

MULTIPLEX ADAPTATIVO POR FUNÇÃO
DE MAIORIA E DECISÃO SUAVE

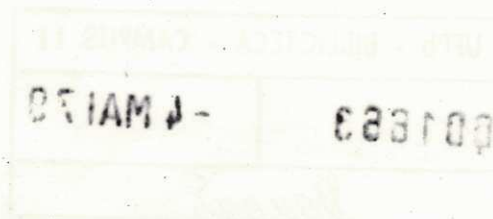
P O R

ROSÂNGELA MARIA VILAR FRANÇA

TESE DE MESTRADO:

Apresentada à Coordenação dos Programas de Pós-Graduação e Pesquisa do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Mestre em Ciências.

Campina Grande, Setembro de 1978.





F814m França, Rosângela Maria Vilar.
Multiplex adaptativo por função de maioria e decisão suave / Rosângela Maria Vilar França. - Campina Grande, 1978.
87 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1978. "Orientação : Prof. Dr. Ivan Rocha Neto".
Referências.

1. Radiocomunicação - Multiplex Adaptativo. 2. Radiocomunicação - Sistema de Transmissão. 3. Sistema de Transmissão - Multiplex. 4. Ciências - Dissertação. I. Rocha Neto, Ivan. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

CDU 621.396:004.312.24(043)

A G R A D E C I M E N T O S

Gostaria de agradecer a todos os meus colegas, funcionários e professores do Departamento de Engenharia Elétrica pelo ambiente encontrado durante a elaboração deste trabalho e especialmente, ao Dr. Ivan Rocha Neto por sua constante orientação, incentivo e amizade; a meu esposo, pelo apoio com que me estimulou a concluir este trabalho e, finalmente, a meus pais, pela formação moral que me proporcionaram.

R E S U M O

O uso de decisão suave em alguns tipos de códigos tem já alguns anos e seu efeito é melhorar a capacidade de correção de erros, sem introduzir redundância extra no código.

Este trabalho consiste no estudo e implementação em "hardware" de uma técnica de decisão suave aplicada a um sistema de multiplex por divisão em códigos; esse sistema que mostra características de um código corretor de erros com redundância variável, é baseado nas funções de Walsh. O processo de multiplexação produz uma variação sistemática da influência intersimbólica entre os dígitos do sinal multiplexado, sendo a capacidade de correção de erros aumentada automaticamente, à medida que o número de canais ativos diminui.

Toda a teoria básica para descrição do sistema é apresentada, assim como, os circuitos projetados e a discussão dos resultados.

A B S T R A C T

Soft-decision techniques have been used with some types of codes for several years, improving their error correcting capacity without adding extra redundancy.

This thesis deals with the study and hardware implementation of a soft-decision technique applied to a code division multiplex system. This system, which has the characteristics of an error correcting code with variable redundancy, is based on Walsh functions. The multiplexing process produces a systematic variation of the intersymbolic influence of the digits, automatically increasing the error correcting capacity, as the number of active channels decreases.

The basic theoretical description of the system, the circuits used and, a discussion of the results are presented.

I N D I C E

	<u>PÁGINA</u>
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II - SINAIS E TRANSFORMAÇÕES	3
2.1 - FOURIER x WALSH	3
2.2 - CONSIDERAÇÕES SOBRE GERAÇÃO DAS FUNÇÕES DE WALSH	14
2.3 - APLICAÇÕES E PERSPECTIVAS DAS FUNÇÕES DE WALSH	17
2.4 - MÉTODOS DE CONTROLE DE ERROS	18
CAPÍTULO III - MULTIPLEXAÇÃO DIGITAL	25
3.1 - MULTIPLEXAÇÃO	25
CAPÍTULO IV - MULTIPLEX ADAPTATIVO POR FUNÇÃO DE MAIORIA E DECISÃO SUAVE	35
4.1 - MULTIPLEX ADAPTATIVO	35
4.2 - TRANSFORMAÇÃO POR FUNÇÃO DE MAIORIA	36
4.3 - DECISÃO SUAVE	37
CAPÍTULO V - DESCRIÇÃO DO SISTEMA UTILIZADO	51
5.1 - FONTE DE INFORMAÇÃO	51

	<u>PÁGINA</u>
5.2 - GERADOR DE FUNÇÕES DE WALSH	52
5.3 - FORMAÇÃO DO SINAL AGREGADO	53
5.4 - SISTEMA DE SINCRONIZAÇÃO E ESCOLHA DO FORMATO	57
5.5 - RECUPERAÇÃO DOS CANAIS DE INFORMA- ÇÃO	65
CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES	77

INDICE DE FIGURAS

<u>FIGURAS</u>	<u>PÁGINA</u>
Fig. 3A - Diagrama de Blocos: Sistema MDF	28
Fig. 3B - Diagrama de Blocos: Sistema MQ	28
Fig. 3C - Diagrama de Blocos: Sistema MDT	29
Fig. 3D - Diagrama de Blocos: Sistema MDS	29
Fig. 3E - Diagrama de Blocos: Sistema MDS-MOD-q	30
Fig. 3F - Diagrama de Blocos: Sistema MWT	30
Fig. 4A - Diagrama de Blocos: Sistema MAFM para Sete Canais	40
Fig. 4B - Regiões Uniformes (a) e Código de Correspondência (b)	40
Fig. 4C - Regiões Não-Uniformes	41
Fig. 4D - Quatro Regiões Não-Uniformes (a) e Código de Classificação utilizada (b)	41
Fig. 5A - Fonte de Informação, Gerador de FsW, Modulação	54
Fig. 5B - Função de Walsh (a) e Sequência máxima (b)	55
Fig. 5C - Sinal Modulado (a) e "Clock" do Gerador de Dados	55
Fig. 5D - Diagrama de Blocos: Circuito de Maioria Adaptativa para n canais.	58
Fig. 5E - Calculador de peso em paralelo (sete canais), contador de atividade e comparador	58
Fig. 5F - Ciclo completo (64x8 bits) e quadros de atividade e sincronismo (3x8 bits)	60
Fig. 5G - Atividade (a) e sinal multiplexado (b)	61
Fig. 5H - Sincronizador	63
Fig. 5I - Sincronização	64
Fig. 5J - Recuperação do Clock usando um PLL	68
Fig. 5L - Diagrama de Blocos: Detetor Digital de DS	68

FIGURAPÁGINA

Fig. 5M - Sairas do Detetor de Decisão Suave	69
Fig. 5N - Gerador de Funções de Walsh do receptor	69
Fig. 5O - Correlação e Bloco de Maioria para dezesseis bits	72
Fig. 5P - Comparação do sinal transmitido (a) com o sinal recuperado (b)	72
Fig. 5Q - Contador de erros	73
Fig. 5R - Fotografia da montagem	73
Fig. 5S - Fotografias da montagem	74
Fig. 5T - Diagrama do transmissor	75
Fig. 5U - Diagrama do receptor	76

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIações

a	- Número de canais ativos
A/D	- Analógico para digital
ASK	- "Amplitude Shift Keying"
B	- Largura de faixa
BCD	- "Binary coded decimal"
C	- Capacidade de canal
CCITT	- Comitê Consultivo Internacional de Telefonia e Telegrafia
d	- Distância de um código
DA	- Decisão Abrupta
DS	- Decisão Suave
FEC	- "Feedback error correction"
F_i	- Coeficientes da série de Walsh infinita
F_m	- Frequência máxima de um sinal
f_n	- Amostras de um sinal
FSK	- "Frequency shift Keying"
Fsw	- Funções de Walsh
f_T	- Sinal amostrado - forma vetorial
\bar{F}_{wi}	- Transformada discreta de Walsh
\bar{F}_w	- Transformada discreta de Walsh - forma vetorial
\bar{F}_{wM}	- Transformação por função de maioria
G	- Matriz geradora
GF(2)	- Campo de Galois (dois elementos)
H	- Entropia de uma fonte
H_{2^k}	- Matriz de Hadmard de k-ésima ordem
$H_{2^k}^T$	- Matriz de Hadamard de k-ésima ordem truncada na primeira linha
Hc	- Entropia condicional
H_M	- Entropia de uma fonte sem influência intersimbólica

H_{MAX}	- Entropia de uma fonte com símbolos equiprováveis
I	- Quantidade de informação
k	- Ordem do conjunto de funções de Walsh
k_j	- Proporção de erros encontrados por canal
L_1	- Dígito de decisão
L_2	- Dígito de confiabilidade
l_d	- Largura da região de decisão
l_i	- Largura da região de indecisão
m	- Número de símbolos do alfabeto fonte
MAFM	- Multiplex adaptativo por função de maioria
MA_j	- Maioria adaptativa (bit a bit)
MDC	- Multiplex por divisão em códigos
MDF	- Multiplex por divisão em frequência
MDO	- Multiplex por divisão ortogonal
MDS	- Multiplex por divisão em sequência
MDS-MOD-q	- Multiplex por divisão em sequência módulo-q
MDT	- Multiplex por divisão em tempo
MDTD	- Multiplex por divisão em tempo dinâmico
MDTE	- Multiplex por divisão em tempo estático
MFM	- Multiplex por função de maioria
MQ	- Multiplex por quadratura
MWT	- Multiplex de Walsh ternário
n_1	- Número de indecisões por palavra
n_2	- Número de erros por palavra
p	- Número de dígitos de informação, probabilidade de indecisão por dígito do sinal agregado
p'	- Probabilidade de erro por dígito do sinal agregado em decisão abrupta
P_a	- Probabilidade de erros por canal em decisão abrupta
P_e	- Probabilidade de erros por canal devidos a indecisões no sinal agregado
PLL	- "Phase-locked loop"
PSK	- "Phase shift- Keying"
P_T	- Probabilidade de erros por canal (total)
q	- Número de níveis de transmissão, probabilidade de erros no sinal agregado

Q_e	- Probabilidade de erros por canal devido a erros no sinal agregado
r	- Número de dígitos redundantes
r, r_T	- Velocidade de transmissão
R	- Taxa de transmissão de informação
R	- Redundância de uma fonte
REC	- "Retransmission error control"
T	- Período das funções de Walsh
TFC	- Transformada de Fourier contínua
TFD	- Transformada de Fourier discreta
TFR	- Transformada de Fourier rápida
TWD	- Transformada de Walsh discreta
TWR	- Transformada de Walsh rápida
W	- Faixa de passagem
W_i	- Função de Walsh de parâmetro de ordem i
\otimes	- Produto de Kronecker
\oplus	- Soma módulo-2
\otimes	- Produto no GF(2)
δ	- Duração dos símbolos
τ	- Duração média de cada elemento
η	- Eficiência de um código

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Os canais de comunicações, por se tratarem de meios físicos, estão sujeitos a limitações, quaisquer que sejam as variáveis usadas para descrevê-los (por exemplo, frequência). Quando os sinais a serem transmitidos não são suficientes para ocupar toda a "capacidade" do canal de comunicações são desejáveis, por razões econômicas, métodos que permitam a ocupação do canal por vários sinais independentes; a esses métodos, dá-se o nome geral de sistemas de multiplexação. De outro modo, uma economia de escala pode ser conseguida, usando-se canais de maior capacidade.

Os sistemas de multiplexação mais usados são multiplexação por divisão de frequências (MDF) e multiplexação por divisão de tempo (MDT). Atualmente, muitas outras técnicas têm sido desenvolvidas.

No presente trabalho, um tipo de sistema de multiplexação, baseado nas funções de Walsh, para sinais digitais, é usado que apresenta um bom aproveitamento do canal de

comunicações e, além disso, produz um código autocorretor de erros de redundância variável [Rocha Neto, 1975]. Tenta-se mostrar que, se uma técnica de decisão suave é usada em conjunto com o sistema, o seu desempenho quanto ao controle de erros é melhorado com pequeno aumento da complexidade de "hardware".

A técnica de decisão suave é adequada para o sistema em questão [Rocha Neto, 1975]. Um estudo sobre essa técnica é feito bem como sobre a maneira de se fazer a decisão suave para o sistema em particular.

O segundo capítulo apresenta resumidamente as funções de Walsh e conceitos básicos sobre códigos. No terceiro capítulo tem-se um comentário sobre os vários tipos de multiplexação e, o sistema de multiplex adaptativo por função de maioria (MAFM) é apresentado, no quarto capítulo, juntamente com a introdução e os resultados do uso de decisão suave. O quinto capítulo, descreve em detalhes a implementação do sistema. Finalmente, o sexto capítulo, apresenta as conclusões e sugestões para continuidade, resultantes da pesquisa efetuada. No apêndice, estão os programas usados para a simulação do sistema em BASIC e FORTRAN.

CAPÍTULO II

SINAIS E TRANSFORMAÇÕES

2.1 - FOURIER x WALSH

Para análise de sinais, numerosos são os métodos conhecidos e o uso de qualquer deles, tem sido sempre responsável pela abertura de novas idéias.

Uma das técnicas mais usadas é a ANÁLISE DE FOURIER, que tem sido a base para o desenvolvimento das comunicações. A análise de Fourier estabelece uma outra alternativa, além do tempo, de se descrever um sinal - O domínio da frequência.

Em resumo, a técnica de Fourier é uma aplicação dos conceitos de ortogonalidade e erro médio quadrático mínimo, usando os conjuntos ortogonais completos de $\sin n w_0 t$, $\cos n w_0 t$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) ou, mais geralmente, $e^{jn w_0 t}$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$). Quando se usam as idéias acima para

representar uma função bem comportada* $f(t)$ em um intervalo $(t_0 < t < t_0 + T)$, correspondente a qualquer período das funções ortogonais $(T = 2\pi/\omega_0)$, têm-se as séries de Fourier:

$$f(t) = a_0 + \sum_1^{\infty} (a_n \cos n \omega_0 t + b_n \operatorname{sen} n \omega_0 t) \text{ série trigonométrica ou, (2.1)}$$

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t} \text{ série exponencial (2.2)}$$

$$\text{com, } a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T} f(t) dt \quad (2.3)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T} f(t) \cos n \omega_0 t dt \quad n \neq 0 \quad (2.4)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T} f(t) \operatorname{sen} n \omega_0 t dt \quad n \neq 0 \quad (2.5)$$

$$F_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (2.6)$$

Quando $f(t)$ é periódica, a representação acima é válida no intervalo inteiro. Mesmo quando $f(t)$ não é periódica, é possível uma representação do tipo acima, através de uma extensão da série de Fourier exponencial, a TRANSFORMAÇÃO DE FOURIER; nesse caso então,

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.7)$$

com

* Função que obedeça as condições de Dirichlet

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.8)$$

$F(\omega)$ é chamada de TRANSFORMADA DE FOURIER CONTINUA (TFC) de $f(t)$.

Um resultado conhecido a partir da transformação contínua de Fourier é o teorema da amostragem uniforme [Lathi, 1968] que estabelece o seguinte:

"Se um sinal é limitado em frequência (frequência máxima = f_m) então, ele é completamente determinado através de suas amostras f_n , desde que estas sejam tomadas a intervalos regulares T , de modo que $T \leq \frac{1}{2f_m}$ ".

Quando são envolvidas amostras de sinais contínuos, é de grande vantagem o uso da TRANSFORMADA DE FOURIER DISCRETA (TFD) [Stearns, 1975].

Neste trabalho, as amostras regulares de um sinal serão representadas através de um vetor como abaixo:

Sejam $f_0, f_1, f_2, \dots, f_{N-1}$, N amostras de $f(t)$

então, $f_T = (f_0 \ f_1 \ f_2 \ \dots \ f_{N-1})$.

Ao lado da técnica de Fourier, um outro método de análise tem surgido que se mostra bastante vantajoso em alguns casos [Beauchamp, 1975]. Trata-se de uma técnica baseada no conjunto das funções de Walsh (J.L. WALSH - 1923).

As funções de Walsh são as componentes de um conjunto ortogonal completo de funções binárias, possuindo

2^k funções periódicas distintas; a ortogonalidade das funções é definida exatamente no seu período, i.e.,

$$\frac{1}{T} \int_0^T w_i(t) w_j(t) dt = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (2.9a)$$

ou,

$$\frac{1}{2^k} \sum_{\ell=0}^{2^k-1} w_i(t_\ell) w_j(t_\ell) = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (2.9b)$$

onde $\frac{\ell T}{2^k} < t_\ell < \frac{(\ell + 1)T}{2^k}$

O inteiro positivo k denomina-se ORDEM do conjunto e o valor 2^k é chamado de DIMENSÃO.

Originalmente, o alfabeto binário de definição das funções é $\{+1, -1\}$. Podem-se definir as funções de Walsh de ordem k , como sendo o conjunto das linhas (ou colunas) da matriz obtida depois de se aplicar $k-1$ vezes (k fatores) o produto de Kronecker*, partindo da matriz de Hadamard da primeira ordem.

A matriz de Hadamard é uma matriz quadrada cujos elementos são ± 1 e que tem as linhas ortogonais entre

* Produto de Kronecker de duas matrizes A e B :

$$[A] \otimes [B] = \begin{bmatrix} a_{11} [B] & a_{12} [B] & \dots & a_{1n} [B] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} [B] & a_{m2} [B] & \dots & a_{mn} [B] \end{bmatrix}$$

si. A matriz de Hadamard de primeira ordem, aqui representada por H_2 é:

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

De um modo geral, a matriz de Hadamard de k -ésima ordem, H_{2^k} , pode ser obtida da seguinte relação:

$$H_{2^k} = H_{2^{k-1}} \otimes H_2 \quad (2.10)$$

onde \otimes representa o produto de Kronecker.

Assim, tem-se o seguinte exemplo:

EXEMPLO 1:

$$\begin{aligned} H_{2^2} &= H_2 \otimes H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \otimes H_2 = \\ &= \begin{bmatrix} H_2 & H_2 \\ H_2 & -H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Por definição, vem que, as linhas (ou colunas) de H_4 são as funções de Walsh de 2^a ordem.

Quando o conjunto de funções de Walsh é organizado de modo que $W_i = (i + 1)$ -ésima linha de H_{2^k} , diz-se

que o conjunto está ordenado segundo o sistema de Kronecker ou Hadamard. Existem, entretanto, outros sistemas de ordenação de grande importância em estudos teóricos e práticos das funções de Walsh [Beauchamp, 1975]. Com esse sistema de ordenação pode-se representar:

$$W_0 = (1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)$$

$$W_1 = (1 \quad -1 \quad 1 \quad -1)$$

$$W_2 = (1 \quad 1 \quad -1 \quad -1)$$

$$W_3 = (1 \quad -1 \quad -1 \quad 1)$$

EXEMPLO 2:

O conjunto de FSW de 3^a ordem é gerado da seguinte maneira:

$$H_2^3 = H_2^2 \otimes H_2 = \begin{bmatrix} H_2 & H_2 & H_2 & H_2 \\ H_2 & -H_2 & H_2 & -H_2 \\ H_2 & H_2 & -H_2 & -H_2 \\ H_2 & -H_2 & -H_2 & H_2 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} W_0 \\ W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ W_5 \\ W_6 \\ W_7 \end{matrix}$$

É fácil verificar que o conjunto de FSW (de qualquer ordem) forma um grupo [Rocha Neto, 1975] com relação à operação definida pela tabela A abaixo e, do fato de o inverso de cada função ser ela própria, resulta a formação de tripletos.

\oplus	-1	1
-1	1	-1
1	-1	1

TABELA A - Operação "soma"

\cdot	-1	1
-1	-1	1
1	1	1

TABELA B - Operação "produto por escalar"

Assim, para quaisquer três funções de parâmetros $i \neq j \neq \ell$

$$W_i \oplus W_j = W_\ell \quad W_i \oplus W_\ell = W_j \quad W_j \oplus W_\ell = W_i$$

Se for definida uma combinação linear, com escalares também pertencendo a $\{+1, -1\}$ e a operação "produto por um escalar" dada pela Tabela B, verifica-se que, no conjunto de ordem k , existem exatamente k funções linearmente in

dependentes que, através de combinações lineares, geram todo o conjunto.

EXEMPLO 3:

No conjunto do exemplo 2, quaisquer três funções (excluindo W_0) que não formem um triplete, geram o conjunto.

Sejam W_1 , W_2 e W_4 então,

$$W_0 = (1) \cdot W_1 \oplus (1) \cdot W_2 \oplus (1) \cdot W_4$$

$$W_3 = (-1) \cdot W_1 \oplus (-1) \cdot W_2 \oplus (1) \cdot W_4$$

$$W_5 = (-1) \cdot W_1 \oplus (1) \cdot W_2 \oplus (-1) \cdot W_4$$

$$W_6 = (1) \cdot W_1 \oplus (-1) \cdot W_2 \oplus (-1) \cdot W_4$$

$$W_7 = (-1) \cdot W_1 \oplus (-1) \cdot W_2 \oplus (-1) \cdot W_4$$

Deve-se salientar que, como o conjunto das 2^k funções é ortogonal completo no período, serve como base para um espaço de funções. Essas, são as funções constantes por partes com, no máximo, $2^k - 1$ descontinuidades uniformes* no período. Em outras palavras, o conjunto das FSW gera o espaço vetorial de mesma dimensão e, portanto, qualquer vetor desse espaço, pode ser escrito como combinação linear das FSW, com escalares pertencendo ao conjunto dos números reais.

* Descontinuidades igualmente espaçadas no período

Assim como, para um dado erro médio quadrático, uma função contínua $f(t)$ pode ser aproximada por uma série de Fourier com um número finito de termos, pode-se também encontrar uma série de Walsh que dê o mesmo erro.

$$f(t) = a_0 W_0(t) + \sum_{n=1}^{N-1} a_n W_n(t) \quad (2.11)$$

$$\text{com } a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) W_0(t) dt \quad (2.12)$$

$$a_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^T f(t) W_n(t) dt \quad (2.13)$$

Nesse caso diz-se que, os coeficientes a_n representam $f(t)$ no domínio da sequência [Harmuth, 1969].

Como $W_0(t) = 1$ ($0 < t < T$), é fácil ver que, o termo a_0 tem o mesmo valor, tanto para as séries de Fourier como para a série de Walsh e, representa o valor médio de $f(t)$ no período. Um estudo comparativo para os outros coeficientes pode ser feito [Beauchamp, 1975].

Fazendo-se o número de FSW tender a infinito, podem-se representar exatamente as funções contínuas por séries de Walsh em $(0, T)$. Se ainda, essas funções forem periódicas, a representação se estende ao intervalo inteiro. Considerando-se o período T normalizado ($T=1$), para uma dada $f(t)$ pode-se escrever:

$$f(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \bar{F}_i W_i(t) \quad (2.14)$$

com

$$\bar{F}_i = \int_0^1 f(t) W_i(t) dt \quad (2.15)$$

Se $f(t)$ é amostrada em N pontos igualmente espaçados ($N \leq 2^k$) dentro de $(0, 1)$, escreve-se:

$$f_n = \sum_{i=0}^{N-1} \bar{F}_{wi} W_n(t_i) \quad (2.16)$$

com

$$\bar{F}_{wi} = \sum_{\ell=0}^{N-1} f_{\ell} W_n(t_{\ell}) \quad (2.17)$$

onde,

$$\frac{\ell T}{2^k} < t_{\ell} < \frac{(\ell + 1) T}{2^k}$$

As expressões acima definem a TRANSFORMADA DE WALSH DISCRETA (TWD).

EXEMPLO 4:

Sejam as amostras de f_T as seguintes:

$$f_0 = 5 \quad f_1 = 3 \quad f_2 = 8 \quad f_3 = 4$$

$$f_T = (5 \ 3 \ 8 \ 4)$$

Como $N = 4$, pode-se usar $k = 2$ ($N \leq 2^k$) nes

se caso,

$$\bar{F}_{W0} = 5 \quad \bar{F}_{W1} = 3/2 \quad \bar{F}_{W2} = -1 \quad \bar{F}_{W3} = -1/2$$

$$\bar{F}_W = (5 \quad 3/2 \quad -1 \quad -1/2)$$

Para reconstruir o sinal amostrado f_T , faz-se a transformação inversa.

Com as amostras representadas de forma vetorial, $f_T = (f_0 f_1 f_2 \dots f_{2^k-1})$, $\bar{F}_W = (\bar{F}_{W0} \bar{F}_{W1} \bar{F}_{W2} \dots \bar{F}_{W2^k-1})$, as seguintes expressões são verdadeiras e representam, na forma matricial, a TWD [Rocha Neto, 1975]:

$$f_T = \bar{F}_W \cdot H_{2^k} \quad (2.18)$$

$$\bar{F}_W = \left(\frac{1}{2^k}\right) f_T \cdot H_{2^k} \quad (2.19)$$

As transformadas discretas de Fourier e Walsh podem ser obtidas por meio de "software". Existem algoritmos que aumentam a velocidade de computação dessas transformadas (TRANSFORMADA DE WALSH RÁPIDA e TRANSFORMADA DE FOURIER RÁPIDA) [Rocha Neto, 1975].

Algumas vantagens são encontradas no uso de TWD, uma delas, pelo fato de a TWD envolver produtos com os valores +1 e -1 enquanto que na TFD, os valores multiplicados são do tipo $e^{-j2\pi n/N}$ [Beauchamp, 1975]. No domínio da frequência, a descrição de um sinal do tempo é feita através de dois gráficos (espectro de amplitude e espectro de fase); as alterações na fase do sinal dão origem a mudanças apenas no espectro de fase e as mudanças na sua amplitude, modificam somente o espectro de amplitude. No caso do domínio da sequência, existe um só espectro. Isso pode, do ponto de vista prático, ser um problema visto que, é necessário que se conheçam

as origens de tempo para que a TWD foi calculada, a fim de que se possam utilizar esses resultados como uma maneira de descrever os sinais do tempo [Beauchamp, 1975].

2.2 - CONSIDERAÇÕES SOBRE GERAÇÃO DAS FUNÇÕES DE WALSH

Do ponto de vista da implementação digital das FSW é conveniente o uso do alfabeto binário {0,1}; dessa maneira, todas as propriedades das FSW são conservadas, se a transformação abaixo é levada a efeito:

$$-1 \leftrightarrow 1$$

$$+1 \leftrightarrow 0$$

Com essa transformação, a soma módulo-2 é facilmente implementada por um bloco lógico que execute a função OU-EXCLUSIVO como mostra a tabela de equivalência abaixo:

-1 ⊕ (-1) = +1	1 ⊕ 1 = 0
-1 ⊕ (+1) = -1	1 ⊕ 0 = 1
+1 ⊕ (-1) = -1	0 ⊕ 1 = 1
+1 ⊕ (+1) = +1	0 ⊕ 0 = 0

EXEMPLO 5:

No novo alfabeto, o conjunto de FSW de 3ª ordem é dado pelas linhas (ou colunas) da matriz:

$$\begin{array}{cccccccc}
 \left[\begin{array}{cccccccc}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1
 \end{array} \right] &
 \begin{array}{l}
 W_0 \\
 W_1 \\
 W_2 \\
 W_3 \\
 W_4 \\
 W_5 \\
 W_6 \\
 W_7
 \end{array}
 \end{array}$$

Em particular, para o sistema de ordenação de Kronecker, é interessante notar que, se o parâmetro de ordenação das funções é escrito em BCD (Código Binário Decimal), a função obtida de $W_i \otimes W_j = W_\ell$ é tal que

$$[\ell]_{\text{BCD}} = [i]_{\text{BCD}} \otimes [j]_{\text{BCD}} \quad (2.20)$$

EXEMPLO 6:

$$W_7 \otimes W_3 = W_\ell$$

$$[\ell]_{\text{BCD}} = [7]_{\text{BCD}} \otimes [3]_{\text{BCD}} = (1 \ 1 \ 1) \otimes (0 \ 1 \ 1) = (100)$$

$$\text{Logo, } \ell = 4$$

Para geração em "software" existe um método bastante adequado que dá as funções ordenadas segundo Kronecker: o método de Swick. Esse método está baseado em algumas propriedades de simetria do conjunto. Seja $W_i(t)$ a i -ésima fun

ção do conjunto de ordem k ; o parâmetro i pode ser escrito como:

$$i = b_{k-1} 2^{k-1} + b_{k-2} 2^{k-2} + \dots + b_0 2^0 \text{ com } b_j \in \{0, 1\}$$

e,

$$i_{\max.} = 1.2^{k-1} + 1.2^{k-2} + \dots + 1.2^0$$

Podem-se definir k eixos de simetria, respectivamente em

$$t = \frac{1}{2^k}, \frac{1}{2^{k-1}}, \dots, \frac{1}{2}$$

Se $b_{k-1} = 0$, W_i é simétrica com relação ao eixo $1/2$, se $b_{k-1} = 1$, W_i é antissimétrica com respeito ao mesmo eixo. O valor de b_0 está relacionado com a simetria relativa ao eixo $1/2^k$.

EXEMPLO 7:

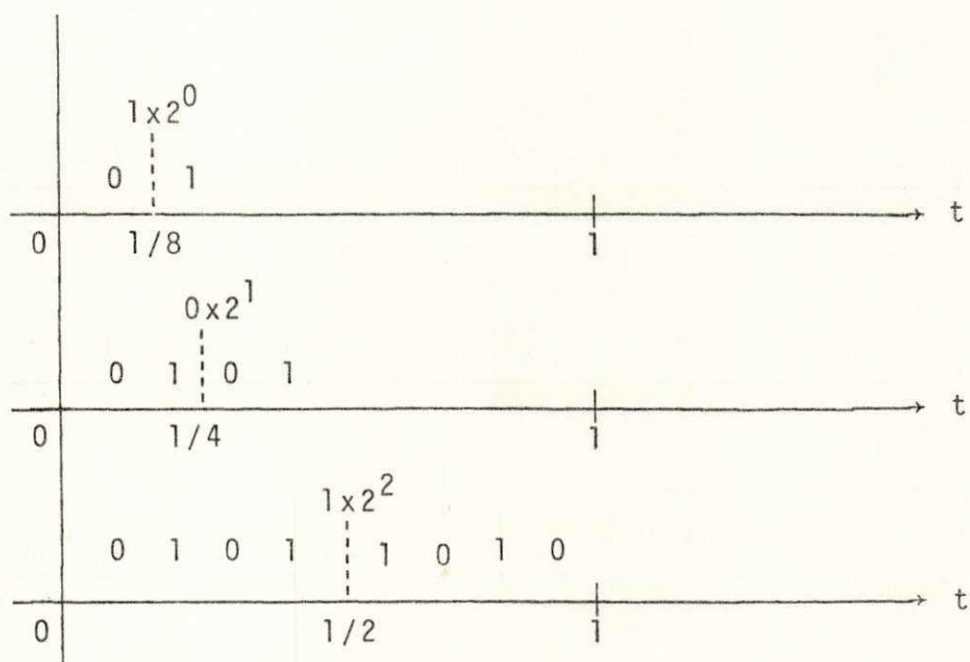
No conjunto de 3^a ordem, para se obter a função W_5 tem-se:

$$5 = 1.2^2 + 0.2^1 + 1 \text{ ou, } [5]_{BCD} = 1 \ 0 \ 1$$

hã três eixos de simetria em:

$$t = \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2}$$

todas as funções começam com zero.



$$W_5 = (0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0)$$

2.3 - APLICAÇÕES E PERSPECTIVAS DAS FUNÇÕES DE WALSH

Apesar de recentes, as áreas de aplicação das funções de Walsh são bem variadas e, o campo é aberto para novas aplicações. Os resultados mais concretos do uso de FSW têm sido obtidos em espectroscopia, transmissão e processamento de imagens, filtros digitais e multiplexação. Outras áreas onde já se usam FSW são: Processamento e codificação de voz, análise estatística, processamento de

sinais, ondas eletromagnéticas, dispositivos óticos, modelos matemáticos etc... [Beauchamp, 1975]. Cerca de 393 referências somente sobre aplicações são citadas por Bramhill [Beauchamp, 1975].

2.4 - MÉTODOS DE CONTROLE DE ERROS

2.4.1 - INTRODUÇÃO

6
 Pode-se assumir que, a função de um sistema de comunicações é transmitir, a uma certa taxa, uma sequência de símbolos selecionados de um conjunto conhecido (alfabeto - fonte).

A medida da quantidade de informação (I) de um símbolo está relacionada com a probabilidade de ocorrência do mesmo. Matematicamente, a quantidade de informação é definida como:

$$I(s) = \log \frac{1}{P(s)} \quad [\text{Abramson, 1963}] \quad (2.21)$$

Quando se usa base 2, I é medida em bits.

O bloco que seleciona os símbolos a serem transmitidos pode ser chamado de FONTE DE INFORMAÇÃO. Uma medida importante de uma fonte de informação é a quantidade média de informação transmitida por símbolo ou, ENTROPIA da fonte (H) [Abramson, 1963].

$$H = \bar{I} = \sum_j I(s_j) p(s_j) = \sum_j p(s_j) \log_2 \frac{1}{p(s_j)} \text{ bits/símbolo} \quad (2.22)$$

A entropia diz que, esperam-se NH bits de informação em uma mensagem de N símbolos, se N é grande. É claro que a entropia depende das probabilidades dos símbolos mas, se o alfabeto tem tamanho fixo (m símbolos) os seguintes limites podem ser estabelecidos:

$$0 \leq H \leq \log_2 m$$

o limite superior sendo alcançado quando os m símbolos são equiprováveis [Abramson, 1963].

É possível que duas fontes de mesma entropia H , produzam diferentes quantidades de símbolos por unidade de tempo. Em um certo período, mais informação é transmitida pela fonte mais rápida; uma medida que caracteriza melhor as fontes é a TAXA DE TRANSMISSÃO DE INFORMAÇÃO (R).

$R = \frac{H}{\delta}$ bits/segundo onde δ é a duração dos símbolos. Quando os símbolos são equiprováveis tem-se

$$R_{\max} = \frac{H_{\max}}{\delta} = \frac{\log_2 m}{\delta} \quad (2.23)$$

Se cada símbolo é composto de k elementos a duração média de cada elemento é $\tau = \frac{\delta}{k}$. Se ainda, a fonte de informação transmite com q níveis distintos ($m = q^k$) pode-se escrever que:

$$R_{\max} = \frac{1}{k\tau} \cdot \log_2 q^k = \frac{1}{\tau} \log_2 q = r \log_2 q \text{ bits/s} \quad (2.24)$$

o valor $r = \frac{1}{\tau}$ é a velocidade de transmissão em bauds. Se

não houvesse limitações físicas no canal, R_{\max} poderia ser tão grande quanto se quisesse, bastando que se escolhessem r e q .

Esses valores são no entanto limitados por efeitos de saturação física. Nesse sentido, define-se o termo CAPACIDADE DE CANAL (C) como sendo o maior valor de R_{\max} que ainda permitisse reconhecimento dos sinais transmitidos [Carlson, 1968].

$$C = r_{\max} \log_2 q_{\max} \quad (2.25)$$

É intuitivo que r_{\max} está relacionado com as limitações de faixa do canal enquanto que, q_{\max} está relacionada com a relação sinal/ruído. Para o caso de um canal com ruído gaussiano mostra-se que $C = B \log_2 (1 + S/N)$ [Carlson, 1968]. Uma consideração importante sobre capacidade de canal é o que estabelece o segundo teorema de Shannon: "Se a taxa de transmissão de informação é tal que $R \leq C$, existe sempre um código que pode proteger a informação, resultando em taxas de erros tão pequenas quanto se desejem".

2.4.2 - CODIFICAÇÃO

As fontes reais de informação geralmente produzem símbolos que não são estatisticamente independentes; o resultado é influência intersimbólica que reduz a incerteza dos símbolos e, portanto, a quantidade de informação produzida. Esse efeito é levado em conta em termos de ENTROPIA CONDI

CIONAL (H_c) que observa o efeito das probabilidades condicionais [Abramson, 1963]. Define-se então a chamada REDUNDÂNCIA DE UMA FONTE (R) como:

$$R = 1 - H_c/H_M \quad (2.26)$$

sendo H_M a entropia de uma fonte com os mesmos símbolos e mesmas probabilidades sem que houvesse influência intersimbólica.

Do ponto de vista de eficiência de transmissão, a redundância é indesejável e, métodos de redução dessa redundância são usados para melhorar a eficiência do sistema de comunicações (CODIFICAÇÃO DE FONTE) [Abramson, 1963]. Por outro lado, a introdução de redundâncias "sistemáticas" (CODIFICAÇÃO DE LINHA) é usada com êxito a fim de proteger a informação contra perturbações introduzidas pelo ruído presente no canal. Codificação para controle de erros é, basicamente, uma forma de se introduzirem símbolos redundantes sistematicamente. De uma maneira geral, há dois tipos de controle de erros:

1. O receptor observa a ocorrência de erros e os corrige por retransmissão (REC).
2. A redundância presente na mensagem é suficiente para reconhecer e corrigir os erros automaticamente (FEC).

2.4.3 - CONSIDERAÇÕES SOBRE CÓDIGOS

Em uma fonte cujos elementos podem assumir q níveis distintos, as palavras são seqüências de elementos $(e_{i_1} e_{i_2} \dots e_{i_p})$. Se a cada mensagem é associada uma outra seqüência de elementos, diz-se que é formado um código. Em geral, tem-se especial interesse em um tipo de código chamado CÓDIGO-BLOCO, esses são códigos que associam sempre a cada palavra, uma palavra-código sendo essas de mesmo número de elementos (COMPRIMENTO DA PALAVRA-CÓDIGO). Uma restrição natural para que um código seja útil é que todas as palavras-código sejam distintas.

A redundância sistemática de um código-bloco é obtida fazendo-se corresponder a uma palavra original com p dígitos de informação $(e_{i_1} e_{i_2} \dots e_{i_p})$ uma palavra-código de comprimento n . $X_i = (e_{i_1} e_{i_2} \dots e_{i_n})$. Tem-se então $r = n - p$ dígitos redundantes. Dependendo do número de níveis possíveis q , os códigos podem ser:

$q = 2$ código binário

$q > 2$ código multinível

Supondo que todas as palavras têm a mesma quantidade de informação, define-se a EFICIÊNCIA DE UM CÓDIGO (η) como:

$$\eta = \frac{\text{Log}_2 q^p}{\text{Log}_2 q^n} = \frac{p}{n} \quad (2.27)$$

O número de dígitos pelos quais duas pala-

vras diferem é chamado de DISTÂNCIA DE HAMMING [Shu Lin, 1970]. O termo DISTÂNCIA DE UM CÓDIGO (d) se refere à menor distância encontrada entre as palavras de um código. Quando o ruído ataca as palavras no canal, a decodificação é feita comparando-se a palavra recebida com todas as palavras-código possíveis; A que tiver menor distância daquela recebida é considerada como sendo a palavra enviada. Esse tipo de decisão é chamado de DECODIFICAÇÃO POR MÁXIMA SEMELHANÇA [Shu Lin, 1970].

Mostra-se que, para um canal binário simétrico [Peterson, 1961] a distância de um código - bloco que pode detectar somente D erros é $d = D + 1$, corrigir somente C erros, $d = 2C + 1$. Se o código é usado para detectar e corrigir erros ao mesmo tempo $d = D + C + 1$.

Neste trabalho, um tipo de código com redundância variável é usado que, além de permitir alguma capacidade de correção e detecção de erros, é a base para um sistema de multiplex não convencional [Item 4.1].

2.4.4 - DECISÃO ABRUPTA E DECISÃO SUAVE PARA SINAIS BINÁRIOS

Normalmente, na presença de ruído, o receptor estabelece um nível de comparação, acima do qual, o valor recebido é considerado "1" e abaixo, "0" (DECISÃO ABRUPTA). Uma técnica de recepção bastante recente é usar uma indicação de quão confiável é a decisão feita (DECISÃO SUAVE). Isso pode ser obtido se são estabelecidos vários níveis de comparação em

lugar de um s̄o. As regiões definidas por esses n̄veis s̄o reconhecidas atravēs de um d̄gito de decis̄o e um ou mais d̄gitos de "confiabilidade". Quando se usa decis̄o suave para decodificar um c̄digo, tanto se usa a redundância nas palavras-c̄digo como informaçaõ sobre os efeitos introduzidos pelo canal; o resultado que se obtēm ē um aumento na capacidade de correçaõ do mesmo c̄digo com decis̄o abrupta [Item 4.3.6]. O c̄digo em estudo se presta para implementaçãõ fãcil da tēcnica de decis̄o suave [Rocha Neto, 1975].

CAPÍTULO III

MULTIPLEXAÇÃO DIGITAL

3.1 - MULTIPLEXAÇÃO

O termo MULTIPLEXAÇÃO se refere às várias técnicas que, usando transformações reversíveis, combinam diversos sinais independentes, para formar o chamado SINAL MULTIPLEXADO, que será transmitido em um único canal de comunicações. Quando se fala em transformações reversíveis, significa dizer que, na ausência de ruído, no receptor, é garantido um método de separação da informação de cada sinal isolado a partir do sinal recebido. Então, pelo menos teoricamente, qualquer transformação reversível dá origem a um sistema de multiplex.

Historicamente, o primeiro tipo de multiplex utilizado em comunicações foi a MULTIPLEXAÇÃO POR DIVISÃO DE FREQUÊNCIAS (MDF) (Fig. 3A). Nesse sistema, os vários sinais são transmitidos simultaneamente, alocados em partes diferen-

tes do espectro de frequências. A base para os sistemas de MDF é o conjunto de funções ortogonais seno e cosseno; a reversibilidade da transformação utilizada reside exatamente nessa ortogonalidade. Outros sistemas de multiplex existem, baseados na ortogonalidade de conjuntos de funções. Aqui, esses sistemas serão ditos pertencer à classe de MULTIPLEXAÇÃO POR DIVISÃO ORTOGONAL (MDO). Representam essa classe, além de MDF os seguintes sistemas:

1. MULTIPLEXAÇÃO POR QUADRATURA (MQ) - utiliza, para base de sua transformação, os dois sinais ortogonais de mesma frequência $\sin w_c t$ e $\cos w_c t$ (Fig. 3B);
2. MULTIPLEXAÇÃO POR DIVISÃO EM TEMPO (MDT) - usa o conjunto ortogonal das funções bloco (Fig 3C);
3. MULTIPLEXAÇÃO POR DIVISÃO DE SEQUÊNCIAS (MDS) - usufrui da ortogonalidade do conjunto das funções de Walsh (Fig. 3D)
4. MULTIPLEX POR DIVISÃO DE SEQUÊNCIAS MÓDULO - q (MDS MOD- q) (Fig. 3E)

Os tipos de multiplex que não pertencerem à categoria de MDO, serão classificados, de uma maneira geral, como sendo sistema de MULTIPLEXAÇÃO POR DIVISÃO EM CÓDIGOS (MDC).

Embora menos convencionais que os sistemas de MDO, os sistemas de MDC vêm sendo utilizados com algumas vantagens sobre aqueles quando os sinais a serem multiplexados são digitais [Gordon & Barrett, 1971]. A essa classe pertencem:

1. MULTIPLEX DE WALSH TERNÁRIO (MWT)(Fig.3F)
2. MULTIPLEX ADAPTATIVO POR FUNÇÃO DE MAIORIA (MAFM)

3.1.1 - MDF PARA SINAIS DIGITAIS

Nesse trabalho tem-se particular interesse em informação digitalizada ou, mais especificamente, binária. É assumido então, que a informação analógica tenha sido amostrada à taxa de Nyquist ou superior e então codificada binariamente. A velocidade de transmissão de um sinal digital, em bauds, é definida como sendo o inverso da duração (T) dos elementos; no caso de sinais binários isso coincide com a taxa de transmissão de informação em bits por segundo. Para sistemas de telegrafia as velocidades típicas utilizadas são de 50, 60, 100 e 200 bauds. Velocidades mais altas são utilizadas para transmissão de dados; em termos práticos, são usadas velocidades de 1200, 2400, 4800, 9600 e até mesmo 48000 bauds. Para uma velocidade r_T , a banda necessária para o pior caso (longas sequências de "1's" e "0's") e onde, apenas a componente fundamental seja transmitida ($f = \frac{1}{2T} = \frac{r_T}{2}$) é então

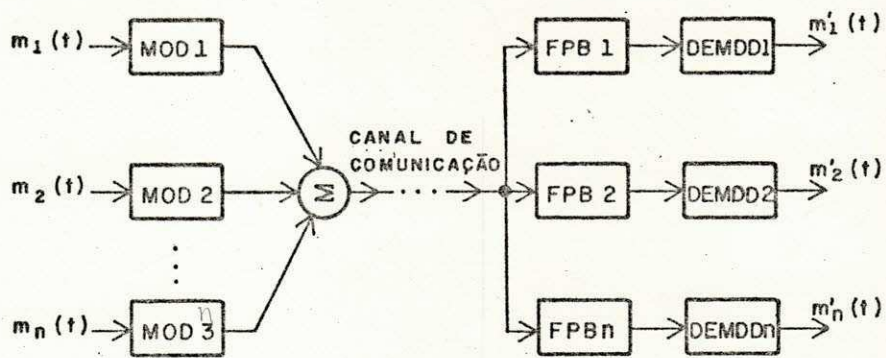


FIG. 3A - Diagrama de Blocos: Sistema MDF

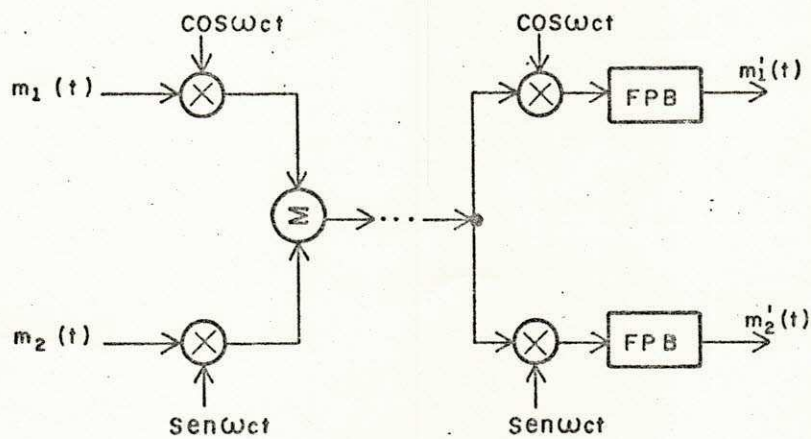


FIG. 3B - Diagrama de Blocos: Sistema MQ

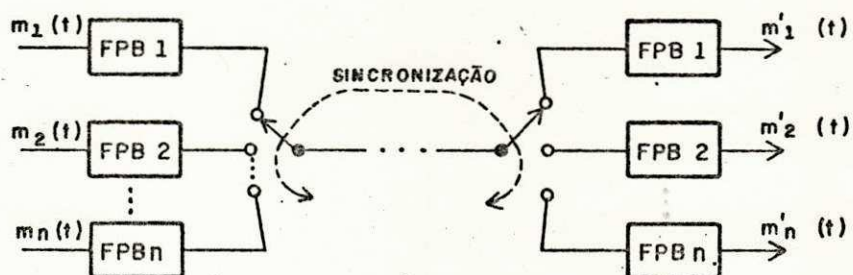


Fig. 3C - Diagrama de Blocos: Sistema MDT

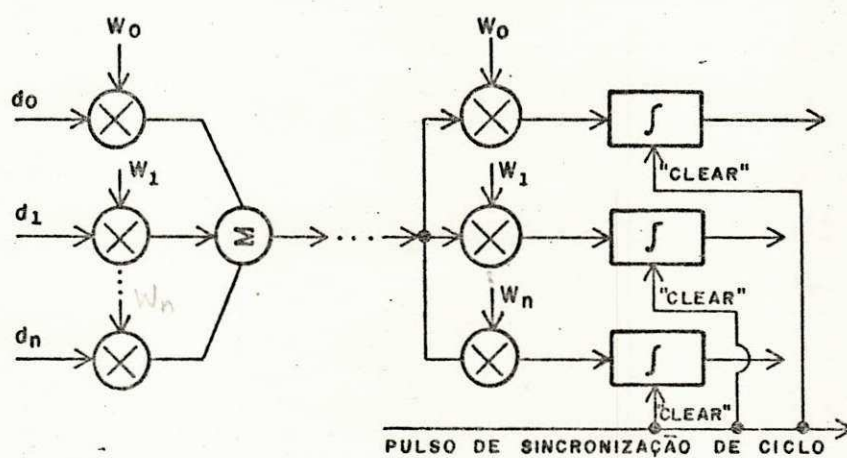


Fig. 3D - Diagrama de Blocos: Sistema MDS

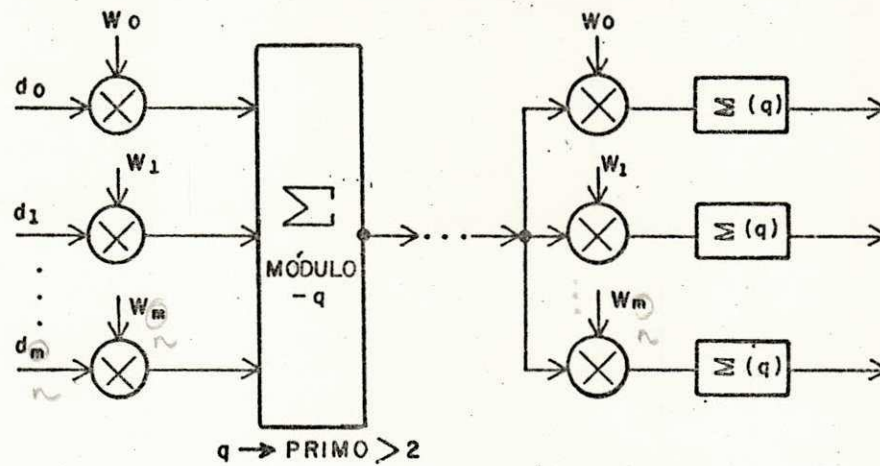


Fig. 3E - Diagrama de Blocos: Sistema MDS-MOD-q

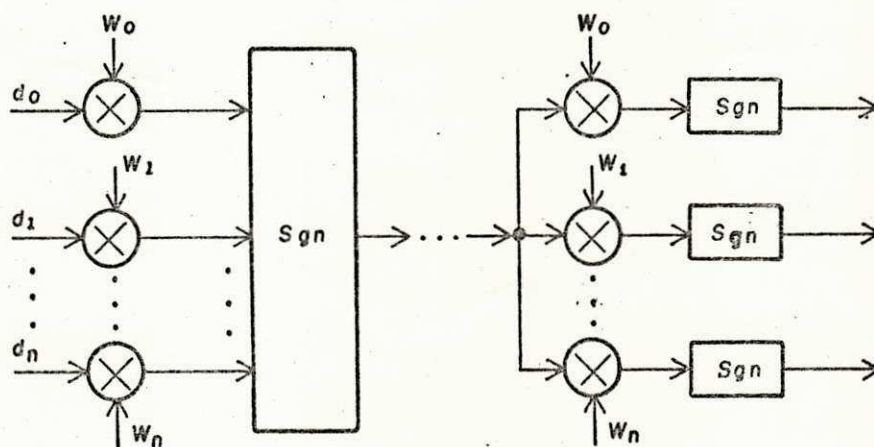


Fig. 3F - Diagrama de Blocos: Sistema MWT

$B = \frac{r_T}{2}$. Por exemplo, para $r_T = 200$ bauds $B = 100$ Hz. Entretanto, o uso da faixa acima resulta em interferência intersimbólica; em termos práticos faz-se 1 baud corresponder a 1 Hz de banda, para reduzir esse efeito e então, com $r_T = 200$ bauds usa-se $B = 200$ Hz. Devido à estatística dos sinais é possível ainda uma redução na banda utilizada [Benett & Davey, 1965].

Em alguns casos pode-se fazer a transmissão de sinais digitais em banda básica todavia, a maior parte das vezes, é realmente necessário o uso de técnicas de modulação para adequar os sinais ao meio de transmissão. As técnicas mais usadas são MODULAÇÃO POR CHAVEAMENTO DE FREQUÊNCIAS (FSK), MODULAÇÃO POR CHAVEAMENTO DE FASE (PSK) e MODULAÇÃO POR CHAVEAMENTO DE AMPLITUDES (ASK). FSK usa duas frequências distantes de Δf ($\Delta f \geq 2B$); a frequência mais baixa, por norma do CCITT, representa a "1" e, a mais alta o "0". Em PSK a informação digital é levada pela fase da portadora [Carlson, 1975] para sinais binários a diferença de fase entre as representações dos dois elementos geralmente é de 180°. Em ASK, uma frequência é enviada representando o "1" e, a ausência do tom representa o "0". É fácil ver que, a largura de faixa necessária para transmitir em FSK é $W \approx 4B$, enquanto que, em ASK e PSK (faixa lateral dupla) é $W = 2B$.

3.1.2 - MULTIPLEX POR DIVISÃO EM TEMPO

Com base no teorema da amostragem [Carlson, 1975] é possível intercalar no tempo, amostras de vários sinais analógicos, formando assim um sistema de MDT

[Davies & Barber, 1965]. Isso equivale a usar como portadoras as funções bloco. Em se tratando de sinais digitais, MDT se mostra um método de multiplexação natural, da mesma forma que MDF o é para sinais analógicos. Em todos os sistemas de MDT o grande problema reside em manter o sincronismo do receptor com o transmissor embora que, um outro problema que deve ser observado também com muito cuidado são as interferências causadas pelas limitações de banda do canal de comunicações. Um método muito comum de se obter o sincronismo de ciclo é reservar um dos blocos do tempo disponível por ciclo, para enviar informação sobre o sincronismo. Assim, se há N canais a serem multiplexados, $N + 1$ funções bloco são necessárias. O pulso de sincronismo pode diferir dos outros pela sua amplitude ou, um código pode ser usado que identifique e coloque o sistema na situação "em fase".

Quando, a cada canal, é dedicado um bloco do ciclo, de uma maneira fixa, o sistema é chamado de MDT estático (MDTE), para fazer a diferença com o MDT dinâmico (MDTD) em que, os blocos são reservados, de acordo com a atividade dos canais [Davies & Barber, 1965]. Para o caso de sinais binários, MDT equivale simplesmente a uma conversão paralelo-série.

3.1.3 - MULTIPLEX POR DIVISÃO EM SEQUÊNCIA

Em multiplexação por divisão ortogonal, quando se usam como portadoras as funções de Walsh, o sistema obtido recebe o nome de multiplex por divisão de sequência (MDS)

[Harmuth, 1973]. Os sinais a serem multiplexados devem ser limitados em sequência, i.e. existe um conjunto de funções de Walsh que gera por combinações lineares os sinais; e mais, a cada período das funções portadoras os sinais devem permanecer constantes. A ortogonalidade do conjunto de funções de Walsh depende da posição, no tempo, das funções. Para recuperação, são necessárias portadoras em sincronismo com as do transmissor. O método consiste em os sinais modularem funções de Walsh e ser transmitida a soma dos sinais modulados como em todos os sistemas de MDO. Uma das vantagens de MDS sobre MDF é no que diz respeito a equipamentos, que se tornam de fácil implementação [Harmuth, 1973].

3.1.4 - MULTIPLEXAÇÃO POR FUNÇÃO DE MAIORIA

Quando se desejam multiplexar sinais binários, usando portadoras binárias é possível estabelecer um tipo de transformação reversível que origina os chamados sistemas de MULTIPLEX POR FUNÇÃO DE MAIORIA (MFM). O processo se resume em modular as portadoras com os dados como em MDS sendo que, é formada uma palavra-código para transmissão, tomando-se o dígito que estiver presente em maioria nas palavras moduladas, em cada posição. A recuperação dos sinais é feita, correlacionando-se a palavra recebida com cada uma das portadoras e, o sinal demultiplexado, corresponde ao dígito presente em maior quantidade no resultado da correlação. Note-se que, aqui, a condição de ortogonalidade é dispensável; o sistema pertence à categoria dos MDC. Um programa de computador foi elaborado [Gordon & Barret, 1971] para verificar-se

um determinado conjunto de funções serve como conjunto de portadoras para um tal código. Em particular, os conjuntos de funções de Walsh de 2^a e 3^a ordem truncados podem ser usados [Rocha Neto, 1975].

CAPÍTULO IV

MULTIPLEX ADAPTATIVO POR FUNÇÃO DE MAIORIA E DECISÃO SUAVE

4.1 - MULTIPLEX ADAPTATIVO

Com base no conjunto de FSW de 3^a ordem, sem a função W_0 , i.e. conjunto das linhas de H_3 , truncada na primeira linha, tem-se aqui um sistema de MFM com sete portadoras ($W_1, W_2, W_3 \dots W_7$) cada uma de oito dígitos ($k=3$). Se os dígitos modulantes são equiprováveis, a redundância do "código-multiplex" em questão é $1-\eta = 1 - \frac{\text{Log}_2 2^7}{\text{Log}_2 2^8} = 1 - \frac{7}{8} = 1/8$

já que sete bits seriam suficientes para representar a informação dos sete canais e o sinal multiplexado tem oito bits. Além disso, o código forma influência intersimbólica, o que permite a troca de "inatividade" dos canais por capacidade de correção de erros. Quando apenas a canais estão ativos*, a re

* A transformação deixa de ser reversível para $a=4, a=5$ e $a=6$.

redundância do código é $1 - \frac{\log_2 2^a}{\log_2 2^8} = 1 - \frac{a}{8} = \frac{8-a}{8}$; vê-se claramente que, a redundância aumenta quando o número de canais ativos diminui. O número de dígitos redundantes é $r = 8 - a$. Diz-se que o código é adaptativo: MULTIPLEX ADAPTATIVO POR FUNÇÃO DE MAIORIA (MAFM)*. (Fig. 4A)

4.2 - TRANSFORMAÇÃO POR FUNÇÃO DE MAIORIA

Com as mudanças dos sinais de entrada podendo ocorrer apenas a cada período das funções e observando-se que, o processo de modulação com os elementos "0" e "1" equivale à soma módulo-2 bit a bit, conclui-se que, em qualquer período, na saída do i -ésimo modulador tem-se W_i ou \bar{W}_i correspondendo respectivamente, ou "0" ou "1" na entrada. Para formar o sinal multiplexado, toma-se, em cada posição, o bit que estiver presente em maioria.

De um modo geral, a transformação efetuada é a seguinte:

$$\bar{F}_{WM} = \text{Maioria} \left[\frac{1}{2^k} \bar{F}_T \otimes H_{2^k}^T \right] \quad (4.1)$$

* Também existe reversibilidade quando se usam os conjuntos de 2^a e 3^a ordem truncados nas primeiras linha e primeira coluna e o conjunto de 2^a ordem truncado na primeira linha

onde a operação \otimes é o produto no GF(2) [Item 2.1] e H_{2k}^T é a matriz de Hadamard truncada na primeira linha, depois de efetuada a substituição de -1 por 1 e de 1 por 0. A condição de reversibilidade é traduzida matematicamente pela anti-transformada abaixo:

$$\bar{f}_T = \text{Maioria} \left[\bar{F}_{WM} \otimes H_{2k}^T \right] \quad (4.2)$$

4.3 - DECISÃO SUAVE

4.3.1 - INTRODUÇÃO

A detecção de sinais por decisão suave (DS) apresenta algumas vantagens sobre a decisão abrupta (DA), principalmente, quando um código de linha é usado. Em DA, quando o sinal é recebido, uma decisão do tipo ou "0" ou "1" é efetuada, conforme o nível seja positivo ou negativo, respectivamente (transmissão polar). Quando é considerada uma indicação sobre a "confiabilidade" da decisão, diz-se que há um processo de DS. De um modo geral, os detetores de sinal são conversores analógico-digital (A/D) que regeneram os sinais corrompidos por ruído no canal de comunicações. Quando se usa DS, além de se ter informação sobre qual dígito a fonte transmitiu, observa-se também, como o canal de comunicações atacou esse dígito. Isso normalmente equivale a dizer que, os con -

versores A/D usados com DS necessitam de distinguir mais que duas regiões (positiva e negativa) como é o caso com DA. O projeto de um detetor de DS, reside na escolha das regiões e da "linguagem" que o bloco de DS vai usar para se "comunicar" com o bloco seguinte.

4.3.2 - DETEÇÃO COM REGIÕES UNIFORMES

A idéia mais imediata que se tem quando se fala em DS é dividir a região onde se espera encontrar o sinal em $S = 2^q$ regiões distintas igualmente espaçadas; a cada região é associada uma palavra de q dígitos. A saída do bloco de DS é a i -ésima palavra, conforme o sinal tenha sido detetado na i -ésima região. Exemplificando, se $q = 3$ é escolhido, as oito regiões ($S = 2^3$) definidas podem ser classificadas por um código binário simples como na figura (Fig. 4B).

4.3.3 - DETEÇÃO COM REGIÕES NÃO-UNIFORMES

O uso de regiões não-uniformes (Fig. 4C) é uma extensão natural da idéia exposta acima. De acordo com o tipo de ruído que afeta o canal de comunicações, a largura das regiões é escolhida. De qualquer forma, o detetor é projetado conforme as conveniências em cada caso.

4.3.4 - DETEÇÃO COM REGIÕES DE INDECISÃO

Nas regiões onde a confiabilidade de deci -

são não for suficientemente alta, pode-se definir uma indecisão. Quando os sinais caem nessas regiões de indecisão, a detecção pode ser resolvida por fatores inerentes ao código de linha utilizado.

4.3.5 - O MÉTODO DE DECISÃO SUAVE UTILIZADO

No desenvolvimento deste trabalho, uma técnica de decisão suave a quatro regiões é utilizada sendo, as duas regiões centrais de indecisão: o código de classificação, bem como um esboço das regiões é mostrado na figura (Fig. 4D). As regiões II e III, se associadas a 10 e 01, respectivamente, são regiões de indecisão devido ao processo de demultiplexação utilizado [Item 4.2]. Nesse processo, os dígitos de informação dos canais independentes são recuperados através da correlação, em paralelo, tanto dos dígitos de decisão como dos dígitos de confiabilidade, com as funções de Walsh correspondentes. Os elementos do sinal multiplexado que resultarem em decisões nas regiões II e III serão neutros no cálculo da maioria global. A escolha da largura das regiões será estudada a seguir.

4.3.6 - CÁLCULOS E CONSIDERAÇÕES - RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Serão chamados de erros agregados, aqueles que atacam o sinal combinado (sinal agregado) podendo resultar ou não em erros nos sinais demultiplexados.

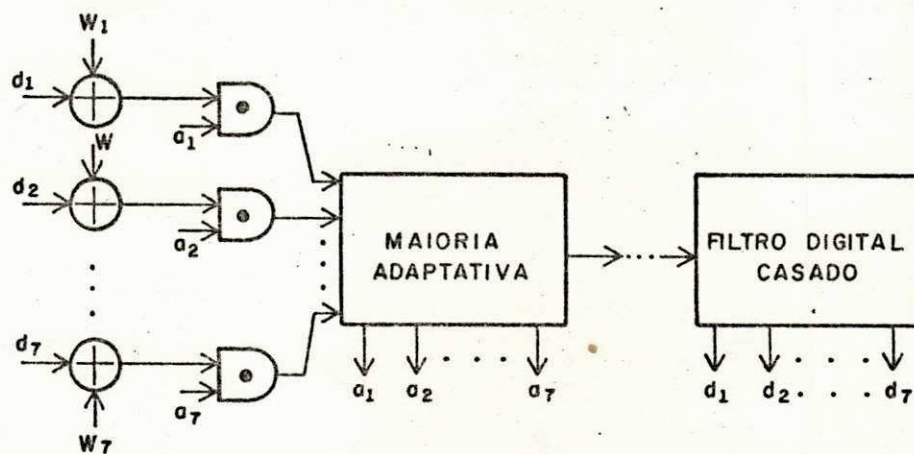


Fig. 4A - Diagrama de Blocos: Sistema MAFM para Sete Canais

	REGIÃO	PALAVRA
REG I	I	111
REG II	II	110
REG III	III	101
REG IV	IV	100
OV	V	011
REG VI	VI	010
REG VII	VII	001
REG VIII	VIII	000

(a) (b)

Fig. 4B - Regiões Uniformes (a) e Código de Correspondência (b)

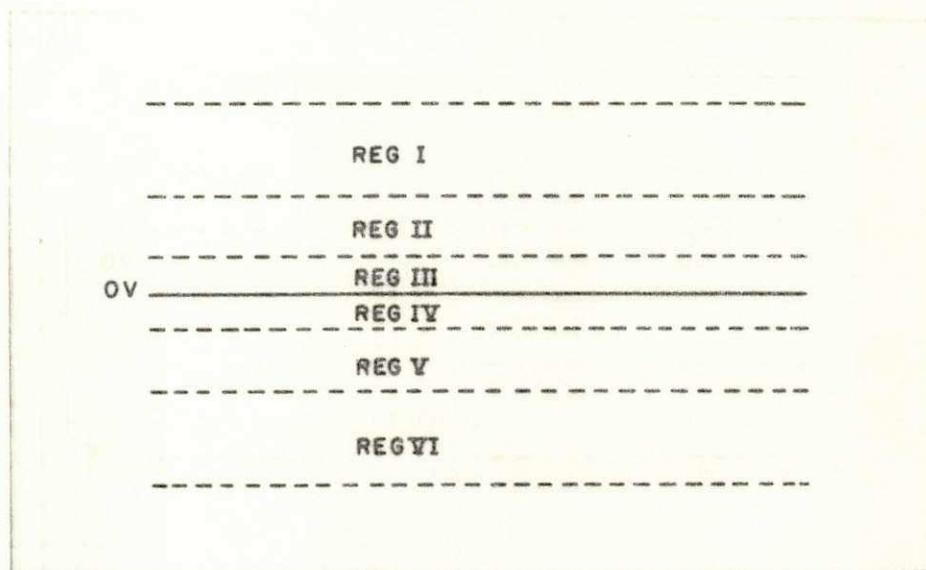


Fig. 4C - Regiões Não-Uniformes

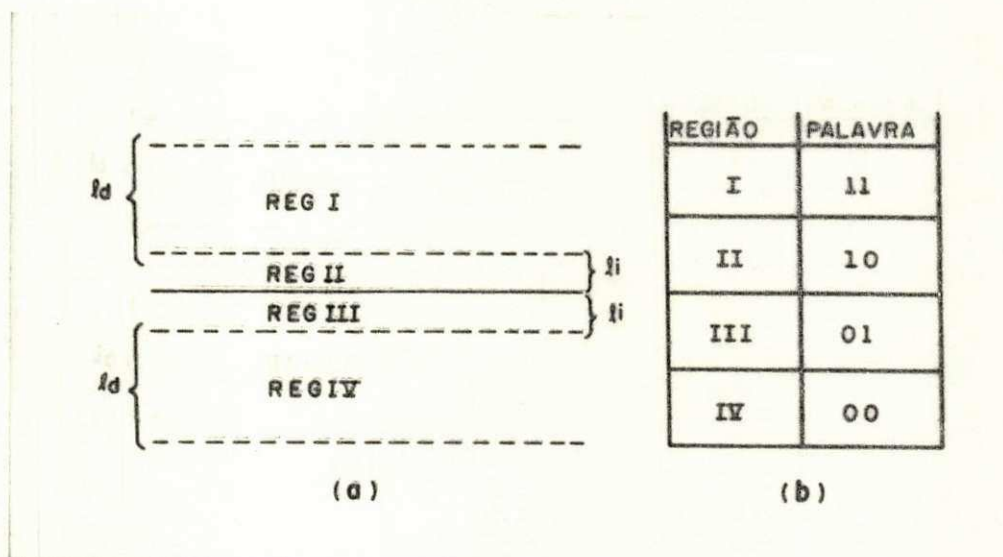


Fig. 4D - Quatro Regiões Não-Uniformes (a) e Código de Classificação utilizado (b)

Quando o ruído ataca o sinal agregado, levando-o a regiões de indecisão, a consideração dos erros resultantes por canal pode ser feita utilizando-se os resultados obtidos por simulação [Item 4.3.6]. Se P_e é a probabilidade de erro por canal, devidos apenas a indecisões então,

$$P_e = \sum_{i=1}^8 k_i C_8^i p^i (1-p)^{8-i} \approx K_j C_j^8 p^j$$

sendo p , a probabilidade de indecisão por dígito do sinal agregado e j , o menor i tal que $k_i \neq 0$. O coeficiente k_j fornecido pelo programa [Apêndice] é a proporção de erros encontrados por canal. Sempre que na saída do detetor acontece ou 01 ou 10, houve uma indecisão, independente de qual dígito foi transmitido. A seguir, serão consideradas as probabilidades P_e , para as diversas atividades de canais possíveis ($a=7$, $a=3$, $a=2$ e $a=1$).

a	7	3	2	1
j	2	6	6	8
K_j	0,156	0,222	0,200	0,333
$P_e (\approx)$	$4,368p^2$	$6,216p^6$	$5,600p^6$	$2,664p^8$

Quando o elemento do sinal agregado transmitido foi "0" e, no detetor tem-se "11" (ou foi transmitido "1" e o detetor dá "00") deve-se considerar a probabilidade de erros no sinal agregado q , para calcular Q_e , a probabilidade de de erros por canal, assim,

$$Q_e = \sum_{i=1}^8 k_i \cdot C_8^i q^i (1-q)^{(8-i)} \approx k_j C_8^j q^j \quad (4,3)$$

e os resultados são tabelados abaixo

a	7	3	2	1
j	1	2	2	4
K_j	0,274	0,222	0,200	0,333
$Q_e (\approx)$	$2,192q$	$6,216q^2$	$5,600q^2$	$23,310q^4$

A probabilidade de erro por canal demultiplexado quando se usa DA \bar{e}

$$P_a = \sum_{i=1}^8 k_i C_8^i p^i (1-p')^{8-i} \approx k_j C_8^j p'^j \quad (4,4)$$

onde p' representa a probabilidade de erro por dígito (DA).

Utilizando os resultados da simulação pode-se escrever:

a	7	3	2	1
j	1	2	2	1
k_j	0,274	0,222	0,200	0,333
$P_a (\approx)$	$2,192p'$	$6,216p'^2$	$5,600p'^2$	$23,310p'^4$

Para calcular p' , p e q deve-se considerar que, de uma maneira geral, a probabilidade de erro por dígito $P \bar{e}$

$$P = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\sqrt{S/N} \right) \right] \quad (4.5)$$

sendo S a potência do sinal e N a potência do ruído.

Para o caso de transmissão polar com 1 baud correspondendo a 1 Hertz de banda e observando-se as larguras das regiões, l_d e l_i , (Fig. 4D) escreve-se:

$$p = P \left[-l_i < x(t) < l_i \right] \approx \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{l_d}{\sqrt{N}} \right) \right] \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} q &= p \left[l_i < x(t)/"0" \right] + P \left[x(t) < -l_i/"1" \right] \approx \\ &\approx \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{l_d + 2l_i}{\sqrt{N}} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} p' &= P \left[0 < x(t)/"0" \right] + P \left[x(t) < 0/"1" \right] \approx \\ &\approx \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{l_i + l_d}{\sqrt{N}} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.8)$$

Utilizando-se valores tabelados de P [Bennett & Davey, 1965], podem-se comparar p, q e p' para várias escolhas da relação (l_d/l_i). Chamando-se de V a soma $l_d + l_i$ têm-se os seguintes resultados:

1) (l_d/l_i) = 2	$p' = 1/2 \left[1 - \operatorname{erf} (V/\sqrt{N}) \right]$
$p = 1/2 \left[1 - \operatorname{erf} 2/3 (V/\sqrt{N}) \right]$	$q = 1/2 \left[1 - \operatorname{erf} 4/3 (V/\sqrt{N}) \right]$
2) (l_d/l_i) = 4	$p' = 1/2 \left[1 - \operatorname{erf} (V/\sqrt{N}) \right]$
$p = 1/2 \left[1 - \operatorname{erf} 4/5 (V/\sqrt{N}) \right]$	$q = 1/2 \left[1 - \operatorname{erf} 6/5 (V/\sqrt{N}) \right]$
3) (l_d/l_i) = 8	$p' = 1/2 \left[1 - \operatorname{erf} (V/\sqrt{N}) \right]$
$p = 1/2 \left[1 - \operatorname{erf} 8/9 (V/\sqrt{N}) \right]$	$q = 1/2 \left[1 - \operatorname{erf} 10/9 (V/\sqrt{N}) \right]$

$$1) (I_d/I_i) = 2$$

$\frac{V}{\sqrt{N}}$ (db)	p'	p	q
2,0	$0,5 \times 10^{-2}$	$0,6 \times 10^{-1}$	$0,1 \times 10^{-3}$
2,5	$0,5 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-2}$	$0,3 \times 10^{-5}$
3,0	$0,3 \times 10^{-4}$	$0,6 \times 10^{-2}$	$< 10^{-8}$
3,5	$0,6 \times 10^{-6}$	$0,7 \times 10^3$	$< 10^{-8}$

$$2) (I_d/I_i) = 4$$

$\frac{V}{\sqrt{N}}$ (db)	p'	p	q
2,0	$0,5 \times 10^{-2}$	$0,1 \times 10^{-1}$	$0,9 \times 10^{-3}$
2,5	$0,5 \times 10^{-3}$	$0,5 \times 10^{-2}$	$0,3 \times 10^{-4}$
3,0	$0,3 \times 10^{-4}$	$0,9 \times 10^{-3}$	$0,6 \times 10^{-6}$
3,5	$0,6 \times 10^{-6}$	$0,6 \times 10^{-4}$	$< 10^{-8}$

$$3) (I_d/I_i) = 8$$

$\frac{V}{\sqrt{N}}$ (db)	p'	p	q
2,0	$0,5 \times 10^{-2}$	$0,9 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-3}$
2,5	$0,5 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-3}$	$0,6 \times 10^{-4}$
3,0	$0,3 \times 10^{-4}$	$0,2 \times 10^{-3}$	$0,4 \times 10^{-5}$
3,5	$0,6 \times 10^{-6}$	$1,0 \times 10^{-5}$	$0,5 \times 10^{-7}$

Comparando-se agora, para os diversos valores de $(\frac{V}{\sqrt{N}})$, as probabilidades P_a , P_e e Q_e como função da atividade dos canais têm-se as seguintes tabelas:

$$1 - (V/\sqrt{N})_c = 2,0$$

$$a) (l_d/l_i) = 2$$

a	P_a	P_e	Q_e
7	$1,09 \times 10^{-2}$	$1,57 \times 10^{-2}$	$2,19 \times 10^{-4}$
3	$1,55 \times 10^{-4}$	$2,90 \times 10^{-7}$	$6,22 \times 10^{-8}$
2	$1,40 \times 10^{-4}$	$2,61 \times 10^{-7}$	$5,60 \times 10^{-8}$
1	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$

$$b) (l_d/l_i) = 4$$

a	P_a	P_e	Q_e
7	$1,09 \times 10^{-2}$	$4,37 \times 10^{-4}$	$1,97 \times 10^{-3}$
3	$1,55 \times 10^{-4}$	$< 10^{-8}$	$5,03 \times 10^{-6}$
2	$1,40 \times 10^{-4}$	$< 10^{-8}$	$4,53 \times 10^{-6}$
1	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$

$$c) (l_d/l_i) = 8$$

a	P_a	P_e	Q_e
7	$1,09 \times 10^{-2}$	$3,54 \times 10^{-4}$	$2,19 \times 10^{-3}$
3	$1,55 \times 10^{-4}$	$< 10^{-8}$	$6,22 \times 10^{-6}$
2	$1,40 \times 10^{-4}$	$< 10^{-8}$	$5,60 \times 10^{-6}$
1	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$

$$2 - (V/\sqrt{N}) = 2,5$$

$$a) (l_d/l_i) = 2$$

a	P_a	P_e	Q_e
7	$1,00 \times 10^{-3}$	$4,37 \times 10^{-4}$	$6,50 \times 10^{-6}$
3	$1,55 \times 10^{-6}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$
2	$1,40 \times 10^{-6}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$
1	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$

$$b) (l_d/l_i) = 4$$

a	P_a	P_e	Q_e
7	$1,00 \times 10^{-3}$	$1,09 \times 10^{-9}$	$6,58 \times 10^{-5}$
3	$1,55 \times 10^{-6}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$
2	$1,40 \times 10^{-6}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$
1	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$

$$c) (l_d/l_i) = 8$$

a	P_a	P_e	Q_e
7	$1,00 \times 10^{-3}$	$4,37 \times 10^{-6}$	$1,32 \times 10^{-4}$
3	$1,55 \times 10^{-6}$	$< 10^{-8}$	$2,24 \times 10^{-8}$
2	$1,40 \times 10^{-6}$	$< 10^{-8}$	$2,02 \times 10^{-8}$
1	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$

$$3 - (V/\sqrt{\pi}) = 3,0$$

$$a) (l_d/l_i) = 2$$

a	P_a	P_e	Q_e
7	$6,58 \times 10^{-5}$	$1,57 \times 10^{-4}$	$< 10^{-8}$
3	$1,55 \times 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$
2	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$
1	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$

$$b) (l_d/l_i) = 4$$

a	P_a	P_e	Q_e
7	$6,58 \times 10^{-5}$	$3,54 \times 10^{-6}$	$1,32 \times 10^{-6}$
3	$1,55 \times 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$
2	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$
1	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$

$$c) (l_d/l_i) = 8$$

a	P_a	P_e	Q_e
7	$6,58 \times 10^{-5}$	$1,75 \times 10^{-7}$	$8,77 \times 10^{-6}$
3	$1,55 \times 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$
2	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$
1	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$	$< 10^{-8}$

As tabelas apresentadas mostram as probabilidades de erro por canal (P_e e Q_e) devidos apenas a indecisões ou apenas a "erros" no sinal agregado. A rigor, a probabilidade de erro por canal deveria ser calculada considerando-se também os casos onde acontecem simultaneamente erros e indecisões nas palavras.

Considere-se uma palavra de 8 dígitos: o número total de possibilidades de n_2 erros e n_1 indecisões na palavra é dado pela distribuição multinomial

$$\frac{8!}{n_1!n_2!(8-n_1-n_2)!} p^{n_1} q^{n_2} (1-p-q)^{(8-n_1-n_2)} \quad (4.9)$$

De todas as possibilidades com n_2 dígitos errados e n_1 dígitos indecisos, uma fração resultará em erros no canal observado. Seja $k_{n_1n_2}$ esta proporção, então, a probabilidade de erro por canal é:

$$P_T = \sum_{n_1, n_2} \frac{8! (k_{n_1n_2})}{n_1!n_2!(8-n_1-n_2)!} p^{n_1} q^{n_2} (1-p-q)^{(8-n_1-n_2)} \quad (4.10)$$

Quando o sistema pode corrigir até t erros no sinal agregado, $k_{n_1, t} = 0^*$ e a primeira parcela da probabilidade total P_t é

$$P_1 = k_{n_1(t+1)} \cdot \frac{8!}{n_1!(t+1)!(8-t-1-n_1)!} p^{n_1} q^{(t+1)} (1-p-q)^{(8-t-1-n_1)} \quad (4.11)$$

* Para $n_1 = 0$

a parcela seguinte \bar{e}

$$P_2 = K_{n_1(t+2)} \cdot \frac{8!}{n_1!(t+2)!(8-t-2-n_1)!} p^{n_1} q^{(t+2)} (1-p-q)^{(8-t-2-n_1)} \quad (4.12)$$

Devido à ordem de grandeza da potência de q , $P_1 \gg P_2$ assim, os termos com $(t+2)$ erros podem ser desprezados em presença de termos com $(t+1)$ erros. Uma análise semelhante pode ser feita considerando-se que o sistema possa corrigir s indecisões com $n_2 = 0$:

$$Q_1 = k_{(s+1)n_2} \frac{8!}{(s+1)!n_2!(8-n_2-s-1)!} p^{(s+1)} q^{n_2} (1-p-q)^{(8-s-1-n_2)} \quad (4.13)$$

$$Q_2 = k_{(s+2)n_2} \frac{8!}{(s+1)!n_2!(8-n_2-s-1)!} p^{(s+2)} q^{n_2} (1-p-q)^{(8-s-2-n_2)} \quad (4.14)$$

$$Q_1 \gg Q_2$$

O que justifica o cálculo de P_e e Q_e considerando-se somente ou erros ou indecisões e utilizando-se apenas os coeficientes k_j [Item 4.3.6].

CAPÍTULO V

DESCRIÇÃO DO SISTEMA UTILIZADO

5.1 - FONTE DE INFORMAÇÃO

Os sete canais de informação binária usados na montagem experimental foram sequências "pseudo-aleatórias" de comprimento $\ell = 255$, obtidos das saídas paralelas de um gerador de sequência máxima, construído a partir de um "shift-register" de oito posições com realimentação ($\ell = 2^8 - 1 = 255$). As figuras (Fig. 5A e Fig. 5B) mostram a fonte de informação e uma das saídas respectivamente.

5.2 - GERADOR DE FUNÇÕES DE WALSH

Dentre as diversas maneiras diferentes de

geração em "hardware" das funções de Walsh [Rocha Neto, 1975], uma delas é bastante adequada para ser usada no sistema em questão devido à sua simplicidade; esse método está baseado na propriedade, válida para o sistema de ordenação de Kronecker e também para o sistema de ordenação por sequência, de que $W_i \oplus W_j = W_\ell$ onde

$$[\ell]_{BCD} = [i]_{BCD} \oplus [j]_{BCD} \quad [\text{Item 2.2}]$$

Sabendo-se também que as saídas de um contador binário de três estágios são as funções W_1 , W_3 e W_7 ordenadas segundo a sequência (Fig. 5A), tem-se

$$W_2 = W_1 \oplus W_3$$

$$W_4 = W_3 \oplus W_7$$

$$W_5 = W_1 \oplus W_4$$

$$W_6 = W_1 \oplus W_7$$

As funções geradas, segundo o sistema de ordenação por sequência são apresentadas abaixo:

W_1	0	0	0	0	1	1	1	1
W_2	0	0	1	1	1	1	0	0
W_3	0	0	1	1	0	0	1	0
W_4	0	1	1	0	0	1	1	0
W_5	0	1	1	0	1	0	0	1
W_6	0	1	0	1	1	0	1	0
W_7	0	1	0	1	0	1	0	1

Na figura (Fig. 5A) tem-se o esquema do gerador utilizado e uma das funções é mostrada na figura (Fig. 5B). O problema com esse tipo de gerador é que, devido ao atraso no contador e às diferentes trajetórias de cada uma das suas saídas, para altas velocidades o sincronismo das funções é dificultado, além disso, podem ocorrer "spikes" devido à soma módulo-2 de duas saídas não sincronizadas.

5.3 - FORMAÇÃO DO SINAL AGREGADO

5.3.1 - MODULAÇÃO

A transformação que leva os elementos do conjunto $\{-1, 1\}$ nos elementos do conjunto $\{1, 0\}$ [Item 2.1] garante que, nesse novo conjunto, a modulação é completamente efetuada tomando-se a soma módulo-2 (OU-EXCLUSIVO) de cada canal independente com a função de Walsh correspondente. Deve-se notar que, durante cada período das funções, a saída de cada canal deve permanecer inalterada; no sistema, isso foi conseguido fazendo-se o "clock" que gera as funções, ter frequência oito vezes maior que o "clock" usado para ativar o gerador de sequência máxima. Nas figuras (Fig. 5A e Fig. 5C) têm-se respectivamente a modulação e o sinal modulante, juntamente com o "clock" do gerador de sequência máxima.

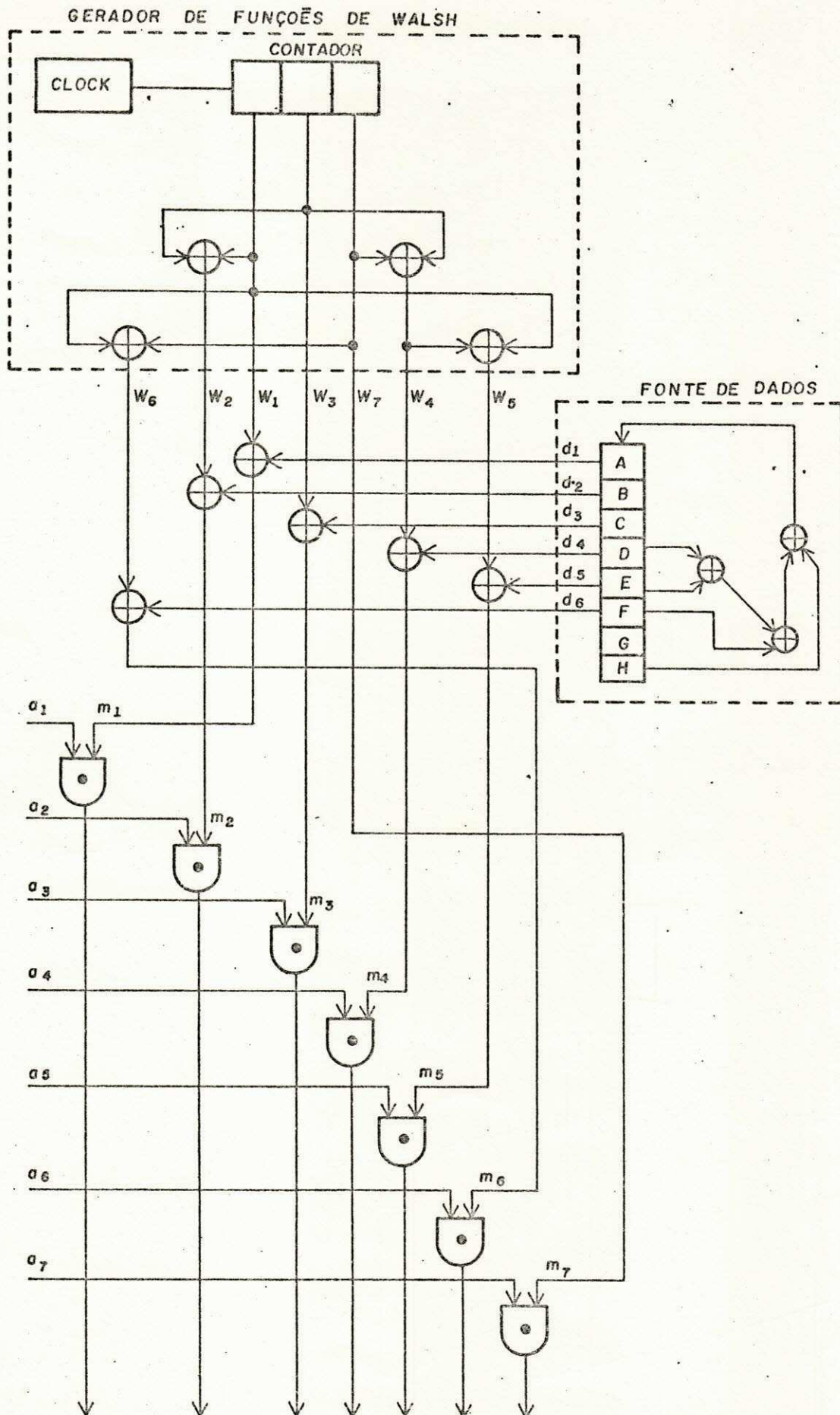


Fig. 5A - Fonte de Informação, Gerador de FsW, Modulação

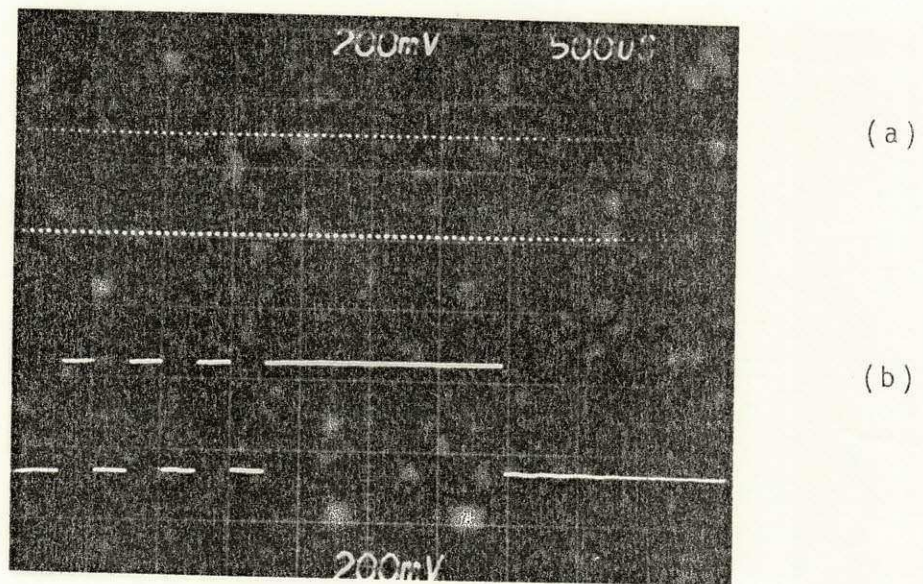


Fig. 5B - Função de Walsh (a) e Sequência Máxima (b)

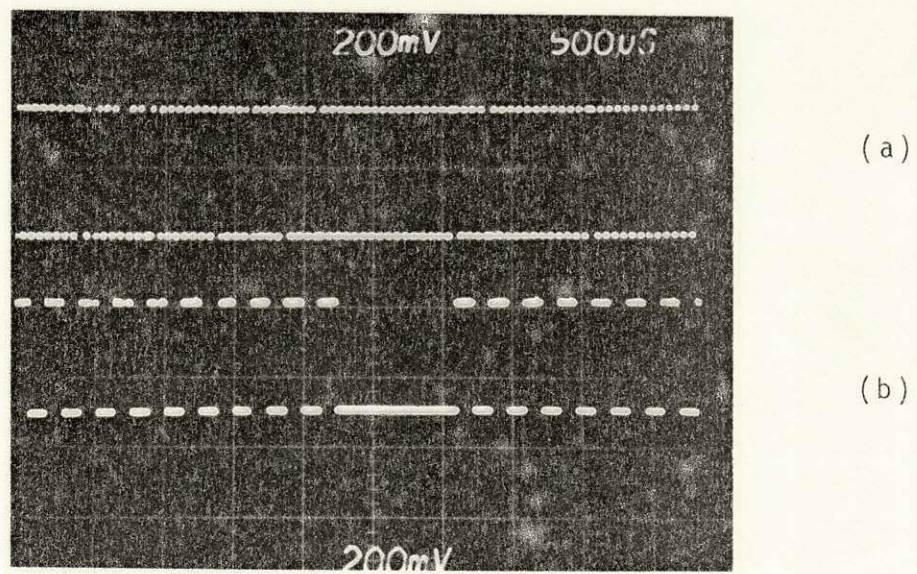


Fig. 5C - Sinal modulado (a) e Clock do gerador de Dados

5.3.2 - SIMULAÇÃO DA ATIVIDADE DOS CANAIS

Já que o processo de multiplex-código por transformação de maioria deve ser adaptativo, é evidente que, quando alguns canais deixam de estar ativos, o bloco que efetua o cálculo da maioria deve "tomar conhecimento" e "calcular" a maioria para aquela "atividade" de canais. No sistema apresentado, a simulação da atividade foi feita usando ^{SE} chaves do tipo ON-OFF conectadas a um nível alto quando os respectivos canais estiverem ativos, e a terra, quando os mesmos estiverem inativos.

5.3.3 - MAIORIA ADAPTATIVA: CALCULADOR DE PESO E COMPARADOR

Os sinais depois de modulados são controlados pela atividade; se o canal estiver ativo o sinal é liberado e entra no cálculo da maioria (Fig. 5E).

Para calcular a maioria de uma forma adaptativa [Rocha Neto, 1975], é necessário um bloco que realize a função maioria adaptativa (MA) descrita abaixo:

$$M_{Aj} = \begin{cases} 1 & \text{se } \sum_{i=1}^7 a_i m_{ij} \geq a/2 \\ 0 & \text{se } \sum_{i=7}^7 a_i m_{ij} \geq a/2 \end{cases} \quad (5.1)$$

onde o índice j representa o cálculo efetua

do bit a bit e, $a_i = "1"$ ou $a_i = "0"$ conforme o i -ésimo canal esteja ativo ou não, respectivamente; o valor de $a/2$ é dado por:

$$\frac{a}{2} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^7 a_i \quad (5.2)$$

A cada ciclo, o valor de $a/2$ é recalculado, considerando-se que, um novo conjunto de atividades é gerado.

Para realizar a função MA, pode-se comparar a saída de um calculador de peso, que dê, em BCD, o valor $\sum_{i=1}^7 a_i m_{ij}$, com a representação em BCD do número de canais ativos, decidindo assim, se a maioria é de 1's ou 0's. Na figura (Fig. 5D) tem-se um diagrama de blocos de um circuito de maioria adaptativa para n canais [Rocha Neto, 1975]; para o caso de sete canais, o calculador de peso pode ser facilmente implementado usando-se quatro "full-adders" como na figura (Fig. 5E). A representação em BCD do número de canais ativos foi obtida por meio de um contador binário e o comparador foi projetado usando-se lógica combinacional (Fig. 5E).

5.4 - SISTEMA DE SINCRONIZAÇÃO E ESCOLHA DO FORMATO

5.4.1 - ATIVIDADE E INFORMAÇÃO NO TRANSMISSOR - DEFINIÇÃO DO FORMATO

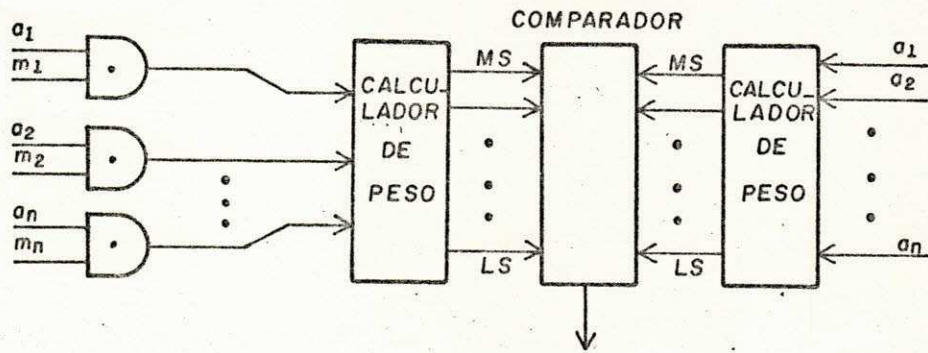


Fig. 5D - Diagrama de Blocos: Circuito de Maioria Adaptativa para a canais

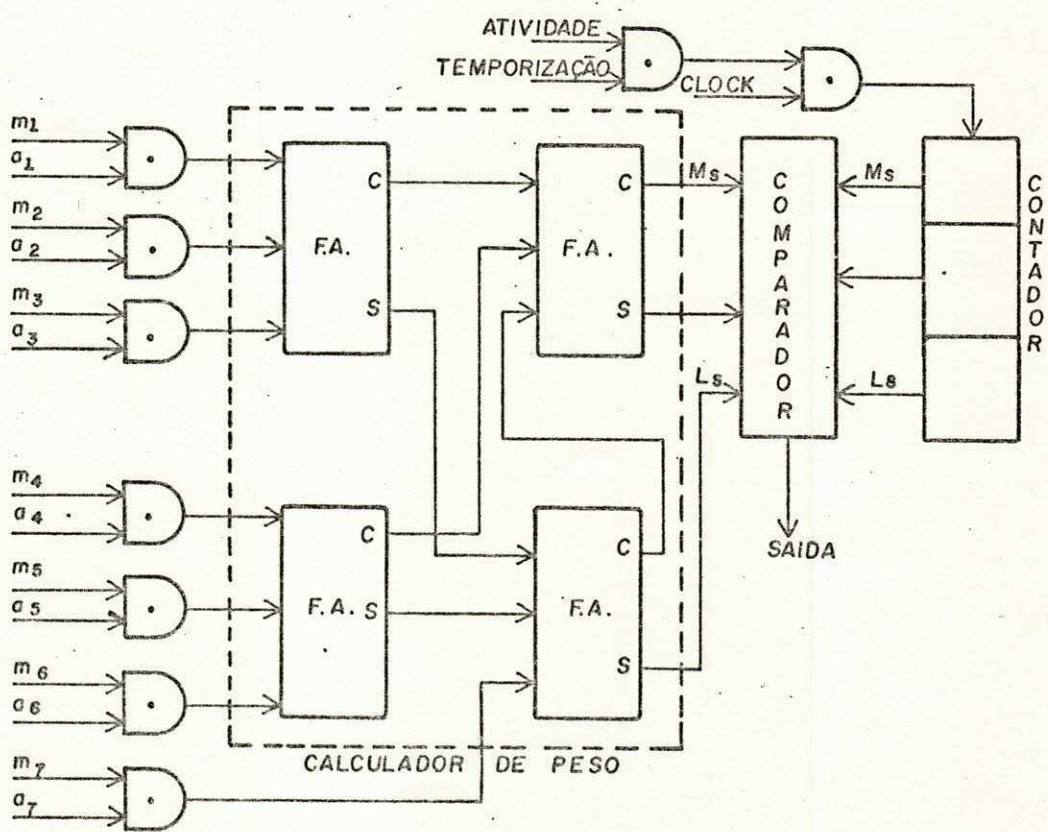


Fig. 5E - Calculador de Peso em paralelo (sete canais), contador de atividade e comparador

O formato escolhido foi de sessenta e quatro quadros de oito bits sendo os três primeiros quadros reservados para enviar atividade e os sessenta e um restantes (61x8 bits) de informação. Nesse caso tem-se a relação de $(61 \times 8 \text{ bits de informação}) / (64 \times 8 \text{ bits no total}) = 0,95$.

O código responsável pela multiplexação [Item 4.2] protege a informação contra ruídos; já que, a confiabilidade em se usando esse código é bem razoável [Item 4.3.6] e que, a atividade é essencial na decodificação, seria incoerente se esta não fosse recuperada pelo menos com o mesmo grau de confiabilidade que a informação. A proteção da atividade é feita por repetição nos três primeiros quadros. Como há, no máximo sete canais ativos, vinte e um bits seriam suficientes - o oitavo bit de cada quadro foi usado como bit de "sincronização" com valor fixo em "1" (Fig. 5F). A figura (Fig. 5G) mostra a atividade como é enviada e o sinal multiplexado.

5.4.2 - O USO DO PADRÃO DE ATIVIDADE PARA RECUPERAÇÃO DO SINCRONISMO DE FORMATO

Já que, a cada ciclo, a atividade é repetida nos três primeiros quadros, uma maior confiabilidade na recuperação de sincronismo pode ser obtida, se são usados todos os vinte e quatro bits em lugar de apenas o bit de sincronização. Isso é possível se, observando-se as posições respectivas dos três quadros, encontram-se bits iguais em todas as po

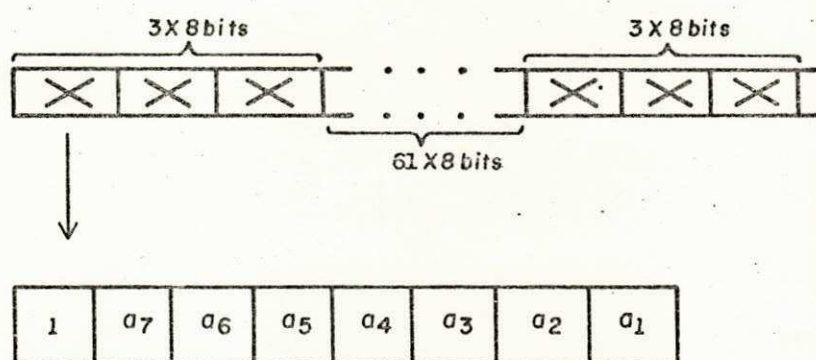
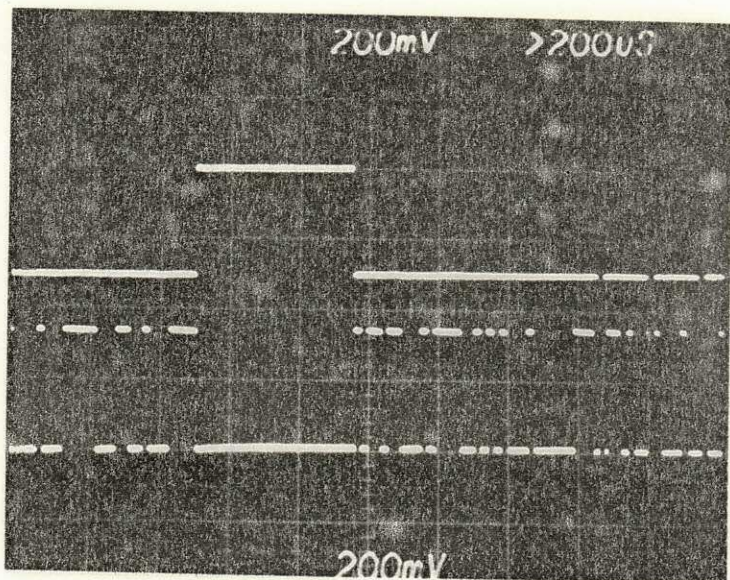


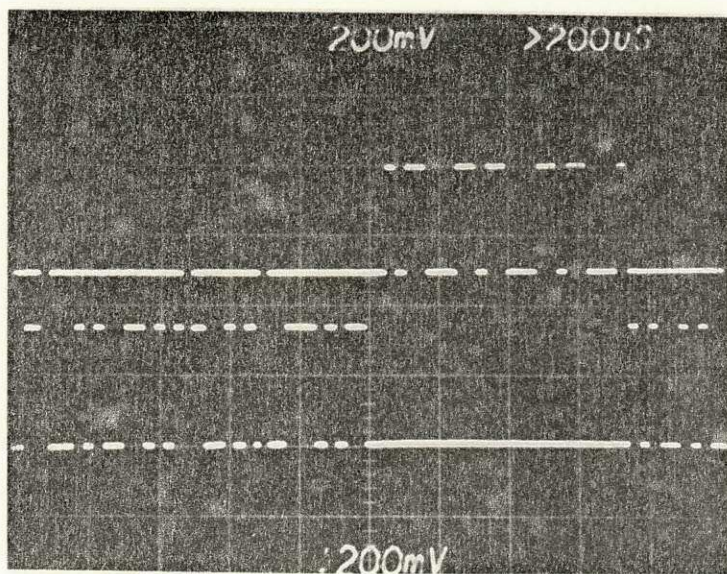
Fig. 5F - Ciclo completo (64x8 bits) e quadros de atividade e sincronismo (3x8 bits)



(a)

(b)

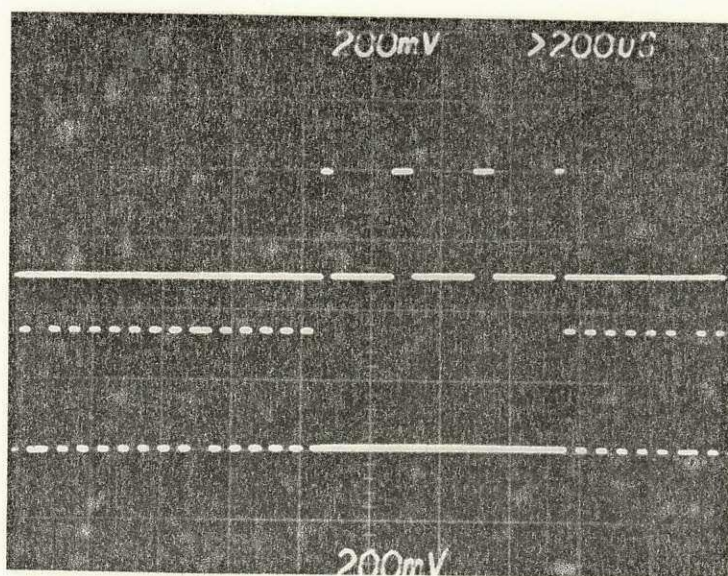
5G1 - Sete Canais Ativos



(a)

(b)

5G2 - Três Canais Ativos



(a)

(b)

5G3 - Um Canal ativo

Fig. 5G - Atividade (a) e sinal multiplexado (b)

sições correspondentes aos bits de atividade e sincronismo (Fig. 5H). A perda de sincronismo pode ser detetada pela não verificação, por três vezes consecutivas, da correspondência acima. Uma vez verificada a ausência de sincronismo, o circuito (Fig. 5H) reconhece o padrão dos vetores (atividade + sincronismo) e recoloca o sistema de contagem de dígitos em sua origem. A probabilidade de que em uma posição do formato seja simulado o padrão de atividade é muito baixa, o que determina que a recuperação do sincronismo, com grande probabilidade, já é feita para o próximo ciclo.

Na figura (Fig. 5I) tem-se o clock do armazenamento de atividade e a saída correspondente ao bit de sincronização, durante os dois primeiros quadros o armazenador se prepara para receber a atividade e, ao final do terceiro quadro (oito pulsos) a atividade juntamente com o bit de sincronismo estão armazenados. Note-se que, quando o sistema está em sincronismo, a saída correspondente ao bit de sincronização permanece em "1" durante o tempo reservado para a informação no formato e, a cada ciclo, durante os três primeiros quadros essa saída retorna a "0".

5.4.3 - RECUPERAÇÃO DO CLOCK

A recuperação do "clock" de um sistema pode ser feita a partir da própria sequência de bits. Se existir alguma relação entre o "clock" e a sequência [Ziemer & Tranter, 1976] o uso de um PLL (phase-locked loop) possibilita

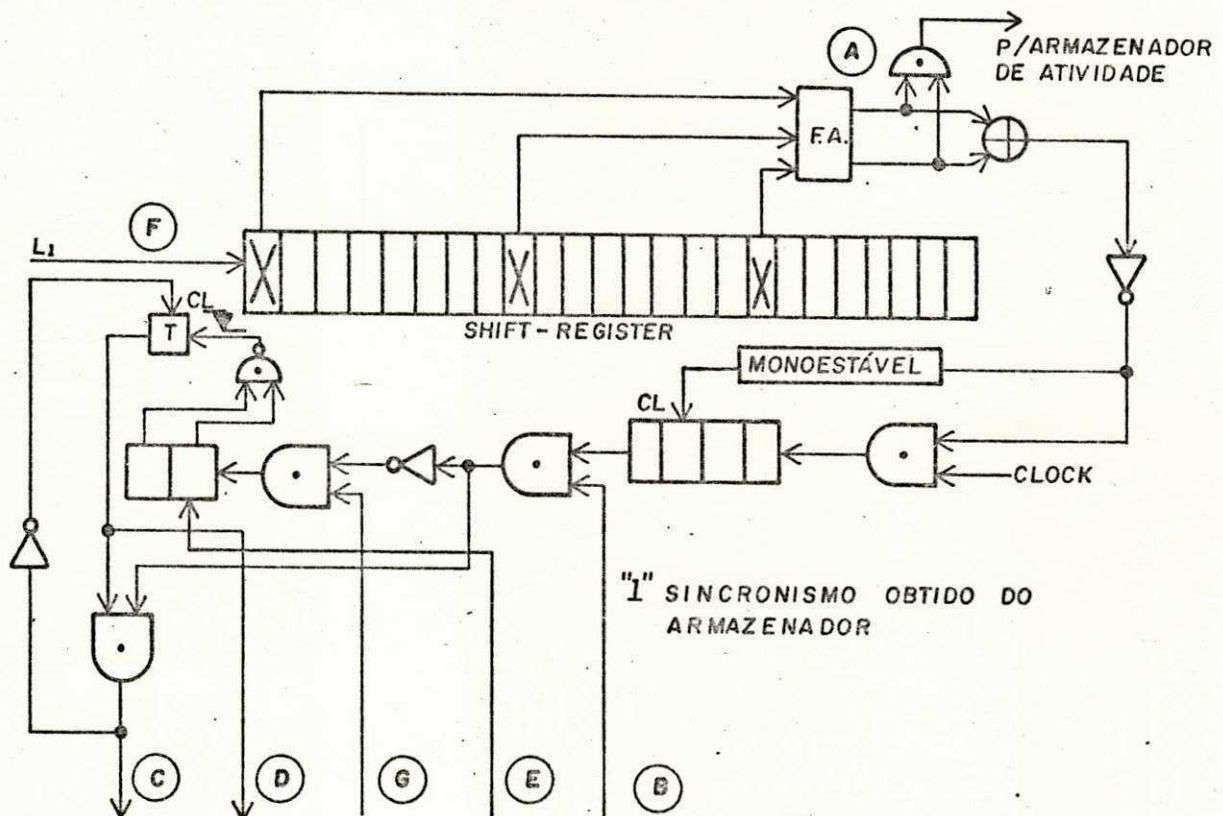
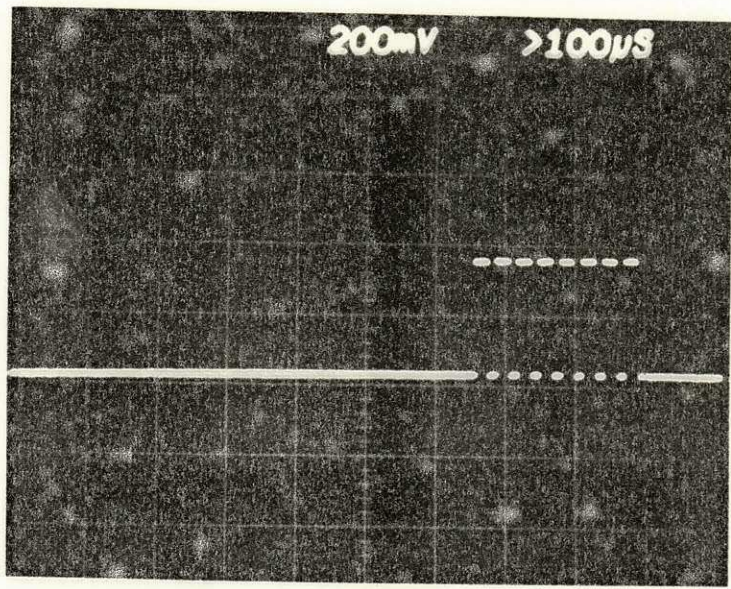
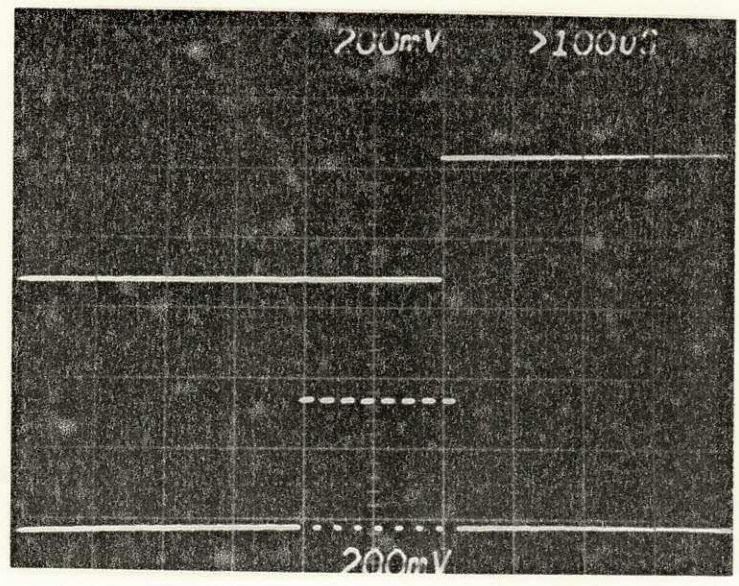


Fig. 5H - Sincronizador



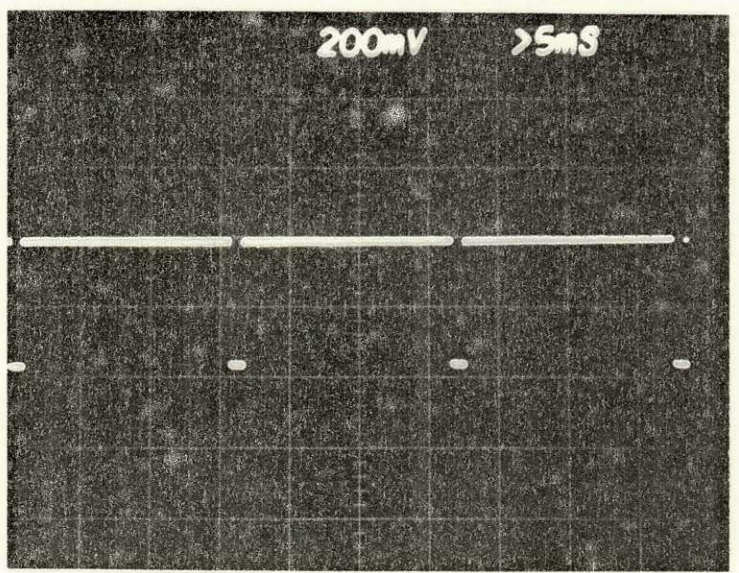
511 - Clock do Armazenador de Atividade



(a) Saida correspondente ao dígito de sincronização

(b) Clock do armazenador de atividade

512



513 - Saida correspondente ao sinal de sincronização em três ciclos consecutivos

a recuperação do "clock". No sistema aqui apresentado, já que a atividade e o bit de sincronismo são enviados periodicamente, a recuperação pode ser feita - a figura (Fig. 5J) mostra, em diagrama de blocos o método.

A montagem do PLL para o sistema não foi ainda efetuada e, um canal independente foi usado para o "clock". Entretanto, o plano de complementação posterior do estudo aqui realizado, prevê a realização dessa técnica de sincronização de bit.

5.5 - RECUPERAÇÃO DOS CANAIS DE INFORMAÇÃO

5.1.1 - DECISÃO SUAVE

O projeto do detetor de DS (Fig. 5L) foi feito de modo a permitir uma flexibilidade no controle da quantidade e largura das regiões; esse controle é possível se a lógica do detetor for convenientemente escolhida. A detecção do sinal é feita usando-se um grande número de amostras em cada bit. O nível do sinal recebido controla um "clock-rápido" fazendo com que o estado final de um contador binário possa determinar, através de uma lógica sequencial, as saídas do detor (Fig. 5M). No caso implementado, o "clock-rápido" foi projetado de modo a produzir duzentos e cinquenta e seis pulsos a cada bit recebido e a decisão é realizada ao fim desses pulsos. A lógica é tal que:

ESTADOS DO CONTADOR (DECIMAL)			S A I D A S	
DE	ATE		L_1 (DECISÃO)	L_2 (CONFIABILIDADE)
0	-	63	0	0
64	-	127	0	1
128	-	191	1	0
192	-	256	1	1

Na figura (Fig. 5M) têm-se, as duas saídas L_1 e L_2 em um teste sem ruído na linha.

De uma maneira geral, para quatro regiões, as larguras l_i e l_d seriam controladas pelos estados X_1 , X_2 , X_3 e X_4 :

ESTADOS DO CONTADOR (DECIMAL)			S A I D A S	
DE	ATE		L_1 (DECISÃO)	L_2 (CONFIABILIDADE)
0	-	X_1	0	0
$X_1 + 1$	-	X_2	0	1
$X_2 + 1$	-	X_3	1	0
$X_3 + 1$	-	X_4	1	1

5.5.2 - GERAÇÃO DE PORTADORAS EM SINCRONISMO COM O RECEPTOR

Para recuperar os canais, é necessário o

uso de portadoras em sincronismo com as do transmissor. Um outro tipo de gerador de FSW foi implementado, que permite no receptor a "sintonia" com qualquer dos canais. O canal é selecionado por três chaves do tipo ON-OFF cujos estados S_1 , S_2 e S_3 representam o número de ordem da função em BCD. Esse método de geração das funções de Walsh está fundamentado teoricamente na propriedade que define, dentro do conjunto de funções de ordem k , um subconjunto gerador com k funções linearmente independentes [Item 2.1]. Do exemplo [Exemplos 3 - Item 2.1], pode-se verificar que, depois de efetuada a transformação $-1 \leftrightarrow "1"$, $1 \leftrightarrow "0"$ [Item 2.2], os escalares da combinação linear são, a representação em BCD do número de ordem da função gerada.

Considere-se a matriz geradora G dada por:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$W_i = (S_1, S_2, S_3) \cdot G =$$

$$= (0, S_1, S_2, S_1 \oplus S_2, S_3, S_1 \oplus S_3, S_2 \oplus S_3, S_1 \oplus S_2 \oplus S_3)$$

A figura (Fig. 5N) mostra a implementação desse gerador de funções. O armazenamento no "shif-register" é feito uma vez a cada oito bits.

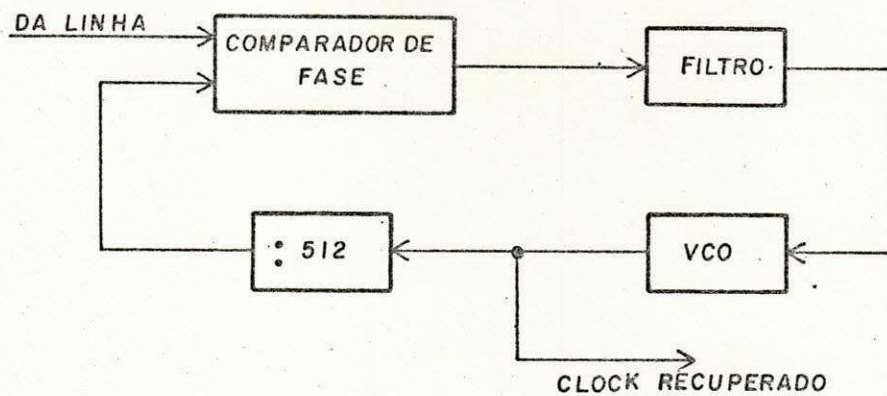


Fig. 5J - Recuperação do Clock usando um PLL

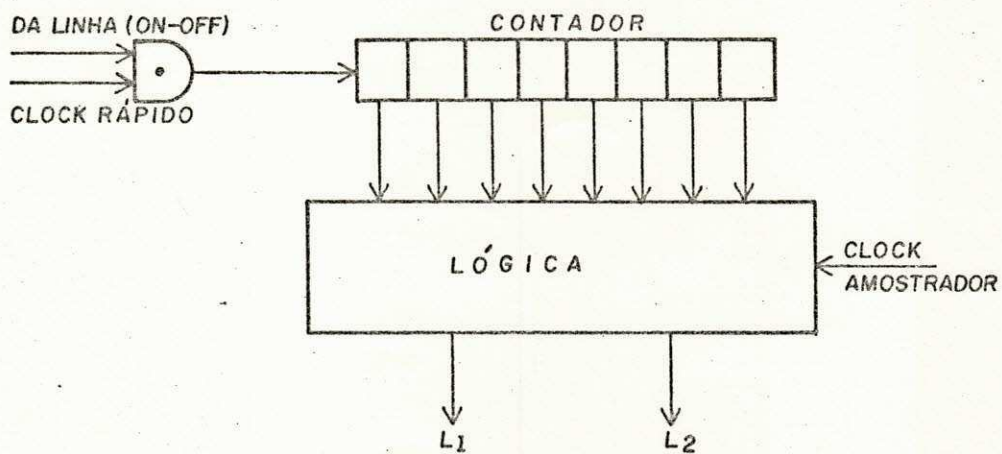


Fig. 5L - Diagrama de Blocos: Detetor Digital de DS

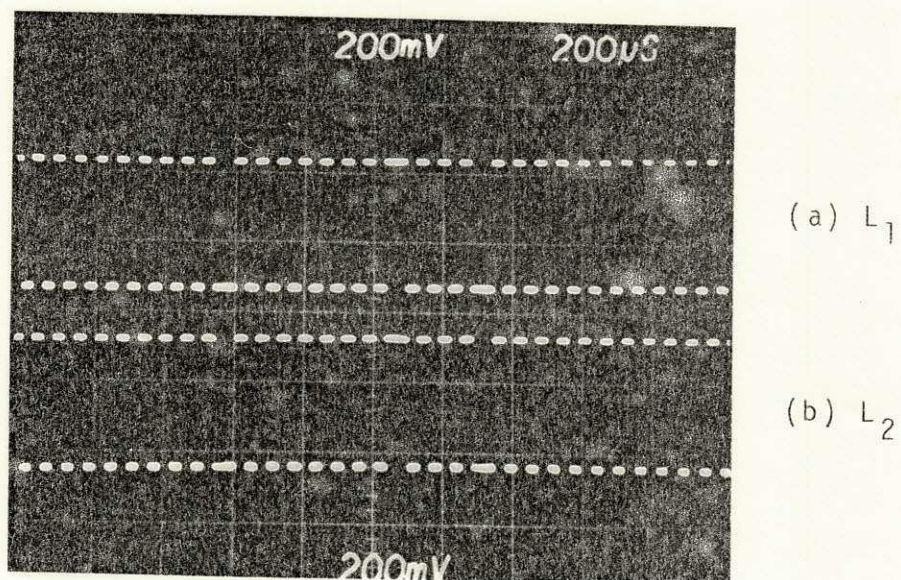


Fig. 5M - Saidas do Detetor de Decisão Suave

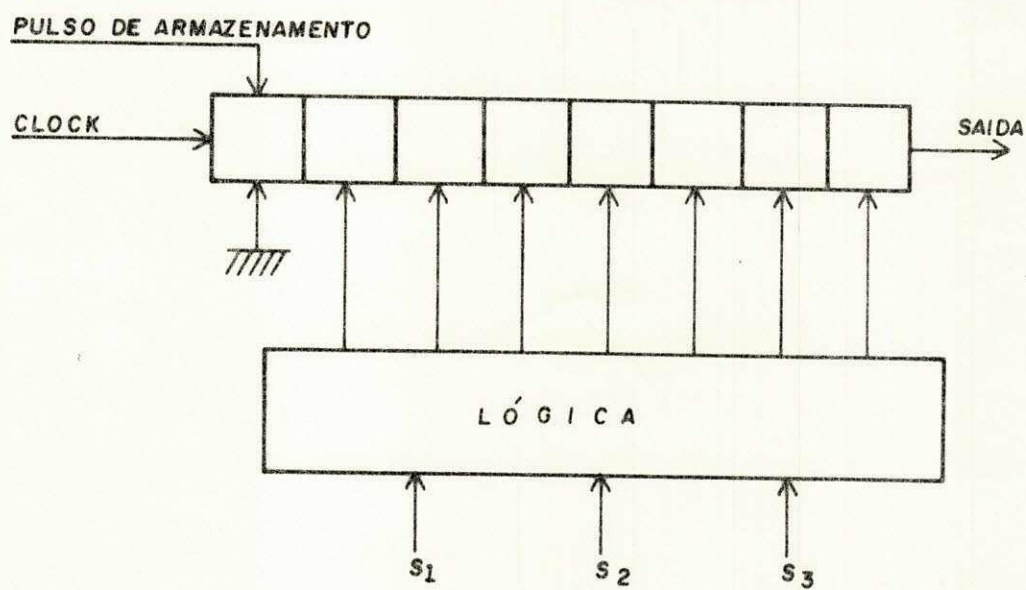


Fig. 5N - Gerador de Funções de Walsh do Receptor

5.5.3 - DEMULTIPLEXAÇÃO

Cada duas palavras de oito bits, obtidas nas duas saídas do detetor de decisão suave são correlacionadas, em paralelo com a função de Walsh correspondente ao sinal desejado, por meio de portas "OU-EXCLUSIVO" (Fig. 50). Assim, o cálculo da maioria na transformação inversa é feito para dezesseis bits. As regiões de indecisão são caracterizadas pelos pares de bits 10 ou 01. Que, obviamente, não vão contribuir para o cálculo da maioria. A figura (Fig. 5P) mostra uma comparação entre um canal transmitido e o mesmo canal recuperado.

5.5.4 - SISTEMA PROPOSTO PARA LEVANTAMENTO DO DESEMPENHO DO SISTEMA

Uma comparação direta dos dados transmitidos com os dados recuperados pode ser feita na presença de ruído na linha e, as recuperações erradas que ocorrerem, aumentam o estado de um contador de erros. Dessa maneira, podem-se contar os erros que acontecem em uma sequência de até 255 bits (comprimento da sequência máxima utilizada) (Fig. 5Q) e calcular a probabilidade de erro por canal. Para se introduzir o ruído na linha, uma fonte analógica de ruído [Trabalho realizado na disciplina de Projetos do Grupo de Comunicações (781)/CCT/-UFPb - MARIA DAS GRAÇAS OLIVEIRA] é disponível.

5.5.5 - "HARDWARE" DO SISTEMA

As figuras (Fig. (5R e 5S) e Fig. (5T e 5U)) apresentam fotografias da montagem e um diagrama completo do sistema implementado respectivamente.

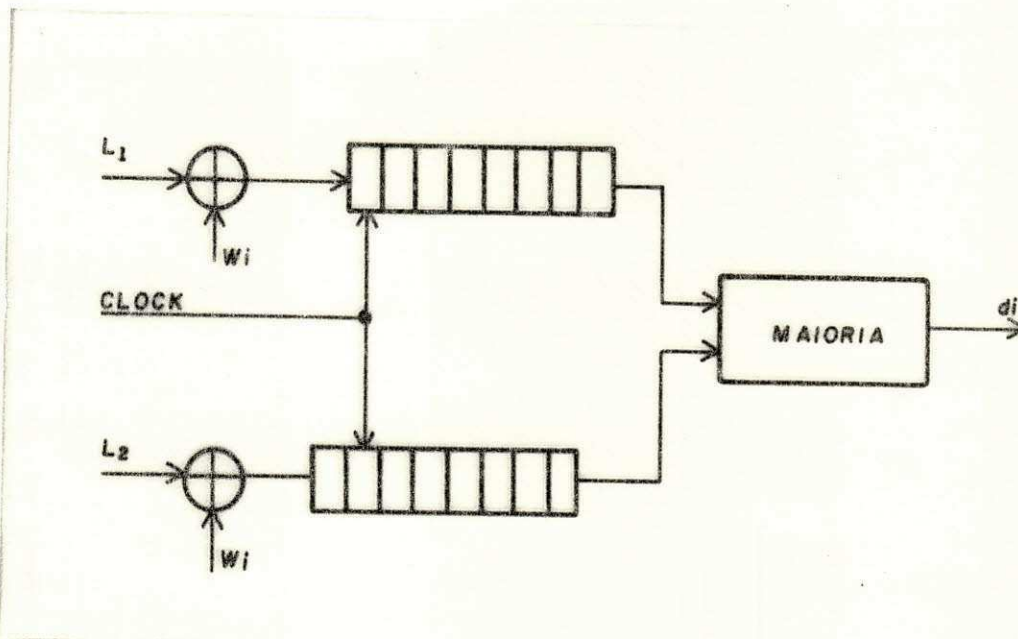
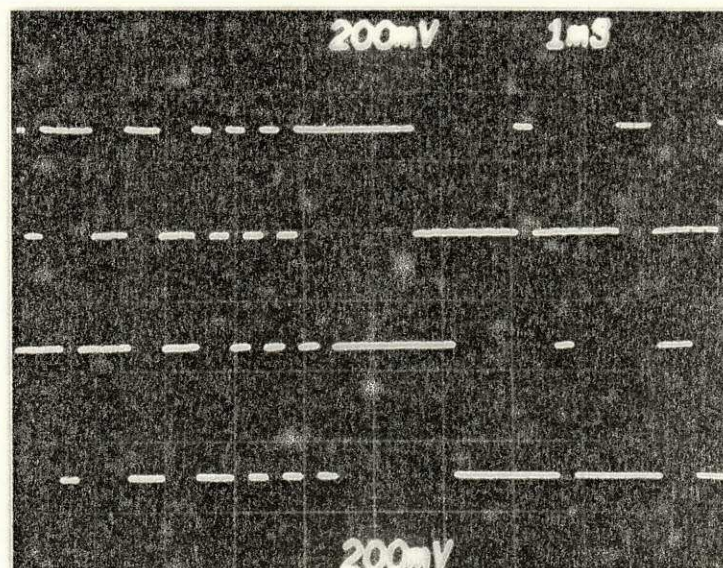


Fig. 5 0 - Correlação e Bloco de Maioria para dezesseis Bits



(a) Sinal transmitido

(b) Sinal recuperado

Fig. 5P - Comparação do Sinal transmitido (a) com o sinal recuperado (b)

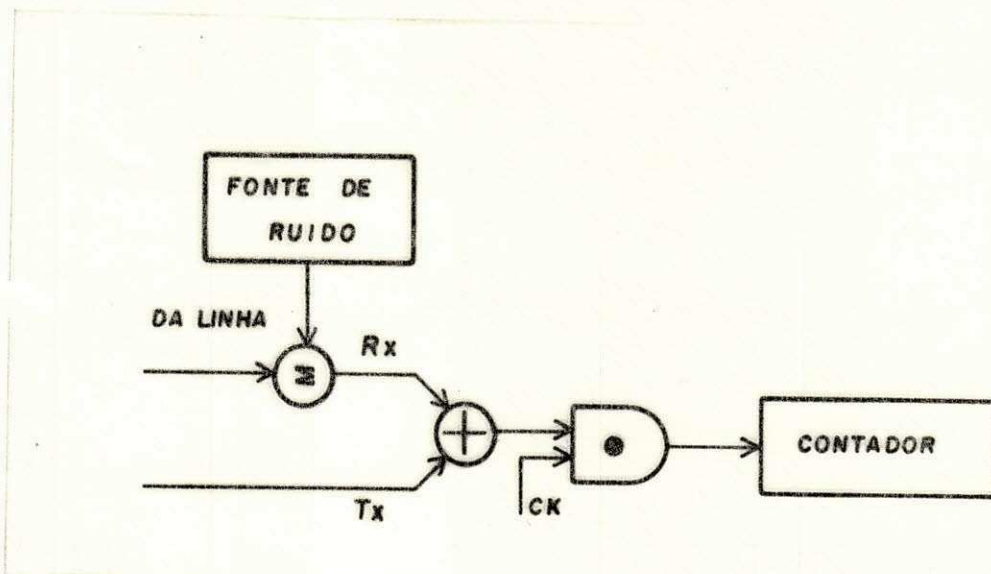


Fig. 5Q - Contador de Erros

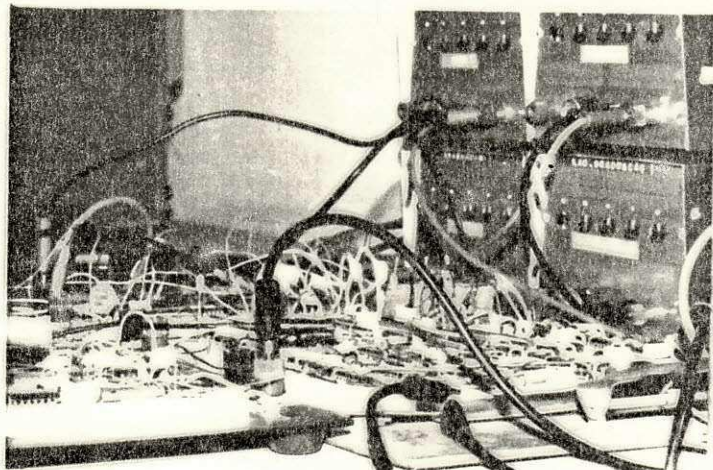


Fig. 5R - Fotografia da montagem

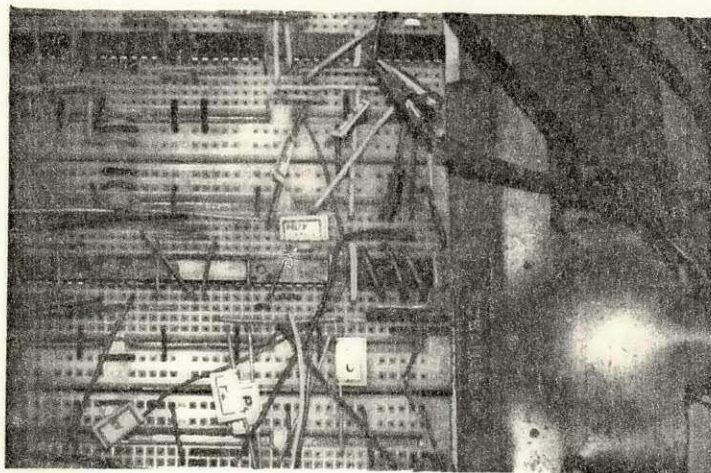
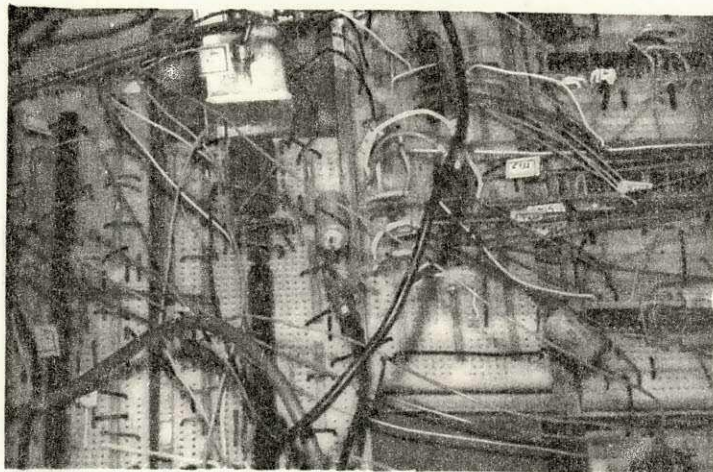
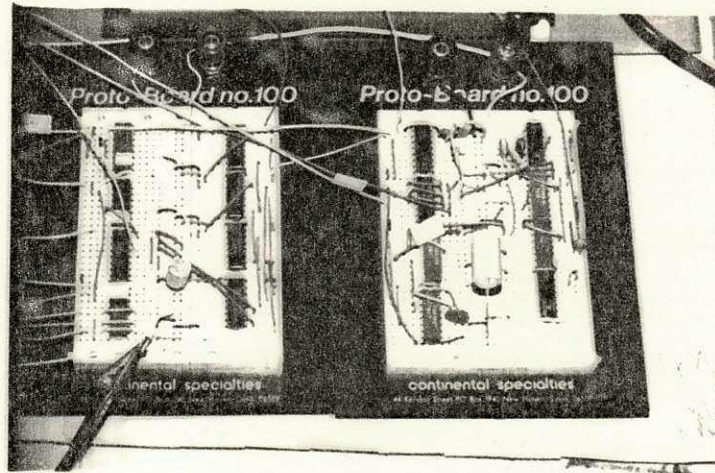


Fig. 5S - Fotografias da montagem

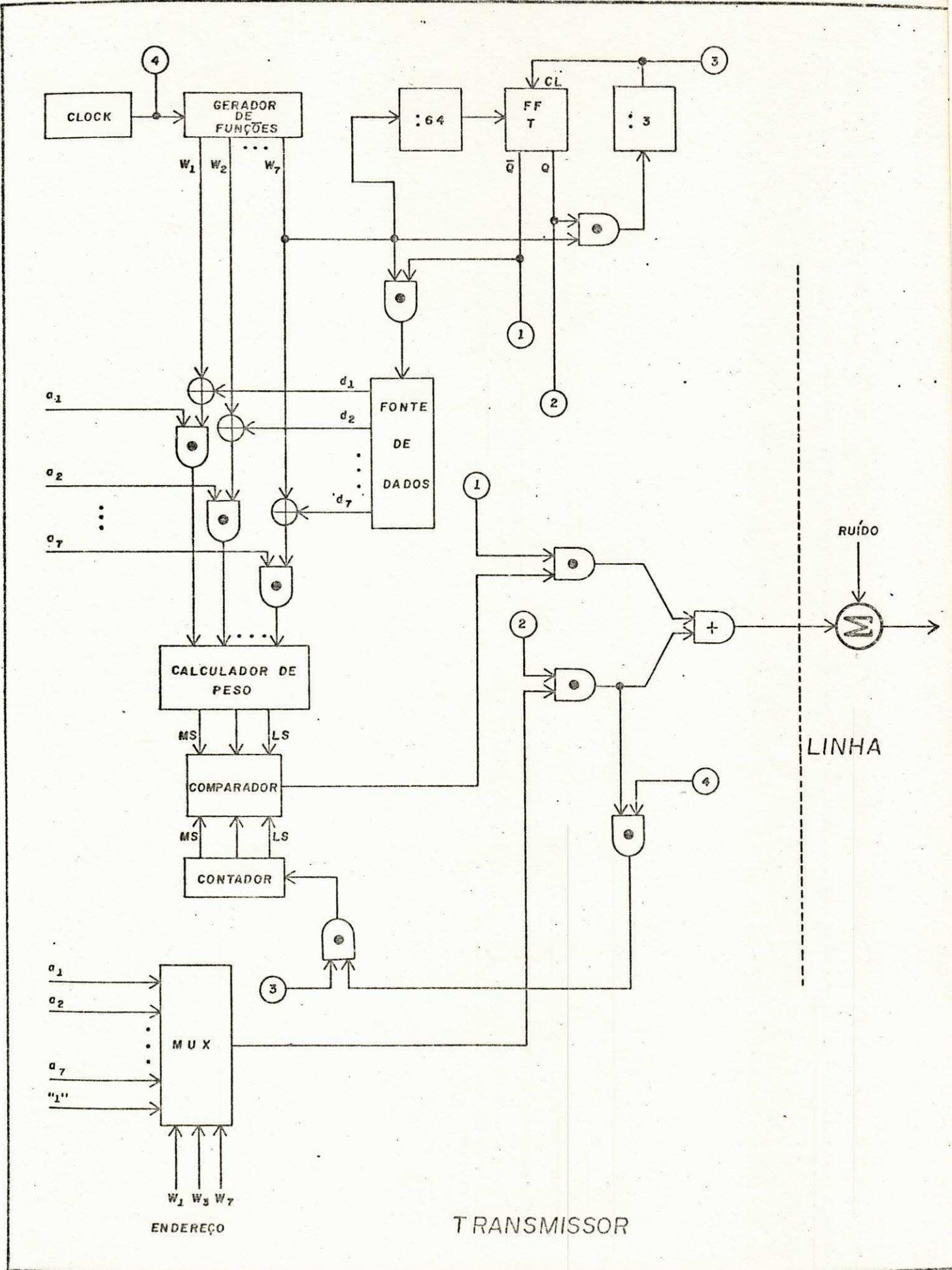


FIG 5T

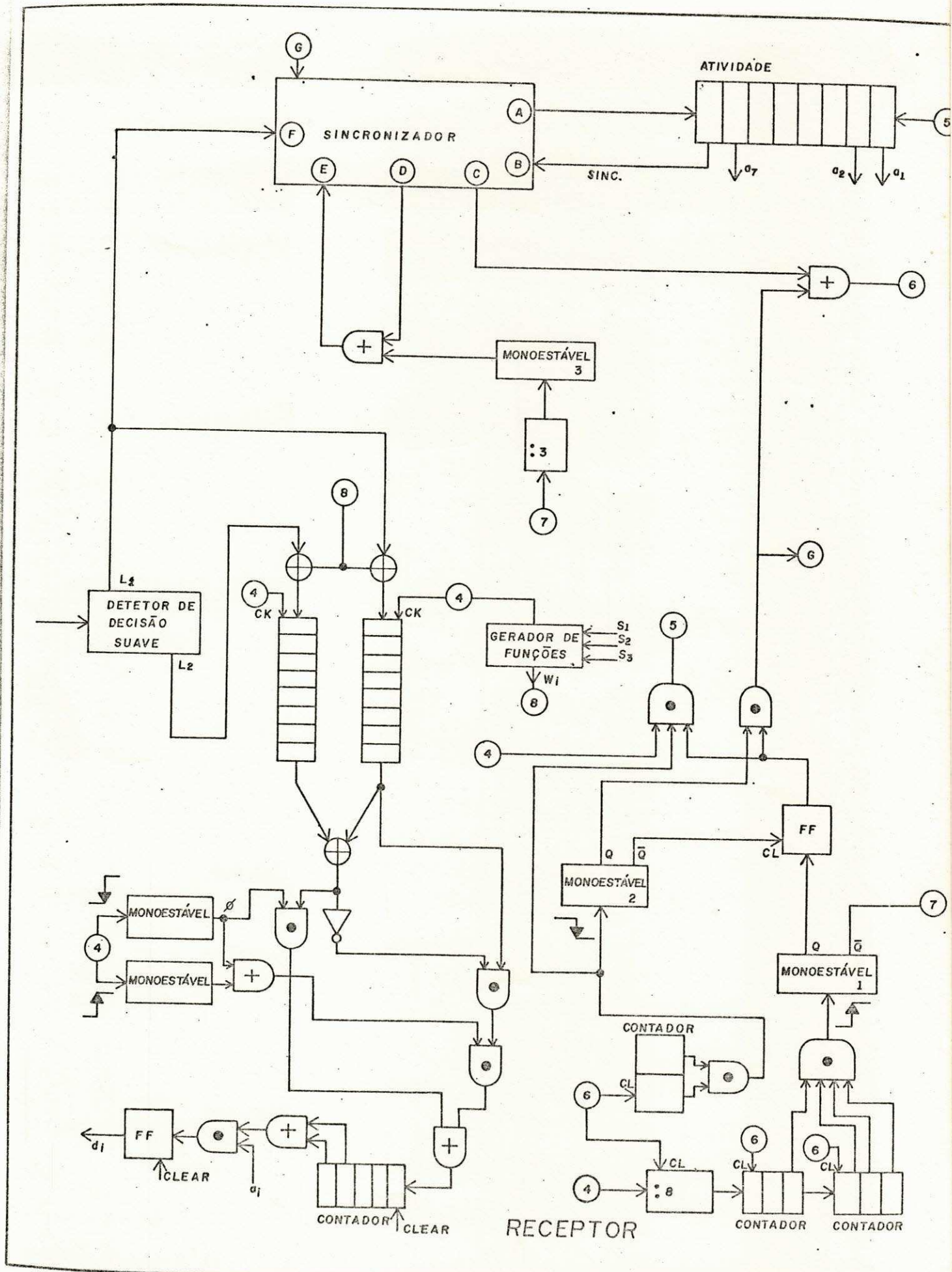


FIG 5U

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES

Este foi o primeiro trabalho, de uma série de outros em andamento, de interesse da equipe de comunicações digitais do CCT-UEPB. Algumas conclusões interessantes são apresentadas, certamente úteis para o desenvolvimento dos outros trabalhos.

A escolha do formato, baseada em comparações com sistemas existentes e em fatores inerentes ao próprio sistema em particular, foi feita e, um novo método de sincronização foi desenvolvido, fundamentado nesse formato [Item 5.4]. Verificou-se, experimentalmente, um excelente tempo de recuperação de sincronismo como intuitivamente era previsto. A técnica de decisão suave foi estudada e alguns resultados foram obtidos de sua aplicação, com relação à melhoria da probabilidade de erro no sistema considerado [Item 4.3.6]. Alguns circuitos especiais foram desenvolvidos para realizar diversas funções do sistema.

O levantamento teórico do desempenho do sistema foi feito através de simulação; o programa foi desenvolvido em BASIC usando o mini-computador IBM 5100. Para se obterem os resultados foi utilizada a linguagem FORTRAN no IBM 370/145 (Apêndice).

Como pode ser observada nas tabelas [Item 4.3.6] a vantagem da utilização de decisão suave é evidente, sendo os resultados bastante satisfatórios.

Outros trabalhos estão sendo desenvolvidos pela equipe de comunicações digitais, relativos a sistemas de multiplexação com códigos de redundância variável, que apresentam as mesmas propriedades do sistema aqui estudado.

Como sugestão para continuidade desta pesquisa, pode-se apontar, em primeiro lugar a complementação do sistema com aperfeiçoamento de "hardware" e recuperação do "clock" [Item 5.4.3], e outros usos de DS.

O levantamento prático do desempenho do sistema foi sugerido no quinto capítulo [Item 5.5.4].

A P E N D I C E

SIMULAÇÃO (IBM 5100)

```
0010 DIM D(7),W(7,8),B(3),M(7,8),S(8),T(16),E(16),N(8)
0030 FOR I=1 TO 7
0040 P=I
0050 FOR K=3 TO 1 STEP -1
0060 A=INT(P/(2+K/2))
0065 N(I)=0
0066 N(8)=0
0070 B(K)=0
0080 IF A>0 GOTO 0100
0090 GOTO 0110
0100 B(K)=1
0110 P=P-A*2+K/2
0120 NEXT K
0130 W(I,1)=0
0140 W(I,2)=B(1)*(1-W(I,1))
0150 FOR J=1 TO 2
0160 W(I,J+2)=(1-B(2))*W(I,J)+B(2)*(1-W(I,J))
0170 NEXT J
0180 FOR J=1 TO 4
0190 W(I,J+4)=(1-B(3))*W(I,J)+B(3)*(1-W(I,J))
0200 NEXT J
0210 NEXT I
0220 REM 'GER.DADOS'
0230 FOR L=127 TO 1 STEP -1
0240 P=L
0250 FOR K=7 TO 1 STEP -1
0260 A=INT(P/(2+K/2))
0270 D(K)=0
0280 IF A>0 GOTO 0300
0290 GOTO 0310
```

```
0300 D(K)=1
0310 P=P-A*2+K/2
0320 NEXT K
0330 REM 'MODULAÇÃO'
0340 FOR I=1 TO 7
0350 FOR J=1 TO 8
0360 M(I,J)=W(I,J)
0370 IF D(I)=0 GOTO 0390
0380 M(I,J)=1-W(I,J)
0390 NEXT J
0400 NEXT I
0410 FOR J=1 TO 8
0420 A=M(1,J)+M(2,J)+M(3,J)+M(4,J)+M(5,J)+M(6,J)+M(7,J)
0430 S(J)=0
0440 IF A<4 GOTO 0460
0450 S(J)=1
0460 NEXT J
0470 REM 'DECISÃO SUAVE'
0480 FOR Q=1 TO 8
0490 FOR K=1 TO 16
0500 R=INT((K+1)/2)
0510 T(K)=S(R)
0520 NEXT K
0530 P=2*Q-1
0535 T(P)=1-T(P)
0540 G=0
0550 FOR I=1 TO 16
0560 U=INT((I-1)/2)
0570 E(I)=T(I)+W(I,U)
0580 IF E(I)=1 GOTO 0600
0590 E(I)=0
0600 G=G+E(I)
0610 NEXT I
0620 H=0
0630 IF G>8 GOTO 0650
0640 GOTO 0660
```



```
0650 H=1
0660 M=H+D(1)
0670 IF M=1 GOTO 0690
0680 GOTO 0700
0690 N(Q)=N(Q)+1
0700 NEXT Q
0830 FOR I=1 TO 8
0840 PRINT N(I)
0850 NEXT I
0855 NEXT L
0860 END
```

SIMULAÇÃO (IBM 370/145)

```
C      MUX 7 WALSH (7 ATIVOS)
1      IMPLICIT INTEGER (A-2)
2      DIMENSION D(7),W(7,8),8(3),M(7,8),S(8),T(16)
3      DIMENSION E(16),N(8)
C      GERAÇÃO DAS FUNÇÕES DE WALSH
4      DO 210 I= 1,7
5      N(I) = 0
6      N(8)=0
7      P=I
8      V=0
9      DO 120 KK=3,5
10     K=KK-2*V
11     V=V+1
12     A=P/(2**K/2)
13     B(K)=0
14     IF(A) 110,110,100
15     100 B(K)=1
16     110 P=P-A*2**K/2
17     120 CONTINUE
18     W(I,1)=0
19     W(I,2)=B(1)*(1-W(I,1))
20     DO 170 J= 1,2
21     W(I,J+2)=(1-B(2))*W(I,J)+B(2)*(1-W(I,J))
22     170 CONTINUE
23     DO 200 J= 1,4
24     W(I,J+4)=(1-B(3))*W(I,J)+B(3)*(1-W(I,J))
25     200 CONTINUE
26     210 CONTINUE
C      GERAÇÃO
27     DO 710 L=1,128
28     P=L-1
29     V=0
```

```
30      DO 320 KK=7,13
31      K=KK-2*V
32      V=V+1
33      A=P(2**K/2)
34      D(K)=0
35      IF (A) 310,310,300
-36 300 D(K)=1
37 310 P=P-A*2**K/2
38 320 CONTINUE
      C  MODULAÇÃO
39      DO 400 I=1,7
40      DO 390 J=1,8
41      M(I,J)=W(I,J)
42      IF (D(I)) 380,390,380
43 380 M(I,J)=1-W(I,J)
44 390 CONTINUE
45 400 CONTINUE
      C  MAIORIA
46      DO 460 J=1,8
47      A=M(1,J)+M(2,J)+M(3,J)+M(4,J)+M(5,J)+(M(6,J)+M(7,J))
48      S(J)=0
49      IF (A-4) 460,450,450
50 450 S(J)=1
51 460 CONTINUE
      C  DECISÃO SUAVE E GERAÇÃO DE ERROS
52      DO 520 K=1,16
53      R=(K+1)/2
54      T(K)=S(R)
55 520 CONTINUE
56      DO 700 J=1,8
57      P=2*J-1
58      T(P)=1-T(P)
59      G=0
60      DO 610 I=1,16
61      U=(I+1)/2
      C  DEMODULAÇÃO DO CANAL 1
```



```
62      E(I)=T(I)+W(1,U)
63      IF(E(I)-1) 590,600,590
64 590 E(I)=0
65 600 G=G+E(I)
66 610 CONTINUE
67      H=0
68      IF (G-8) 660,660,650
69 650 H=1
70 660 Q=H+D(1)
71      IF (Q-1) 700,690,700
72 690 N(J)=N(J)+1
73 700 CONTINUE
74 710 CONTINUE
75      WRITE(6,1001) (N(IW),IW=1,8)
76 1001 FORMAT(8I8)
77      STOP
78      END
```

B I B L I O G R A F I A

1. ABRAMSON, N., Information Theory and coding, McGraw-Hill, New York, 1963.
2. BEAUCHAMP, K.G. Walsh Functions and their applications , Academic Press, London, 1975.
3. BENNET, W.R. and Davey, J.R. - Data Transmission, McGraw-Hill, New York, 1965.
4. BETTS, J.A. Signal Processing Modulation and Noise, The English Universities Press Ltd. - London, 1970.
5. CARLSON, B., Communication Systems: An Introduction to signals and Noise in electrical Communication, McGraw-Hill, Electric and electronic Engineering Series , 1968.
6. DAVIES, D. & BARBER, D. Communications Network for Computers, Wiley, London, 1973.
7. FARRELL, P. & GOODMAN, R. - "Field Tests on a Variable Redundancy Error Control Coding System" - Report Contract between the University of Kent at Canterbury and the Admiralty Surface Weapons Establishment (A.S.W.E.) N/CP/46990/70/D025 (2)/7L 22C, 1972.
8. GOLOMB, S. Digital Communication with Space application, Prentice Hall Englewood Cliffs, 1969.
9. GORDON, J. & BARRETT, R. - "Digital Majority Logic Multiplex using Walsh Functions" - pp 171-176 - Proceedings of the Symposium on Application of Walsh Functions - Washington - (1971 A).

10. GORDON, J. & BARRETT, R. - "Correlation Recovered Adaptive Majority Multiplexing" - Proc. I.E.E. Vol. 118 No. 3/4 March/April (1971C) pp 417-422.
11. HARMUTH, H.F. & MURTY, S. - "Sequency Multiplexing of Digital Signals" - Proceedings of the Symposium on Application of the Walsh Functions - Wasbington D. C. - 1973.
12. KITAI, R. & YUEN, C. - "Walsh Function Generators" Proc. of Symposium on Applications of W.F. - Washington , 1974.
13. LAHTI, B. - "Communication Systems",. Wiley - New York - 1965A.
14. LIN, S. - An Introduction to error Correcting Codes, Prentice Hall, Englewoods Cliffs, New Jersey, 1970.
15. OLIVEIRA, M.G., Fonte Analógica de Ruído, DEE-CCT-UFPb , 1978.
16. PETERSON, W.W., Error-Correcting Codes, The M.I.T. Press, Cambridge, Mass. 1961.
17. ROCHA NETO, I., Adaptive Majority Multiplexing Techniques - Ph.D Thesis - University of Kent at Canterbury , 1975.
18. SCHWARTZ, M. - "Information, Transmission, Modulation & Noise" - "McGraww-Hill - New York - 1970.
19. STEARNS, S.D. Digital Signal Analysis Hayden Book Company, Inc. Rochelle Park, New Jersey.
20. TAUB H., & SCHILLING D. - "Principles of Communication Systems" - International Student Edition - McGraw-Hill - Kogakusha, Ltd. 1971.
21. TRIBOLET, J., Funções de Walsh. II Simpósio Sobre as Teorias da Informação e dos Sistemas. Porto, 1972.
22. WOZENCRAFT, J.M. & JACOBS, I.M. - "Principles of Communication Engineering", Wiley - New York, 1965.

23. ZIEMER, R.E. & TRANTER, W.H., Principles of Communications, Systems, Modulation and Noise, Houghton Mifflin Company, 1976.