

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**SÍNTESE DE FILTROS PASSIVOS  
MULTICAMADAS UTILIZANDO ALGORITMOS  
GENÉTICOS**

RICARDO CARDOSO DE SOUZA

Campina Grande – Paraíba – Brasil

Dezembro de 2004

---

---

RICARDO CARDOSO DE SOUZA

**SÍNTESE DE FILTROS PASSIVOS  
MULTICAMADAS UTILIZANDO ALGORITMOS  
GENÉTICOS**

*Dissertação apresentada à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, em cumprimento às exigências para obtenção do Grau de Mestre em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.*

---

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PROCESSAMENTO DA  
INFORMAÇÃO

Campina Grande – Paraíba – Brasil

Dezembro de 2004

---



S729s Souza, Ricardo Cardoso de  
Síntese de filtros passivos multicamadas utilizando algoritmos genéticos / Ricardo Cardoso de Souza. - Campina Grande, 2004.  
123 f. il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia.

1. Filtros Passivos 2. Algoritmos Genéticos 3. Estruturas Multicamadas 4. Dissertação I. Melo, Marcos Antonio Barbosa de, Dr. II. Fontgalland, Glauco, Dr. III. Universidade Federal de Campina Grande - Campina Grande (PB) IV. Título

CDU 621.362.852.1(043)

**SÍNTESE DE FILTROS PASSIVOS MULTICAMADAS UTILIZANDO  
ALGORITMOS GENÉTICOS**

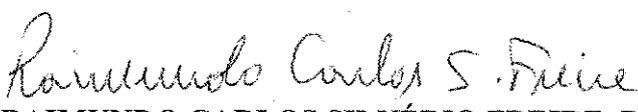
**RICARDO CARDOSO DE SOUZA**

Dissertação Aprovada em 16.12.2004

  
**MARCOS ANTONIO BARBOSA DE MELO, Dr., UFCG**  
Orientador

  
**GLAUCO FONTGALLAND, Dr., Colaborador – DEE/UFCG**  
Orientador

  
**BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.Sc., UFCG**  
Componente da Banca

  
**RAIMUNDO CARLOS SILVÉRIO FREIRE, Dr., UFCG**  
Componente da Banca

  
**ALFREDO GOMES NETO, D.Sc., CEFET-PB**  
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB  
Dezembro - 2004

## DEDICATÓRIA

*A todas as pessoas que oraram por mim, em especial aos meus pais Edílson e Guiomar e à minha madrinha Zelinda. Mesmo nos momentos difíceis eu nunca deixei de acreditar.*

**DEDICO.**

## AGRADECIMENTOS

**Agradeço** a Deus e a todos os amigos do plano espiritual que receberam orações e intercederam em minha trajetória para dar forças e coragem.

Aos meus orientadores e amigos Marcos Barbosa e Glauco Fontgalland pela paciência e créditos dispensados nesta árdua trajetória.

Aos meus pais Edilson e Guiomar e ao meu irmão Daniel pelo incentivo incondicional e indispensável para alcançar esta vitória.

À minha madrinha Zelinda simplesmente pela pessoa que é, com sua energia radiante.

À Copele e aos colegas gerentes da CHESF que não criaram obstáculos para que, mesmo à distância, eu realizasse esse projeto.

Aos professores Freire, Benemar e Alfredo pelas suas contribuições para melhorar este trabalho.

Aos professores Freire e Hiran pelas suas disponibilidades para ajudar.

Aos colegas Ewerton Rômulo e Paulo Ixtânio pelas importantes ajudas.

*"Pouco se aprende com a vitória, mas muito com a dor".*

*Provérbio Japonês*

# SUMÁRIO

<b>Introdução.....</b>	<b>01</b>
------------------------	-----------

## **Capítulo 1 – Teoria da Reflexão**

1.1 – Introdução .....	04
1.2 – Reflexões com incidência normal.....	05
1.3 – Reflexões com incidência Oblíqua .....	12
1.3.1 – Ângulo de Brewster .....	17
1.3.2 – Ângulo crítico .....	20
1.4 – Reflexões em múltiplas interfaces .....	22

## **Capítulo 2 – Filtros Passivos**

2.1 – Introdução .....	27
2.2 – Principais propriedades e parâmetros de rede.....	28
2.3 – Síntese e categorização dos filtros .....	35
2.3.1 – Filtros passa-baixas.....	37
2.3.2 – Filtros passa-altas .....	39
2.3.3 – Filtros passa-faixa.....	40
2.3.4 – Filtros rejeita-faixa .....	43
2.3.5 – Filtros passa-tudo.....	45
2.4 – Aproximações .....	47
2.4.1 – Butterworth.....	48
2.4.2 – Chebyshev .....	51
2.4.3 – Elíptica.....	53

**Capítulo 3 – Métodos de Otimização**

3.1 – Introdução .....	55
3.2 – Métodos clássicos .....	57
3.3 – Métodos evolucionários .....	59
3.4 Principais aplicações de otimização em eletromagnetismo .....	63

**Capítulo 4 – Os Algoritmos Genéticos**

4.1 – Introdução .....	66
4.2 – Configuração e parâmetros do algoritmo.....	68
4.2.1 – Codificação.....	68
4.2.2 – Mapeamento da função objetivo.....	69
4.2.3 – Tamanho da população .....	69
4.2.4 – Convergência.....	70
4.2.5 – Probabilidade e taxa de reprodução.....	71
4.3 – Operações genéticas.....	73
4.3.1 – Operador de seleção.....	73
4.3.1.1 – Método da roleta.....	74
4.3.1.2 – Método de torneio .....	75
4.3.1.3 – Elitismo .....	76
4.3.2 – Operador de cruzamento.....	76
4.3.2.1 – Cruzamento de ponto único.....	77
4.3.2.2 – Cruzamento de dois pontos .....	78
4.3.2.3 – Cruzamento uniforme.....	78
4.3.3 – Operador de mutação.....	79

4.4 – Modelamento matemático .....	81
4.4.1 – Teoria dos Padrões.....	81
4.4.1.1 – O efeito da seleção .....	83
4.4.1.2 – O efeito do cruzamento .....	85
4.4.1.3 – O efeito da mutação.....	87
4.4.2 – Representação geométrica .....	90
<b>Capítulo 5 – Aplicação e Resultados</b>	
5.1 – Introdução .....	92
5.2 – Considerações de projeto.....	94
5.3 – Formulação do problema .....	97
5.4 – Algoritmo implementado.....	99
5.5 – Resultados e análises .....	104
5.5.1 – Escolha dos coeficientes da função aptidão .....	104
5.5.2 – Variabilidade dos resultados.....	106
5.5.3 – Desempenho das operações genéticas .....	109
5.5.4 – Variação do número de camadas da estrutura .....	111
5.5.4 – Incidência normal em interface plana.....	112
<b>Capítulo 6 – Conclusões</b> .....	117
<b>Referências Bibliográficas</b> .....	120

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Transmissão e reflexão de uma onda com incidência normal a uma interface plana .....	5
Figura 1.2 - Onda plana uniforme com polarização perpendicular (horizontal) .....	12
Figura 1.3 - Onda plana uniforme com polarização paralela (vertical) .....	13
Figura 1.4 - Amplitude do coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência .....	17
Figura 1.5 - Propagação de uma onda de superfície para ângulo de incidência maior que o ângulo crítico .....	21
Figura 1.6 - Relações entre as amplitudes da onda com as multi-reflexões entre duas interfaces dielétricas .....	24
Figura 2.1 - Amplitudes da constante $ K $ em função da frequência.....	30
Figura 2.2 - Amplitudes de um pólo e um zero na origem .....	30
Figura 2.3 - Amplitudes de um pólo e um zero fora da origem .....	31
Figura 2.4 - Aproximação do diagrama da amplitude para um par de pólos complexos .....	31
Figura 2.5 - Amplitudes do fator $\frac{1}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$ para diferentes valores de $Q_p$ .....	33
Figura 2.6 - Resposta de um filtro realizável e seus principais parâmetros .....	36

Figura 2.7 - Características de filtros passa-baixas .....	37
Figura 2.8 - Função atenuação de um filtro passa-baixas de segunda ordem.....	38
Figura 2.9 - Características de filtros passa-altas .....	39
Figura 2.10 - Função atenuação de um filtro passa-altas de segunda ordem.....	40
Figura 2.11 - Características de filtros passa-faixa .....	41
Figura 2.12 - Função atenuação de um filtro passa-altas de segunda ordem .....	42
Figura 2.13 - Características de filtros rejeita-faixa .....	43
Figura 2.14 - Função atenuação de um filtro passa-altas de segunda ordem .....	44
Figura 2.15 - Resposta em fase de um filtro passa-tudo de segunda ordem .....	46
Figura 2.16 - Características de um filtro Butterworth para diferentes ordens .....	50
Figura 2.17 - Característica de ondulações de mesma amplitude do filtro de Chebyshev .....	51
Figura 2.18 - Características de um filtro Chebyshev para diferentes ordens .....	52
Figura 2.19 - Características típica de atenuação para um para filtro elíptico .....	53
Figura 3.1 - Função multimodal obtida através do software Matlab© .....	58
Figura 3.2 - Fluxograma básico dos Algoritmos Evolucionários .....	61
Figura 3.3 - Projeto de fabricação de uma antena <i>patch</i> .....	64

Figura 3.4 - Arranjo periódico de fitas perfeitamente condutoras .....	65
Figura 4.1 - Representação cromossômica com codificação binária .....	69
Figura 4.2 - Exemplo para o processo de seleção pelo método da roleta .....	75
Figura 4.3 - Exemplo para o processo de cruzamento de ponto único .....	78
Figura 4.4 - Exemplo para o processo de cruzamento de dois pontos .....	78
Figura 4.5 - Exemplo para o processo de cruzamento uniforme .....	79
Figura 4.6 - Efeito do cruzamento na Teoria dos Padrões .....	86
Figura 4.7 - Representação geométrica de um espaço de busca de quatro dimensões .....	90
Figura 5.1 – Estrutura multicamadas considerada no projeto .....	94
Figura 5.2 - Fluxograma do algoritmo genético implementado no Matlab® .....	100
Figura 5.3 - Respostas em frequência de um filtro passa-baixas para diferentes coeficientes da função aptidão .....	104
Figura 5.4 – Respostas para o mesmo conjunto de parâmetros e coeficientes para observação da variabilidade do algoritmo .....	107
Figura 5.5 – Respostas em frequência para diferentes números de camadas na estrutura. ....	111
Figura 5.6 - Resposta de um filtro passa-baixas através dos coeficientes de transmissão, considerando incidência normal em interface plana .....	113

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Probabilidades de seleção utilizando o método da roleta .....	74
Tabela 5.1 - Principais parâmetros do algoritmo genético implementado .....	101
Tabela 5.2 - Parâmetros do filtro sintetizado escolhidos pelo projetista .....	101
Tabela 5.3 - Valores dos coeficientes da função aptidão correspondentes às curvas da figura 5.3 .....	105
Tabela 5.4 - Variação das atenuações para avaliação da aleatoriedade do algoritmo .....	108
Tabela 5.5 - Parâmetros de desempenho das operações genéticas .....	109
Tabela 5.6 - Parâmetros de desempenho do filtro para comparação dos métodos de otimização .....	114
Tabela 5.7 - Valores normalizados das espessuras das camadas do filtro .....	115

## RESUMO

Nesta dissertação é proposto o uso da técnica dos Algoritmos Genéticos para síntese e otimização de filtros passivos com multicamadas dielétricas. São considerados os casos em que as interfaces da estrutura são planas e a incidência da onda é normal ao plano de incidência. O objetivo da otimização é encontrar as espessuras das camadas de modo a obter a melhor resposta em frequência do filtro em função dos coeficientes de transmissão. Para isso o projetista deve fornecer o número de camadas do filtro, os índices de refração dos materiais utilizados, a faixa de frequência de operação do filtro e as operações genéticas utilizadas. Estes dados são processados pelas rotinas criadas no Matlab<sup>®</sup> para implementar o algoritmo genético.

## ABSTRACT

In this work Genetic Algorithms was used in order to synthesize dielectric multilayer passive filters was proposed. Structures with plane interfaces and waves with normal incidence in relation to incidence plane were considered. The optimization objective is to encounter the thickness of each layer to obtain the best filter frequency response related to transmission coefficients. To do this the designer need to inform the number of layers, each material refraction index, the filter operation frequency range and the genetic operations to be used. These data are processed by routines created in Matlab<sup>®</sup> to genetic algorithm implementation.

## INTRODUÇÃO

A toda hora nos encontramos em situações que envolvem decisões para realizarmos uma determinada tarefa e muitas variáveis podem fazer parte do universo desta realização como tempo, custo de material e esforço, seja ele físico ou computacional. Podem existir várias maneiras ou caminhos para que tal tarefa seja completada, mas, é lógico que desejamos tomar decisões que levem a um bom resultado, proveniente da “melhor” combinação das variáveis. Para o tratamento matemático da tarefa ou problema em questão, utiliza-se uma função custo, ou função objetivo, que fornece uma figura de mérito que pondera ou avalia a “qualidade” das possíveis soluções do problema. O que se quer então é encontrar a melhor resposta ou otimizar a função objetivo e, usualmente, a otimização consiste em encontrar um ponto extremo da função objetivo.

Os Algoritmos Genéticos são métodos robustos de otimização global inspirados no processo evolutivo que ocorre na natureza e baseados na teoria da sobrevivência do mais forte estabelecida por Charles Darwin. Os Algoritmos Genéticos utilizam operações estocásticas para guiar o processo de busca da melhor solução de um determinado problema e possuem características que os diferenciam dos métodos tradicionais de busca como os que utilizam gradientes, por isso são fortemente dependentes das características da função que descreve o problema. Os Algoritmos Genéticos não operam diretamente com os parâmetros desta função, mas os codifica para tratá-los através das operações genéticas. Pelo fato de terem atuação global, os Algoritmos Genéticos podem atuar de forma paralela em diferentes regiões do espaço de busca ou com diferentes variáveis a serem otimizadas.

As funções objetivo usadas em problemas de otimização na área de eletromagnetismo comumente apresentam características de não-linearidade, descontinuidade, multimodalidade, ou seja, apresentam vários pontos extremos, e não-

diferenciabilidade. Por isso, estas funções apresentam alto custo computacional para serem avaliadas. Historicamente, a grande maioria das pesquisas relacionadas ao projeto de sistemas eletromagnéticos que utilizam métodos de otimização são dependentes de métodos determinísticos. Tais métodos possuem várias desvantagens quando aplicados a problemas com as características citadas e usualmente conduzem a procedimentos de projetos custosos e altamente interativos.

O rápido crescimento das comunicações sem fio que ocorre desde a última década vem gerando uma grande demanda por componentes planares integrados para atender várias necessidades como portabilidade, desempenho e custo de equipamentos. Métodos globais de análise eletromagnética, como o método dos Elementos Finitos, têm sido utilizado nos estudos rigorosos de circuitos e dispositivos de microondas. Estes métodos são particularmente eficientes pelo fato de tratarem estruturas em três dimensões e por considerarem as propriedades físicas e elétricas da estrutura como um todo. Entretanto, mesmo no atual estágio de evolução computacional, tais métodos demandam grande tempo de processamento para estruturas compostas de várias descontinuidades ou elementos ressonantes, como as encontradas nos filtros e multiplexadores. Como consequência, as características eletromagnéticas de tais estruturas são muito sensíveis às suas geometrias e dimensões físicas e isto requer o uso de um método de otimização robusto para considerar vários parâmetros de projeto.

Este trabalho considera a aplicação dos Algoritmos Genéticos para síntese de filtros passivos, planares, formados por superfícies multicamadas de geometria periódica. Tais filtros são utilizados nos revestimentos de superfícies seletivas em frequência como as encontradas em câmaras de reverberação e radares, blindagem de equipamentos sob teste e em projetos de vários tipos de componentes passivos como acopladores direcionais, divisores de potência e deslocadores de fase (CARVALHO, 1999), (JOHNSON, 1997), (MICHIELSSEM, 1993), (MITTRA, 2002), (WEILE, 1997).

O trabalho está dividido da seguinte forma. No capítulo 1 é apresentada a teoria sobre reflexões de ondas TEM incidentes em interfaces planas. Foram consideradas as incidências normal e oblíqua com ênfase na polarização paralela ou vertical. Além disso, são apresentados as definições de ângulo crítico e ângulo de Brewster. Também foi citado o caso de multi-reflexões em estruturas de várias camadas.

O capítulo 2 trata da teoria de filtros passivos, suas classificações, principais características e parâmetros e seus modelos de aproximação.

O capítulo 3 considera os Métodos Evolucionários para descrever suas características comuns, seu fluxograma básico e as diferenças em relação aos métodos clássicos. Desta forma justifica-se o uso dos Algoritmos Genéticos neste trabalho citando algumas aplicações na área de eletromagnetismo.

O capítulo 4 trata sobre o estado da arte dos Algoritmos Genéticos. São descritas as principais operações e parâmetros do algoritmo para então apresentar o modelamento matemático que explica como ocorre a busca pela melhor solução.

No capítulo 5 é apresentada a aplicação dos Algoritmos Genéticos através das considerações de projeto e da formulação do problema. Em seguida são mostrados alguns resultados e suas análises.

O capítulo 6 apresenta conclusões à cerca deste trabalho e sugestões para futuros trabalhos.

## CAPÍTULO 1 – TEORIA DA REFLEXÃO

### 1.1 Introdução

Neste capítulo é descrita a teoria que envolve as reflexões de ondas transverso-eletromagnéticas (TEM) em meios dielétricos lineares e isotrópicos. São considerados nesse trabalho materiais que não apresentam perdas por efeito Joule (perdas condutivas descritas pela constante de atenuação) e onde os parâmetros permissividade ( $\epsilon$ ) e permeabilidade ( $\mu$ ) assumem valores reais e constantes em todas as direções, como nos meios lineares e isotrópicos. A partir desta teoria, são obtidos os coeficientes de transmissão e reflexão na interface que separa dois meios dielétricos. Nas expressões destes coeficientes, é levada em conta a polarização da onda, considerando para isso, uma incidência normal ou oblíqua da onda TEM. A partir das expressões para uma interface, ou seja, duas camadas, são obtidas suas extensões para o estudo de estruturas com várias camadas dielétricas nas quais são calculados os efeitos cumulativos das reflexões.

É importante frisar que a propagação de uma onda TEM é utilizada somente para fins didáticos já que esta é uma onda plana uniforme na qual o campo elétrico (E) e o campo magnético (H) são perpendiculares à direção de propagação, ou seja, os dois campos pertencem ao mesmo plano transversal à direção de propagação. Fisicamente uma onda plana uniforme não pode existir, pois ela se estende ao infinito em duas dimensões e isto representa uma quantidade infinita de energia. A facilidade didática que a onda TEM possui é que, independente de sua polarização, ela sempre pode ser decomposta em uma soma linear de ondas com polarização paralela e perpendicular. Após uma breve apresentação destas duas polarizações para o caso da incidência oblíqua, é dada maior ênfase à polarização paralela para então, apresentar as definições de ângulo de Brewster e ângulo crítico.

### 1.2 Reflexões com incidência normal

Considere uma onda TEM incidindo perpendicularmente em uma interface plana formada por dois meios semi-infinitos. Sem perdas de generalidade, expressaremos a energia, propagação dos campos, na forma clássica de feixes de raios como apresentado na figura 1. A onda, ao atingir a interface, é parcialmente transmitida (fração de energia que penetra no meio de destino) e parcialmente refletida (fração de energia que retorna ao meio de origem). Caso o meio em questão (meio 2) seja formado por um condutor perfeito, a onda é totalmente refletida, obedecendo a Lei de Snell, uma vez que a soma total dos componentes tangenciais do campo elétrico  $\vec{E}$  na interface é zero. Isto é, nenhuma parcela da energia da onda incidente é transmitida ao condutor. As amplitudes dos campos  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  permanecem as mesmas porém, a direção do fluxo de potência representada pelo vetor de Poynting,  $\vec{S}$ , apresenta uma defasagem de  $\pi$  radianos.

$$\vec{E}_{\text{superfície}}^i + \vec{E}_{\text{superfície}}^r = 0$$

$$\vec{E}_{\text{superfície}}^i = -\vec{E}_{\text{superfície}}^r$$

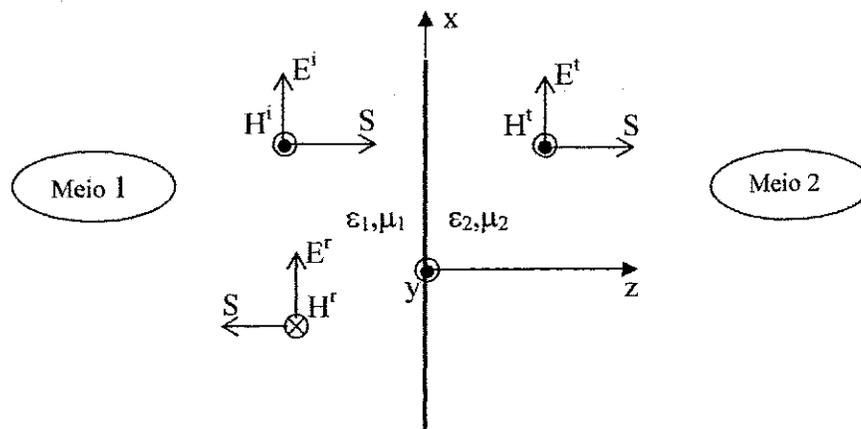


Figura 1.1 – Transmissão e reflexão de uma onda com incidência normal a uma interface plana.

O campo elétrico incidente de amplitude  $E_0$  é polarizado na direção  $x$ , conforme visto na figura 1.1. As expressões para os componentes do campo incidente, refletido e transmitido são derivadas das equações de onda ou equações vetoriais de Helmholtz, que são:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = -\omega^2 \mu \epsilon \mathbf{E} \quad (1.1)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = -\omega^2 \mu \epsilon \mathbf{H} \quad (1.2)$$

$\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  são vetores de orientação no espaço 3-D. Utilizando o sistema cartesiano, em termos do componente  $E_x$ , a partir da equação (1.1), temos que:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -\omega^2 \mu \epsilon E_x \quad (1.3)$$

A solução da equação 1.3 em notação complexa exponencial é dada por:

$$E_x = E_{x0} e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} \quad (1.4)$$

O coeficiente real do fator exponencial na equação (1.4) permite considerarmos os casos em que a onda sofre atenuação ( $\alpha$  é a constante de atenuação), enquanto que o sinal negativo no coeficiente imaginário na segunda exponencial significa que ela se propaga no sentido  $+z$ . Considerando um meio não dissipativo, a constante de atenuação é nula. A constante de fase,  $\beta$ , representa o deslocamento de fase da onda ao longo da direção de propagação, medido em radianos por metro. Em geral, os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  são

combinados para forma a constante de propagação complexa  $\gamma$  (gama) tal que  $\gamma = \alpha + j\beta$ . Em termo dessas considerações, as expressões para o campo elétrico solução da equação (1.4) considerando as ondas incidente, refletida e transmitida são, respectivamente:

$$\mathbf{E}^i = \hat{\mathbf{a}}_x E_0 e^{-j\beta_1 z} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{E}^r = \hat{\mathbf{a}}_x \Gamma^i E_0 e^{+j\beta_1 z} \quad (1.6)$$

$$\mathbf{E}^t = \hat{\mathbf{a}}_x T^i E_0 e^{-j\beta_2 z} \quad (1.7)$$

Os parâmetros  $\Gamma^i$  e  $T^i$  representam, respectivamente, os coeficientes de reflexão e transmissão na interface e são determinados a partir da aplicação das condições de contorno sobre os campos ao longo da interface. A reflectância,  $R$ , e a transmitância,  $T$ , são as grandezas obtidas a partir destes coeficientes através de suas potências quadráticas. Eles representam, respectivamente, as razões entre as intensidades das ondas refletida e incidente e entre as ondas transmitida e incidente (COLLIN, 1992).

Como os campos incidentes estão linearmente polarizados e a superfície refletora é plana, os campos transmitidos e refletidos também estarão linearmente polarizados. Utilizando o procedimento da regra da mão direita ou as equações de Maxwell, os componentes do campo magnético podem ser escritas como:

$$\mathbf{H}^i = \hat{\mathbf{a}}_y \frac{E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1 z} \quad (1.8)$$

$$\mathbf{H}^r = -\hat{\mathbf{a}}_y \frac{\Gamma^i E_0}{\eta_1} e^{+j\beta_1 z} \quad (1.9)$$

$$\mathbf{H}^t = \hat{\mathbf{a}}_y \frac{T^i E_0}{\eta_2} e^{-j\beta_2 z} \quad (1.10)$$

Utilizando as equações (1.3) e (1.4), obtém-se a equação da dispersão:

$$\gamma^2 E_{x0} e^{-\gamma z} = -\omega^2 \mu \varepsilon E_{x0} e^{-\gamma z} \quad (1.11)$$

, de tal forma que  $\gamma^2 = -\omega^2 \mu \varepsilon$ , ou seja,  $\gamma = \pm j\omega \sqrt{\mu \varepsilon}$ . Uma vez que não há perdas no meio,  $\alpha = 0$ . A partir da expressão para a constante de propagação (equação 1.4), obtém-se a constante de fase, que neste caso também é chamada de número de onda,  $k$ , considerando a propagação em meios não-confinados (JORDAN, 1971). Logo, pode-se escrever:

$$\beta = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} \quad (1.12)$$

A constante de fase ou número de onda está relacionada ao índice de refração,  $n$ , pois para todos os materiais dielétricos ou não-magnéticos conhecidos, tem-se que  $\mu = \mu_0$ , logo a permeabilidade relativa,  $\mu_r$ , é unitária. Isto implica dizer que o efeito da aplicação de um campo magnético nestes materiais pode ser considerado desprezível. O que não pode ser estendido ao caso dos materiais ferromagnéticos (BALANIS, 1989). Considerando que  $\beta_0$  é a constante de fase no espaço livre, segue que:

$$\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0} = \beta_0 \cdot n \quad (1.13)$$

$$n = \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{\mu_0\epsilon_0}} = \sqrt{\mu_r\epsilon_r} = \sqrt{\epsilon_r} \quad (1.14)$$

O parâmetro  $\eta$  é a impedância intrínseca do meio medida em ohms ( $\Omega$ ) e para a situação de propagação da figura 1, é dado pela relação:

$$\eta = \frac{E_x}{H_y} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (1.15)$$

Considerando que o meio de propagação seja o ar ou o vácuo, a impedância intrínseca,  $\eta_0$ , é aproximadamente igual a  $377 \Omega$ . Com base nas equações (1.14) e (1.15), obtém-se a relação:

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_r\mu_0}{\epsilon_r\epsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \frac{\eta_0}{n} \quad (1.16)$$

Das condições de contorno temos que os componentes tangenciais dos campos elétrico e magnético são contínuos ao longo da interface. Utilizando as equações (1.5) a (1.10), obtém-se:

$$1 + \Gamma^i = T^i \quad (1.17)$$

$$\frac{1}{\eta_1}(1 - \Gamma^i) = \frac{1}{\eta_2}T^i \quad (1.18)$$

Resolvendo as equações (1.17) e (1.18) para  $\Gamma^i$  e  $T^i$ , obtém-se:

$$\Gamma^i = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{E^r}{E^i} = -\frac{H^r}{H^i} \quad (1.19)$$

$$T^i = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} = 1 + \Gamma^i = \frac{E^t}{E^i} = \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{H^t}{H^r} \quad (1.20)$$

Portanto, os coeficientes de reflexão e transmissão de uma onda plana com incidência normal em uma interface plana, são funções das propriedades elétricas e magnéticas dos meios. Considerando que a incidência seja normal à interface, o coeficiente de reflexão não pode ser nulo a menos que  $\eta_1 = \eta_2$ . De acordo com a propriedade dos materiais dielétricos, ou não-magnéticos, citada anteriormente, implica que  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ .

Os coeficientes das equações (1.19) e (1.20) são usualmente referenciados, respectivamente, como coeficientes de reflexão e transmissão de Fresnel e são válidos quando a reflexão é do tipo especular. Para tal consideração, a superfície da interface precisa ser lisa ou eletricamente grande de tal forma que não são consideradas rugosidades e as perdas por espalhamento são desprezadas. Caso o fator de perdas por espalhamento seja considerado, os coeficientes de transmissão e reflexão são multiplicados por tal fator. Como critério para avaliar o grau de rugosidade ou altura crítica destas rugosidades para uma determinada situação de comprimento de onda e ângulo de incidência utiliza-se o critério de Rayleigh (RAPPAPORT, 1996).

Em pontos distantes da interface, os coeficientes de reflexão e transmissão são relacionados aos coeficientes obtidos na interface,  $\Gamma^i$  e  $T^i$ , de acordo com as seguintes equações:

$$\Gamma(z = -c_1) = \frac{E^r(-c_1)}{E^i(-c_1)} = \frac{\Gamma^i E_0 e^{-j\beta_1 c_1}}{E_0 e^{+j\beta_1 c_1}} = \Gamma^i e^{-j2\beta_1 c_1} \quad (1.21)$$

$$T \begin{pmatrix} z_2 = c_2 \\ z_1 = -c_1 \end{pmatrix} = \frac{E^t(c_2)}{E^i(-c_1)} = \frac{T^i E_0 e^{-j\beta_2 c_2}}{E_0 e^{+j\beta_2 c_1}} = T^i e^{-j(\beta_2 c_2 + \beta_1 c_1)} \quad (1.22)$$

As variáveis  $c_1$  e  $c_2$  são as distâncias positivas medidas a partir da interface nos meios 1 e 2 respectivamente. A figura 1.1 pode ser usada como referência para as equações (1.21) e (1.22).

No meio 1 (meio de incidência), o campo total equivale a soma dos campos incidente e refletido. Desta forma, o campo elétrico e o campo magnético total no meio 1 são determinados por:

$$E^1 = E^i + E^r = \hat{a}_x E_0 e^{-j\beta_1 z} (1 + \Gamma^i e^{+j2\beta_1 z}) = \hat{a}_x E_0 e^{-j\beta_1 z} [1 + \Gamma(z)] \quad (1.23)$$

$$H^1 = H^i + H^r = \hat{a}_y (E_0 / \eta_1) e^{-j\beta_1 z} (1 - \Gamma^i e^{+j2\beta_1 z}) = \hat{a}_y \frac{E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1 z} [1 - \Gamma(z)] \quad (1.24)$$

Em cada expressão, os fatores que estão fora dos parênteses na segunda igualdade, representam a parcela da onda que é propagada e os fatores dentro dos parênteses representam a parcela da onda que se torna estacionária. A amplitude do campo elétrico varia senoidalmente com a distância a partir do plano refletor. Esta amplitude é nula na superfície do plano e nos pontos múltiplos de meio comprimento de onda a partir da interface (JORDAN, 1971).

### 1.3 Reflexões com incidência oblíqua

Para analisar as transmissões e reflexões para ondas incidentes com ângulos oblíquos, é necessário introduzir o conceito de plano de incidência. Esse plano é definido pelo vetor unitário normal à interface,  $\hat{n}$ , e pelo vetor na direção de incidência da onda. Para uma onda cujo vetor de Poynting está no plano  $xz$  e que atinge uma interface paralela ao plano  $xy$ , o plano de incidência é o plano  $xz$  como constatado nas figuras 1.2 e 1.3. Para uma análise geral, independentemente do tipo de polarização da onda, é mais conveniente decompor o campo elétrico, relativamente ao plano de incidência, em suas componentes perpendicular e paralela. Tanto os campos totais refletido como o transmitido terão em sua soma vetorial a contribuição de cada uma destas duas componentes.

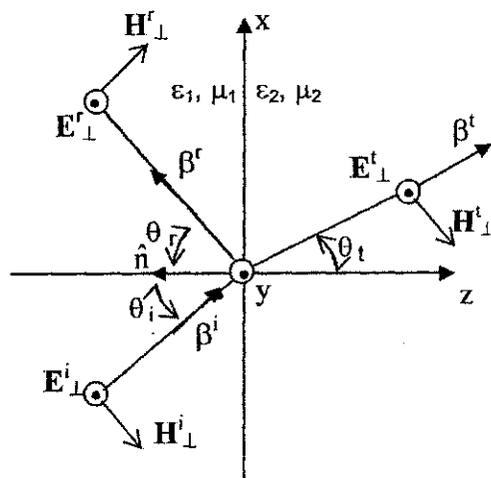
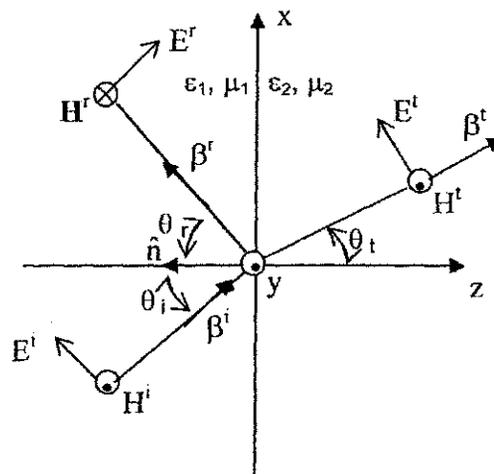


Figura 1.2 – Onda plana uniforme com polarização perpendicular (horizontal).



**Figura 1.3- Onda plana uniforme com polarização paralela (vertical)**

Quando o campo elétrico é perpendicular ao plano de incidência, a polarização da onda é referida como polarização perpendicular. Tomando como referência a interface, o campo elétrico encontra-se paralelo à mesma. Nesse caso a polarização também é chamada de horizontal ou do tipo *E*. A figura 1.2 exhibe esta polarização para os campos elétricos incidente, refletido e transmitido. Quando o campo elétrico é paralelo ao plano de incidência, a polarização é referida como polarização paralela. Devido à componente do campo magnético ser paralela à interface, esta polarização é também conhecida como vertical ou do tipo *H*. A figura 1.3 exhibe essa polarização. É importante atentar ao fato de que os ângulos de incidência, transmissão e reflexão utilizam a normal no ponto da interface como referência.

As simulações apresentadas neste trabalho consideram apenas a polarização paralela. Os campos elétrico e magnético para a polarização paralela podem ser escritos da seguinte forma, de acordo com a equação (1.4):

$$\mathbf{E}_{\parallel}^i = (\hat{a}_x \cos \theta_i - \hat{a}_z \sin \theta_i) E_0 e^{-j\beta_1(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} \quad (1.25)$$

$$\mathbf{H}_{\parallel}^i = \hat{a}_y H_{\parallel}^i e^{-j\beta^i r} = \hat{a}_y \frac{E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} \quad (1.26)$$

Desta forma, segue que:

$$\mathbf{E}_{\parallel}^i = E_0 \quad (1.27)$$

$$\mathbf{H}_{\parallel}^i = \frac{\mathbf{E}_{\parallel}^i}{\eta_1} = \frac{E_0}{\eta_1} \quad (1.28)$$

Similarmente, os campos refletidos podem ser expressos como:

$$\mathbf{E}_{\parallel}^r = (\hat{a}_x \cos \theta_r + \hat{a}_z \sin \theta_r) = \Gamma_{\parallel}^i E_0 e^{-j\beta_1(x \sin \theta_r - z \cos \theta_r)} \quad (1.29)$$

$$\mathbf{H}_{\parallel}^r = -\hat{a}_y H_{\parallel}^r e^{-j\beta^r r} = -\hat{a}_y \frac{\Gamma_{\parallel}^i E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1(x \sin \theta_r - z \cos \theta_r)} \quad (1.30)$$

Desta forma, segue que:

$$\mathbf{E}_{\parallel}^r = \Gamma_{\parallel}^i \mathbf{E}_{\parallel}^i = \Gamma_{\parallel}^i E_0 \quad (1.31)$$

$$\mathbf{H}_{\parallel}^r = \frac{\mathbf{E}_{\parallel}^r}{\eta_1} = \frac{\Gamma_{\parallel}^i E_0}{\eta_1} \quad (1.32)$$

Vale salientar que  $\Gamma^i$  representa o coeficiente de reflexão na interface, isto é, para  $y = z = 0$ . As considerações para os campos incidentes e refletidos são similares às dos campos transmitidos, atentando para a direção de propagação  $+z$ .

Os coeficientes de reflexão ( $\Gamma_{\parallel}^i$ ) e transmissão ( $T_{\parallel}^i$ ) na interface e a relação entre os ângulos de incidência ( $\theta_i$ ), reflexão ( $\theta_r$ ) e transmissão ( $\theta_t$ ) podem ser obtidos através da aplicação das condições de contorno em relação a continuidade das componentes tangenciais dos campos elétrico e magnético. Desta forma, tem-se:

$$(E_{\parallel}^i + E_{\parallel}^r)|_{z=0} = (E_{\parallel}^t)|_{z=0} \quad (1.33)$$

$$(H_{\parallel}^i + H_{\parallel}^r)|_{z=0} = (H_{\parallel}^t)|_{z=0} \quad (1.34)$$

Utilizando as respectivas equações de (1.25) a (1.32), as equações (1.33) e (1.34) podem ser reescritas respectivamente como:

$$\cos\theta_i e^{-j\beta_1 x \sin\theta_i} + \Gamma_{\parallel}^i \cos\theta_r e^{-j\beta_1 x \sin\theta_r} = T_{\parallel}^i \cos\theta_t e^{-j\beta_2 x \sin\theta_t} \quad (1.35)$$

$$\frac{1}{\eta_1} (e^{-j\beta_1 x \sin\theta_i} + \Gamma_{\parallel}^i e^{-j\beta_1 x \sin\theta_r}) = \frac{T_{\parallel}^i}{\eta_2} e^{-j\beta_2 x \sin\theta_t} \quad (1.36)$$

As equações (1.35) e (1.36) possuem quatro variáveis desconhecidas cada uma, sendo ambas complexas. Equacionando os correspondentes termos reais e imaginários de cada lado, obtêm-se as seguintes relações:

$$\theta_r = \theta_i \quad (1.37)$$

$$\beta_1 \sin\theta_i = \beta_2 \sin\theta_t \quad (1.38)$$

As equações (1.37) e (1.38) são conhecidas, respectivamente, como as Leis de Snell da Reflexão e Refração. Utilizando estas duas relações, as equações (1.35) e (1.36) se reduzem a:

$$1 + \Gamma_{\parallel}^i = T_{\parallel}^i \quad (1.39)$$

$$\frac{\cos \theta_i}{\eta_1} (-1 + \Gamma_{\parallel}^i) = -\frac{\cos \theta_t}{\eta_2} T_{\parallel}^i \quad (1.40)$$

Resolvendo simultaneamente as equações (1.39) e (1.40), obtém-se:

$$\Gamma_{\parallel}^i = \frac{E_{\parallel}^r}{E_{\parallel}^i} = \frac{-\eta_1 \cos \theta_i + \eta_2 \cos \theta_t}{\eta_1 \cos \theta_i + \eta_2 \cos \theta_t} \quad (1.41)$$

$$T_{\parallel}^i = \frac{E_{\parallel}^t}{E_{\parallel}^i} = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_1 \cos \theta_i + \eta_2 \cos \theta_t} \quad (1.42)$$

Observa-se que as equações (1.19) e (1.20) são extensões das equações (1.41) e (1.42), quando  $\theta_i$  e conseqüentemente  $\theta_t$ , foram iguais a zero.

### 1.3.1 Ângulo de Brewster:

As curvas da figura 1.4 apresentam a variação do coeficiente de reflexão para vários valores da relação entre as permissividades dos dois meios. Pode ser observado que quanto maior esta relação, maior é a amplitude do coeficiente de reflexão para um mesmo ângulo de incidência. Esse comportamento era esperado, uma vez que grandes valores para a razão  $\epsilon_2/\epsilon_1$  representam uma descontinuidade abrupta nas propriedades dielétricas dos dois meios ao longo da interface (BALANIS, 1989). Esta conclusão é também facilmente obtida a partir da equação (1.31), considerando que para meios não-magnéticos, a permeabilidade relativa é unitária,  $\mu_r = 1$ , de tal forma que  $n = \sqrt{\epsilon_r}$ .

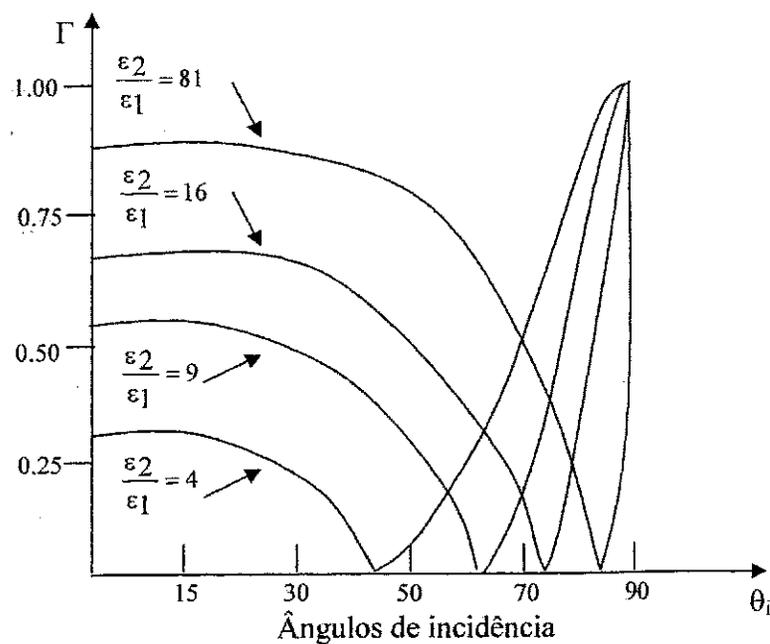


Figura 1.4 – Amplitude do coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência.

Outra conclusão a partir da figura 1.4 é a de que para uma incidência razante, isto é,  $\theta_i = \pi/2$ , a reflectância é máxima, independente do tipo de polarização. Além disso, nota-se que a partir da equação (1.41), existirá um ângulo de incidência tal que a reflectância é nula. Caso  $\theta_i = \theta_t$ , as equações (1.38) e (1.41) indicam que não ocorre reflexão, mas isto só aconteceria se os dois meios forem eletricamente idênticos. Porém, para anular o numerador da equação (1.41) e utilizando a relação da equação (1.15), tem-se que:

$$\cos \theta_t = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1} \left( \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \right)} \cdot \cos \theta_i \quad (1.43)$$

A partir da Lei de Snell da Refração dada pela equação (1.38), a equação (1.43) pode ser escrita como:

$$\sin \theta_i = \sqrt{\frac{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \frac{\mu_2}{\mu_1}}{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}}} \quad (1.44)$$

Já que a função seno não pode exceder a unidade, a equação (1.44) existe somente se:

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} \geq \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (1.45)$$

Considerando que a permeabilidade de todos os dielétricos conhecidos é praticamente a mesma e igual à permeabilidade do espaço livre (JORDAN, 1971),  $\mu_1 = \mu_2$  e a equação (1.44) pode ser reescrita como:

$$\theta_i = \sin^{-1} \left( \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}} \right) \quad (1.46)$$

O ângulo de incidência que anula o coeficiente de reflexão para polarização paralela é conhecido como ângulo de Brewster,  $\theta_B$ . A partir da figura 1.4, pode-se observar que o coeficiente de reflexão aumenta a partir de  $\theta_B$  até  $90^\circ$  à medida que a razão  $\epsilon_2/\epsilon_1$  se torna maior. Para ângulos de incidência menores que o ângulo de Brewster,  $\Gamma_{\parallel}^i$  é negativo indicando uma relação de fase de  $180^\circ$  como função do ângulo de incidência. Por outro lado, se  $\theta_i > \theta_B$ ,  $\Gamma_{\parallel}^i$  é positiva e esta relação de fase é de  $0^\circ$  (BALANIS, 1989). Uma outra forma bastante utilizada para o ângulo de Brewster é:

$$\theta_i = \theta_B = \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \right) \quad (1.47)$$

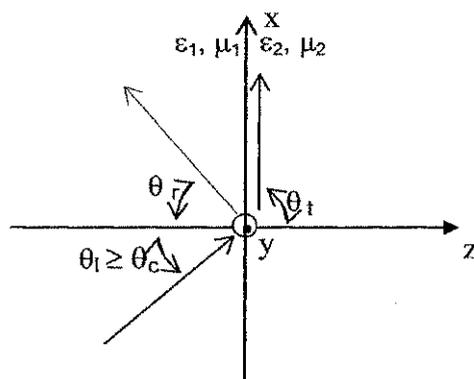
Para a polarização perpendicular, não existe um ângulo de incidência real, ou realizável, que anule a amplitude do coeficiente de reflexão, ou seja, que provoque a transmissão total da onda, conforme apresentado em (REITZ, 1991).

### 1.3.2 Ângulo crítico

Há outro caso, além da incidência rasante em que ocorre máxima reflectância, ou seja,  $\Gamma^i = 1$ . Tanto para a polarização perpendicular como para a polarização paralela, quando  $\epsilon_2/\epsilon_1 < 1$  os coeficientes de reflexão e transmissão assumem valores reais até um determinado ângulo de incidência e depois do qual tornam-se complexos. O ângulo a partir do qual isto ocorre é chamado de ângulo crítico,  $\theta_c$ . A representação da condição para que ocorra a reflexão interna total é  $\theta_i = \theta_c$ , ou seja,  $\theta_2 = \pi/2$ . Quando isso ocorre, diz-se que uma onda de superfície foi transmitida. Da lei de Snell na equação (1.36), tem-se que:

$$\theta_i \geq \theta_c = \sin^{-1} \left( \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \right) \quad (1.48)$$

Para que o ângulo crítico seja fisicamente realizável é necessário que  $\epsilon_1 \geq \epsilon_2$ , ou seja, é necessário que a onda se propague de um meio mais denso para um meio menos denso. Esta condição é válida tanto para a polarização perpendicular, como para a polarização paralela. Quando  $\theta_i > \theta_c$ , o ângulo de refração ou transmissão é complexo, mas conforme apresentado em (BALANIS, 1989), ocorre a propagação de uma onda de superfície. A figura 1.5 ilustra a propagação de uma onda de superfície com fase e amplitude constante.



**Figura 1.5 – Propagação de uma onda de superfície para ângulo de incidência maior que o ângulo crítico.**

O conceito de ângulo crítico é muito usado em aplicações práticas como em binóculos, linhas de transmissão e cabos de fibra óptica.

Todas as considerações até agora levaram em conta que os meios não apresentam condutividade e nem imperfeições dielétricas, ou seja, não oferecem perdas as quais são relativas à constante de atenuação,  $\alpha$ , do material. A consideração do parâmetro  $\alpha$  está fora do escopo deste trabalho.

### 1.4 Reflexões em múltiplas interfaces

Para obter uma expressão que considera os efeitos cumulativos das reflexões é necessário iniciarmos com o caso simples de uma interface separando dois meios. Foi mostrado na seção 1.1 que para uma incidência normal em uma superfície plana, o coeficiente de reflexão na interface,  $\Gamma^i$ , a uma determinada distância desta mesma interface, está de acordo com as equações (1.19) e (1.21), ou seja:

$$\Gamma^i = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \quad (1.49)$$

$$\Gamma(z = -c) = \Gamma^i e^{-j2\beta_1 c} \quad (1.50)$$

Os campos elétricos e magnéticos totais medidos neste mesmo ponto  $z = -c$ , de acordo com a figura 1.1 e com equações (1.23) e (1.24), equivalem à soma das componentes incidente e refletida na interface, ou seja:

$$E^{\text{total}}(z = -c) = E^i(z) + E^r(z) = E_0 e^{+j\beta_1 c} [1 + \Gamma(c)] \quad (1.51)$$

$$H^{\text{total}}(z = -c) = H^i(z) - H^r(z) = \frac{E_0}{\eta_1} e^{+j\beta_1 c} [1 - \Gamma(c)] \quad (1.52)$$

Considerando que a razão entre os campos elétrico e magnético em um determinado ponto equivale à impedância de entrada ( $Z_{\text{ent}}$ ) neste mesmo ponto, de acordo com a equação (1.15), tem-se que:

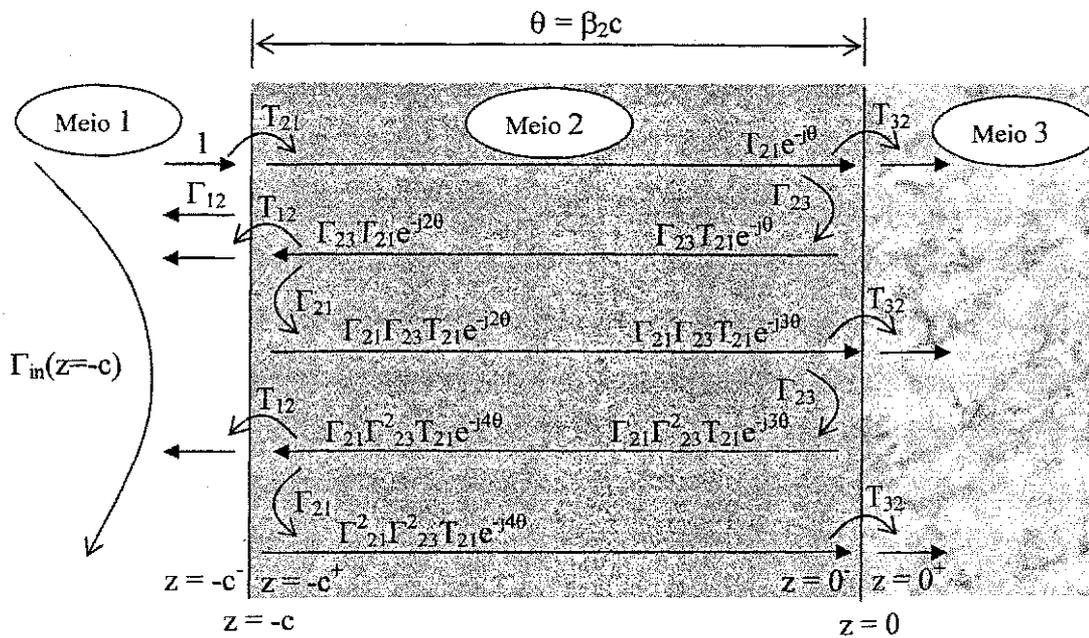
$$Z_{\text{ent}}(z = -c) = \eta_1 \left( \frac{1 + \Gamma(c)}{1 - \Gamma(c)} \right) \quad (1.53)$$

Utilizando a equação (1.49), obtém-se:

$$\eta(z = -c) = \eta_1 \left( \frac{\eta_2 + j\eta_1 \tan(\beta_1 c)}{\eta_1 + j\eta_2 \tan(\beta_2 c)} \right) \quad (1.54)$$

Utilizando este procedimento para incidência normal é possível obter expressões para estruturas com várias interfaces. Na figura 1.6, a impedância de entrada,  $Z_{\text{ent}}$ , em  $z = 0^+$  é igual a impedância intrínseca do meio 3,  $\eta_3$ . Então, o coeficiente de reflexão nesta mesma interface pode ser escrito como:

$$\Gamma(z = 0^-) = \frac{\eta_3 - \eta_2}{\eta_3 + \eta_2} \quad (1.55)$$



**Figura 1.6 – Relações entre as amplitudes da onda com as multi-reflexões entre duas interfaces dielétricas.**

Em  $z = -c^+$ , a impedância de entrada pode ser escrita através da equação (1.54) como:

$$Z_{ent}(z = -c^+) = \eta_2 \left( \frac{1 + \Gamma(z = 0^-) e^{-j2\beta_2 c}}{1 - \Gamma(z = 0^-) e^{-j2\beta_2 c}} \right) = \eta_2 \left( \frac{(\eta_3 + \eta_2) + (\eta_3 - \eta_2) e^{-j2\beta_2 c}}{(\eta_3 + \eta_2) - (\eta_3 - \eta_2) e^{-j2\beta_2 c}} \right) \quad (1.56)$$

O coeficiente de reflexão de entrada na estrutura da figura 1.6, em  $z = -c^-$ , pode ser expresso como:

$$\Gamma_{ent}(z = -c^-) = \frac{Z_{ent}(z = -c^+) - \eta_1}{Z_{ent}(z = -c^+) + \eta_1} \quad (1.57)$$

Na figura 1.6 é possível definir os coeficientes de reflexão individuais em cada fronteira,  $\Gamma_{21}$  e  $\Gamma_{23}$ , utilizando a mesma lógica da equação (1.55). A estes coeficientes dá-se o nome de coeficientes de reflexão intrínsecos. Esses coeficientes existem em cada fronteira que divide dois meios semi-infinitos de forma a desconsiderar os efeitos de outras fronteiras ou interfaces. Reescrevendo a equação (1.57) de forma que esta seja função dos coeficientes intrínsecos, obtém-se para o coeficiente de reflexão de entrada:

$$\Gamma_{\text{ent}}(z = -c^-) = \frac{\Gamma_{12} + \Gamma_{23} e^{-j2\beta_2 c}}{1 + \Gamma_{12} + \Gamma_{23} e^{-j2\beta_2 c}} \quad (1.58)$$

A equação (1.58) pode ser também obtida encontrando as contribuições de cada reflexão nas amplitudes da onda incidente e realizando a soma de uma série geométrica.

Atentar que  $\sum_{n=0}^{\infty} r^n = (1-r)^{-1}$  (COLLIN, 1992).

Para estruturas multicamadas, os conceitos de ângulo crítico e reflexão interna total possuem uma particularidade. Se o meio 1 for mais denso que o meio 2 ocorreria reflexão interna total para uma composição de uma só interface. Quando há uma segunda interface, como no caso da figura 6, pode haver energia transmitida para o meio 3 se a distância entre as interfaces for menor que a profundidade de atenuação, ou de penetração,  $\delta$ . Em (REITZ, 1991) este efeito recebe o nome de reflexão total frustrada. A profundidade de atenuação mede a distância na qual a amplitude do campo decai até  $1/e$  de seu valor em um dado ponto, isto é, a partir da interface. Considerando que a onda propaga-se com velocidade de fase  $c/n$ , a profundidade de atenuação é dada por:

$$\delta = \frac{c}{\beta\omega} = \frac{1}{\alpha} \quad (1.59)$$

Para um meio não condutor, esta distância é infinita. Conclui-se então que para uma estrutura multicamadas, mesmo que o ângulo de incidência seja maior que o ângulo crítico, pode haver sinal transmitido para as camadas subseqüentes. Através da equação (1.59) percebe-se que a profundidade de atenuação é proporcional ao comprimento de onda, de forma que a reflexão frustrada é observada em escala maior nas frequências em microondas.

Considerando a incidência normal de uma onda, a resposta em frequência de uma estrutura formada por uma única camada dielétrica situada entre dois meios semi-infinitos não apresenta banda larga em torno da frequência central. Além disso, a resposta em toda faixa possui grande variação em relação às frequências. Desta forma, o uso de estruturas multicamadas com diferentes materiais dielétricos justifica-se pelo aumento da largura de banda, além poderem ser usadas para o projeto de filtros ou para melhorar características de espalhamento de alvos em sistemas de radares (BALLANIS, 1989).

## CAPÍTULO 2 – FILTROS PASSIVOS

### 2.1 Introdução

Filtros são malhas ativas ou passivas seletivas em frequência. Os filtros podem compor a parte essencial de um sistema de controle ou de comunicação e a função de cada um tipo de filtro está relacionada com o comportamento da atenuação do sinal em diferentes faixas de frequências ou bandas de suas respostas. Estas bandas são delimitadas por valores de frequências críticas definidas pelo projetista de acordo com seu objetivo. Na chamada síntese, o projetista usualmente considera a representação simplificada de uma rede de duas portas ou quadripolo, tal que as grandezas de corrente ou tensão medidas na saída estão relacionadas à sua entrada por uma função polinomial cujos coeficientes definem, por exemplo, a ordem, a estabilidade, a realizabilidade do filtro e a sensibilidade de seus parâmetros.

A proposta deste capítulo é apresentar conceitos acerca da teoria de filtros para caracterizá-los de acordo com suas respostas em frequência e funções de transferência. A análise de desempenho de um filtro a partir de sua resposta em frequência é baseada em alguns parâmetros aqui conceituados e que possuem como referência a resposta de filtros ideais. A partir desta referência dos filtros ideais, foram criadas funções aproximadas para atender compromissos entre as características das respostas em frequência em suas diferentes bandas. As principais aproximações são aqui apresentadas e, por fim, considera-se o filtro dielétrico com estrutura em multicamadas, estrutura esta que é objeto de projeto deste trabalho. Toda a teoria apresentada refere-se aos filtros passivos, os quais, de um modo geral, são formados por resistores, capacitores e indutores. São filtros estáveis por sua própria natureza, ou seja, por não possuírem fontes de energia, uma excitação limitada produz uma resposta também limitada.

## 2.2 Principais propriedades e parâmetros das funções de rede

A equação (2.1) exibe a representação geral, no domínio das frequências complexas ou domínio  $s$ , de uma função de rede ou de transferência.

$$H(s) = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + b_{m-2} s^{m-2} + \dots + b_0} \quad (2.1)$$

Considera-se que os coeficientes  $a_n$  e  $b_m$  são números reais e diferentes de zero e que a ordem do denominador é maior ou igual a ordem do numerador, ou seja  $m \geq n$ . Estas condições, válidas para todas as redes passivas, asseguram que a função de transferência é realizável. Como consequência dos coeficientes serem números reais, os pólos e zeros complexos somente ocorrem na forma de pares conjugados. Esta função pode representar o ganho de uma grandeza de tensão ou de corrente, ou seja, a razão entre a excitação e a resposta de um circuito. Existem ainda funções de transferência de impedância e admitância. A função de transferência de ganho de tensão é a mais usada no projeto de filtros e sua função inversa representa a atenuação sofrida pelo sinal de tensão.

O valor do parâmetro 'n' indica a ordem da rede ou do filtro, ou seja, equivale a maior potência da variável Laplaciana na função de transferência. A ordem do filtro é comumente igual ao número total de reatâncias presentes no circuito, considerando associações em série ou em paralelo como um elemento equivalente. Filtros de alta ordem são mais difíceis de serem projetados e suas construções são mais custosas, entretanto discriminam mais facilmente sinais de diferentes frequências (LACANETTE, 1991). Considerando que o sinal de entrada seja variante com o tempo, a função de rede é representada por uma equação diferencial tal que a ordem do filtro corresponde à ordem desta equação.

A função da equação (2.1) pode ser fatorada e representada como:

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = K \frac{\prod_{i=1}^n (s - z_i)}{\prod_{i=1}^m (s - p_i)} \quad (2.2)$$

Os parâmetros  $z_i$  e  $p_i$  representam, respectivamente, os zeros e pólos da função, os quais podem ter valores reais ou complexos. A amplitude de  $H(s)$ , em decibéis (dB), é definida como:

$$20 \log|H(j\omega)| = 20 \log|K| + \sum_{i=1}^n 20 \log|j\omega - z_i| - \sum_{i=1}^m 20 \log|j\omega - p_i| \quad (2.3)$$

A fase de  $H(s)$ , em graus ou radianos, é dada por:

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\text{Im } H(j\omega)}{\text{Re } H(j\omega)} \quad (2.4)$$

Em sua forma fatorada, a função de rede evidencia três tipos de fatores, além da constante  $K$ . As figuras 2.1 a 2.4 exibem, respectivamente, a influência dos fatores  $K$ ,  $s$ ,  $s + \alpha$  e  $1/(s^2 + as + b)$  na amplitude das respostas em frequência de uma função de transferência.

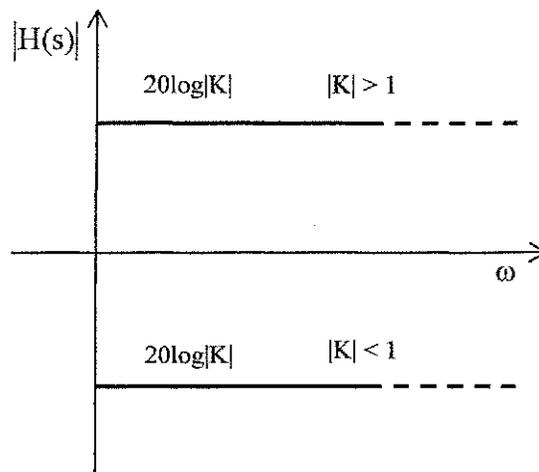


Figura 2.1 – Amplitudes da constante  $|K|$  em função da frequência.

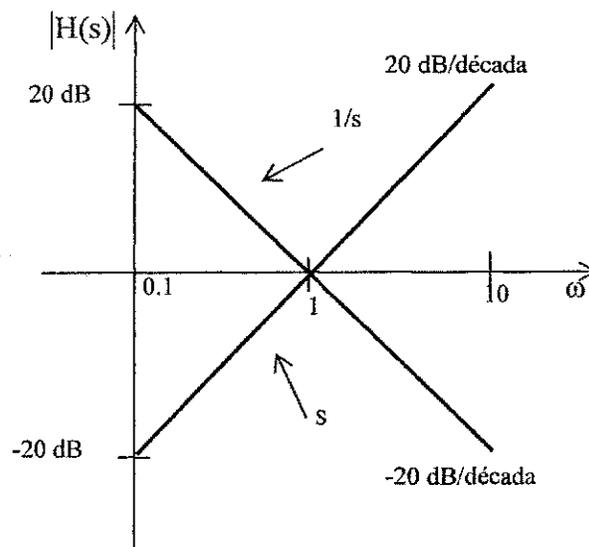


Figura 2.2 - Amplitudes de um pólo e um zero na origem.

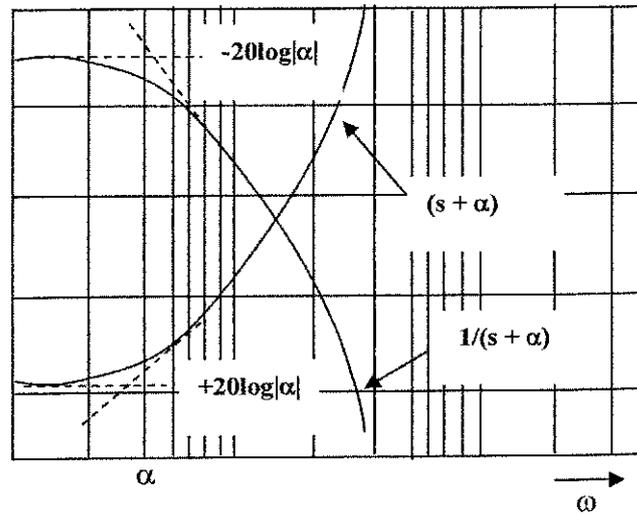


Figura 2.3 – Amplitudes de um pólo e um zero fora da origem.

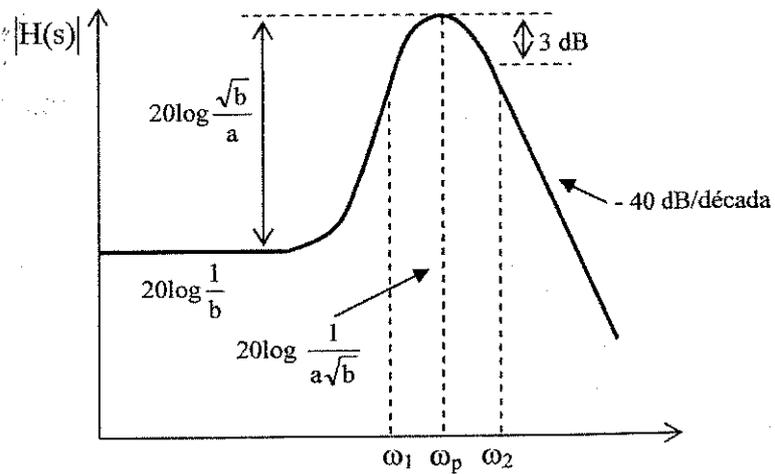


Figura 2.4 – Aproximação do diagrama da amplitude para um par de pólos complexos.

Os fatores  $s$  e  $1/s$  introduzem, respectivamente, um zero e um pólo na origem. No caso de um pólo na origem, a amplitude decresce de 20 dB quando a frequência é multiplicada por 10 ou então, a amplitude decresce de 6 dB se a frequência tem o seu valor dobrado. Os fatores  $s + \alpha$  e  $1/(s + \alpha)$  introduzem, respectivamente, um pólo e um zero fora da origem, enquanto que o fator  $1/(s^2 + as + b)$  introduz uma par de pólos complexos conjugados. Uma raiz da função de rede pode ser tanto um zero como um pólo sendo que o efeito de um zero é inverso ao efeito de um pólo. Seria como colocar um espelho.

Em relação à figura 2.4, fica evidente que ao nível dc ( $s = 0$ ), a amplitude da função  $H(s)$  é de  $20\log(1/b)$ . A frequência na qual a amplitude atinge um valor máximo é obtida através de:

$$\frac{d}{d\omega} \left| \frac{1}{-\omega^2 + aj\omega + b} \right| = 0 \quad (2.5)$$

Resolvendo esta equação obtém-se  $\omega \cong \sqrt{b}$  e a esta frequência dá-se o nome de frequência de pólo,  $\omega_p$ . Para este ponto, a amplitude em dB é dada por:

$$20\log_{10} \left| \frac{1}{(j\sqrt{b})^2 + aj\sqrt{b} + b} \right| = 20\log_{10} \left( \frac{1}{a\sqrt{b}} \right) \quad (2.6)$$

Para valores de frequências que tendem ao infinito, a função  $H(s)$  se aproxima de  $1/s^2$  tal que a amplitude decresce de  $-40$  dB/década. O gráfico da figura 2.4 foi obtido através desta assíntota, em conjunto com as assíntotas para baixas frequências e para a frequência de pólo.

A amplitude da ondulação na figura 2.4 relativa à assintota para baixas frequências, depende do parâmetro  $\frac{\sqrt{b}}{a}$ , que é conhecido por fator de qualidade do pólo ou  $Q_p$ . Desta forma, a função de rede que representa um par de pólos complexos pode ser escrita como:

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2} \quad (2.7)$$

As curvas da figura 2.5 ilustram a variação de  $Q_p$  em relação à frequência normalizada ao valor  $\omega_p$ . É notado que a ondulação das curvas da amplitude aumentam e se tornam mais agudas próximo da frequência de pólo com o aumento de  $Q_p$ .

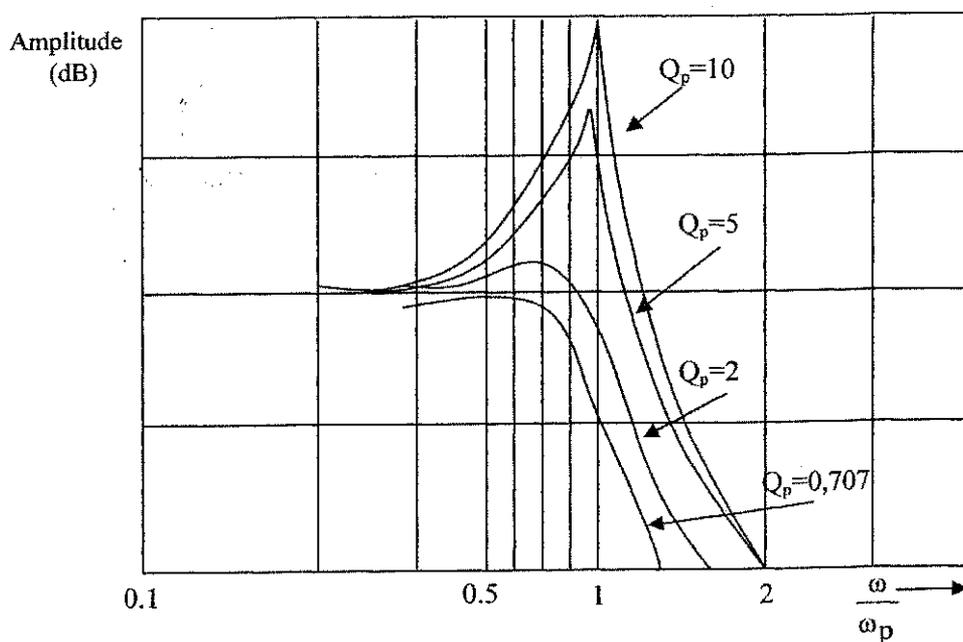


Figura 2.5 – Amplitudes do fator  $\frac{1}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$  para diferentes valores de  $Q_p$ .

Para valores de  $Q_p$  maiores que 5, a máxima amplitude ocorre exatamente na frequência de pólo,  $\omega_p$ . Para valores  $Q_p$  menor que 0,707, a função não exhibe ondulação e a amplitude máxima ocorre no nível dc. Dessa forma, o parâmetro  $Q_p$  está diretamente relacionado com a seletividade do filtro (CHEN, 1995).

Na figura 2.4, as frequências  $\omega_1$  e  $\omega_2$  correspondem a  $s = j(\omega_p \pm \omega_p/2Q_p)$ . Estes dois pontos estão a -3 dB do máximo valor de amplitude e recebem a denominação de frequências de corte ou pontos de meia potência, pois são pontos em que a potência do sinal cai pela metade em relação a potência máxima. De acordo com as equações (2.5) e (2.7), o coeficiente 'a' identifica a largura de banda (LB) de 3 dB e pode ser escrito como (DARYANANI, 1976):

$$LB_{3dB} = \frac{\omega_p}{Q_p} \quad (2.8)$$

### 2.3 Síntese e categorização dos filtros

A síntese de um filtro é o processo de conversão de algumas características do filtro em uma rede. Dependendo dos valores que possuem os coeficientes da função de transferência, podem ser identificados quatro tipos básicos de filtros. São eles: passa-baixas, passa-altas, passa-faixa, rejeita faixa e passa-tudo. A função de cada um tipo de filtro está relacionada com o comportamento da atenuação do sinal em diferentes bandas ou faixas de frequência. As faixas de frequências são: banda de passagem, banda de transição e banda de rejeição. Os tipos de filtros citados podem ser combinados para o projeto de filtros que satisfaçam especificações arbitrárias. Todos os filtros com características realizáveis diferem dos filtros ideais, pois a atenuação na banda de passagem não é nula, a transição se dá de modo gradual e a atenuação na banda de rejeição não é infinita. O objetivo do projetista é maximizar estas características para que a resposta em frequência esteja próxima de um filtro ideal.

Dois parâmetros importantes para o projeto de filtros são a atenuação máxima na banda passagem e a atenuação mínima na banda de rejeição, representados respectivamente por  $A_p$  e  $A_r$ . O parâmetro  $A_p$  é determinado a partir da distorção de amplitude permitida, enquanto que  $A_r$  é parametrizado de acordo com a interferência de canal adjacente aceitável e da razão sinal-ruído requerida. Por isso é desejável que a resposta do filtro seja mais plana quanto possível em suas características de amplitude e fase. Os valores dos parâmetros de atenuação de  $A_p$  e  $A_r$  dependem da aplicação do filtro e são calculados como (CHEN, 1995):

$$A_p = 20 \log \left| \frac{M}{H(\omega_p)} \right| \quad ; \quad A_r = 20 \log \left| \frac{M}{H(\omega_r)} \right| \quad (2.9)$$

O parâmetro  $M$  representa o valor máximo da amplitude do ganho na banda passante.

Outro parâmetro muito importante para a síntese de um filtro é sua frequência de corte,  $\omega_c$ . Para um filtro ideal, a frequência de corte indica a divisão entre as bandas de passagem e rejeição, porém, esse valor é diferente da frequência de corte para um filtro realizável. Este ponto indica a frequência na qual a potência do sinal diminui pela metade em relação ao seu valor máximo, o que equivale a uma queda por um fator de  $\sqrt{2}$  vezes a tensão ou a corrente de máxima. Em escala logarítmica, isto corresponde a -3 dB ou 0,707 em valor linear de tensão ou corrente. As equações (2.10) e (2.11) indicam as diferentes faixas de operação dos filtros ideal e realizável e a figura 2.6 ilustra estas os parâmetros de um filtro. É interessante notar que a presença da banda de transição na faixa  $\omega_p \leq \omega \leq \omega_c$  do filtro realizável, sendo que  $\omega_p$  e  $\omega_r$  são, respectivamente, as frequências que delimitam as bandas passante e de rejeição.

$$\text{Filtro Realizável} \left\{ \begin{array}{l} \leq A_P \quad \text{para } 0 \leq \omega \leq \omega_p \text{ - banda passante} \\ \geq A_R \quad \text{para } \omega_r \leq \omega \leq \infty \text{ - banda de rejeição} \end{array} \right\} \quad (2.10)$$

$$\text{Filtro Ideal} \left\{ \begin{array}{l} -\infty \quad \text{para } 0 \leq \omega \leq \omega_r \text{ - banda passante} \\ 0 \quad \text{para } \omega_r \leq \omega \leq \infty \text{ - banda de rejeição} \end{array} \right\} \quad (2.11)$$

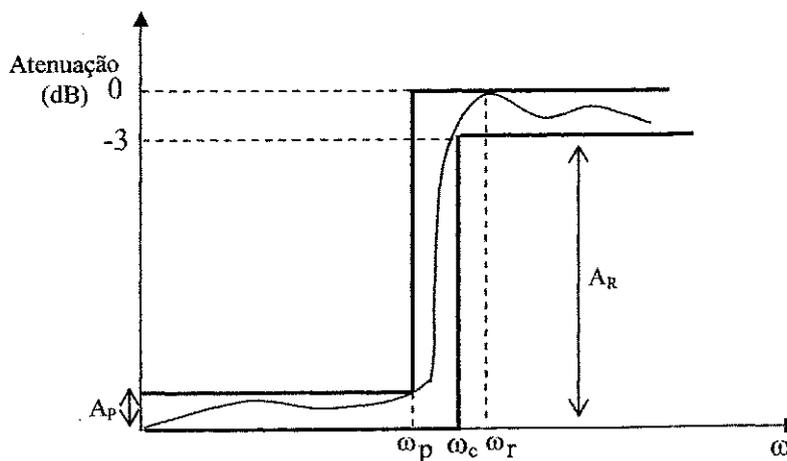


Figura 2.6 – Resposta de um filtro realizável e seus principais parâmetros.

### 2.3.1 Filtros passa-baixas

A principal função dos filtros passa-baixas é transmitir as baixas frequências com pequena atenuação e atenuar o sinal o quanto possível na faixa de rejeição. Logicamente, a primeira característica refere-se à faixa de passagem enquanto que a alta atenuação ocorre na faixa de rejeição. Este comportamento é retratado na figura 2.1. Para atender as características citadas é necessário que a resposta do filtro fique fora das regiões sombreadas, ou seja, o sinal precisa atender as condições especificadas na equação (2.9). As frequências  $\omega_p$  e  $\omega_r$  representam, respectivamente, o final da banda de passagem e o início da banda de rejeição, conforme mostrado na figura 2.7.

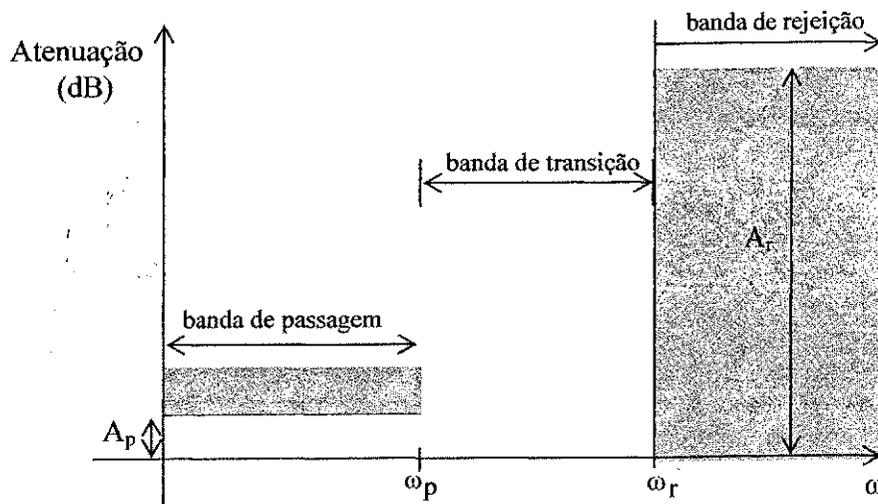
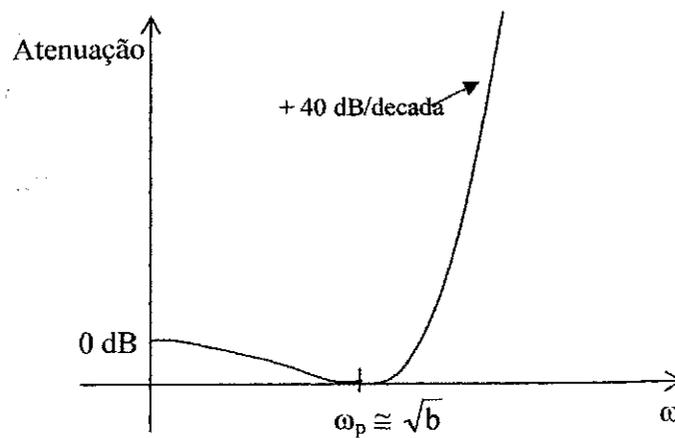


Figura 2.7 – Características de filtros passa-baixas.

Na equação 2.12 é mostrada uma função atenuação de segunda ordem que atende as características de um filtro passa-baixas. O sinal de excitação e a resposta do filtro são representados, respectivamente, por  $V_{exc}$  e  $V_{resp}$ .

$$\text{Atenuação} = \frac{V_{\text{exc}}}{V_{\text{resp}}} = \frac{s^2 + as + b}{b} = \frac{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}{\omega_p^2} \quad (2.12)$$

Conforme mostrado na figura 2.8, a atenuação em baixas frequências se aproxima de 0 dB, enquanto que em altas frequências a atenuação aumenta por um fator  $s^2$ , isto é, a uma taxa de 40 dB/década. Como mostrado anteriormente, a função da equação (2.12) tem um par de zeros complexos e suas localizações modelam a resposta do filtro na banda passante. De acordo com a equação 2.8, quanto maior a qualidade do pólo,  $Q_p$ , a ondulação na banda passante ocorre mais próxima da frequência de pólo,  $\omega_p$ , e se torna mais aguda.



**Figura 2.8 – Função atenuação de um filtro passa-baixas de segunda ordem.**

### 2.3.2 Filtros passa-altas

Um filtro passa-altas é projetado para atenuar o sinal na banda de rejeição, atendendo o limite  $A_r$  de atenuação mínima, e transmitir o sinal acima da frequência de pólo,  $\omega_p$ , atendendo um limite máximo de atenuação,  $A_p$ . Estas características são exibidas na figura 2.9.

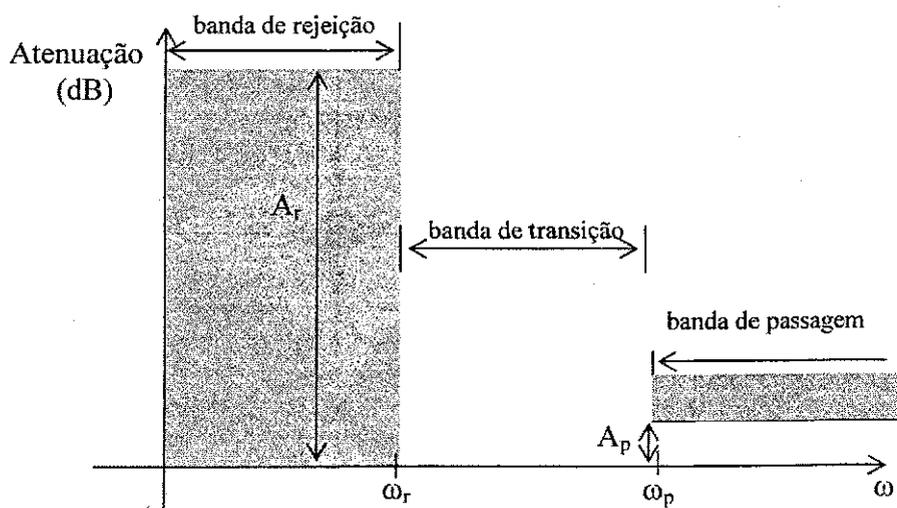


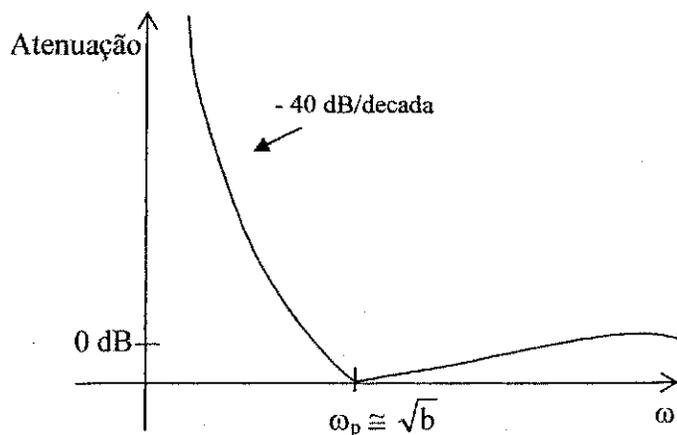
Figura 2.9 – Características de filtros passa-altas.

Na equação (2.13) é mostrado uma função atenuação que possui características de um filtro passa-altas. O sinal de excitação e a resposta do filtro são representados, respectivamente, por  $V_{exc}$  e  $V_{resp}$ .

$$Atenuação = \frac{V_{exc}}{V_{resp}} = \frac{s^2 + as + b}{s^2} = \frac{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}{s^2} \quad (2.13)$$

Esta função possui um par de zeros complexos conjugados e um par de pólos na origem. A partir do esboço da amplitude da função atenuação mostrada na figura 2.10,

nota-se que em altas frequências a atenuação se aproxima de 0 dB, enquanto que em baixas frequências a atenuação varia a uma taxa de  $-40$  dB/década.



**Figura 2.10 - Função atenuação de um filtro passa-altas de segunda ordem.**

### 2.3.3 Filtros passa-faixa

Existem várias formas de conseguir um filtro passa-faixa com uma curva de resposta como mostrada na figura 2.11. Uma delas é conectar em cascata um filtro passa-altas com um filtro passa-baixas de forma que as componentes sejam escolhidas de modo que a frequência de corte do filtro passa-altas seja menor do que a frequência de corte do filtro passa-baixas (BOYLESTAD, 1998). A faixa de passagem de  $\omega_{p1}$  a  $\omega_{p2}$  pode ter um valor máximo de atenuação de  $A_p$ , enquanto que nas faixas de rejeição deseja-se um valor mínimo de atenuação,  $A_r$ .

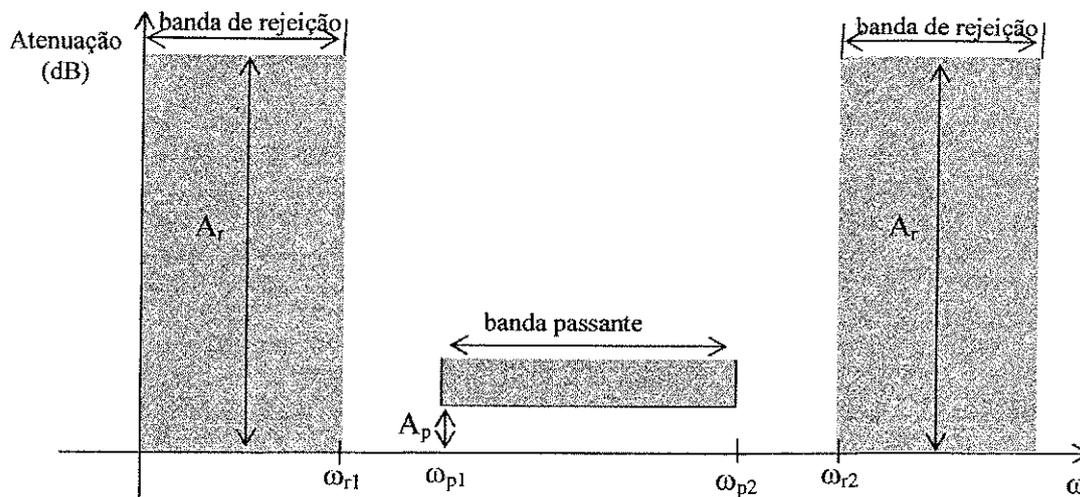
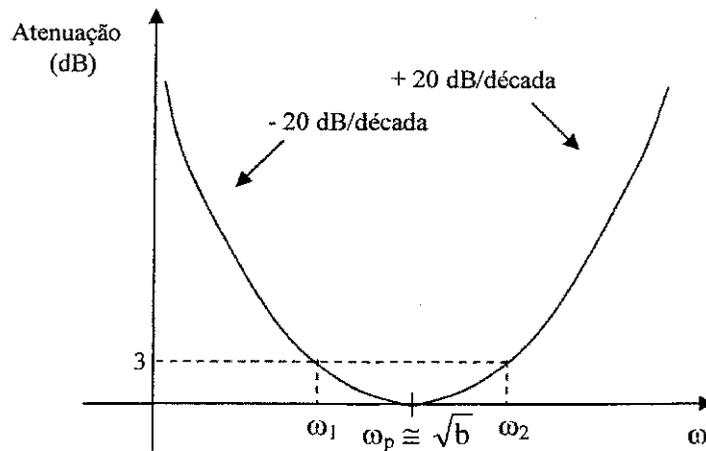


Figura 2.11 – Características de filtros passa-faixa.

Na equação (2.14) é mostrada uma função atenuação que possui as características de um filtro passa-faixa.

$$\text{Atenuação} = \frac{V_{\text{exc}}}{V_{\text{resp}}} = \frac{s^2 + as + b}{as} = \frac{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}{\frac{\omega_p}{Q_p}s} \quad (2.14)$$

A função da equação (2.14) possui um par de zeros complexos conjugados e um pólo na origem. Em baixas e em altas frequências, a atenuação aumento por um fator  $s$ , isto é, a uma taxa de 20 dB/década. Na frequência de pólo,  $\omega_p = \sqrt{b}$ , a perda é igual a 0 dB. Na figura 2.12 é mostrada a variação da função atenuação.



**Figura 2.12 - Função atenuação de um filtro passa-altas de segunda ordem.**

Nas figuras 2.4 e 2.11, as quais representam, respectivamente, a variação da amplitude do ganho e da atenuação para um filtro passa-faixa, apresenta-se o conceito de frequência central a qual é equivalente à frequência de pólo,  $\omega_p$ . A frequência central, de acordo com a equação (2.15) é a média geométrica das frequências de 3 dB,  $\omega_1$  e  $\omega_2$ .

$$\omega_p = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \tag{2.15}$$

A definição da frequência central leva à obtenção do parâmetro fator de qualidade do filtro,  $Q_f$ . Este parâmetro fornece uma medida da seletividade do filtro. Este parâmetro equivale à razão entre a frequência central e as frequências de 3 dB, conforme a equação (2.16) (LANCANETTE, 1991).

$$Q_f = \frac{\omega_p}{\omega_2 - \omega_1} \tag{2.16}$$

### 2.3.4 Filtros rejeita-faixa

Os filtros rejeita-faixa também podem ser obtidos a partir de um filtro passa-baixas e outro passa-altas. Nesse caso, porém, no lugar da configuração em cascata usada nos filtros passa-faixa, utiliza-se uma configuração em paralelo. (BOYLESTAD, 1998). Na figura 2.13 são apresentadas as características dos filtros rejeita-faixa.

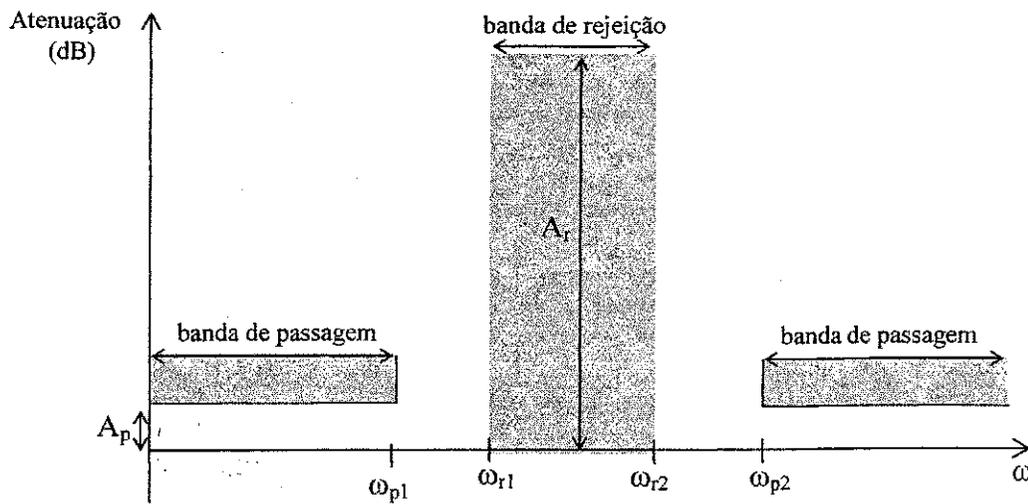
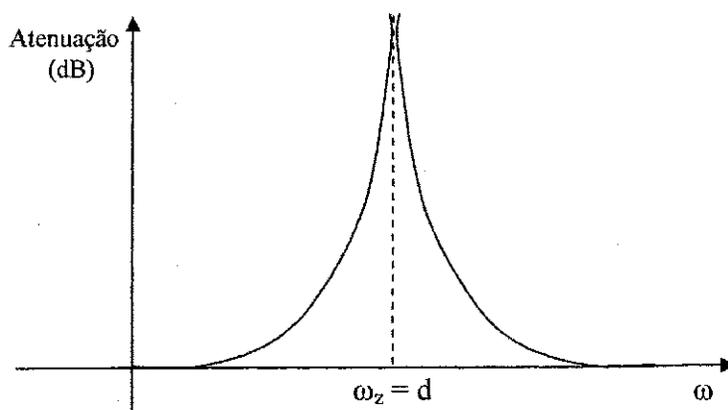


Figura 2.13 – Características de filtros rejeita-faixa.

Na equação (2.17) é mostrada uma função atenuação que possui as características de um filtro passa-faixa.

$$\text{Atenuação} = \frac{V_{\text{exc}}}{V_{\text{resp}}} = \frac{s^2 + as + d}{s^2 + d} = \frac{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2}{s^2 + \omega_z^2} \quad (2.17)$$

Na função da equação (2.17),  $\omega_z = \omega_p$  e os zeros estão localizados no eixo  $j\omega$ . Além disso, a frequência do pólo é igual a zero. A atenuação em baixas e altas frequências se aproxima da 0 dB, enquanto que a atenuação na frequência do zero,  $s = j\omega_z$ , tende ao infinito, como mostrado na figura 2.14.



**Figura 2.14 - Função atenuação de um filtro passa-altas de segunda ordem.**

A aplicação mais comum para filtros rejeita-faixa é para a remoção de frequências indesejadas em um sinal, enquanto que as outras frequências são atenuadas o mínimo possível.

### 2.3.5 – Filtros passa-tudo

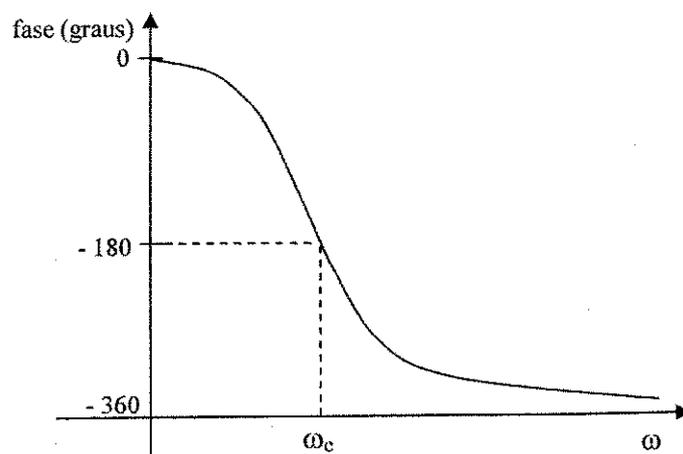
Os filtros passa-tudo possuem uma resposta em amplitude constante. Considerando a função de transferência da equação (2.2) e que  $H(-j\omega)$  é o complexo conjugado de  $H(j\omega)$ , então uma resposta com amplitude constante pode ser obtida da seguinte forma:

$$H(s).H(-s) = K^2 \cdot \frac{N(s)}{D(s)} \cdot \frac{N(-s)}{D(-s)} = K^2 \quad (2.18)$$

Desta forma, os zeros de um filtro passa-faixa devem ser iguais à imagem de seus pólos e vice-versa. Na equação (2.19) é mostrada uma função atenuação que possui as características de um filtro passa-tudo.

$$\text{Atenuação} = \frac{V_{\text{exc}}}{V_{\text{resp}}} = \frac{s^2 + as + b}{s^2 + as + b} \quad (2.19)$$

Para a estabilidade do filtro é necessário que  $a > 0$  para a (CHEN, 1995). O valor absoluto da atenuação é igual a 0 dB para todas as frequências mas a fase muda em função da frequência, conforme mostrado na figura 2.15.



**Figura 2.15 – Resposta em fase de um filtro passa-tudo de segunda ordem.**

## 2.4 Aproximações

O projeto de um filtro consiste de quatro etapas sendo que a primeira delas, a aproximação, consiste na geração de uma função de transferência que satisfaça as especificações desejadas, que podem estar relacionadas à amplitude, à fase e à resposta do filtro no domínio do tempo. A decisão sobre a melhor aproximação da resposta de um filtro em comparação às características ideais, envolve a análise de alguns compromissos entre as várias propriedades da função de transferência do filtro. Como exemplo, podemos citar a ordem do filtro.

Os métodos disponíveis para a solução de problemas de aproximação podem ser classificados em métodos iterativos e métodos com formatos ou características fechadas. As soluções com formatos fechados, ao contrário das soluções iterativas, são muito exatas e requerem pouco esforço computacional. Entre esses formatos fechados citam-se o de Butterworth e o de Chebyshev, ambos descritos por funções realizáveis e diretamente aplicáveis aos filtros passa-baixas. Utilizam-se funções de transformação em frequência para aplicar estas aproximações aos outros tipos de filtros. Os métodos iterativos requerem considerável esforço computacional, mas podem ser usados para o projeto de filtros com características arbitrários de amplitude e fase (CHEN, 1995).

A função que representa as aproximações descritas a seguir tem sua forma geral dada por (DARYANANI, 1976):

$$|H(j\omega)|^2 = 1 + |K(j\omega)|^2 = 1 + \left| \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} \right|^2 \quad (2.20)$$

$H(s)$  é a função atenuação desejada e a função  $K(s)$  deve ser escolhida tal que sua amplitude seja pequena na banda passante para que a amplitude de  $H(s)$  fique próxima da

unidade. Na banda de rejeição a amplitude de  $K(s)$  deve ser alta para satisfazer o critério de atenuação mínima. A função  $K(s)$  tem a forma polinomial dada por:

$$K(s) = P_n(s) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ns^n \quad (2.21)$$

Os coeficientes do polinômio de ordem  $n$ ,  $P_n(s)$ , são escolhidos tal que a função atenuação  $H(s)$  correspondente satisfaça os requisitos necessários ao filtro.

#### 2.4.1 Butterworth

Referindo-se às características da figura 2.7 para um filtro passa-baixas e à equação 2.20, a aproximação de Butterworth tem a seguinte forma:

$$K(s) = P_n(s) = \varepsilon \left( \frac{s}{\omega_p} \right)^n \quad (2.22)$$

tal que  $\varepsilon$  é uma constante,  $n$  é a ordem do filtro do polinômio e  $\omega_p$  é a frequência desejada para delimitar a banda passante. A função atenuação correspondente pode ser escrita como:

$$|H(j\omega)| = \sqrt{1 + \varepsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{2n}} \quad (2.23)$$

Ao nível dc, a atenuação é unitária e a curvatura da função é obtida através da expansão da equação (2.23) como uma série binomial, tal que:

$$\left[ 1 + \varepsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{2n} \right]^{1/2} = 1 + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{2n} - \frac{1}{8} \varepsilon^4 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{4n} + \frac{1}{16} \varepsilon^6 \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{6n} + \dots \quad (2.24)$$

Nesta expansão, as derivadas dos primeiros '2n-1' termos são nulas para  $\omega = 0$  e o mesmo ocorre para  $K(s)$ . Desta forma, a resposta de  $K(s)$  é tão plana quanto possível ao nível dc. Por esta razão, a aproximação de Butterworth é também chamada de aproximação do tipo "mais plana" para a banda passante.

Para  $\omega = \omega_p$ , a atenuação correspondente, em dB, é dada por:

$$H(\omega_p) = 10 \log_{10}(1 + \varepsilon^2) \quad (2.25)$$

De acordo com a figura 2.7, a atenuação máxima na banda passante é especificada por  $A_p$ . Portanto, o parâmetro  $\varepsilon$  está relacionado com este limite, tal que:

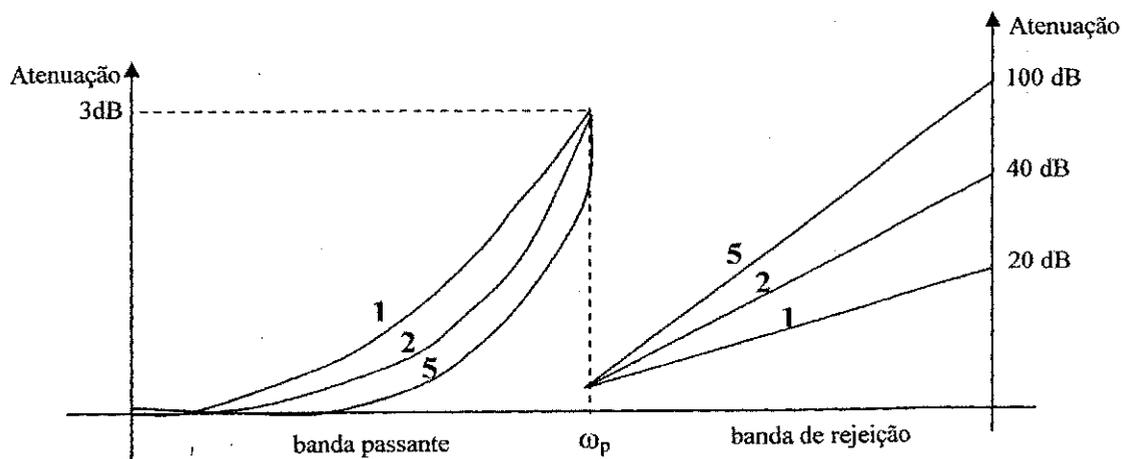
$$\varepsilon = \sqrt{10^{0.1A_p} - 1} \quad (2.26)$$

Em altas frequências, isto é,  $\omega \geq \omega_p$ , a atenuação se aproxima da assíntota dada por:

$$20 \log_{10} \varepsilon \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^n \quad (2.27)$$

Desta forma, a atenuação aumenta com a ordem do filtro, 'n'. Na equação (2.26) é evidente que, em altas frequências, a taxa de atenuação é de  $6n$  dB/oitava. Portanto, a atenuação na banda de rejeição aumenta com a ordem do filtro.

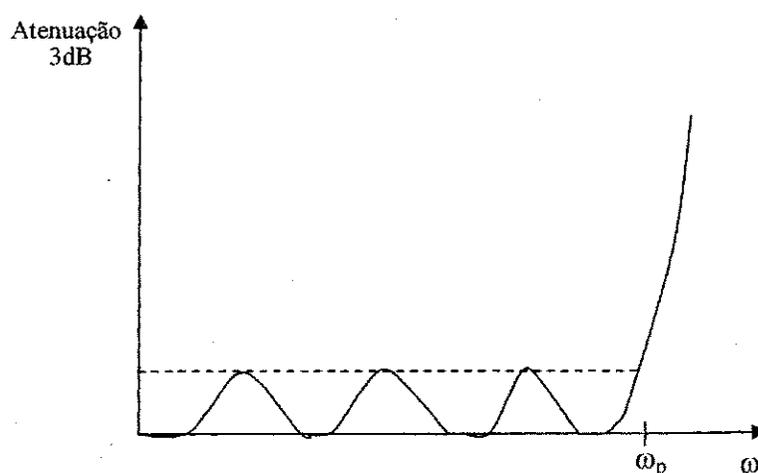
Conclui-se então que quanto maior a ordem de um filtro que utiliza a aproximação de Butterworth, mais plana ou menores serão as ondulações de sua resposta na banda passante, enquanto que maior será a monotonicidade do crescimento da atenuação na banda de rejeição (DARYANANI, 1976). Na figura 2.16 são apresentas estas características.



**Figura 2.16 – Características de um filtro Butterworth para diferentes ordens.**

### 2.4.2 Chebyshev

A aproximação de Chebyshev é conhecida por possuir uma resposta que apresenta ondulações de mesma amplitude na banda passante, conforme a figura 2.17.



**Figura 2.17 – Característica de ondulações de mesma amplitude do filtro de Chebyshev.**

A atenuação obtida na banda de rejeição para um filtro de Butterworth é menor que a obtida para filtros que utilizam a aproximação de Chebyshev ou, em outras palavras, para a mesma característica de atenuação, o filtro do Chebyshev requer uma ordem menor que o filtro de Butterworth (DARYANANI, 1976). Na figura 2.18 são apresentadas as características da aproximação de Chebyshev para diferentes ordens do filtro considerando uma amplitude máxima na banda passante,  $A_p$ , igual a 0.25.

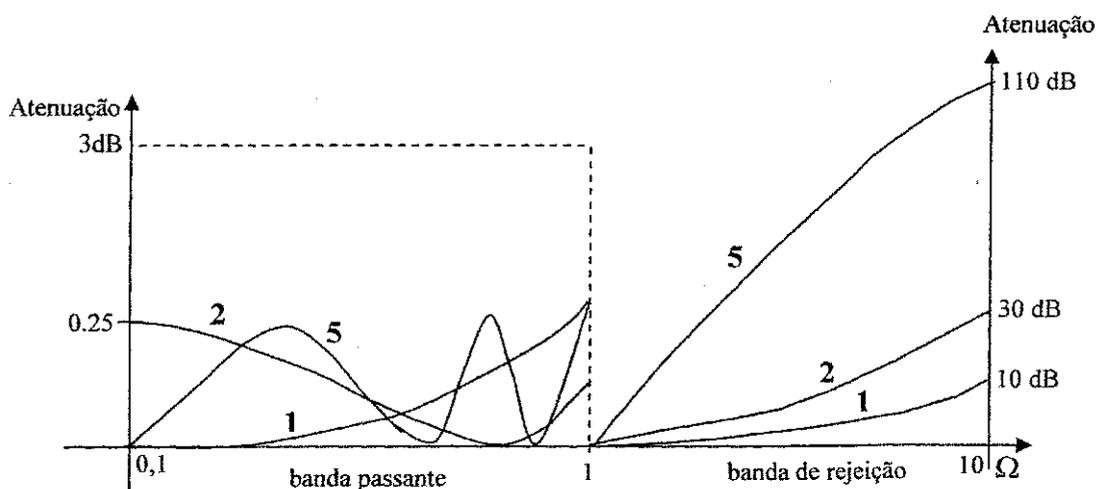


Figura 2.18 – Características de um filtro Chebyshev para diferentes ordens.

Nas curvas da figura 2.16 é possível notar que um filtro de Chebyshev de ordem ‘n’, apresenta ‘n-1’ picos ou vales na banda passante. Um dos objetivos de se ter ondulações de mesma amplitude na banda passante é melhorar a característica de atenuação na banda de rejeição obtida no filtro de Butterworth (LACANETTE, 1991).

Para atender as características do filtro de Chebyshev, são utilizados polinômios de grau ‘n’, de acordo com: (CHEN, 1995).

$$C_n(\omega) = \cos[n \cos^{-1}(\Omega)] \tag{2.28}$$

O parâmetro  $\Omega$  é a frequência normalizada, tal que  $\Omega = \omega/\omega_p$ . Assim, a função aproximação de Chebyshev, obtida dos polinômios da equação (2.27), é dada por:

$$|H(j\Omega)| = \frac{V_{exc}(j\omega)}{V_{resp}(j\omega)} = \sqrt{1 + \epsilon^2 C_n^2(\Omega)} \tag{2.29}$$

O parâmetro  $\epsilon$ , equivalente ao filtro de Butterworth, é a tolerância da amplitude na banda passante, de acordo com a equação (2.25).

### 2.4.3 Elíptica

A resposta na região de corte ou transição de um filtro que utiliza aproximação elíptica é mais rápida comparando com os filtros de Butterworth e Chebyshev, porém, as ondulações possuem maiores amplitudes na banda passante e de rejeição e a resposta de fase é não-linear. Entretanto, se o objetivo principal for transmitir um sinal em uma determinada faixa de frequências sem tanta relevância para o comportamento do sinal nas frequências adjacentes, o filtro elíptico realiza tal função com menor ordem que as outras aproximações aqui descritas. Já que um filtro de menor ordem corresponde a um menor número de componentes em seu circuito, a fase de realização de um filtro elíptico é menos custosa. Entretanto, uma desvantagem é a complexidade de projeto, pois sua função depende de três parâmetros (LACANNETE, 1991). Na figura 2.19 é mostrada uma típica resposta de um filtro com aproximação elíptica, também conhecida como aproximação de Cauer.

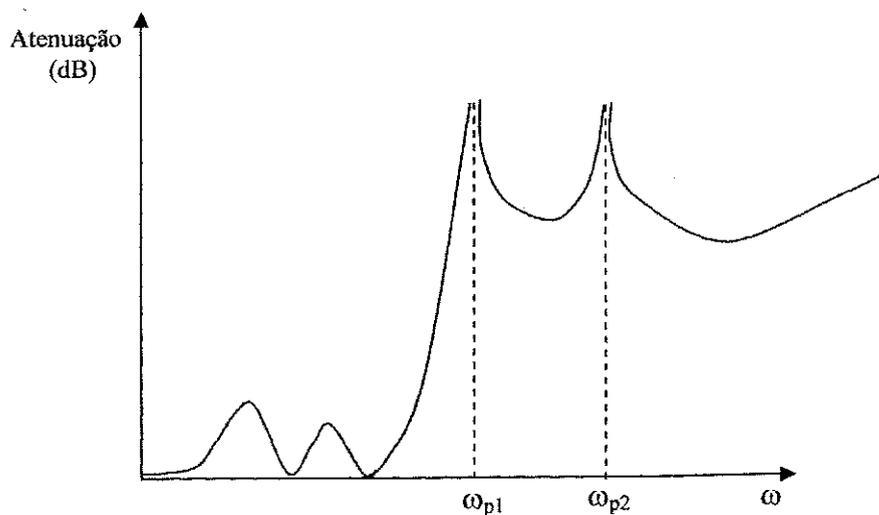


Figura 2.19 – Características típica de atenuação para um para filtro elíptico.

A particularidade da aproximação elíptica é o fato de sua função possuir pólos de atenuação na banda de rejeição. Desta forma, a aproximação elíptica é representada por uma razão com pólos e zeros finitos, enquanto que as aproximações de Butterworth e Chebyshev são polinômios e seus pólos de atenuação encontram-se no infinito (DARYANANI, 1976).

O desenvolvimento matemático da função aproximação elíptica é baseada na complexa teoria das funções elípticas, a qual está além do escopo deste trabalho.

Para a análise das respostas em frequência obtidas neste trabalho são utilizados alguns parâmetros de desempenho de filtros no domínio da frequência. O fator de largura de banda é a razão entre as larguras de banda de passagem e de rejeição. A faixa de operação do filtro é mais bem aproveitada quando este fator é unitário. Outro parâmetro é o fator de transição, que corresponde à razão entre a largura da banda de transição e a largura total do filtro. Quanto menor a faixa de frequência ocupada pelo sinal na banda de transição menor será esse fator, que é nulo para os filtros ideais. O fator de qualidade dos filtros,  $Q_f$ , fornece uma medida da seletividade do filtro em relação a sua frequência central e foi definido pela equação (2.16).

Os conceitos apresentados neste capítulo são úteis para analisar as respostas obtidas através das simulações dos filtros, em estruturas multicamadas, tratados neste trabalho. Uma vez que a síntese do filtro é feita de modo empírico, a observação das respostas em frequência utilizando as características de um modelo de aproximação é importante para que, em um trabalho futuro, seja obtida a função de transferência do filtro multicamadas para então realizar um estudo analítico de seus parâmetros.

## CAPÍTULO 3 – MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

### 3.1 Introdução

A toda hora nos encontramos em situações que envolvem decisões para realizarmos uma determinada tarefa e muitas variáveis podem fazer parte do universo dessa realização como tempo, custo de material e esforço, seja ele físico ou computacional. Podem existir várias maneiras ou caminhos para que tal tarefa seja completada, mas, é lógico que desejamos tomar decisões que levem a um bom resultado, proveniente da “melhor” combinação das variáveis. Para o tratamento matemático da tarefa ou problema em questão, utiliza-se uma função custo, ou função objetivo, que fornece uma figura de mérito que pondera ou avalia a “qualidade” das possíveis soluções do problema. O que se quer então é encontrar a melhor resposta ou otimizar a função objetivo, o que consiste em encontrar um ponto extremo da função objetivo.

A otimização matemática é um ramo da matemática que trabalha com a busca de ponto ótimos e seus modelos são usados em muitas áreas que envolvem tomadas de decisão como na administração, finanças e engenharia. As funções objetivo usadas em problemas de otimização na área de eletromagnetismo comumente apresentam características de não-linearidade, descontinuidade, multimodalidade, ou seja, apresentam vários pontos extremos, e não-diferenciabilidade. Por isso, estas funções apresentam alto custo computacional para serem avaliadas. Historicamente, a grande maioria das pesquisas relacionadas ao projeto de sistemas eletromagnéticos que utilizam métodos de otimização é dependente de métodos determinísticos (WEILE, 1997). Tais métodos possuem várias desvantagens quando aplicados a problemas com as características citadas e usualmente conduzem a procedimentos de projetos custosos e altamente iterativos.

A proposta deste capítulo é apresentar as principais características dos métodos tradicionais de otimização, assim como dos métodos baseados na computação evolucionária, da qual fazem parte os algoritmos genéticos. Desta forma, justifica-se o uso dos algoritmos genéticos como método de otimização empregado neste trabalho através da descrição de problemas clássicos de otimização em eletromagnetismo. Para estas aplicações é fornecido um número razoável de referências bibliográficas para pesquisas em trabalhos futuros.

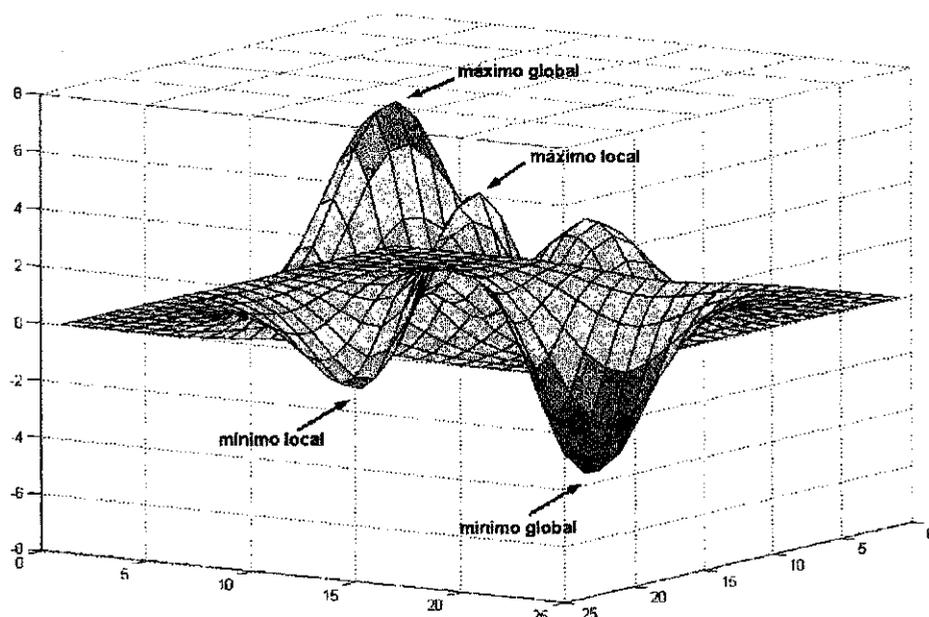
### 3.2 Métodos clássicos

A maioria das técnicas de otimização é projetada para que o valor da função objetivo seja progressivamente melhorado ao mover-se de um ponto  $x_i$  para um ponto  $x_{i+1}$  e fazendo uso de informações de pontos anteriormente obtidos. Este tipo de técnica é classificada como seqüencial. Por outro lado, os métodos pseudo-aleatórios são não-sequenciais ou simultâneos, pois resolvem um determinado problema através da determinação dos valores ótimos de todas as variáveis ao mesmo tempo. Algumas destas técnicas, como os Gradientes Conjugados, utilizam algoritmos iterativos que gradualmente convergem para as condições ótimas desejadas (GOTTFRIED, 1973). Os métodos de busca aleatória são muito úteis para a extremização de função descontínuas. Além disso, esses métodos oferecem uma abordagem prática para a busca inicial em uma função que pode ser multimodal. Os métodos de busca aleatória são eficientes quando combinados com métodos seqüenciais.

Os métodos clássicos podem, em princípio, serem utilizados para otimização de funções contínuas e diferenciáveis dentro de uma determinada região fechada, isto é, uma região que contém pontos de fronteira. Podem ser aplicados para funções com ou sem restrições somente se o número de restrições for menor que o número de variáveis independentes. Estes métodos iniciam a busca com uma única solução candidata e pelo cálculo da taxa de variação através de gradientes<sup>1</sup> e derivadas, determina-se qual a direção de busca do próximo ponto. Exemplos típicos são os métodos dos Gradientes Conjugados e o método de Newton, os quais utilizam respectivamente, derivadas de primeira e segunda ordem. Tais métodos são convenientemente empregados em problemas descritos por funções unimodais, ou seja, funções que possuem apenas um ponto extremo (CHONG, 1997). Também podem ser usados de forma híbrida com um método de busca global para obterem extremos locais. A figura 3.1 exemplifica, através de uma função multimodal, os conceitos de pontos extremos.

---

<sup>1</sup> O gradiente de uma função  $f$  em  $x_0$ , denotado por  $\nabla f(x_0)$ , se não é um vetor nulo, é ortogonal ao vetor tangente a uma curva de nível arbitrária da função  $f$ . Desse modo, a direção da taxa máxima de incremento, em um determinado ponto, de uma função real diferenciável, é ortogonal a curva de nível neste mesmo ponto. Isto é, o gradiente aponta em uma direção tal que, para um pequeno deslocamento, a função  $f$  incrementa mais seu valor na direção do gradiente do que em qualquer outra direção.



**Figura 3.1 – Função multimodal obtida através do software Matlab<sup>®</sup>.**

A maioria dos métodos clássicos de otimização gera seqüências determinísticas de soluções experimentais baseadas em gradientes ou estatísticas de alta ordem da função objetivo. Essas seqüências convergem assintoticamente para soluções ótimas locais e, em certos casos, as funções convergem a taxas exponenciais. Apesar destes métodos poderem ser usados para procedimentos exaustivos como treinamento de redes neurais, geralmente mostram-se falhos quando perturbações aleatórias são impostas na função objetivo (FLETCHER, 1991).

Dificuldades computacionais severas podem ser encontradas na resolução das equações algébricas que resultam do procedimento de igualar a primeira derivada da função objetivo a zero. Isto limita a utilidade dos métodos clássicos. Além disso, deve-se sempre avaliar a função nas fronteiras ou limites a fim de obter um extremo absoluto ou global e isso pode envolver computação exaustiva se a dimensão da função objetivo for alta. Desta forma, exceto pela particularidade de funções “bem comportadas”, a teoria clássica de otimização não é eficiente para problemas que envolvem aplicações práticas.

### 3.3 Métodos evolucionários

Os métodos clássicos de otimização possuem uma abrangência local em relação ao domínio da função e, conseqüentemente, ao processo de busca. Isto significa que eles trabalham com um único ponto a cada iteração e o resultado final da busca depende muito do ponto inicial e para funções multimodais a probabilidade de se obter um ótimo local é muito grande. Além disso, os métodos de busca local tendem a serem muito dependentes do domínio da solução, resultando em uma relativa rapidez na convergência para um ponto ótimo local (JOHNSON, 1997). Os métodos globais operam simultaneamente em um conjunto de pontos e são robustos, pois têm grande independência do domínio da solução. Dessa forma podem trabalhar com espaços de busca multidimensionais, não-lineares e discretos. Um método global pode ser usado para fornecer pontos iniciais para o processo de busca que, posteriormente, são refinados pelos métodos tradicionais, diminuindo assim a probabilidades de ser encontrado um ótimo local.

Os métodos de otimização global fazem parte de uma área muito vasta chamada de Programação Não-Linear. Há diversos métodos ou algoritmos capazes de resolver problemas de otimização global, sendo que os Algoritmos Evolucionários atualmente são mais utilizados em problemas na área de engenharia devido a sua robustez e relativa simplicidade de implementação. Embora tais métodos tenham sido inicialmente propostos na década de 60, somente na última década, devido principalmente à evolução da capacidade de processamento dos computadores, é que foram utilizados com grande interesse (BUREERAT, 1998). Os Algoritmos Evolucionários e as Redes Neurais pertencem a um grupo maior, a chamada Inteligência Artificial (BARCELLOS, 2000).

Algoritmos Evolucionários são métodos estocásticos de busca inspirados em duas grandes leis da natureza: a seleção natural e a sobrevivência do mais forte. Para serem implementados necessitam que o problema possa ser parametrizado de forma que cada possível solução seja descrita ou codificada. Além disso, é necessário um meio de qualificar os pontos do espaço de busca ou possíveis soluções, através dos parâmetros usados para descrever a solução. Este valor que mede a qualidade de uma seqüência para

solução de um problema recebe o nome de aptidão ou saúde e a parametrização do problema se dá através da função aptidão, função saúde ou simplesmente função custo.

Os Algoritmos Evolucionários possuem diferentes formas de abordagens e neste trabalho serão utilizados os Algoritmos Genéticos. Existem ainda a Programação Evolucionária, as Estratégias Evolucionárias, a Programação Genética e o Temperamento Simulado (Simulated Annealing). Este último, diferentemente dos algoritmos anteriores que são baseados na evolução dos organismos vivos na natureza, baseia-se no comportamento aleatório das moléculas durante o processo de resfriamento de um metal (GEATBX). As principais diferenças entre estes algoritmos são em relação ao domínio de suas operações e as formas de representação das possíveis soluções, sendo alguns mais abrangentes que outros. Por exemplo, as Estratégias Evolucionárias foram desenvolvidas para otimização numérica enquanto que os Algoritmos Genéticos operam em diversos tipos de domínios (MICHALEWICZ, 1996). Os Algoritmos Evolucionários possuem também algumas operações particulares, mas seguem o mesmo fluxo básico, conforme mostrado na figura 3.2.

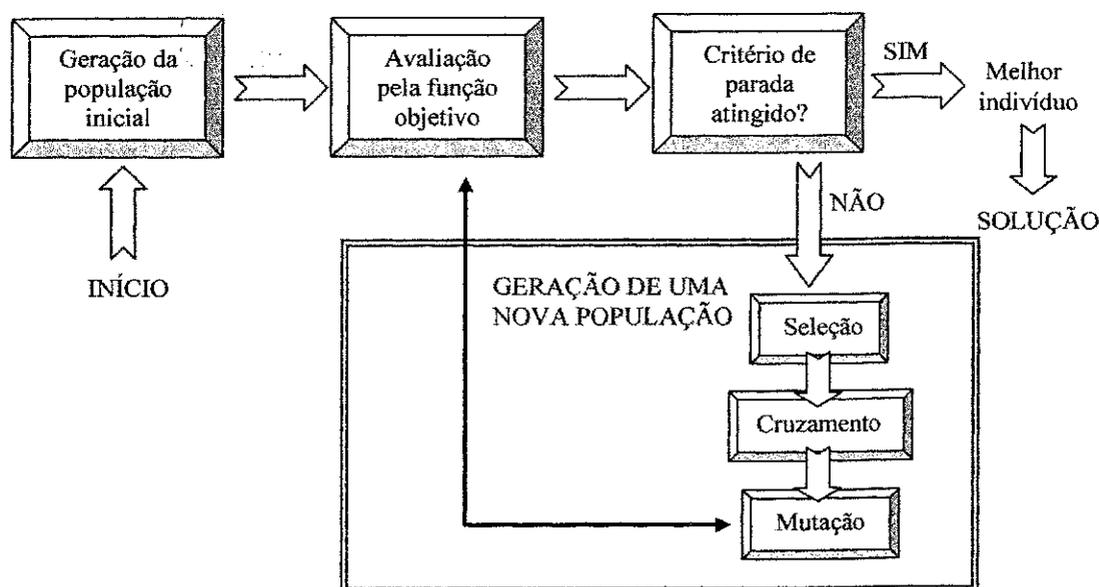


Figura 3.2 – Fluxograma básico dos Algoritmos Evolucionários.

Os Algoritmos Evolucionários possuem um vocabulário com forte analogia aos termos usados nas Ciências Naturais. Devido possuírem muitas variantes, todas elas originárias do fluxograma da figura 3.2, o termo é pluralizado. O ponto de partida para os Algoritmos Evolucionários é a codificação dos parâmetros do problema a ser tratado e de seu espaço de busca. O conjunto de parâmetros codificados é representado na forma vetorial e descreve uma possível solução do problema. Cada vetor representa um cromossomo e cada elemento deste vetor representa um gene, a menor unidade da informação genética, o bloco construtivo que é manipulado pelas operações do algoritmo. O conjunto de cromossomos ou indivíduos do ambiente formado pelo problema em questão compõe uma população. Na sua forma mais simples, o espaço de busca é codificado ou mapeado por vetores binários que denotam a presença (1) ou ausência (0) de uma determinada característica, o seu genótipo. A combinação dos genes forma as características reais do indivíduo, o seu fenótipo. Existem outras formas de codificação como as que utilizam números reais, hexadecimais ou códigos BCD, mas a escolha depende da natureza dos parâmetros do problema.

A cada cromossomo da população se atribui uma figura de mérito para representar sua aptidão como possível solução, ou seja, a adaptabilidade do indivíduo às características do ambiente. Esta avaliação do espaço de busca na forma dos cromossomos é dada pela função objetivo. Quando os valores resultantes da função objetivo precisam ser escalonados por serem negativos ou simplesmente para ficarem numa faixa de mais fácil tratamento, a função objetivo recebe o nome de função aptidão (SRINIVAS, 1994). Aos indivíduos mais aptos é dada a oportunidade de reproduzirem-se mediante operações de seleção, cruzamento e mutação, produzindo descendentes com seqüências de genes mais favoráveis para a sobrevivência. O ciclo é repetido e os cromossomos são então novamente avaliados pela função objetivo. Estas e outras operações, assim como algumas de suas variantes, são citadas no capítulo seguinte que se refere aos Algoritmos Genéticos.

Cada ciclo de operações representa uma geração e o número de gerações está relacionado a um critério de convergência ou critério de parada do algoritmo. Esse critério pode estar relacionado, por exemplo, com o número máximo de gerações, com a

razão entre a aptidão média e máxima de cada geração ou então com o desvio padrão entre as aptidões dos cromossomos de uma população.

Uma característica muito importante dos Algoritmos Evolucionários é sua capacidade de trabalhar paralelamente com várias subpopulações de forma independente e, além das operações genéticas, ocorrem migrações de indivíduos para troca de material genético. Existem vários modelos de algoritmos paralelos que simulam com mais realismo os processos que ocorrem na natureza. O modelo mais usado é Modelo de Ilhas. (WHITLEY, 1999).

Após estudos feitos sobre diversos métodos de otimização, chega-se à conclusão de que deve ser mantido um compromisso entre a eficiência do método usado e a faixa de aplicações em que o mesmo atua com sucesso. Dependendo da classe de aplicações a ser tratada, alguns métodos superam outros sob o aspecto da eficiência, porém algoritmos robustos como os Algoritmos Evolucionários, em particular os Algoritmos Genéticos, conseguem atender melhor a este compromisso, ou seja, atuam com uma eficiência considerável para uma grande faixa de aplicações. Para o bom desempenho de um sistema em ambiente dinâmico, isto é, processos em que suas variáveis dependem de seus estados em instantes anteriores (sistemas com memória), são exigidas soluções adaptativas. Os Algoritmos Genéticos possuem uma vasta aplicação que, tipicamente, se encontra nas áreas de configuração de sistemas complexos, alocações de tarefas, seleção de rotas e outros problemas de otimização e aprendizagem de máquinas.

### 3.4 Principais aplicações de otimização em eletromagnetismo

A teoria eletromagnética utiliza métodos de otimização principalmente quando se trata de problemas envolvendo espalhamento ou radiação, pois envolvem funções extremamente complexas que apresentam características de não-linearidade, multimodalidade, não-diferenciabilidade e com variáveis de naturezas diferentes onde existem restrições em seus domínios. Isso encarece os procedimentos de projeto quando se usam métodos tradicionais com busca aleatória ou através de gradientes, o que justifica a utilização de um método adaptativo e estocástico.

Na figura 3.3 é ilustrado um problema típico que representa estas dificuldades citadas (JOHNSON, 1997).

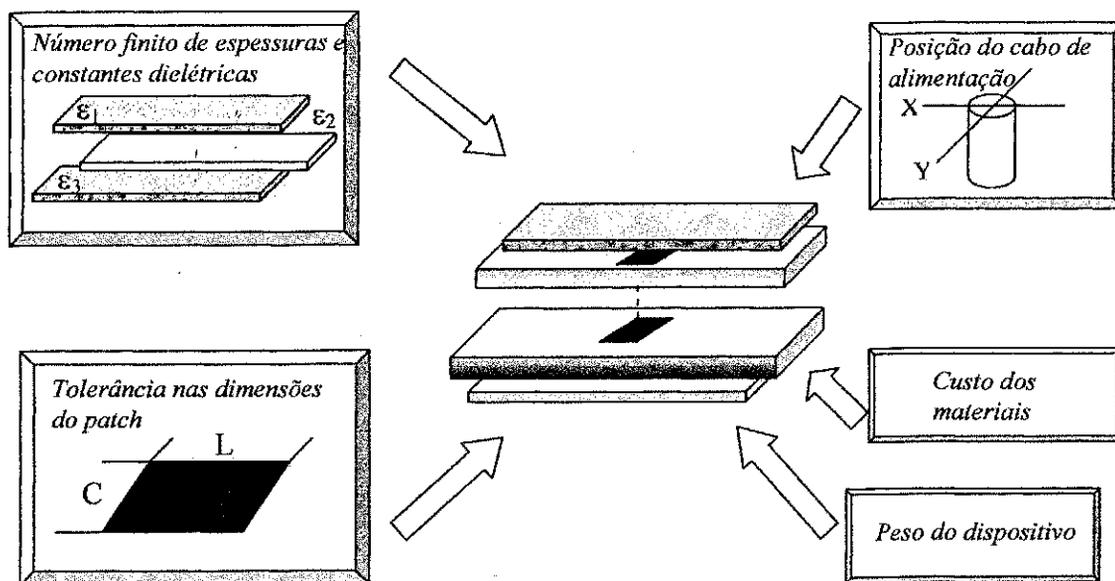
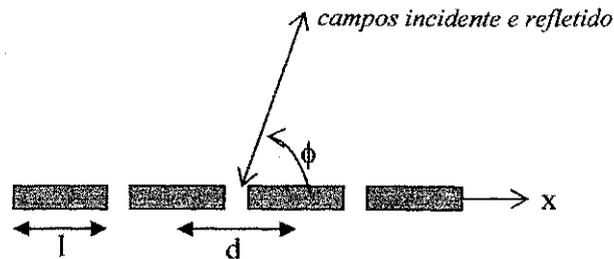


Figura 3.3 – Projeto de fabricação de uma antena patch.

No problema descrito na figura 3.3 devem ser levados em consideração a posição do cabo de alimentação, a largura e o comprimento do(s) *patch*(s) e a altura das camadas em relação ao plano de terra. Problemas dessa natureza costumam incluir também restrições quanto aos materiais. Tais restrições podem ser impostas tanto nos dielétricos quanto nas espessuras, ou em ambos. Além disso, podem haver limites nas dimensões do *patch* e no posicionamento do cabo de alimentação além de restrições de custo de produção que podem influir no tipo de material e no peso do dispositivo. Um problema como este torna impossível a otimização por meio de métodos determinísticos pelo fato de apresentar uma grande quantidade de parâmetros de naturezas diferentes e sujeitos às restrições de projeto. Os Algoritmos Evolucionários apresentam grande habilidade para trabalhar com problemas deste tipo o que os tornam úteis para aplicações em eletromagnetismo. Os Algoritmos Genéticos, em particular, são muito utilizados por sua relativa facilidade de implementação computacional.

Uma bastante significativa é o uso dos Algoritmos Genéticos para a minimização dos lóbulos laterais e da refletividade de um arranjo de antenas (WEILE, 1997). O objetivo é melhorar o padrão de espalhamento através da minimização da função objetivo que representa o nível máximo relativo do lóbulo lateral para, por exemplo, projetar uma antena que possa ser utilizada, por exemplo, em um avião. Isto implica em restrições nas dimensões do objeto e, por conseqüência, nos dielétricos a serem usados e com o complicador de que existem matérias com baixa refletividade, mas tão finas que se tornam impraticáveis neste caso. Nesta aplicação, uma base de dados é fornecida com vários materiais disponíveis onde suas características de permissividade e permeabilidade são dependentes da frequência de operação. A figura 3.4 mostra o exemplo de um arranjo periódico, o qual pode ser ajustado para reduzir o padrão de espalhamento através da combinação do conjunto de fitas condutoras. A própria natureza do problema se adapta a um determinado tipo de codificação para as possíveis soluções uma vez que cada elemento no arranjo pode estar presente ou ausente, ou seja, “ligado” ou “desligado”. Logo o arranjo pode ser representado por uma seqüência binária.



**Figura 3.4 – Arranjo periódico de fitas perfeitamente condutoras.**

O Algoritmo Genético utiliza uma função objetivo que minimiza a refletividade sob determinadas faixas de frequência e ângulos de incidência e inclui também penalidades para limitar a espessura total da superfície da antena. A equação do fator de arranjo é uma alternativa para ser usada como função objetivo. Esta aplicação tem um espaço de busca multidimensional que considera a escolha dos materiais, as dimensões da estrutura multicamadas e as características do campo incidente. Por todas estas características, os métodos tradicionais de otimização são inviáveis.

Dentre os problemas de otimização na área de eletromagnetismo, os Algoritmos Genéticos têm grande aplicabilidade, principalmente na área de projetos de antenas como em (HAUPT, 1999) e (MARTIN, 1993), síntese de superfícies absorvedoras e seletivas em frequência que podem ser usadas para revestimentos de radares ou das paredes de uma câmara anecóica ou de reverberação como em (MITTRA, 2002), (MICHIELSEN, 1993) e (SOUZA, 2004), estruturas multicamadas para atuarem como filtros como em (CHAKRAVARTY, 2000), (MICHIELSEN, 1992) e (CARVALHO, 1999).

## CAPÍTULO 4 – OS ALGORITMOS GENÉTICOS

### 4.1 Introdução

Em 28 de setembro de setembro de 1838, o naturalista Charles Darwin teve a idéia do mecanismo de seleção natural. Em suas próprias palavras: “Aconteceu de eu ler, como entretenimento, o ensaio de Malthus sobre população e, estando bem preparado para avaliar a luta pela existência que prossegue em toda a parte pela longa e continuada observação dos hábitos de animais e plantas, imediatamente percebi que, sob estas condições, variações favoráveis tenderiam a ser preservadas e as desfavoráveis destruídas”. Essa afirmação representa a idéia básica da Teoria da Seleção Natural que revolucionou as ciências biológicas e que, depois de um século e meio, seus postulados foram usados como princípios de algoritmos para modelamento e solução de problemas práticos com características complexas (BARCELLOS, 2000). Os Algoritmos Genéticos representam uma metáfora dos processos naturais de seleção e evolução.

Cada característica presente nos organismos vivos é controlada pela unidade básica do material genético, o gene. A seleção natural age como um elemento adaptador do material genético para a evolução e sobrevivência de uma espécie. Citam-se como exemplos, as plantas que desenvolvem raízes profundas como forma de proteção contra fortes ventos e os animais que mudam a cor de suas peles para proteção ou ataque a suas presas. Diversos fatores podem agir para a seleção dos genes mais aptos em uma população formada por indivíduos com características físicas e orgânicas diferentes: intempéries naturais, lutas por alimento e território e em algumas espécies, a luta entre machos pela parceira reprodutora. Pouco tempo depois, esta teoria foi complementada por Gregor Mendel que explicou como ocorriam os processos de propagação das informações genéticas, a hereditariedade, e conseqüente evolução das espécies. Dessa forma, os organismos ou indivíduos com maiores oportunidades de sobrevivência seriam

aqueles com características mais apropriadas para enfrentar as condições ambientais, logo teriam maior probabilidade de sobreviverem e deixarem descendentes. Nessas condições, as características ou genes favoráveis tenderiam a ser preservadas e as desfavoráveis, destruídas. Especificamente, a “força” que conduz a evolução é formada pela ação conjunta da ação da seleção natural e pela recombinação do material genético que ocorre durante as operações de reprodução (GOLDBERG, 1989).

Por volta de 1970, o professor John Holland se tornou o precursor dos Algoritmos Genéticos ao desenvolvê-lo e explorar sua aplicabilidade em projetos de *softwares* de sistemas artificiais. O seu livro (HOLLAND, 1975) é referência essencial para quem deseja trabalhar com os Algoritmos Genéticos. Devido ao esforço computacional exigido, a utilização prática de sistemas utilizando Algoritmos Genéticos só foi viabilizada a partir da década de 80 com a evolução dos processadores dos computadores, sendo a partir de então, amplamente utilizada para resolver com êxito certos problemas de engenharia e das ciências sociais que até então não encontravam forma prática de implementação em modelos computacionais. O algoritmo proposto por Holland é conhecido na literatura como *Simple Genetic Algorithm* ou SGA e seu fluxograma é mostrado na figura 3.2.

Desde a década de 90, os algoritmos genéticos têm sido aplicados com sucesso na resolução de diversos problemas de otimização combinatória em diferentes áreas de conhecimento. Em geral, estes problemas apresentam múltiplos objetivos, grande número de restrições, dificuldade de modelamento matemático e problemas com espaço de busca muito grande. Essa ampla aplicabilidade é resultado da capacidade que o algoritmo possui de realizar uma busca adaptativa, paralela e cega. Esta característica se deve ao fato de que a operação do algoritmo é independente da aplicação (HOLLAND, 1975).

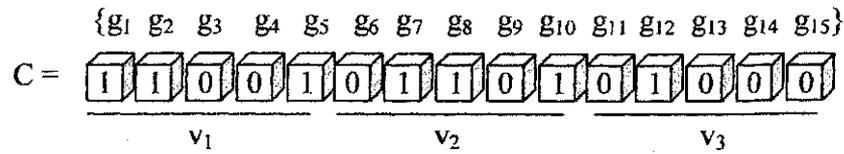
Após o capítulo anterior ter citado as principais características dos Algoritmos Evolucionários, onde se enquadram os Algoritmos Genéticos, a proposta deste capítulo é apresentar as principais operações genéticas, os parâmetros para configuração do algoritmo e o modelamento matemático dos Algoritmos Genéticos a partir do Teoria dos Esquemas.

## 4.2 Configuração e parâmetros do algoritmo

### 4.2.1 Codificação

Antes de iniciar qualquer operação com os Algoritmos Genéticos é necessário primeiro realizar a codificação das variáveis do problema em questão. Os valores que os genes podem assumir dependem do tipo de alfabeto ou codificação utilizada. O algoritmo SGA proposto em (HOLLAND, 1975) utiliza codificação binária, mas devido à sua baixa cardinalidade ou pequeno número de símbolos, esta representação não é favorável para espaços de busca multidimensionais e para problemas que exigem grande precisão numérica (MICHALEWICZ, 1996). Em (GOLDBERG, 1989), alfabetos de alta cardinalidade, como uma representação por números reais, são favoráveis para representação de variáveis contínuas, mas exigem maior esforço computacional e maior dificuldade de manipulação com as operações genéticas. Na verdade não há consenso de qual seria a melhor representação das variáveis de um problema e essa escolha depende essencialmente das características do espaço de busca (EIBEN, 1999). O Teorema dos Esquemas apresentado neste capítulo é bastante esclarecedor sobre as vantagens de cada tipo de codificação.

É esperado que a discretização do espaço de busca forneça uma resolução suficiente para ajustar a precisão dos dados. Desta forma, se uma função possui três variáveis ( $v$ ) e cada uma delas utiliza cinco dígitos para representá-la, o cromossomo ( $C$ ) concatena estas variáveis, possuindo assim quinze genes ( $g$ ). Além da codificação, o processo de decodificação é necessário para a avaliação de cada cromossomo da população. A estrutura típica de um cromossomo que apresenta codificação binária é mostrada na figura 4.1.



**Figura 4.1 - Representação cromossômica com codificação binária.**

#### 4.2.2 Mapeamento da função objetivo

Os valores da função objetivo nem sempre são adequados para serem utilizados como valores de aptidão. Por exemplo, a função objetivo pode assumir valores negativos e algumas operações genéticas não poderiam ser executadas, ou então pode assumir valores muito próximos o que tornaria a seleção aleatória, ou ainda a função objetivo pode fornecer valores muito elevados em relação ao resto da população o que causaria convergência prematura. O mapeamento da função objetivo para o valor da aptidão pode ser feito de vários modos como através de ordenamento ou escalonamento. O escalonamento pode ser do tipo linear ou pela lei da potência (GOLDBERG, 1989).

#### 4.2.3 Tamanho da população

O tamanho da população indica o número de cromossomos em cada população, normalmente constante durante a evolução. Uma grande população apresentará conseqüentemente uma maior diversidade de soluções, contudo, computacionalmente será dispendioso efetuar tantas avaliações da função aptidão. Assim, as principais influências deste parâmetro estão relacionadas com o desempenho global e com a eficiência do algoritmo.

Com uma população pequena o desempenho pode cair, pois esta população representaria apenas uma pequena parte do espaço de busca do problema. Uma grande população geralmente fornece uma cobertura representativa do domínio do problema, além de prevenir convergências prematuras para soluções locais.

Uma idéia interessante é relacionar o tamanho da população com o tamanho do cromossomo, ou seja, quanto maior for o cromossomo maior deverá ser o tamanho da população para uma diversidade razoável. Valores típicos para o tamanho da população estão entre 20 e 200 cromossomos (BUCKLES, 1994).

#### 4.2.4 Convergência

A convergência de um algoritmo genético está muito relacionada com os conceitos de diversidade e pressão seletiva. A diversidade populacional é um conceito que representa o espalhamento da população no espaço de busca. Esse espalhamento pode ser medido pela distância de Hamming entre dois indivíduos da população, isto é, o número de bits distintos entre os cromossomos. A diversidade populacional está relacionada, portanto, com a variabilidade genética dos cromossomos e esta variabilidade tende a diminuir quando o algoritmo se aproxima da convergência. Se a diversidade da população for pequena logo no início do processo evolutivo e o ponto ótimo estiver distante desta região do espaço de busca, a convergência será lenta. Se houver cromossomos de alta aptidão nas primeiras gerações, ocorrerá convergência prematura, pois estes cromossomos transmitirão seus genes que dominarão as populações descendentes. Como consequência, o algoritmo converge para um máximo ou mínimo local (SILVA, 2001).

A pressão seletiva é um conceito que está relacionado à velocidade e direção que o algoritmo vai ter no espaço de busca. Sem este fator, o Algoritmo Genético se comportaria como um algoritmo de busca aleatória, sem direção e nem sentido. A pressão seletiva ajusta a probabilidade de alguns indivíduos para sobreviver e reproduzir em detrimento de outros. Quando a probabilidade de alguns indivíduos da população serem

selecionados para reprodução em relação a outros difere muito, diz-se que a pressão seletiva é grande. A pressão seletiva é calculada pela razão entre as aptidões média e máxima de uma população.

A escolha de um número reduzido de indivíduos para sobreviver e reproduzir causa uma perda de diversidade populacional. Por isso a pressão seletiva é um conceito oposto ao conceito de diversidade, sendo que estes dois parâmetros “movimentam” o Algoritmo Genético. O aumento da pressão seletiva acelera a convergência do algoritmo para algum ponto de ótimo, global ou local, da região do espaço onde se encontra o processo de busca (BARCELLOS, 2000).

A convergência é um tipo de critério de parada de processamento do algoritmo, que pode existir junto com outro critério como um determinado número máximo de gerações ou um determinado valor máximo a ser atingido pela função objetivo. É comum que sejam usadas também como critério de convergência algumas estatísticas relativas ao conjunto de aptidões da população como média ou desvio padrão.

#### **4.2.5 Probabilidade ou taxa de reprodução**

As probabilidades ou taxas de cruzamento e mutação interferem diretamente na velocidade com que o algoritmo converge. Quanto maior for a taxa de cruzamento, devido ao maior número de reproduções e conseqüente mistura de material genético, mais rapidamente a população se tornará homogênea. A mutação age no sentido contrário, como sendo uma perturbação no processo. Quanto maior a taxa de mutação, mais indivíduos com novas características são formados a cada geração. A mutação contribui para diversificar o material genético da população, permitindo realizar uma exploração mais ampla do espaço de busca. Altas taxas de mutação podem dificultar a convergência do algoritmo.

Uma outra interpretação para as operações de cruzamento e mutação é entendê-las como mecanismos de busca local e global, respectivamente. Enquanto que os

cruzamentos conduzem o processo para encontrar um ótimo local, as mutações, se bem sucedidas, desviam a busca na direção de um possível ótimo global (FORMIGA, 2004).

Apesar de serem numericamente idênticas, as probabilidades e taxas de reprodução são conceitos diferentes e são implementados de formas distintas. Quando se trabalha com probabilidade de cruzamento e de mutação, para cada cromossomo é escolhido aleatoriamente um número entre 0 e 1. Se tal número for igual ou menor que a probabilidade anteriormente escolhida, a operação é realizada. No caso da mutação, esta escolha aleatória pode ser feita para cada gene de cromossomo. Quando se trabalha com taxa de reprodução, o tamanho da população é multiplicado por tal taxa para saber o número de cromossomos que sofrerão reprodução enquanto que os outros cromossomos são preservados. Valores típicos estão entre 0.5 e 0.95 para o cruzamento e entre 0.001 e 0.1 para a mutação (SRINIVAS, 1994).

A configuração dos parâmetros dos Algoritmos Genéticos implica em uma diferença significativa no desempenho do algoritmo, pois possui influência direta na diversidade populacional e na pressão seletiva. Dessa forma, a determinação dos valores destes parâmetros dentro da faixa considerada típica se torna uma escolha “cega”. O ajuste dinâmico, ou em tempo de execução, destes parâmetros pode ser uma maneira de otimizar a velocidade de convergência do algoritmo. Este ajuste deve ser feito na forma de retro-alimentação para que os parâmetros sejam influenciados diretamente pelos resultados obtidos. A este tipo de processo dá-se o nome de Meta Algoritmo Genético (EIBEN, 1999). Como exemplo de um ajuste dinâmico, cita-se a taxa de cruzamento que pode ser dependente do desvio padrão das aptidões da população, ou seja, a taxa de cruzamento seria menor a medida da convergência do algoritmo.

### 4.3 Operações genéticas

Os operadores genéticos possuem natureza estocástica e têm a função de implementar o processo reprodutivo simulado que ocorre nos Algoritmos Genéticos. As operações de seleção, cruzamento e mutação são responsáveis pela criação de uma nova geração. O princípio básico é que as soluções, ou cromossomos melhores adaptados ao ambiente do problema em questão tenham mais chance de transmitir suas informações, passando-as adiante para futuras gerações. As operações genéticas trabalham com base nos valores da adaptabilidade dos cromossomos que são fornecidos pela função objetivo ou função aptidão. As operações e suas variantes aqui descritas foram implementadas no algoritmo usado neste trabalho. Outros operadores e variações podem ser consultados em (MICHALEWICZ, 1996), (GATBX) e (BUCKLES, 1994).

Considera-se, salvo explicitado o contrário e com as respectivas considerações, que as operações descritas a seguir utilizam codificação binária conforme proposto por Holland.

#### 4.3.1 Operador de seleção

A operação de seleção modela o mecanismo natural de sobrevivência do indivíduo mais forte e fornece uma população intermediária de cromossomos para as operações de reprodução. Na primeira iteração do algoritmo, ou seja, na primeira geração da população, a seleção trabalha com sequências geradas aleatoriamente para que, nas gerações seguintes, a seleção opere com a população gerada pelas operações de cruzamento e mutação. Existem três formas de seleção: direta, aleatória e estocástica, sendo que esta última é mais eficiente e trabalha com os valores de aptidão de cada cromossomo.

### 4.3.1.1 Método da Roleta

O método da roleta, ou seleção proporcional, seleciona cada cromossomo da população atual com uma probabilidade proporcional a sua aptidão média ponderada em relação à soma das aptidões de todos os cromossomos da população. Graficamente, esta probabilidade representa uma seção de uma roleta para então, ser gerado um número aleatório entre 0 e 1, o que corresponde ao giro da roleta. As probabilidades cumulativas são calculadas até que a soma das aptidões seja maior do que o número gerado para então separar o cromossomo anterior. Este processo é repetido um número de vezes igual ao tamanho da população. Os cromossomos da nova população são todos provenientes da população inicial de forma que não é introduzida diversidade genética como ocorre na fase de reprodução.

Os melhores cromossomos possuem maior probabilidade de terem mais cópias na população gerada e os piores cromossomos possui maior probabilidade de “morrerem” sem terem a chance de gerarem descendentes. A tabela 4.1 e a figura 4.2 ilustram uma operação de seleção pelo método da roleta para uma população de seis cromossomos que utilizam codificação binária. As aptidões correspondem às seqüências binárias convertidas para a base decimal. O terceiro cromossomo tem maior probabilidade de ser selecionado a cada “giro da roleta”.

Cromossomos	Sequências	Aptidões	Probabilidades
1	0101101	45	<b>0,132</b>
2	1011001	89	<b>0,262</b>
3	1111101	125	<b>0,367</b>
4	0010101	21	<b>0,061</b>
5	0110100	52	<b>0,152</b>
6	0001001	9	<b>0,026</b>
		Total: 341	Total: 1

**Tabela 4.1 – Probabilidades de seleção utilizando o método da roleta.**

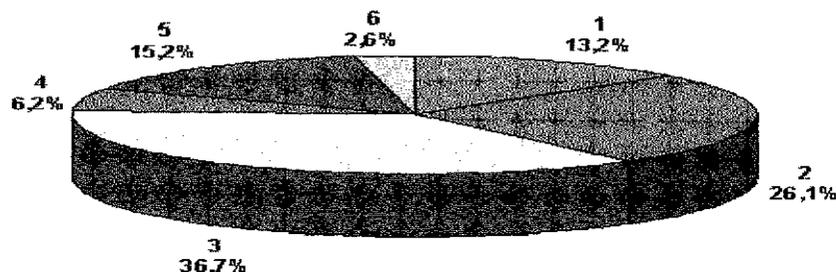


Figura 4.2 – Exemplo para o processo de seleção pelo método da roleta.

#### 4.3.1.2 Método de Torneio

O método de torneio ou seleção competitiva consiste em realizar competições entre os cromossomos tal que o cromossomo mais apto seja selecionado. Primeiramente é escolhida aleatoriamente uma subpopulação de cromossomos da população original e o cromossomo que possuir maior valor de aptidão é selecionado e os restantes retornam à população de origem. Este processo é repetido de forma um número de vezes igual ao tamanho da população. Quanto maior o tamanho da subpopulação formada, maior a pressão seletiva do procedimento, isto é, cromossomos com aptidão acima da média terão mais chance de serem selecionados. Um valor típico aceitável é uma subpopulação de dois cromossomos. Existem variações deste método que consideram a não reposição dos cromossomos e que realizam a seleção para o torneio através do método da roleta (DE JONG, 1988).

A seleção por torneio possui desempenho um pouco melhor que o método da roleta (MICHALEWICZ, 1996). Isto quer dizer que é maior a probabilidade de que os

melhores cromossomos sejam mantidos enquanto que os piores sejam descartados da população que submetida às operações de reprodução.

#### 4.3.1.3 Elitismo

Uma das técnicas empregada com muito sucesso nos Algoritmos Genéticos como forma de refinamento do mecanismo de seleção chama-se estratégia elitista ou elitismo, proposta em (DE JONG, 1988). Comumente, os melhores cromossomos de uma geração desaparecem da geração seguinte por causa das imperfeições dos métodos de seleção. A elite pode ser formada por um ou mais cromossomos, que são preservados das operações de reprodução e reinseridos à população na geração seguinte. Uma variação desta técnica substitui o pior cromossomo da nova população apenas se ele for pior do que o melhor cromossomo da população da geração anterior. Isso garante que a substituição nunca irá diminuir o valor médio das aptidões das gerações seguintes.

#### 4.3.2 Operador de cruzamento

O cruzamento, ou recombinação é uma operação genética que realiza a troca de conteúdo entre dois cromossomos, denominados de cromossomos pais, para gerar dois novos cromossomos, os cromossomos filhos. Os cromossomos pais e o ponto para divisão e permutação das sequências são escolhidos aleatoriamente. O operador de cruzamento introduz diversidade genética para a pesquisa de novos pontos no espaço de busca. Como citado anteriormente, existe uma probabilidade ou taxa que controla a realização do cruzamento. Quando se utiliza a probabilidade de cruzamento,  $p_c$ , é necessário escolher aleatoriamente um número entre 0 e 1 para comparação com o valor  $p_c$ . Caso esse número seja maior que  $p_c$ , o cruzamento não será realizado e, caso contrário, realiza-se o cruzamento. Quando se utiliza a taxa de cruzamento, uma alternativa é

realizar o cruzamento entre os cromossomos de menores aptidões e conservar os restantes.

### 4.3.2.1 Cruzamento de ponto único

Nesta técnica de cruzamento, um ponto do cromossomo, chamado de ponto de corte, é escolhido aleatoriamente para a divisão dos cromossomos pais e troca do material genético, originando os cromossomos filhos. Considerando que os cromossomos mostrados na figura 4.3 possuem seis genes, é gerado um número aleatório entre 1 e 5 para determinar o ponto de corte.

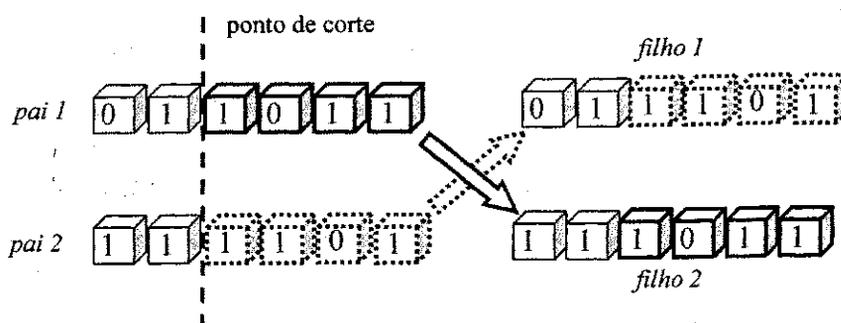


Figura 4.3 – Exemplo para o processo de cruzamento de ponto único.

### 4.3.2.2 Cruzamento de dois pontos

O procedimento para o cruzamento de dois pontos é idêntico ao cruzamento de ponto único com a diferença que nesta técnica existem dois pontos de corte. É possível realizar o cruzamento utilizando outros pontos de corte e quanto maior for o cromossomo, melhor será a exploração do espaço de busca através da inserção de pontos de corte (GATBX). Na figura 4.4 é ilustrado um procedimento de cruzamento de dois pontos.

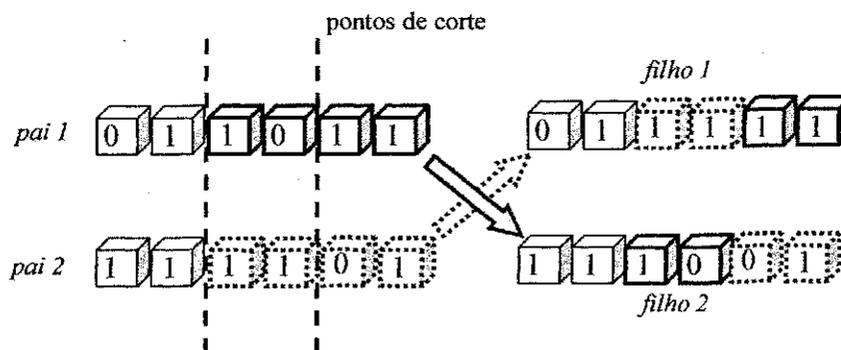


Figura 4.4 - Exemplo para o processo de cruzamento de dois pontos.

### 4.3.2.3 Cruzamento uniforme

No cruzamento uniforme, para cada par de cromossomos pais é gerada uma máscara de cruzamento de bits aleatórios. Onde há o bit 1 na máscara, o gene do primeiro cromossomo pai é copiado e quando há o bit 0 na máscara, o gene do segundo cromossomo é copiado. O processo é repetido para todos os genes do cromossomo filho e depois os cromossomos pais têm suas posições invertidas para produzir o segundo cromossomo filho. Na figura 4.5 é ilustrado este procedimento.

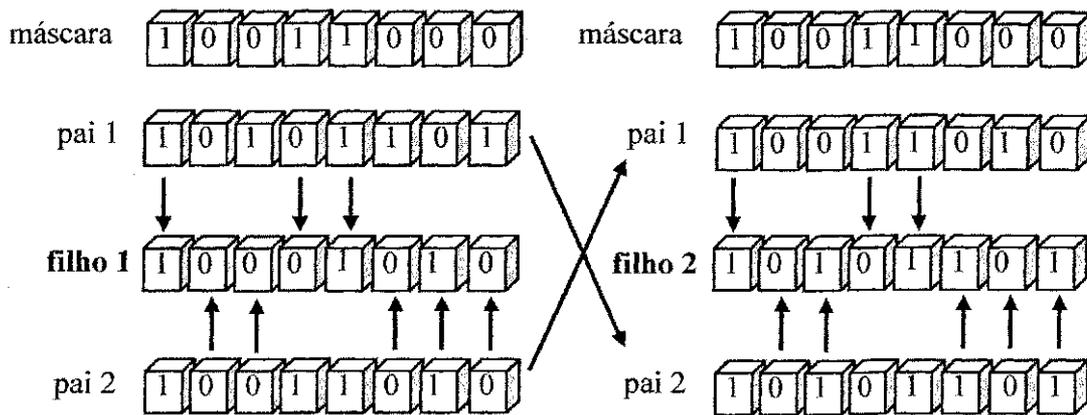


Figura 4.5 - Exemplo para o processo de cruzamento uniforme.

### 4.3.3 Operador de mutação

A operação de mutação tem a finalidade de alterar o conteúdo genético dos cromossomos através de uma perturbação aleatória nos seus genes. A mutação é considerada como um operador secundário, responsável pela introdução e manutenção da diversidade genética da população porque introduz novos pontos de pesquisa no espaço de busca. Assim, a mutação assegura que a probabilidade de se chegar a qualquer ponto do espaço de busca não será nula, além de prevenir a convergência para mínimos locais (BUCKLES, 1994).

Primeiramente é fixada pelo projetista uma probabilidade ou taxa de mutação,  $p_m$ . Em seguida são gerados números aleatórios para cada gene dos cromossomos de tal forma que se esse número for maior que  $p_m$ , o gene tem seu estado alterado e, caso contrário, o gene permanece imutável. Esta probabilidade ou taxa pode também controlar o cromossomo que sofrerá mutação sendo que outro número é gerado aleatoriamente para determinar o gene que sofrerá mutação.

Para espaços de busca formados por variáveis pertencentes ao domínio dos números reais, é necessário definir uma variável denominada de passo da mutação. Este valor do passo pode ser fixo ou pertencer a uma faixa de variação. Este número, que é escolhido aleatoriamente, é somado ao valor que possui o gene. Para não tornar a busca essencialmente aleatória, o passo da mutação deve ter valores pequenos, que dependem do domínio das variáveis da função.

## 4.4 Modelamento matemático

Os fundamentos teóricos dos Algoritmos Genéticos recaem na tradicional representação binária das e na Teoria dos Padrões ou Esquemas. Os esquemas são seqüências que apresentam similaridades e por isso permitem a exploração das relações entre a diversidade das aptidões e as composições das seqüências que formam a população de cromossomos. Estas associações só foram possíveis ser obtidas devido ao fato de se usar um alfabeto de baixa cardinalidade como é o alfabeto binário, caso contrário seria mais difícil ou até mesmo impossível de se encontrar elaborar esta teoria das similaridades com outros alfabetos de maior cardinalidade, como por exemplo, de números reais.

### 4.4.1 Teoria dos Padrões

Um padrão, representado pela letra  $S$ , é um conjunto de seqüências que apresentam uma ou mais características em comum e é construído através da inserção do símbolo ‘\*’ dentro do alfabeto que codifica as possíveis soluções do problema em questão. Dessa maneira, para o código binário tem-se então um alfabeto ternário formado pelos símbolos ‘1’, ‘0’ e ‘\*’. O símbolo ‘\*’ pode representar qualquer um dos símbolos do alfabeto em uso em sua posição dentro do cromossomo. É por isso é chamado como símbolo “tanto faz” (*don't care*) ou símbolo coringa. Assim, o padrão ‘10\*’ representa dois pontos no espaço de busca: ‘100’ e ‘101’. O padrão ‘10\*01\*’ representa quatro pontos no espaço de busca: ‘100010’, ‘100011’, ‘101010’ e ‘101011’. Sendo assim, o número máximo de padrões de uma população de tamanho ‘ $X$ ’ e cujos cromossomos possuem ‘ $G$ ’ genes será igual a ‘ $X^{3G}$ ’, pois para cada posição na seqüência de genes, existem três símbolos (WHITLEY, 1999).

As operações dos Algoritmos Genéticos são relativamente simples, envolvendo a geração de números aleatórios, cópia e permutação entre sequências. Porém, a interpretação dessas operações revela toda a potencialidade destes algoritmos. Considerando o padrão da equação (4.1) e as quatro sequências derivadas, extraem-se duas importantes propriedades para entender, de forma quantitativa, como os Algoritmos Genéticos manipulam esses padrões de similaridades.

$$S_1 = (* 1 * 1 1 0 0 1 0 0) \quad (4.1)$$
$$\{(0101100100), (0111100100), (1101100100), (1111100100)\}$$

O número de posições fixas presentes em um padrão identifica a ordem do padrão, representada por  $O(S)$ . A distância entre a primeira e a última posição fixa do padrão, representada por  $\delta(S)$ , identifica o seu comprimento e define o grau de compactação da informação contida no padrão. Desta forma, a ordem e o comprimento do padrão  $P_1$  são iguais a oito.

Supondo que  $\xi(S_1, k)$  represente o número de cromossomos pertencentes ao padrão  $S_1$  presente em uma determinada população durante a geração 'k', pode-se então estimar o total destas sequências na próxima geração, ou seja, o valor de  $\xi(S_1, k+1)$ . A seguir são mostrados os efeitos das principais operações genéticas para a evolução dos cromossomos ao longo das gerações, de acordo com a Teoria dos Padrões (MICHALEWICZ, 1996).

#### 4.4.1.1 O efeito da seleção

Durante a fase da reprodução as sequências são copiadas de acordo com os seus valores de aptidão. Se durante a seleção o método utilizado for o método da roleta, então uma sequência  $S$  é selecionada com uma probabilidade dada por:

$$P_{\text{sel}}(S) = [s(P^k) = p_j^k] = \frac{a_j^k}{N_{\text{pop}} \sum_{n=1} a_n^k} \quad (4.2)$$

Durante a seleção, esse procedimento é repetido um número de vezes igual ao tamanho da população,  $N_{\text{pop}}$ . Sendo  $a(S)$  a aptidão média do padrão  $S$  e  $P(k)$  a população da atual geração, então o número estimado de sequências pertencentes a este padrão, na próxima geração pode ser dado por:

$$\xi(S, k+1) = \xi(S, k) \cdot N_{\text{pop}} \cdot \frac{a(S)}{N_{\text{pop}} \sum_{n=1} a_n^k} \quad (4.3)$$

Sendo a aptidão média da população dada por:

$$\bar{a} = \frac{\sum_{n=1}^{N_{\text{pop}}} a_n^k}{N_{\text{pop}}} \quad (4.4)$$

Substituindo a equação (4.4) em na equação (4.3), tem-se:

$$\xi(S, k+1) = \xi(S, k) \cdot \frac{a(S)}{\bar{a}} \quad (4.5)$$

Analisando a equação (4.5), percebe-se que padrões com valores de aptidão acima da média recebem um aumento no número de amostras para a próxima geração enquanto que padrões com valores de aptidão abaixo da média recebem um decremento no seu número de amostras para a próxima geração. Entretanto, esta equação não revela de que forma essa variação ocorre para tais padrões. Assumindo que um determinado padrão  $S$  possui aptidão acima da média da população por um valor  $\varepsilon\%$ , tem-se:

$$\varepsilon = \frac{(a(S) - \bar{a})}{\bar{a}} \quad (4.6)$$

Substituindo a equação (4.6) na equação (4.3), obtém-se:

$$\xi(S, k+1) = \xi(S, k) \cdot (1 + \varepsilon) \quad (4.7)$$

De forma genérica, a equação (4.7) pode ser escrita como:

$$\xi(S, k) = \xi(S, 0) \cdot (1 + \varepsilon)^k \quad (4.8)$$

A equação (4.8) representa uma progressão geométrica. Se  $\varepsilon > 0$ , significa que padrões com aptidão acima da média receberão um aumento exponencial nas suas representações para as próximas gerações e de forma oposta ocorre para os padrões com  $\varepsilon < 0$ .

#### 4.4.1.2 O efeito do cruzamento

Na análise dos padrões sob o efeito apenas da seleção, a única informação que se tem é o fato de que certos padrões receberão incremento em sua representação enquanto outros receberão decremento, de acordo com os seus valores de aptidão. Porém, a operação de seleção apenas altera o número de sequências representativas desses padrões ao longo das gerações e como se sabe, cada padrão é um subconjunto de um espaço de busca, então para promover a busca por novas áreas deste espaço é utilizada a operação de cruzamento. Esta operação é feita através da “quebra” das sequências para a troca de conteúdo ou de material genético entre dois cromossomos escolhidos ao acaso. A natureza desta operação pode acarretar a destruição de certos padrões logo a sua influência deve ser levada em conta no cálculo do número estimado das sequências representativas de um padrão  $S_i$  para a próxima geração.

Considerando que a sequência  $A = \{01111000\}$  pertence aos padrões  $S_1 = \{*1***0\}$  e  $S_2 = \{***10**\}$ . Para que o cruzamento seja realizado é necessário primeiro escolher, de forma aleatória, escolher um par de cromossomos e um ponto de corte. Observando a figura 4.6, percebe-se que após o cruzamento o padrão  $S_1$  é destruído quando dividido entre as sequências  $S_3$  e  $S_4$ , enquanto que o padrão  $S_2$  é preservado na sequência  $S_3$ . Isto ocorre porque as posições fixas do padrão  $S_2$  permanecem intactas enquanto que as posições fixas do padrão  $S_1$  são separadas durante o cruzamento sendo armazenadas em sequências diferentes (BUCKLES, 1994).

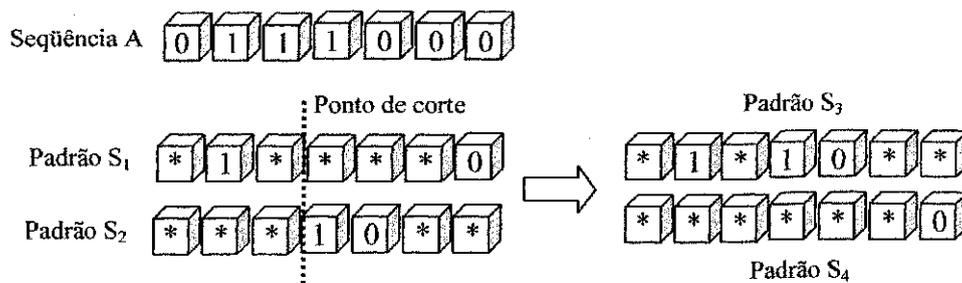


Figura 4.6 – Efeito do cruzamento na Teoria dos Padrões.

Certos padrões ocupam maior espaço nas seqüências do que outros e de forma a quantificar isto, é necessário utilizar o conceito de comprimento do padrão,  $\delta(S)$ , citado anteriormente. Considerando os padrões S<sub>1</sub> e S<sub>2</sub>, seus comprimentos são  $\delta(S_1) = 5$  e  $\delta(S_2) = 1$ , respectivamente. Logo, padrões com maiores comprimentos possuem maior probabilidade de serem destruídos durante o processo de cruzamento. De modo geral, o ponto de corte das seqüências é selecionado uniformemente entre as L-1 posições possíveis para uma seqüência de comprimento L. Além disso, tem que ser considerada a probabilidade de seleção da seqüência para o cruzamento,  $P_{\text{cruz}}$ . Isto implica que a probabilidade de destruição de um padrão S é:

$$P_{\text{dest}}(S) = P_{\text{cruz}} \cdot \frac{\delta(S)}{L-1} \quad (4.9)$$

Conseqüentemente, a probabilidade de sobrevivência de um padrão é:

$$P_{\text{sobrev}}(S) = 1 - P_{\text{cruz}} \cdot \frac{\delta(S)}{L-1} \quad (4.10)$$

Os efeitos combinados das operações de seleção e cruzamento fornecem uma nova forma para a equação (4.8) do número esperado de padrões na próxima geração.

$$\xi(S, k+1) \geq \xi(S, k) \cdot \frac{a(S)}{\bar{a}} \left[ 1 - P_{\text{cruz}} \cdot \frac{\delta(S)}{L-1} \right] \quad (4.11)$$

Na equação (4.11) é mostrado que padrões com valores de aptidão acima da média e com pequeno comprimento, deverão continuar sendo amostrados ao longo das gerações, a taxas com crescimento exponencial.

#### 4.4.1.3 O efeito da mutação

Considerando que a mutação seja realizada com uma determinada probabilidade  $P_{\text{mut}}$  onde os bits do par de cromossomos escolhido podem ou não ser alterados. Um padrão sobrevive à mutação se todos os alelos pertencentes a um determinado padrão permanecem inalterados. Para quantificar esta idéia e incluí-la no número estimado de padrões na próxima geração, é necessário primeiro utilizar o conceito de ordem do padrão,  $O(S)$ , citado anteriormente. Por exemplo, os padrões  $S_1 = \{ *1****0 \}$  e  $S_2 = \{ ****10** \}$  possuem a mesma ordem, isto é,  $O(S_1) = O(S_2) = 2$ .

Sendo a mutação uma alteração aleatória nos valores dos genes, um bit possui a probabilidade  $P_{\text{mut}}$  de ser destruído e conseqüentemente possui probabilidade  $(1-P_{\text{mut}})$  de sobreviver. Esta afirmação é válida para uma única posição do cromossomo, mas durante a operação de mutação todos os bits têm a probabilidade de serem mutados. Sabendo que a mutação em cada posição é probabilisticamente independente, um padrão  $S$  sobrevive se todos os bits permanecem inalterados. Como  $O(S)$  fornece o número de alelos fixos em um padrão  $S$ , então a probabilidade de sobrevivência de um padrão é dada por:

$$P_{\text{sobrev}} = (1 - P_{\text{mut}})^{O(S)} \quad (4.12)$$

Como  $P_{\text{mut}} \ll 1$ ,  $P_{\text{sobrev}}$  pode ser aproximado para:

$$P_{\text{sobrev}} = 1 - O(S).P_{\text{mut}} \quad (4.13)$$

A equação (4.13) determina a probabilidade de sobrevivência de um padrão  $S$  sob a influência da operação de mutação.

Os efeitos combinados das operações genéticas de seleção, cruzamento e mutação fornecem a forma completa de representar o número esperado de padrões na próxima geração.

$$\xi(S, k+1) \geq \xi(S, k) \cdot \frac{a(S)}{\bar{a}} \left[ 1 - P_{\text{cruz}} \cdot \frac{\delta(S)}{L-1} \right] \cdot [1 - O(S).P_{\text{mut}}] \quad (4.14)$$

Efetuada a multiplicação dos dois últimos termos da equação (4.14) e levando em conta que os termos cruzados entre colchetes assumem valores muito pequenos e podem ser desprezados, a equação (4.14) pode ser reescrita como:

$$\xi(S, k+1) \geq \xi(S, k) \cdot \frac{a(S)}{\bar{a}} \left[ 1 - P_{\text{cruz}} \cdot \frac{\delta(S)}{L-1} - O(S).P_{\text{mut}} \right] \quad (4.15)$$

Na equação (4.15) é mostrado que um padrão de pequeno comprimento, de baixa ordem e com aptidão acima da média da população, recebe um aumento exponencial na

sua representação, ou seja, tal padrão será amostrado a taxas exponenciais ao longo das gerações. A esta conclusão é dado o nome de Teoria dos Padrões, que faz com que os Algoritmos Genéticos, apesar de serem um método estocástico de otimização, execute-a de forma direcionada com o objetivo de encontrar melhores soluções e fazendo a população evoluir como um todo.

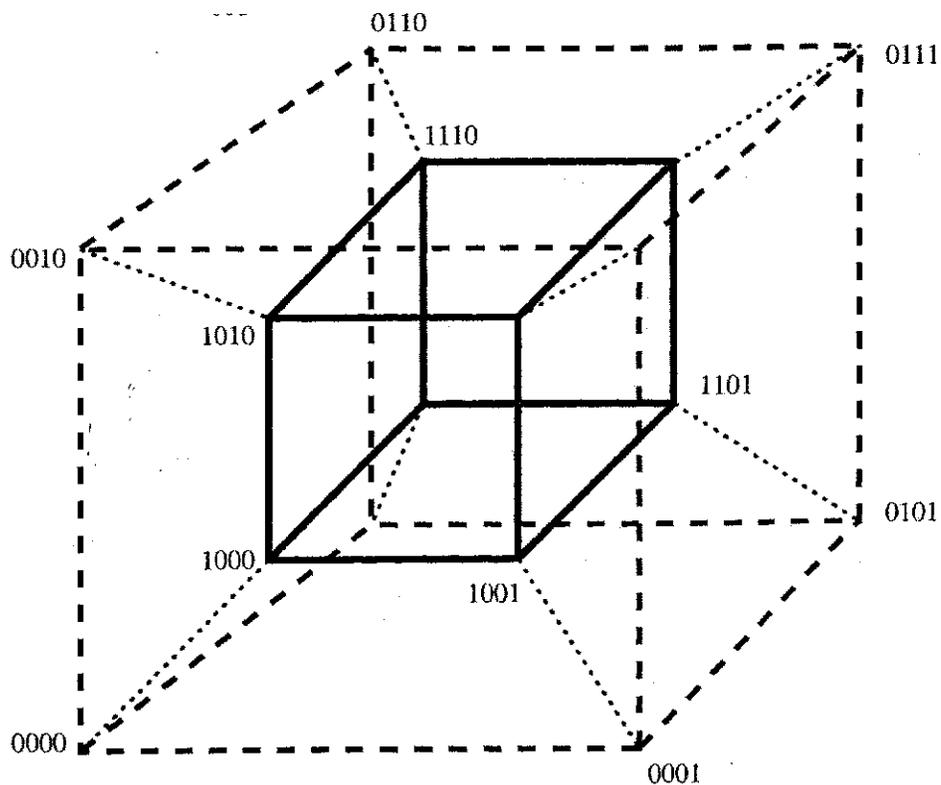
Um resultado imediato desta teoria é a hipótese dos blocos construtivo, a qual enuncia que um Algoritmo Genético busca desempenho ótimo através da justaposição de padrões com as características citadas na Teoria dos Padrões. Estes padrões são chamados de blocos construtivos. Segundo citação em (GOLDBERG, 1989): “Da mesma forma que uma criança constrói um magnífico castelo com simples blocos de madeira, da mesma forma faz um algoritmo genético buscar um desempenho ótimo através da justaposição de padrões curtos, pequenos e de altos desempenhos”. Esta hipótese dos blocos construtivos sugere que o problema de codificação para um Algoritmo Genético é crítico para seu desempenho e que esta codificação deve satisfazer a idéia de pequenos blocos construtivos.

Os operadores genéticos de cruzamento e mutação geram, promovem e justapõem blocos construtivos para formar sequências ótimas. A operação de cruzamento tende a conservar a informação genética presente nos cromossomos. Desta forma, quando os cromossomos a serem cruzados apresentam certa similaridade, a capacidade de gerar novos blocos construtivos diminui. A operação de mutação não é conservativa e pode gerar novos blocos construtivos. A operação de seleção fornece a influência necessária através dos blocos construtivos de alta aptidão e assegura suas descendências ao longo das gerações (SRINIVAS, 1994).

Os Algoritmos Genéticos amostram blocos construtivos a uma taxa muito alta. Em um ciclo geracional, o algoritmo processa o equivalente a  $N_{pop}$  sequências, mas implicitamente o algoritmo avalia um número aproximado de  $N_{pop}^3$  esquemas (HOLLAND, 2000). Esta propriedade dos Algoritmos Genéticos, chamada de paralelismo implícito, se constitui na característica fundamental que suporta a classe dos Algoritmos Evolucionários como métodos de otimização.

#### 4.4.2 Representação geométrica

Os Algoritmos Genéticos são um método heurístico de busca num espaço multidimensional, isto é, cada variável do problema a ser otimizado pode ser considerado uma dimensão independente do espaço. O espaço de busca é formado por sub-regiões, os hiperplanos, cada qual pertencente a um esquema diferente. A figura 4.4 ilustra um espaço de busca de quatro dimensões (WHITLEY, 1999).



**Figura 4.7 – Representação geométrica de um espaço de busca de quatro dimensões.**

Cada vértice dos cubos representa a codificação, em quatro bits, de uma variável. O endereçamento dos vértices adjacentes difere de apenas um bit e todos os vértices de

um mesmo hiperplano ou de uma mesma face dos cubos pertencem a um mesmo esquema, cada qual com dois símbolos '\*'. Por exemplo, o lado superior do cubo externo pertence ao esquema '0\*1\*', o lado frontal do cubo interno pertence ao esquema '10\*\*' e o cubo externo pertence ao esquema '0\*\*\*' enquanto que o cubo interno pertence ao esquema '1\*\*\*'. Desta forma, todas sequências, cromossomos ou possíveis soluções que pertencem a um mesmo esquema, estão contidos em dois hiperplanos. O processo de busca realizado pelos Algoritmos Genéticos é realizado em vários hiperplanos simultaneamente, daí a característica fundamental do paralelismo implícito.

## CAPÍTULO 5 – APLICAÇÃO E RESULTADOS

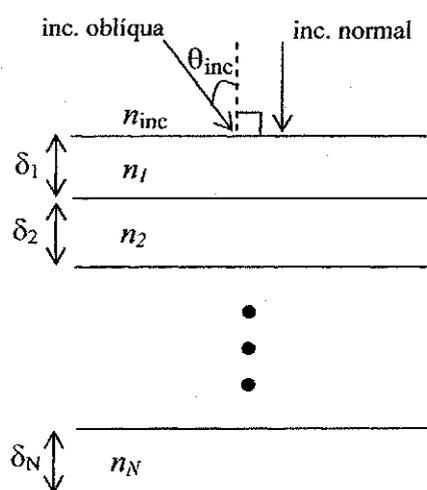
### 5.1 Introdução

O rápido crescimento das comunicações sem fio que ocorre desde a última década vem gerando uma grande demanda por componentes planares integrados para atender várias necessidades como portabilidade, desempenho e custo de equipamentos. Métodos globais de análise eletromagnética, como o método dos Elementos Finitos, têm sido utilizado nos estudos rigorosos de circuitos e dispositivos de microondas. Estes métodos são particularmente eficientes pelo fato de tratarem estruturas em três dimensões e por considerarem as propriedades físicas e elétricas da estrutura como um todo. Entretanto, mesmo no atual estágio de evolução computacional, tais métodos demandam grande tempo de processamento para estruturas compostas de várias descontinuidades ou elementos ressonantes, como as encontradas nos filtros e multiplexadores. Como consequência, as características eletromagnéticas de tais estruturas são muito sensíveis às suas geometrias e dimensões físicas e isto requer o uso de um método de otimização robusto para considerar vários parâmetros de projeto (ZANCHI, 2001), (ARSLAN, 1995).

Este trabalho considera a aplicação dos Algoritmos Genéticos para síntese de filtros passivos e planares, formados por superfícies multicamadas de geometria plana e periódica. Tais filtros são utilizados nos revestimentos de superfícies seletivas em frequência como as encontradas em câmaras de reverberação e radares, blindagem de equipamentos sob teste e em projetos de vários tipos de componentes passivos como acopladores direcionais, divisores de potência e deslocadores de fase. A fundamentação teórica de estruturas simétricas permite, além da simplificação dos cálculos, a generalização da análise em termos de quadripolos. Neste trabalho a análise pode ser estendida a vários tipos de circuitos passivos considerando-os como quadripolos. É o

## 5.2 Considerações de projeto

Na figura 5.1 é mostrada a configuração utilizada para as simulações através do algoritmo genético implementado, considerando a incidência normal. Resultados para a incidência oblíqua são mostrados em (SOUZA, 2005).



**Figura 5.1 – Estrutura multicamadas considerada no projeto.**

A estrutura da figura 5.1 é formada por interfaces lisas, infinitas e homogêneas. As interfaces delimitam  $N$  camadas ou semi-planos infinitos separados por  $\delta_N$  e formadas por dielétricos caracterizados pelos seus índices de refração,  $n$ . Considerou-se que os materiais dielétricos não causam dispersão do sinal e, portanto, o comprimento elétrico,  $\tilde{\delta}$ , o qual é independente da frequência, pode ser escrito como:

$$\tilde{\delta}_j(f) = f \cdot \delta_j \quad ; \quad 1 \leq j \leq N \quad (5.1)$$

caso das junções em guias de onda, em microfitas, em linhas de transmissão e os transformadores de impedância. Nesses dispositivos as descontinuidades podem ser representadas pela sua matriz impedância global, que por sua vez, está relacionada com a matriz de espalhamento (COLLIN, 1992).

A abordagem convencional do projeto de filtros compreende a seleção de funções polinomiais que satisfaçam a resposta desejada do filtro, seguida da implementação da função de transferência em uma das estruturas padrões de circuito (MARTIN, 1995). Particularmente, no projeto de filtros multicamadas, tem-se utilizado uma variedade de métodos, entre os quais destacam-se os métodos de circuitos equivalentes (ARSLAN, 1995), (SEELEY, 1983), as técnicas de casamento de coeficientes (SEELEY, 1985) e o método do ponto-crítico. Este último método, assim como os Algoritmos Genéticos, é uma técnica iterativa e seu desempenho é superior aos dois métodos anteriores. Os filtros projetados pelo método do ponto-crítico possuem bandas passantes com amplitudes de atenuação bastante reduzidas e maiores taxas de rejeição (CHEN, 1990). A principal vantagem dos Algoritmos Genéticos sobre o método do ponto-crítico é que este último requer o uso de um protótipo para início do projeto, enquanto que, devido à natureza probabilística dos Algoritmos Genéticos, a configuração inicial do projeto pode ser obtida aleatoriamente.

Os resultados obtidos através do método do ponto-crítico, apresentados em (MICHIELSEN, 1992), são utilizados para comparação com os resultados obtidos pelo algoritmo genético projetado neste trabalho. Para as simulações do algoritmo foi considerado que as incidências às interfaces das camadas do filtro são normais ao plano da interface. Em (SOUZA, 2005) considerou-se a incidência oblíqua para a mesma estrutura abordada neste trabalho. Foram realizados grupos de simulações para análise das respostas em frequência dos filtros considerando variações das operações genéticas, dos parâmetros da função aptidão e do número de camadas da estrutura.

A proposta deste capítulo é apresentar as principais características do algoritmo programado no software Matlab<sup>®</sup>, a formulação do problema de otimização e suas considerações de projeto e por fim, apresentar os resultados obtidos, suas análises e conclusões.

As espessuras representam deslocamentos de fase na direção de propagação da onda e são consideradas como valores normalizados em relação ao comprimento de onda, ou seja, as espessuras representam comprimentos elétricos. A frequência possui valores normalizados em relação à frequência central de operação do filtro. Desta forma, se o filtro a ser projetado possui frequência central de 10 GHz, a escala normalizada corresponde a múltiplos desta frequência e as espessuras correspondem a valores múltiplos do comprimento de onda, ou seja, valores múltiplos de 3 cm.

A razão entre as intensidades das componentes refletida e transmitida da onda incidente é função, principalmente, da diferença entre os índices de refração dos materiais que formam a interface, da polarização da onda incidente e do ângulo de incidência. Em todas as simulações realizadas considerou-se que a onda é do tipo TEM com polarização paralela ou vertical ao plano de incidência.

A equação recursiva utilizada para calcular os efeitos cumulativos das reflexões em cada interface, identificados por  $R_k$ , e a equação do coeficiente de reflexão em cada interface, representado por  $\tilde{R}_k$  são, respectivamente, escritas como:

$$R_k = \frac{\tilde{R}_k + R_{k-1} e^{-2j\delta_k(f)}}{1 + \tilde{R}_k R_{k-1} e^{-2j\delta_k(f)}} \quad ; 1 \leq k \leq N \quad (5.2)$$

$$\tilde{R}_k = \frac{\eta_{k+1} \cos \theta_t - \eta_k \cos \theta_i}{\eta_{k+1} \cos \theta_t + \eta_k \cos \theta_i} \quad ; 1 \leq k \leq N \quad (5.3)$$

O fator exponencial na equação (5.3) indica que a constante da atenuação é nula conforme a equação (1.4), pois as perdas por efeito Joule são desprezadas. Considerou-se também que não ocorrem perdas ou transformações de energia nas interfaces, de forma que a soma da transmitância com a reflectância seja unitária. Os materiais que constituem

as camadas do filtro são não-magnéticas, ou seja, possuem permeabilidade relativa unitária, de acordo com as equações (1.13) e (1.14).

As reflexões são do tipo especular, ou seja, descrevem os fenômenos de reflexão de acordo com os coeficientes de Fresnel, segundo as equações (1.41) e (1.42). Nesta formulação são desprezadas as reflexões difusas e as perdas por espalhamento no caso das interfaces rugosas, pois as dimensões das rugosidades são consideradas bem menores que o comprimento da onda incidente para todos os ângulos de incidência, de acordo com o critério de Rayleigh (RAPPAPORT, 1996).

### 5.3 – Formulação do problema

Através do algoritmo proposto, o objetivo é realizar a síntese de filtros através da especificação das características de incidência da onda e da resposta em frequência desejada, de forma a obter as espessuras,  $\delta_N$ , de cada camada. A função aptidão corresponde às somatórias das reflectâncias e transmitâncias em duas sub-faixas de frequências,  $f_m^+$  e  $f_m^-$ , conforme a equação (5.4) (MICHIELSEN, 1992).

$$F = \sum_{m=1, N^+} p_t (1 - |R(f_m^+)|^2)^\alpha + \sum_{m=1, N^-} p_r |R(f_m^-)|^{2\alpha} \quad (5.4)$$

O objetivo do algoritmo é maximizar ou minimizar as duas parcelas da equação (5.4) correspondentes a transmitância e a reflectância nas diferentes faixas de frequência, definidas por  $f_m^+$  e  $f_m^-$  respectivamente. A maximização corresponde a um filtro passa-baixas enquanto que a minimização corresponde a um filtro passa-altas. Para obter a resposta em frequência de um filtro passa-faixa ou rejeita-faixa é necessária a inclusão de uma terceira parcela na função aptidão, de acordo com as figuras 2.11 e 2.13. Para calcular os coeficientes de reflexão o algoritmo utiliza as equações (5.2) e (5.3).

Para se ter uma maior precisão na amostragem de pontos ao longo do espectro de frequências, foi utilizada uma maior resolução gráfica na faixa onde ocorre maior variação de potência do sinal transmitido, correspondente à faixa de transição. Este procedimento provoca maior tempo de processamento do algoritmo, mas um aumento que é totalmente tolerável face ao ganho na qualidade elétrica da resposta do filtro.

Os coeficientes  $p_t$  e  $p_r$  têm a função de pesos que modelam a resposta em frequência das bandas passante e de rejeição, respectivamente. Os valores destes dois coeficientes utilizados nas simulações foram determinados empiricamente após vários testes de forma a avaliar a sensibilidade das respostas em frequência geradas pelo

algoritmo. Observou-se que existe um compromisso entre o desempenho do filtro nas diferentes bandas de frequência. Através da atribuição de altos valores para o coeficiente  $p_t$  na banda de transmissão, são obtidas pequenas ondulações na banda passante ao custo de uma pequena atenuação do sinal na banda de rejeição. Comportamento semelhante ocorre para o aumento do coeficiente  $p_r$ . Em (MICHIELSSEN, 1992) não foram apresentados valores ou faixas típicas para os coeficientes  $p_t$  e  $p_r$ , mas um grupo de simulações apresentado adiante considera variações destes coeficientes para a melhor configuração da função aptidão. O coeficiente  $\alpha$  é um parâmetro que controla a taxa de atenuação na banda de rejeição e em (MICHIELSSEN, 1992) foi determinada de modo empírico a faixa de variação entre 2 e 4. Este resultado foi validado nas simulações apresentadas.

A frequência de corte desejada para o filtro é especificada pelo projetista e comparada à frequência de corte obtida da resposta em frequência gerada pelo algoritmo, de forma a avaliar a eficiência do método proposto. A otimização final desta aplicação consiste então em obter as espessuras das camadas constituintes do filtro de forma que sua resposta em frequência fique próxima das características do filtro especificado pelo projetista.

## 5.4 Algoritmo implementado

As espessuras das camadas do filtro a ser sintetizado constituem-se nas variáveis a serem manipuladas pelas operações genéticas, isto é, as espessuras representam os genes que formam os cromossomos. Considerando que ' $N$ ' é o número de camadas do filtro, a representação cromossômica é dada por:

$$C = \{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_{N-1}, \delta_N\} \quad (5.5)$$

Optou-se por trabalhar com os genes representados por números reais de forma que o processo de otimização é realizado diretamente no espaço de busca, sem codificação. Os valores das espessuras são adimensionais com variação entre 0 e 1. Para esta aplicação isto representa simplicidade, pois não requer a discretização das variáveis e é possível obter uma resposta mais fidedigna. Porém esta representação significa maior tempo de processamento do algoritmo. Em (MITTRA, 2000) optou-se pela codificação binária.

Com base na figura 3.2, a qual ilustra o fluxograma básico comum à classe dos Algoritmos Evolucionários, a figura 5.2 apresenta o fluxograma do algoritmo genético implementado neste trabalho e as variantes utilizadas das operações de reprodução.

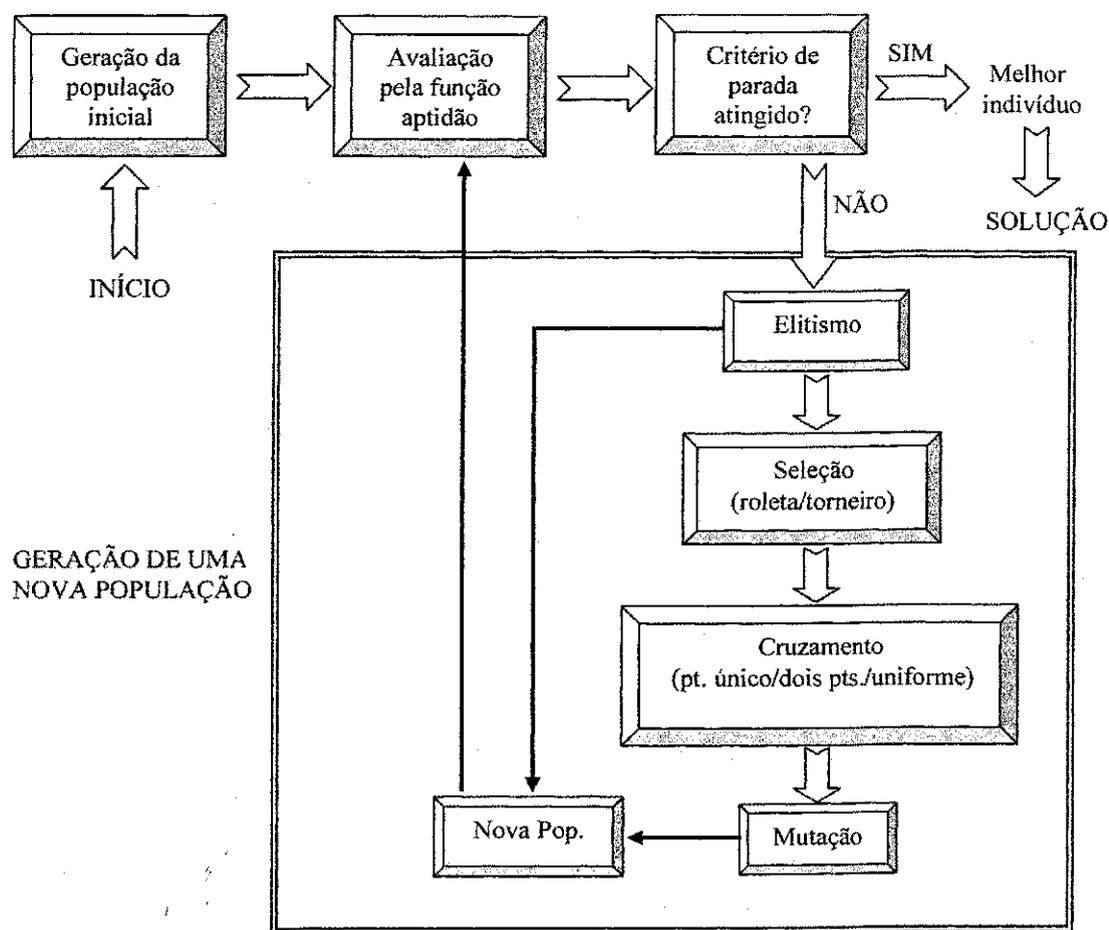


Figura 5.2 – Fluxograma do algoritmo genético implementado no Matlab®.

Quando o algoritmo é executado no ambiente do Matlab® o projetista precisa fornecer algumas características do filtro desejado. Na tabela 5.1 são mostrados alguns parâmetros do algoritmo, com seus respectivos valores, mantidos fixos durante uma simulação. Embora não exista uma regra geral para especificar os parâmetros do algoritmo, os pesquisadores que trabalham com os algoritmos genéticos definem uma faixa típica para tais parâmetros (EIBEN, 1999); (GOLDBERG, 1989); (MICHALEWICZ, 1996). Na tabela 5.2 apresenta os parâmetros físicos do filtro a ser sintetizado e que são fornecidos pelo projetista quando este executa o algoritmo. Estes

parâmetros do filtro foram mantidos fixos nas simulações apresentadas na próxima seção. Os parâmetros do filtro utilizados foram os mesmos utilizados em (MICHIELSSEN, 1992) para validação dos resultados e de outras conclusões.

Parâmetros do Algoritmo Genético	Valores
Tamanho da população	200
Número máximo de gerações	40
Probabilidade de cruzamento	0,9
Taxa de mutação	0,1
Variabilidade da mutação	$\pm 0,05$
No. de cromossomos da elite	2
Frequências de amostragem	0,05/0,01

**Tabela 5.1 – Principais parâmetros do algoritmo genético implementado.**

Parâmetros do Filtro Definidos pelo projetista	Valores
Número de camadas	19
Índice refração dielétrico 1	2,2 (ZnS)
Índice refração dielétrico 2	5,1 (PbTe)
Índice refração meio incidente	1 (ar)
Índice refração do substrato	4 (Ge)
Frequência de corte	0,7
Faixa de frequências	0,1 – 1,4

**Tabela 5.2 – Parâmetros do filtro sintetizado escolhidos pelo projetista.**

As linhas de código do algoritmo implementado no Matlab<sup>®</sup> referentes à função aptidão estão relacionadas ao filtro passa-baixas. Para sintetizar outros tipos de filtros somente é necessário modificar algumas linhas de programa do algoritmo ou então acrescentar uma nova somatória na equação (5.4) para a síntese de filtros passa-faixa ou rejeita-faixa. Esta soma somatória refere-se a uma terceira faixa de frequência presente nestes tipos de filtros.

Antes de iniciar o primeiro ciclo de reprodução, a população de cromossomos é gerada aleatoriamente. Para o primeiro grupo de simulações que somente tinha o objetivo de avaliar o desempenho das operações implementadas, foram gerados números aleatórios com distribuição uniforme, correspondentes às espessuras do filtro. Uma aleatoriedade maior poderia influenciar os resultados para efeito de comparação de suas estatísticas. Para as outras simulações foram gerados números com distribuição normal de média unitária e variância igual a 0,1.

A função objetivo da equação (5.4) avalia cada possível solução da população inicial ou da população gerada pelas operações de reprodução. Como critério de parada do algoritmo considera-se a razão entre as aptidões média e máxima da população, calculada para cada geração após o ciclo de reprodução e reavaliação. Esta razão é conhecida como pressão seletiva e caso ela seja maior ou igual a 0,98 considera-se que o algoritmo convergiu ou que não ocorrerão mais mudanças significativas nos valores das aptidões dos cromossomos. Caso não seja atingido este valor, o programa pára o processamento ao atingir o número máximo de gerações pré-definido.

O ciclo de reprodução inicia-se com a seleção dos dois cromossomos com maiores valores de aptidão para constituírem a elite. Os cromossomos da elite não participam das outras operações genéticas e são inseridos à população após a operação de mutação de forma que seja mantido o tamanho da população. A ordenação das matrizes correspondentes à população e às aptidões dos cromossomos que participarão das outras operações não é alterada com a operação de elitismo.

No método de seleção por torneio, a subpopulação formada para a competição entre seus valores de aptidão possui quatro cromossomos. O cromossomo com maior valor de aptidão é selecionado e os restantes são inseridos à população inicial para o processo ser repetido. Isto ocorre um número de vezes igual ao tamanho da população. O

método de seleção da roleta e os métodos de cruzamento ocorrem conforme descrito no capítulo 4. Na operação de mutação utilizou-se o conceito de taxa de mutação tal que, conforme a taxa de mutação apresentada na tabela 5.1, vinte cromossomos são selecionados aleatoriamente para sofrerem mutação em todos os seus genes. A variabilidade dos valores de espessura ou passo de mutação é de  $\pm 0.05$ .

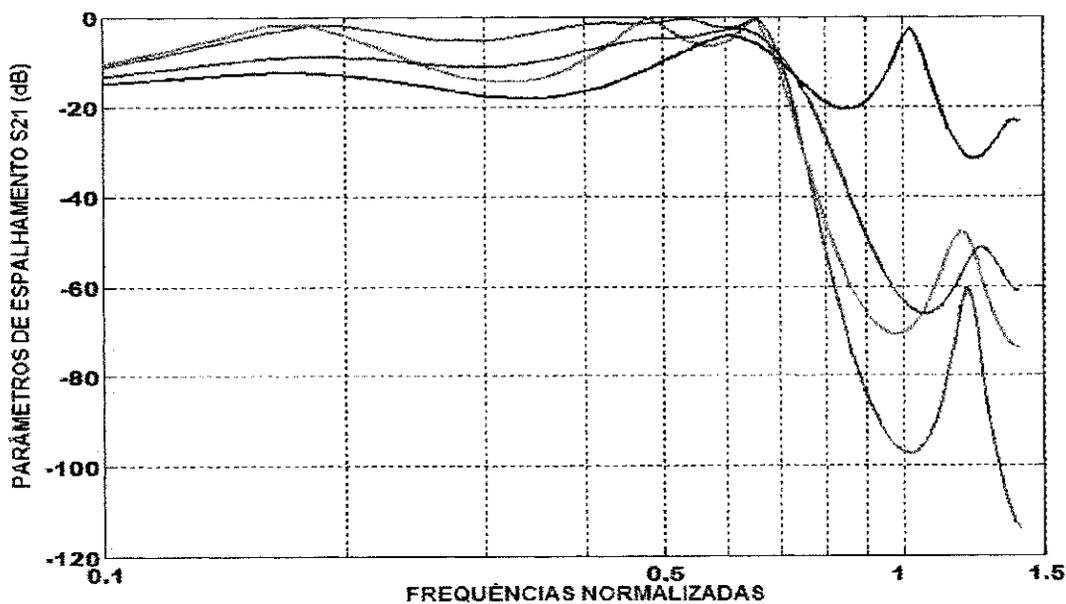
As frequências de amostragem presentes na tabela 5.1 representam a taxa com que os pares ordenados são calculados para a composição da resposta em frequência da estrutura multicamadas. Como veremos adiante, este par ordenado é formado pela frequência em função do parâmetro de espalhamento que representa a energia transmitida ao longo das interfaces da estrutura. Foram utilizadas duas frequências de amostragem ao longo da faixa de frequências presente na tabela 5.2. Devido o sinal transmitido apresentar maior variação de amplitude na faixa próxima à frequência de corte, utilizou-se um maior número de pontos na faixa de 0,6 a 0,8 para uma maior resolução da resposta em frequência.

## 5.5 – Resultados e análises

Para obter os resultados mostrados a seguir utilizou-se um computador com processador Intel PIV com velocidade de 2.8 GHz e com 512 Mb de memória RAM. Foi utilizada a versão 6.1 do Matlab®.

### 5.5.1 – Escolha dos coeficientes da função aptidão

Os coeficientes da função aptidão  $p_b$ ,  $p_r$  e  $\alpha$ , mostrados na equação 5.4, foram aqui determinados empiricamente, de modo que foram realizadas trinta simulações para determinar qual a melhor combinação destes coeficientes. A figura 5.3 apresenta os resultados mais significativos em relação à variação das respostas em frequência de um filtro passa-baixas com as características apresentadas na tabela e 5.2, em razão dos valores dos três coeficientes da função aptidão.



**Figura 5.3 – Respostas em frequência de um filtro passa-baixas para diferentes coeficientes da função aptidão.**

Na tabela 5.3 são mostrados os valores dos coeficientes da função aptidão para as quatro curvas mostradas na figura 5.3.

	$w_t$	$w_r$	$\alpha$
—	1	1	1
—	10	3	2
—	10	4	3
—	10	5	2

**Tabela 5.3 – Valores dos coeficientes da função aptidão correspondentes às curvas da figura 5.3.**

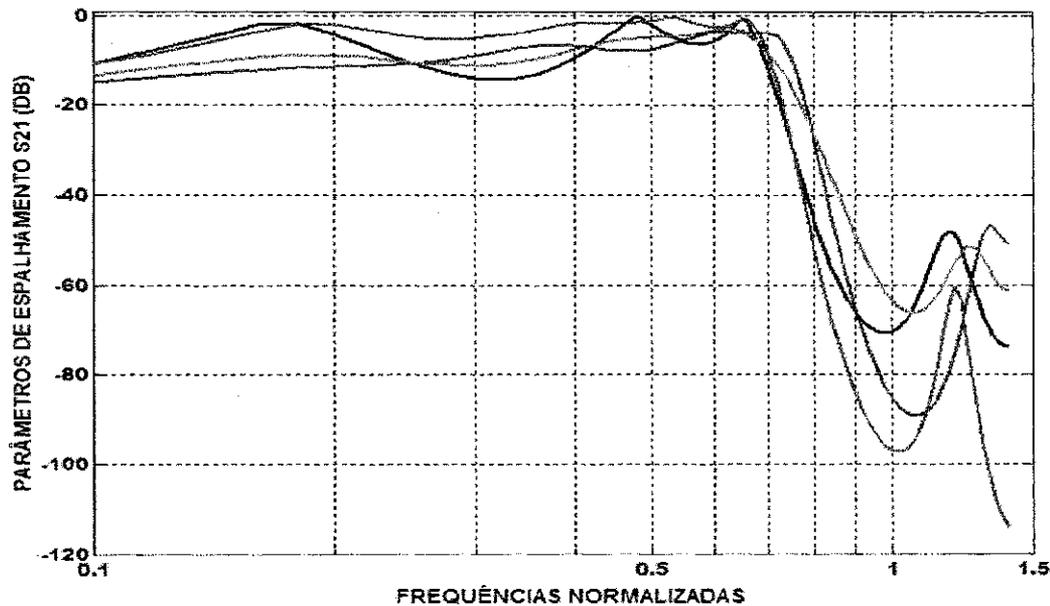
Para as simulações mostradas na figura 5.3 os parâmetros do algoritmo foram mantidos constantes e iguais aos apresentados na tabela 5.1. A resposta em frequência representada pela curva em azul apresenta banda passante com maiores amplitudes e pequenas ondulações. Em contrapartida, esta mesma resposta apresenta a maior ondulação na banda de rejeição. Nota-se um compromisso entre as características da banda passante ou de transmissão e da banda de corte ou de rejeição, em relação à escolha dos coeficientes. A resposta da curva em azul também apresenta maior nível de atenuação na banda de rejeição e uma transição mais rápida representada por uma menor faixa de frequências entre as regiões de transmissão e rejeição. A resposta representada pela curva de cor preta não considera os efeitos dos coeficientes da função aptidão e apresenta o pior comportamento em relação às características de um filtro passa-baixas. Por estas razões, todas as simulações realizadas para obter os resultados apresentados adiante utilizaram os coeficientes correspondentes à resposta em frequência da curva em azul, conforme tabela 5.3.

É importante frisar que os valores dos coeficientes da função aptidão utilizados nas simulações anteriores são específicos para a estrutura com os parâmetros aqui considerados. Caso, a escolha dos coeficientes seja para validar para uma faixa de valores de camadas deve-se verificar a resposta do filtro para diferentes números de camadas. O método empírico mostrou-se válido.

### 5.5.2 – Variabilidade dos resultados

Devido aos Algoritmos Genéticos possuírem aleatoriedade em suas operações, como a geração da população inicial, a escolha dos pares de cromossomos para a seleção do tipo torneio e a escolha dos genes a serem permutados no cruzamento uniforme, os resultados obtidos apresentam certo nível de variações de um para o outro mesmo considerando todos os parâmetros iguais. Idealmente deseja-se que estas variações sejam as menores possíveis. Pesquisa-se atualmente métodos estatísticos para controlar os parâmetros do algoritmo ao invés de mantê-los constantes ao longo das gerações. Isto pode conduzir melhor o processo de busca e evitar desvios imprevisíveis (GEATBX).

Foram realizadas trinta simulações mantendo todos os parâmetros e coeficientes iguais, de acordo com a tabela 5.1 e os resultados obtidos na figura 5.3, a fim de verificar o grau de aleatoriedade do algoritmo proposto na figura 5.2. Aproximadamente 70% destas simulações convergiram para o mesmo resultado, apresentado nas figuras 5.3 e 5.4 pela curva em azul. Na figura 5.4 são mostrados os resultados, representados pelas curvas em preto, vermelho e verde, que mais divergiram da melhor resposta para o filtro, representada pela curva em azul.



**Figura 5.4 – Respostas para o mesmo conjunto de parâmetros e coeficientes para observação da variabilidade do algoritmo.**

O algoritmo proposto possui uma aleatoriedade inerente, provocada principalmente pela geração da população inicial sem um controle estatístico. Portanto a resposta em frequência considerada ótima para uma determinada estrutura possui faixas de tolerância para cada faixa de frequência. Através dos resultados da figura 5.4 é possível afirmar que para o projetista validar o uso da estrutura em questão através dos Algoritmos Genéticos, várias simulações podem ser realizadas tal que haverá faixas de tolerância ou variância da resposta em frequência. Este ponto deve representar, de acordo com o grau de precisão ou convergência existente no algoritmo, o ponto ótimo ou a melhor solução do problema.

Na tabela 5.4 são apresentadas as variações da amplitude do sinal nas bandas passante, transição e de rejeição.

	<b>banda passante</b>	<b>banda de rejeição</b>	<b>banda de transição</b>
<b>maior variação</b>	15 dB —	50 dB —	45 dB —
<b>menor variação</b>	8 dB —	10 dB —	30 dB —

**Tabela 5.4 – Variação das atenuações para avaliação da aleatoriedade do algoritmo.**

A informação importante na tabela 5.4 é a diferença de atenuação nas diferentes regiões de frequência do filtro. A maior disparidade foi de 40 dB que ocorreu na banda de rejeição, mas de um modo geral o grau de aleatoriedade do algoritmo foi considerado pequeno, pois o mesmo resultado foi obtido em 70% das simulações realizadas. Considerando os mesmos parâmetros utilizados para obter os resultados da figura 5.4 é possível afirmar com boa precisão que serão obtidas respostas em frequência dentro de uma máscara delimitada por uma atenuação máxima de 15 dB na banda de transmissão e uma atenuação mínima de 50 dB na banda de rejeição. A disparidade dos resultados é justificada por uma alta dispersão dos valores de aptidão da população inicial criada aleatoriamente. O elitismo preservou os dois cromossomo com os maiores valores de aptidão, chamados em algumas bibliografias de super-indivíduos (MICHALEWICZ, 1996), (HOLLAND, 2000). Seus genes foram propagados e se tornaram dominantes até ocorrer uma convergência prematura. Este tipo de situação é atípica para os Algoritmos Genéticos.

### 5.5.3 – Desempenho das operações genéticas

O objetivo deste grupo de simulações é avaliar a eficiência das operações genéticas através do desvio padrão das aptidões e da pressão seletiva calculados na última geração, assim como o tempo de processamento do algoritmo. Considera-se que quanto menor o desvio padrão ou a dispersão dos valores de aptidão e quanto mais próxima da unidade estiver a pressão seletiva, maior terá sido o grau de convergência do algoritmo. Deseja-se ao mesmo tempo que o tempo de processamento seja o menor possível, mas existe um compromisso entre a qualidade dos resultados e o tempo de processamento.

Os parâmetros utilizados neste grupo de simulações estão presentes nas tabelas 5.1 e 5.2 e as variações utilizadas nas simulações referem-se aos métodos empregados nas operações de seleção e cruzamento. Na tabela 5.5 são mostradas as configurações e os resultados de cada simulação.

Variação de configuração (seleção/cruzamento)	Dispersão	Pressão seletiva	Tempo de processamento
roleta/ponto único	62,74	0,8253	13'40''
roleta/dois pontos	51,79	0,6634	13'30''
roleta/uniforme	39,38	0,7789	13'27''
torneio/ponto único	6,56	0,9975	13'25''
torneio/dois pontos	3,78	0,9963	13'30''
torneio/uniforme	3,27	0,9987	13'20''

**Tabela 5.5 – Parâmetros de desempenho das operações genéticas.**

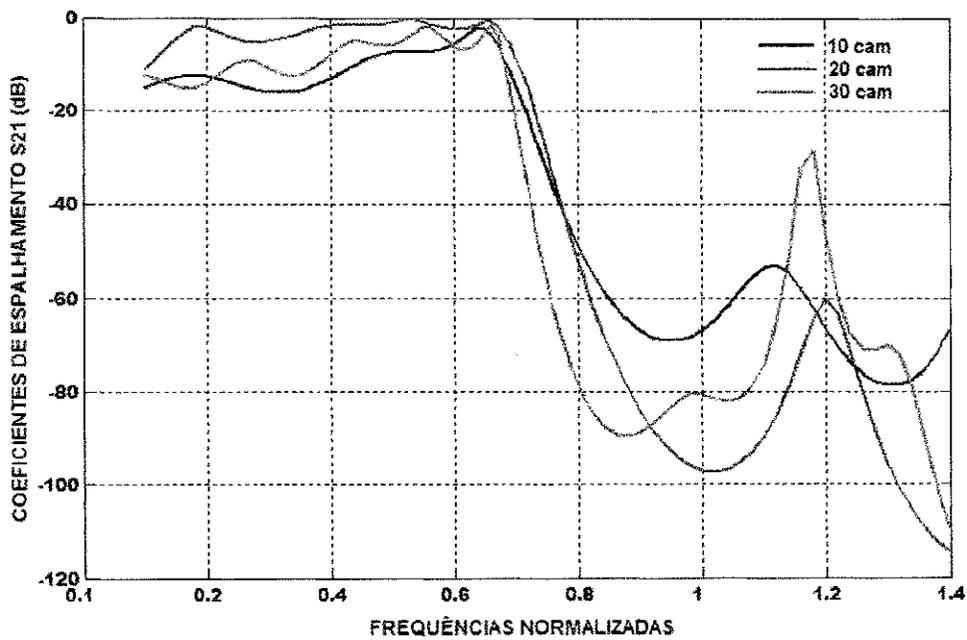
Foram realizadas trinta simulações para cada variação das operações genéticas. A partir dos dados de dispersão e pressão seletiva da tabela 5.5, observa-se que o método de seleção por torneio apresenta resultados muito superiores aos resultados obtidos utilizando a seleção por roleta. Este resultado também é citado na literatura como em (EIBEN, 1999), (MICHALEWICZ, 1996) e (GOLDBERG, 1989). O critério de convergência adotado de 0,98 para a pressão seletiva foi atingido por volta da trigésima

geração nas três simulações que utilizam a seleção por torneio. A combinação da seleção por torneio com o cruzamento uniforme mostrou melhor desempenho em 80% das trinta simulações realizadas. Por isso, essas operações serão utilizadas nas simulações restantes. É importante salientar que a interpolação das curvas de dispersão e pressão seletiva ao longo das gerações indicou um comportamento, em módulo, sempre crescente. Este crescimento ocorreu de forma linear para as simulações que utilizaram o método da seleção por roleta e de forma exponencial quando foi usada a seleção por torneio.

O tempo de processamento foi considerado muito satisfatório, pois o cálculo recursivo dos coeficientes de reflexão, que exige maior esforço computacional por envolver números complexos, foi realizado para todos os cromossomos, para todas as frequências e camadas do filtro e em todas as gerações, de acordo com seus valores especificados no projeto. Isto significa que este cálculo foi efetuado 18 milhões de vezes durante o processamento do algoritmo.

### 5.5.4 – Variação do número de camadas da estrutura

O objetivo deste grupo de simulações é variar o número de camadas da estrutura e observar o comportamento da resposta em frequência.



**Figura 5.5 – Respostas em frequência para diferentes números de camadas na estrutura.**

Verificou-se que o aumento no número de camadas causa o aumento na ordem do filtro resultante. Pode-se observar isto na figura 5.5 porque um aumento no número de camadas reduziu a banda de transição. Este efeito também é obtido sobre um sinal que se propaga no espaço livre, quando este é refletido para uma determinada faixa de frequências.

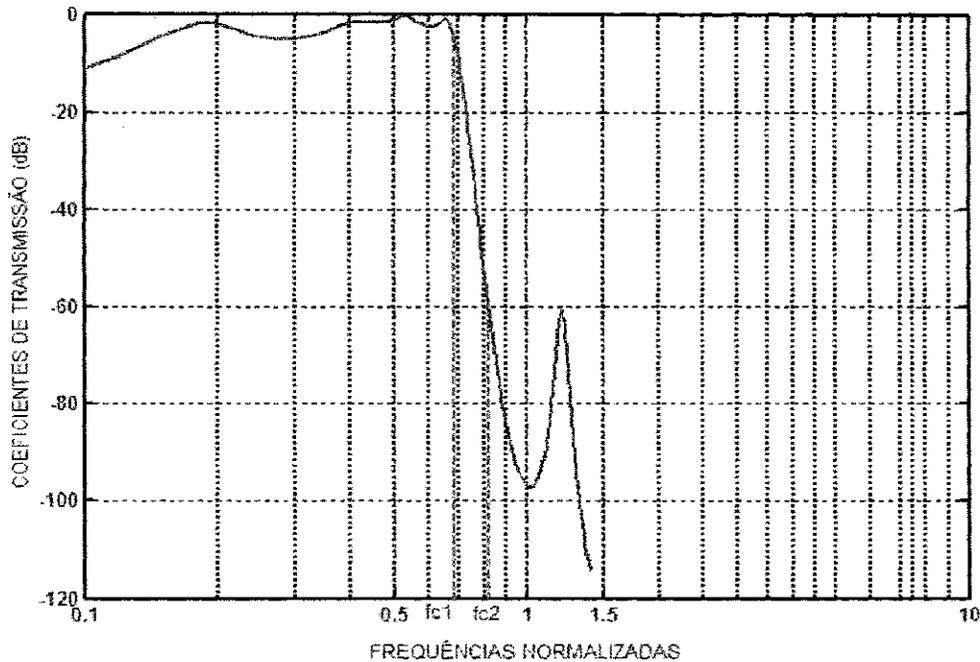
É possível obter graficamente a ordem do filtro com uma boa aproximação através do cálculo de inclinação, em decibéis por oitava, da linha adjacente à região com

que apresenta variação linear da atenuação do sinal na banda de transição. Cada nova camada na estrutura pode ser vista como a adição de um capacitor em série com o circuito e dessa forma, aumentando a ordem do filtro.

### 5.5.5 – Incidência normal em interface plana

Os resultados obtidos para este grupo de simulações são comparados com os resultados obtidos pelo método do ponto-crítico utilizado para projeto de filtros multicamadas, conforme citação em (MICHELSEN, 1992). Os parâmetros do filtro do tipo passa-baixas utilizados aqui são os mesmos utilizados em (CHEN, 1990), mostrados na tabela 5.2 O filtro é formado por somente dois dielétricos que são alternados ao longo da estrutura multicamadas. Os parâmetros do algoritmo e do filtro são os mesmos mostrados nas tabelas 5.1 e 5.2, respectivamente. As operações genéticas utilizadas, além da mutação, são as operações de seleção por torneio e cruzamento uniforme, de acordo com os resultados mostrados na tabela 5.5.

O valor especificado para a frequência de corte é apenas teórico e deve ser comparado com o valor real, obtido da resposta em frequência, para avaliar a eficiência do método empregado para a síntese do filtro. Na figura 5.6 é mostrada a resposta em frequência utilizando o algoritmo genético.



**Figura 5.6 – Resposta de um filtro passa-baixas, considerando incidência normal em interface plana.**

As frequências  $fc_1$  e  $fc_2$  delimitam a faixa de transição ou região de corte. Esta região caracteriza-se por uma variação linear da atenuação do sinal.

Para avaliar a transmissividade em filtros e outras estruturas na faixa de microondas, são utilizados os parâmetros de espalhamento  $S_{21}$  ou  $S_{12}$ , os quais são idênticos para estruturas simétricas e passivas. Estes parâmetros são obtidos através do módulo quadrático dos coeficientes de transmissão. A curva dos parâmetros de espalhamento é idêntica à curva dos coeficientes de transmissão, pois as duas curvas são obtidas a partir do logaritmo multiplicado por vinte. Esta relação é mostrada na equação (5.6).

$$20\log T = 10\log S_{21}^2 \quad (5.6)$$

Devido à má resolução da curva em (MICHIELSSEN, 1992) para que fosse feita sua reprodução no Matlab<sup>®</sup>, a comparação entre as respostas em frequência obtidas pelo algoritmo genético e pelo método do ponto-crítico foi feita através dos parâmetros de desempenho do filtro citados nesta mesma referência, conforme a tabela 5.6.

Parâmetros	Algoritmo Genético	Ponto-Crítico
Fator de largura de banda	1,2431	1,4608
Ondulação máx. banda passante (dB)	8	10
Máxima rejeição (dB)	112	115
Largura da faixa de transição	0,15	0,08

**Tabela 5.6 – Parâmetros de desempenho do filtro para comparação dos métodos de otimização.**

A frequência de corte, de acordo com a figura 5.6 é igual a 0,68, bem próximo do valor teórico especificado de 0,7. Conforme a tabela 5.6, a resposta do filtro na banda passante é mais plana para o filtro sintetizado pelo algoritmo em relação ao método do ponto-crítico. Em relação à faixa de transição, o método do ponto-crítico apresentou resposta mais rápida. Os outros parâmetros apresentam valores próximos. No caso de uma análise ao invés da síntese, a resposta na faixa de transição poderia ser melhorada inserindo mais camadas no filtro.

Em relação ao fator de largura de banda, dado pela razão entre as larguras das bandas passante e de rejeição, é desejável que um filtro apresente este fator próximo de unidade o que significa simetria entre suas faixas de frequência, assim como nos filtros idéias. O filtro sintetizado pelo algoritmo genético apresentou maior simetria.

A ordem do filtro cuja resposta é mostrada figura 5.6 é aproximadamente igual a 35. Este valor foi obtido a partir do cálculo da inclinação, em dB por oitava, de uma reta tangente à curva na região de transição considerando a linearidade desta região. Cada

incremento na ordem do filtro equivale a uma variação de 6 dB na amplitude da atenuação (CHEN, 1995).

A resposta em frequência da figura 5.7 resulta de uma estrutura formada por dezenove camadas dielétricas. As espessuras destas camadas correspondem ao cromossomo que melhor se adaptou às condições do ambiente, ou seja, à melhor solução da função objetivo a qual descreve o espaço de busca do problema em questão. Na tabela 5.7 são exibidas estas espessuras em valores normalizados em relação ao comprimento de onda.

Camada	Valor normalizado	Camada	Valor normalizado
1	0,211	11	0,129
2	0,039	12	0,560
3	0,029	13	0,213
4	0,262	14	0,048
5	0,164	15	0,342
6	0,047	16	0,047
7	0,256	17	0,560
8	0,421	18	0,434
9	0,382	19	0,287
10	0,485		

**Tabela 5.7 – Valores normalizados das espessuras das camadas do filtro.**

Supondo que um sinal de 10 GHz, equivalente a um comprimento de onda de 3 cm, atravessa uma estrutura com dezenove camadas dielétricas de acordo com os dados da tabela 5.5, as camadas terão espessuras com valores entre 0,87 mm e 1,68 cm e com

média de 0,95 mm, de acordo com os valores normalizados apresentados na tabela 5.7. As camadas dielétricas com estas espessuras podem ser construídas, por exemplo, utilizando tintas com propriedades eletromagnéticas específicas. A aplicação desta estrutura pode ser para uma antena de microfita ou uma blindagem de um determinado equipamento sob teste de compatibilidade. O número de camadas e o respectivo peso da estrutura são fatores determinantes para o projetista.

## CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES

As operações genéticas de elitismo, a seleção por torneio e o cruzamento uniforme, implementadas a partir da primeira versão do programa além da reestruturação feita na estrutura lógica, mostraram grande eficiência em relação ao tempo de processamento do algoritmo. O tempo médio de processamento na primeira versão era de cinquenta minutos e na atual versão esse tempo é de treze minutos. Além disso, as simulações que utilizaram a seleção por torneio convergiram mais rapidamente, indicado pelos parâmetros de dispersão e pressão seletiva na última geração, conforme tabela 5.2. A seleção por torneio e o cruzamento uniforme apresentaram melhor desempenho e foram utilizadas nas simulações seguintes.

Devido à natureza probabilística dos algoritmos genéticos, não é necessário fornecer um projeto preliminar ou protótipo do filtro para o processo de busca pela melhor solução. Isto não ocorre para o método do ponto crítico. Os algoritmos genéticos apresentaram, no caso da síntese do filtro especificado pela tabela 5.3, desempenho praticamente equivalente ao método do ponto crítico e os dois procedimentos poderiam ser utilizados conjuntamente de forma que os algoritmos genéticos forneçam um projeto inicial para a síntese do filtro.

Uma dificuldade encontrada durante as simulações foi relativa às variações entre os resultados quando se utilizou os mesmos parâmetros do algoritmo e do filtro. Isto é devido algumas operações envolverem aleatoriedade como a geração da população inicial e a escolha do ponto de cruzamento, além do espaço de busca ser multidimensional e representado por números reais. Podem ser utilizadas codificações deste espaço de busca, como a codificação binária empregada em (MITTRA, 2000), de tal forma que se perde precisão dos resultados, mas a aleatoriedade entre os cromossomos e suas aptidões é menor. Outra alternativa é utilizar processamentos paralelos, como sugerido a seguir.

Uma vez implementadas suas rotinas e a função objetivo especificada para a aplicação dada, os Algoritmos Genéticos mostraram serem bastante flexíveis para uma gama de aplicações de tal forma que são necessárias poucas alterações na função objetivo do problema. Em contrapartida, a escolha desta função é crucial para os resultados do algoritmo, pois ela é a representação do problema real no contexto metafórico dos Algoritmos Genéticos e sua base nos princípios da evolução dos organismos vivos. A conclusão que se chega é que os Algoritmos Genéticos têm como desvantagem o elevado número de parâmetros a serem configurados e sem um método analítico para isto. Os Algoritmos Genéticos tiveram bons resultados, como citado em (WHITLEY, 1999) e (BUCLKES, 1994), quando utilizados de forma híbrida com métodos tradicionais de otimização de forma a guiar a busca inicial pelos ótimos globais.

São fornecidas a seguir algumas sugestões para trabalhos futuros nesta e em outras aplicações dos Algoritmos Genéticos.

- Obter a função de transferência de uma estrutura multicamadas para elaborar uma função objetivo que melhor controle as características da resposta em frequência da estrutura. No caso da aplicação apresentada neste trabalho, uma função de transferência poderia permitir a sintonia dos coeficientes da função aptidão utilizada.
- Construir uma interface interativa e que permitisse acompanhar em tempo real de processamento a evolução da convergência do algoritmo para melhor controle de todos os seus parâmetros. Em relação à aplicação tratada neste trabalho, uma interface amigável facilitaria o processo de síntese ou de análise do filtro.
- Devido ao grande número de variáveis, representadas pelas espessuras do filtro, em um espaço de busca multidimensional, poderia ser utilizada a característica de paralelismo implícito dos Algoritmos Genéticos para realizar processamento paralelo de várias subpopulações, utilizando para isso modelos de compartilhamento sugeridos em (DE JONG, 1988) e (GOLDBERG, 1989).

- Tornar o algoritmo adaptativo de forma que alguns parâmetros, como taxa de mutação e número de cromossomos na elite, sejam alterados durante o processamento do algoritmo de acordo com a evolução de estatísticas de convergência. Em (EIBEN, 1999) existem algumas sugestões de implementação.

Uma extensa classe de aplicações e resultados mais realísticos podem ser obtidos sem grandes modificações no código do algoritmo aqui implementado. Por exemplo, pode-se implementar incidências com ângulos aleatórios e superfícies com diferentes geometrias. Em (SOUZA, 2005) implementou-se a incidência oblíqua para observar fenômenos como o ângulo crítico e o ângulo de Brewster.

A aplicabilidade do algoritmo aqui implementado deve-se à sua forma estruturada e não linear dividida em diferentes rotinas. Além disso, a estrutura considerada pode ser generalizada para uma junção em guia de onda de duas portas, que é um dispositivo comum em vários circuitos eletromagnéticos. A estrutura pode ser representada por várias funções de transferência em cascata, cada uma delas representando uma descontinuidade ou uma impedância em estruturas como linhas de transmissão, superfícies corrugadas, transformadores de impedância e muitas outras.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARSLAN, T; HORROCKS, D. H.; "The Design of Analogue and Digital Filters using Genetic Algorithms". IEE, London, 1995.

BALANIS, C. A.; "Advanced Engineering Electromagnetics". John Wiley & Sons, 1989.

BARCELLOS, J. C. H., "Algoritmos Genéticos Adaptativos: Um Estudo Comparativo". Trabalho de Dissertação de Mestrado, USP, 2000.

BOYLESTAD, R. L.; "Introdução à Análise de Circuitos". Prentice-Hall do Brasil, Oitava Edição, 1998.

BUCKLES, B. P.; PETRY, F. E.; "Genetic Algorithms". IEEE Computer Society Press, 1994.

BUREERAT, S.; COOPER, J. E.; "Evolutionary Methods for the Optimization of Engineering Systems". University of Manchester (UK), IEE Printed, 1998.

CARVALHO, J. C. C.; "Algoritmos Genéticos Aplicados à Síntese de Dispositivos Ópticos". Trabalho de Dissertação de Mestrado, UFPA, 1999.

CHEN, T. C.; "Towards optimum multilayer filter design". IEE Proceedings Journal, 1990.

CHEN, W. K.; "The Circuits and Filters Handbook". CRC Press, 1995.

CHONG, E. K.; ZAK, S. H.; "An Introduction to Optimization". Wiley Intersci., 1996.

COLLIN, R. E.; "Foundations for Microwave Engineering". Mc-Graw Hill series, 1992.

DARYANANI, G.; "Principles of Active Network Synthesis and Design". John Wiley Ed., 1976.

DE JONG, K. A.; "Learning with Genetic Algorithm: An Overview Machine Learning". Vol. 3, 1988.

EIBEN, A. E.; MICHALEWICZ, Z.; "Parameter Control in Evolutionary Algorithms". IEEE Trans. On Evolutionary Computation, Vol. 3, July 1999.

FLETCHER, R.; "Practical Methods of Optimization". Wiley Intersci., 1980.

FORMIGA, A. M.; "Algoritmos Genéticos para Localização e Ajustes Ótimos de Reguladores de Tensão em Sistemas de Distribuição". Trabalho de Dissertação de Mestrado, UFCG, 2004.

GEATBX, "Genetic and Evolutionary Algorithm Toolbox". Disponível na Internet via <http://www.geatbx.com>.

GOLDBERG, D. E.; "Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning". New York, Addison-Wesley, 1989.

GOTTFRIED, B. S.; WEISMAN, J.; "Introduction to optimization theory". Prentice-Hall, 1973.

HAUPT, R. L.; CHUNG, Y. C.; "Optimum Amplitude and Phase Control for an Adaptive Linear Array Using a Genetic Algorithm". IEEE, 1999.

HOLLAND, J. H.; "Adaptation in Natural and Artificial Systems". University of Michigan Press, 1975.

HOLLAND, J. H.; "Building Blocks, Cohort Genetic Algorithms and Hyperplane-Defined Functions". Evolutionary Computation, Vol. 8, NO. 4, 2000.

JOHNSON, J. M., SAMII, Y. R.; "Genetic Algorithms in Engineering Electromagnetics". IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 39, No. 4, August 1997.

JORDAN, E. C.; BALMAIN, K. G.; "Electromagnetic Waves & Radiating Systems". Prentice-Hall, Second Edition, 1971.

LACANETTE, K.; "A Basic Introduction to Filters – Active, Passive and Switched-Capacitor". National Semiconductor Operator – Application Note, USA, 1991.

MARTIN, R.; BEASLEY, D.; "An Overview of Genetic Algorithms: Part 2, Research Topics". University Computing, 1993.

MARTIN, S.; SCHOENAUER, M.; "Synthesis of optical multilayer systems using genetic algorithms". IEEE Applications on Optical, Vol. 34, 1995.

MICHALEWICZ, Z. "Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs". Springer, 1996.

MICHIELSSEN, E.; RANJITHAN, S.; MITTRA, R.; "Optimal multilayer filter design using real coded genetic algorithms". IEE Proceedings Journal, Vol. 139, NO. 6, December 1992.

MICHIELSSEN, E.; RANJITHAN S.; MITTRA, R.; "Design of Lightweight, Broad-Band Microwave Absorbers Using Genetic Algorithms". IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 41; July 1993.

MITTRA, R.; CHAKRAVART, S.; "Design of Microwave Filters Using a Binary Coded Genetic Algorithm". IEEE, 2000.

MITTRA, R.; CHAKRAVARTY, S.; "Application of a Microgenetic Algorithm (MGA) to the Design of Broad-Band Microwave Absorbers Using Multiple Frequency Selective Surface Screens Buried in Dielectrics". IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 50, 2002.

RAPPAPORT, T. S.; LANDRON, O.; FEUERSTEIN, M. J.; "A Comparison of Theoretical and Empirical Reflection Coefficients for Typical Exterior Wall Surfaces in a Mobile Radio Environment". IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 44, NO. 3, March 1996.

REITZ, J. R.; MILFORD, F. J.; CHRISTY, R. W.; "Fundamentos da Teoria Eletromagnética". Editora Campus, 1991.

SEELEY, J. S.; "Synthesized design of optical filters assisted by microcomputer". Proceedings on Society Photo-Opt. Instrumental; 1983.

SEELEY, J. S.; WU, S. Y.; "New algorithms for synthesized design of optical filters". Applications on Optical; 1985.

SILVA, E. E.; "Otimização de Estruturas de Concreto Armado Utilizando Algoritmo Genético". Trabalho de Dissertação de Mestrado, USP, 2001.

SOUZA, R. C.; FONTGALLAND, G.; BARBOSA, M. A.; FREIRE, R. C. S.; VASCONCELOS, R. B.; "Proposal of a Multilayer Shield Design Using Genetic Algorithm", Instrumentation and Measurement Technology Conference, Ottawa, Canada, May, 2005.

SRINIVAS, M.; PATNAIK, L. M.; "Genetic Algorithms: A Survey". IEEE Trans. On Computer, June 1994.

WEILE, D. S.; MICHIELSEN, E.; "Genetic Algorithm Optimization Applied to Electromagnetics: A Review". IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 45, No. 3, March 1997.

WHITLEY, D.; "A Genetic Algorithm Tutorial". Computer Science Department, Colorado State University, 1999.

ZANCHI, C.; SOMBRIN, J.; GUILLON, P.; "Direct Electromagnetic Optimization of Microwave Circuits". IEEE Microwave Journal, March, 2001.