquer da constelação o número mínimo de componentes distintas é 1. Na constelação rotacionada a diversidade é dois, ou seja, todos os pontos apresentam componentes distintas. Observe que o número de projeções em cada eixo na constelação rotacionada é igual ao número de pontos da constelação (4 pontos), enquanto que o número de projeções na constelação não rotacionada é somente dois pontos.

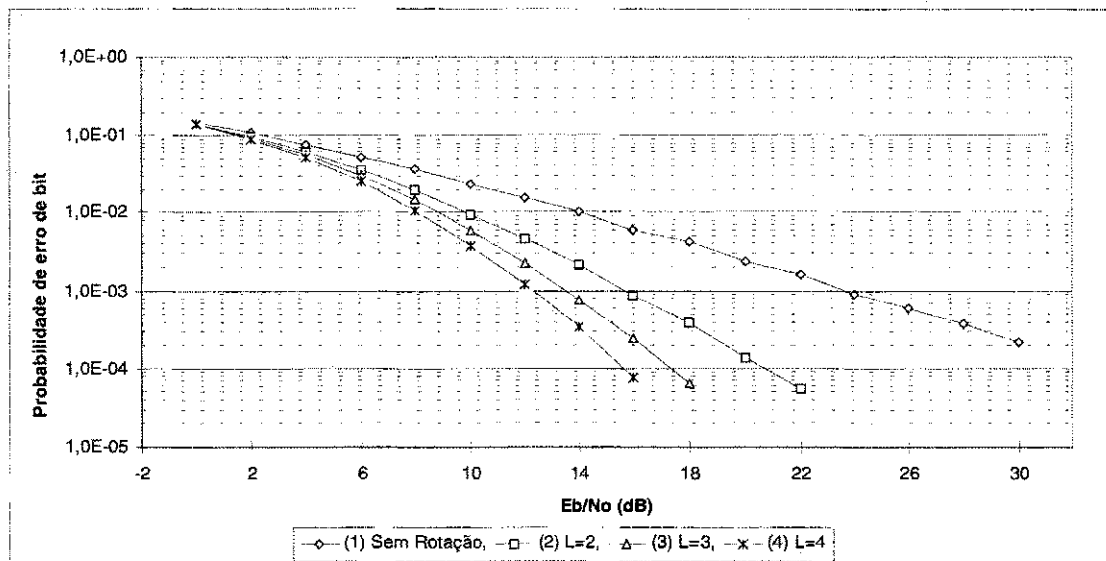


Figura 5.9 – Desempenho de sistemas com modulação L -cubo com e sem rotação.
 Curva 1: Cubo sem rotação, Curva 2: Cubo bidimensional rotacionado, Curva 3: Cubo tridimensional rotacionado, Curva 4: Cubo de dimensão 4 rotacionado.

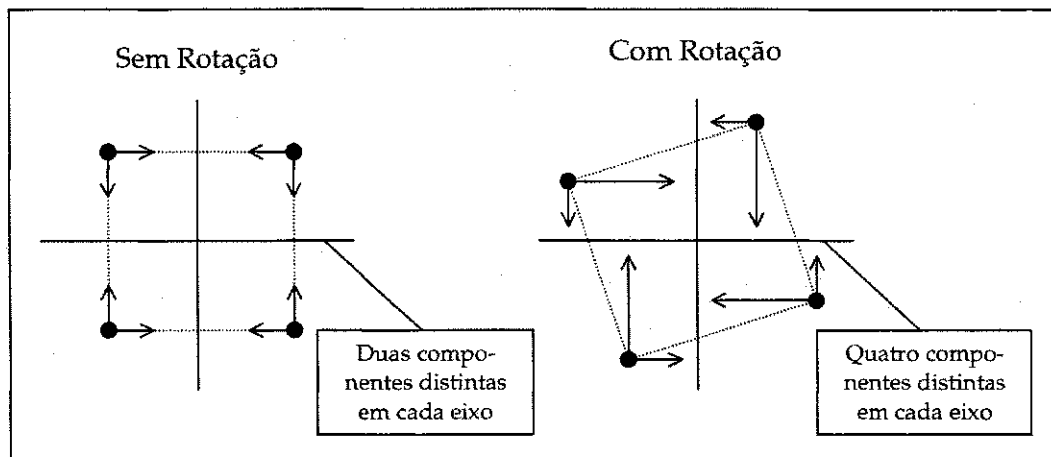


Figura 5.10 – Diversidade de componentes da constelação L -cubo bidimensional

5.2 Sistemas Propostos

Serão apresentados nas próximas seções alguns sistemas propostos pelo autor que integram técnicas de codificação, diversidade espacial e constelações resistentes ao desvanecimento.

5.2.1 Sistema com modulação codificada, diversidade espacial e constelações resistentes ao desvanecimento.

A seção 5.1 apresentou alguns sistemas existentes que utilizam técnicas de codificação e diversidade para melhoria de desempenho de transmissão em canais com desvanecimento. Nesta seção é apresentado um novo sistema, proposto pelo autor [15], que integra a técnica de modulação codificada, apresentada no trabalho pioneiro de Ungerboeck [26], com diversidade espacial e constelação resistente ao desvanecimento.

A figura 5.11 apresenta o diagrama esquemático do sistema. A seqüência de informação é codificada e enviada ao modulador, que gera sinais ortogonais para as L antenas de transmissão. Na recepção os sinais são recuperados separadamente e processados por um decodificador de Viterbi que recupera a seqüência de informação enviada.

Na implementação utilizou-se o codificador convolucional de taxa 2/3 mostrado na figura 5.12. O bit I_0 é inserido em um registrador de deslocamento, gerando os bits X_1 e X_0 . O bit I_1 é transferido para a saída sem codificação gerando o bit X_2 .

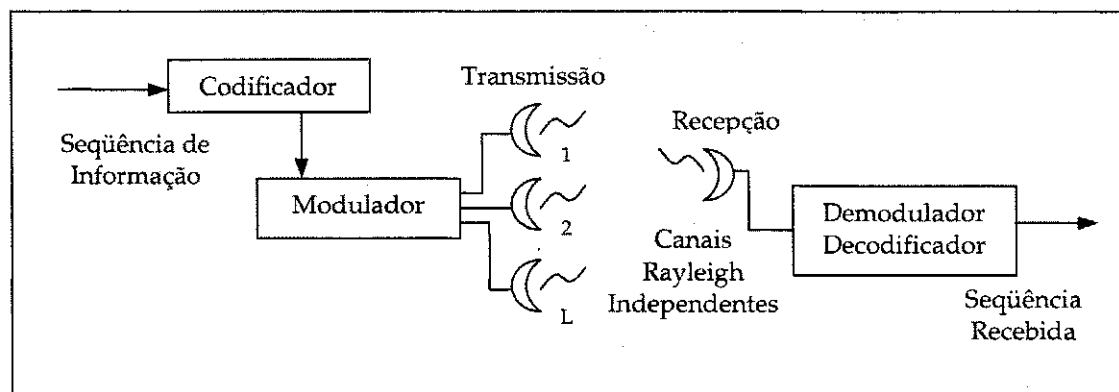


Figura 5.11 – Diagrama de blocos de um sistema de comunicação com diversidade espacial

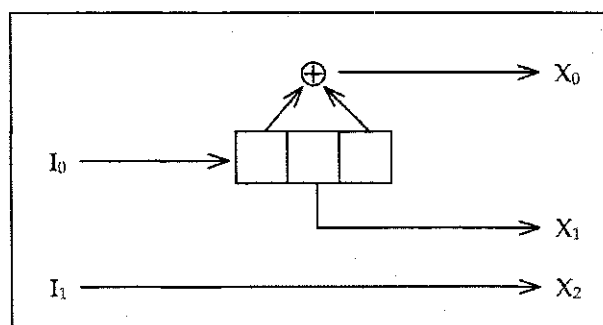


Figura 5.12 – Codificador convolucional de taxa 2/3

A constelação utilizada consiste em pontos definidos nos vértices de um cubo tridimensional, desta maneira, a constelação contém 8 pontos de dimensão 3. Esta constelação é particionada em 4 subconstelações de 2 pontos, da forma proposta por Ungerboeck [26]. O resultado do particionamento é apresentado na figura 5.13. Os bits X_1X_0 da saída do codificador são utilizados para selecionar a sub-constelação C_0, \dots, C_3 . O bit X_2 é utilizado para selecionar o ponto dentro da sub-constelação. Neste sistema são transmitidos 2 bits por símbolo (3D), resultando em uma eficiência espectral de 2/3 bits/s/Hz.

Para melhorar o desempenho do sistema sobre canais com desvanecimento aplica-se a rotação na constelação. Para o caso considerado, os ângulos ótimos são 24°, 36° e 26°. A figura 5.14 apresenta resultados de desempenho do sistema apresentado nesta seção. Os sistemas sem codificação com duas antenas e com três antenas e rotação

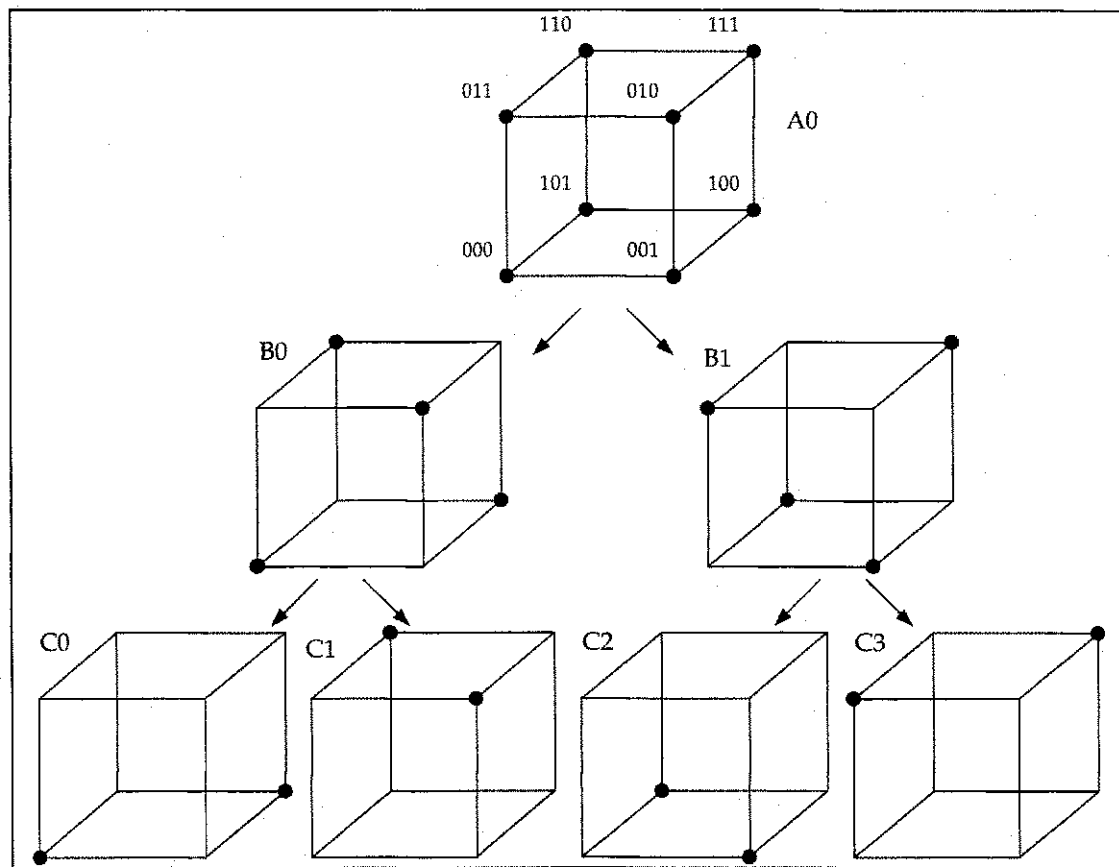


Figura 5.13 – Particionamento da constelação

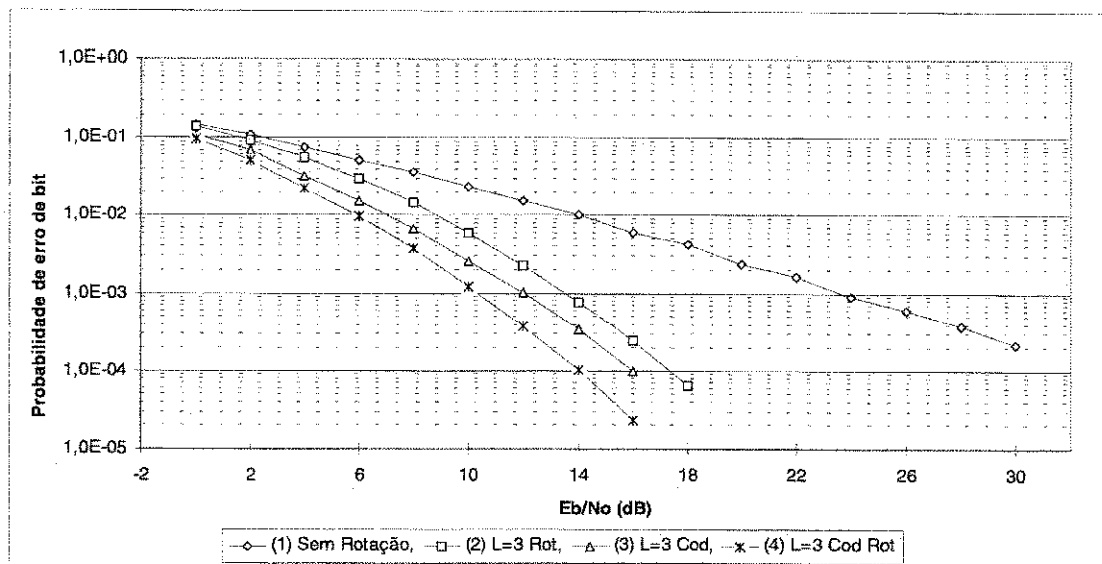


Figura 5.14 – Desempenho de sistemas com modulação codificada L -cubo com e sem rotação. Curva 1: Sistema sem rotação ou codificação, Curva 2: Sistema sem codificação com cubo rotacionado, Curva 3: Sistema com codificação e cubo sem rotação, Curva 4: Sistema com codificação e cubo com rotação.

são introduzidos no gráfico para fins comparativos. São apresentados os resultados do sistema codificado com e sem a utilização da rotação. Observa-se que a codificação ou a rotação aplicadas em separado introduzem ganhos bastante significativos no sistema, e que, a integração dos recursos melhora ainda mais os resultados de desempenho. O sistema com codificação e rotação apresenta um ganho próximo de 14 dB, a uma taxa de erro de 10^{-3} , quando comparado ao sistema com duas antenas sem rotação.

5.2.2 Sistemas com códigos espaço-temporais e constelações resistentes ao desvanecimento

A seção 5.1.2 apresentou a técnica de diversidade temporal intrínseca. Esta seção apresenta uma análise de desempenho de um novo esquema de transmissão, proposto pelo autor [18] e [21], que utiliza uma combinação da diversidade temporal intrínseca com a diversidade espacial e constelação resistente ao desvanecimento.

A figura 5.15 apresenta o diagrama esquemático do sistema. A seqüência de informação é codificada e enviada ao mapeador que define os símbolos a serem enviados em vários intervalos de sinalização. O modulador gera os sinais correspondentes aos símbolos definidos pelo mapeador e os envia através de L antenas de transmissão de forma ortogonal. Na recepção os sinais são recuperados separadamente e processados por um decodificador de Viterbi que recupera a seqüência de informação enviada.

No esquema de comunicação com diversidade espacial e temporal definido, utiliza-se uma constelação multidimensional construída através da concatenação no tempo de k constelações de dimensão L . A concatenação no tempo introduz diversidade temporal no sistema e o uso de L antenas introduz diversidade espacial. A constelação multidimensional é então sucessivamente particionada em sub-constelações com número de pontos cada vez menores e utiliza-se um codificador convolucional para selecionar os pontos multidimensionais a serem transmitidos. Parte dos bits de saída do codificador seleciona a sub-constelação a ser utilizada e o restante seleciona o ponto a ser utilizado dentro da sub-constelação.

Dois sistemas de comunicação, baseados nos apresentados na seção 5.1.2, são propostos. Eles utilizam constelações multidimensionais compostas de dois símbolos tridimensionais. Cada símbolo tridimensional, numerado de 0 a 7, é localizado no vértice de um cubo, conforme mostra a figura 5.16. No primeiro sistema utiliza-se o codificador convolucional de 4 estados e taxa 4/5 apresentado na figura 5.5. Cada 4 bits de informação (I_3, I_2, I_1, I_0) são codificados em 5 bits $(X_4, X_3, X_2, X_1, X_0)$ e mapeados na constelação multidimensional (2-3D) de 32 pontos.

A constelação multidimensional de 32 pontos é particionada em 8 subconstelações de 4 pontos, utilizando os critérios propostos por Wei [35]. O resultado do particionamento é apresentado na tabela 5.1. Os bits $X_2 \dots X_0$ da saída do codificador são utilizados para selecionar a sub-constelação e os bits $X_4 X_3$ são utilizados para selecionar um ponto na sub-constelação. Por exemplo, caso os bits codificados $X_4 \dots X_0$ sejam respectivamente iguais a 11001 , será utilizada a constelação S_1 e os pontos transmitidos serão o ponto 5 e 3 do cubo apresentado na figura 5.16. Este sistema transmite 4 bits por símbolo (2-3D), resultando em uma eficiência espectral de 2/3 bit/s/Hz.

No segundo sistema utiliza-se o codificador convolucional de 8 estados e taxa 5/6 apresentado na figura 5.6. Cada 5 bits de informação $(I_4, I_3, I_2, I_1, I_0)$ são codificados em 6 bits $(X_5, X_4, X_3, X_2, X_1, X_0)$ e mapeados numa constelação multidimensional (2-3D) de 64 pontos. A constelação multidimensional de 64 pontos é particionada em 16 subconstelações de 4 pontos, utilizando os critérios propostos por Wei [35]. O resultado do particionamento é apresentado na tabela 5.2. Os bits $X_3 \dots X_0$ da saída do codificador são utilizados para selecionar a sub-constelação e os bits $X_5 X_4$ são utilizados para selecionar o ponto na sub-constelação. Este sistema transmite 5 bits por símbolo (2-3D), resultando em uma eficiência espectral de 5/6 bit/s/Hz.

A decodificação é realizada através do algoritmo de Viterbi. A métrica utilizada consiste em calcular a soma de duas métricas euclidianas associadas às constelações tridimensionais.

A figura 5.17 apresenta resultados de desempenho dos sistemas apresentados nesta seção. Os sistemas sem codificação com duas antenas e com três antenas e rotação são introduzidos no gráfico para fins comparativos. O sistema com o codificador 5/6 apresenta ganhos de desempenho bons, atingindo um ganho próximo de 14 dB em relação ao sistema sem codificação, a uma taxa de erro de 10^{-3} , e tem uma eficiência espectral melhor que os demais.

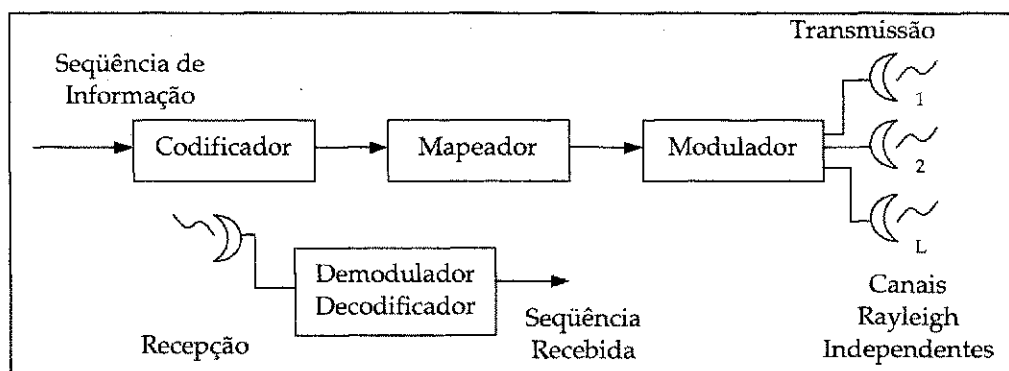


Figura 5.15 – Diagrama de blocos de um sistema de comunicação com diversidade espacial

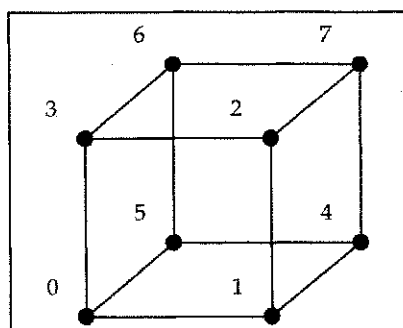


Figura 5.16 – Pontos da constelação 3D utilizada

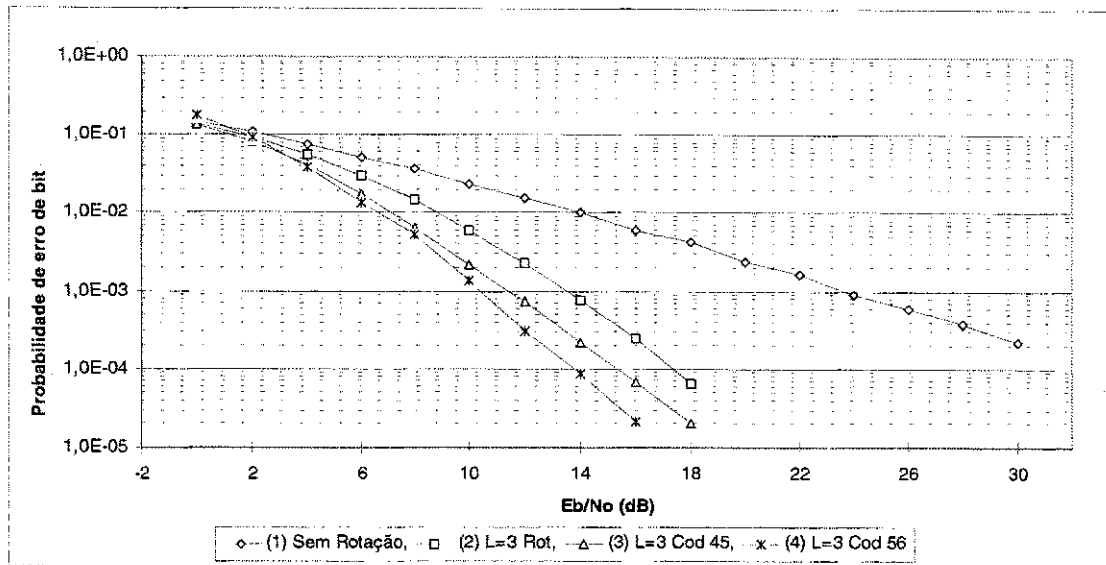


Figura 5.17 – Desempenho de sistemas com diversidade espacial e temporal. Curva 1: Sistema sem rotação ou codificação, Curva 2: Sistema com rotação e sem codificação, Curva 3 : Sistema com rotação e com codificador de taxa 4/5, Curva 4 : Sistema com rotação e com codificador de taxa 5/6

5.2.3 Generalização de esquemas de diversidade espacial e constelações resistentes ao desvanecimento.

Nos sistemas com diversidade espacial propostos por Sousa [41] cada componente de uma constelação L -dimensional é transmitida por uma antena. Nesta seção o autor propõe [23] uma generalização do esquema de definição e rotação de constelações onde são transmitidas duas coordenadas da constelação L -dimensional por cada antena. Desta forma, reduz-se o número de antenas empregado, viabilizando a utilização de constelações com maior número de dimensões.

A idéia consiste em mapear os bits de informação em uma constelação N dimensional, fazer a otimização através da rotação, seguindo os procedimento já utilizados anteriormente. Em seguida, os pontos da constelação rotacionada são projetados em certas *instâncias* ou *lugares* de transmissão. Estas *instâncias* são subespaços do espaço N dimensional utilizado para definir a constelação. Para obter-se ganhos em canais com desvanecimento deve-se garantir que cada *instância* seja transmitida de forma que o desvanecimento seja independente.

É interessante observar que estas definições generalizam os esquemas de diversidade espacial e rotação de constelação já apresentados. Utilizando sinais com componentes em fase e quadratura transmitidos por L antenas distintas, pode-se utilizar

constelações com dimensão $N=2L$ para definir esquemas de transmissão com metade do número de antenas em relação ao sistema original [41].

Para exemplificar a idéia apresentada, considere uma constelação $4D$ com pontos definidos nos vértices de um hiper-cubo. Tem-se, portanto, uma constelação com 16 pontos de dimensão quatro, com capacidade para transmitir 4 bits de informação por uso do canal. Obtém-se então projeções desta constelação em dois planos ortogonais de maneira que seja possível reconstituir o ponto no espaço $4D$ a partir destas projeções. A figura 5.18 apresenta a constelação $4D$ e as projeções nos planos 1,2 e 3,4 com 1, 2, 3 e 4 referenciando os eixos canônicos do espaço $4D$. Estes dois planos são ortogonais, embora isso não possa ser perfeitamente representado na figura 5.18. Deve-se observar que os vértices do cubo $4D$ não rotacionado são projetados em quatro pontos no plano 1,2 e em quatro no plano 3,4. Após a rotação cada vértice será projetado em pontos distintos.

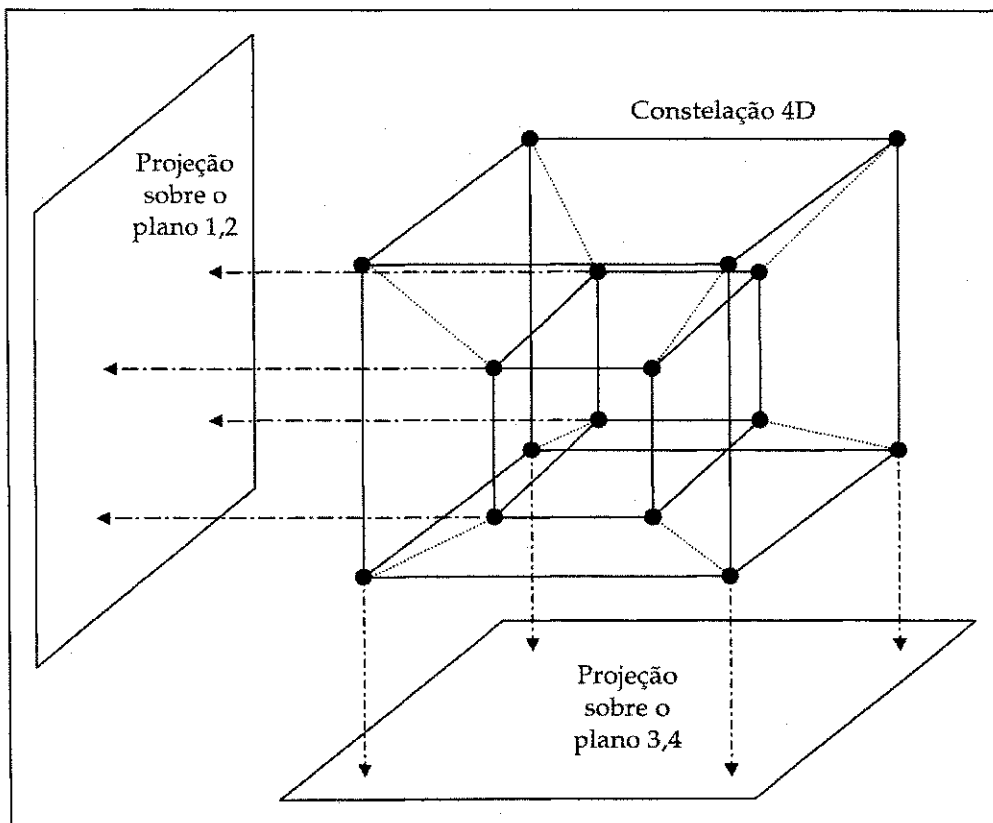


Figura 5.18 – Representação de uma constelação $4D$ e suas projeções sobre planos ortogonais

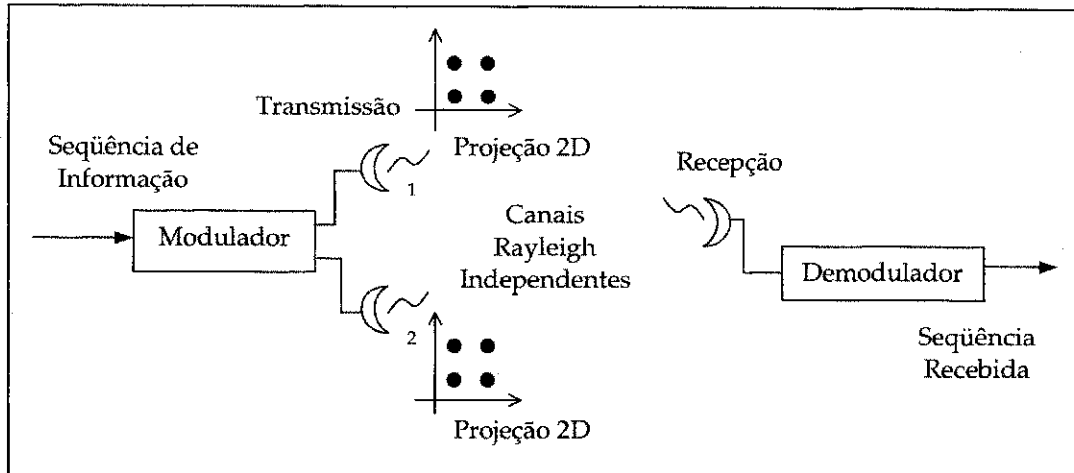


Figura 5.19 – Diagrama de blocos de um sistema com diversidade espacial transmitindo projeções 2D por cada antena

Define-se então um esquema onde cada projeção deste hipercubo em um espaço 2D seja transmitido de forma ortogonal por uma antena distinta, utilizando assim duas antenas. Os sinais recebidos são utilizados para reconstituir o ponto transmitido no espaço 4D original recuperando assim a seqüência de informação transmitida. A figura 5.19 apresenta o esquema do sistema proposto.

Em constelações de dimensão menor ($N \leq 3$) é possível fazer busca exaustiva para definir os ângulos ótimos de rotação da mesma, entretanto, no caso apresentado, o tamanho do espaço de busca impõe a utilização de algoritmos mais elaborados.

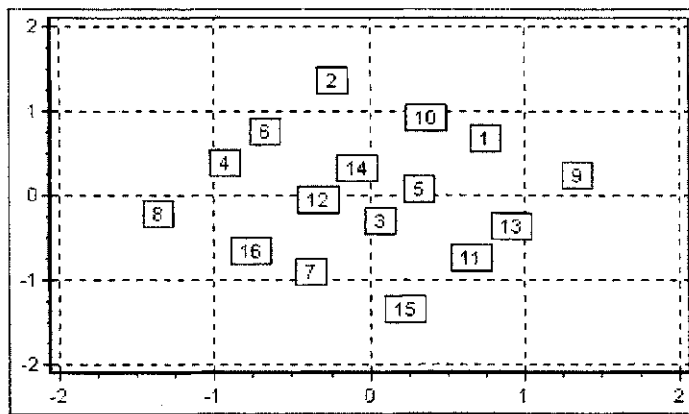
Seguindo o procedimento proposto em Aquino [36], optou-se pela utilização de algoritmos genéticos. Definiu-se, então, uma população de 50 conjuntos de ângulos, cada conjunto com seis ângulos relacionados com os seis possíveis planos de rotação da constelação. A população inicial foi definida de forma aleatória. Em seguida, cada geração define operações de mutação, cruzamento e seleção da população, sendo o processo de seleção realizado através do cálculo da figura de mérito CFM(C) [seção 3.3] da constelação para canais com desvanecimento. Simulando a evolução da população por aproximadamente 3000 gerações obteve-se bons resultados para os ângulos de rotação. O melhor conjunto de ângulos encontrado foi o seguinte

$\theta_{12} = -35^\circ$	$\theta_{13} = -20^\circ$	$\theta_{14} = 25^\circ$
$\theta_{23} = -25^\circ$	$\theta_{24} = -20^\circ$	$\theta_{34} = 25^\circ$

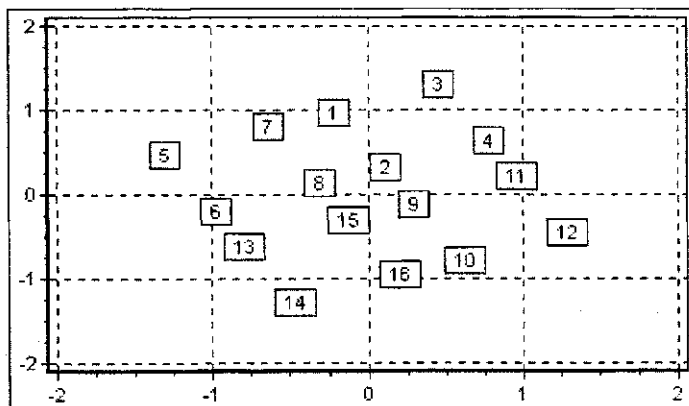
com θ_{ij} representando o ângulo de rotação sobre o plano ij . A figura de mérito para este conjunto de ângulos é igual a 0,0102. A tabela 5.3 apresenta a constelação obtida a partir do conjunto de ângulos apresentado e a figura 5.20 as projeções sobre os planos 1,2 e 3,4.

	1	2	3	4		1	2	3	4
1	0.7591	0.6659	-0.2050	0.9687	9	1.3567	0.2275	0.3040	-0.1229
2	-0.2275	1.3567	0.1229	0.3040	10	0.3701	0.9184	0.6319	-0.7876
3	0.0682	-0.3207	0.4597	1.2966	11	0.6659	-0.7591	0.9687	0.2050
4	-0.9184	0.3701	0.7876	0.6319	12	-0.3207	-0.0682	1.2966	-0.4597
5	0.3207	0.0682	-1.2966	0.4597	13	0.9184	-0.3701	-0.7876	-0.6319
6	-0.6659	0.7591	-0.9687	-0.2050	14	-0.0682	0.3207	-0.4597	-1.2966
7	-0.3701	-0.9184	-0.6319	0.7876	15	0.2275	-1.3567	-0.1229	-0.3040
8	-1.3567	-0.2275	-0.3040	0.1229	16	-0.7591	-0.6659	0.2050	-0.9687

Tabela 5.3 - Coordenadas normalizadas da constelação 4D rotacionada. As primeiras duas colunas são projeções no plano 1,2 e as duas últimas são as projeções no plano 3,4



(a) Projeção sobre o plano 1,2



(b) Projeção sobre o plano 3,4

Figura 5.20 - Projeções da constelação 4D

A figura 5.21 apresenta resultados de desempenho do sistemas apresentados nesta seção. São introduzidos no gráfico para fins de comparação os resultados de um sistema 4-PSK (um cubo 2D e uma antena), que tem eficiência espectral de 2 bits/s/Hz, a mesma do sistema desenvolvido, e de um sistema com um cubo 4D e quatro antenas, apresentado na seção 5.1.3, com eficiência espectral de 1 bit/s/Hz.

Observa-se que o sistema com 4 antenas atinge melhor desempenho, entretanto, é um sistema mais complexo e tem metade da eficiência espectral do sistema proposto. Comparando o sistema proposto com o 4-PSK observa-se um ganho em torno de 10 dB a uma taxa de erro de 10^{-3} . Esse ganho é bastante expressivo uma vez que o esquema de transmissão proposto não emprega recursos de codificação e mantém a mesma eficiência espectral do 4-PSK. O ganho obtido, portanto, reflete apenas a influência da diversidade espacial introduzida no sistema.

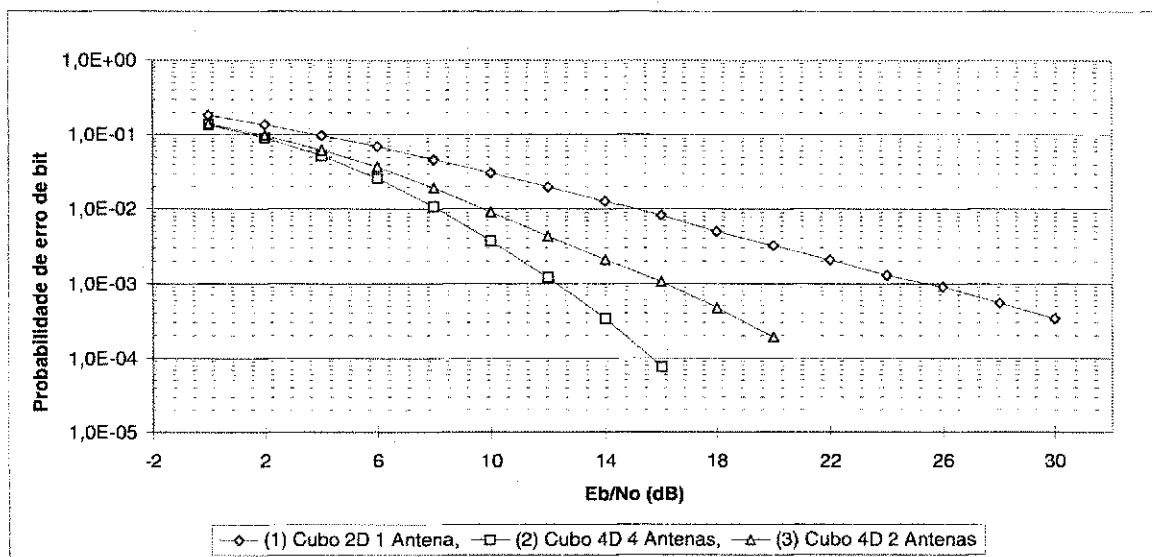


Figura 5.21 – Desempenho de sistemas utilizando a definição generalizada de diversidade espacial

Curva 1: Sistema 4PSK com 1 antena, Curva 2: Sistema com constelação 4D e 4 antenas,

Curva 3 : Sistema com constelação 4D e 4 antenas.

5.2.4 Codificação em esquemas de diversidade espacial e constelações resistentes ao desvanecimento.

Uma vez que foi definido um esquema de transmissão que inclui diversidade espacial e constelações resistentes ao desvanecimento, é natural que se deseje inserir algum tipo de codificação. Nesta seção o autor propõe um esquema de transmissão que atende a este objetivo. A estrutura geral do sistema é apresentada na figura 5.22.

Para exemplificar, considere a utilização da mesma constelação utilizada pelo esquema de transmissão definido na seção anterior. No esquema agora proposto, o codificador será utilizado para mapear os bits de entrada nos 16 vértices do cubo 4D. Considere também que serão utilizados dois bits de informação para mapear um ponto da constelação 4D e que cada antena de transmissão enviará sinais que representam projeção 2D da constelação 4D rotacionada.

Para definir uma estrutura genérica para o codificador, considera-se que o código pode ser expresso por operações em Z_n , com Z_n representando o anel de inteiros módulo n . Os sinais da constelação multidimensional são então rotulados por elementos do anel Z_n . Para a constelação de sinais utilizada como exemplo (cubo 4D) os codificadores são definidos através de operações em Z_{16} , desta maneira cada resultado possível de codificação é mapeado em um ponto distinto da constelação.

A saída do codificador x_k no instante k para codificadores com 4 e 8 estados considerando uma transmissão de dois bits por símbolo multidimensional, podem ser representadas pelas seguintes expressões em Z_{16} :

$$\begin{aligned}
 \text{4 estados:} \quad & x_k = z_1 b_{k-1} + z_2 a_{k-1} + z_3 b_k + z_4 a_k \\
 \text{8 estados:} \quad & x_k = z_1 a_{k-2} + z_2 b_{k-1} + z_3 a_{k-1} + z_4 b_k + z_5 a_k \\
 \text{16 estados:} \quad & x_k = z_1 b_{k-2} + z_2 a_{k-2} + z_3 b_{k-1} + z_4 a_{k-1} + z_5 b_k + z_6 a_k \quad (89)
 \end{aligned}$$

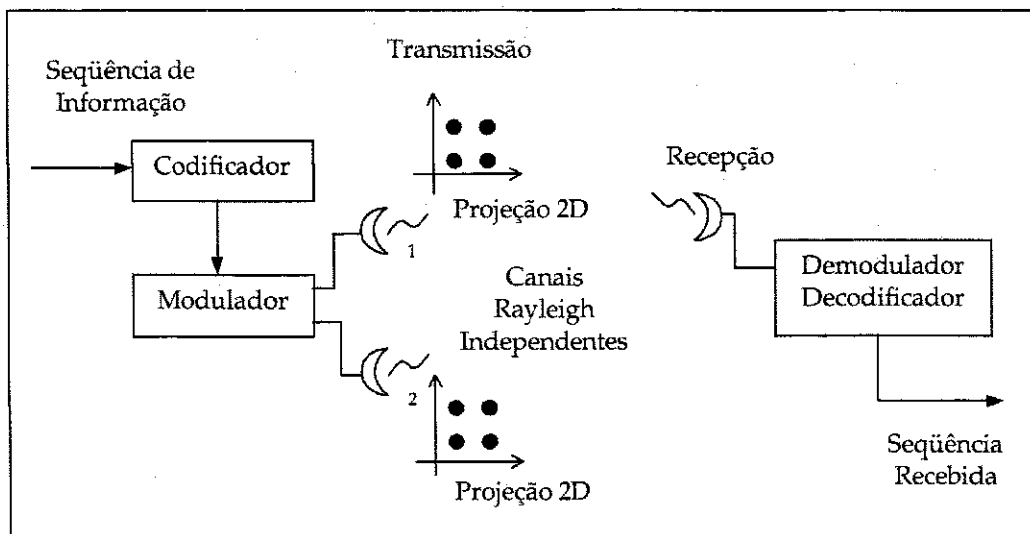


Figura 5.22 – Diagrama de blocos de um sistema com diversidade espacial utilizando projeções 2D em cada antena

com a_k e b_k sendo as entradas binárias no instante k e z_i elementos de Z_{16} que representam as operações de codificação.

Os critérios utilizados para projeto dos códigos são definidos pelo posto e determinante de matrizes construídas com pares de palavras códigos, de forma parecida com a apresentada no Capítulo 3. Duas diferenças são observadas. A primeira é que, neste caso, os sinais c_i^t , $i = 1 \dots n$, transmitidos a cada instante t pelas n antenas de transmissão representam as i -ésimas projeções dos pontos da constelação multidimensional no subespaço utilizado para transmissão. Devido a estas diferenças os critérios de projeto dos códigos sofrem pequenas alterações que serão agora apresentadas.

Mantendo a notação empregada no Capítulo 3, considere que o receptor decide em favor da seqüência de comprimento l

$$e = e_1^1 e_1^2 \dots e_1^n e_2^1 e_2^2 \dots e_2^n \dots e_l^1 e_l^2 \dots e_l^n$$

e que a seqüências transmitida foi

$$c = c_1^1 c_1^2 \dots c_1^n c_2^1 c_2^2 \dots c_2^n \dots c_l^1 c_l^2 \dots c_l^n.$$

Define-se então a matriz $B(c,e)$ para cada par de possíveis seqüências (c,e) da seguinte maneira

$$B(c,e) = \begin{pmatrix} e_1^1 - c_1^1 & e_2^1 - c_2^1 & \dots & e_l^1 - c_l^1 \\ e_1^2 - c_1^2 & e_2^2 - c_2^2 & \dots & e_l^2 - c_l^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_1^n - c_1^n & e_2^n - c_2^n & \dots & e_l^n - c_l^n \end{pmatrix} \quad (90)$$

Define-se a matriz $A(c,e) = B(c,e)B^*(c,e)$, com $B^*(c,e)$ sendo a matriz transposta Hermitiana de $B(c,e)$. Define-se a matriz $A'(c,e)$, como uma matriz diagonal obtida a partir dos elementos da diagonal principal da matriz $A(c,e)$. Os critérios são então obtidos a partir da matriz $A'(c,e)$.

Analisando a matriz $A'(c,e)$ sobre todos os pares de palavras código distintas, e, considerando que esta tem posto r , define-se o ganho por diversidade do código como mr , sendo m o número de antenas na estação móvel. Define-se também o ganho de codificação como o determinante da matriz $A'(c,e)$, quando esta tem posto máximo, ou a raiz r -ésima da soma dos determinantes de todos os cofatores principais da matriz $A'(c,e)$, caso contrário.

Uma forma possível para encontrar codificadores para a estrutura de transmissão proposta consiste na realização de uma busca exaustiva calculando-se os critérios do posto e do determinante para todos os possíveis valores de z_i , considerando um

determinado comprimento de seqüência l . As quantidades de elementos dos espaços de busca considerando os codificadores de 4, 8 e 16 estados cujas estruturas foram definidas em (89) são respectivamente $16^4 = 65.536$, $16^5 = 1.048.576$ e $16^6 = 16.777.216$.

O procedimento empregado para determinação dos melhores codificadores consiste em selecionar-se um conjunto de códigos com valores de critérios máximos ou próximo dos valores máximos, e, em seguida realizar a simulação do sistema com a utilização destes códigos, obtendo-se resultados de desempenho para estes codificadores. Escolhe-se então o codificador que apresentar melhor resultado de simulação. A justificativa para realização da simulação de um conjunto de codificadores, incluindo alguns que não apresentam critérios máximos, é que na obtenção analítica dos critérios são feitas algumas aproximações, e na simulação verifica-se que alguns códigos com valores menores de critério de desempenho apresentam resultados um pouco superiores a outros códigos com valores de critério superior. O procedimento apresentado é geral e pode ser utilizado para busca de códigos em outros tipos de sistemas que utilizem codificação espaço-temporal como os apresentados em [22] e [25].

Os melhores códigos encontrados foram

$$\begin{aligned}
 4 \text{ estados:} \quad & x_k = 14b_{k-1} + 15a_{k-1} + 11b_k + 3a_k \\
 8 \text{ estados:} \quad & x_k = 12a_{k-2} + 15b_{k-1} + 15a_{k-1} + 7b_k + 14a_k \\
 16 \text{ estados:} \quad & x_k = 14b_{k-1} + 9a_{k-2} + 12b_{k-1} + 15a_{k-1} + 15b_k + 15a_k \quad (91)
 \end{aligned}$$

Estes códigos atingem ganhos de codificação respectivamente iguais a 36, 61 e 75. Para fins de comparação pode-se citar que códigos espaço-temporais de 4, 8 e 16 estados, para constelação 4-PSK, apresentados em [42] atingem ganhos de codificação respectivamente iguais a 12, 20 e 24.

O esquema codificado proposto foi simulado e seus resultados estão apresentados na figura 5.23. A curva 1 apresenta o desempenho de um sistema utilizando modulação 4-PSK. A curva 2 apresenta o desempenho do sistema que utiliza um cubo de dimensão 4 sem codificação. As curvas 3, 4 e 5 apresentam o desempenho do sistema utilizando o cubo 4D e codificadores de 4, 8 e 16 estados respectivamente.

Os sistemas apresentados pelas curvas 1, 3, 4 e 5, transmitem 2 bits por símbolo, sendo que o sistema da curva 1 utiliza somente uma antena, apresentando eficiência espectral de 2 bit/s/Hz e os demais, duas antenas, apresentando eficiência espectral de 1 bit/s/Hz. O sistema apresentado pela curva 2, transmite 4 bits por símbolo utilizando duas antenas, apresentando eficiência espectral de 2 bit/s/Hz.

As curvas 1 e 2 foram introduzidas neste gráfico como referência. Comparando a curva 2 com as curvas 3, 4 e 5 observa-se o ganho introduzido pela codificação. Considerando uma taxa de erro de 10^{-3} observa-se um ganho em torno de 4 dB obtido

pelo codificador de 4 estados e de 5 dB obtido pelos codificadores de 8 e 16 estados. Estes resultados mostram que a integração das técnicas de diversidade e codificação reduz a probabilidade de erro do sistema.

Outra observação interessante é que os sistemas codificados (Curvas 4 e 5) apresentaram desempenho parecido com o sistema 4D com 4 antenas apresentado na figura 5.21 (Curva 1). Estes sistemas apresentam mesma eficiência espectral e desempenhos similares, entretanto, o sistema aqui proposto reduz o número de antenas de quatro para duas, uma quantidade de antenas mais viável para implementações práticas. Pode-se dizer que houve uma troca do ganho de diversidade proporcionado por um maior número de antenas pelo ganho de codificação introduzido pela esquema de codificação.

Os sistemas apresentados nesta seção são exemplos simples de integração de codificação no esquema de constelações multidimensionais proposto. Embora os ganhos de desempenho obtidos não sejam significativos em relação aos sistemas apresentados nas seções anteriores, a generalização proposta define de maneira mais bem estruturada o problema e poderá facilitar o desenvolvimento de novos sistemas que possivelmente apresentarão resultados de desempenho melhores que os aqui obtidos.

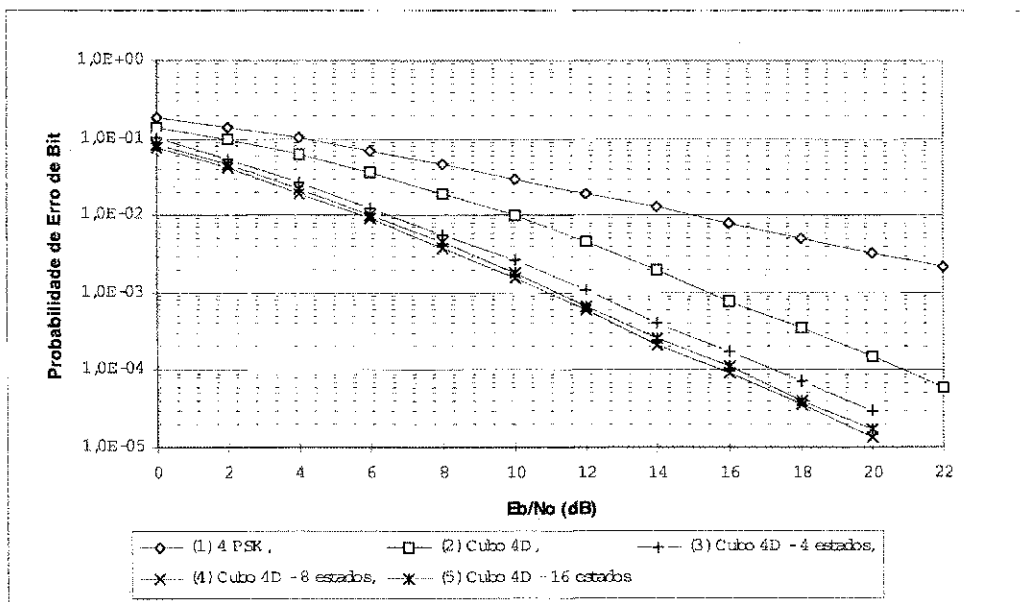


Figura 5.23 – Desempenho de sistemas com codificação, diversidade espacial e constelações rotacionadas

Curva 1: Sistema 4PSK com 1 antena, Curva 2: Sistema com constelação 4D e 2 antenas,

Curvas 3, 4 e 5 : Sistema codificado com constelação 4D, 2 antenas e codificadores de 4, 8 e 16 estados.

Capítulo 6

Desempenho de Sistemas com Codificação Espaço-Temporal e Estimação do Estado do Canal

Conforme visto no capítulo anterior os esquemas de codificação espaço-temporal atingem um bom desempenho em canais com desvanecimento plano e lento com conhecimento ideal do estado do canal, situação para o qual os códigos foram projetados.

Embora diversos trabalhos proponham o uso destes esquemas de codificação em várias condições ambientais de comunicações móveis onde se apresentam efeitos tais como desvanecimento rápido e seletividade em frequência, não existe na literatura muitos resultados de desempenho sob estas condições.

Neste capítulo será analisado o desempenho de esquemas de codificação espaço-temporal considerando ambientes de comunicação mais realistas. Serão considerados canais planos variantes no tempo e canais seletivos em frequência e invariantes, juntamente com algoritmos para estimação do canal.

O objetivo de avaliar o comportamento dos códigos espaço-temporais em ambientes mais parecidos com os ambientes reais se justifica, pois, os critérios de desempenho utilizados no projeto dos códigos desconsideram diversos fatores ambientais existentes em situações reais.

6.1. Sistemas em Canal com Desvanecimento Plano e Variante com Estimação de Canal utilizando Identificador LMS.

Esta seção apresenta uma avaliação de desempenho de sistemas com codificação espaço-temporal considerando um canal com desvanecimento plano e variante. Foi

introduzido no sistema o algoritmo LMS para identificação e acompanhamento do estado do canal. Este algoritmo de identificação, conforme mostrado no Capítulo 4, estima inicialmente o canal com o auxílio de uma seqüência de treinamento realizando ainda o acompanhamento das variações ocorridas no canal.

Os códigos analisados nesta seção foram propostos por Tarokh [40]. Serão analisados os códigos com 4, 16 e 32 estados com duas antenas de transmissão e uma de recepção. Devido ao algoritmo de identificação de canal introduzido no sistema são utilizados 30 símbolos para treinamento sendo, em seguida, transmitido um quadro com 130 símbolos de informação. Desta forma 18,75% da capacidade de transmissão é comprometida com a transmissão de seqüências de treinamento.

6.1.1. Modelo do Canal

No sistema com codificação espaço-temporal em análise, considerando transmissão em um canal com desvanecimento plano e variante, o sinal r_t^j recebido pela antena j no instante t é dado por

$$r_t^j = \sum_{i=1}^n \alpha_t^{ij} \cdot c_t^i + \eta_t^j \quad (92)$$

onde o ruído η_t^j no instante t é modelado por amostras independentes de uma variável aleatória gaussiana complexa com média zero e variância $N_0/2$ por dimensão, c_t^i é o sinal da constelação transmitido pela antena i e o termo α_t^{ij} representa o desvanecimento do percurso que vai da antena de transmissão i para a antena de recepção j no instante t .

6.1.2. Resultados de Simulação

Nesta seção diversos resultados de simulação são apresentados. Foram obtidos resultados em função passo do LMS, do retardo na decisão do símbolo, do máximo desvio *Doppler*, da quantidade de estados do codificador e da razão sinal ruído na entrada do receptor.

Os resultados apresentados foram obtidos simulando a transmissão de quadros com 130 símbolos (260 bits de informação) a uma taxa de 24.300 símbolos por segundo e *máximo desvio Doppler* (f_D) igual a 10, 50 e 100 Hz.

Para obter melhor desempenho, dois parâmetros do receptor precisam ser ajustados, o passo do LMS e o retardo na decisão do símbolo. O passo do LMS foi ajustado para cada valor de máximo desvio Doppler utilizado na simulação do canal. Para ajuste deste parâmetro obteve-se resultados de desempenho para três valores

diferentes de relação sinal ruído (8, 18 e 28 dB), variando-se o valor do passo. As figuras 6.1 e 6.2 mostram os resultados para os casos de $f_D = 10$ Hz e $f_D = 50$ Hz, respectivamente. A partir dos resultados optou-se por utilizar valores de passos que minimizassem o desempenho em valores baixos de relação sinal ruído, desta forma, os valores selecionados foram: 0,16 para $f_D = 10$ Hz, 0,38 para $f_D = 50$ Hz e 0,40 para $f_D = 100$ Hz.

O retardo na decisão no símbolo é outro parâmetro importante no projeto do receptor. Um retardo elevado pode comprometer o acompanhamento da resposta impulsional do canal e, por conseguinte, a exatidão no cálculo das métricas de extensão e seleção de percursos sobreviventes realizado pelo algoritmo de decodificação. Por outro lado, um pequeno retardo pode comprometer a confiabilidade na decisão do símbolo devido ao truncamento da memória do codificador. Isto é especialmente severo em canais seletivos e rapidamente variantes no tempo ou quando se utiliza codificadores com uma quantidade elevada de estados. Diante destes efeitos conflitantes é importante estabelecer uma solução de compromisso. Para tal, avaliou-se inicialmente o desempenho do esquema de recepção em função do retardo de decisão. Em particular, os resultados de simulação para máximo desvio *Doppler* de 10 e 100 Hz são apresentados na figuras 6.3 e 6.4, respectivamente.

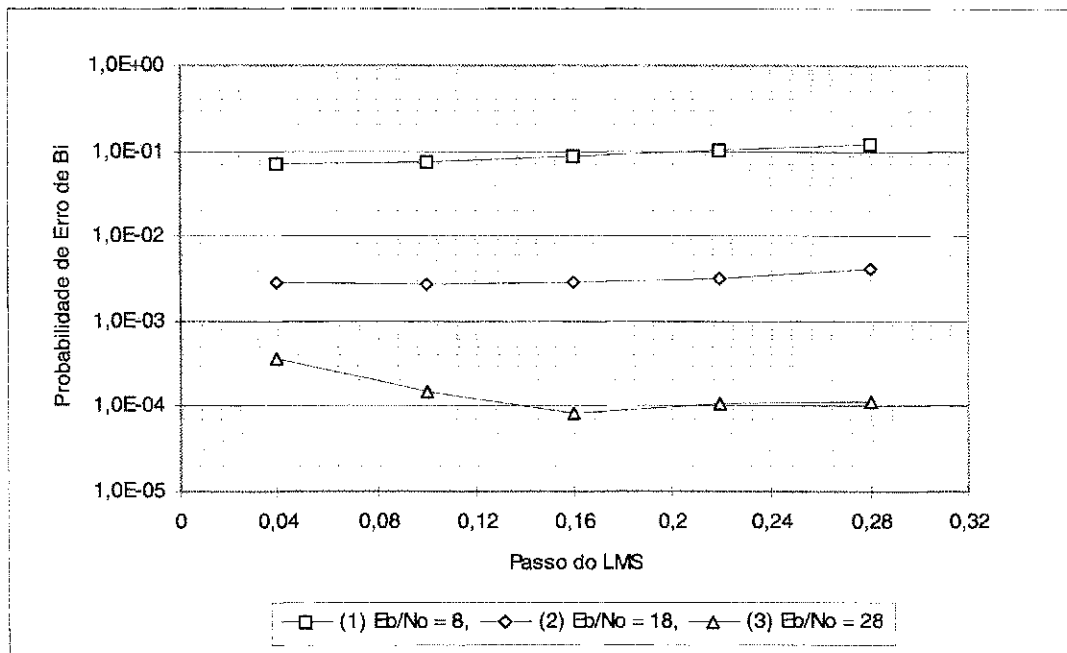


Figura 6.1 - Desempenho em função do passo do LMS com codificador de 4 estados. Desvio Doppler máximo igual a 10 Hz. Curvas com razão sinal ruído 8, 18 e 28 dB.

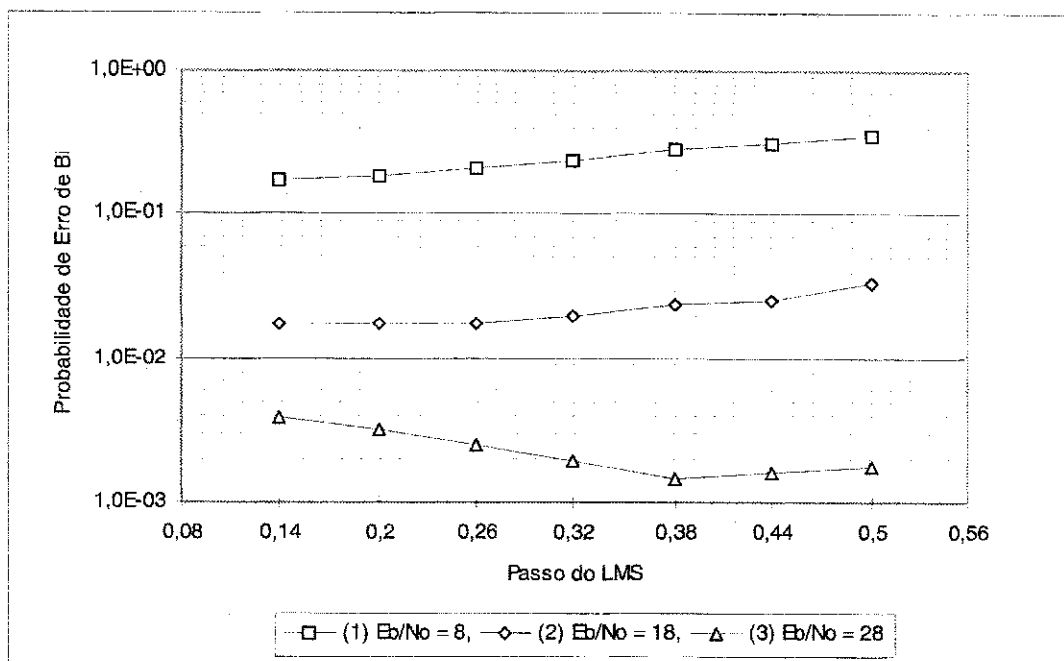


Figura 6.2 - Desempenho em função do passo do LMS com codificador de 4 estados. Desvio Doppler máximo igual a 50 Hz. Curvas com razão sinal ruído 8, 18 e 28 dB.

Considerando-se $f_D = 10$ Hz (figura 6.3) verifica-se que o melhor retardo é de 6 símbolos, no entanto, verifica-se uma pequena sensibilidade com respeito a este parâmetro, o que é razoável, tendo em vista que o canal mudou pouco dentro do quadro.

Por outro lado, para $f_D=100$ Hz (figura 6.4) o desempenho do receptor é severamente degradado à medida que se aumenta o retardo na decisão, especialmente para elevados valores de relação sinal ruído, situação na qual o desempenho fica limitado pelos erros de estimação de canal. Para este caso em particular, verifica-se que o melhor retardo é de apenas dois símbolos. No caso de $f_D=50$ Hz (curva não apresentada) o melhor retardo é de 4 símbolos. Com estimativa perfeita de canal (curva não apresentada) o problema de retardo de decisão é simplificado. Neste caso a tendência do desempenho é uma redução da probabilidade de erro com o aumento do atraso de decisão, até atingir um patamar de estabilidade.

A figura 6.5 apresenta desempenho dos esquemas de recepção em função da relação sinal ruído. Nesta figura são incluídas curvas para codificador com 4 estados e para os três valores de máximo desvio Doppler utilizados na simulação do canal. Em todos os casos considerou-se retardos otimizados para a decisão dos símbolos. São incluídas, para fins comparativos, curvas de um sistema 4-PSK sem codificação.

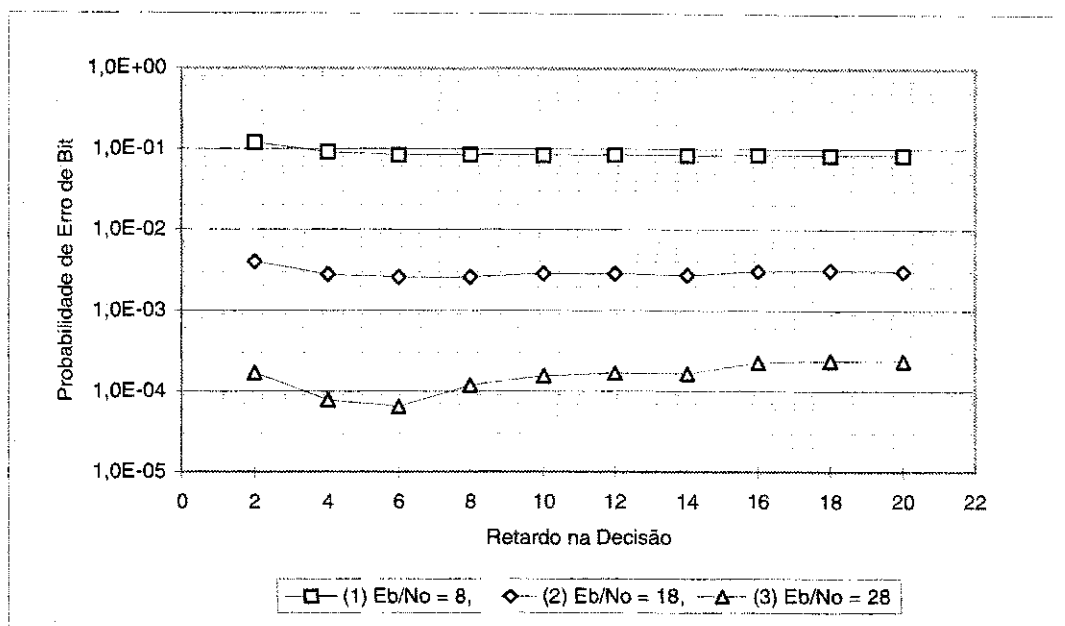


Figura 6.3 - Desempenho em função do retardo na decisão do símbolo de sistema com codificador de 4 estados. Desvio Doppler máximo igual a 10 Hz. Curvas com razão sinal ruído 8, 18 e 28 dB.

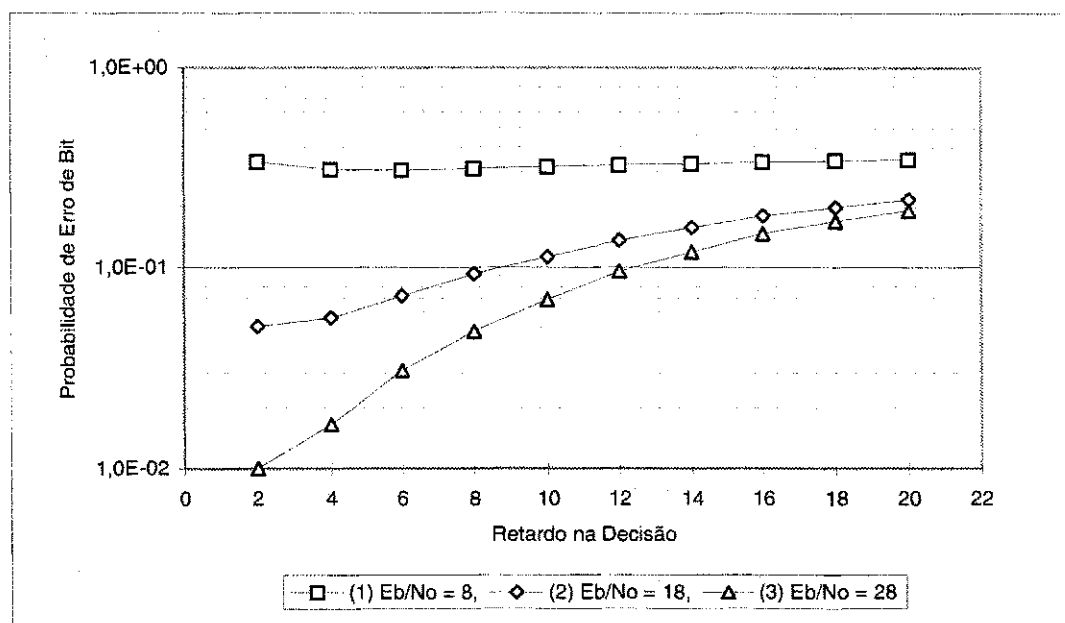


Figura 6.4 - Desempenho em função do retardo na decisão do símbolo de sistema com codificador de 4 estados. Desvio Doppler máximo igual a 100 Hz. Curvas com razão sinal ruído 8, 18 e 28 dB.

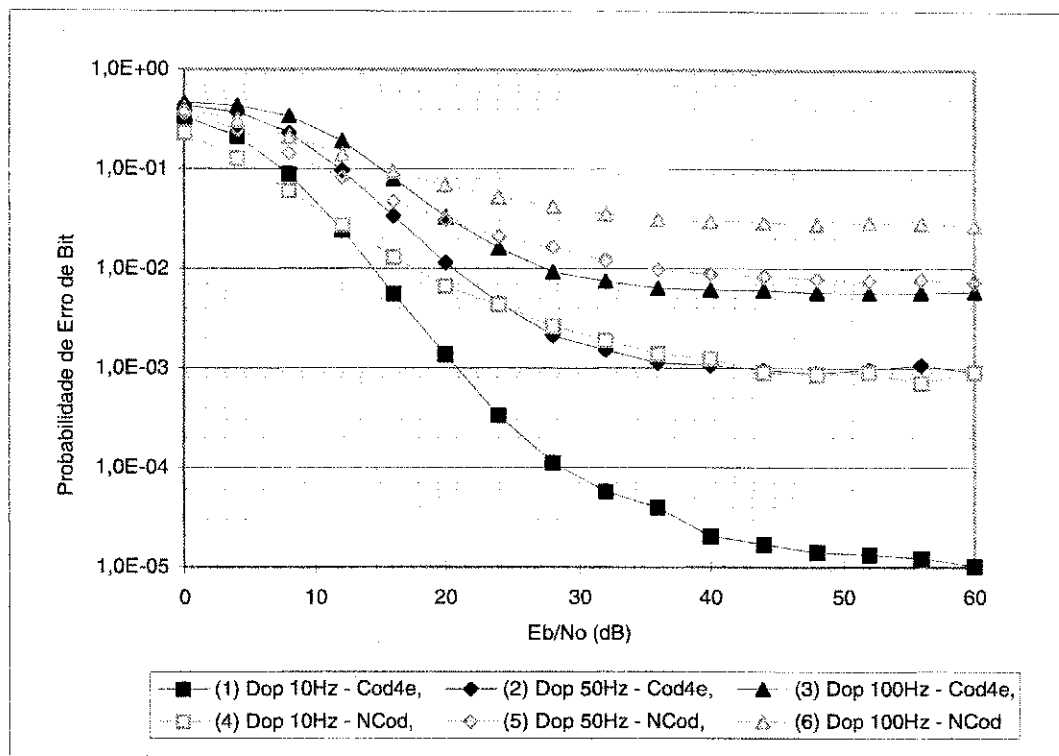


Figura 6.5 – Desempenho de sistemas com código com 4 estados (Curvas 1 a 3) e não codificado (Curvas 4 a 6) para desvio Doppler máximo igual a 10, 50 e 100 Hz.

Os resultados apresentados levam a importantes conclusões. Em primeiro lugar verifica-se que o código proporcionou uma melhoria no desempenho. Isto é uma constatação importante, tendo em vista que os códigos considerados foram otimizados admitindo-se modelo de canal invariante dentro do quadro. Uma segunda conclusão importante é que, apesar da melhoria de desempenho proporcionada pelo código, verifica-se o efeito de probabilidade de erro irreduzível, que se acentua à medida que aumenta-se o máximo desvio Doppler. Isto indica que o desempenho do sistema é severamente limitado pelos erros de acompanhamento de canal. Como consequência, não se pode adotar a utilização de quadros longos para reduzir a perda de capacidade de transmissão proporcionada pelo envio de seqüências de treinamento.

Na seqüência são apresentadas curvas de erro médio quadrático de estimação do canal e histogramas dos erros ocorridos ao longo do bloco de informação. Estas curvas são importantes para avaliar o comportamento do receptor durante a decodificação do bloco de informação, principalmente em função da mobilidade do canal que faz com que erros de decisão interfiram em decisões futuras através da atualização equivocada na estimativa de canal.

A figura 6.6 contém curvas de erro médio quadrático admitindo-se razão sinal ruído de 20 dB e f_D igual a 10, 50 e 100 Hz. As curvas apresentam um rápido decaimento no início do quadro. Isto ocorre em função do uso da seqüência de treinamento. É importante observar que a velocidade de convergência é maior para f_D igual a 50 e 100 Hz do que para f_D igual a 10 Hz. Isto se justifica pela adoção de valores maiores para o passo do *LMS* para $f_D = 50$ e 100 Hz (0,38 e 0,4, respectivamente) em relação ao valor utilizado quando $f_D = 10$ Hz (0,16). Um valor alto de passo produz uma maior velocidade de convergência, necessária quando o deslocamento Doppler é alto, mas, por outro lado, resulta em um maior nível para o erro médio quadrático.

É importante mencionar que à medida que a mobilidade do canal se acentua, o passo ótimo do *LMS* tende a ser maior para acompanhar a resposta impulsional do canal, o que inevitavelmente aumenta a variância do erro de acompanhamento do canal (nível de erro médio quadrático). Conforme apresentado na figura 6.6, o aumento da f_D pode determinar a perda de acompanhamento do canal, efeito que foi verificado em pequena escala para $f_D = 10$ Hz.

A perda de acompanhamento do canal induz uma concentração de erros no final do quadro, conforme pode ser observado no histograma apresentado na figura 6.7. Isto provoca a necessidade de se adotar quadros pequenos intercalados por seqüências de treinamento, principalmente para canais rapidamente desvanecidos, sob pena de degradar sensivelmente o desempenho do esquema de recepção.

Na seqüência são apresentados os resultados para codificadores de 16 e 32 estados. Seguindo o mesmo procedimento, avalia-se inicialmente o desempenho em função do retardo na decisão do símbolo, obtendo-se o melhor retardo a ser adotado em cada caso.

Considerando-se o codificador de 16 estados e um canal com $f_D = 10$ Hz (figura 6.8) verifica-se que o melhor retardo é de 8 símbolos. Para $f_D = 100$ Hz (figura 6.9) o desempenho do receptor é também severamente degradado com o aumento do retardo na decisão, permanecendo o melhor retardo com apenas dois símbolos. No caso de $f_D = 50$ Hz o melhor retardo permaneceu igual a 4 símbolos. A figura 6.10 apresenta os resultados para o codificador de 32 estados considerando uma relação sinal ruído de 20 dB. Neste caso, os melhores retardos em canais com $f_D = 10, 50$ e 100 Hz são respectivamente iguais a 6, 4 e 4.

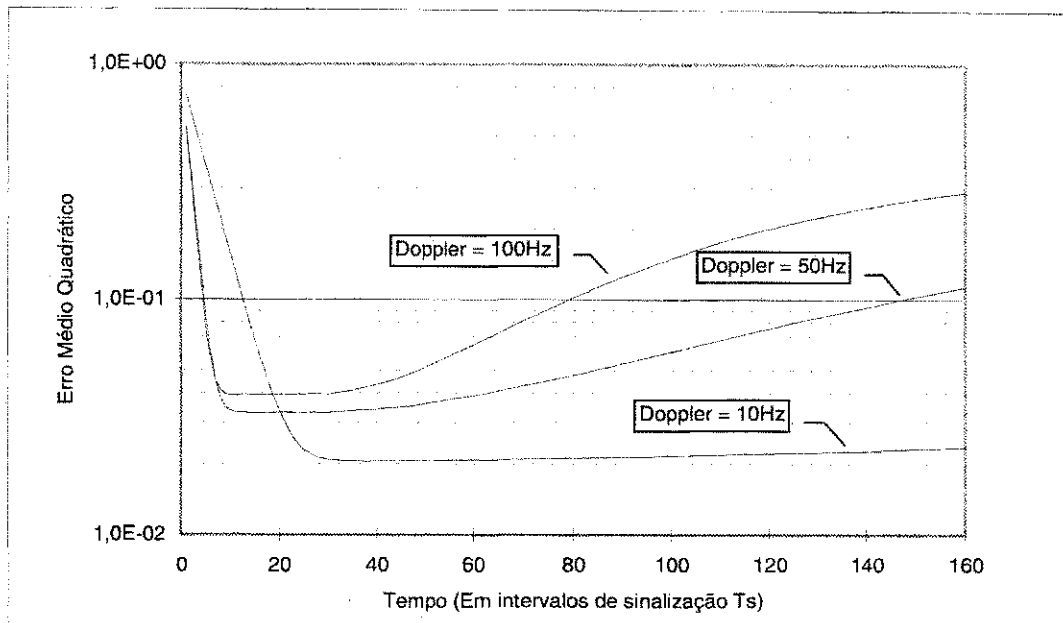


Figura 6.6 - Curvas de Erro Médio Quadrático ao longo do quadro.
 Curvas para razão sinal ruído de 20 dB e desvio Doppler máximo igual a 10, 50 e 100 Hz.

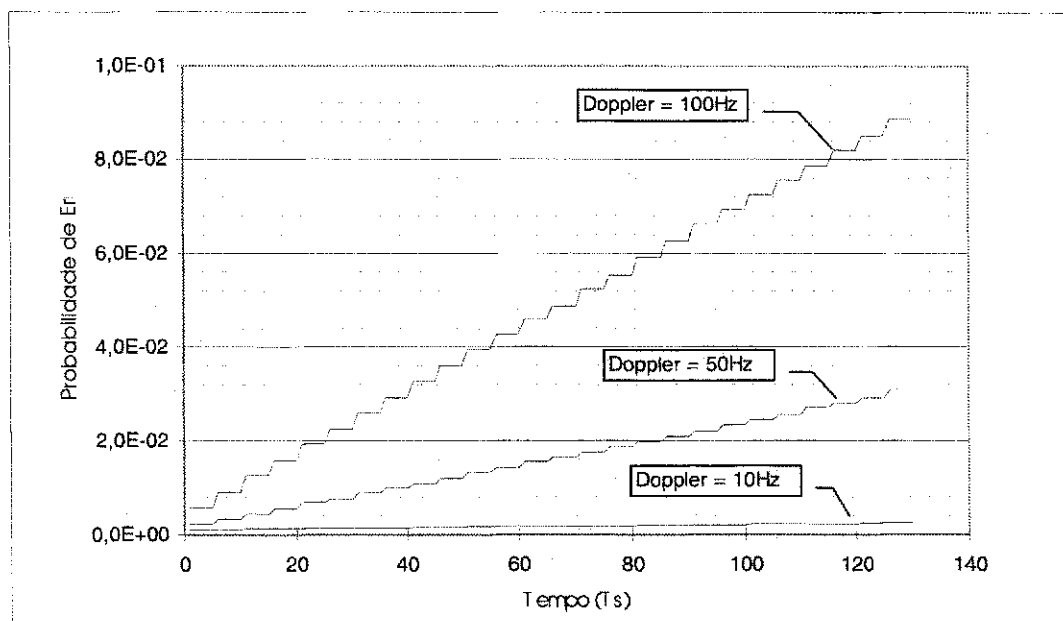


Figura 6.7 - Histograma do erros ao longo do bloco de informação.
 Curvas para razão sinal ruído de 20 dB e desvio Doppler máximo igual a 10, 50 e 100 Hz.

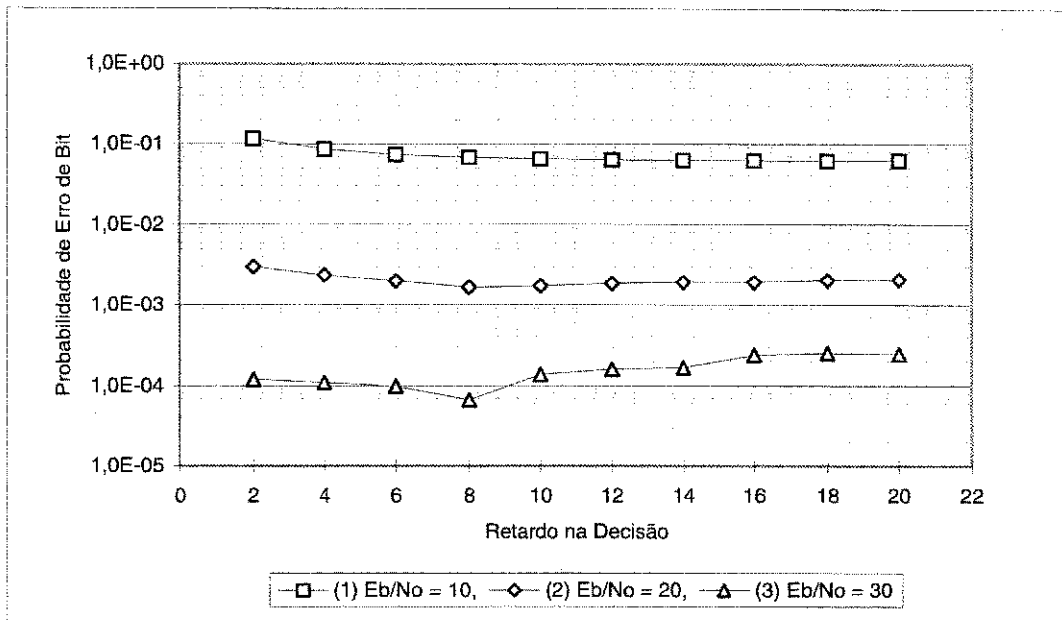


Figura 6.8 - Desempenho em função do retardo na decisão do símbolo de sistema com codificador de 16 estados. Desvio Doppler máximo igual a 10 Hz. Curvas com razão sinal ruído de 10, 20 e 30 dB.

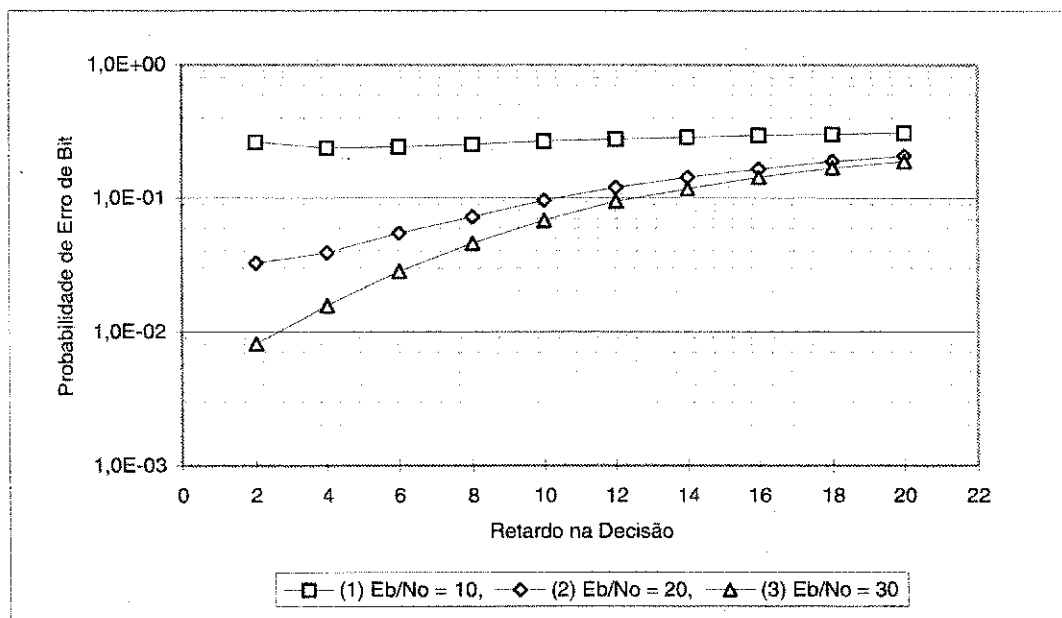


Figura 6.9 - Desempenho em função do retardo na decisão do símbolo de sistema com codificador de 16 estados. Desvio Doppler máximo igual a 100 Hz. Curvas com razão sinal ruído de 10, 20 e 30 dB.

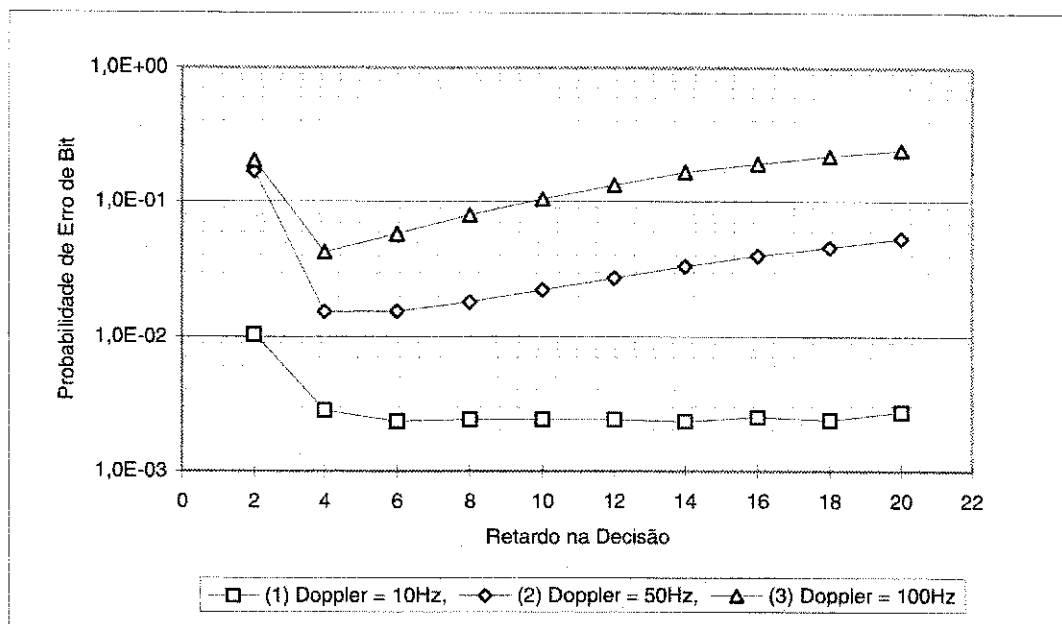


Figura 6.10 - Desempenho em função do retardo na decisão do símbolo de sistema com codificador de 32 estados. Curvas para desvio Doppler máximo igual a 10, 50 e 100 Hz com razão sinal ruído de 20 dB.

Quando se utiliza codificadores com maior número de estados, há uma tendência de que o melhor retardo aumente, em decorrência do aumento da maior memória do codificador. Entretanto, em canais rapidamente variantes os problemas de acompanhamento do canal têm um peso significativo na composição da probabilidade de erro do sistema podendo modificar esta tendência. Desta forma, torna-se necessário uma análise caso a caso para determinar o melhor valor de retardo.

As figuras 6.11 e 6.12 apresentam desempenho dos esquemas de transmissão em função da relação sinal ruído utilizando os codificadores de 16 e 32 estados, respectivamente, considerando os três valores de máximo desvio *Doppler* utilizados na simulação do canal. Todas as simulações foram realizadas utilizando retardos otimizados para a decisão dos símbolos. Os resultados mostram que, de forma similar ao comportamento do código de 4 estados, os códigos proporcionam uma melhoria no desempenho. Entretanto, apesar desta melhoria de desempenho, o efeito de probabilidade de erro irreduzível se manteve, acentuando-se com o aumento do máximo desvio Doppler. Em todos os casos analisados o efeito do código foi de baixar o patamar de erro irreduzível.

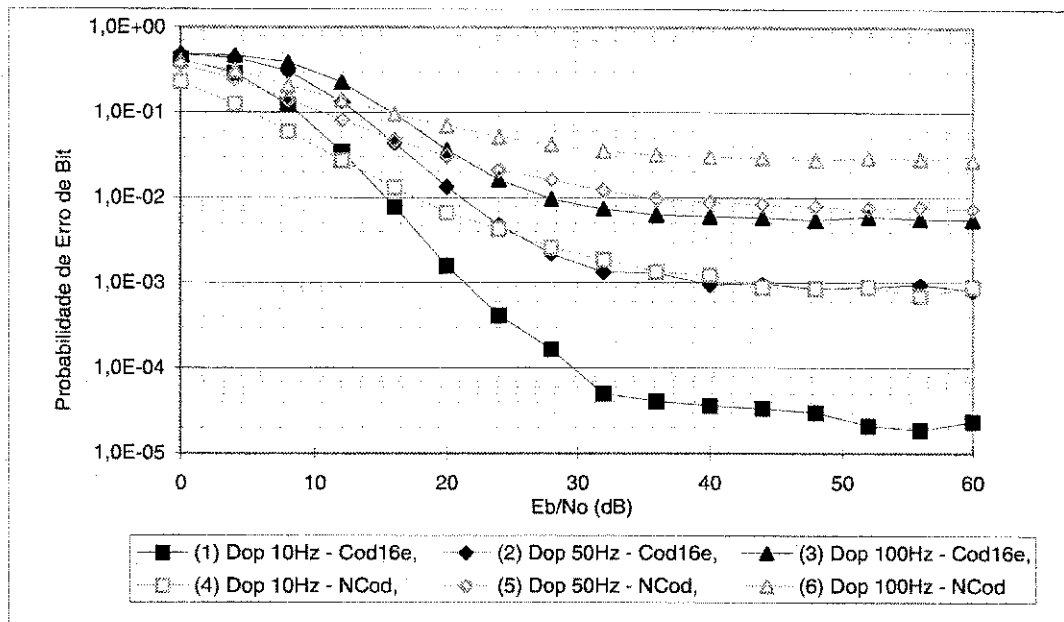


Figura 6.11 – Desempenho de sistemas com código com 16 estados (Curvas 1 a 3) e não codificado (Curvas 4 a 6) para desvio Doppler máximo igual a 10, 50 e 100 Hz.

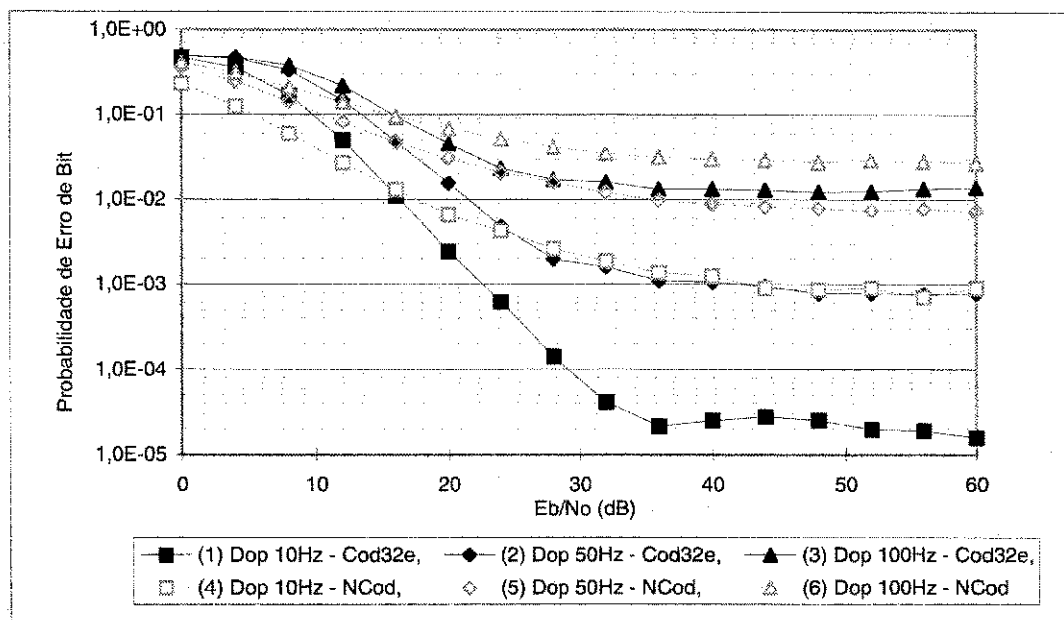


Figura 6.12 – Desempenho de sistemas com código com 32 estados (Curvas 1 a 3) e não codificado (Curvas 4 a 6) para desvio Doppler máximo igual a 10, 50 e 100 Hz.

As figuras 6.13 e 6.14 apresentam uma comparação entre o desempenho dos três codificadores considerando o canal com $f_D = 10$ e 100 Hz respectivamente. Para o caso de $f_D = 10$ Hz os níveis de erro se mostraram bastante próximos, sendo que, o codificador de 4 estados apresentou o melhor desempenho. Este resultado é bastante interessante pois considerando canal com desvanecimento plano e invariante, como apresentado em [40], os codificadores de maior número de estados apresentam melhores resultados de desempenho, e, ao considerar o canal variante, o resultado de desempenho inverteu. Uma justificativa para este efeito é que devido à necessidade de reduzir o retardo de decisão as seqüências analisadas pelo algoritmo de decodificação são mais curtas, favorecendo os codificadores que naturalmente têm menos memória. Este efeito se verificou de forma mais acentuada no canal com $f_D = 100$ Hz. Neste caso o codificador de 32 estados teve o pior desempenho, apresentando um patamar de erro irreduzível de nível mais elevado que os demais.

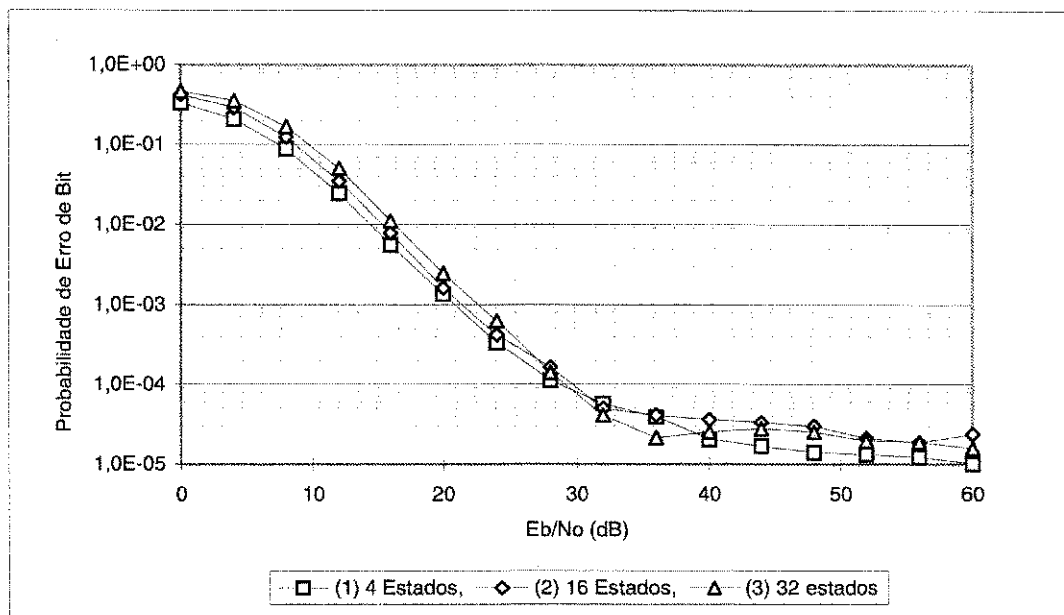


Figura 6.13 – Desempenho de sistemas com código com 4, 16 e 32 estados para desvio Doppler máximo igual a 10 Hz.

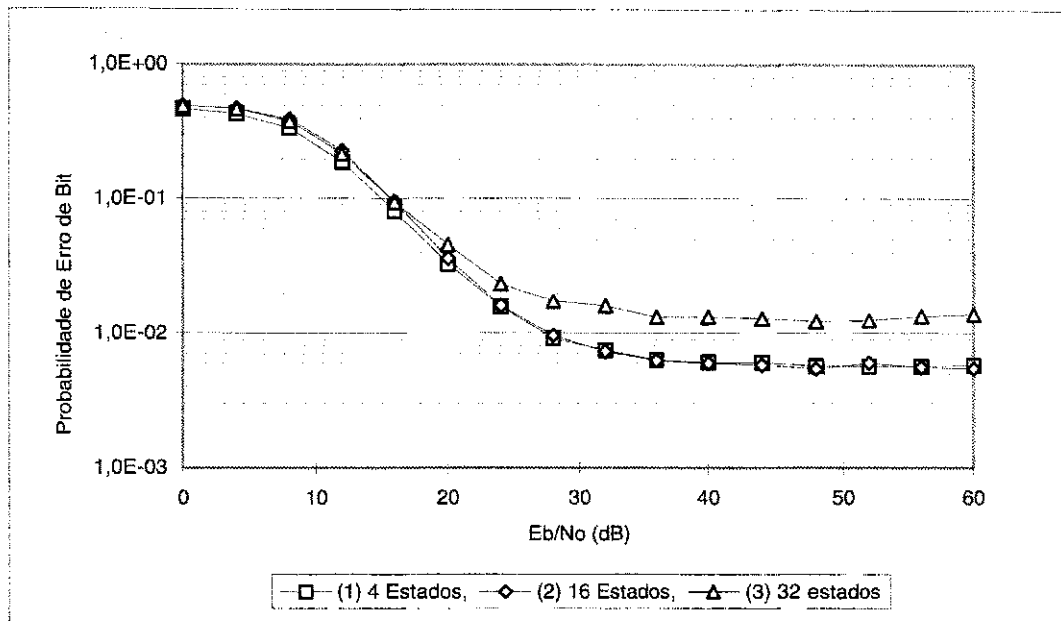


Figura 6.14 – Desempenho de sistemas com código com 4, 16 e 32 estados para desvio Doppler máximo igual a 100 Hz.

6.2. Sistemas com Estimação de Canal utilizando Identificador Cego.

Nesta seção serão apresentados resultados de desempenho de sistemas com codificação espaço-temporal considerando canais com seletividade em frequência e erro de estimação de canal.

Objetivando a definição de um ambiente de comunicação mais realista, optou-se por implementar um algoritmo de identificação cega de canais. As técnicas de identificação cega de canal têm sido bastante estudadas principalmente para aplicações de comunicações móveis com altas taxas de dados. Os métodos de identificação cega são bastante atrativos nestes casos uma vez que elas não requerem a transmissão de seqüências de treinamento, que, podem ocupar boa parte da capacidade disponível para transmissão da informação. Deve-se observar, entretanto, que os métodos de identificação cega aplicam-se apenas a canais invariantes ou com desvanecimento bastante lento.

Os primeiros esquemas de identificação cega bem sucedidos utilizaram estatística de ordem superior. Embora estes algoritmos apresentem bons resultados na estimação de canais com desvanecimento, eles requerem uma grande quantidade de amostras de informação, que limitam sua aplicação.

Mais recentemente, foram propostas técnicas de identificação cega que utilizam estatísticas de segunda ordem em conjunto com diversidade espacial ou temporal no receptor. Esses algoritmos requerem menos amostras de dados em comparação com métodos que utilizam estatísticas ordem superior. Um dos problemas dessas técnicas é que elas são bastante degradadas quando os subcanais obtidos pela diversidade compartilham zeros comuns [33].

Nesta seção será considerada a utilização da técnica de identificação baseada em estatísticas de segunda ordem denominada Método dos Subespaços [30]. Serão apresentados resultados de desempenho de códigos espaço-temporais considerando a utilização deste método de identificação

6.2.1. Modelo de Canal

Em um sistema com codificação espaço-temporal o receptor calcula uma estatística de decisão baseada nos sinais recebidos em cada antena. O sinal recebido pela antena j no instante t é dado por

$$r_t^j = \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^L \alpha_k^{ij} \cdot c_{t-k}^i + \eta_t^j \quad (93)$$

onde o ruído η_t^j no instante t é modelado como amostras independentes de uma variável aleatória gaussiana complexa com média zero e variância $N_0/2$ por dimensão, c_t^i é o sinal da constelação transmitido pela antena i , o termo α_k^{ij} representa o desvanecimento do k -ésimos percursos que vai da antena de transmissão i para a antena de recepção j e L é a quantidade de memória do canal.

Dois modelos de canal são considerados nesta seção. O primeiro considera desvanecimento plano e o segundo desvanecimento seletivo em frequência, ambos invariantes no tempo. No canal com desvanecimento plano ($L=0$) os termos α^j são modelados como variáveis aleatórias gaussianas complexas com média zero e variância unitária (canal normalizado). O canal seletivo em frequência é modelado por um filtro transversal com $(L+1)$ linhas espaçadas no tempo por um intervalo igual à duração de um símbolo. Neste caso os coeficientes da resposta do filtro α_k^{ij} são modelados como variáveis aleatórias gaussianas complexas i.i.d com média zero e variância dadas pelo perfil de espalhamento temporal. Dois perfis são investigados neste trabalho: $(0,5 - 0,3 - 0,2)$ e $(0,7 - 0,2 - 0,1)$. Para simplificar a notação estes perfis serão rotulados como perfis 532 e 721, respectivamente. Da mesma forma é adotado o rótulo 100 para o canal com desvanecimento plano.

6.2.2. Resultados de Simulação

As figuras 6.15 a 6.18 apresentam resultados de simulação de sistemas codificados e não codificados, para os três perfis de espalhamento temporal, com e sem erro de estimação de canal. Nas legendas das figuras o rótulo *Ncod* refere-se a simulação de sistema com modulação 4PSK sem codificação. O rótulo *Cod4s* refere-se à simulação de um sistema com codificação espaço-temporal de 4 estados. Os rótulos 100, 532 e 721 referem-se ao modelo de canal considerado, sendo o rótulo 100 utilizado para designar o canal com desvanecimento plano e, os rótulos 532 e 721, utilizados para referenciar os dois perfis de canal com desvanecimento seletivo em frequência considerados nesta seção. O rótulo *e* refere-se a resultados de desempenho de sistemas com erros de estimação de canal.

A figura 6.15 apresenta resultados de desempenho de um sistema não codificado com modulação 4PSK considerando os três modelos de canais estudados, com estimação ideal ou identificação cega de canal. As curvas 1 a 3 apresentam resultados de desempenho do sistema com estimação ideal e as curvas 4 a 6 apresentam os resultados de desempenho com o estado do canal obtido utilizando o método dos subespaços.

No canal com desvanecimento plano (curvas 1 e 4), os erros de estimação causados pelo identificador de canal resultaram em uma pequena degradação no desempenho. Por outro lado, para canais seletivos o desempenho foi severamente degradado pelos erros na identificação do canal. Entretanto, o impacto real depende do perfil de espalhamento temporal do canal. Em particular, o perfil 721 resultou em um desempenho pior que o perfil 532, como pode ser observado comparando as curvas 3 – 6 e 2 – 5 da figura 6.15.

O desempenho obtido considerando o perfil de espalhamento 721 foi determinada pelo baixo desempenho da técnica de identificação cega, especialmente em quadros transmitidos por sub-canais que compartilham zeros comuns. Por outro lado, com outros perfis de espalhamento, a condição de compartilhamento de zeros comuns ocorreu poucas vezes. É interessante observar que estes efeitos podem ser reduzidos aumentando o fator de superamostragem ou utilizando de forma conjunta diversidade temporal e espacial. Entretanto, essa solução pode aumentar a complexidade do receptor. Outro aspecto a ser enfatizado é que o desenvolvimento de técnicas de identificação cega baseadas em estatísticas de segunda ordem é uma área de pesquisa ativa e um tópico em aberto é o desenvolvimento de técnicas robustas ao efeito de compartilhamento de zeros comuns.

Outro resultado importante a ser observado é que considerando estimação ideal e desvanecimento seletivo em frequência obtém-se resultados de desempenho melhores

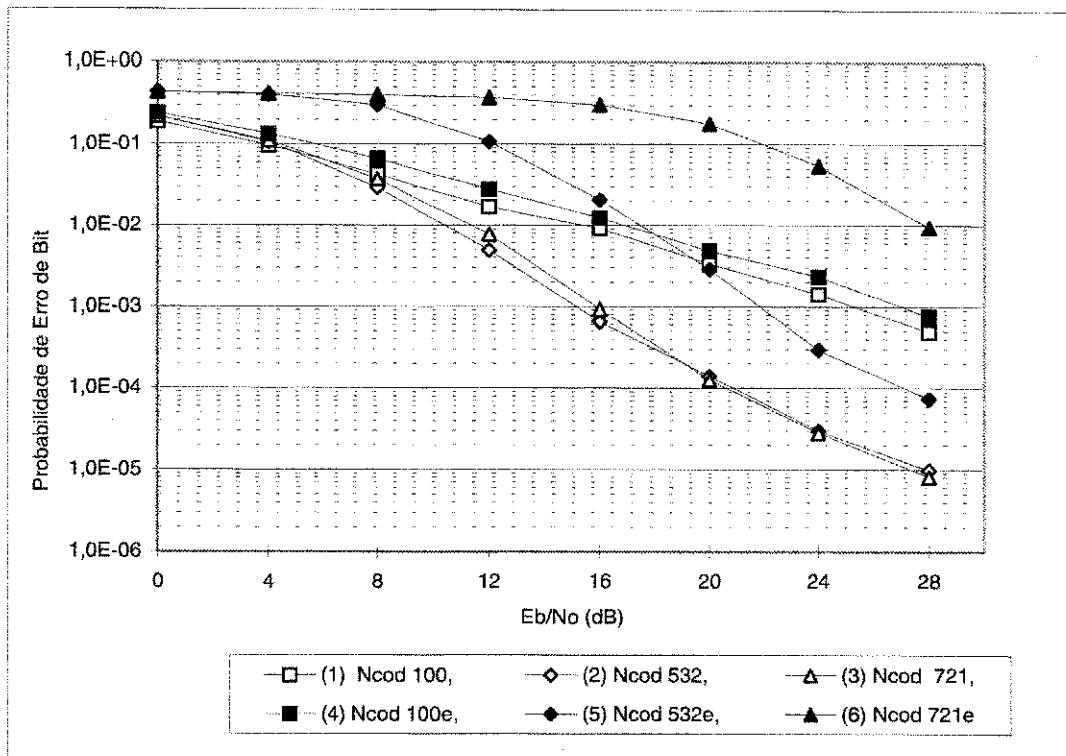


Figura 6.15 - Desempenho de sistema 4PSK não codificado. Curvas 1 a 3 mostram os resultados de desempenho considerando estimativa ideal, curvas 4 a 6 mostram o desempenho do sistema utilizando algoritmos de identificação cega de canal

que em canais com desvanecimento plano, como pode ser observado comparando as curvas 2 e 3 com a curva 1. Este ganho acontece pois o espalhamento no tempo provocado pelo canal seletivo, no caso de estimativa ideal, introduz uma diversidade temporal na transmissão do sinal, melhorando o desempenho.

A figura 6.16 apresenta o desempenho de sistemas em canais com desvanecimento plano. Esta figura inclui curvas considerando estimativa ideal e estimativa pelo método dos subspaços. Para estes dois casos são apresentados resultados de sistema com e sem codificação. Pode-se observar que os ganhos de codificação são mantidos admitindo o erro de estimativa.

As curvas 1 e 2 mostram o desempenho de um sistema não codificado com modulação 4PSK considerando estimativa ideal e considerando erro de estimativa provocado pelo método de identificação de canal, respectivamente. As curvas 3 e 4 foram obtidas considerando as mesmas condições de simulação das curvas 1 e 2, mas para um sistema com codificação espaço temporal com 4 estados.

Os resultados obtidos estão em conformidade com os apresentados em [42], sendo que neste artigo a variância do erro de estimativa é dado pelo limitante de

Cramer-Rao. Em particular, para uma taxa de erro de 10^{-3} o ganho de codificação é de aproximadamente 8 dB.

A figura 6.17 apresenta resultados de simulação dos sistemas codificados. Esta figura apresenta curvas considerando estimação ideal e identificação de canal pelo método dos subspaços. Para estes dois casos são apresentados resultados para canais planos e seletivos em frequência.

O desempenho do sistema codificado considerando estimação ideal em canal plano e nos dois perfis de canal seletivo analisados são apresentados nas curvas 1, 2 e 3. Observa-se que o sistema codificado apresenta praticamente o mesmo desempenho nos três modelos de canal investigados, ao contrário do que aconteceu com o sistema não codificado. Observa-se também que, nestes casos, o desempenho do sistema codificado é pior que o sistema não codificado. Em particular, considerando uma relação sinal ruído de 20 dB, a probabilidade de erro do sistema não codificado é de 10^{-4} (figura 6.15), enquanto que a probabilidade de erro do sistema codificado é de $3 \cdot 10^{-4}$ (figura 6.17). Por outro lado, no caso de desvanecimento plano o código resultou em um ganho de desempenho, como pode ser observado comparando as figuras 6.15 e 6.17.

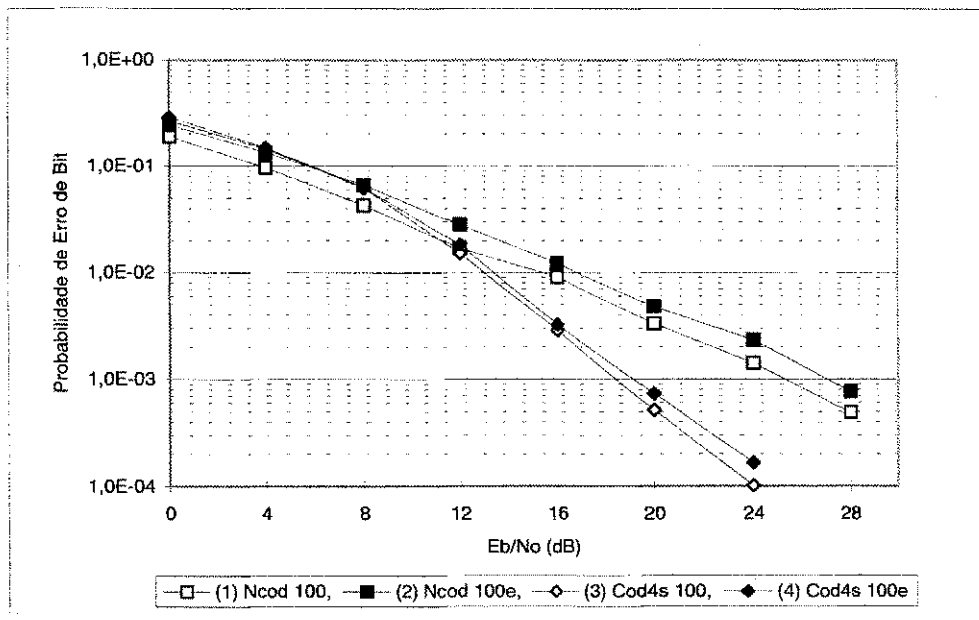


Figura 6.16 – Desempenho de sistemas em canal com desvanecimento plano. Curvas 1 e 2 mostram os resultados de desempenho de sistemas não codificados, curvas 3 e 4 mostram o desempenho do sistema com codificador de 4 estados

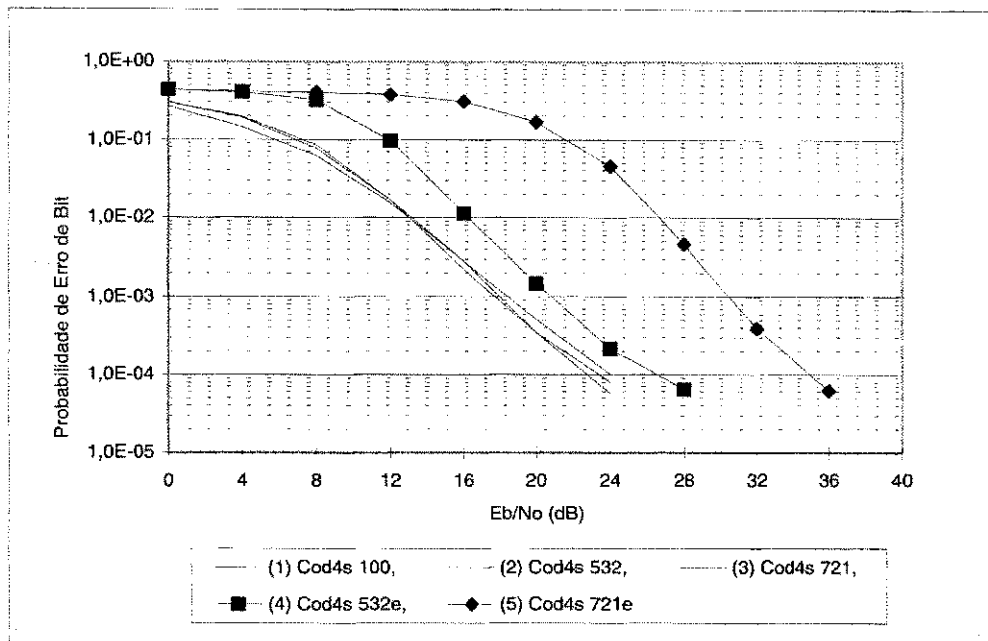


Figura 6.17 - Desempenho de sistemas em canais seletivos em frequência. Curvas 1 a 3 mostram os resultados de desempenho considerando estimativa ideal, curvas 4 e 5 mostram o desempenho utilizando esquemas de identificação cega de canal.

Deve-se enfatizar que o código foi otimizado para canais planos, e, portanto, seu desempenho em canais seletivos em frequência é questionável, embora análises apresentadas em [42] indiquem que o desempenho seja mantido em canais seletivos em frequência.

As curvas 4 e 5 apresentam o desempenho de sistemas considerando canais seletivos e estimativa de canal utilizando técnica de identificação cega. Observa-se que nestes casos o erro de estimativa de canal impõe uma intensa degradação no desempenho, fato observado também no sistema não codificado.

A figura 6.18 apresenta os resultados finais desta seção. Ela mostra uma comparação de desempenho entre sistemas codificados e não codificados considerando os dois perfis de canal seletivo em frequência. As curvas 1 e 3 apresentam o desempenho do sistema não codificado para os dois perfis avaliados e as curvas 2 e 4 apresentam resultados similares para o sistema codificado. Estas curvas foram obtidas utilizando identificação cega de canal. Os resultados de simulação mostram pequenos ganhos de codificação. Em particular, para uma probabilidade de erro de 10^{-3} o ganho de codificação é de apenas 1dB, bem menor que os 8 dB atingidos quando o canal considerado apresentava desvanecimento plano.

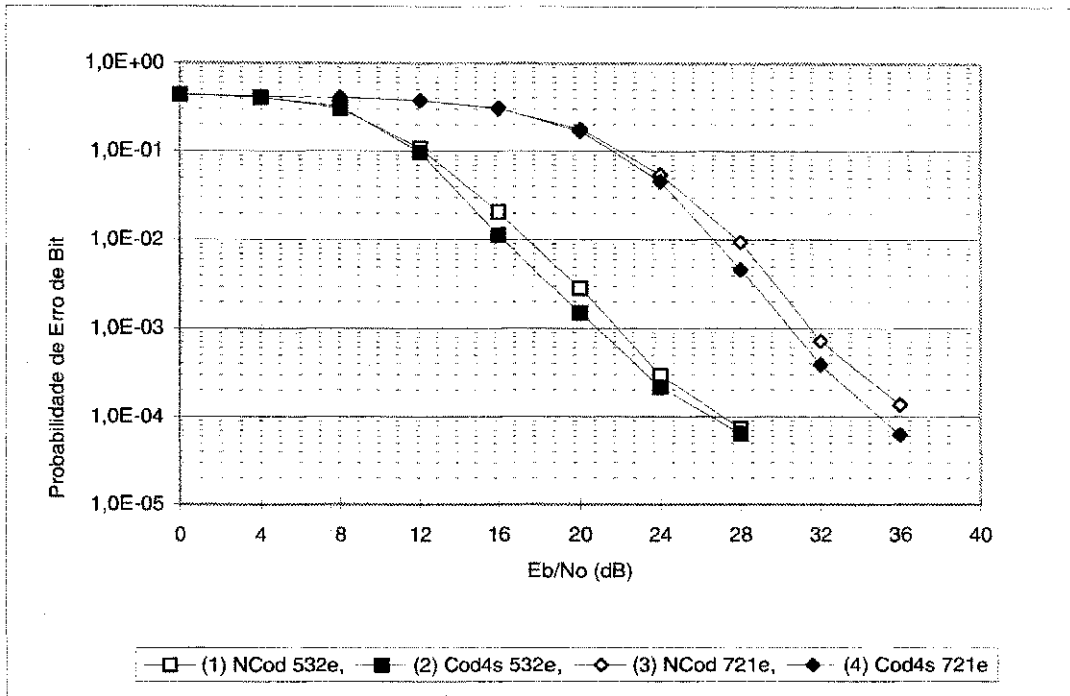


Figura 6.18 – Comparação do desempenho de sistemas codificados e não codificados. Curvas 1 e 3 mostram os resultados de sistemas não codificados, curvas 2 e 4 mostram os resultados dos sistemas codificados.

Capítulo 7

Seqüências de Espalhamento para Sistemas de Salto em Freqüência

Neste capítulo será apresentado o estudo realizado sobre aplicação de códigos de geometria algébrica no desenvolvimento de esquemas de espalhamento espectral por saltos em freqüência (FH/SS). A atenção foi dada aos métodos existentes para criação das seqüências codificadas que definem os saltos realizados pelo sistema, que, em geral, utilizam os códigos de *Reed-Solomon*. Como resultado, foi proposto um novo método para obtenção de seqüências de espalhamento, baseado nos códigos de *Hermite*.

7.1 Propriedades de Seqüências para Espalhamento Espectral para sistemas FH/SS

Seja q o número de seqüências em um sistema FH/SS e seja f_i a freqüência central da i -ésima faixa de freqüência utilizada, $0 \leq i \leq q-1$. As freqüências centrais são escolhidas de modo que as faixas sejam uniformemente espaçadas ao longo da banda de freqüências alocadas para o sistema. Um padrão de saltos em freqüência é uma seqüência $a = (a_0, a_1, \Lambda, a_{N-1})$ de N elementos do conjunto $(f_0, f_1, \Lambda, f_{q-1})$ especificando a ordem em que as faixas de freqüências serão utilizadas por um transmissor em particular. Mensagens longas são transmitidas através da repetição dos padrões tantas vezes quanto necessário.

Seja T o operador que desloca uma seqüência a ciclicamente para a esquerda em uma posição, isto é, $Ta = (a_1, \Lambda, a_{N-1}, a_0)$. Se T é aplicado k vezes a a , com $0 \leq k \leq N$, o resultado é $T^k a = (a_k, a_{k+1}, \Lambda, a_{N-1}, a_0, a_1, \Lambda, a_{k-1})$ e $T^N a = a$. O período de a é o menor inteiro positivo M tal que $T^M a = a$. De forma geral, M pode ser qualquer divisor de N ,

mas, o interesse é que M seja igual a N . As seqüências $a, Ta, T^2a, \dots, T^{M-1}a$ são distintas, mas, ciclicamente equivalentes. Elas são deslocamentos cíclicos umas das outras.

O vetor de composição $N(a)$ da seqüência a é definido como

$$N(a) = [N_0(a), N_1(a), \dots, N_{q-1}(a)],$$

sendo que, para $0 \leq i \leq q-1$, $N_i(a)$ denota o número de vezes que a freqüência f_i ocorre em a . Note que seqüências ciclicamente equivalentes têm o mesmo vetor de composição. Pode-se observar que $N_i(a) \geq 0$ para todo i , e que

$$\sum_{i=0}^{q-1} N_i(a) = N. \quad (94)$$

Pode ser mostrado [1] que a equação (94) implica

$$\sum_{i=0}^{q-1} N_i^2(a) = \|N(a)\|^2 \geq N \lfloor N/q \rfloor + \lceil N/q \rceil (N \bmod q) \quad (95)$$

sendo $\|\cdot\|$ a norma do vetor, $(N \bmod q)$ o resto da divisão de N por q , $\lfloor n \rfloor$ o maior inteiro menor ou igual a n , e, $\lceil n \rceil$ o menor inteiro maior ou igual a n . A igualdade na equação (95) acontece se e somente se

$$N_i(a) = \lceil N/q \rceil \text{ para } (N \bmod q) \text{ valores de } i, \quad (96)$$

$$N_i(a) = \lfloor N/q \rfloor \text{ para } q - (N \bmod q) \text{ valores de } i. \quad (97)$$

Note que

$$N \lfloor N/q \rfloor + \lceil N/q \rceil (N \bmod q) = N, \text{ se } N \leq q, \quad (98)$$

e que,

$$N \lfloor N/q \rfloor + \lceil N/q \rceil (N \bmod q) \geq N^2/q, \text{ se } N > q, \quad (99)$$

com igualdade se e somente se N é um inteiro múltiplo de q .

Estes padrões de saltos espalham a energia do sinal de maneira uniforme pela banda total alocada para o sistema. O uso uniforme das faixas de freqüência se justifica no projeto de padrões devido à existência do desvanecimento e, em sistemas militares, devido à possibilidade de existência de sinais de interferência provocada. Se um sinal visita uma faixa mais que outra, ele se torna mais vulnerável a um sinal interferente ou um desvanecimento naquela faixa de freqüências. Obviamente o sinal também será menos vulnerável em outras faixas de freqüência, mas a degradação máxima é minimizada se for feito um uso uniforme das faixas de freqüência.

Um receptor que deseje decodificar o sinal de um determinado transmissor em um sistema FH/SS deve seguir o padrão de saltos do transmissor. O receptor local deve

ser, portanto, ajustado com uma seqüência de saltos idêntica e sincronizada com a seqüência utilizada pelo transmissor.

Em um sistema FH/SS é considerado que as faixas utilizadas são espaçadas o suficiente em freqüência para que quando o receptor sintonize uma faixa não haja interferência das faixas adjacentes. Entretanto, quando vários transmissores estão ativos, é possível que dois ou mais transmissores possam saltar para a mesma freqüência ao mesmo tempo. Este evento é denominado de colisão (*hit*) e usualmente causa grande degradação do sinal.

Durante um intervalo de tempo entre saltos T_k , o sinal do transmissor ocupa uma mesma faixa de freqüências. Se pelo menos um símbolo é transmitido neste intervalo, o sistema é chamado de FH/SS lento. No FH/SS rápido o tempo de transmissão de um símbolo é maior que T_k , de maneira que o receptor deve observar o sinal em vários T_k para decidir que símbolo foi transmitido.

Claramente, uma colisão entre padrões de salto afeta somente uma parte de um símbolo transmitido no sistema rápido, mas pode afetar diversos símbolos em um sistema lento. Desta maneira, a ocorrência de colisões é um problema mais evidente em sistemas lentos que nos sistemas rápidos. A contagem de colisões é utilizando-se a *função de correlação de Hamming*.

Sejam a e b duas seqüências de saltos em freqüência com período comum N . O número de colisões que ocorre em um período de a devido à interferência de b é contada pela *função de correlação cruzada de Hamming*, definida como

$$H_{a,b}(j) = \sum_{i=0}^{N-1} h(a_i, b_{i+j}), \quad 0 \leq j \leq N-1 \quad (100)$$

sendo j o atraso relativo entre os dois padrões de salto, a soma $i + j$ é feita módulo N , e

$$h(a,b) = \begin{cases} 1, & \text{se } a = b \\ 0, & \text{se } a \neq b \end{cases}$$

ou, de forma equivalente,

$$H_{a,b}(j) = N - d(a, T^j b) \quad (101)$$

com $d(a,b)$ denotando a distância de *Hamming* entre as seqüências a e b . Naturalmente, deseja-se obter a e b de modo que $H_{a,b}(j)$ seja tão pequeno quanto possível, $0 \leq j \leq N-1$. A autocorrelação de *Hamming* $H_a(j)$ para o padrão a é $H_{a,a}(j)$ e tem a propriedade óbvia que $H_a(0) = N$. Deseja-se escolher a , tal que o valor de autocorrelação fora de fase $H_a(j)$, $0 < j < N$ seja tão pequeno quanto possível. Note que o valor de autocorrelação

fora de fase é a medida de interferência sofrida por um sinal por uma réplica atrasada de si mesmo. Estas réplicas podem ser recebidas devido à propagação por multipercursos.

Na análise de seqüências deve-se observar os valores médios da correlação cruzada e da autocorrelação fora de fase. Considere $\overline{H}_{a,b}$ o valor médio de correlação cruzada e $\langle \cdot, \cdot \rangle$ o produto interno de dois vetores. Então,

$$N\overline{H}_{a,b} = \sum_{j=0}^{N-1} H_{a,b}(j) = \sum_{i=0}^{q-1} N_i(a)N_i(b) = \langle N(a), N(b) \rangle \quad (102)$$

Similarmente, \overline{H}_a , o valor médio da autocorrelação fora de fase para a seqüência a , é dado por

$$(N-1)\overline{H}_a = \sum_{j=1}^{N-1} H_a(j) = \langle N(a), N(a) \rangle - N = \|N(a)\|^2 - N \quad (103)$$

7.2 Projeto de Seqüências com uso do Código de Reed-Solomon

Considere α a N -ésima raiz da unidade em $GF(q)$. O código de Reed-Solomon $C(N, k)$ definido sobre $GF(q)$ tem matriz geradora

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \Lambda & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 & \Lambda & \alpha^{q-2} \\ 1 & \alpha^2 & \alpha^4 & \Lambda & \alpha^{2(q-2)} \\ \text{M} & \text{M} & \text{M} & \text{O} & \text{M} \\ 1 & \alpha^t & \alpha^{2t} & \Lambda & \alpha^{t(q-2)} \end{bmatrix}, \quad (104)$$

com $t = k - 1$ e sua distância mínima d_{min} é igual a $N - k + 1$. Cada palavra código em $C(N, k)$ pode ser associada a um polinômio $p \in L$ [28], com L sendo definido como o conjunto de todos os polinômios de grau menor que k em $GF(q)[x]$, o anel de polinômios sobre o corpo $GF(q)$.

Cada polinômio $p \in L$ pode definir uma seqüência $\{a_0, a_1, \dots, a_n\}$ de comprimento máximo $q-1$ ($n = q-2$). Os elementos a_i da seqüência são obtidos pela avaliação do polinômio p nos elementos do corpo finito, ou seja, $a_i = p(\alpha^i)$. Uma função S é então utilizada para mapear, de acordo com uma determinada regra, os elementos da seqüência a_i nas frequências f_i a serem utilizadas no sistema, ou seja, $f_i = S(a_i)$.

Supondo agora que duas palavras código a e b , que não sejam ciclicamente equivalentes, sejam escolhidas como padrões de salto. Uma vez que o código é cíclico, $T^j a$ é uma palavra código para qualquer j . Além disto, $T^j b \neq a$ para qualquer j . Conseqüentemente, $H_{a,b}(j) = N - d(a, T^j b) \leq t$. Similarmente, se a tem período M , com M sendo um divisor de N , então $H_a(j) = N - d(a, T^j a) \leq t$ para $j \neq 0$. Então, padrões de salto

podem ser construí-dos escolhendo uma palavra código de cada classe equivalente. Entretanto, usualmente utiliza-se apenas seqüências que tenham período completo N .

7.3 Códigos de Geometria Algébrica

Serão utilizados nesta seção alguns conceitos básicos de geometria algébrica. O Apêndice A apresenta um resumo dos conceitos utilizados. Maiores detalhes podem ser encontrados nas referências Meneses [3] e Jacobus H. Van Lint [29].

7.3.1 Definição de Códigos de Geometria Algébrica

Seja X uma curva projetiva não singular sobre $K = GF(q)$ de gênero g . Considere então $K(X)$ o corpo de funções de X . Para um divisor G em X define-se o espaço vetorial

$$L(G) = \{f \in K(X) \mid (f) + G \geq 0\} \cup \{0\}. \quad (105)$$

Basicamente, $L(G)$ é o conjunto de funções racionais com pólos de no máximo uma certa ordem e zeros de pelo menos uma certa ordem, ambos determinados por G .

Considere P_1, P_2, \dots, P_n os pontos K -racionais da curva X e faça $D = P_1 + \dots + P_n$. Considere que G é um divisor em X com suporte em somente K pontos racionais e disjuntos de D (isto é, G contém P_i para $i = 1, \dots, n$ com coeficiente zero). Suponha ainda que o grau de G é restrito à faixa $2g - 2 < \deg(G) < n$.

O código linear $C(D, G)$ sobre $GF(q)$ é a imagem do mapa linear

$$\alpha: L(G) \rightarrow F_q^n, \quad (106)$$

definido por,

$$\alpha(f) = (f(P_1), f(P_2), \dots, f(P_n)) \quad (107)$$

O código $C(D, G)$ tem parâmetros $[n, k, d]_q$ com $n = \deg(G)$, $k = \deg(G) - g + 1$ e $d \leq d' = n - \deg(G)$. O parâmetro d' é chamado *distância mínima de projeto*. Para um dado corpo de tamanho q e gênero g , o número máximo de pontos racionais numa curva projetiva é dado pelo limitante de *Hasse-Weil*. Pode-se ver que valores máximos de n levam a valores máximos de distância mínima de projeto d' , portanto, no projeto de códigos de geometria algébrica procura-se por curvas com o maior número possível de pontos racionais.

7.3.2 Código de Hermite

Serão apresentados neste tópico a definição e algumas características dos códigos de *Hermite*. Maiores detalhes sobre o tema podem ser encontrados nas referências Stichtenoth [27], [34] e Xing [7].

Seja $K = GF(q^2)$ (q sendo potência de algum primo). A curva de *Hermite* é dada pela expressão

$$X: y^q + y = x^{q+1}, \quad (108)$$

É fácil verificar que X é não singular, e, portanto, o gênero de X é $g = (q^2 - q)/2$. Existem $n = q^3 + 1$ pontos racionais em X , q^3 destes satisfazem a equação da curva (108), e o outro é o *ponto no infinito*, representado por Q . Verifica-se que a curva de *Hermite* tem número máximo de pontos permitidos pelo limitante de *Hasse-Weil*.

Considere $F = K(x, y)$ o corpo de funções da curva de *Hermite*. Considere o divisor $G = mQ$ de F . O teorema a seguir define uma base para o espaço $L(mQ)$.

Teorema 4.1. Para cada $m \geq 0$, o seguinte conjunto é base de $L(mQ)$

$$\{ x^i \cdot y^j \mid 0 \leq i, 0 \leq j \leq q-1, iq + j(q+1) \leq m \}. \quad (109)$$

O código de *Hermite* é definido como $CH_m = C(D, mQ)$, sendo $D = P_1 + \dots + P_n$ com $n = q^3$, e P_i sendo os pontos racionais de X , excluindo Q .

Se $2g - 2 < m < n$ a dimensão de CH_m pode ser definida como igual a $m - g + 1$. Pelo Teorema 4.1 a dimensão do código pode ser definida para qualquer valor não negativo de m .

Teorema 4.2. Para qualquer valor não negativo de m , os códigos CH_m e $CH_{m'}$ são mutuamente duais, com $m' = q^3 + q^2 - q - 2 - m$. Em particular, se q é par e o valor de m é $(q^3 + q^2 - q - 2)/2$, o código CH_m é dual a ele próprio.

Stichtenoth [27] mostrou que não só é possível obter um limite inferior para a distância mínima de CH_m como, para um grande número de valores de m , é possível encontrar o valor exato desta distância.

Teorema 4.3. Seja $m = iq + j(q+1) \leq q^3 - 1$, com $0 \leq i, 0 \leq j \leq q-1$, e $m \equiv 0 \pmod{q}$; ou, $m < q^3 - q^2$. Então para o código CH_m , a distância mínima $d_{min} = q^3 - m$.

Resumindo: os parâmetros de CH_m são $[n, k, d]_{q^2}$, com $n = q^3$, $k = m - g + 1$ (se $2g - 2 < m < n$) e $d \geq n - m$, para $g = (q^2 - q)/2$. Se m não está na faixa $2g - 2 < m < n$, então a dimensão de CH_m pode ser encontrada calculando o número de elementos da base de $L(mQ)$.

Teorema 4.4. Considere $F = K(x, y)$ sendo o corpo de funções da curva de *Hermite*, $\varepsilon \in K^*$ e $\delta, \gamma \in K$ satisfazendo à relação $\delta^q + \delta = \gamma^{q+1}$ então existe um automorfismo $\sigma \in \text{Aut}(F/K)$, isto é, um automorfismo de F fixando os elementos em K , tal que

$$\sigma(x) = \varepsilon x + \gamma, \quad \sigma(y) = \varepsilon^{q+1} y + \gamma^q x + \delta \quad (110)$$

O conjunto de todos os automorfismos com a forma acima constituem um grupo $\Gamma \subseteq \text{Aut}(F/K)$ de ordem $q^3(q^2 - 1)$ e qualquer $\sigma \in \Gamma$ fixa o divisor primo Q , portanto induz um automorfismo do código de *Hermite* CH_m através de

$$\sigma(((f(P)))_{P \in F(K) - \{Q\}}) = (f(\sigma(P)))_{P \in F(K) - \{Q\}} \quad (111)$$

com $f \in L(mQ)$ e diferentes elementos em Γ induzem diferentes automorfismos de CH_m . Consequentemente, o grupo de automorfismos $\text{Aut}(CH_m)$ do código de *Hermite* CH_m contem um subgrupo isomorfo a Γ .

7.3.3 Subcorpos da função de Hermite

Seja $K = GF(q^2)$ (q sendo potência de algum primo) um corpo finito e $F = K(x, y)$ o corpo de funções definido por

$$F = K(x, y) \text{ com } y^q + y = x^s \text{ e } s \text{ divisor de } q+1 \quad (112)$$

Se $s = q+1$, então F é o corpo de funções da curva de *Hermite* sobre K . Se $s < q+1$ então F é isomorfo a um subcorpo do corpo de funções da curva de *Hermite*. O gênero do corpo F é $g = (q-1)(s-1)/2$. O número de pontos racionais é $n = q(1 + (q-1)s) + 1$.

Teorema 4.5. Para cada inteiro $m \geq 0$ define-se o espaço $L(mQ) = \{f \in F \mid f \in -mQ\}$. O seguinte conjunto é base de $L(mQ)$

$$\{x^i \cdot y^j \mid 0 \leq i, 0 \leq j \leq q-1, iq + js \leq m\}. \quad (113)$$

O código baseado em um subcorpo de *Hermite* é definido como $CH_m = C(D, mQ)$, com $D = P_1 + \dots + P_n$ e P_i sendo os pontos racionais da curva $X: y^q + y = x^s$, excluindo o ponto Q .

Teorema 4.6. Seja $s < q+1$. Considere $0 \leq m < q((q-1)s + 1) = n$, então, para o código CH_m , a distância mínima $d_{min} = n - m$. Quando $s = q+1$, F é corpo das funções de Hermite e o código CH_m é o próprio código de Hermite que tem $d_{min} = q^3 - m$.

7.4 Utilização de Códigos de Geometria Algébrica no Projeto de Seqüências

Como foi abordado na seção 7.1, os padrões de salto em frequência de um sistema FH/SS podem ser vistos como seqüências de elementos de um corpo finito. Seguindo esta abordagem pode-se utilizar qualquer código definido sobre corpos finitos, nos quais se enquadram os códigos de geometria algébrica, para definir de padrões de saltos de sistemas FH/SS .

O código de *Reed-Solomon* tem sido freqüentemente utilizado para estes fins. É interessante citar que este código teve sua definição original generalizada em [28] utilizando conceitos de geometria algébrica. Nesta seção o autor propõe [19] a utilização de códigos definidos a partir da curva de *Hermite* na criação destes padrões. A vantagem desta abordagem é que considerando um mesmo corpo finito $GF(q)$, códigos baseados na curva de *Hermite* podem produzir seqüências de comprimento maior, aumentando a aleatoriedade das freqüências utilizadas.

Dadas duas seqüências quaisquer x, y pertencentes a um código C , a correlação cruzada considerando um atraso relativo j entre as seqüências é definida por $H_{a,b}(j) = N - d(a, T^j b)$ com $d(a,b)$ denotando a distância de *Hamming* entre as seqüências a e b . Para que a definição de distância mínima do código seja aplicada em $d(a, T^j b)$, a seqüência $T^j b$ deve pertencer ao código, qualquer que seja o valor de j . Desta maneira, conclui-se que o código C deve ser preferencialmente cíclico. Caso isto não ocorra a distância $d(a, T^j b)$ poderá ser menor que a distância mínima do código e, então, o número de coincidências nas seqüências poderá ser maior que o valor da correlação cruzada. Assis [14] observou que usando códigos de geometria algébrica era possível encontrar seqüências com comprimento maiores, entretanto, os códigos obtidos não eram cíclicos dificultando sua utilização em sistemas FH/SS .

A principal contribuição resultante dos trabalhos realizados consiste na definição de uma metodologia para construção de códigos cíclicos sob a curva de *Hermite*. Com esta abordagem é possível calcular os valores da correlação cruzada e da autocorrelação fora de fase do código, permitindo determinar de forma mais exata as características de interferência do código.

7.4.1 Códigos Cíclicos baseados na Curva de Hermite

Um código C é considerado cíclico se, dada uma palavra código $(c_1, c_2, \dots, c_v) \in C$, a palavra código $(c_2, c_3, \dots, c_v, c_1) \in C$.

Seja $K = GF(q^2)$ (q sendo potência de algum primo) um corpo finito. Seja $D = P_1 + P_2 + \dots + P_v$ com P_i sendo pontos racionais da curva $X: y^q + y = x^s$ e $G = mQ$. Considerando $F = K(x, y)$ o corpo de funções da curva X sobre K e $f \in F$, as palavras código de $C(D, G)$ sobre K são definidas como

$$(c_1, c_2, \dots, c_v) = (f(P_1), f(P_2), \dots, f(P_v)) \quad (114)$$

O código $C(D, G)$, em geral, não pode ser considerado cíclico. Mas, através de uma seleção adequada de pontos P_i 's e do espaço $L(mQ)$, pode-se definir um código cíclico.

Seja σ um automorfismo e seja σ_i com $0 \leq i < q^2(q^2-1)$ um elemento de σ , então para cada $\sigma_i \in \sigma$ pode-se escolher um conjunto P_1, P_2, \dots, P_v tal que $\sigma_i(P_1) = P_2, \sigma_i(P_2) = P_3, \dots, \sigma_i(P_v) = P_1$. Com o conjunto P_1, P_2, \dots, P_v selecionado desta forma, o código C definido em (114) é cíclico se f e $\sigma_i(f)$ são elementos do corpo F .

Considerando um corpo F no qual $f, \sigma_i(f) \in F$ e, considerando a propriedade $\sigma(f(P)) = f(\sigma(P))$, pode-se deduzir que se a palavra código

$$(a_1, a_2, \dots, a_v) = (f(P_1), f(P_2), \dots, f(P_v))$$

pertence ao código, a palavra código

$$(b_1, b_2, \dots, b_v) = (\sigma_i(f(P_1)), \sigma_i(f(P_2)), \dots, \sigma_i(f(P_v)))$$

também pertence. Mas,

$$\begin{aligned} (b_1, b_2, \dots, b_v) &= (f(\sigma_i(P_1)), f(\sigma_i(P_2)), \dots, f(\sigma_i(P_v))) \\ &= (f(P_2), f(P_3), \dots, f(P_v), f(P_1)) \\ &= (a_2, a_3, \dots, a_v, a_1), \end{aligned} \quad (115)$$

que demonstra que o código é cíclico.

Como se está interessado em códigos de comprimento longo, deve-se procurar um automorfismo $\sigma_i \in \sigma$ que gere um conjunto P_1, P_2, \dots, P_v tão grande quanto possível. Considerando que o número de pontos racionais do subcorpo de *Hermite* é $n = q(1 + (q-1)s) + 1$ é possível encontrar códigos com comprimento maior que os definidos pelo código de *Reed-Solomon* (que pode-se definir seqüências de comprimento $v = q-1$).

7.4.2 Características de Códigos Cíclicos baseados na Curva de Hermite

Os códigos cíclicos definidos na seção anterior são subcódigos do código de *Hermite* baseado na curva $X: y^q + y = x^s$. O código original $C(D, G)$ foi definido utilizando o divisor $D = P_1 + \dots + P_n$, com n sendo o número total de pontos racionais da curva. O código cíclico $C(D_c, G)$ utiliza um divisor $D_c = P_1 + \dots + P_v$, com v (para $v \leq n$) sendo estabelecido pelo ciclo gerado pelo automorfismo σ_i .

A distância mínima do código $C(D, G)$ (teorema 4.6) é $d_{min} = n - m$. O código cíclico $C(D_c, G)$ foi definido retirando-se alguns pontos do divisor D . Pode-se estabelecer, portanto, limitantes para a distância mínima do código cíclico d_{min}^c . O limitante superior é a distância mínima do código (d_{min}) ou, o comprimento do próprio código (v). O limitante inferior é d_{min} subtraído do número de pontos retirados do divisor ($n - v$), ou seja,

$$d_{min} - (n - v) = v - m \leq d_{min}^c \leq d_{min} = n - m, \text{ para } (n - m \leq v),$$

e

$$d_{min} - (n - v) = v - m \leq d_{min}^c \leq v, \text{ para } (n - m > v) \quad (116)$$

Considerando duas seqüências a e b separadas por uma distância exatamente igual à distância mínima do código, a função de correlação cruzada entre elas, que representa o valor máximo de correlação do código, é

$$H_{a,b}(j) = H_{max} = v - d_{min}^c. \quad (117)$$

Aplicando o limitante para a distância mínima do código, pode-se definir um limitante para o valor máximo de correlação cruzada, que é

$$v - (n - m) \leq H_{max} \leq v - (v - m) = m, \text{ para } (n - m \leq v)$$

e

$$v - v = 0 \leq H_{max} \leq m, \text{ para } (n - m > v) \quad (118)$$

7.4.3 Códigos Obtidos

Seguindo as definições de códigos cíclicos baseados na curva de *Hermite*, proposta na seção 7.4.1, obteve-se códigos em diversos corpos finitos. Para obtenção

destes códigos, realizou-se uma busca exaustiva nos valores possíveis de σ_i , determinando assim os códigos de comprimento máximo.

A tabela 6.1 apresenta resultados para alguns corpos finitos estudados, os automorfismos encontrados, as curvas utilizadas, o comprimento de códigos algébricos encontrados e o comprimento de uma seqüência definida com o código de *Reed-Solomon*. Foram analisados corpos finitos do tipo $GF(q) = GF(p^2)$ para valores de $p = 2, 3, 5, 7, 11$ e 17 .

Os resultados mostram que foram obtidos códigos de geometria algébrica de comprimento maior que o código de *Reed-Solomon* para todos os corpos analisados. Entretanto, quanto maior o corpo, menor a vantagem do código de geometria algébrica obtido. Observa-se que as seqüências obtidas com o código de *Reed-Solomon* têm comprimento q^2-1 , enquanto que as obtidas com o método apresentado têm, comprimento q^2+q .

O comprimento máximo possível para um código definido sobre a curva de *Hermite* é limitado pelo número de pontos racionais da curva $n = q(1 + (q-1)s) + 1$. Para as curvas utilizadas como exemplo, estes valores são respectivamente $n = 8, 15, 45, 91, 231$ e 561 .

$GF(q)$	$\sigma_i(\epsilon, \gamma, \delta)$	Curva de Hermite	Comprimento da Palavra Código	
			Códigos de Geom. Algébrica	Códigos de Reed-Solomon
4	$\epsilon = \alpha^2, \gamma = 1, \delta = \alpha^2$	$y^2 + y = x^3$	6	3
9	$\epsilon = \alpha^6, \gamma = 1, \delta = \alpha^4$	$y^3 + y = x^2$	12	8
25	$\epsilon = \alpha^{20}, \gamma = 1, \delta = \alpha^{13}$	$y^5 + y = x^2$	30	24
49	$\epsilon = \alpha^{42}, \gamma = 1, \delta = \alpha^3$	$y^7 + y = x^2$	56	48
121	$\epsilon = \alpha^{110}, \gamma = 1, \delta = \alpha^{20}$	$y^{11} + y = x^2$	132	120
289	$\epsilon = \alpha^{272}, \gamma = 1, \delta = \alpha^{41}$	$y^{17} + y = x^2$	306	288

Tabela 7.1 - Códigos de geometria algébrica obtidos. Corpos finitos, automorfismos, curvas, comprimento de códigos algébricos e comprimento do código de *Reed-Solomon*.

Capítulo 8

Conclusão

Este trabalho apresentou uma análise de desempenho de diversos esquemas utilizados para transmissão de informação em sistemas de comunicações móveis e uma contribuição para geração de seqüências *FH/SS* usando códigos de geometria algébrica.

O trabalho iniciou-se pela caracterização do ambiente onde ocorre a transmissão, definindo os distúrbios que o meio e a mobilidade provocam nos sinais. Foram apresentados em seguida alguns conceitos de codificação e diversidade, as ferramentas utilizadas no combate aos efeitos severos impostos pelo desvanecimento, e, os algoritmos utilizados pelo receptor para realização da estimação do canal.

A análise de desempenho foi dividida em dois grupos de sistemas. Num primeiro grupo estão os sistemas onde o canal apresenta desvanecimento plano e invariante e o receptor conhece de forma ideal o estado do canal. No segundo grupo estão os demais casos, onde o canal pode ser seletivo em frequência ou variante no tempo e o receptor implementa um algoritmo para identificar o estado do canal.

No primeiro grupo são avaliados os efeitos da combinação de técnicas de diversidade, codificação e construção de constelações resistentes ao desvanecimento. A avaliação inicia pelos sistemas com diversidade temporal intrínseca propostos por Wei [35] e prossegue com os sistemas com diversidade espacial e constelações resistentes ao desvanecimento propostos por Sousa [41].

Novos tipos de integração entre diversidade espacial, diversidade temporal e diversidade de componentes são propostos e seus desempenhos são avaliados. Em particular foi proposto um sistema que integra modulação codificada, diversidade espacial e constelações resistentes ao desvanecimento, e outro que integra diversidade espaço-temporal e constelações resistentes ao desvanecimento. Outra proposta apresentada foi a generalização dos esquemas de diversidade espacial e constelações

resistentes ao desvanecimento e a definição de uma metodologia para busca de códigos para esta estrutura de transmissão.

Fazendo uma análise geral deste primeiro grupo de resultados, conclui-se que as técnicas de diversidade, codificação e construção de constelações resistentes ao desvanecimento podem ser integradas, pois os resultados apontaram para uma melhoria do desempenho final dos sistemas. Vale ressaltar também alguns pontos em aberto nas análises feitas e que podem ser explorados em trabalhos futuros. Na construção de constelações resistentes ao desvanecimento buscar transformações não isométricas que, embora não garantam a manutenção dos ganhos em canais gaussianos, melhorem o desempenho em canais com desvanecimento. Na busca de códigos espaço-temporais para estas constelações, tentar estruturar sistemas que apresentem uma melhor eficiência espectral.

No segundo grupo foram analisados os efeitos da transmissão utilizando códigos espaço-temporais com o receptor incorporando técnicas de identificação de canais, que variam de acordo com o modelo de canal que se está admitindo. Dois casos foram analisados. O primeiro considerou o modelo de canal com desvanecimento plano e variante no tempo. Neste caso foi utilizado o algoritmo *LMS* para a identificação e acompanhamento do estado do canal. O segundo caso considerou um canal com desvanecimento seletivo em frequência e lento. Foi utilizado para realizar a estimação do canal um algoritmo de identificação cega denominado Método dos Subspaços.

Neste segundo grupo observou-se que os ganhos de codificação dependem bastante das condições do ambiente de transmissão e dos algoritmos de identificação de canais. Estes resultados apontam para a necessidade de buscar critérios de desempenho de codificadores que englobem as características do canal e, até, do processo de identificação dos mesmos. Outros pontos em aberto que podem ser explorados em trabalhos futuros são: (a) analisar o desempenho dos códigos em canais com desvanecimento invariante no tempo e seletivo em frequência considerando a utilização de sistema de identificação com seqüência de treinamento comparando os resultados com os sistema com identificação cega apresentados, e, (b) analisar o desempenho dos códigos espaço-temporais em canais com desvanecimento variante no tempo e seletivo em frequência.

No estudo sobre aplicação de códigos de geometria algébrica no desenvolvimento de esquemas de espalhamento espectral por saltos em frequência (FH/SS), os resultados mostraram que os códigos de geometria algébrica obtidos tem comprimento maior que os códigos de *Reed-Solomon* em todos os corpos finitos analisados. Entretanto, este acréscimo no comprimento diminui quanto maior o corpo finito utilizado para definição do código.

Embora o texto deste trabalho não tenha dado ênfase, uma parte significativa do tempo foi consumida no desenvolvimento das simulações dos sistemas. Tanto sistemas propostos por outros autores como os sistemas aqui propostos foram simulados. Para tal, foi necessário estudar e implementar uma série de algoritmos, dentre os quais vale ressaltar: o algoritmo de simulação do canal multipercurso, utilizado em todas as simulações, que por sua vez, necessita de algoritmos de geração de variáveis aleatórias; os algoritmos para implementação do codificador convolucional e do decodificador de Viterbi, utilizados em todos os sistemas codificados; os algoritmos de busca genéticos utilizados no processo de otimização das constelações; os algoritmos de identificação de canais (*LMS* e Método dos Subspaços); e, a aritmética de corpo finito e a implementação do código de Hermite, utilizadas na análise das seqüências de espalhamento. Todas as simulações foram desenvolvidas em linguagem C++ com os algoritmos sendo implementados de forma o mais genérico possível, visando a reutilização em trabalhos futuros. Vale ressaltar que o desenvolvimento de programas para simulação resultou na implementação de alguns módulos didáticos para comunicações digitais construídos sobre a plataforma Ptolemy [20].

Apêndice A

Conceitos Básicos de Geometria Algébrica

Este apêndice apresenta alguns conceitos básicos de geometria algébrica necessários ao entendimento dos códigos de geometria algébrica. Maiores detalhes podem ser encontrados nas referências Meneses [3] e Jacobus H. Van Lint [25].

A.1 Variedades Afins

Seja k um corpo algebricamente fechado, que para os propósitos deste trabalho será considerado um fecho algébrico de um corpo finito. Denote-se por A^n o espaço afim n -dimensional sobre k que consiste de todas as n -uplas sobre k . Denote-se por $k[x_1, \Lambda, x_n]$ o anel de polinômios com n variáveis e coeficientes do corpo k . Um ponto $P \in A^n$ é zero de um polinômio $f(x_1, \Lambda, x_n)$ se $f(P) = 0$.

Se S denota um subconjunto de $k[x_1, \Lambda, x_n]$, então

$$V(S) = \{ P \in A^n \mid f(P) = 0 \text{ para todo } f \in S \} \quad (1)$$

é o conjunto de todos os zeros comuns dos polinômios em S . $V(S)$ é chamado um conjunto algébrico afim.

Se S consiste em um polinômio F então $V(F)$ é chamado uma *hiper-superfície*. Uma *hiper-superfície* em um plano afim A^2 é chamado de *curva plana afim*. Entende-se que se I é um ideal em $k[x_1, \Lambda, x_n]$ gerado por S então $V(S) = V(I)$. Pode-se associar um ideal a um subconjunto de um espaço afim. Se $X \subseteq A^n$ então o ideal de X em $k[x_1, \Lambda, x_n]$, representado por $I(X)$, é

$$I(X) = \{ f \in k[x_1, \Lambda, x_n] \mid f(P) = 0 \text{ para todo } P \in X \}. \quad (2)$$

Desta maneira conceitos geométricos podem ser vistos de forma algébrica e vice-versa.

Um conjunto algébrico $V \subseteq A^n$ é irredutível se ele não é união de dois conjuntos algébricos menores. De forma equivalente, V é irredutível se o ideal de V , $I(V)$, é um ideal primo. Uma curva plana $V(F(x,y))$ é irredutível se e somente se $F(x,y)$ é um polinômio irredutível em $k[x,y]$. Um conjunto algébrico irredutível é chamado *variedade afim*.

Considere $V \subseteq A^n$ uma variedade afim, então $I(V)$ é um ideal primo. Define-se então um anel coordenado como

$$\Gamma(V) = k[x_1, \dots, x_n] / I(V). \quad (3)$$

O anel coordenado de polinômios de n variáveis módulo um ideal $I(V)$. Desde que $I(V)$ é um ideal primo, $\Gamma(V)$ é um domínio e portanto define-se o seu *corpo de funções* da variedade afim V , denotado por $k(V)$, como sendo o corpo quociente de $\Gamma(V)$. Os elementos de $k(V)$ são funções racionais, isto é, funções da forma a/b onde a e b estão em $\Gamma(V)$. Se $f \in k(V)$ é uma função racional, então f é dita como definida em um ponto $P \in V$ se existe $a, b \in \Gamma(V)$ tal que $f = a/b$ e $b(P) \neq 0$.

Denote por $O_P(V)$ o anel de todas as funções racionais que sejam definidas em um ponto $P \in V$. Claramente, $\Gamma(V)$ é isomorfo a um sub-anel de $O_P(V)$, sendo válida a relação $\Gamma(V) \subseteq O_P(V)$.

O valor de uma função racional $f \in O_P(V)$ no ponto P é $f(P) = a(P)/b(P)$, onde $f = a/b$ e $b(P) \neq 0$. Pode ser facilmente verificado que isto é independente da escolha de a e b . O ideal máximo de $O_P(V)$ é definido por

$$M_P(V) = \{f \in O_P(V) \mid f(P) = 0\}, \quad (4)$$

que consiste, portanto, de todas funções não unidades de $O_P(V)$.

Um domínio R que não é um corpo é dito ser um *anel de avaliação discreto* (DVR) se existe um elemento irredutível $t \in R$ tal que cada elemento não zero $z \in R$ pode ser escrito unicamente como $z = ut^n$, onde u é uma unidade em R , e n é um número inteiro não negativo. O elemento t é chamado de *parâmetro de uniformização* para R . Qualquer outro parâmetro de uniformização para R é da forma ut , onde u é uma unidade em R . Se K é o corpo quociente de R , isto é,

$$K = \{r/s \mid r, s \in R \text{ e } s \neq 0\}, \quad (5)$$

então, pode-se escrever qualquer elemento não zero $z \in K$ como $z = ut^m$ onde m é um inteiro.

A.2 Curvas Planas

Seja $V(F(x,y))$ uma curva plana afim. O grau de $V(F)$ é definido como sendo o grau de $F(x,y)$. Por exemplo, uma curva de grau 1 é uma linha. Para simplificar a notação as entidades $\Gamma(V(F))$, $k(V(F))$ e $O_P(V(F))$ serão representados respectivamente por $\Gamma(F)$, $k(F)$ e $O_P(F)$. As curvas $V(F(x,y))$ serão referidas por F .

Para uma curva F , o ponto $P = (a,b) \in F$ é dito *simples* se $F_x(P) \neq 0$ ou se $F_y(P) \neq 0$ onde F_x e F_y denotam as derivadas de $F(x,y)$ com respeito a x e y , respectivamente. A linha

$$F_x(P)(x - a) + F_y(P)(y - b) = 0 \quad (6)$$

é chamada linha tangente à F em um ponto simples P . Um ponto que não é simples é chamado *múltiplo* ou *singular*. Uma curva plana é não singular se todos os pontos da mesma são pontos simples.

É necessário ter-se a noção de multiplicidade de um ponto $P = (a,b)$ na curva $F(x,y)$. Será definido inicialmente multiplicidade para o ponto $P = (0,0)$ e então estendido para o ponto $P = (a,b)$.

Para uma curva F pode-se escrever $F = F_m + F_{m+1} + \dots + F_n$ onde os F_i 's são *formas* de grau i em $k[x,y]$ e $F_m \neq 0$. Um monômio em $k[x_1, \Lambda, x_n]$ é um polinômio da forma

$$ax_1^{i_1} x_2^{i_2} \Lambda x_n^{i_n}, \quad (7)$$

com grau $i_1 + i_2 + \dots + i_n$, onde $a \in k$. Uma *forma* F de grau d em $k[x_1, \Lambda, x_n]$ é a soma de monômios de grau d , isto é,

$$F = \sum A_i X^{(i)}, \quad (8)$$

onde cada $X^{(i)}$ é um monômio de grau d e $a_i \in k$.

A multiplicidade de $F(x,y)$ no ponto $P = (0,0)$ é definida como $m_P(F) = m$. Por exemplo, $F(x,y) = xy + y^3$ tem multiplicidade 2 no ponto $P = (0,0)$. É óbvio que $P = (0,0)$ é um ponto simples se e somente se $m_P(F) = 1$.

Considere que $F(x,y) = F_m + F_{m+1} + \dots + F_n$. Desde que F_m é uma *forma*, ela pode ser fatorada em polinômios lineares em $k[x,y]$, isto é

$$F_m = \prod L_i^{r_i} \quad (9)$$

onde $L_i = \alpha_i x + \beta_i y$ e r_i são inteiros não negativos. As linhas L_i são chamadas linhas tangente a F no ponto $P = (0,0)$. Se F tem m linhas tangentes distintas em $(0,0)$ diz-se que F tem um *ponto múltiplo ordinário* em P .

A multiplicidade de $F(x,y)$ em $P = (a,b) \in F$ é definida como sendo a multiplicidade de $F(x+a, y+b)$ no ponto $(0,0)$.

Considere um ponto $P \in F$, então P é um ponto simples se e somente se $O_P(F)$ é um anel de avaliação discreto (DVR). Considere então que o ponto $P \in F$ é um ponto simples, então para todo $f \in O_P(F)$ pode-se escrever $f = ut_p^n$, onde t_p é um parâmetro de uniformização para $O_P(F)$, $u \in O_P(F) \setminus M_P(F)$ e $n \geq 0$. Define-se a função ordem como $\text{ord}_P(f) = n$.

Pode-se estender a definição de função ordem para o corpo de funções $k(F)$ como segue: para qualquer $f \in k(F)$ escreva $f = g/h$, onde $g, h \in \Gamma(F) \subseteq O_P(F)$, e defina $\text{ord}_P(f) = \text{ord}_P(g) - \text{ord}_P(h)$. Se $\text{ord}_P(f) = n \neq 0$ então diz-se que f tem um zero (um polo) de ordem n ($-n$) em P se $n > 0$ ($n < 0$).

A.3 Variedades Projetivas

O espaço projetivo P^n é definido como sendo o conjunto de linhas passando através da origem em A^{n+1} . Caso se considere dois pontos não nulos $x, y \in A^{n+1}$ como equivalentes, ou seja, $x = \lambda y$ para qualquer $\lambda \in k$, então P^n é o conjunto de classes equivalentes dos pontos não nulos de A^{n+1} . Procede-se no espaço projetivo de maneira similar ao espaço afim, com a diferença que um ponto no espaço projetivo representa uma classe de equivalência com todos os escalares múltiplos de um ponto não nulo do espaço afim.

Uma linha passando pela origem em A^{n+1} é unicamente determinado por um ponto não nulo (x_1, Λ, x_{n+1}) em A^{n+1} . Desde que este ponto determina um ponto em P^n , ele é considerado um conjunto de coordenadas homogêneas para o ponto em P^n .

Um ponto P em P^n é um zero de $F \in k[x_1, \Lambda, x_{n+1}]$ se $F[a_1, \Lambda, a_{n+1}] = 0$ para toda escolha de coordenadas homogêneas (a_1, Λ, a_{n+1}) para P . Para um conjunto S de polinômios em $k[x_1, \Lambda, x_{n+1}]$ define-se $V(S)$, um conjunto algébrico projetivo, como os pontos em P^n que são zero de todos os polinômios em S . Pode-se mostrar que um conjunto algébrico projetivo $V(S)$ é o conjunto de zeros de um finito número de formas. Se S consiste de uma forma F então $V(F)$ é chamado uma *hiper-superfície projetiva*. Uma *hiper-superfície projetiva* no plano projetivo P^2 é chamado de *curva plana projetiva*.

Define-se o *ideal* de X , para $X \subseteq P^n$ e representado por $I(X)$, como o conjunto de polinômios em $k[x_1, \Lambda, x_{n+1}]$ tal que cada polinômio em $I(X)$ tenha todos os pontos de X como zeros. Pode-se mostrar que $I(X)$ é gerado por um número finito de formas.

Um conjunto algébrico projetivo é chamado *irredutível* se ele não pode ser escrito como união de dois conjuntos algébricos projetivos menores. De forma equivalente um conjunto algébrico projetivo é *irredutível* se $I(X)$ é um ideal primo. Uma curva plana projetiva $V(F(x,y,z))$ é irredutível se e somente se $F(x,y,z)$ é uma forma irredutível.

Um conjunto algébrico projetivo irredutível é chamado de *variedade projetiva*. Para uma variedade projetiva V , define-se o *anel coordenado homogêneo* de V como $\Gamma_h(V) = k[x_1, \dots, x_{n+1}] / I(V)$.

Seja V uma variedade projetiva. Um polinômio em $\Gamma_h(V)$ é chamado uma *forma* de grau d se ele é o resíduo modulo $I(V)$ de uma forma de grau d em $k[x_1, \dots, x_{n+1}]$. Desde que $\Gamma_h(V)$ é um domínio, pode-se definir seu corpo quociente, $k_h(V)$, chamado *corpo de funções homogêneo* de V .

Define-se o *corpo de funções* de uma variedade projetiva V como

$$k(V) = \{ a / b \mid a, b \in \Gamma_h(V) \text{ e } a, b \text{ são formas do mesmo grau} \} \quad (10)$$

Observe que se $a, b \in \Gamma_h(V)$ são formas do mesmo grau d , então $a(\lambda x) / b(\lambda x) = a(x) / b(x)$ para todo $x \in k^n$ e portanto a/b determina uma função em V . Os elementos de $k(V)$ são chamadas funções racionais em V . Se $f \in k(V)$, então f é dita *definida* no ponto $P \in V$ se existe formas $a, b \in \Gamma_h(V)$ de mesmo grau tal que $f = a/b$ e $b(P) \neq 0$. Neste caso, o valor de f em P é bem definido. Define-se também $O_p(V)$ como o anel de todas as funções racionais que são *definidas* no ponto $P \in V$.

A.4 Curvas Planas Projetivas

Seja $V(F(x,y,z))$ uma curva plana projetiva. O grau da curva $V(F)$ é definido como sendo o grau da *forma* $F(x,y,z)$. Por exemplo, curvas de grau 1 são linhas, curvas de grau 2 são cônicas e curvas de grau 3 são cúbicas. Para simplificar a notação será utilizado $\Gamma_h(F)$, $k(F)$ e $O_p(F)$ para designar $\Gamma_h(V(F))$, $k(V(F))$ e $O_p(V(F))$ e F para designar a curva $V(F)$.

Para tornar as definições similares às feitas para as curvas planas afins, será considerado que sempre se pode reduzir uma *forma* a um polinômio de duas variáveis que permite usar as definições das curvas afins. Dada uma forma $F(x,y,z)$, define-se $F' = F(x,y,1)$ como a dehomogenização de F com respeito a z .

Se $P = (a,b,c)$ e $c \neq 0$ define-se a multiplicidade de $F(x,y,z)$ no ponto P como $m_P(F) = m_{P'}(F')$, onde $P' = (a/c, b/c)$. Se $c = 0$ então a dehomogenização de F é realizada com respeito a x se $a \neq 0$, ou com respeito a y se $b \neq 0$. O ponto P é dito *simples* se $m_P(F) = 1$ e *múltiplo* se $m_P(F) > 1$. Se todo ponto de $V(F)$ é simples então F é chamado de *curva plana projetiva não-singular*. Pode-se mostrar que toda curva plana projetiva não-singular é irredutível.

A.5 Divisores em Curva Algébrica

Considere uma X uma curva algébrica não singular. Para $P \in X$, denote a função ordem em P no corpo de funções de X , $k(X)$, simplesmente como ord_P .

Um divisor em X é a soma formal $D = \sum_{P \in X} n_P P$ onde os coeficientes n_P são inteiros. Divisores podem ser somados termo por termo de maneira óbvia. Esta operação cria o conjunto de todos os divisores em X , denotado por $\text{Div}(X)$. O grau de um divisor D é $\deg(D) = \sum_{P \in X} n_P$. O suporte de D é o conjunto $\{P \in X \mid n_P \neq 0\}$. Um divisor $D = \sum_{P \in X} n_P P$ é chamado efetivo, denotado por $D \succ 0$, se $n_P \geq 0$ para todo $P \in X$. Se $D_1, D_2 \in \text{Div}(X)$, então pode-se escrever $D_1 \succ D_2$ se $D_1 - D_2 \succ 0$.

Considere $f \in k(X)$. Desde que o número de pólos e zeros de uma função racional é finito, pode-se definir o divisor de f como sendo $\text{div}(f) = (f) = \sum_{P \in X} \text{ord}_P(f) P$. O grau de cada divisor é zero. Dois divisores D_1 e D_2 em $\text{Div}(X)$ são ditos *linearmente equivalentes* se $D_1 = D_2 + (f)$ para algum $f \in k(X)$. Escreve-se $D_1 \equiv D_2$. Note que $\deg(D_1) = \deg(D_2)$.

Considere W um *divisor canônico* [3] (todo divisor canônico tem o mesmo grau). Define-se o gênero da curva (g), um valor invariante da curva X , através da seguinte relação $\deg(W) = 2g - 2$.

A.6 Curvas Algébricas em Corpos Finitos

Considere k um fecho algébrico de $GF(q)$, onde $GF(q)$ é um corpo finito com q elementos. A maioria dos conceitos definidos para o corpo k permanece válidos em curvas algébricas definidas sobre um corpo finito $GF(q)$. Por exemplo, o gênero de X sobre k e $GF(q)$ é o mesmo.

Dada uma curva projetiva X sobre $GF(q)$, pode-se dizer que o ponto P é *GF(q)-racional* se todas as componentes de P estão em $GF(q)$. O número de pontos *GF(q)-racionais* de X é claramente finito.

Limitante de Hasse-Weil. O Número N de pontos *GF(q)-racionais* em uma curva projetiva não-singular X de gênero g satisfaz a seguinte relação

$$|N - (q + 1)| \leq 2g\sqrt{q} \quad (11)$$

Pelo limitante de *Hasse-Weil* tem-se que $N_q(g) \leq q + 1 + \lfloor 2\sqrt{q} \rfloor$.

Bibliografia

- [1] A. Lempel e H. Greenberger, "Families of Sequences with Optimal Hamming Correlations Properties", IEEE Transactions on Information Theory, Vol. IT-20, Jan/1974, pp. 90-94.
- [2] Alberto G. Guimarães, Clayton J. A. Silva, Juraci A. Galdino e Ernesto L. Pinto, "Comparação de Desempenho de Simuladores de Canais com Desvanecimento Rápido - Parte I - Avaliação Numérica", Anais do XV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, 1997, pp. 426-430.
- [3] Alfred J. Meneses, "Applications of Finite Fields", Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [4] Andreas Müller, "Simulation of Fading Channels using Monte-Carlo Method", IEEE Conference, 1994, pp. 1536-1540.
- [5] Bernard Sklar, "Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communication Systems. Part I: Characterization", IEEE Communications Magazine, July, 1997, pp. 90-100.
- [6] Bernard Sklar, "Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communication Systems. Part II: Mitigation", IEEE Communications Magazine, July, 1997, pp. 102-109.
- [7] Chaping Xing, "On Automorphism Groups of Hermitian Codes", IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 41, N° 6, 1995, pp. 1629-1635.
- [8] Dariush Divsalar e Marvin Simon, "The design of Trellis Coded MPSK for Fading Channels: Performance Criteria", IEEE Transactions on Communications, Vol. 36, No 9, September 1988, pp. 1004-1012.
- [9] Dilip V. Sarwate e Michael B. Pursley, "Crosscorrelation Properties of Pseudorandom and Related Sequences", Proceedings of IEEE, Vol. 68, No. 5, May 1980.
- [10] Eric Moulinnes, Pierre Duhamel, Jean-François Cardoso e Sylvie Mayrargue, "Subspace Methods for the Blind Identification of Multichannel FIR Filters", IEEE Transaction on Signal Processing, Vol. 43, No. 2, February, 1995.

- [11] Essam A. Sourour e Masao Nakagawa, "Performance of Orthogonal Multicarrier CDMA in a Multipath Fading Channel", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 44, No 3, March 1996, pp. 356-367.
- [12] Francisco M. Assis e Marcelo S. Alencar, "Comparing Algebraic Geometric and Reed-Solomon Codes for FH-CDMA Applications", *Proceedings of The 7^o IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, 1996, pp. 1102-1105.
- [13] Francisco M. Assis, "Frequency Hopping Sequence Generated by Hermitian Codes", *Proceedings of Telemo*, 1996, pp. 637-641.
- [14] Francisco M. Assis, "Hit Probability between Frequency Hopping Sequences Generated by Reed-Solomon and Hermitian Codes", *IEE Electronics Letters*, Vol. 32, No. 11, Maio, 1996, pp 962-963.
- [15] George A. da Silva e Francisco M. de Assis, "Combining Space Diversity, Coded Modulation and Fading-Resistant Constellations", *Proceedings of International Conference on Telecommunications*, June, 1998, pp. 37-40.
- [16] George A. da Silva e Francisco M. de Assis, "Desempenho de sistemas com codificação espaço-temporal sobre canais com desvanecimento", *Anais do XVII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Setembro, 1999, pp. 710-714.
- [17] George A. da Silva e Francisco M. de Assis, "Design of Spread Spectrum Sequences Using Algebraic Codes", *ConfTele'99 - II Conferência de Telecomunicações*, Abril de 1999, pp. 347-349, Sesimbra, Portugal.
- [18] George A. da Silva e Francisco M. de Assis, "Fading-resistant transmission using built-in time diversity and several antennas", *Proceedings of SBT/IEEE International Telecommunications Symposium*, Vol. 2, August, 1998, pp. 400-404.
- [19] George A. da Silva e Francisco M. de Assis, "Generation of FH/SS sequences using cyclic sub-codes of algebraic geometric codes", submitted to *IEE Electronics Letters*.
- [20] George A. da Silva e Francisco M. de Assis, "Simulations using the Ptolemy simulator with educational applications", *ConfTele'99 - II Conferencia de Telecomunicações*, Abril de 1999, pp. 725-727, Sesimbra, Portugal.
- [21] George A. da Silva e Francisco M. de Assis, "Using space-time TCM with rotated constellations for transmissions over mobile communications systems", *IEE Electronics Letters*, Vol. 35, No. 6, pp. 454-455, 18th March 1999.
- [22] George A. da Silva e Francisco M. de Assis, "Some New Codes for Space-Time Trellis Encoded Modulation over Fading ISI Channels", *Proceedings of The 11th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communication - PIMRC 2000*, Setembro, 2000, London, UK.

- [23] George A. da Silva e Francisco M. de Assis, "Transmission Scheme using Fading-Resistant Constellations", Proceedings of The 2nd IEEE Wireless Communications and Networking Conference - WCNC2000, Setembro, 2000, Chicago, USA.
- [24] George A. da Silva e Francisco M. de Assis, "Esquemas de Transmissão com Codificação, Diversidade Espacial e Constelações Multidimensionais Rotacionadas", XVIII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, Setembro, 2000, Gramado/RS, Brasil.
- [25] George A. da Silva e Francisco M. de Assis, "Códigos Espaço-Temporais para Canais com Desvanecimento e Interferência Intersimbólica, XVIII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, Setembro, 2000, Gramado/RS, Brasil.
- [26] Gottfried Ungerboeck, "Channel Coding with Multilevel/Phase Signals", IEEE Transactions on Information Theory, Vol. IT-28, No. 1, January 1982, pp. 55-67.
- [27] Henning Stichtenoth, "A Note on Hermitian Codes Over $GF(q^2)$ ", IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 34, N° 5, 1988, pp. 1345-1348.
- [28] Jacobus H. Van Lint e T. A. Springer, "Generalized Reed-Solomon codes from Algebraic Geometry", IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 33, 1987, pp. 305-309.
- [29] Jacobus H. Van Lint, "The IMA Volumes in Mathematics and its Applications", Part I, Coding Theory, Algebraic Geometric Codes, Springer-Verlay, 1990.
- [30] Jean-François Cardoso e Eric Moulines, "Subspace Methods for Blind Identification of Multichannel FIR Filters, IEEE Transaction on Signal Processing", Vol. 43, pp. 512-525, 1995.
- [31] John G. Proakis, "Digital Communications", McGraw-Hill, Third Edition, 1995.
- [32] Joseph Boutros e Emanuele Viterbo, "Signal Space Diversity: A Power and Bandwidth-Efficient Diversity Technique for the Rayleigh Fading Channel", IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 44, No. 4, July 1998, pp. 1453-1467.
- [33] Juraci F. Galdino e Marcelo S. de Alencar, "Avaliação de Desempenho de Esquemas de Identificação Baseados em Superamostragem", XVIII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, Setembro, 2000, Gramado/RS, Brasil.
- [34] Kyeongcheol Yang, P. Vijay Kumar e Henning Stichtenoth, "On the Weight Hierarchy of Geometric Goppa Codes", IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 40, N° 3, Maio, 1995, pp. 913-920.
- [35] Lee-Fang Wei, "Coded M-DPSK with built-in time diversity for fading channels", IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 39, No. 6, November 1993, pp. 1820-1839.

- [36] Luiz C. F. de Aquino e Francisco M. Assis, "Generating Fading-Resistant Constellations using Genetic Algorithm", SBMO/IEEE MTT-S IMOC97 Proceedings, 1997, pp. 719-723.
- [37] Micheal J. Gans, "A Power-Spectral Theory of Propagation in the Mobile-Radio Environment", IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. VT-21, N° 1, February, 1972.
- [38] Roger A. Horn e Charles R. Jonhson, "Matrix Analysis", Cambridge University Press, USA, 1999.
- [39] Simon Haykin, "Adaptative Filter Theory", Prentice-Hall, Third Edition, 1997.
- [40] Vahid Tarokh, Nambi Seshadri e A. R. Calderbank, "Space-Time Codes for High Data Rate Wireless Communications: Performance Criterion and Code Construction", IEEE Transactions on Communications, Vol. 44, N° 2, March 1998, pp. 744-765.
- [41] Victor M. DaSilva e Elvino S. Sousa, "Fading-Resistant Transmission from Several Antennas", Proceedings of Sixth IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 1995, pp. 1218-1222.
- [42] Vahid Tarokh, Ayman Nabuib, Nambi Seshadri e A. R. Calderbank, "Space-Time Codes for High Data Rate Wireless Communication in The Presence of Channel Estimation Errors, Mobility and Multiple Paths", IEEE Transaction on Communications, Vol. 47, No. 2, February, 1999.