

---

# Contribuição ao estudo da histerese em ligas com memória de forma

8005-20 88 220

## Maria Marony Sousa Farias Nascimento

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande - Campus de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

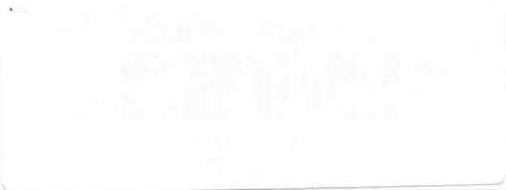
Área de Concentração: Processamento da Informação

José Sérgio da Rocha Neto, DSc.  
Antonio Marcus Nogueira Lima, Dr.  
Orientadores

---

Campina Grande, Paraíba, Brasil

©Maria Marony Sousa Farias Nascimento, Dezembro de 2002





N244c  
2002

Nascimento, Maria Marony Sousa Farias

Contribuição ao estudo da histerese em ligas com memória de forma/ Maria Marony Sousa Farias Nascimento. - Campina Grande: UFCC, 2002.

79 p.: il.

Dissertação (Mestrado) - UFCC/CCT/DEE  
Inclui bibliografia

1. Ligas com memória de forma 2. Histerese 3. Modelagem SMA 4. Caracterização 5. Materiais Inteligentes I.Título

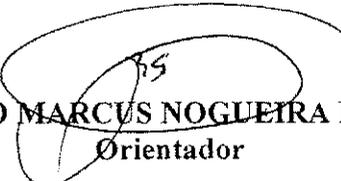
CDU: 621.3: 537.623

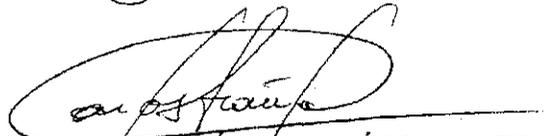
**CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DA HISTERESE DE LIGAS COM  
MEMÓRIA DE FORMAS DE NiTi**

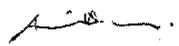
**MARIA MARONY SOUSA FARIAS NASCIMENTO**

Dissertação Aprovada em 12.12.2002

  
**PROF. JOSÉ SÉRGIO DA ROCHA NETO, D.Sc., UFCG**  
Orientador

  
**PROF. ANTONIO MARCUS NOGUEIRA LIMA, Dr., UFCG**  
Orientador

  
**PROF. CARLOS JOSÉ DE ARAÚJO, Dr., UFCG**  
Componente da Banca

  
**PROF. AMAURI OLIVEIRA, D.Sc., UFBA**  
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB  
Dezembro - 2002

## Dedicatória

Ao meu filho João Victor, motivo de grande orgulho e alegria. *Mon petit soleil.*

À minha mãe, Maria de Lourdes, por tudo.

## Agradecimentos

A Deus, por guiar a minha vida.

Aos meus pais, Jovino e Maria de Lourdes, a quem devo a vida e por sempre insistirem na minha educação e por me apoiar e incentivar nos momentos difíceis.

Ao meu filho João Victor, belo e alegre, sempre fonte de inspiração.

Ao meu marido, Elianildo, por ser o que é, por sua compreensão, incentivo e paciência em suportar minha longa ausência.

Aos meus irmãos, Alcides, Mariazinha, Darlan e Neves pelo apoio incondicional..

Ao meu sogro, João Pedro, homem de grande caráter.

A minha cunhada, Eliane, pelo apoio.

Aos Professores José Sérgio e Antonio Marcus pela orientação, sem a qual este trabalho não seria realizado.

Ao Professor Carlos José de Araújo, do Departamento de Engenharia Mecânica, por sua contribuição na elaboração da plataforma experimental, sem o qual este trabalho não seria possível, e pelas inúmeras dúvidas esclarecidas.

A Luiz Alberto Luz de Almeida, por suas sugestões, sempre pertinentes, e pelas discussões sobre este trabalho .

A Moisés da Silva Pereira, por sua imensa colaboração na confecção da parte mecânica da plataforma experimental.

Aos amigos do LIEC, em especial a Agessandro, Gustavo Arruda, Antenor e Valnyr pela amizade construída.

Aos funcionários do LIEC, Emanuel e Lula, e da COPELE, Ângela e Pedro, pelo apoio recebido.

A CAPES, por financiar este trabalho.

Enfim, a todos aqueles que de uma forma ou outra estiveram ou estão presentes na minha vida.

A vocês, agradeço.

## Resumo

Neste trabalho estuda-se a caracterização dos comportamentos deformação-temperatura ( $\varepsilon \times T$ ) e resistência elétrica - temperatura ( $R \times T$ ) numa liga com memória de forma NiTi. Baseado neste estudo, foi realizada a modelagem da histerese na característica  $\varepsilon \times T$ .

As ligas metálicas com memória de forma são materiais capazes de sofrer deformações permanentes, e posteriormente retornarem à sua forma original através da variação de temperatura. Por suas propriedades únicas, tais ligas são potencialmente aplicáveis em diversos campos da engenharia, passando por aplicações na área biomédica e na ortodontia. Estes materiais são atuadores termomecânicos por natureza, bastante atrativos para aplicações em robótica, pelo fato do fenômeno de memória de forma poder ser reproduzido durante vários ciclos térmicos ou elétricos.

Uma plataforma experimental foi desenvolvida para submeter os fios com memória de forma a ciclos de aquecimento e resfriamento, sob carga constante. Utilizando esta plataforma, as características  $\varepsilon \times T$  e  $R \times T$  foram obtidas. A plataforma experimental utilizada neste trabalho, possui basicamente três partes: uma estrutura mecânica, que acomoda o LVDT (*Linear Variable Differential Transformer*), utilizado para medir a deformação da amostra; um conversor tensão/corrente, utilizado para aquecer a amostra por Efeito Joule e o sistema de aquisição de dados. O resfriamento se dá por convecção natural e a circulação de ar em torno da amostra é restrita por meio de um isolamento térmico. Pela ausência de equipamentos que consigam controlar e medir a temperatura da amostra, a temperatura foi estimada utilizando uma equação de equilíbrio térmico estático.

Neste trabalho é proposta uma adaptação do modelo de proximidade ao laço principal, originalmente desenvolvido para histerese magnética e adaptado à histerese térmica nos filmes finos de  $VO_2$ , para descrever a histerese na característica  $\varepsilon \times T$  do fio com memória de forma. Os modelos obtidos experimentalmente foram utilizados para gerar laços de histerese que foram comparados com os dados experimentais. Os resultados obtidos são considerados satisfatórios. Entretanto, o modelo desenvolvido reproduz apenas de forma aproximada a histerese na característica  $\varepsilon \times T$  do fio com memória de forma. As discrepâncias entre a modelagem e os dados experimentais, podem ser atribuídas às limitações na implementação numérica do modelo e a grande assimetria da curva  $\varepsilon \times T$ .

## Abstract

In this work the characterization of the strain-temperature ( $\varepsilon \times T$ ) and electrical resistance-temperature ( $R \times T$ ) in the shape memory alloy (SMA) NiTi are studied. Based on this study, the modelling of the hysteresis in the  $\varepsilon \times T$  characteristics of a SMA wire was achieved.

Shape memory alloys exhibit permanent deformation under mechanical work, and after heating, recover its original shape. This remarkable property motivates the application these materials in many engineering fields, in medical applications and orthodontic applications. These materials are very attractive as thermomechanical actuators for applications in robotics due to the shape memory effect phenomenon that can be reproduced during a large number of thermal cycles.

An experimental platform was developed to submit the SMA wire to heating/cooling cycles, under constant load. Using this platform, the ( $\varepsilon \times T$ ) and ( $R \times T$ ) characteristics was obtained. The experimental platform used in this work, has three parts: a mechanical structure where a linear variable differential transformer (LVDT) was used to measurement strain of the SMA wire; a voltage/current converter, used for heating SMA wire (Joule effect) and the acquisition system. Cooling of the SMA wire is achieved by free convection. External room temperature disturbances were greatly reduced by embedding the wire in a heat insulating medium. In the absence of an accurate and reliable technique for measurement of the SMA wire temperature, such temperature was estimated by using the thermal balance equation.

In this work is proposed an adaptation of the Limiting Loop Proximity ( $L^2P$ ) hysteresis model, originally developed for magnetic hysteresis and adapted to thermal hysteresis in  $VO_2$  thin films, to describe the hysteresis in the  $\varepsilon \times T$  characteristics of the SMA wire. The models obtained experimentally were used to generate hysteresis loops that were compared with the experimental data. The obtained results are considered satisfactory. However, the developed models reproduce approximately the hysteresis in the  $\varepsilon \times T$  characteristics of the SMA wire. The discrepancies between the calculated and the experimental data, can be attributed to limitations in the numeric implementation of the model and to the large asymmetry of curve  $\varepsilon \times T$ .

# Conteúdo

Introdução geral	1
<b>1 Aspectos Básicos das Ligas com Memória de Forma</b>	<b>6</b>
1.1 Introdução	6
1.2 Breve Histórico	9
1.3 Mecanismo do Efeito de Memória de Forma e Superelasticidade	10
1.3.1 Superelasticidade e Efeito <i>Two-way</i>	12
1.3.2 Condições para Efeito de Memória de Forma e Características Superelásticas	13
1.4 Aplicações das Ligas com Memória de Forma	14
1.5 Conclusões	17
<b>2 Modelos Constitutivos de Ligas com Memória de Forma</b>	<b>18</b>
2.1 Introdução	18
2.1.1 Modelos Mecânicos	18
2.1.2 Modelos de Atuadores SMA	20
2.2 Conclusões	22
<b>3 Modelos de histerese</b>	<b>24</b>
3.1 Introdução	24
3.2 Definições e Terminologia do Fenômeno de Histerese	25
3.2.1 Histerese nas Ligas com Memória de Forma	26
3.3 Modelo de Preisach	27
3.3.1 Concepção do modelo	27
3.3.2 Interpretação geométrica	29
3.3.3 Propriedades do modelo	30
3.3.4 Implementação do modelo de Preisach	33
3.4 Modelo de proximidade ao laço principal	34
3.4.1 Implementação do modelo de proximidade ao laço principal	37

3.5	Conclusões . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Modelagem da Liga SMA</b>	<b>40</b>
4.1	Introdução . . . . .	40
4.2	Modelo de Preisach- verificação do teorema da representação . . . . .	40
4.3	Modelo de proximidade ao laço principal modificado . . . . .	42
4.3.1	Implementação do modelo de proximidade modificado . . . . .	45
4.4	Conclusões . . . . .	45
<b>5</b>	<b>Plataforma Experimental</b>	<b>47</b>
5.1	Introdução . . . . .	47
5.2	Estrutura Mecânica . . . . .	47
5.2.1	Conversor tensão/corrente . . . . .	51
5.2.2	Sistema de Aquisição de Dados . . . . .	51
5.3	Modelo Temperatura-Corrente . . . . .	53
5.4	Conclusões . . . . .	55
<b>6</b>	<b>Resultados Experimentais e Modelagem da Histerese na Característica <math>\epsilon \times T</math></b>	<b>56</b>
6.1	Caracterização eletro-termomecânica do fio SMA . . . . .	57
6.1.1	Caracterização da histerese $\epsilon \times T$ . . . . .	57
6.1.2	Caracterização de $R \times T$ . . . . .	60
6.1.3	Modelagem da Histerese na Característica $\epsilon \times T$ . . . . .	62
6.2	Conclusões . . . . .	66
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>67</b>
7.0.1	Sugestões para trabalhos futuros . . . . .	68
<b>A</b>	<b>Transformador Diferencial Variável Linear (LVDT)</b>	<b>70</b>
A.1	Princípio de Funcionamento . . . . .	70
A.2	Características e Especificações do LVDT utilizado . . . . .	72
	<b>Bibliografia</b>	<b>75</b>

# Lista de Símbolos e Abreviaturas

Símbolo	Descrição	Unidade
$A$	área da superfície do fio	$[m^2]$
$A_f$	temperatura de fim de conversão de martensita para austenita	$[^{\circ}C]$
$A_s$	temperatura de início de conversão de martensita para austenita	$[^{\circ}C]$
$c_p$	calor específico	$[J/^{\circ}C.kg]$
$C_A$	constante de transformação para austenita	
$C_M$	constante de transformação para martensita	
$E$	módulo de elasticidade	$[MPa]$
$E_0$	módulo de elasticidade inicial	$[MPa]$
$E_A$	módulo de elasticidade da fase austenita	$[MPa]$
$E_M$	módulo de elasticidade da fase martensita	$[MPa]$
$E_T$	módulo de elasticidade de martensita parcialmente <i>twinned</i>	$[MPa]$
$E_d$	módulo de elasticidade de martensita <i>detwinned</i>	$[MPa]$
$f(.)$	função	
$f_{\alpha'\beta'}(.)$	função decrescente de primeira ordem ( <i>FOD</i> )	
$f_{an}(.)$	função <i>anhysteretic</i> de materiais sem histerese	
$f_L(.)$	função do ciclo limite de equilíbrio adiabático	
$f_L^{-1}(.)$	função inversa do ciclo limite de equilíbrio adiabático	
$f_s$	saturação de uma histerese qualquer	
$f_a(.)$	função de aproximação adiabática	
$h$	coeficiente de transmissão de calor	$[\frac{W}{m^2^{\circ}C}]$
$H(.)$	intensidade de campo magnético	$[A/m]$
$i(t), I$	intensidade de corrente no tempo, corrente elétrica	$[A]$
$k_m$	constante	$[1/^{\circ}C]$

Símbolo	Descrição	Unidade
$L(t)$	linha de interface do triângulo de Preisach	
$M(\cdot)$	Campo Magnético	$[T]$
$M_f$	Temperatura de fim de conversão de austenita para martensita	$[^{\circ}C]$
$M_s$	Temperatura de início de conversão de austenita para martensita	$[^{\circ}C]$
$P$	potência elétrica	$[W]$
$R$	resistência elétrica	$[\Omega]$
$R_A$	resistência elétrica na fase austenita	$[\Omega]$
$R_m$	fração de martensita	
$R_M$	resistência elétrica na fase martensita	$[\Omega]$
$R_{ma}$	constante do modelo de Madill	
$R_{mb}$	constante do modelo de Madill	
$R_{ma}^C(t)$	função de fração de martensita no tempo durante resfriamento	
$R_{ma}^H(t)$	função de fração de martensita no tempo durante aquecimento	
$R_m^C(t)$	função de fração de martensita no tempo durante resfriamento	
$R_m^H(t)$	função de fração de martensita no tempo durante aquecimento	
$S_{+1}, S_{-1}$ e $S_0$	áreas do triângulo de Preisach	
$t$	tempo contínuo	$[s]$
$T$	temperatura	$[^{\circ}C]$
$T_{\infty}$	temperatura ambiente	$[^{\circ}C]$
$T_0$	temperatura inicial	$[^{\circ}C]$
$T_{ep}$	Temperatura de estado permanente	$[^{\circ}C]$
$T_{\alpha}$ e $T_{\beta}$	limiar de transição do operador elementar modificado	
$u(\cdot)$	excitação qualquer	
$u_{\alpha}$ e $u_{\beta}$	eixo de crescimento e decrescimento da excitação	
$V$	volume	$[m^3]$
$\alpha$	tensor de transformação	$[MPa]$

Símbolo	Descrição	Unidade
$\alpha$ e $\beta$	limites de transição do operador de Preisach	
$\beta$	fração volumétrica de martensita	
$\beta_{\sigma}$	fração volumétrica de martensita <i>twinned</i>	
$\beta_T$	fração volumétrica de martensita <i>detwinned</i>	
$\beta_0$	fração volumétrica de martensita inicial	
$\beta_{\sigma_0}$	fração volumétrica de martensita <i>twinned</i> inicial	
$\beta_{T_0}$	fração volumétrica de martensita <i>detwinned</i> inicial	
$\beta^C$	constante para obtenção de laços menores no resfriamento	
$\beta^H$	constante para obtenção de laços menores no aquecimento	
$\gamma_{\alpha\beta}$	operador elementar de Preisach	
$\varepsilon$	deformação	
$\varepsilon_R$	deformação residual	
$\varepsilon_0$	deformação inicial	
$\varepsilon_m^y$	deformação resultante de martensita <i>twinned</i>	
$\varepsilon_m^d$	mínima deformação de martensita <i>detwinned</i>	
$\rho$	densidade	$[kg/m^3]$
$\theta$	diferença entre a temperatura do fio e a temperatura ambiente	$[^{\circ}C]$
$\mu(.)$	função de distribuição de Preisach	
$\tau$	constante de tempo	$[s]$
$\sigma$	tensão mecânica	$[MPa]$
$\sigma_{crit}$	tensão crítica	$[MPa]$
$\sigma_f^{cr}$	tensão crítica de fim de conversão de martensita <i>detwinned</i> para <i>twinned</i>	$[MPa]$
$\sigma_s^{cr}$	tensão crítica de início de conversão de martensita <i>detwinned</i> para <i>twinned</i>	$[MPa]$
$\sigma_A$	tensão devido a 100% de austenita	$[MPa]$
$\sigma_M$	tensão devido a 100% de martensita	$[MPa]$
$\Omega$	área limita no triângulo de Preisach	
$\Theta$	tensor termoelástico	$[MPa/^{\circ}C]$

<b>Abreviatura</b>	<b>Descrição</b>
SMA	<i>Shape Memory Alloy</i>
ASCII	<i>American Standart Code for Information Interchange</i>
EMF	Efeito de Memória de Forma
SE	Superelasticidade
LVDT	<i>Linear Variable Differential Transformer</i>
Nitinol	níquel-titânico
BICM	<i>Basic inline Conditioner Module</i>
PC	<i>Personal Computer</i> (Computador Pessoal)
<i>FOD</i>	curva decrescente de primeira ordem
GPIB	General Purpose Interface Bus

# Lista de Figuras

1.1	Curva de histerese e temperaturas de transição para as SMA's. . . . .	7
1.2	Regiões de conversão de martensita <i>twinwed</i> em martensita <i>detwinned</i> , e austenita em função da temperatura [3] . . . . .	8
1.3	Característica tensão-deformação para as fases Austenita e Martensita da liga SMA	9
1.4	(a)-(c) Ilustração do mecanismo do efeito de memória de forma e superelasticidade, no qual as linhas sólidas representam o percurso do efeito de memória de forma, e as linhas pontilhadas representam o percurso da superelasticidade. (d) Fotografias mostrando o efeito de memória de forma (Gráfico inserido): Curva estresse-deformação mostrando superelasticidade numa liga em temperatura acima de $A_f$ . . . . .	11
1.5	Diagrama esquemático representando a região do efeito de memória de forma e superelasticidade . . . . .	14
1.6	Aplicação da liga com memória de forma para uma torneira elétrica: (a) estrutura e (b) exemplo de uma torneira elétrica comercialmente disponível [31] . . . . .	16
3.1	Representação esquemática do fenômeno de histerese . . . . .	25
3.2	Curva de histerese e temperaturas de transformação para a SMA . . . . .	27
3.3	Curva estresse-deformação para as fases Martensita e Austenita . . . . .	28
3.4	Ímãs elementares dos materiais magnéticos . . . . .	29
3.5	Histerese elementar de Preisach . . . . .	30
3.6	Interpretação matemática do modelo de Preisach . . . . .	31
3.7	Triângulo de Preisach. . . . .	31
3.8	Interface $L(t)$ para uma excitação monotonicamente crescente . . . . .	32
3.9	Interface $L(t)$ para uma excitação monotonicamente decrescente . . . . .	32
3.10	Representação esquemática da histerese na característica $M - H$ . Esta construção geométrica de uma trajetória após a reversão ilustra o conceito de proximidade da mesma ao laço principal. Que é formado pela combinação das curvas $F_L(H, \delta = +1)$ e $F_L(H, \delta = -1)$ [40]. . . . .	36

4.1	Verificação experimental da propriedade de remoção no fio com memória de forma	41
4.2	Verificação experimental da propriedade da congruência no fio com memória de forma . . . . .	43
4.3	Ciclo limite da deformação em função da temperatura da liga SMA . . . . .	44
5.1	Estrutura mecânica: (1)LVDT; (2,3) garras mecânicas; (4) guia LVDT; (5) carga uniaxial; ; (6) base de alumínio; (7) parafuso guia; (8) Fio SMA. . . . .	48
5.2	Curvas experimentais decrescentes de primeira ordem deformação-corrente antes do isolamento térmico . . . . .	50
5.3	Curvas experimentais decrescentes de primeira ordem deformação-corrente depois do isolamento térmico . . . . .	50
5.4	Circuito de aquecimento . . . . .	51
5.5	Sistema de aquisição de dados . . . . .	52
6.1	Teste para obtenção da histerese da característica $\varepsilon \times T$ . . . . .	58
6.2	Teste para obtenção da histerese da característica $\varepsilon \times T$ para diversas cargas uniaxiais . . . . .	59
6.3	Comportamento da resistência para uma carga de 200 MPa . . . . .	60
6.4	Comportamento da resistência para diversas cargas uniaxiais . . . . .	61
6.5	Comportamento da carga uniaxial com as temperaturas de transformação . . . . .	62
6.6	Comportamento da largura da histerese $\omega$ com a carga uniaxial $\sigma$ . . . . .	64
6.7	Verificação experimental e modelagem da histerese na característica deformação-temperatura do fio de NiTi . . . . .	65
A.1	Diagrama esquemático de um LVDT . . . . .	70
A.2	Secundário em série-opostos . . . . .	71
A.3	Diagrama mostrando a região de linearidade do módulo da tensão de saída em função do deslocamento . . . . .	71
A.4	Análise do Circuito do LVDT . . . . .	72
A.5	Ilustração do LVDT utilizado e suas respectivas dimensões. . . . .	73
A.6	Representação esquemática do BICM. . . . .	74

# Introdução geral

Na década de sessenta, Buehler e Wiley [1] desenvolveram no *Naval Ordnance Laboratory*, uma série de ligas de níquel-titânio, que exibiam um efeito bastante peculiar: quando submetidas a deformações, retornavam à forma original após um ciclo térmico. Este efeito tornou-se conhecido como efeito de memória de forma, e as ligas que exibiam este fenômeno foram denominadas de ligas com memória de forma (SMA's)<sup>1</sup>.

Posteriormente, o efeito de memória de forma foi encontrado em outras ligas, tais como: cobre-alumínio-níquel, cobre-zinco-alumínio, ferro-titânio e manganês-cobre [2]. Acima de determinadas temperaturas, o material também pode sofrer grandes deformações, porém não permanecerá deformado, voltando a sua configuração original tão logo seja removida a tensão mecânica<sup>2</sup> aplicada à liga. Este fenômeno caracteriza a *superelasticidade* [3].

Os efeitos de memória de forma e superelasticidade estão associados às transformações martensíticas, cristalograficamente reversíveis [4]. Desta forma, verifica-se que a deformação obtida não é propriamente uma deformação plástica irreversível, mas sim uma deformação plástica residual, que se desfaz tão logo a liga seja aquecida [3]. Materiais que exibem estes efeitos possuem duas fases estáveis, uma em alta temperatura, chamada austenita; e outra em baixa temperatura, chamada martensita.

Como consequência do comportamento superelástico e do efeito de memória de forma, as ligas com memória de forma propiciam aplicações bastante inovadoras. Os materiais com memória de forma constituem um dos materiais ditos inteligentes mais promissores e devido às suas propriedades diferenciadas, são potencialmente aplicáveis à diversas situações. Uma das primeiras aplicações efetivas de uma liga com memória de forma foi no caça militar norte-americano F-14 [5]. Recentemente, muitos trabalhos têm sido realizados em estruturas híbridas que incorporam ligas com memória de forma. Os materiais com memória de forma também são muito utilizados em conjunto com outros materiais, na forma de compósitos [6]. Uma das aplicações mais usuais do compósito com fibras SMA é no controle acústico de estruturas [7].

---

<sup>1</sup>Durante todo este trabalho será utilizado o termo SMA, termo derivado do inglês (Shape Memory Alloy). Por ser o termo mais comumente conhecido.

<sup>2</sup>Por definição, tensão mecânica corresponde a força por unidade de área ( $\sigma = \frac{F}{A}[N/m^2]$ ).

Devido a sua excelente biocompatibilidade, as ligas com memória de forma tem sido utilizada com grande sucesso em instrumentos médicos e em aparelhos ortodônticos [8], nestas aplicações geralmente é utilizada a propriedade da superelasticidade.

## Motivação

Uma liga com memória de forma pode ser considerada intrinsecamente como um atuador termomecânico, que converte energia térmica em deslocamento, acompanhado ou não da produção de um trabalho mecânico [9]. Durante o ciclo térmico, se a liga encontra qualquer resistência, pode gerar forças extremamente grandes [10]. Este fenômeno provê um mecanismo único de atuação.

Atuadores baseados em SMA's são bastante atrativos devido à sua grande deformação, boa recuperação, alta densidade de potência e ativação da estrutura mecânica sem a necessidade de sistemas de transmissão intermediários [11], [12], [13]. No campo da robótica, as propriedades das SMA's tem sido pesquisadas para solucionar problemas apresentados por atuadores convencionais [14], principalmente no campo das micromáquinas<sup>3</sup> [16].

Dois grupos de ligas com memória de forma são comercialmente disponíveis: as ligas à base cobre (CuZnAl e CuAlNi) e ligas níquel-titâneo. Há duas razões básicas pelas quais as ligas de NiTi são mais utilizadas em atuadores: uma resistividade consideravelmente mais alta que as ligas a base de cobre (10 vezes); sendo assim, pequenas correntes são necessárias para o aquecimento elétrico resistivo, e uma maior resistência mecânica [17].

Conforme visto na seção anterior, muitas são as aplicações das ligas com memória de forma. No entanto, a maioria das aplicações bem sucedidas como atuadores, utilizam controle do tipo *on-off* [10]. Em aplicações mais complexas tais como no campo da robótica, exigem-se técnicas de controle mais sofisticadas, necessitando um modelo que seja capaz de relacionar a deformação sofrida pela liga com a temperatura. A falta de uma estratégia de controle precisa é um dos fatores que impedem um maior número de aplicações das SMA's [10].

Muitos estudos têm sido feitos no intuito de desenvolver leis de controle para temperatura, posição e força com garantia de desempenho e estabilidade [11]. No entanto, o comportamento termomecânico destes materiais é muito complexo e portanto prever o comportamento de tais atuadores não é uma tarefa trivial [16], [17]. A precisão do controle de rastreamento de um atuador com memória de forma é limitada devido ao comportamento com histerese do material em adição às baixas taxas de resfriamento [12], [16].

---

<sup>3</sup>As micromáquinas não são versões em miniatura de máquinas convencionais, mas mecanismos novos baseados num conceito novo de projeto e técnicas de fabricação [15].

Na maior parte destes atuadores, o aquecimento é realizado por Efeito Joule, aplicando-se uma corrente de dada intensidade. A relação entre corrente-temperatura e a respectiva deformação da liga (contração/elongação) é pré-requisito básico para a obtenção de um modelo computacional utilizado para simular o comportamento do material em diversas situações de temperatura. Tal modelo permitirá então traçar estratégias de controle que podem levar ao projeto de atuadores mais sofisticados.

No estudo de atuadores feitos a partir de materiais com memória de forma, os mesmos são utilizados comumente na forma de fios. Isto torna difícil medir diretamente a temperatura no fio. Muitos estudos tem sido feitos utilizando termopares de tamanho muito reduzido ou mesmo a imersão do fio em algum tipo de fluido, do qual se tem o controle da temperatura. Na falta de tais recursos, neste trabalho a caracterização da liga é realizada mediante a utilização de uma equação de equilíbrio térmico estático, que relaciona a temperatura no fio com a corrente aplicada. Isto será devidamente discutido no Capítulo 5.

Assim como a relação entre deformação e temperatura, a caracterização da resistência elétrica da liga com a temperatura também é importante, dado que a mesma pode ser utilizada em diversas estratégias de controle. Sendo assim, o objetivo deste trabalho, especificamente, é a caracterização da histerese da deformação ( $\epsilon \times T$ ) da resistência *versus* temperatura ( $R \times T$ ) e a modelagem da histerese na característica  $\epsilon \times T$  do fio com memória de forma de Níquel-Titânio.

## Objetivos e Contribuições

O objetivo deste trabalho é estudar as propriedades eletro-termomecânicas das ligas com memória de forma de NiTi. Desta forma, pretende-se iniciar as investigações sobre o comportamento das ligas com memória de forma no Laboratório de Instrumentação Eletrônica e Controle da Universidade Federal de Campina Grande.

As principais contribuições deste trabalho são:

- implementação de uma plataforma experimental para submeter os fios com memória de forma a ciclos de aquecimento e resfriamento através de Efeito Joule, onde são medidas: a deformação do fio, a corrente que o atravessa (determinando assim a temperatura em regime permanente), a tensão sobre o fio;
- caracterização da histerese da deformação ( $\epsilon \times T$ );
- caracterização da histerese da resistência elétrica ( $R \times T$ );

- adaptação e implementação do Modelo de proximidade ao laço principal, para a modelagem da histerese na característica ( $\varepsilon \times T$ );
- Introdução da dependência da carga uniaxial ( $\sigma$ ) no modelo de proximidade ao laço principal modificado, tornando  $\varepsilon = f(T, \sigma)$ .

Os objetivos específicos para a realização destas contribuições são:

- estudar o comportamento fortemente dependente da temperatura das ligas com memória de forma.
- montar uma plataforma experimental para a caracterização das propriedades eletrotermomecânicas dos fios com memória de forma, que inclui: a estrutura mecânica, o circuito de aquecimento e o sistema de aquisição de dados.
- investigar modelos que permitam descrever a histerese na característica ( $\varepsilon \times T$ ).

## Sinopse dos Capítulos

No Capítulo 1 aborda-se os aspectos básicos das ligas com memória de forma, o mecanismo de memória de forma e superelasticidade e as condições para obtenção destes fenômenos. É apresentado um breve histórico acerca da descoberta destas ligas, suas aplicações nos diversos campos da engenharia, bem como na medicina e ortodontia.

No Capítulo 2 são discutidos os principais modelos constitutivos utilizados para descrever o comportamento termomecânico das ligas com memória de forma.

No Capítulo 3 apresenta-se o conceito de histerese, a terminologia aplicada às curvas de histerese e são discutidos modelos de histerese. Neste capítulo são abordados, mais detalhadamente, dois modelos de histerese: o modelo de Preisach e o modelo de proximidade ao laço principal. Esses modelos são apresentados como ferramentas para modelagem de histereses simétricas e centradas na origem.

No Capítulo 4 são apresentados resultados preliminares adquiridos com a plataforma experimental para investigação das propriedades de Preisach, sem as quais o modelo de Preisach não pode ser implementado. Estes resultados mostram que o fio com memória de forma utilizado não obedece as propriedades requeridas para o modelo de Preisach e que portanto optou-se pelo modelo de proximidade ao laço principal, que não necessita que a histerese do material obedeça a tais propriedades

No Capítulo 5 descreve-se os componentes que formam a plataforma experimental: a estrutura mecânica, o circuito de aquecimento e o sistema de aquisição de dados, bem como o

procedimento utilizado para estimar a temperatura no fio com memória de forma.

No Capítulo 6 apresenta-se os resultados experimentais obtidos através de medições realizadas na plataforma experimental. Dentre os resultados experimentais destaca-se a caracterização da histerese os fios com memória de forma e os problemas detectados na plataforma.

No Capítulo 7 apresenta-se as discussões finais e resume-se as principais conclusões e contribuições obtidas a partir dos resultados alcançados pela investigação. Neste capítulo são sugeridas algumas investigações futuras que dariam prosseguimento às investigações do comportamento e da modelagem dos fios com memória de forma.

No Apêndice A, aborda-se o princípio de funcionamento do componente mais importante da plataforma: o LVDT (*Linear Variable Differential Transformer*), transdutor utilizado para medir a deformação do fio durante o processo de aquecimento de resfriamento e são apresentados dados técnicos do transdutor utilizado.

# Capítulo 1

## Aspectos Básicos das Ligas com Memória de Forma

### 1.1 Introdução

As ligas com efeito de memória de forma, são materiais metálicos especiais que possuem a capacidade de recuperar uma deformação *aparentemente plástica*, e posteriormente retornar à sua forma original através do aquecimento acima de uma temperatura dita crítica. Este fenômeno, denominado de efeito de memória de forma (EMF), é intrinsecamente associado a uma transformação de fase do tipo martensítica, cristalograficamente reversível [4]. Desta forma, verifica-se que esta deformação não é propriamente uma deformação plástica irreversível, mas sim uma deformação plástica residual, que se desfaz tão logo a liga seja aquecida [3].

As ligas com memória de forma (SMA's) são caracterizadas por uma fase de baixa temperatura, denominada martensita, e uma fase de alta temperatura, denominada austenita [18], [3], [19]. Enquanto na austenita tem-se um tipo de estrutura cristalina, a martensita comporta uma grande variedade de subfases, ou diferentes formas de arranjos cristalinos, conhecidos como *variantes* [20]. A transformação martensítica (também chamada de *displaciva* ou sem difusão)<sup>1</sup> é uma mudança de fase a estado sólido.

Acima de determinadas temperaturas, o material também pode sofrer grandes deformações, porém não permanecerá deformado, voltando a sua configuração original tão logo seja removida a carga. Este fenômeno caracteriza a *superelasticidade* (SE) [3], [21].

A relação entre a fase austenita e a fase martensita é caracterizada por um laço de histerese,

---

<sup>1</sup>Se denomina displaciva porque os deslocamentos atômicos são muito inferiores às dimensões da malha, e sem difusão porque se produzem por movimentos ordenados de átomos (ao contrário das deformações por difusão que se produzem por movimentos atômicos aleatórios) [20].

como mostrado na Figura 1.1. Nesta figura tem-se uma ilustração representando a estrutura cristalina da liga SMA em cada fase. Na fase austenita a liga SMA apresenta uma estrutura cúbica e na fase martensita uma estrutura cristalina romboédrica.

Quando a fase martensita é formada somente com variação de temperatura, ela é denominada de fase martensita maclada (ou martensita *twinned* como será empregado neste texto). Quando a fase martensita é induzida por tensão mecânica, ou tensão e temperatura, ocorre a formação de fase martensita *detwinned* [3].

Estas transformações ocorrem quando a liga está submetida a um determinado quadro de tensão e temperatura. Quando o material se encontra livre de tensões, as transformações de fase ocorrem com a variação de temperatura. Assim, conforme indicado na Figura 1.1, para se converter uma liga com 100% de martensita para austenita, variando-se apenas a temperatura, ela deve ser aquecida a uma temperatura superior à  $A_s$ , que é a temperatura de início de transformação de martensita para austenita. Quando a liga atingir a temperatura  $A_f$ , ela estará 100% na fase austenítica. Quando resfriada ao atingir a temperatura  $M_s$  a liga começa a se transformar em martensita. Continuando o resfriamento, ao atingir a temperatura  $M_f$ , ela estará 100% no estado martensítico.

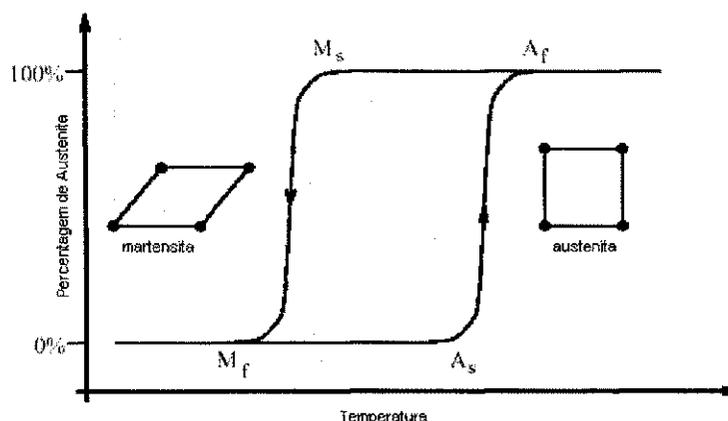


Figura 1.1: Curva de histerese e temperaturas de transição para as SMA's.

As transformações descritas se referem à conversão de martensita *twinned* para austenita e vice-versa. Para se converter martensita *twinned* em martensita *detwinned*, deve-se submeter a liga a um determinado estado de tensão. A tensão de início de conversão de martensita *twinned* para *detwinned* é dada por  $\sigma_s^{ct}$ . Quando a liga atingir uma tensão  $\sigma_f^{ct}$ , ela estará com uma deformação residual aparentemente plástica e com 100% de martensita *detwinned*.

Um outro tipo de conversão é possível sem a variação de temperatura. É a conversão de

austenita para martensita detwinned. Esta é a transformação de fase que ocorre no fenômeno de superelasticidade.

Para que as transformações de fase se iniciem, é necessário que a liga esteja submetida a um determinado estado de tensão e temperatura. Na ausência de tensão, as temperaturas de transformação serão responsáveis pelo início e fim da conversão de uma fase em outra, conforme se verifica na Figura 1.1 [22], [3]. Caso o material esteja submetido a um tensão mecânica, isto altera as temperaturas de início e fim de transformação. As temperaturas de transição  $M_s$ ,  $M_f$ ,  $A_s$  e  $A_f$  aumentam com a intensidade de carga aplicada à liga com memória de forma [18]. Na Figura 1.2 é mostrado um diagrama das tensões de transformação em função de temperatura.

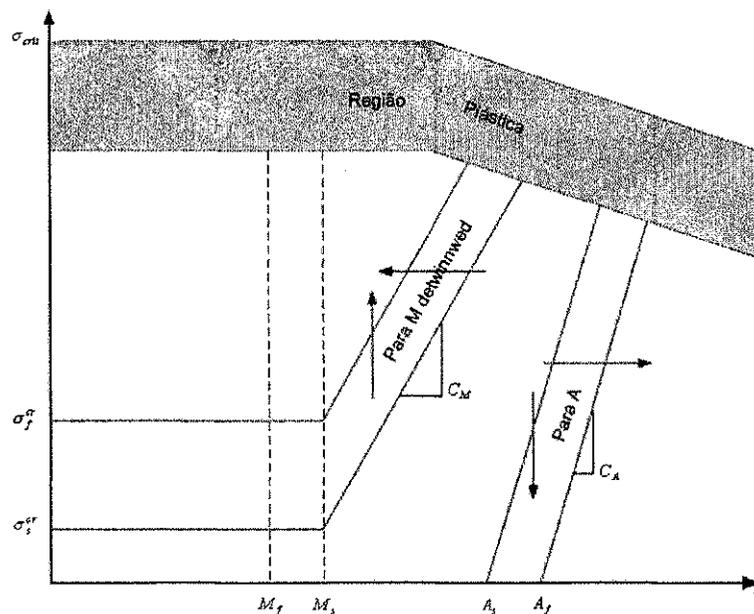


Figura 1.2: Regiões de conversão de martensita *twinned* em martensita *detwinned*, e austenita em função da temperatura [3]

Conforme pode-se observar, existe uma relação linear entre as tensões de transformações e as temperaturas da liga em boa parte do diagrama. Esta relação linear fornece os coeficientes  $C_M$  e  $C_A$ , que são constantes de transformação da liga. Estas constantes são utilizadas em alguns modelos, como será visto no Capítulo 2.

A característica tensão-deformação da fase austenita e da fase martensita é mostrada na Figura 3.3. Se a tensão mecânica é aplicada a liga com memória de forma em temperatura ambiente, quando a liga está completamente na fase martensita, a estrutura cristalina será primeiro deformada elasticamente até o ponto *a*. Se a tensão excede o limiar de formação de martensita detwinned (*b*), uma grande deformação não-elástica é conseguida, as fronteiras de

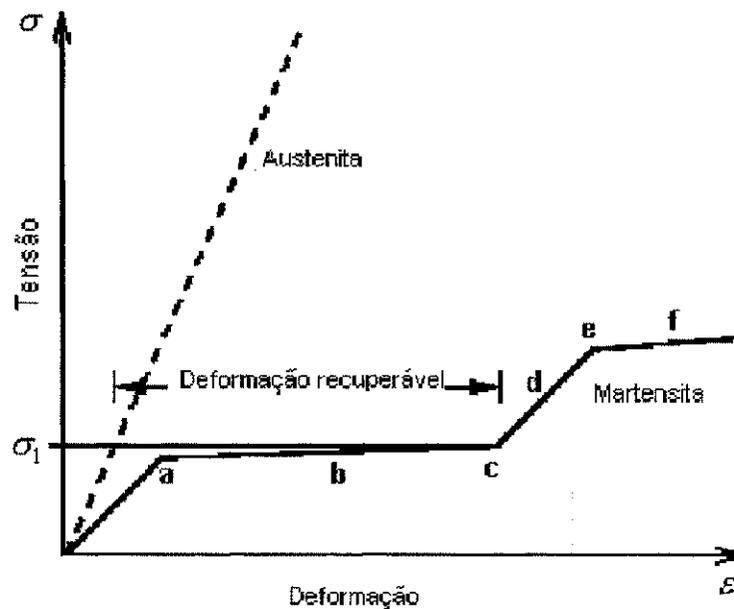


Figura 1.3: Característica tensão-deformação para as fases Austenita e Martensita da liga SMA

martensita passam completamente ao estado detwinned (c). Além deste ponto, a tensão causa deformação elástica (d); até que a deformação plástica começa a ocorrer (e). A partir deste ponto, qualquer aumento na tensão induz à deformações permanentes. A deformação máxima para que ocorra deformação permanente no material, ocorre tipicamente em torno de 8%. A maioria das aplicações restringem as deformações a 5-6% ou menor [13].

## 1.2 Breve Histórico

Em 1932, o pesquisador sueco Arne Ölander descobriu um interessante fenômeno quando trabalhava com uma liga de ouro (*Au*) e Cádmiu (*Cd*). A liga de *Au* – *Cd* podia ser plasticamente deformada em baixa temperatura e quando aquecida, retornava à configuração original [23]. Em 1958, os pesquisadores Chang e Read demonstraram a possibilidade de utilizar o efeito de memória de forma para realizar trabalhos mecânicos. Os estudos de Chang e Read levaram a eventual descoberta da liga de Índio-Titânio. No entanto, ambas as ligas provaram-se problemáticas devido ao alto preço do ouro e do Índio, e a natureza tóxica do Cádmiu, o que limitou as pesquisas [24].

Em 1961, um grupo de pesquisadores do U.S. Naval Ordnance Laboratory, liderados por William Beuhler, fizeram uma grande descoberta no campo das ligas com memória de forma. Enquanto testavam uma liga de Níquel-Titânio resistente ao calor e a corrosão, observaram

que a mesma apresentava efeito de memória de forma [25], [23]. Eles chamaram a liga de Nitinol (Níquel Titânico Naval Ordinance Laboratory). Esta liga gerou novos interesses, porque era segura, mais barata e apresentava uma taxa de deformação/recuperação superiores às ligas anteriores. Muitas pesquisas se seguiram, e entre 1963 e 1973, pesquisadores encontraram o efeito de memória de forma em outras ligas, incluindo cobre-alumínio-níquel, cobre-zinco-alumínio, ferro-titânico e manganês-cobre [24].

Pesquisadores, projetistas e companhias reconheceram o potencial para o uso do efeito de memória de forma em aplicações de engenharia. Como resultado, produtos começaram a surgir a partir de 1970. Os acopladores foram a primeira aplicação bem sucedida das ligas com memória de forma, que foi desenvolvido pela Raychem Corp. para o sistema hidráulico do caça F-14 [5].

### 1.3 Mecanismo do Efeito de Memória de Forma e Superelasticidade

Para facilitar as descrições posteriores, as temperaturas características de uma transformação martensítica, que podem ser determinadas pelas medidas de algumas propriedades físicas, tais como resistividade elétrica como uma função da temperatura, serão definidas como segue:

- $M_s$ : temperatura de início de formação de martensita sob resfriamento;
- $M_f$ : temperatura de final de formação de martensita sob resfriamento;
- $A_s$ : temperatura de início de transformação reversa sob aquecimento e,
- $A_f$ : temperatura de final de transformação reversa sob aquecimento<sup>2</sup>

A transformação martensítica é uma transformação sem difusão, descrita por um mecanismo de cisalhamento, como mostrado esquematicamente na Figura 1.4a e Figura 1.4b. Quando a fase austenita (fase de alta temperatura, usualmente cúbica, com algumas exceções), na Figura 1.4a, é resfriada a uma temperatura crítica chamada  $M_s$  (temperatura na qual a fase martensítica começa a se formar sob resfriamento), a estrutura inicia a transformação em martensita (fase de mais baixa temperatura com baixa simetria), como mostrado na Figura 1.4b. Dado que, a fase austenita tem mais alta simetria que a fase martensítica, múltiplas formações de martensitas com a mesma estrutura com diferentes orientações são possíveis, mostradas na Figura 1.4b. Estas são chamadas de *variantes* (ou domínios) de martensita. De fato, as variantes de martensita são

<sup>2</sup>Equivalente a temperatura em que a martensita torna-se completamente instável sob aquecimento.

usualmente formadas lado a lado, como na Figura 1.4b, de forma a se acomodar às deformações sofridas pela liga. Isto é chamado de *auto-acomodação*.

A transformação martensítica é dividida em duas categorias: *termoelástica* e *não-termoelástica*. A transformação termoelástica é caracterizada por uma pequena histerese de temperatura (de algumas a muitas dezenas de graus), uma interface móvel, e uma transformação cristalográfica reversível<sup>3</sup>.

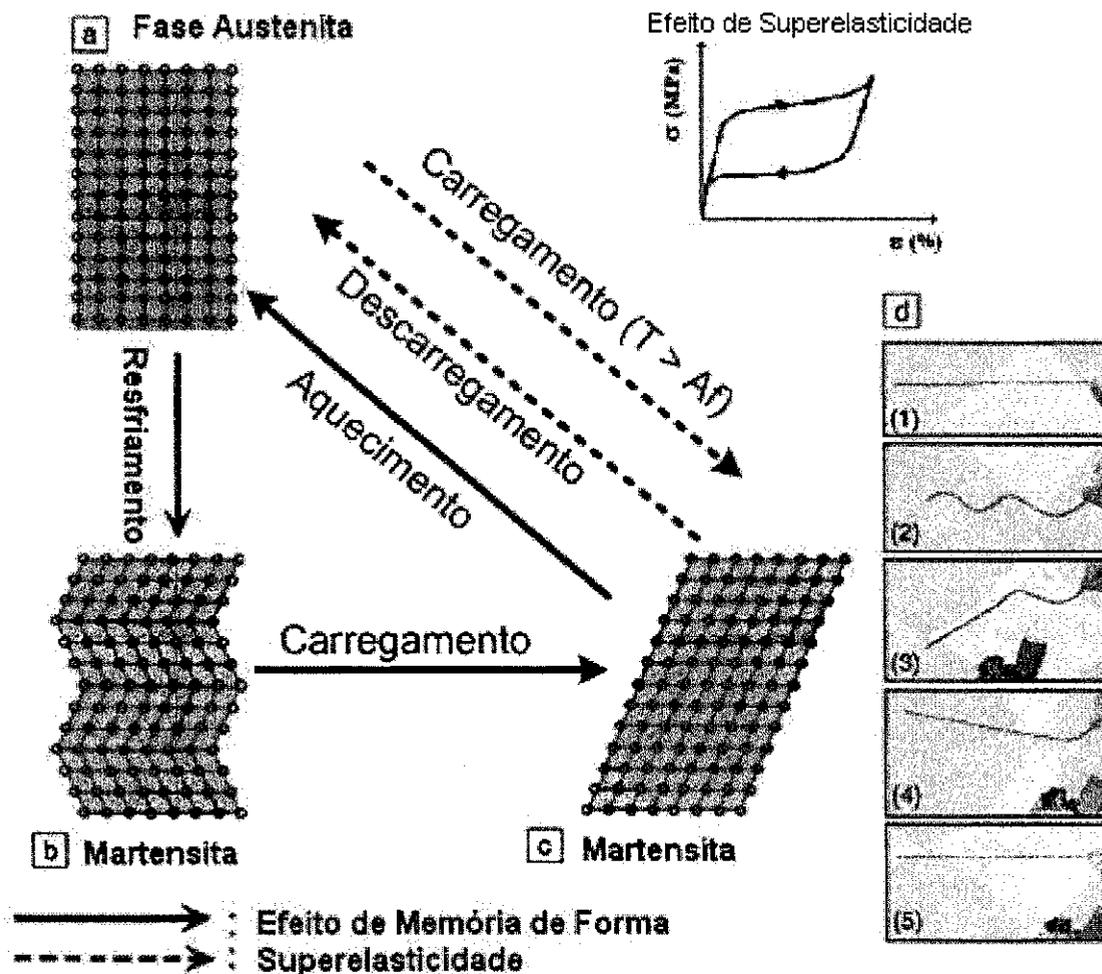


Figura 1.4: (a)-(c) Ilustração do mecanismo do efeito de memória de forma e superelasticidade, no qual as linhas sólidas representam o percurso do efeito de memória de forma, e as linhas pontilhadas representam o percurso da superelasticidade. (d) Fotografias mostrando o efeito de memória de forma (Gráfico inserido): Curva estresse-deformação mostrando superelasticidade numa liga em temperatura acima de  $A_f$ .

<sup>3</sup>O efeito de memória de forma e superelasticidade descritos daqui em diante são características da transformação termoelástica.

O fenômeno do efeito de memória de forma (EMF) é claramente mostrado nas fotografias da Figura 1.4d, como um típico e prático fenômeno das SMA's. O fio no estado martensítico (1), cuja forma é a mesma da fase austenítica, é deformado em temperatura ambiente (2). No entanto, reverterá à sua forma original por meio de uma transformação reversa (3)-(5), pelo aquecimento em uma temperatura acima de  $A_f$ .

O mecanismo deste fenômeno é explanado nas Figuras 1.4a-1.4c de uma maneira simplificada. Quando a liga está na fase austenítica (Figura 1.4a) é resfriada abaixo de  $M_f$ , as variantes martensíticas começam a se formar como resultado da auto-acomodação descrito anteriormente, mostrado na Figura 1.4b. Se uma tensão mecânica for aplicada, a deformação procede pelos movimentos dos domínios de martensita, 1.4b-1.4c. Se, no entanto, a amostra é aquecida a uma temperatura acima de  $A_f$ , as variantes de martensita rearranjadas sob tensão são revertidas à sua formação original na fase austenítica ( se a transformação é termoelástica e cristalograficamente reversível).

Agora, vejamos o que acontece se à amostra é aplicada uma tensão mecânica em uma temperatura acima de  $A_f$ . Teremos, então, um resultado similar ao que é mostrado no gráfico na Figura 1.4. Isto é chamado de *superelasticidade*, cujo mecanismo pode ser explanado utilizando-se as Figuras 1.4a e 1.4c.

É claro que ambos, efeito de memória de forma e superelasticidade ocorrem numa mesma liga SMA, e que o fenômeno ocorrido depende da temperatura de teste utilizada. No EMF descrito, apenas o formato da fase austenita é "relembrado" pela liga. Isto às vezes é chamada de efeito *one-way*.

### 1.3.1 Superelasticidade e Efeito *Two-way*

O fenômeno de superelasticidade ocorre nos mesmos materiais onde o efeito de memória de forma ocorre. Porém, o fenômeno de memória ocorre numa determinada faixa de temperatura e carga mecânica, enquanto a superelasticidade ocorre em outra faixa. Neste fenômeno, o material pode sofrer grandes deformações, da ordem de 6% a 8%, sem deformações plásticas. Desta forma, retirada o tensão mecânico que está causando a deformação, o material recupera a forma original.

O que faz com que o fenômeno não seja um fenômeno elástico é a dissipação de energia associada a histerese que ocorre durante o processo de carregamento e descarregamento [3]. No gráfico na Figura 1.4 é mostrado um diagrama da tensão mecânica em função da deformação, típico do fenômeno.

O fenômeno de superelasticidade só ocorre plenamente quando o material se encontra 100% na fase austenítica. Durante este fenômeno, a austenita se converte em martensita.

O fenômeno conhecido como memória de forma *two-way* é outra variação do efeito de memória de forma. Aqui, quando a liga é deformada em baixas temperaturas e posteriormente aquecida, ela retorna ao estado de deformação anterior à deformação a frio. Entretanto, no fenômeno de memória simples, uma vez aquecida e recuperada sua forma original, a liga só volta ao estado anterior ao aquecimento se for deformada mediante carregamento externo. No fenômeno *two-way*, basta resfriar a liga para que ela recupere sua forma anterior. Assim, o fenômeno é denominado *two-way* justamente por exibir dois caminhos, que são seus estados aquecido e resfriado.

O fenômeno de memória *two-way* é um efeito que pode ocorrer em todas as ligas com memória de forma. Este efeito está associado à mudança de forma espontânea sem qualquer carregamento mecânico, quando a liga SMA é submetida a ciclos de aquecimento e resfriamento. Este fenômeno requer um tratamento termomecânico especial denominado *treinamento* (ou *educação*) da liga, através de ciclos de aquecimento e resfriamento [26] [27].

Quando a liga SMA é deformada por uma carga mecânica, que permanece durante o procedimento de aquecimento e resfriamento, pode ser obtido então, o efeito denominado *efeito de memória two-way assistido*. Portanto, um deslocamento sob carga pode ser obtido (trabalho mecânico) e um esforço mecânico é gerado. Considerando que a carga aplicada está sempre presente, o efeito de memória pode ser repetido muitas vezes [26] [27].

### 1.3.2 Condições para Efeito de Memória de Forma e Características Superelásticas

A relação entre efeito de memória de forma e superelasticidade é mostrada na Figura 1.5. Em princípio, ambos os efeitos são observáveis na mesma amostra, dependendo da temperatura de teste. O EMF ocorre abaixo de  $A_f$ , a SE ocorre acima desta temperatura, onde as martensitas são completamente instáveis na ausência de tensão [21]. Na temperatura de regime entre  $A_s$  e  $A_f$ , ambos os efeitos, ocorrem parcialmente. Na Figura 1.5, as retas com inclinação negativa (A ou B) representam a tensão mecânica para ocorrência de deformação plástica. Dado que a deformação plástica não permite recuperar a forma por aquecimento ou retirada da tensão aplicada, a tensão mecânica então, deve estar entre estas retas para ocorrência do efeito de memória de forma e da superelasticidade. Na Figura 1.5, a reta com inclinação positiva representa a tensão mecânica para ocorrência de martensita induzida por tensão, segundo a relação mostrada na Figura 1.2. É bem claro que nenhuma superelasticidade é conseguida se a tensão aplicada está abaixo da reta B [21].

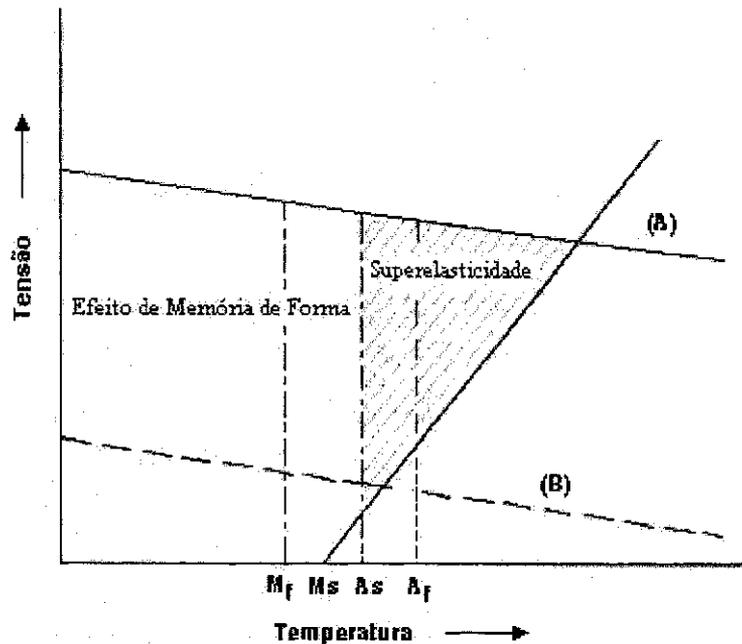


Figura 1.5: Diagrama esquemático representando a região do efeito de memória de forma e superelasticidade

## 1.4 Aplicações das Ligas com Memória de Forma

Os materiais inteligentes são aqueles que apresentam capacidades de adaptação e execução de tarefas em diferentes situações e ambientes. Neste aspecto, as ligas com memória de forma são típicos materiais inteligentes, dado que exibem funções de sensores e atuadores simultaneamente. Os materiais com memória de forma constituem um dos materiais inteligentes mais promissores. As propriedades notáveis das ligas com memória de forma, motiva a sua aplicação em diversas situações, que incluem desde elementos de união auto-atuantes, até estruturas auto-erigíveis em artefatos espaciais, passando por dispositivos de controle acústico em estruturas e diversas outras aplicações [3].

Uma das primeiras aplicações efetivas de uma liga com memória de forma foi no caça militar norte-americano Grumman F-14 [5]. Neste caça, utilizou-se uma espécie de luva feita de material com memória de forma como um acoplamento hidráulico, de forma a acoplar dois tubos diferentes numa conexão hidráulica. Utilizou-se uma liga com temperaturas de transição bem baixas, na região criogênica. Desta forma, a luva foi deformada nesta temperatura de maneira que seu diâmetro passou a ter cerca de 4% a mais que o diâmetro dos tubos hidráulicos. Conservando-se a luva em nitrogênio líquido, ela foi inserida em torno da conexão. Assim, quando a temperatura ficou acima de  $A_s$ , a luva tendeu a recuperar o tamanho original comprimindo as duas partes e

juntando-as de uma forma eficiente [3].

Outro processo em que o material com memória de forma já provou ser eficiente é na substituição dos dispositivos explosivos de separação de satélites e outros artefatos espaciais [28]. O dispositivo alternativo consiste de um parafuso entalhado revestido por uma luva feita com material com memória de forma. A luva é comprimida de forma a apresentar deformação residual. No momento da separação, o aquecimento faz a luva gerar uma força que irá romper o parafuso, promovendo então a separação.

Os materiais com memória de forma também são muito utilizados em conjunto com outros materiais, na forma de compósitos. Uma das aplicações mais usuais do compósito com fibras SMA é no controle acústico de estruturas [7], [29]. Neste caso, aproveita-se a capacidade de variação do módulo elástico dos materiais com memória de forma, para se controlar o modo de vibração do compósito, bem como sua amplitude.

Outra aplicação comum destes materiais é a sua utilização no controle de deflexão de vigas. Auricchio e Sacco [2] desenvolveram modelos teóricos e numéricos para deflexão de vigas de SMA. Brinson [18] desenvolveu um modelo analítico para vigas com uma fibra SMA externa. Quando a fibra externa é aquecida, ela contrai, flexionando a viga, à qual está ligada por um material de maior rigidez.

Uma liga com memória de forma pode ser considerada intrinsecamente como um atuador termomecânico, que converte energia térmica em deslocamento, acompanhado ou não da produção de um trabalho mecânico [30]. Durante o ciclo térmico, se a liga encontra qualquer resistência, pode gerar forças extremamente grandes [10]. Este fenômeno provê um mecanismo único de atuação. Atuadores baseados em SMA's são bastante atrativos devido à sua grande deformação, boa recuperação, alta densidade de potência e ativação da estrutura mecânica sem a necessidade de sistemas de transmissão intermediários [11], [12], [13].

Quanto a atuação, os atuadores SMA podem ser térmicos ou elétricos. Ambos trabalham sob aquecimento, a diferença está no fato que atuadores térmicos são aquecidos por mudanças na temperatura ambiente; enquanto atuadores elétricos são aquecidos por corrente elétrica (efeito Joule) [2].

Atuadores SMA tem sido utilizados como parte de aparelhos de ar-condicionado, com controle do fluxo de ar dependendo da temperatura; cafeteiras, sistemas de drenagem para aquecedores a vapor em trens, e dispositivos para canais hidráulicos paralelos, em sistemas de transmissão automáticos. Entre eles, a aplicação das SMA's para controle do fluxo de ar condicionado pela Matsushita Electric Corp., foi a mais bem sucedida, substituindo o sistema comum: sensor/atuador/circuito integrado/relé/motor, com uma simples combinação de uma mola SMA e uma mola comum [31].

Nas aplicações de SMA's para atuadores térmicos, há dois componentes básicos, uma mola SMA sensível à temperatura e uma mola comum insensível à temperatura agrupados em série que assim resistem uma a outra. Na Figura 1.6, apresenta-se um exemplo de aplicação das SMA's como atuadores térmicos, utilizando um arranjo de molas. Usualmente uma mola SMA é inicialmente mais resistente que uma mola comum na fase austenita e menos resistente que a mesma mola na fase martensítica. Assim, quando a temperatura aumenta, a mola SMA é mais forte que uma mola comum e a abertura para água quente torna-se bem menor então que para água fria. Quando a temperatura é baixa, ocorre o efeito oposto. Uma aplicação com um princípio similar é utilizada no dispositivo de ajuste de nível de óleo para o trem-bala Shinkansen, no Japão [31].

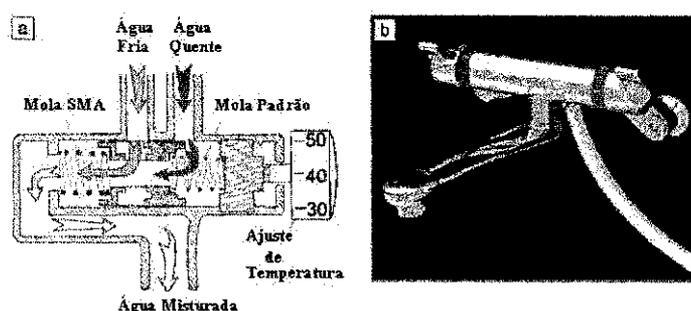


Figura 1.6: Aplicação da liga com memória de forma para uma torneira elétrica: (a) estrutura e (b) exemplo de uma torneira elétrica comercialmente disponível [31]

Apesar dos exemplos anteriores, nos quais o efeito de memória de forma é utilizado em diversas aplicações, a maioria das aplicações comerciais das SMA's utilizam o efeito da superelasticidade. A propriedade da superelasticidade tem sido bem sucedida em aparelhos ortodônticos, armações de óculos, antenas de telefones celulares, instrumentos cirúrgicos, dentre outros. A maioria destas aplicações estão no Japão e Estados Unidos [5], [31]. As aplicações da superelasticidade para *stents*<sup>4</sup> médicos e fios-guia<sup>5</sup> estão se tornando muito importantes, dado que os fios feitos deste material, não são apenas flexíveis, mas altamente resistentes à corrosão e possuem boa biocompatibilidade [2]. Em termos comerciais, as aplicações do efeito de superelasticidade tem sido a propriedade das SMA's mais explorada comercialmente, devido a simplicidade de seu uso. Ao contrário, a utilização do efeito de memória de forma para aplicações no campo da

<sup>4</sup>Stent é uma micro-estrutura auto-expandível, que são utilizadas para tratamento de órgãos ocios ou oclusão de condutos.

<sup>5</sup>Um fio-guia é um longo fio metálico, introduzido dentro do corpo humano através de cavidade natural ou pequena incisão.

robótica, por exemplo, que exigem técnicas de controle sofisticadas e além disso, apresentam baixas respostas, que é restrita pela condução de calor.

## 1.5 Conclusões

Neste capítulo apresentou-se os principais aspectos das ligas com memória de forma. Um breve histórico foi apresentado ressaltando as principais descobertas. O mecanismo do efeito de memória de forma e superelasticidade foi esclarecido. Abordou-se as condições básicas para ocorrência do fenômeno de memória de forma e da superelasticidade e o efeito two-way. Por fim, um panorama geral das aplicações dos materiais com memória de forma foi traçado. Podemos constatar que por suas propriedades únicas, tais ligas são potencialmente aplicáveis em diversos campos da engenharia, passando por aplicações na área biomédica e na ortodontia, e portanto, os materiais com memória de forma constituem um dos materiais inteligentes mais promissores.

## Capítulo 2

# Modelos Constitutivos de Ligas com Memória de Forma

### 2.1 Introdução

Há uma grande demanda por atuadores SMA dentro do campo das micromáquinas devido à sua grande deformação, boa recuperação e outras vantagens. No entanto, o comportamento não linear com histerese destes atuadores, tornam a predição de seu comportamento uma difícil tarefa. Um modelo computacional para simulação é um requisito para o projeto de um atuador. Uma grande variedade de modelos com o intuito de descrever o comportamento termomecânico das ligas com memória de forma tem sido desenvolvidos. Neste capítulo aborda-se de forma geral os modelos constitutivos, dando ênfase ao modelo proposto por Brinson *et al.* [22], um dos mais bem sucedidos modelos na descrição do comportamento clássico das ligas com memória de forma [16], e ao modelo proposto por Ikuta [32] e modificado por Madill [33].

#### 2.1.1 Modelos Mecânicos

Numerosos modelos mecânicos unidimensionais estão disponíveis para descrever o efeito de memória de forma. Estes modelos geralmente apresentam duas fases distintas. Uma relação constitutiva, que liga tensão, deformação e temperatura. Em resumo, estas relações constitutivas são baseadas em considerações de energia. Um dos primeiros trabalhos com objetivo de modelar o comportamento termomecânico das ligas com memória de forma foi proposto por Falk [34], e tinha como objetivo modelar o comportamento mecânico do fenômeno de memória de forma e da superelasticidade baseado no modelo de energia livre proposto por Landau. Este modelo é relativamente simples, e propõe uma equação de energia livre polinomial.

Tanaka *et al.* [35] desenvolveram um modelo termomecânico baseado em taxas de tensão, deformação e temperatura, no qual as transformações cinéticas são definidas por uma forma exponencial empírica. Baseado no trabalho original de Tanaka, Liang e Rogers [36] mostraram que, uma vez que a termodinâmica do material é descrita por um conjunto de variáveis  $\varepsilon$ ,  $\beta$  e  $T$ , aplicando cálculo diferencial resulta na seguinte equação constitutiva:

$$\dot{\sigma} = E\dot{\varepsilon} + \alpha\dot{\beta} + \Theta\dot{T} \quad (2.1)$$

A expressão 2.1 é a base de muitos outros modelos. Na equação 2.1 os pontos representam derivadas em relação ao tempo.  $E$ ,  $\alpha$ , e  $\Theta$  são o módulo de elasticidade ou de Young, a função de transformação e o tensor termoelástico, respectivamente.

A segunda parte dos modelos mecânicos para efeito de memória de forma se constitui de uma lei cinética que captura a evolução da transformação de fase (frações de fase). A transformação de fase *a priori* é dada por

$$\beta = f(T, \sigma) \quad (2.2)$$

Estas funções são freqüentemente descritas por partes, de acordo com a direção da transformação e a fase em que o material está.

Liang e Rogers [36] propuseram equações simples para representar a transformação cinética, baseadas em resultados experimentais. No entanto, este modelo não podia descrever o comportamento do material em temperaturas inferiores a  $M_s$ , nem em temperaturas onde a martensita induzida por temperatura estava presente.

Brinson [22] introduziu modificações no modelo com o objetivo de adequá-lo a todas as regiões de temperaturas em que o fenômeno ocorre. O modelo de Brinson introduz uma importante inovação, separando a variável interna,  $\beta$ , em duas novas variáveis utilizadas para representar de forma distinta as frações martensíticas induzidas por temperatura,  $\beta_T$ , e por tensão,  $\beta_\sigma$ , de forma que:

$$\beta = \beta_T + \beta_\sigma \quad (2.3)$$

A partir da consideração destas novas variáveis, a equação constitutiva é reescrita da seguinte forma:

$$\sigma - \sigma_0 = E\varepsilon - E_0\varepsilon_0 + \alpha\beta_\sigma - \alpha\beta_{\sigma_0} + \Theta(T - T_0) \quad (2.4)$$

Os termos subscritos zero representam a situação inicial da liga. Estes termos podem ser considerados constantes, uma vez que representam o "estado inicial".

Brinson [22] estabelece ainda uma relação linear envolvendo módulos de elasticidade do material correspondentes às fases austenítica,  $E_A$ , e martensítica,  $E_M$ , tal que:

$$E = E_A + \beta(E_M - E_A) \quad (2.5)$$

Quando  $E = E_A$  o material encontra-se totalmente na fase austenítica e  $\beta = 0$ . Quando  $E = E_M$  o material encontra-se totalmente na fase martensítica e  $\beta = 1$ .

A constante  $\alpha$  pode ser definida a partir de uma análise da deformação residual do material,  $\varepsilon_R$ , após um processo de carregamento e descarregamento. Considere a deformação acumulada pelo material após ter sido carregado até alcançar a transformação de fase completa e em seguida descarregado, em uma temperatura inferior a  $A_s$  (temperatura de início de formação de austenita). Utilizando a relação para funções de constantes materiais, pode ser mostrado que a função e transformação, que é função de  $\beta$ , está intimamente relacionada à variação do módulo elástico, e pode ser expresso como [22]:

$$\alpha = -\varepsilon_R E \quad (2.6)$$

A cinética de transformação é dada através de equações envolvendo cossenos que descrevem a evolução da fração martensítica.

### 2.1.2 Modelos de Atuadores SMA

Ikuta [37] propôs o *modelo de subcamadas variável*, no qual, supõe que, a um dado tempo, o material é composto de certas percentagens de várias fases diferentes. A deformação do fio para uma determinada carga podia então ser calculada pelos pesos correspondentes das deformações nas diferentes fases, que resultariam da mesma carga. O *modelo de subcamadas variável* proposto por Ikuta *et al.* [37] para ligas SMA de NiTi é desenvolvido em três passos: (1) - modelagem das propriedades mecânicas de três fases independentes, (2) modelagem da transformação termoelástica, e (3) combinação dos passos um e dois criando o "modelo de subcamadas variável". O material é modelado como três camadas conectadas em paralelo representando três diferentes fases que podem estar presentes no material em um dado instante de tempo. A espessura de cada camada corresponde a fração do volume da fase em um dado momento. A tensão total é a soma das tensões em cada camada, ponderado pela fração volumétrica.

Considere o modelo desenvolvido por Ikuta [37], para a relação entre temperatura e fração de martensita. Onde  $R_{ma}$  e  $R_{mb}$  são constantes. Assim, a relação entre temperatura e fração de martensita de Ikuta é dado por:

$$R_m(T) = \frac{R_{ma}}{[1 + e^{km(T-T_{0m}-c_m\sigma)}]} + R_{mb} \quad (2.7)$$

Onde,  $T_{0m}$  e  $k_m$  são dados por

$$T_{0m} = \begin{cases} \frac{1}{2(M_s + M_f)}, & k_m = \frac{6.20}{M_s - M_f}, \text{ quando resfriando} \\ \frac{1}{2(A_s + A_f)}, & k_m = \frac{6.20}{A_f - A_s}, \text{ quando aquecendo} \end{cases} \quad (2.8)$$

Na essência a histerese está sendo caracterizada por duas temperaturas médias de transformação,  $T_{0m}$ , e duas contantes de temperatura,  $k_m$ . A constante 6.20 foi determinada empiricamente por Ikuta. A equação 2.7 pode descrever um laço menor de histerese, no entanto Ikuta não descreve como obter as constantes  $R_{ma}$  e  $R_{mb}$ . Presume-se então que as mesmas sejam obtidas empiricamente.

Apesar de discutir a existência de laços menores, o modelo de Ikuta não é adequado para simulação do sistema de controle de posição. Ikuta demonstra o cálculo de um laço menor, mas seu modelo não é capaz de lidar com ciclos repetidos dentro da faixa  $(M_f, A_f)$ . Portanto, não leva em consideração o comportamento passado da liga, assume portanto que a liga inicia de um estado completamente austenita ou completamente martensita.

Madill e Wang [33] desenvolveram extensões do modelo de Ikuta [37], refinando a modelagem dos laços menores de histerese, tornando-o mais adequado à modelagem de sistemas dinâmicos de controle de posição, onde a fonte de calor é o aquecimento elétrico. Tal modelo consiste de dois elementos chaves: a temperatura-corrente e a relação deformação-temperatura. A relação de temperatura-corrente é utilizada para descrever a dinâmica do atuador SMA. Esta relação é uma equação diferencial em termos de temperatura, corrente elétrica e o tempo

$$\rho c_p V \frac{dT}{dt} = Ri^2(t) - hA(T(t) - T_\infty) \quad (2.9)$$

Onde:  $\rho$  é a densidade do fio SMA,  $V$  é o volume do fio,  $i$  é a corrente elétrica,  $t$  é o tempo,  $A$  é a área da superfície do fio,  $R$  é a resistência elétrica,  $h$  é o coeficiente de transferência de calor para o meio de resfriamento,  $T_\infty$  é a temperatura ambiente e  $c_p$  é o calor específico do material do fio.

A relação deformação-temperatura, utilizada no modelo, envolve dois passos. Primeiro a temperatura e o tensão estão relacionados à composição de fase. Segundo, a composição de fase está relacionada à deformação. Para uma explanação mais completa das equações resultantes, consultar a referência [33]. O primeiro passo relacionando tensão e temperatura ao volume de fração de martensita, leva a seguinte forma

$$R_m(\theta; t) = \begin{cases} \frac{R_{ma}^C(t)}{[1 + e^{k_m^C(\theta - \beta^C)}]} + R_m^C(t), & \text{quando resfriando} \\ \frac{R_{ma}^H(t)}{[1 + e^{k_m^H(\theta - \beta^H)}]} + R_m^H(t), & \text{quando aquecendo} \end{cases} \quad (2.10)$$

Onde  $R_m$  é a fração de martensita;  $\theta$  é a diferença entre a temperatura no fio  $T$  e a temperatura ambiente  $T_\infty$ ;  $k_m$  é a constante de temperatura;  $R_{ma}$  e  $R_{mb}$  são constantes que definem a

fração de martensita no início e no fim dos menores laços de histerese; os termos subscritos  $C$  e  $H$  denotam resfriamento e aquecimento, respectivamente. As quatro funções ( $R_{ma}^C(t)$ ,  $R_{ma}^H(t)$ ,  $R_m^C(t)$  e  $R_m^H(t)$ ), são funções do tempo que modelam os laços menores de histerese. Estas funções permanecem constantes durante o período de aquecimento ou resfriamento. No entanto, quando ocorre o chaveamento de aquecimento para resfriamento ou vice-versa, estas funções mudam. Aqui é onde ocorre a diferença básica entre este modelo e o de Ikuta. A modelagem de Ikuta dos laços menores de histerese baseia-se na constante determinação empírica dos parâmetros para cada laço menor de histerese, ao invés de funções variando no tempo, tornando-se indesejável para modelagem de sistemas de malha fechada, onde os laços menores de histerese ocorrem continuamente [23].

O segundo passo, relacionando a composição de fase com deformação, é dado por

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{[E_a - (E_a - E_m)R_m]}, & 0 \leq \varepsilon < \varepsilon_m^y \\ \frac{\sigma + R_m(E_T - E_m)\varepsilon_m^y}{[E_a - (E_a - E_T)R_m]}, & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon < \varepsilon_m^d \\ \frac{\sigma + R_m[(E_T - E_m)\varepsilon_m^y + (E_d - E_T)\varepsilon_m^d]}{[E_a - (E_a - E_d)R_m]}, & \varepsilon_m^d < \varepsilon \end{cases} \quad (2.11)$$

Onde

- $\varepsilon$  = deformação (%)
- $\sigma$  = carga (MPa)
- $\sigma_P$  = tensão devido a 100% de austenita (MPa)
- $\sigma_m$  = tensão devido a 100% de martensita (MPa)
- $R_m$  = fração de martensita<sup>1</sup>
- $E_A$  = módulo de elasticidade da fase austenita (MPa)
- $E_M$  = módulo de elasticidade de martensita completamente *twinned*<sup>2</sup> (MPa)
- $E_T$  = módulo de elasticidade de martensita parcialmente *twinned* (MPa)
- $E_d$  = módulo de elasticidade de martensita *detwinned*<sup>3</sup> (MPa)
- $\varepsilon_m^y$  = deformação resultante de martensita *twinned* (%)
- $\varepsilon_m^d$  = mínima deformação de martensita *detwinned* (%)

## 2.2 Conclusões

Neste capítulo abordou-se de forma geral os modelos constitutivos das ligas com memória de forma. Foi apresentado o modelo constitutivo mais conhecido, proposto por Brinson [22]. Neste

<sup>1</sup>Fração total de martensita, dada pela soma da fração martensítica induzida por temperatura e pela fração martensítica induzida por tensão.

<sup>2</sup>Fração martensítica induzida por temperatura.

<sup>3</sup>Fração martensítica induzida por tensão.

modelo as equações de cinética de transformação, que relacionam tensão e temperatura, são descritas utilizando funções cosseno. Foi discutido o modelo de Madill, baseado no modelo de Ikuta, capaz de descrever o comportamento de um atuador SMA sob carga constante.

As abordagens vistas neste capítulo, requerem diferentes equações em cada etapa do processo de transformação, porque este tem propriedades histeréticas. No entanto, estas abordagens não conseguem descrever as não-linearidades inerentes ao fenômeno de histerese.

Como veremos no capítulo a seguir, o fenômeno de histerese inclui: a forma e o desenvolvimento de laços menores; o processo de acomodação em laços menores [38], congruência e remoção [39].

No lugar destas abordagens, é proposto um modelo para a histerese na característica  $\varepsilon \times T$  baseado num modelo de histerese. No próximo capítulo é apresentado o modelo de Preisach, que é o mais popular modelo de histerese em materiais ferromagnéticos, e o modelo de proximidade ao laço principal, inicialmente proposto para modelagem da histerese magnética [40] e adaptado à histerese térmica nos filmes finos de  $VO_2$  [41].

# Capítulo 3

## Modelos de histerese

### 3.1 Introdução

A primeira parte deste capítulo apresenta a terminologia associada às curvas de histerese, necessárias ao entendimento dos modelos apresentados, bem como a histerese nas ligas com memória de forma.

Após a discussão acerca da terminologia da histerese e da histerese nas ligas com memória de forma são discutidos os modelos escolhidos para descrever o fenômeno de histerese na característica  $\epsilon \times T$  (deformação *versus* temperatura) do fio com memória de forma.

Diversos modelos têm sido propostos para descrever a histerese, cada um deles com características mais adequadas para descrever uma determinada classe de materiais. Os modelos de Jiles e Preisach são os modelos macroscópicos de histerese mais utilizados atualmente. O procedimento proposto por Mayergoyz [39] para implementar numericamente o modelo de Preisach, em conexão com os dados experimentais, foi responsável por tornar este modelo aceito e aplicável a diversos fenômenos. Um modelo diferencial para histerese magnética, baseado em considerações de energia, foi proposto em [42]. O modelo de Krasnoselskii-Prokovskii, é uma generalização do modelo de Preisach através da introdução de um operador contínuo, em contraste com o operador elementar descontínuo de Preisach [43]. O modelo de Saliah e Lowther que foi desenvolvido para a histerese magnética utilizando redes neurais [44]. Almeida *et al.* [45, 44], desenvolveram o modelo de proximidade ao laço principal - *the Limiting Loop Proximity -  $L^2P$* , para representar o fenômeno da histerese de materiais magnéticos. O algoritmo do modelo de proximidade ao laço principal se resume na implementação de uma equação recursiva, o que o faz ter uma carga computacional muito baixa, além de que quase todos os parâmetros do modelo são obtidos graficamente dos dados experimentais. O modelo  $L^2P$  não requer que as propriedades de remoção e congruência estejam presentes ao fenômeno de histerese estudado,

como no modelo de Preisach.

## 3.2 Definições e Terminologia do Fenômeno de Histerese

O fenômeno de histerese pode ser definido como um efeito de memória estática independente da taxa de variação da excitação [46]. Isto significa que o diagrama de histerese é estável e sua memória tem persistência temporal. Entretanto, grande parte dos materiais que exibem histerese, a exemplo da plasticidade e ferromagnetismo, não é puramente independente da taxa de excitação. De fato, existe um efeito de viscosidade inercial nos fenômenos de histerese [47]. Quando a taxa de excitação tende a zero, o efeito de dependência da taxa de excitação tende a zero, o efeito de dependência se torna muito pequeno e a histerese pode ser considerada independente da taxa [48].

O fenômeno de histerese inclui: a forma e o desenvolvimento dos laços principais; a forma e o desenvolvimento de laços menores; o processo de acomodação em laços menores [38], a congruência e a remoção [39], e outros efeitos derivados da excitação estocástica [48].

A histerese pode ser representada graficamente como uma relação no plano  $x \times y$ . Onde  $x$ , representa a excitação e  $y$  a resposta do material. Frequentemente, os termos *senal de entrada* e *senal de saída* são utilizados para  $x$  e  $y$ , ou simplesmente entrada e saída.

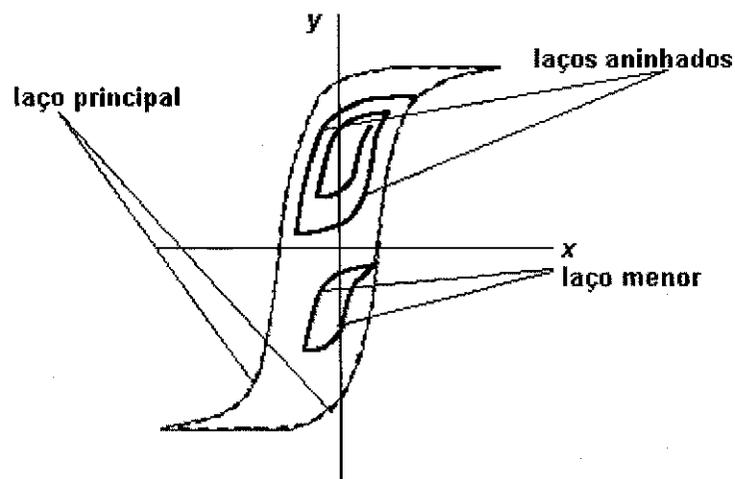


Figura 3.1: Representação esquemática do fenômeno de histerese

A não linearidade ou característica mais conhecida da histerese é o *laço principal*, ver Figura 3.1. Para obtenção do laço principal, o valor de  $x$  é inicialmente elevado até que a resposta  $y$  atinja a parte reversível da curva. A região da histerese considerada como reversível é aquela na

qual, para um determinado valor da excitação, só há um único valor de resposta. Para materiais magnéticos, esta região normalmente corresponde à saturação. Deste ponto, o valor de  $x$  é reduzido até que a resposta  $y$  atinja a outra parte reversível da curva. A parte do laço principal para o qual  $\frac{dy}{dt} < 0$  é chamada de *curva decrescente principal*. Inversamente, a parte do laço principal para o qual  $\frac{dy}{dt} > 0$  é chamada de *curva crescente principal*. Se em qualquer ponto das curvas decrescente e crescente principais o sinal  $\frac{dx}{dy}$  muda, a trajetória no plano  $x \times y$  se aproxima respectivamente das curvas crescente e decrescente principais. Este ponto é chamado *ponto de reversão*, e a trajetória que emana do mesmo é denotada de *curva de reversão de primeira ordem*. Se, em qualquer ponto da curva de reversão de primeira ordem, ocorre uma outra reversão, a trajetória resultante é chamada de *curva de reversão de segunda ordem*, e assim sucessivamente. A trajetória fechada, resultante de duas curvas de reversão consecutivas, é chamada de *laço menor*. A sequência de trajetórias abertas, formadas por curvas de reversão consecutivas, é chamada de *laços menores aninhados*. Na prática, os laços menores não formam trajetórias completamente fechadas, mesmo quando sujeitas a uma excitação com valores compreendidos entre os mesmos extremos. Isto resulta que, a formação dos laços menores é precedida de um processo de estabilização conhecido como acomodação [38].

### 3.2.1 Histerese nas Ligas com Memória de Forma

Muitos materiais apresentam a propriedade de memória de forma. A mais comumente utilizada em atuadores elétricos é a liga à base de níquel e titânio, comumente chamada de Nitinol conforme visto no Capítulo 1. A recuperação de grandes deformações em SMA's é possível pela existência de duas fases cristalográficas distintas, dependentes da temperatura. Em baixas temperaturas, a liga está na fase *martensita*, enquanto em altas temperaturas, a estrutura muda para *austenita* (mais detalhes ver Capítulo 1). Conforme o fio é aquecido na fase completamente martensita, a percentagem de martensita diminui, enquanto a de austenita aumenta, até que a liga esteja 100% austenita.

A transformação de martensita para austenita, e de austenita para martensita, é caracterizada por um laço de histerese, como descrito na Figura 3.2. As temperaturas associadas com a transformação são  $A_s$ ,  $A_f$  e  $M_s$ ,  $M_f$ : temperaturas de início de fim de austenita e martensita. Entre  $A_s$  e  $A_f$ , e de  $M_s$  a  $M_f$ , a estrutura da liga é uma mistura das duas fases [13]. As temperaturas típicas de transformação em graus Celsius, para a liga de NiTi utilizada, são  $M_f = 42$ ,  $M_s = 52$ ,  $A_s = 68$ ,  $A_f = 78$  [24]. No entanto, estes parâmetros são altamente dependentes da composição e processamento da liga: variações da ordem de 2-3% na composição da liga causa um deslocamento de mais de 100 graus nas temperaturas de transformação [13], [24].

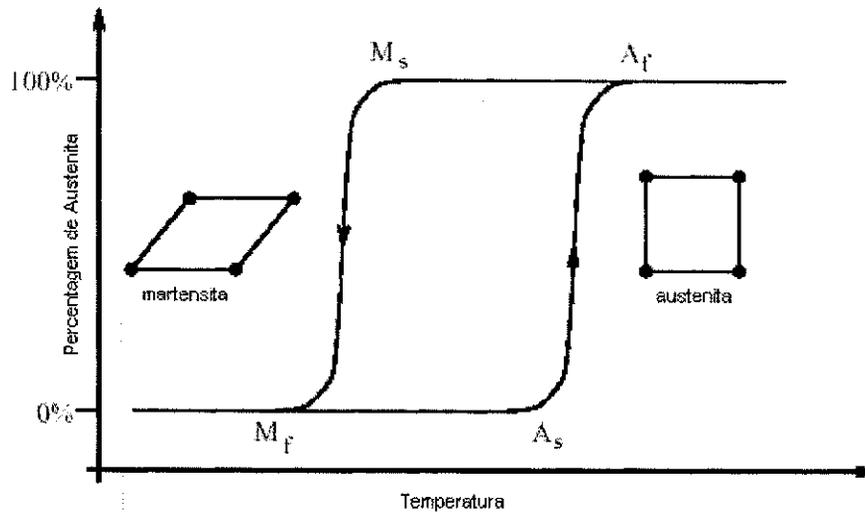


Figura 3.2: Curva de histerese e temperaturas de transformação para a SMA

Um esboço das características de tensão-deformação para austenita e martensita é mostrado na Figura 3.3. A deformação resultante de uma tensão particular é diferente em cada fase. Um fio sujeito a uma tensão de  $\sigma_1$  MPa (Figura 3.3) pode recuperar uma deformação substancial, da ordem de 5%, quando aquecida de martensita para austenita. Se apenas alguns ciclos são requeridos, deformações de até 8% podem ser obtidas [24].

### 3.3 Modelo de Preisach

#### 3.3.1 Concepção do modelo

O modelo de Preisach é baseado em algumas hipóteses sobre mecanismo de magnetização em materiais magnéticos [39]. Na interpretação de Preisach, os materiais magnéticos são constituídos de uma quantidade infinita de ímãs elementares, conforme ilustra a Figura 3.4. Esses ímãs elementares são orientados a partir de um campo externo e permanecem com uma orientação residual mesmo quando o campo externo é retirado.

Em 1970, o matemático russo M. Krasnoselskii introduziu uma formulação puramente matemática para representar o modelo de Preisach. Nessa formulação, cada ímã elementar apresenta uma histerese que é representada por um operador  $\gamma_{\alpha\beta}$  onde  $\alpha$  e  $\beta$  correspondem aos limiares de transição superior e inferior da histerese elementar, respectivamente [39]. A Figura 3.5 ilustra a histerese elementar de Preisach.

O operador elementar de Preisach é um elemento biestável: quando o valor da excitação  $u(t)$

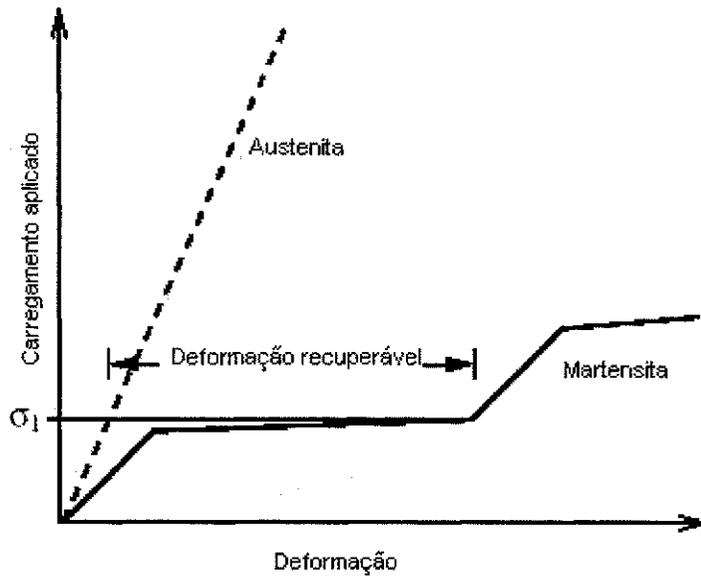


Figura 3.3: Curva estresse-deformação para as fases Martensita e Austenita

é maior que o limiar  $\alpha$  o operador assume o valor  $\gamma_{\alpha\beta}(u(t)) = +1$ ; quando o valor da excitação  $u(t)$  é menor que o limiar  $\beta$  o operador assume o valor  $\gamma_{\alpha\beta}(u(t)) = -1$ . Para um valor de excitação  $\beta < u(t) < \alpha$ , o estado do operador depende da história do sinal de excitação.

Pode-se associar a cada operador elementar uma probabilidade de estar no estado  $+1$  ou  $-1$ . O fenômeno macroscópico de histerese pode então ser interpretado em termos estatísticos, para o qual é definida uma certa função de distribuição  $\mu(\alpha, \beta)$ , conhecida na literatura por *função de Preisach*. Desse modo, a histerese pode ser representada pela soma de um conjunto de operadores elementares  $\gamma_{\alpha\beta}$  ponderados pela função de distribuição  $\mu(\alpha, \beta)$ , como ilustrado na Figura 3.6.

Considerando um número infinito de operadores elementares na Figura 3.6, a representação matemática do modelo de Preisach para descrever o fenômeno da histerese é dada por:

$$f(t) = \iint_{\alpha \leq \beta} \gamma_{\alpha\beta}(u(t)) \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (3.1)$$

O modelo de Preisach é utilizado, na medida que a sua interpretação seja aplicável, como uma ferramenta para estudar as características de histerese apresentados por diversos materiais.

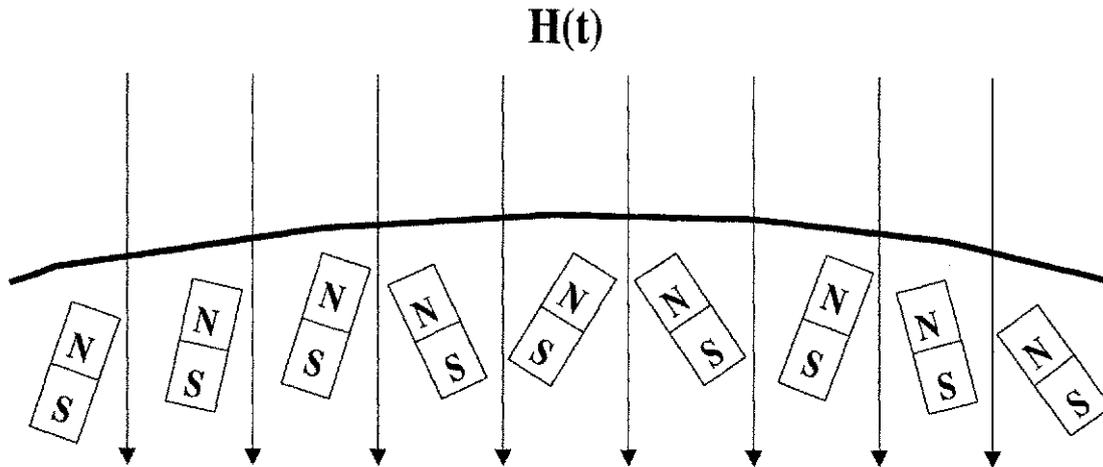


Figura 3.4: Ímãs elementares dos materiais magnéticos

### 3.3.2 Interpretação geométrica

A Figura 3.7 mostra uma interpretação geométrica da equação (3.1) em termos do denominado *triângulo de Preisach*. O eixo de diminuição da excitação é representado por  $u_\beta$  e o eixo de elevação da excitação é representado por  $u_\alpha$ .

Geometricamente, o triângulo de Preisach pode ser dividido em duas áreas,  $S_{+1}$  e  $S_{-1}$  que representam as contribuições das parcelas da equação (3.1) quando os operadores elementares estão nos estados  $+1$  e  $-1$ , respectivamente. Uma linha de interface  $L(t)$  define uma subdivisão nas áreas  $S_{+1}$  e  $S_{-1}$  que depende da história da excitação. Os valores de reversão da taxa de variação da excitação são sempre os vértices que definem a linha de interface  $L(t)$ .

A histerese definida em termos do triângulo de Preisach é dada por:

$$f(t) = \iint_{ABC} \gamma_{\alpha\beta}(u(t)) \mu(u_\alpha, u_\beta) du_\alpha du_\beta \quad (3.2)$$

ou

$$f(t) = \iint_{s_{+1}} \mu(u_\alpha, u_\beta) du_\alpha du_\beta - \iint_{s_{-1}} \mu(u_\alpha, u_\beta) du_\alpha du_\beta \quad (3.3)$$

a equação (3.3) apresenta duas parcelas que representam as contribuições das áreas  $S_{+1}$  e  $S_{-1}$ . A primeira parcela representa a contribuição dos operadores elementares que estão no estado  $+1$  onde  $\gamma_{\alpha\beta}(u(t)) = +1$  e; a segunda parcela representa a contribuição dos operadores elementares que estão no estado  $-1$  onde  $\gamma_{\alpha\beta}(u(t)) = -1$ .

A Figura 3.8 ilustra a interface  $L(t)$  para uma excitação monotonicamente crescente.

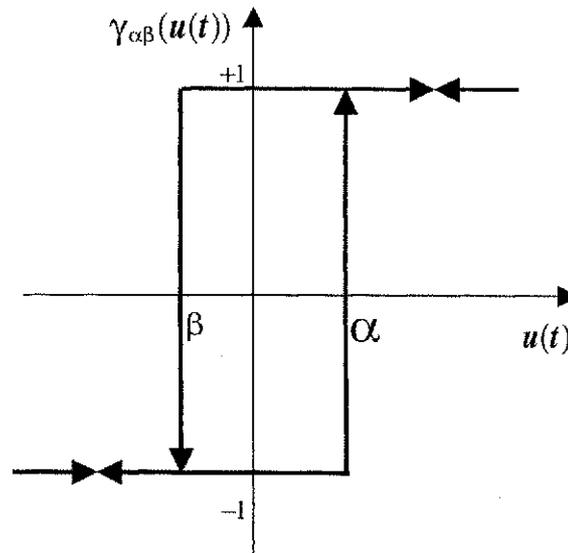


Figura 3.5: Histerese elementar de Presaich

O número de operadores elementares no estado +1 aumenta, conseqüentemente, a área  $S_{+1}$  aumenta enquanto a área  $S_{-1}$  diminui. Na Figura 3.8, a excitação monotonicamente crescente é representada por um deslocamento para cima de uma reta horizontal que divide o triângulo nas duas áreas. A reta é definida como  $L(t) = u(t) = u_{\alpha}$ .

Para uma excitação monotonicamente decrescente a interface  $L(t)$  é ilustrada pela Figura 3.9.

Neste caso, o número de operadores elementares no estado -1 aumenta, conseqüentemente, a área  $S_{-1}$  aumenta enquanto a área  $S_{+1}$  diminui. Na Figura 3.9, a excitação monotonicamente decrescente é representada por um deslocamento para esquerda de uma reta vertical que divide o triângulo nas duas áreas. A reta é definida como  $L(t) = u(t) = u_{\beta}$ .

Supondo-se uma excitação monotonicamente crescente seguida de uma reversão na taxa de variação da excitação também de forma monotônica, a interface  $L(t)$ , ilustrada na Figura 3.7, é o resultado gerado por este tipo de excitação. Inicialmente, a excitação crescente é representada com um deslocamento para cima de uma reta horizontal, e tem-se  $L(t) = u(t) = u_{\alpha}$ . Quando ocorre a reversão, a excitação é, agora, representada com um deslocamento para esquerda de uma reta vertical, e  $L(t)$  é redefinida como  $L(t) = u(t) = u_{\beta}$ .

### 3.3.3 Propriedades do modelo

As propriedades de remoção (*wiping-out property*) e congruência (*congruency property*) definem o teorema da representação [39]. Esse teorema especifica que as propriedades de remoção e

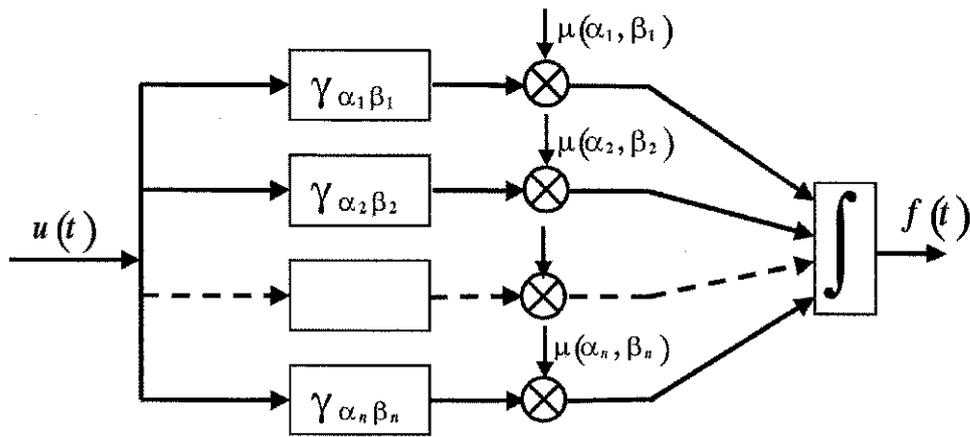


Figura 3.6: Interpretação matemática do modelo de Preisach

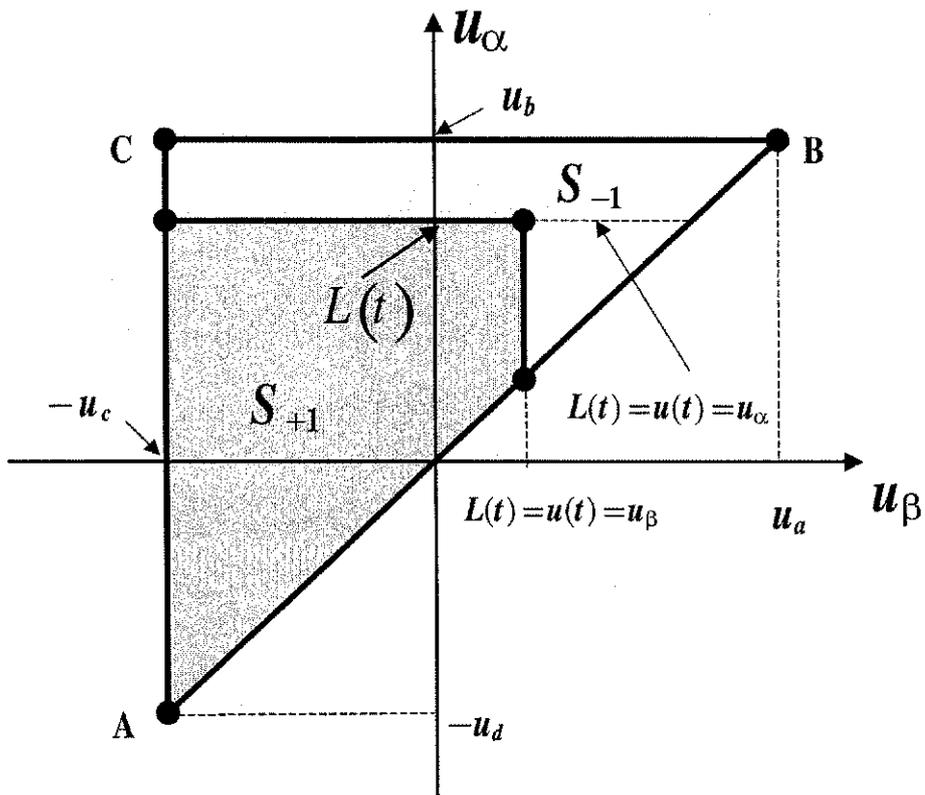


Figura 3.7: Triângulo de Preisach.

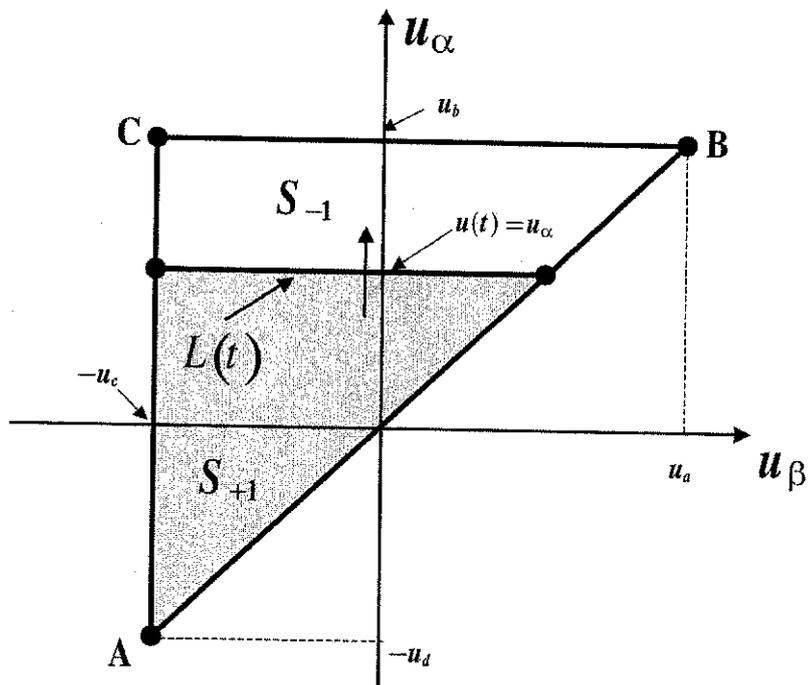


Figura 3.8: Interface  $L(t)$  para uma excitação monotonicamente crescente

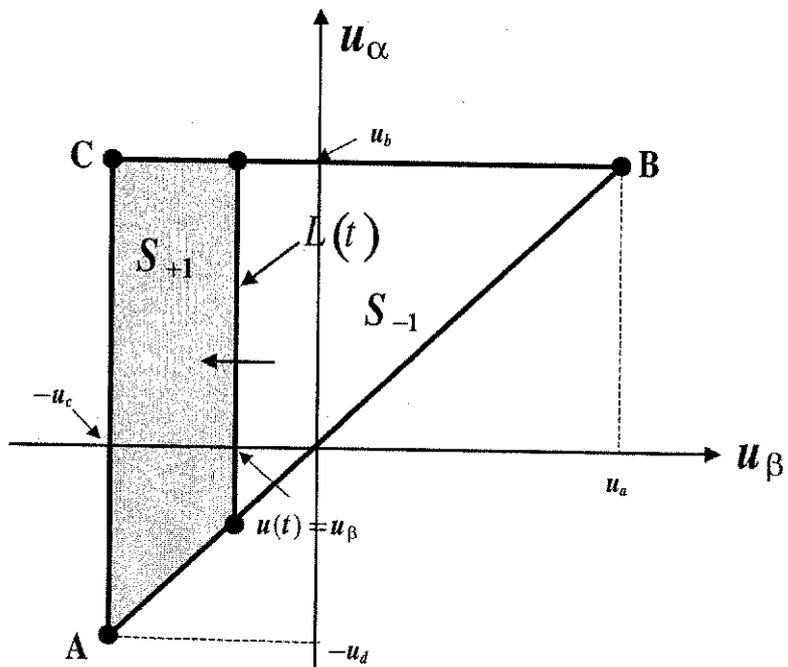


Figura 3.9: Interface  $L(t)$  para uma excitação monotonicamente decrescente

congruência são as condições necessária e suficiente para que uma determinada característica de histerese possa ser representada pelo modelo de Preisach, quando a excitação é monotônica por partes. Essas propriedades podem ser definidas como:

- Propriedade de Remoção [39]: “Cada valor mínimo da excitação  $u(t)$  remove os vértices da linha  $L(t)$  cujos valores representados no eixo de diminuição da excitação ( $u_\beta$ ) são maiores que esse mínimo e cada valor máximo de  $u(t)$  remove os vértices de  $L(t)$  cujos valores representados no eixo de elevação da excitação ( $u_\alpha$ ) são menores que esse máximo.”
- Propriedade da congruência [39]: “Todos os laços menores de histereses do plano de fase, centrados numa mesma excitação  $u_0$ , deslocados verticalmente e que resultaram de uma mesma variação de excitação  $\Delta u$  são congruentes.”

### 3.3.4 Implementação do modelo de Preisach

Para a implementação numérica do modelo de Preisach é necessário conhecer ou identificar a função de distribuição de Preisach. Quando a função de distribuição é conhecida, o modelo de Preisach pode ser implementado utilizando os algoritmos conhecidos na literatura [49]. No entanto, quando a função de Preisach é desconhecida, de um modo geral, deve-se utilizar um método de identificação dos parâmetros da função de distribuição para, posteriormente, implementar o modelo de Preisach.

Mayergoyz [39], desenvolveu um procedimento de identificação dos parâmetros da função de distribuição  $\mu(u_\alpha, u_\beta)$  utilizando os dados experimentais. Esses dados são obtidos traçando-se as curvas decrescente de primeira ordem (FODs - *first-order descending curves*). Estas curvas são utilizadas para definir uma superfície, da qual se obtém a função de distribuição da seguinte forma:

$$\mu(u_\alpha, u_\beta) = \frac{\partial^2 f_{\alpha'\beta'}(u_\alpha, u_\beta)}{\partial u_\alpha \partial u_\beta} \quad (3.4)$$

Uma vez definida a função de distribuição, o modelo de Preisach pode ser implementado utilizando diferentes métodos numéricos. Os algoritmos mais conhecidos para a implementação do modelo de Preisach são: o método clássico de Preisach, o método das integrais de Everett, o método da equação diferencial e o método do modelo móvel [49].

De acordo com Vajda e Della Torre [49], a implementação numérica do método clássico de Preisach apresenta um alto custo computacional. Se a função de distribuição de Preisach é simétrica o custo computacional é minimizado. No entanto, o método clássico de Preisach

devido a implementação da integral dupla é sempre associado a um maior custo computacional comparados aos outros métodos.

O método das integrais de Everett utiliza a interpolação do valor da função para um trecho qualquer de interesse. O uso do método da integral de Everett não funciona, adequadamente, quando a excitação apresentar mínimos ou máximos locais no intervalo de interesse, pois a descontinuidade provoca problemas na interpolação dos dados [49].

Segundo Vajda e Della Torre [49], o método da equação diferencial e o método do modelo móvel são os métodos que apresentam os menores custos computacionais e que eliminaram os problemas de excitações com mínimos ou máximos locais.

De modo geral, a implementação do modelo de Preisach está sempre vinculada a solução de alguma integração numérica. Dessa forma, novos modelos estão sendo desenvolvidos para serem utilizados como opção na representação do fenômeno da histerese.

Uma outra questão a se levar em conta na implementação do modelo de Preisach é o operador elementar. A histerese característica da deformação-temperatura de uma liga com memória de forma não é centrada na origem. Para superar este problema, o operador de Preisach teria que ser modificado, sendo assim uma outra interpretação geométrica teria que ser definida para o modelo de Preisach correspondente. A histerese elementar modificada para a liga SMA seria definida apenas no terceiro quadrante do plano  $\gamma_{\alpha\beta}(u(t))$ , ver Figura 3.5. A outra modificação em relação a histerese elementar de Preisach é que a grandeza de entrada seria a temperatura. Considerando que  $T_\alpha$  e  $T_\beta$  são os limiares de transição do operador elementar. O operador modificado também seria um elemento biestável. Neste caso, quando o valor da excitação  $T(t)$  é menor que o limiar  $T_\alpha$  o operador assumiria o valor  $\gamma_{\alpha\beta}(T(t)) = 0$ ; quando o valor da excitação  $T(t)$  é maior que o limiar  $T_\beta$  o operador assumiria o valor  $\gamma_{\alpha\beta}(T(t)) = -1$ . Para um valor de excitação  $T_\alpha < T(t) < T_\beta$ , o estado do operador dependeria da história do sinal de excitação.

### 3.4 Modelo de proximidade ao laço principal

Almeida *et al.* [45, 44], desenvolveram o modelo de proximidade ao laço principal - *the Limiting Loop Proximity*, para representar o fenômeno da histerese magnética, ou seja, uma histerese simétrica e centrada na origem do plano de fase. No entanto, o modelo de proximidade ao laço principal pode ser generalizado para qualquer fenômeno que apresentar uma histerese característica semelhante a magnética.

Jiles-Atherton propôs para os materiais magnéticos sem histerese (*anhysteretic*) uma função modificada de Langenvin [42], para representar o fenômeno da histerese magnética dada pela equação 3.5,

$$M_{an}(H(t)) = M_s \left[ \coth\left(\frac{H + \alpha M}{a}\right) - \left(\frac{a}{H + \alpha M}\right) \right] \quad (3.5)$$

onde  $\alpha$  e  $a$  são constantes dependentes do material, e  $M_s$  é a magnetização de saturação. Por simplicidade matemática, no desenvolvimento do modelo de histerese de aproximação ao laço principal ( $L^2P$ ), Almeida *et al.* [45, 44] considerou uma versão simplificada da equação 3.5, que pode ser escrita como

$$M_{an}(H) = \frac{2}{\pi} M_s \arctan\left(\frac{H}{h_0}\right) \quad (3.6)$$

onde  $H$  é a intensidade de campo magnético e  $h_0$  um parâmetro de ajuste da curva, que é uma constante dependente do material que representa  $\alpha$  e  $a$ . A equação (3.6) pode ser generalizada para qualquer material como mostra a equação (3.7),

$$f_{an}(u(t)) = \frac{2}{\pi} f_s \arctan\left(\frac{u(t)}{h_0}\right) \quad (3.7)$$

onde  $f_s$  é a saturação da histerese e  $u(t)$  a excitação.

É bem conhecido que, na característica experimental de histerese  $M \times H$ , as curvas crescente e decrescente principais são separadas por uma certa largura. Estas curvas saturam valores elevados negativos e positivos de  $H$ . Além disso, todas as trajetórias estão confinadas ao laço limite que é a combinação das curvas crescente e decrescente, na forma

$$M = F_L(H) \triangleq \frac{2}{\pi} M_s \arctan\left(\frac{H - \delta H_c}{h_0}\right) \quad (3.8)$$

sendo  $M_s$  a magnetização de saturação,  $H_c$  o campo coercitivo e  $\delta = \text{sgn}(\dot{H})$ .

A combinação das curvas  $F_L(H, \delta = +1)$  e  $F_L(H, \delta = -1)$  resulta na descrição matemática do laço principal no plano  $M - H$ , e representam a região na qual todas as possíveis trajetórias de histerese podem estar, Figura 3.10 [40].

Utilizando a equação 3.8, não é possível descrever laços menores, laços aninhados e curvas crescentes ou decrescentes de primeira ordem. Desta forma, a equação deve ser modificada para representar a dependência de  $M$  com  $H$  para qualquer trajetória dentro do laço principal. Assim, para introduzir esta modificação, Almeida *et al.* [48] propuseram levar em consideração a forma com a qual determinada trajetória dentro do laço principal se aproxima das curvas limite crescente e decrescente. Este conceito é ilustrado na Figura 3.10, sendo a trajetória  $(k - 1)$  revertida no ponto  $(H_r, M_r)$  do qual uma nova trajetória se inicia.

O campo de proximidade  $H_p$  é definido para expressar a distância entre o ponto atual  $(H_0, M_0)$  em uma trajetória  $k$  ao ponto correspondente  $(H_L, M_0)$  na curva limite  $F_L(H)$ , dado por

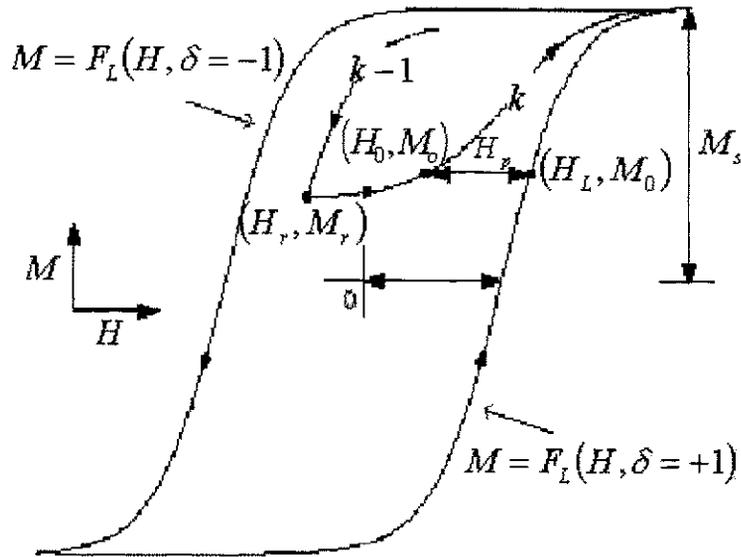


Figura 3.10: Representação esquemática da histerese na característica  $M - H$ . Esta construção geométrica de uma trajetória ap ós a reversão ilustra o conceito de proximidade da mesma ao laço principal. Que é formado pela combinação das curvas  $F_L(H, \delta = +1)$  e  $F_L(H, \delta = -1)$  [40].

$$H_p \triangleq H_L - H_0 \quad (3.9)$$

Utilizando 3.8, o valor de  $H_L$  é obtido para o ponto correspondente  $M_0 = F_L(L)$  como

$$H_L = h_0 \tan\left(\frac{\pi M_0}{2M_s}\right) + \delta H_c \quad (3.10)$$

Assim,  $H_p$  em  $(H_0, M_0)$  é obtido a partir de 3.9 como sendo

$$H_p = h_0 \tan\left(\frac{\pi M_0}{2M_s}\right) + \delta H_c - H_0 \quad (3.11)$$

No início de uma nova trajetória, no ponto de reversão  $(H_r, M_r)$ , o campo de proximidade é denotado de  $H_{pr}$  e resulta em

$$H_{pr} = h_0 \tan\left(\frac{\pi M_r}{2M_s}\right) + \delta H_c - H_r \quad (3.12)$$

Da observação de dados experimentais é possível estabelecer que a dependência funcional de  $H_p$  para qualquer trajetória dentro do laço principal é quase independente do ponto de reversão  $(H_r, M_r)$ . Assim, a seguinte dependência funcional é proposta para descrever  $H_p$

$$H_p \triangleq H_{pr} P(x) \quad (3.13)$$

sendo  $x = \frac{H_0 - H_r}{H_{pr}}$  e  $P(x)$  uma função arbitrária monotonicamente decrescente, com  $P(0) = 1$ , denotada de *função de proximidade*.

Substituindo 3.13 em 3.11 resulta em

$$H_{pr}P(x) = h_0 \tan\left(\frac{\pi M_0}{2M_s}\right) + \delta H_c - H_0 \quad (3.14)$$

e a magnetização correspondente ao ponto atual  $(H_0, M_0)$  pode ser obtida de 3.14 e escrita como

$$M_0 = \frac{2M_s}{\pi} \arctan\left(\frac{H_{pr}P(x) + H - \delta H_c}{h_0}\right) \quad (3.15)$$

Da equação 3.15, para qualquer ponto arbitrário  $(H, M)$ , a dependência da magnetização  $M$  com o campo  $H$  é dada por

$$M(H) = \frac{2M_s}{\pi} \arctan\left(\frac{H_{pr}P\left(\frac{H-H_r}{H_{pr}}\right) + H - \delta H_c}{h_0}\right) \quad (3.16)$$

Os valores de  $\delta$ ,  $H_r$  e  $H_{pr}$  mudam apenas nos pontos de reversão, e permanecem inalterados até que ocorra uma nova reversão em  $H$ . A função de proximidade depende do tipo de material magnético, e necessita ser escolhida com bastante critério, para que se ajuste adequadamente à dependência de  $H_p$  com  $H$ . Para um material magnético do tipo suave, Almeida *et al.* [40], sugerem a seguinte função de proximidade

$$P(x) \triangleq \begin{cases} 1 - \sin \zeta x, & \zeta x < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \zeta x > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (3.17)$$

sendo  $\zeta$  uma constante arbitrária.

É interessante observar a simplicidade do modelo que requer apenas quatro parâmetros  $M_s$ ,  $h_0$ ,  $H_c$  e  $\zeta$ .

### 3.4.1 Implementação do modelo de proximidade ao laço principal

Uma vez definida a função de aproximação  $P(x)$ , o problema de modelagem de uma histerese simétrica centrada na origem se resume na obtenção de quatro parâmetros  $(M_s, h_0, H_c$  e  $\zeta)$ . Os valores de  $H_c$  e  $M_s$  podem ser extraídos diretamente por inspeção nos dados experimentais de um laço principal com saturação plena e os parâmetros  $h_0$  e  $\zeta$  são determinados para ajustar o modelo aos dados experimentais.

Não é possível extrair o valor de  $h_0$  diretamente dos dados experimentais. Para encontrar  $h_0$  é necessário um procedimento de ajuste de curva, que leva em consideração tanto o trecho ascendente  $M_A(H)$  quanto o trecho descendente  $M_D(H)$  do laço principal experimental.

Considerando que os parâmetros  $H_c$  e  $M_s$  estão já estimados, Almeida *et al.* [48] propõem a determinação do valor de  $h_0$  resolvendo-se o seguinte problema de otimização

$$\hat{h}_0 = \arg \min_{h_0 \in \mathbf{R}} \sum_{H=H_c}^{H_{sat}^-} \left\{ \left[ M_D(H) - \hat{M}_L(H, -1) \right]^2 + \left[ M_A(H) - \hat{M}_L(H, +1) \right]^2 \right\} \quad (3.18)$$

Uma vez que os parâmetros da função  $F_L(H)$  estejam determinados, é necessário determinar o valor de  $\zeta$ . Entretanto, para obter o valor de  $\zeta$ , é necessário gerar uma curva experimental decrescente de primeira ordem (first-order descending curve - FOD).  $M_{FOD}(H)$  [48], na qual o termo "decrescente" tem relação com a magnetização. A escolha da FOD deve ser tal que permita um ajuste adequado de  $\zeta$ . A curva  $M_{FOD}(H)$  então é traçada iniciando-se no ponto  $M_i = 0$  e  $H_i = H_c$ . Esta curva deve então ser ajustada à curva  $\hat{M}_{FOD}(H)$  gerada pelo modelo 3.16 para a mesma excitação. Isto equivale à solução do seguinte problema de otimização

$$\hat{\zeta} = \arg \min_{\zeta \in \mathbf{R}} \sum_{H=H_c}^{H_{sat}^-} \left[ M_{FOD}(H) - \hat{M}_{FOD}(H) \right]^2 \quad (3.19)$$

completando desta forma o procedimento de identificação dos parâmetros do modelo.

Segundo Almeida *et al.* [45, 44], o mecanismo de memória do modelo está relacionado aos pontos de reversão, o conjunto dos valores passados de  $[M_0(k), H_0(k)]$  retêm a memória relativa à história da excitação  $H(t)$ . Para conhecer o estado no plano  $M \times H$  em um trecho qualquer  $(k)$  é necessário apenas calcular todos os pontos  $[M_0(k), H_0(k)]$  partindo de  $k = 1$  e então calcular o ponto  $t$  de interesse naquele trecho.

### 3.5 Conclusões

Foi apresentada uma definição e a terminologia associada às curvas de histerese. Tais definições são muito importantes para o entendimento dos modelos apresentados.

O modelo de Preisach e o modelo de aproximação ao limite adiabático foram generalizados para representar qualquer fenômeno que apresentar como característica uma histerese simétrica e centrada na origem.

O modelo de Preisach é o precursor na modelagem de histereses. O estudo e análise desse modelo é indispensável para trabalhos que tratam da modelagem de fenômenos com histerese devido a sua importância histórica e sua generalidade matemática.

O conceito de proximidade ao laço principal foi definido. A partir deste conceito uma equação algébrica foi derivada para representar matematicamente a histerese magnética, mas o conceito

pode ser estendido a outros materiais que apresentam histerese em seu comportamento. Com apenas quatro parâmetros, o modelo de proximidade ao laço principal -  $L^2P$ , possui baixa carga computacional e complexidade matemática reduzida, pois sua representação tem a vantagem de não necessitar da solução de uma equação diferencial ou de integral dupla, permitindo assim uma implementação numérica de execução rápida e procedimento simples de estimação de parâmetros. Deve-se salientar também que o modelo de proximidade ao laço principal não requer que as propriedades de remoção e congruência estejam presentes ao fenômeno de histerese para ser implementado.

No capítulo 4 o modelo de proximidade ao laço principal é modificado para descrever a histerese e são apresentados resultados obtidos para a remoção e congruência, necessárias ao modelo de Preisach. Será visto que os resultados obtidos para o fio com memória de forma inviabilizam a utilização do modelo de Preisach, pois não obedecem ao Teorema da representação de Preisach.

# Capítulo 4

## Modelagem da Liga SMA

### 4.1 Introdução

Na primeira parte deste capítulo são apresentados resultados preliminares dos testes de verificação das propriedades do modelo de Preisach. Estes testes apontam para impossibilidade de se utilizar o modelo de Preisach para descrever a histerese da característica  $\epsilon \times T$ , dado que a histerese  $\epsilon \times T$  não obedece as propriedades de Preisach.

Na segunda parte é apresentado o modelo de proximidade ao laço principal, modificado para representar a histerese na característica  $\epsilon \times T$ .

### 4.2 Modelo de Preisach- verificação do teorema da representação

Conforme visto no Capítulo 3, o modelo de Preisach é uma referência no estudo de fenômenos que exibem histerese. Este modelo possui duas propriedades principais, que são: as propriedades de remoção (*wiping-out property*) e congruência (*congruency property*) definem o teorema da representação [39]. Esse teorema especifica que as propriedades de remoção e congruência são as condições necessária e suficiente para que uma determinada característica de histerese possa ser representada pelo modelo de Preisach.

Na Figura 4.1 é mostrado o resultado obtido para o teste de verificação da propriedade de remoção. A corrente de excitação utilizada é mostrada na Figura 4.1(a) e na Figura 4.1(b), a respectiva temperatura estimada. A forma como a temperatura é estimada é explicada no capítulo 5. No trecho **A**, ocorrem reversões na taxa de variação da temperatura de excitação. Neste teste há dois trechos idênticos na variação de corrente (**A** e **B**), Figura 4.1(a). Se o fio

utilizado mostra a propriedade de remoção, o pico de início do segmento **B** deveria remover qualquer memória da entrada até este ponto, e os laços traçados para o segmento de entrada **B** deveria então retrair exatamente aqueles gerados pelo segmento **A**. Na curva de deformação estes trechos deveriam ser coincidentes, mesmo que aproximadamente. No entanto, na Figura 4.1(c), podem-se ver claramente que os trechos **A** e **B** não coincidem. Portanto a propriedade de remoção não é observada para o fio com memória de forma estudado. Na Figura 4.2 é mostrado

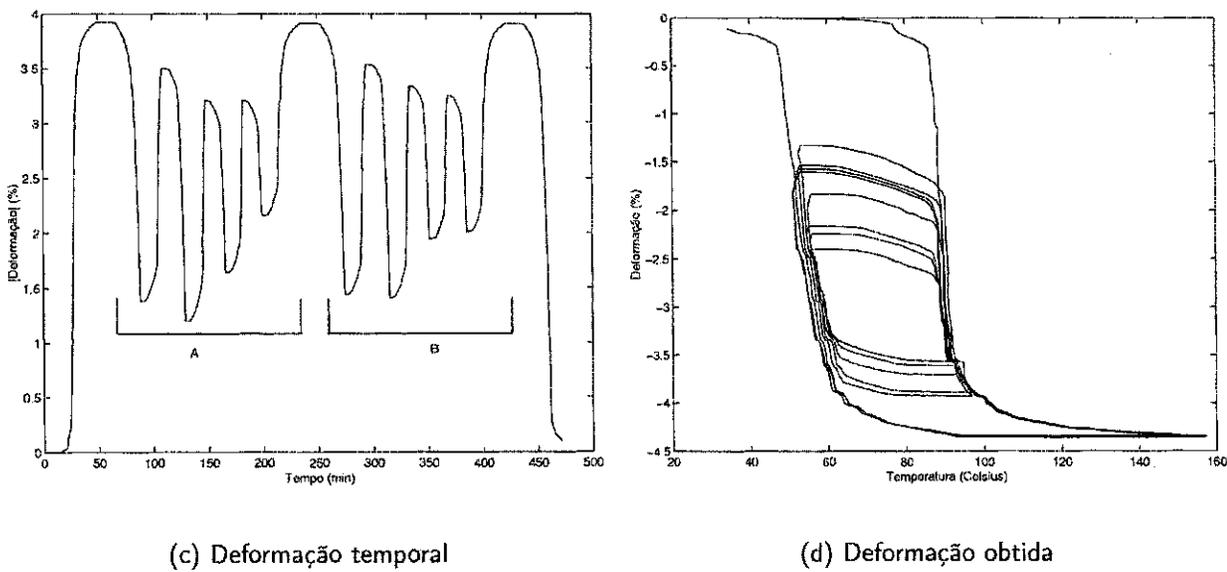
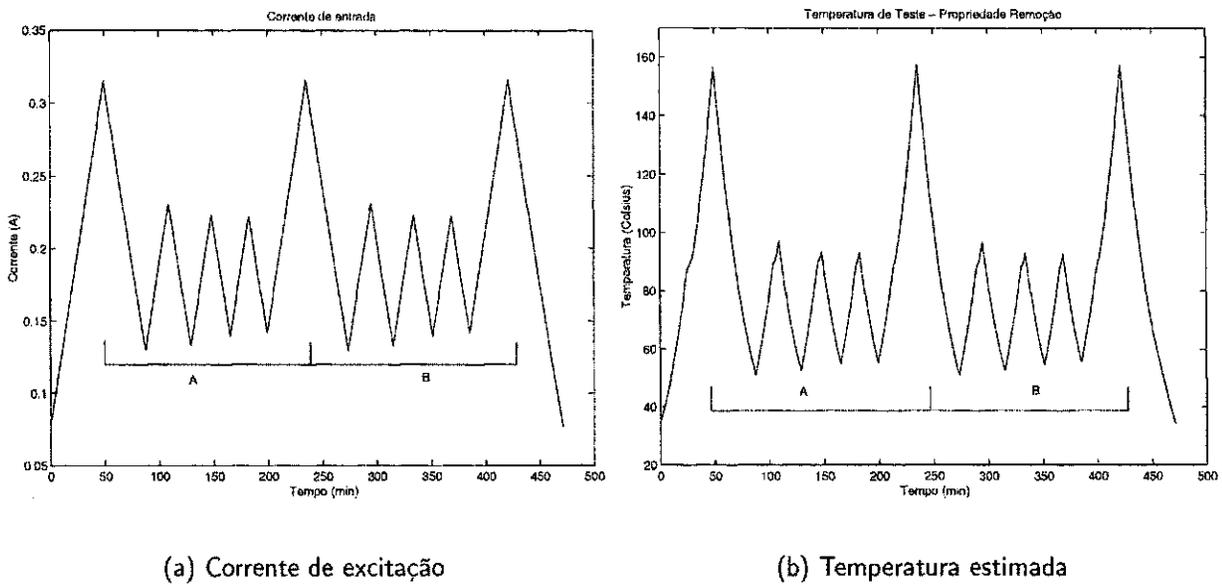


Figura 4.1: Verificação experimental da propriedade de remoção no fio com memória de forma o resultado obtido para o teste de verificação da propriedade da congruência. A corrente de

excitação utilizada é mostrada na Figura 4.2(a) e na Figura 4.2(b), a respectiva temperatura estimada. Os laços de histerese resultantes da temperatura de excitação são deslocados verticalmente e deveriam ser congruentes, isto é: os laços correspondentes ao segmento **A** e **B** e **C** e **D**, deveriam ser idênticos em termos de suas formas e serem diferentes em termos de deslocamento vertical. Os laços experimentais da propriedade de congruência na característica  $\varepsilon \times T$  são claramente não congruentes, como se pode observar nas Figuras 4.2(c) e 4.2(d). Foram realizados diversos testes de verificação da propriedade da congruência e remoção, em diferentes faixas de temperatura, e em todas as faixas de temperatura, os resultados obtidos não exibem a propriedade de congruência nem a propriedade de remoção exigidas no modelo de Preisach. Desta forma, sem que sejam satisfeitas as condições necessárias e suficientes que definem o teorema da representação de Preisach, não é possível utilizá-lo para modelar a histerese na característica  $\varepsilon \times T$  do fio com memória de forma estudado neste trabalho. Isto impede que seja realizado um estudo comparativo entre o modelo de Preisach e o modelo de proximidade ao laço principal ( $L^2P$ ). Desta forma, o modelo  $L^2P$  é o modelo utilizado para representar a histerese na característica do fio com memória de forma, por não requerer que as propriedades de remoção e congruência estejam presentes ao fenômeno de histerese estudado. A seguir, é apresentado o modelo de proximidade ao laço principal modificado para representar a histerese na característica  $\varepsilon \times T$ .

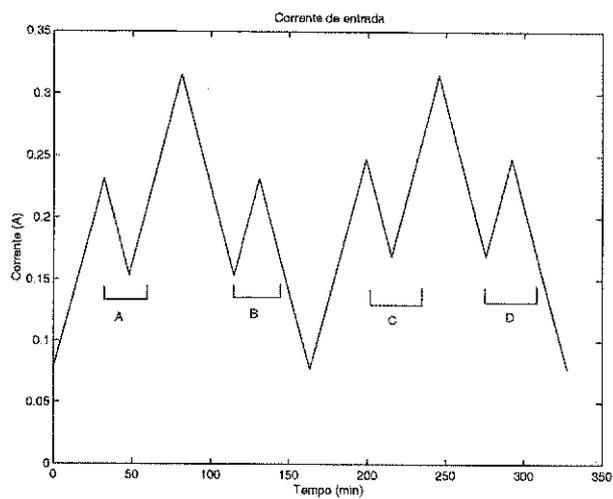
### 4.3 Modelo de proximidade ao laço principal modificado

O modelo de proximidade ao laço principal é utilizado para descrever histereses simétricas e centradas na origem. Para a descrição completa da característica da deformação na liga SMA estudada, propõe-se algumas adaptações ao modelo  $L^2P$ . Baseado no modelo descrito na seção 3.4 no capítulo 3, propõe-se a função  $F_L(T)$  para descrever a deformação  $\varepsilon$  pertencente à curva limite principal ascendente e descendente como

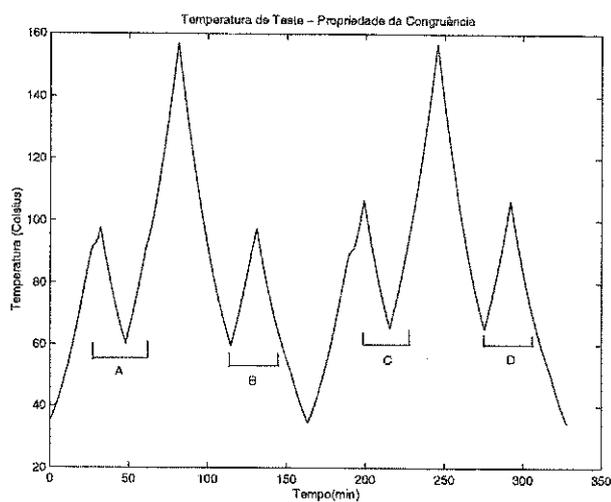
$$\varepsilon = F_L(T, \sigma) = \frac{\varepsilon_0}{\pi} \left[ \arctan \left( \beta \left( \delta \frac{\omega}{2} + T_c - T \right) + \frac{\pi}{2} \right) + \varepsilon_s \right] \quad (4.1)$$

onde  $\omega$  é a largura da histerese, que varia com a carga aplicada;  $\beta$  é um parâmetro de ajuste da curva, que indica a inclinação da curva de histerese;  $\varepsilon_s$  representa a altura da histerese,  $\varepsilon_0$  representa deformação máxima obtida e  $\delta = \text{sgn}(\dot{T})$ .  $T_c$  é a temperatura crítica,  $T$  é a temperatura de excitação. É assumido que  $T_c$  é a temperatura central da histerese.

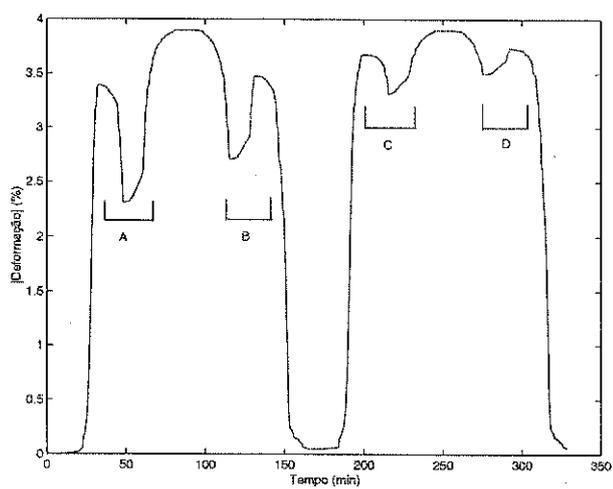
Na Figura 4.3 é mostrado o ciclo limite da liga com memória de forma. A combinação das



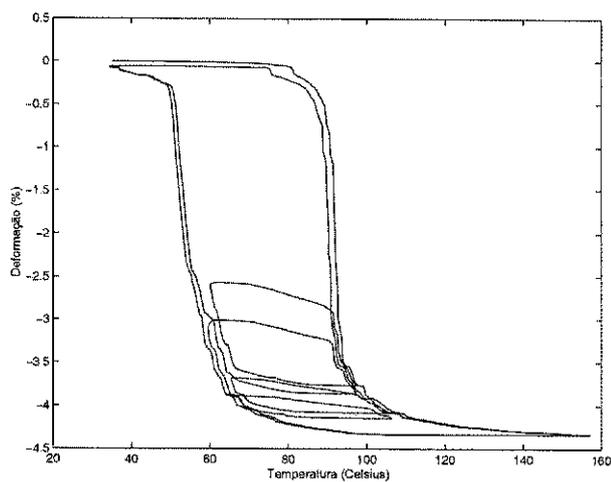
(a) Corrente de excitação



(b) Temperatura estimada



(c) Deformação temporal



(d) Deformação obtida

Figura 4.2: Verificação experimental da propriedade da congruência no fio com memória de forma

curvas  $F_L(T, \delta = +1)$  e  $F_L(T, \delta = -1)$  descreve o laço principal de histerese no plano  $\varepsilon \times T$ , e representam a região na qual todas os laços de histerese podem estar.

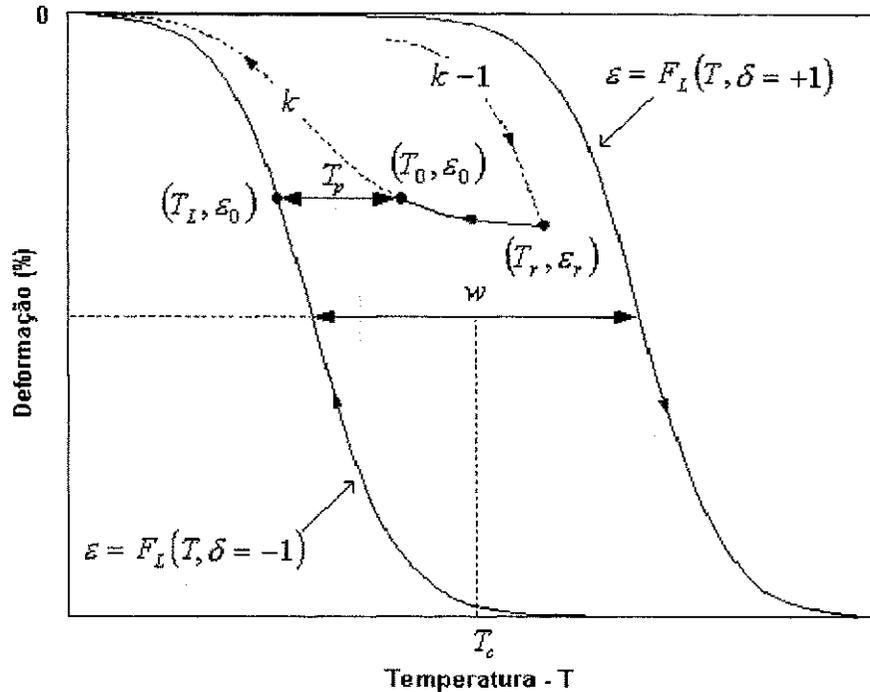


Figura 4.3: Ciclo limite da deformação em função da temperatura da liga SMA

Curvas reversas, laços menores e laços aninhados não podem ser descritas pela equação 4.1. Assim, para que qualquer trajetória dentro do laço principal possa ser representada, a equação 4.1 deve ser modificada para representar a modificação de  $\varepsilon$  com  $T$ . Conforme descrito na seção 3.4, é necessário levar em consideração a forma como uma determinada trajetória dentro do laço principal se aproxima da curva limite crescente e decrescente.

A função de proximidade  $T_p$  é definida para expressar a distância entre o ponto atual  $(\varepsilon_0, T_0)$  em uma trajetória  $k$  ao ponto correspondente  $(\varepsilon_L, T_0)$  na curva limite  $F_L(T)$ , dada por

$$T_p = T_L - T_0 \quad (4.2)$$

Utilizando a equação 4.1, o valor de  $T_L$  é obtido para o ponto correspondente  $T_0 = F_L(T_L)$  como

$$T_0 = h_0 \tan\left(\frac{\pi T_0}{2T_s}\right) + \delta T_c - \varepsilon_s$$

No início de uma nova trajetória, no ponto de reversão  $(\varepsilon_r, T_r)$  a função de proximidade  $T_p$  é denotada por  $T_{pr}$  e resulta em

$$T_{pr} = \delta \frac{w}{2} + T_c - \frac{1}{\beta} \left( \tan \pi \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_r}{\varepsilon_0} \right) - \frac{\pi}{2} \right) - T_r \quad (4.3)$$

Da seção 3.4 temos que

$$T_p = T_{pr}P(x) \quad (4.4)$$

sendo  $x = \left(\frac{T-T_r}{T_{pr}}\right)$ .

Os valores de  $\delta$ ,  $T_r$  e  $T_{pr}$  mudam apenas nos pontos de reversão, e permanecem inalterados até que uma nova reversão ocorra.

A função de proximidade é uma função arbitrária, monotônica, decrescente, que é diferente para cada tipo de material. No entanto, qualquer que seja o material, a função de proximidade apresenta as seguintes características:  $P(0) = 1$  e  $P(\infty) = 0$ . Para a liga empregada neste trabalho a função de proximidade empregada é a seguinte

$$P(x) = -\frac{x}{2} - \frac{1}{4a} \ln(|\tanh^2 a(x-b) - 1| - c) \quad (4.5)$$

onde  $a$  e  $b$  são constantes arbitrárias e  $c$  é escolhido de tal forma de  $P(\infty) = 0$ . Esta função de proximidade foi empregada por ser a que mais se aproximou dos resultados experimentais.

Da observação dos dados experimentais, conforme será explanado no capítulo 6, pode-se observar que a largura  $\omega$  da histerese da liga SMA é dependente da carga uniaxial. Dos dados experimentais nota-se que a largura  $\omega$  é menor quanto maior for a carga, assim  $\omega = f(\sigma)$ . Tal comportamento foi inserido no modelo tornando  $\varepsilon = f(T, \sigma)$ . Isto torna o modelo mais fiel aos dados experimentais e mais condizente com comportamento físico da liga SMA.

### 4.3.1 Implementação do modelo de proximidade modificado

A implementação do modelo de proximidade ao laço principal modificado apresenta a mesma sequência de implementação do modelo de proximidade ao laço principal visto na seção 3.4. A representação do ciclo limite de histerese da deformação com a temperatura (4.1) apresenta 6 parâmetros ( $\varepsilon_0, \varepsilon_s, T_c, \beta, a, b$ ) a serem obtidos. Os parâmetros  $\varepsilon_0$  e  $T_c$  foram adicionados ao ciclo limite para deslocar a histerese da origem. Todos os parâmetros exceto  $\beta, a$  e  $b$ , são determinados graficamente dos valores experimentais do fenômeno de histerese de deformação e  $\omega$  é modelado como uma função da carga. O procedimento para obtenção de  $\omega$  é apresentado no capítulo 6.

## 4.4 Conclusões

Neste capítulo foi apresentado os testes de verificação do teorema da representação de Preisach, que consiste nas propriedades da remoção e congruência. Os resultados obtidos com a histerese

$\varepsilon \times T$ , não obedecem ao teorema da representação de Preisach, o que inviabilizou a tentativa de um estudo comparativo entre o modelo de Preisach e o modelo de proximidade ao laço principal -  $L^2P$ .

O modelo de proximidade ao laço principal, foi modificado para descrever a histerese da deformação da liga com memória de forma NiTi. Foi modificado o ciclo limite  $F_L(T)$  de forma a deslocar a histerese do centro, já que o modelo  $L^2P$  é originalmente centrado na origem. O algoritmo do modelo se resume na implementação de uma equação recursiva, o que o faz ter uma carga computacional muito baixa, além de que quase todos os parâmetros do modelo são obtidos graficamente dos dados experimentais. No entanto, a principal motivação para se utilizar o modelo  $L^2P$  para descrever a histerese na característica  $\varepsilon \times T$ , é o fato deste modelo não requerer que as propriedades de remoção e congruência estejam presentes ao fenômeno de histerese estudado.

# Capítulo 5

## Plataforma Experimental

### 5.1 Introdução

Para o estudo da histerese na característica de deformação  $\epsilon \times T$  e da histerese na característica  $R \times T$ , foi desenvolvida uma plataforma experimental projetada para submeter um fio SMA a ciclos de aquecimento e resfriamento sob carga constante, utilizando o efeito *two-way* assistido, visto no capítulo 1. A plataforma experimental utilizada neste trabalho, representada na Figura 5.5, possui basicamente três partes: uma estrutura mecânica, que acomoda o LVDT (*Linear Variable Differential Transformer*), utilizado para medir a deformação da amostra durante os ciclos de aquecimento/resfriamento; um conversor tensão/corrente, utilizado para aquecer a amostra por Efeito Joule, e o sistema de aquisição de dados. O resfriamento da amostra, se dá por convecção, no entanto, a circulação de ar em torno da amostra é restrita por meio de um isolamento térmico.

Pela ausência de equipamentos que consigam controlar e medir a temperatura da amostra, tal temperatura é estimada por uma equação de equilíbrio térmico estático. Todas as medidas são realizadas em regime permanente, para poder converter corrente elétrica em temperatura.

### 5.2 Estrutura Mecânica

O fio SMA utilizado é equiatômico, obtido de uma liga de NiTi fabricado pela Mondo-Tronics Inc. [24]. O fio SMA está localizado numa base de alumínio (6) de dimensões 400x300 *mm*. O fio SMA é preso por garras mecânicas (2,3), conforme mostrado na Figura 5.1, de onde saem as conexões para o circuito de aquecimento (Figura 5.4). Um parafuso guia (7) é utilizado para manter o fio tensionado e também para ajustar o comprimento da amostra utilizada no experimento. A carga uniaxial é presa à estrutura no ponto (5). Um LVDT (1) (*Linear Variable*

*Differential Transformer*) é utilizado para medir a contração/elongação do fio SMA durante o ciclo de aquecimento/resfriamento. Isto é possibilitado pela utilização de um guia devidamente projetado para conectar mecanicamente o LVDT ao parafuso no qual estão presas as garras mecânicas (2,3)<sup>1</sup>. Desta forma, o deslocamento do fio pode ser medido, pois quando o fio é aquecido se contrai, movimentando para cima toda a estrutura conectada ao LVDT.

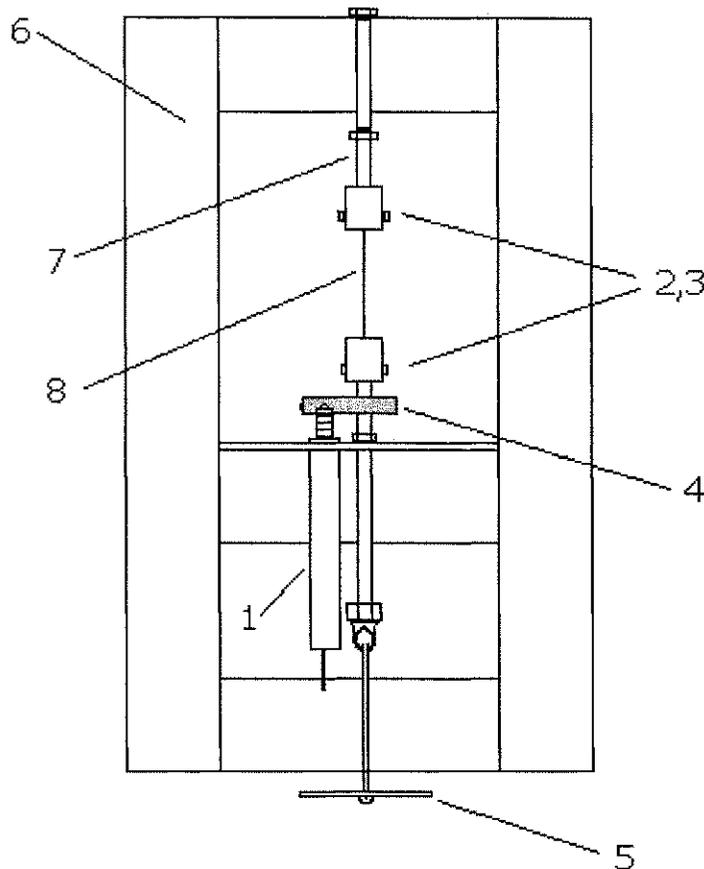


Figura 5.1: Estrutura mecânica: (1) LVDT; (2,3) garras mecânicas; (4) guia LVDT; (5) carga uniaxial; ; (6) base de alumínio; (7) parafuso guia; (8) Fio SMA.

O LVDT utilizado é o modelo *AX/5.0/P*, fabricado pela Solartron. Segundo o fabricante, sua precisão é de  $5 \mu m$  (Ver Anexo A). Um módulo de condicionamento, o BICM (*Based In Line Conditioning Module*) é utilizado juntamente com o LVDT. O BICM é um módulo eletrônico alimentado com uma tensão contínua de  $\pm 15 V$  para gerar uma saída de  $\pm 10 V$  contínuos

<sup>1</sup>O fio SMA não pode ser soldado, o contato elétrico é então realizado mecanicamente. Este contato deve ser o melhor possível, pois quando este contato mecânico não é bem sucedido, os resultados obtidos são muito diferentes do esperado, ver Capítulo 6.

para curso completo do LVDT, que é  $\pm 5 \text{ mm}$ , correspondendo portanto a  $0,5 \text{ mm/V}$ . A saída do BICM é conectada a um instrumento de medição, no caso um multímetro HP34401 ligado ao barramento GPIB. As medidas em tensão obtidas com o multímetro são convertidas em milímetro pelo programa de aquisição.

O fio SMA utilizado é de  $150 \mu\text{m}$  de diâmetro e  $90 \text{ mm}$  de comprimento, fabricado pela Mondo-Tronics Inc. [24]. A carga uniaxial<sup>2</sup> é de  $355 \text{ g}$ , o que corresponde a um carregamento de  $200 \text{ MPa}$ . Essa carga uniaxial corresponde a 30% da carga máxima que este fio pode suportar sem sofrer danos permanentes [24].

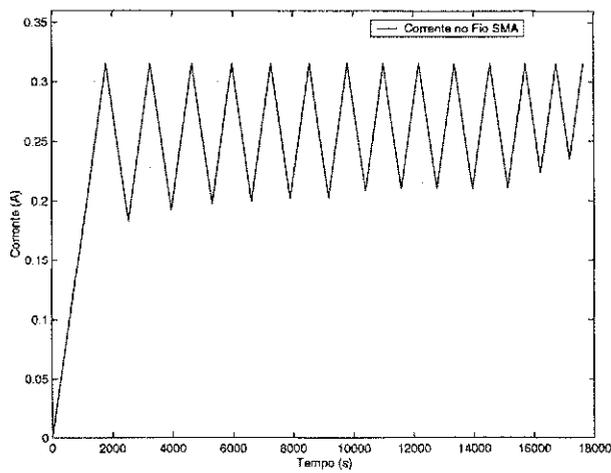
Inicialmente, a circulação de ar na estrutura mecânica não era restrita, ou seja, não havia restrição alguma em relação à temperatura no ambiente que circundava a amostra. Para experimentos rápidos, realizados no espaço de poucos minutos, não havia como detectar o efeito da temperatura ambiente na plataforma. No entanto, para a realização de experimentos longos, cuja duração se dá no espaço de algumas horas, a temperatura ambiente afetava de sobremaneira as medições, inviabilizando qualquer tentativa de modelagem, mesmo filtrando-se os dados. Na Figura 5.2 temos um exemplo do resultado obtido para as curvas experimentais decrescentes de primeira ordem (FOD's) para a propriedade da deformação. O sinal de excitação utilizado é mostrado na Figura 5.2(a). Podemos notar que o resultado obtido para as FOD's, Figura 5.2(b) é bastante ruidoso e totalmente inadequado a qualquer tipo de modelagem, pois há uma grande degeneração na curva obtida.

Para reduzir a variação na temperatura ambiente e dessa forma poder fazer a aquisição de dados dos instrumentos, a alternativa utilizada para contornar este problema foi restringir a circulação de ar na amostra, isolando-a termicamente, de forma que a temperatura dentro da estrutura variasse muito pouco. Testes realizados mostram que a temperatura varia em torno de  $2^\circ\text{C}$  dentro da estrutura ao longo de 24 horas, apresentando variações muito pequenas nos intervalos de minutos. No entanto, a temperatura fora da estrutura isolada varia bruscamente e aleatoriamente de minuto a minuto, chegando a variações de até  $3^\circ\text{C}$  num intervalo de uma hora.

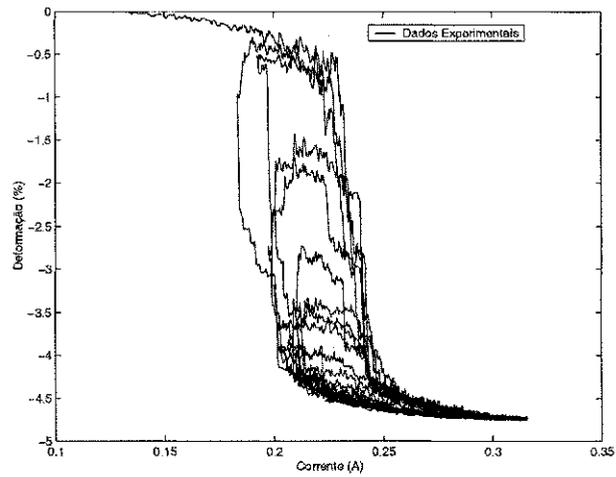
Na Figura 5.3 são mostradas as curvas experimentais decrescentes de primeira ordem para a propriedade da deformação, depois do isolamento térmico. O sinal de excitação utilizado é mostrado na Figura 5.3(a). Podemos notar que o resultado obtido para as FOD's, Figura 5.3(b), é bastante razoável e adequado para modelagem. O ruído presente nas medições foi significativamente reduzido, tendo em vista que o mesmo não passou por nenhum tipo de filtragem ou amostragem. O sinal de excitação utilizado é dado na Figura 5.3(a).

---

<sup>2</sup>A partir deste ponto do texto, nos referiremos a tensão aplicada ao fio como carregamento mecânico uniaxial, pois a tensão aplicada se dá verticalmente no sentido do comprimento do fio.

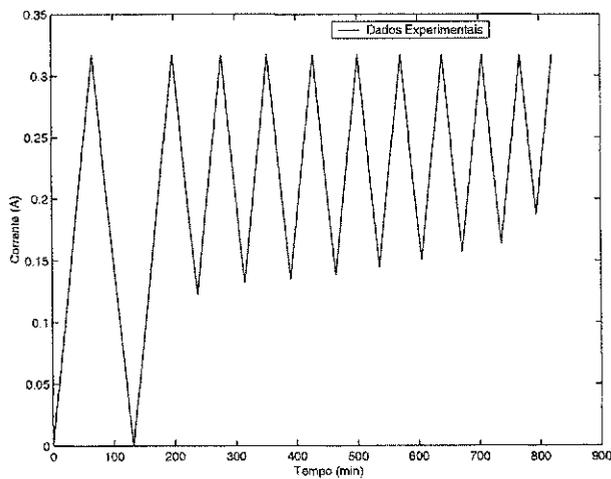


(a) Corrente de excitação para gerar a histerese com FOD's

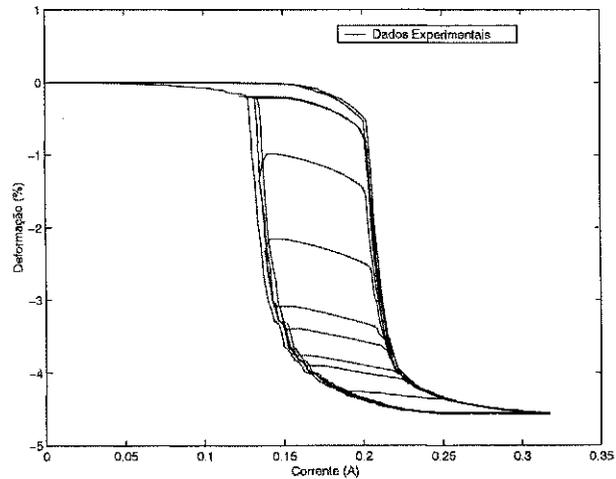


(b) FOD's antes do isolamento

Figura 5.2: Curvas experimentais decrescentes de primeira ordem deformação-corrente antes do isolamento térmico



(a) Corrente de excitação para gerar a histerese com FOD's



(b) FOD's, após o isolamento térmico

Figura 5.3: Curvas experimentais decrescentes de primeira ordem deformação-corrente depois do isolamento térmico

### 5.2.1 Conversor tensão/corrente

O conversor tensão/corrente é mostrado na Figura 5.4. O circuito é composto por um amplificador operacional (*TL084*), um transistor ( $T_1 = BD136$ ), um resistor  $R_i$  de  $8,9 \Omega$  e um resistor  $R_{REF}$  de  $1 k\Omega$ . Para uma tensão de entrada positiva  $V_i(t)$ , a tensão na saída do amplificador operacional  $V_o(t)$  é negativa, isso faz com que o transistor  $T_1$  conduza circulando corrente no fio SMA.

O conversor tensão/corrente, converte uma tensão aplicada à entrada em corrente, a qual circula pelo fio SMA, aquecendo-a por Efeito Joule. Desta forma, a corrente cria uma mudança de temperatura na amostra e induz as transformações.

Durante o aquecimento sob carga, ocorre a contração do fio. A elongação se dá durante o resfriamento, onde o fio retorna ao seu tamanho inicial. Tanto a contração quanto a elongação do fio são medidas pelo LVDT.

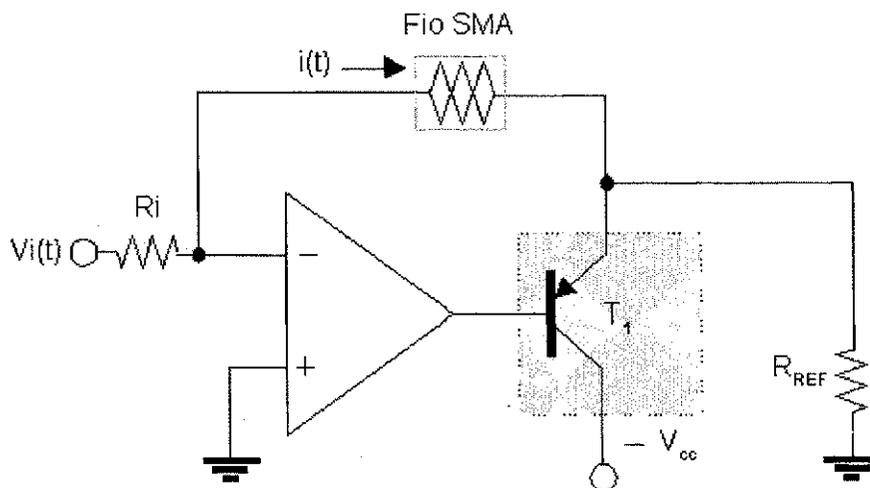


Figura 5.4: Circuito de aquecimento

### 5.2.2 Sistema de Aquisição de Dados

Foi desenvolvida uma plataforma de caracterização das propriedades de resistência elétrica, potência dissipada e deformação do fio SMA, utilizando uma instrumentação baseada na interface de comunicação GPIB. Essa interface possibilita a leitura e escrita de dados ( ver Figura 5.5). São utilizados três multímetros que fazem a aquisição da tensão do fio, a corrente que

circula no fio e o sinal de saída do BICM. Com o valor da tensão e da corrente do fio são calculadas a potência e a resistência elétrica deste.

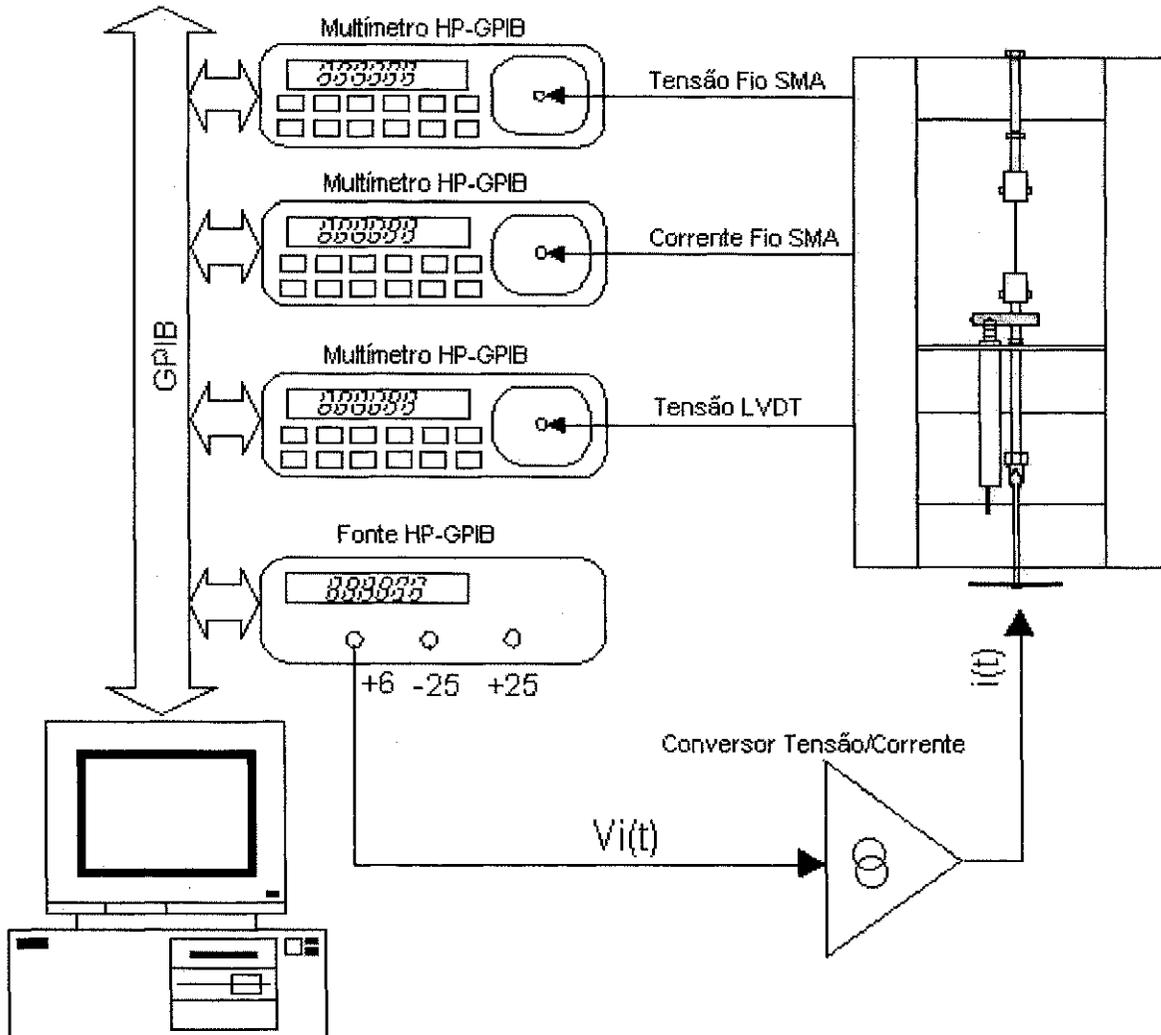


Figura 5.5: Sistema de aquisição de dados

O computador utilizado é um IBM PC 486DX4 – S100, equipado com uma placa GPIB. Um programa que inclui rotinas de leitura e escrita de dados foi desenvolvido em linguagem C. O programa lê um arquivo de entrada no formato ASCII previamente montado no *software* Matlab. Este arquivo de entrada corresponde ao sinal  $V_i(t)$  (Figura 5.4). Cada dado deste arquivo é enviado à fonte programável HPE3631A. Cada dado enviado à fonte programável é aplicado ao conversor tensão/corrente. O programa entra em espera até que o fio entre em estado de regime permanente, o que dá a duração de 18 segundos. Este tempo foi estabelecido após ter realizado um teste de resposta ao degrau com o fio com memória de forma. Neste teste, o

tempo de resposta obtido foi de 6 segundos, assim o tempo utilizado para resposta em regime permanente foi de três vezes este tempo, portanto 18 segundos. Após este tempo os dados são lidos e gravados num arquivo de saída no mesmo formato ASCII, que é facilmente importado e analisado pelo *software* MatLab. O ciclo de leitura dos instrumentos e escrita dos dados dura 1,8 segundos. O ciclo total de escrita/leitura, portanto, tem a duração de 19,8 segundos.

### 5.3 Modelo Temperatura-Corrente

No modelamento, seria ideal controlar e medir *diretamente* a temperatura no fio, para obtenção da relação entre temperatura e deformação. Uma possibilidade seria ter o fio imerso em um banho de água cuja temperatura poderia ser medida e controlada, como em Ikuta [32]. Araújo [50] utilizou um banho de óleo para realizar a ciclagem térmica, via convecção forçada, realizada através de um equipamento de regulação térmica trabalhando com óleo de silicone para alta temperatura. Este sistema permite o aquecimento e resfriamento controlado, a circulação do óleo e a medida da temperatura.

Na ausência de tais recursos, a corrente poderia ser utilizada para aquecer lentamente o fio e a temperatura poderia ser medida. No entanto, a medição direta da temperatura nos fios SMA não é simples. Muitos pesquisadores têm obtido algum sucesso utilizando termopares, utilizando fios de grandes diâmetros, como no trabalho de Volkov [51]. Quando fios de menor diâmetro são utilizados, a massa térmica da junção do termopar torna-se um fator limitante. No entanto Benzaoui *et. al* [11] conseguiram resultados bem sucedidos utilizando fios SMA de 150  $\mu m$  e um termopar de cromo-alumel muito sensível e pequeno (25  $\mu m$ ). A utilização de termopares com fios SMA é complicada, pois a corrente conduzida pelo fio SMA introduz a necessidade de alguma forma de isolamento elétrico. Em adição a isto, as correntes relativamente grandes no fio podem induzir correntes no próprio termopar, corrompendo a leitura da temperatura.

Fora os termopares, algum grau de sucesso foi conseguido utilizando um sensor infra-vermelho baseado num detector piroelétrico, mas este dispositivo não é ainda refinado o suficiente para esta aplicação [13].

Na ausência de uma técnica precisa e repetível de medição da temperatura, a mesma deve ser estimada a partir de uma equação de equilíbrio térmico [14], [33], [13]. Um parâmetro de aproximação suportado para a relação entre a corrente de entrada,  $i$ , e a temperatura  $T$ , é mostrada na equação 5.1.

$$\rho c_p V \frac{dT}{dt} = Ri(t)^2 - hA(T(t) - T_a) \quad (5.1)$$

Os parâmetros do modelo de aquecimento são:

$\rho$  - densidade do fio SMA,

$T_a$  - temperatura ambiente,

$V$  - volume do fio,

$A$  - área da superfície do fio,

$R$  - resistência elétrica do fio,

$h$  - coeficiente de transmissão de calor para o meio de resfriamento, e

$c_p$  - calor específico do material do fio.

É bem conhecido que os parâmetros físicos da equação não são constantes sobre a faixa de transformação de um fio SMA, embora isto seja freqüentemente assumido. Mudança no volume durante a transformação é pequeno (0.16%), no entanto, significantes mudanças podem ser notadas no valor de  $c_p$  e  $R$ . O calor específico da fase martensita é bem menor que o da fase austenita. Esta diferença no calor específico é consistente com a imediata observação que a constante de tempo de aquecimento é muito menor que a observada no resfriamento [33].

Neste trabalho, os dados foram medidos apenas depois da liga ter atingido o estado de regime permanente. Isto permite o uso da relação de estado permanente 5.2, que não é dependente de  $c_p$ . Em regime permanente a equação 5.4 torna-se:

$$T_{ep} = \frac{R}{hA} I^2 \quad (5.2)$$

Para utilizar a equação 5.2, é necessário ter o valor de  $h$ . O coeficiente de transmissão de calor, foi determinado experimentalmente, realizando-se dois experimentos. O primeiro foi realizado dentro de uma estufa, onde a liga foi aquecida da temperatura ambiente até  $88^\circ C$ , e em seguida resfriada até atingir a temperatura ambiente. Foi então levantada a curva de resistência *versus* temperatura. O segundo experimento foi realizado utilizando a plataforma experimental, sem que nenhuma carga fosse aplicada à liga. Foi então levantada a curva de resistência *versus* corrente.

Utilizando a equação 5.1, e tendo-se em conta que a corrente e a resistência para o experimento realizado na plataforma foram realizados com a liga em regime permanente, podemos utilizar a equação 5.2. Onde obtemos o seguinte problema

$$R_n I_n^2 = hA(T_n - T_a), n = 1, \dots, N \quad (5.3)$$

onde  $N$  é o número de amostras. Com os valores de  $R_n$ ,  $I_n$  e  $T_n$  conhecidos, temos um problema de identificação de parâmetros. Utilizando o procedimento de identificação proposto em Ljung [52], que envolve três passos:

1. Um conjunto de dados entradas/saídas
2. Um conjunto de modelos candidatos e

3. Uma regra pela qual os modelos possam ser avaliados a partir do conjunto de dados.

Utilizando este procedimento, a identificação de  $h$  e  $T_a$  se torna muito simples e o problema de identificação é resolvido.

$$y(x) = \alpha T(x) - \beta \quad (5.4)$$

onde  $\alpha = hA$  e  $\beta = hAT_a$  e  $y(x) = R_n I_n^2$ .

Na forma matricial tem-se

$$y(x) = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} [T(x) - 1] \quad (5.5)$$

O método dos mínimos quadrados é utilizado como regra para identificação dos parâmetros. O valor obtido para  $h$  foi de  $88,1998 \text{ W/m}^2\text{o C}$  e para  $T_a$  foi  $25,11^\circ\text{C}$ .

Deve-se notar que, devido as incertezas e variações nos parâmetros do modelo de aquecimento, todas as temperaturas indicadas neste texto devem ser consideradas aproximações.

## 5.4 Conclusões

A plataforma experimental foi apresentada, descrevendo-se todos os seus componentes. Uma solução para os problemas surgidos na plataforma no decorrer do experimento foi apresentada. Os motivos pelos quais a temperatura do fio não é medida foram explanados e um modelo de temperatura foi discutido. Um método para identificação do coeficiente de transmissão de calor foi apresentado e o valor de  $h$  foi determinado. No Capítulo 6 são apresentados os resultados obtidos com a plataforma experimental.

## Capítulo 6

# Resultados Experimentais e Modelagem da Histerese na Característica $\epsilon \times T$

Os resultados apresentados, neste capítulo, foram obtidos a partir da plataforma experimental descrita no Capítulo 5 e estão divididos em duas partes:

- caracterização do fio SMA Ni-Ti de  $150 \mu m$ ;
- modelagem da histerese na característica  $\epsilon \times T$ .

Na primeira parte apresentam-se os resultados referentes à caracterização eletro-termomecânica do fio SMA, onde destacam-se: os ciclos limites das características da deformação ( $\epsilon \times T$ ) e a resistência elétrica ( $R \times T$ ). Na segunda parte, são apresentados os resultados obtidos para a modelagem da histerese na característica  $\epsilon \times T$  do fio SMA de NiTi utilizando o modelo de proximidade ao laço principal, originalmente utilizado para modelagem do filme de dióxido de vanádio e histerese magnética. Apresenta-se a modificação realizada no modelo de proximidade ao laço principal -  $L^2P$ , na qual a largura da histerese  $\omega$  é modelada como uma função da carga uniaxial  $\sigma$  e é introduzida no modelo como uma função  $\omega(\sigma)$ . Desta forma o modelo consegue capturar o comportamento das ligas com memória de forma, que dependem tanto da temperatura quanto da carga aplicada.

Todos os testes foram realizados com a mesma taxa de variação de corrente. A taxa de variação de  $4,78 \text{ mA/min}$  foi utilizada como taxa padrão de variação de corrente.

## 6.1 Caracterização eletro-termomecânica do fio SMA

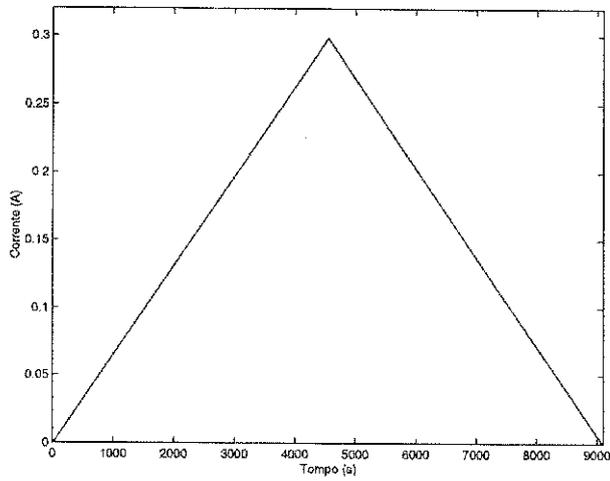
### 6.1.1 Caracterização da histerese $\epsilon \times T$

A Figura 6.1(d) mostra o ciclo limite da curva experimental da deformação *versus* temperatura do fio SMA de NiTi. A deformação  $\epsilon$  é expressa em percentagem e com sinal negativo para evidenciar que se trata de uma contração. Essa curva é obtida a partir da variação da corrente, conforme mostrado na Figura 6.1(a). O perfil de temperatura, Figura 6.1(b), foi estimado do sinal de corrente conforme descrito no Capítulo 5. A carga uniaxial utilizada é de  $200 \text{ MPa}$ , que corresponde a  $355 \text{ g}$  para um fio de  $150 \mu\text{m}$  de diâmetro. O fio utilizado tem um comprimento nominal de  $90 \text{ mm}$  sem deformação.

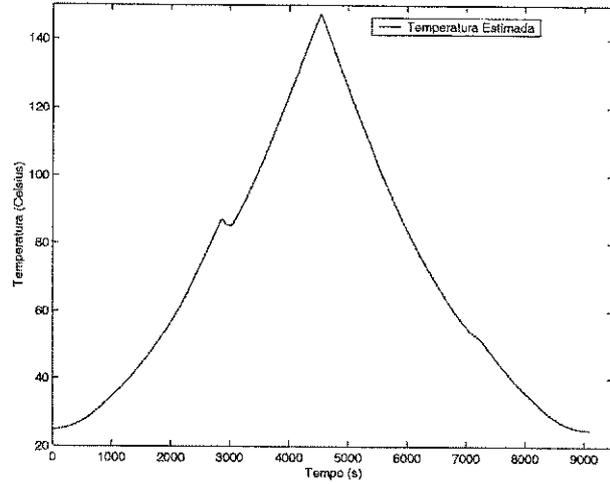
Observa-se, como esperado, que a deformação  $\epsilon$  varia com a temperatura e exibe histerese pelo efeito de memória *two-way* assistido, que é a deformação ocorrida quando um ciclo térmico é realizado na presença de uma carga, descrito no Capítulo 1. Devido a este efeito, os fios com memória de forma podem ser utilizados como atuadores [53]. Pela Figura 6.1(d), pode-se observar que a partir de  $80^\circ\text{C}$ , a liga se deforma de forma abrupta atingindo praticamente a deformação máxima de 5% em torno de  $91^\circ\text{C}$ , onde a liga começa a caminhar para a saturação. No processo de resfriamento, o fio permanece com a máxima deformação até a temperatura de  $65^\circ\text{C}$ , onde começa rapidamente a recuperar o comprimento inicial. Na temperatura de  $51^\circ\text{C}$  o fio já atingiu 95% do comprimento inicial,  $90 \text{ mm}$  (nominal sem deformação). Pode-se notar que as curvas de aquecimento e resfriamento são assimétricas e exibe um comportamento  $\epsilon \times T$  bastante não-linear. Na Figura 6.1(c), temos a deformação  $\epsilon$  em  $\text{mm}$  ao longo do tempo, onde fica claro como a histerese degrada a resposta de um sistema.

Na Figura 6.2, temos o comportamento da liga para diferentes cargas, onde para cada carga uniaxial foi submetida foi realizada o mesmo ciclo térmico, Figuras 6.2(a) e 6.3(a). No Capítulo 1, vimos que a carga uniaxial altera as temperaturas de transformação da liga, e que estas aumentam com a carga aplicada. Este comportamento pode ser observado na Figura 6.2(d), onde podemos notar que as temperaturas de transformação aumentam com a carga e a largura da histerese diminui, conforme a carga aumenta. O aquecimento do fio se dá por Efeito Joule, logo quanto maior a carga, maior é a corrente necessária para que ocorra a mesma deformação.

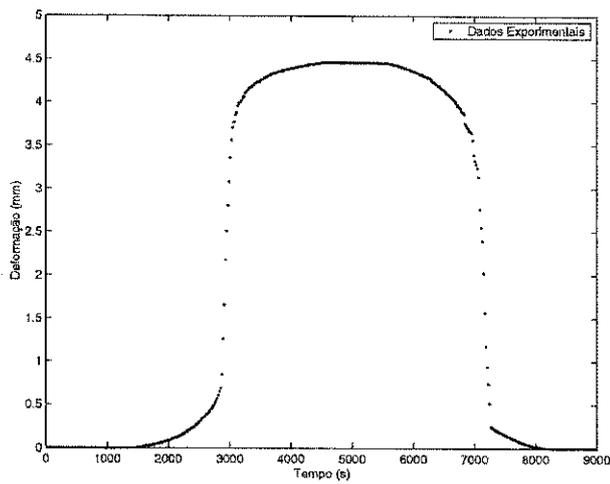
Neste exemplo, para a maior carga utilizada,  $225 \text{ MPa}$  ( $405 \text{ g}$ ), a largura da histerese  $\omega$  obtida foi de  $31^\circ\text{C}$ , enquanto que para a menor carga,  $142 \text{ MPa}$  ( $255 \text{ g}$ ), a largura da histerese foi de  $35^\circ\text{C}$ . Para uma carga de  $86 \text{ MPa}$ , não mostrada na Figura 6.2(d), a largura da histerese obtida foi de  $42^\circ\text{C}$ . Na Figura 6.2(c), temos a deformação  $\epsilon$  no tempo, onde pode-se notar que liga retorna mais rapidamente ao comprimento inicial quando a carga aumenta.



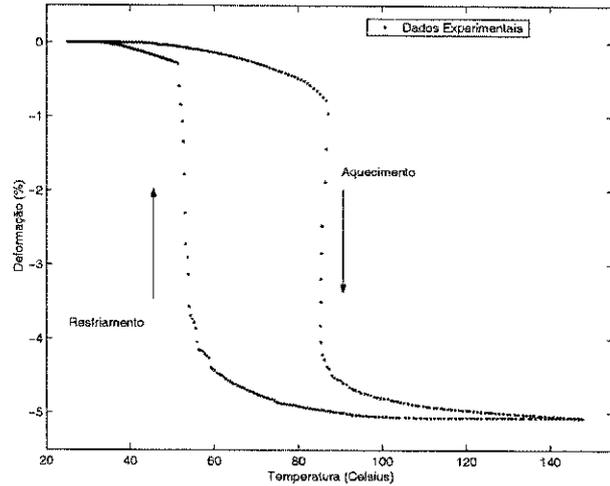
(a) Corrente de excitação



(b) Temperatura estimada

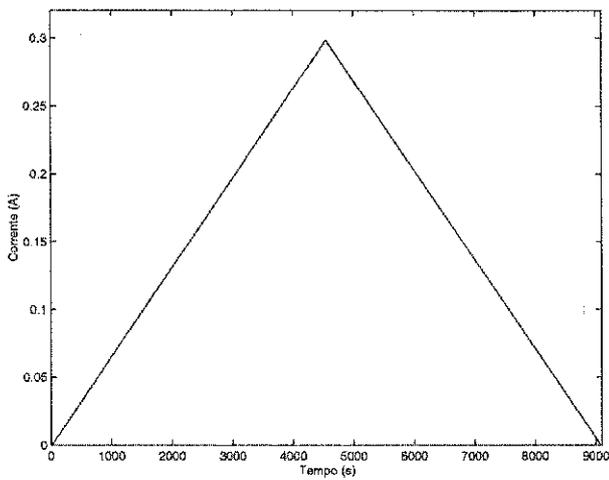


(c)

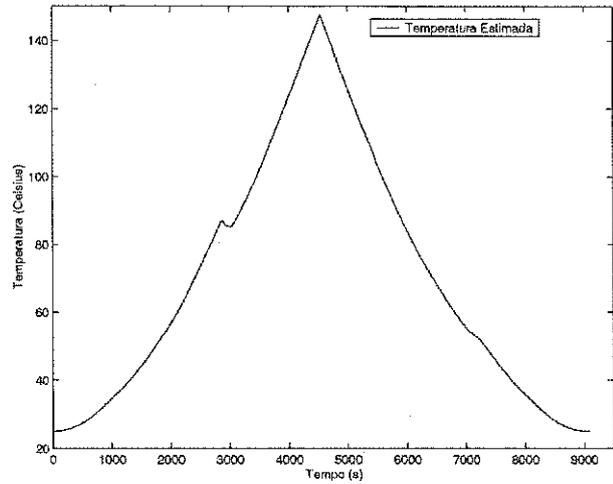


(d) Deformação para uma carga uniaxial de 200 MPa

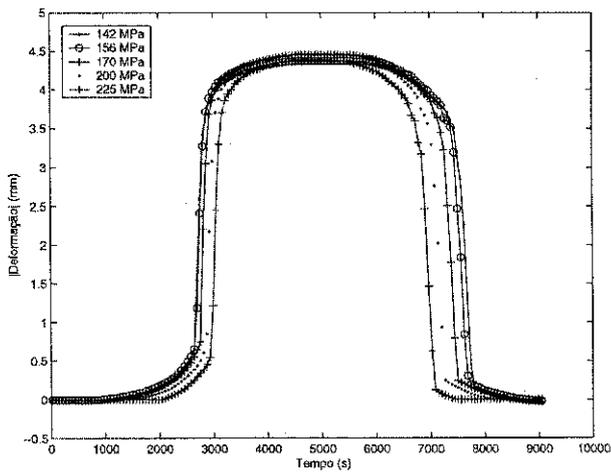
Figura 6.1: Teste para obtenção da histerese da característica  $\epsilon \times T$



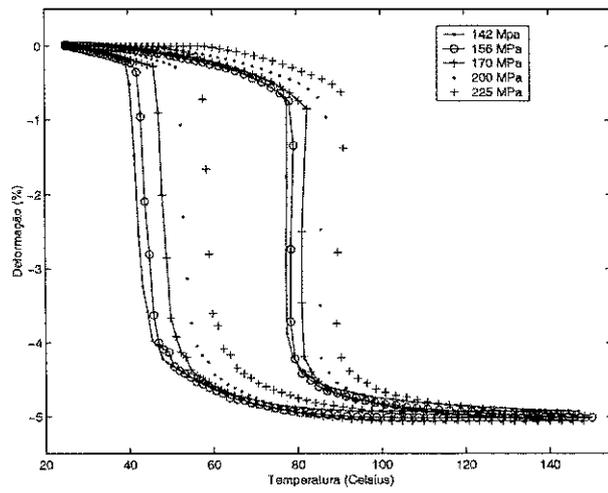
(a) Corrente de excitação



(b) Temperatura estimada



(c)



(d) Deformação para cargas diversas

Figura 6.2: Teste para obtenção da histerese da característica  $\epsilon \times T$  para diversas cargas uniaxiais

### 6.1.2 Caracterização de $R \times T$

No estudo do comportamento das ligas com memória de forma, a resistência elétrica  $R$  é uma propriedade de grande interesse. A resistência das fases austenita e martensita são diferentes, o que significa que o valor da resistência elétrica é um espelho da quantidade de martensita (ou austenita) [54]. Ikuta *et al.* [32] implementou um endoscópio ativo constituído de um mecanismo complexo, integrando atuadores SMA e realimentação da resistência elétrica. Recentemente [55], realizou-se estudos para tentar esclarecer, de um ponto de vista macroscópico, alguns aspectos práticos associados a possibilidade de controlar fios atuadores com memória de forma através de medidas simultâneas de deformação e variação da resistência elétrica.

Sendo assim, o estudo do comportamento da resistência elétrica  $R$  versus temperatura é de grande importância na caracterização do comportamento destas ligas. Através da resistência elétrica pode-se obter as temperaturas de transformação dos fios SMA e investigar a possibilidade de controle destes fios através da realimentação da resistência elétrica. Na Figura 6.3(b), tem-se o comportamento da resistência elétrica do fio com memória de forma, para uma carga de 200  $MPa$ .

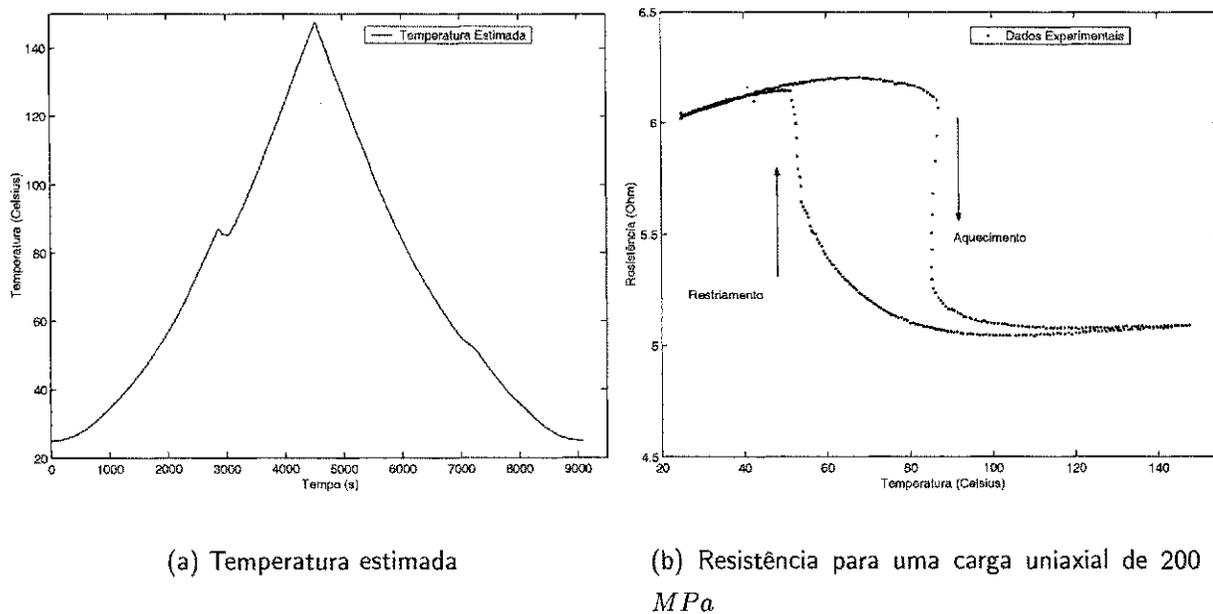
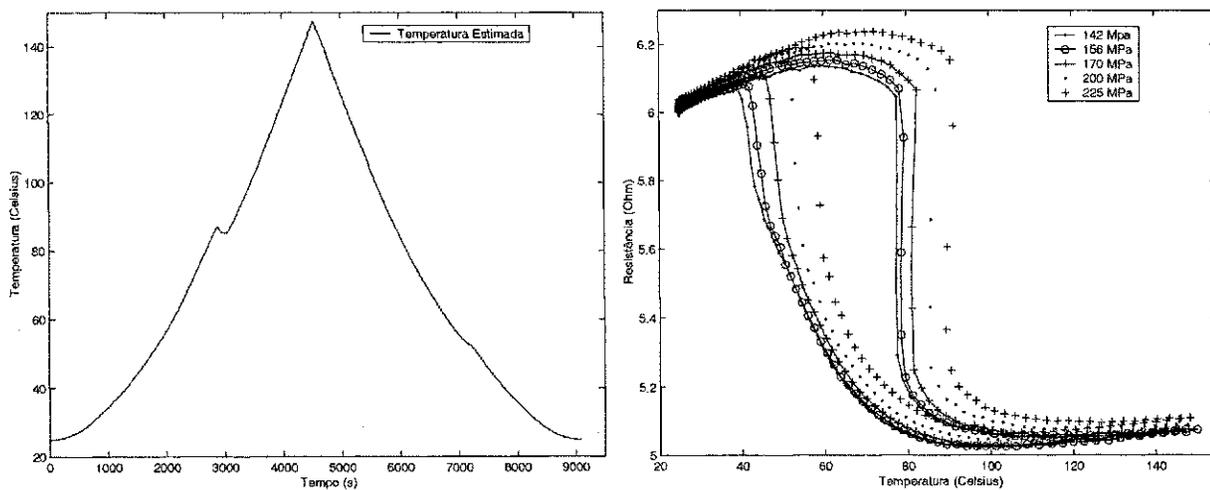


Figura 6.3: Comportamento da resistência para uma carga de 200  $MPa$

Os dados de resistência elétrica foram obtidos simultaneamente com os dados de deformação, mostrados anteriormente. A resistência é obtida indiretamente através das medidas de corrente e tensão elétrica do fio. Pela Figura 6.3(b), pode-se notar que a resistência apresenta um comportamento com histerese, bastante não-linear e assimétrico. Inicialmente, há um ligeiro

crescimento da resistência elétrica, atingindo uma resistência máxima de  $6,205 \Omega$  em  $68^\circ C$ , um crescimento de 3% em relação a resistência inicial  $6,0173 \Omega$ . A partir desta temperatura a resistência decresce lentamente até atingir a temperatura de transformação  $A_s$ , onde a resistência cai abruptamente até o início da saturação em  $91^\circ C$ . A diferença entre a máxima resistência e a resistência no início da saturação é de  $1,082 \Omega$ , o que representa uma queda de 17,43% em relação a resistência máxima, e 14,83% em relação a resistência inicial.

Na Figura 6.4(b), temos o comportamento da resistência elétrica para diversas cargas uniaxiais. Pode-se observar que a liga se transforma em temperaturas maiores e há também diminuição da largura da histerese. Com o aumento da carga, há também um aumento da resistência máxima atingida, para a maior carga utilizada neste exemplo,  $225 MPa$ , a resistência máxima foi de  $6.24 \Omega$  em  $69^\circ C$  e a resistência de início de saturação de  $5,13 \Omega$ , em  $100^\circ C$ . Para a mínima carga deste exemplo  $142 MPa$ , a resistência máxima foi de  $6.14 \Omega$  em  $59^\circ C$  e a resistência de início de saturação é de  $5,08 \Omega$ , em  $90^\circ C$ . Pode-se notar que, quanto menor a carga utilizada menor é a resistência máxima atingida. Para todas as cargas analisadas a resistência atinge uma resistência máxima que é de 2 a 3% superior à resistência inicial. A resistência para todas as cargas analisadas cai de 17 a 18% em relação a resistência máxima e 15% em relação a resistência inicial nas altas temperaturas (acima de  $A_f$ ). Na faixa de temperatura abaixo de  $50^\circ C$  e acima de  $110^\circ C$ , não há diferenças significativas no valor da resistência elétrica para todas as cargas uniaxiais.



(a) Temperatura estimada

(b) Resistência para diversas cargas uniaxiais

Figura 6.4: Comportamento da resistência para diversas cargas uniaxiais

Conforme dito anteriormente, é possível medir as temperaturas de transformação de fase

dos fios com memória de forma, através das medidas de resistência elétrica. Desta forma, as temperaturas de transformação de fase, foram medidas para 11 cargas uniaxiais, de 86 MPa a 225 MPa, para se fazer um levantamento da carga uniaxial versus temperatura de transformação. O resultado obtido é mostrado na Figura 6.5. Conforme podemos notar o resultado obtido é condizente com o visto no Capítulo 1, onde é mostrado que as temperaturas de transformação crescem de forma linear com o aumento da carga. Para o fio SMA estudado, o valor das constantes de transformação  $C_A$  e  $C_M$  obtidos são:  $C_A = 6.8 \text{ MPa}/^\circ\text{C}$  e  $C_M = 4.34 \text{ MPa}/^\circ\text{C}$ .

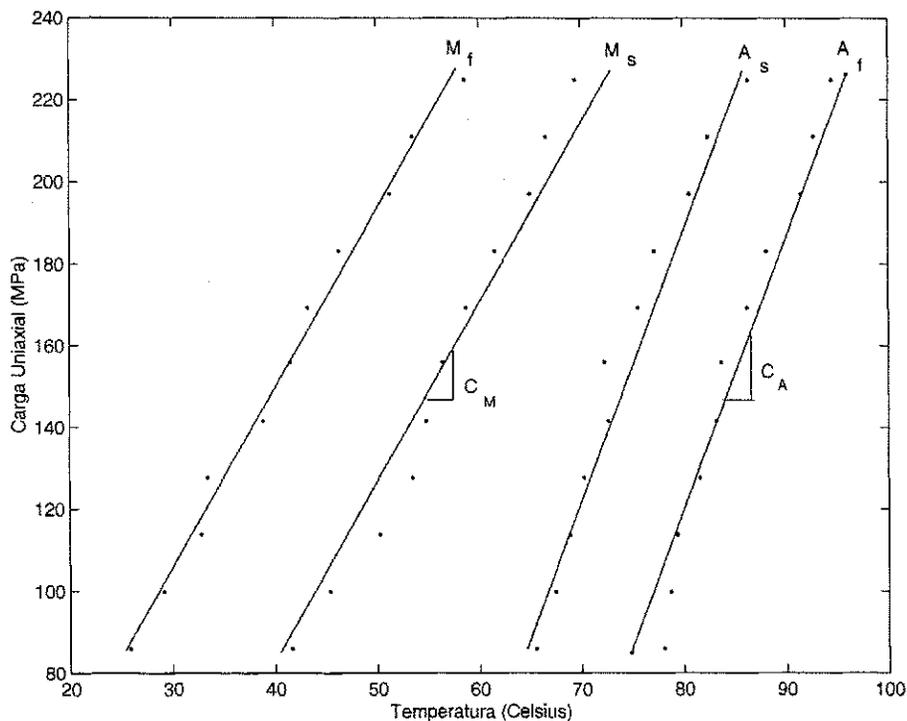


Figura 6.5: Comportamento da carga uniaxial com as temperaturas de transformação

### 6.1.3 Modelagem da Histerese na Característica $\epsilon \times T$

A modelagem da histerese na característica  $\epsilon \times T$ , deve permitir a descrição completa do fenômeno de histerese. No capítulo 4 podemos ver que o modelo de Preisach não poderia ser utilizado para descrever a histerese na característica  $\epsilon \times T$  do fio com memória de forma utilizado neste trabalho porque os dados obtidos não obedecem as propriedades de remoção e congruência, não satisfazendo desta maneira o Teorema da Representação de Preisach (Vide Capítulo 3). Sendo assim, o modelo de Preisach não pode ser implementado e não há, *a priori*, como fazer um estudo comparativo do modelo de Preisach e do modelo de proximidade ao laço principal. Optou-se então, por se fazer a modelagem da histerese na característica  $\epsilon$

$\times T$  utilizando-se apenas o modelo de proximidade ao laço principal. A princípio o modelo podia apenas representar a característica  $\epsilon \times T$  como uma função da temperatura. No entanto, neste capítulo pode-se observar das seções anteriores que a característica  $\epsilon \times T$  também é uma função da carga utilizada. Esta particularidade do fio com memória de forma foi introduzida no modelo de proximidade ao laço principal através da modelagem da largura da histerese  $\omega$ , um dos parâmetros do modelo, como uma função da carga uniaxial.

Para obter os parâmetros do modelo, equação (6.1), o fio com memória de forma foi submetido a uma excitação de corrente variante no tempo e composta de vários segmentos monotônicos, empregando a plataforma descrita no Capítulo 5. Os valores de  $T_c$ ,  $\epsilon_s$  e  $\epsilon_0$ , podem ser prontamente determinados através de inspeção de  $\epsilon \times T$ . Da seção 3.4, Capítulo 4, temos que

$$\epsilon = F_L(T) = \frac{\epsilon_0}{\pi} \left[ \arctan \left( \beta \left( \delta \frac{\omega}{2} + T_c - T - T_{pr} P(x) \right) + \frac{\pi}{2} \right) + \epsilon_s \right] \quad (6.1)$$

onde  $\omega$  é a largura da histerese,  $\beta$  é um parâmetro de ajuste da curva, e  $\delta = \text{sgn}(\dot{T})$ .  $T_c$  é a temperatura crítica,  $T$  é a temperatura de excitação. É assumido que  $T_c$  é a temperatura central da histerese.  $T_{pr}$  é dado por

$$T_{pr} = \delta \frac{\omega}{2} + T_c - \frac{1}{\beta} \left( \tan \pi \left( \frac{\epsilon - \epsilon_r}{\epsilon_0} \right) - \frac{1\pi}{2} \right) - T_r \quad (6.2)$$

onde,

$$T_p = T_{pr} P(x) \quad (6.3)$$

sendo  $x = \left( \frac{T - T_r}{T_{pr}} \right)$ . A equação de proximidade é dada por

$$P(x) = -\frac{x}{2} - \frac{1}{4a} \ln(|\tanh^2 a(x - b) - 1|) - c \quad (6.4)$$

O valor de  $\beta$  pode ser obtido através do ajuste das funções  $F_L(T, +1)$  e  $F_L(T, -1)$  às curvas experimentais descendentes e ascendentes principais, respectivamente.

A largura  $\omega$ , foi modelada a partir da ciclagem térmica para diversas cargas diferentes de 86 MPa a 225 MPa, onde foram obtidos os laços maiores. Utilizou-se o fato de que a largura da histerese é afetada pela carga uniaxial, diminuindo com esta. Desta forma, a largura da histerese foi medida para cada umas das 11 cargas uniaxiais e foi então traçada uma curva  $\omega \times \sigma$ . O resultado obtido é praticamente uma reta, sendo assim  $\omega \times \sigma$  foi modelado como:  $\omega(\sigma) = c\sigma + d$ . O resultado é mostrado na Figura 6.6 (círculos sólidos), juntamente com a curva da função obtida para  $\omega$  (linha contínua). Para os dados obtidos  $c = -0.0764 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{MPa}$  e  $d = 47.9492 \text{ } ^\circ\text{C}$ . O erro médio quadrático é de 4.68%. O valor de  $a$  e  $b$  da função de proximidade, equação 6.4, foi obtido por ajuste de curvas.

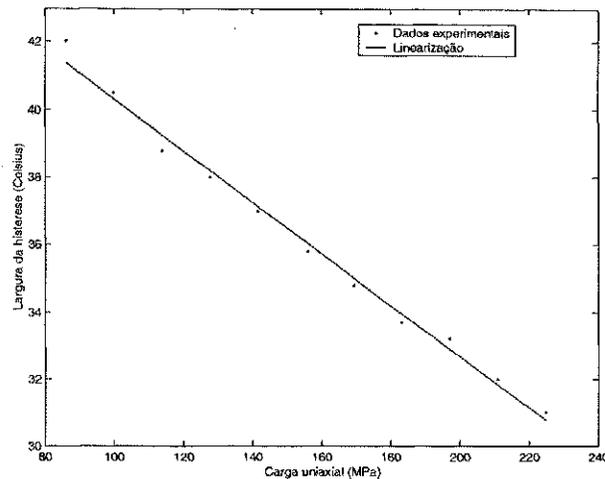


Figura 6.6: Comportamento da largura da histerese  $\omega$  com a carga uniaxial  $\sigma$

A equação 6.1 torna-se então

$$\epsilon = F_L(T, \sigma) = \frac{\epsilon_0}{\pi} \left[ \arctan \left( \beta \left( \delta \frac{\omega(\sigma)}{2} + T_c - T - T_{pr}P(x) \right) + \frac{\pi}{2} \right) + \epsilon_s \right] \quad (6.5)$$

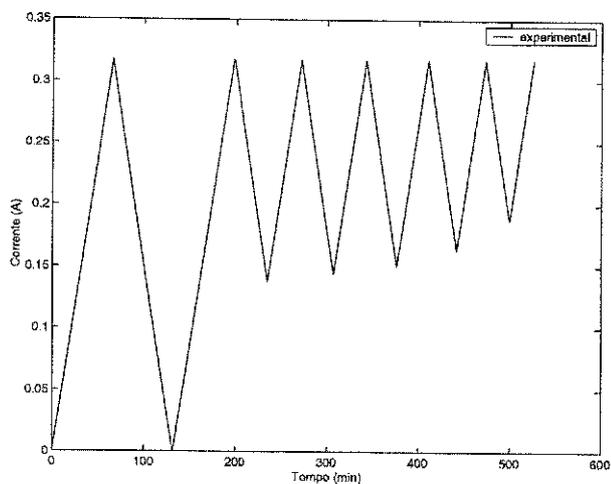
onde ,

$$\omega(\sigma) = -0.0764\sigma + 47.9492 \quad (6.6)$$

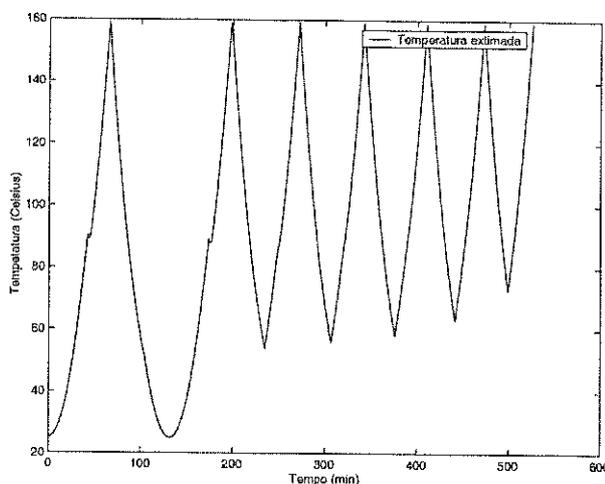
O diâmetro do fio utilizado para obtenção das curvas decrescentes de primeira ordem, Figura 6.7(d), foi de  $150 \mu m$  e comprimento de  $78 mm$ , para uma carga uniaxial de  $200 MPa$ . Os valores empregados para os seis parâmetros são:  $T_c = 71.5^\circ C$ ,  $\beta = 0.3^\circ C^{-1}$ ,  $\epsilon_s = -4.6\%$ ,  $\epsilon_0 = 4.8\%$ ,  $a = 5$  e  $b = 1.028$ .

Na Figura 6.7(d), são mostradas a curva experimental da deformação  $\epsilon \times T$  (círculos sólidos), juntamente com a curva  $\epsilon \times T$  (linha contínua) calculada para  $F_L(T, \sigma)$  utilizando a equação 6.1. Estes dois conjuntos de curvas foram obtidos para a mesma forma de onda de excitação de corrente, Figura 6.7(a). Na Figura 6.7(b), temos o perfil de temperatura estimado e na Figura 6.7(c) temos a contração do fio em função do tempo. Podemos observar que o modelo  $L^2P$ , consegue acompanhar a trajetória da curva com boa margem de precisão. Na Figura 6.7(d), pode-se notar que existe uma certa discrepância entre as curvas experimentais e as calculadas a partir do modelo. Esta discrepância pode ser atribuída, em parte, a grande assimetria da histerese na característica  $\epsilon \times T$ .

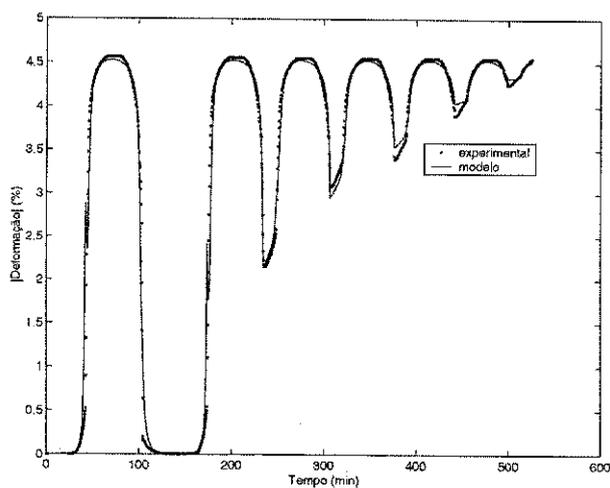
Para quantificar a discrepância entre os resultados experimentais e o modelo, é empregado o erro médio quadrático normalizado, dado por:



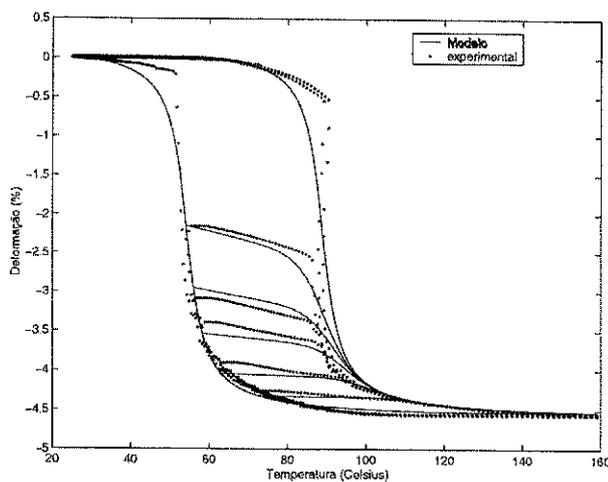
(a) Corrente de excitação



(b) Temperatura estimada



(c) Deformação do fio



(d) Curvas decrescentes de primeira ordem  $\epsilon \times T$  (círculos sólidos) e a curvas obtidas através do modelo (linhas contínuas)

Figura 6.7: Verificação experimental e modelagem da histerese na característica deformação-temperatura do fio de NiTi

$$e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^N \hat{x}_i^2}} \times 100\% \quad (6.7)$$

sendo que  $x_i$  representa os dados do modelo,  $\hat{x}_i$  representa os dados experimentais e  $N$  é o número de pontos de dados. Utilizando 1594 pontos de dados, o erro médio para todas as curvas decrescentes de primeira ordem  $\epsilon \times T$  (Figura 6.7(d)) foi calculado em 5.42%.

## 6.2 Conclusões

A caracterização da deformação  $\epsilon$  e da resistência elétrica  $R$ , mostra que estas propriedades variam com a temperatura, com a carga utilizada e exibem histerese. A característica de histerese exibida tanto para a deformação quanto para a resistência elétrica são assimétricas e bastante não-lineares, sobretudo a resistência elétrica. Com os dados de resistência elétrica, foi visto que é possível determinar as temperaturas de transformação do fio com memória utilizado e com isto é possível determinar a característica carga uniaxial *versus* temperatura de transformação. Sendo assim, os coeficientes de transformação  $C_A$  e  $C_M$  podem ser determinados.

O modelo de proximidade ao laço principal inicialmente proposto para materiais magnéticos e posteriormente modificado para filmes finos de dióxido de vanádio, foi alterado e adaptado para descrever a histerese na característica  $\epsilon \times T$ . As principais modificações foram a introdução de uma nova função de proximidade e a introdução do parâmetro da largura da histerese, que corresponde ao parâmetro  $\omega$  no modelo de proximidade ao laço principal, como uma função da carga uniaxial. Desta forma a função  $F_L(T)$  passa a ser  $F_L(T, \sigma)$ . Isto torna o modelo mais consistente com o comportamento da histerese de deformação no fio com memória de forma estudado. O modelo foi apresentado na forma de uma equação algébrica que é simples de implementar numericamente e não requer que as propriedades de remoção e congruência estejam presentes ao fenômeno para que o modelo seja implementado. As diferenças entre os resultados experimentais e os obtidos com o modelo  $L^2P$  se devem, em parte, ao comportamento bastante assimétrico da curva de histerese  $\epsilon \times T$  e a possíveis perturbações não detectadas na plataforma experimental. A relativa boa concordância entre as curvas experimentais  $\epsilon \times T$  e as correspondentes curvas através da equação 6.5, valida o modelo.

# Capítulo 7

## Conclusões

Neste trabalho desenvolveu-se um estudo da histerese na característica de deformação  $\varepsilon \times T$  e da histerese na característica  $R \times T$ . A característica  $\varepsilon \times T$  e  $R \times T$  foram analisadas e comentadas, destacando-se a dependência do fio com memória de forma com a temperatura na forma de uma histerese e dependência da carga uniaxial que as temperaturas de transformação, variando assim a largura da histerese.

Uma plataforma experimental foi desenvolvida para caracterizar a histerese  $\varepsilon \times T$  e  $R \times T$ , submetendo o fio SMA a ciclos de aquecimento e resfriamento sob carga constante. As características  $\varepsilon \times T$  e  $R \times T$  foram obtidas utilizando um sistema de aquisição de dados baseado na *interface* GPIB. Pela ausência de equipamentos que consigam controlar e medir a temperatura da amostra, tal temperatura é estimada por uma equação de equilíbrio térmico estático. Todas as medidas são realizadas em regime permanente, para poder converter corrente elétrica em temperatura.

Vários modelos foram analisados, optando-se pelos modelos de histerese. O modelo de Preisach foi estudado e apontado como uma opção para descrever a histerese  $\varepsilon \times T$ , no entanto, os testes preliminares para verificação das propriedades de remoção e congruência mostraram que o fio que a histerese  $\varepsilon \times T$  não obedece a nenhuma das propriedades de Preisach, as quais são condições necessária e suficiente para o teorema da representação. Sem que o teorema da representação seja satisfeito, não é possível descrever a histerese na característica  $\varepsilon \times T$  utilizando o modelo de Preisach.

Este trabalho mostrou que o modelo de proximidade ao laço principal, originalmente proposto por Almeida *et al* [45, 44] para histerese magnética e posteriormente adaptado por Fontana [56] para descrever a histerese nas características óticas do dióxido de vanádio tem potencial genérico para descrever diversos tipos de histerese e mostrou ser eficaz para descrever a histerese na característica  $\varepsilon \times T$ .

O modelo de proximidade ao laço principal foi o modelo utilizado para descrever a histerese na característica  $\varepsilon \times T$ . Para utilização do modelo de proximidade ao laço principal, foi modificada a função de proximidade e o ciclo limite, de forma a deslocar a histerese do centro, já que o modelo  $L^2P$  é originalmente centrado na origem. A função de proximidade foi modificada para melhor se adaptar aos dados experimentais. A modelagem da histerese na característica  $\varepsilon \times T$  se resume a implementação de uma equação algébrica recursiva. Uma plataforma experimental foi desenvolvida para caracterizar as propriedades da liga com memória de forma.

Foi visto que as temperaturas de transformação são afetadas pela carga uniaxial. Isto afeta a largura da histerese  $\omega$ , um dos parâmetros do modelo  $L^2P$ . Este comportamento foi modelado e introduzido no modelo final, inserindo no modelo  $L^2P$  uma característica inerente às ligas com memória de forma, que sofrem alterações não apenas com a temperatura, mas também com a carga. Isto torna o modelo  $L^2P$  mais consistente com os dados experimentais e com o comportamento físico da liga com memória de forma.

Os resultados obtidos indicam que a caracterização da histerese só foi obtida de forma aproximada. A discrepância entre os resultados do modelo podem ser atribuídas em parte, as limitações na implementação numérica do modelo, a elevada assimetria da curva  $\varepsilon \times T$  e as próprias limitações da plataforma experimental. Desse modo, os resultados obtidos neste trabalho, ainda que aproximados, representam um avanço significativo na modelagem da histerese na característica  $\varepsilon \times T$  dos fios com memória de forma.

### 7.0.1 Sugestões para trabalhos futuros

Estas propostas têm por objetivo dar prosseguimento às investigações sobre a caracterização das propriedades  $\varepsilon \times T$  e  $R \times T$ , e a modelagem de  $\varepsilon \times T$ . Os principais trabalhos identificados a serem desenvolvidos são:

- Identificar e eliminar os problemas que impedem a caracterização das propriedades de remoção e congruência do modelo de Preisach;
- Estudar e implementar estratégias de controle para o fio com memória de forma;
- Adaptar os fios com memória de forma a uma aplicação específica;
- Estudar e adaptar a plataforma para que se possa medir e controlar a temperatura nos fios com memória de forma;
- Estudar o comportamento de atuadores com memória de forma com carga variável, e em forma de molas;

- Estudar um circuito alternativo ao BICM.

# Apêndice A

## Transformador Diferencial Variável Linear (LVDT)

### A.1 Princípio de Funcionamento

O LVDT é um dispositivo que produz um sinal elétrico na saída, proporcional ao deslocamento do núcleo. Consiste de um enrolamento no primário e dois enrolamentos idênticos no secundário, espaçados simetricamente sobre um cilindro, conforme mostrado na Figura A.2.

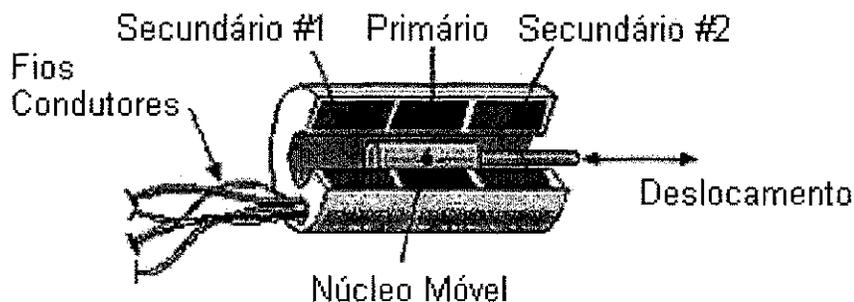


Figura A.1: Diagrama esquemático de um LVDT

A excitação do dispositivo ( $e_{ex}$ ) é normalmente uma tensão senoidal com a amplitude de 3 a 15 Vrms e uma frequência de 60 Hz à 20 kHz.

Os enrolamentos do secundário são idênticos e a tensão induzida tem a mesma frequência da tensão de excitação, portanto, a amplitude varia com a posição do núcleo. Os secundários são conectados em série e com polaridade oposta, o sinal na saída do LVDT é a diferença entre as tensões induzidas, sendo assim, existe uma posição nula na qual a tensão de saída é igual a zero.

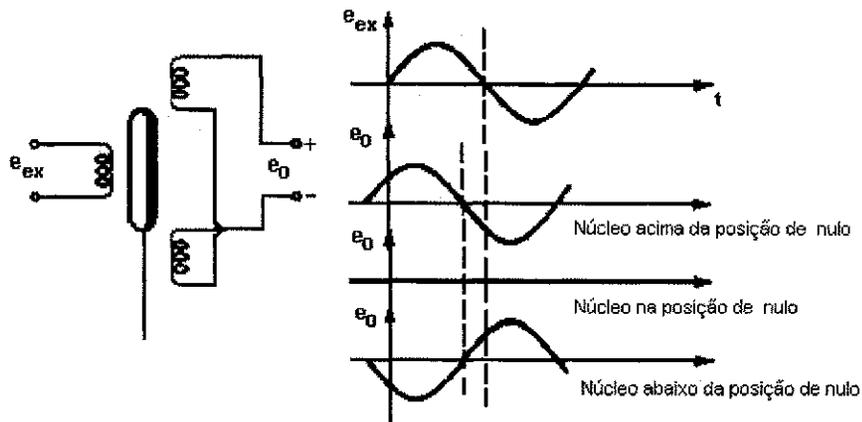


Figura A.2: Secundário em série-opostos

O movimento do núcleo causa um aumento na indutância mútua para um enrolamento e uma diminuição na indutância mútua para o outro, portanto, a tensão de saída torna-se uma função quase linear da posição do núcleo, para um intervalo considerável em relação à posição nula, conforme mostrado na Figura A.3.

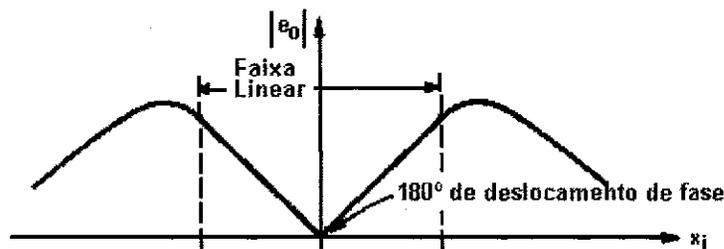


Figura A.3: Diagrama mostrando a região de linearidade do módulo da tensão de saída em função do deslocamento

Pela análise da Figura A.4, aplicando a Lei de Kirchhoff, as tensões induzidas nas bobinas do secundário são dadas por:

$$e_{s1} = M_1 \frac{di_p}{dt}$$

$$e_{s2} = M_2 \frac{di_p}{dt}$$

Onde  $M_1$  e  $M_2$  são as respectivas indutâncias mútuas. No secundário a tensão  $e_s$  é então dada por:

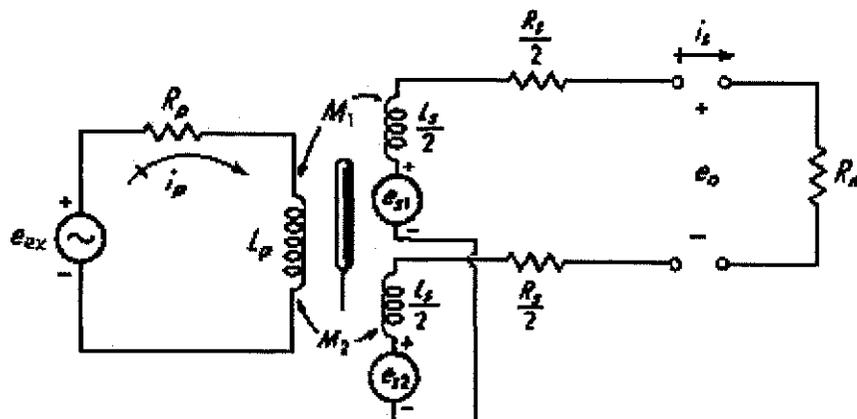


Figura A.4: Análise do Circuito do LVDT

$$e_s = e_{s1} - e_{s2} = (M_1 - M_2) \frac{d_{ip}}{dt}$$

A indutância mútua  $M_1 - M_2$  é a quantidade que varia linearmente com o deslocamento do núcleo. Se a saída não está conectada a nenhum instrumento de medida (circuito aberto), temos para uma posição fixa do núcleo:

$$e_o = e_s = (M_1 - M_2) \frac{D}{DL_p + R_p} e_{ex}$$

onde  $D = \frac{d_{ip}}{dt}$ .

E assim,

$$\frac{e_o}{e_{ex}}(D) = \frac{[(M_1 - M_2) / R_p] D}{\tau_p D + 1}$$

$$\tau_p \triangleq \frac{L_p}{R_p}$$

## A.2 Características e Especificações do LVDT utilizado

O LVDT utilizado neste trabalho é o AX/5.0/P. A série AX é fornecida com membrana de Viton, para evitar umidade e pó. O Viton é quimicamente imune e não degrada quando sujeito a fluxo cortante. O material do corpo é feito de aço inoxidável. O cabo é fornecido com 2 metros, com trança de aço blindado, protegidos com material de cobertura escolhido para dar boa imunidade a fluídos cortantes. As duas primeiras letras designam o tipo de transdutor. O número a seguir,

diz respeito a escala nominal em milímetros, e a última letra designa que o LVDT é estendido pneumáticamente. Na Figura A.5 é mostrado o modelo do LVDT utilizado.

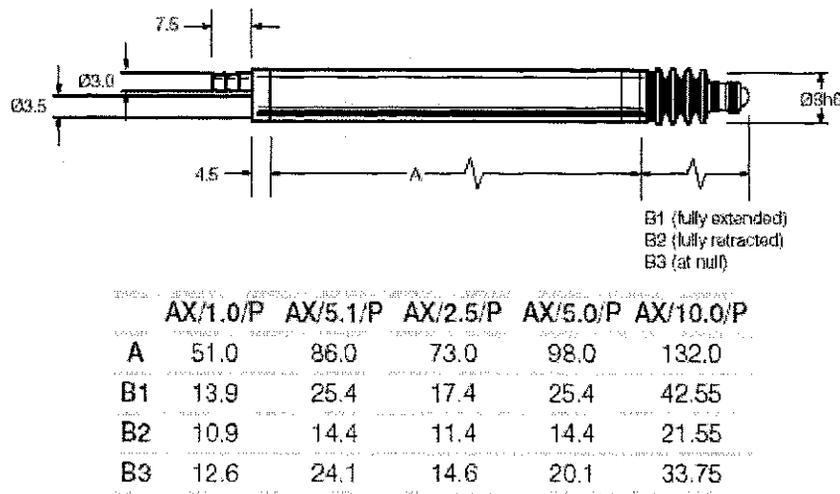


Figura A.5: Ilustração do LVDT utilizado e suas respectivas dimensões.

O LVDT utilizado é conectado a um *Boxed Inline Conditioning Module* (BICM), que é um módulo eletrônico que pode ser utilizado com uma grande gama de transdutores LVDT. O layout e o tamanho são projetados para permitir que o BICM possa ser facilmente colocado em linha com o cabo do LVDT e instalado sem dificuldades. O transdutor pode estar até 90 metros do BICM e saída pode estar até 300 metros aproximadamente do cabo. Em ambos os casos, o usuário deve assegurar que o desempenho do sistema é adequado e que o ruído não é um problema. Na Figura A.6 é mostrada a ilustração do BICM e a tabela com sua especificação.

O BICM é alimentado para  $\pm 10V$  para curso completo do transdutor, mas sua saída pode ser ajustada através de dois potenciômetros de precisão, uma para ajustar o ganho e outro para ajuste de *offset*. O potenciômetro que ajusta o ganho afeta a tensão de saída para curso completo do LVDT. O controle de *offset* desloca o ponto onde a medida do LVDT é zero. Como por exemplo, habilitar a saída para um valor unipolar, isto é 0 e 10V para curso completo do LVDT.

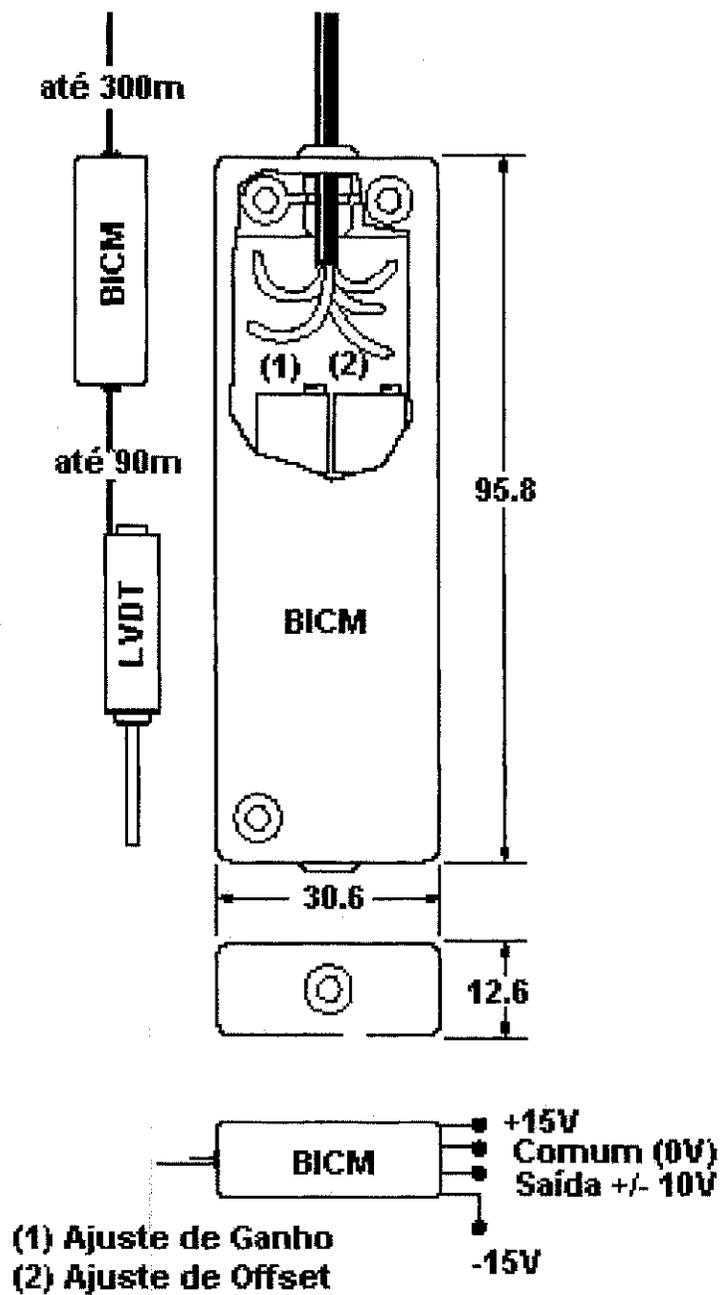


Figura A.6: Representação esquemática do BICM.

# Bibliografia

- [1] W.J. Buehler, J.V. Gilfrich, and R.C. Wiley. Effect of low-temperature phase changes on the mechanical properties of alloys near composition niti. *Journal of Applied Physics.*, 34:1475–1477, 1963.
- [2] F. Auricchio. *Shape memory alloys: applications, macromodeling and numerical simulations*. PhD thesis, University of California at Berkeley, California, EUA, 1995.
- [3] Zenon Kouzak. Vigas compósitas utilizando atuadores com memória de forma: Modelagem e simulação via elementos finitos. Master's thesis, Universidade de Brasília/ENM/FT/UnB, Brasília, DF, 1997.
- [4] H. Funakubo. *Shape Memory Alloys: Precision Machinery and Robotics*. Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1984.
- [5] K. Otsuka and Xiaobing Ren. Recent developments in the research of shape memory alloys. *Intermetallics.*, 7:511–528, 1999.
- [6] Dazhi Yang. Shape memory alloy and smart hybrid composites - advanced materials for the 21st century. *Materials and Design.*, 21:503–505, 2000.
- [7] C. A. Rogers, C. Liang, and C. R. Fuller. Modelling of shape memory alloy hybrid composites for acoustic control. *Journal Acoustic Soc. Am.*, 89:210–220, 1991.
- [8] S. Miyazaki. Medical and dental applications of shape memory alloys., 1998. in *Shape Memory Materials*, pages 267-279.
- [9] Carlos J. de Araújo e M. Morin. Comparação entre as respostas elétrica e térmica de fios atuadores com efeito de memória de forma. In *XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM*, Uberlândia-Minas Gerais, 1999.

- [10] G. Song. Robust position regulation of a rotary servo actuated by a shape memory alloy wire. *Proceedings ISIE 2001 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, 3:1923–1928, 2001.
- [11] H. Benzaoui, N. Chaillet, C. L'cellent, B. Lang, A. Bourjault, and L. Thierry. Improvement of the shape memory alloys actuators. In *in Proceedings Japan-USA, Symposium on Flexible Automation, ASME, Japan, 1999*.
- [12] J. L. Pons, D. Reynaerts, J. Peirs, R. Ceres, and H. Van Brussell. Comparison of different control approaches to drive sma actuators. *in Proceedings of the 1997 International Conference on Advanced Robotics - ICAR.*, 1:819–824, 1997.
- [13] R. B. Gorbet. *Control of Hysteretic Systems with Preisach Representations*. PhD thesis, University of Waterloo, Waterloo, Canada, 1997.
- [14] D. R. Madill. L2-stability of a shape memory alloy position control system. *in Proceedings of on 33rd Conference on Design and Control*, 1:99–101, 1994.
- [15] I. Ohkata and Y. Suzuki. The design os shape memory alloy actuators and their applications., 1998. in *Shape Memory Materials*, pages 240-266.
- [16] S. Majima, K. Kodama, and T. Hasegawa. Modeling of shape memory alloy actuator and tracking control systems with the model. *IEEE Transactions on Control Systems Technology.*, 9(1):54–59, January 2001.
- [17] D. Reynaerts and Van Brussel. Design aspects of shape memory actuators. *Sensors and Actuators.*, 36:29–35, 1998.
- [18] L. C. Brinson and M. S. Huang. Simplifications and comparisons of shape memory alloys constitutive models. *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures.*, 7:108–114, 1996.
- [19] J. Uchil, K.P. Mohanchandra, K. K. Mahesh, and K. G. Kumara. Thermal and electrical characterization of r-phase dependence on heat-treat temperature in nitinol. *Physica: Part B.*, 253:83–89, 1998.
- [20] Marie P. Baron. *Étude du Comportement des Interfaces Austenite/Martensite et Martensite/Martensite de deux Alliages a Effet Mémoire de Forme:LeCuZnAlETLeCuAlBe* . PhD thesis, INSA de Lyon, Lyon, France, 1998.

- [21] K. Otsuka and C. M. Wayman. *Shape Memory Materials*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1998.
- [22] L. C. Brinson. One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: Thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensitic internal variables. *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures.*, 4:229–242, 1993.
- [23] C. Mavroidis, C. Pfeiffer, and M. Mosley. Conventional actuators, shape memory alloys and electrorheological fluids., 2000. Invited Chapter in *Automation, Miniature Robotics and Sensors for Non-Destructive Testing and Evaluation*, Y. Bar-Cohen Editor.
- [24] R. G. Gilbertson. *Muscle Wires Project Book: A Hands-on Guide to Amazing Robotics Muscles that when Electrically Powered*. Mondo-Tronics Inc., third edition, 2000.
- [25] A. D. Johnson. Shape memory metals. *IEEE Potentials.*, 7(3):16–19, 1988.
- [26] E. Patoor and M. Berveiller. *Technologie des Alliages a Memoire de Forme*. Hermes, Paris, France, 1994.
- [27] Carlos J. de Araújo, E. A. S. Rocha, and S. R. Souto. Thermal alarm using a shape memory alloy helical spring. In *XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM*, Aguas de Lindóia, Sao Paulo, 2001.
- [28] P.M.C.L. Pacheco e M.A. Savi. A non-explosive release device for applications using shape memory alloys. In *XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM*, 1997.
- [29] T. L. Turner. Thermomechanical response of shape memory alloy hybrid composites., 2001. NASA/TM-2001-210656, Technical Memorandum.
- [30] T.W. Duerig, K.N. Melton, D. Stockel, and C.M. Wayman. *Engineering Aspects of Shape Memory Alloys*. Butterworth-Heinemann, Toronto, Canada, 1990.
- [31] K. Otsuka and T. Kakeshita. Science and technology of shape memory alloys: New developments. *Materials Research Science Bulletin.*, pages 91–99, 2002.
- [32] K. Ikuta, M. Tsukamoto, and S. Hirose. Shape memory alloy servo actuator system with electric resistance feedback and application for active endoscope. in *IEEE International Conference on Robotics and Automation.*, pages 427–430, 1988.
- [33] D. R. Madill and D. Wang. The modeling and l2-stability of a shape memory alloy position control system. in *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation.*, 1:293–299, 1994.

- [34] F. Falk and P. Konopka. Three dimensional landau theory describing the martensitic phase transformation of shape memory alloys. *Journal of Physics.*, 2:61–67, 1980.
- [35] K. Tanaka and S. Nagaki. Thermochemical description of materials with internal variables in the process of phase transformation. *Ing. Archives.*, 51:287–289, 1982.
- [36] C. Liang and C. A. Rogers. A multi-dimensional constitutive model for shape memory alloys. *Journal of Engineering Mathematics.*, 26:755–794, 1992.
- [37] K. Ikuta, M. Tsukamoto, and S. Hirose. Mathematical model and experimental verification of shape memory alloy for designing micro actuator . pages 103–108. IEEE Micro Electro Mechanical Systems-MEMS '91, 1991.
- [38] E. D. Torre. A preisach model for acommodation. *IEEE Transactions on Magnetics.*, 30(5):1275–1281, 1994.
- [39] I. Mayergoz. *Mathematical Models of Hysteresis*. Springer-Verlag, 1991.
- [40] L. A. L. Almeida, G. S. Deep, A. M. N. Lima, and H. Neff. The limiting loop proximity l2p hysteresis model. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2001. To appear.
- [41] L. A. L. de Almeida, G. S. Deep, A. M. N. Lima, and H. Neff. Modeling of the hysteretic metal-insulator transition in vanadium dioxide infrared detector. *Optical Engineering*, 41(10), October 2002.
- [42] D. Jiles and D. Atherton. Ferromagnetic hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics.*, 19(5):2183–2185, 1983.
- [43] M. Krasnoselskii and A. Prokrovskii. *Systems with hysteresis*. Springer-Verlag, 1989.
- [44] L. A. L. Almeida, G. S. Deep, A. M. N. Lima, and H. Neff. Um modelo para histerese magnética baseado em sistemas dinâmicos adiabáticos. Florianópolis, S.C, Brasil, Setembro, 2000. XIII Congresso Brasileiro de Automática.
- [45] L. A. L. Almeida, G. S. Deep, A. M. N. Lima, and H. Neff. A new magnetic hysteresis model based on the adiabatic limit approximation.
- [46] A. Visintin. *Differential Models of Hysteresis*. Springer-Verlag, 1994.
- [47] T. Ohta, Y. Enomoto, and R. Kato. Domain growth with time-dependent front velocity in one dimension. *Physical Review B.*, 16(43):262–268, 1991.

- [48] L. A. L. Almeida, G. S. Deep, A. M. N. Lima, and H. Neff. Um novo modelo para histerese magnética. *SBA - Sociedade Brasileira de Automática*, 2002. A aparecer.
- [49] F. Vajda and E. D. Torre. Efficient numerical implementation of complete-moving-hysteresis models (invited). *IEEE Transactions on Magnetics.*, 29(2):1532–1537, 1993.
- [50] C. J. de Araújo. *Comportement cyclique de fils a mémoire de forme TiNiCu: analyse electro-thermomécanique, dégradation et fatigue par cyclage thermique sous contrainte*. PhD thesis, INSA de Lyon, Lyon, France, 1999.
- [51] Olek Volkov. Modélisation du comportement thermomécanique des alliages à mémoire de forme. Master's thesis, Université de Montréal, Montréal, Canada, 1999.
- [52] L. Ljung. *System Identification: Theory for the User*. Prentice Hall PTR, Linkoping University, Sweden, second edition, 1999.
- [53] M. Pozzi and G. Airoidi. The electrical transport properties of shape memory alloys. *Materials Science and Engineering a Structural Materials Properties Microstructure and Processing.*, 275:300–304, 1999.
- [54] A. Pruski and H. Kihl. Shape memory alloys hysteresis. *Mechatronics.*, 8:635–656, 1993.
- [55] Carlos J. de Araújo, E. Lopez Cuellar, M. Morin, and G. E. Gunin. Sobre a possibilidade de controlar atuadores com memória de forma via medidas de variação de resistência elétrica: uma análise experimental. In *V Congresso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica - CIDIM*, Mérida - Venezuela, 2001.
- [56] Márcio Fontana. Caracterização e modelagem das propriedades ópticas de sensores de dióxido de vanádio. Master's thesis, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, Paraíba, 2001.