

Identificação e Sintonia Usando o Relé em Malha Fechada

Gustavo Henrique Machado de Arruda

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba - Campus II como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Processamento da Informação

Péricles Rezende Barros, Ph.D.

Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil

©Gustavo Henrique Machado de Arruda, Março de 2000



A779i Arruda, Gustavo Henrique Machado de
Identificacao sintonia usando o rele em malha fechada /
Gustavo Henrique Machado de Arruda. - Campina Grande, 2000.
121 f. : il.

Dissertacao (Mestrado em Engenharia Eletrica) -
Universidade Federal da Paraiba, Centro de Ciencias e
Tecnologia.

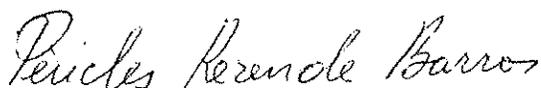
1. Teoria do Controle 2. Controle (Engenharia Eletrica)
3. Rele - Metodo 4. Sintonia de Controladores PID 5.
Identificacao em Malha Fechada 6. Dissertacao I. Barros,
Pericles Rezende, Dr. II. Universidade Federal da Paraiba -
Campina Grande (PB) III. Título

CDU 62-5(043)

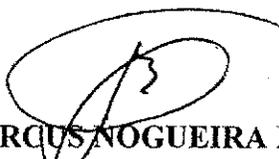
IDENTIFICAÇÃO E SINTONIA USANDO O RELÉ EM MALHA FECHADA

GUSTAVO HENRIQUE MACHADO DE ARRUDA

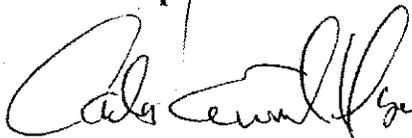
Dissertação Aprovada em 28.03.2000



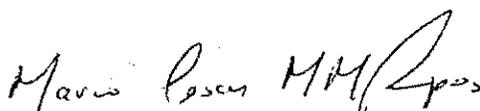
PROF. PÉRICLES REZENDE BARROS, Ph.D., UFPB
Orientador



PROF. ANTONIO MARCUS NOGUEIRA LIMA, Dr., UFPB
Componente da Banca



CARLOS EMANUEL DE SOUZA, Dr., LNCC
Componente da Banca



MÁRIO CÉSAR MELLO MASSA DE CAMPOS, Dr., PETROBRÁS
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB
Março - 2000

Dedicatória

À Mariana de Lucena Machado (*in memoriam*), pelo exemplo de luta pela vida, dedico.

Agradecimentos

Ao Professor Péricles Rezende Barros, pela amizade cultivada desde o início, pelo apoio, orientação e incentivo constantes e diários, e pelas várias sugestões ao longo do trabalho de dissertação.

Aos professores Ubirajara R. Meira, Antônio Marcus e José Sérgio, pela amizade, colaboração e incentivo ao longo dos últimos anos.

Aos componentes da banca, Prof. Carlos Emanuel de Souza, Dr. Mário Cesar Mello Massa De Campos e, novamente, Prof. Antônio Marcus, pelas sugestões e comentários introduzidos na versão final deste documento.

Aos funcionários do DEE, em particular, Eleonora, Luis Carlos, Emanuel, Danilo, Socorro, Ângela e Pedro, pelos serviços prestados.

Aos amigos do LIEC, Reginaldo, Gláucio, Cleumar, Lúcio, e Márcio, e LEIAM, José Bione, Marcelo, Edgard e Talvanes pela amizade e companheirismo. Em particular, à dupla de juniores, Inaldo e Rui, pelos vários momentos agradáveis.

Ao CNPq, que proporcionou o suporte financeiro para viabilizar a realização deste trabalho.

Finalmente, agradeço especialmente à Anamaria de Sousa Duarte, aos meus pais, Edmur Arruda e Maria Stela, e às minhas irmãs Ana Emília e Ana Catarina, pelo afeto constante, e pela compreensão infinita das minhas ausências.

Resumo

Neste trabalho são apresentadas duas contribuições para a área de identificação no domínio da frequência utilizando o relé na malha fechada e para a área de sintonia de controladores PID pelo método ótimo-simétrico.

Dado um sistema em malha fechada e uma função de transferência escolhida, o experimento com relé proposto é utilizado para obter a frequência correspondente à magnitude da função de transferência escolhida.

São consideradas a Função de Malha e a Função de Sensibilidade. Os pontos da resposta em frequência da Função de Malha obtidos pelo experimento são utilizados na identificação de um modelo de baixa ordem. O experimento com a Função de Sensibilidade permite avaliar a estabilidade e o desempenho do sistema em malha fechada.

A sintonia do controlador PID é feita pela metodologia de projeto ótimo-simétrico, que possui propriedades de desempenho e estabilidade bem definidas. Uma nova metodologia de projeto é apresentada, baseada no ótimo-simétrico, utilizando um algoritmo mínimos-quadrados no domínio da frequência. A metodologia sugerida tem a vantagem de superar as restrições do método original, levando a Funções de Malha que são ótimo-simétricas no sentido mínimos quadrados em uma região de frequência de interesse.

Abstract

In this work new frequency domain relay based closed loop experiments and a new PID controller tuning technique are presented.

Controlled oscillations at the plant output with the proposed relay experiments are obtained in a closed loop operation. Given a closed loop system and a chosen transfer function, the frequency at which the chosen transfer function achieves a user defined gain is determined.

The Loop Transfer Function and Sensitivity Transfer Function are the chosen transfer function considered in this work. The estimated frequency points of the Loop Transfer Function are used to obtain a reduced order plant model. The Sensitivity Transfer Function experiment is used for evaluating performance and stability of the closed loop.

The PID controller tuning is based on the *symmetrical optimum* approach, which has well defined performance and stability properties. Frequency domain least squares is used to obtain the controller's parameters. The proposed method is more general than the original one and yields Loop Transfer Functions that are *symmetrical optimum* in a least squares sense for a frequency range of interest.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Objetivo do Trabalho	1
1.2	Revisão Bibliográfica	3
1.2.1	Modelagem de Processos	3
1.2.2	Sintonia de Controladores PID	4
1.3	Estrutura da Dissertação	7
2	Modelagem de Processos e Sintonia de Controladores PID	9
2.1	Introdução	9
2.2	Estrutura Básica de Realimentação	10
2.3	Modelos para Processos	11
2.3.1	Sistemas de Baixa Ordem	11
2.3.2	Sistemas com Atraso de Transporte	12
2.3.3	Sistemas de Fase Não-Mínima	14
2.3.4	Sistemas com Integradores	14
2.3.5	Sistemas de Ordem Elevada	15
2.3.6	Sistemas Não-Lineares	15
2.4	Identificação do Modelo	16
2.4.1	Métodos de Resposta ao Degrau	16
2.4.2	Métodos de Resposta em Frequência	18
2.4.3	O Método do Relé	19
2.5	Sintonia de Parâmetros	23
2.6	Conclusão	29
3	Identificação com Relé em Malha Fechada: Função de Malha	30
3.1	Introdução	30
3.2	Identificação em Malha Fechada	31

3.3	Um Procedimento Generalizado	32
3.4	Estimação da Função de Malha	34
3.4.1	Experimento com Relé em Malha Fechada	34
3.4.2	Correção da Estimativa	35
3.5	Aspectos Práticos	36
3.5.1	Amplitude do Relé	37
3.5.2	Estabilidade do Experimento	38
3.5.3	Ruído	40
3.6	Exemplo	43
3.7	Conclusão	47
4	Sintonia de Controladores PID usando o Relé	49
4.1	Introdução	49
4.2	Ótimo-Simétrico	50
4.2.1	Modelo do Processo	51
4.2.2	Sintonia do Controlador PI	51
4.2.3	Sintonia do Controlador PID	52
4.2.4	Limitações da Solução Analítica	55
4.3	Ótimo-Simétrico Modificado	56
4.3.1	Sintonia do Controlador PI	56
4.3.2	Sintonia do Controlador PID	57
4.4	Exemplo	60
4.5	Conclusão	64
5	Identificação com Relé em Malha Fechada: Função de Sensibilidade	66
5.1	Introdução	66
5.2	Estimação da Função de Sensibilidade	66
5.2.1	Experimento com Relé em Malha Fechada	66
5.2.2	Correção da Estimativa	67
5.3	Aspectos Práticos	68
5.3.1	Amplitude do Relé	68
5.3.2	Estabilidade do Experimento	69
5.3.3	Ruído	70
5.3.4	Chaveamento Intermitente	72
5.4	Aplicações do Experimento com Relé	74
5.5	Exemplo	76

5.6	Conclusão	80
6	Exemplos de Simulação	81
6.1	Introdução	81
6.2	Sistemas de Baixa Ordem	82
6.3	Sistemas com Atraso de Transporte	85
6.4	Sistemas de Fase Não-Mínima	88
6.5	Sistemas de Ordem Elevada	91
6.6	Conclusão	98
7	Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros	99
7.1	Conclusões	99
7.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	101
A	Fundamentos de Controle PID	102
A.1	Modelo Matemático	102
A.2	Estruturas de Implementação	103
A.2.1	Estrutura em Paralelo	104
A.2.2	Estrutura Não-Interativa	104
A.2.3	Estrutura Interativa	105
A.3	Aspectos Práticos	105
A.3.1	Ponderação no Sinal de Referência	105
A.3.2	Estouro do Integrador	106
A.3.3	Filtragem na Parte Derivativa	107
A.3.4	Mudança Suave de Modo e Parâmetros	108
B	Revisão Matemática	110
B.1	Funções Descritivas	110
B.1.1	Função Descritiva do Relé	112
B.1.2	Função Descritiva do Relé com Histerese	112
B.1.3	Função Descritiva do Relé com Zona-Morta	113
B.2	Mínimos Quadrados	114
	Bibliografia	116

Lista de Símbolos e Abreviaturas

Funções de Transferência

$\alpha(s)$	Elemento linear em experimentos com relé
$C(s)$	Função de transferência do controlador
$D(s)$	Função de transferência do filtro no experimento com relé
$\Delta G(s)$	Diferença entre o modelo e o processo ($G_p(s) - G(s)$)
$F(s)$	Função de transferência para experimentos com relé
$G(s)$	Modelo para o processo
$G_f(s)$	Função de transferência do filtro IMC
$G_N(s)$	Modelo nominal de primeira ordem
$G_p(s)$	Função de transferência do processo
$G^s(s)$	Inversa aproximada do modelo do processo
$\hat{G}(s)$	Estimativa do modelo do processo
$H(s), H'(s)$	Função de transferência a ser estimada
$L(s)$	Função de Malha
$\hat{L}(e^{j\omega})$	Estimativa da Função de Malha
$L'_{SO}(s)$	Função de Malha para o ótimo-simétrico
$L_{SOPI,PI}(s)$	Função de Malha para controladores PI e PID pelo ótimo-simétrico
$M(s)$	Função de Sensibilidade Complementar
$\hat{M}(e^{j\omega})$	Estimativa da Função de Sensibilidade Complementar
$M_{SO}(s)$	Função de Sensibilidade Complementar para o ótimo-simétrico com zero no numerador
$M'_{SO}(s)$	Função de Sensibilidade Complementar para o ótimo-simétrico
$S(s)$	Função de Sensibilidade
$\hat{S}(e^{j\omega})$	Estimativa da Função de Sensibilidade

Sinais

$e(t)$	Erro entre $y_r(t)$ e $y(t)$ (entrada do controlador)
$\eta(t)$	Ruído de medição
$z(t)$	Perturbação de carga na entrada do processo
$u(t)$	Saída do controlador
$x(t)$	Entrada da saturação
$y(t)$	Saída do processo
$y_i(t)$	Entrada da função $F(s, r)$
$y_o(t)$	Saída da função $F(s, r)$
$y_r(t)$	Referência da malha fechada
$y'_r(t)$	Referência dos experimentos com relé
$y_{rel}(t)$	Entrada do relé

Símbolos

$\ \cdot\ _\infty$	Norma infinita de uma função de transferência
a	Amplitude de oscilação
A_m	Amplitude de oscilação em malha fechada
A, B, C	Matrizes da representação em espaço de estados de $G(s)$
b, c	Ganhos do controlador PID para ponderação do sinal de referência
β	Decaimento do sobresinal
$\psi(\cdot)$	Não-linearidade estática
d	Amplitude do relé
d_L	Distância máxima da curva de Nyquist de $L(s)$ ao ponto -1
δ	Largura da zona-morta
Δy_{\max}	Varição máxima admitida para o sinal $y(t)$
$\Delta y, \Delta u$	Varição dos sinais de $y(t)$ e $u(t)$
ε	Largura da histerese do relé
ϕ	Vetor de regressão
Φ	Matriz com os vetores de regressão

$\phi_{PI,PID}$	Vetores regressores para os controladores PI e PID
$\Phi_{PI,PID}$	Matrizes compostas dos vetores ϕ_{PI} e ϕ_{PID}
G_o	Ganho direto
G'_o	Taxa de crescimento
$J_{PI,PID}$	Função de custo para o cálculo dos parâmetros do controlador
K_d	Ganho derivativo (estrutura em paralelo)
K_i	Ganho integral (estrutura em paralelo)
K_p	Ganho proporcional (estrutura em paralelo)
K'_p	Ganho proporcional (estrutura não-interativa)
K''_p	Ganho proporcional (estrutura interativa)
K_T	Ganho proporcional (estrutura interativa modificada)
K_u, K'_u	Ganhos críticos do processo e da Função de Malha
l_o, ω_l	Amplitude e frequência de oscilação da perturbação $l(t)$
$\mathcal{L}_{SO_{PI,PID}}$	Vetores com os valores individuais de $L_{SO_{PI,PID}}$
m, n	Números inteiros
$N(a)$	Função descritiva do elemento não-linear
N_a	Número de períodos
r, r'	Ganho do experimento com relé
s	Variável complexa
$s_{a,b}$	Número complexo com módulo $r_{a,b}$ e fase $\phi_{a,b}$
t	Tempo
$T_{1,2}$	Constantes de tempo de primeira e segunda ordem
T_a	Período de amostragem
T_d	Tempo derivativo (estrutura não-interativa)
T'_d	Tempo derivativo (estrutura interativa)
T_f	Constante de tempo do filtro IMC
T_i	Tempo integral (estrutura não-interativa)
T'_i	Tempo integral (estrutura interativa)
T_{osc}	Período de oscilação em respostas ao degrau oscilatórias
T_Σ	Constante de tempo que representa a dinâmica não-modelada
T_u	Período crítico
θ	Atraso de transporte
θ_p	Vetor paramétrico do método mínimos quadrados
$\hat{\theta}_p$	Estimativa mínimos quadrados

$\theta_{PI,PID}, \theta'_{PI}$	Vetores com os parâmetros dos controladores
$\hat{\theta}_{PI,PID}, \hat{\theta}'_{PI}$	Parâmetros que minimizam as funções de custo $J_{PI,PID}$
τ_1, τ_2	Zeros do controlador PID (estrutura interativa modificada)
τ_z	Zero no modelo de fase não-mínima
ω_{90}	Frequência para um ângulo de fase de -90°
ω_c	Frequência de cruzamento do ganho
ω_n	Frequência natural do modelo de segunda ordem
ω_o	Frequência de oscilação
ω_Σ	Largura de faixa correspondente à constante de tempo T_Σ
ω_u, ω'_u	Frequência crítica do processo e da Função de Malha
ξ	Coefficiente de amortecimento do modelo de segunda ordem
Y_1	Amplitude do primeiro harmônico do sinal $y(t)$
Y_{i1}	Amplitude do primeiro harmônico do sinal $y_i(t)$

Abreviaturas

ARX	Modelo auto-regressivo com entrada extra
ATV	<i>Autotune Variation</i>
DFT	Transformada discreta de Fourier
ETFE	Estimativa empírica da função de transferência
IAE	Integral do erro absoluto
IE	Integral do erro
IMC	Controle por modelo interno
ISE	Integral do erro quadrático
ITAE	Integral do erro absoluto ponderado pelo tempo
ITE	Integral do erro ponderado pelo tempo
ITSE	Integral do erro quadrático ponderado pelo tempo
MF	Margem de fase
MG	Margem de ganho
MIMO	Sistema de várias entradas e várias saídas
PI	Controlador proporcional-integral
PID	Controlador proporcional-integral-derivativo
PWM	Modulação por largura de pulso
SISO	Sistema de uma entrada e uma saída

Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros do controlador para o método da curva de reação de Ziegler e Nichols.	23
2.2	Parâmetros do controlador para o método de Chien, Hrones e Reswick para rejeição perturbação de carga.	24
2.3	Parâmetros do controlador para o método de Chien, Hrones e Reswick para rastreamento do sinal de referência.	24
2.4	Parâmetros do controlador para o método de Cohen e Coon.	25
2.5	Parâmetros do controlador para o método da resposta em frequência de Ziegler e Nichols.	25
2.6	Parâmetros do controlador para o método de Tyreus e Luyben.	25
2.7	Parâmetros do controlador para o método de Åström e Hägglund.	26
2.8	Parâmetros do controlador PI para diferentes critérios de desempenho. . .	27
2.9	Parâmetros do controlador PID para diferentes critérios de desempenho. . .	28
2.10	Parâmetros do controlador PID pelo método IMC para diferentes modelos. . .	29
3.1	Resultados para o exemplo de identificação da Função de Malha ($\eta(t) = 0$). . .	44
5.1	Resultados para o exemplo de identificação da Função de Sensibilidade. . .	77

Lista de Figuras

2.1	Estrutura básica de realimentação.	10
2.2	Resposta ao degrau para processos de característica não-oscilatória.	16
2.3	Resposta ao degrau para processos de característica oscilatória.	17
2.4	Determinação do ponto crítico de um processo.	19
2.5	Saída $u(t)$ de um Relé com entrada $e(t)$	20
2.6	Processo com realimentação por relé.	21
2.7	Curva de Nyquist de um processo G_p e Função descritiva de um relé $N(a)$	21
2.8	Sistema em malha fechada com realimentação por relé.	23
2.9	Estrutura IMC.	28
3.1	Experimento com relé em malha fechada apresentado em Schei [53].	31
3.2	Estrutura generalizada com relé em malha fechada.	33
3.3	Diagrama em blocos da estrutura de $F(s, r)$	34
3.4	Experimento com relé para identificação da Função de Malha.	35
3.5	Estabilidade do experimento de identificação da Função de Malha.	39
3.6	Saturação na entrada da malha fechada para garantir sinais limitados.	39
3.7	Diagrama em blocos do procedimento básico com filtro $D(s)$	41
3.8	Experimento de identificação da Função de Malha com saturação na entrada da malha fechada e filtro $D(s)$	42
3.9	Magnitude da função de transferência do ruído para entrada do integrador. Sem filtro: $(\cdot\cdot)$ $r' = 1$ e $(\cdot-)$ $r' = 16$. Com filtro: $(--)$ $r' = 1$ e $(-)$ $r' = 16$	43
3.10	Identificação da Função de Malha ($\eta(t) = 0$).	45
3.11	Saída do processo durante o experimento ($\eta(t) = 0$).	45
3.12	Identificação da Função de Malha ($\eta(t) =$ ruído branco).	46
3.13	Saída do processo durante o experimento ($\eta(t) =$ ruído branco).	46
3.14	Lugar de raízes de $H(s) = L(s)$ com parâmetro $1/r$	47
4.1	Magnitude da Função de Malha desejada para um controlador PID.	54

4.2	Desempenho obtido via ótimo-simétrico (- -) e ótimo-simétrico modificado (-) para diferentes valores de T_1 . Em todas as curvas, $T_\Sigma = 1$ e $G_o = 1$	58
4.3	Respostas ao degrau e perturbação para os controladores $C_0(s)$ (curva superior), $C_1(s)$ (curva intermediária) e $C_2(s)$ (curva inferior).	62
4.4	Comparação entre o processo (-) e o modelo (- -).	63
4.5	Respostas ao degrau e perturbação para os controladores (- -) $C'_1(s)$ e (-) $C'_2(s)$	64
5.1	Experimento com relé para identificação da Função de Sensibilidade.	68
5.2	Estabilidade do experimento de identificação da Função de Sensibilidade.	70
5.3	Saturação na entrada da malha fechada para garantir sinais limitados.	70
5.4	Experimento de identificação da Função de Sensibilidade com saturação na entrada da malha fechada e filtro $D(s)$	71
5.5	Magnitude da função de transferência do ruído para entrada do integrador. Sem filtro: (\cdot) $r = 1$ e (\cdot -) $r = 16$. Com filtro: ($--$) $r = 1$ e ($-$) $r = 16$	72
5.6	Chaveamento intermitente provocado pelo relé em um sistema de segunda ordem.	73
5.7	Experimento de identificação da Função de Sensibilidade com relé com zona-morta, saturação na entrada da malha fechada e filtro $D(s)$	73
5.8	Estimação da Função de Sensibilidade: (-) curva real, (Δ) valor de r^{-1} e (o) correção por DFT.	77
5.9	Lugar de Raízes de $H(s) = 1 + L(s)$	78
5.10	Curvas de Nyquist de $F(j\omega, r)$. (\cdot) $r^{-1} = 1,0$, ($-$) $r^{-1} = 3,0$ e ($-$) $r^{-1} = 4,1$	78
5.11	Saída do processo durante o experimento.	79
6.1	Identificação da Função de Malha para o sistema de baixa ordem $G_1(s)$	82
6.2	Lugar de raízes de $H_1(s) = L_1(s)$	83
6.3	Saída do sistema de baixa ordem $G_1(s)$ durante o experimento.	83
6.4	Identificação da Função de Sensibilidade para o sistema de ordem simples $G_1(s)$	84
6.5	Curvas de Nyquist de $F_1(s, r)$: (\cdot) $r^{-1} = 2,0$, ($-$) $r^{-1} = 2,5$ e ($-$) $r^{-1} = 2,9$	85
6.6	Lugar de raízes de $H_1(s) = 1 + L_1(s)$	86
6.7	Identificação da Função de Malha para o sistema com atraso de transporte $G_2(s)$	86
6.8	Saída do sistema com atraso de transporte $G_2(s)$ durante o experimento.	87

6.9	Características da malha fechada para a função de transferência $G_2(s)$ e controlador $C_2(s)$	88
6.10	Identificação da Função de Sensibilidade para o sistema com atraso de transporte $G_2(s)$	89
6.11	Curvas de Nyquist de $F_2(s, r)$: (·) $r^{-1} = 8,0$, (- -) $r^{-1} = 9,0$ e (-) $r^{-1} = 10,0$.	90
6.12	Identificação da Função de Malha para o sistema de fase não-mínima $G_3(s)$.	90
6.13	Saída do sistema de fase não-mínima $G_3(s)$ durante o experimento.	91
6.14	Identificação da Função de Sensibilidade para o sistema de fase não-mínima $G_3(s)$	92
6.15	Lugares de raízes para o sistema de fase não-mínima.	93
6.16	Identificação da Função de Malha para o sistema de ordem elevada $G_4(s)$.	94
6.17	Saída do processo durante o experimento com a Função de Sensibilidade, com $r^{-1} = 2,5$	94
6.18	Lugares de raízes para o sistema de ordem elevada.	95
6.19	Curvas de Nyquist para o processo de ordem elevada G_5 : (-) curva real, (-) modelo obtido e (o) estimativas do experimento.	96
6.20	Respostas para sinal de referência e perturbação usando os controladores C_{40} , C_{41} e C_{42}	97
A.1	Diagramas em blocos de controladores PID em diversas estruturas.	103
A.2	Sistema de controle com atuador saturável.	106
B.1	Sistema linear com elemento não-linear na realimentação.	111
B.2	Saída de uma não-linearidade tipo relé com histerese para uma entrada senoidal.	113
B.3	Não-linearidade tipo relé com zona-morta.	114

Capítulo 1

Introdução

1.1 Objetivo do Trabalho

O controlador *proporcional-integral-derivativo* (PID) é o tipo de controlador mais encontrado em processos industriais [2]. Pesquisas mostram que, em mais de 90% dos laços de controle na indústria, são utilizados controladores PID, e a grande maioria utiliza apenas as partes proporcional e integral (PI) [2, 65]. Grande parte da popularidade do controlador PID se deve à simplicidade da sua estrutura. Além disso, com algumas sofisticações a mais, o controle PID é suficiente para a maioria dos problemas de controle existentes [65].

O projeto de um controlador PID está relacionado à escolha dos três parâmetros, ou ganhos, do controlador. O procedimento sistemático da escolha dos parâmetros do controlador, baseada em experimentos com o processo, é denominado *sintonia*. O objetivo é chegar a sistemas com desempenho satisfatório, a partir do ajuste de tais parâmetros. A sintonia do controlador é tema principal em centenas de artigos, várias dissertações de mestrado e teses de doutorado, e alguns livros, como Åström e Hägglund [2], Yu [65] e Kiong *et al.* [29]. Apesar de todo esse volume de pesquisa, ainda há uma grande distância entre os resultados teóricos e sua utilização na indústria. Algumas estatísticas apresentadas em Yu [65] ilustram este fato.

- Indústria de celulose do Canadá, (*pulp and paper industry*) em cerca de 2000 laços de controle, em 1993:
 - 20% dos laços operavam satisfatoriamente;
 - 30% tinham desempenho insatisfatório devido à má sintonia do controlador;
 - 30% tinham desempenho insatisfatório devido a problemas nas válvulas de controle;

- 20% tinham desempenho insatisfatório devido ao projeto do processo e/ou do sistema de controle.
- Indústrias de processos e manufatura, em 1997
 - Engenheiros e gerentes citam a sintonia de controladores PID como uma tarefa difícil.

A tendência atualmente é buscar técnicas automáticas de cálculo dos parâmetros, baseadas em algum experimento de identificação do processo, para facilitar o procedimento de sintonia do controlador. A bibliografia que trata de técnicas de sintonia automática é vasta e diversificada [31, 33, 39, 50, 52, 53, 59, 63–65]. Controladores PID comerciais com recursos automáticos estão disponíveis no mercado desde a década de oitenta (ver [7, 41]). A idéia é obter desempenho satisfatório, mesmo se tendo pouco ou nenhum conhecimento *a priori* da dinâmica do processo controlado. Além disso, são preferidos critérios de desempenho e estabilidade que possuam apelo intuitivo e sejam conhecidos por operadores do processo. Em particular, experimentos baseados no método do relé têm recebido atenção especial da comunidade científica [13, 24, 31, 33, 45, 52, 53, 59–61, 65].

Os experimentos com relé apresentam algumas vantagens em relação a outros métodos convencionais de identificação. Tradicionalmente, o experimento tem sido utilizado para obtenção de informações importantes da resposta em frequência do processo [1, 53]. A operação é feita em malha fechada por meio de controle tipo *liga-desliga*. Isto permite a obtenção de experimentos automatizados, bastante úteis, em particular, para sintonia automática de controladores PID. As principais desvantagens do método estão associadas à precisão da informação, sensibilidade a perturbações de carga e instabilidade em certos tipos de processo. Além disso, substituir o controle usado na malha fechada por controle *liga-desliga* pode ser inadequado em certas aplicações, devido ao risco ou custo de operação.

Uma alternativa é a realimentação do relé na malha externa de controle, de modo a preservar o sistema de controle original [2, 29]. Além de resolver a maioria dos problemas do experimento tradicional, tal procedimento pode ser utilizado na sintonia *on-line* de controladores PID, sem que haja interrupção na operação do controlador [29].

Seguindo esta tendência, pretende-se neste trabalho apresentar uma contribuição para a área de sintonia automática de controladores PID e identificação de sistemas, pela introdução de novos experimentos com relé em malha fechada e uma nova técnica de sintonia dos parâmetros do controlador. Alguns dos resultados teóricos apresentados são, de conhecimento do autor, inéditos na literatura. Os experimentos com relé podem ser utilizados na

sintonia automática de controladores, bem como monitorização e avaliação do desempenho em sistemas de controle, sendo executados sem que seja interrompida a operação normal do sistema. A técnica de sintonia apresentada é baseada no método ótimo-simétrico, e leva a resultados mais gerais do que a solução analítica, encontrada na literatura, para a classe de modelos considerados.

1.2 Revisão Bibliográfica

1.2.1 Modelagem de Processos

A obtenção de um modelo representativo do processo é importante para aplicação de várias técnicas de sintonia de controladores PID. Em Åström e Hägglund [2] e Kiong *et al.* [29], são feitas revisões sobre métodos clássicos de obtenção de modelos. São apresentados alguns modelos típicos para representar processos industriais e experimentos de identificação para obtenção de tais modelos. É interessante que o experimento de identificação satisfaça aos seguintes requisitos: ser relativamente simples de executar; ser aplicável para várias classes de modelos; ser informativo, no sentido de prover um modelo representativo, dado que o processo pertença à classe do modelo; finalmente, seguindo a tendência atual, poder ser realizado de forma automática. Classicamente, os experimentos mais utilizados têm sido os *métodos de resposta ao degrau (curva de reação)*, *métodos de resposta em frequência* e *identificação paramétrica*.

Os métodos de resposta em degrau são implementados em alguns controladores comerciais (ver em [2, 41]). A obtenção de modelos a partir da resposta ao degrau é discutida em Åström e Hägglund [2], Kiong *et al.* [29] e Yu [65].

Métodos de resposta em frequência são encontrados em Ljung [34], e uma revisão geral é apresentada em Åström e Hägglund [2]. O ponto crítico é uma informação importante na caracterização de um processo. A obtenção de modelos a partir da informação do ponto crítico do processo pode ser encontrada em [2, 29, 33, 38, 65]. Um método para obtenção da resposta em frequência de um processo é utilizado em McCormack e Godfrey [39], para sintonizar controladores PID usando técnicas clássicas de sintonia de parâmetros. O projeto do sinal de excitação para obtenção da resposta em frequência é discutido. Em Woodyatt e Middleton [64], a resposta em frequência do processo é estimada e os parâmetros do controlador PID são calculados sem a utilização de um modelo explícito para o processo. São abordadas questões sobre a escolha das componentes de frequência do sinal de excitação e da malha fechada desejada.

Uma referência básica para esquemas de identificação paramétrica de sistemas é Ljung [34]. Métodos para estimação de parâmetros de funções de transferência no domínio da frequência são revisados em Pintelon *et al.* [47]. A utilização de técnicas de estimação de parâmetros para projeto de controladores PID é abordada em [16, 53, 56].

O método do relé [1] é uma alternativa para obtenção de informações da resposta em frequência de um processo. Em vários artigos, o método do relé é utilizado para obter modelos, ou outras informações importantes sobre o processo, além do ponto crítico [8, 11–13, 24, 31, 33, 45, 52, 53, 59–61, 65]. Aplicações do método do relé para o caso de sistemas MIMO (*multiple-input multiple-output*) são encontradas em Wang *et al.* [63] e Palmor *et al.* [44]. A obtenção de modelos típicos em processos industriais a partir do experimento com relé é apresentada em Luyben [38] e Chang *et al.* [8]. Uma abordagem alternativa é apresentada em Li *et al.* [33], baseada na escolha do modelo que melhor representa o processo, a partir de experimentos com o relé com histerese. Em Kiong *et al.* [29], são introduzidos novos experimentos com relé que permitem obter um ponto da resposta em frequência do processo que possui ângulo de fase arbitrário.

Alguns autores citam a precisão do método como uma desvantagem. Tentativas de obter estimativas mais precisas do ganho crítico do processo utilizando realimentação por relé são encontradas em Sung *et al.* [57] e Yu [65]. Uma solução para o problema de utilização do relé na presença de perturbações de carga é apresentada em Hang *et al.* [20]. O relé é sistematicamente polarizado, até que a oscilação obtida seja simétrica. O método é válido para o caso particular de pequenas perturbações em degrau. Em Kiong *et al.* [29], a rejeição a perturbações de carga é obtida utilizando uma realimentação com relé na malha externa de controle.

O método do relé é amplamente utilizado em técnicas de sintonia automática [33, 59, 65]. Experimentos em malha fechada são apresentados e discutidos em Åström e Hägglund [2] e Yu [65]. Uma configuração que é apresentada em Schei [53], leva o sistema em malha fechada a oscilar na frequência em que o ganho da Função de Malha é unitário. Generalizações desse procedimento para obter oscilações controladas usando um relé na malha fechada são introduzidas em de Arruda e Barros [13] e de Arruda e Barros [11]. A aplicação destas na sintonia de controladores PI pela abordagem de projeto ótimo-simétrico (ver [59]) é apresentada em de Arruda e Barros [12] e Barros e de Arruda [4].

1.2.2 Sintonia de Controladores PID

A referência básica sobre sintonia dos parâmetros do controlador PID é o trabalho de Ziegler e Nichols [67]. Eles utilizaram o controlador *Fulscope 100*, da empresa *Taylor*, que agregava

as funções P, I e D em um único dispositivo [46]. Ziegler e Nichols sugerem fórmulas para os parâmetros do controlador baseadas nos métodos de identificação da curva de reação e da resposta em frequência. Ainda hoje, muitos operadores utilizam os métodos de Ziegler e Nichols como “ponto de partida” na sintonia de um controlador PID. Os parâmetros são, na maioria das vezes, reajustados iterativamente de maneira empírica, até que o desempenho obtido seja satisfatório.

Grande parte da popularidade dos métodos de Ziegler e Nichols se devem à sua simplicidade. Apesar de suas limitações, alguns controladores industriais e vários procedimentos de sintonia automática utilizam as técnicas de Ziegler e Nichols para obter os parâmetros do controlador [41]. Para várias classes de processos, a sintonia por Ziegler e Nichols já é suficiente para um desempenho satisfatório [65].

Seguindo a metodologia da curva de reação em Ziegler e Nichols [67], vários métodos similares foram propostos em seguida. No método da curva de reação de Cohen e Coon (ver [29]), sugere-se uma alteração nas fórmulas para obter desempenho satisfatório para processos com atraso de transporte elevado. Em Chien, Hrones e Reswick (ver [2]), é apontada a diferença entre a sintonia para rejeição a perturbações de carga e sintonia para rastreamento do sinal de referência. De fato, os controladores PID desta época possuíam apenas um grau de liberdade, havendo então o compromisso entre perturbação e referência. Esta situação é contornada mais tarde, utilizando controladores PID com dois graus de liberdade (ver Apêndice A). Chien, Hrones e Reswick sugerem então duas tabelas distintas: uma para o caso de rejeição a perturbações de carga e outra para rastreamento do sinal de referência. Além disso, cada tabela possui regras para 0% de sobresinal e para 20% de sobresinal.

Modificações para o método da resposta em frequência são encontradas em Kiong *et al.* [29] (ver método de Tyreus e Luyben), e também em [1, 2, 46]. O método da resposta em frequência de Tyreus e Luyben leva a sistemas em malha fechada com maiores margens de estabilidade, em detrimento do desempenho. Em Åström e Hägglund [1], são sugeridas modificações do método da resposta em frequência de Ziegler e Nichols. Baseados na observação de que tal método “move” o ponto crítico do processo para uma posição definida no plano complexo, Åström e Hägglund apresentaram uma generalização do procedimento. O ponto crítico do processo pode então ser posicionado em uma posição qualquer no plano complexo, utilizando as fórmulas desenvolvidas para os parâmetros do controlador. O resultado é combinado a um procedimento automático para determinação do ponto crítico do processo, utilizando uma realimentação com relé, e o resultado obtido é um controlador auto-sintonizável. O método é aplicado a colunas de destilação em Luyben [38], e é de-

nominado ATV (*Autotune Variation*). Em Pessen [46], chama-se a atenção para o fato de que as tabelas de Ziegler e Nichols [67] foram desenvolvidas para controladores PID com uma forma interativa particular, devido ao modelo utilizado (*Fulscope 100*, Taylor). Pessen sugere que a extensão das tabelas a controladores com outras estruturas é indevida e leva a conclusões errôneas sobre o experimento original.

Os métodos de Ziegler e Nichols são avaliados em Åström *et al.* [3], para processos de característica não-oscilatória. O objetivo é apresentar um domínio de validade dos métodos de Ziegler e Nichols, utilizando variáveis normalizadas relacionadas ao ganho e atraso de transporte do processo. Os autores sugerem a utilização desta informação em sistemas inteligentes, durante procedimentos de sintonia automática.

Uma referência básica para o projeto de controladores PID segundo a teoria clássica de controle é Åström e Hägglund [2]. Várias técnicas de projeto são abordadas, incluindo métodos analíticos, projetos por alocação de pólos, métodos de otimização e moldagem da Função de Malha (*loop shaping*), dentre outros.

Na abordagem no domínio do tempo, critérios como IE (*integrated error*), IAE (*integrated absolute error*), ITAE (*integrated time-weighted absolute error*), ISE (*integrated square error*) e ITSE (*integrated time-weighted square error*) são utilizados no projeto ótimo de controladores [2, 39, 46]. O projeto por alocação de pólos, é utilizado recentemente em Wang *et al.* [62], para obtenção de controladores com alto desempenho. A abordagem no domínio da frequência é encontrada em vários artigos. Mapas de Nichols são utilizados em Poulin e Pomerleau [48, 49] para o caso de processos com integradores e processos instáveis. Em Ho *et al.* [21–25], e Åström e Hägglund [1], o projeto do controlador é baseado em especificações na margem de ganho e na margem de fase. Um estudo comparativo em Ho *et al.* [21, 25] apresenta as margens de ganho e fase obtidas com fórmulas clássicas de sintonia de controladores PI e PID, respectivamente.

O paradigma de controle por modelo interno (*IMC - Internal Model Control*) é apresentado em Morari e Zafiriou [40]. O método se popularizou nas aplicações em processos químicos, devido à forte presença de dinâmica não modelada e modelos com pequena precisão. Controladores PI e PID obtidos seguindo o princípio do modelo interno são apresentados na forma de tabelas em Morari e Zafiriou [40] e Åström e Hägglund [2]. Aplicações do método IMC utilizando redução de modelo podem ser encontradas Isaksson e Graebe [26].

Um método de otimização bem conhecido na área de máquinas elétricas é o ótimo-simétrico de Kessler [27]. A utilização do ótimo-simétrico no projeto de controladores PID é apresentada em Åström e Hägglund [2] e Voda e Landau [59]. Uma abordagem alternativa para o projeto de controladores PI sob circunstâncias mais gerais é apresentada

em Barros e de Arruda [4] e de Arruda e Barros [12]. Em Loron [35], é discutido o projeto de controladores PID pelo método ótimo não-simétrico (*non-symmetrical optimum*).

Várias aplicações industriais utilizando controladores PID são encontradas na literatura, em particular em Dumont *et al.* [15] e Musch e Steiner [42]. Estudos comparativos podem ser encontrados em [7, 15, 19, 21, 25]. Em Dumont *et al.* [15], o controlador PID com escalonamento de ganho é comparado a um sistema de controle preditivo adaptativo. O artigo levanta a discussão ainda presente sobre a escolha entre controle avançado (adaptativo, robusto, etc.) ou técnicas convencionais (PID) [41]. Um ponto a favor do controle PID está no fato de que as versões comerciais modernas apresentam vários recursos avançados, como sintonia automática de parâmetros, escalonamento de ganho e adaptação contínua [2].

Recentes avanços em sintonia de controladores PID são apresentados em Kiong *et al.* [29]. Atenção especial é dada às técnicas baseadas em identificação pelo método do relé, principalmente para o caso de experimentos em malha fechada. Em Yu [65], variantes do método do relé são apresentadas, sob o ponto de vista da utilização na sintonia automática de controladores PID. Questões como precisão, presença de perturbações e sistemas com múltiplas entradas e saídas (*MIMO - Multiple-Input Multiple-Output*) são abordadas, e exemplos em processos químicos são apresentados. A utilização da teoria \mathcal{H}_∞ na sintonia de controladores PID é encontrada em [9, 18, 58]. Algoritmos genéticos para o projeto $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ ótimo de controladores PID são empregados em Chen *et al.* [9]. Técnicas de projeto de controladores PID para o caso de processo MIMO são encontradas em [16, 44, 55, 63, 66].

Ainda que não exaustiva a revisão da literatura, a diversidade de métodos de sintonia de parâmetros encontrados torna necessárias algumas observações. Primeiramente, é importante perceber que deter-se apenas a um método, embora cômodo, pode levar a sistemas de controle com desempenho insatisfatório, e questões econômicas podem vir à tona. Além disso, a escolha do método de sintonia está, na maioria das vezes, relacionada ao processo a ser controlado. Assim, um conhecimento prático sobre as características do processo é de grande valia para a obtenção de controladores com bom desempenho. Finalmente, bom senso na identificação do modelo do processo e na aplicação do método de sintonia escolhido são primordiais para a execução do projeto.

1.3 Estrutura da Dissertação

A estrutura dos capítulos seguintes desta dissertação é apresentada na seqüência.

No Capítulo 2, uma revisão sobre métodos de identificação de processos é apresentada, para o caso de modelos típicos em processos industriais. São considerados sistemas de

ordem simples, com atraso de transporte, de fase não-mínima, com integradores e de ordem elevada. Técnicas clássicas de sintonia de controladores PID são apresentadas no final do capítulo. Grande parte do texto do Capítulo 2 é baseada em Åström e Hägglund [2] e Kiong *et al.* [29].

Um procedimento geral para obtenção de novos experimentos com relé em malha fechada é apresentado no Capítulo 3. A idéia é uma generalização de Schei [53], e abre espaço para novas aplicações do relé em malha fechada. Os experimentos obtidos são aparentemente inéditos na literatura. Nesse capítulo, o experimento de identificação da Função de Malha de um sistema de controle, usando um controlador PI ou PID no laço de realimentação, é discutido. Um exemplo de simulação é utilizado para ilustrar as propriedades do novo método.

No Capítulo 4, o método de identificação do capítulo anterior é aplicado na sintonia *on-line* de controladores PID. A partir do experimento, um modelo de ordem reduzida é obtido, e o projeto é realizado via ótimo-simétrico. Um procedimento para obtenção de parâmetros seguindo a metodologia do ótimo-simétrico em condições mais gerais também é apresentado. O procedimento é baseado na moldagem da Função de Malha, utilizando o algoritmo mínimos quadrados no domínio da frequência para sintonia do controlador.

O experimento com a Função de Sensibilidade utilizando o procedimento geral é apresentado no Capítulo 5. As discussões apresentadas para o experimento com a Função de Malha são extendidas ao experimento com a Função de Sensibilidade. Aplicações do método na monitorização do desempenho em sistemas de controle são sugeridas por meio de exemplos de simulação.

O Capítulo 6 é dedicado à apresentação de resultados de simulação, utilizando modelos de algumas classes de processos apresentados no Capítulo 2. As conclusões do trabalho são apresentadas no Capítulo 7.

Capítulo 2

Modelagem de Processos e Sintonia de Controladores PID

2.1 Introdução

O controlador PID também é conhecido na literatura por *controlador a três termos*, pela sua estrutura de implementação [46]. Cada parte atua de maneira específica no erro de controle: a *parte proporcional* gera uma ação corretiva baseada no “tamanho” do erro de controle; a *parte integral* atua no sentido de eliminar erros estacionários; e a *parte derivativa* atua antecipando tendências no sinal de erro.

As ações de controle (P, I e D) podem ser combinadas para obter um efeito desejado. Pode-se, por exemplo, combinar a ação proporcional (P) com a derivativa (D) para formar um controlador PD. As outras configurações típicas são P, PI e PID. Os fundamentos de controle PID são apresentados no Apêndice A.

Neste capítulo são apresentados métodos de modelagem de processos e sintonia de controladores PID, de interesse para o entendimento do trabalho de dissertação. Na Seção 2.2, a estrutura de realimentação utilizada neste trabalho é definida. Modelos típicos de processos utilizados no projeto de controladores PID são apresentados na Seção 2.3. As técnicas utilizadas para obter tais modelos a partir de experimentos práticos são discutidas na Seção 2.4, onde é feita uma revisão atualizada sobre o método do relé. As principais técnicas de sintonia dos parâmetros do controlador são apresentadas na Seção 2.5, e uma conclusão do capítulo é apresentada na Seção 2.6.

2.2 Estrutura Básica de Realimentação

Um sistema típico de controle por realimentação para processos de uma entrada e uma saída (SISO) é apresentado na Fig. 2.1. O objetivo da ação de controle é levar a saída de um processo, $y(t)$, a um nível desejado, especificado pelo sinal de referência $y_r(t)$, de maneira estável. Em outras palavras, deve-se reduzir o sinal de erro, $e(t)$, segundo critérios de desempenho e estabilidade. Na Fig. 2.1, $z(t)$ é o sinal de perturbação de carga, e $\eta(t)$, o ruído de medição. Neste trabalho, considera-se $z(t)$ na forma de degrau unitário, e $\eta(t)$ na forma de ruído branco gaussiano.

O dispositivo responsável por gerar o sinal que atua no processo é chamado “controlador”. Um controlador linear, do tipo mostrado na Fig. 2.1, é implementado a partir de equações diferenciais lineares e/ou aproximações. As aproximações podem ter razões práticas, ou serem necessárias para a realização física do dispositivo. Neste trabalho, apenas os controladores do tipo *proporcional-integral-derivativo* (PID) são considerados.

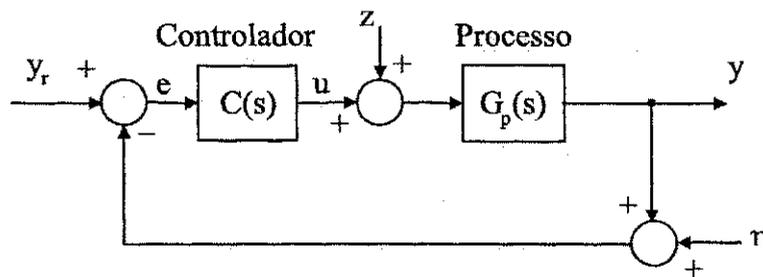


Figura 2.1: Estrutura básica de realimentação.

Considere o sistema em malha fechada mostrado na Fig. 2.1. A função de transferência do processo é dada por $G_p(s)$, e a do controlador é dada por $C(s)$. A função de transferência de malha fechada da referência $y_r(t)$ para a saída $y(t)$ é dada por

$$M(s) \triangleq \frac{Y(s)}{Y_r(s)} = \frac{G_p(s)C(s)}{1 + G_p(s)C(s)}. \quad (2.1)$$

Para esta configuração de malha fechada, $M(s)$ é também conhecida por *Função de Sensibilidade Complementar*. A Função de Transferência da Malha, ou *Função de Malha* é

$$L(s) \triangleq G_p(s)C(s), \quad (2.2)$$

e a função de transferência do sinal de referência para o erro,

$$S(s) \triangleq \frac{E(s)}{Y_r(s)} = \frac{1}{1 + G_p(s)C(s)}, \quad (2.3)$$

é a *Função de Sensibilidade*.

A *resposta em frequência* de uma função de transferência é obtida fazendo $s = j\omega$. O *ponto crítico* de um processo é o ponto em que a fase da resposta em frequência é -180° . Um controlador proporcional, $C(s) = K_p$ pode ser utilizado para obter o ponto crítico. O ganho K_p é aumentado sistematicamente até que uma oscilação sustentada é observada na saída. É possível mostrar que, nesta frequência de oscilação, a fase de $G_p(s)$ é -180° , e o ganho K_u do controlador é o *ganho crítico*, dado por

$$K_u = \frac{1}{|G_p(j\omega_u)|}. \quad (2.4)$$

Para a Função de Malha, o ganho crítico é definido de maneira similar, com

$$K'_u = \frac{1}{|G_p(j\omega'_u)C(j\omega'_u)|}. \quad (2.5)$$

A frequência em que a magnitude da Função de Malha é unitária, i.e.,

$$|L(j\omega_c)| = 1, \quad (2.6)$$

é conhecida por *frequência de cruzamento do ganho*.

2.3 Modelos para Processos

Considere o sistema de controle apresentado na Fig. 2.1. O bloco denominado “Processo”, com função de transferência $G_p(s)$, representa uma relação geral entre duas variáveis, na forma de uma equação diferencial linear. Tais sistemas são ditos processos SISO (*single-input single-output*), e relacionam o sinal de entrada, $u(t)$, com o sinal de saída, $y(t)$.

Existem várias formas de representar a função de transferência $G_p(s)$. Os modelos mais comuns utilizados no projeto de controladores PID são modelos simples de primeira ou segunda ordem, com atraso de transporte, integradores, zeros de fase não-mínima e modelos de ordem elevada. Tais classes de modelos serão apresentadas nas seções seguintes.

2.3.1 Sistemas de Baixa Ordem

Os modelos para sistemas mais simples, frequentemente utilizados no projeto de controladores PID, são os de primeira e segunda ordem. Vários processos podem ser razoavelmente representados por estes tipos de modelo, com precisão razoável. Um exemplo é o modelo da máquina de corrente contínua [10].

O modelo de primeira ordem é dado por,

$$G(s) = \frac{G_o}{T_1s + 1}, \quad (2.7)$$

onde T_1 é a constante de tempo e G_o o ganho. O modelo de segunda ordem para sistemas não-oscilatórios é,

$$G(s) = \frac{G_o}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}, \quad (2.8)$$

com T_1 e T_2 constantes de tempo, que eventualmente podem ser iguais. Para sistemas oscilatórios,

$$G(s) = \frac{G_o\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_ns + \omega_n^2}, \quad (2.9)$$

onde ξ é o coeficiente de amortecimento e ω_n a frequência natural.

2.3.2 Sistemas com Atraso de Transporte

Alguns processos têm como característica um tempo de propagação entre o sinal de entrada e o sinal de saída. Tal comportamento é comum em processos químicos, e pode ser representado por um atraso de transporte.

Modelos de Primeira Ordem

O modelo de primeira ordem com atraso de transporte é dado por

$$G(s) = \frac{G_o}{T_1s + 1} e^{-\theta s}, \quad (2.10)$$

onde θ é o tempo de propagação observado entre os sinais de entrada e saída do processo. O modelo da Eq. (2.10) é extensivamente utilizado para modelagem de processos industriais e no projeto de controladores PI e PID. Várias referências fazem uso deste modelo no cálculo dos parâmetros do controlador [6, 7, 21–23]. Apesar da variedade de técnicas de projeto associadas a este modelo, em uma observação em Åström e Hägglund [2], afirma-se que o modelo da Eq. (2.10) é pouco representativo de processos industriais típicos.

Modelos de Segunda Ordem

Os modelos de segunda ordem com atraso de transporte podem ser de dois tipos. Para processos não-oscilatórios, o modelo apresenta duas constantes de tempo,

$$G(s) = \frac{G_o}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} e^{-\theta s}, \quad (2.11)$$

que eventualmente podem ser iguais, i.e.,

$$G(s) = \frac{G_o}{(T_1s + 1)^2} e^{-\theta s}. \quad (2.12)$$

O modelo da Eq. (2.11) é utilizado em Ho *et al.* [22] na sintonia de controladores PID. Para o caso de processos com resposta oscilatória, o modelo é dado por

$$G(s) = \frac{G_o \omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2} e^{-\theta s}. \quad (2.13)$$

O projeto de controladores PID para o caso específico de processos com resposta oscilatória, utilizando o modelo da Eq. (2.13), é apresentado em Ho *et al.* [24].

Modelos de Terceira Ordem

Modelos de terceira ordem podem ser obtidos combinando-se os modelos anteriores. Novamente, para processos de característica não-oscilatória, o modelo seguinte pode ser utilizado,

$$G(s) = \frac{G_o}{(T_1s + 1)^3} e^{-\theta s}. \quad (2.14)$$

Algumas classes de processos também se adequam ao modelo

$$G(s) = \frac{G_o \omega_n^2}{(s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2)(T_1s + 1)} e^{-\theta s}, \quad (2.15)$$

que agrupa uma constante de tempo simples a um modelo de segunda ordem subamortecido. Os modelos de terceira ordem, juntamente com os modelos das Eq. (2.10), (2.11), (2.12), e (2.13) são utilizados em Li *et al.* [33] e Chang *et al.* [8] na identificação de processos, utilizando realimentação com relé.

Aproximações para o Atraso de Transporte

Pode ser necessário expressar o atraso de transporte na forma de uma razão polinomial. Neste caso, a aproximação de Padé pode ser utilizada [55]. Uma aproximação de Padé de orden n para o atraso de transporte é dada por

$$e^{-\theta s} \cong \frac{\left(1 - \frac{\theta}{2n} s\right)^n}{\left(1 + \frac{\theta}{2n} s\right)^n}.$$

Existem outras aproximações possíveis para o atraso de transporte. A forma apresentada tem sido preferida pela sua simplicidade.

2.3.3 Sistemas de Fase Não-Mínima

Os processos que apresentam comportamento de fase não-mínima podem ser reconhecidos observando a resposta a um degrau. Normalmente, a saída varia em sentido contrário à variação da entrada nos instantes iniciais, para, em seguida, variar na mesma direção. Tais processos são conhecidos pela dificuldade em serem controlados.

A função de transferência de um modelo de primeira ordem com um zero de fase não-mínima é dada por

$$G(s) = \frac{G_o(1 - \tau_z s)}{(T_1 s + 1)}. \quad (2.16)$$

Sistemas de fase não-mínima são discutidos em Skogestad e Postlethwaite [55]. Se necessário, um atraso de transporte pode ser incluído ao modelo da Eq. (2.16).

2.3.4 Sistemas com Integradores

Existem processos cuja saída aumenta continuamente, para uma entrada constante, sem entrar em regime permanente. Tais processos são caracterizados pela presença de integradores, sendo portanto instáveis em malha aberta.

Um modelo com integrador puro é dado por

$$G(s) = \frac{G'_o}{s}. \quad (2.17)$$

Também são encontrados modelos de integradores combinados a modelos de primeira ordem,

$$G(s) = \frac{G'_o}{s(T_1 s + 1)}, \quad (2.18)$$

ou a um atraso de transporte,

$$G(s) = \frac{G'_o}{s} e^{-\theta s}, \quad (2.19)$$

ou ambos,

$$G(s) = \frac{G'_o}{s(T_1 s + 1)} e^{-\theta s}. \quad (2.20)$$

Note que, para o caso de integradores, o ganho G'_o representa agora a *taxa de crescimento da saída do processo* para uma entrada em degrau. O integrador duplo, dado por

$$G(s) = \frac{G'_o}{s^2}, \quad (2.21)$$

é, às vezes, utilizado para demonstrar propriedades de técnicas de sintonia, ou projeto de controladores PID.

O integrador associado ao modelo de primeira ordem é utilizado em Loron [35] para sintonia de controladores PID pelo método ótimo-não-simétrico. O modelo da Eq. (2.19) é utilizado em Ziegler e Nichols [67] no cálculo dos parâmetros do controlador. Em várias técnicas baseadas na *curva de reação* do processo assume-se este modelo (ver [2, 29]). O modelo da Eq. (2.20) é encontrado em vários artigos [3, 48, 49]. Em Leva *et al.* [32], admite-se variação no atraso de transporte θ , e o modelo é obtido usando um algoritmo de estimação de parâmetros, para fazer adaptação contínua dos parâmetros do controlador.

2.3.5 Sistemas de Ordem Elevada

Quando o processo não se adequa aos modelos anteriores, uma razão polinomial de ordem elevada pode ser usada. Um modelo geral, de ordem n , é dado por

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}, \quad m \leq n. \quad (2.22)$$

Modelos de ordem elevada são pouco referenciados, no que diz respeito à sintonia de controladores PID. Normalmente, é feita uma redução para um modelo mais simples, de primeira ou segunda ordem. Em alguns casos, é conveniente combinar um atraso de transporte ao modelo de ordem elevada,

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} e^{-\theta s}, \quad m \leq n. \quad (2.23)$$

Um dos poucos artigos que tratam de modelos de ordem elevada é Shafiei e Shenton [54]. Em outras referências, são utilizados modelos reduzidos [26], ou técnicas de estimação de parâmetros [50, 53].

2.3.6 Sistemas Não-Lineares

Modelos de sistemas não-lineares são, em geral, muito complexos para utilização no projeto de controladores PID. No caso de processos industriais, o interesse geralmente é manter a regulação em torno de um ponto de operação. Assim, embora a maioria dos processos industriais possuam várias não-linearidades, eles podem ser aproximados pelos modelos anteriores em torno do ponto de operação. Deve-se ressaltar que o modelo é razoavelmente válido apenas em uma região em torno deste ponto de operação.

Técnicas de controle adaptativo, como, por exemplo, escalonamento de ganho, já são encontradas em controladores comerciais [41]. O objetivo é fazer com que o controlador apresente desempenho satisfatório para diferentes pontos de operação.

2.4 Identificação do Modelo

São apresentados nesta seção alguns métodos de identificação de processos. O objetivo é ter um modelo representativo do processo, dentre os apresentados na seção anterior, a partir de dados experimentais.

2.4.1 Métodos de Resposta ao Degrau

Os métodos gráfico-temporais são bastante populares entre os operadores. Tais métodos se baseiam na observação direta da variável de saída do processo. O principal atrativo destes métodos é o apelo gráfico, que torna intuitivo o procedimento de modelagem do processo.

O método da resposta ao degrau, em particular, ainda é bastante utilizado para obter um modelo para o processo. Em regime permanente, é aplicado um degrau na entrada do processo, e a saída é registrada. O modelo é então obtido a partir da *curva de reação* do processo, observando alguns parâmetros gráficos. Várias classes diferentes de modelos podem ser obtidas com este método.

Sistemas Não-Oscilatórios

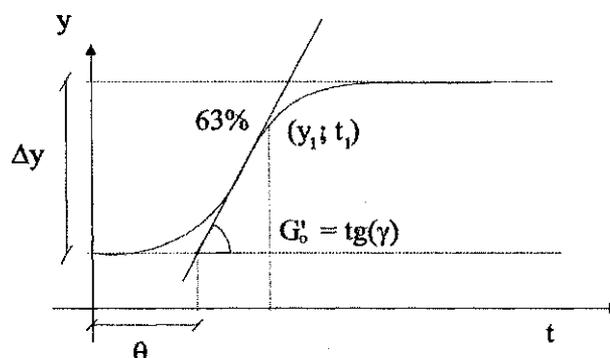


Figura 2.2: Resposta ao degrau para processos de característica não-oscilatória.

A saída típica de um sistema de característica não-oscilatória é apresentada na Fig. 2.2. Note que o procedimento é realizado em torno de um ponto de operação, de modo que o modelo obtido normalmente é válido em uma faixa limitada. Os parâmetros que podem ser obtidos diretamente a partir da curva de reação do processo são:

- Ganho, G_o :

- é obtido da curva de reação pela relação da variação do sinal de saída, Δy , e do sinal de entrada, Δu , i.e., $G_o = \Delta y / \Delta u$.
- Atraso de transporte, θ :
 - é obtido a partir da reta com a maior inclinação possível na curva da Fig. 2.2. O prolongamento desta reta da forma mostrada leva à estimativa de θ .
- Taxa de crescimento, G'_o :
 - é obtido da inclinação da reta usada na determinação do atraso de transporte.
- Constante de tempo de primeira ordem, T_1 :
 - depende do modelo utilizado. Tipicamente, o ponto da curva que atinge 63% de Δy é utilizado na determinação de T_1 , quando um modelo de primeira ordem é utilizado. Para modelos com mais de uma constante de tempo, outros pontos da curva de reação devem ser utilizados, e, normalmente, soluções por métodos numéricos são necessárias.

Alguns dos modelos que podem ser obtidos a partir deste procedimento são os das Eq. (2.7), (2.8), (2.10), (2.11), (2.12), (2.19) e (2.20). Detalhes do cálculo dos parâmetros em alguns destes modelos são apresentados em Åström e Hägglund [2] e Kiong *et al.* [29].

Sistemas Oscilatórios

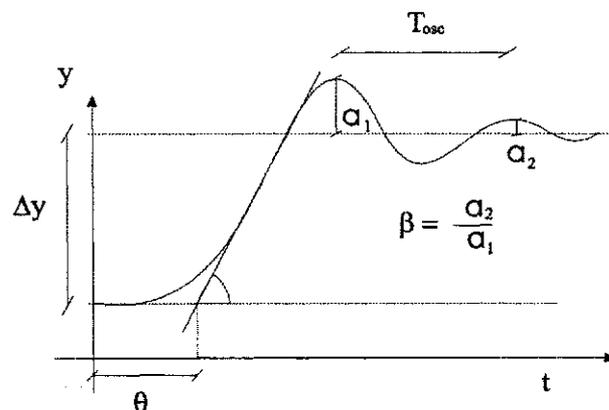


Figura 2.3: Resposta ao degrau para processos de característica oscilatória.

A saída típica de um sistema de característica oscilatória é apresentada na Fig. 2.3. Novamente, o procedimento é realizado em torno de um ponto de operação, e o modelo obtido é válido apenas em uma certa faixa de operação. Além dos parâmetros obtidos para o caso de uma resposta não-oscilatória, existem ainda os seguintes parâmetros:

- Período de oscilação, T_{osc} :
 - pode ser medido diretamente da curva nos primeiros instantes de oscilação, conforme mostrado na Fig. 2.3.
- Decaimento do sobresinal, β :
 - é obtido a partir da relação entre os dois primeiros picos da resposta transitória, conforme indicado na Fig. 2.3.

Os modelos típicos obtidos a partir deste procedimento são dados pelas Eq. (2.9) e (2.13). Detalhes do cálculo dos parâmetros a partir das informações gráficas são apresentados em Åström e Hägglund [2].

2.4.2 Métodos de Resposta em Freqüência

Quando um sistema linear é submetido a uma entrada senoidal, a saída, após o transitório inicial, é também senoidal, na mesma freqüência do sinal de entrada. A resposta do sistema, nesta freqüência de oscilação, é obtida a partir da relação de amplitude e fase dos sinais de entrada e saída. Isto pode ser repetido para obter mais de um ponto da resposta em freqüência de um processo.

Em McCormack e Godfrey [39], procedimentos similares são utilizados para obter a resposta em freqüência do processo, para ser utilizada no projeto de controladores PID. A dificuldade em automatizar este método está na escolha do sinal de entrada. O sinal deve ser escolhido de maneira a excitar o processo em uma região apropriada da sua resposta em freqüência. Assim, experimentos extras são usados na determinação da largura de faixa do processo, para projetar o sinal de excitação de maneira adequada.

Uma forma mais geral para identificação no domínio da freqüência é apresentada em Ljung [34]. A estimação da resposta em freqüência do processo é obtida a partir de

$$\hat{G}(e^{j\omega}) = \frac{Y(\omega)}{U(\omega)}, \quad (2.24)$$

onde $Y(\omega)$ e $U(\omega)$ são as transformadas discretas de Fourier (DFT) dos sinais de entrada e saída do processo, discretizados com período de amostragem T_a . Em Ljung [34] e Lundh e Åström [37] são discutidas as propriedades estatísticas da estimativa da Eq. (2.24).

Uma informação importante da resposta em frequência de um processo é o ponto crítico. O experimento sugerido em Ziegler e Nichols [67] para obter o ponto crítico consiste em levar o processo ao limite de estabilidade usando um controlador proporcional na malha de realimentação (Fig. 2.4(a)). Quando uma oscilação é mantida na saída do processo, conforme a Fig. 2.4(b), o ganho do controlador e a frequência de oscilação são registrados. Tais parâmetros têm sido tradicionalmente denominados *ganho crítico*, K_u , e *frequência crítica*, ω_u (ou *período crítico*, $T_u = 2\pi/\omega_u$). Note que o modelo da Eq. (2.19) pode ser calculado diretamente a partir dos valores obtidos do experimento. Se informações adicionais sobre o atraso de transporte e o ganho direto são disponíveis, é possível obter outros modelos, como os da Eq. (2.10) ou Eq. (2.20) [33].

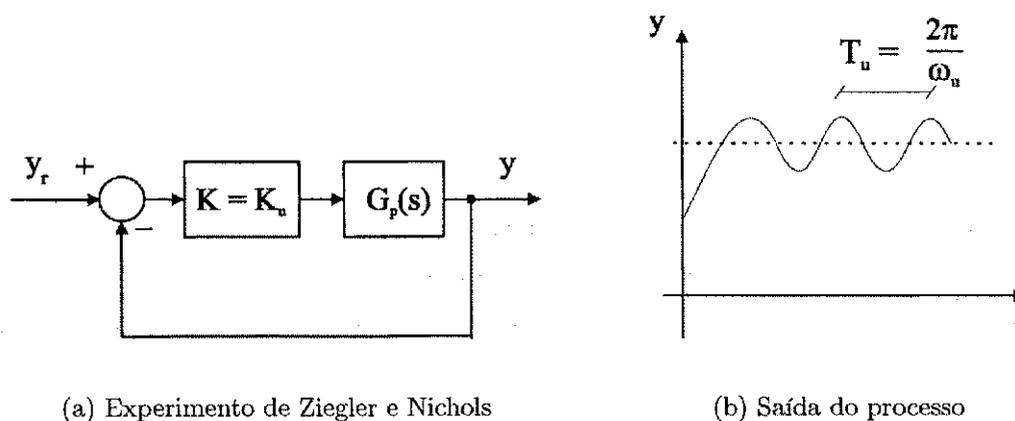


Figura 2.4: Determinação do ponto crítico de um processo.

Uma alternativa para determinação do ponto crítico é a utilização de um relé na malha de realimentação, ao invés do controlador proporcional. Tal procedimento é discutido na seção seguinte.

2.4.3 O Método do Relé

A principal desvantagem do experimento de Ziegler e Nichols [67] está em levar o processo ao limite de estabilidade, a fim de determinar o ponto crítico. Além disso, não há controle sobre a amplitude de oscilação na saída do processo, de modo que o experimento pode ser impraticável, por razões de segurança ou custo.

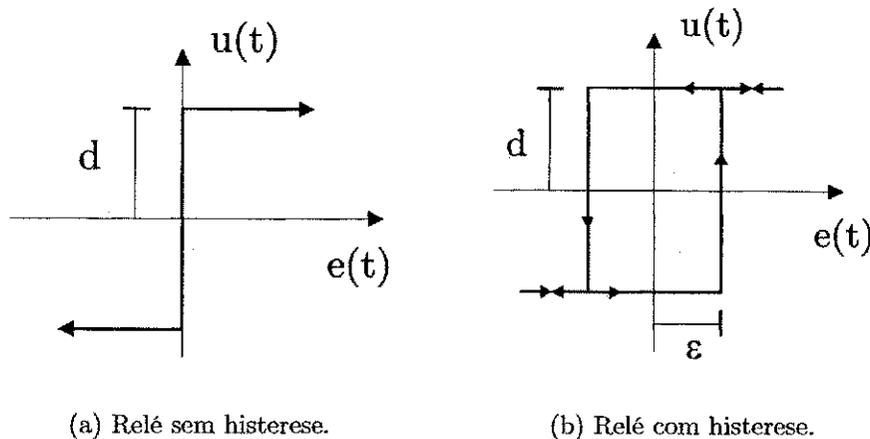


Figura 2.5: Saída $u(t)$ de um Relé com entrada $e(t)$.

Uma forma alternativa para determinar K_u e ω_u utilizando um relé, como o da Fig. 2.5(a), é proposta em Åström e Häggglund [1]. Considere o sistema em malha fechada da Fig. 2.6, na qual o relé tem amplitude d e o elemento linear $\alpha(s) = 1$. Para várias classes de processos, o sistema exibe um ciclo limite cujas condições podem ser determinadas aproximadamente usando o método de análise por funções descritivas (vide Apêndice B).

A oscilação ocorre no ponto em que

$$N(a) G_p(j\omega) = -1 ,$$

onde

$$N(a) = \frac{4d}{\pi a} ,$$

é a função descritiva do relé da Fig. 2.5(a). O método da função descritiva tem uma interpretação gráfica interessante. Na Fig. 2.7(a), são sobrepostas a função descritiva do relé e a curva de Nyquist de um processo $G_p(s)$. Assim, se a é a amplitude na saída do processo, a intersecção das curvas mostradas ocorre no ponto crítico, de modo que,

$$G_p(j\omega_u) = -\frac{\pi a}{4d} .$$

Note agora que, neste caso, a amplitude na saída do processo pode ser controlada a partir da amplitude d do relé.

Levando em conta a presença de ruído no experimento apresentado na Fig. 2.6, a utilização de um relé puro provoca chaveamento aleatório. Este problema pode ser contornado adicionando uma histerese ao relé puro, como na Fig. 2.5(b). Para um relé com histerese ϵ , o ponto da resposta em frequência do processo é determinado agora pela intersecção de

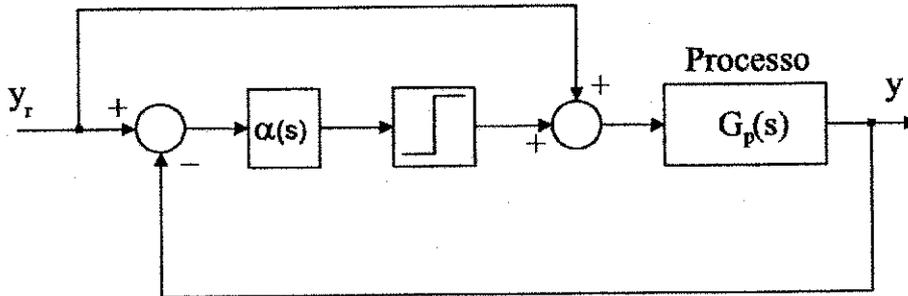


Figura 2.6: Processo com realimentação por relé.

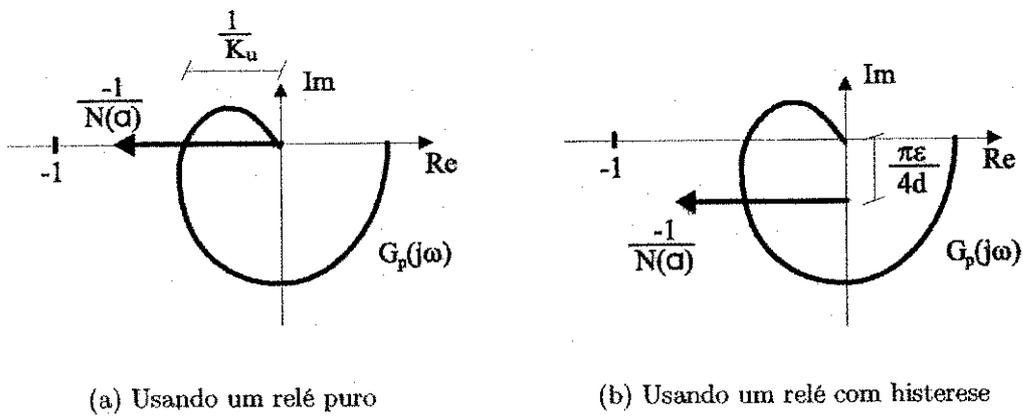


Figura 2.7: Curva de Nyquist de um processo G_p e Função descritiva de um relé $N(a)$.

sua curva de Nyquist com

$$-\frac{1}{N(a)} = -\frac{\pi}{4d}\sqrt{a^2 - \varepsilon^2} - j\frac{\pi\varepsilon}{4d}, \quad (2.25)$$

que são retas paralelas ao semi-eixo real negativo. Da Fig. 2.7(b), utilizando o relé com histerese no experimento da Fig. 2.6, ainda com $\alpha(s) = 1$, obtém-se valores aproximados para K_u e ω_u , desde que a histerese, ε , seja pequena.

Note que, da Eq. (2.25), é possível estimar outros pontos da resposta em frequência do processo. Variando a histerese ε do relé da Fig. 2.5(b), o ponto da resposta em frequência que possui parte imaginária dada por $\pi\varepsilon/4d$ é obtido, conforme ilustrado na Fig. 2.7(b). Este procedimento é empregado em Li *et al.* [33], para obter os modelos dados pelas Eq. (2.10), (2.11), (2.12), (2.13), (2.14) e (2.15).

Modificações no Método do Relé

A partir do experimento original, várias alternativas utilizando o relé na malha fechada foram apresentadas na literatura. Considere agora $\alpha(s) = 1/s$ na Fig. 2.6, e a a amplitude da oscilação na saída do processo. Então

$$N(a) \frac{G_p(j\omega)}{j\omega} = -1 \Rightarrow G_p(j\omega_{90}) = -\omega_{90} \frac{\pi a}{4d} j,$$

e, portanto, determina-se a amplitude da resposta em frequência do processo cuja fase é -90° .

O experimento do relé pode ser realizado na malha fechada. Uma grande vantagem está no fato do sistema permanecer em operação normal, durante o experimento. Considere que, na Fig. 2.8, $\alpha(s) = 1$. Então o sistema oscila na frequência em que

$$\angle M(j\omega_o) = -180^\circ \Rightarrow M(j\omega_o) = -A_m.$$

Como

$$\frac{L(j\omega_o)}{1 + L(j\omega_o)} = -A_m \Rightarrow L(j\omega_o) = -\frac{A_m}{1 + A_m},$$

então

$$\angle L(j\omega_o) = -180^\circ \Rightarrow \omega_o = \omega'_u,$$

de modo que a oscilação ocorre também na frequência em que a fase da Função de Malha é -180° , i.e., no ponto crítico da Função de Malha.

Considere agora $\alpha(s) = 1/s$. Neste caso, a partir de um mapa de Nichols, é possível mostrar que a frequência de oscilação, ω_o , se encontra entre a frequência crítica da Função de Malha e a frequência de cruzamento do ganho (ver [52, 53]), i.e.,

$$\omega_c < \omega_o < \omega'_u.$$

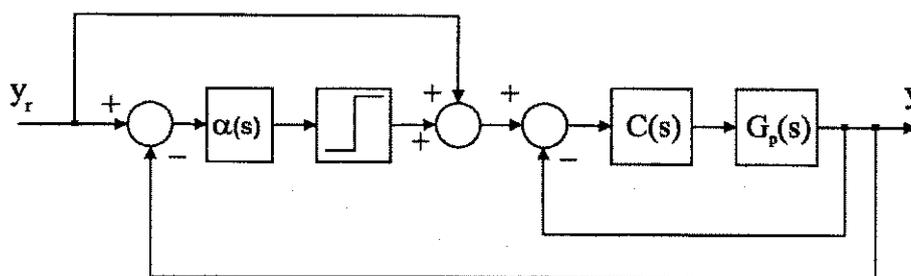


Figura 2.8: Sistema em malha fechada com realimentação por relé.

2.5 Sintonia de Parâmetros

Observação 1 Para manter a nomenclatura da bibliografia utilizada nas diversas expressões para os parâmetros do controlador, assume-se a **estrutura não-interativa** (ver Apêndice A). A conversão entre as demais estruturas pode ser feita a partir das fórmulas desenvolvidas no Apêndice A.

Há dois procedimentos distintos para sintonia dos parâmetros apresentados por Ziegler e Nichols [67]. No método conhecido por *método da curva de reação*, o processo é submetido, em malha aberta, a uma entrada em degrau. Consideram-se apenas processos com características não-oscilatórias, de modo que a resposta do sistema é da forma mostrada na Fig. 2.2. A partir da curva de reação, obtém-se os valores de θ e G'_o e o modelo dado pela Eq. (2.19). Os parâmetros do controlador são obtidos a partir da Tabela 2.1.

Parâmetros	PI	PID
K'_p	$0,9 / (\theta G'_o)$	$1,2 (\theta G'_o)$
T_i	3θ	2θ
T_d	—	$\theta/2$

Tabela 2.1: Parâmetros do controlador para o método da curva de reação de Ziegler e Nichols.

O critério de desempenho é baseado em 1/4 de decaimento do sobresinal ($\beta = 0,25$). A grande vantagem do método está na simplicidade do cálculo dos parâmetros. No entanto, o método é bastante sensível a perturbações de carga na fase de modelagem. Além disso, controladores obtidos pelo método da curva de reação tendem a ser “agressivos”, apresentando sobresinal elevado na resposta ao sinal de referência em malha fechada [2]. Este último comportamento pode ser atenuado usando ponderação no sinal de referência (ver Apêndice A).

Chien, Hrones e Reswick (ver [2]) sugerem modificações da Tabela 2.1, para o método da curva de reação. A sugestão é baseada na importante observação de que a sintonia para rejeição a perturbações de carga é diferente da sintonia voltada para o sinal de referência. Duas novas tabelas são então sugeridas para cada caso, cada uma com as regras *resposta mais rápida com 0% de sobressinal* e *resposta mais rápida com 20% de sobressinal*. As fórmulas para rejeição a perturbações e rastreamento do sinal de referência são mostradas nas Tabelas 2.2 e 2.3, respectivamente. Note que, para rastreamento do sinal de referência, é necessária a constante de tempo do sistema, T_1 , pois é utilizado o modelo da Eq. (2.10).

Parâmetros	PI	PID	PI	PID
	0% de sobressinal		20% de sobressinal	
K'_p	$0,6/(\theta G'_o)$	$0,95/(\theta G'_o)$	$0,7/(\theta G'_o)$	$1,2/(\theta G'_o)$
T_i	4θ	$2,4\theta$	$2,3\theta$	2θ
T_d	—	$0,42\theta$	—	$0,42\theta$

Tabela 2.2: Parâmetros do controlador para o método de Chien, Hrones e Reswick para rejeição perturbação de carga.

Parâmetros	PI	PID	PI	PID
	0% de sobressinal		20% de sobressinal	
K'_p	$0,35/(\theta G'_o)$	$0,6/(\theta G'_o)$	$0,6/(\theta G'_o)$	$0,95/(\theta G'_o)$
T_i	$1,2T_1$	T_1	T_1	$1,4T_1$
T_d	—	$0,5\theta$	—	$0,47\theta$

Tabela 2.3: Parâmetros do controlador para o método de Chien, Hrones e Reswick para rastreamento do sinal de referência.

Outro procedimento baseado no método da curva de reação é sugerido por Cohen e Coon (ver em [2, 29]). O critério de desempenho também se baseia em 1/4 de taxa de amortecimento ($\beta = 0,25$). As fórmulas são apresentadas na Tabela 2.4, e também é necessária a constante de tempo T_1 , para o modelo da Eq. (2.10).

Note que a Tabela 2.4 se aproxima do método de Ziegler e Nichols (Tabela 2.1) quando a relação θ/T_1 é pequena. A diferença surge para processos com atraso de transporte longo, em relação à constante de tempo do processo, para os quais o método de Cohen e Coon tende a ajustar os parâmetros para esta relação [29].

O outro método sugerido por Ziegler e Nichols, o *método da resposta em frequência*, a determinação dos parâmetros do controlador é baseada no ponto crítico do processo. No

Parâmetros	PI	PID
K'_p	$\frac{0,9}{G'_o\theta} \left(T_1 + \frac{0,92\theta}{\theta+T_1} \right)$	$\frac{1,35}{G'_o\theta} \left(1 + \frac{0,18\theta}{\theta-T_1} \right)$
T_i	$\frac{0,3\theta+3,3T_1}{2,2\theta+T_1} \theta$	$\frac{0,5\theta+2,5T_1}{0,61\theta+T_1}$
T_d	—	$\frac{0,37T_1}{0,19\theta+T_1}$

Tabela 2.4: Parâmetros do controlador para o método de Cohen e Coon.

experimento original, o ganho e frequência críticos são determinados pelo experimento da Fig. 2.4. A partir dos valores de K_u e $T_u = 2\pi/\omega_u$, os parâmetros são calculados segundo a Tabela 2.5.

Parâmetros	PI	PID
K'_p	$0,4K_u$	$0,6K_u$
T_i	$0,8T_u$	$0,5T_u$
T_d	—	$0,125T_u$

Tabela 2.5: Parâmetros do controlador para o método da resposta em frequência de Ziegler e Nichols.

Novamente, o critério de desempenho é obter um sistema em malha fechada com taxa de decaimento de 1/4 ($\beta = 0,25$). O método da resposta em frequência leva a sistemas mais estáveis do que aqueles obtidos com o método da curva de reação.

Um outro procedimento, também baseado no ponto crítico do processo, é apresentado em Tyreus e Luyben (ver em [29]). Os valores dos parâmetros obtidos a partir do ganho e frequência críticos são mostrados na Tabela 2.6. Em comparação com o método da resposta em frequência de Ziegler e Nichols, os valores sugeridos por Tyreus e Luyben levam a sistemas em malha fechada com maiores margens de estabilidade, em detrimento do desempenho.

Parâmetros	PI	PID
K'_p	$K_u/3,2$	$K_u/2,2$
T_i	$2,2T_u$	$2,2T_u$
T_d	—	$T_u/6,3$

Tabela 2.6: Parâmetros do controlador para o método de Tyreus e Luyben.

Com a sugestão de utilizar uma realimentação com relé, para determinação do ponto crítico do processo, métodos baseados em K_u e ω_u ganharam novo impulso na sintonia de

Parâmetros	PI	PID
K_p'	$K_u r_b \cos \phi_b$	$K_u r_b \cos \phi_b$
T_i	$-\frac{T_u}{2\pi \tan \phi_b}$	$\frac{T_u}{\pi} \left(\frac{1 + \sin \phi_b}{\cos \phi_b} \right)$
T_d	—	$\frac{T_u}{4\pi} \left(\frac{1 + \sin \phi_b}{\cos \phi_b} \right)$

Tabela 2.7: Parâmetros do controlador para o método de Åström e Hägglund.

controladores PID. O método do relé é utilizado na sintonia automática de controladores PID em Åström e Hägglund [1]. Mostra-se que, no método da resposta em frequência de Ziegler e Nichols [67], o ponto crítico do processo é movido para uma posição específica no plano complexo. A partir desta observação, o procedimento é generalizado, no sentido de mover um ponto qualquer do processo, $s_a = r_a e^{j\phi_a}$, para uma nova posição, dada por $s_b = r_b e^{j\phi_b}$. As fórmulas obtidas são mostradas na Tabela 2.7, para o caso em que s_a corresponde ao ponto crítico do processo. Para o caso PID, tem-se uma equação a menos do que o número de parâmetros. Neste caso, a relação

$$T_d = kT_i,$$

é introduzida para obter uma solução única. O valor sugerido para k é 0,25, baseado no fato que esta relação está presente nas Tabelas 2.1 e 2.5.

Os valores sugeridos em Åström e Hägglund [2] para r_b e ϕ_b são 0,5 e 20° , respectivamente. Apesar da flexibilidade, o método ainda é bastante limitado, pois apenas um ponto da curva de Nyquist do processo é posicionado. Funções de Malha com apenas um ponto em comum podem originar malhas fechadas bastante diferentes entre si.

Os parâmetros do controlador PID também podem ser escolhidos de modo a minimizar algum critério de desempenho. Para rejeição a perturbações de carga, são utilizados critérios como IE (*Integrated error*), ISE (*Integrated square error*) e IAE (*Integrated absolute error*). O critério IE é calculado de

$$IE = \int_0^\infty e(t) dt. \tag{2.26}$$

Este critério é adequado para processos com características não-oscilatórias, e possui relação direta com o ganho integral, K_i [2]. O critério ISE é dado por

$$ISE = \int_0^\infty e^2(t) dt. \tag{2.27}$$

Da forma como é calculado, erros largos sofrem ponderação elevada pelo critério ISE. Alternativamente, o critério IAE é dado por

$$IAE = \int_0^\infty |e(t)| dt,$$

Critério	K'_p	T_i
Sinal de Referência		
IAE	$\frac{0,758}{G_o} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{-0,861}$	$\frac{T_1}{1,02-0,323(\theta/T_1)}$
ITAE	$\frac{0,586}{G_o} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{-0,916}$	$\frac{T_1}{1,03-0,165(\theta/T_1)}$
Perturbação		
IAE	$\frac{0,984}{G_o} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{-0,986}$	$\frac{T_1}{0,608} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{0,707}$
ITAE	$\frac{0,859}{G_o} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{-0,977}$	$\frac{T_1}{0,674} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{0,68}$
ISE	$\frac{1,305}{G_o} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{-0,959}$	$\frac{T_1}{0,492} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{0,739}$

Tabela 2.8: Parâmetros do controlador PI para diferentes critérios de desempenho.

que reduz a ponderação elevada nos erros grandes.

Para avaliação de mudanças do sinal de referência, os critérios anteriores são inadequados, pois o erro inicial é geralmente grande. Neste caso, é recomendável ponderar as expressões anteriores pelo tempo, t , de modo que

$$\begin{aligned}
 ITE &= \int_0^{\infty} te(t) dt, \\
 ITSE &= \int_0^{\infty} te^2(t) dt, \\
 ITAE &= \int_0^{\infty} t|e(t)| dt.
 \end{aligned}$$

A despeito desta observação, encontram-se técnicas de projeto ótimas tanto para rejeição a perturbações de carga quanto rastreamento do sinal de referência, para um mesmo critério. Em Ho *et al.* [25], encontra-se uma tabela com fórmulas de otimização obtidas de outras referências, utilizadas em um estudo comparativo de controladores PI. As fórmulas são reproduzidas na Tabela 2.9.

Controladores PID são estudados em Ho *et al.* [21], e novamente, as fórmulas de otimização apresentadas são reproduzidas na Tabela 2.8. Em ambas as tabelas, o modelo utilizado é o da Eq. (2.10).

O princípio do modelo interno (IMC) é apresentado em Morari e Zafiriou [40]. A idéia geral do princípio do modelo interno é baseada na Fig. 2.9. O modelo do processo é considerado explicitamente no controlador, daí a origem do nome *modelo interno*.

O controlador IMC da Fig. 2.9 pode ser representado por um controlador série normal, com função de transferência dada por

$$C(s) = \frac{G_f(s) G^{\$}(s)}{1 - G_f(s) G^{\$}(s) G(s)},$$

Critério	K'_p	T_i	T_d
Sinal de Referência			
IAE	$\frac{0,65}{G_o} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{-1,04432}$	$\frac{T_1}{0,9895+0,09539(\theta/T_1)}$	$0,50814T_1 \left(\frac{\theta}{T_1}\right)$
ITAE	$\frac{1,12762}{G_o} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{-0,80368}$	$\frac{T_1}{0,99783+0,02860(\theta/T_1)}$	$0,42844T_1 \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{1,0081}$
ISE	$\frac{0,71959}{G_o} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{-1,03092}$	$\frac{T_1}{1,12666+0,18145(\theta/T_1)}$	$0,54568T_1 \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{0,86411}$
Perturbação			
IAE	$\frac{0,98089}{G_o} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{-0,76167}$	$\frac{T_1}{0,91032} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{1,05211}$	$0,59974T_1 \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{0,89819}$
ITAE	$\frac{0,77902}{G_o} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{-1,06401}$	$\frac{T_1}{1,14311} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{0,70944}$	$0,57137T_1 \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{1,03826}$
ISE	$\frac{1,11907}{G_o} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{-0,89711}$	$\frac{T_1}{0,7987} \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{0,9548}$	$0,54766T_1 \left(\frac{\theta}{T_1}\right)^{0,87798}$

Tabela 2.9: Parâmetros do controlador PID para diferentes critérios de desempenho.

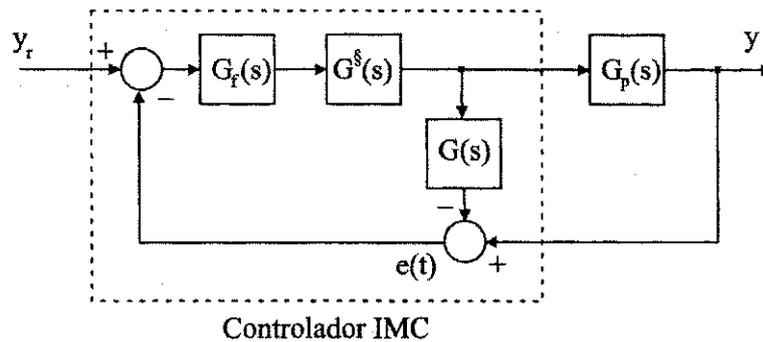


Figura 2.9: Estrutura IMC.

onde $G^s(s)$ é uma aproximação da inversa de $G(s)$, e $G_f(s)$ um filtro, tipicamente da forma

$$G_f(s) = \frac{1}{(T_f s + 1)^n}.$$

A principal característica da abordagem IMC pode ser verificada como segue. Considere o caso em que o modelo descreve perfeitamente o processo, i.e., $G(s) = G_p(s)$, e o filtro é dado por $G_f(s) = 1$. Além disso, assuma que $G(s)$ admite uma inversa realizável, e que nenhuma perturbação está presente no sistema. Neste caso, o erro entre a variável de saída e a estimada pelo modelo é nulo, de modo que o laço de realimentação da Fig. 2.9 desaparece, e a transferência do sinal de referência para saída do processo é total, pois $G^s G_p = 1$. Considere agora que existe um erro de modelagem, i.e., $\Delta G = G_p - G$. Então a realimentação da Fig. 2.9 atua no erro entre a variável do processo e a estimada, de modo a levar a saída para o valor desejado.

O projeto de um controlador pelo princípio IMC está relacionado à escolha do filtro

Modelo	Filtro	K'_p	T_i	T_d
$\frac{G_o}{T_1 s + 1}$	$\frac{1}{T_f s + 1}$	$\frac{T_1}{G_o T_f}$	T_1	—
$\frac{G_o}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$	$\frac{1}{T_f s + 1}$	$\frac{T_1 + T_2}{G_o T_f}$	$T_1 + T_2$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$
$\frac{G_o \omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2}$	$\frac{1}{T_f s + 1}$	$\frac{2\xi}{G_o T_f \omega_n}$	$\frac{2\xi}{\omega_n}$	$\frac{1}{2\xi \omega_n}$

Tabela 2.10: Parâmetros do controlador PID pelo método IMC para diferentes modelos.

$G_f(s)$. A escolha da constante de tempo do filtro representa um compromisso entre robustez e desempenho. Sob algumas hipóteses, é possível obter controladores PI e PID seguindo o princípio IMC. Na Tabela 2.10 são apresentadas fórmulas para os parâmetros do controlador PID-IMC para alguns dos modelos apresentados. Fórmulas utilizando o modelo da Eq. (2.10) são encontradas em Åström e Hägglund [2].

2.6 Conclusão

Uma revisão sobre modelos, identificação e técnicas de sintonia relacionadas ao controlador PID e de interesse nesta dissertação foi apresentada neste capítulo. A estrutura de controle escolhida é simples, e o controlador apresenta apenas um grau de liberdade.

Alguns dos modelos típicos que podem ser associados à maioria dos processos industriais foram apresentados. Foram considerados modelos para sistemas simples, sistemas com atraso de transporte, sistemas com integradores e sistemas de fase não-mínima. São citados os modelos para sistemas de ordem elevada, embora não seja freqüente sua utilização no projeto de controladores PID. Os sistemas não-lineares são aproximados por um sistema linear em torno de um ponto de operação. As referências bibliográficas nas quais os modelos são utilizados em projetos de controladores PID e identificação de processos são citadas.

Os métodos de identificação foram subdivididos em métodos de resposta ao degrau e métodos de resposta em freqüência. O método do relé é um método de identificação da resposta em freqüência de um processo, e o experimento original é apresentado. Atenção é dada às modificações do experimento encontradas na literatura, principalmente no que diz respeito à operação em malha fechada.

Finalmente, algumas técnicas de sintonia e projeto de controladores PID são descritas. O cálculo dos parâmetros do controlador pode ser baseado na resposta ao degrau, na informação do ponto crítico ou na minimização de algum critério de desempenho. O paradigma de controle por modelo interno é citado. As técnicas descritas são comumente encontradas em estudos comparativos e métodos de sintonia automática.

Capítulo 3

Identificação com Relé em Malha Fechada: Função de Malha

3.1 Introdução

O método do relé introduzido por Åström e Hägglund [1] tem sido amplamente utilizado como ferramenta de estimação para sintonia *on-line* de controladores. Na sua forma original, o método do relé é utilizado para estimar o ganho e frequência críticos de um processo, sob condições de operação bem definidas. A informação obtida a partir do experimento pode então ser utilizada para sintonizar controladores PID, utilizando alguns dos métodos discutidos no capítulo anterior, como Ziegler e Nichols ou Tyreus e Luyben. Algumas técnicas de moldagem da Função de Malha (*loop shaping*) também fazem uso da informação de um único ponto da curva de Nyquist de um processo, para obter uma Função de Malha desejada [2].

A estimação da magnitude da Função de Malha $L(s)$ é de grande importância prática para o projeto de controladores. Pela resposta em frequência da Função de Malha, é possível avaliar o desempenho do controlador [65]. Técnicas de projeto por *loop shaping* fazem uso de uma Função de Malha desejada para obter rejeição a perturbações e estabilidade robusta [14].

Neste capítulo é apresentada uma nova técnica de identificação no domínio da frequência utilizando o relé em malha fechada. Inicialmente, é apresentado um procedimento generalizado de estimação usando o relé na malha fechada. Este procedimento pode ser utilizado para estimar pontos de frequência de funções de transferência, como a Função de Malha ou a Função de Sensibilidade. Neste capítulo é considerada a Função de Malha, e a Função de Sensibilidade é apresentada no Capítulo 5. Na Seção 3.2, o método apresentado

em Schei [53] é analisado. O procedimento generalizado é apresentado na Seção 3.3, e o experimento com relé na malha fechada é apresentado na Seção 3.4, para o caso da Função de Malha. Aspectos práticos, como amplitude do relé, estabilidade da malha fechada e ruído são analisados na Seção 3.5, e um exemplo de simulação é mostrado na Seção 3.6. A conclusão do capítulo é feita na Seção 3.7.

3.2 Identificação em Malha Fechada

Em Schei [52] o relé é utilizado na malha fechada de modo que um ciclo limite se desenvolve na frequência em que a fase da Função de Sensibilidade Complementar é igual a -90° . Esta frequência se encontra entre a frequência de cruzamento do ganho e a frequência crítica da Função de Malha do sistema. Em Schei [53], um novo experimento com relé é proposto, tal que o sistema em malha fechada oscila aproximadamente na frequência de cruzamento do ganho. Nesse último, o objetivo é gerar automaticamente oscilações em duas frequências importantes, alternando entre si o novo experimento com aquele discutido em Schei [52]. Um modelo discreto para o processo é então obtido a partir de técnicas de identificação de parâmetros.

O experimento com relé proposto em Schei [53] para obter um ciclo limite na frequência de cruzamento do ganho é apresentado na Fig. 3.1. O experimento é definido em termos da proposição seguinte.

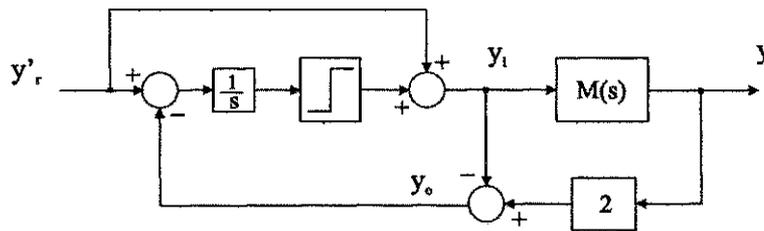


Figura 3.1: Experimento com relé em malha fechada apresentado em Schei [53].

Proposição 2 Considere o sistema em malha fechada com relé mostrado na Fig. 3.1, e assumo que existe um ciclo limite estável. Então o sistema em malha fechada oscila na frequência ω_c para a qual

$$|G_p(j\omega_c) C(j\omega_c)| \cong 1 .$$

Prova. A prova segue de Schei [53]. A análise por função descritiva mostra que a frequência de oscilação ω_c é tal que $\angle(2M(\omega_c) - 1) \cong -90^\circ$. Rearranjando o primeiro

termo desta expressão, tem-se

$$2M(s) - 1 = \frac{2G_p(s)C(s)}{1 + G_p(s)C(s)} - 1 = \frac{G_p(s)C(s) - 1}{1 + G_p(s)C(s)}.$$

Então

$$\frac{G_p(\omega_c)C(\omega_c) - 1}{1 + G_p(\omega_c)C(\omega_c)} \cong -kj,$$

para algum número real k . Isto é equivalente a

$$G_p(\omega_c)C(\omega_c) \cong \frac{1 - kj}{1 + kj}.$$

Aplicando então o módulo em ambos os lados, obtém-se

$$|G_p(j\omega_c)C(j\omega_c)| \cong 1.$$

■

Conforme observado anteriormente, o objetivo deste experimento é gerar automaticamente um sinal de conteúdo harmônico em uma região de frequência interessante, a fim de que o modelo seja apropriado para o projeto do controlador. O método de sintonia é baseado no modelo obtido dos dados de entrada e saída utilizando uma estrutura ARX (*Autoregressive with exogeneous input*).

A escolha do método de identificação motivou algumas discussões práticas, como o período de amostragem, a ordem do modelo e o projeto do filtro dos sinais de entrada e saída. Para a frequência de amostragem, a regra sugerida é utilizar uma frequência cerca de 15 vezes a frequência crítica estimada. A ordem do modelo é um compromisso entre variância e tendência (*biasing*) do modelo estimado. Um modelo de segunda ordem é sugerido como uma escolha apropriada. Finalmente, o filtro escolhido é um passa-baixas Butterworth de quarta ordem, com frequência de corte duas vezes a frequência crítica estimada.

3.3 Um Procedimento Generalizado

Dada uma função de transferência $H(s)$, o procedimento anterior pode ser generalizado para obter ciclos limite controlados pela magnitude de $H(s)$. A frequência do ciclo limite obtido ocorre na frequência em que $H(s)$ possui um determinado ganho. Com isto, define-se o procedimento generalizado, apresentado em seguida.

Considere o sistema em malha fechada com relé, apresentado na Fig. 3.2, onde a função de transferência $F(s)$ é estável. Da análise por função descritiva, mostra-se que o sistema

em malha fechada está em ciclo limite com frequência de oscilação tal que $\angle F(j\omega_o) \cong -90^\circ$. Se $F(s) = M(s)$, então obtém-se a estrutura apresentada em Schei [52], e quando $F(s) = 2M(s) - 1$, a estrutura apresentada em Schei [53] é obtida. Quando $F(s)$ possui uma forma particular, é possível obter resultados gerais sobre o sistema da Fig. 3.2. Este resultado é formalizado na proposição seguinte.

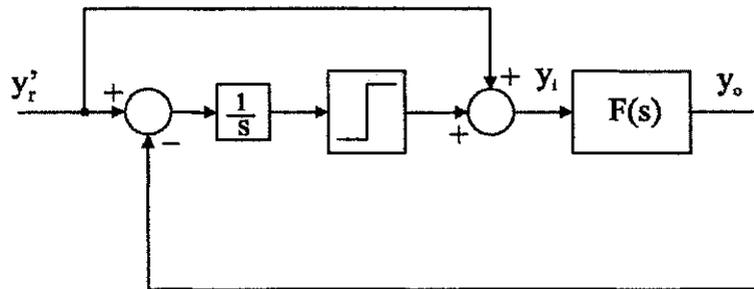


Figura 3.2: Estrutura generalizada com relé em malha fechada.

Proposição 3 Considere o sistema em malha fechada com relé mostrado na Fig. 3.2. Assuma que, para uma função de transferência estável $H(s)$ e um número real positivo r , a função de transferência

$$F(s, r) = \frac{H(s) - r}{H(s) + r} \quad (3.1)$$

também é estável. Então, se existe um ciclo limite, ele ocorre em uma frequência ω_o tal que

$$|H(j\omega_o)| \cong r.$$

Prova. Se o sistema em malha fechada com relé apresenta um ciclo limite, então da análise por função descritiva tem-se que, na frequência ω_o , $\angle F(j\omega_o, r) \cong -90^\circ$. Então

$$F(j\omega_o, r) = \frac{H(j\omega_o) - r}{H(j\omega_o) + r} \cong -kj,$$

para algum $k > 0$. Novamente,

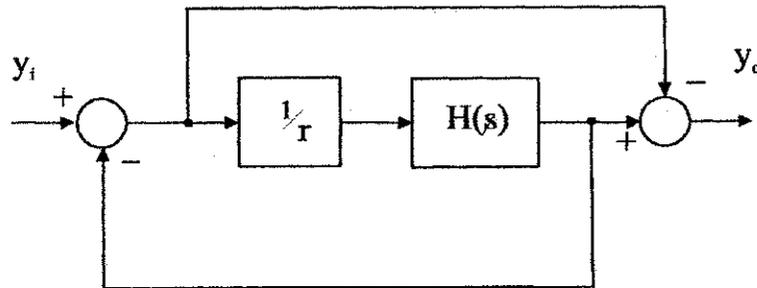
$$H(j\omega_o) \cong r \frac{1 - kj}{1 + kj},$$

de modo que

$$|H(j\omega_o)| \cong r.$$

■

A forma de $F(s, r)$ a partir de $H(s)$ é mostrada no diagrama em blocos da Fig. 3.3. Este é um resultado geral, uma vez que a função $H(s)$ pode ser assumir várias formas diferentes, inclusive a utilizada em Schei [53], onde $H(s) = L(s)$ e $r = 1$.


 Figura 3.3: Diagrama em blocos da estrutura de $F(s, r)$.

3.4 Estimação da Função de Malha

3.4.1 Experimento com Relé em Malha Fechada

O procedimento geral apresentado na seção anterior pode ser utilizado para estimar a Função de Malha a partir de uma estrutura com relé usando a malha fechada. A estimação é feita determinando a frequência em que a Função de Malha atinge uma determinada magnitude. Uma importante característica do experimento está no fato de o sistema operar normalmente em malha fechada, sem interromper o processo. A proposição seguinte formaliza este resultado.

Proposição 4 Considere o sistema em malha fechada com relé mostrado na Fig. 3.2. Assuma que, para uma Função de Sensibilidade Complementar estável $M(s)$ e um número real positivo r , a função de transferência

$$F(s, r) = \frac{2}{r} \frac{M(s)}{M(s) \left(\frac{1-r}{r}\right) + 1} - 1 \quad (3.2)$$

também é estável. Então, se há um ciclo limite, a frequência de oscilação ω_o é tal que

$$|L(j\omega_o)| \cong r.$$

Prova. Como

$$M(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)},$$

então

$$\begin{aligned} F(s, r) &= \frac{2}{r} \frac{M(s)}{M(s) \left(\frac{1-r}{r}\right) + 1} - 1 = \frac{2}{r} \frac{\frac{L(s)}{1+L(s)}}{\frac{L(s)}{1+L(s)} \left(\frac{1-r}{r}\right) + 1} - 1 \\ &= \frac{2}{r} \frac{L(s)}{L(s) \left(\frac{1-r}{r}\right) + 1 + L(s)} - 1 = \frac{2L(s)}{L(s) - rL(s) + r + rL(s)} - 1 \\ &= \frac{2L(s)}{L(s) + r} - 1 = \frac{L(s) - r}{L(s) + r}. \end{aligned}$$

Então, fazendo $H(s) = L(s)$ na Proposição (3), tem-se que $|L(j\omega_o)| \cong r$. ■

O sistema em malha fechada para identificação da Função de Malha é apresentado na Fig. 3.4. A ponderação de $y'_r(t)$ por $1/r$ na Fig. 3.4 é feita para que o ganho estático de y'_r para y seja unitário, e será esclarecida na seção 3.5.

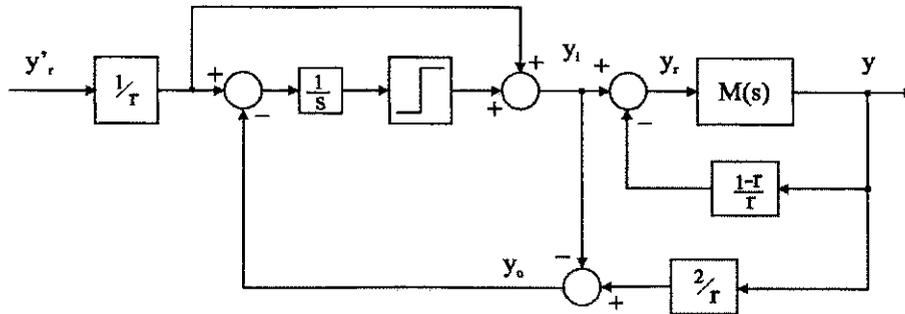


Figura 3.4: Experimento com relé para identificação da Função de Malha.

3.4.2 Correção da Estimativa

A análise por função descritiva aplicada a um sistema em malha fechada se baseia na hipótese de que apenas o primeiro harmônico está presente na saída do processo, conforme descrito no Apêndice B. Se o relé é utilizado na estimação do ganho e frequência críticos de um processo, o erro devido à análise por função descritiva é relativamente pequeno. Isto ocorre porque a frequência do ciclo limite é, em geral, mais alta do que a frequência de corte do processo, o que reduz a influência dos harmônicos superiores.

O problema em utilizar o experimento para estimar pontos de magnitude da Função de Malha está no fato de que o ciclo limite pode ocorrer em baixas frequências. Nestes casos, a influência dos harmônicos superiores pode ser significativa, de modo que as frequências obtidas não correspondem com precisão às frequências nas quais a magnitude da Função de Malha é r .

A abordagem da Estimação da Função de Transferência Empírica (*Empirical Transfer Function Estimation - ETFE*, [34,36,37]) é uma alternativa para melhorar a estimativa do experimento de identificação da Função de Malha.

Se os sinais $y(t)$ e $y_r(t)$ são periódicos, e N_a períodos são armazenados, então uma estimativa para a Função $M(s)$ é dada por

$$\hat{M}(e^{j\omega}) = \frac{Y(\omega)}{Y_r(\omega)}, \quad (3.3)$$

com $Y(\omega)$ e $Y_r(\omega)$ dados por

$$\begin{aligned} Y(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{N_s}} \sum_{n=1}^{N_s} y(n) e^{-j\omega n}, \\ Y_r(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{N_s}} \sum_{n=1}^{N_s} y_r(n) e^{-j\omega n}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

correspondendo às transformadas discretas de Fourier (DFT) dos sinais $y(n)$ e $y_r(n)$, respectivamente (o índice n refere-se aqui ao instante $t = nT_a$, sendo T_a o período de amostragem).

Note que os coeficientes da DFT dos sinais periódicos $y(n)$ e $y_r(n)$ correspondem aos coeficientes da série de Fourier dos sinais contínuos $y(t)$ e $y_r(t)$, respectivamente. A estimativa dada pela Eq. (3.3) possui as seguintes propriedades [34]:

1. \hat{M} é definida apenas para um certo número de frequências,
2. Nestas frequências, a estimativa é não tendenciosa, e a variância decai com $1/\sqrt{N_a}$.

A estimativa $\hat{M}(e^{j\omega})$ pode ser utilizada diretamente para obter o valor correspondente da Função de Malha para o sistema da Fig. 2.1, a partir da Eq. (2.1) e da Eq. (3.3), ou seja,

$$\hat{L}(e^{j\omega}) = \frac{\hat{M}(e^{j\omega})}{1 - \hat{M}(e^{j\omega})}. \quad (3.5)$$

A Eq. (3.5) pode ser utilizada para se obter estimativas mais precisas para a Função de Malha. Em particular, quando os experimentos com relé são realizados utilizando valores de r que levam a oscilações de baixa frequência, é possível obter estimativas razoáveis para outros harmônicos, além da fundamental. Note que a estimação é feita com dados de entrada e saída do sistema em malha fechada.

Uma outra vantagem em utilizar a estimativa da Eq. (3.5) é recuperar a informação de fase na frequência de oscilação. No experimento da Fig. 3.4, apenas a informação da magnitude da Função de Malha é obtida, por meio do ganho r . Da Eq. (3.5), obtém-se portanto a magnitude e a fase de $L(e^{j\omega})$ em uma frequência próxima à frequência em que $|L(e^{j\omega_0})| = r$.

3.5 Aspectos Práticos

O experimento original do método do relé é realizado sob condições de operação bem definidas. A amplitude da oscilação na saída do processo pode ser controlada diretamente

pela amplitude do relé. Além disso, se o processo é estável, então a malha fechada com relé leva, na maioria das vezes, a oscilações estáveis.

É necessário, portanto, que o experimento para identificação da Função de Malha também seja realizado sob condições de operação bem definidas. Nesta seção, são considerados detalhes das condições de operação, como amplitude do relé, estabilidade do experimento e ruído.

3.5.1 Amplitude do Relé

Considere o sistema em malha fechada mostrado na Fig. 3.4. O sinal $y_i(t)$ pode ser calculado como a contribuição de dois termos: o sinal de referência $y_r'(t)$ ponderado por $1/r$ e a saída do relé, $\pm d$, i.e.,

$$y_i(t) = \frac{y_r'(t)}{r} \pm d.$$

Assuma um sinal de referência y_r' constante, $M(s)$ estável e $M(0) = 1$. Se a amplitude do relé é nula, i.e, $d = 0$, então a função de transferência de $y_i(t)$ para $y(t)$ na Fig. 3.4 é dada por

$$\frac{Y(s)}{Y_i(s)} = \frac{rM(s)}{r + M(s) - rM(s)}. \quad (3.6)$$

Em regime estacionário, tem-se que

$$y = \frac{r}{r + 1 - r} y_i = r y_i = y_r'. \quad (3.7)$$

Considere agora que $y_r'(t) = 0$ e suponha que o sistema em malha fechada oscila na frequência ω_o . A amplitude Y_1 do primeiro harmônico do sinal de saída do processo é dada por

$$Y_1 = \frac{|rM(j\omega_o)|}{|r + M(j\omega_o) - rM(j\omega_o)|} Y_{i1}, \quad (3.8)$$

onde Y_{i1} é a amplitude do primeiro harmônico do sinal periódico de entrada $y_i(t)$. Como a saída do relé é simétrica e de amplitude d , o sinal periódico $y_i(t)$ é um sinal quadrado simétrico de amplitude d . Assim, a amplitude do primeiro harmônico de $y_i(t)$ é dada por [2]

$$Y_{i1} = \frac{4d}{\pi}. \quad (3.9)$$

Sob algumas hipóteses, é possível obter um limite para Y_1 , i.e., a amplitude da oscilação na saída do processo. Usando a desigualdade triangular na Eq. (3.8), tem-se

$$\begin{aligned} Y_1 &= \frac{|rM(j\omega_o)|}{|r - M(j\omega_o)(r - 1)|} \frac{4d}{\pi} \leq \frac{|rM(j\omega_o)|}{r - |M(j\omega_o)||r - 1|} \frac{4d}{\pi} \\ &= \frac{r|M(j\omega_o)|}{r - |M(j\omega_o)||r - 1|} \frac{4d}{\pi}. \end{aligned}$$

Se $|M(j\omega_o)| = 1$ e $r > 1$, então a seguinte desigualdade é válida,

$$Y_1 \leq \frac{4d}{\pi} r. \quad (3.10)$$

Esta informação pode ser utilizada para manter a saída $y(t)$ entre níveis de operação desejados. Por exemplo, supondo que Δy_{\max} é a variação máxima admitida na saída do processo, ou seja, $y'_r - \Delta y_{\max} \leq y(t) \leq y'_r + \Delta y_{\max}$, pode-se definir a amplitude do primeiro harmônico Y_1 como sendo,

$$Y_1 \leq \Delta y_{\max} = \frac{4d}{\pi} r,$$

de modo que a amplitude do relé deve ser ponderada por $1/r$, para que a amplitude de oscilação da saída do processo se mantenha no mesmo nível para diferentes valores de r . Então,

$$d = \frac{\pi \Delta y_{\max}}{4} \cdot \frac{1}{r}. \quad (3.11)$$

3.5.2 Estabilidade do Experimento

A estabilidade do experimento é uma necessidade prática e deve ser garantida, para viabilizar sua utilização em identificação de sistemas. Considere o sistema em malha fechada com relé apresentado na Fig. 3.2. Se o sinal $y'_r(t)$ é limitado e a amplitude do relé é d , então $y_i(t)$ é um sinal limitado por construção. Como $Y_o(s) = F(s, r) Y_i(s)$, então $y_o(t)$ é limitado se $F(s, r)$ é estável para algum r . Considere agora o procedimento básico com $F(s, r)$ implementado conforme a Eq. (3.1),

$$\frac{Y_o(s)}{Y_i(s)} = F(s, r) = \frac{H(s) - r}{H(s) + r}.$$

A estabilidade da estrutura em malha fechada pode ser avaliada da seguinte maneira.

Proposição 5 *O conjunto de números reais r para os quais $F(s, r)$ é estável pode ser obtido diretamente do lugar de raízes de $H(s)$.*

Prova. Considere

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)}.$$

Então

$$\begin{aligned} F(s, r) &= \frac{H(s) - r}{H(s) + r} = \frac{N(s) - rD(s)}{N(s) + rD(s)} \\ &= \frac{\frac{1}{r}N(s) - D(s)}{\frac{1}{r}N(s) + D(s)}, \end{aligned}$$

de modo que a equação característica da malha fechada é dada pelo lugar de raízes de $H(s)$, com ganho de realimentação dado por $k = 1/r$. ■

Observação 6 Em Schei [53] (Fig. 3.1), $H(s) = L(s)$ e $r = 1$ de modo que a função $F(s, r)$ resultante é estável por construção.

Do resultado anterior, a malha fechada da estrutura na Fig. 3.2 pode ser instável, dependendo de $H(s)$ e r . Em situações práticas, deve-se garantir que o sinal de saída do processo seja limitado, e, além disso, esteja entre limites bem definidos.

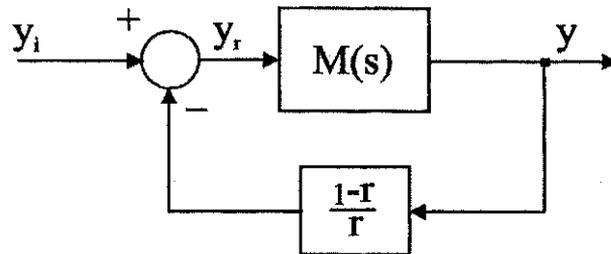


Figura 3.5: Estabilidade do experimento de identificação da Função de Malha.

Para o experimento de identificação da Função de Malha mostrado na Fig. 3.4, a estabilidade depende somente do laço de realimentação mostrado na Fig. 3.5. Assuma que $M(s)$ é estável e $M(0) = 1$, e use uma não linearidade do tipo saturação antes do sistema em malha fechada, conforme mostrado na Fig. 3.6. Como $y_r(t)$ agora é um sinal limitado e $M(s)$ é estável, a saída $y(t)$ também será limitada.

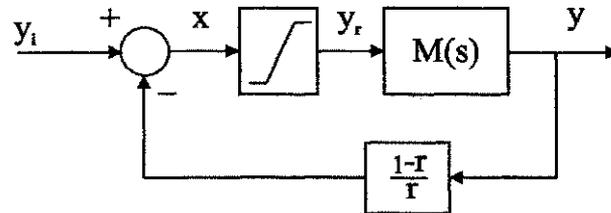


Figura 3.6: Saturação na entrada da malha fechada para garantir sinais limitados.

Assim, se a variação desejada na saída do processo é dada por

$$y'_r - \Delta y_{\max} \leq y(t) \leq y'_r + \Delta y_{\max} ,$$

então a saturação pode ser escolhida como

$$y_r(t) = \begin{cases} x(t) & \text{se } y'_r(t) - \Delta y_{\max} < x(t) < y'_r(t) + \Delta y_{\max}, \\ y'_r(t) - \Delta y_{\max} & \text{se } x(t) \leq y'_r(t) - \Delta y_{\max}, \\ y'_r(t) + \Delta y_{\max} & \text{se } x(t) \geq y'_r(t) + \Delta y_{\max}. \end{cases} \quad (3.12)$$

Se, para algum r , ocorre saturação, então o experimento deve ser interrompido, pois o resultado não tem validade. Esta situação pode ocorrer não só quando $F(s, r)$ é instável para o valor de r utilizado, como também em casos particulares nos quais a desigualdade da Eq. (3.10) não é satisfeita, se a hipótese $|M(j\omega_o)| = 1$ é violada.

3.5.3 Ruído

No experimento convencional para determinação do ganho e frequência críticos, o chaveamento intermitente da saída do relé é contornado com a utilização de um relé com histerese. Em Yu [65], sugere-se um valor adequado para a largura da histerese de três vezes o desvio padrão do ruído presente no sinal.

A inversa negativa da função descritiva de um relé com amplitude d e histerese ε como o da Fig. 2.5(b) é dada pela Eq. (2.25), e possui parte imaginária não nula. A utilização de um relé com histerese na Fig. 3.2 leva a resultados não válidos, pois é necessário que na frequência de oscilação ω_o ,

$$F(j\omega_o, r) \approx -kj.$$

na Proposição 3. Se um relé com histerese é utilizado, a oscilação ocorre em algum ponto onde a parte real de $F(j\omega_o, r)$ é não nula, i.e.,

$$F(j\omega_o, r) \approx \sigma - kj.$$

No experimento de identificação da Função de Malha, o chaveamento intermitente é provocado pelo ruído. A utilização do integrador na malha fechada do experimento reduz sensivelmente o nível de ruído na entrada do relé. Na maioria dos casos, isto é suficiente para reduzir o chaveamento indesejável, e garantir resultados de identificação razoáveis. Para os casos em que somente a atenuação obtida pelo integrador não é suficiente, é possível filtrar os sinais na malha de realimentação do experimento. A idéia é formalizada na proposição apresentada em seguida.

Proposição 7 *Considere o sistema em malha fechada com relé mostrado na Fig. 3.7. Assuma novamente que, para uma função de transferência estável $H'(s)$, um filtro estável $D(s)$ e um número real positivo r , a função de transferência*

$$F(s, r) = \frac{H'(s) - \frac{r'}{D(s)}}{H'(s) + \frac{r'}{D(s)}} \quad (3.13)$$

também é estável. Então, se existe um ciclo limite, a frequência de oscilação ω_o é tal que

$$|H'(j\omega_o)| \approx \frac{r'}{|D(j\omega_o)|}.$$

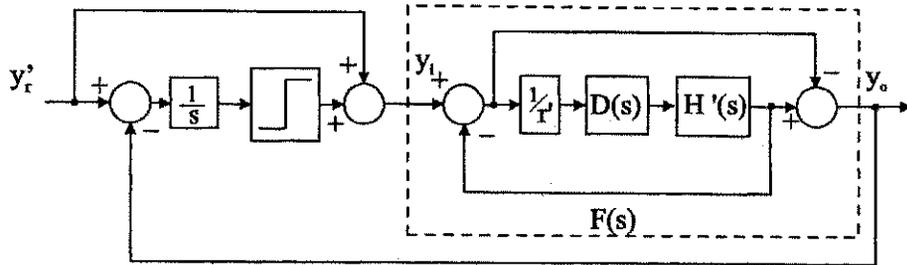


Figura 3.7: Diagrama em blocos do procedimento básico com filtro $D(s)$.

Prova. A estrutura mostrada na Fig. 3.7 é a mesma da Fig. 3.3, com

$$H(s) = H'(s) D(s) .$$

e $r = r'$. Da Proposição 3, tem-se que

$$|H(j\omega_o)| = |H'(j\omega_o) D(j\omega_o)| \approx r' ,$$

de modo que

$$|H'(j\omega_o)| \approx \frac{r'}{|D(j\omega_o)|} .$$

■

A utilização do filtro $D(s)$ na malha fechada do experimento pode ser feita diretamente, substituindo-se os termos em $1/r$ por $D(s)/r$. Note que não existem termos em r , de modo que não serão necessários termos com $D^{-1}(s)$, e, portanto, $D(s)$ pode ter o grau do numerador menor ou igual ao grau do denominador. O experimento de identificação da Função de Malha utilizando o filtro $D(s)$ e saturação na entrada da malha fechada é mostrado na Fig. 3.8. A parte delimitada pela linha tracejada representa a lógica necessária para implementação do procedimento de identificação. Note que é necessário apenas fazer a leitura do sinal de saída da malha fechada, $y(t)$, e informar o novo sinal de referência, $y_r(t)$. O sinal $y_r'(t)$ pode ser informado pelo operador ou obtido a partir do sinal $y_r(t)$ antes do início do experimento.

Para verificar o efeito da filtragem, considere o ruído $\eta(t)$ na malha fechada, conforme mostrado na Fig. 2.1. Para facilitar o desenvolvimento, considere apenas o efeito do ruído no experimento da Fig. 3.8, fazendo $y_r'(t) = 0$ e $d = 0$, e suponha que a saturação não é utilizada. O sinal na entrada do relé é dado por

$$y_{rel}(t) = -\frac{y_o(t)}{s} ,$$

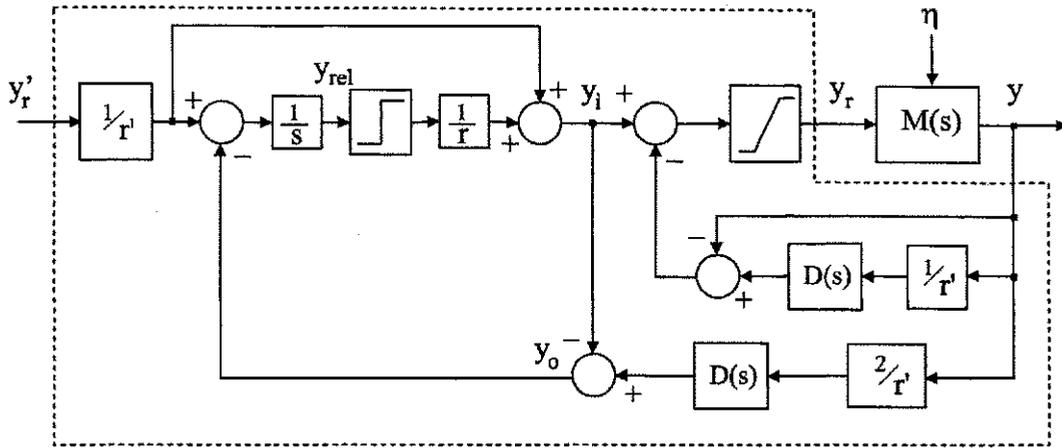


Figura 3.8: Experimento de identificação da Função de Malha com saturação na entrada da malha fechada e filtro $D(s)$.

e, da Fig. 3.8, tem-se que

$$y_o(t) = \frac{2D(s)}{r'} y(t) .$$

Se $z(t) = 0$ na Fig. 2.1, então

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{C(s)G_p(s)}{1 + C(s)G(s)} y_r(t) - \frac{C(s)G_p(s)}{1 + C(s)G_p(s)} \eta(t) \\ &= M(s) y_r(t) - M(s) \eta(t) . \end{aligned} \quad (3.14)$$

Como $y_i(t) = y_r'(t) \pm d = 0$, então

$$\begin{aligned} y_r(t) &= - \left[\frac{D(s)}{r'} y(t) - y(t) \right] \\ &= - \frac{D(s) - r'}{r'} y(t) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Combinando a Eq. (3.15) com a Eq. (3.14), tem-se

$$y(t) = -M(s) \frac{D(s) - r'}{r'} y(t) - M(s) \eta(t) ,$$

de modo que

$$y(t) = - \frac{r' M(s)}{r' + M(s)(D(s) - r')} \eta(t) ,$$

e finalmente,

$$y_{rel}(t) = \frac{1}{s} \left[\frac{2D(s)M(s)}{r' + M(s)(D(s) - r')} \right] \eta(t) . \quad (3.16)$$

A relação entre o sinal $y_{rel}(t)$ e o ruído dada pela Eq. (3.16) não é muito clara, e sua utilização deve ser evitada, sempre que possível. A redução do nível de ruído na entrada do relé devido ao filtro $D(s)$ pode ser verificada por um exemplo ilustrativo.

Considere a malha fechada

$$M(s) = \frac{s + 1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$$

e um filtro passa-baixas de segunda ordem, dado por

$$D(s) = \frac{1}{s^2 + 2 \cdot 0,7 \cdot s + 1}$$

Na Fig. 3.9, são mostradas as magnitudes da função de transferência do ruído para a entrada do integrador, para $r' = 1$ e $r' = 16$, com e sem filtro $D(s)$. Note que a presença do filtro aumenta a atenuação do ruído em frequências elevadas, para ambos $r' = 1$ e $r' = 16$.

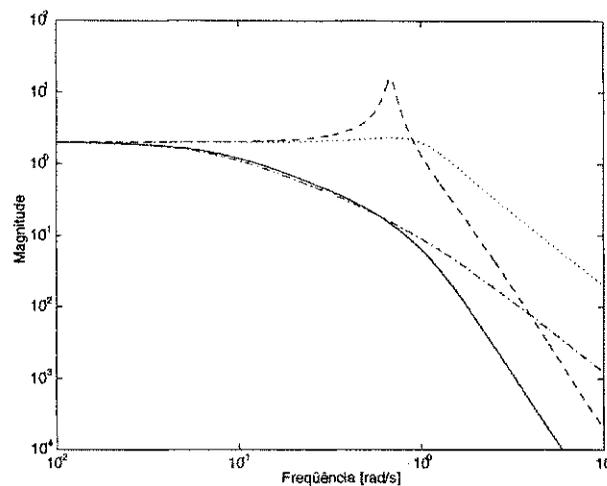


Figura 3.9: Magnitude da função de transferência do ruído para entrada do integrador. Sem filtro: (\cdots) $r' = 1$ e (\cdots) $r' = 16$. Com filtro: ($-\cdots$) $r' = 1$ e ($-$) $r' = 16$.

3.6 Exemplo

Um exemplo de simulação é apresentado nesta seção. O processo é descrito pela função de transferência

$$G_p(s) = \frac{1}{(s + 1)^3},$$

e um controlador PI obtido pelo método da resposta em frequência de Ziegler e Nichols [67] é utilizado. O controlador é dado por

$$C(s) = 3,2 + \frac{1,1027}{s} = 3,2 \frac{s + 0,3446}{s}.$$

O experimento em malha fechada é executado conforme mostrado na Fig. 3.8, com $D(s) = 1$. Para implementação e simulação, foi utilizado o SIMULINK®, que é parte do

pacote de programas que compõem o MATLAB®. Em todas as simulações, foi utilizado o método de Runge-Kutta de quarta ordem, com passo de integração fixo.

O ponto de operação do sistema em malha fechada é escolhido em $y'_r = 1$. Deseja-se 20% de variação na saída do processo, durante a execução do experimento, de modo que, pela Eq. (3.11), $d = 0, 2\pi/4$. O experimento é executado aplicando um degrau unitário em y'_r em $t = 0$, e observando a oscilação na saída do processo, até que a parte transitória não seja mais perceptível. A medição da frequência de oscilação é feita então sobre o último período armazenado do sinal de saída do processo.

Os valores de r escolhidos para estimação do processo são

$$r = [1 \quad 2 \quad 4 \quad 8 \quad 16] .$$

Note que, para este conjunto de valores, são estimadas as frequências nas quais o ganho da Função de Malha dobra de valor, a partir do ganho unitário.

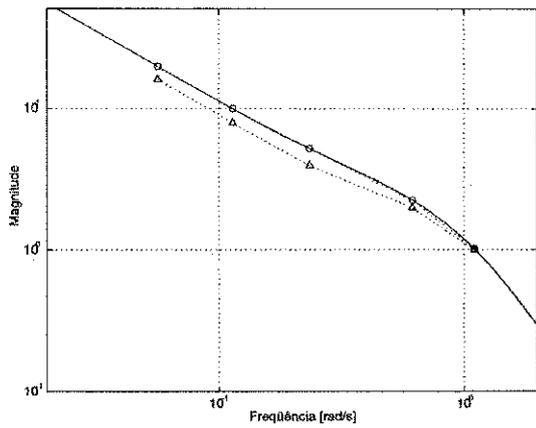
Considere inicialmente $\eta(t) = 0$. Usando as expressões em (3.4) e (3.5), são calculados os valores corrigidos das estimativas. Os resultados são mostrados na Tabela 3.1, e na Fig 3.10.

Frequência Obtida rad/s	Valor de r	Correção por DFT	
		$ L(j\omega_i) $	$\angle L(j\omega_i)$
1.1043	1	1.014	-160.68°
0.6142	2	2.268	-123.99°
0.2336	4	5.273	-95.26°
0.1138	8	10.012	-91.18°
0.0566	16	19.693	-90.37°

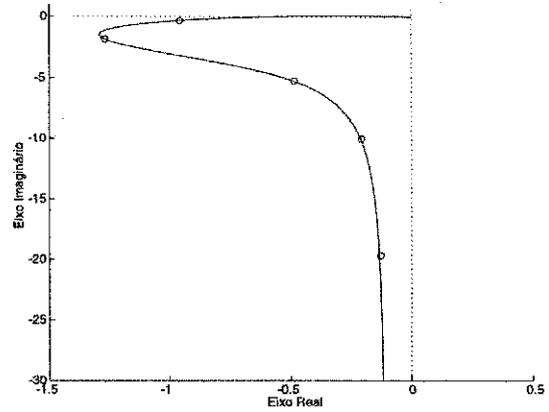
Tabela 3.1: Resultados para o exemplo de identificação da Função de Malha ($\eta(t) = 0$).

Na Fig. 3.10(a), nota-se a tendência do valor de r permanecer sempre abaixo do valor real. Isto ocorre devido à aproximação da análise por funções descritivas. Na Fig. 3.10(b), os resultados são mostrados no plano complexo. Note que apenas os resultados obtidos via correção por DFT são mostrados, pois a informação de fase é recuperada. A saída do processo durante o experimento para alguns valores de r é mostrada na Fig. 3.11.

Considere agora $\eta(t)$ um ruído branco com média nula e desvio padrão de 0,05. Usando o mesmo conjunto valores de r , a frequência de oscilação é determinada agora pela média dos três últimos períodos observados. A correção por DFT é também aplicada a estes três

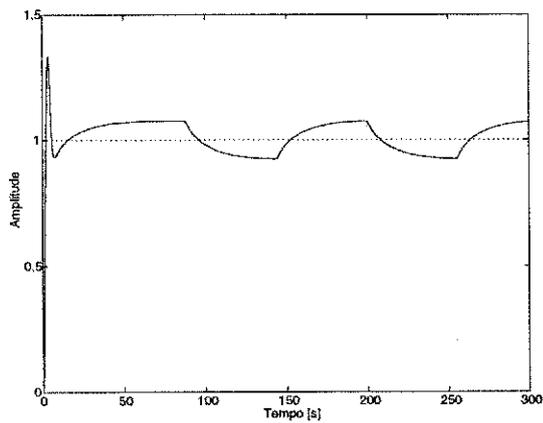


(a) Magnitude: (—) real, (Δ) valor de r e (o) correção por DFT.

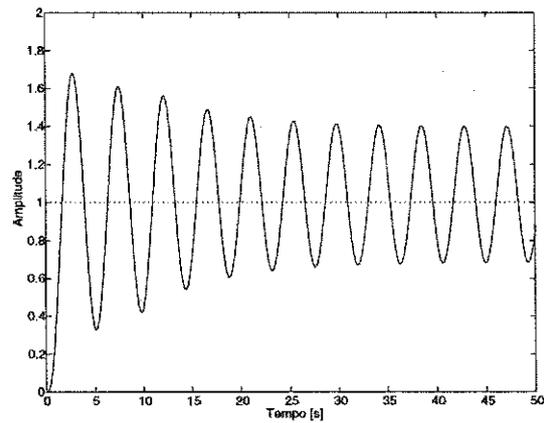


(b) Curva de Nyquist: (—) real e (o) correção por DFT.

Figura 3.10: Identificação da Função de Malha ($\eta(t) = 0$).

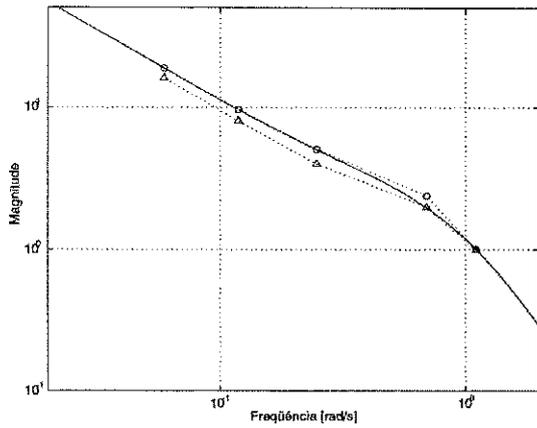


(a) $r = 16$

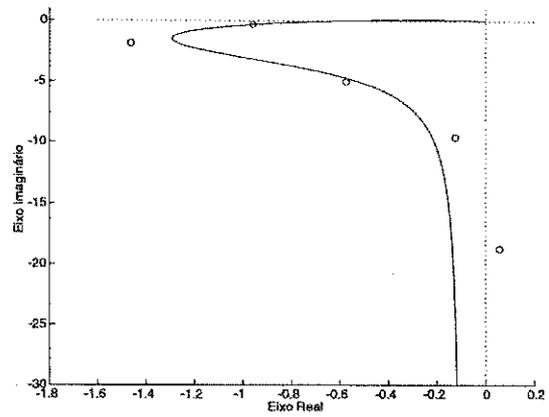


(b) $r = 0,4$

Figura 3.11: Saída do processo durante o experimento ($\eta(t) = 0$).

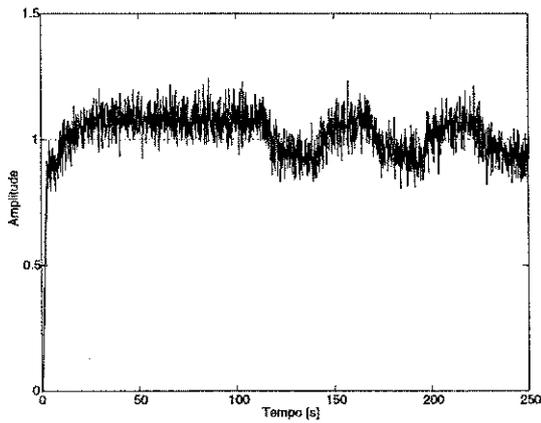


(a) Magnitude: (—) real, (Δ) valor de r e (o) correção por DFT.

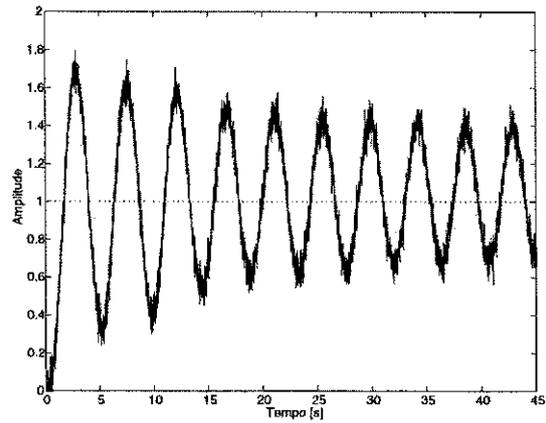


(b) Curva de Nyquist: (—) real e (o) correção por DFT.

Figura 3.12: Identificação da Função de Malha ($\eta(t) = \text{ruído branco}$).



(a) $r = 8$



(b) $r = 0,4$

Figura 3.13: Saída do processo durante o experimento ($\eta(t) = \text{ruído branco}$).

últimos períodos. Os resultados são mostrados na Tab. 3.1, e na Fig. 3.12. A saída do processo para alguns valores de r é mostrada na Fig. 3.13.

Da Fig. 3.12(b), observa-se que a estimativa de fase é ruim. Isto ocorre devido à forma como é obtida a estimativa. Em baixas frequências, a fase entre os sinais y e y_r é pequena, e a razão das DFTs destes sinais é bastante sensível ao ruído. Como a estimativa é obtida indiretamente pela Eq. (3.5), a informação de fase é portanto prejudicada.

O lugar de raízes de $L(s)$ é mostrado na Fig. 3.14. Os valores de r para os quais $F(s, r)$ é instável são tais que $r < 0,5944$. Nas Fig. 3.11(b) e Fig. 3.13(b) são mostradas as saídas do processo para o caso $r = 0,4$, que leva $F(s, r)$ à instabilidade. Note que, devido à saturação na entrada da malha fechada, sinais limitados na saída do processo são garantidos, e níveis aceitáveis de oscilação são obtidos em todos os casos mostrados nas Fig. 3.11 e 3.13.

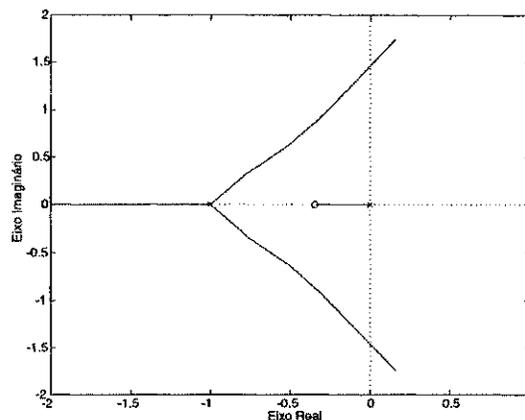


Figura 3.14: Lugar de raízes de $H(s) = L(s)$ com parâmetro $1/r$.

3.7 Conclusão

Um novo experimento com relé em malha fechada foi apresentado neste capítulo. O experimento permite obter oscilações controladas, na frequência em que uma função de transferência possui uma determinada magnitude. Neste capítulo, o experimento para identificação da Função de Malha é considerado.

Uma correção do erro cometido pela análise por funções descritivas é sugerida, utilizando as transformadas discretas de Fourier dos sinais de referência e saída da malha fechada. Aspectos práticos relativos ao experimento são discutidos. A escolha da amplitude do relé é baseada na amplitude do primeiro harmônico da saída do processo, de modo que é

Capítulo 4

Sintonia de Controladores PID usando o Relé

4.1 Introdução

A abordagem pelo método ótimo-simétrico [27] é uma técnica de projeto por moldagem da Função de Malha (*loop shaping*) baseada em um modelo aproximado do processo, bastante popular na área de máquinas elétricas. Tal técnica tem sido citada em artigos recentes, para sintonia de controladores PI e PID, como em Voda e Landau [59] (ver também [2, 35]), e apresenta vantagens em relação à robustez e às características da malha fechada desejada. Em Voda e Landau [59], é apresentado um método automático para sintonia de controladores PID pela abordagem do ótimo-simétrico, utilizando um experimento com relé.

Tipicamente, assume-se sempre que o processo é caracterizado por uma dinâmica lenta, aproximada, na frequência de cruzamento do ganho, por um ou dois integradores, para controladores PI ou PID, respectivamente. A dinâmica não-modelada é agrupada na forma de um pólo rápido, que limita a largura de faixa do sistema em malha fechada. A limitação do método se observa quando a constante de tempo que representa a dinâmica não-modelada se aproxima das demais constantes de tempo do modelo. Nestes casos, a aproximação destas constantes de tempo por integradores não é válida, e o projeto leva, em geral, a sistemas em malha fechada lentos.

Neste capítulo é apresentada uma metodologia para sintonia de controladores PID sob o ponto de vista ótimo-simétrico, a qual é válida também quando as constantes de tempo lentas do processo não podem ser aproximadas por integradores. O experimento com relé, apresentado no Capítulo 3 é utilizado para identificação do modelo do processo. Uma

revisão do método ótimo-simétrico é apresentada na Seção 4.2, onde são deduzidas as equações para os controladores PI e PID, e as limitações do método são discutidas. A nova abordagem para projeto de controladores PI e PID inspirada no ótimo-simétrico é apresentada na Seção 4.3, bem como a metodologia desenvolvida para obter os parâmetros. Na Seção 4.4, um exemplo de simulação é utilizado para ilustrar o procedimento sugerido, e uma conclusão do capítulo é apresentada na Seção 4.5.

4.2 Ótimo-Simétrico

O projeto de controladores pelo método ótimo-simétrico é baseado na resposta em frequência do processo. O objetivo é encontrar um controlador que faça a função de transferência de malha fechada ter ganho unitário para baixas frequências [2]. Na forma original [27], o controlador é projetado de maneira que $M(s)$ satisfaça $M(0) = 1$ e $d^n |M(j\omega)| / d\omega^n = 0$ para n tão grande quanto possível. Em Voda e Landau [59], o projeto de controladores PI e PID é baseado no ótimo-simétrico, e uma estimativa da dinâmica não-modelada de um processo é utilizada para limitar a largura de faixa do sistema em malha fechada. A vantagem desta metodologia é obter sistemas em malha fechada de alto desempenho, que sejam robustos contra atrasos de transporte e constantes de tempo não-modeladas.

O método ótimo-simétrico é ilustrado por meio de um exemplo apresentado em Åström e Hägglund [2], reproduzido aqui por conveniência. Considere o sistema em malha fechada descrito por

$$M(s) = \frac{a_3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}, \quad (4.1)$$

onde $M(0) = 1$. O módulo da função complexa $M(j\omega)$ é

$$|M(j\omega)| = \frac{a_3}{\sqrt{a_3^2 + (a_2^2 - 2a_1 a_3)\omega^2 + (a_1^2 - 2a_2)\omega^4 + \omega^6}}. \quad (4.2)$$

Note que as cinco primeiras derivadas de $|M(j\omega)|$ em relação a ω são nulas em $\omega = 0$, se os parâmetros são tais que $a_1^2 = 2a_2$ e $a_2^2 = 2a_1 a_3$. A função de transferência de malha fechada se torna então,

$$M'_{SO}(s) = \frac{\omega_\Sigma^3}{s^3 + 2\omega_\Sigma s^2 + 2\omega_\Sigma^2 s + \omega_\Sigma^3} = \frac{\omega_\Sigma^3}{(s + \omega_\Sigma)(s^2 + \omega_\Sigma s + \omega_\Sigma^2)}. \quad (4.3)$$

Um sistema em malha fechada com esta função de transferência tem 8,1% de sobressinal, e o tempo de ajuste para 2% do valor de regime permanente é $9,4/\omega_\Sigma$. A função de transferência da Eq. (4.3) é obtida a partir da Função de Malha

$$L'_{SO}(s) = \frac{\omega_\Sigma^3}{s(s^2 + 2\omega_\Sigma s + 2\omega_\Sigma^2)}. \quad (4.4)$$

Considere agora que o modelo do processo é dado por

$$G(s) = \frac{G'_o}{s(s + 2\omega_\Sigma)},$$

e é utilizado um controlador PI com parâmetros $K_p = 2\omega_\Sigma^2/G'_o$ e $K_i = \omega_\Sigma^3/G'_o$. A Função de Malha obtida é

$$L_{SOPI}(s) = \frac{\omega_\Sigma^2(2s + \omega_\Sigma)}{s^2(s + 2\omega_\Sigma)}. \quad (4.5)$$

Note que esta Função de Malha possui um zero em $\omega_\Sigma/2$ e um pólo em $2\omega_\Sigma$, de modo que a magnitude de L_{SOPI} é simétrica em torno de $0db$. A malha fechada resultante é então

$$M_{SO}(s) = \frac{\omega_\Sigma^2(2s + \omega_\Sigma)}{(s + \omega_\Sigma)(s^2 + \omega_\Sigma s + \omega_\Sigma^2)}. \quad (4.6)$$

Observa-se que M_{SO} difere de M'_{SO} nas Eq. (4.3) e (4.6) pela presença de um zero em $\omega_\Sigma/2$ no numerador de M_{SO} . O sobresinal apresentado pela malha fechada da Eq. (4.6) é agora cerca de 43%, devido à presença do zero. De fato, conforme observado em Voda e Landau [59] e Åström e Hägglund [2], o sobresinal pode ser reduzido utilizando um pré-filtro no sinal de referência $y_r(t)$ da Fig. 2.1, ou um controlador PI com dois graus de liberdade, com ganho proporcional atuando apenas na saída (ver Apêndice A).

4.2.1 Modelo do Processo

O modelo do processo é dado pela aproximação

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{G_o}{\prod_{i=1}^m (T_i s + 1) \prod_{j=m}^{n-1} (T_j s + 1) e^{sT_n}} \\ &\cong \frac{G_o}{\prod_{i=1}^m (T_i s + 1) (T_\Sigma s + 1)}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

onde as constantes de tempo T_i , $i = 1, m$, são grandes, comparadas à soma das constantes de tempo rápidas T_j , $j = m, n - 1$ e o atraso de transporte, i.e.,

$$T_i \gg T_\Sigma = \sum_{j=2}^n T_j.$$

A constante de tempo T_Σ representa portanto a dinâmica não-modelada no modelo da Eq. (4.7).

4.2.2 Sintonia do Controlador PI

Para sintonia de controladores PI, utiliza-se o modelo dado pela Eq. (4.7) com $m = 1$. Considere primeiramente o caso em que se tem um integrador puro, ou seja,

$$G(s) = \frac{G_o/T_1}{s(T_\Sigma s + 1)}. \quad (4.8)$$

A Função de Malha que deve ser obtida para um projeto ótimo-simétrico é dada pela Eq. (4.5), e, desde que a dinâmica não-modelada, T_Σ , não deve ser cancelada, a largura de faixa do sistema fica limitada em

$$2\omega_\Sigma = \frac{1}{T_\Sigma} \Rightarrow \omega_\Sigma = \frac{1}{2T_\Sigma}. \quad (4.9)$$

Este último passo garante robustez contra dinâmica não-modelada ao sistema em malha fechada. Escrevendo então,

$$\begin{aligned} \frac{\omega_\Sigma^2 (2s + \omega_\Sigma)}{s^2 (s + 2\omega_\Sigma)} &= \frac{G_o/T_1}{s(T_\Sigma s + 1)} \cdot \frac{K_p s + K_i}{s} \\ \frac{\omega_\Sigma^2 (2s + \omega_\Sigma)}{s^2 (s + 2\omega_\Sigma)} &= \frac{G_o/T_1}{s(T_\Sigma s + 1)} \cdot \frac{K_p}{2} \frac{(2s + 2K_i/K_p)}{s}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

obtêm-se as seguintes expressões para os parâmetros do controlador PI,

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{T_1}{2G_o T_\Sigma}, \\ K_i &= \frac{T_1}{8G_o T_\Sigma^2}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Agora, para o caso de processos com $m = 1$,

$$G(s) = \frac{G_o}{(T_1 s + 1)(T_\Sigma s + 1)}, \quad (4.12)$$

e se T_1 satisfaz a condição (Åström e Häggglund [2] e Voda e Landau [59])

$$T_1 \geq 4T_\Sigma, \quad (4.13)$$

então o modelo pode ser aproximado pela Eq. (4.8), e os parâmetros podem também ser calculados a partir das Eq. (4.11). Note que neste procedimento não há cancelamento de pólos do processo com o zero do controlador. Além disso, a condição na Eq. (4.13) deve ser satisfeita, para que a malha fechada resultante possua as características de desempenho desejadas.

4.2.3 Sintonia do Controlador PID

O cálculo dos parâmetros de controladores PID para um projeto ótimo-simétrico segue um procedimento similar. Utilizando novamente o modelo dado pela Eq. (4.7), agora com $m = 2$, considere o caso de um integrador puro, de modo que

$$G(s) = \frac{G_o/T_1}{s(T_2 s + 1)(T_\Sigma s + 1)}. \quad (4.14)$$

Para obter a Função de Malha da Eq. (4.5), uma alternativa é cancelar o termo devido a T_2 com um dos zeros do controlador, e retornar ao caso do controlador PI. Assim, se a largura de faixa da Função de Malha é limitada pela dinâmica não-modelada, tem-se a igualdade

$$\begin{aligned} \frac{\omega_\Sigma^2 (2s + \omega_\Sigma)}{s^2 (s + 2\omega_\Sigma)} &= \frac{G_o/T_1}{s (T_2s + 1) (T_\Sigma s + 1)} \cdot \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s} \\ &= \frac{G_o/T_1}{s (T_2s + 1) (T_\Sigma s + 1)} \cdot \frac{K_i \left(\frac{K_d}{K_i} s^2 + \frac{K_p}{K_i} s + 1 \right)}{s} \end{aligned}$$

O cancelamento de $T_2s + 1$ e a adição do termo $(2s + \omega_\Sigma)$ levam às relações

$$\begin{aligned} \frac{K_d}{K_i} &= \frac{2T_2}{\omega_\Sigma} = 4T_2T_\Sigma, \\ \frac{K_p}{K_i} &= T_2 + \frac{2}{\omega_\Sigma} = T_2 + 4T_\Sigma, \end{aligned}$$

e o ganho direto resulta em

$$\frac{K_i G_o}{T_1 T_\Sigma} = \omega_\Sigma^3 = \frac{1}{8T_\Sigma^3} \Rightarrow K_i = \frac{T_1}{8T_\Sigma^2 G_o}.$$

Os parâmetros do controlador PID são dados então por

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{T_1 (T_2 + 4T_\Sigma)}{8T_\Sigma^2 G_o}, \\ K_i &= \frac{T_1}{8T_\Sigma^2 G_o}, \\ K_d &= \frac{T_1 T_2}{2T_\Sigma G_o}. \end{aligned} \tag{4.15}$$

Para o caso de processos com $m = 2$,

$$G(s) = \frac{G_o}{(T_1 s + 1) (T_2 s + 1) (T_\Sigma s + 1)},$$

e se

$$T_1 > T_2 \text{ e } T_2 \geq 4T_\Sigma, \tag{4.16}$$

então o termo devido a T_1 pode ser aproximado por um integrador, e obtém-se o modelo da Eq. (4.14). Neste caso, os parâmetros do controlador são calculados da mesma maneira, a partir das Eq. (4.15). Note que o cancelamento de um dos pólos do processo é necessário, bem como as condições na Eq. (4.16), para obter a Função de Malha desejada.

Em Voda e Landau [59], uma alternativa para o cancelamento de um dos pólos do processo é apresentada. Nesse artigo, observa-se o fato de que, para o método ótimo-simétrico, “a frequência de cruzamento do ganho do sistema compensado é $\omega_\Sigma = 1/2T_\Sigma$

e o PID é ajustado de maneira tal que uma região com uma inclinação de -20dB/dec é garantida em uma oitava à direita e 2 oitavas à esquerda da frequência de cruzamento.” Conforme ilustrado na Fig. 4.1, isto equivale a uma Função de Malha dada por

$$L_{SO_{PID}}(s) = \frac{\sqrt{5} \omega_{\Sigma}^2 (4s + \omega_{\Sigma})^2}{17 s^3 (s + 2\omega_{\Sigma})}. \quad (4.17)$$

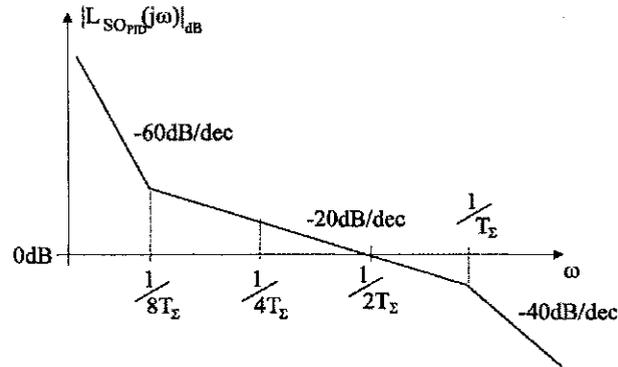


Figura 4.1: Magnitude da Função de Malha desejada para um controlador PID.

Neste caso, se ambos

$$T_1, T_2 \geq 8T_{\Sigma}, \quad (4.18)$$

então os termos devido a T_1 e T_2 podem ser aproximados ambos por integradores, de modo que

$$\frac{\sqrt{5} \omega_{\Sigma}^2 (4s + \omega_{\Sigma})^2}{17 s^3 (s + 2\omega_{\Sigma})} = \frac{G_o / (T_1 T_2)}{s^2 (T_{\Sigma} s + 1)} \cdot \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s},$$

que leva aos parâmetros

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{\sqrt{5} 4T_1 T_2}{17 G_o T_{\Sigma}}, \\ K_i &= \frac{\sqrt{5} T_1 T_2}{17 G_o T_{\Sigma}^2}, \\ K_d &= \frac{\sqrt{5} T_1 T_2}{17 16 G_o T_{\Sigma}^3}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Note que agora nenhum pólo do processo é cancelado.

Observação 8 Os parâmetros dados pela Eq. (4.19) diferem daqueles apresentados em Voda e Landau [59], devido à aproximação $\sqrt{5}/17 \cong 1/8$ utilizada no artigo.

4.2.4 Limitações da Solução Analítica

O método apresentado em Voda e Landau [59] apresenta limitações quanto ao modelo do processo. Em ambas as técnicas de projeto, se as condições (4.13), (4.16) e (4.18) não são satisfeitas, o desempenho obtido pode ser insatisfatório.

Considere o modelo dado pela Eq. (4.7), com $m = 1$, e um controlador PI obtido analiticamente pelas Eq. (4.11), aproximando o termo devido a T_1 por um integrador. Neste caso, a Função de Malha obtida é dada por

$$L(s) = \frac{\omega_\Sigma^2 (2s + \omega_\Sigma)}{s(s + 1/T_1)(s + 2\omega_\Sigma)}.$$

A frequência de cruzamento do ganho para esta Função de Malha é obtida a partir de

$$\begin{aligned} |L(j\omega_o)|^2 &= \left| \frac{\omega_\Sigma^2 (2j\omega_o + \omega_\Sigma)}{j\omega_o (j\omega_o + 1/T_1) (j\omega_o + 2\omega_\Sigma)} \right|^2 \\ &= \frac{\omega_\Sigma^4 (4\omega_o^2 + \omega_\Sigma^2)}{\omega_o^2 (\omega_o^2 + (1/T_1)^2) (\omega_o^2 + 4\omega_\Sigma^2)} = 1. \end{aligned}$$

de onde se tem,

$$\begin{aligned} 4\omega_\Sigma^4 \omega_o^2 + \omega_\Sigma^6 &= (\omega_o^4 + \omega_o^2/T_1^2) (\omega_o^2 + 4\omega_\Sigma^2) \\ &= \omega_o^6 + 4\omega_\Sigma^2 \omega_o^4 + \omega_o^4 (1/T_1)^2 + 4\omega_\Sigma^2 \omega_o^2/T_1^2 \Rightarrow \\ \omega_o^6 + \left(4\omega_\Sigma^2 + \frac{1}{T_1^2}\right) \omega_o^4 + \left(\frac{4\omega_\Sigma^2}{T_1^2} - 4\omega_\Sigma^4\right) \omega_o^2 - \omega_\Sigma^6 &= 0. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Se $T_1 \gg 4T_\Sigma$, e lembrando que $\omega_\Sigma = 1/2T_\Sigma$, então a equação anterior se torna

$$\begin{aligned} \omega_o^6 + 4\omega_\Sigma^2 \omega_o^4 - 4\omega_\Sigma^4 \omega_o^2 - \omega_\Sigma^6 &\cong 0 \Rightarrow \\ \left(\frac{\omega_o}{\omega_\Sigma}\right)^6 + 4\left(\frac{\omega_o}{\omega_\Sigma}\right)^4 - 4\left(\frac{\omega_o}{\omega_\Sigma}\right)^2 - 1 &\cong 0. \end{aligned}$$

A única raiz real positiva deste polinômio é

$$\frac{\omega_o}{\omega_\Sigma} \cong 1 \Rightarrow \omega_o \cong \omega_\Sigma.$$

Considere agora o caso em que $T_1 < 4T_\Sigma$. Tomando, por exemplo, $T_1 = 2T_\Sigma$, e substituindo T_1 na Eq. (4.20) resulta em

$$\begin{aligned} \omega_o^6 + 5\omega_\Sigma^2 \omega_o^4 - \omega_\Sigma^6 &= 0 \Rightarrow \\ \left(\frac{\omega_o}{\omega_\Sigma}\right)^6 + 5\left(\frac{\omega_o}{\omega_\Sigma}\right)^4 - 1 &= 0. \end{aligned}$$

Novamente, a única raiz real positiva deste polinômio é aproximadamente

$$\frac{\omega_o}{\omega_\Sigma} \cong 0.66 \Rightarrow \omega_o \cong 0.66 \cdot \omega_\Sigma .$$

Este último resultado mostra que a Função de Malha obtida aproximando o termo devido a T_1 por um integrador possui uma largura de faixa menor do que esperado, se $T_1 < 4T_\Sigma$. Assim, o controlador PI obtido a partir da solução analítica (Eq. (4.11)) é conservativo, pois não é levado em conta o efeito de T_1 na Função de Malha da Eq. (4.5). Resultados similares podem ser mostrados considerando as equações de projeto (4.15), para o caso de controladores PID.

4.3 Ótimo-Simétrico Modificado

Uma nova técnica de sintonia de controladores PI e PID para obter uma Função de Malha via ótimo-simétrico é apresentada nesta seção. O projeto consiste em obter controladores PI ou PID que resultem em malhas fechadas próximas, no sentido mínimos quadrados, de um projeto ótimo-simétrico, para uma determinada faixa de frequência. O resultado pode ser satisfatório, mesmo no caso em que a constante de tempo T_Σ é próxima de uma das constantes de tempo lentas do processo.

4.3.1 Sintonia do Controlador PI

Os parâmetros do controlador PI são obtidos a partir de um algoritmo mínimos quadrados no domínio da frequência. O objetivo é minimizar a função de custo

$$J_{PI}(C) = \sum_{i=1}^n |L_{SOPI}(j\omega_i) - G(j\omega_i)C(j\omega_i)|^2 , \quad (4.21)$$

onde G é o modelo obtido para o processo na forma da Eq. (4.7) com $m = 1$, C é o controlador PI a ser projetado e L_{SOPI} é a função de malha desejada segundo a abordagem ótimo-simétrico. A função de malha desejada, L_{SOPI} , é definida em termos da constante T_Σ obtida a partir do modelo do processo. Admite-se aqui que esta constante de tempo determina a largura de faixa do sistema, isto é,

$$\omega_\Sigma = \frac{1}{2T_\Sigma} , \quad (4.22)$$

o que leva à Função de Malha desejada dada pela Eq. (4.5). A solução para o problema de minimização da função de custo da Eq. (4.21) pode ser obtida reescrevendo o controlador

PI como

$$C(j\omega_i) = K_p + \frac{K_i}{j\omega_i} = \begin{bmatrix} 1 & 1/j\omega_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_p \\ K_i \end{bmatrix} = \varphi_{PI}^T(j\omega_i) \theta_{PI} \quad (4.23)$$

e o problema de minimização da função de custo (4.21) se torna

$$\hat{\theta}_{PI} = \arg \min_{\theta_{PI}} \left\{ J(\theta_{PI}) = \sum_{i=1}^n |L_{SO_{PI}}(j\omega_i) - \varphi_{PI}^T(j\omega_i) \theta_{PI}|^2 \right\} \quad (4.24)$$

A solução $\hat{\theta}_{PI}$ contém os parâmetros do controlador PI que levam a uma Função de Malha próxima à da Eq. (4.5), para uma certa faixa de valores de frequência. Como os regressores são complexos, a solução por mínimos quadrados da Eq. (4.24) é dada por (ver Apêndice B, Eq. (B.8))

$$\hat{\theta}_{PI} = [\text{Re}(\Phi_{PI}\Phi_{PI}^T) + \text{Im}(\Phi_{PI}\Phi_{PI}^T)]^{-1} \times [\text{Re}(\Phi_{PI}\mathcal{L}_{SO_{PI}}) + \text{Im}(\Phi_{PI}\mathcal{L}_{SO_{PI}})] \quad (4.25)$$

onde

$$\begin{aligned} \Phi_{PI} &= \begin{bmatrix} \varphi_{PI}(j\omega_1) & \varphi_{PI}(j\omega_2) & \dots & \varphi_{PI}(j\omega_n) \end{bmatrix}, \\ \mathcal{L}_{SO_{PI}} &= \begin{bmatrix} L_{SO_{PI}}(j\omega_1) & L_{SO_{PI}}(j\omega_2) & \dots & L_{SO_{PI}}(j\omega_n) \end{bmatrix}^T. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Note que a solução para o problema de minimização da Eq. (4.24) depende fortemente da escolha do conjunto de frequências ω_i . Para garantir robustez no projeto, a Função de Malha resultante deve ser próxima da desejada na faixa entre a frequência de cruzamento do ganho, $\omega_c = \omega_\Sigma$, e a frequência crítica, ω_u , onde a constante T_Σ tem influência. Assim, uma faixa apropriada para ser utilizada é o intervalo $[\omega_\Sigma; 4\omega_\Sigma]$, $\omega_\Sigma = 1/2T_\Sigma$.

A Fig. 4.2 mostra a resposta ao degrau para as malhas fechadas obtidas para diferentes valores de T_1 , usando o modelo da Eq. (4.7) com $m = 1$, $T_\Sigma = 1$ e $G_o = 1$. O objetivo é avaliar se a metodologia de projeto utilizada leva de fato a uma malha fechada com as características da Eq. (4.6), para diferentes relações entre T_1 e T_Σ . Com o método sugerido, é possível obter aproximadamente as características da Eq. (4.6), mesmo no caso em que $T_1 = 2T_\Sigma$.

4.3.2 Sintonia do Controlador PID

O procedimento para obter os parâmetros de um controlador PID é similar ao apresentado na seção anterior. Novamente, admite-se que a constante de tempo T_Σ determina a largura de faixa do sistema, conforme Eq. (4.22). Para o caso de controladores PID, duas opções são disponíveis.

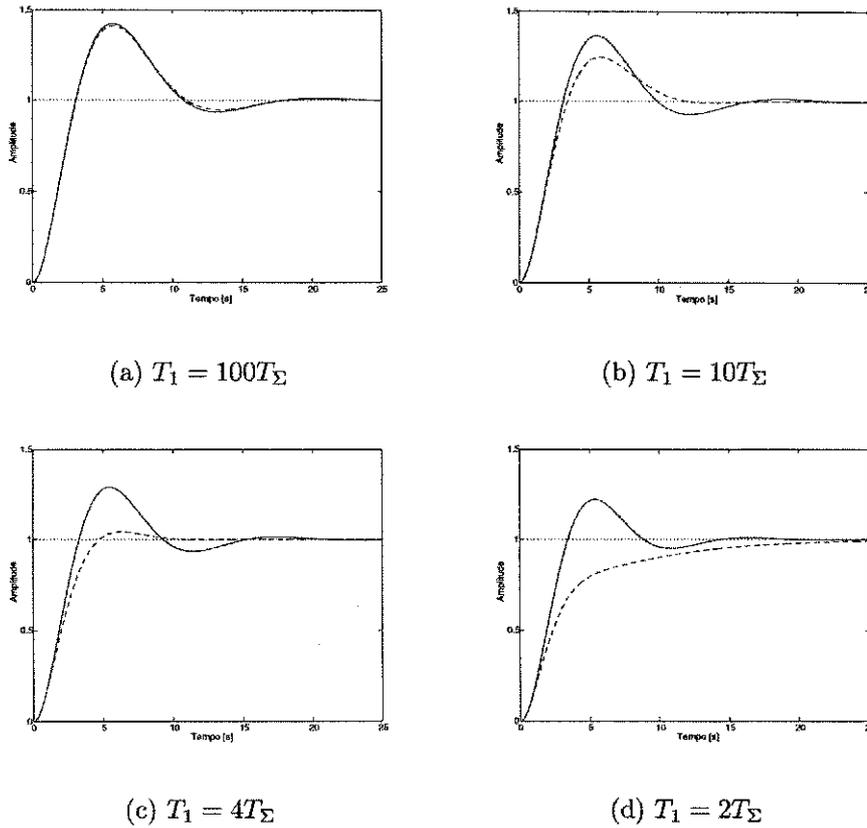


Figura 4.2: Desempenho obtido via ótimo-simétrico (- -) e ótimo-simétrico modificado (-) para diferentes valores de T_1 . Em todas as curvas, $T_\Sigma = 1$ e $G_o = 1$.

Considere na Eq. (4.7) $m = 2$, e as equações para o controlador PID na estrutura em série (ver Apêndice A),

$$C(s) = K_\tau \frac{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)}{s}.$$

A primeira opção é escolher um dos parâmetros do controlador de tal forma a cancelar T_2 , a menor constante de tempo do processo (note que T_Σ não é tida como constante de tempo do processo), de modo que,

$$\tau_1 = T_2. \tag{4.27}$$

Então, reduz-se ao problema anterior, com o controlador descrito por

$$C(j\omega_i) = K_\tau \frac{j\omega_i\tau_2 + 1}{j\omega_i} = \begin{bmatrix} 1 & 1/j\omega_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_\tau\tau_2 \\ K_\tau \end{bmatrix} = \varphi_{PI}^T(j\omega_i) \theta'_{PI}, \tag{4.28}$$

e a Função de Malha desejada dada pela Eq. (4.5). A solução para este problema é dada

pela Eq. (4.24) agora para θ'_{PI} ,

$$\begin{aligned}\hat{\theta}'_{PI} &= \arg \min_{\theta'_{PI}} \left\{ J(\theta'_{PI}) = \sum_{i=1}^n \left| L_{SO_{PI}}(j\omega_i) - \varphi_{PI}^T(j\omega_i) \theta'_{PI} \right|^2 \right\} \\ &= \left[\text{Re}(\Phi_{PI} \Phi_{PI}^T) + \text{Im}(\Phi_{PI} \Phi_{PI}^T) \right]^{-1} \times \left[\text{Re}(\Phi_{PI} \mathcal{L}_{SO_{PI}}) + \text{Im}(\Phi_{PI} \mathcal{L}_{SO_{PI}}) \right].\end{aligned}$$

e as matrizes Φ_{PI} e $\mathcal{L}_{SO_{PI}}$ definidas também pelas Eq. (4.26). Finalmente, os parâmetros para o controlador PID na estrutura em paralelo são obtidos pela equivalência das estruturas, o que leva a

$$\begin{aligned}K_p &= K_\tau, \\ K_i &= K_\tau (\tau_1 + \tau_2), \\ K_d &= K_\tau \tau_1 \tau_2.\end{aligned}\tag{4.29}$$

A outra opção é escrever diretamente o controlador no domínio da frequência,

$$C(j\omega_i) = K_p + \frac{K_i}{j\omega_i} + j\omega_i K_d = \begin{bmatrix} 1 & 1/j\omega_i & j\omega_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_p \\ K_i \\ K_d \end{bmatrix} = \varphi_{PID}^T(j\omega_i) \theta_{PID},\tag{4.30}$$

e utilizar a Função de Malha da Eq. (4.17). A função de custo para este problema é agora,

$$J_{PID}(C) = \sum_{i=1}^n \left| L_{SO_{PID}}(j\omega_i) - G(j\omega_i) C(j\omega_i) \right|^2.\tag{4.31}$$

A solução para o problema de minimização desta função de custo leva então aos parâmetros do controlador PID diretamente na estrutura em paralelo,

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_{PID} &= \arg \min_{\theta_{PID}} \left\{ J(\theta_{PID}) = \sum_{i=1}^n \left| L_{SO_{PID}}(j\omega_i) - \varphi_{PID}^T(j\omega_i) \theta_{PID} \right|^2 \right\} \\ &= \left[\text{Re}(\Phi_{PID} \Phi_{PID}^T) + \text{Im}(\Phi_{PID} \Phi_{PID}^T) \right]^{-1}\end{aligned}\tag{4.32}$$

$$\times \left[\text{Re}(\Phi_{PID} \mathcal{L}_{SO_{PID}}) + \text{Im}(\Phi_{PID} \mathcal{L}_{SO_{PID}}) \right].\tag{4.33}$$

onde

$$\begin{aligned}\Phi_{PID} &= \left[\varphi_{PID}(j\omega_1) \quad \varphi_{PID}(j\omega_2) \quad \dots \quad \varphi_{PID}(j\omega_n) \right], \\ \mathcal{L}_{SO_{PID}} &= \left[L_{SO_{PID}}(j\omega_1) \quad L_{SO_{PID}}(j\omega_2) \quad \dots \quad L_{SO_{PID}}(j\omega_n) \right]^T.\end{aligned}\tag{4.34}$$

A grande vantagem em utilizar a solução da Eq. (4.32) é evitar o cancelamento de pólos do processo.

4.4 Exemplo

Um exemplo de simulação é apresentado nesta seção. O sistema de controle possui a estrutura mostrada na Fig. 2.1. O problema de identificação associado ao projeto do controlador é obter um modelo linear de segunda ordem que descreve o processo na região de interesse, utilizando dados no domínio da frequência. A solução proposta é apresentada em seguida.

1. Calcule o ganho direto, G_o , a partir de uma pequena variação em degrau do sinal de referência, em torno do ponto de operação, observando a variação do sinal de saída, $\Delta y(t)$, e do sinal de controle, $\Delta u(t)$. Note que é necessário observar a saída do controlador.
2. Execute o experimento com o relé para $r = 2$ (Fig. 3.8) e obtenha uma estimativa corrigida do ganho da Função de Malha, r_2 , na frequência de oscilação, a partir dos sinais de entrada e saída da malha fechada. Obtenha então a constante de tempo T_1 ajustando um modelo nominal de primeira ordem ao ganho do processo nesta frequência, i.e.,

$$|G_N(j\omega_2)| = \left| \frac{G_o}{T_1(j\omega_2) + 1} \right| = \frac{r_2}{|C(j\omega_2)|},$$

que resulta em

$$T_1 = \frac{\sqrt{\left(\frac{r_2}{|C(j\omega_2)|}\right)^2 - G_o^2}}{r_2\omega_2}.$$

3. Repita o experimento com o relé para $r = 1$ e obtenha r_1 na frequência de oscilação. Calcule a constante de tempo T_Σ ajustando o modelo completo ao ganho do processo nesta frequência, i.e.,

$$|G(j\omega_1)| = |G_N(j\omega_1)| \left| \frac{1}{T_\Sigma(j\omega_1) + 1} \right| = \frac{r_1}{|C(j\omega_2)|},$$

que resulta em

$$T_\Sigma = \frac{\sqrt{\left(\frac{|G_N(j\omega_1)|}{|C(j\omega_2)|r_1}\right)^2 - 1}}{\omega_1}.$$

4. Corrija o ganho direto ajustando o modelo completo ao ponto de 180° da Função de Malha, obtido de um experimento com relé na malha fechada,

$$\left| G_N(j\omega'_u) \frac{1}{T_\Sigma(j\omega'_u) + 1} \right| \kappa = \frac{K'_u}{|C(j\omega'_u)|},$$

que resulta em

$$\kappa = \frac{K'_u |T_\Sigma(j\omega'_u) + 1|}{|G_N(j\omega'_u)|},$$

e

$$G_o \leftarrow G_o \cdot \kappa$$

Note que este último passo garante o “casamento” do modelo na região de frequência importante para o projeto ótimo-simétrico. O modelo de segunda ordem é dado então por,

$$G(s) = \frac{G_o}{(T_1s + 1)(T_\Sigma s + 1)}$$

O processo é o mesmo utilizado no capítulo anterior, i.e.,

$$G_p(s) = \frac{1}{(s + 1)^3},$$

e o controlador PI obtido anteriormente pelo método da resposta em frequência de Ziegler e Nichols,

$$C_0(s) = 3,2 + \frac{1,1027}{s} = 3,2 \frac{s + 0,3446}{s}.$$

O ganho direto da Função de Malha obtido pelo experimento de resposta ao degrau é $G_o = 1$. Usando os resultados de identificação do exemplo apresentado no capítulo anterior, o procedimento para obter o modelo de segunda ordem leva à seguinte estimativa,

$$G(s) = \frac{0,8783}{(2,0706s + 1)(0,7873s + 1)}.$$

Este modelo é utilizado para obter os parâmetros do controlador PI. O controlador obtido utilizando as equações de projeto em (4.11) é

$$C_1(s) = 1,4972 + \frac{0,4754}{s}$$

Usando o conjunto de frequências $\omega_i = [\omega_i \ 2\omega_i \ 3\omega_i \ 4\omega_i]$, o controlador obtido utilizando o ótimo-simétrico modificado é

$$C_2(s) = 1,2430 + \frac{1,2613}{s}.$$

Para redução do sobresinal devido a variações em $y_r(t)$, a parte proporcional atua apenas no sinal $y(t)$. Em $t = 50s$, é aplicada uma perturbação em degrau unitário na entrada do processo. As saídas do processo para os controladores C_0 , C_1 e C_2 é mostrada na Fig. 4.3.

A saída do processo para o controlador C_2 é bastante oscilatória. Isto pode ser justificado pela qualidade do modelo utilizado. Uma comparação entre o modelo obtido e o processo

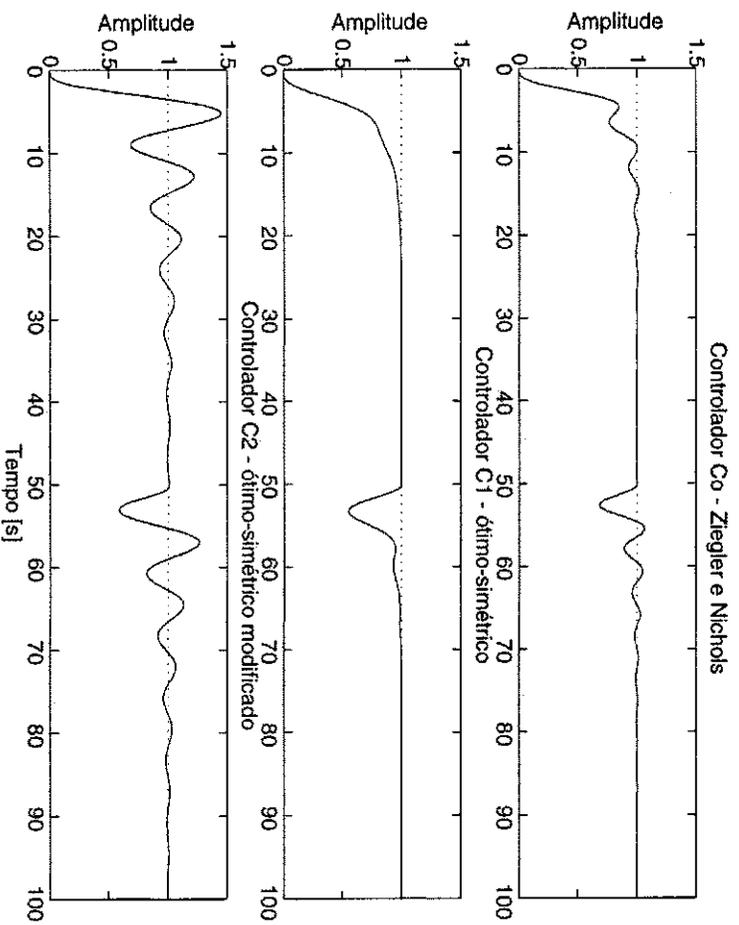


Figura 4.3: Respostas ao degrau e perturbação para os controladores $C_0(s)$ (curva superior), $C_1(s)$ (curva intermediária) e $C_2(s)$ (curva inferior).

é mostrada na Fig. 4.4. Para este exemplo, embora a magnitude do modelo seja próxima à do processo, conforme mostrado na Fig. 4.4(a), a informação de fase não é utilizada na estimativa do modelo. O resultado é um modelo insatisfatório, conforme se observa na Fig. 4.4(b). Ainda assim, a malha fechada obtida usando o controlador C_1 apresenta baixo tempo de resposta, pois, neste caso, $T_1 \cong 3T_\Sigma$, o que viola a condição (4.13).

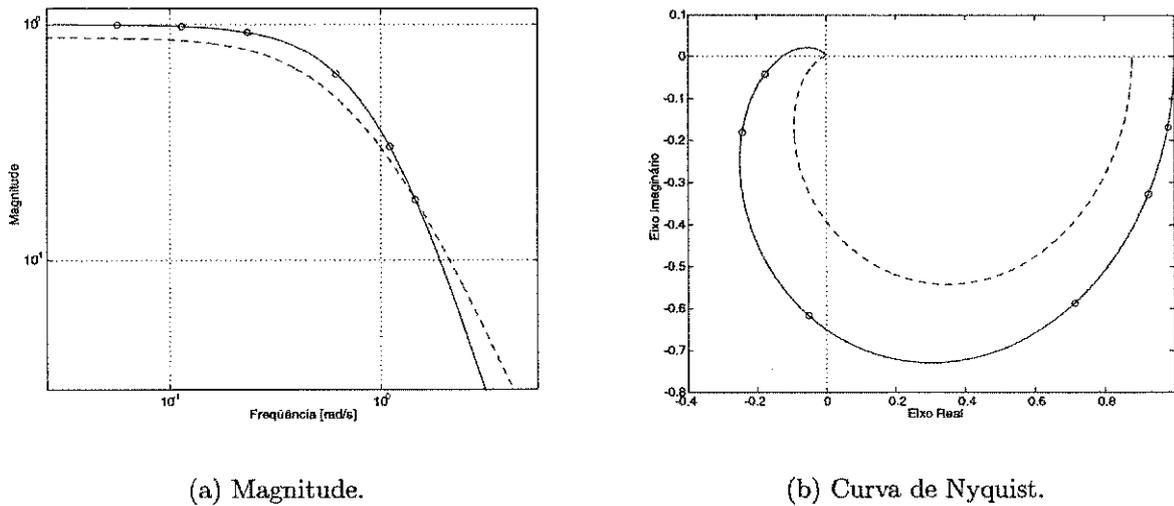


Figura 4.4: Comparação entre o processo (—) e o modelo (- -).

Usando agora os valores exatos das constantes de tempo, i.e.,

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+1)(s+1)},$$

de modo que

$$\begin{aligned} G_o &= 1, \\ T_1 &= T_2 = T_\Sigma = 1, \end{aligned}$$

e as equações de projeto (4.15), o seguinte controlador PID é obtido,

$$C'_1(s) = 0,625 + \frac{0,125}{s} + 0,5s.$$

Utilizando a metodologia apresentada para o caso PID, o seguinte controlador é obtido,

$$C'_2(s) = 1,0287 + \frac{0,9554}{s} + 0,6521s.$$

Uma comparação entre as saídas do processo para os controladores PID obtidos é mostrada na Fig. 4.5. Note que o desempenho obtido com C'_2 é muito superior ao obtido

com C'_1 . Como $T_1 = T_2 = T_\Sigma$, a solução analítica leva a um controlador conservativo, conforme se observa na Fig. 4.5. Portanto, a escolha do modelo do processo deve ser feita de maneira apropriada, a fim de que sejam obtidos os resultados desejados.

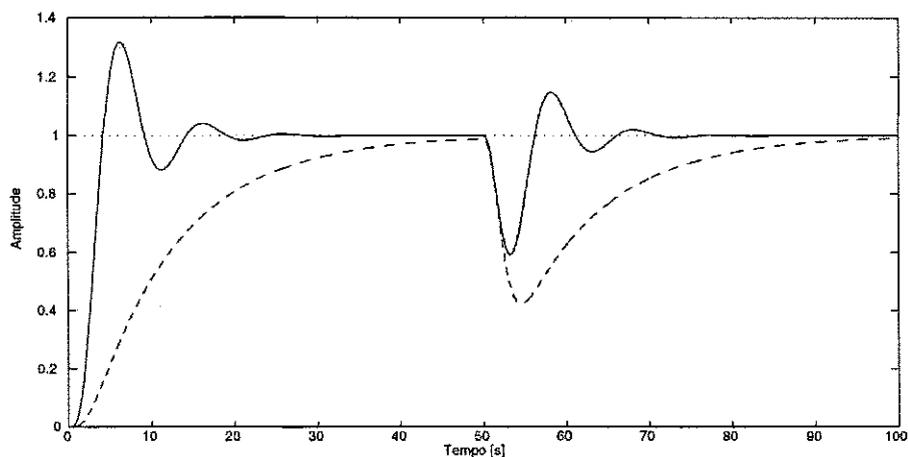


Figura 4.5: Respostas ao degrau e perturbação para os controladores (- -) $C'_1(s)$ e (-) $C'_2(s)$.

4.5 Conclusão

Uma aplicação do experimento de identificação da Função de Malha com relé em malha fechada é sugerida neste capítulo. O objetivo é recalculiar os parâmetros de um controlador PI ou PID a partir de resultados obtidos de experimentos com relé, executados durante operação normal em malha fechada. Os parâmetros são recalculados segundo a metodologia de projeto ótimo-simétrico, que possui algumas propriedades bem definidas, como limitação da largura de faixa pela dinâmica não-modelada.

O método ótimo-simétrico apresenta uma limitação quanto às constantes de tempo do modelo, e uma alternativa é proposta no sentido de obter resultados mais gerais. A idéia é obter parâmetros que minimizam, no sentido mínimos quadrados, a diferença entre a Função de Malha do ótimo-simétrico e a Função de Malha do modelo e controlador utilizados. A minimização é efetuada na faixa de frequência em que as propriedades do ótimo-simétrico são relevantes.

Um exemplo de simulação é apresentado, dando continuidade aos resultados do capítulo anterior. O modelo de segunda ordem é obtido por ajuste de curvas. Os resultados indicam a necessidade de um método mais apropriado de obtenção do modelo. Ainda assim, o

projeto via ótimo-simétrico leva a controladores cujas malhas fechadas são mais rápidas do que usando o projeto original, mesmo no caso em que a influência da dinâmica não-modelada se aproxima dos pólos do processo.

Capítulo 5

Identificação com Relé em Malha Fechada: Função de Sensibilidade

5.1 Introdução

A Função de Sensibilidade contém informações importantes sobre a malha fechada como, por exemplo, margens de estabilidade e rejeição a perturbações [14]. Assim, avaliar experimentalmente a Função de Sensibilidade é importante para determinar se especificações de margens de estabilidade e rejeição a perturbações estão sendo satisfeitas. Tais informações também podem ser utilizadas para reprojeter o controlador usando, por exemplo, a moldagem espectral da Função de Sensibilidade (*sensitivity shaping*) [5, 14, 30].

Neste capítulo, o procedimento generalizado apresentado no Cap. 3 é utilizado para estimar pontos de frequência da Função de Sensibilidade de um sistema em malha fechada. O novo experimento com relé em malha fechada é apresentado na Seção 5.2. Os aspectos práticos relativos ao experimento com a Função de Sensibilidade são apresentados na Seção 5.3, e uma aplicação do método de estimação para monitorização de controladores é apresentada na Seção 5.4. Um exemplo de simulação na Seção 5.5 ilustra as propriedades do método. Uma conclusão do capítulo é apresentada na Seção 5.6.

5.2 Estimação da Função de Sensibilidade

5.2.1 Experimento com Relé em Malha Fechada

A estimação da Função de Sensibilidade a partir do procedimento básico é apresentada na forma da seguinte proposição.

Proposição 9 Considere o sistema em malha fechada com relé mostrado na Fig. 3.2. Assuma que, para uma Função de Sensibilidade Complementar estável $M(s)$ e um número real positivo r , a função de transferência

$$F(s, r) = 2 \frac{\frac{1}{r+1}}{1 - \frac{r}{r+1} M(s)} - 1 \quad (5.1)$$

também é estável. Então, se há um ciclo limite, a frequência de oscilação ω_o é tal que

$$|S(j\omega_o)| \cong \frac{1}{r}.$$

Prova. Como

$$M(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)},$$

então,

$$\begin{aligned} F(s, r) &= 2 \frac{\frac{1}{r+1}}{1 - \frac{r}{r+1} M(s)} - 1 = \frac{2}{r} \frac{\frac{r}{r+1}}{1 - \frac{r}{r+1} \frac{L(s)}{1+L(s)}} - 1 \\ &= \frac{2}{(r+1) - r \frac{L(s)}{1+L(s)}} - 1 = \frac{2[1+L(s)]}{(r+1)(1+L(s)) - rL(s)} - 1 \\ &= \frac{2[1+L(s)]}{r + rL(s) + 1 + L(s) - rL(s)} - 1 = \frac{2[1+L(s)]}{1+L(s) + r} - 1 \\ &= \frac{1+L(s) - r}{1+L(s) + r}. \end{aligned}$$

Fazendo $H(s) = 1 + L(s)$ na Proposição 3, tem-se que

$$|1 + L(j\omega_o)| \cong r,$$

ou, de maneira equivalente,

$$|S(j\omega_o)| = \frac{1}{|1 + L(j\omega_o)|} \approx \frac{1}{r}.$$

■

O sistema em malha fechada que leva ao procedimento descrito é apresentado na Fig. 5.1. Este é um resultado importante, uma vez que a maioria das estruturas de realimentação com relé encontradas na literatura visam a identificação de pontos da resposta em frequência do processo $G_p(s)$, da Função de Malha $L(s)$ ou da malha fechada $M(s)$.

5.2.2 Correção da Estimativa

O procedimento apresentado no Cap. 3 para correção da estimativa da Função de Malha pode ser estendido para o caso da Função de Sensibilidade. As oscilações ocorrem normalmente em baixas frequências, de modo que a análise por função descritiva acarreta em

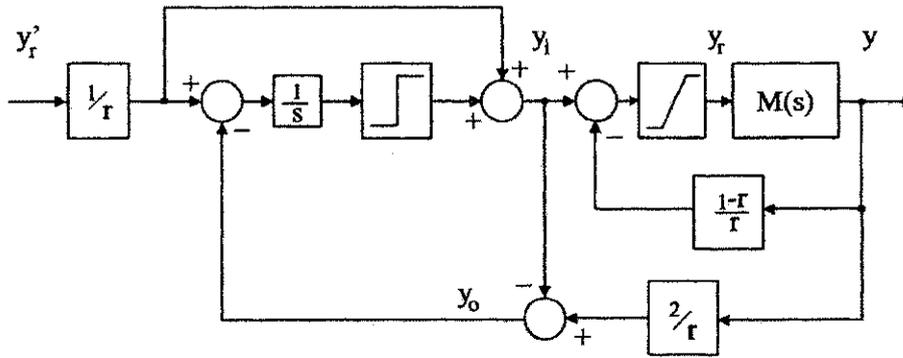


Figura 5.1: Experimento com relé para identificação da Função de Sensibilidade.

erros de estimação. Nestes casos, a presença de harmônicos de ordem superior pode ser significativa na análise por função descritiva.

Para obter estimativas mais precisas, a DFT dos sinais de referência e saída do processo é utilizada. A estimativa da Função de Sensibilidade é obtida a partir de

$$\hat{S}(j\omega) = 1 - \hat{M}(j\omega) = \frac{Y_r(\omega) - Y(\omega)}{Y_r(\omega)}, \quad (5.2)$$

onde $Y(\omega)$ e $Y_r(\omega)$ são dados novamente por

$$Y(\omega) = \frac{1}{\sqrt{N_s}} \sum_{n=1}^{N_s} y(n) e^{-j\omega n},$$

$$Y_r(\omega) = \frac{1}{\sqrt{N_s}} \sum_{n=1}^{N_s} y_r(n) e^{-j\omega n}.$$

Além de corrigir o erro devido à análise por função descritiva, a estimativa da Eq. (5.2) também recupera a informação do ângulo de fase de $S(j\omega)$.

5.3 Aspectos Práticos

5.3.1 Amplitude do Relé

Resultados similares aos apresentados no Capítulo 3 para a amplitude do relé no experimento com a Função de Malha podem ser obtidos para o experimento com a Função de Sensibilidade. Considere o sistema em malha fechada mostrado na Fig. 5.1. Novamente, o sinal $y_i(t)$ pode ser calculado como a contribuição de dois termos: a entrada $y_r'(t)$ ponderada por $1/r$ e a saída do relé, $\pm d$, i.e.,

$$y_i(t) = \frac{y_r'(t)}{r} \pm d.$$

A função de transferência de $y_i(t)$ para $y(t)$ na Fig. 5.1 é dada por

$$\frac{Y(s)}{Y_i(s)} = \frac{rM(s)}{1+r-rM(s)}. \quad (5.3)$$

Para $M(s)$ estável e $M(0) = 1$, tem-se em regime permanente que

$$y = \frac{r}{r+1-r} y_i = r y_i = y'_r. \quad (5.4)$$

Considere agora que $y'_r(t) = 0$ e suponha que o sistema em malha fechada oscila na frequência ω_o . A amplitude Y_1 do primeiro harmônico do sinal de saída do processo é dada então por

$$Y_1 = \frac{|rM(j\omega_o)|}{|1+r-rM(j\omega_o)|} Y_{i_1}, \quad (5.5)$$

onde Y_{i_1} é a amplitude do primeiro harmônico do sinal periódico de entrada $y_i(t)$, com

$$Y_{i_1} = \frac{4d}{\pi}. \quad (5.6)$$

Usando a desigualdade triangular na Eq. (5.5), tem-se

$$\begin{aligned} Y_1 &= \frac{|rM(j\omega_o)|}{|1+r-rM(j\omega_o)|} \frac{4d}{\pi} \leq \frac{|rM(j\omega_o)|}{|1+r|-|rM(j\omega_o)|} \frac{4d}{\pi} \\ &= \frac{r|M(j\omega_o)|}{1+r-r|M(j\omega_o)|} \frac{4d}{\pi}. \end{aligned}$$

Se $|M(j\omega_o)| = 1$, então

$$Y_1 \leq \frac{4d}{\pi} r, \quad (5.7)$$

e a amplitude do primeiro harmônico Y_1 pode ser limitada a Δy_{\max} a partir de

$$Y_1 \leq \Delta y_{\max} = \frac{4d}{\pi} r,$$

de modo que a amplitude do relé também é dada por

$$d = \frac{\pi \Delta y_{\max}}{4} \cdot \frac{1}{r}. \quad (5.8)$$

para o experimento com a Função de Sensibilidade.

5.3.2 Estabilidade do Experimento

A estabilidade do experimento com a Função de Sensibilidade é inferida pela proposição 5. O lugar de raízes de $H(s) = 1 + L(s)$ determina a região de estabilidade do experimento com relé em malha fechada.

Considere agora o experimento de identificação da Função de Sensibilidade mostrado na Fig. 5.1. A estabilidade do experimento depende do laço de realimentação mostrado na Fig. 5.2. Novamente, se $M(s)$ é estável e $M(0) = 1$, então, para prevenir sinais não-limitados na saída do processo, pode ser utilizada uma não linearidade do tipo saturação na entrada do sistema em malha fechada, conforme mostrado na Fig. 5.3.

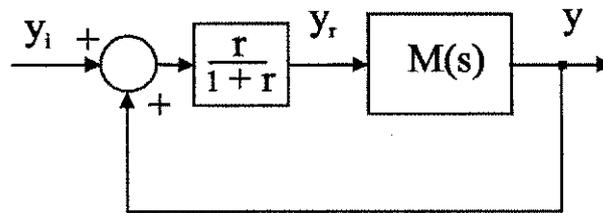


Figura 5.2: Estabilidade do experimento de identificação da Função de Sensibilidade.

A expressão para a saturação é a mesma apresentada na Seção 3.5, dada por

$$y_r(t) = \begin{cases} x(t) & \text{se } y'_r(t) - \Delta y_{\max} < x(t) < y'_r(t) + \Delta y_{\max}, \\ y'_r(t) - \Delta y_{\max} & \text{se } x(t) \leq y'_r(t) - \Delta y_{\max}, \\ y'_r(t) + \Delta y_{\max} & \text{se } x(t) \geq y'_r(t) + \Delta y_{\max}. \end{cases}$$

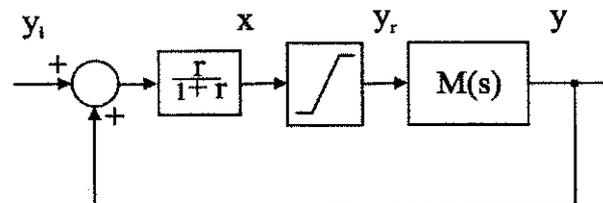


Figura 5.3: Saturação na entrada da malha fechada para garantir sinais limitados.

5.3.3 Ruído

De maneira similar ao experimento com a Função de Malha no Capítulo 3, o ruído na entrada do relé é atenuado pelo integrador na estrutura da Fig. 5.1. Quando isto não é suficiente, é possível usar o filtro $D(s)$ no experimento com a Função de Sensibilidade conforme mostrado na Fig. 5.4. Novamente, desconsiderando a saturação na entrada da malha fechada, e com $d = 0$ e $y'_r(t) = 0$, o sinal na entrada do relé é

$$y_{rel}(t) = -\frac{y_o(t)}{s} = -\frac{1}{s} \frac{2D(s)}{r'} y_r(t) .$$

Como $y_i(t) = y_r'(t) \pm d = 0$,

$$y_r(t) = \frac{r'}{D(s) + r'} y(t) = \frac{r'}{D(s) + r'} [M(s) y_r(t) - M(s) \eta(t)] ,$$

de modo que

$$y_r(t) = -\frac{r' M(s)}{r' + D(s) - r' M(s)} \eta(t) .$$

Assim, o sinal na entrada do relé é

$$y_{rel}(t) = \frac{1}{s} \left[\frac{2D(s) M(s)}{r' + D(s) - r' M(s)} \right] \eta(t) . \quad (5.9)$$

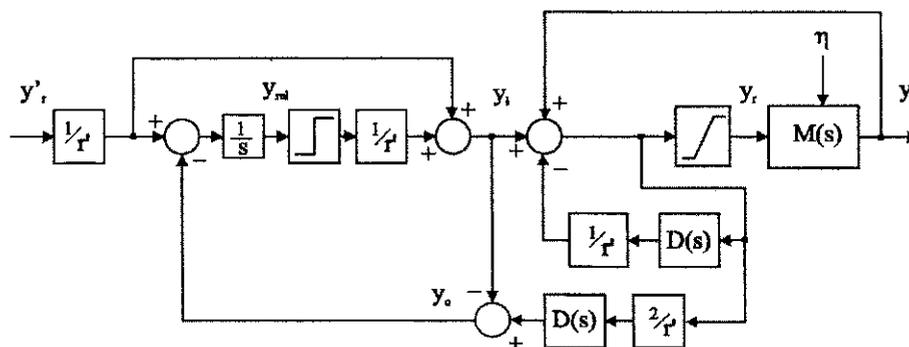


Figura 5.4: Experimento de identificação da Função de Sensibilidade com saturação na entrada da malha fechada e filtro $D(s)$.

O exemplo a seguir ilustra o efeito do filtro $D(s)$ no experimento. Considere novamente

$$M(s) = \frac{s + 1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1} ,$$

e

$$D(s) = \frac{1}{s^2 + 2 \cdot 0,7 \cdot s + 1} .$$

A magnitude da função de transferência do ruído para a entrada do integrador é mostrada na Fig. 5.5, para $r' = 1$ e $r' = 16$, com e sem o filtro $D(s)$. Note que a atenuação em altas frequências obtida com filtro é maior do que sem filtro.

Portanto, o ruído presente na entrada do relé é atenuado pelo integrador e pelo filtro $D(s)$. O uso do filtro $D(s)$ ainda conserva a flexibilidade de levar o sistema em malha fechada a oscilar aproximadamente na frequência em que determinado ganho da Função de Sensibilidade é alcançado.

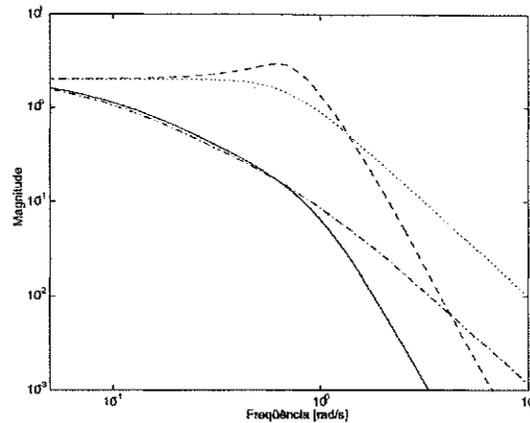


Figura 5.5: Magnitude da função de transferência do ruído para entrada do integrador. Sem filtro: (· ·) $r = 1$ e (· -) $r = 16$. Com filtro: (—) $r = 1$ e (—) $r = 16$.

5.3.4 Chaveamento Intermitente

O chaveamento intermitente do relé também pode ser provocado por outras razões, além do ruído. Um exemplo clássico é o método do relé da Fig. 2.6 aplicado a um modelo de segunda ordem, como o da Eq. (2.8) ou da Eq. (2.9). Para estes modelos, $\angle G_p(j\omega) = 180^\circ$, se $\omega \rightarrow \infty$, e a intersecção da curva de Nyquist de $G(j\omega)$ com o inverso negativo da função descritiva do relé ocorre na origem do plano complexo. Na Fig. 5.6, o chaveamento na saída do relé é limitado apenas pelo passo de integração utilizado na simulação do experimento.

O problema ocorre porque a saída do relé pode assumir apenas os valores $+d$ ou $-d$. Uma maneira de evitar este tipo de chaveamento é utilizar um relé com zona-morta (ver Apêndice B). Tal procedimento garante que, para sinais de erro com amplitude pequena, a saída do relé será nula. A função descritiva de um relé com zona-morta é dada por

$$N(a) = \begin{cases} \frac{4d}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{\delta^2}{a^2}} & , \quad a \geq \delta \\ 0 & , \quad a < \delta \end{cases} ,$$

onde d é a amplitude do relé e δ é a largura da zona-morta. Note que a intersecção da curva de Nyquist do processo com a inversa negativa desta função descritiva ocorre apenas se o processo é tal que a amplitude de oscilação em sua saída é maior do que a largura da zona-morta.

A necessidade de utilizar um relé com zona-morta no experimento com a Função de Sensibilidade é justificada de maneira similar. Quando é especificado um valor de r^{-1} maior do que o valor máximo da magnitude da Função de Sensibilidade, a saída do relé apresenta um chaveamento intermitente. Isto ocorre porque a saída do relé assume apenas os valores $+d$ ou $-d$, da mesma forma discutida anteriormente.

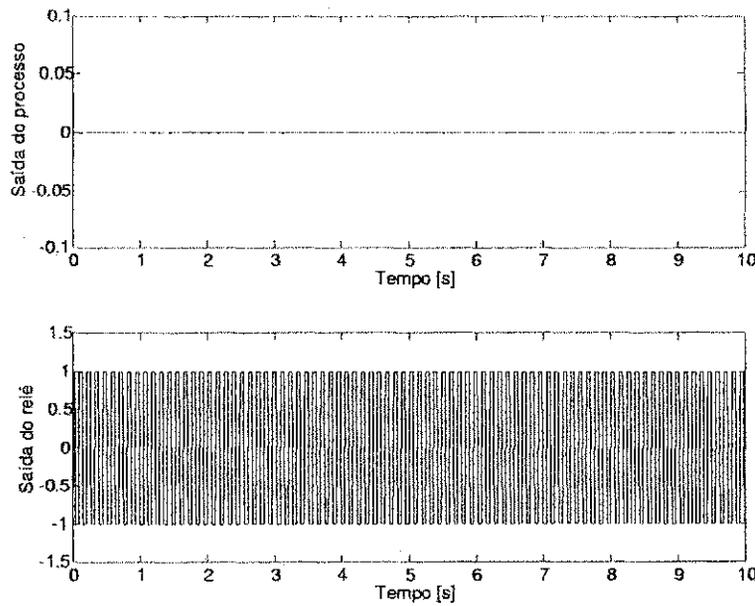


Figura 5.6: Chaveamento intermitente provocado pelo relé em um sistema de segunda ordem.

A utilização do relé com zona-morta neste caso é uma alternativa para evitar o chaveamento intermitente. No entanto, é importante notar que, no caso do experimento com a Função de Sensibilidade, a zona-morta pode fazer com que as oscilações sejam interrompidas para valores de r^{-1} bem menores do que o máximo de $|S(j\omega)|$. Isto deve ser levado em consideração na escolha da largura δ da zona-morta. O experimento final é mostrado na Fig. 5.7.

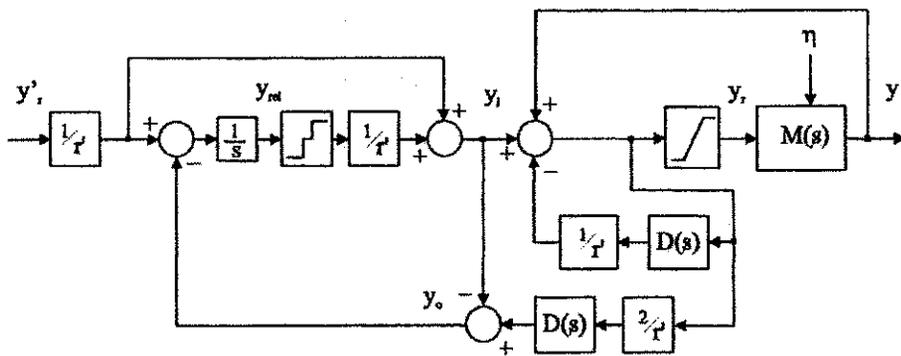


Figura 5.7: Experimento de identificação da Função de Sensibilidade com relé com zona-morta, saturação na entrada da malha fechada e filtro $D(s)$.

5.4 Aplicações do Experimento com Relé

Uma aplicação para o experimento de identificação da Função de Sensibilidade é a monitorização do desempenho e/ou estabilidade de um sistema em malha fechada. A monitorização de controladores tem como foco avaliar o desempenho e a estabilidade de um sistema de controle, e, a partir de então, tomar decisões baseadas em alguma lógica pré-estabelecida. Em Ortega *et al.* [43], por exemplo, é apresentado um procedimento para monitorizar um sistema de controle adaptativo, e decidir se a atualização de parâmetros do controlador pode ou não ser habilitada. Em particular, é utilizado o critério ISE, para indicar se, em determinado instante, a adaptação melhora ou deteriora o desempenho do sistema. No referido trabalho, é necessário aplicar um sinal de referência senoidal para avaliação do sistema de controle pelo critério de desempenho ISE.

Uma tentativa de se avaliar a robustez de um sistema de controle utilizando experimentos com relé é apresentada em Yu [65]. O critério de estabilidade avaliado é a norma infinita da Função de Sensibilidade Complementar [14]. A vantagem apontada pelo autor é fazer a avaliação *on-line*, a partir de dois experimentos com um relé com histerese, como o da Fig. 2.5(b). Dentre as limitações deste método, existe a necessidade de que o valor máximo da Função de Malha esteja no segundo ou terceiro quadrante do plano complexo, caso contrário o procedimento leva a resultados errôneos.

A margem de estabilidade de um sistema de controle pode ser avaliada por várias maneiras. Critérios típicos no domínio da frequência são a *margem de ganho* (MG) e a *margem de fase* (MF). A margem de ganho de $L(j\omega)$ é dada por

$$MG = 1/|L(j\omega'_u)|, \quad (5.10)$$

onde ω'_u é a frequência crítica da Função de Malha. A margem de fase é dada por

$$MF = \angle L(j\omega_c) + 180^\circ \quad (5.11)$$

onde ω_c é a frequência de cruzamento do ganho. Para que a malha fechada seja estável, é necessário que

$$MG > 1 \quad e \quad MF > 0.$$

Valores típicos para MG se encontram na faixa de 2 a 5, e para MF entre 30° e 60° [2].

Considere a Fig. 2.1. O sinal de saída é dado por,

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{C(s)G_p(s)}{1+C(s)G_p(s)}y_r(t) - \frac{C(s)G_p(s)}{1+C(s)G_p(s)}\eta(t) + \frac{G_p(s)}{1+C(s)G_p(s)}z(t) \\ &= M(s)y_r(t) - M(s)\eta(t) + G_p(s)S(s)z(t). \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$MG \geq 1 + \frac{1}{\|M\|_\infty} \quad , \quad MF \geq 2 \sin^{-1} \left(\frac{1}{2\|M\|_\infty} \right) \geq \frac{1}{\|M\|_\infty} \text{ (em radianos).}$$

Considere o experimento com relé da Fig. 5.1, e um sistema em malha fechada, cujo pico da magnitude da Função de Sensibilidade é $\|S\|_\infty$. Se um ganho r é escolhido de modo que $r^{-1} > \|S\|_\infty$, então não deve ser observada nenhuma oscilação na saída do processo. No entanto, se o valor de r é escolhido de maneira tal que $r^{-1} \leq \|S\|_\infty$, então o sistema exibe uma oscilação de ciclo limite na frequência em que

$$|S(j\omega_o)| \cong r^{-1} \text{ ,}$$

conforme a proposição 9. A importância deste resultado pode ser verificada nos exemplos seguintes. Considere o experimento da Fig. 5.4. Suponha que, para $r^{-1} = 2$, nenhuma oscilação é verificada na saída do processo. Como $\|S\|_\infty < r^{-1} = 2$, então o sistema possui margens de ganho e fase tais que,

$$MG > 2 \text{ e } MF > 28^\circ \text{ .}$$

Suponha agora que o experimento é executado em $r^{-1} = -20dB = 0,1$, e a frequência de oscilação observada foi ω_o . Assim, se a magnitude da Função de Sensibilidade é uma curva suave, conclui-se que perturbações da forma $z(t) = z_o \sin(\omega_z t)$ serão atenuadas de $-20dB$, para $\omega_z \leq \omega_o$. Este resultado mostra que também é possível avaliar experimentalmente o desempenho do sistema de controle com o experimento de identificação da Função de Sensibilidade. A idéia será ilustrada com um exemplo de simulação na seção seguinte.

5.5 Exemplo

Nesta seção são apresentados resultados de simulação usando o experimento de identificação da Função de Sensibilidade. Novamente, o processo é

$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)^3} \text{ .}$$

e a função de transferência do controlador PI é dada por

$$C(s) = 3,2 + \frac{1,1027}{s} = 3,2 \frac{s + 0,3446}{s} \text{ .}$$

O experimento em malha fechada para estimação da Função de Sensibilidade é executado conforme mostrado na Fig. 5.4, com $D(s) = 1$. São utilizados valores de r^{-1} no conjunto

$$r^{-1} = [0,1 \quad 0,25 \quad 0,5 \quad 1,0 \quad 2,0 \quad 3,0 \quad 3,3]$$

Frequência Obtida rad/s	Valor de r^{-1}	Correção por DFT	
		$ S(j\omega_i) $	$\angle S(j\omega_i)$
0.0952	0,1	0.084	85.99°
0.2580	0,25	0.207	-84.72°
0.5629	0,5	0.460	-95.99°
0.8305	1,0	0.994	103.63°
1.0277	2,0	2.129	95.47°
1.1405	3,0	3.435	-73.32°
1.2531	3,3	3.949	-34.98°

Tabela 5.1: Resultados para o exemplo de identificação da Função de Sensibilidade.

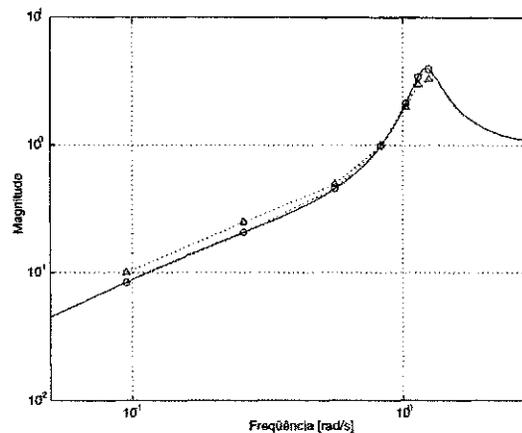


Figura 5.8: Estimação da Função de Sensibilidade: (-) curva real, (Δ) valor de r^{-1} e (o) correção por DFT.

Os resultados de estimação são mostrados na Tabela 5.1 e Fig. 5.8, juntamente com os valores corrigidos por DFT.

Neste caso, não foi observada instabilidade no experimento para nenhum valor de r^{-1} do conjunto especificado. Do lugar de raízes de $H(s) = 1 + L(s)$ mostrado na Fig. 5.9, nota-se que o experimento é estável para qualquer $r > 0$.

O valor máximo da magnitude da Função de Sensibilidade foi obtido reduzindo o ganho r até que a oscilação de ciclo limite fosse interrompida. Note que, na Fig. 5.10, a curva de Nyquist de $F(j\omega, r)$ para $r^{-1} > 4,1$ não intercepta o semi-eixo imaginário negativo. A análise por função descritiva mostra que não haverá oscilações devido ao relé, para tais valores de ganho.

A saída do processo para $r^{-1} = 0,1$, $r^{-1} = 3,0$ e $r^{-1} = 4,0$ é mostrada na Fig. 5.11. O

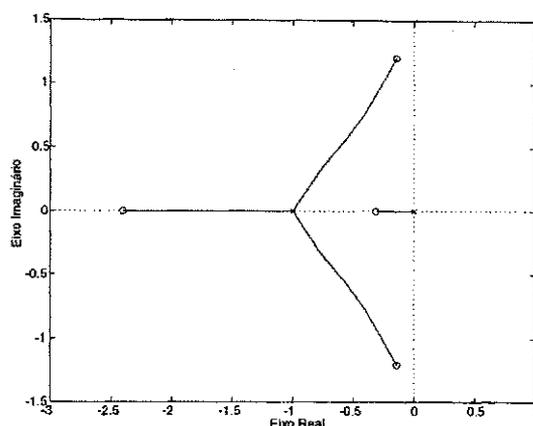


Figura 5.9: Lugar de Raízes de $H(s) = 1 + L(s)$.

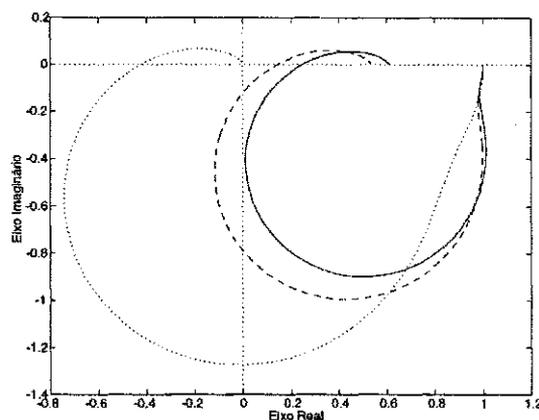


Figura 5.10: Curvas de Nyquist de $F(j\omega, r)$. (·) $r^{-1} = 1, 0$, (- -) $r^{-1} = 3, 0$ e (-) $r^{-1} = 4, 1$.

ciclo limite desaparece para $r^{-1} \geq 3, 3$, e uma estimativa do pico da Função de Sensibilidade pode ser obtida a partir do valor corrigido por DFT, de modo que

$$\|\hat{S}\|_{\infty} = 3,95 .$$

O valor real para a Função de Sensibilidade do exemplo é aproximadamente

$$\|S\|_{\infty} \cong 4,0187 .$$

Tomando a estimativa como verdadeira, as margens de ganho e fase satisfazem

$$MG > 1,34 \text{ e } MF > 15^{\circ}$$

Os valores reais de margens de ganho e fase para este sistema são

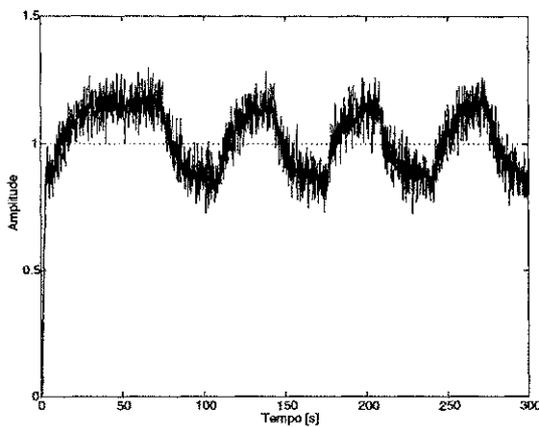
$$MG = 1,6826$$

$$MF = 18,6^{\circ}$$

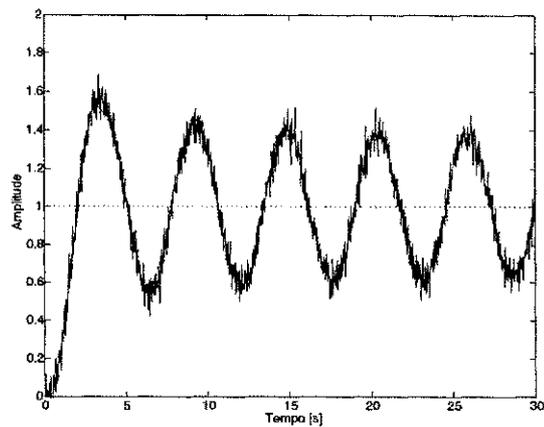
A informação de rejeição de $-20dB$ a perturbações de carga é obtida aproximadamente para o valor de $r^{-1} = 0,1$. A frequência de oscilação para este ganho é

$$\omega_o = 0,0952 \text{ rad/s} .$$

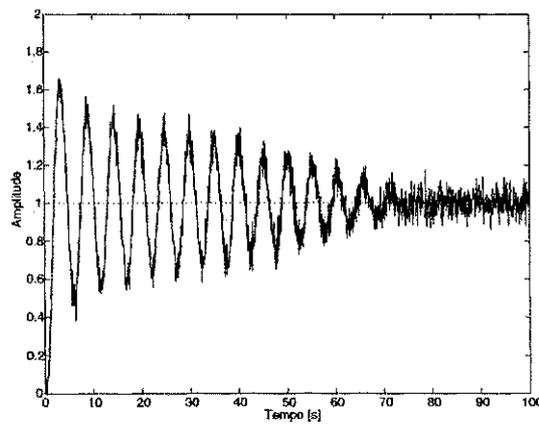
Assim, perturbações de carga com espectro de frequências limitado em cerca de $0,1 \text{ rad/s}$ são atenuadas de, pelo menos, $-20dB$.



(a) $r^{-1} = 0,1$



(b) $r^{-1} = 3,0$



(c) $r^{-1} = 4,0$

Figura 5.11: Saída do processo durante o experimento.

5.6 Conclusão

Neste capítulo, foi apresentado um procedimento para estimar a frequência em que a Função de Sensibilidade apresenta uma determinada magnitude. A avaliação da Função de Sensibilidade em um sistema de controle é de grande importância para determinação da estabilidade e/ou desempenho do sistema. Através do experimento proposto, é possível determinar características de rejeição a perturbação e estabilidade, em um sistema de controle, sem que a operação normal seja interrompida.

A correção da magnitude da função de transferência é feita usando a transformada discreta de Fourier nos sinais de entrada e saída da malha fechada. Aspectos práticos, como amplitude do relé, estabilidade do experimento, ruído e chaveamento intermitente do relé também foram discutidos. Mostra-se, por meio de curvas de Nyquist, que, se é utilizada no experimento uma magnitude maior do que o pico da Sensibilidade e um relé com zona-morta, não ocorrem oscilações na saída do processo. Este princípio é utilizado para obter uma estimativa da norma infinita da Função de Sensibilidade.

Capítulo 6

Exemplos de Simulação

6.1 Introdução

Neste capítulo, são apresentados exemplos de simulação para vários processos de comportamentos distintos. O objetivo é a verificação dos resultados obtidos empregando os novos experimentos com relé, apresentados nas seções anteriores.

Serão considerados alguns dos modelos descritos no Cap. 2, que representam a maioria dos processos industriais. Os modelos com atraso de transporte, de fase não-mínima e de ordem elevada são sugeridos em Åström e Hägglund [2] como modelos representativos para a dinâmica de processos industriais típicos. São acrescentados a estes os modelos para sistemas de baixa ordem.

São considerados controladores PI sintonizados inicialmente pelos métodos de Ziegler e Nichols [67]. Quando a curva de Nyquist do modelo não intercepta o semi-eixo imaginário, o método da curva de reação é utilizado para sintonia do controlador, e nos demais casos, o método da resposta em frequência. Em todos os sistemas, a referência é unitária, e a variação máxima permitida na saída do processo durante o experimento é escolhida como $\Delta y_{\max} = 20\%$ de y_r . Para verificar se a escolha da amplitude na saída do processo durante o experimento é obedecida, os limites superior e inferior da saturação na entrada da malha fechada são escolhidos como 1,5 e 0,5, respectivamente. A saturação é utilizada neste caso somente para garantir sinais limitados na saída do processo.

Para facilitar a notação, são utilizados índices no modelo e no controlador correspondente. Assim, o controlador C_i é utilizado no processo G_i . Os resultados para cada classe de sistema são apresentados em seções diferentes. As classes de sistemas e as respectivas seções são: sistemas de ordem simples (seção 6.2), com atraso de transporte (seção 6.3), de fase não-mínima (seção 6.4) e de ordem elevada (seção 6.5).

6.2 Sistemas de Baixa Ordem

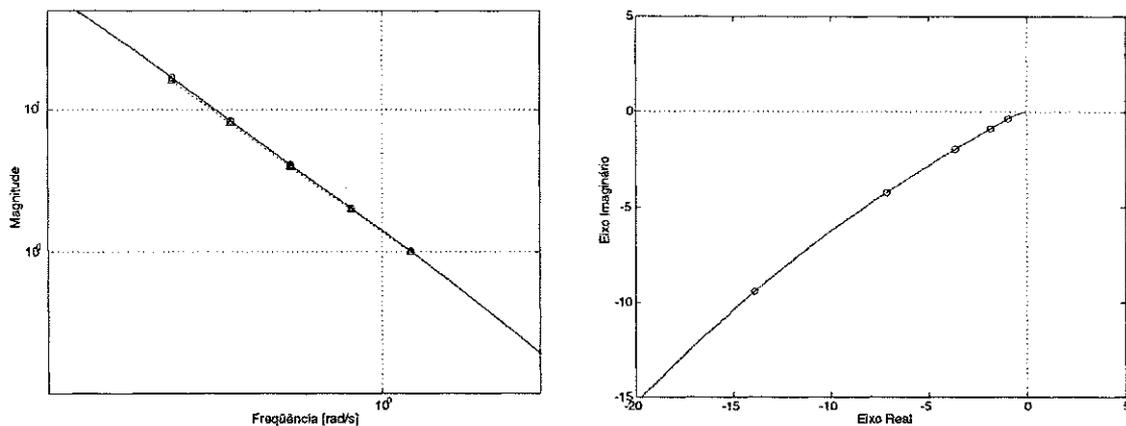
O modelo estudado é de segunda ordem não-oscilatório. A função de transferência é dada por

$$G_1(s) = \frac{1}{(10s + 1)(s + 1)}, \quad (6.1)$$

e o controlador PI, obtido pelo método da curva de reação de Ziegler e Nichols [67] (Tab. 2.1), é dado por

$$C_1(s) = 18,0797 + \frac{9,4165}{s} = 18,0797 \frac{s + 0,5208}{s}$$

Os resultados obtidos com o modelo G_1 para o experimento com a Função de Malha são mostrados na Fig. 6.1. Na Fig. 6.1(a), são mostrados os valores do ganho r e da estimativa corrigida por DFT, e na Fig. 6.1(b), apenas os valores da estimativa corrigida no plano complexo. Em ambas as figuras, a curva real do processo é traçada para comparação.



(a) Magnitude da Função de Malha:
(-) real, (Δ) valor de r e (o) correção por DFT.

(b) Curva de Nyquist de $L_1(s)$: (-) real e (o) correção por DFT.

Figura 6.1: Identificação da Função de Malha para o sistema de baixa ordem $G_1(s)$.

O lugar de raízes de $L_1(s)$ é mostrado na Fig. 6.2. Para este sistema, o experimento é estável para qualquer $r > 0$.

A saída do sistema em malha fechada é mostrada na Fig. 6.3 para valores distintos de r . Note que a amplitude de oscilação é elevada para valores de r próximos à frequência de cruzamento do ganho, reduzindo à medida que r aumenta. Nestes casos, reduzindo a amplitude do relé, é possível obter amplitudes de oscilação menores, dentro dos limites especificados, conforme se observa na Fig. 6.3.

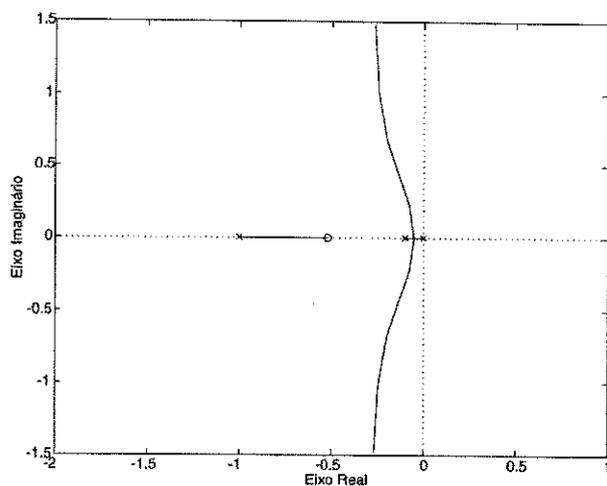
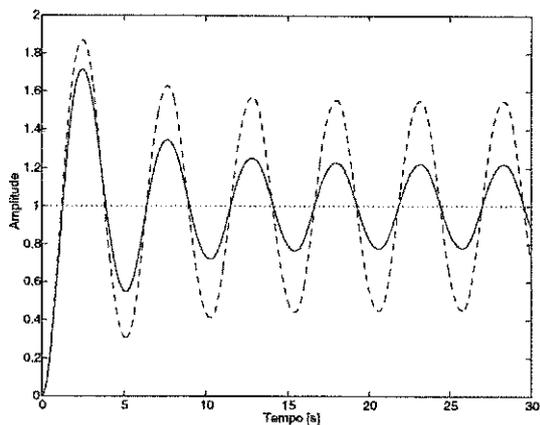
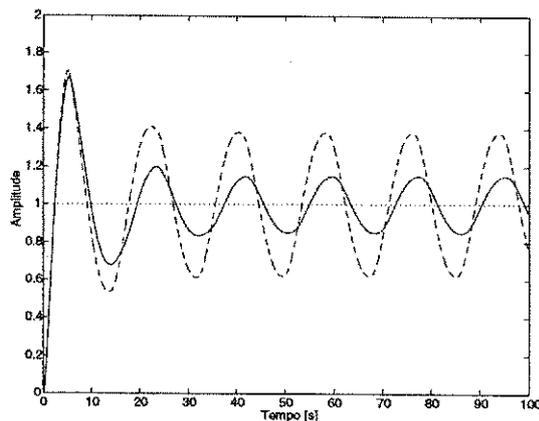


Figura 6.2: Lugar de raízes de $H_1(s) = L_1(s)$.



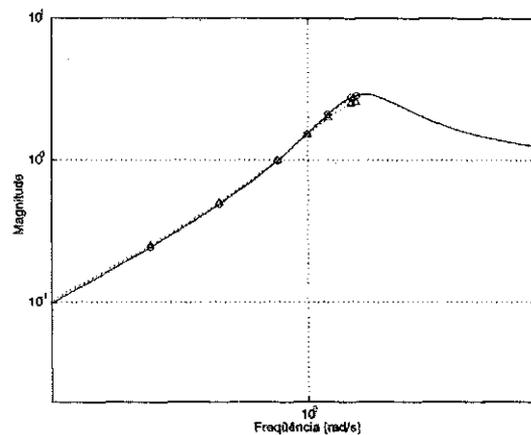
(a) $r = 1$: (- -) $d = 0,2\pi/4$ e (-) $d = 0,08\pi/4$.



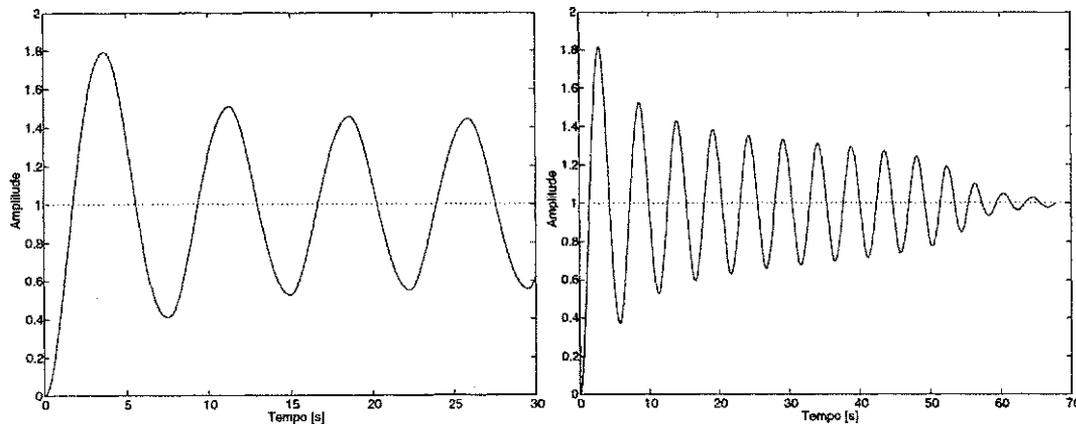
(b) $r = 8$: (- -) $d = 0,2\pi/4$ e (-) $d = 0,08\pi/4$.

Figura 6.3: Saída do sistema de baixa ordem $G_1(s)$ durante o experimento.

Os resultados para o experimento da Função de Sensibilidade são mostrados na Fig. 6.4(a). O valor para o qual a magnitude da Função de Sensibilidade atinge o máximo é estimado diminuindo r (i.e., aumentando r^{-1}), até que a amplitude da oscilação na saída do processo comece a decair. As saídas do processo para $r^{-1} = 1$ e 2,7 são mostradas na Fig. 6.4(b) e na Fig. 6.4(c), respectivamente, para $d = 0, 2\pi/4$. Note que para $r^{-1} = 2,7$, a amplitude da oscilação na saída do processo decai até o ciclo limite desaparecer.



(a) Magnitude da Função de Sensibilidade: (-) real, (Δ) valor de r^{-1} e (o) correção por DFT.



(b) Saída do processo para $r^{-1} = 1$.

(c) Saída do processo para $r^{-1} = 2,7$.

Figura 6.4: Identificação da Função de Sensibilidade para o sistema de ordem simples $G_1(s)$.

O valor estimado para o pico da magnitude da Função de Sensibilidade usando a correção

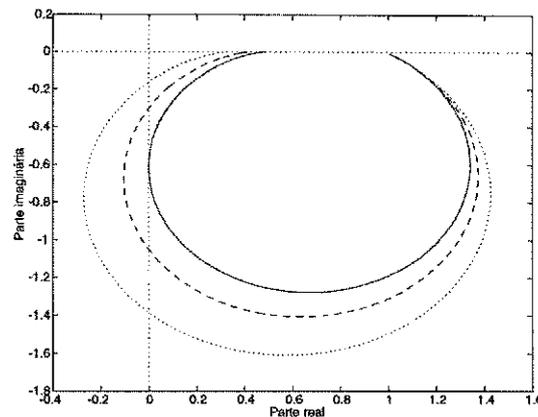


Figura 6.5: Curvas de Nyquist de $F_1(s, r)$: (·) $r^{-1} = 2,0$, (- -) $r^{-1} = 2,5$ e (-) $r^{-1} = 2,9$.

por DFT é

$$\|\hat{S}_1\|_{\infty} = 2,84 \text{ em } \omega = 1,2566 \text{ rad/s} ,$$

e o valor real é aproximadamente

$$\|S_1\|_{\infty} \cong 2,8976 \text{ em } \omega = 1,3095 \text{ rad/s} .$$

A inexistência de ciclos limites para valores de r^{-1} acima do pico da Sensibilidade pode ser justificada pela curva de Nyquist de $F_1(s, r)$. Na Fig. 6.5, são mostradas as curvas de Nyquist de $F_1(s, r)$ para alguns valores de r^{-1} . Note que, para o $r^{-1} = 2,9$, não há interseção do semi-eixo imaginário com $F_1(j\omega, r)$, de modo que não ocorrem oscilações.

O experimento com a Função de Sensibilidade é estável para todos os valores de r^{-1} utilizados. De fato, pelo lugar de raízes de $1 + L_1(s)$ mostrado na Fig. 6.6, conclui-se que o experimento é estável para qualquer valor de r .

6.3 Sistemas com Atraso de Transporte

O modelo do sistema com atraso de transporte estudado é dado por,

$$G_2(s) = \frac{e^{-s}}{(1 + 10s)^2} , \tag{6.2}$$

que possui ganho e frequência críticos

$$K_u = 20,6544 ,$$

$$\omega_u = 2,2556 .$$

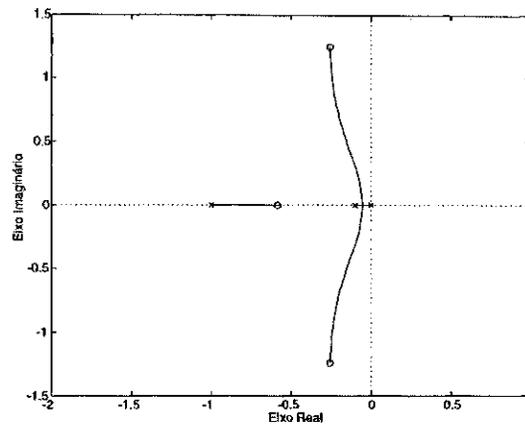
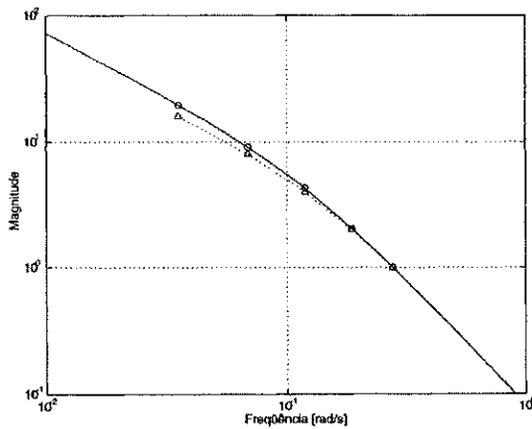


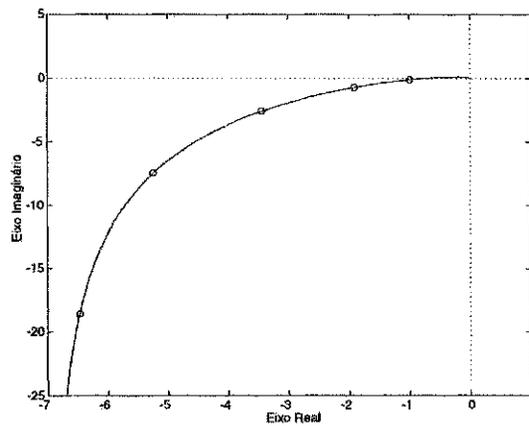
Figura 6.6: Lugar de raízes de $H_1(s) = 1 + L_1(s)$.

O controlador obtido pela Tabela 2.5, com $T_u = \omega_u/2\pi$, é dado por,

$$C_2(s) = 8,2618 + \frac{0.7287}{s} = 8,2618 \frac{s + 0,0882}{s}$$



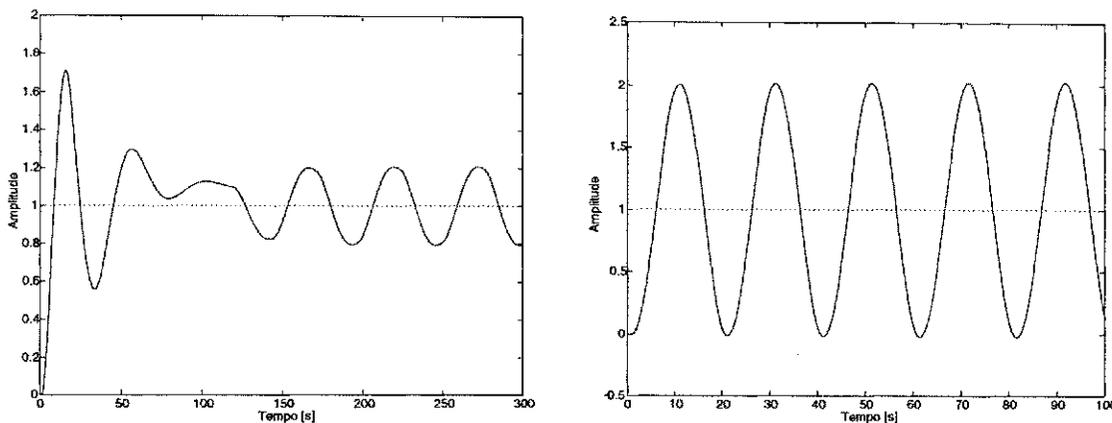
(a) Magnitude da Função de Malha: (-) real, (Δ) valor de r e (o) correção por DFT.



(b) Curva de Nyquist de $L_1(s)$: (-) real e (o) correção por DFT.

Figura 6.7: Identificação da Função de Malha para o sistema com atraso de transporte $G_2(s)$.

Os resultados para o experimento com a Função de Malha são mostrados na Fig. 6.7. Novamente, na Fig. 6.7(a), os valores de r e os valores corrigidos por DFT são mostrados, juntamente com a curva real do processo. Na Fig. 6.7(b), apenas a curva real e os valores corrigidos são mostrados no plano complexo.



(a) $r = 4$: estabilidade no lugar de raízes.

(b) $r = 0,4$: instabilidade no lugar de raízes.

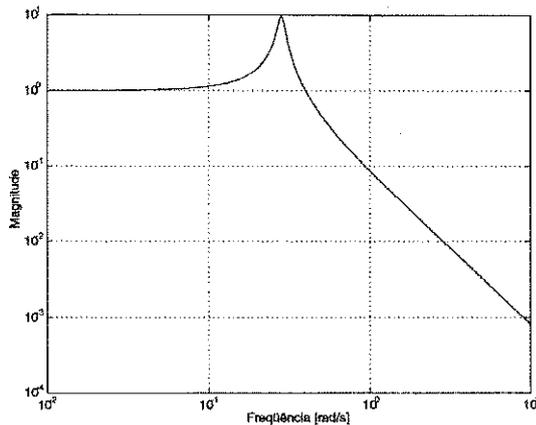
Figura 6.8: Saída do sistema com atraso de transporte $G_2(s)$ durante o experimento.

As saídas do processo para $r = 4$ e $r = 0,4$ são mostradas na Fig. 6.8. Neste caso, para $r = 0,4$, a instabilidade do experimento acarretou oscilações de amplitude elevada, bem maiores do que 20% de y_r . Isto pode ser explicado pela característica da malha fechada, com o controlador PI $C_2(s)$, calculado por Ziegler e Nichols. Da Fig. 6.9(a), a aproximação $|M_2(j\omega)| \cong 1$ não é satisfeita para a faixa de frequências de 0,1 a 1 rad/s, onde ocorre instabilidade do experimento. Como o limite calculado pela Eq. (3.10) não é válido, a amplitude de oscilação na saída do processo pode ser maior do que o esperado. A resposta para uma referência em degrau desta malha fechada é bastante oscilatória, conforme se observa na Fig. 6.9(b).

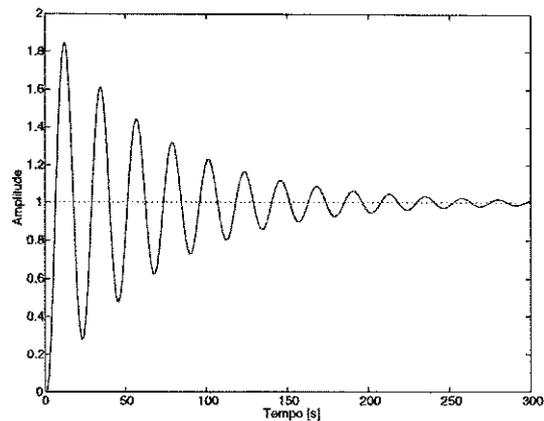
Este é um caso atípico de malha fechada, e o objetivo é mostrar o comportamento do experimento para este caso particular. Para este exemplo, a amplitude de oscilação não é reduzida, mesmo diminuindo a amplitude do relé.

Os valores obtidos do experimento com a Função de Sensibilidade são mostrados na Fig. 6.10. Note que, como os limites para ambos os experimentos são calculados sob a hipótese $|M_2(j\omega)| \cong 1$, o experimento com a Função de Sensibilidade também pode apresentar oscilações de amplitude elevada na saída do processo, para a faixa de frequência utilizada no experimento. As saídas do processo para $r^{-1} = 1$ e $r^{-1} = 9$ são mostradas na Fig. 6.10(b) e na Fig. 6.10(c), respectivamente. Também são observadas amplitudes de oscilação elevadas, para o caso do experimento com a Função de Sensibilidade.

O pico estimado da magnitude da Função de Sensibilidade usando a correção por DFT



(a) Magnitude da Função de Sensibilidade Complementar $M_2(s)$.



(b) Saída da malha fechada para $y_r(t)$ um degrau unitário.

Figura 6.9: Características da malha fechada para a função de transferência $G_2(s)$ e controlador $C_2(s)$.

foi de

$$\|\hat{S}_2\|_{\infty} = 10,01 \text{ em } \omega = 0,2874 \text{ rad/s} ,$$

e o valor real é aproximadamente

$$\|S_2\|_{\infty} \cong 9,9654 \text{ em } \omega = 0,2821 \text{ rad/s} .$$

Não são observadas oscilações na saída do processo para $r > 9$. Isto pode ser justificado a partir da curva de Nyquist de $F_2(j\omega, r)$, mostrada na Fig. 6.11. Note que, para $r > 10$, a curva não intercepta o semi-eixo imaginário.

6.4 Sistemas de Fase Não-Mínima

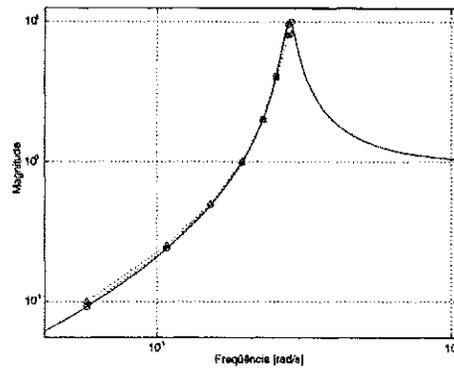
O modelo do sistema de fase não-mínima estudado é dado por

$$G_3(s) = \frac{1 - 0,1s}{(s + 1)^3} , \tag{6.3}$$

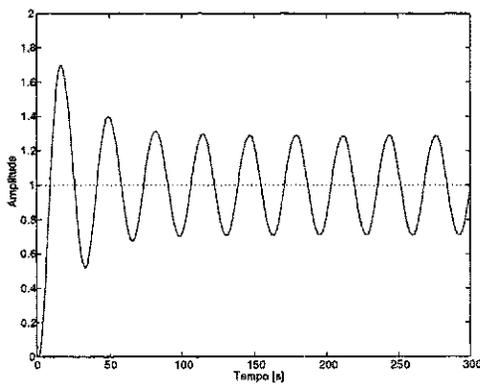
que possui ganho e frequência críticos,

$$K_u = 6,1538 ,$$

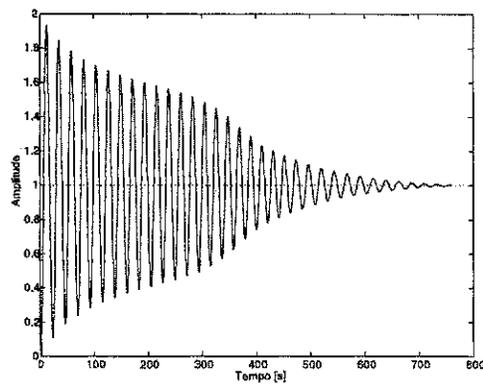
$$\omega_u = 0,6476 ,$$



(a) Magnitude da Função de Sensibilidade: (-) real, (Δ) valor de r^{-1} e (o) correção por DFT.



(b) Saída do processo para $r^{-1} = 1$.



(c) Saída do processo para $r^{-1} = 9$.

Figura 6.10: Identificação da Função de Sensibilidade para o sistema com atraso de transporte $G_2(s)$.

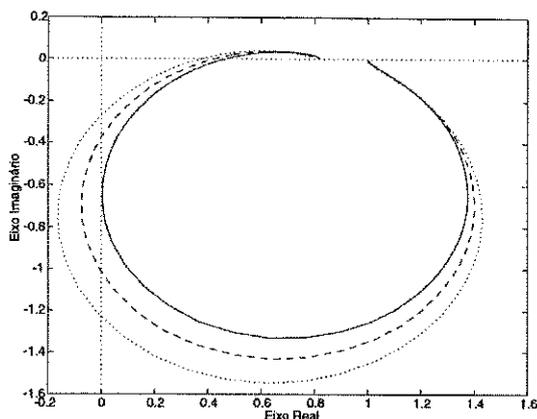
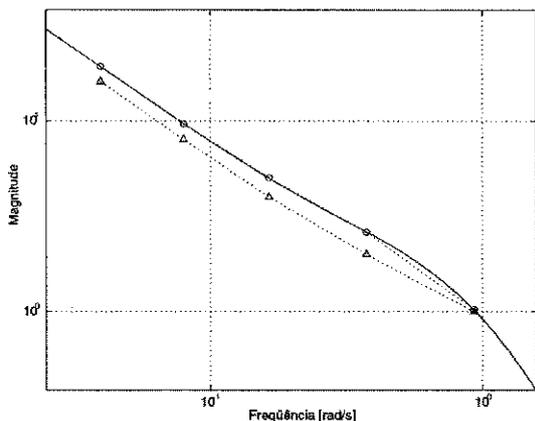


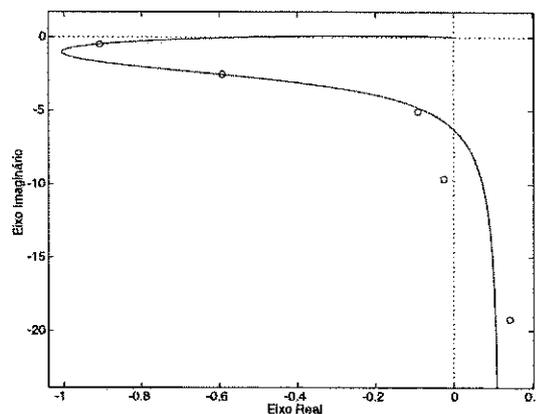
Figura 6.11: Curvas de Nyquist de $F_2(s, r)$: (·) $r^{-1} = 8,0$, (- -) $r^{-1} = 9,0$ e (- ·) $r^{-1} = 10,0$.

e o controlador PI obtido é

$$C_3(s) = 2,4615 + \frac{0,7562}{s} = 2,4615 \frac{s + 0,3072}{s} .$$



(a) Magnitude da Função de Malha: (-) real, (Δ) valor de r e (\circ) correção por DFT.

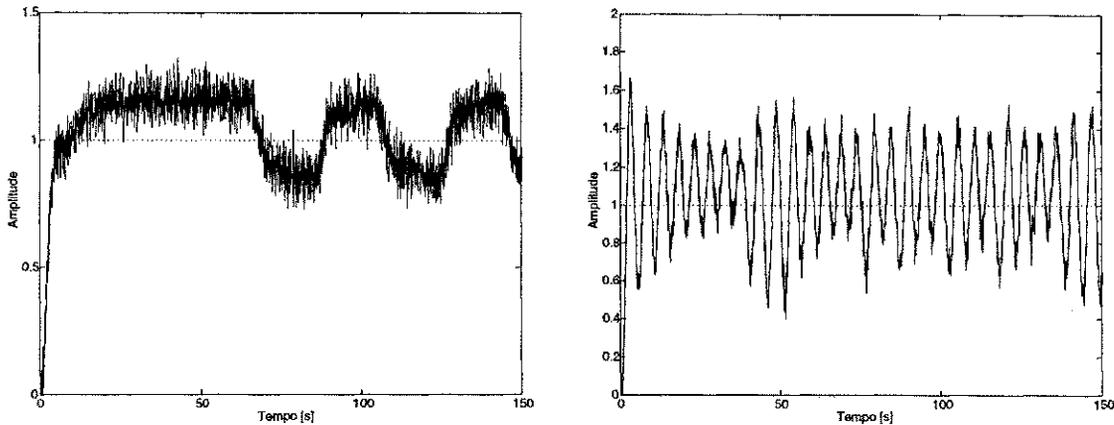


(b) Curva de Nyquist de $L_1(s)$: (-) real e (\circ) correção por DFT.

Figura 6.12: Identificação da Função de Malha para o sistema de fase não-mínima $G_3(s)$.

Para este exemplo, considera-se $\eta(t)$ na Fig. 2.1 como sendo um ruído branco de média nula e desvio padrão 0,05. Os resultados para o experimento com a Função de Malha são mostrados na Fig. 6.12. A estimativa da magnitude usando a correção por DFT é graficamente bastante razoável, conforme se observa na Fig. 6.12(a). No entanto, a estimativa no plano complexo, na Fig. 6.12(b), não é tão próxima do valor real, piorando à medida

que a frequência de oscilação diminui. Isto ocorre porque, em baixas frequências, o ângulo de fase de $M_3(j\omega)$ é muito pequeno, e os sinais utilizados na estimativa $\hat{L}_3(j\omega)$ são $y(t)$ e $y_r(t)$. Como a fase entre $y(t)$ e $y_r(t)$ é pequena, os erros se tornam grandes devido ao ruído e o resultado não é muito satisfatório.



(a) $r = 4$: estabilidade no lugar de raízes.

(b) $r = 0,4$: instabilidade no lugar de raízes.

Figura 6.13: Saída do sistema de fase não-mínima $G_3(s)$ durante o experimento.

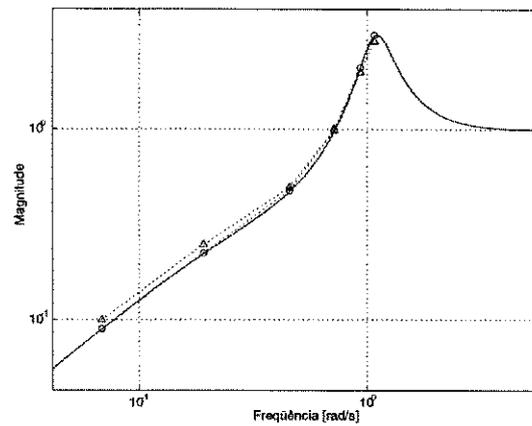
Para o experimento com a Função de Sensibilidade, os resultados são mostrados na Fig. 6.14. Neste caso, como em geral o interesse é a magnitude da Função de Sensibilidade, os resultados das estimativas são muito bons.

O lugar de raízes de $L_3(s)$ é mostrado na Fig. 6.15(a). Os valores de r para os quais o experimento é instável são dados por $r < 0,5431$. As saídas do processo para $r = 0,4$ e $r = 4,0$ são mostradas na Fig. 6.13. Note que, mesmo para $r = 0,4$, para o qual o experimento é instável, a saída se mantém entre os níveis de amplitude desejados. Isto ocorre em função da presença da saturação na entrada da malha fechada. Do lugar de raízes de $1 + L_3(s)$ na Fig. 6.15(b), conclui-se que o experimento com a Função de Sensibilidade é estável para $r > 0$.

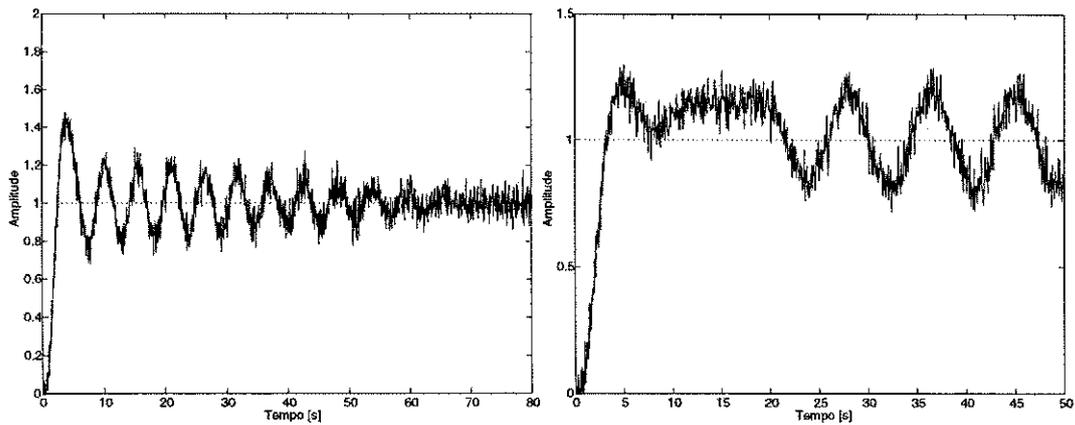
6.5 Sistemas de Ordem Elevada

Para o sistema de ordem elevada G_4 ,

$$G_4(s) = \frac{1}{(1+s)(1+0,7s)(1+0,7^2s)(1+0,7^3s)},$$



(a) Magnitude da Função de Sensibilidade: (-) real, (Δ) valor de r^{-1} e (\circ) correção por DFT.



(b) Saída do processo para $r^{-1} = 1$.

(c) Saída do processo para $r^{-1} = 9$.

Figura 6.14: Identificação da Função de Sensibilidade para o sistema de fase não-mínima $G_3(s)$.

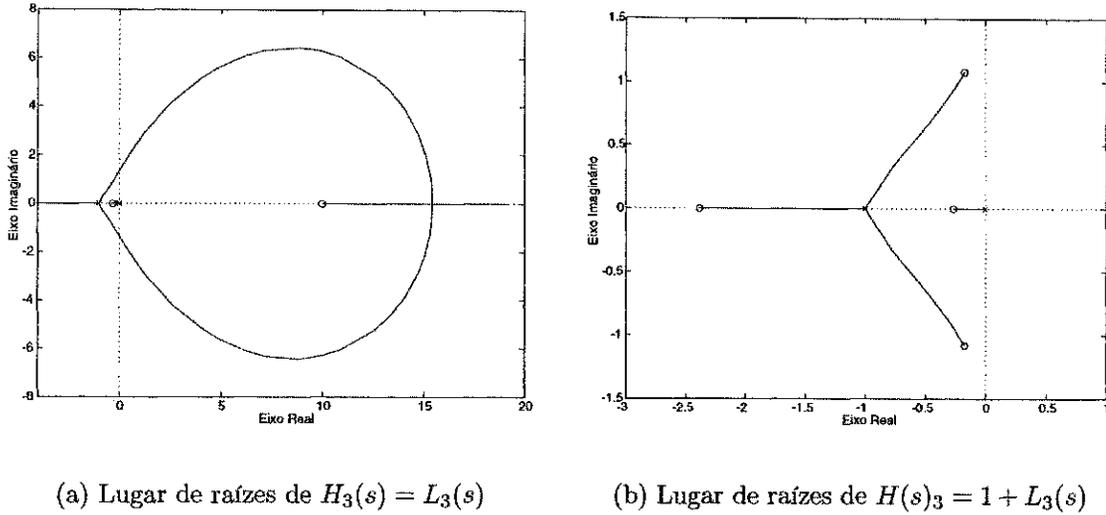


Figura 6.15: Lugares de raízes para o sistema de fase não-mínima.

o controlador PI é dado inicialmente por

$$C_{40}(s) = 1,8638 + \frac{0,6331}{s} = 1,8638 \frac{s + 0,3397}{s} .$$

Os resultados do experimento com a Função de Malha são mostrados na Fig. 6.16. O sinal $\eta(t)$ é um ruído branco com média nula e desvio padrão 0,05.

Para o experimento com a Função de Sensibilidade, a rejeição a perturbações de carga a $-20dB$ é estimada. O experimento é realizado para $r^{-1} = 0,1$, e o resultado obtido é,

$$\omega_o = 0,0576 \text{ rad/s} .$$

A estimativa do pico da Função de Sensibilidade é obtida diminuindo o valor de r (i.e., aumentando r^{-1}), até que a oscilação não seja mais perceptível. O valor de r obtido é tal que

$$r^{-1} = 2,4 .$$

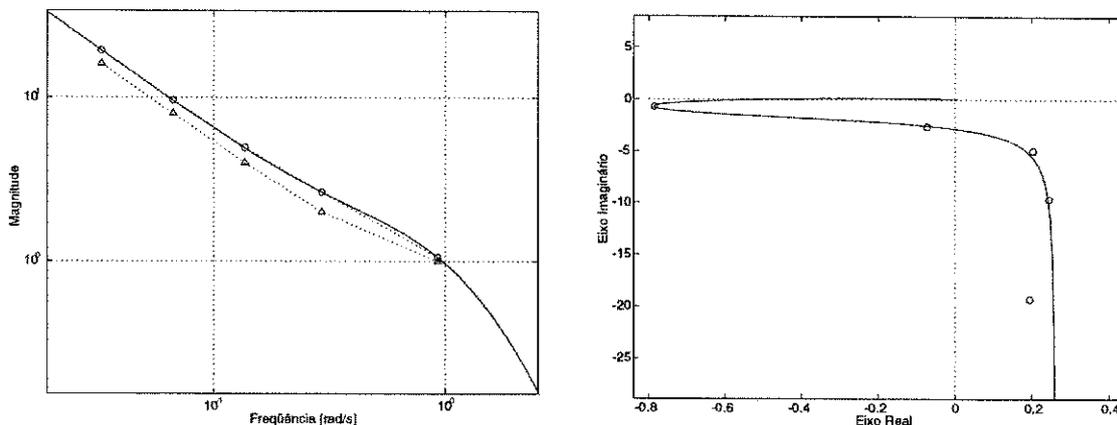
Usando a correção por DFT nos sinais $y_r(t)$ e $y(t)$, a seguinte estimativa é obtida

$$\|\hat{S}_4\|_{\infty} = 2,67 .$$

A saída do processo para $r^{-1} = 2,5$ é mostrada na Fig. 6.17.

A partir da estimativa do pico da Função de Sensibilidade, é possível estimar os seguintes limites para margens de estabilidade desta malha fechada,

$$MG > 1,6 \text{ e } MF > 21^\circ .$$



(a) Magnitude da Função de Malha: (-) real, (Δ) valor de r e (\circ) correção por DFT.

(b) Curva de Nyquist de $L_1(s)$: (-) real e (\circ) correção por DFT.

Figura 6.16: Identificação da Função de Malha para o sistema de ordem elevada $G_4(s)$.

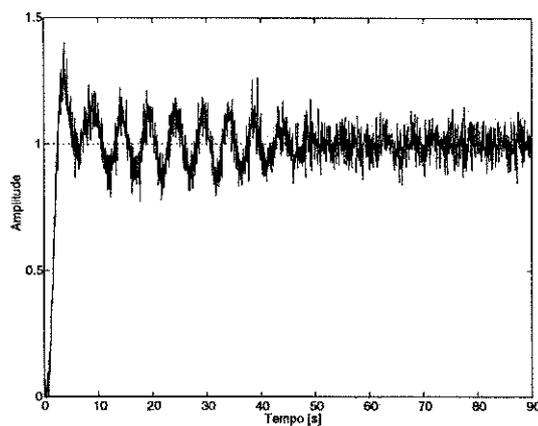


Figura 6.17: Saída do processo durante o experimento com a Função de Sensibilidade, com $r^{-1} = 2, 5$.

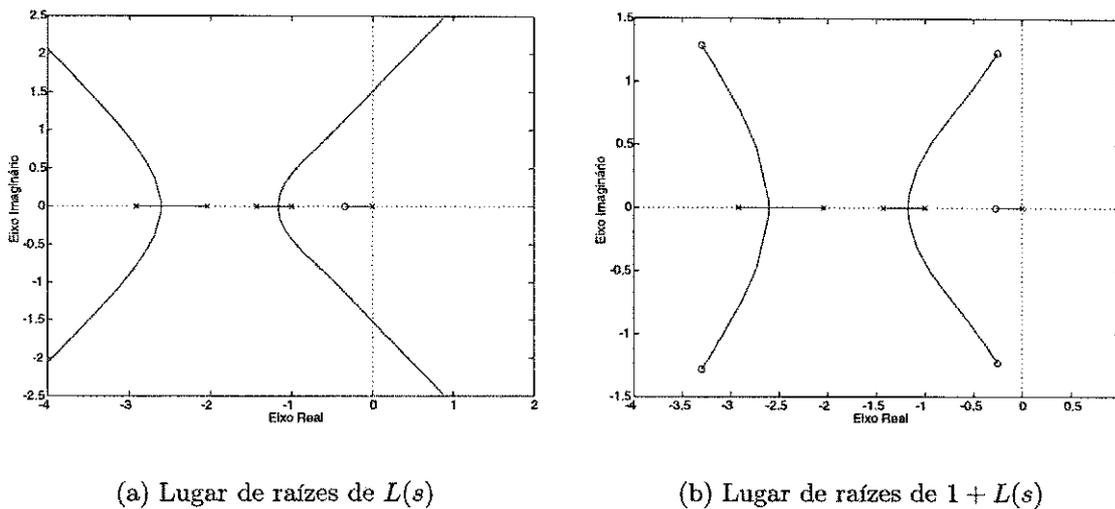


Figura 6.18: Lugares de raízes para o sistema de ordem elevada.

Na Fig. 6.18(a), o lugar de raízes de $L_4(s)$ indica instabilidade para $r > 0,5227$. Para o caso da Função de Sensibilidade, mostrado na Fig. 6.18(b), o lugar de raízes de $1 + L_4(s)$ indica que o experimento é estável para qualquer $r > 0$.

O procedimento apresentado na Seção 4.4 para obter um modelo de segunda ordem é utilizado neste exemplo para reprojeto do controlador PI. Os valores utilizados no procedimento de identificação correspondem às estimativas corrigidas por DFT da Função de Malha. A estimativa de um modelo de segunda ordem obtida é

$$\begin{aligned} \hat{G}_4(s) &= \frac{G_o}{(T_1s + 1)(T_\Sigma s + 1)} \\ &= \frac{0,897}{(1,0501s + 1)(0,9623s + 1)} \end{aligned}$$

Note que, neste modelo, a constante de tempo que representa a dinâmica não-modelada é quase idêntica à constante de tempo de primeira ordem. A curva de Nyquist real do processo e a obtida com modelo calculado são mostradas na Fig. 6.19, juntamente com as estimativas do experimento com relé.

O modelo é então utilizado no projeto do controlador PI pelos métodos ótimo-simétrico e ótimo-simétrico modificado. Os controladores PI obtidos são

$$C_{41}(s) = 0,6084 + \frac{0,1581}{s},$$

e

$$C_{42}(s) = 0,4812 + \frac{0,7608}{s}.$$

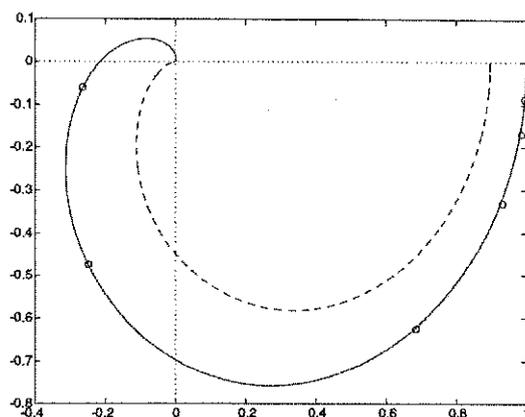


Figura 6.19: Curvas de Nyquist para o processo de ordem elevada G_5 : (—) curva real, (- -) modelo obtido e (o) estimativas do experimento.

As respostas a um degrau de referência unitário em $t = 0s$ e um degrau de perturbação unitário em $t = 50s$ são mostradas na Fig. 6.20. A parte proporcional do controlador PI atua apenas na saída do processo.

O projeto ótimo-simétrico deteriora o desempenho da malha fechada, pois o modelo obtido não possui as propriedades necessárias (Eq. (4.13)). O projeto ótimo-simétrico modificado leva, para este exemplo, a uma resposta mais oscilatória do que usando o controlador inicial, do método de Ziegler e Nichols.

Novamente, o experimento com a Função de Sensibilidade é usado para estimar a rejeição a perturbações de carga a $-20dB$. Usando o controlador $C_{41}(s)$, a nova frequência obtida é

$$\omega_o = 0,0138 \text{ rad/s} ,$$

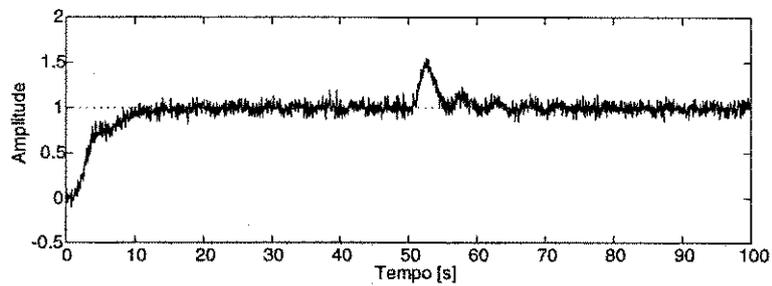
que corresponde a uma redução de cerca de 76% comparada à malha fechada usando o controlador inicial C_{40} . Para o controlador $C_{42}(s)$, a frequência correspondente obtida é

$$\omega_o = 0,0646 \text{ rad/s} .$$

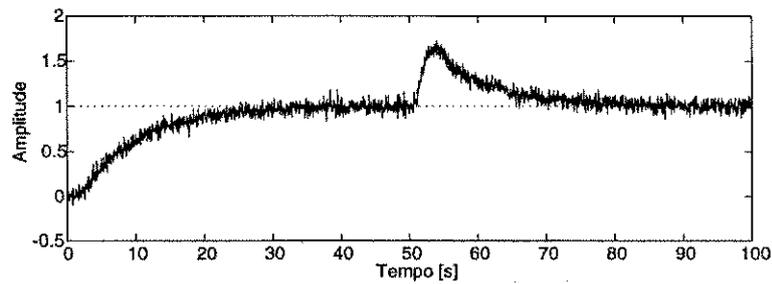
que corresponde agora a um acréscimo de aproximadamente 12%. Assim, a malha fechada usando o controlador C_{42} possui uma largura de faixa, onde a rejeição à perturbações de carga é de $-20dB$, 12% maior do que usando o controlador inicial.

As margens de estabilidade são avaliadas novamente usando o experimento com a Função de Sensibilidade. Para a malha fechada usando o controlador C_{41} , o valor de r acima do qual a oscilação é interrompida é tal que

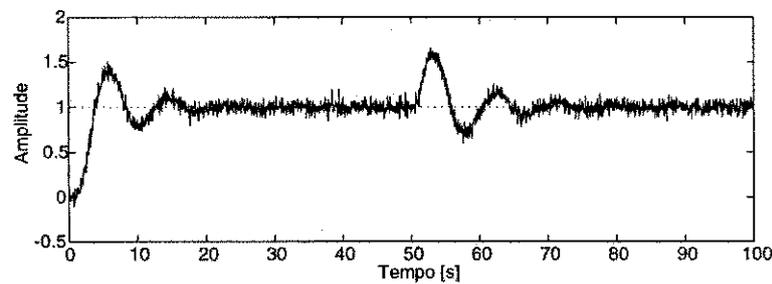
$$r^{-1} = 1,1 ,$$



(a) Método de Ziegler e Nichols.



(b) Ótimo-simétrico.



(c) Ótimo-simétrico modificado.

Figura 6.20: Respostas para sinal de referência e perturbação usando os controladores C_{40} , C_{41} e C_{42} .

e a estimativa do pico da Função de Sensibilidade usando a correção por DFT é

$$\|\hat{S}_{41}\|_{\infty} = 1,10 .$$

As margens de estabilidade neste caso são dadas por

$$MG > 11 \quad \text{e} \quad MF > 52^{\circ} .$$

Note que os valores são, possivelmente, bem maiores do que aqueles recomendados na literatura, de modo que a malha fechada usando C_{41} é bastante conservativa.

Usando o controlador C_{42} , tem-se que

$$r^{-1} = 2,4 ,$$

e

$$\|\hat{S}_{42}\|_{\infty} = 2,72 .$$

As margens de estabilidade são tais que

$$MG > 1,58 \quad \text{e} \quad MF > 21^{\circ} ,$$

que são aproximadamente as mesmas para o controlador inicial C_{40} .

6.6 Conclusão

Neste capítulo, foram apresentados resultados de simulação para os experimentos com relé e a técnica de sintonia de controladores PID. Os exemplos são baseados em modelos típicos de processos industriais, recomendados pela literatura.

Os resultados dos experimentos com relé apresentados nos Capítulos 3 e 5 são satisfatórios. Os métodos possuem precisão razoável, mesmo na presença de ruído. A informação de fase é recuperada usando a correção por DFT. Em alguns dos exemplos de simulação, a oscilação na saída do processo foi maior do que esperada, sendo necessária uma redução da amplitude do relé, para obtenção de níveis aceitáveis. Isto sugere que, para processos pouco estáveis, onde o pico da Função de Sensibilidade Complementar é muito grande, os valores recomendados para a amplitude do relé não são adequados.

O reprojeto do controlador PID é feito pelo método ótimo-simétrico e pelo ótimo-simétrico modificado. O projeto é baseado em um modelo de ordem reduzida do processo, obtido a partir do experimento de identificação da Função de Malha. Os resultados sugerem que o método ótimo-simétrico modificado é mais abrangente do que o ótimo-simétrico, pois este último apresenta limitações quanto ao modelo utilizado.

Capítulo 7

Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

Os controladores PID são muito populares em processos industriais. Dentre as várias razões, estão a simplicidade de operação e apelo intuitivo nos ajustes do dispositivo. Além disso, o controlador PID resolve a maioria dos problemas de controle. A tendência atual é utilizar dispositivos com recursos avançados de sintonia automática. A sintonia é feita após a realização de um experimento para determinação de algumas características do processo. Procedimentos típicos, implementados em alguns controladores comerciais, são os métodos da resposta ao degrau, resposta em frequência, e, recentemente, métodos baseados em realimentação por relé.

O método do relé apresenta algumas vantagens em relação a outros métodos. O processo é realimentado, utilizando controle tipo liga-desliga, e pode ser levado a operar em torno de um ponto de operação desejado. Além disso, o tempo de execução do experimento é, em geral, inferior ao dos outros dois métodos. A informação obtida utilizando o relé, a partir de análise por funções descritivas, é o ponto crítico do processo. Há uma tendência em utilizar o relé para obter outros pontos da resposta em frequência do processo. Por outro lado, tem sido estudada a sua utilização sem a substituição do controlador do sistema em malha fechada pelo relé.

7.1 Conclusões

Os resultados apresentados neste trabalho de dissertação seguem ambas as tendências citadas anteriormente. Novos experimentos com relé em malha fechada foram apresentados, e sua utilização na sintonia de controladores PID foi avaliada. Os experimentos

foram deduzidos a partir de um resultado teórico geral, usando uma realimentação apropriada com o relé. Mostrou-se, por análise pelo método de funções descritivas, que é possível obter oscilações controladas, cuja frequência é aproximadamente a frequência em que uma função de transferência escolhida possui um ganho especificado. O resultado permite que vários pontos da resposta em frequência desta função de transferência sejam obtidos. O experimento é realizado com o sistema em operação normal, i.e., com o controlador na malha fechada. Neste trabalho foram consideradas a Função de Malha e a Função de Sensibilidade.

A identificação da resposta em frequência da Função de Malha de um processo tem grande importância prática. Uma aplicação é o uso da informação obtida no projeto de controladores PID. Como exemplo de aplicação, o novo experimento de identificação da Função de Malha apresentado neste trabalho é utilizado no reprojeto de controladores PID. Neste trabalho foi utilizada a abordagem do ótimo-simétrico. Tal abordagem permite obter sistemas de controle com algumas propriedades interessantes, como estabilidade na presença de dinâmica não-modelada. O método é limitado a modelos em que a dinâmica não-modelada é representada por uma constante de tempo pelo menos quatro vezes menor do que as constantes de tempo do processo. Uma sugestão foi apresentada com o objetivo de ter um procedimento mais geral, mesmo no caso de dinâmica não-modelada mais significativa. O cálculo dos parâmetros do controlador é baseado na minimização da diferença entre a Função de Malha ótima-simétrica e a Função de Malha que pode ser obtida com o modelo identificado e o controlador. O algoritmo mínimos quadrados é utilizado para obter os parâmetros do controlador.

Grande parte dos estudos dedicados ao método do relé são relativos a precisão do método, operação em malha fechada, obtenção de outros pontos da resposta em frequência e aplicações em sistemas multivariáveis. A estimação da Função de Sensibilidade a partir de experimentos com relé é portanto um resultado inédito na literatura, de conhecimento do autor. O experimento apresentado neste trabalho permite a avaliação experimental de condições de desempenho e/ou estabilidade a partir de informações da magnitude da Função de Sensibilidade. É possível avaliar, por exemplo, a faixa de frequência onde a atenuação de perturbações de carga atinge um valor mínimo determinado. Também é possível obter uma estimativa para o pico da magnitude da Função de Sensibilidade, que pode ser utilizado para informar margens de estabilidade do sistema de controle. Uma vantagem do novo experimento com relé apresentado é o fato de ser executado em um sistema durante operação normal. A amplitude das oscilações obtidas podem ser mantidas dentro de níveis aceitáveis, a partir de especificações de operação.

São simulados vários processos cujos modelos são típicos para ambientes industriais, e recomendados pela literatura. Nos exemplos de simulação estudados, os experimentos de identificação da Função de Malha e da Função de Sensibilidade são executados. Os resultados são satisfatórios, mesmo na presença de ruído no experimento.

7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

A introdução dos novos experimentos com relé abrem caminho para várias aplicações em sintonia automática de controladores. A primeira possibilidade é estudar a utilização do experimento de identificação da Função de Malha para sintonia de controladores PID, utilizando técnicas de sintonia diferentes da utilizada neste trabalho, e a extensão dos métodos para o caso de sistemas com várias entradas e várias saídas (MIMO).

O experimento com a Função de Sensibilidade é utilizado neste trabalho apenas para identificação e avaliação do desempenho e estabilidade da malha fechada. Algumas técnicas de projeto de controladores se baseiam na moldagem espectral da Função de Sensibilidade. Por ser um resultado recente, pretende-se pesquisar técnicas de projeto de controladores baseadas na informação obtida do experimento de identificação da Função de Sensibilidade.

O experimento de identificação usando o relé associado ao projeto do controlador pode ser utilizado em um *projeto iterativo de controladores*. O interesse no projeto iterativo tem sido motivado pelo fato de que modelos de ordem reduzida podem ser utilizados para obter controladores de desempenho elevado, se a estimação é feita em malha fechada. Deste modo, seria possível a utilização dos experimentos de identificação e da técnica de sintonia, apresentados neste trabalho, de maneira sucessiva, de modo a obter malhas fechadas de desempenho elevado.

Finalmente, a aplicação dos experimentos em processos reais será de grande valia para detectar problemas práticos que podem surgir na aplicação dos métodos. Em testes iniciais realizados em um sistema de controle de temperatura, foram detectadas situações em que o tempo necessário para que o sistema comece a oscilar era bastante longo. Este fato está associado ao estado integrador na malha do experimento, que pode acumular um valor elevado durante o transitório inicial, quando o experimento é iniciado.

onde K_d é o *ganho derivativo*. A característica antecipativa é obtida da derivada, que aponta o sentido de crescimento do sinal de erro.

A.2 Estruturas de Implementação

Um controlador PID pode ser implementado utilizando diferentes estruturas. Normalmente, cada fabricante adota uma determinada estrutura, e os parâmetros são definidos a partir da escolha feita. É importante notar que os parâmetros obtidos para uma determinada estrutura não correspondem, em geral, aos parâmetros de uma outra estrutura. Conhecer a estrutura de um controlador PID é necessário, portanto, para sintonizá-lo corretamente, ou, na eventual substituição por um modelo diferente, para que os parâmetros sejam coerentes com o novo controlador. Em Gerry [17], é apresentada uma discussão sobre as estruturas e a nomenclatura adotadas por alguns fabricantes.

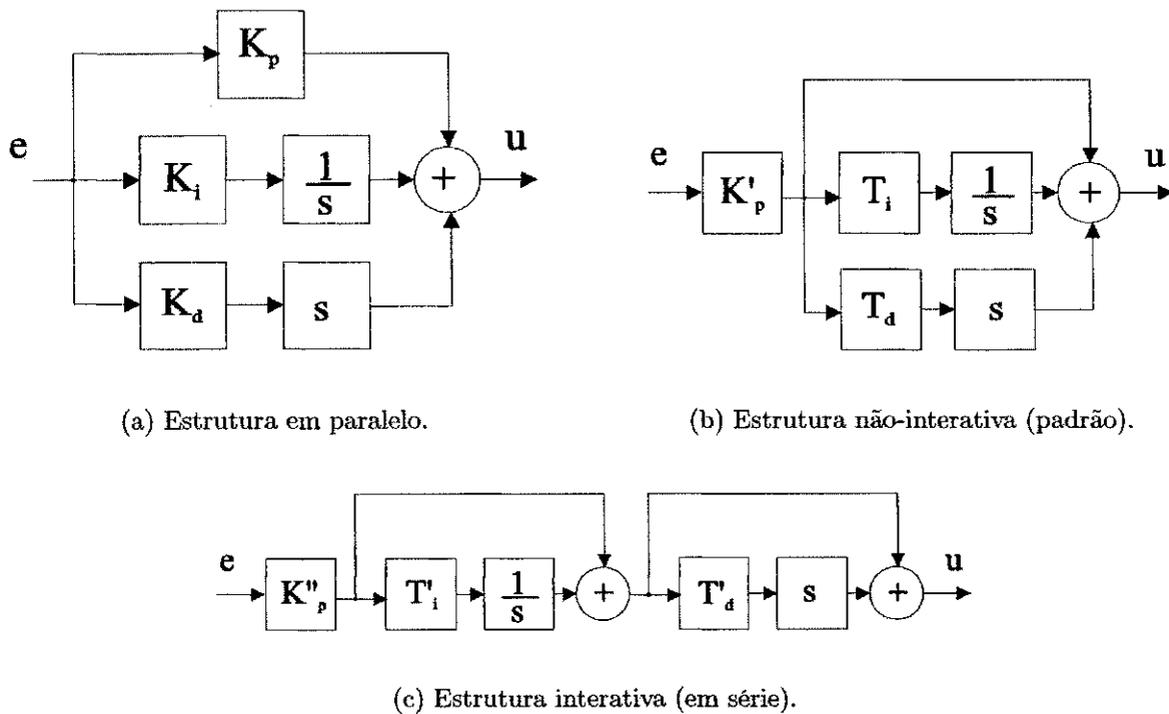


Figura A.1: Diagramas em blocos de controladores PID em diversas estruturas.

A.2.1 Estrutura em Paralelo

A estrutura do controlador PID dada pela Eq. (A.1) é conhecida por *estrutura em paralelo*, devido à forma como é implementada na Fig. A.1(a). A função de transferência da estrutura em paralelo é dada por

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s. \quad (\text{A.2})$$

A estrutura em paralelo é a mais encontrada nos livros-texto sobre controladores PID. A principal vantagem está em se obter as ações P, I e D separadamente, por meio de parâmetros finitos. Além disso, os parâmetros aparecem linearmente na Eq. (A.2)

A.2.2 Estrutura Não-Interativa

A Eq. (A.2) pode ainda ser reescrita como

$$C(s) = K'_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right). \quad (\text{A.3})$$

onde K'_p é o *ganho do controlador*, T_i a *constante de tempo integral* e T_d a *constante de tempo derivativa*. Esta é outra estrutura utilizada para controladores PID, conhecida por *estrutura padrão* ou *não-interativa*. A estrutura dada pela Eq. (A.3) é mostrada no diagrama em blocos da Fig. A.1(b). A relação entre os parâmetros das estruturas anteriores é obtida a partir da Eq. (A.2) e da Eq. (A.3),

$$\begin{aligned} K_p &= K'_p, \\ K_i &= K'_p / T_i, \\ K_d &= K'_p T_d. \end{aligned}$$

Na estrutura em paralelo, os parâmetros possuem pouca interpretação física. Neste caso, a estrutura não-interativa apresenta a vantagem de ter uma interpretação para os valores de K , T_i e T_d [2]. Por exemplo, para $K'_p = 1$ e um sinal de erro constante, e_{ss} , T_i representa o tempo necessário para $u(t)$ aumentar da quantidade e_{ss} . Considerando agora o erro variando à taxa unitária constante, e um controlador PD, T_d representa o tempo que seria necessário para $u(t)$ atingir o valor atual, caso fosse utilizada apenas a parte proporcional.

A.2.3 Estrutura Interativa

A estrutura encontrada na maioria dos controladores comerciais é a estrutura *interativa* ou *em série*, dada por

$$\begin{aligned} C(s) &= K_p'' \left(1 + \frac{1}{sT_i'} \right) (1 + sT_d') \\ &= K_r \frac{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)}{s}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

O diagrama em blocos desta estrutura é mostrado na Fig. A.1(c). Um controlador PID na estrutura interativa sempre pode ser reescrito como um controlador na estrutura em paralelo, notando a seguinte equivalência,

$$\begin{aligned} K_p &= K_p'' (1 + T_d'/T_i'), \\ K_i &= K_p''/T_i', \\ K_d &= K_p'' T_d'. \end{aligned}$$

Porém, para parâmetros reais, a estrutura em paralelo somente possui uma estrutura interativa equivalente se a condição

$$K_p^2 \geq 4K_i K_d$$

é satisfeita. Neste caso, os parâmetros da estrutura interativa são dados por

$$\begin{aligned} K_p'' &= \frac{K_i}{2} \left(K_p + \sqrt{K_p - 4K_i K_d} \right), \\ T_i' &= \frac{K_p + \sqrt{K_p - 4K_i K_d}}{2}, \\ T_d' &= \frac{K_p - \sqrt{K_p - 4K_i K_d}}{2}. \end{aligned}$$

Os primeiros controladores possuíam a forma interativa por razões práticas de construção do equipamento. Esta forma tem sido mantida pelos fabricantes por razões históricas, nas diversas mudanças de tecnologia. Por este motivo, é a estrutura mais encontrada em controladores comerciais.

A.3 Aspectos Práticos

A.3.1 Ponderação no Sinal de Referência

O sinal de controle da Eq. (A.1) é obtido de operações efetuadas apenas no sinal de erro, $e(t) = y_r(t) - y(t)$. Assim, controladores PID possuem apenas um grau de liberdade, e,

por este motivo, há um compromisso na escolha entre resposta a perturbações de carga e a resposta ao sinal de referência.

Mais flexibilidade pode ser obtida se, ao invés de se utilizar o erro diretamente no controlador, o sinal de referência for ponderado da seguinte maneira,

$$u(t) = K_p e_p(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de_d(t)}{dt},$$

em que

$$e_p(t) = b y_r(t) - y(t) \quad , \quad e_d(t) = c y_r(t) - y(t) .$$

Note que o erro aplicado à parte integral deve ser calculado normalmente, para que o erro entre $y(t)$ e $y_r(t)$ seja nulo. Os parâmetros b e c podem ser utilizados para “ajustar” a resposta a variações do sinal de referência.

Tipicamente, o sobressinal na saída do processo devido a um degrau de referência é reduzido para valores de $b < 1$. Normalmente, escolhe-se $b = 0$, i.e., apenas o sinal de saída é utilizado na parte proporcional do controlador.

Na parte derivativa, os transitórios elevados devido a variações do sinal de referência são evitados escolhendo-se $c = 0$. No entanto, quando o controlador faz parte de uma malha interna, como em um esquema de controle em cascata, escolhe-se $c = 1$.

A.3.2 Estouro do Integrador

Em geral, em um sistema de controle, a saída do controlador é um sinal de baixa potência, e o processo requer uma potência maior para ser levado às condições de operação desejadas. Neste caso, utiliza-se um elemento atuador entre a saída do controlador e a entrada do processo, como mostrado na Fig. A.2.

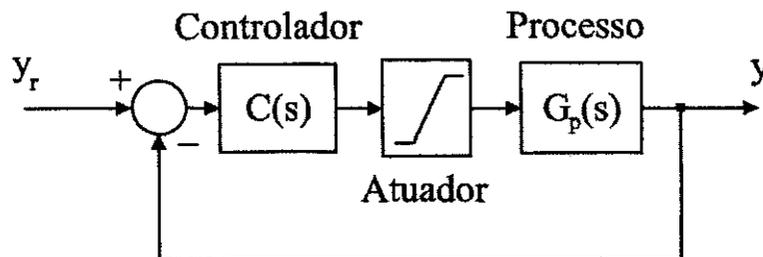


Figura A.2: Sistema de controle com atuador saturável.

Os atuadores possuem faixa de operação limitada, isto é, existem limites para os quais ocorre saturação do sinal de controle. Por exemplo, uma válvula está limitada à faixa de

operação entre *completamente aberta* e *completamente fechada*, e um inversor PWM (*Pulse Width Modulation*) está limitado tipicamente à faixa de tensão nula até a tensão nominal do inversor. Quando o atuador satura, o sistema se comporta como em malha aberta, e o sinal na saída do controlador não corresponde mais ao sinal da entrada do processo. Considere uma mudança no sinal de referência que provoque saturação no atuador. Nesta situação, o erro é continuamente acumulado pelo integrador, aumentando indefinidamente o sinal de controle. Para trazer de volta o sinal de controle para os níveis normais, é necessário um erro relativamente grande na direção oposta. O estouro do integrador (*integrator windup*) leva a sistemas de controle com transitórios largos nas mudanças do sinal de referência.

Existem várias opções para se evitar o estouro do integrador em controladores PID. Um estudo detalhado é apresentado em Rundqwist [51]. Programas de simulação para análise de estratégias para evitar estouro no integrador são apresentados em Bohn e Atherton [6]. Algumas opções comuns são descritas em seguida.

- **Limitador no sinal de referência.** Uma forma de se evitar estouro no integrador devido a variações no sinal de referência é limitar a taxa de variação do mesmo. No entanto, este procedimento leva a sistemas de controle com desempenho fraco, pois os limites são muito conservativos. Além disso, isto não evita estouro do integrador devido a perturbações de carga.
- **Algoritmos incrementais: *Back Calculation* e *Tracking Mode*.** Neste esquema, a entrada do integrador é reduzida continuamente, quando existe diferença entre o sinal de controle e o sinal na saída do atuador da Fig. A.2. O erro entre tais sinais é realimentado no controlador, de modo a tornar o sinal de controle igual ao sinal no atuador. Em uma forma mais elaborada, o controlador possui uma entrada de sinal extra, usada para “rastrear” o atuador, e corrigir o sinal de controle somente quando necessário.

A.3.3 Filtragem na Parte Derivativa

A parte derivativa de um controlador PID não é freqüentemente utilizada por operadores de processo por ser difícil de sintonizar empiricamente [65]. Um derivador puro apresenta ganho infinito para sinais de alta freqüência, o que torna o sistema de controle bastante sensível ao ruído. Ainda, um derivador puro é não-realizável, pois a função de transferência do mesmo tem no numerador grau superior ao do denominador.

Por estes motivos, o derivador prático utilizado em controladores PID consiste de um filtro de primeira ordem em série com um derivador puro, o que leva à seguinte função de

transferência

$$C_d(s) = K_d \frac{s}{\tau s + 1}, \quad (\text{A.5})$$

onde C_d é a função de transferência da parte derivativa. O problema de projeto associado ao derivador prático da Eq. (A.5) é a escolha de τ .

Se o controlador com o derivador prático da Eq. (A.5) é utilizado, então o ruído de alta frequência é amplificado no máximo por K_d/τ . Tipicamente, τ é escolhido de modo que K_d/τ é de 8 a 20 vezes o ganho K_p [2].

A.3.4 Mudança Suave de Modo e Parâmetros

As versões comerciais de controladores PID possuem, em geral, diferentes modos de operação, a saber *manual*, *automático*, *auto-sintonia* e *adaptação contínua*. Em particular, no modo manual, o sinal de controle é informado diretamente pelo operador, e no automático, calculado segundo a lei de controle implementada. Se o modo do controlador é alterado de automático para manual, o sinal de controle assume o último valor antes da mudança de modo. No sentido inverso, a mudança de modo pode provocar “saltos” no sinal de controle. Isto ocorre porque o sinal obtido do algoritmo de controle é, em geral, diferente daquele fornecido pelo operador.

As maneiras de se evitar tais transtornos são mantidas em sigilo pelos fabricantes. Existem, no entanto, algumas referências sobre o assunto, que sugerem modificações na estrutura do controlador [2]. O objetivo é comutar o sinal de controle lentamente, entre o valor manual e o calculado pelo algoritmo PID. Os algoritmos incrementais, citados anteriormente, se apresentam como uma alternativa neste caso. Outra solução encontrada é utilizar um dispositivo de suavização, tipicamente um integrador, para reduzir o transitório da mudança.

Um fenômeno parecido ocorre também na mudança de parâmetros do controlador. Tais mudanças podem provocar distúrbios no sistema de controle. Pode-se citar, por exemplo, a mudança do ganho em um controlador proporcional. Desde que o erro em regime permanente é não-nulo, a mudança de ganhos faz com que o sinal de controle dê um “salto”, perturbando o sistema de controle. Observa-se então a necessidade de se garantir uma mudança suave de parâmetros, pelo menos quando o sistema se encontra em regime permanente.

As soluções encontradas são similares, em espírito, às apresentadas para mudança de modo de operação. A idéia, neste caso, é mudar o estado do controlador, de modo que o sinal de controle permaneça constante. Algum cuidado deve ser tomado quando a ponderação no

sinal de referência é utilizada. Para uma estrutura completa de um controlador PID com ponderação no sinal de referência, filtro na parte derivativa, *anti-windup* e mudança suave de modo e parâmetros, consultar Åström e Hägglund [2].

Apêndice B

Revisão Matemática

Neste apêndice, são apresentados alguns fundamentos matemáticos, utilizados ao longo do texto principal.

B.1 Funções Descritivas

O método das funções descritivas é utilizado para obter uma solução aproximada para os ciclos limite em sistemas com não-linearidades estáticas. A representação do sistema da Fig. B.1 em espaço de estados é dada por,

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) , \\ y(t) &= Cx(t) , \\ u(t) &= \psi(e(t)) ,\end{aligned}$$

com,

$$G_p(s) = C(sI - A)^{-1} B ,$$

e $\psi(\cdot)$ uma não-linearidade estática e invariante no tempo. Para facilitar o desenvolvimento, $\psi(\cdot)$ é considerada uma função ímpar.

Considere a saída $y(t)$ periódica, e origem do semi-eixo do tempo de maneira que a fase da primeira harmônica de $y(t)$ é nula. Considere também $y_r(t) = 0$, de modo que

$$u(t) = \psi(e(t)) = \psi(-y(t)) = -\psi(y(t)) .$$

Desde que a não-linearidade ψ é invariante no tempo, o sinal $u(t)$ é também periódico e de mesma frequência.

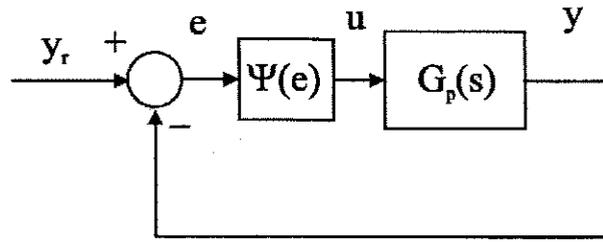


Figura B.1: Sistema linear com elemento não-linear na realimentação.

O sinal $y(t)$ pode ser representado pela série de Fourier,

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \sin(\omega n t) ,$$

e o sinal $u(t)$ é dado por

$$u(t) = -\psi(y(t)) = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \sin(\omega n t + \phi_n) .$$

O objetivo é procurar uma solução para c_n e ϕ_n em função de a_n . É possível mostrar que a solução procurada satisfaz (ver [28]),

$$G_p(j\omega) c_n(a_1, \dots, a_n) e^{-j\phi_n(a_1, \dots, a_n)} + a_n = 0 , \quad (\text{B.1})$$

para todos os inteiros n . A Eq. (B.1) constitui portanto um sistema de equações de dimensão infinita. Uma solução aproximada pode ser obtida, levando em conta apenas o primeiro harmônico dos sinais y e u . Para não-linearidades anti-simétricas, $c_o = 0$, de modo que

$$G_p(j\omega) \frac{c(a) e^{-j\phi(a)}}{a} + 1 = 0 ,$$

onde

$$c = c_1 , \quad a = a_1 , \quad \phi = \phi_1 .$$

A função descritiva da não-linearidade ψ é definida como sendo

$$N(a) \triangleq \frac{c(a) e^{-j\phi(a)}}{a} . \quad (\text{B.2})$$

Assim, a amplitude e frequência de oscilação da saída $y(t)$ são dadas aproximadamente pela solução de

$$\begin{aligned} G_p(j\omega) N(a) + 1 &= 0 \Rightarrow \\ G_p(j\omega) &= -\frac{1}{N(a)} , \end{aligned}$$

que é a interseção da curva de Nyquist de $G_p(s)$ com a inversa negativa da função descritiva $N(a)$ no plano complexo. Note que $N(a)$ é, por definição, um número complexo.

Uma forma de obter a função descritiva de uma não-linearidade é considerar na Fig. B.1

$$e(t) = a \sin(\omega t) , \quad (\text{B.3})$$

e calcular a amplitude e fase do primeiro harmônico do sinal $u(t)$ pela série de Fourier,

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u(t) \sin(\omega t) d(\omega t) , \\ \phi &= \sin^{-1}(\omega \Delta t) , \end{aligned}$$

onde Δt é o intervalo de tempo entre as componentes fundamentais dos sinais $e(t)$ e $u(t)$.

B.1.1 Função Descritiva do Relé

A função descritiva do relé da Fig. 2.5(a) é obtida como segue. O sinal de saída da não-linearidade, $u(t)$, é uma onda quadrada de mesmo período e fase do sinal periódico de entrada da Eq. (B.3). Assim,

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u(t) \sin(\omega t) d(\omega t) \\ &= \frac{2d}{\pi} \int_0^{\pi} \sin(\omega t) d(\omega t) \\ &= \frac{4d}{\pi} . \end{aligned}$$

Portanto, a função descritiva do relé da Fig. 2.5(a) é dada por,

$$N(a) = \frac{4d}{\pi a} . \quad (\text{B.4})$$

B.1.2 Função Descritiva do Relé com Histerese

Considere o relé com histerese da Fig. 2.5(b). Se o sinal de entrada é dado pela Eq. (B.3), então a saída da não-linearidade é da forma mostrada na Fig. B.2.

A amplitude do harmônico de saída é a mesma para o relé sem histerese, i.e.,

$$c = \frac{4d}{\pi} .$$

A fase é calculada a partir da Fig. B.2,

$$\sin \phi = \sin(\omega t_1) = \frac{\varepsilon}{a} ,$$

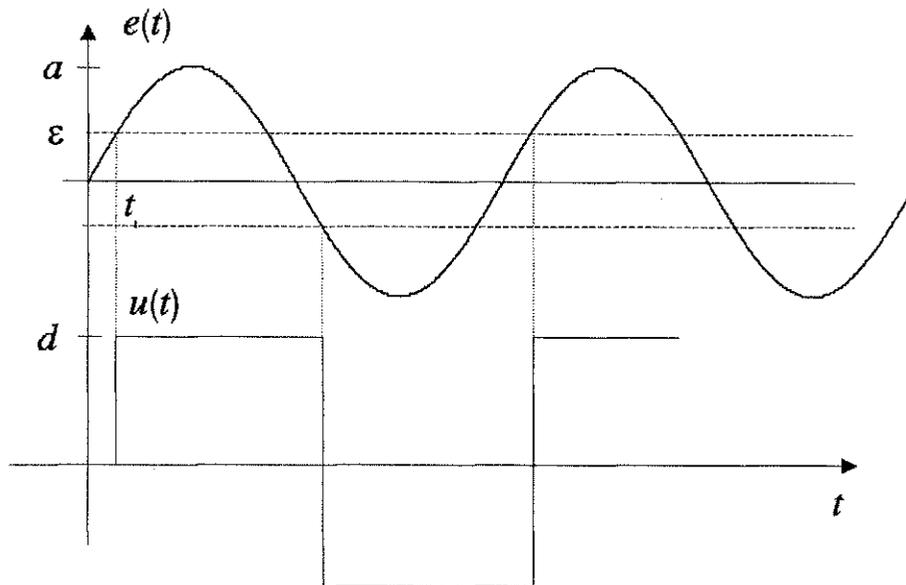


Figura B.2: Saída de uma não-linearidade tipo relé com histerese para uma entrada senoidal.

de modo que

$$\begin{aligned}
 N(a) &= \frac{4d}{\pi a} e^{-j\phi} \\
 &= \frac{4d}{\pi a} (\cos \phi - j \sin \phi) \\
 &= \frac{4d}{\pi a} \left(\sqrt{1 - \frac{\varepsilon^2}{a^2}} - j \frac{\varepsilon}{a} \right) \\
 &= \frac{4d}{\pi a^2} (\sqrt{a^2 - \varepsilon^2} - j\varepsilon) .
 \end{aligned}$$

A inversa negativa desta função descritiva é dada por,

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{N(a)} &= \frac{\pi a^2}{4d} (\sqrt{a^2 - \varepsilon^2} - j\varepsilon)^{-1} \\
 &= \frac{\pi}{4d} \sqrt{a^2 - \varepsilon^2} + j \frac{\pi \varepsilon}{4d} .
 \end{aligned}$$

B.1.3 Função Descritiva do Relé com Zona-Morta

A relação entrada-saída de um relé com zona-morta é mostrada na Fig. B.3(a). A saída do relé para o sinal de entrada da Eq. (B.3) é mostrada na Fig. (B.3(b)).

A amplitude do primeiro harmônico de $u(t)$ é dada por,

$$c = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u(t) \sin(\omega t) d(\omega t)$$

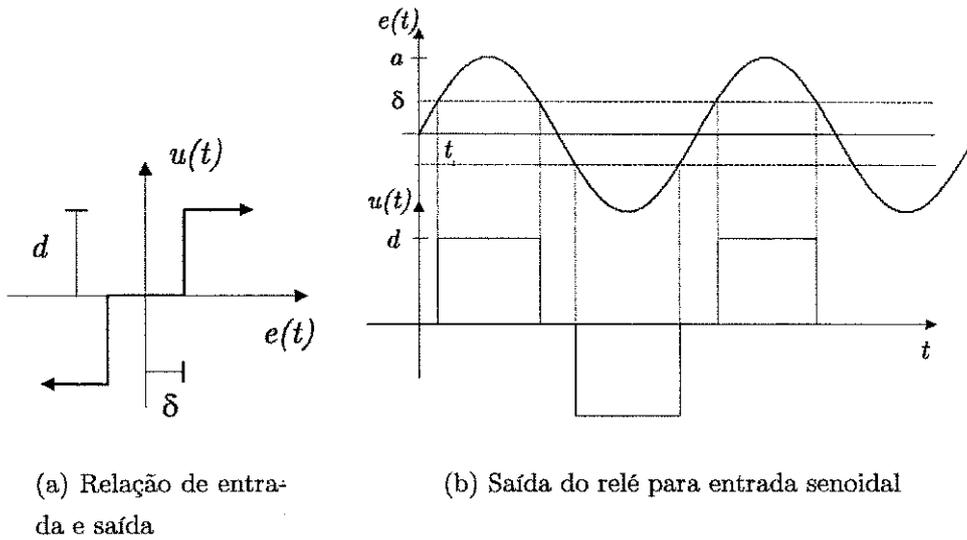


Figura B.3: Não-linearidade tipo relé com zona-morta.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{4d}{\pi} \int_{\omega t_1}^{\pi/2} \sin(\omega t) d(\omega t) \\
 &= \frac{4d}{\pi} \left(-\cos(\omega t) \Big|_{\omega t_1}^{\pi/2} \right),
 \end{aligned}$$

de modo que,

$$c = \begin{cases} \frac{4d}{\pi} \sqrt{1 - \frac{\delta^2}{a^2}}, & a \geq \delta \\ 0 & , a < \delta \end{cases}$$

Como a fase entre $e(t)$ e $u(t)$ é nula, então,

$$N(a) = \begin{cases} \frac{4d}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{\delta^2}{a^2}}, & a \geq \delta \\ 0 & , a < \delta \end{cases}$$

B.2 Mínimos Quadrados

O método dos mínimos quadrados é um método de regressão linear bem conhecido. A idéia é ajustar N pares de valores $\{y(k), u(k)\}$ a uma relação linear paramétrica, minimizando o erro médio quadrático entre os pares e a relação linear.

Considere uma relação linear da forma

$$\begin{aligned}
 y(k) &= \varphi_1(k)\theta_1 + \varphi_2(k)\theta_2 + \dots + \varphi_n(k)\theta_n \\
 &= \varphi(k)^T \theta_p
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

onde

$$\varphi(k) = \left[\varphi_1(k) \quad \varphi_2(k) \quad \dots \quad \varphi_n(k) \right]^T$$

$$\theta_p = \left[\theta_1(k) \quad \theta_2(k) \quad \dots \quad \theta_n(k) \right]^T$$

O vetor θ_p é o vetor com os parâmetros a serem determinados. Note que a relação da Eq. (B.5) é linear nos parâmetros, e $\varphi(k)$ é, em geral, dependente de valores de y e u para $k, k-1, \dots, 1$, que pode envolver relações não lineares de y e u .

A função de custo associada ao método dos mínimos quadrados é a soma do erro médio quadrático, dada por

$$J(\theta_p) = \sum_{k=1}^N e(k, \theta_p)^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - \varphi(k) \theta_p]^2 \quad (\text{B.6})$$

Quando a função de custo é nula para algum vetor θ_o , a solução é exata, e todos os pares $\{y(k), u(k)\}$ são descritos pela relação linear da Eq. (B.5), com $\theta_p = \theta_o$. Em geral, a função de custo da Eq. (B.6) não se anula, de modo que sempre há um erro entre a relação linear e os pares $\{y(k), u(k)\}$ utilizados. Este erro normalmente é associado ao erro na medição dos pares $\{y(k), u(k)\}$, ou erro de modelagem, ou ambos. O erro de medição ocorre quando as amostras $\{y(k), u(k)\}$ obedecem à relação linear da Eq. (B.5), mas os valores medidos estão adicionados a uma quantidade aleatória, em geral associada ao ruído de medição. O erro de modelagem ocorre quando os pares possuem uma relação paramétrica não-linear, e é feita uma aproximação desta relação pela Eq. (B.5).

A solução que minimiza a Eq. (B.6) é dada por,

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_p &= \arg \min_{\theta_p} J(\theta_p) \\ &= \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k) \varphi^T(k) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k) y(k) \right] \end{aligned}$$

que pode ser escrita na forma matricial

$$\hat{\theta}_p = (\Phi \Phi^T)^{-1} (\Phi Y) \quad (\text{B.7})$$

onde

$$\begin{aligned} \Phi &= \left[\varphi(1) \quad \varphi(2) \quad \dots \quad \varphi(N) \right] \\ Y &= \left[y(1) \quad y(2) \quad \dots \quad y(N) \right]^T \end{aligned}$$

Quando os pares $\{y(k), u(k)\}$ são complexos e o vetor θ_p é real, é possível utilizar as partes real e imaginária das matrizes Y e Φ para obter a solução mínimos quadrados. Nestes casos, a solução mínimos quadrados pode ser dada por (ver Woodyatt e Middleton [64]),

$$\hat{\theta}_C = \left[\text{Re}(\Phi \Phi^T) + \text{Im}(\Phi \Phi^T) \right]^{-1} \times [\text{Re}(\Phi Y) + \text{Im}(\Phi Y)] \quad (\text{B.8})$$

Bibliografia

- [1] Karl Johan Åström e Tore Hägglund. Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins. *Automatica*, 20(5):645–651, 1984.
- [2] Karl Johan Åström e Tore Hägglund. *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. Instrument Society of America, Research Triangle Park, North Carolina, 2nd edition, 1995.
- [3] Karl Johan Åström, Chang C. Hang, P. Persson, e Weng K. Ho. Towards Intelligent PID Control. *Automatica*, 28(1):1–9, 1992.
- [4] Péricles Rezende Barros e Gustavo Henrique Machado de Arruda. Moldagem Da Função de Malha Baseada No Método Do Relé Em Malha Fechada. Submetido a publicação.
- [5] Péricles Rezende Barros e Björn Wittenmark. Frequency Domain Sensitivity Shaping Using Overparametrized Controllers. In *34rd IEEE CDC - Conference on Decision and Control*, pp. 2716–2721, San Diego - CA, USA, Dec. 10-12 1997.
- [6] C. Bohn e D. P. Atherton. An Analysis Package Comparing PID Anti-Windup Strategies. *IEEE Control Systems Magazine*, 15(2):34–40, 1995.
- [7] Runsheng Cao e Thomas McAvoy. Evaluation of a Pattern Recognition Adaptive PID Controller. *Automatica*, 26(4):797–801, 1990.
- [8] Ren-Chiou Chang, Shih-Haur Shen, e Cheng-Ching Yu. Derivation of Transfer Function from Relay Feedback Systems. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 31(3):855–860, 1992.
- [9] Bor-Sen Chen, Yu-Min Cheng, e Ching-Hsiang Lee. A Genetic Approach To Mixed $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ Optimal PID Control. *IEEE Control Systems Magazine*, 15(5):51–60, 1995.

- [10] John J. D'Azzo e Constantine H. Houpis. *Análise e Projeto de Sistemas de Controle Lineares*. Guanabara S.A., Rio de Janeiro, RJ, 2a edition, 1984.
- [11] Gustavo Henrique Machado de Arruda e Péricles Rezende Barros. Estimação Da Função de Sensibilidade Baseada Em Experimento Com Relé Em Malha Fechada. Submetido a publicação.
- [12] Gustavo Henrique Machado de Arruda e Péricles Rezende Barros. PI Controller Tuning Based on Closed Loop Relay Feedback. Submetido a publicação.
- [13] Gustavo Henrique Machado de Arruda e Péricles Rezende Barros. Relay Based Closed Loop Transfer Function Estimation. ACC, American Control Conference, 2000. Aceito para publicação.
- [14] John C. Doyle, Bruce A. Francis, e Allen R. Tannenbaum. *Feedback Control Theory*. Macmillan Publishing Company, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1995.
- [15] Guy A. Dumont, Juan M. Martin-Sanchez, e Christos C. Zervos. Comparison of an Auto-Tuned PID Regulator and an Adaptive Predictive Control System on an Industrial Bleach Plant. *Automatica*, 25(1):33–40, 1989.
- [16] Peter J. Gawthrop e Panos E. Nomikos. Automatic Tuning of Commercial PID Controllers for Single-Loop and Multiloop Applications. *IEEE Control Systems Magazine*, 10(1):34–42, 1990.
- [17] John P. Gerry. A Comparison of PID Control Algorithms. *Control Engineering*, pp. 102–105, 1987.
- [18] Michael J. Grimble. \mathcal{H}_∞ Controllers with a PID Structure. *Transactions of the ASME*, 112(3):325–336, 1990.
- [19] C. C. Hang e K. K. Sin. A Comparative Performance Study of PID Auto-Tuners. *IEEE Control Systems Magazine*, 11(5):41–47, 1991.
- [20] Chang C. Hang, Karl J. Åström, e Weng K. Ho. Relay Auto-Tuning in the Presence of Static Load Disturbance. *Automatica*, 29(2):563–564, 1993.
- [21] Weng K. Ho, O. P. Gan, E. B. Tay, e E. L. Ang. Performance and Gain and Phase Margins of Well-Known PID Tuning Formulas. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 4(4):473–477, 1996.

- [22] Weng K. Ho, Chang C. Hang, e Lisheng S. Cao. Tuning of PID Controllers Based on Gain and Phase Margin Specifications. *Automatica*, 31(3):497–502, 1995.
- [23] Weng K. Ho, K. W. Lim, e Wen Xu. Optimal Gain and Phase Margin Tuning for PID Controllers. *Automatica*, 34(8):1009–1014, 1998.
- [24] Weng Khuen Ho, Chang Chieh Hang, e Junhong Zhou. Self-Tuning PID Control of a Plant with under-Damped Response with Specifications on Gain and Phase Margins. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 5(4):446–452, 1997.
- [25] Weng Kueng Ho, C. C. Hang, e J. H. Zhou. Performance and Gain and Phase Margins of Well-Known PI Tuning Formulas. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 3(2):245–248, 1995.
- [26] Alf J. Isaksson e Stefan F. Graebe. Analytical PID Parameter Expressions for Higher Order Systems. *Automatica*, 35(6):1121–1130, 1999.
- [27] C. Kessler. Das Symmetrisch Optimum. *Regelungstechnik*, 6:395–400 and 432–436, 1958.
- [28] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Macmillan Publishing Company, New York, NY, 1992.
- [29] Tan K. Kiong, Wang Qing-Guo, Hang C. Chieh, e Tore J. Hägglund. *Advances in PID Control*. Springer-Verlag, London, 1999.
- [30] J. Langer e I. D. Landau. Combined Pole Placement/Sensitivity Function Shaping Method Using Convex Optimization Criteria. *Automatica*, 35(6):1111–1120, 1999.
- [31] T. H. Lee, C. C. Hang, W. K. Ho, e P. K. Yue. Implementation of a Knowledge Based PID Auto-Tuner. *Automatica*, 29(4):1107–1113, 1993.
- [32] A. Leva, C. Maffezzoni, e R. Scattolini. Self-Tuning PI-PID Regulators for Stable Systems with Varying Delay. *Automatica*, 30(7):1171–1183, 1994.
- [33] Wei Li, Esref Eskinat, e William L. Luyben. An Improved Autotune Identification Method. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 30(7):1530–1541, 1991.
- [34] Lennart Ljung. *System Identification: Theory for the User*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2nd edition, 1999.

- [35] Luc Loron. Tuning of PID Controllers by the Non-Symmetrical Optimum Method. *Automatica*, 33(1):103–107, 1997.
- [36] Michael Lundh. *Robust Adaptive Control*. Tese de Doutorado, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1991.
- [37] Michael Lundh e Karl J. Åström. Automatic Initialization of a Robust Self-Tuning Controller. *Automatica*, 30(11):1649–1662, 1994.
- [38] William L. Luyben. Derivation of Transfer Functions for Highly Nonlinear Distillation Columns. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 26:2490–2495, 1987.
- [39] Anthony S. McCormack e Keith R. Godfrey. Rule-Based Autotuning Based on Frequency Domain Identification. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 6(1):43–61, 1998.
- [40] Manfred Morari e Evangelos Zafiriou. *Robust Process Control*. Prentice-Hall Int., Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1989.
- [41] Henry M. Morris. How Adaptive are Adaptive Process Controllers? *Control Engineering*, pp. 96–100, March 1987.
- [42] Hans E. Musch e Max Steiner. Robust PID Control for an Industrial Distillation Column. *IEEE Control Systems Magazine*, 15(4):46–55, 1995.
- [43] Romeo Ortega, Gerardo Escobar, e Francisco Garcia. To Tune or Not to Tune?: A Monitoring Procedure to Decide. *Automatica*, 28(1):179–184, 1992.
- [44] Z. J. Palmor, Y. Halevi, e N. Krasney. Automatic Tuning of Decentralized PID Controllers for TITO Processes. *Automatica*, 31(7):1001–1010, 1995.
- [45] Jin H. Park, Su W. Sung, e In-Beum Lee. An Enhanced PID Control Strategy for Unstable Processes. *Automatica*, 34(6):751–756, 1998.
- [46] David W. Pessen. A New Look at PID-Controller Tuning. *Transactions of the ASME*, 116(3):553–557, 1994.
- [47] R. Pintelon, P. Guillaume, Y. Rolain, J. Schoukens, e H. Van Hamme. Parametric Identification of Transfer Functions in the Frequency Domain - a Survey. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(11):2245–2260, 1994.

- [48] Éric Poulin e A. Pomerleau. PID Tuning for Integrating and Unstable Processes. *IEE Proceedings*, 143(5):429–435, 1996.
- [49] Éric Poulin e André Pomerleau. PI Settings for Integrating Processes Based on Ultimate Cycle Information. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 7(4):509–511, 1999.
- [50] Éric Poulin, André Pomerleau, André Desbiens, e Daniel Hodouin. Development and Evaluation of an Auto-Tuning and Adaptive PID Controller. *Automatica*, 32(1):71–82, 1996.
- [51] Lars Rundqwist. *Anti-Reset Windup for PID Controllers*. Tese de Doutorado, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1991.
- [52] Tor Steinar Schei. A Method for Closed Loop Automatic Tuning of PID Controllers. *Automatica*, 28(3):587–591, 1992.
- [53] Tor Steinar Schei. Automatic Tuning of PID Controllers Based on Transfer Function Estimation. *Automatica*, 30(12):1983–1989, 1994.
- [54] Z. Shafiei e A. T. Shenton. Tuning of PID-Type Controllers for Stable and Unstable Systems with Time Delay. *Automatica*, 30(10):1609–1615, 1994.
- [55] Sigurd Skogestad e Ian Postlethwaite. *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*. John Wiley & Sons Ltd, England, 1996.
- [56] Su Whan Sung, In-Beum Lee, e Jietae Lee. New Process Identification Method for Automatic Design of PID Controllers. *Automatica*, 34(4):513–520, 1998.
- [57] Su Whan Sung, Jin Hyun Park, e In-Beum Lee. Modified Relay Feedback Method. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 34(11):4133–4135, 1995.
- [58] Ricardo H. C. Takahashi, Pedro L. D. Peres, e Paulo A. V. Ferreira. Multiobjective $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ Guaranteed Cost PID Design. *IEEE Control Systems Magazine*, 17(5):37–47, 1997.
- [59] A. A. Voda e I. D. Landau. A Method for the Auto-Calibration of PID Controllers. *Automatica*, 31(1):41–53, January 1995.
- [60] Liuping Wang, Michelle L. Desarmo, e William R. Cluett. Real-Time Estimation of Process Frequency Response and Step Response from Relay Feedback Experiments. *Automatica*, 35(8):1427–1436, 1999.

- [61] Qing-Guo Wang, Chang-Chieh Hang, e Qiang Bi. A Technique for Frequency Response Identification from Relay Feedback. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 7(1):122–128, January 1999.
- [62] Qing-Guo Wang, Tong-Heng Lee, Ho-Wang Fung, Qiang Bi, e Yu Zhang. PID Tuning for Improved Performance. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 7(4):457–465, 1999.
- [63] Qing-Guo Wang, Biao Zou, Tong-Heng Lee, e Qiang Bi. Auto-Tuning of Multivariable PID Controllers from Decentralized Relay Feedback. *Automatica*, 33(3):319–330, 1997.
- [64] A. R. Woodyatt e R. H. Middleton. Auto-Tuning PID Controller Design Using Frequency Domain Approximation. Relatório técnico, Universidade de Newcastle, Austrália, 1996.
- [65] Cheng-Ching Yu. *Autotuning of PID Controllers: Relay Feedback Approach*. Springer-Verlag, London, 1999.
- [66] Rubiyah Yusof, Sigeru Omatu, e Marzuki Khalid. Self-Tuning PID Control: A Multi-variable Derivation an Aplication. *Automatica*, 30(12):1975–1981, 1994.
- [67] John G. Ziegler e Nathaniel B. Nichols. Optimum Settings for Automatic Controllers. *Transactions of the ASME*, 42:759–768, 1942.