

# Planejamento Celular Usando Diagramas de Voronoi

José do Nascimento Portela

Tese de Doutorado submetida à Coordenação dos cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor no domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Processamento da Informação

Marcelo Sampaio de Alencar  
Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil  
© José do Nascimento Portela, Março de 2006



FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCC

P843p Portela, José do Nascimento  
2006 Planejamento celular usando diagramas de Voronoi/ José do Nascimento  
Portela. – Campina Grande, 2006.  
143f. il.

Referências.

Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática.

Orientador: Marcelo Sampaio de Alencar.

1– Planejamento Celular 2– Diagramas de Voronoi 3– Rede Móvel  
Celular I– Título

CDU 621.39

**PLANEJAMENTO CELULAR USANDO DIAGRAMAS DE VORONOI**

**JOSÉ DO NASCIMENTO PORTELA**

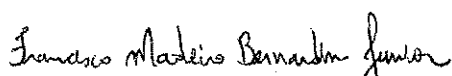
Tese Aprovada em 24.03.2006

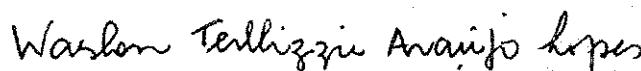
  
**MARCELO SAMPAIO DE ALENCAR, Ph.D., UFCG**  
Orientador

  
**MICHEL DAUOD YACOUB, Ph.D., UNICAMP**  
Orientador

  
**FRANCISCO RODRIGO PORTO CAVALCANTI, Dr., UFC**  
Componente da Banca

  
**JOSÉ EWERTON POMBO DE FARIAS, Dr., UFCG**  
Componente da Banca

  
**FRANCISCO MADEIRO BERNARDINO JUNIOR, D.Sc., UNICAP**  
Componente da Banca

  
**WASLON TERLLIZZIE ARAÚJO LOPES, D.Sc., AREA1-BA**  
Componente da Banca

**CAMPINA GRANDE - PB**  
**MARÇO - 2006**

# Dedicatória

*Para Hélia*

*Eta Karinae é uma estrela dupla ou duas estrelas que se casaram  
um astro formado por estrelas ou estrelas que formam novo astro  
dois pontinhos gigantesco no infinito espaço-tempo  
nuvem de luz, gás e gravidade  
de longe parecem um, de perto parecem dois  
há quem diga que são dois  
há quem diga que não são  
E, Ah! há os que se calam e suspiram...*



# Apresentação

Esta tese foi elaborada como parte das exigências para a obtenção do grau de Doutor em Ciências, no domínio da Engenharia Elétrica, da Universidade Federal de Campina Grande. O trabalho foi desenvolvido sob a orientação do Professor Marcelo Sampaio de Alencar, usando os recursos estruturais do Laboratório de Comunicações (LabCom), sob os auspícios financeiros do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), e apoio tecnológico do Instituto de Estudos Avançados em Comunicações (IECOM).

# Agradecimentos

A Jeová, o Soberano do Universo, o grande instrutor, que transmite o conhecimento de seus trabalhos aos homens.

A minha mãe Eunice Portela, que me ensinou a soletrar e me mostrou a importância do estudo.

A meu pai, Antônio Portela, que esteve presente em minha infância dando-me bons exemplos de honra e luta pela vida.

À minha esposa Hélia, por me transmitir carinho, amor e compreensão, elementos necessários às batalhas do cotidiano.

A meus filhos Israel, Istone, Saulo, Helaine e Juliete, pela inspiração e companheirismo.

A Júlia Helen, docinho de todas as horas, que faz a vida parecer bela.

Aos amigos e colegas, pelas horas de estudo e descobrimento de idéias.

Ao professor Marcelo Sampaio de Alencar, pela orientação e amizade.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo suporte financeiro.

Aos funcionários da UFCG, Ângela, Lucimar, Suênia, Pedro e Eleonora, pela presteza em auxiliar em todas as etapas do trabalho.

Aos colegas que conviveram de perto e somaram idéias e sugestões: Wamberto de Queiroz, Suzete Élide, Cleonilson Protásio, Juraci Galdino, Felipe Silveira, Gonzaga Júnior, Karina Ribeiro, Paulo Ribeiro, Jerônimo Rocha, Fabrício Braga, Ewerton Rômulo, Djalma Carvalho, Ronaldo Araújo, Rex Antônio e Edmar Nascimento.

Aos professores Michel Yacoub, Elvio Leonardo, José Ewerton Farias, Francisco Rodrigo Cavalcanti, Francisco Marcos, Edmar Candeia, Waslon Terllizzie, Francisco Madeiro, Be-

nemar Alencar, Joseana Fachine e Bruno Albert, pela disposição permanente em ajudar. Aos que contribuíram por responder atenciosamente aos e-mails: David Avis, Francois Labelle, Jonathan R. Shewchuk, Luis H. de Figueiredo, Mu Lan e Takashi Ohyama. A todos que contribuíram direta e indiretamente para o sucesso deste trabalho.

# Resumo

Esta tese apresenta a descrição das células da rede móvel celular por meio do diagrama de Voronoi ordenado de ordem- $k$  com ponderação multiplicativa. O diagrama de Voronoi define partições no espaço  $\mathbb{R}^n$  de acordo com uma regra de proximidade que é definida a partir de uma função da distância que engloba as características do ambiente de propagação.

As características desse diagrama são aplicadas para representar cobertura, setorização, hierarquia de células e fronteiras entre células. O diagrama de Voronoi fornece relações de proximidade entre estações radiobase que são utilizadas na análise espacial do tráfego e de funções relacionadas, como *handoff*, interferência e exclusão. Um método para elaboração de esquemas de alocação de canais é desenvolvido e aplicado ao caso de instalação de estação radiobase temporária. Propõe-se um novo parâmetro, chamado nível de vizinhança, usado na definição do reuso de frequência. Apresenta-se um modelo para representar a cobertura comum de células adjacentes. O contorno de exclusão é identificado como uma margem do diagrama de Voronoi.

A fronteira da célula é, de fato, uma figura estocástica. Porém, é possível estimar um raio médio usando modelos de predição da perda de propagação ou modelos estatísticos da aleatoriedade do sinal na célula. O raio estimado da célula é utilizado como peso para ponderar multiplicativamente a distância euclidiana entre estações radiobase e assim servir de métrica que define a regra de proximidade entre células no espaço bidimensional.

# Abstract

This thesis presents the cells of a cellular network as an ordered order- $k$  multiplicatively weighted Voronoi diagram. The Voronoi diagram defines partitions in the  $\mathbb{R}^n$  space according to a proximity rule which is stated based on a distance function defined in terms of the environment propagation characteristics.

The features of this diagram are applied to represent coverage, sectorization, cell hierarchy and cell borders. The Voronoi diagram provides proximity relations between base stations to be used in the analysis of the spatial traffic and related functions as handoff, interference, and outage. A channel allocation method is developed and applied to the case of a temporary base station. A new parameter, named neighboring level, is proposed to be used in the schemes of frequency reuse. A model to represent common coverage to adjacent cells is presented. The outage contour is expressed as an edge of the multiplicatively weighted Voronoi diagram to a pair of cells.

The cell border is in fact an stochastic figure. However, its radius can be estimated by prediction and statistical methods. The path loss prediction as well as the statistical models are used to estimate the cells radii in order to obtain the distance function used in the geometric properties of the diagram. The estimated radius is used as the weight to the Euclidean distance between base stations in order to define the proximity rule.

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Objetivos . . . . .	2
1.1.1	Objetivos Específicos . . . . .	2
1.2	Revisão Bibliográfica . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Problemas de Proximidade</b>	<b>9</b>
2.1	Proximidade entre Estações de Rádio . . . . .	9
2.2	Funções de Distância . . . . .	12
2.3	Geometria Computacional e Proximidade . . . . .	15
2.4	Quantização e Proximidade . . . . .	16
2.4.1	Quantização Escalar . . . . .	17
2.4.2	Quantização Vetorial . . . . .	17
2.4.3	Quantização e Rede Móvel Celular . . . . .	18
2.5	Centro de Controle e Tráfego . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Diagramas de Voronoi</b>	<b>21</b>
3.1	Histórico . . . . .	22
3.2	Tipos de Diagramas de Voronoi . . . . .	23
3.3	O Diagrama de Voronoi Ponderado Multiplicativamente . . . . .	26
3.4	Regra de Proximidade . . . . .	28
3.5	O Diagrama Truncado . . . . .	29
3.6	O Diagrama de Voronoi de Ordem- $k$ . . . . .	30

3.6.1	O Diagrama do Ponto mais Distante . . . . .	33
3.7	O Diagrama de Voronoi Ordenado de Ordem- $k$ . . . . .	35
3.8	Propriedades dos Diagramas de Voronoi de Ordem- $k$ no Plano . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Modelos de Propagação</b> . . . . .	<b>44</b>
4.1	Mecanismos de Propagação . . . . .	44
4.2	Ambientes de Propagação . . . . .	46
4.3	Fenômenos Aleatórios . . . . .	47
4.4	Modelos de Predição da Perda de Propagação . . . . .	48
4.4.1	O Modelo de Terreno Plano . . . . .	49
4.4.2	O Modelo de Lee . . . . .	50
4.4.3	O Modelo Okumura-Hata . . . . .	52
4.4.4	O Modelo COST-Hata . . . . .	53
4.4.5	O Modelo COST-Walfisch-Ikegami . . . . .	54
4.4.6	O Modelo de Xia . . . . .	56
4.5	Estimação da Cobertura . . . . .	58
4.5.1	Método Estatístico . . . . .	59
4.5.2	Método Preditivo . . . . .	63
<b>5</b>	<b>Planejamento Celular Usando Diagramas de Voronoi</b> . . . . .	<b>66</b>
5.1	Células Omnidirecionais . . . . .	67
5.1.1	Cálculo da Relação de Distâncias . . . . .	67
5.1.2	Obtenção da Margem entre <i>Site Points</i> Adjacentes . . . . .	68
5.1.3	Método da Interseção das Frentes de Onda . . . . .	73
5.1.4	Treliça Hexagonal . . . . .	73
5.2	Células Setorizadas . . . . .	75
5.3	Células Hierárquicas . . . . .	77
5.4	Alocação de Canais e Reuso de Frequência . . . . .	80
5.4.1	Alocação Fixa de Canais . . . . .	81

5.4.2	Alocação Dinâmica de Canais . . . . .	82
5.4.3	Interferência Co-canal . . . . .	82
5.4.4	Indicadores de Desempenho . . . . .	82
5.5	Formação de <i>Clusters</i> e Alocação de Canais . . . . .	84
5.5.1	Formação de <i>Clusters</i> . . . . .	84
5.5.2	Exemplo de Formação de <i>Clusters</i> . . . . .	87
5.5.3	Exemplo de Esquema de Alocação de Canais . . . . .	88
5.5.4	Distância de Reuso de Frequência . . . . .	89
5.6	Planejamento de <i>Handoff</i> . . . . .	90
<b>6</b>	<b>Resultados</b>	<b>93</b>
6.1	Fronteiras entre Células . . . . .	93
6.2	Contorno de Exclusão . . . . .	94
6.2.1	Modelo de Interferência . . . . .	97
6.3	Interferência . . . . .	100
6.4	Alocação de Canais e Reuso de Frequência . . . . .	102
6.4.1	Alocação de Canais para uma ERB Temporária . . . . .	102
6.5	<i>Handoff</i> . . . . .	103
6.6	Relações de Proximidade e Tráfego Espacial . . . . .	107
6.6.1	Exemplo . . . . .	108
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>115</b>
7.1	Contribuições . . . . .	117
7.2	Trabalhos Futuros . . . . .	120
<b>A</b>	<b>O Círculo de Apolônio</b>	<b>121</b>
A.1	Extensão do Teorema de Apolônio . . . . .	123
<b>B</b>	<b>Vértices do Diagrama de Voronoi com Ponderação Multiplicativa</b>	<b>124</b>
B.1	Solução Algébrica . . . . .	124



B.2 Solução Geométrica . . . . .	125
B.2.1 Rotação dos Eixos . . . . .	126
<b>C Algoritmo para Construção do Diagrama de Voronoi com Ponderação</b>	
<b>Multiplicativa</b>	<b>128</b>
<b>D Publicações</b>	<b>130</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>131</b>

# Lista de Figuras

1.1	Representação de células hierárquicas usando diagrama de potência. . . . .	6
2.1	Exemplo de distância de Manhattan no espaço $\mathbb{R}^2$ . . . . .	13
2.2	Exemplo de distância de Hausdorff no espaço $\mathbb{R}^2$ . . . . .	14
2.3	Hierarquia dos elementos da rede móvel celular. . . . .	20
3.1	Exemplo de diagrama de Voronoi generalizado, no espaço $\mathbb{R}^2$ . . . . .	24
3.2	Exemplo de diagrama de potência com quatro <i>site points</i> no espaço $\mathbb{R}^2$ . . . . .	26
3.3	Exemplo de diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente com seis <i>site points</i> . . . . .	30
3.4	Eliminação do <i>site point</i> $c_3$ e prolongamento das margens para dentro de $V_3$ . . . . .	32
3.5	Exemplo de diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente de ordem-1, no espaço $\mathbb{R}^2$ , com nove <i>site points</i> . . . . .	32
3.6	Exemplo de diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente de ordem-2, no espaço $\mathbb{R}^2$ , com nove <i>site points</i> . . . . .	33
3.7	Exemplo de diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente de ordem-3, no espaço $\mathbb{R}^2$ , com nove <i>site points</i> . . . . .	34
3.8	Diagrama de Voronoi generalizado do ponto mais distante $k = 3, n = 4$ . . . . .	34
3.9	Diagramas de Voronoi, do tipo generalizado, de ordens 1, 2 e 3 superpostos. . . . .	36
3.10	Diagramas de Voronoi, do tipo ponderado multiplicativamente, de ordens 1, 2 e 3 superpostos. . . . .	37

3.11 Diagrama de Voronoi, do tipo ordenado ponderado multiplicativamente, de ordem-3. . . . .	38
3.12 Operação entre margens no diagrama de constelações simétrico. Os eixos I e Q correspondem às margens do diagrama. . . . .	42
3.13 Demonstração da Propriedade $E(i, j) \oplus E(j, p) = E(i, p)$ ; $E(i, p)$ é representada por (a) um segmento de reta e (b) um arco circular. . . . .	43
3.14 Exemplo de determinação da região de Voronoi dadas as margens e os semiplanos $\pi_i$ determinados por elas. . . . .	43
4.1 Variação aleatória da envoltória do sinal. . . . .	49
4.2 Modelo de reflexão em terreno plano (Modelo de dois raios). . . . .	50
4.3 Tipos de percursos no modelo de Xia. . . . .	58
4.4 Modelo de perda de propagação para definir a relação de potências $P - P_0$ como função da distância. . . . .	60
5.1 Modelo de dois <i>site points</i> adjacentes. O lugar geométrico da relação $d_1/d_2$ é representado pela circunferência do círculo de Apolônio. . . . .	68
5.2 Modelo de duas células adjacentes mostrado em gráfico tridimensional. . . . .	70
5.3 Família de margens entre dois <i>site points</i> adjacentes em função da relação de distâncias em um diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente. . . . .	71
5.4 Família de margens entre dois <i>site points</i> adjacentes em função da distância $\overline{c_1, c_2}$ ; $C_2$ se aproxima de $C_1$ . . . . .	72
5.5 Família de margens entre dois <i>site points</i> adjacentes em função da distância $\overline{c_1, c_2}$ ; $C_1$ se aproxima de $C_2$ . . . . .	74
5.6 Lugar geométrico das frentes de onda com mesma potência mostrado em linha grossa. . . . .	74
5.7 Treliça hexagonal. Caso particular do diagrama de Voronoi com ponderação multiplicativa uniforme. . . . .	75
5.8 Células setorizadas. Cada setor tem seu raio. Uma relação de distâncias é obtida para cada fronteira. . . . .	77

5.9	Exemplo de micro-célula instalada no encontro de avenidas. . . . .	79
5.10	Exemplo de células hierárquicas. . . . .	80
5.11	Vértices do diagrama estabelecem relação de vizinhança. . . . .	90
5.12	Distância de reuso de frequência usando o conceito de nível de vizinhança. . . . .	91
5.13	Alocação de canais com relação de vizinhança mínima igual a 2. . . . .	91
6.1	Área de serviço arbitrária. As células da $ERB_1$ , $ERB_2$ , $ERB_3$ e $ERB_4$ são setorizadas. A célula da $ERB_5$ é omnidirecional. . . . .	95
6.2	Exemplo de diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente com seis <i>site points</i> representando seis ERBs. . . . .	96
6.3	Modelo de interferência em uma rede arbitrária. . . . .	98
6.4	Determinação da relação de distâncias em função da interferência. Exemplo para $\lambda_{th} = 15$ dB. . . . .	99
6.5	Uma rede arbitrária de três células. . . . .	100
6.6	Diagrama de ordem-1 ( $k=1$ ) . . . . .	104
6.7	Diagrama de ordem-2 ( $k=2$ ) . . . . .	104
6.8	Diagrama de ordem-3 ( $k=3$ ) . . . . .	104
6.9	Diagrama ordenado de ordem-3. . . . .	104
6.10	<i>Cluster</i> de quatro células com ERBs Temporárias instaladas nas posições $\lambda, \beta, \Phi$ e $\Delta$ . . . . .	105
6.11	Diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente de ordem-2 no espaço $\mathbb{R}^2$ representando uma rede celular com nove ERBs. . . . .	107
6.12	Diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente de ordem-3 no espaço $\mathbb{R}^2$ representando uma rede celular com nove ERBs. . . . .	108
6.13	Diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente superposto ao mapa da localidade . . . . .	109
6.14	Diagramas de ordens 1 e 2 com ponderação multiplicativa representando uma área de serviço com nove ERBs. . . . .	110

6.15 Diagramas de ordens 1, 2 e 3 com ponderação multiplicativa representando uma área de serviço com nove ERBs. . . . .	111
A.1 O lugar geométrico da relação $d_1/d_2$ é a circunferência do círculo de Apolônio mostrada em linha grossa. . . . .	122
B.1 Os vértices do diagrama com ponderação multiplicativa correspondem à interseção das três circunferências cujos centros são colineares. . . . .	126
B.2 Rotação de eixos de um ângulo $\alpha$ . . . . .	127

# Lista de Tabelas

6.1	Dados das ERBs para o exemplo com seis ERBs. . . . .	94
6.2	Relações de distâncias entre duas células adjacentes da rede arbitrada. . . . .	94
6.3	Dados das ERBs para obtenção do contorno de exclusão. . . . .	101
6.4	Centro e raio do contorno de exclusão. . . . .	101
6.5	Dados das ERBs. . . . .	103
6.6	Margens de Voronoi e relação de distâncias. . . . .	106
6.7	Posições das ERBs temporárias e regiões de Voronoi correspondentes. ERB mais próxima e mais distante, Grupo de canais alocados. . . . .	106
6.8	Dados das ERBs e dos parâmetros Okumura-Hata. . . . .	113
6.9	Margens do diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente descritas por meio do centro, raio e relação de distâncias. . . . .	114

# Lista de Siglas

AWGN	Ruído aditivo gaussiano branco ( <i>Additive White Gaussian Noise</i> )
BER	Taxa de erro de bit ( <i>Bit Error Rate</i> )
CCC	Central de Comutação e Controle
CCT	Centro de Controle e Tráfego
CDMA	Acesso Múltiplo por Divisão em Código ( <i>Code Division Multiple Access</i> )
CEB	Controlador de estação radiobase
COST	Cooperação Européia no campo da Pesquisa Científica e Técnica ( <i>European COoperation in the field of Scientific and Technical Research</i> )
DCA	Alocação dinâmica de canais ( <i>Dynamic Channel Allocation</i> )
EM	Estação móvel
ERB	Estação radiobase
ERBT	Estação radiobase temporária
ERC	Eficiência de reuso de canal
FCA	Alocação fixa de canais ( <i>Fixed Channel Allocation</i> )
FER	Taxa de erro de quadro ( <i>Frame Error Rate</i> )
GIS	Sistema de informação geográfica ( <i>Geographic Information System</i> )
GSM	Sistema Móvel Global ( <i>Global System Mobile</i> )
ITU-R	União Internacional de Telecomunicações - Setor de Radiocomunicações ( <i>International Telecommunications Union - Radiocommunications sector</i> )

SIR	Relação sinal-interferência ( <i>Signal-to-Interference Ratio</i> )
SINR	Relação sinal-ruído+interferência ( <i>Signal-to-Noise plus Interference Ratio</i> )
SNR	Razão sinal-ruído ( <i>Signal-to-Noise Ratio</i> )
TDMA	Acesso Múltiplo por Divisão em Tempo ( <i>Time Division Multiple Access</i> )



# Lista de Símbolos

$a$	Parâmetro do modelo de perda de propagação independente da distância
$b$	Parâmetro do modelo de perda de propagação dependente da distância
$d$	Distância
$D$	Distância de reuso de frequência
$\mathcal{D}$	Função de distância
$E(i, j)$	Margem do diagrama de Voronoi entre dois <i>site points</i>
$f$	Frequência
$G$	Ganho da antena em dB
$h$	Altura da antena em metros
$k$	Ordem do diagrama de Voronoi
$L$	Perda de propagação em dB
$l$	Perda de propagação em watts
$N$	Dimensão do <i>cluster</i>
$N_B$	Número de canais do espectro
$N_C$	Número de canais por célula
$n$	Número de <i>site points</i> de um diagrama de Voronoi
$O$	Região de Voronoi do diagrama ordenado
$P$	Potência em dBm
$p$	Potência em watts

$p_t$	Potência transmitida em watts
$P_t$	Potência transmitida em dBm
$P_r$	Potência recebida em dBm
$R_e$	Raio equivalente da Terra
$R_T$	Raio da Terra no Equador
$r$	Raio da célula
$T$	Período
$V$	Região de Voronoi
$V_{i,j,p}$	Vértice do diagrama de Voronoi
$w$	Peso do <i>site point</i>
$w_{ij}$	Relação de distâncias
$W_s$	Largura média das ruas
$\alpha$	Coefficiente de propagação
$\eta$	Potência média do ruído AWGN
$\lambda$	Comprimento de onda
$\lambda_{th}$	Relação de proteção
$\rho$	Curvatura
$\Theta$	Nível de vizinhança
$\Phi$	Cobertura

# Capítulo 1

## Introdução

As redes de comunicações móveis celulares são normalmente representadas como aglomerados (*clusters*) de células adjacentes. Cada célula tem um núcleo: a estação radiobase (ERB), que permite ao usuário o primeiro contato com os demais recursos da rede. Cada usuário faz uso de uma estação móvel (EM) e se localiza aleatoriamente na área de cobertura das ERBs. Os enlaces EM-ERB são estabelecidos de forma aleatória no tempo, à medida que surge necessidade de comunicação. Uma rede comunica-se com outras redes, possibilitando a comunicação entre usuários ao redor do mundo.

A topologia convencional descreve a célula como hexagonal. No entanto, a célula real é amorfa, com fronteira nebulosa, por causa da natureza estocástica da propagação do sinal de rádio. A intensidade e a fase do sinal de rádio são variáveis aleatórias, de modo que a fronteira da célula varia no tempo e no espaço. O contorno da célula é, de fato, uma figura estocástica (KENDALL; BARNDORFF-NIELSON; LIESHOUT, 1998). A representação hexagonal facilita o planejamento do reuso de frequência e do sistema de alocação de canais. No entanto, não é apropriada para a análise de outras funções, como *handoff*, bloqueio, cobertura, exclusão<sup>1</sup> (SOWERBY; WILLIAMSON, 1996) e respiração da célula (JALALI, 1998; ANNAMALAI; TELLABURA; BHARGAVA, 2001).

Esta tese descreve as células de uma rede móvel celular por meio de regiões de Voronoi no

---

<sup>1</sup> *Outage* em inglês.

espaço  $\mathbb{R}^2$ , embora os diagramas de Voronoi possam ser construídos em qualquer dimensão. São utilizadas as características desses diagramas que se ajustam às da rede móvel celular. O diagrama de Voronoi pode ser truncado para representar o limite de recepção imposto ao sinal de rádio e que, por sua vez, impõe limite à dimensão da célula. O diagrama pode ser dinâmico para representar as alterações que o *layout* da rede sofre devido à evolução da <sup>cobertura</sup> rede e mudanças na demanda de tráfego. O diagrama pode ser direcional para representar a setorização de uma célula ou um duto de rua<sup>2</sup>. A cobertura de uma ERB depende de fatores como potência de transmissão, ganho das antenas e ambiente de propagação. A influência desses fatores é representada pela atribuição de pesos ao diagrama ponderado multiplicativamente, e as relações de proximidade entre ERBs, para fins de atendimento de tráfego e alocação de canais, são representadas pelo diagrama ordenado de ordem- $k$ .

Modelos de predição da perda de propagação são usados para estabelecer uma relação entre a potência do sinal de rádio e a distância. A distância é o elemento geométrico que permite a construção dos diagramas de Voronoi.

## 1.1 Objetivos

Esta tese tem como objetivo apresentar os diagramas de Voronoi como ferramenta para o planejamento de redes móveis celulares. A tese faz uma analogia entre as células de Voronoi e as células da rede. Isto permite o planejamento da cobertura, identificação de zonas de *handoff*, elaboração de esquemas de *handoff* e alocação de canais, obtenção do contorno de exclusão e representação de células setorizadas e hierárquicas.

### 1.1.1 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são listados a seguir.

- Obter o raio da célula em função dos parâmetros de propagação, usando métodos preditivos e estatísticos;

---

<sup>2</sup> *Canyon street* em inglês.

- Estabelecer uma regra de proximidade entre ERB e EM em função dos parâmetros de propagação;
- Obter a fronteira entre células adjacentes, usando o parâmetro de proximidade denominado relação de distâncias (Parâmetro do diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente definido na seção 3.3);
- Determinar a regra de proximidade entre ERB e EM que possibilite a construção do diagrama de Voronoi;
- Elaborar um algoritmo para traçar o diagrama de Voronoi representativo da rede móvel celular;
- Fornecer informações espaciais para o planejamento do tráfego espacial por meio dos diagramas de Voronoi ordenados de ordem- $k$ .

## 1.2 Revisão Bibliográfica

As técnicas de planejamento celular envolvem processos de otimização de rotas, de localização dos recursos de tráfego, de elaboração de esquemas de *handoff* e de alocação de canais e predição da cobertura. Algumas técnicas de otimização tais como programação linear, algoritmos genéticos, *simulated annealing*, *tabu search*, redes neurais, lógica nebulosa, filtros de Kalman e análise de auto-vetores, são aplicadas ao planejamento de redes de comunicação em (ROBERTAZZI, 1999).

Neste trabalho, foi realizada uma revisão bibliográfica sobre a aplicação do conceito de quantização e de ferramentas da geometria computacional no planejamento celular. Identificou-se, então, a utilidade do diagrama de Voronoi como ferramenta de particionamento da cobertura celular e de análise espacial da cobertura de uma célula em relação às vizinhas.

Os diagramas de Voronoi são estruturas de particionamento do espaço  $\mathbb{R}^n$  cujas partições são geradas por um conjunto de pontos desse espaço de acordo com uma regra

de proximidade. A aplicação desses diagramas acontece nas mais diversas áreas em que é necessário estabelecer relações de proximidade entre os pontos geradores e outros elementos do espaço dado.

A seguir, apresentam-se algumas aplicações dos diagramas de Voronoi registradas na literatura científica.

- O diagrama de Voronoi do tipo generalizado<sup>3</sup> é utilizado na determinação da região mais próxima de um ponto dentre um conjunto de pontos (CHOU, 1995), no estudo do crescimento de cristais (SCHAUDT; DRYSDALE, 1991), no processamento de imagens (MALIK et al., 1999), na textura artística de superfícies (SECORD, 2002), na otimização de rotas de movimento robótico (HOFF et al., 2000), em redes de sensores (MEGUERDICHIAN et al., 2001), em teoria da informação (AGRELL, 1996), no reconhecimento de padrões (ROM; PELEG, 1988), no roteamento de redes de comunicações (STOJMENOVIC; RUHIL; LOBIYAL, 2003), na otimização de custos em redes de comunicações (BACCELI; ZUYEV, 1996), em redes neurais (BOSE; GARGA, 1993), na quantização vetorial (LINDE; BUZO; GRAY, 1980), nos diagramas de constelações (PROAKIS, 1995), no cálculo da probabilidade de erro (STOKES; RITCEY, 1999), na redução da complexidade do receptor CDMA (BAND; CRUICKSHANK; MULGREW, 1998) e na distribuição de energia elétrica (HELD; WILLIAMSON, 2004);
- O diagrama de ordem- $k$  ponderado multiplicativamente é utilizado na delimitação de áreas do comércio varejista (BOOTS; SOUTH, 1997);
- Na área de telecomunicações, encontra-se em (TCHOUMATCHENKO, 1999) a descrição das redes de comunicações como aglomerados de células de Voronoi geradas por processos estocásticos. Os pontos geradores do diagrama são os nós de uma rede, representados por pontos de um processo de Poisson que evoluem e se agregam para formar o diagrama de Voronoi generalizado – as fronteiras entre células são retas. Embora esse trabalho se aplique às redes de comunicações sem fio, os atributos geométricos do diagrama, como dimensões, formato e fronteiras, não são relacionados

---

<sup>3</sup>Os vários tipos de diagramas de Voronoi são descritos no Capítulo 3.

aos atributos eletromagnéticos da rede que os definem, como potência de transmissão, potência recebida pelo móvel, perda de propagação e altura das antenas. Também não são utilizados modelos de predição da perda de propagação, modelos de desvanecimento, estimação do raio da célula, nem teoria eletromagnética;

- Outros trabalhos que utilizam diagramas de Voronoi para representar redes de comunicação foram desenvolvidos. Em (BACCELLI; TCHOUMATCHENKO; ZUYEV, 2000) e (BACCELLI; BLASZCZYSZYN, 2001), o diagrama de Voronoi do tipo generalizado e estágios do diagrama do tipo ponderado aditivamente são usados para descrever as células da rede sem que as dimensões das partições do diagrama sejam relacionadas às características de propagação. Em (TAMURA; SENGOKU; SHINODA, 1996) encontra-se a aplicação do problema do maior círculo vazio, usando diagrama de Voronoi generalizado, na otimização da localização de uma estação radiobase em redes CDMA. Em (BAERT; SEMÉ, 2004), a rede móvel celular é descrita como um diagrama de potência. Tal representação resulta em fronteiras retilíneas entre células. Este, no entanto, é um caso particular que só acontece quando as células têm mesmo raio. Nos casos reais, é comum duas células vizinhas terem raios diferentes. A fronteira entre duas bolas<sup>4</sup> vizinhas, chamada linha de potência, divide o plano em dois semi-planos, cada um representando a partição de Voronoi. Aplicando essa representação a células hierárquicas, em que a micro-célula se localiza no interior da célula guarda-chuva, o diagrama de potência correspondente mostra a fronteira entre as duas células externa a ambas, causando uma representação de cobertura absurda em termos do sinal de rádio, como ilustrado na Figura 1.1;
- A triangulação de Delaunay, que é o diagrama dual do diagrama de Voronoi, é utilizado na modelagem da mobilidade do usuário em ambiente com obstáculos retangulares (DIJIANG HUANG, 2005);
- Fan et. al. em (FAN; ZHANG, 2004) apresenta um novo diagrama, chamado diagrama

---

<sup>4</sup>Na nomenclatura do diagrama de potência o círculo é chamado de bola.

guarda-chuva, em que descreve as redes sem fio. O autor aplica as propriedades do diagrama proposto à instalação ótima da rede e à obtenção do máximo reuso da ERB.

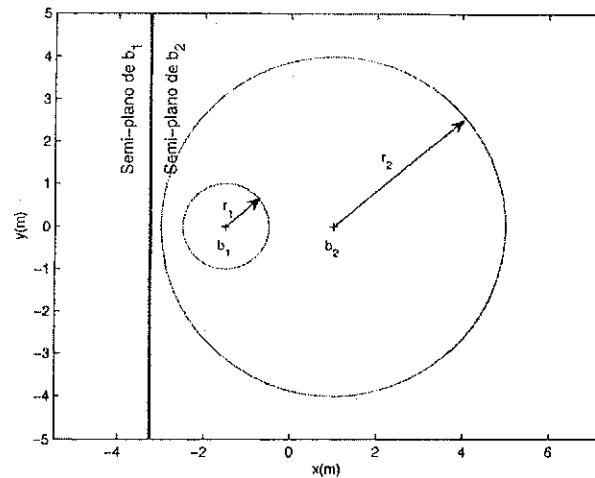


Figura 1.1: Representação de células hierárquicas usando diagrama de potência. Observe-se que a fronteira entre as duas células é uma reta externa a ambas.

Pode-se ainda identificar que os estudos se direcionam de acordo com a área de interesse, conforme listado a seguir.

- Em engenharia elétrica os diagramas de Voronoi são resultados e não ferramentas, que surgem da aplicação de quantizadores como parte do processo da conversão analógico-digital, no processo de quantização vetorial, no modelo de canal, no diagrama de constelações e no processamento de voz e imagem;
- Em informática, os diagramas de Voronoi têm aplicação como ferramentas no estudo de agrupamento e classificação de dados, na geometria computacional, no reconhecimento de padrões e na computação gráfica;
- Na matemática, os estudos se concentram nos tópicos de teoria da aproximação, teoria de conjuntos e pavimentações (ALLAN, 2004).



Este trabalho aborda os seguintes aspectos diferentes dos trabalhos anteriores.

- O diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente, de ordem- $k$ , truncado, direcional e dinâmico é identificado como o tipo de diagrama que representa apropriadamente as características de cobertura da rede móvel celular;
- O contorno de exclusão é representado por meio da margem de um diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente;
- As relações de proximidade obtidas do diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente ordenado de ordem- $k$  são apresentadas como parâmetros na modelagem da componente espacial do tráfego e na elaboração de esquemas de alocação de canais, reuso de frequência e *handoff*;
- Parâmetros do diagrama de Voronoi, como ponderação e relação de distâncias, são calculados a partir dos parâmetros de propagação e usados na representação da cobertura celular;
- O diagrama de Voronoi é utilizado como ferramenta e não apenas para expressar resultados.

Cumprе salientar que a literatura científica consultada não registra o uso de diagramas de Voronoi na modelagem do tráfego espacial da rede móvel celular.

Esta tese tem a seguinte estrutura: O Capítulo 2 trata dos problemas de proximidade, identificando situações em que é necessário determinar a proximidade entre objetos de um espaço dado. O Capítulo 3 trata dos diagramas de Voronoi – definição, tipos, propriedades, aplicações. O Capítulo 4 apresenta e descreve modelos de predição da perda de propagação em ambientes de rede móvel celular. Esse capítulo apresenta ainda métodos preditivos e estatísticos para estimação do raio da célula, parâmetro fundamental na construção do diagrama de Voronoi. O Capítulo 5 descreve tarefas de planejamento celular usando diagramas de Voronoi, como planejamento da cobertura, contorno de exclusão, modelagem de tráfego espacial, alocação de canais, formação de *clusters* e reuso de frequência. O

Capítulo 6 apresenta exemplos de simulação de redes arbitrárias aplicando as técnicas descritas no Capítulo 5. Por sua vez, o Capítulo 7 apresenta as conclusões, contribuições e perspectivas de trabalhos futuros.

## Capítulo 2

# Problemas de Proximidade

Um número considerável de problemas envolvendo proximidade entre elementos de um espaço tem sido alvo de estudos nas mais diversas áreas (SANCHETI; KEERTHI, 1992; KNORR; NG, 1996). Alguns exemplos de tópicos estudados são: dado um conjunto de objetos (pontos, linhas, círculos, etc) no espaço  $n$ -dimensional, determinar a proximidade entre objetos individualmente e entre subconjuntos (regiões) de objetos, subdividir o espaço segundo um critério, definir vizinhança, agrupar, classificar, definir distância e métricas de proximidade. O termo distância assume definições diferentes, por exemplo: distância euclidiana, de Hamming e de Hausdorff. A proximidade pode significar também similaridade entre dados que têm entre si a menor distorção (métrica de proximidade), arredondamento, ou quantização. A seguir, identificam-se os problemas de proximidade referentes às redes de comunicações.

### 2.1 Proximidade entre Estações de Rádio

Os primeiros estudos de proximidade entre estações de rádio foram realizados tendo como foco o estudo da interferência. A proximidade entre estações tem sido usada como fator principal para se estabelecer a intensidade de interferência (COOK, 1980). A atenuação do sinal de rádio depende da distância. Desse modo, a intensidade de interferência depende da

proximidade e da energia da estação interferente. Desde os primeiros estudos nessa área, observa-se a tendência de se descrever este fenômeno de forma geométrica, tendo como foco o parâmetro distância. Pode-se afirmar, de forma genérica, que a energia do sinal diminui à medida que se consideram pontos mais distantes da antena transmissora. Obstáculos entre estações de rádio também são considerados em alguns modelos de predição da perda de propagação. Assim, a cobertura de uma estação de rádio é descrita geometricamente em função da distância e dos obstáculos. A função de decaimento assume diversas descrições, de acordo com a abordagem que se dá aos fenômenos de propagação. Uma abordagem não-geométrica baseia-se na aleatoriedade da amplitude e da fase do sinal recebido em determinado ponto em torno da estação. Esta abordagem considera a estatística do sinal, propagação em multipercursos e desvanecimento, e visa estimar o valor de amplitude na vizinhança da estação. Um estudo da área de superposição de cobertura de células adjacentes pelo método estatístico encontra-se em (GUEDES; YACOU, 1995).

Métodos empíricos e analíticos têm sido usados na descrição da propagação do sinal. As principais características desses métodos são descritas a seguir.

- Os métodos empíricos partem de medições de campo e uso de curvas na obtenção de fórmulas para calcular a perda de propagação (OKUMURA et al., 1968);
- Os métodos analíticos partem da teoria eletromagnética, equacionam os fenômenos de propagação da onda e deduzem fórmulas que quantificam as perdas de propagação (MACIEL; BERTONI; XIA, 1993);
- O método de traçado de raios (SCHAUBACK; DAVIS; RAPPAPORT, 1992) baseia-se na física óptica e, por meio da simulação de lançamento de raios no ambiente, possibilita o cálculo da perda de energia da onda ao se propagar no meio. Este método utiliza informação geográfica, que descreve o ambiente, armazenada em bancos de dados e obtida por sistema de satélite.

Os métodos citados podem ser combinados. Um exemplo encontra-se em (CORRE; LOSTANLEN; HELLOCO, 2002).

A proximidade entre estações de rádio que utilizam a mesma faixa de frequência causa interferência. Esse fenômeno pode ocorrer de vários modos:

1. Interferência casual — A interferência casual se dá quando um sistema falha em alocar bandas de frequências próximas, resultando no uso da mesma banda, ou de bandas vizinhas, por parte de duas transmissões distintas;
2. Interferência intencional — Quando um sistema interfere propositalmente noutro, com o fim de lhe causar perda de informação. Isto ocorre notadamente nos sistemas militares;
3. Auto-interferência — Quando o sistema interfere em si mesmo. Isto ocorre das seguintes formas:
  - Propagação em multipercurso — Este tipo de propagação se dá devido aos muitos obstáculos dos ambientes urbanos. O raio de onda atinge o receptor por vários percursos, causando uma multiplicidade de recepção do mesmo sinal. Uma consequência é a interferência inter-simbólica;
  - Sistemas de acesso múltiplo — Sistemas que usam acesso múltiplo por divisão de código (CDMA) usam o mesmo canal para múltiplos usuários. Assim, a interferência é proposital e superada pelo uso de seqüências ortogonais e receptores *rake*.
4. Interferência co-canal — Este termo aplica-se à interferência entre células de *clusters* diferentes que, devido ao reuso de frequências, usam o mesmo grupo de canais. As ERBs de tais células devem estar distantes o suficiente para que a interferência não ultrapasse determinado limiar. Contudo, a aleatoriedade da propagação do sinal de rádio pode causar interferência mesmo que o sistema de alocação de canais tenha sido bem planejado.

Nos estudos de interferência, a proximidade entre estações é associada à intensidade de interferência. Os efeitos da interferência estão ligados à distância entre estações e os fenômenos de propagação, como reflexão, refração, dispersão, absorção e difração, têm sido

estudados geometricamente (RESNICK; HALIDAY, 1996). Portanto, o estudo da cobertura pode ser realizado geométrica e estatisticamente, pois o sinal de rádio tem ambas as características.

## 2.2 Funções de Distância

A definição de distância assume um significado especial neste trabalho, visto que as redes de comunicações recebem representação geométrica por meio de *clusters* de células, estabelecendo elementos geométricos como a separação entre ERBs, a setorização e a cobertura. O sinal de rádio efetua os enlaces na rede celular, portanto a proximidade entre as estações deve ser representada por uma função de distância que englobe as características de propagação do sinal de rádio. Além disso, a potência do sinal de rádio varia em função da distância, e operações de tráfego, como *handoff* e respiração da célula, são acionadas pelo sistema em função do deslocamento dos móveis ao percorrerem determinada distância.

A noção clássica de distância está associada à diferença de posições dadas pelas coordenadas de pontos em um espaço qualquer. No entanto, o termo distância tem sido usado também para denotar proximidade, erro, distorção, diferença, intervalo de valores e similaridade. Algumas dessas definições dão ao conceito de distância um caráter geométrico, outras não. A seguir citam-se alguns exemplos de distâncias utilizadas em comunicações.

- Distância euclidiana (ou métrica  $L_2$ ) — A distância entre dois pontos

$$\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \text{ e } \mathbf{y} = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$$

no espaço  $\mathbb{R}^n$  é definida do seguinte modo

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}; \quad (2.1)$$

- Distância de Manhattan (ou métrica  $L_1$ ) — Definida como a soma das diferenças absolutas (módulo) das coordenadas dos pontos (KOKARE; CHATTERJI; BISWAS,

2003)

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|. \quad (2.2)$$

A distância de Manhattan corresponde à soma das distâncias verticais e horizontais, para qualquer percurso, entre os pontos  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$ . A distância de Manhattan equivale à distância de Hamming se as coordenadas tiverem representação binária. Um exemplo no espaço  $\mathbb{R}^2$  é mostrado na Figura 2.1, em que  $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = a + b + c = a' + b' + c' + d'$ ;

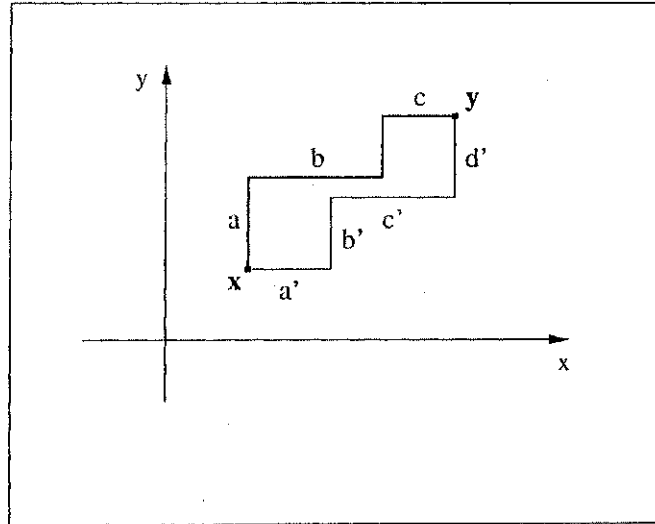


Figura 2.1: Exemplo de distância de Manhattan no espaço  $\mathbb{R}^2$ .

- Distância de Hausdorff — Seja  $\mathbf{X}$  um subespaço de  $\mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{X} \subset \mathbb{R}^n$ , não-vazio ( $\mathbf{X} \neq \emptyset$ ) e  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ , então

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{X}) = \min\{d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \mathbf{y} \in \mathbf{X}\}. \quad (2.3)$$

A distância de Hausdorff (LIN et al., 2001) é a menor distância entre o ponto  $\mathbf{x}$  e o subespaço  $\mathbf{X}$ . Exemplos:

- Considere  $n = 1$ . Seja  $\mathbf{X} = [0, 3]$  e  $\mathbf{x} = (7)$ , então  $d(\mathbf{x}, \mathbf{X}) = 4$ ;
- Considere  $n = 2$ . Seja  $\mathbf{X} = [x^2 + y^2 = 1]$  o círculo unitário com centro na origem e  $\mathbf{x} = (1, 1)$ , então  $d(\mathbf{x}, \mathbf{X}) = \sqrt{2} - 1$ . Este exemplo é mostrado na Figura 2.2

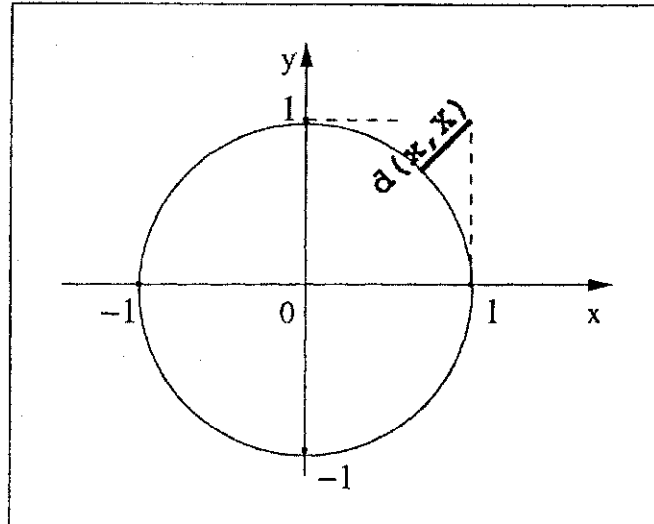


Figura 2.2: Exemplo de distância de Hausdorff no espaço  $\mathbb{R}^2$ .

- Distância de Minkowski — Sejam os pontos  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  no espaço  $n$ -dimensional. A distância de Minkowski é definida como (KAMINURA; UCHIDA, 2004)

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left\{ \sum_{p=1}^n |x_p - y_p|^r \right\}^{1/r}. \quad (2.4)$$

Para  $r = 2$  a distância de Minkowski equivale à distância euclidiana;

- Distância oblíqua<sup>1</sup> — Seja  $T$  um plano inclinado de um ângulo  $\alpha$  em relação ao plano  $xy$ , no espaço  $\mathbb{R}^3$ . Sejam  $p, q$  dois pontos do plano  $T$ . A distância oblíqua é definida como (AICHHOLZER et al., 1999)

$$d(p, q) = d_2(p, q) + M(y_q - y_p), \quad (2.5)$$

em que  $d_2(p, q)$  é a distância euclidiana entre  $p$  e  $q$ ,  $M$  é uma constante positiva e  $y_q - y_p$  é a diferença entre as ordenadas dos pontos  $p$  e  $q$ ;

- Distância de Mahalanobis — Sejam os pontos  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  no espaço  $n$ -dimensional. A distância de Mahalanobis é definida como (DEER; EKLUND; NORMAN, 1996)

$$d^2(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = [\mathbf{x}-\mathbf{y}]^T \mathbf{A} [\mathbf{x}-\mathbf{y}], \quad (2.6)$$

<sup>1</sup>Skew distance em inglês.



em que  $T$  indica a operação de transposição matricial e  $A$  a inversa da matriz de covariância de  $x$ . Essa distância é utilizada amplamente como métrica nos algoritmos de reconhecimento de padrões (KATO et al., 1999).

- Distância Cossenoidal — Dados  $X = \{x_1 \dots x_n\}$  e  $Y = \{y_1 \dots y_n\}$ , dois conjuntos booleanos, a distância cossenoidal é definida como (AGGAR, 2003)

$$d(X, Y) = \sum_{i=1}^n \frac{x_i \cdot y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2}} \quad (2.7)$$

A distância cossenoidal é uma métrica de similaridade. Quanto maior seu valor maior a similaridade entre  $X$  e  $Y$ ;

- Distância Geodésica — A menor distância entre dois pontos sobre uma superfície determinada matematicamente (IEEE, 1983). Tal superfície pode ser uma esfera ou elipsóide. A distância é medida ao longo da superfície. Se o arco que liga os dois pontos não existir, a distância geodésica é considerada infinita. A distância geodésica é utilizada no projeto de enlaces de longa distância (tropodifusão) e no cálculo de tarifação da rede de telefonia fixa;
- Distância de Salto — A menor separação entre dois pontos sobre a superfície da Terra, para os quais uma transmissão de rádio pode ser feita em determinado intervalo de tempo, em determinada frequência, usando reflexão ionosférica (IEEE, 1983).

## 2.3 Geometria Computacional e Proximidade

A geometria computacional utiliza algoritmos para construir figuras que, por sua vez, são representadas por estruturas de dados. O estudo da proximidade entre conjuntos de pontos no espaço tem sido realizado na área de geometria computacional, a partir de soluções para problemas do ponto mais próximo (SHAMOS; HOEY, 1975) e do ponto mais distante (TOUSSAINT, 1992). Tais soluções consistem em, dado um ponto qualquer  $x$  no espaço  $\mathbb{R}^n$ , identificar o ponto mais próximo (ou mais distante) de  $x$ , dentre um conjunto

de  $N$  pontos. Tal identificação é semelhante à tarefa realizada pela central de comutação e controle (CCC) na rede celular, ao conectar uma estação móvel à ERB mais próxima, usando critérios de proximidade associados ao sinal de rádio e suas características, como potência recebida, relação sinal-ruído ou taxa de erro de bit.

A geometria computacional trata de problemas descritos geometricamente, cujas soluções são obtidas pelo uso de algoritmos. Tais problemas têm surgido em aplicações de computação gráfica, robótica, processamento de imagens e sistemas de informação geográfica (GIS). Na geometria computacional destacam-se ferramentas como árvores quaternárias (*Quadtrees*), triangulação de Delaunay, grafos de visibilidade, envoltório convexo (*Convex hull*), árvores geradoras (*Spanning trees*), arranjos e eixo medial (FABBRI; ESTROZI; COSTA, 2002). Na análise espacial, o diagrama de Voronoi se destaca como uma ferramenta utilizada em particionamento e agrupamento de conjuntos. Esta ferramenta tem sido usada amplamente nas mais diversas aplicações que tratam da divisão espacial com o objetivo de estabelecer áreas ou regiões de domínio.

## 2.4 Quantização e Proximidade

Quantização é um processo de mapeamento de um conjunto de entrada em um conjunto de saída, em que o conjunto de saída passa a representar o conjunto de entrada. Seja o conjunto de entrada  $\mathcal{A}$  e o de saída  $\mathcal{O}$ . A quantização é o processo que mapeia os elementos de  $\mathcal{A}$  em  $\mathcal{O}$  aplicando uma regra para realizar o mapeamento, de forma que o conjunto  $\mathcal{O}$  passa a ser uma versão do conjunto  $\mathcal{A}$ . O mapeamento  $Q: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{O}$  é realizado pela função  $Q$ . Exemplo:

$$\text{Seja } \mathcal{A} = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq x \leq 9\},$$

$$\mathcal{O} = \{y \in \mathbb{Z} \mid \text{se } (x \bmod 2) = 0 \text{ então } y = x + 1, \text{ senão } y = x\};$$

A função de mapeamento  $Q$  é definida como

$$\text{se } (x \bmod 2) = 0 \text{ então } y = x + 1, \text{ senão } y = x.$$

A quantização resultante é mostrada a seguir

$\mathcal{A}$	$\mathcal{O}$
$\{0, 1\}$ ,	$\{1\}$ ,
$\{2, 3\}$ ,	$\{3\}$ ,
$\{4, 5\}$ ,	$\{5\}$ ,
$\{6, 7\}$ ,	$\{7\}$ ,
$\{8, 9\}$ .	$\{9\}$ .

Verifica-se que  $|\mathcal{A}| = 10$ , e  $|\mathcal{O}| = 5$ .

Quantização é um conceito matemático geral que não se restringe a uma área específica do conhecimento. Esse conceito tem sido usado em estudos de processamento de sinais, teoria da aproximação, lógica nebulosa, particionamento de espaço, interpolação, topologia de redes, algoritmos de agrupamento, teoria de conjuntos e reconhecimento de padrões.

#### 2.4.1 Quantização Escalar

O processamento de quantização escalar é semelhante ao arredondamento ou aproximação de valores. Um valor do conjunto de entrada é mapeado em um valor do conjunto de saída.

#### 2.4.2 Quantização Vetorial

Quantização vetorial é o “mapeamento  $Q$  de um vetor de entrada  $x$  pertencente ao espaço euclidiano  $K$ -dimensional,  $\mathbb{R}^k$ , em um vetor pertencente a um subconjunto finito  $W$  de  $\mathbb{R}^k$ ,  $Q : \mathbb{R} \rightarrow W$ ” (LINDE; BUZO; GRAY, 1980). O conjunto  $W$ , chamado dicionário, é formado por vetores representativos do conjunto de entrada. O número de vetores do dicionário é menor que o do conjunto de entrada, configurando o arredondamento, ou redução de cardinalidade, característico do processo de quantização. A quantização escalar corresponde a uma quantização vetorial cujos vetores têm dimensão unitária.

### 2.4.3 Quantização e Rede Móvel Celular

Dentre as diversas taxonomias existentes, pode-se classificar os elementos de uma rede de comunicações móveis celulares em dois grupos:

1. Os geradores de tráfego;
2. Os controladores de tráfego.

Considerando as chamadas saintes, a estação móvel é um gerador de tráfego e os outros elementos da rede são controladores de tráfego. As estações radiobase, os controladores de estações radiobase e as centrais de comutação e controle recebem e encaminham solicitações de chamadas, controlam o acesso e o tráfego de informações, autenticam o usuário e fornecem dados para a cobrança pelos serviços. Os elementos da rede celular podem ser agrupados para formar os seguintes conjuntos:

- $\mathcal{M}$  : conjunto de estações móveis;
- $\mathcal{B}$  : conjunto de estações radiobase;
- $\mathcal{R}$  : conjunto de controladores de estações radiobase;
- $\mathcal{C}$  : conjunto de centrais de comutação e controle.

Observa-se que a cardinalidade desses conjuntos decresce na seqüência da hierarquia da rede estabelecendo as seguintes relações

$$|\mathcal{M}| > |\mathcal{B}| > |\mathcal{R}| > |\mathcal{C}|.$$

A redução de cardinalidade é semelhante à redução de níveis que ocorre na operação de quantização. Este fato permite uma analogia entre o conceito de quantização e a operação de conexão que a rede efetua entre seus elementos. Os conjuntos  $\mathcal{M}$ ,  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{R}$  e  $\mathcal{C}$  participam dessa quantização, à medida que os elementos de um conjunto de entrada são mapeados em um conjunto de saída, por exemplo

$$Q : \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{B},$$

em que o número de elementos de  $B$  é menor que o de  $M$ , e  $B$  é representativo de  $M$ . Esta tese explora essa analogia e identifica técnicas de quantização que se aplicam ao planejamento celular e à modelagem do tráfego espacial da rede.

O conceito de quantização é utilizado na compressão de sinais, por meio da quantização vetorial, no agrupamento de dados e na classificação e identificação de similaridades. O diagrama de Voronoi resultante do processo de quantização é utilizado neste trabalho para descrever a cobertura e as relações de proximidade entre ERBs, EMs, CEBs e CCCs. Os conjuntos da rede são mapeados da seguinte forma:  $M \rightarrow B$ ,  $B \rightarrow \mathcal{R}$ ,  $\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{C}$ .

## 2.5 Centro de Controle e Tráfego

A rede móvel celular compõe-se de estações de rádio que se conectam formando uma hierarquia de nós e terminais. De acordo com o papel de cada uma dessas estações, pode-se listar a seguinte classificação:

1. Centro de Controle — Elemento da rede responsável por controlar parâmetros do enlace incluindo potência recebida, alocação de canais, relação sinal-ruído, realização de *handoff* e bloqueio;
2. Centro de Tráfego — Elemento da rede responsável pelo roteamento, comutação e tarifação das chamadas;
3. Centro de Controle e Tráfego (CCT) — Elemento da rede que realiza os dois papéis anteriores.

O exemplo mais conhecido de centro de tráfego é o da central de comutação em uma rede de telefonia fixa. Na rede móvel as ERBs são portas de acesso para o usuário, por isso, concentram o tráfego gerado pelas estações móveis, representando, portanto, um centro de tráfego da célula, além de efetuar parte do controle dos enlaces. As ERBs, por sua vez, conectam-se a controladores de ERBs (CEBs), que por sua vez conectam-se a CCCs. A ERB é um centro de controle e tráfego para os usuários móveis, o CEB é um centro de

controle e tráfego para as ERBs e a CCC para os CEBs. Essas conexões produzem uma arquitetura de nós e elos hierárquicos distribuídos espacialmente, ilustrada na Figura 2.3. A rede assemelha-se a um sistema gravitacional em que usuários orbitam em torno das estações radiobase, as ERBs em torno dos CEBs e os CEBs em torno das CCCs.

A localização de um centro de controle e tráfego (CCT), seja ERB, CEB ou CCC, depende de fatores técnicos, sociais, financeiros e administrativos. A decisão de instalar um CCT envolve a análise de regulamentos, exigências legais, custo social, impacto no ambiente, política de investimento da operadora e previsão de mercado. Estudos de otimização de localização de ERBs encontrados na literatura levam em conta apenas o critério técnico em (ALI, 2002) e (MOLINA; ATHANASIADOU; NIX, 1999). Não é objetivo deste trabalho abordar todos os passos do planejamento celular, por isso, considera-se que as localizações dos centros de controle e tráfego já estão definidas.

No planejamento da rede, após definidas as posições das ERBs, é necessário determinar a quantidade e as posições dos CEBs e das CCCs. As conexões entre ERBs e CEBs é feita por enlace óptico ou de rádio. Alguns algoritmos realizam a otimização das localizações dos centros de controle e tráfego (ROSE, 2001), com o objetivo de otimizar os custos dos enlaces (STANLEY, 1996), por minimizar as distâncias entre estes terminais.

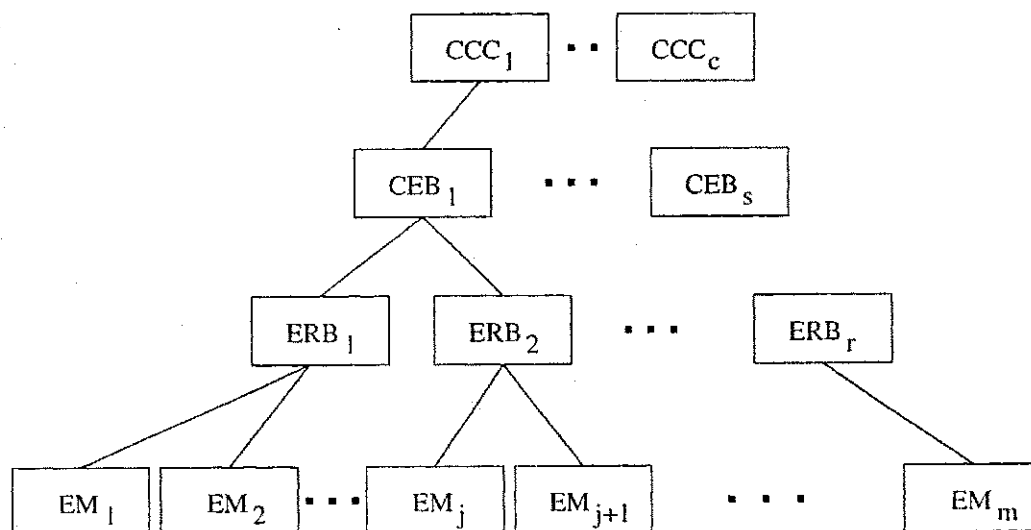


Figura 2.3: Hierarquia dos elementos da rede móvel celular.

## Capítulo 3

# Diagramas de Voronoi

Este capítulo trata da definição bem como da descrição das características e propriedades dos principais tipos de diagramas de Voronoi. Apresenta a definição matemática do diagrama de Voronoi para o caso geral no espaço  $n$ -dimensional e exemplos gráficos do caso particular, o espaço bidimensional. Essa limitação proporciona a visualização das propriedades e, além disso, as aplicações abordadas nesta tese limitam-se ao espaço  $\mathbb{R}^2$ .

O diagrama de Voronoi é uma estrutura geométrica formada de partições do espaço  $\mathbb{R}^n$  gerada por pontos que pertencem a este espaço. Os pontos geradores do diagrama são chamados *site points*. Cada *site point* determina uma região (ou célula) de Voronoi em torno de si composta pelos pontos que lhe estão mais próximos. A noção de proximidade é definida por uma métrica, função da distância, que pode ser a distância euclidiana, a de Hamming, a de Hausdorff (CHEW et al., 1995), a geodésica (XIAO; SIEBERT; WERGHI, 2004). Klein et. al. em (KLEIN; WOOD, 1988) define várias funções de distâncias utilizadas como métricas de proximidade. A seguinte notação é usada na descrição dos diagramas de Voronoi:

$x$	Ponto qualquer do espaço $\mathbb{R}^n$
$C = \{c_1, \dots, c_n\}$	Conjunto de <i>site points</i>
$E(i, j)$	Margem do diagrama entre os <i>site points</i> $c_i$ e $c_j$
$D$	Métrica de proximidade

- $V_i$  Região de Voronoi gerada por  $c_i$
- $V(i, j, \dots)$  Região de Voronoi de ordem- $k$
- $O(i, j, \dots)$  Região de Voronoi ordenada de ordem- $k$

Uma região de Voronoi  $V_i$  é definida como o conjunto de todos os pontos do espaço  $\mathbb{R}^n$  em que a métrica de proximidade  $\mathcal{D}$  entre  $\mathbf{x}$  e  $c_i$  é a menor dentre todos os *site points*

$$V_i = \{\mathbf{x} | \mathcal{D}(\mathbf{x}, c_i) < \mathcal{D}(\mathbf{x}, c_j), \forall j \neq i\}. \quad (3.1)$$

A relação  $\mathcal{D}(\mathbf{x}, c_i) < \mathcal{D}(\mathbf{x}, c_j)$  é chamada regra de proximidade e a condição

$$\mathcal{D}(\mathbf{x}, c_i) = \mathcal{D}(\mathbf{x}, c_j) \quad (3.2)$$

determina a fronteira entre  $c_i$  e  $c_j$ . Uma descrição detalhada dos tipos básicos de diagramas de Voronoi encontra-se em (AURENHAMMER, 1991).

### 3.1 Histórico

Apresenta-se a seguir, um histórico sobre o surgimento e a evolução dos diagramas de Voronoi.

- 1644 O matemático Francês René Descartes (1596-1650, nascido em *La Haye*, agora chamada Descartes na França) demonstrou que a disposição da matéria no sistema solar segue regras de proximidade e que regiões de domínio espacial são determinadas pelos astros.
- 1850 O matemático J. P. Gustav Lejeune Dirichlet (1808-1859, nascido em Düren, império Francês, atual Alemanha) apresentou um estudo de formas quadráticas em que a noção de domínio espacial é formalizada em  $\mathbb{R}^2$  e  $\mathbb{R}^3$ .
- 1908 O matemático Georgy F. Voronoi (1868-1908, nascido em Zhuravka, Poltava guberniya, Rússia, atual Ucrânia) publicou uma generalização do conceito introduzido por Dirichlet na forma moderna e que se aplica a dimensões maiores que 3.



- 1911 A. H. Thiessen usou a estrutura proposta por Voronoi em seus estudos de meteorologia.
- 1927 Paul Niggli utilizou os diagramas em estudos de cristalografia.
- 1934 Boris Delaunay apresentou o dual do diagrama de Voronoi conhecido como triangulação de Delaunay.
- 1949 Donald J. Bogue utilizou as partições de Voronoi em estudos de mercado.
- 1964 C. A. Rogers apresentou a idéia de agrupamento e cobertura usando os diagramas de Voronoi.
- 1975 Michael I. Shamos e D. Hoey apresentaram os diagramas de Voronoi como ferramentas para resolver problemas de busca do ponto mais próximo.
- 1984 D.-T. Lee e F. Preparata inseriram os diagramas de Voronoi como parte da geometria computacional.
- 1991 Franz Aurenhammer publicou um artigo tutorial em que descreve as principais características e propriedades matemáticas dos diagramas de Voronoi e que se tornou referência para os estudos na área.

### 3.2 Tipos de Diagramas de Voronoi

Os diagramas de Voronoi assumem várias formas de acordo com a métrica e a regra de proximidade utilizadas. As características desses diagramas podem ser combinadas produzindo novos tipos. Alguns dos principais tipos de diagrama de Voronoi são descritos a seguir.

- Generalizado (ordinário) — O tipo mais comum, em que a métrica de proximidade é a distância euclidiana. No espaço  $\mathbb{R}^2$ , as margens entre *site points* são segmentos de reta postos a meia distância de dois *site points* adjacentes. No espaço  $\mathbb{R}^3$ , as margens são figuras geométricas planas e para  $n > 3$  as margens são hiperplanos. Esse diagrama é conhecido como diagrama de constelação usado na representação de

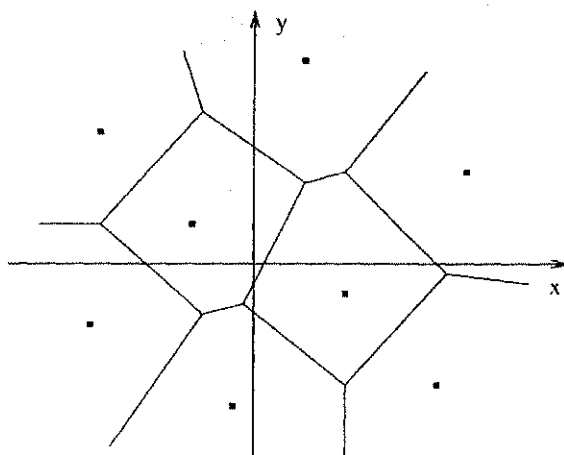


Figura 3.1: Exemplo de diagrama de Voronoi generalizado, no espaço  $\mathbb{R}^2$ . Cada *site point* define uma região em torno de si. As fronteiras das regiões são representadas por linhas retas a meia distância dos *site points*.

esquemas de modulação digital. Um exemplo de diagrama generalizado no espaço  $\mathbb{R}^2$  é mostrado na Figura 3.1.

- Ponderado — A distância euclidiana pode ser ponderada aditiva ou multiplicativamente, gerando diagramas diferentes. Considere a descrição desses dois tipos de ponderação no espaço  $\mathbb{R}^2$ .
  - Ponderação aditiva: A borda entre *site points* é um arco hiperbólico. Este também é chamado de modelo de Johnson-Mehl;
  - Ponderação multiplicativa: A borda entre *site points* é um arco circular. Este também é chamado de modelo de Apolônio (AURENHAMMER, 1991);

Intuitivamente, o peso do *site point* expressa sua capacidade de influência no espaço circunvizinho. Quanto maior o peso maior a região de Voronoi correspondente;

- Truncado — As dimensões da região de Voronoi são limitadas por um valor máximo atribuído à métrica de proximidade. As linhas do diagrama que tendem para infinito são confinadas a uma área de interesse;

- Dinâmico --- As posições dos *site points* variam no tempo, podendo ocorrer inclusão ou exclusão de *site points*;
- Direcional --- A ponderação é uma função da direção em torno do *site point*;
- Diagrama de potência --- Os *site points* recebem ponderação equivalente ao raio de uma circunferência, esfera ou hipersfera, de acordo com a dimensão do espaço. O diagrama de potência é, de fato, uma generalização do diagrama de Voronoi (AURENHAMMER, 1987). A ponderação nesse diagrama desloca a margem entre *site points* mantendo-a, no entanto, retilínea como mostrado na Figura 3.2. A regra de proximidade é definida da seguinte forma:

$$\text{Se } d^2(\mathbf{x}, c_i) - r_i^2 < d^2(\mathbf{x}, c_j) - r_j^2 \text{ então } \mathbf{x} \in V_i \text{ senão } \mathbf{x} \in V_j.$$

A condição

$$d^2(\mathbf{x}, c_i) - r_i^2 = d^2(\mathbf{x}, c_j) - r_j^2$$

define uma reta<sup>1</sup> que representa a margem entre  $c_i$  e  $c_j$ . A região de Voronoi é definida como

$$V_i = \{\mathbf{x} | d^2(\mathbf{x}, c_i) - r_i^2 < d^2(\mathbf{x}, c_j) - r_j^2, \forall j \neq i\}. \quad (3.3)$$

- Diagrama de Voronoi de ordem- $k$  --- A região de Voronoi é composta de pontos que estão mais próximos de um conjunto de  $k$  *site points* do que de outros *site points* do espaço dado. Por exemplo, para  $k = 3$ , seja a região  $V(1, 4, 5)$  formada de todos os pontos que estão mais próximos de  $c_1, c_4$  e  $c_5$ . Neste caso, a seqüência de proximidade é irrelevante:  $V(1, 3, 5) = V(3, 1, 5)$ . Um estudo detalhado desse tipo de diagrama encontra-se em (LEE, 1982).
- Diagrama de Voronoi ordenado de ordem- $k$  --- Este é um diagrama de ordem- $k$  no qual a seqüência de proximidade é relevante. Seja  $k = 3$ , então  $O(i, j, p) \neq O(j, i, p)$ . Os pontos que formam a região  $O(i, j, p)$  estão mais próximos do *site point*  $i$  e mais

---

<sup>1</sup>Reta radical ou linha de potência.

distantes de  $p$ . Este diagrama é formado pela superposição dos diagramas de ordens  $k, k - 1, \dots, 1$ . Isto significa que as regiões de Voronoi de ordem-1 são subdivididas, gerando as regiões do diagrama ordenado de ordem- $k$ ;

- Anisotrópico — Este é um diagrama ponderado multiplicativamente cuja ponderação varia de forma contínua em função da direção;
- Discreto — Este diagrama é definido para um espaço discreto, por exemplo  $\mathbb{Z}^2$ .

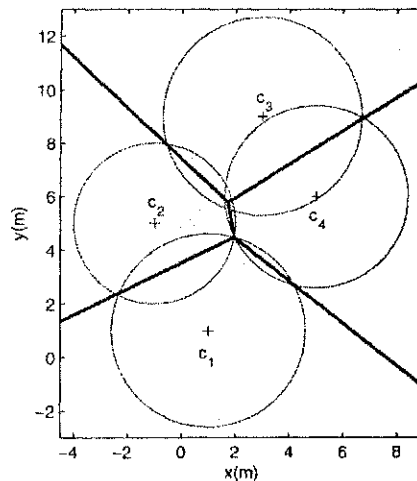


Figura 3.2: Exemplo de diagrama de potência com quatro *site points* no espaço  $\mathbb{R}^2$ .

### 3.3 O Diagrama de Voronoi Ponderado Multiplicativamente

Este tipo de diagrama é construído a partir de  $n$  *site points* no espaço  $\mathbb{R}^n$ , atribuindo-se a cada *site point* um peso. Tal ponderação tem relação direta com as dimensões e o formato da região de Voronoi gerada pelo *site point*. Cada *site point* recebe uma ponderação formando o conjunto de pesos

$$W = \{w_1, \dots, w_n\},$$

em que  $w_i$  é o peso de  $c_i$  que gera a região de Voronoi  $V_i$ . Tomando os *site points* aos pares  $\langle c_i, c_j \rangle$ , pode-se estabelecer a seguinte relação

$$\text{Se } w_i \leq w_j \text{ então } \mathcal{V}(V_i) \leq \mathcal{V}(V_j), \quad (3.4)$$

em que  $\mathcal{V}(V_i)$  é o volume  $n$ -dimensional da  $i$ -ésima região de Voronoi  $V_i$ . Isto significa que um acréscimo em  $w$  resulta em acréscimo, embora não-linear, em  $\mathcal{V}(V)$ . No plano, o diagrama generalizado considera apenas as localizações dos *site points* e particiona o espaço por meio de segmentos de retas traçados a meia distância dos *site points*. O diagrama ponderado agrega propriedades de atratividade do *site point*, dando-lhe maior ou menor domínio espacial. Considere os exemplos a seguir, que ilustram a ponderação multiplicativa do diagrama de Voronoi.

1. Regionalização de atendimento hospitalar — Uma quantidade  $q$  de hospitais atende a determinada localidade. Para definir as áreas de atendimento dos hospitais, particiona-se o espaço habitacional usando a menor distância geodésica como critério de particionamento, ou regra de proximidade. Assim, a localidade é dividida por fronteiras retilíneas colocadas a meia distância de cada par de hospitais. Este tipo de particionamento espacial é ilustrado na Figura 3.1. No entanto, caso se leve em conta fatores que atraem a população, como qualidade de atendimento, rapidez no transporte, farmácia, taxa de ocorrência de greve, por exemplo, a regra de proximidade é ponderada, deslocando a fronteira para longe dos hospitais que recebem maior ponderação, aumentando a região de atendimento (domínio espacial) dos hospitais que atraem mais a população:
  
2. Incêndio na grama seca — Considere a seguinte situação ideal: certo número  $n$  de focos de incêndio iniciam um processo de queima na grama seca de um terreno plano. Cada incêndio tem taxa de avanço superficial  $w_i$  dado em m/s. O fogo avança circularmente, partindo do foco, até encontrar um fogo vizinho. O encontro extingue a chama e deixa uma marca no solo. Estas marcas são arcos circulares e representam as margens do diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente (MENG; BROOKS;

VERMEER, 1989). Se as taxas de avanço do fogo forem iguais, tem-se um diagrama de Voronoi generalizado cujas fronteiras são retilíneas;

3. Equipes de resgate — certo número  $n$  de equipes de resgate estão baseadas em determinados locais da cidade. Devido a diferenças no trânsito enfrentado pelas equipes, elas se deslocam com velocidades diferentes de média  $v_i, i = 1, \dots, n$ . Tomando duas equipes partindo simultaneamente de suas bases e dirigindo-se a um ponto de encontro, tem-se  $v_i = d_i/t_i$  e  $v_j = d_j/t_j$ . No instante do encontro  $t_i = t_j$  e, portanto

$$\frac{d_i}{v_i} = \frac{d_j}{v_j}, \quad (3.5)$$

do que se conclui que as distâncias  $d$  percorridas pelas equipes são ponderadas pelas velocidades  $v$ . O lugar geométrico da relação

$$\frac{d_i}{d_j} = \frac{v_i}{v_j} \quad (3.6)$$

é uma circunferência (Veja demonstração no Apêndice A). Esta circunferência divide o plano em duas regiões  $V_i$  e  $V_j$  e representa, portanto, a fronteira entre elas. A fim de determinar que equipe chega primeiro a determinado ponto  $\langle x, y \rangle$  da cidade, utiliza-se um diagrama de Voronoi do tipo ponderado multiplicativamente, em que as regiões de Voronoi são delimitadas por arcos circulares e a ponderação do *site point* (localização da equipe) é a velocidade média de deslocamento  $v_i$ . A regra de proximidade é a seguinte

$$\text{se } \frac{d_i}{v_i} > \frac{d_j}{v_j} \text{ então } \langle x, y \rangle \in V_i \text{ senão } \langle x, y \rangle \in V_j, \quad \forall j \neq i.$$

### 3.4 Regra de Proximidade

Considere dois *site points* adjacentes,  $c_i$  e  $c_j$ , no espaço  $\mathbb{R}^n$  e um ponto qualquer  $x$  desse espaço. A regra de proximidade é a regra de pertinência de um ponto do espaço em relação aos *site points*. Para o diagrama generalizado essa regra é enunciada na expressão (3.1) que define região de Voronoi. Para o diagrama ponderado multiplicativamente essa regra

é enunciada da seguinte forma

$$\text{se } \frac{d(\mathbf{x}, c_i)}{w_i} < \frac{d(\mathbf{x}, c_j)}{w_j}, \text{ então } \mathbf{x} \in V_i, \text{ senão } \mathbf{x} \in V_j,$$

em que a distância euclidiana  $d$  é ponderada pelo peso  $w$  do *site point*  $c$ , obedecendo à condição  $w > 0$ . A fronteira entre  $c_i$  e  $c_j$ ,  $\mathbf{x} \in V_i \cap V_j$ , é definida pela igualdade

$$\frac{d(\mathbf{x}, c_i)}{w_i} = \frac{d(\mathbf{x}, c_j)}{w_j}. \quad (3.7)$$

Da Equação (3.7) define-se a relação de distâncias  $w_{ij}$  entre os *site points*  $c_i$  e  $c_j$

$$w_{ij} = \frac{d(\mathbf{x}, c_i)}{d(\mathbf{x}, c_j)} = \frac{w_i}{w_j}. \quad (3.8)$$

Alternativamente, pode-se expressar a regra de proximidade como

$$\text{se } d(\mathbf{x}, c_i) < w_{ij}d(\mathbf{x}, c_j), \text{ então } \mathbf{x} \in V_i, \text{ senão } \mathbf{x} \in V_j,$$

$$\text{se } d(\mathbf{x}, c_i) = w_{ij}d(\mathbf{x}, c_j), \text{ então } \mathbf{x} \in V_i \cap V_j.$$

Um exemplo desse diagrama, no espaço  $\mathbb{R}^2$ , é mostrado na Figura 3.3. Nesse exemplo, atribui-se a cada *site point* um peso igual ao raio de uma circunferência com centro em  $c_i$ ,  $w_i = r_i$ .

### 3.5 O Diagrama Truncado

O diagrama de Voronoi truncado representa o limite de alcance do sinal de uma ERB e a área de serviço que é limitada a certo espaço geográfico. Define-se uma área de interesse para representação do diagrama de forma a conter todas as células e que corresponda à cobertura da rede. Uma distância máxima é definida para a regra de proximidade

$$d(\mathbf{x}, c_i) \leq d_{\max}.$$

Assim, as regiões de Voronoi que estão na periferia do diagrama têm um limite espacial.

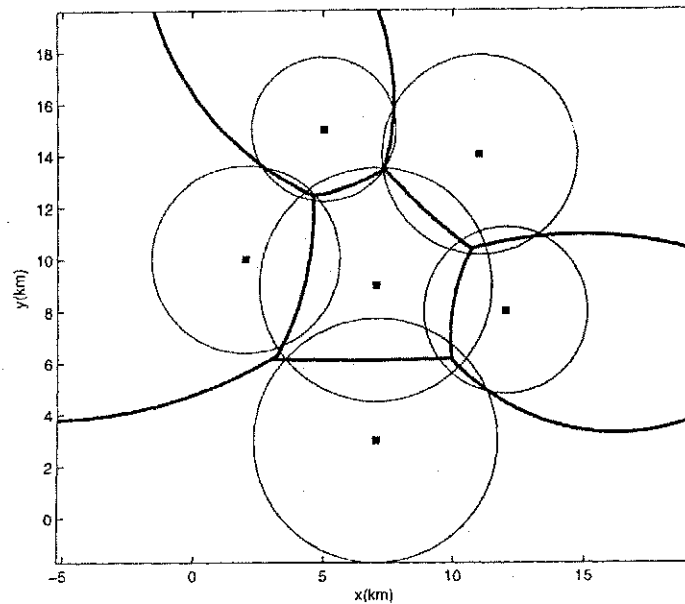


Figura 3.3: Exemplo de diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente com seis *site points*. As margens do diagrama são arcos circulares mostrados por linhas grossas. Os pesos dos *site points* são representados pelos raios das circunferências.

O sinal de rádio é atenuado com a distância atingindo um limite de recepção. O limite de truncamento da célula é definido pela distância correspondente ao nível mínimo de potência de recepção. A condição de truncamento

$$d(\mathbf{x}, c_i) \leq r_i + \Gamma,$$

define um limite para a região de Voronoi, em que  $r_i$  é o raio estimado da célula e  $\Gamma$  é um valor de tolerância visto que o valor de  $r_i$  é estimado com erro.

### 3.6 O Diagrama de Voronoi de Ordem- $k$

A ordem de um diagrama de Voronoi, indicada por  $k$ , corresponde ao número de *site points* que definem uma região. Nesse diagrama, a partição de Voronoi é a região cujos pontos estão mais próximos de um conjunto de  $k$  *site points* do que de quaisquer outros *site points* do espaço dado.



Seja  $X$  um subconjunto de  $C$  e  $\bar{X}$  o conjunto complementar de  $X$ ,  $\bar{X} = C - X$ . A região de Voronoi de ordem- $k$ ,  $V(X)$  é definida como

$$V(X) = \{x : \mathcal{D}(x, c_i) < \mathcal{D}(x, c_j), \forall c_i \in X, \forall c_j \in \bar{X}\}, \quad (3.9)$$

em que  $\mathcal{D}$  é a métrica de proximidade e

$$\mathbb{R}^n = \bigcup_{X \in \mathbb{R}^n} V(X); \quad (3.10)$$

$$|X| = k,$$

do que se conclui que

$$k \in \mathbb{Z}^+ \text{ e } k < n.$$

Por exemplo, seja  $C = \{c_1, \dots, c_{12}\}$ . A região  $V(2, 4, 7)$  contém todos os pontos que estão mais próximos do conjunto  $X = \{c_2, c_4, c_7\}$  do que de qualquer outro *site point* de  $\bar{X} = C - X$ . Neste caso, a seqüência de proximidade é irrelevante:  $V(i, j, p) = V(j, i, p)$ .

O diagrama de ordem- $k$  é obtido a partir do diagrama de ordem- $(k - 1)$  por meio do seguinte procedimento (LEE, 1982):

1. Elimina-se um *site point* e obtêm-se novas margens para o diagrama;
2. Recoloca-se esse *site point* e elimina-se outro obtendo novas margens;
3. Repete-se o processo até o último *site point*.

A eliminação de um *site point* corresponde ao prolongamento das margens de ordem- $(k - 1)$  para dentro da região de Voronoi do ponto eliminado. As novas margens geradas são margens de ordem- $k$  conforme ilustrado na Figura 3.4.

A Figura 3.5 mostra um diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente, no espaço  $\mathbb{R}^2$ , de ordem-1. A Figura 3.6 mostra o diagrama de ordem-2 obtido a partir do de ordem-1, e a Figura 3.7 o de ordem-3. Os pesos dos *site points* são representados pelos raios das circunferências  $w_i = r_i$ .

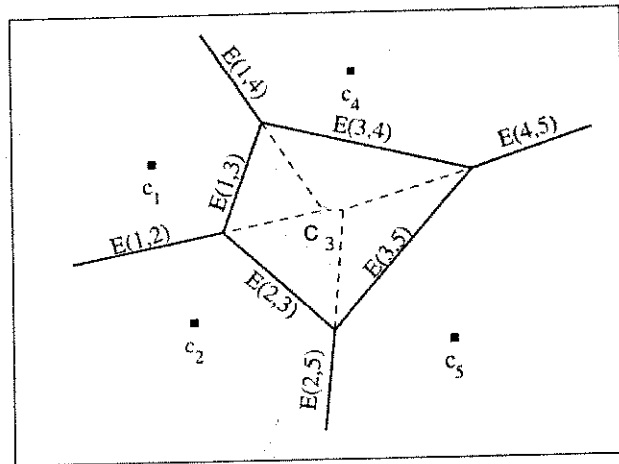


Figura 3.4: Eliminação do *site point*  $c_3$  e prolongamento das margens para dentro de  $V_3$ . As margens de ordem-1 são mostradas por linha contínua e as de ordem-2, por linha tracejada.

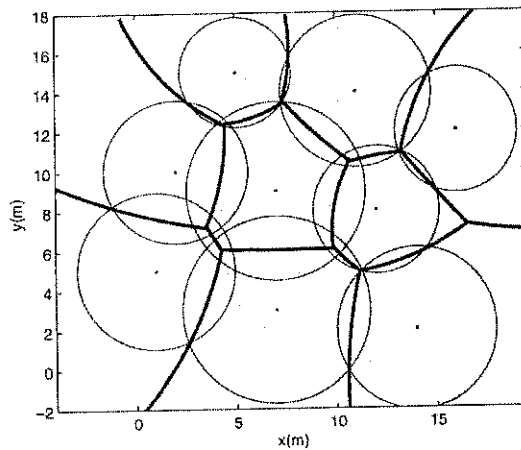


Figura 3.5: Exemplo de diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente de ordem-1, no espaço  $\mathbb{R}^2$ , com nove *site points*.

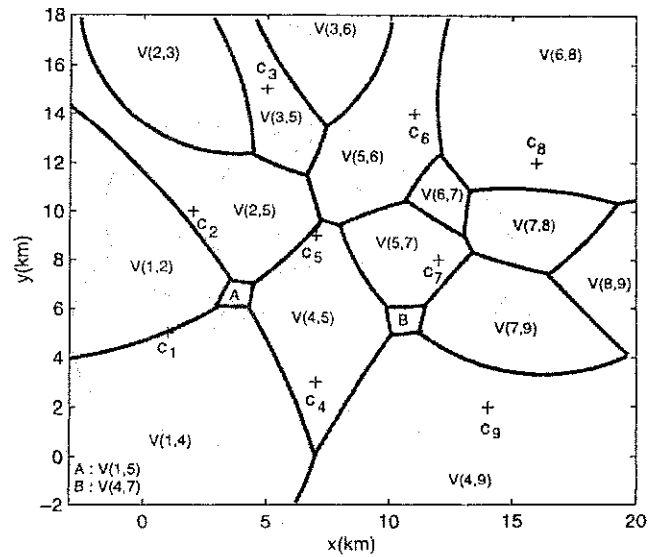


Figura 3.6: Exemplo de diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente de ordem-2, no espaço  $\mathbb{R}^2$ , com nove *site points*.

### 3.6.1 O Diagrama do Ponto mais Distante

O diagrama de ordem- $(n - 1)$  é chamado diagrama do ponto mais distante. Ele indica os  $n - 1$  *site points* mais próximos de uma região, indicando, por exclusão, o *site point* mais distante (SHAMOS; HOEY, 1975). Considere o diagrama generalizado mostrado na Figura 3.8. Tem-se  $n = 4$ , e  $k = n - 1 = 3$ . As regiões do diagrama e o ponto mais distante são mostrados a seguir

Região	<i>Site point</i> mais distante
V(1,2,3)	$c_4$
V(1,2,4)	$c_3$
V(1,3,4)	$c_2$
V(2,3,4)	$c_1$

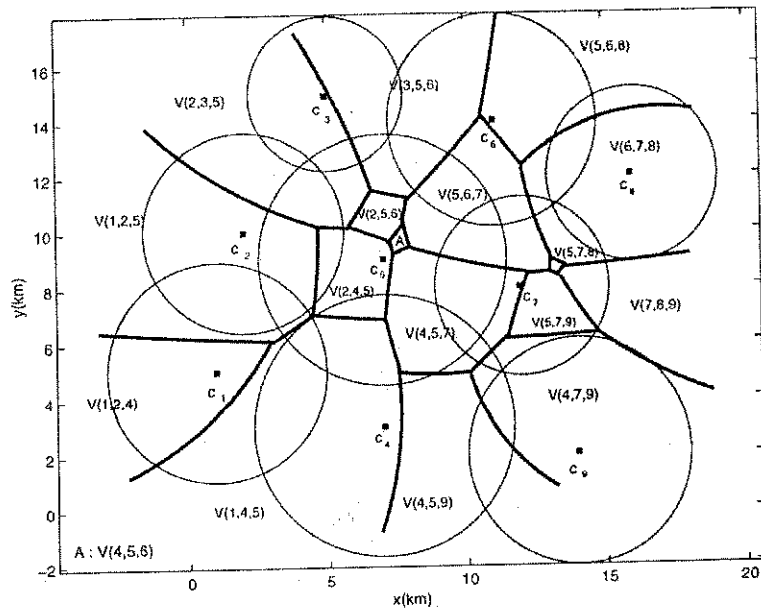


Figura 3.7: Exemplo de diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente de ordem-3, no espaço  $\mathbb{R}^2$ , com nove *site points*.

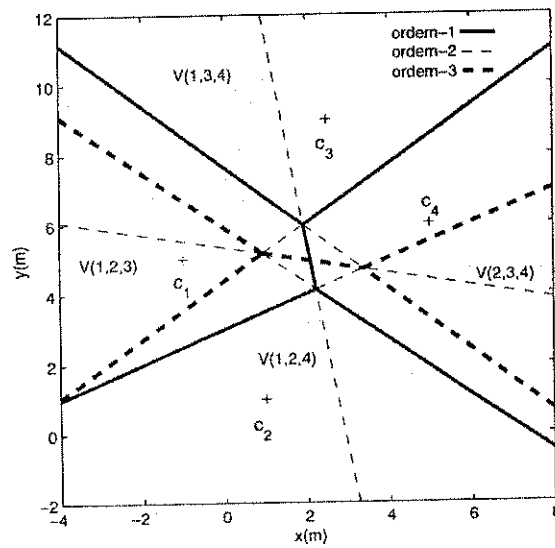


Figura 3.8: Diagrama de Voronoi generalizado do ponto mais distante  $k = 3, n = 4$ .

### 3.7 O Diagrama de Voronoi Ordenado de Ordem- $k$

O diagrama de Voronoi ordenado de ordem- $k$  é o resultado da superposição dos diagramas de ordem- $k, k-1, \dots, 1$ . As margens de ordens diferentes determinam as regiões ordenadas. No conjunto de  $k$  *site points*, a seqüência dos índices é relevante. Por exemplo, para  $k = 3$ ,  $O(i, j, p) \neq O(j, i, p)$ . A região  $O(j, i, p)$  é formada pelos pontos que estão mais próximos de  $c_j, c_i$  e  $c_p$  nesta seqüência. O diagrama ordenado estabelece as relações de proximidade em seqüência.

O número máximo de partições de ordem- $k$  é  $2^k$ . Desse número, algumas partições podem ser vazias, o que resulta num número de partições, que efetivamente compõem o diagrama, menor que  $2^k$ .

A Figura 3.9 mostra diagramas de Voronoi, do tipo generalizado, de ordens 1, 2 e 3 superpostos. Observa-se que as regiões de ordem-1 são subdivididas pelas margens de ordem maior que 1. Como exemplo, a região de Voronoi gerada por  $c_2, V_2$ , está dividida em duas partes pela margem de ordem-2,  $E(1, 4)$ . Conclui-se que as subdivisões de  $V_2$  são  $O(2, 1)$  e  $O(2, 4)$ . Isto significa que  $V_2$  tem como vizinhos mais próximos  $c_1$  e  $c_4$ , sendo que  $O(2, 1)$  está mais próxima de  $c_1$  e  $O(2, 4)$  está mais próxima de  $c_4$ . Constata-se ainda que

$$V_2 = O(2, 1) \cup O(2, 4). \quad (3.11)$$

A seguir, ilustra-se um exemplo com o diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente. A Figura 3.10 mostra a superposição de diagramas de ordens 1, 2 e 3 com o objetivo de obter, por fim, o diagrama ordenado de ordem- $k$ . Neste caso,  $k = 3$ . A Figura 3.11 mostra o diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente ordenado de ordem-3 como resultado da superposição dos diagramas na Figura 3.10.

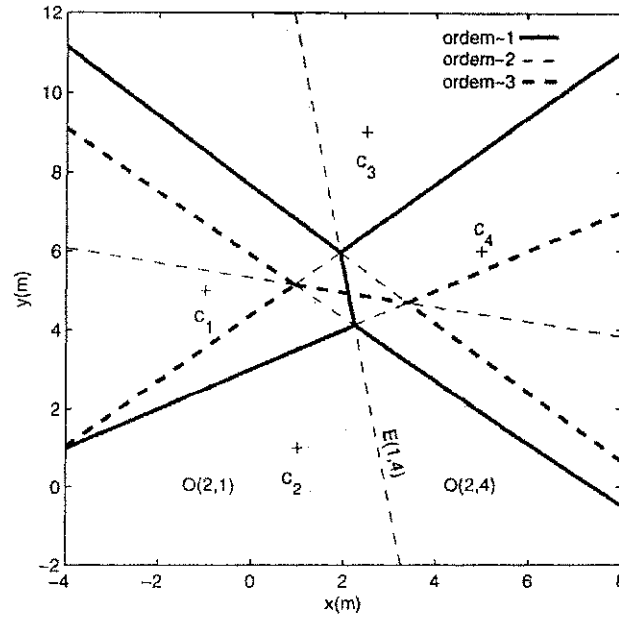


Figura 3.9: Diagramas de Voronoi, do tipo generalizado, de ordens 1, 2 e 3 superpostos.

### 3.8 Propriedades dos Diagramas de Voronoi de Ordem- $k$ no Plano

Algumas propriedades dos diagramas de Voronoi no plano são descritas a seguir (LEE, 1982). Estas são válidas para qualquer dimensão, no entanto, os efeitos geométricos de tais propriedades são mais bem visualizados no espaço  $\mathbb{R}^2$ . Tais propriedades caracterizam matematicamente os diagramas e suas relações de vizinhança.

1. Seja  $E(i, j)$  a margem entre  $c_i$  e  $c_j$ . O encontro de duas margens  $E(i, j)$  e  $E(j, p)$  gera uma terceira  $E(i, p)$ . Este fato é definido pela seguinte operação

$$E(i, j) \oplus E(j, p) = E(i, p); \quad (3.12)$$

2. O encontro de três margens define um vértice

$$V_{i,j,p} = E(i, j) \cap E(j, p) \cap E(i, p); \quad (3.13)$$

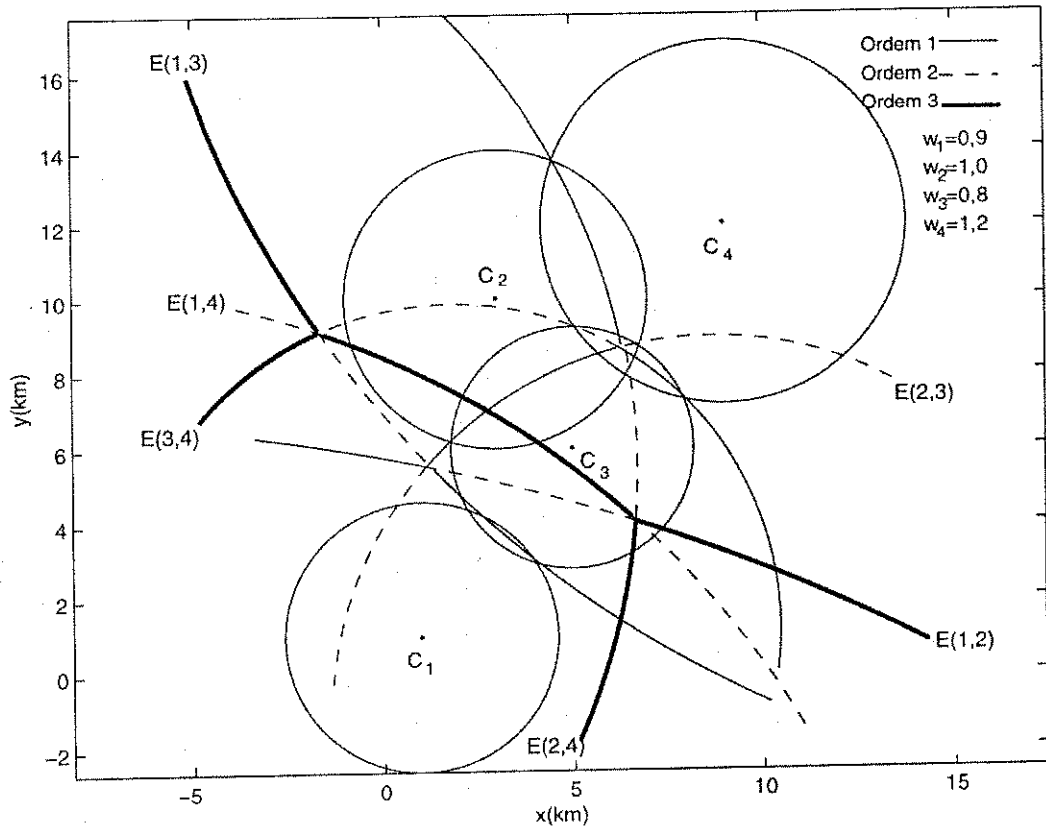


Figura 3.10: Diagramas de Voronoi, do tipo ponderado multiplicativamente, de ordens 1, 2 e 3 superpostos.

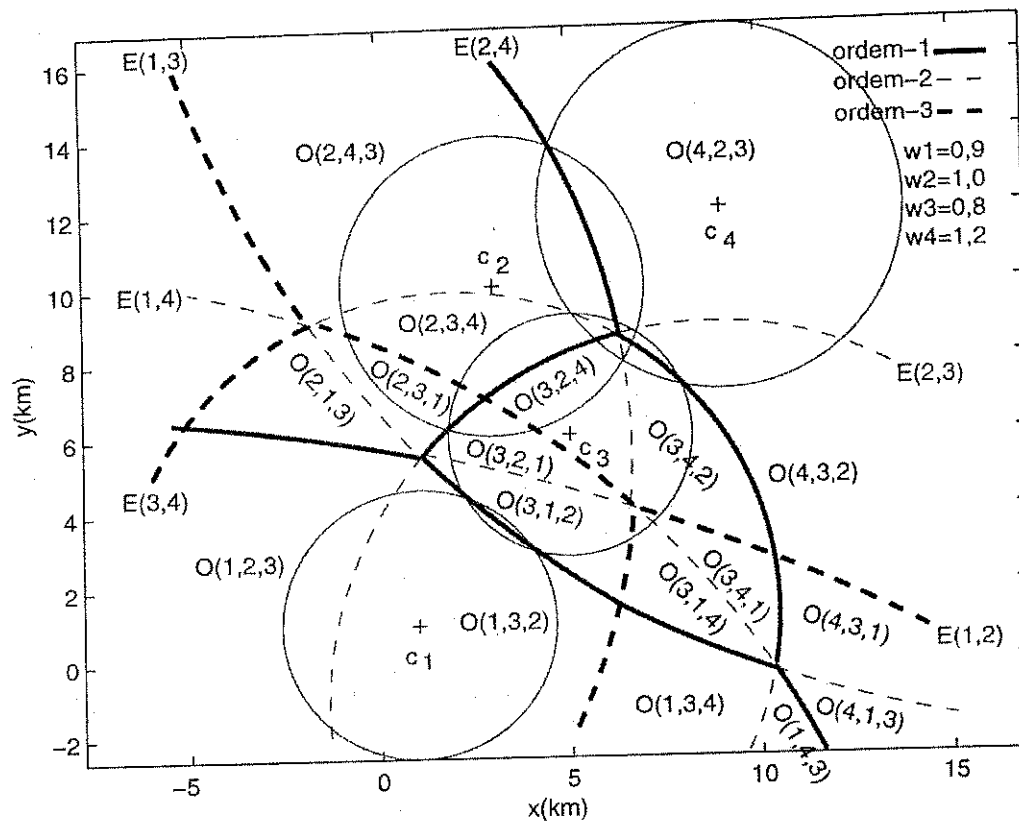


Figura 3.11: Diagrama de Voronoi, do tipo ordenado ponderado multiplicativamente, de ordem-3. Este diagrama é obtido da superposição dos diagramas de ordens 1, 2 e 3.



3. Cada margem do diagrama divide o plano em dois semiplanos

$$E(i, j) = \pi_i \cap \pi_j; \quad (3.14)$$

4. Considerando uma única ordem, toda margem termina no ponto de encontro com outra margem. Estas margens continuam em ordens superiores, até cruzar todo o espaço dado;

5. Duas margens de mesma ordem não se cruzam;

6. A ordem máxima,  $k_{\max}$ , do diagrama obedece ao limite  $k_{\max} \leq n - 1$ , em que  $n$  é o número de *site points*;

7. O diagrama de ordem- $k$  é obtido a partir do de ordem- $(k-1)$ . As margens de ordem- $k$  são prolongamentos das de ordem- $(k-1)$ ;

8. Uma margem de ordem- $k$  não pode se prolongar sobre uma de ordem inferior;

9. Seja  $E^{(k)}(i, j)$  a margem de  $c_i$  e  $c_j$  no diagrama ordenado de ordem- $k$ , então:

$$\begin{aligned} E^{(k)}(i, j) &= O(a, b, \dots, i) \cap O(a, b, \dots, j); \\ E^{(k-1)}(i, j) &= O(a, b, \dots, i, j) \cap O(a, b, \dots, j, i); \\ E^{(k-2)}(i, j) &= O(a, b, \dots, i, j, m) \cap O(a, b, \dots, j, i, m); \\ &\vdots \\ E^{(2)}(i, j) &= O(i, j) \cap O(j, i); \\ E^{(1)}(i, j) &= O(i) \cap O(j). \end{aligned} \quad (3.15)$$

10. Utilizando a Propriedade 3, determina-se a seqüência de proximidade de uma região. A margem de ordem-1 determina o *site point* mais próximo. A margem de ordem-2 determina o segundo *site point* mais próximo. A margem de ordem- $k$  determina o  $k$ -ésimo vizinho mais próximo da região. A Figura 3.14 mostra um exemplo de aplicação deste procedimento, em que a relação de proximidade da região  $A$  é  $O(1, 5, 4)$ ;

11. Em um diagrama ordenado de ordem- $k$ , a região de ordem-1 é subdividida em regiões de ordem- $k$

$$V(i) = \bigcup O(i, Y), \quad (3.16)$$

em que  $Y$  é o conjunto de  $k - 1$  elementos formado pelos elementos de  $C - \{c_i\}$ . Conclui-se que o número máximo de regiões,  $O_{\max}$ , de ordem- $k$  que formam uma região de ordem-1 corresponde ao número de sucessões de  $n - 1$  elementos tomados  $k - 1$  a  $k - 1$

$$O_{\max} = \frac{(n - 1)!}{(k - 1)!}, \quad (3.17)$$

em que  $n$  é o número de *site points*. Isto quer dizer que uma região de ordem-1 pode conter até  $O_{\max}$  regiões de ordem- $k$ ;

12. Da propriedade anterior deriva-se o número máximo de regiões de ordem- $k$  que compõem o diagrama ordenado de ordem- $k$

$$O_{\text{MAX}} = n \cdot O_{\max}; \quad (3.18)$$

13. A margem de um diagrama de Voronoi representa a fronteira entre dois *site points*. Assim cada par de *site points* determina uma margem. Pode-se, portanto, determinar o número máximo de margens de um diagrama

$$E_{\max} = \binom{n}{2}. \quad (3.19)$$

$E_{\max}$  é um limite superior. Visto que as margens, no diagrama com ponderação multiplicativa, são circulares, pode haver margem vazia ou repetição da margem. No caso de repetição a margem é contada apenas uma vez de modo que o número de margens não ultrapassa  $E_{\max}$ ;

14. Um vértice é definido pelo encontro de três margens. O número máximo de vértices é portanto

$$\max(V) = \binom{E_{\max}}{3}; \quad (3.20)$$

15. As regiões do diagrama de ordem- $k$  define os *site points* mais próximos e os mais distantes. A região  $O(X)$  indica os *site points* mais próximos do subconjunto de *site points*  $X$  e, ao mesmo tempo, o subconjunto de *site points* mais distantes  $O(\bar{X})$ , em que  $\bar{X} = C - X$

$$\bigcup_{X \subset C} V(X) \equiv \bigcup_{\bar{X} \subset C} V(\bar{X}); \quad (3.21)$$

16. Um vértice de ordem- $k$  corresponde ao mesmo vértice de ordem- $(k + 1)$

$$\bigcap_{i,j \in C} E^k(i, j) \equiv \bigcap_{i,j \in C} E^{k-1}(i, j). \quad (3.22)$$

Esta propriedade deriva do fato de que as margens de ordem- $(k + 1)$  são prolongamentos das margens de ordem- $k$ .

Os diagramas de Voronoi podem ser gerados por outros elementos geométricos, em vez de pontos, como segmentos de reta (FORTUNE, 1987), círculos (SHARIR, 1985) e objetos curvos fechados (ALT; SCHWARZKOPF, 1995).

Em arranjos simétricos, do tipo constelação QPSK, a operação entre margens concorrentes resulta numa margem vazia  $E(i, j) \oplus E(j, p) = E(i, p) = \emptyset$ . Isto dá a impressão de que as linhas do diagrama se cruzam. No entanto, de acordo com a Propriedade 5, duas margens de mesma ordem não se cruzam. Como exemplo, considere a constelação 4-PSK mostrada na Figura 3.12. Os eixos I e Q correspondem às seguintes margens:

- I positivo : E(1,4)
- I negativo : E(2,3)
- Q positivo : E(1,2)
- Q negativo : E(3,4)

A operação de cruzamento das margens concorrentes se dá da seguinte forma:

$$\begin{aligned} E(1,2) \oplus E(2,3) &= E(1,3) = \emptyset \\ E(1,4) \oplus E(3,4) &= E(1,3) = \emptyset. \end{aligned}$$

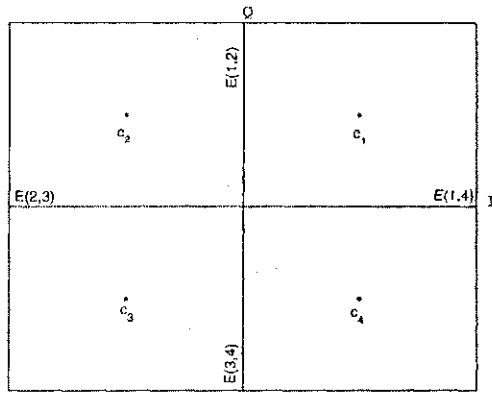


Figura 3.12: Operação entre margens no diagrama de constelações simétrico. Os eixos I e Q correspondem às margens do diagrama.

O que ocorre de fato é que dois vértices coincidem, anulando a margem  $E(1,3)$

$$V_{1,2,3} \equiv V_{1,3,4}$$

A terceira margem gerada pelo encontro de duas margens concorrentes é (i) no diagrama generalizado, o prolongamento da bissetriz das duas margens anteriores (Figura 3.13(a)) e (ii) no diagrama ponderado multiplicativamente, um arco da circunferência de Apolônio (Figura 3.13(b)).

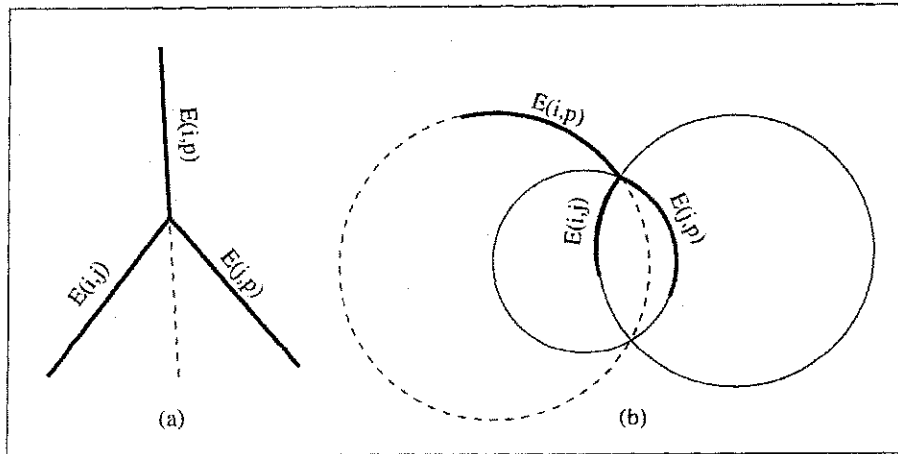


Figura 3.13: Demonstração da Propriedade 1. A operação  $E(i, j) \oplus E(j, p) = E(i, p)$ , resulta em (a) um segmento de reta no diagrama generalizado e (b) um arco circular no diagrama ponderado multiplicativamente. As margens são mostradas por linhas grossas.

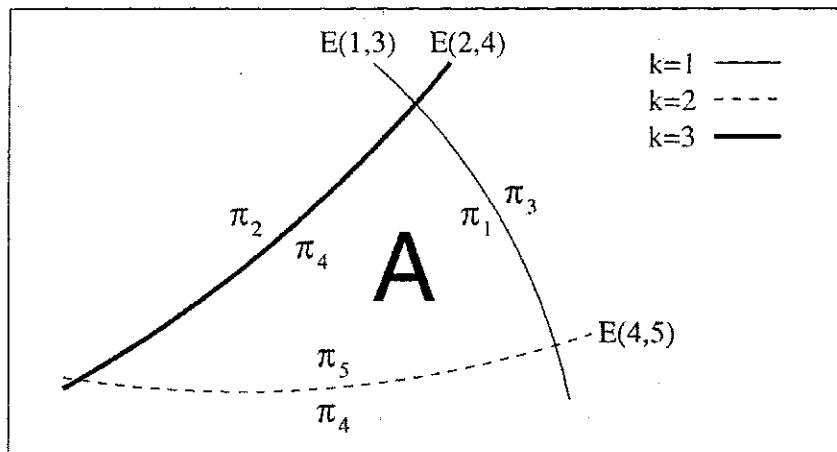


Figura 3.14: Exemplo de determinação da região de Voronoi dadas as margens e os semi-planos  $\pi_i$  determinados por elas.

## Capítulo 4

# Modelos de Propagação

A conexão entre usuário e ERB numa rede móvel celular se dá por meio do sinal de rádio. Esse sinal é atenuado no trajeto entre a ERB e a EM em função das características de propagação do ambiente. Devido à variedade dos ambientes, ocorrem diversos fenômenos de propagação. As características físicas do ambiente determinam os mecanismos de propagação da onda eletromagnética: se o terreno é plano ou ondulado, se os edifícios são mais altos ou mais baixos que a antena transmissora, se a arborização é densa ou escassa, etc. Esses fatores levam à ocorrência e predominância de mecanismos de propagação em determinadas regiões do ambiente. Neste capítulo, são descritos os mecanismos de propagação, os vários tipos de ambientes de propagação, os modelos de predição da perda de propagação<sup>1</sup>, modelos estatísticos de desvanecimento e métodos para a estimação da cobertura.

### 4.1 Mecanismos de Propagação

Diversos fenômenos ocorrem à medida que a onda eletromagnética se propaga no ambiente da rede. A onda eletromagnética ocupa o espaço tri-dimensional ao se propagar. No entanto, alguns mecanismos de propagação são descritos representando a onda por meio de

---

<sup>1</sup> *Path loss* em inglês.

raios (RESNICK; HALIDAY; WALKER, 2003). Utilizando essa representação, descrevem-se, a seguir, os principais mecanismos de propagação.

1. Reflexão – Um raio incidindo com um ângulo  $\theta$ , em relação à Normal, sobre uma superfície lisa, reflete com o mesmo ângulo. Esse tipo de reflexão é chamada *reflexão especular*;
2. Espalhamento – Esta é a reflexão não-especular, ou difusa, ocorrida em uma superfície rugosa em que a onda reflete em várias direções;
3. Refração – O raio passa de um meio com índice de refração  $n_1$  para outro com índice de refração  $n_2$ . Isto faz com que o raio mude de direção. Na atmosfera, o raio enfrenta camadas com características físicas (densidade, umidade, etc) diferentes. Esse mecanismo não é levado em conta no ambiente da rede celular, pois as distâncias envolvidas são pequenas, mesmo em macro-células, para que um raio sofra curvatura considerável. O gradiente do índice de refração na atmosfera ideal é igual a  $40 \cdot 10^{-6}/\text{km}$ . A curvatura da onda, representada por  $\rho$ , equivale a esse gradiente (BARCLEY; HALL; HEWITT, 1996)

$$\rho = \frac{dn}{dh} = 40 \cdot 10^{-6} \text{ rad/km.} \quad (4.1)$$

Normalmente as distâncias entre obstáculos e estação móvel, na célula, são da ordem de metros. Considerando uma distância de 2 km, a curvatura do raio vale

$$\alpha = \rho \cdot d = 2 \cdot (0,00004) \text{ rad} = 0,0045^\circ. \quad (4.2)$$

A curvatura do raio, e a refração, podem ser desconsideradas na predição da perda de propagação no ambiente da rede móvel celular. Além disso, a recepção na antena da EM ocorre em difusão, com baixa diretividade, o que significa que a curvatura do raio incidente, vindo da ERB, não tem influência na recepção.

4. Difração – Ao passar de uma região iluminada para uma região de sombra, parte da energia da onda chega à região de sombra. Isto ocorre, por exemplo, quando o raio atinge o topo de um edifício ou sua borda lateral e passa adiante;

- Difração do topo do edifício para a rua – O raio de onda vindo da ERB toca o topo do edifício e se difrata para atingir a rua e os móveis nela;
  - Difração múltipla – No caso de propagação sobre os topos dos edifícios, o raio de onda se difrata em seqüência passando de um edifício para outro;
  - Difração lateral – Quando a antena transmissora é mais baixa que os edifícios circunvizinhos, a difração se dá, predominantemente, nas bordas laterais do edifício;
5. Penetração – A onda eletromagnética penetra um meio compacto como paredes e portas de um edifício. Este fenômeno é comum no ambiente urbano das comunicações móveis celulares;
  6. Absorção – Quando a potência da onda é dissipada no meio por sucessivas e curtas reflexões. Essa dissipação pode ocorrer em obstáculos do meio, nos elementos da atmosfera ou na matéria provinda das precipitações;
  7. Onda guiada – A onda pode ser guiada por uma rua longa que forma uma espécie de duto. Neste caso, próximo à ERB, a propagação segue a lei de potência do espaço livre e distante da ERB, a do inverso da quarta potência da distância (GREEN, 1991).

## 4.2 Ambientes de Propagação

Os ambientes de propagação são classificados em:

- Urbano – Ambiente de cidade grande com altos edifícios;
- Suburbano – Ambiente de zona residencial com edifícios mais baixos;
- Rural – Ambiente rural, com grandes células e baixa densidade demográfica;
- Dentro de edifícios<sup>2</sup> – Ambiente no interior de edifícios em que a propagação se dá com muita reflexão, multipercursos e absorção.

---

<sup>2</sup> *Indoor* em inglês.



Outros ambientes de propagação podem ser considerados: rodovia, área aberta, duto de rua, lago, terreno plano e terreno ondulado.

A perda de propagação é definida como a perda de potência entre transmissor e receptor numa comunicação via rádio. Esta perda depende de fatores tais como altura das antenas transmissora e receptora, altura média dos edifícios, largura das ruas, densidade de árvores, ocorrência de visada direta, frequência, distância e outros. A perda de propagação pode ser expressa na forma (HATA, 1998)

$$L = a + b \log(d), \quad (4.3)$$

em que  $a$  e  $b$  dependem do modelo de predição da perda de propagação adotado para determinado ambiente.

### 4.3 Fenômenos Aleatórios

Ao se propagar no meio, a onda está sujeita a fenômenos que ocorrem aleatoriamente. A velocidade da estação móvel e dos veículos, que funcionam como obstáculos, são eventos aleatórios. Além disso, a propagação se dá em multipercursos, de forma aleatória. Os principais fenômenos aleatórios são descritos a seguir.

1. Desvanecimento – Fenômeno relativo à flutuação da amplitude do sinal em função de obstáculos e da mobilidade do usuário. No ambiente de propagação da rede celular há obstáculos móveis, como veículos, que mudam de posição aleatoriamente.
  - Desvanecimento plano – Quando a atenuação atinge todo o espectro do sinal causando uma queda na relação sinal-ruído. Isto significa que a causa do desvanecimento está relacionada apenas à dissipação de energia. Neste caso, a faixa de frequência do sinal transmitido  $B$  é menor que a faixa de coerência do canal  $B_c$ ,  $B < B_c$ . Como exemplo, as precipitações causam desvanecimento plano.
  - Desvanecimento seletivo – A propagação em multipercurso determina um atraso na recepção do sinal que por sua vez causa perda em determinada faixa de fre-

quência. Esse tipo de perda é chamada desvanecimento seletivo em frequência,  $B > B_c$  (PÄTZOLD, 2002);

A flutuação aleatória da envoltória do sinal em função da distância tem dois tipos de variação, uma rápida e outra lenta, dando origem a dois tipos de desvanecimento:

- Desvanecimento rápido – Devido à propagação por multipercursos, a envoltória do sinal varia rapidamente em relação a pequenos deslocamentos do móvel. O tempo de coerência do canal  $T_c$  é menor que o período do símbolo transmitido  $T$ ,  $T_c < T$ . A envoltória do sinal pode ser modelada pela distribuição de Rayleigh (YACOUB, 1993);
- Desvanecimento lento – Também conhecido como sombreamento ou desvanecimento de longo prazo, causado por obstáculos no ambiente, como edifícios, por exemplo. A variação aleatória da envoltória do sinal é lenta em relação à distância. O tempo de coerência do canal  $T_c$  é maior que o período do símbolo transmitido  $T_c > T$ . A envoltória do sinal, expressa em dB, tem distribuição gaussiana, ou seja, a componente lenta do desvanecimento é modelada pela distribuição log-normal (YACOUB, 1993).

A Figura 4.1 mostra os dois tipos de variação aleatória da envoltória do sinal. A flutuação rápida é modelada pela distribuição de Rayleigh ao passo que a flutuação lenta é modelada pela distribuição log-normal.

## 4.4 Modelos de Predição da Perda de Propagação

Os modelos de predição da perda de propagação visam estabelecer a perda do sinal de rádio em função das características do ambiente de propagação. Esses modelos levam em conta a reflexão, o espalhamento e a difração do sinal nos obstáculos do ambiente. São parâmetros desses modelos: morfologia do terreno (plano ou ondulado), densidade de árvores, presença de edifícios altos ou baixos em relação à altura da antena da ERB, distância, frequência, largura das ruas, duto de rua, propagação em ambiente fechado ou aberto e altura das

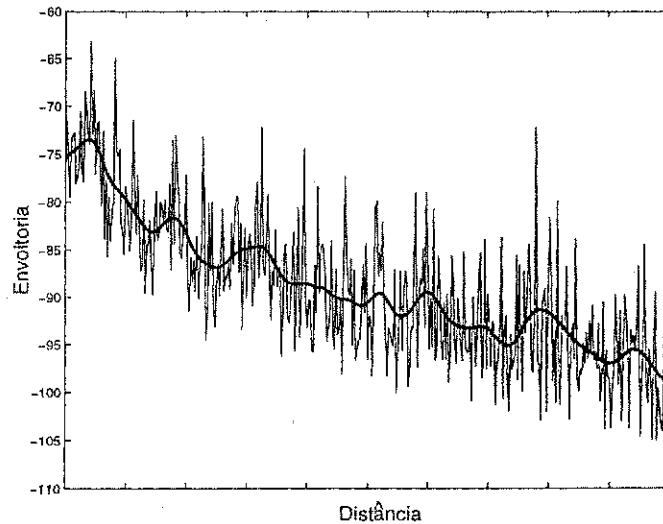


Figura 4.1: Variação aleatória da envoltória do sinal.

antenas da ERB e do móvel. A seguir, são descritos os principais modelos de predição da perda de propagação, de acordo com os diversos ambientes de propagação.

#### 4.4.1 O Modelo de Terreno Plano

Considera um raio direto e outro refletido em terreno plano, altura do transmissor muito maior que a do receptor, sem obstáculos entre eles, conforme ilustrado na Figura 4.2. O modelo é independente da frequência e considera distâncias grandes. A perda de propagação em dB é dada pela fórmula (RAPPAPORT, 1996)

$$L = -10 \log \left( G_b G_m \frac{h_b^2 h_m^2}{d^4} \right), \quad (4.4)$$

em que  $G$  é o ganho da antena,  $h$  é a altura da antena, os índices  $b$  e  $m$  referem-se à estação radiobase e estação móvel respectivamente, e  $d$  é a distância. Uma característica importante deste modelo é que a potência do sinal decresce com o inverso da quarta potência da distância. Isto significa que a perda de propagação em função da distância pode ser expressa na forma

$$L = \gamma d^{-4}, \quad (4.5)$$

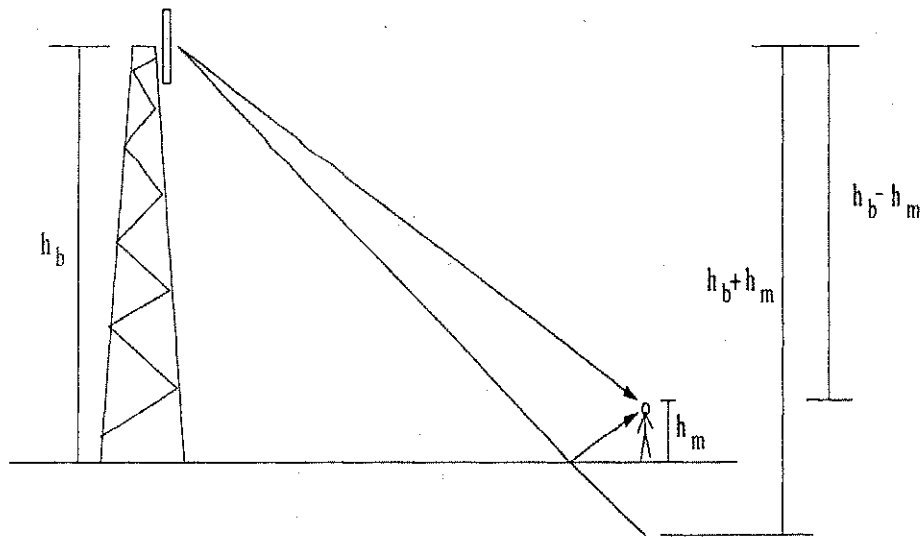


Figura 4.2: Modelo de reflexão em terreno plano (Modelo de dois raios).

em que  $\gamma$  é uma constante que engloba todos os outros parâmetros de (4.4). A partir de (4.5), obtém-se o valor do coeficiente da perda de propagação  $\alpha = 4$ . A Equação (4.4) pode ser escrita na forma

$$L = 10 \log \left( \frac{1}{G_b G_m h_b^2 h_m^2} \right) + 40 \log(d). \quad (4.6)$$

#### 4.4.2 O Modelo de Lee

O modelo de Lee considera a perda de propagação em função da distância como uma reta em escala logarítmica. Determinam-se dois pontos da reta por meio de medições definindo sua inclinação. Para obtenção da inclinação procede-se da seguinte forma:

1. Medidas de potência são realizadas em pontos diferentes a uma distância  $d_0$  da antena transmissora;
2. Repete-se o procedimento para distância de  $10d_0$ ;
3. Calculam-se as médias das potências medidas em  $d_0$  e  $10d_0$  obtendo-se  $P_0$  e  $P_{10}$  em dBm;

4. Obtém-se a inclinação da reta em dB/dec

$$\gamma = \frac{P_0 - P_{10}}{10} \quad (4.7)$$

Essa inclinação corresponde ao expoente da perda de propagação

$$\alpha = \frac{\gamma}{10} \quad (4.8)$$

A reta obtida é descrita pela seguinte expressão (LEE, 1992)

$$P_r = P_0 - 10\alpha \log\left(\frac{d}{d_0}\right), \quad (4.9)$$

em que  $P_r$  é a potência recebida pelo móvel, em dBm, na frequência  $f$ , a uma distância  $d$  da ERB;  $P_0$  é a potência recebida pelo móvel à distância  $d_0$ . Um fator de ajuste  $\alpha_0$  é acrescentado à expressão (4.9), a fim de levar em conta a altura das antenas da ERB,  $h_b$ , e do móvel,  $h_m$ , potência do transmissor da ERB,  $P_t$ , e ganho das antenas da ERB,  $G_b$ , e do móvel,  $G_m$ , resultando na expressão

$$P_r = P_0 - 10\alpha \log\left(\frac{d}{d_0}\right) + \alpha_0. \quad (4.10)$$

Os valores de referência utilizados para realizar as medições são

$f$	850 MHz	
$P_t$	10 W	40 dBm
$d_0$	1 mi	1,6 km
$G_b$	6 dBd	8,15 dBi
$G_m$	0 dBd	0 dBi
$h_t$	100 ft	30,48 m
$h_m$	10 ft	3,048 m

Valores de  $P_0$  e  $\gamma$ , para diversos tipos de ambientes e cidades são mostrados a seguir (LEE, 1990)

		$P_0$ (dBm)	$\gamma$ (dB/dec)
Ambientes	Espaço livre	-45,0	20,0
	Área aberta	-49,0	43,5
	Suburbano	-61,7	38,4
Cidades	Newark	-64,0	43,1
	Filadélfia	-70,0	36,8
	Tóquio	-84,0	30,5
	Nova Iorque	-77,0	48,0

Além desses ambientes típicos, outras medições foram feitas em outros locais e servem de referência para ambientes similares. Por exemplo, na cidade de Belgrado, foram obtidos os seguintes valores para  $P_0$  e  $\gamma$  (NESKOVIC, 2000)

Ambiente de propagação	$P_0$ (dBm)	$\gamma$ (dB/dec)
Área rural	-57,0	40,3
Floresta ou parque	-57,0	44,5
Área residencial	-57,0	47,0
Área suburbana	-59,2	47,3
Área urbana (Edifícios de até 4 andares)	-61,5	35,4
Área urbana com edifícios altos (15 a 25 andares) e distantes uns dos outros	-61,5	37,3
Área urbana densa (Edifícios de até 4 andares)	-61,5	55,8
Área urbana densa (Edifícios de mais de 6 andares)	-61,5	56,9

O modelo de Lee se ajusta facilmente a diferentes ambientes de propagação, além de prover um algoritmo de predição simples e rápido. Os efeitos de terreno ondulado, obstáculos inseridos ou excluídos pela ação humana, propagação sobre a água, presença de árvores e propagação em linha de visada podem ser incorporados pelo ajuste dos valores de  $P_0$ ,  $\gamma$  e  $\alpha_0$ .

#### 4.4.3 O Modelo Okumura-Hata

Okumura (OKUMURA et al., 1968) realizou medidas de campo e idealizou um método baseado em curvas para predição da perda de propagação. Hata (HATA, 1980) converteu essas curvas em fórmulas que se aplicam de acordo com o ambiente de propagação. No caso de macro-células e ambiente de propagação com as seguintes características

- Distância entre 1 e 20 km;
- Frequência entre 150 e 1500 MHz;

- Altura da antena da ERB entre 30 e 200 m e acima do topo dos edifícios;
- Altura da antena da estação móvel entre 1 e 10 m;
- Área urbana plana com média densidade de árvores,

o modelo Okumura-Hata provê a seguinte fórmula

$$L = 69,55 + 26,16 \log(f) - 13,82 \log(h_b) - A(h_m) + (44,9 - 6,55 \log(h_b)) \log(d), \quad (4.11)$$

em que

$$A(h_m) = (1,1 \log(f) - 0,7)h_m - (1,56 \log(f) - 0,8), \quad (4.12)$$

$h_b$  e  $h_m$  são as alturas das antenas da ERB e do móvel respectivamente e  $f$  é a frequência.

#### 4.4.4 O Modelo COST-Hata

A Cooperação Européia no campo da Pesquisa Técnica e Científica (COST) estendeu a fórmula de Hata para a faixa de frequência de 1500 a 2000 MHz, obedecendo às restrições do ambiente de propagação descrito no item anterior, dando origem ao modelo COST-Hata (KÜRNER, 1999) cuja fórmula para a predição da perda de propagação nessa faixa é

$$L = 46,3 + 33,9 \log(f) - 13,82 \log(h_b) - A(h_m) + (44,9 - 6,55 \log(h_b)) \log(d) + C_m, \quad (4.13)$$

em que  $A(h_m)$  é definido na expressão (4.12) e

$$C_m = \begin{cases} 0 & \text{para cidades de médio porte e centros suburbanos com média} \\ & \text{densidade de árvores,} \\ 3 & \text{para centros metropolitanos.} \end{cases}$$

Os modelos Okumura-Hata e COST-Hata não consideram o caso em que ocorre visada direta em certos enlaces no interior da célula. Isto causa um erro de 10-20 dB na predição da perda de propagação (CHRISTENSEN; PAULSEN, 1996). No caso de visada direta, a perda de propagação equivale à perda no espaço livre ( $\alpha = 2$ ).

#### 4.4.5 O Modelo COST-Walfisch-Ikegami

O modelo COST-Walfisch-Ikegami (COST-WI) (COST-231, 1999) é o resultado da combinação dos modelos de Walfisch-Bertoni (WALFISCH; BERTONI, 1998) e Ikegami (IKEGAMI; TAKEUCHI; YOSHIDA, 1991). Esta combinação foi realizada pela COST e descreve o ambiente de propagação por meio dos seguintes parâmetros:

- Altura média dos edifícios (em metros);
- Largura média das ruas (em metros);
- Separação média entre edifícios (em metros);
- Orientação da rua em relação à onda incidente;
- Distância (em km);
- Frequência (em MHz);
- Altura das antenas da ERB e do móvel (em metros).

A perda de propagação, em dB, é calculada em três partes

$$L = L_0 + L_{rst} + L_{msd}, \quad (4.14)$$

em que  $L_0$  é a perda no espaço livre, dada por

$$L_0 = 32,4 + 20 \log(d) + 20 \log(f), \quad (4.15)$$

$d$  é distância,  $f$  é a frequência e  $L_{rst}$  é a perda por difração do topo do edifício para a rua, calculada por meio da Equação (HAR; WATSON; CHADNEY, 1999)

$$L_{rst} = -8,2 - 10 \log(W_s) + 10 \log f + 20 \log(\Delta h) + L_{ori}, \quad (4.16)$$

em que  $W_s$  é a largura média das ruas,  $\Delta h$  é a diferença entre a altura da antena da ERB e a altura média dos edifícios e  $L_{ori}$  é a perda devida ao ângulo de incidência.  $\phi$ , da onda



em relação à rua dada por

$$L_{ori} = \begin{cases} -10 + 0,354\phi & \text{para } 0^\circ \leq \phi < 35^\circ, \\ 2,5 + 0,075(\phi - 35) & \text{para } 35^\circ \leq \phi < 55^\circ, \\ 4,0 - 0,114(\phi - 55) & \text{para } 55^\circ \leq \phi < 90^\circ. \end{cases} \quad (4.17)$$

A perda por multidifração,  $L_{msd}$ , é calculada por

$$L_{msd} = L_{bsh} + k_a + k_d \log(d) + k_f \log(f) - 9 \log(b_s), \quad (4.18)$$

em que  $b_s$  é a separação média entre edifícios,

$$L_{bsh} = \begin{cases} -18 \log(1 + \Delta h) & \text{para } h_b > h_r, \\ 0 & \text{para } h_b < h_r, \end{cases} \quad (4.19)$$

$h_r$  é a altura média dos edifícios;

$$k_a = \begin{cases} 54 & \text{para } h_b > h_r, \\ 54 - 0,8\Delta h & \text{para } d \geq 0,5 \text{ km e } h_b \leq h_r, \\ 54 - 0,8\Delta h \left( \frac{d}{0,5} \right) & \text{para } d < 0,5 \text{ km e } h_b \leq h_r, \end{cases} \quad (4.20)$$

$$k_d = \begin{cases} 18 & \text{para } h_b > h_r, \\ 18 - 15 \left( \frac{h_b - h_r}{h_r - h_m} \right) & \text{para } h_b < h_r, \end{cases} \quad (4.21)$$

$$k_f = -4 + \begin{cases} 0,7 \left( \frac{f}{925} - 1 \right) & \text{para centros suburbanos e cidades de médio} \\ & \text{porte,} \\ 1,5 \left( \frac{f}{925} - 1 \right) & \text{para centros metropolitanos.} \end{cases} \quad (4.22)$$

O modelo COST-WI aplica-se às seguintes condições:

- Freqüência de 800 a 2000 MHz;

- Altura da antena da ERB de 4 a 50 m;
- Altura da antena do móvel de 1 a 3 m;
- Distâncias de 0,02 a 5 km.

O modelo foi adotado pela *International Telecommunications Union – Radiocommunications sector* (União Internacional de Telecomunicações – ITU-R), e incluído no Relatório 567-4. A estimação da perda de propagação foi validada por meio de medições, resultando em erro médio de  $\pm 3$  dB com desvio padrão de 4-8 dB para antena da ERB acima do topo dos edifícios ( $h_b > h_r$ ) (LÖW, 1992).

#### 4.4.6 O Modelo de Xia

Os modelos de Terreno Plano, Okumura-Hata e COST-Hata aplicam-se a macro-células. Portanto, não têm bom desempenho quando (i) as distâncias são menores que 500 metros e (ii) a altura da antena da ERB é baixa em relação aos edifícios circunvizinhos. O modelo de Xia (XIA, 1997) considera justamente esse tipo de ambiente de propagação, fornecendo bons resultados. As restrições do modelo são as seguintes:

- Frequência no intervalo de 0,9 a 2 GHz;
- Altura da antena da ERB relativa à altura média dos edifícios no intervalo de -8 a 6 metros;
- Distância do enlace no intervalo de 0,05 a 3 km.

E considera três situações de propagação:

1. Edifícios baixos ( $h_b > h_r$ ) – Neste caso, a perda de propagação é predita pela fórmula

$$\begin{aligned}
 L = & 139,01 + 42,59 \log(f) - (14,97 + 4,99 \log(f)) \operatorname{sgn}(\Delta h_b) \\
 & \times \log(1 + |\Delta h_b|) + (40,67 - 4,57 \operatorname{sgn}(\Delta h_b) \log(1 + |\Delta h_b|) \log(d)) \\
 & + 20 \log(\Delta h_m / 7,8) + 10 \log(20 / r_h).
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

em que

$$\text{sgn}(\Delta h_b) = \begin{cases} +1 & \text{para } \Delta h_b \geq 0, \\ -1 & \text{para } \Delta h_b < 0. \end{cases}$$

$f$  é a frequência em GHz,  $d$  distância em km,  $h_b$  altura da antena da ERB em metros,  $\Delta h_m$  é a diferença entre a altura do último edifício e a altura do móvel em metros,  $r_h$  é a distância do móvel ao último edifício e  $\Delta h_b = h_b - h_r$  em metros. A Figura 4.3 (b) mostra os parâmetros do modelo de Xia.

2. Edifícios altos ( $h_b < h_r$ ) – Neste caso, a perda de propagação é predita para dois mecanismos de propagação diferentes

i) Percurso lateral – Caso em que o mecanismo de propagação predominante é a difração lateral. A perda de propagação é dada pela fórmula

$$L = 135,41 + 12,49 \log(f) - 0,99 \log(h_b) + (46,84 - 2,34 \log(h_b)) \log(d); \quad (4.24)$$

ii) Percurso em forma de escada – Caso em que a onda se propaga predominantemente por difração e reflexão, passando de uma rua para outra rua lateral seguidamente. A predição da perda de propagação é dada pela fórmula

$$L = 143,21 + 29,74 \log(f) - 0,99 \log(h_b) + (47,23 + 3,72 \log(h_b)) \log(d). \quad (4.25)$$

3. Linha de visada – Caso em que a altura da antena da ERB é aproximadamente igual a altura dos edifícios circunvizinhos e se localiza em frente a uma rua longa. A propagação é modelada pelo modelo de três raios (FARUQUE; MARAGOUDAKIS, 1995) e a perda de propagação é predita para dois casos:

1.  $d < d_k$

$$L = 81,14 + 39,40 \log(f) - 0,09 \log(h_b) + (15,80 - 5,73 \log(h_b)) \log(d), \quad (4.26)$$

2.  $d > d_k$

$$L = 48,38 - 32,10 \log(d_k) + 45,70 \log(f) + (25,34 - 13,90 \log(d_k)) \\ \times \log(h_b) + (32,10 + 13,90 \log(h_b)) \log(d) + 20 \log(1,6/h_m), \quad (4.27)$$

em que  $\lambda$  é o comprimento de onda em metros e  $d_k$ , determinada pela expressão

$$d_k = \frac{4h_b h_m}{1000\lambda} \quad (4.28)$$

e expressa em km, é uma distância de referência<sup>3</sup> definida da seguinte forma: próximo à ERB, a atenuação é modelada pela propagação no espaço livre ( $\alpha = 2$ ). Longe da ERB, a atenuação da onda segue a lei do inverso da quarta potência ( $\alpha = 4$ );  $d_k$  é a distância em que o valor de  $\alpha$  muda.

A Figura 4.3 (a) ilustra os tipos de percursos considerados pelo modelo de Xia em um ambiente do tipo Manhattan.

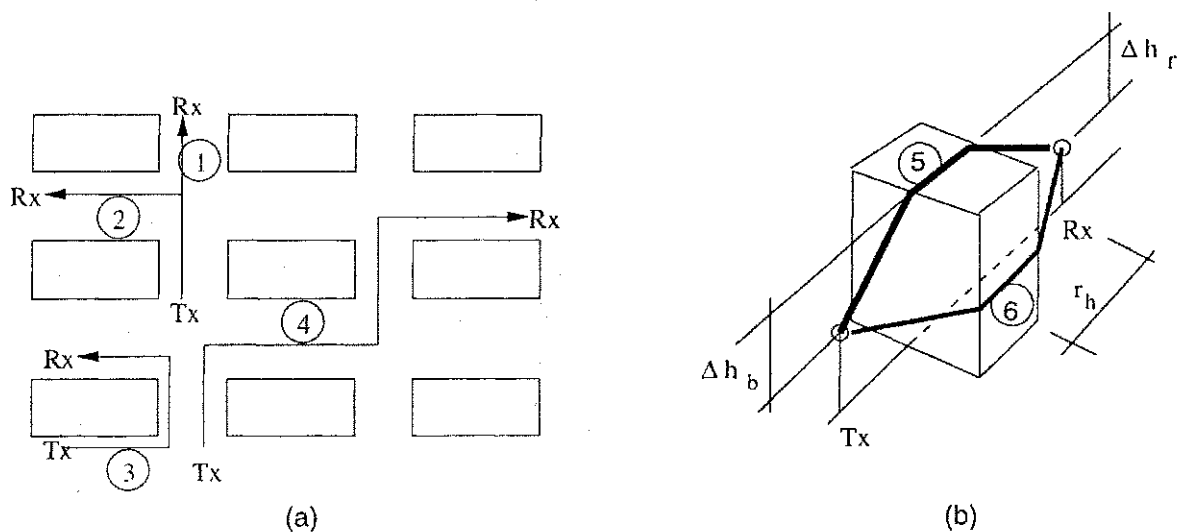


Figura 4.3: Tipos de percursos no modelo de Xia. (a) ① Linha de visada, ② Percurso lateral, ③ Percurso transversal, ④ Percurso em forma de escada. (b) ⑤ difração do topo do edifício para a rua, ⑥ difração na borda lateral do edifício. Tx é transmissor e Rx receptor.

## 4.5 Estimação da Cobertura

A estimação da cobertura de uma célula pode ser feita por método preditivo e/ou estatístico. O método preditivo baseia-se na predição da perda de propagação obtida pelos

<sup>3</sup>Breakpoint distance em inglês.

diversos modelos descritos na seção 4.4 e o método estatístico se baseia no desvanecimento modelado estatisticamente por distribuições de probabilidade. Tem-se a seguir a descrição dos dois métodos.

#### 4.5.1 Método Estatístico

Em (LEONARDO, 1992) encontram-se métodos para estimar o raio da célula em uma rede móvel celular, considerando o desvanecimento com distribuição (i) log-normal para ambiente caracterizado pelos efeitos de sombreamento, (ii) de Rayleigh, para ambiente caracterizado pelos efeitos da propagação em multipercurso, (iii) de Suzuki, para ambiente caracterizado pelos efeitos combinados de sombreamento e multipercurso, e (iv) de Rice, para ambiente no interior de edifícios. Esses métodos estimam o raio da célula considerando a probabilidade de a potência recebida pelo móvel atingir determinado limite mínimo aceitável. A seguir, descreve-se o modelo de propagação adotado para a estimação da cobertura e os métodos estatísticos mencionados.

#### Modelo para a Perda de Propagação

Na obtenção da perda de propagação entre ERB e EM, aplicando um método estatístico, é necessário adotar um modelo que descreva apropriadamente o ambiente de propagação. Diversos modelos podem ser usados de acordo com as características do ambiente. A escolha do modelo apropriado é importante para a precisão da predição. Descreve-se a seguir o modelo adotado neste trabalho.

A Figura 4.4 mostra uma ERB transmitindo com potência  $P_t$ . Nos pontos colineares, a distâncias  $x$  e  $x_0$  da ERB, as potências recebidas  $P$  e  $P_0$ , em dBm, são obtidas por

$$\begin{aligned} \text{em } x & : P = P_t - L(x); \\ \text{em } x_0 & : P_0 = P_t - L(x_0), \end{aligned} \tag{4.29}$$

em que  $L(\cdot)$ , em dB, é a perda de propagação em função da distância  $x$ . A perda de propagação pode ser expressa por

$$L = a + b \log(x), \tag{4.30}$$

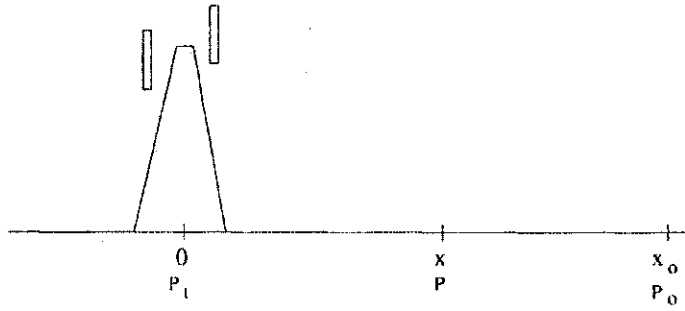


Figura 4.4: Modelo de perda de propagação para definir a relação de potências  $P - P_0$  como função da distância.

em que o parâmetro  $a$  depende da frequência e de características do ambiente, enquanto  $b$  é o termo associado à distância. A relação de potências  $P - P_0$  resulta

$$P - P_0 = -b \log(x/x_0). \quad (4.31)$$

A relação de potências em (4.31) é usada na estimação da cobertura.

Considere  $v$  a variável aleatória que representa a envoltória do sinal e  $p$  a variável aleatória que representa a potência recebida. Então  $p = v^2/2$ . A proporção de locais a uma distância  $x$  cuja potência recebida está acima de um limiar aceitável  $p_{th}$ , é dada por

$$\beta = \text{prob}(p \geq p_{th}) = \int_{p_{th}}^{\infty} f(p) dp, \quad (4.32)$$

$$\beta = 1 - \int_0^{p_{th}} f(p) dp, \quad (4.33)$$

em que  $f(p)$  é a função densidade de probabilidade da potência recebida. A proporção de locais dentro da área  $S = \pi x_0^2$ , que atende à condição  $p \geq p_{th}$ , é dada por

$$\mu = \frac{1}{S} \int_S \text{prob}(p \geq p_{th}) dS, \quad (4.34)$$

em que  $dS = x d\theta dx$

$$\mu = \frac{1}{\pi x_0^2} \int_0^{x_0} \int_0^{2\pi} \text{prob}(p \geq p_{th}) x d\theta dx. \quad (4.35)$$

Resolvendo a integral anterior em  $d\theta$ , tem-se

$$\mu = \frac{2}{x_0^2} \int_0^{x_0} \text{prob}(p \geq p_{th}) x dx. \quad (4.36)$$

Definindo  $u = x/x_0$  e usando a Equação 4.32, tem-se

$$\mu = 2 \int_0^1 \beta u du. \quad (4.37)$$

### Desvanecimento Log-normal

A potência do sinal recebido é modelada por uma variável aleatória com distribuição de probabilidade log-normal de média  $M_p$  e função densidade de probabilidade expressa por

$$f(P) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_P} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{P - M_p}{\sigma_P}\right)^2\right], \quad (4.38)$$

$P$  e  $M_p$  dados em dB. Considerando uma distância  $x_0$  da ERB, uma distribuição uniforme das estações móveis na célula e usando a Equação (4.33), a proporção de locais com potência acima de determinado limiar  $P_{th}$  é dada por

$$\beta = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{P_{th} - M_p}{\sqrt{2}\sigma_P}\right) \right], \quad (4.39)$$

em que  $\operatorname{erf}(\cdot)$  é a função erro. Para  $L = a + b \log(x)$ ,  $M_p = P_0 - b \log(x/x_0)$ , resulta

$$\beta = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{P_{th} - P_0 + b \log(x/x_0)}{\sqrt{2}\sigma_P}\right) \right]. \quad (4.40)$$

Usando a Equação (4.33), a proporção de móveis dentro da área limitada por  $x_0$  que satisfazem a condição  $P \geq P_{th}$  é dada por

$$\mu = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf}(A) + \exp\left(\frac{2AB + 1}{B^2}\right) \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{AB + 1}{B}\right) \right] \right], \quad (4.41)$$

em que

$$A = \frac{P_0 - P_{th}}{\sqrt{2}\sigma_w}, \quad B = \frac{b \log(e)}{\sqrt{2}\sigma_w}.$$

Observa-se que o parâmetro  $b$ , dos modelos de predição da perda de propagação, afeta os valores de  $\beta$  e  $\mu$ . O valor de  $b$  é obtido diretamente da fórmula da perda de propagação (Equações (4.11), (4.12) e (4.13)). Comparando o modelo da perda de propagação adotado com o modelo dependente da distância  $d^{-\alpha}$  chega-se à relação

$$b = -10\alpha, \quad (4.42)$$

em que  $\alpha$  é o coeficiente da perda de propagação.

## Desvanecimento Rayleigh

A envoltória do sinal recebido é representada por uma variável aleatória  $v$ , modelada pela distribuição de Rayleigh

$$f(v) = \frac{v}{\sigma_v^2} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right) U(v). \quad (4.43)$$

A potência do sinal recebido é representada pela variável aleatória  $p = v^2/2$ . Efetuando a transformação de variáveis, obtém-se a seguinte função densidade de probabilidade para  $p$

$$f(p) = \frac{1}{\sigma_p} \exp\left(-\frac{p}{\sigma_p}\right) U(p), \quad (4.44)$$

então

$$\beta = \exp\left(-\frac{p_{th}}{\sigma_p}\right), \quad (4.45)$$

em que  $\sigma_p$  é a potência média

$$\sigma_p = p_0 \frac{l(x_0)}{l(x)} \quad (4.46)$$

em que  $l(\cdot)$  é a perda de propagação e

$$\frac{l(x_0)}{l(x)} = 10^{-\frac{b \log(x/x_0)}{10}}, \quad (4.47)$$

$$\sigma_p = p_0 10^{-\frac{b \log(x/x_0)}{10}}. \quad (4.48)$$

Rearranjando os termos, resulta

$$\sigma_p = p_0 \left(\frac{x}{x_0}\right)^{-b/10}. \quad (4.49)$$

Inserindo  $\sigma_p$  em (4.45) e calculando  $\beta$  de acordo com a Equação (4.33) resulta

$$\beta = \exp\left(-\frac{p_{th}}{p_0} \left(\frac{x}{x_0}\right)^{b/10}\right). \quad (4.50)$$

Então, usando a Equação (4.37),

$$\mu = \frac{20}{b} \left(\frac{p_0}{p_{th}}\right)^{20/b} \Gamma\left(\frac{20}{b}, \frac{p_{th}}{p_0}\right), \quad (4.51)$$

em que  $\Gamma(x, y) = \int_0^y t^{x-1} \exp(-t) dt$  é a função Gamma incompleta.



## Desvanecimento Suzuki

A potência do sinal recebido é modelada com distribuição de Suzuki e sua função densidade de probabilidade é expressa por

$$f(p) = \frac{5}{\ln(10)} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{m_w \sigma_w} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{p}{m_w} - \frac{50}{\sigma_w^2} \log^2(t)\right) dt, \quad (4.52)$$

para  $L = a + b \log(x)$ , obtém-se  $m_w$  de (4.46). Inserindo  $m_w$  em (4.52) calcula-se  $\beta$

$$\beta = \frac{5}{\ln(10)} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sigma_p} \int_0^\infty \frac{1}{t} \exp\left(-\frac{p_{th}}{p_0} t - \frac{50}{\sigma_p^2} \log^2(t)\right) dt. \quad (4.53)$$

A integral de (4.53) é calculada por métodos numéricos. A probabilidade  $\mu$  é obtida da Equação (4.37) que resulta

$$\mu = \frac{5}{\ln(10)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sigma_p} \frac{20}{b} \left(\frac{p_{th}}{p_0}\right)^{-20/b} \int_0^\infty t^{-\frac{20}{b}-1} \exp\left[-\frac{50}{\sigma_p^2} \log^2 t\right] \Gamma\left(\frac{20}{b}, \frac{p_{th}}{p_0} t\right) dt. \quad (4.54)$$

### 4.5.2 Método Preditivo

O raio da célula pode ser estimado a partir da predição da perda de propagação. Considerando o meio de propagação isotrópico e o enlace de descida, a potência do sinal cai com a distância até atingir um valor mínimo aceitável (sensibilidade do receptor+tolerância), identificada por  $z$ . A potência recebida pelo móvel é dada por

$$P_r = P_t + G_t + G_r - a - b \log(d), \quad (4.55)$$

em que  $P_t$  é a potência de transmissão da ERB,  $G_t$  e  $G_r$  são os ganhos das antenas da ERB e do móvel respectivamente. O ganho da antena da ERB é constante para antenas omnidirecionais, ao passo que para antenas direcionais, em células setorizadas, o ganho da antena da ERB é uma função da direção, dado pelo diagrama de radiação da antena. Igualando a potência recebida ao limiar de recepção,  $P_r = z$ , a distância em (4.55) equivale ao raio da célula

$$r = 10^{\frac{P_t + G_t + G_r - a - z}{b}}. \quad (4.56)$$

Os parâmetros  $a$  e  $b$  são obtidos diretamente das fórmulas da perda de propagação. O parâmetro  $a$  é a soma de todos os termos da equação da perda de propagação  $L$ , independentes da distância. O parâmetro  $b$  é a soma de todos os termos da equação de  $L$ , dependentes da distância. Observe os exemplos a seguir:

- Modelo de Terreno Plano (Equação (4.6))

$$a = 10 \log \left( \frac{1}{G_b G_m h_b^2 h_m^2} \right); \quad (4.57)$$

$$b = 40; \quad (4.58)$$

- Modelo de Lee (Equação (4.9))

$$a = P_0 + 10\alpha \log(d_0) + \alpha_0; \quad (4.59)$$

$$b = -10\alpha; \quad (4.60)$$

- Modelo Okumura-Hata (Equações (4.11) e (4.12))

$$a = 69,55 + 26,16 \log(f) - 13,82 \log(h_b) - a(h_m); \quad (4.61)$$

$$b = 44,9 - 6,55 \log(h_b); \quad (4.62)$$

- Modelo COST-Hata (Equação (4.13))

$$a = 46,3 + 33,9 \log(f) - 13,82 \log(h_b) - a(h_m) + C_m; \quad (4.63)$$

$$b = 44,9 - 6,55 \log(h_b); \quad (4.64)$$

- Modelo COST-WI para  $h_b > h_r$  e centros suburbanos (Equações (4.15), (4.16), (4.18), (4.19), (4.20), (4.21) e (4.22))

$$a = 78,2 + \left( 26 + 0,7 \left( \frac{f}{925} - 1 \right) \right) \log(f) + 20 \log(\Delta h) \quad (4.65)$$

$$-18 \log(1 + \Delta h) - 10 \log(W_s) - 9 \log b_s;$$

$$b = 38; \quad (4.66)$$

- Modelo de Xia, edificios altos ( $h_b < h_r$ ), percurso lateral (Equação (4.24))

$$a = 135,41 + 12,49 \log(f) - 0,99 \log(h_b); \quad (4.67)$$

$$b = 46,84 - 2,34 \log(h_b); \quad (4.68)$$

- Modelo de Xia, edificios altos ( $h_b < h_r$ ), percurso em forma de escada (Equação (4.25))

$$a = 143,21 + 29,74 \log(f) - 0,99 \log(h_b); \quad (4.69)$$

$$b = 47,23 + 3,72 \log(h_b). \quad (4.70)$$

# Capítulo 5

## Planejamento Celular Usando Diagramas de Voronoi

Este capítulo trata de ações de planejamento celular que podem ser realizadas usando diagramas de Voronoi. A representação gráfica das células de uma rede móvel celular é útil no planejamento da cobertura e na previsão de atendimento da demanda de tráfego, pois, nessa rede, diferentemente da rede fixa, a mobilidade do usuário influi no tráfego. A representação da cobertura por meio de diagramas de Voronoi torna possível a realização das seguintes ações:

- Representação gráfica das fronteiras entre células omnidirecionais, setorizadas e hierárquicas superpostas ao mapa da localidade. Essa representação pode ser associada ao sistema de informação geográfica (GIS - Geographic Information System);
- Representação gráfica do contorno de exclusão;
- Identificação de zonas de *handoff* e de cobertura comum a mais de uma célula;
- Elaboração de esquemas de formação de *clusters*, alocação de canais e do reuso de frequência com aplicação à instalação de estação radiobase temporária ou acréscimo de ERB devido à expansão da cobertura;

- Avaliação do impacto da respiração da célula<sup>1</sup> sobre a cobertura e a interferência.

## 5.1 Células Omnidirecionais

Esta seção trata da predição da cobertura de células e sua representação por meio dos diagramas de Voronoi com ponderação multiplicativa. A cobertura depende de fatores tais como: altura da antena da ERB, perda de propagação, potência de transmissão e sensibilidade do receptor. Esses fatores determinam o peso de cada ERB como ponto gerador do diagrama de Voronoi. A seguir, calcula-se a relação de distâncias, parâmetro fundamental para a obtenção dos pesos das ERBs e conseqüente construção do diagrama de Voronoi. Considera-se primeiramente o caso de células omnidirecionais.

### 5.1.1 Cálculo da Relação de Distâncias

A Figura 5.1 mostra um modelo de proximidade de dois *site points* adjacentes  $c_1$  e  $c_2$ . A partir desta figura, descreve-se o método para obtenção da relação de distâncias. A relação de distâncias é definida pelo quociente  $d_1/d_2$ , em que  $d_i$  é a distância de  $c_i$  à fronteira  $E(1, 2)$  entre  $c_1$  e  $c_2$ .

O lugar geométrico correspondente à relação de distâncias equivale à circunferência do círculo de Apolônio mostrado na Figura 5.1 como a circunferência de raio  $r_0$ . O círculo de Apolônio também pode ser definido por dois círculos que se interceptam conforme descrito no Apêndice A. A Figura 5.1 mostra as circunferências de raios  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_0$  e sua interseção. Como existem dois pontos comuns às três circunferências, percebe-se que nesses pontos  $d_1/d_2 = r_1/r_2$ . Assim, a relação de distâncias pode ser obtida a partir dos raios  $r_1$  e  $r_2$

$$w_{12} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{w_1}{w_2}. \quad (5.1)$$

Associando  $r_i$  a  $c_i$ , constata-se que o peso de cada *site point* é o igual ao raio da circunferência  $w_i = r_i$ . Considerando uma ERB como um *site point*, o raio  $r_i$  (raio da  $i$ -ésima

---

<sup>1</sup>Alteração da cobertura com o fim de equilibrar a carga de tráfego da célula.

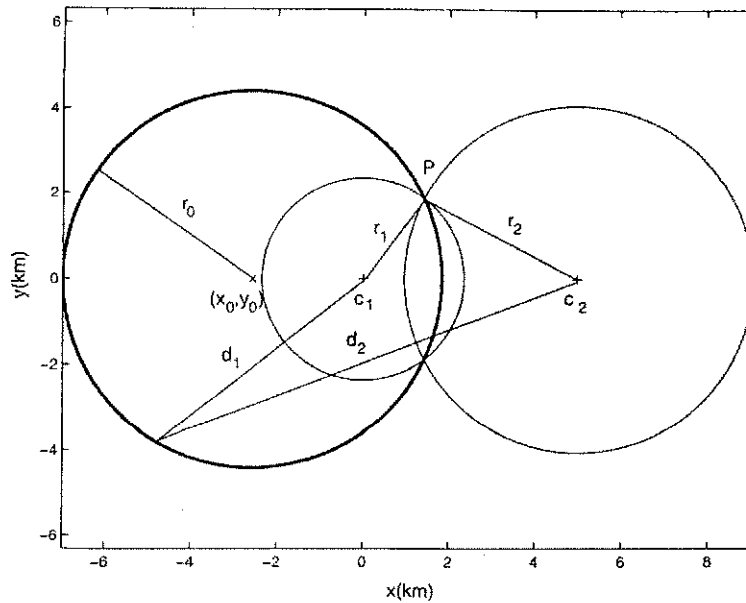


Figura 5.1: Modelo de dois *site points* adjacentes. O lugar geométrico da relação  $d_1/d_2$  é representado pela circunferência do círculo de Apolônio exibida em linha grossa.

célula) pode ser estimado por um método estatístico (descrito na seção 4.5.1) ou por um método preditivo (descrito na seção 4.5.2). De acordo com a Equação (4.56), a expressão de  $r_i$  é

$$r_i = 10^{\frac{P t_i + G t_i + G r_i - a_i - z}{b_i}} \quad (5.2)$$

Como  $w_{ij} = r_i/r_j$ , as Relações em 5.1 são obtidas.

### 5.1.2 Obtenção da Margem entre *Site Points* Adjacentes

Considera-se a seguir a obtenção da margem entre dois *site points* adjacentes em um diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente no espaço  $\mathbb{R}^2$ . A regra de proximidade é definida para um ponto qualquer  $\mathbf{x}$  do espaço  $\mathbb{R}^2$

$$\text{se } \frac{d_1}{w_1} < \frac{d_2}{w_2} \text{ então } \mathbf{x} \in V_1,$$

$$\text{senão, se } \frac{d_1}{w_1} > \frac{d_2}{w_2} \text{ então } \mathbf{x} \in V_2$$

em que  $d_i$  é a distância euclidiana entre  $\mathbf{x}$  e  $c_i$ ,  $V_i$  é a  $i$ -ésima região de Voronoi e  $w_i$  é o peso de  $c_i$ . A igualdade

$$\frac{d_1}{w_1} = \frac{d_2}{w_2} \quad (5.3)$$

determina a margem  $E(1,2) = V_1 \cap V_2$ . O lugar geométrico que satisfaz a igualdade em (5.3), é obtido substituindo  $d$  por sua expressão em função das coordenadas cartesianas de  $c_i$

$$\frac{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}}{\sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2}} = \frac{w_1}{w_2}, \quad (5.4)$$

de acordo com a Equação (5.1) a relação  $w_1/w_2$  corresponde à relação de distâncias  $w_{12}$ . Desenvolvendo (5.4), obtém-se a equação de uma circunferência de centro  $\langle x_0, y_0 \rangle$  e raio  $r_0$ , calculados por (REYES; ADJOUADI, 1995)

$$x_0 = \frac{(w_{12})^2 x_2 - x_1}{(w_{12})^2 - 1}; \quad (5.5)$$

$$y_0 = \frac{(w_{12})^2 y_2 - y_1}{(w_{12})^2 - 1}; \quad (5.6)$$

$$r_0 = \sqrt{\frac{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2) (w_{12})^2}{((w_{12})^2 - 1)^2}}; \quad (5.7)$$

$$r_0 = \frac{d_{12} w_{12}}{|(w_{12})^2 - 1|}; \quad (5.8)$$

em que  $d_{12}$  é a distância  $\overline{c_1, c_2}$ . Esta circunferência corresponde ao círculo de Apolônio e representa a fronteira entre *site points* adjacentes de um diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente no plano.

A fronteira entre duas ERBs adjacentes pode ser obtida ao se considerar a potência recebida em função da distância em locais em torno das ERBs. Considerando a perda de propagação dada por um modelo de predição, por exemplo Okumura-Hata, a potência recebida é dada pela expressão

$$P_r = P_t + G_t + G_r - L. \quad (5.9)$$

A perda de propagação  $L$  é predita em função da distância de acordo com a Equação (4.11). Um gráfico tridimensional de  $P_r$  versus  $d$  é mostrado na Figura 5.2 em que se observa a fronteira circular entre as ERBs.

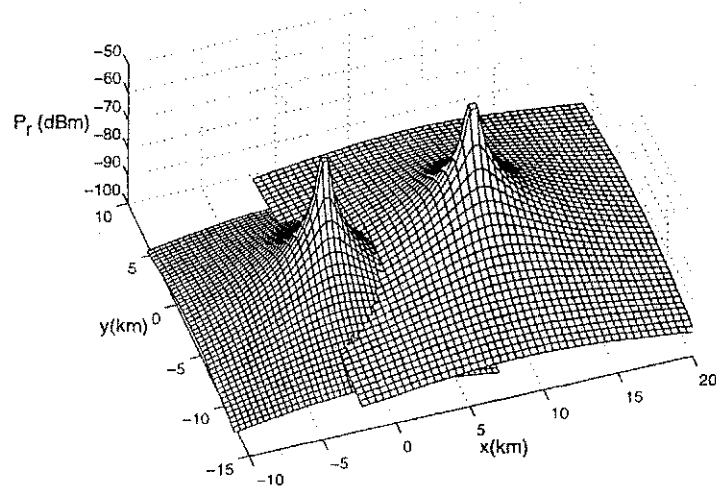


Figura 5.2: O modelo de duas células adjacentes é mostrado em gráfico tridimensional. Observa-se a fronteira entre as duas células como um arco circular.

A Figura 5.3 mostra uma família de margens entre dois *site points* em função da relação de distâncias. Observam-se as seguintes situações:

- Se a relação de distâncias é unitária, o raio da margem  $r_0$  é infinito e a margem é uma reta que passa a meia distância dos *site points*;
- Se  $w_{12} < 1$ , a margem é uma circunferência cujo centro se localiza à esquerda de  $x_1$ . Neste caso, quanto menor  $w_{12}$ , mais  $x_0$  se aproxima de  $x_1$ ;
- Se  $w_{12} > 1$ , a margem é uma circunferência cujo centro se localiza à direita de  $x_2$ . Neste caso, quanto maior  $w_{12}$ , mais  $x_0$  se aproxima de  $x_2$ .

Pode-se observar que se a relação de distâncias é mantida constante (raios não se alteram) e a distância entre *site points* é variável, o raio da margem entre *site points* tende a zero. A Figura 5.4 mostra a margem entre dois *site points* para o caso em que  $w_1 < w_2$  e  $c_2$  se aproxima de  $c_1$ . Situação semelhante é mostrada na Figura 5.5 em que  $w_1 < w_2$  e  $c_1$  se aproxima de  $c_2$ .



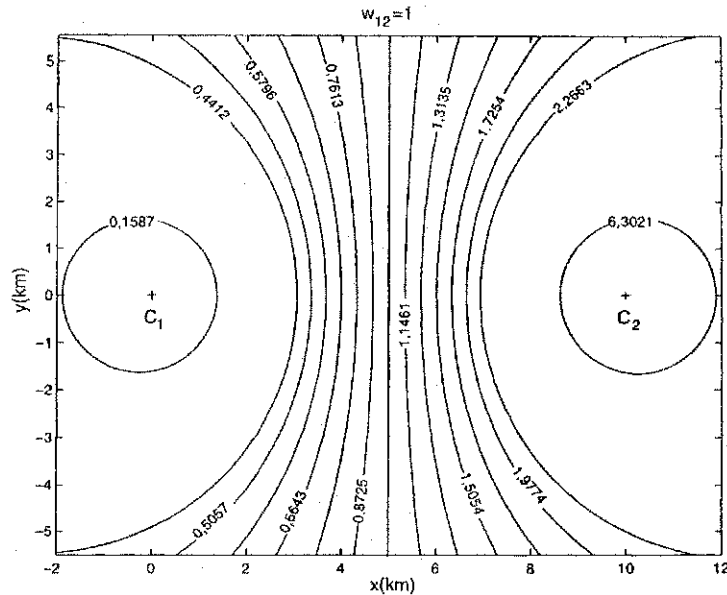


Figura 5.3: Família de margens entre dois *site points* adjacentes em função da relação de distâncias em um diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente.

Substituindo os dois *site points* no modelo da Figura 5.1 por duas ERBs, sendo  $r_1$  e  $r_2$  os raios das células, obtém-se a fronteira entre células como a circunferência do círculo de Apolônio de raio  $r_0$  dado pela Equação (5.7). Pode-se estimar o raio da célula por métodos estatísticos ou preditivos e atribuir o peso de cada ERB como sendo o raio estimado da célula correspondente. Se se usa um método preditivo, de acordo com a Equação (4.56), o peso (raio) da célula é função da potência da ERB, do ganho das antenas e dos parâmetros do modelo de predição da perda de propagação. Isto significa que a cobertura é função da potência de transmissão, frequência, altura da antena da ERB e outras características do ambiente de propagação levados em conta pelo modelo de predição da perda de propagação. No caso dos métodos estatísticos, de acordo com as Equações (4.40), (4.41), (4.50), (4.51), (4.53) e (4.54), o raio da célula é estimado levando em conta as características de propagação do ambiente.

Yacoub em (YACOUB, 1993) demonstrou que o lugar geométrico da condição  $p_{r1}/p_{r2} = m$  ( $m$  é uma constante) é uma circunferência, assumindo potências iguais para ERBs adjacentes em um mesmo ambiente de propagação. Considerando  $m = 1$ , o lugar geomé-

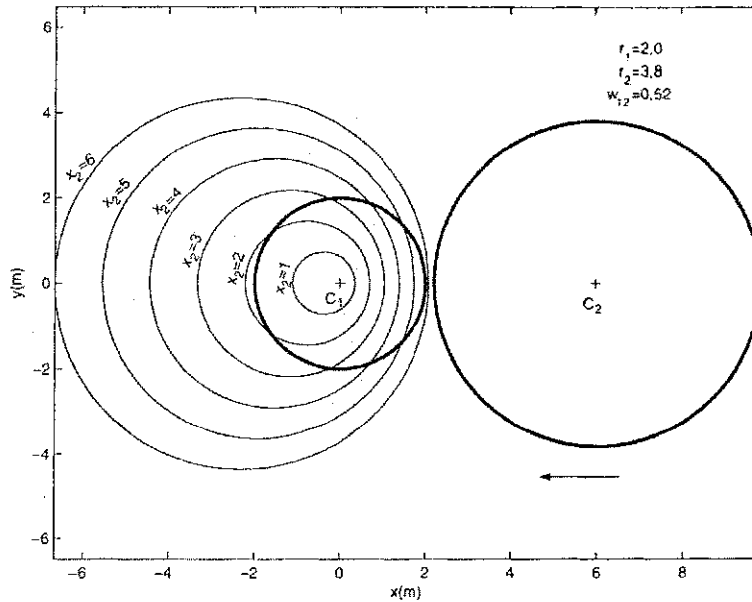


Figura 5.4: Família de margens entre dois *site points* adjacentes em função da distância  $\overline{c_1, c_2}$ ;  $C_2$  se aproxima de  $C_1$ .

trico da condição  $p_{r_1} = p_{r_2}$  corresponde à circunferência do círculo de Apolônio. A partir dessa circunferência, obtém-se a relação de distâncias  $w_{12} = d_1/d_2$ . A partir do estudo de Yacoub, observa-se que a condição  $p_{r_1} = p_{r_2}$  determina a fronteira entre as ERBs 1 e 2 para quaisquer valores de potências de transmissão das ERBs e para quaisquer ambientes de propagação das células. A relação de potências  $p_{r_1}/p_{r_2} = m, p$  em watts, ou  $P_{r_1} - P_{r_2} = M, P$  em dBm, pode ser obtida, aplicando o método iterativo descrito pelo seguinte algoritmo

ENTRADA: Altura ( $h_b$ ) em metros e posição  $\langle x, y \rangle$  da antena da ERB, potência de transmissão ( $P_t$ ) e relação de potências  $M$  em dB.

SAÍDA:  $d_1, d_2, w_{12}$ .

Passo 1. Compute a distância entre ERBs  $d_{12}$ .

Passo 2. Inicialize  $d_1 = 0, d_2 = d_{12}$ .

Passo 3. Compute os parâmetros da perda de propagação,  $a, b$ , usando o modelo de predição adotado.

Passo 4. Compute  $P_{r_1}, P_{r_2}$ .

Passo 5. IF  $P_{r_1} - P_{r_2} > M$ , incremente  $d_1$ , decmente  $d_2$ , GO TO 4.  
ELSE  $w_{12} = d_1/d_2$ .

Passo 6. EXIT.

O lugar geométrico em que se verifica a relação de potências  $P_{r_1} - P_{r_2} = M$  corresponde ao lugar geométrico da relação  $w_{12}$ .

### 5.1.3 Método da Interseção das Frentes de Onda

Pode-se obter a fronteira entre ERBs em gráfico bidimensional usando o método geométrico de interseção das frentes de onda. Considere a Figura 5.6, o lugar geométrico da interseção das frentes de onda com mesma potência  $p_1 = p_2$  é mostrado na Figura como uma circunferência. Na seção 5.1.2 demonstra-se que a fronteira entre duas ERBs é um arco circular. A razão  $d_1/d_2$  é a relação de distâncias  $w_{12}$ , usada nas Equações (5.5), (5.6) e (5.7), para calcular o raio e as coordenadas do centro da circunferência que representa o lugar geométrico do encontro das frentes de onda com mesma potência, ou, a fronteira entre as ERBs.

### 5.1.4 Treliça Hexagonal

A dimensão e o formato da célula, que define a cobertura, é função da ponderação de cada ERB. Quando os pesos das ERBs são iguais as fronteiras são retilíneas. Assim, células hexagonais são obtidas no diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente, como um caso particular em que o conjunto de *site points* tem as seguintes características:

- Ponderação uniforme:  $w_i = w_j, \forall j \neq i$ :

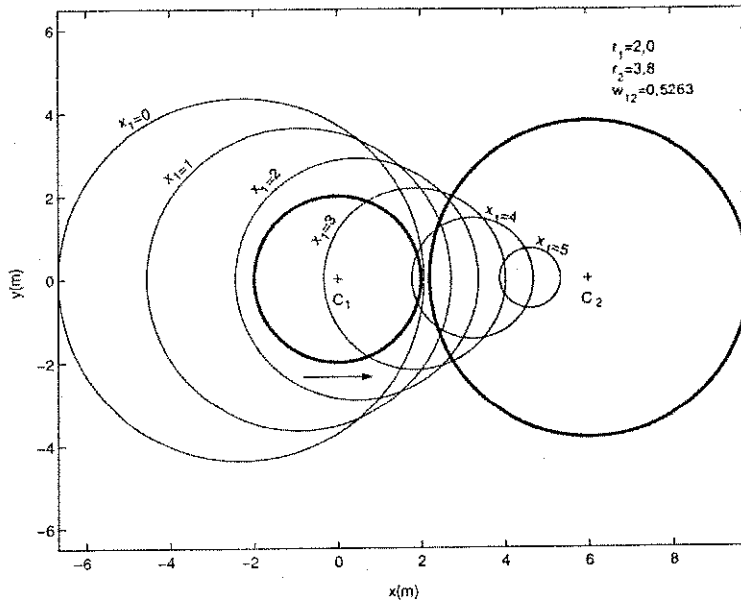


Figura 5.5: Família de margens entre dois *site points* adjacentes em função da distância  $\overline{c_1, c_2}$ ;  $C_1$  se aproxima de  $C_2$ .

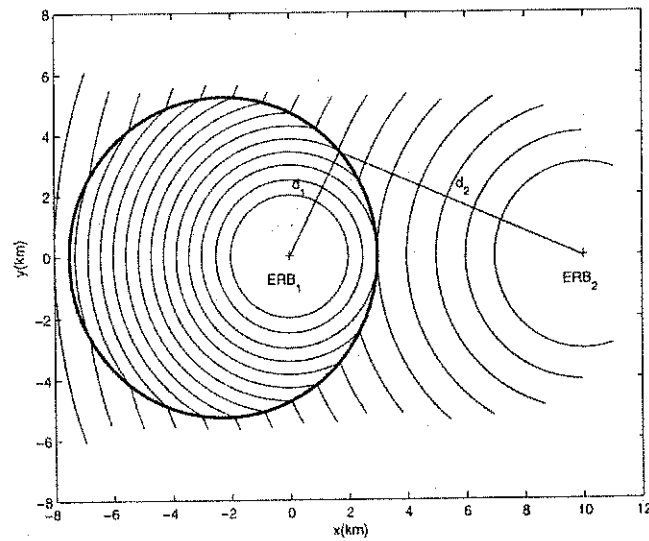


Figura 5.6: Lugar geométrico das frentes de onda com mesma potência mostrado em linha grossa.

- Distâncias iguais entre ERBs  $d_{ij} = D, \forall i, j$ ;
- Ambientes de propagação descritos pelo mesmo modelo de desvanecimento e perdas de propagação.

Regiões de Voronoi hexagonais têm essas características, pois, quando  $w_i = w_j$  a margem entre pontos adjacentes,  $c_i$  e  $c_j$ , é um segmento de reta que passa a meia distância dos pontos. Este caso é mostrado na Figura 5.7. Observa-se, porém, que as células na periferia da área de serviço não são hexagonais.

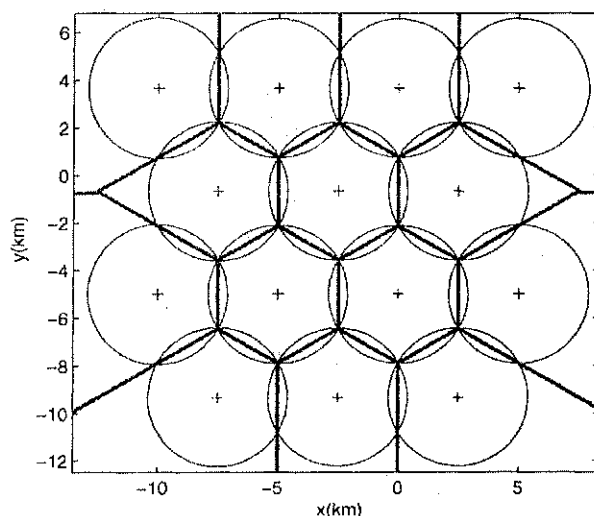


Figura 5.7: Treliça hexagonal. Caso particular do diagrama de Voronoi com ponderação multiplicativa uniforme.

## 5.2 Células Setorizadas

O setor de célula representa parte de uma célula omnidirecional. Ao passo que a radiação da célula omnidirecional ocorre no intervalo  $[0, 2\pi)$ , o setor limita sua radiação a  $[0, \beta]$  em que  $\beta$  identifica o tipo de setor utilizado: de 30, 60 ou 120 graus. A cobertura do setor pode ser representada por uma região de Voronoi definida por um *site point* cujo peso aplica-se

à direção  $[0, \beta]$ . Tal peso é definido pela função ganho versus direção,  $G \times \theta$ , do diagrama de radiação da antena. Para cada setor tem-se

$$G = g(\theta), \quad 0 \leq \theta \leq \beta. \quad (5.10)$$

O peso do setor equivale ao raio estimado da célula  $w = r$  obtido da Equação (4.56), na qual substitui-se  $G_i$  por  $g(\theta)$ , que resulta

$$w = 10^{\frac{P_t + g(\theta) + G_r - a - z}{b}}. \quad (5.11)$$

No entanto, o diagrama de radiação da antena para setores de células não apresenta grandes variações de ganho, o que permite considerar o ganho constante  $G = g(\theta)$  no setor e representar a fronteira do setor por um arco circular cujo raio equivale ao peso, calculado por

$$w = 10^{\frac{P_t + G + G_r - a - z}{b}}. \quad (5.12)$$

A ponderação direcional é uma característica dos diagramas de Voronoi (AICHHOLZER et al., 1997), o que permite representar setores de células como regiões de Voronoi.

Alguns modelos de predição da perda de propagação também têm característica direcional. Os modelos de Xia-Bertoni e Walfisch-Ikegami trazem, em suas definições, a dependência da perda de propagação com o ângulo de incidência da onda.

Uma célula com três setores, por exemplo, é representada por um *site point* que tem três pesos, um para cada setor. Uma célula setorizada pode ser representada por um número de *site points* que têm a mesma posição espacial e cuja influência está restrita ao ângulo de abertura do setor. Pode-se simplificar a obtenção do peso, considerando o ganho da antena constante no setor inteiro. Neste caso, o peso do setor é igual ao raio calculado por (4.56). Se não, representa-se o peso do setor como uma função do ganho da antena dado pelo diagrama de radiação. Para células setorizadas, o modelo de pontos adjacentes apresentados na Figura 3.3, vale para setores adjacentes ou para setor adjacente de célula omnidirecional. Um exemplo é mostrado na Figura 5.8 em que são observadas as seguintes fronteiras:

- ERB<sub>1</sub>(I) -- ERB<sub>2</sub>
- ERB<sub>1</sub>(I) -- ERB<sub>3</sub>(II)
- ERB<sub>1</sub>(III) -- ERB<sub>1</sub>(II)
- ERB<sub>2</sub> -- ERB<sub>3</sub>(I)
- ERB<sub>2</sub> -- ERB<sub>3</sub>(II)

A notação (.) representa um setor de 120°. A Figura 5.8 mostra as fronteiras entre setores e células adjacentes. Nesse caso, o modelo de pares de pontos adjacentes é aplicado para células diferentes, não para setores de uma mesma célula.

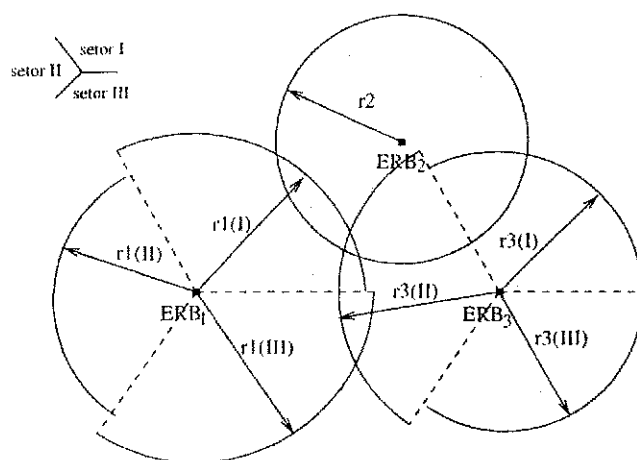


Figura 5.8: Exemplo de células setorizadas. Cada setor tem seu raio e, correspondentemente, seu peso. Uma relação de distâncias é obtida para cada fronteira, seja entre setores ou entre setor e célula.

### 5.3 Células Hierárquicas

Determinadas regiões, dentro da área de serviço, têm alta concentração populacional e, portanto, tráfego intenso. Por isso, requerem uma célula menor dedicada àquele grupo de usuários. Como exemplo, um centro financeiro, ou administrativo, pode ser atendido por uma ERB exclusiva. Neste caso, a rede celular assume a configuração de hierarquia de células, em que uma célula menor, chamada micro-célula, é instalada no interior de uma

célula maior, chamada célula guarda-chuva. A célula guarda-chuva facilita o procedimento de *handoff*, inclusive entre micro-células que não são adjacentes. Uma micro-célula tem pequena cobertura (raio pequeno) que pode ser obtida das seguintes formas

1. Baixa potência de transmissão;
2. Altura da antena da ERB abaixo da altura média dos edifícios circunvizinhos;
3. Inclinação vertical (*Tilt*) da antena da ERB.

De acordo com a Equação de predição do raio da célula (4.56), as condições citadas nos itens 1 e 2, de fato, reduzem o raio. No diagrama de Voronoi correspondente, o peso da micro-célula torna-se reduzido, e a fronteira da micro-célula com a célula guarda-chuva vem a ser uma circunferência interna à região de Voronoi da célula guarda-chuva como mostrado na Figura 5.10. O modelo de Xia, para micro-células, considera a perda de propagação em determinados percursos do ambiente mostrados na Figura 4.3. A perda de propagação é função da direção em torno da ERB. Para fins de construção do diagrama de Voronoi, representa-se a ERB da micro-célula por um *site point* cuja ponderação é função da direção, visto que, em torno da ERB, cada direção apresenta uma perda de propagação diferente e o peso (raio da célula) depende da perda de propagação de acordo com a expressão do raio

$$r = 10^{\frac{P_t + G_t + G_r - a - z}{b}}, \quad (5.13)$$

em que  $a$  e  $b$  são parâmetros da perda de propagação  $L = a + b \log(d)$ . De fato, o raio na Equação (5.13) é função apenas da perda de propagação representada pelos parâmetros  $a$  e  $b$ , pois os demais parâmetros dessa Equação são fixos. A fim de obter o peso (raio da célula) consideram-se os seguintes casos:

1. ERB instalada no meio do quarteirão — Predominam os percursos do tipo lateral (Perda de propagação calculada pela Equação (4.24)) e em forma de escada (Perda de propagação calculada pela Equação (4.25));
2. ERB instalada no encontro de avenidas — Neste caso, destacam-se dois tipos de percursos de propagação:



- (a) Percurso em forma de escada — A 45° das avenidas. A perda de propagação é calculada pela Equação (4.25);
- (b) Linha de visada — Ao longo das avenidas. A perda de propagação é calculada pelas Equações (4.26) e (4.27).

A Figura 5.9 mostra um exemplo de micro-célula cuja ERB é instalada no encontro de avenidas. A ponderação do *site point* representativo da ERB depende da perda de propagação que, por sua vez, é função da direção, de acordo com o modelo de Xia calcula-se a perda de propagação nas direções  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  indicadas na Figura 5.9.

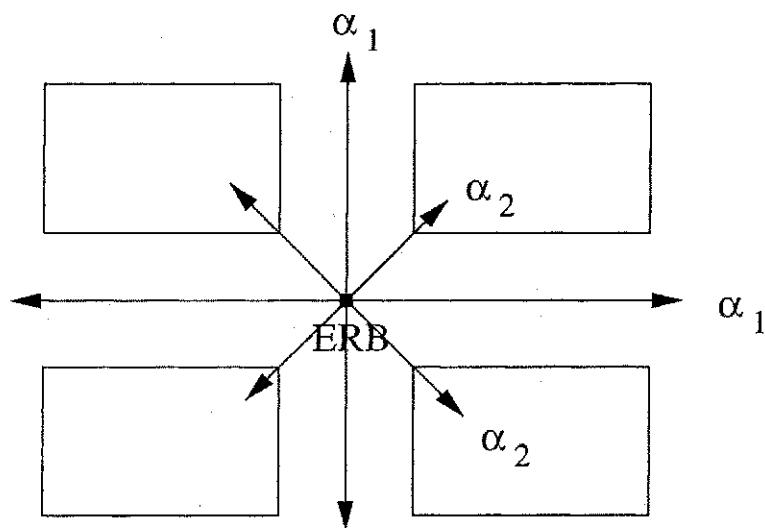


Figura 5.9: Exemplo de micro-célula instalada no encontro de avenidas. A predição da perda de propagação é feita para duas direções  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ .

Um exemplo de representação de células hierárquicas encontra-se na Figura 5.10. Nesta, a fronteira da micro-célula (célula 4) com a célula guarda-chuva (célula 2) está no interior da micro-célula. A região de Voronoi da célula 4 é menor que a própria célula. Isto significa que a potência da célula guarda-chuva predomina sobre a da micro-célula até a fronteira da região de Voronoi da micro-célula ( $P_{r3} > P_{r4}$ ). Na fronteira a condição é:  $P_{r3} = P_{r4}$  e dentro da região de Voronoi da micro-célula  $P_{r3} < P_{r4}$ . O diagrama de Voronoi é mostrado em linhas grossas. Verificam-se as seguintes relações (i) entre raios:  $r_3 > r_1 > r_2 > r_4$ ; (ii)

entre pesos:  $w_3 > w_1 > w_2 > w_4$ ; (iii) entre as relações de distâncias:  $w_{34} > w_{32} > w_{31} > 1$ , ao passo que  $w_{43} < w_{23} < w_{13} < 1$ .

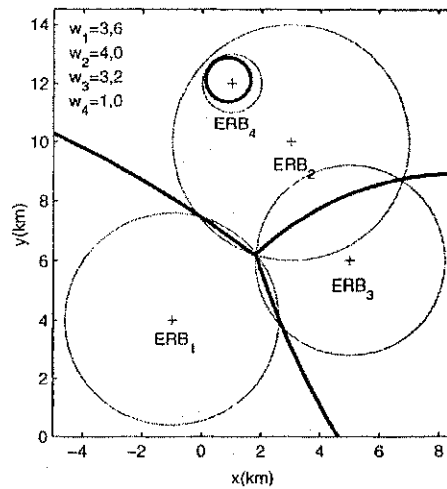


Figura 5.10: Exemplo de células hierárquicas. Observa-se que o peso da micro-célula (ERB<sub>4</sub>) é bem menor que o da célula guarda-chuva (ERB<sub>3</sub>).

## 5.4 Alocação de Canais e Reuso de Frequência

O espectro disponível para determinada operadora é dividido em canais que, por sua vez, são alocados nas células da área de serviço. Ao conjunto de células que faz uso de todos os canais disponíveis chama-se *cluster*. Este conceito está relacionado à repetição dos canais alocados. Cada vez que se repete a alocação inicial de canais, produz-se um *cluster*. O conjunto de canais disponíveis em uma ERB pode ser utilizado em outra ERB, contanto que a probabilidade de interferência co-canal seja aceitável. A interferência co-canal produzida por uma ERB próxima é função da distância entre ERBs. Assim, a interferência co-canal pode ser avaliada com base no valor da relação, ou razão, sinal-interferência - SIR (*Signal-to-Interference Ratio*). Quanto maior o valor de SIR, menor a probabilidade de exclusão

$$P_{out} = \text{prob}[\text{SIR} < \lambda_{th}] \quad (5.14)$$

da chamada por interferência co-canal, em que  $\lambda_{th}$  é um limiar de qualidade da chamada. A alocação de canais e o reuso de frequência estão interrelacionados. O esquema de alocação de canais deve assegurar que a interferência co-canal não prejudique a qualidade do serviço prestado pela operadora do sistema. A topologia hexagonal fornece uma maneira de planejar o reuso de frequência baseada no espaçamento entre células em um *cluster*. Diversos parâmetros da rede são obtidos a partir dessa topologia. Considerando o coeficiente da perda de propagação igual a  $\alpha$ , para o caso em que a EM se encontra na fronteira da célula, a relação sinal-interferência (SIR) é obtida da expressão (LEE, 1990)

$$\text{SIR} = \frac{1}{2(q-1)^{-\alpha} + 2q^{-\alpha} + 2(q+1)^{-\alpha}}, \quad (5.15)$$

em que  $q = D/r$ ,  $D$  é a distância de reuso e  $r$  o raio da célula. A SIR é um limitante para o reuso de frequência. No entanto, a Equação (5.15) é obtida com base na simetria da representação hexagonal. Como  $D$  e  $r$  são iguais para todas as células, o reuso de frequência passa a ser função apenas do número de células do *cluster* (ALENCAR, 2004), sem levar em conta o raio real da célula e as distâncias reais entre ERBs. Entretanto, isto não é realístico, pois fatores como a altura da antena da ERB, a potência de transmissão e as características do ambiente de propagação determinam as dimensões e o formato da célula. A simetria da topologia hexagonal não corresponde aos casos reais.

#### 5.4.1 Alocação Fixa de Canais

Um conjunto de canais é alocado para cada célula de forma fixa. Durante toda a operação da rede os canais alocados permanecem os mesmos. Esse esquema funciona bem para células em que o tráfego é intenso e uniforme. Variações dessa técnica incluem alocação não-uniforme de canais (ZHANG; YUM, 1991) e empréstimo<sup>2</sup> de canal (OH; TCHA, 1992). As redes de primeira e segunda geração, incluindo o padrão *Advanced Mobile Phone System* (AMPS), utilizam alocação fixa de canais.

---

<sup>2</sup>*Borrowing* em inglês.

### 5.4.2 Alocação Dinâmica de Canais

A alocação dinâmica de canais é efetuada sob demanda. À medida que as chamadas são originadas, os canais vão sendo alocados. Esse sistema requer maior processamento e controle da CCC pois o reuso de frequência é um parâmetro a mais a ser avaliado antes da alocação de determinado canal. Esse sistema pode utilizar *handoff* intra-célula e reuso de frequência no mesmo *cluster*.

### 5.4.3 Interferência Co-canal

Um dos fatores limitantes do conceito de rede celular é a interferência co-canal. Os efeitos do desvanecimento de multipercurso podem ser diminuídos pelo uso de diversidade, equalização e codificação de canal. A probabilidade de interferência co-canal depende, dentre outros fatores, do espaçamento entre ERBs que usam o mesmo grupo de canais. Outras soluções como setorização, hierarquia de células e alocação dinâmica de canais têm sido usadas para diminuir os efeitos dessa interferência.

A interferência co-canal é avaliada pela relação sinal-(ruído+interferência) - SINR, definida como a relação entre o sinal recebido pelo móvel originado na ERB residente ( $S$ ) e o sinal interferente vindo de uma ERB próxima ( $I$ ) somado ao ruído AWGN ( $\eta$ ). No caso de ocorrência da interferência co-canal, a condição  $I \gg \eta$  é aceita como suficiente para a análise de desempenho da conexão e o parâmetro avaliado passa a ser a relação sinal-interferência (SIR) sem a influência do ruído AWGN.

### 5.4.4 Indicadores de Desempenho

Indicadores de desempenho são parâmetros que servem para avaliar o desempenho da rede quanto ao uso otimizado do espectro disponível. A seguir, descrevem-se alguns dos indicadores de desempenho.

- Relação sinal-interferência (SIR) — A SIR depende da potência de transmissão das ERBs, das alturas das torres, da proximidade entre ERBs e entre ERBs e móveis, e da

perda de propagação que envolve todas as características do ambiente de propagação. A potência recebida pelo móvel, em dB, é dada por

$$P_r = P_t - L, \quad (5.16)$$

em que  $L$  é a perda de propagação. Aplicando a uma situação em que ocorre interferência, o sinal é representado por  $P_{r_1}$  e a interferência pelo somatório

$$\sum P_{r_i}, i = 2, \dots, I_N,$$

considerando que as  $N - 1$  ERBs interferentes estão ativas. Então

$$SIR = P_{r_1} - a_1 - b_1 \log(d_1) - \left( \sum_{i=2}^{I_N} P_{r_i} - a_i - b_i \log(d_i) \right). \quad (5.17)$$

em que  $a$  e  $b$  são parâmetros do modelo da perda de propagação e  $d$  é a distância que os sinais das ERBs percorrem;

- Taxa de erro de bit (BER) — Refere-se à relação entre os bits recebidos com erro e todos os bits transmitidos. A BER é um importante parâmetro de desempenho pois indica a qualidade da transmissão. Uma conexão com valor de BER acima do máximo adotado como limite de qualidade é excluída pela rede;
- Taxa de erro de quadro<sup>3</sup> (FER) — Refere-se, no sistema GSM, à relação entre os quadros recebidos com erro e todos os quadros transmitidos. A FER, assim como a BER, é um importante indicador da qualidade da transmissão. Uma rede com valor de FER acima do limite de qualidade adotado tem baixo desempenho;
- Eficiência de reuso de canal (ERC) — Relação entre  $N_C$ , o número de canais alocados por célula, e  $N_B$ , o número total de canais do espectro disponível

$$ERC = \frac{N_C}{N_B}. \quad (5.18)$$

Em um sistema de alocação fixa de canais  $N_C = N_B/N$ , em que  $N$  é a dimensão do *cluster*. Em um sistema de alocação dinâmica de canais  $N_C$  é função do tráfego e varia de uma célula para outra.

---

<sup>3</sup> *Frame* em inglês.

## 5.5 Formação de *Clusters* e Alocação de Canais

Os diagramas de Voronoi provêm relações de proximidade relativa entre os pontos do espaço considerado. Essas relações contêm informação espacial útil no processo de formação de *clusters* e de alocação de canais. A seguir, descreve-se um método para formação de *clusters* em um sistema de alocação fixa de canais que utiliza reuso de frequência maior que 1 (O sistema CDMA puro utiliza reuso de frequência unitário).

### 5.5.1 Formação de *Clusters*

Um método para formação de *clusters* é proposto baseado nas relações de proximidade fornecidas pelo diagrama de Voronoi. A formação de *clusters* deve obedecer aos seguintes requisitos

- As células de um *cluster* devem formar um conjunto de vizinhança contínua sem intercalação de célula de outro *cluster*;
- As células co-canais não podem ser adjacentes, mas guardar entre si uma distância de reuso cuja SIR seja aceitável;

No diagrama de Voronoi, no espaço  $\mathbb{R}^2$ , um vértice é definido como

$$V_{i,j,p} = E(i,j) \cap E(j,p) \cap E(i,p) \quad (5.19)$$

o que significa que  $c_i$ ,  $c_j$  e  $c_p$  são equidistantes a  $V_{i,j,p}$ . Portanto, podem fazer parte de um mesmo *cluster* e não podem ser co-canais. Seja  $X = \{c_i, c_j, c_p\}$  o conjunto de *site points* equidistantes ao vértice  $V_{i,j,p}$ . Então pode-se determinar a seguinte relação de vizinhança entre conjuntos de *site points*

$$X \cap Y = \emptyset, \quad (5.20)$$

o que significa que  $X$  e  $Y$  pertencem a *clusters* diferentes. Se  $X \cap Y \neq \emptyset$ , isto é,  $X = \{c_i, c_j, c_p\}$  e  $Y = \{c_q, c_s, c_t\}$  têm células em comum. Conjuntos de vértices contíguos formam conjuntos de *site points* vizinhos. Visto que um vértice é a interseção de

três células vizinhas, pode-se estabelecer a seguinte relação entre o número de vértices contíguos ( $V_n$ ) e a dimensão do *cluster* ( $N$ )

Número de Vértices Contíguos ( $V_n$ )	Dimensão do <i>Cluster</i> ( $N$ )	
1	3	
2	4	
3	5	Não usado
4	6	Não usado
5	7	
⋮	⋮	

que conduz à seguinte relação

$$N = V_n + 2. \quad (5.21)$$

Considerando, como exemplo, dois vértices contíguos  $V_{i,j,p}$  e  $V_{j,p,q}$  para formar um *cluster* de quatro células ( $N = 4$ ) obtém-se  $V_n = 2$ , de acordo com a Equação 5.21. O *cluster* é formado pela união dos conjuntos de ERBs que formam vértices contíguos

$$C = \{c_i, c_j, c_p\} \cup \{c_j, c_p, c_q\} = \{c_i, c_j, c_p, c_q\}. \quad (5.22)$$

Da expressão (5.22) obtém-se a seguinte relação

$$\{c_i, c_j, c_p\} \cap \{c_j, c_p, c_q\} = \{c_j, c_p\} \quad (5.23)$$

que é uma relação de vizinhança que identifica as células de  $c_j$  e  $c_p$  como vizinhas comuns às células de  $c_i$  e  $c_q$ , sendo que  $c_i$  e  $c_q$  não são adjacentes pois não compartilham um mesmo vértice. Pode-se então concluir que a relação de vizinhança se propaga de um vértice para outro mantendo vizinhos comuns a cada avanço para um vértice contíguo. Seja  $X$  o conjunto de ERBs equidistantes ao vértice  $V_{i,j,p}$  e  $Y$  o conjunto de ERBs equidistantes ao vértice contíguo a  $X$ . A propagação de vizinhança ocorre segundo o modelo a seguir

Vértice de Partida $V_p$	Vértice Contíguo $V_c$	$X \cap Y$
$V_{i,j,p}$	$V_{j,p,q}$	$j,p$
$V_{j,p,q}$	$V_{p,q,r}$	$p,q$
$V_{p,q,r}$	$V_{q,r,s}$	$q,r$
$V_{q,r,s}$	$V_{r,s,t}$	$r,s$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Isto significa que vértices contíguos que formam determinado *cluster* não podem pertencer a outro *cluster*. Conclui-se que vértices formadores de *clusters* diferentes não podem ser contíguos

$$X \cap Y = \emptyset,$$

em que  $X$  e  $Y$  são conjuntos de ERBs de *clusters* diferentes e  $X$  e  $Y$  não estão associados a vértices contíguos. A relação de vizinhança se propaga à medida que se percorrem as margens, indo de um vértice para outro. Os *site points*  $c_i$ ,  $c_j$  e  $c_p$  são adjacentes, vizinhos diretos, têm entre si o menor nível de vizinhança. De maneira que, partindo de qualquer um deles, pode-se determinar a propagação de vizinhança. Partindo de  $c_i$ , o nível de vizinhança se propaga na seguinte seqüência

$$c_i \quad \overline{E(i,p)} \quad c_p \quad \overline{E(p,q)} \quad c_q \quad \overline{E(q,r)} \quad c_r \quad \overline{E(r,s)} \quad c_s$$

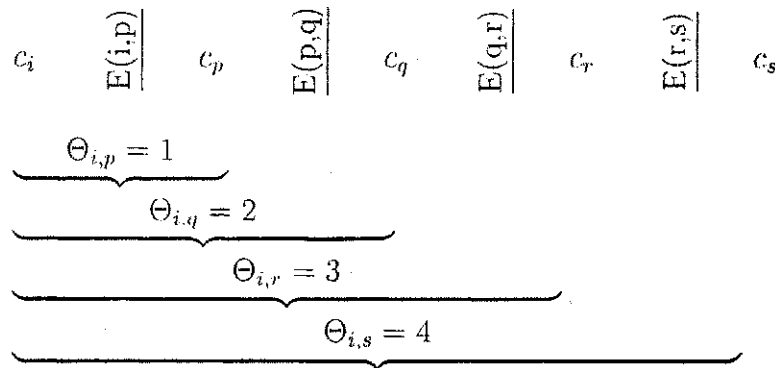
em que duas margens subseqüentes como  $E(i,p)$  e  $E(p,q)$  não se interceptam na área de interesse do diagrama:  $E(i,p) \cap E(p,q) = \emptyset$ . Visto que as margens tendem para o infinito, o diagrama é truncado a fim de confiná-lo à área em que se analisam as relações de vizinhança.

Define-se o parâmetro *nível de vizinhança*  $\Theta_{ij}$  entre  $c_i$  e  $c_j$  como

$$\Theta_{i,j} \equiv \text{Número mínimo de margens entre } c_i \text{ e } c_j.$$

A propagação de vizinhança pode ser descrita em termos do valor de  $\Theta$





Como exemplo, na Figura 5.11, as ERBs 2 e 5 têm entre si apenas a margem  $E(2, 5)$ , além disso, compartilham o vértice  $V_{1,2,5}$  o que mostra que são vizinhas em primeiro nível, então  $\Theta_{2,5} = 1$ . Entre as ERBs 5 e 10 há as margens  $E(5, 8)$  e  $E(8, 10)$ , assim  $\Theta_{5,10} = 2$ .

### 5.5.2 Exemplo de Formação de *Clusters*

A Figura 5.11 mostra uma área de serviço com doze células cujos raios e posições das ERBs são dados a seguir

ERB	Posição	Raio da célula (km)
1	(1,5)	3,944
2	(2,10)	3,605
3	(5,15)	2,779
4	(7,3)	4,687
5	(7,9)	4,474
6	(8,19)	2,622
7	(11,14)	3,774
8	(12,8)	3,142
9	(14,2)	3,045
10	(16,12)	3,980
11	(17,7)	3,812
12	(21,3)	2,754

em que o raio da célula é estimado usando a Equação (4.56), dados a potência de transmissão, altura da antena e ganho da ERB. A dimensão do *cluster* pode ser 12, 4, 3 ou 1. Como exemplo, considera-se o *cluster* de dimensão igual a 4.

### Procedimento para a formação de *clusters*

O vértice  $V_{1,2,5}$  mostra que as ERBs 1, 2 e 5 podem fazer parte de um mesmo *cluster* pois têm entre si nível de vizinhança 1. Considerando que as ERBs 1, 2 e 5 compõem o primeiro *cluster*, parte-se para o vértice contíguo  $V_{1,4,5}$  que acrescenta a ERB 4 formando o *cluster*  $C_1 = \{ERB_1, ERB_2, ERB_4, ERB_5\}$ . O próximo vértice  $V_{4,5,8}$  e o seguinte  $V_{4,8,9}$  não podem iniciar novo *cluster* pois contêm as ERBs 4 e 5 que já fazem parte de  $C_1$ . O vértice seguinte  $V_{8,9,11}$  inicia novo *cluster* pois  $\{c_8, c_9, c_{11}\} \cap C_1 = \emptyset$ . Seguindo para o vértice contíguo  $V_{9,11,12}$  a ERB 12 é acrescentada formando o *cluster*  $C_2 = \{ERB_8, ERB_9, ERB_{11}, ERB_{12}\}$ . Para a formação do terceiro *cluster* parte-se do vértice  $V_{2,3,5}$  que não pode iniciar um *cluster* pois contém ERBs de  $C_1$ . Segue-se para  $V_{3,5,7}$  e daí para  $V_{3,6,7}$  que dá início a  $C_3$  pois  $\{c_3, c_6, c_7\} \cap C_1 \cap C_2 = \emptyset$ . No entanto, não há vértice contíguo para acrescentar ERB a  $C_3$ . Isto significa que falta uma ERB para  $C_3$  e que a ERB restante ERB 10 não faz parte de  $C_3$  mas dá início a  $C_4$  que será completado com o crescimento da cobertura da rede.

Observa-se que os *clusters* são formados pela união de vértices contíguos. A formação dos *clusters* resulta nas seguintes relações

<i>Cluster</i>	ERBs	Vértices Contíguos
1	1,2,4,5	$V_{1,2,5}, V_{1,4,5}$
2	8,9,11,12	$V_{8,9,11}, V_{9,11,12}$
3	3,6,7	$V_{3,6,7}, \emptyset$
4	10	---

Os *clusters* 3 e 4 estão incompletos. Isto ocorre porque a cobertura cresce em função da demanda de tráfego. À medida que o tráfego exigir, ERBs serão acrescentadas completando os *clusters* incompletos ou formando outros.

### 5.5.3 Exemplo de Esquema de Alocação de Canais

Um método de alocação de canais é proposto baseado nas relações de proximidade fornecidas pelo diagrama de Voronoi. Sejam os grupos de canais A,B,C e D alocados aos *clusters* de quatro células da Figura 5.11. O critério para o esquema de alocação de canais é o

seguinte:

*Células co-canais não podem ser adjacentes ( $\Theta = 1$ ). Esta diretriz requer que o nível de vizinhança mínimo seja 2,  $\Theta \geq 2$ .*

Este critério satisfaz a topologia hexagonal, que representa o caso ideal do diagrama de Voronoi, no qual células co-canais obedecem ao requisito  $\Theta \geq 2$  conforme ilustrado na Figura 5.12. A Figura 5.13 mostra o esquema de alocação de canais resultante.

#### 5.5.4 Distância de Reuso de Frequência

A distância de reuso de frequência  $D$  corresponde à distância entre duas células co-canais. Na topologia hexagonal,  $D$  é definida em função do raio da célula  $r$ . Para um *cluster* de  $N$  células, a distância de reuso é dada por

$$D = r\sqrt{3N} \quad (5.24)$$

em que  $N = i^2 + ij + j^2$ , sendo  $i$  e  $j$  inteiros positivos.

Na abordagem com diagramas de Voronoi,  $D$  pode ser definida em termos do nível de vizinhança  $\Theta$ , adotando o critério de que duas células co-canais não devem ser adjacentes pois isso aumenta a probabilidade de exclusão (alto valor de SIR). Sabendo que a topologia hexagonal é um caso particular do diagrama de Voronoi com ponderação multiplicativa, a relação em (5.24) pode ser expressa como a relação entre a dimensão do *cluster*,  $N$ , e o nível de vizinhança,  $\Theta$ , do seguinte modo

$N$	$\Theta$
3	2
4	2
7	3
12	4
$\vdots$	$\vdots$

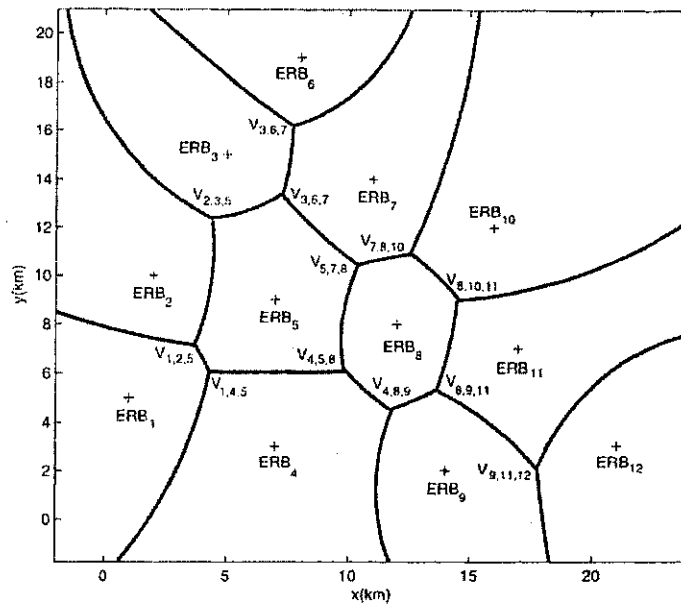


Figura 5.11: Vértices do diagrama estabelecem relações de vizinhança. Essas relações se propagam para os vértices contíguos.

As relações descritas acima aplicam-se ao modelo hexagonal considerando cada lado do hexágono como uma margem do diagrama de Voronoi e cada passagem de uma célula para outra como um incremento no valor de  $\Theta$  conforme ilustrado na Figura 5.12.

## 5.6 Planejamento de *Handoff*

O planejamento de *handoff* envolve identificar zonas da área de serviço em que:

1. A ocorrência de *handoff* é mais provável;
2. A taxa de *handoff* é alta.

A ocorrência de *handoff* é mais provável em locais em que o móvel é conectado satisfatoriamente a mais de uma ERB. A área de interseção entre células tem essa característica.

A taxa de *handoff* depende de dois fatores associados ao movimento do usuário:

1. Velocidade do móvel;

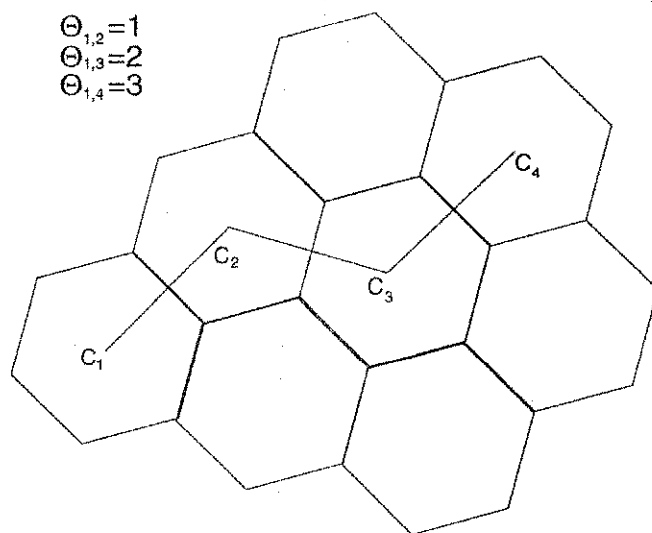


Figura 5.12: Distância de reuso de freqüência usando o conceito de nível de vizinhança.

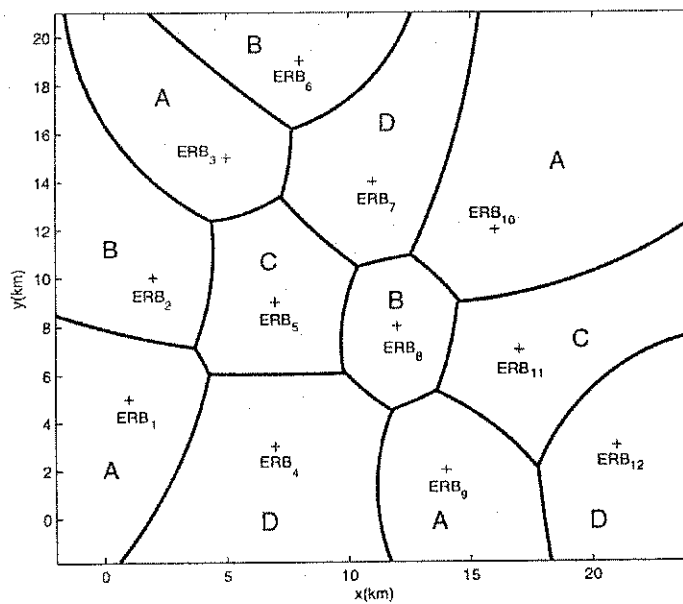


Figura 5.13: Alocação de canais com nível de vizinhança mínimo igual a 2.

2. Direção de deslocamento do móvel,

e um fator dependente da rede:

1. Limiar de potência inicial e final usado no procedimento de *handoff*.

Quanto maior a velocidade do móvel maior a taxa de *handoff*. A existência de rodovias e metrô proporcionam alta velocidade às estações móveis de modo que o tráfego espacial fica caracterizado pela probabilidade de alta taxa de *handoff*. A direção do deslocamento do móvel depende de características de mobilidade populacional próprias de cada localidade. Ocorrências, periódicas e/ou costumeiras, de aglomeração em determinadas áreas da cobertura precisam ser levadas em conta no planejamento da rede. O atendimento de tráfego esporádico pode requerer alterações na cobertura como instalação de ERB temporária, respiração da célula, uso de canais de guarda e empréstimo de canal.

Os diagramas de Voronoi ordenados de ordem- $k$  identificam regiões de cobertura comuns a  $k$  ERBs e indicam a seqüência de proximidade dessas ERBs em relação a uma região. Essa informação pode ser usada no planejamento de *handoff* levando em conta a presença de nós de demanda geradores de *handoff* como rodovias ou avenidas na fronteira da célula. Além disso, é possível estabelecer prioridades na execução de *handoff* de modo a distribuir uma eventual alta taxa de *handoff* pelas células próximas a certo nó de demanda.

# Capítulo 6

## Resultados

Este capítulo mostra os resultados da aplicação dos diagramas de Voronoi na representação das fronteiras entre ERBs de uma rede móvel celular. A partir da estimação do raio da célula, podem ser obtidos os parâmetros do diagrama de Voronoi que representam graficamente a cobertura da rede. Ao considerar um ambiente de propagação isotrópico, as fronteiras são representadas por arcos circulares. Em ambiente não-isotrópico, as fronteiras são representadas em função da direção. Para cada direção em torno da ERB, o arco circular pode ter raio diferente. A escolha do modelo de predição da perda de propagação e do modelo estatístico adequados ao ambiente de propagação é essencial para uma estimação do raio da célula com erro mínimo.

### 6.1 Fronteiras entre Células

Representa-se uma rede por meio do diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente como exemplo. O número de ERBs é escolhido arbitrariamente e igual a seis. A Tabela 6.1 mostra os dados das ERBs e a Tabela 6.2 mostra as relações de distâncias necessárias à geração do diagrama de Voronoi. A predição dos raios das células possibilita a obtenção dos pesos de cada ERB e conseqüentemente das relações de distâncias. O modelo Okumura-Hata é adotado e os parâmetros  $a$  e  $b$  são obtidos das Equações (4.11) e (4.12). O modelo

de proximidade utilizado é mostrado na Figura 5.1, para duas células adjacentes. As fronteiras das células são mostradas na Figura 6.2 e calculadas por meio das Equações (5.5), (5.6) e (5.7). No caso de células setorizadas, considera-se cada setor como tendo um raio, o que significa que o ganho da antena é considerado constante no setor. Um exemplo do diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente, com células setorizadas, é mostrado na Figura 6.1. O algoritmo para construção desse diagrama envolve um tempo de processamento da ordem de  $O(n^2)$  (AURENHAMMER; EDELSBRUNNER, 1984), em que  $n$  representa o número de pontos geradores do diagrama.

ERB	Posição (x,y)	Potência (dBm)	Altura da antena (m)	Raio da célula (km)	Parâmetros do modelo Okumura-Hata
1	(2,10)	37	55	3,605	$a_1=118,34$ $b_1=33,50$
2	(5,15)	32	65	2,779	$a_2=117,33$ $b_2=33,02$
3	(7,3)	40	61	4,687	$a_3=117,72$ $b_3=33,20$
4	(7,9)	40	56	4,474	$a_4=118,23$ $b_4=33,44$
5	(11,14)	37	60	3,774	$a_5=117,81$ $b_5=33,25$
6	(12,8)	35	55	3,142	$a_6=118,34$ $b_6=33,50$

Tabela 6.1: Dados das ERBs para o exemplo com seis ERBs.

$w_{12}$	$w_{13}$	$w_{14}$	$w_{24}$	$w_{25}$	$w_{34}$	$w_{36}$	$w_{45}$	$w_{16}$	$w_{56}$
1,297	0,769	0,805	0,621	0,736	1,047	1,491	1,185	1,424	1,201

Tabela 6.2: Relações de distâncias entre duas células adjacentes da rede arbitrada.

## 6.2 Contorno de Exclusão

O termo exclusão (*Outage* em inglês) refere-se à condição em que um móvel é excluído dos serviços da rede, quando sua conexão não atende ao mínimo de qualidade aceitável (JONES;



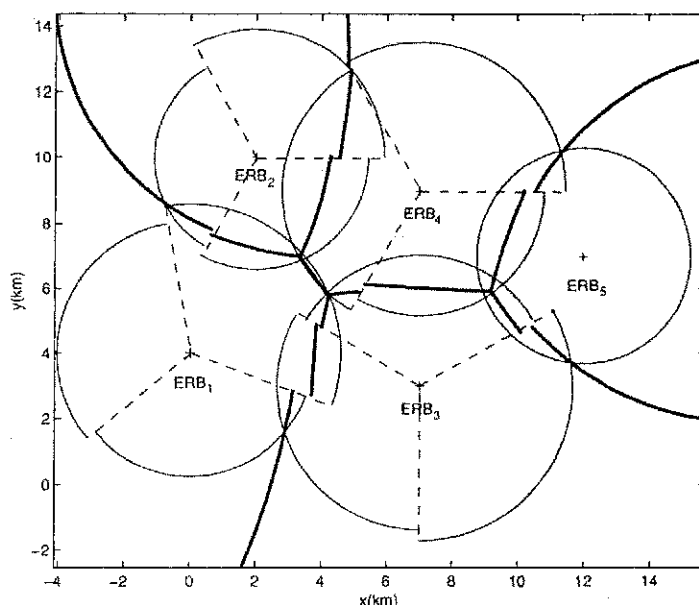


Figura 6.1: Área de serviço arbitrária. As células da  $ERB_1$ ,  $ERB_2$ ,  $ERB_3$  e  $ERB_4$  são setorializadas. A célula da  $ERB_5$  é omnidirecional. O diagrama de Voronoi é composto de arcos circulares, mostrado por linhas grossas.

SKELLERN, 1995). Essa situação é causada pela interferência co-canal somada ao ruído, no enlace de descida ou de subida. É um fenômeno aleatório, visto que a interferência co-canal ocorre quando o sistema de alocação de canais falha e aloca o mesmo canal para enlaces de células adjacentes, ou por causa da aleatoriedade dos fenômenos de propagação nas células. No limiar de exclusão, a relação sinal-ruído+interferência (SINR) cai abaixo do valor mínimo aceitável  $\lambda_{th}$  ou a taxa de erro de bit eleva-se acima do permitido. A situação de exclusão é diferente da de bloqueio. A exclusão ocorre quando a qualidade do enlace é inaceitável e a CCC desfaz a conexão. O bloqueio ocorre quando não há recursos de acesso (canal, *time slot*) disponíveis para o usuário. Mesmo na ausência de interferência, a conexão pode entrar em exclusão por ação do ruído, quando  $SNR < \lambda_{th}$ . Para ERBs adjacentes, na presença de interferência, o nível de ruído é bem menor que o nível do sinal de interferência, de forma que a SINR pode ser considerada como a relação sinal-interferência (SIR).

O contorno de exclusão refere-se ao lugar geométrico em torno da estação radiobase no

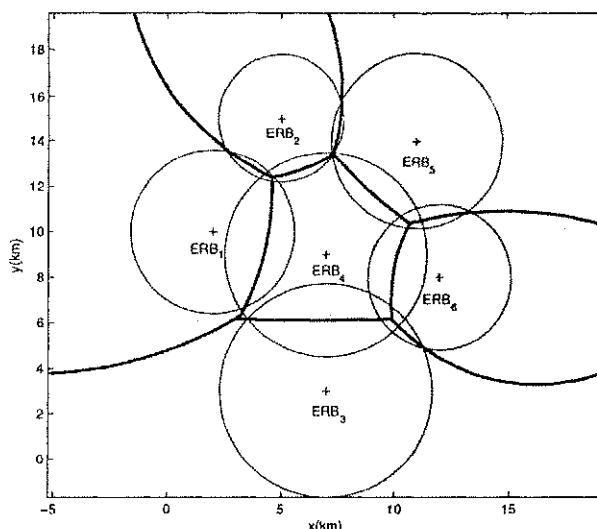


Figura 6.2: Diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente com *site points* representando ERBs. O diagrama é composto de arcos circulares mostrados por linhas grossas. Cada ERB tem uma circunferência em torno de si representando sua cobertura. Os pesos das ERBs correspondem aos raios das circunferências.

qual se verifica a condição mínima de qualidade

$$\text{SIR} = \lambda_{th}. \quad (6.1)$$

A obtenção de SIR incorpora o erro inerente ao modelo de predição da perda de propagação. Considerando esse erro, o contorno de exclusão determina a área em que as conexões EM-ERB estão protegidas da interferência co-canal.

Visto que o contorno de exclusão é um lugar geométrico e a interferência é um fenômeno de propagação, é necessário descrever a interferência em termos geométricos. Isto é feito usando os modelos de predição da perda de propagação que tratam a potência do sinal de rádio como uma função da distância.

A seguir, descreve-se um modelo de interferência que possibilita a obtenção do contorno de exclusão.

### 6.2.1 Modelo de Interferência

O modelo de interferência simplificado, apresentado na Figura 6.3, considera duas ERBs vizinhas  $ERB_1$  e  $ERB_2$ . A interferência pode ocorrer dos seguintes modos

1. De uma ERB sobre um móvel no enlace de descida;
2. De um móvel sobre uma ERB no enlace de subida.

O modelo adotado considera apenas o caso no item 1. A interferência causada pela estação móvel sobre a ERB, item 2, produz um contorno de exclusão dinâmico que se altera de acordo com a posição da EM, podendo ser interrompida por *handoff* ou encerramento da chamada. Essa situação não é modelada neste trabalho. A condição de serviço  $SIR \geq \lambda_{th}$  pode ser descrita em termos da potência recebida pelo móvel

$$SIR_1 = P_{r1} - P_{r2} \geq \lambda_{th}, \quad (6.2)$$

em que  $SIR_1$  é a SIR do enlace de descida da  $ERB_1$  em dB,  $P_{r1}$  é a potência recebida pelo móvel transmitida pela  $ERB_1$  e  $P_{r2}$  é a potência recebida pelo móvel transmitida pela  $ERB_2$ , em dBm.

A potência recebida pelo móvel é dada pela Equação (4.55), na qual se observa que a potência recebida depende da potência transmitida, dos ganhos das antenas e da perda de propagação. A perda de propagação, por sua vez, é função da distância, de maneira que a condição limite de exclusão

$$\lambda_{th} = P_{t1} - P_{t2} \quad (6.3)$$

pode ser expressa em função da distância. Combinando as Equações (4.55) e (6.3), tem-se

$$\lambda_{th} = P_{t1} - L_1 - P_{t2} + L_2. \quad (6.4)$$

Analisando a Equação (6.4), observa-se que os sinais das ERBs, transmitidos com potências  $P_{t1}$  e  $P_{t2}$ , sofrem perdas de propagação  $L_1$  e  $L_2$  em função das distâncias  $d_1$  e  $d_2$ . Unindo as duas ERBs por uma reta, determina-se um ponto entre elas em que a relação de potências SIR iguala  $\lambda_{th}$ . Esse ponto determina  $d_1$  e  $d_2$  conforme mostra a

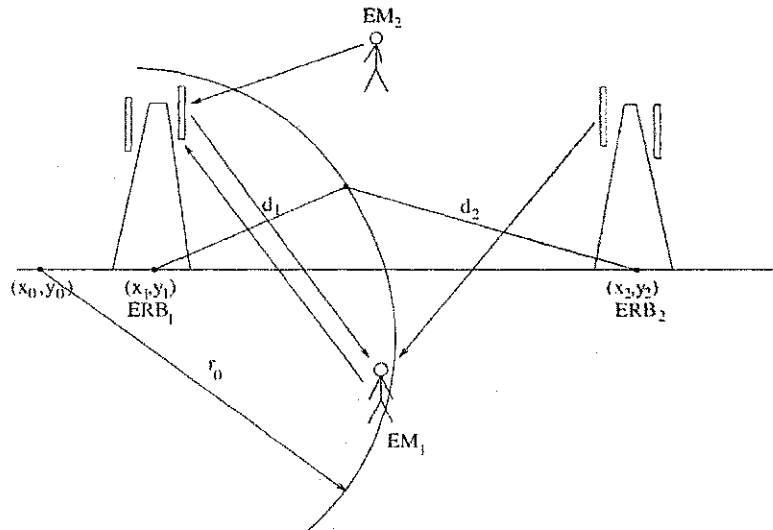


Figura 6.3: Modelo de interferência em uma rede arbitrária. O sinal de descida da ERB<sub>2</sub> interfere no móvel EM<sub>1</sub>. O sinal de subida do móvel EM<sub>2</sub> interfere na ERB<sub>1</sub>.

Figura 6.4. O lugar geométrico em torno da ERB<sub>1</sub> determinado pela relação de distâncias  $d_1/d_2$  corresponde à circunferência do círculo de Apolônio de raio  $r_0$  e centro  $\langle x_0, y_0 \rangle$  mostrados na Figura 6.3. Como a relação de distâncias equivale à relação de pesos  $w_{12} = w_1/w_2$ , em que  $w_i$  é a ponderação atribuída a um ponto no diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente, percebe-se que o contorno de exclusão pode ser representado por meio do referido diagrama.

O procedimento para obtenção dos pesos das ERBs e, por conseguinte, do contorno de exclusão é descrito a seguir.

### Procedimento para Obtenção do Contorno de Exclusão

1. Escolhe-se um modelo de predição da perda de propagação;
2. Adota-se uma relação de proteção  $\lambda_{th}$ ;
3. Determina-se o ponto entre as ERBs em que se verifica a igualdade  $SIR = \lambda_{th}$ , em que  $S$  é o sinal recebido da ERB<sub>1</sub> e  $I$  é o sinal de interferência da ERB<sub>2</sub>. Esse ponto define a relação de distâncias  $w_{12} = d_1/d_2$ . Este procedimento é mostrado de forma

gráfica na Figura 6.4;

4. O valor de  $w_{12}$  é aplicado nas Equações (5.5), (5.6) e (5.7) para determinar o contorno de exclusão da ERB<sub>1</sub>;
5. A obtenção de  $w_{12}$  é realizada para cada par de ERBs cujas células são co-canais. Assim são obtidos todos os contornos de exclusão da área de serviço.

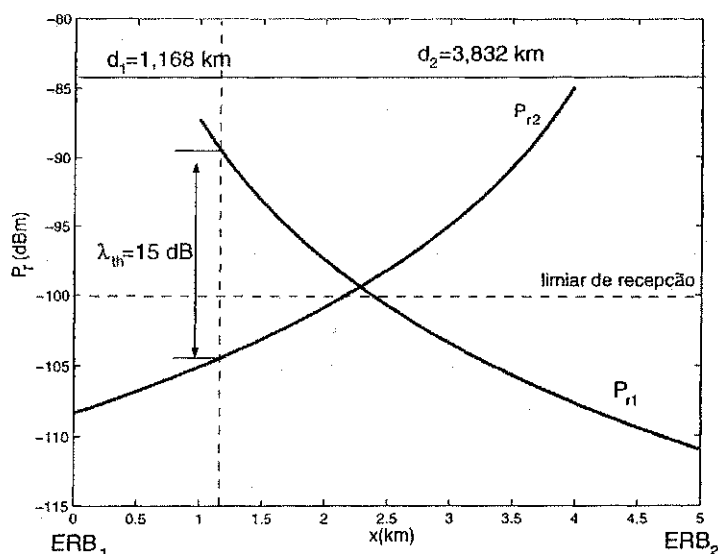


Figura 6.4: Determinação da relação de distâncias em função da interferência. Exemplo para  $\lambda_{th} = 15$  dB. O contorno de exclusão é o lugar geométrico da relação de distâncias que corresponde ao círculo de Apolônio.

### Exemplo

Três células de uma rede arbitrária servem de exemplo para a determinação do contorno de exclusão. Consideram-se células omnidirecionais, com ganhos unitários (0 dBi), frequência de 1800 MHz, limiar de recepção de -100 dBm, relação de proteção de 15 dB, modelo COST-Hata da perda de propagação e altura da antena do móvel de 3 metros. Os dados das ERBs são mostrados na Tabela 6.3 e dos contornos de exclusão na Tabela 6.4. Os

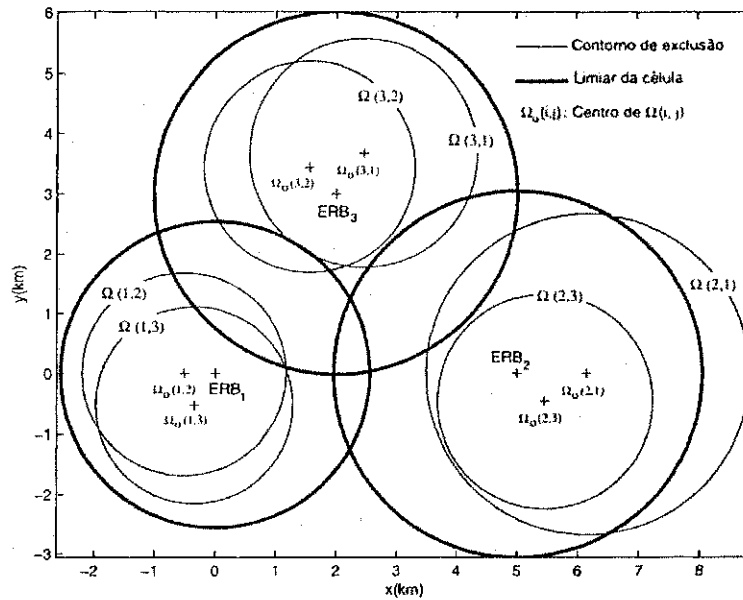


Figura 6.5: Uma rede arbitrária de três células.

raios das células são calculados pelo método preditivo por meio da Equação (4.56). Os contornos de exclusão são mostrados na Figura 6.5 com a seguinte notação:

- $\Omega(i,j)$ : Contorno de exclusão resultante da interferência da  $ERB_j$  sobre a  $ERB_i$
- $\Omega_0(i,j)$ : Centro de  $\Omega(i,j)$ , visto que  $\Omega(i,j)$  é uma circunferência.

O diagrama resultante não tem nome na literatura científica. Neste trabalho, atribui-se o nome de diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente de pares independentes, visto que cada margem obtida para um par de *site points* não sofre a influência de *site points* próximos.

### 6.3 Interferência

A representação hexagonal considera constantes as distâncias entre ERBs. A representação da cobertura por meio de diagramas de Voronoi leva em conta a assimetria do *cluster* real. Devido à curvatura da Terra, a distância entre ERBs deve ser expressa pela distância geodésica. No entanto, devido às pequenas distâncias envolvidas, mesmo em

ERB	Posição (km)	Altura da antena (m)	Potência (dBm)	Raio (km)	Parâmetros COST-Hata
1	(0,0)	47	43	2,379	$a_1=129,17$ $b_1=-33,94$
2	(5,0)	51	45	2,833	$a_2=127,81$ $b_2=-33,30$
3	(2,3)	50	45	2,725	$a_3=128,80$ $b_3=-33,77$

Tabela 6.3: Dados das ERBs para obtenção do contorno de exclusão.

ERB sob interferência	ERB interferente	Contorno de exclusão		
		Relação de distâncias	Centro (km)	Raio (km)
1	2	0,302	(-0,5;0)	1,668
	3	0,384	(-0,3;-0,5)	1,627
2	1	0,429	(6,1;0)	2,632
	3	0,362	(5,4;-0,4)	1,773
3	1	0,425	(2,4;3,6)	1,871
	2	0,356	(1,5;3,4)	1,731

Tabela 6.4: Centro e raio do contorno de exclusão.

macro-células, pode-se utilizar a distância euclidiana com boa aproximação. De modo que a distância de reuso de frequência pode ser tratada como função da distância real entre ERBs. Deste modo, o planejamento celular pode prever a possibilidade de interferência em função da proximidade entre as células. A relação sinal-interferência pode ser obtida da Equação (5.17) e a análise da interferência pode ser feita por meio do contorno de exclusão, o qual é representado pela margem do diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente

entre duas ERBs co-canal. O contorno de exclusão divide a célula em duas regiões:

$SIR < \lambda_{th}$  Região fora do contorno de exclusão. Quando, aleatoriamente, ocorre interferência, o enlace tem qualidade abaixo do limite aceitável e o usuário pode ser excluído.

$SIR > \lambda_{th}$  Região dentro do contorno de exclusão. Quando, aleatoriamente, ocorre interferência, o enlace tem qualidade acima do limite aceitável.

A condição  $SIR = \lambda_{th}$  define a fronteira das duas regiões citadas. Considerando que  $SIR = P_{r1} - P_{r2}$  e que  $P_r = P_t - a - b \log(d)$ , a distância  $d$ , a que se refere o contorno de exclusão, incorpora o erro inerente à predição da perda de propagação.

## 6.4 Alocação de Canais e Reuso de Frequência

Os esquemas de alocação de canais baseiam-se na condição de mínima interferência co-canal  $SIR > \lambda_{th}$ . O contorno de exclusão, representado pela margem do diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente, estabelece uma relação entre a SIR e a direção em torno da célula analisada. Para cada célula co-canal tem-se um contorno de exclusão, de modo que se analisa a interferência de cada célula do *tier* (conjunto de células que utilizam o mesmo grupo de canais) individualmente. O esquema de alocação de canais pode alocar canais de células adjacentes com maior segurança se o contorno de exclusão permite. O contorno de exclusão aumenta ou diminui seu perímetro em função de parâmetros de transmissão da ERB, como potência de transmissão, altura da antena e ambiente de propagação. Esses parâmetros definem o raio da célula, Equação (4.56), que por sua vez define o contorno de exclusão.

### 6.4.1 Alocação de Canais para uma ERB Temporária

Uma ERB temporária (ERBT) pode ser instalada na rede quando uma concentração populacional ocorre temporariamente. Um evento esportivo, artístico ou político pode ser a causa de repentina aglomeração. Quando uma ERBT é instalada, potência, ganho, altura



da antena e grupo de canais de operação devem ser configurados. O problema do ponto mais próximo, e do ponto mais distante, resolvido usando diagramas de Voronoi, pode ser usado na seleção do grupo de canais da ERBT. O diagrama de Voronoi de ordem- $(n - 1)$ , em que  $n$  é o número de ERBs, determina a ERB mais distante de determinada região. Dada a posição da ERBT, determina-se a ERB mais distante,  $ERB_{\tau}$ , e escolhe-se para a ERBT o grupo de canais da  $ERB_{\tau}$ .

Como exemplo, considere o *cluster* de quatro ERBs cujos dados são mostrados na Tabela 6.5 com o correspondente diagrama de Voronoi com ponderação multiplicativa de ordem-3 mostrado na Figura 6.10. Suponha que ERBs temporárias sejam instaladas nas posições  $\lambda, \beta, \Phi$  e  $\Delta$ . As ERBs mais distantes e os grupos de canais escolhidos são mostrados na Tabela 6.7.

ERB	1	2	3	4
Canais	A	B	C	D
Posição	$\langle 1,1 \rangle$	$\langle 3,10 \rangle$	$\langle 5,6 \rangle$	$\langle 9,12 \rangle$
Potência (dBm)	40	40	34	43
Altura antena (m)	41,6	50,9	73,5	48,9
Raio célula (km)	4,0	3,6	3,2	4,8
Parâmetros	$a_1=129,8$	$a_2=128,7$	$a_3=126,5$	$a_4=128,9$
COST-Hata	$b_1=34,3$	$b_2=33,7$	$b_3=32,7$	$b_4=33,8$

Tabela 6.5: Dados das ERBs.

## 6.5 Handoff

Os diagramas de Voronoi de ordem- $k$  fornecem a proximidade entre nós de demanda<sup>1</sup> e as ERBs. Pode-se analisar os diagramas de Voronoi de ordem- $k$  para determinar ações de planejamento, como cobertura, alocação de canais e esquemas de *handoff*. Por exemplo,

<sup>1</sup>Zonas da célula em que o tráfego é considerado uniforme e constante em determinado período.

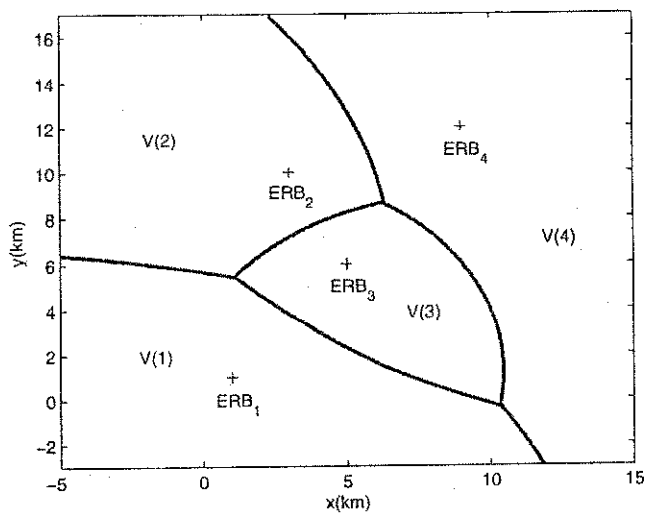


Figura 6.6: Diagrama de ordem-1 ( $k=1$ )

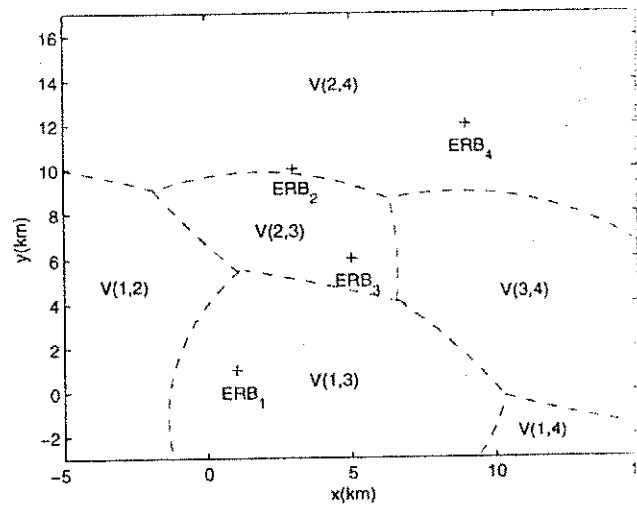


Figura 6.7: Diagrama de ordem-2 ( $k=2$ )

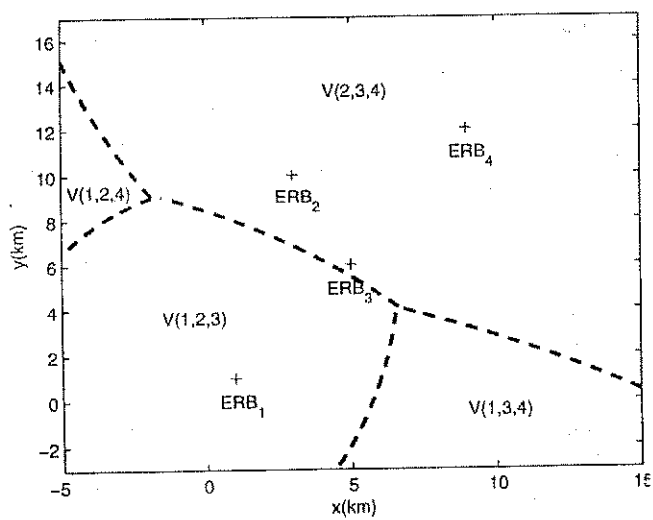


Figura 6.8: Diagrama de ordem-3 ( $k=3$ )

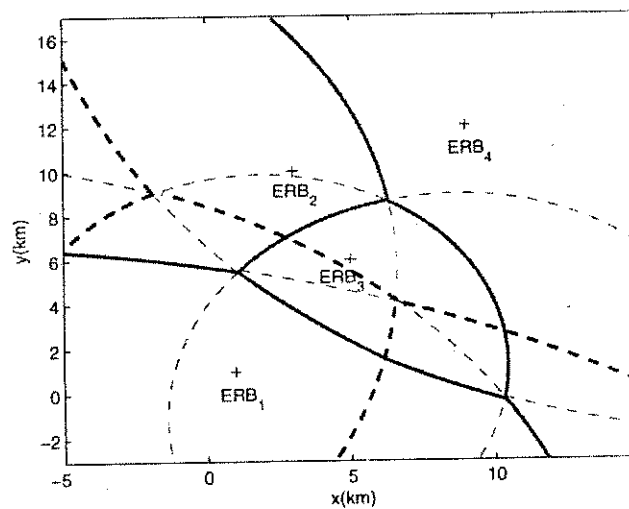


Figura 6.9: Diagrama ordenado de ordem-3.

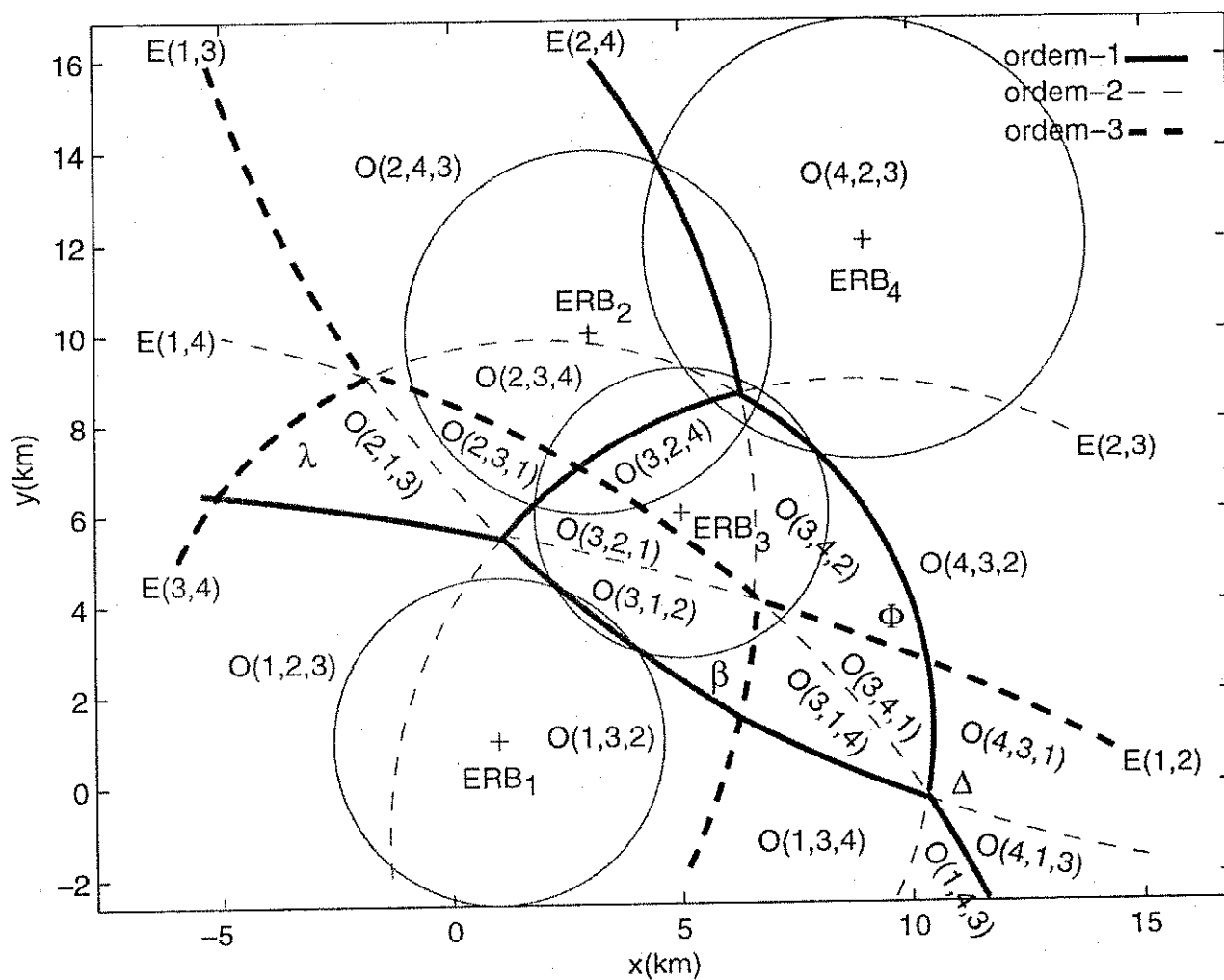


Figura 6.10: *Cluster* de quatro células representado por um diagrama de Voronoi ordenado de ordem-3 com ponderação multiplicativa. ERBs Temporárias são instaladas nas posições  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\Phi$  e  $\Delta$ .

	Centro	Raio (km)	Relação de distâncias
E(1,2)	$\langle -7,5;-37,6 \rangle$	43,869	0,90
E(1,3)	$\langle 20,0;24,8 \rangle$	27,131	1,12
E(1,4)	$\langle -9,3;-13,1 \rangle$	23,318	0,75
E(2,3)	$\langle 8,6;-1,1 \rangle$	9,962	1,24
E(2,4)	$\langle -10,6;5,5 \rangle$	17,205	0,83
E(3,4)	$\langle 1,8;1,2 \rangle$	8,655	0,66

Tabela 6.6: Margens de Voronoi e relação de distâncias.

ERBT	Região de Voronoi	ERB mais próxima	ERB mais distante	Grupo de canais
$\lambda$	O(2,1,3)	ERB <sub>2</sub>	ERB <sub>4</sub>	D
$\beta$	O(3,1,2)	ERB <sub>3</sub>	ERB <sub>4</sub>	D
$\Phi$	O(3,4,2)	ERB <sub>3</sub>	ERB <sub>1</sub>	A
$\Delta$	O(4,3,1)	ERB <sub>4</sub>	ERB <sub>2</sub>	B

Tabela 6.7: Posições das ERBs temporárias e regiões de Voronoi correspondentes. ERB mais próxima e mais distante, Grupo de canais alocados.

pode-se visualizar quais ERBs estão mais próximas de determinado trecho de uma avenida que gera alta taxa de *handoff* a fim de elaborar um esquema eficiente. O diagrama de Voronoi de segunda ordem, Figura 6.11, mostra zonas da área de serviço mais próximas de conjuntos de duas ERBs, enquanto o diagrama de Voronoi de terceira ordem, Figura 6.12, mostra zonas mais próximas de conjuntos de três ERBs. O diagrama de Voronoi de ordem- $k$  mostra regiões da área de serviço mais próximas de  $k$  ERBs. Esses diagramas, superpostos ao mapa da localidade, como ilustrado na Figura 6.13, possibilitam planejar a cobertura das ERBs, gerenciar o tráfego por meio de operações, como respiração da célula, *handoff*, exclusão, bloqueio e alocação dinâmica de canais, levando em conta informação sobre os nós de demanda, por exemplo, estádio de futebol, centro administrativo, avenida de alto

fluxo de veículos, centro de compras, ferrovia, metrô, etc. Além de permitir o planejamento do tráfego em função de hábitos de deslocamento populacional locais.

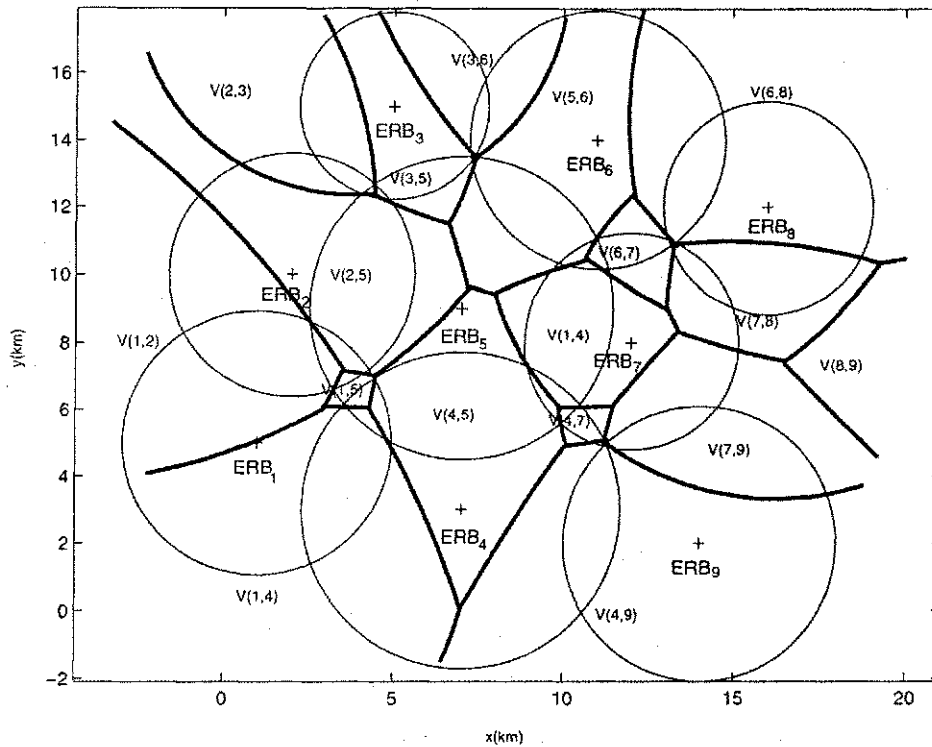


Figura 6.11: Diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente de ordem-2 no espaço  $\mathbb{R}^2$  representando uma rede celular com nove ERBs.

## 6.6 Relações de Proximidade e Tráfego Espacial

A partir da cobertura pode-se utilizar informações espaciais da célula para a modelagem espacial do tráfego. As relações de proximidade fornecidas pelo diagrama de Voronoi servem para prever o atendimento ao tráfego concentrado em determinados pontos da célula. Usando o conceito de nós de demanda, determina-se a proximidade desses nós em relação a um conjunto de ERBs e assim pode-se prever o atendimento de chamadas originadas e de *handoff*, dando prioridade ao *handoff* visto que, do ponto de vista do usuário, o bloqueio é menos danoso que a exclusão.

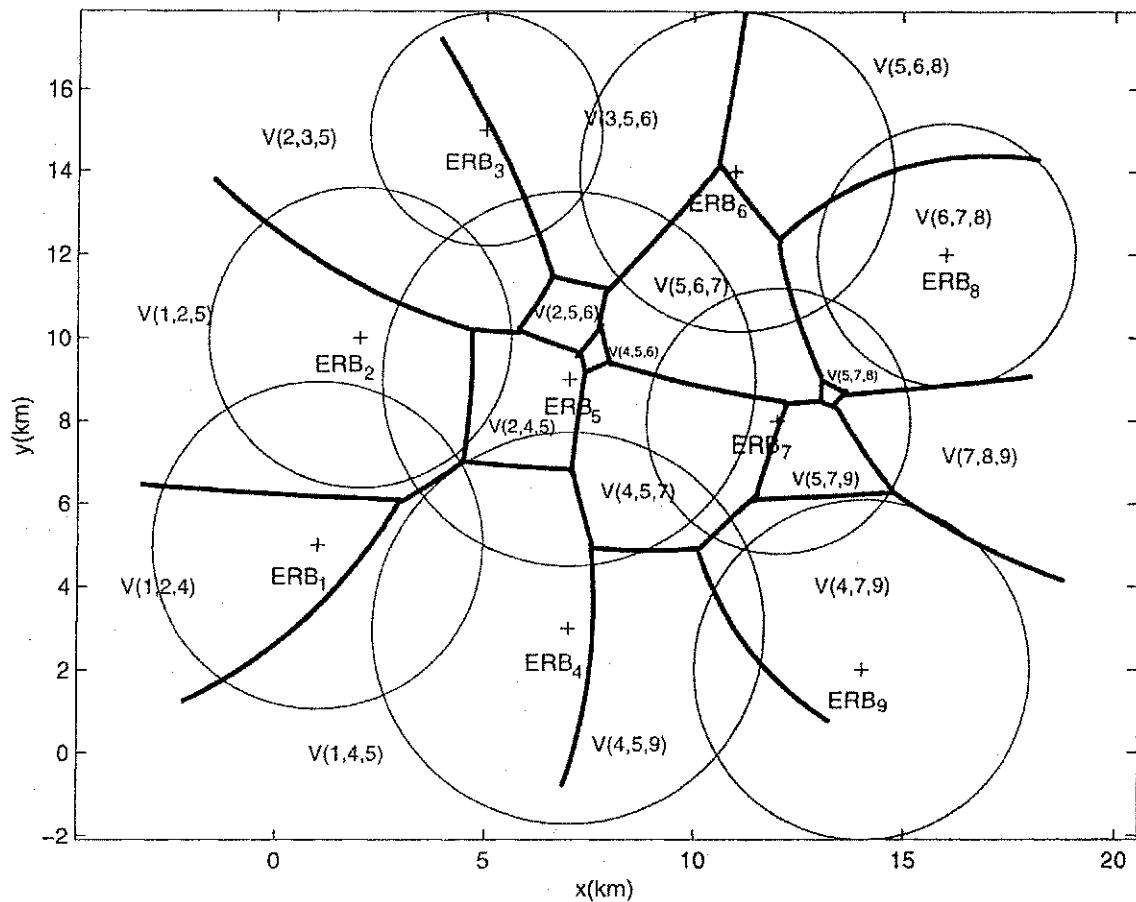


Figura 6.12: Diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente de ordem-3 no espaço  $\mathbb{R}^2$  representando uma rede celular com nove ERBs.

### 6.6.1 Exemplo

Considera-se uma área de serviço composta de nove células omnidirecionais. Adota-se o modelo Okumura-Hata para predição da perda de propagação. Dados: frequência de 850 MHz, altura do móvel de 3 metros, ganho das antenas de 0 dBi e limiar de recepção de -100 dBm, estimam-se os raios das células por meio da Equação (4.56). Dados de transmissão das ERBs e os parâmetros  $(a, b)$  do modelo Okumura-Hata são mostrados na Tabela 6.8.

Para a construção dos diagramas de Voronoi representativos da cobertura da rede considerada, os raios das células representam os pesos das ERBs e as margens do diagrama, que representam as fronteiras entre células, são arcos circulares definidos pelas coordenadas

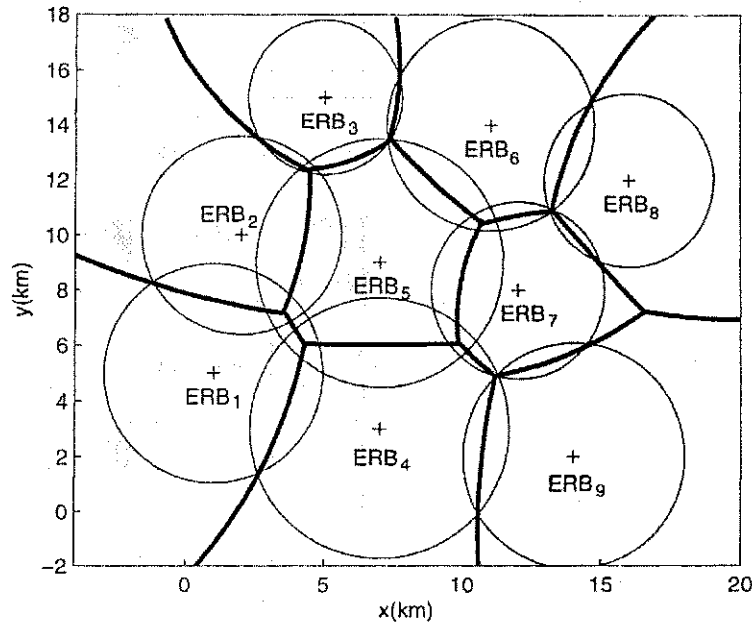


Figura 6.13: Diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente, representativo da rede móvel celular, mostrado em linhas grossas, superposto ao mapa da localidade. Os raios das circunferências representam os pesos das ERBs.

do centro e pelo raio que, por sua vez, são calculados em função das relações de distâncias obtidas da Equação (5.1) e mostradas na Tabela 6.9. As relações de distâncias  $w_{ij}$  mostradas na Tabela 6.9 são usadas para calcular as margens  $E_{ij}$

$$w_{ij} \longrightarrow E_{ij}.$$

A Figura 6.14 mostra os diagramas de Voronoi com ponderação multiplicativa de ordens 1 e 2, e a Figura 6.15 mostra os diagramas de ordens 1, 2 e 3, representando a área de serviço considerada incluindo os seguintes nós de demanda: um centro de compras (A), um aeroporto (B), uma rodovia (C), um centro financeiro (D) e uma linha de metrô de superfície (E).

Com base nesses diagramas pode-se fazer a seguinte análise:

1. O diagrama de Voronoi de segunda ordem da Figura 6.14 mostra que a região  $V(1, 5)$  representa a área de interseção das ERBs 1 e 5. Esta região é muito pequena em

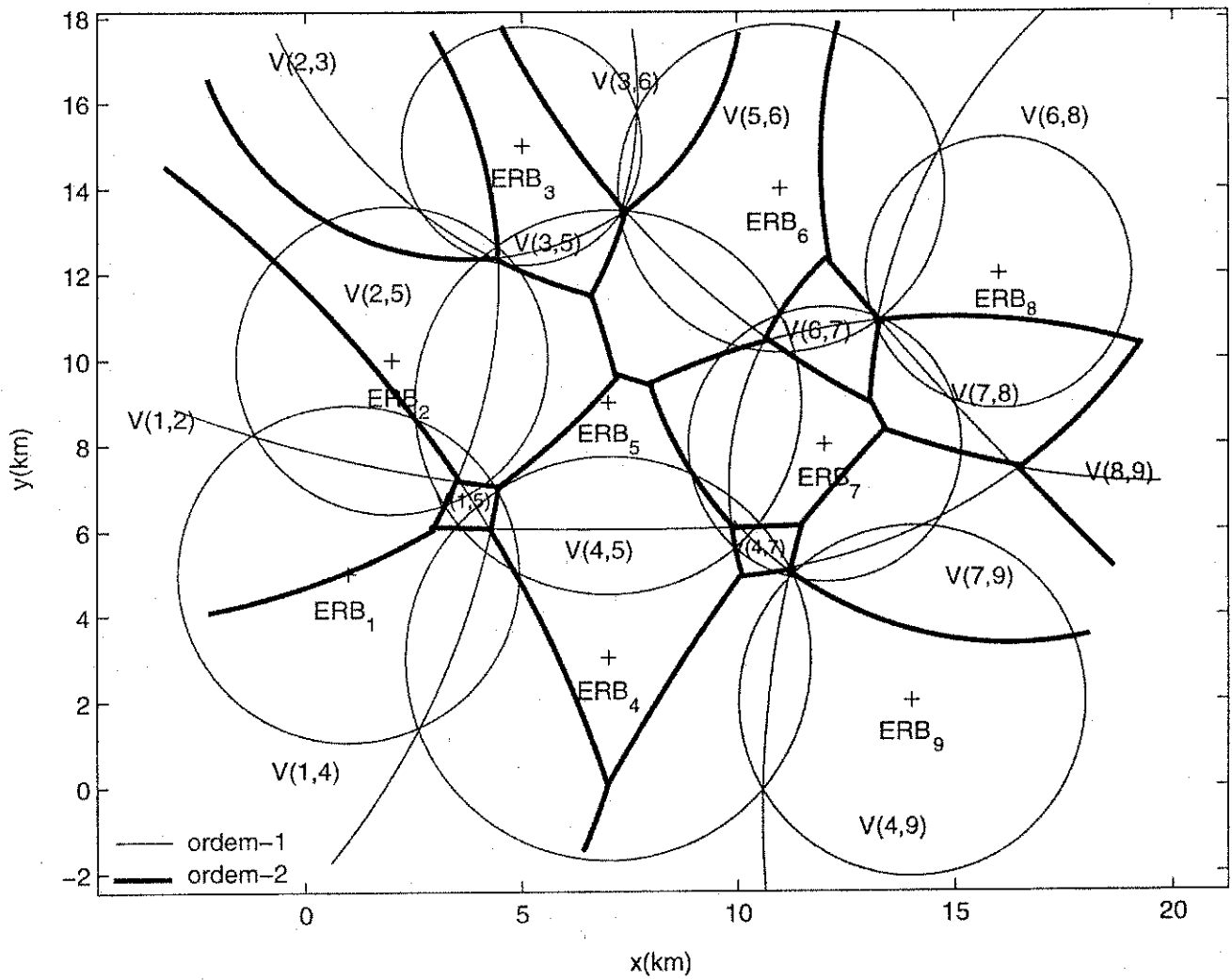


Figura 6.14: Diagramas de ordens 1 e 2 com ponderação multiplicativa representando uma área de serviço com nove ERBs.



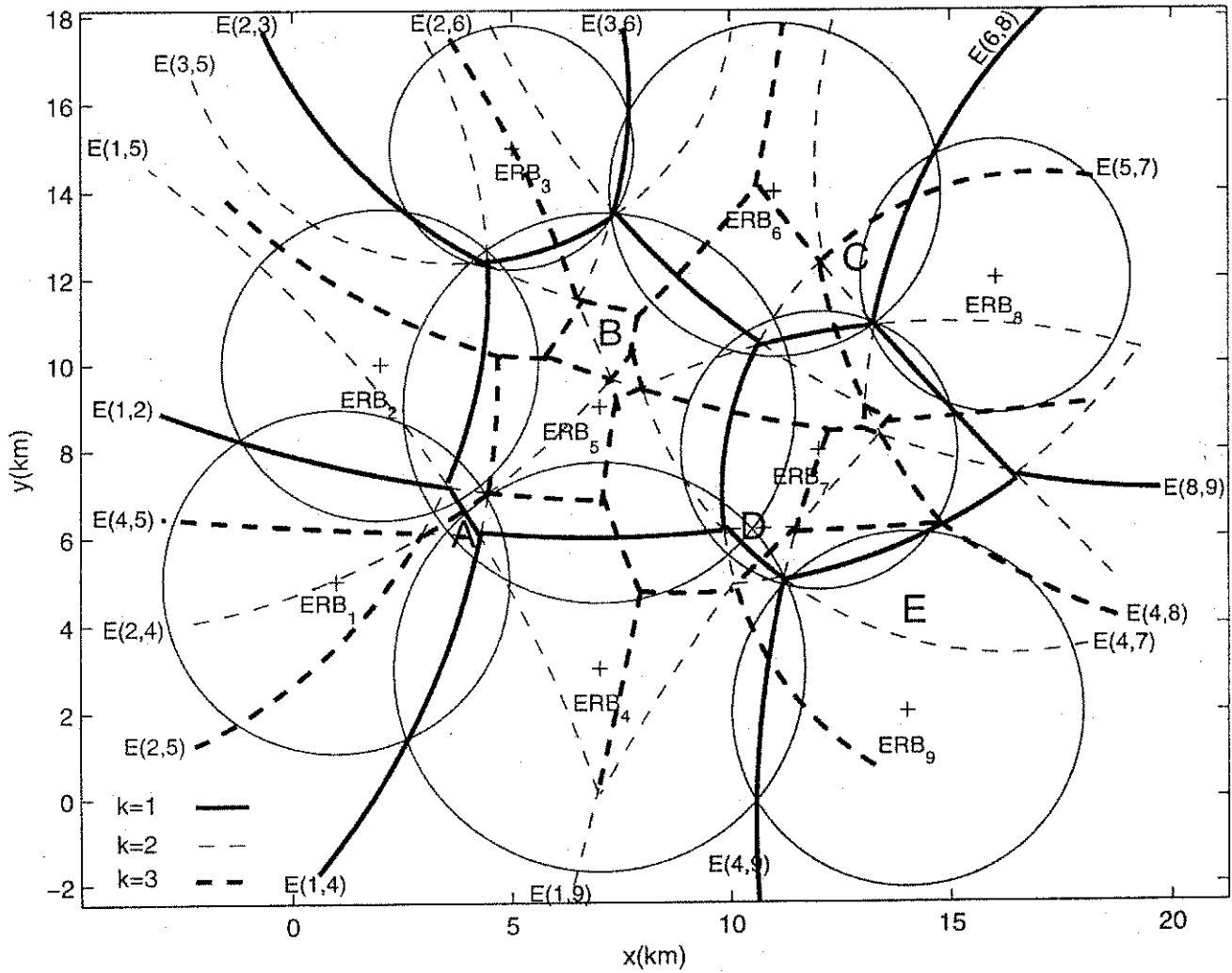


Figura 6.15: Diagramas de ordens 1, 2 e 3 com ponderação multiplicativa representando uma área de serviço com nove ERBs.

relação às regiões vizinhas  $V(1, 2)$  e  $V(1, 4)$ . Isto significa que: Seja  $\text{prob}(B_i \cap B_j)$  a probabilidade de *handoff* entre as ERBs  $i$  e  $j$ . Supondo uma distribuição uniforme de usuários na região de cobertura, pode-se afirmar que

$$\text{prob}(B_1 \cap B_2) > \text{prob}(B_1 \cap B_5);$$

$$\text{prob}(B_1 \cap B_4) > \text{prob}(B_1 \cap B_5).$$

2. O mesmo diagrama mostra que uma chamada vinda de (A), atendida pela ERB 1 ou 5 tem alta probabilidade de *handoff* com as ERBs 2 e 4. Como a região de (A) é pequena, a taxa de *handoff* entre as ERBs 1, 2, 4 e 5 torna-se muito susceptível à velocidade do móvel pois qualquer deslocamento da EM em (A) pode transferir a chamada para outra célula. A existência de uma rodovia, avenida sem semáforos ou metrô, por exemplo, em (A), exigiria planejamento específico de *handoff*.
3. Analisando as Figuras 6.12 e 6.15, observa-se que o nó de demanda (C) está mais próximo das ERBs 6, 8 e 7, nesta seqüência. Uma chamada originada em (C) é atendida pelas ERBs 6, 8 ou 7, nesta seqüência, segundo a regra

se  $\text{ERB}_6(\text{canal disponível}) = \text{VERDADEIRO}$  então

se  $\text{ERB}_6(\text{fator de carga} < \delta)$  então conexão = VERDADEIRO,

senão

se  $\text{ERB}_8(\text{canal disponível}) = \text{VERDADEIRO}$  então

se  $\text{ERB}_8(\text{fator de carga} < \delta)$  então conexão = VERDADEIRO,

senão

se  $\text{ERB}_7(\text{canal disponível}) = \text{VERDADEIRO}$  então

se  $\text{ERB}_7(\text{fator de carga} < \delta)$  então conexão = VERDADEIRO,

senão conexão = FALSO.

em que  $\delta$  equivale a um fator de carga limite.

ERB	Posição (km)	Potência (dBm)	Altura da antena (m)	Raio da célula (km)	Parâmetros Okumura-Hata
1	(1,5)	37,7	59	3,944	$a_1=117,90$ $b_1=33,30$
2	(2,10)	37,0	55	3,605	$a_2=118,34$ $b_2=33,50$
3	(5,15)	32,0	65	2,779	$a_3=117,33$ $b_3=33,02$
4	(7,3)	40,0	61	4,687	$a_4=117,72$ $b_4=33,20$
5	(7,9)	40,0	56	4,474	$a_5=118,23$ $b_5=33,44$
6	(11,14)	37,0	60	3,774	$a_6=117,81$ $b_6=33,25$
7	(12,8)	35,0	55	3,142	$a_7=118,34$ $b_7=33,50$
8	(16,12)	35,5	48	3,045	$a_8=119,14$ $b_8=33,88$
9	(14,2)	38,9	52	3,980	$a_9=118,66$ $b_9=33,66$

Tabela 6.8: Dados das ERBs e dos parâmetros Okumura-Hata.

Margem	Centro (km)	Raio (km)	Relação de distâncias
$E(1, 2)$	(7,1;35,4)	28,348	1,093
$E(1, 4)$	(-13,5;9,8)	18,222	0,841
$E(1, 5)$	(-19,9;-8,9)	28,516	0,881
$E(1, 9)$	(-698,0;166,0)	724,100	0,990
$E(2, 3)$	(9,4;22,3)	11,076	1,297
$E(2, 4)$	(-5,2;20,1)	16,199	0,769
$E(2, 5)$	(-7,3;11,8)	11,716	0,805
$E(2, 6)$	(-92,0;-31,8)	107,716	0,955
$E(3, 5)$	(3,7;18,7)	6,396	0,621
$E(3, 6)$	(-2,1;16,2)	9,786	0,736
$E(4, 5)$	(7,0;70,4)	64,394	1,047
$E(4, 7)$	(16,0;12,0)	8,608	1,491
$E(4, 8)$	(22,6;18,6)	14,310	1,539
$E(4, 9)$	(32,1;-0,6)	21,532	1,177
$E(5, 6)$	(20,9;26,3)	18,718	1,185
$E(5, 7)$	(16,9;7,0)	7,066	1,423
$E(6, 7)$	(18,8;26,1)	18,717	1,201
$E(6, 8)$	(25,3;8,2)	12,460	1,239
$E(7, 8)$	(18,8;26,1)	18,717	1,031
$E(7, 9)$	(18,8;26,1)	18,717	0,789
$E(8, 9)$	(18,8;26,1)	18,717	0,765

Tabela 6.9: Margens do diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente, representativo das fronteiras das células da rede considerada. Cada margem é descrita pelo centro, raio e relação de distâncias.

# Capítulo 7

## Conclusões

O diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente, de ordem- $k$ , truncado, direcional e dinâmico, é apropriado para representar as células de uma rede móvel celular, visto representar as principais características desta rede, como cobertura, relações de vizinhança, interferência e *handoff* (PORTELA; ALENCAR, 2003). A seguir, descrevem-se as características da rede móvel celular representadas por meio dos diagramas de Voronoi.

1. Cobertura — A proximidade entre ERB e EM é baseada na potência recebida pelo móvel no enlace de descida. A célula tem dimensão limitada pela queda de potência do sinal de rádio com a distância. A inclusão e exclusão de elementos da rede torna o diagrama dinâmico. A cobertura da célula é estimada por método preditivo e estatístico;
2. Planejamento de tráfego — Operações de tráfego, como bloqueio, exclusão, *handoff* e respiração da célula, têm relação direta com as relações de proximidade providas pelos diagramas de Voronoi de ordem- $k$ . Assim, esses diagramas podem auxiliar no planejamento dessas ações considerando a proximidade entre ERBs e a presença de determinado nó de demanda de tráfego em determinado local da célula;
3. Planejamento espacial real — A superposição do diagrama de Voronoi com o mapa da localidade em que se encontra a rede prevê a possibilidade de planejamento espacial

real. A topologia hexagonal não fornece essa possibilidade. Por exemplo, a existência de uma rua longa, ladeada de edifícios, pela qual trafegam veículos com velocidade alta, tanto influi no modelo de predição da perda de propagação (GREEN, 1991) como na taxa de *handoff* (LIZEE; FAPOJUWO, 2001);

4. Reuso de frequência — O reuso de frequência é limitado pela interferência co-canal que, por sua vez, depende da distância entre ERBs. Assim, a superposição do diagrama de Voronoi da rede com o mapa da localidade proporciona a previsão do reuso de frequência, utilizando a distância euclidiana, como boa aproximação da distância geodésica, entre ERBs, ao passo que a topologia hexagonal usa uma distância genérica e igual para todas as células;
5. Alocação de canais — É planejada levando em conta a proximidade entre ERBs e entre ERBs e nós de demanda importantes da rede. Isto torna possível prever a ocorrência de interferência co-canal e adotar um esquema de alocação de canais que diminua a probabilidade de exclusão e otimize a capacidade, visto que, à medida que aumenta o número de células por *cluster* diminui o número de canais por célula.

O peso atribuído a cada ERB expressa a capacidade de cobertura da ERB em relação às ERBs vizinhas. Considerando duas ERBs adjacentes com pesos  $w_i$  e  $w_j$ , quanto maior a relação

$$w_{ij} = \frac{w_i}{w_j},$$

maior a cobertura da ERB<sub>*i*</sub>. Conclui-se que a cobertura relativa entre ERBs adjacentes, cresce com o valor de  $w_{ij}$ . O peso da ERB, no diagrama de Voronoi, determina a dimensão da célula (região de Voronoi) (PORTELA; ALENCAR, 2004a). Este diagrama contempla ainda a representação da célula setorizada e da célula guarda-chuva e micro-célula em sistemas de células hierárquicas. A Figura 5.3 mostra uma família de curvas (margens) para vários valores de pesos. O caso em que  $w_1 = 6,3021$  e  $w_2 = 1$  representa a cobertura de células hierárquicas em que  $w_1 \gg w_2$ . A região de Voronoi de  $c_1$  circunda a de  $c_2$ .

## 7.1 Contribuições

A presente tese provê as seguintes contribuições

1. Identificação do diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente como sendo aquele que representa a fronteira entre células da rede móvel celular — Trabalhos anteriores, como o de Tchoumatchenko (TCHOUMATCHENKO, 1999), Baert (BAERT; SEMÉ, 2004), Bacceli (BACCELI; ZUYEV, 1996) e outros, apresentam as fronteiras entre duas ERBs adjacentes como sendo linhas retas. Isto só acontece no caso em que o ambiente de propagação é o mesmo para as duas ERBs, as potências de transmissão são iguais e as alturas das antenas das ERBs são iguais. No diagrama de Voronoi correspondente as ERBs têm pesos iguais. Em casos reais, os pesos são normalmente diferentes e as fronteiras entre ERBs são arcos circulares. De fato, o diagrama de Voronoi generalizado, margens retilíneas, é um caso particular do ponderado multiplicativamente, em que todos os pesos são iguais;
2. Identificação do Contorno de exclusão como sendo a borda de um diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente — O estudo da interferência entre estações base próximas é importante para a elaboração dos esquemas de alocação de canais e reuso de frequência. Com base na relação sinal-interferência (SIR), o sistema executa a alocação de canais com o objetivo de aumentar a capacidade da ERB e evitar canais com interferência acima de um limite aceitável. Os estudos sobre interferência identificam a proximidade entre ERBs como um dos fatores que influenciam a intensidade da interferência. O diagrama de Voronoi particiona o espaço entre ERBs e possibilita a análise espacial que leva à obtenção do contorno de exclusão de uma ERB (PORTELA; ALENCAR, 2004b). Esse contorno define o lugar geométrico em que a ERB está livre de interferência. No modelo de duas ERBs vizinhas idealizado por Yacoub (YACOUB, 1993), o lugar geométrico em que se verifica a relação  $p_1/p_2 = m$  é uma circunferência, em que  $p_i$  é a potência recebida pelo móvel transmitida pela  $i$ -ésima ERB e  $m$  é uma constante real. Esse modelo considera iguais as potências

de transmissão das ERBs.

Nesta tese, o modelo de Yacoub é estendido para quaisquer valores de potência e altura das antenas das ERBs. O mesmo lugar geométrico do modelo de Yacoub é obtido, porém sem a restrição original (ERBs com mesma potência). Além disso, identificou-se que esse lugar geométrico é, de fato, uma margem do diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente;

3. Definição do diagrama dos contornos de exclusão das células — Considerando todos os contornos de exclusão em cada célula de um *cluster* obtém-se um diagrama não relacionado na literatura científica. Neste trabalho atribui-se a esse diagrama o nome de diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente de pares independentes, por se tratar de um diagrama em que as margens são obtidas tomando os *site points* aos pares e que tais margens não dependem de margens obtidas de pares tomados anterior ou posteriormente. Para cada par de *site points* obtém-se uma margem;
4. Alocação de canais baseada na relação de proximidade entre ERBs — Os diagramas de Voronoi possibilitam a elaboração de esquema de alocação de canais considerando a relação de proximidade entre ERBs. Utiliza-se o problema do ponto mais próximo para determinar a cobertura de uma célula (PORTELA; ALENCAR, 2004a) e o problema do ponto mais distante para identificar o grupo de canais que deve ser alocado a uma ERB temporária (PORTELA; ALENCAR, 2005b);
5. Cálculo dos pesos atribuídos a cada ERB do diagrama de Voronoi — O diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente foi identificado como sendo apropriado para representar a rede celular. O cálculo do peso de cada *site point* que representa uma ERB foi feito por meio da estimação do raio da célula. Considerando a fronteira média de uma célula omnidirecional como sendo uma circunferência, verifica-se que a interseção de duas células omnidirecionais adjacentes produz um terceiro círculo (o círculo de Apolônio) cuja circunferência corresponde ao lugar geométrico da relação  $p_1/p_2 = m$  do modelo de Yacoub (mostrado na Figura 5.1). Faz-se  $m = 1$



e obtém-se o lugar geométrico da fronteira entre as duas células. Esta fronteira é a circunferência do círculo de Apolônio descrito pelo raio e coordenadas do centro obtidos das Equações (5.5), (5.6) e (5.7). Ao longo dessa circunferência verifica-se a relação  $d_1/d_2 = W$ , em que  $W$  é uma constante do diagrama de Voronoi denominada relação de distâncias e  $W = w_1/w_2$ . Como as três circunferências envolvidas (célula 1, célula 2 e circunferência de Apolônio) se interceptam, a relação de distâncias é também igual a  $r_1/r_2$ . Conclui-se que  $W = r_1/r_2$  e por fim  $w = r$ . O peso da ERB equivale ao raio da célula que, por sua vez, é estimado pelo método estatístico descrito na seção 4.5.1 e pelo método preditivo descrito na seção 4.5.2;

6. Obtenção da margem resultante da interseção de duas margens no diagrama de Voronoi ponderado multiplicativamente — D. T. Lee demonstrou, em (LEE, 1982), a operação  $E(i, j) \oplus E(j, p) = E(i, p)$  entre margens concorrentes, para o diagrama generalizado no plano: a margem resultante  $E(i, p)$  é a bissetriz do prolongamento das outras margens  $E(i, j)$  e  $E(j, p)$ . Aplicando essa operação para o caso em que as margens concorrentes são arcos circulares, verificou-se neste trabalho que a margem resultante é a circunferência do círculo de Apolônio descrito no Apêndice A;
7. Estudos de tráfego espacial — O diagrama de Voronoi ordenado de ordem- $k$  fornece informações úteis à modelagem de tráfego espacial da rede celular, uma vez que operações de tráfego, como *handoff* e respiração da célula, dependem da posição, velocidade e direção de deslocamento da estação móvel;
8. Os estudos na área de processamento de sinais, modelagem de canal e projeto de receptores ótimos utilizam os diagramas de Voronoi como diagrama de constelações ao passo que este trabalho utiliza o diagrama de Voronoi como ferramenta de planejamento, aplicando suas propriedades às características morfológicas, geométricas e de propagação da rede celular.

## 7.2 Trabalhos Futuros

1. Utilizar as relações de proximidade obtidas do diagrama de Voronoi ordenado de ordem- $k$  na modelagem espacial do tráfego na rede celular e na elaboração e avaliação de esquemas de execução de *handoff*;
2. Otimizar a cobertura em função da respiração da célula. Em determinado período  $T$ , a célula  $\phi_i$  está com tráfego  $\tau_i^{(T)}$ . Reduzindo a potência de transmissão de  $p$  para  $p - \Delta p$ , sua cobertura é reduzida de  $\Phi$  para  $\Phi - \Delta\Phi$  e alguns móveis são passados por *handoff* para células vizinhas. O tráfego da  $i$ -ésima célula passa a ser então  $\tau_i^{(T+\Delta T)}$ . Seja  $g$  a função que descreve a variação do tráfego em função da cobertura. A função a ser otimizada é

$$\tau(T) = g(\Phi(p));$$

3. Utilizar outras métricas, em vez da distância, na definição da regra de proximidade, como, por exemplo, tráfego, relação sinal-ruído, taxa de erro de bit ou taxa de erro de quadro;
4. Comparar as técnicas desenvolvidas neste trabalho com as práticas adotadas nos padrões existentes.
5. As fórmulas do método estatístico descrito na seção 4.5.1 usam o coeficiente da perda de propagação  $\alpha$ , ao passo que este trabalho possibilitou a substituição de  $\alpha$  pelo parâmetro  $b$ , que é dependente do modelo de predição da perda de propagação. Verificar o impacto dessa substituição
  - Na estimação da cobertura;
  - Na representação do contorno de exclusão.

# Apêndice A

## O Círculo de Apolônio

A interseção de um cone com o plano resulta nas seguintes figuras geométricas: parábola, elipse, hipérbole e círculo. Estas são chamadas genericamente de cônicas. A partir do estudo das cônicas, define-se o Teorema de Apolônio (HARUKI; RASSIAS, 1996):

**Lema A.1** *Dados dois pontos  $c_1$  e  $c_2$  de coordenadas  $\langle x_i, y_i \rangle$ , e um ponto qualquer  $\mathbf{x} : \langle x, y \rangle$ , no espaço  $\mathbb{R}^2$ , o lugar geométrico da relação  $W = d_1/d_2, W > 0$ , é representado por:*

- *Uma reta se  $W = 1$ ;*
- *Uma circunferência se  $W \neq 1$ ,*

em que  $d_i$  é a distância  $d(\mathbf{x}, c_i)$ .

O lugar geométrico de  $W$  é mostrado graficamente na Figura A.1 e é obtido da seguinte forma: Sejam  $\langle x_1, y_1 \rangle, \langle x_2, y_2 \rangle$  as coordenadas dos pontos  $c_1$  e  $c_2$ , então a distância  $d_i$  entre um ponto qualquer  $\langle x, y \rangle$  e um dos pontos  $c_i$  é dada por

$$d_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}. \quad (\text{A.1})$$

A relação de distâncias  $W = d_1/d_2$  é então obtida

$$W^2 = \frac{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2}. \quad (\text{A.2})$$

Desenvolvendo os quadrados de (A.2) tem-se:

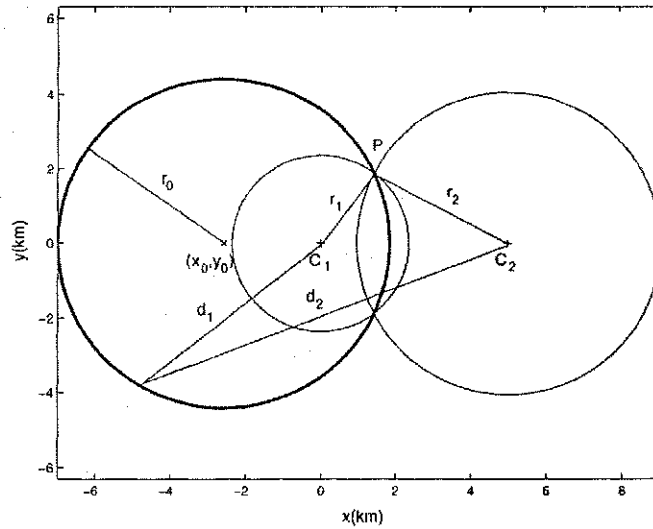


Figura A.1: O lugar geométrico da relação  $d_1/d_2$  é a circunferência do círculo de Apolônio mostrada em linha grossa.

$$x^2 - 2xx_1 + x_1^2 + y^2 - 2yy_1 + y_1^2 = W^2(x^2 - 2xx_2 + x_2^2 + y^2 - 2yy_2 + y_2^2)$$

$$x^2 + y^2 - W^2x^2 - W^2y^2 - 2xx_1 + W^22xx_2 - 2yy_1 + W^22yy_2 + x_1^2 + y_1^2 - W^2x_2^2 - W^2y_2^2 = 0$$

$$x^2(1 - W^2) + y^2(1 - W^2) + 2x(W^2x_2 - x_1) + 2y(W^2y_2 - y_1) + x_1^2 + y_1^2 - W^2x_2^2 - W^2y_2^2 = 0$$

Dividindo por  $(1 - W^2)$  tem-se

$$x^2 + y^2 + \frac{2x(W^2x_2 - x_1)}{1 - W^2} + \frac{2y(W^2y_2 - y_1)}{1 - W^2} + \frac{x_1^2 + y_1^2 - W^2x_2^2 - W^2y_2^2}{1 - W^2} = 0. \quad (\text{A.3})$$

A equação da circunferência tem a forma

$$x^2 + y^2 - 2xx_0 - 2yy_0 + x_0^2 + y_0^2 - r_0^2 = 0, \quad (\text{A.4})$$

em que  $(x_0, y_0)$  são as coordenadas do centro e  $r_0$  é o raio. Comparando (A.3) a (A.4) obtém-se

$$x_0 = \frac{x_2W^2 - x_1}{W^2 - 1}; \quad (\text{A.5})$$

$$y_0 = \frac{y_2W^2 - y_1}{W^2 - 1}; \quad (\text{A.6})$$

$$r_0 = \sqrt{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2) \frac{W^2}{(W^2 - 1)^2}}, \quad (\text{A.7})$$

ou, equivalentemente

$$r_0 = \frac{d_{12}W}{|W^2 - 1|} \quad (\text{A.8})$$

em que  $d_{12}$  é a distância  $\overline{c_1c_2}$

$$d_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \quad (\text{A.9})$$

## A.1 Extensão do Teorema de Apolônio

Dados dois círculos de raios  $r_1$  e  $r_2$ , o círculo de Apolônio<sup>1</sup> é o círculo de centro  $\langle x_0, y_0 \rangle$  e raio  $r_0$ , definidos pelas Equações (A.5), (A.6) e (A.8), cuja circunferência é o lugar geométrico da relação  $W = r_1/r_2$ .

---

<sup>1</sup>A literatura consultada apresenta diversas definições para círculo de Apolônio.

## Apêndice B

# Vértices do Diagrama de Voronoi com Ponderação Multiplicativa

Os vértices do diagrama de Voronoi no espaço bidimensional são os pontos de interseção de três margens

$$V_{i,j,p} = E(i,j) \cap E(j,p) \cap E(i,p). \quad (\text{B.1})$$

No diagrama com ponderação multiplicativa, cada margem é uma circunferência, então, o vértice é a interseção das circunferências  $E(i,j)$ ,  $E(j,p)$ ,  $E(i,p)$ . Sejam as circunferências  $C_i$ ,  $i = 1..3$  definidas pelas coordenadas do centro  $\langle x_i, y_i \rangle$  e pelo raio  $r_i$ , mostradas na Figura B.1.

### B.1 Solução Algébrica

A interseção expressa na Equação B.1 pode ser obtida igualando as margens aos pares

$$\begin{cases} E(i,j) \cap E(j,p) : (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 - r_1^2 = (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 - r_2^2 \\ E(i,j) \cap E(i,p) : (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 - r_1^2 = (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 - r_3^2 \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

O sistema de equações (B.2) tem seus termos quadráticos cancelados

$$\begin{cases} -2xx_1 + 2yy_1 + x_1^2 + y_1^2 - r_1^2 = -2xx_2 + 2yy_2 + x_2^2 + y_2^2 - r_2^2 \\ -2xx_1 + 2yy_1 + x_1^2 + y_1^2 - r_1^2 = -2xx_3 + 2yy_3 + x_3^2 + y_3^2 - r_3^2 \end{cases}$$

resultando no sistema

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{x_1^2 + y_1^2 - r_1^2 - r_2^2 - y_2^2 + r_2^2}{2} \\ \frac{x_1^2 + y_1^2 - r_1^2 - r_3^2 - y_3^2 + r_3^2}{2} \end{vmatrix} \quad (\text{B.3})$$

cuja solução  $\langle x, y \rangle$  pertence a uma reta chamada linha de potência ou linha radical. Este resultado provém do fato de que as Equações (B.2) são definidas pela regra de proximidade do diagrama de potência

$$d_1^2 - r_1^2 = d_2^2 - r_2^2 \quad (\text{B.4})$$

cujo lugar geométrico é a linha de potência, que contém os vértices, pontos de interseção entre as circunferências, mas não apenas estes. De fato, o sistema (B.3) é indeterminado.

## B.2 Solução Geométrica

A Figura B.1 mostra três circunferências que se interceptam em dois pontos que são os vértices

$$V_1 \equiv \langle x_{v1}, y_{v1} \rangle, \quad V_2 \equiv \langle x_{v2}, y_{v2} \rangle. \quad (\text{B.5})$$

Observa-se que os centros das circunferências são colineares.

Seja  $s$  a reta que contém os centros das circunferências. A inclinação de  $s$  é dada por

$$\alpha = \arctan\left(\frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}\right). \quad (\text{B.6})$$

Procedendo à rotação do eixo  $xy$  de um ângulo igual à inclinação da reta  $s$  obtêm-se as seguintes simplificações

1. As abcissas dos vértices são iguais

$$x_{v1} = x_{v2} = M; \quad (\text{B.7})$$

2. As ordenadas dos centros são iguais

$$y_1 = y_2 = y_3. \quad (\text{B.8})$$

A interseção de duas circunferências  $C_1 \cap C_2$  define a igualdade

$$x^2 + y^2 - 2xx_1 + 2yy_1 + x_1^2 + y_1^2 - r_1^2 = x^2 + y^2 - 2xx_2 + 2yy_2 + x_2^2 + y_2^2 - r_2^2, \quad (\text{B.9})$$

em que os termos quadráticos são eliminados, resultando

$$-2xx_1 + 2yy_1 + x_1^2 + y_1^2 - r_1^2 = -2xx_2 + 2yy_2 + x_2^2 + y_2^2 - r_2^2. \quad (\text{B.10})$$

Aplicando as simplificações em (B.11) e (B.8) a (B.10), obtém-se o valor de  $x = M$

$$M = \frac{x_2^2 - x_1^2 + r_1^2 - r_2^2}{2(x_2 - x_1)}. \quad (\text{B.11})$$

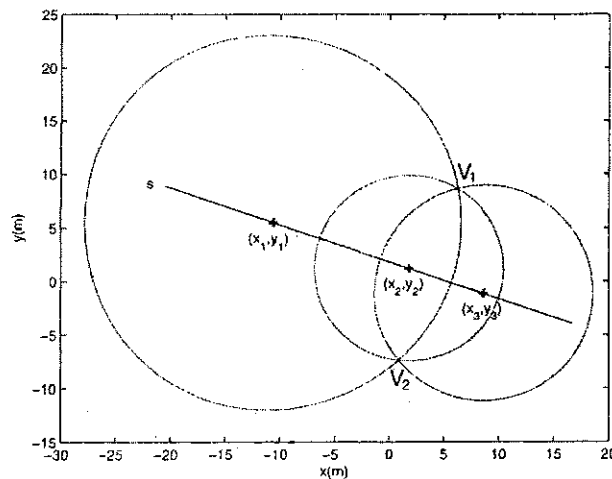


Figura B.1: Os vértices do diagrama com ponderação multiplicativa correspondem à interseção das três circunferências cujos centros são colineares.

### B.2.1 Rotação dos Eixos

A rotação dos eixos  $xy$  de um ângulo  $\alpha$  gera o sistema de eixos  $x'y'$  por meio da transformação

$$\begin{cases} x' = x \cos(\alpha) + y \sin(\alpha) \\ y' = x \sin(-\alpha) + y \cos(\alpha) \end{cases}$$

Esta rotação é mostrada na Figura B.2.



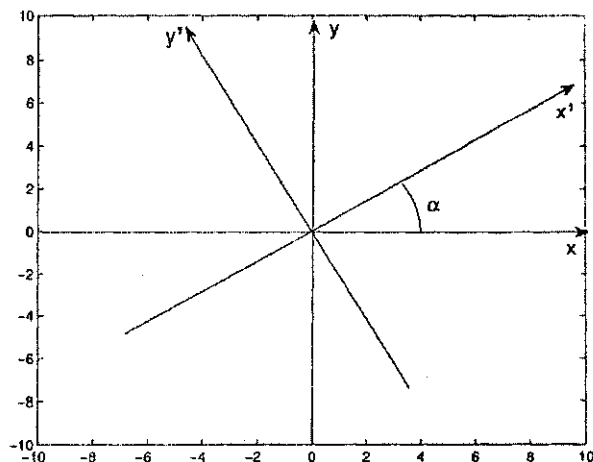


Figura B.2: Rotação de eixos de um ângulo  $\alpha$ .

Efetuada a rotação dos eixos  $xy$  para  $x'y'$ , os vértices passam a ter apenas uma abscissa  $x = M$ . Calcula-se  $M$  usando (B.11). Substituindo  $M$  na equação de qualquer das circunferências, acham-se os dois valores de ordenadas dos vértices

$$\begin{cases} y_{v1} = y_i + \sqrt{r_i^2 - M^2 + 2Mx_i - x_i^2} \\ y_{v2} = y_i - \sqrt{r_i^2 - M^2 + 2Mx_i - x_i^2} \end{cases} \quad (\text{B.12})$$

em que  $\langle x_i, y_i \rangle, r_i \equiv C_i$ . Os vértices são obtidos no sistema de eixos  $x'y'$

$$V_1 \equiv \langle M, y_{v1} \rangle, V_2 \equiv \langle M, y_{v2} \rangle. \quad (\text{B.13})$$

Para retornar aos eixos  $xy$ , usa-se a seguinte transformação

$$\begin{cases} x = x' \cos(\alpha) - y' \sin(\alpha) \\ y = x' \sin(\alpha) + y' \cos(\alpha) \end{cases} \quad (\text{B.14})$$

Convertendo  $V_1, V_2$  para o eixo  $xy$ , obtêm-se as coordenadas dos vértices

$$V_1 \equiv \begin{cases} x_{v1} = M \cos(\alpha) - y_{v1} \sin(\alpha) \\ y_{v1} = M \sin(\alpha) + y_{v1} \cos(\alpha) \end{cases} \quad (\text{B.15})$$

$$V_2 \equiv \begin{cases} x_{v2} = M \cos(\alpha) - y_{v2} \sin(\alpha) \\ y_{v2} = M \sin(\alpha) + y_{v2} \cos(\alpha) \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

## Apêndice C

# Algoritmo para Construção do Diagrama de Voronoi com Ponderação Multiplicativa

A construção do diagrama de Voronoi com ponderação multiplicativa pode ser automatizada. O algoritmo para a construção do diagrama de Voronoi de ordem-1 é descrito a seguir.

Dados de entrada:	$n$	Número de ERBs
	$\langle x_0, y_0 \rangle$	Posições das ERBs
	$P_t, G_t, h_t$	Potência, Ganho e Altura da antena da ERB
	$G_r, h_m$	Ganho e Altura da antena do móvel
	$a, b$	Parâmetros do modelo de predição
Dados de saída:	$E(i,j)$	Margens entre células
Passo 1:		Estimação do raio da célula, Equação (4.56)
Passo 2:		Cálculo das margens, Equações (5.5), (5.6) e (5.7)
Passo 3:		Cálculo dos vértices, Apêndice B
Passo 4:		Ligação dos vértices contíguos por meio de uma margem. A margem $E(i, j)$ liga os vértices $V_{i,j,p}$ e $V_{i,q,j}$
Passo 5:		Traçado das margens externas

Comentários:

- O número de ERBs e suas posições são definidos na etapa inicial do planejamento. Essa etapa envolve análise de mercado, concentração populacional, disponibilidade e custo de local para instalação de ERB e regulamentação vigente;
- A potência e a altura da antena da ERB dependem da cobertura estimada para atender determinada população;
- A altura da antena da EM é definida pelo modelo de propagação adotado;
- O Ganho da antena da EM é dado pelo fabricante da mesma. Para antena monopolo  $\lambda/4$ , considerando a presença do usuário, esse ganho aproxima-se de -2 dBd (TOFT-GARD; HORNSLETH; ANDERSEN, 1993);
- O cálculo das margens envolve determinar o centro e o raio da circunferência representativa da mesma;
- O raio da célula pode ser estimado por método estatístico (seção 4.5.1) e preditivo (seção 4.5.2);
- O diagrama de Voronoi consiste das margens que ligam um vértice a outro contíguo. No entanto, o diagrama cobre certa área de interesse. Por isso, as margens mais externas ligam um vértice a um ponto da linha que limita essa área.

# Apêndice D

## Publicações

- 1 PORTELA, J.; ALENCAR, M. Coverage prediction using Voronoi diagrams. *International Information and Telecommunication Technologies Symposium (I2TS 2003)*, Florianópolis-SC, BR, Nov. 2003.
- 2 PORTELA, J.; ALENCAR, M. The mobile cellular network as a set of Voronoi diagrams. *XXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT 2004)*, Belém-PA, BR, 6-9 Set. 2004.
- 3 PORTELA, J.; ALENCAR, M. Outage contour using a Voronoi diagram. *Wireless Communication and Networking Conference, (WCNC'04)*, Atlanta-GA, USA, 21-26 Mar. 2004.
- 4 PORTELA, J.; ALENCAR, M. Spatial analysis of the overlapping cell area using Voronoi diagrams. *International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC'05)*, Brasília-DF, BR, 25-28 July 2005.
- 5 PORTELA, J.; ALENCAR, M. Allocating channels to a temporary base station. *XXII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT 2005)*, Campinas-SP, BR, 6-9 Set. 2005.
- 6 PORTELA, J.; ALENCAR, M. Cellular network as a multiplicatively weighted Voronoi diagram. *Consumer Communications and Network Conference (CCNC 2006)*, Las Vegas-NV, USA, 8-10 Jan. 2006.

- 7 PORTELA, J.; ALENCAR, M. Surveillance area as a multiplicatively weighted Voronoi diagram. *2006 IEEE Radar Conference*, Verona-NY, USA, Apr. 24-27, 2006.

# Bibliografia

ABE, T.; SENGOKU, M.; TAMURA, H.; SHINODA, S. Graph & network theory and cellular mobile communications. *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, v. 4, p. 2208 – 2211, May. 1993.

AGGAR, C. C. Towards systematic design of distance functions for data mining applications. *Proceedings of the 9th ACM International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, (SIGKDD 2003), p. 9 – 18. Disponível em: <<http://portal.acm.org/results.cfm>>. Acesso em: 10 jan. 2006.

AGRELL, E. Voronoi regions for binary linear block codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 42, n. 1, p. 310 – 316, Jan. 1996.

AICHHOLZER, O.; AURENHAMMER, F.; CHEN, D. Z.; LEE, D. T.; MUKHOPADHYAY, A.; PAPADOPOULOU, E. Voronoi diagrams for direction-sensitive distances. In: *Symposium on Computational Geometry*. [s.n.], 1997. p. 418–420. Disponível em: <[citeseer.ist.psu.edu/76044.html](http://citeseer.ist.psu.edu/76044.html)>. Acesso em: 16 abr. 2004.

AICHHOLZER, O.; AURENHAMMER, F.; CHEN, D.Z.; LEE, D. T.; MUKHOPADHYAY, A.; PAPADOPOULOU, E. Voronoi diagrams for direction-sensitive distances. *International Journal of Computational Geometry & Applications*, v. 9, p. 235–247, 1999.

ALENCAR, M. *Telefonia Celular Digital*: 1a. edição. São Paulo - Brasil: Editora Erica Ltda, 2004.

ALI, S. A set partitioning approach for cellular planning of mobile radio network. *IEEE International Conference on Communications, (ICC 2002)*, v. 2, p. 1028 – 1032, Apr. 28-May 2, 2002.

ALLAN, N. D. Pavimentações hiperbólicas espaciais. *XXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Belém-BR, Set. 2004.

ALT, H.; SCHWARZKOPF, O. The Voronoi diagram of curved objects. *Proceedings of the 11th ACM Symposium on Computational Geometry*, Vancouver, Canada, p. 89 – 97, June 1995.

ANNAMALAI, A.; TELLABURA, C.; BHARGAVA, V. K. Simple and accurate methods for outage analysis in cellular mobile radio systems – a unified approach. *IEEE Transactions on Communications*, COM-49, p. 306 – 316, Feb. 2001.

AURENHAMMER, F.; EDELSBRUNNER, H. An optimal algorithm for constructing the weighted Voronoi diagram in the plane. *Pattern Recognition*, v. 17, n. 2, p. 251 – 257, 1984.

AURENHAMMER, F. Power diagrams: properties, algorithms and applications. *SIAM Journal on Computing*, v. 16, p. 78 – 96, 1987.

AURENHAMMER, F. Voronoi diagrams - a survey of a fundamental geometric data structure. *ACM Computing Surveys*, v. 23, p. 345 – 405, 1991.

BACCELLI, F.; ZUYEV, S. Poisson-Voronoi spanning trees with application to the optimization of communications networks. 1996. Disponível em: <[citeseer.ist.psu.edu/article/](http://citeseer.ist.psu.edu/article/)>. Acesso em: 20 jan. 2005.

BACCELLI, F.; BLASZCZYSZYN, B. On a coverage process ranging from the Boolean model to the Poisson-Voronoi tessellation with applications to wireless communications. *Advance Applied Probability*, v. 33, p. 293 – 323, 2001. Disponível em: <[citeseer.ist.psu.edu/article/baccelli01coverage.html](http://citeseer.ist.psu.edu/article/baccelli01coverage.html)>. Acesso em: 20 jan. 2005.

BACCELLI, F.; TCHOUMATCHENKO, K.; ZUYEV, S. Markov paths on the Poisson-Delaunay graph with applications to routing in mobile networks. *Advances in Applied Probability*, v. 32, n. 1, p. 1 – 18, 2000.

BAERT, A.-E; SEMÉ, D. Voronoi mobile cellular networks: Topological properties. *3rd International Symposium on Parallel and Distributed Computing*, (ISPD 2004), 5-7 July 2004. Disponível em: <<http://dblp.uni-trier.de>>. Acesso em: 11 abr. 2005.

BAND, I.; CRUICKSHANK, D.; MULGREW, B. The nearest neighbour receiver for the downlink of a DS-CDMA system. *Proceedings of the IEEE 5th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, v. 3, p. 893 – 897, 2-4 Sept. 1998.

BARCLEY, Les W. (Editor); HALL, M. P. M (Editor); HEWITT, M. T. (Editor) *Propagation of Radiowaves*: Hardcover edition, London - UK: IEE, 1996.

BOOTS, B.; SOUTH, R. Modeling retail trade areas using higher-order multiplicatively weighted Voronoi diagrams. *Journal of Retailing*, v. 73, n. 4, p. 519 – 536, 1997.

BOSE, N.; GARGA, A. Neural network design using Voronoi diagrams. *IEEE Transactions on Neural Networks*, v. 4, n. 5, p. 778 – 787, Sept. 1993.

CHEW, L. P.; DOR, D.; EFRAT, A.; KEDEM, K. Geometric pattern matching in d-dimensional space. *Proceedings of the European Symposium on Algorithms*, p. 264 – 279, 1995. Disponível em: <[citeseer.lcs.mit.edu/242164.html](http://citeseer.lcs.mit.edu/242164.html)>. Acesso em: 11 dez. 2004.

CHOU, J. Voronoi diagrams for planar shapes. *Computer Graphics and Applications, IEEE*, v. 15, n. 2, p. 52-59, Mar. 1995.

CHRISTENSEN, E.; PAULSEN, S. Improved coverage and interference predictions using line-of-sight detection and correction. *IEEE 46th Vehicular Technology Conference*, v. 3, p. 1638 – 1642, 28 Apr. - 01 May 1996.

COOK, C. Optimum deployment of communications relays in an interference environment. *IEEE Transactions on Communications*, COM-28, n. 9, Sept. 1980.



CORRE, Y.; LOSTANLEN, Y.; HELLOCO, Y. L. A new approach for radio propagation modeling in urban environment: knife-edge diffraction combined with 2D ray-tracing. *IEEE 55th Vehicular Technology Conference, (VTC'02)*, v. 1, p. 507 – 511, May 2002.

COST-231. *European cooperation in the field of scientific and technical research – Final Report*. 1999.

DEER, P.; EKLUND, P.; NORMAN, B. A Mahalanobis distance fuzzy classifier. *Conference on Intelligent Information Systems, Australian and New Zealand*, p. 220 – 223, Nov. 1996.

FABBRI, R.; ESTROZI, L. F; COSTA, L. F. On Voronoi diagrams and medial Axes. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, v. 17, n. 1, p. 27 – 40, July 2002. Disponível em: <[citeseer.csail.mit.edu/fabbri02voronoi.html](http://citeseer.csail.mit.edu/fabbri02voronoi.html)>. Acesso em: 30 maio 2005.

FAN, G.; ZHANG, J. A novel geometric diagram and its applications in wireless networks. *Twenty-third Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies, (INFOCOM 2004)*, v. 1, p. 681, 2004.

FARUQUE, S.; MARAGOUDAKIS, M. A cost-effective PCS deployment methodology. *Universal Personal Communications. Record. Fourth IEEE International Conference on*, p. 868 – 872, 1995.

FORTUNE, S. J. A sweepline algorithm for Voronoi diagrams. *Algorithmica*, v. 2, n. 2, p. 153 – 174, 1987.

GREEN, M. H. E. Microcellular propagation measurements in an urban environment. *IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, p. 324 – 328, Sept. 1991.

GUEDES, L. G. de; YACOUB, M. D. Overlapping cell area in different fading conditions. *45th Vehicular Technology Conference*, v. 1, p. 380 – 383, July 1995.

HAR, D.; WATSON, A.; CHADNEY, A. Comment on diffraction loss of rooftop-to-street in COST-231-Walfisch-Ikegami model. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 48, n. 5, p. 1451 - 1452, Sept. 1999.

HARUKI, H.; RASSIAS, T. M. A new characteristic of Möbius transformations by use of Apollonius points of triangles. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, v. 197, n. 1, p. 14 - 22, Jan. 1996.

HATA, M. Empirical formula for propagation loss in land-mobile radio services. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 29, p. 317 - 325, 1980.

HATA, M. Propagation loss prediction models for land mobile communications. *Proceedings of the International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology*, v. 2, p. 15 - 18, 1998.

HELD, M.; WILLIAMSON, R. Creating electrical distribution boundaries using computational geometry. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 3, p. 1342 - 1347, Aug. 2004.

HOFF, K.; CULVER, T.; KEYSER, J.; LIN, M.C.; MANOCHA, D. Interactive motion planning using hardware-accelerated computation of generalized Voronoi diagrams. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, (ICRA'00)*, v. 3, p. 2931 - 2937, 24-28 Apr. 2000.

HUANG, D. Using Delaunay triangulation to construct obstacle detour mobility model. *Wireless Communications and Networking Conference, 2005 IEEE, (WCNC 2005)*, v. 3, p. 1644 - 1649, 13-17 March 2005.

IEEE Standard. *Definitions of Navigation Aid Terms*: IEEE Std 172-1983.

IKEGAMI, F.; TAKEUCHI, T.; YOSHIDA, S. Theoretical prediction of mean field strength for urban mobile radio. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 39, n. 3, p. 299 - 302, Mar. 1991.

JALALI, A. On cell breathing in CDMA networks. *IEEE International Conference on Communications*, (ICC'98), v. 2, p. 985 – 988, June 1998.

JONES, B.; SKELLERN, D. Outage contours and cell size distributions in cellular and microcellular networks. *IEEE 45th Vehicular Technology Conference*, v. 1, p. 145 – 149, July 1995.

KAMINURA, R.; UCHIDA, O. Greedy network-growing by Minkowski distance functions. *Proceedings of the IEEE International Joint Conference on Neural Networks*, v. 4, p. 2837 – 2842, July 2004.

KATO, N.; SUZUKI, M.; OMACHI, S.; ASO, H.; NEMOTO, Y. A handwritten character recognition system using directional element feature and asymmetric Mahalanobis distance. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 21, n. 3, p. 258 – 262, Mar. 1999.

KENDALL, W. S.; BARNDORFF-NIELSON, O.; LIESHOUT, M. C. V. *Current Trends in Stochastic Geometry: Likelihood and Computation*. [S.l.]: Boca Raton, FL: CRC Press, 1998.

KLEIN, R.; WOOD, D. Voronoi diagrams based on general metrics in the plane. *Springer-Verlag Lecture Notes in Computer Science*, p. 281 – 291, 1988.

KNORR, E.; NG, R. Finding aggregate proximity relationships and commonalities in spatial data mining. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, v. 8, n. 6, p. 884 – 897, 1996.

KOKARE, M.; CHATTERJI, B.; BISWAS, P. Comparison of similarity metrics for texture image retrieval. *Conference on Convergent Technologies for Asia-Pacific Region*, (TEN-CON 2003), v. 2, p. 571 – 575, 15-17 Oct. 2003.

KÜRNER, T. *Propagation models for macro-cells: COST-231 final report*. Brussels – Belgium: European Cooperation in the field of Scientific and Technical Research, 1999.

KWAN HO LIN; BAOFENG GUO; KIN-MAN LAM; WAN-CHI SIU. Human face recognition using a spatially weighted modified Hausdorff distance. *Proceedings of the International Symposium on Intelligent Multimedia, Video and Speech Processing*, p. 477 - 480, May 2001.

LEE, D.-T. On k-nearest neighbor Voronoi diagrams in the plane. *IEEE Transactions on Computers*, C-31, n. 6, p. 478 - 487, June 1982.

LEE, W. C. Y. *Mobile Cellular Telecommunications Systems*: New York - Estados Unidos: Editora McGraw-Hill, 1990.

LEE, W. C. Y. Lee's model [cellular radio path loss prediction]. *Vehicular Technology Conference, IEEE 42nd*, v. 1, p. 343 - 348, 1992.

LEONARDO, E. *Métodos estatísticos para a determinação da área de cobertura de células e micro-células em sistemas de rádio móvel*. Universidade Estadual de Campinas, São Paulo-BR: [s.n.], 1992. Dissertação de mestrado.

LEONARDO, E.; YACOUB, M. Métodos estatísticos para a determinação da área de cobertura de uma célula em um sistema rádio móvel. *X Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Brasília-BR, 1992.

LINDE, Y.; BUZO, A.; GRAY, R. An algorithm for vector quantizer design. *IEEE Transactions on Communications*, v. 28, n. 1, p. 84 - 95, 1980.

LIZEE, G.; FAPOJUWO, A. Highway traffic models for wireless networks. *IEEE 53rd Vehicular Technology Conference, (VTC 2001)*, v. 4, p. 2766 - 2770, 6-9 May 2001.

LÖW, K. Comparison of urban propagation models with CW-measurements. *Proceedings of the Vehicular Technology Conference, (VTC'92)*, p. 936 - 942, 1992.

MACIEL, L.; BERTONI, H.; XIA, H. Unified approach to prediction of propagation over buildings for all ranges of base station antenna height. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 42, n. 1, p. 41 - 45, Feb. 1993.

MADEIRO, F. Projeto e avaliação de dicionários para quantização de voz e imagem. Tese de Doutorado — UFPB, 2001.

MALIK, J.; BELONGIE, S.; SHI, J.; LEUNG, T. Textons, contours and regions: cue integration in image segmentation. *Proceedings of the 7th IEEE International Conference on Computer Vision*, v. 2, p. 918 – 925, 20-27 Sept. 1999.

MEGUERDICHIAN, S.; KOUSHANFAR, F.; POTKONJAK, M.; SRIVASTAVA, M.B. Coverage problems in wireless ad-hoc sensor networks. *Proceedings of the 20th Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies*, (INFOCOM 2001), v. 3, p. 1380 – 1387, 22-26 Apr. 2001.

MENG, A.-C.; BROOKS, G. S.; VERMEER, P. J. The weighted Voronoi diagram and its applications in least-risk motion planning. *Proceedings of the Eighth Annual International Phoenix Conference on Computers and Communications*, p. 562 – 566, Mar. 1989.

MOLINA, A.; ATHANASIADOU, G.; NIX, A. The automatic location of base-stations for optimised cellular coverage: a new combinatorial approach. *IEEE 49th Vehicular Technology Conference, 1999*, v. 1, p. 606 – 610, 16-20 May 1999.

NESKOVIC, A.; NESKOVIC, N.; PAUNOVIC, G. Modern Approaches in Modeling Mobile Radio Systems Propagation Environment *IEEE Communications Surveys*. Disponível em: <<http://www.comsoc.org/pubs/surveys>>. Acesso em: 14 fev. 2006.

OH, S.-H.; TCHA, D.-W. Prioritized channel assignment in a cellular radio networks. *IEEE Transactions on Communications*, v. 40, p. 1259 – 1269, 1992.

OKUMURA, Y.; OHMORI, E.; KAWANO, T.; FUKUDA, K. Field strength and its variability in VHF and UHF land mobile service. *Rev. Elec. Commun. Lab.*, v. 15, p. 825 – 873, Mar. 1968.

PÄTZOLD, M. *Mobile Fading Channels: Modelling, Analysis, & Simulation*. England: John Wiley & sons, 2002.

PORTELA, J.; ALENCAR, M. Coverage prediction using Voronoi diagrams. *International Information and Telecommunication Technologies Symposium, (I2TS 2003)*, Florianópolis-BR, Nov. 2003.

PORTELA, J.; ALENCAR, M. The mobile cellular network as a set of Voronoi diagrams. *XXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Belém-BR, 6-9 Set. 2004a.

PORTELA, J.; ALENCAR, M. Outage contour using a Voronoi diagram. *Wireless Communication and Networking Conference, (WCNC'04)*, Atlanta-GA, 21-26 Mar. 2004b.

PORTELA, J.; ALENCAR, M. Spatial analysis of the overlapping cell area using Voronoi diagrams. *International Microwave and Optoelectronics Conference, (IMOC'05)*, Brasília-BR, 25-28 July 2005a.

PORTELA, J.; ALENCAR, M. Allocating channels to a temporary base station. *XXII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Campinas-BR, 6-9 Set. 2005b.

PORTELA, J.; ALENCAR, M. Cellular network as a multiplicatively weighted Voronoi diagram. *Consumer Communications and Network Conference, (CCNC 2006)*, Las Vegas-USA, 8-10 Jan. 2006a.

PORTELA, J.; ALENCAR, M. Surveillance area as a multiplicatively weighted Voronoi diagram. *2006 IEEE Radar Conference*, Verona-NY, Apr. 24-27, 2006b.

PROAKIS, J. G. *Digital Communications*. 3rd edition: McGraw-Hill, 1995.

RAPPAPORT, T. S. *Wireless Communications*. München, Prentice-Hall, 1996.

RESNICK, R.; HALIDAY, D. *Fundamentos da Física*. 6a edição: Livros Técnicos e Científicos S.A, 1996.

RESNICK, R.; HALIDAY, D.; WALKER, J. *Fundamentos da Física: Óptica e Moderna - Vol. 4*. 6a edição: Livros Técnicos e Científicos S.A, 2003.

REYES, C.; ADJOUADI, M. A clustering technique for random data classification. *IEEE International Conference on Man and Cybernetics Systems*, v. 1, p. 316 – 321, Oct. 1995.

ROBERTAZZI, T. G. *Planning Telecommunication Networks*. 1st edition: IEEE press, 1999.

ROM, H.; PELEG, S. Image representation using Voronoi tessellation: adaptive and secure. *Proceedings of the Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, (CVPR'88), p. 282 – 285, 5-9 June 1988.

ROSE, R. A smart technique for determining base-station locations in an urban environment. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 50, n. 1, p. 43 – 47, Jan. 2001.

SANCHETI, N.; KEERTHI, S. Computation of certain measures of proximity between convex polytopes: a complexity viewpoint. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, v. 3, p. 2508 – 2513, May 1992.

SCHAUBACK, K.; DAVIS, N.; RAPPAPORT, T. A ray tracing method for predicting path loss and delay spread in microcellular environments. *Proceedings of the IEEE Vehicular Technology Conference*, v. 2, p. 932 – 935, May 1992.

SCHAUDT, B. F.; DRYSDALE, R. L. S. Multiplicatively weighted crystal growth Voronoi diagrams. *Proceedings of the 7th Annual Symposium on Computational Geometry*, p. 214 – 223, 1991.

SECORD, A. Weighted Voronoi stippling. *Proceedings of the 2nd International Symposium on Non-photorealistic Animation and Rendering*, p. 37 – 43, Annecy, France 2002.

SHAMOS, M.; HOEY, D. Closest-point problems. *Proceedings of the Annual IEEE Foundations of Computer Science*, p. 151 – 162, Oct. 1975.

SHARIR, M. Intersection and closest-pair problems of a set of planar discs. *SIAM Journal on Computing*, v. 14, n. 2, p. 448 – 468, May 1985.

XIA, H. H. A simplified analytical model for predicting path loss in urban and suburban environments. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, , v. 46, p. 316 - 321, Nov. 1997.

XIAO, Y.; SIEBERT, P.; WERGHI, N. Topological segmentation of discrete human body shapes in various postures based on geodesic distance. *Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition*, (ICPR 2004), v. 3, p. 131 - 135, Aug. 2004.

YACOUB, M. D. *Foundations of Mobile Radio Engineering*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, Inc. 1993.

ZHANG, M.; YUM, T. The nonuniform compact allocation algorithm for cellular mobile systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technologies*, VT-40, p. 387 - 391, May 1991.