



Universidade Federal de Campina Grande

Centro de Engenharia Elétrica e Informática

Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

Marcos Aurélio Araujo Costa

***Análise do Comportamento Estático e Dinâmico do
Motor de Indução Trifásico e seus tipos de Partida.***

Campina Grande, Paraíba
Março de 2011

Marcos Aurélio Araujo Costa

Análise do Comportamento Estático e Dinâmico do Motor de Indução Trifásico e seus tipos de Partida.

*Trabalho de Conclusão de Curso submetido à
Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da
Universidade Federal de Campina Grande
como parte dos requisitos necessários para a
obtenção do grau de Bacharel em Ciências no
Domínio da Engenharia Elétrica.*

Área de Concentração: Controle, Acionamentos, Máquinas Elétricas

Orientador:

Professor Edgar Roosevelt Braga Filho

Campina Grande, Paraíba
Março de 2011

Marcos Aurélio Araujo Costa

Análise do Comportamento Estático e Dinâmico dos Motores de Indução Trifásicos e seus tipos de Partida.

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Controle, Acionamentos, Máquinas Elétricas

Aprovado em / /

Professor Avaliador
Universidade Federal de Campina Grande
Avaliador

Professor Edgar Roosevelt Braga Filho
Universidade Federal de Campina Grande
Orientador, UFCG

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, pela minha vida e por todas as oportunidades que recebo até hoje.

Agradeço especialmente ao meu pai, Edmundo, e à minha mãe, Delzuita, por terem paciência, tranqüilidade, sempre confiarem em mim nos momentos difíceis de decisão e principalmente por ambos serem o exemplo que pretendo seguir na minha vida.

Agradeço também a toda minha família, e aos amigos que participaram desta luta junto comigo, que com todo carinho e apoio, não mediram esforços para eu chegar a esta etapa da minha vida.

Agradeço a extrema paciência do meu orientador, Professor Edgar Roosevelt Braga Filho, que por muitos momentos me surpreendeu com seu extremo conhecimento, e tentarei aproveitar da melhor maneira possível.

Agradeço a todos os funcionários da UFCG, que fazem desta instituição umas das melhores Universidades do Brasil.

Enfim, sem exceção agradeço a todos que passaram na minha vida, a qual de alguma forma me ajudou a chegar ao início da minha carreira como engenheiro eletricista.

RESUMO

Neste trabalho estuda-se o comportamento estático e dinâmico do motor de indução trifásico. Para o estudo do comportamento estático, vários tipos de ensaios são analisados para obter os parâmetros do circuito equivalente do motor; e para o estudo do comportamento dinâmico as condições de partida são analisadas através da chave compensadora e soft-starter. Foram desenvolvidos programas de simulação tanto para os ensaios dos parâmetros quanto para as características transitórias do motor. É realizada uma comparação entre dois modelos do circuito equivalente do motor de indução trifásico, discutindo a importância do ensaio para o torque de partida. É realizada uma comparação entre as características do motor (Torque, Corrente, Velocidade e Tensão), para a partida direta, chave compensadora, soft-starter e as diferenças causadas pelo efeito pelicular no motor de indução trifásico. Todos os resultados são simulados no software MATLAB (MATrix LABoratory).

Palavras-chave: Motor de Indução, trifásico, estático, dinâmico, partida, efeito pelicular.

ABSTRACT

In this work study the static and dynamic behavior of the three-phase induction motor. In the static behavior studies test to get parameters of the equivalent circuit, and for dynamic behavior studies the conditions the start-up by compensator and soft-starter. For the motor is development simulation for the tests of the parameters and for the characteristics dynamics of the motor. Realize a comparison between two models of the equivalent circuit and comment like is important the test to start-up in torque and a comparison for the characteristics of the motor (Torque, Current supply, Speed, and Voltage supply), for the start-up direct, compensator, soft-starter and the difference about skin effect in the three-phase induction motor. Every results are simulate on software MATLAB (MATrix LABoratory).

Keywords: Induction Motor, three-phase, static, dynamic, start-up, skin effect.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Circuito Equivalente com Impedância referida no rotor	3
Figura 2: Circuito elétrico equivalente	4
Figura 3: Circuito equivalente núcleo ferromagnético em série.	5
Figura 4: Circuito equivalente aproximado	5
Figura 5: Perdas por Atrito e Ventilação	9
Figura 6: Chave compensadora de partida com autotransformador de 3 taps [5].	18
Figura 7: Momento de chaveamento da chave compensadora	18
Figura 8: Disposição dos triac's para o controle de partida do motor	19
Figura 9: Tensão Nominal do motor.....	20
Figura 10: Resistência no rotor em função do escorregamento	23
Figura 11: Reatância no estator em função do escorregamento	23
Figura 12: Reatância no rotor em função do escorregamento	24
Figura 13: Comparação Torque eletromagnético	24
Figura 14: Comparação Corrente no Estator.	25
Figura 15: Tensão de partida direta	26
Figura 16: Tensão na partida com soft-starter	26
Figura 17: Tensão na partida com chave compensadora desconsiderando o efeito pelicular do motor	27
Figura 18: Tensão na partida com chave compensadora considerando o efeito pelicular do motor.....	27
Figura 19: comparação do conjugado do motor com e sem efeito pelicular –Partida Direta	28
Figura 20: comparação do conjugado do motor com e sem efeito pelicular –Chave Compensadora	29
Figura 21: comparação do conjugado do motor com e sem efeito pelicular –Soft-starter.....	29
Figura 22: Velocidade e corrente com partida direta do motor desconsiderando seu efeito pelicular.....	30
Figura 23: Velocidade e corrente com partida direta do motor considerando seu efeito pelicular.	30
Figura 24: Velocidade e corrente com chave compensadora do motor desconsiderando seu efeito pelicular.	31
Figura 25: Velocidade e corrente com chave compensadora do motor considerando seu efeito pelicular.	31
Figura 26: Velocidade e corrente com soft-starter do motor desconsiderando seu efeito pelicular.	32
Figura 27: Velocidade e corrente com soft-starter do motor considerando seu efeito pelicular.....	32
Figura 28: Diagrama Fasorial entre o estator e o rotor [4].	36
Figura 29: (a) Ângulo de referencia no eixo direto, (b) Transformação odq [4].....	38
Figura 30: Circuito equivalente em regime permanente com variáveis cíclicas [4].....	43
Figura 31: Resistência no rotor em função do escorregamento (Motor 50 HP)	58
Figura 32: Reatância no estator em função do escorregamento (Motor 50HP).....	58
Figura 33: Reatância no estator em função do escorregamento (Motor 50HP).....	59
Figura 34: Comparação Torque eletromagnético (Motor 50HP).....	60
Figura 35: Comparação Corrente no estator (Motor 50HP)	60
Figura 36: Tensão de partida direta (Motor 50HP).....	61
Figura 37: Tensão na partida com soft-starter (Motor 50 HP).....	61
Figura 38: Tensão na partida com chave compensadora desconsiderando o efeito pelicular do motor 50HP	62
Figura 39: Tensão na partida com chave compensadora considerando o efeito pelicular do motor 50 HP.....	62
Figura 40: comparação do conjugado do motor 50 HP com e sem efeito pelicular –Partida Direta	63
Figura 41: comparação do conjugado do motor 50 HP com e sem efeito pelicular –Chave Compensadora	63
Figura 42: comparação do conjugado do motor 50 HP com e sem efeito pelicular –Soft-Starter	64
Figura 43: Velocidade e corrente com partida direta do motor 50 HP desconsiderando seu efeito pelicular.	65
Figura 44: Velocidade e corrente com partida direta do motor 50 HP considerando seu efeito pelicular.	65
Figura 45: Velocidade e corrente com chave compensadora do motor 50 HP desconsiderando seu efeito pelicular.	66
Figura 46: Velocidade e corrente com chave compensadora do motor 50 HP considerando seu efeito pelicular.	66
Figura 47: Velocidade e corrente com Soft-Starter do motor 50 HP desconsiderando seu efeito pelicular.	67

Figura 48: Velocidade e corrente com Soft-Starter do motor 50 HP considerando seu efeito pelicular. ...67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Dados de placa do motor de indução trifásico	21
Tabela 2: medições dos ensaios do motor de indução trifásico	21
Tabela 3: Valores dos Parâmetros de cada modelo e diferença relativa	22
Tabela 4: Características do motor de indução trifásico	22
Tabela 5: Dados de placa do motor de indução trifásico (Motor 50HP)	56
Tabela 6: medições dos ensaios do motor de indução trifásico (Motor 50HP)	56
Tabela 7: Valores dos Parâmetros de cada modelo e diferença relativa (motor 50HP).....	57
Tabela 8: Características do motor de indução trifásico (Motor 50HP).....	57

Sumário

1	Introdução.....	1
2	Motor de indução trifásico.....	2
2.1	Princípio de funcionamento.	2
2.2	Circuito elétrico equivalente.	3
2.3	Características do motor de Indução.	6
3	Métodos de ensaios para obter os parâmetros do motor em regime permanente.....	8
3.1	Ensaio a partir da norma NBR 5383-1.....	8
3.2	Ensaio a partir do método modificado [3].....	12
4	Partidas com chave compensadora e soft-starter.	17
4.1	Chave Compensadora.	17
4.2	Soft-starter.	19
5	Resultados e Conclusões.	21
5.1	Análise em regime permanente.....	22
5.2	Análise dinâmica dos momentos de partida.....	25
6	Referência bibliográfica	34
	Apêndice A: Modelo Dinâmico do Motor de Indução Trifásico por Transformação odq.....	35
	Apêndice B: Método de Euler e Método de Runge-Kutta.....	44
	Apêndice C: Simulação Dinâmica do motor de indução trifásico.....	46
	Apêndice D: Resultados da Operação de um Motor de Indução Trifásico.....	56
	Apêndice E. Simulação Dinâmica com Partida Chave Compensadora.....	68
	Apêndice F: Simulação Dinâmica com Partida Soft-starter.	71
	Apêndice G: Simulação Estática das Características do motor de Indução Trifásico	73

1 INTRODUÇÃO

Os motores de indução trifásicos são amplamente utilizados em zona rurais, residências e principalmente em indústrias por serem robustos e o mais comum entre os motores atuais. Eles apresentam uma grande diversidade de aplicações devido a uma enorme faixa de valores com relação a sua potência.

Um dos grandes problemas dos motores de indução é o seu comportamento no momento de sua partida e seu escorregamento. O conhecimento dos valores do torque e corrente na partida pode ser de extrema importância para a análise de qual tipo de aplicação e que poderá ser usado com maior eficiência e a melhor forma de acionamento analisando o custo x benefício.

Para obtenção destes valores, os motores de indução passam por ensaios e destes são obtidos seus parâmetros e conseqüentemente seu circuito elétrico equivalente em regime permanente. A ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) e vários trabalhos feitos por diversos estudiosos, autores de livros clássicos apresentam várias formas de conseguir estes parâmetros.

Existem várias maneiras de melhorar a partida dos motores de indução. A chave compensadora e soft-starter serão apresentadas, simuladas e analisadas consolidando a importância da suavização no início de funcionamento dos motores de indução trifásicos.

Nos ensaios e simulações do motor de indução trifásico serão apresentados resultados, que apresentam a influência das características deste nas condições de operação normal e nas condições de partida. Com isto resultados mais próximos do comportamento real do motor de indução trifásico com simulações mais aprofundadas.

2 MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

De um modo geral, o motor de indução trifásico é uma máquina elétrica constituída por uma parte fixa denominada de estator, e uma parte móvel denominada de rotor e separados entre si por um pequeno espaço (gap) denominado de entreferro. O estator apresenta três bobinas defasadas de 120° elétricos distribuídas nas ranhuras do núcleo ferromagnético. O rotor pode ser construído com três bobinas, chamado de rotor bobinado, ou laminado e em curto-circuito, conhecido como gaiola de esquilo.

2.1 PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO.

O motor de indução tem uma semelhança existente entre o funcionamento de um transformador, que o acionamento inicia-se com uma corrente alternada de partida para o estator com uma frequência elétrica, e fornece uma corrente induzida para o rotor que produzem um fluxo magnético no entreferro que gira na velocidade síncrona, portanto em sincronismo com o fluxo magnético do estator de forma estacionária. Este circuito acoplado entre o estator e o rotor fornece magneticamente uma relação angular entre o fluxo estatórico e a corrente induzida rotórica, que produz um torque eletromagnético.

$$T = -\frac{\dot{\phi}}{2} \sin(\delta) [1 - \cos(\delta)] \quad (2.1)$$

T = Torque Eletromagnético

ϕ = Número de pólos

M = Indutância mútua entre o estator e o rotor

I_s = corrente no estator

I_r = corrente no rotor

δ = ângulo entre o eixo magnético do estator e o eixo magnético do rotor.

2.2 CIRCUITO ELÉTRICO EQUIVALENTE.

Existem muitas maneiras de representar o circuito elétrico equivalente para um motor de indução trifásico. Neste item serão considerados todos os pontos importantes do motor apresentando as perdas consideráveis seguindo passo a passo a construção deste circuito.

Dois itens são importantes para o desenvolvimento do circuito: o motor deve estar equilibrado e as ligações do rotor serão ligadas em Y.

A tensão de entrada em cada fase (V_{1f}) alimenta cada bobina do estator e gera um fluxo magnético no entreferro que produz uma tensão induzida. As bobinas do estator são representadas por uma resistência (r_1) e uma reatância (x_1), as ranhuras do núcleo ferromagnético são representados por uma resistência no ferro (r_{fe}) em paralelo com uma reatância de magnetização (x_m), a tensão induzida no rotor (\hat{E}_{2r}) é gerada pelo fluxo resultante de entreferro.

$$= \dots + \dots + \hat{E} \quad (2.2)$$

A inclusão do rotor é representada por uma impedância Z_{2r} referida no rotor formado por uma resistência (r_{2r}) e uma reatância (x_{2r}).

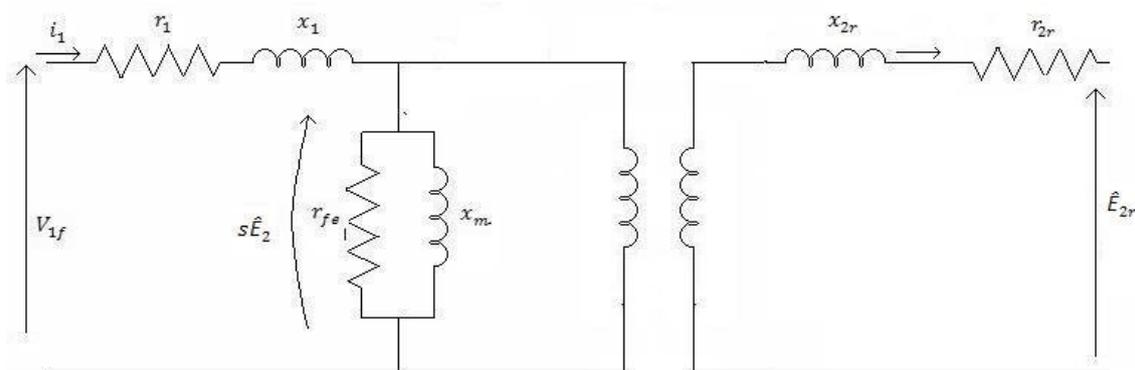


Figura 1: Circuito Equivalente com Impedância referida no rotor

Pode-se notar que realmente o circuito elétrico da figura 1, apresenta uma semelhança grande entre o circuito equivalente do motor de indução trifásico e o transformador. Como estamos considerando um circuito equilibrado, as bobinas do

estator e do rotor apresentam um mesmo número de espiras, do qual não diferencia nos valores da tensão (\hat{E}_2) e impedância (Z_2) referida no estator. Mas no motor de indução trifásico ocorre um fenômeno na indução provocando uma diferença entre a velocidade síncrona no fluxo do entreferro e a velocidade do rotor que chamamos de escorregamento (s). A tensão e a frequência do rotor depende do valor deste escorregamento,

$$\hat{E} = \hat{E} \quad (2.3)$$

$$= \quad (2.4)$$

$$= \quad (2.5)$$

$$\hat{E} = \hat{i} + \hat{i} \equiv \hat{E} = -\hat{i} + \hat{i} \quad (2.6)$$

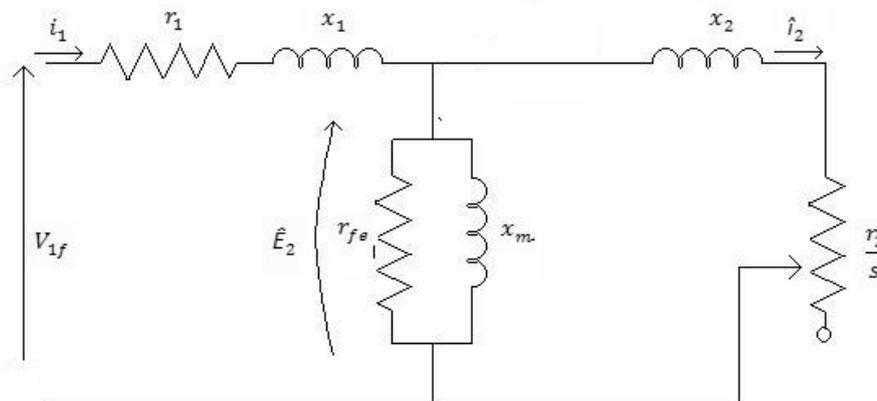


Figura 2: Circuito elétrico equivalente

Outro modo de obter o circuito elétrico equivalente é transformando o núcleo ferromagnético em série (zns).

$$= \frac{\quad}{+} = \quad + \quad (2.7)$$

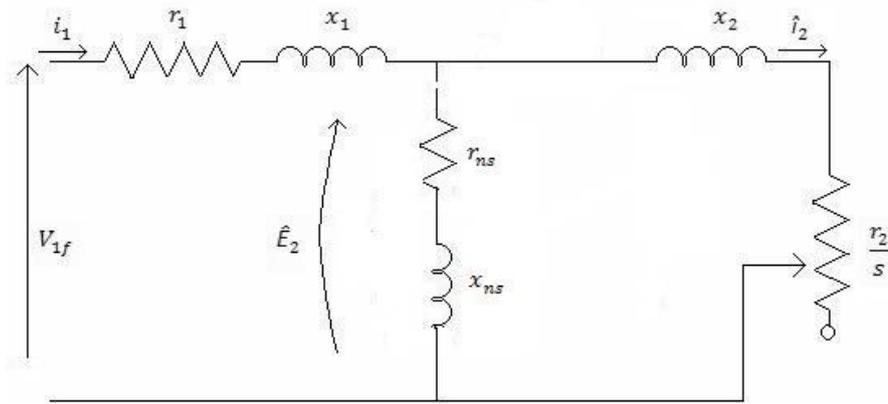


Figura 3: Circuito equivalente núcleo ferromagnético em série.

A partir destes circuitos e com os parâmetros definidos da máquina podemos obter os valores de torque, corrente estatórica, corrente rotórica, perdas e potência.

Existem condições aproximadas que facilitam a análise do circuito elétrico equivalente de um motor de indução trifásico. Geralmente as perdas de potência no ferro não são tão altas. A corrente de excitação distribuída para a resistência no ferro é muito pouca em relação à corrente que passa para a indutância de magnetização. A resistência no ferro é desprezada e estas perdas são consideradas junto com as perdas por atrito e ventilação. O circuito equivalente da figura 4 será utilizado para as simulações dinâmicas do motor.

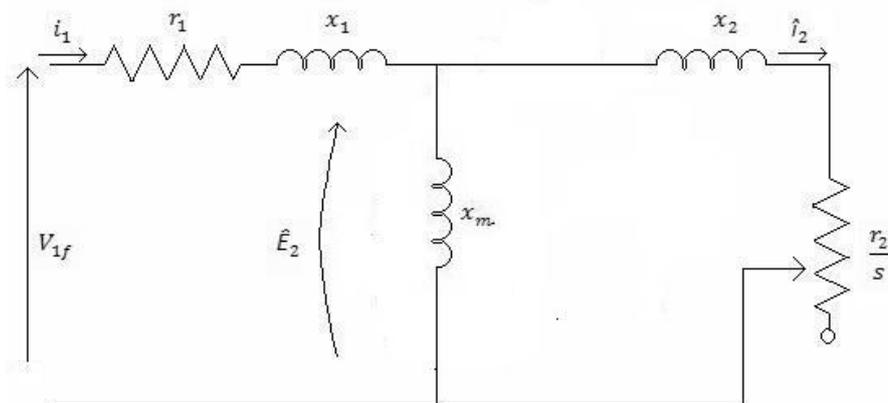


Figura 4: Circuito equivalente aproximado

2.3 CARACTERÍSTICAS DO MOTOR DE INDUÇÃO.

Cada motor possui as suas características de torque, corrente e escorregamento, e com estas variáveis podemos classificar o motor e ter a uma análise correta para sua aplicação.

Quando a velocidade mecânica do rotor (n) está parada, temos o valor do escorregamento ($s = 1$), no momento da partida do motor. Quando o valor da velocidade mecânica do motor é igual à velocidade síncrona (n_s) temos um escorregamento nulo ($s = 0$).

$$= \frac{\quad}{\quad} \quad (2.8)$$

Podemos encontrar o torque eletromagnético e a corrente estatórica em função do escorregamento em regime permanente. Com esta análise tem-se o torque de partida, a corrente de partida, e seus valores nominais dependendo do escorregamento definindo e confirmando assim sua classificação.

Com a análise do circuito equivalente da figura 3, o módulo da corrente no estator é:

$$= \frac{| \quad |}{| \quad | + | \quad |} \quad (2.9)$$

Utilizando a técnica de divisor de corrente, a corrente no rotor (I_r) é encontrada com os valores das impedâncias do entreferro e do rotor, e da corrente no estator:

$$= \frac{| \quad |}{| \quad | + | \quad |} \quad (2.10)$$

Para o torque eletromagnético (T) devemos encontrar a potência no entreferro (p_g), e a potência no rotor (p_r)

$$= \quad - \quad (2.11)$$

$$= \quad (2.12)$$

Assim diferenciando-se a expressão de energia (p) com relação ao ângulo mecânico (no caso da velocidade mecânica), resulta na expressão do conjugado da máquina sem levar em consideração das perdas rotativas (atrito, ventilação e suplementares).

$$= \frac{\text{---}}{\text{---}} = \text{---} \quad (2.13)$$

3 MÉTODOS DE ENSAIOS PARA OBTER OS PARÂMETROS DO MOTOR EM REGIME PERMANENTE.

Quando ensaios de carga não são feitos, as características operacionais do motor de indução trifásicos como rendimento, fator de potência, conjugado são calculadas de acordo com o circuito equivalente. Nestes ensaios são obtidos dados para obter os parâmetros desejados do circuito equivalente do motor de indução.

Nos subitens a seguir são apresentados dois modelos para obter tais parâmetros, e com o principal objetivo de um estudo mais preciso do motor analisado. Os circuitos equivalentes utilizados para cada subitem respectivamente são as figuras 2 e 3.

3.1 ENSAIO A PARTIR DA NORMA NBR 5383-1.

De acordo com norma NBR 5383-1 os dados são obtidos de um ensaio em vazio e um ensaio de impedância. A exatidão da predição das características do motor na faixa de operação normal depende, primariamente, da proximidade de quanto R_r representa a real resistência do rotor para corrente de baixa frequência e, secundariamente, da proximidade de quanto X_r representa a real reatância do rotor para correntes de baixa frequência [3].

No ensaio a vazio o rotor do motor é girado à tensão e frequência nominal sem carga acoplada. O motor deve ser operado até que a potência de entrada seja estabilizada para garantir um valor correto das perdas por atrito e ventilação (P_{av}). Neste ensaio são obtidas as leituras da Tensão Nominal (V_v), Corrente de Linha no estator (i_v), a potência de entrada (P_v) e a frequência nominal (f_{nom}). Após a potência de entrada estabilizada, o valor desta menos a perda no estator versus a tensão nominal é colocada em um gráfico, e a curva obtida é estendida até a tensão zero. A intersecção do eixo da ordenada com a tensão zero é a perda por atrito e ventilação.

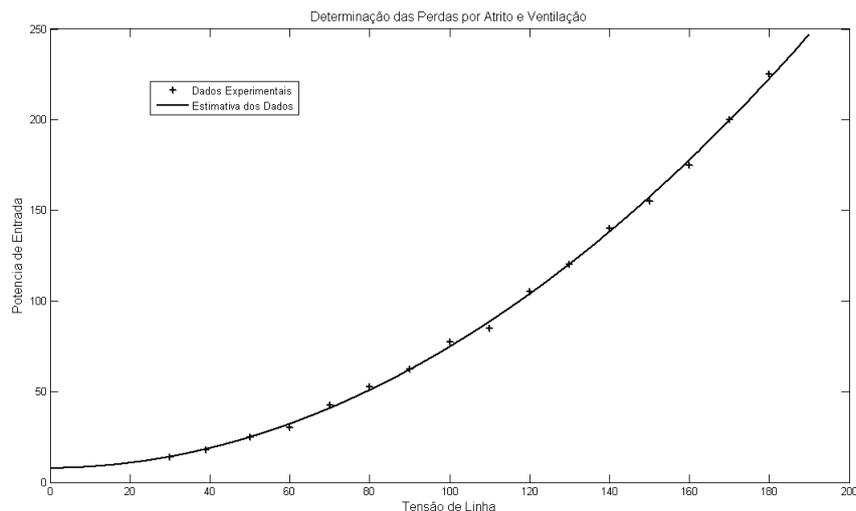


Figura 5: Perdas por Atrito e Ventilação

No ensaio de impedância os dados de impedância considerados são a Tensão (V_b), Corrente (i_b), a potência de entrada (P_{eb}) e resistência estatórica na sua temperatura de operação. Se o rotor é bobinado, estas bobinas devem estar em curto-circuito. A reatância deve ser medida na corrente nominal.

É importante que o valor da reatância utilizado seja o valor correto de saturação e de efeito de barra profunda. Os rotores de dupla gaiola e barra profunda passam por um fenômeno conhecido como efeito pelicular ou efeito skin. Este efeito é responsável por um aumento da impedância do motor de indução em função da frequência da corrente elétrica. À medida que aumenta a frequência desta corrente o campo magnético diminui provocando uma diminuição da reatância da máquina. Estes valores medidos sem a preocupação deste fenômeno podem provocar erros na obtenção dos parâmetros encontrados nos ensaios.

No ensaio de determinação de impedância o rotor é bloqueado em uma frequência inferior ou igual a 25% do valor da frequência nominal e com o valor da corrente nominal. O valor da reatância será proporcional ao valor da frequência, logo o valor da reatância nominal será igual ao valor encontrado à frequência reduzida multiplicado pela razão de frequência nominal pela frequência reduzida.

O rotor deve ser bloqueado de maneira que o eixo não se mova, e a tensão deve ser aumentada até a obtenção do valor da corrente nominal do motor. Os valores da tensão e corrente nas três fases são lidos e determinados. Um ponto importante quanto ao rotor quando bloqueado deve ser girado lentamente e anotadas as corrente máximas e mínimas durante um ciclo do rotor, o valor medido para a corrente de rotor bloqueado

será a média do valor mínimo e máximo. Outro valor que deve ser anotado será a resistência do enrolamento do estator.

Cuidado: Neste ensaio para não sobreaquecer os enrolamentos, mede-se o valor mais alto primeiro e em seguida os menores para equalizar a temperatura.

Nos dados de placa de um motor de indução trifásico é especificado qual a categoria deste. De acordo com a norma brasileira NBR 7094 os motores de indução são definidos em três categorias (N, H, D).

Categoria N – Utilizado em acionamento de cargas normais apresenta baixo escorregamento, conjugado e corrente de partida normal.

Categoria H – Utilizado em cargas que dependem de alto conjugado de partida, apresenta escorregamento baixo, conjugado de partida alto e corrente de partida normal.

Categoria D - Utilizado em cargas que apresentam picos periódicos, apresenta escorregamento elevado (maior do que 5%), conjugado de partida elevado e corrente de partida normal.

Quando não são apresentados mais detalhes do projeto, valores relativos entre e para fins didáticos são:

$$\frac{I_{sc}}{I_n} = 0,68 \quad ;$$

$$\frac{I_{sc}}{I_n} = 0,58 \quad ;$$

$$\frac{I_{sc}}{I_n} = 0,78 \quad ;$$

Com o dado obtido a partir dos ensaios a vazio e de impedância podemos encontrar os valores de $\cos \phi$, $\sin \phi$, $\tan \phi$, ϕ por métodos matemáticos e análise do circuito equivalente.

No ensaio sem carga, a corrente que passa pelo rotor é muito pequena devido ao escorregamento ser muito pequeno aumentando muito ω_s no rotor e passando a corrente no núcleo ferromagnético do motor. Com os dados de ensaio a vazio temos o cálculo da reatância de magnetização.

Primeiro encontramos o valor da potencia reativa a vazio pela equação 3.1, e o valor da potencia reativa com rotor bloqueado pela equação 3.3, com as equações 3.2, 3.4 e 3.5 devemos admitir valores iniciais para $\cos \phi$ até que por um processo de

iteração destas três equações encontre as condições e valores estáveis para com uma tolerância de 0,1%.

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \quad (3.1)$$

$$= \left(\quad \right) - \quad (3.2)$$

$$= \frac{1}{1 + \quad} \quad (3.3)$$

$$= \frac{\quad}{1 + \quad + \quad} \quad + \quad (3.4)$$

$$= \quad (3.5)$$

Solucionado os valores de , o próximo passo é encontrar o valor de com a categoria especificada pelo dado de placa, que temos a relação — e a partir da equação 3.6. Em seguida através das perdas no ferro (P_{fe}) encontradas pela equação 3.7 a resistência no ferro é resolvida a partir do valor encontrado de sua condutância (g_{fe}).

$$= \frac{\quad}{\quad} \quad (3.6)$$

$$= \quad - \quad (3.7)$$

$$= \frac{\quad}{1 + \quad} \quad (3.8)$$

$$= \frac{1}{\quad} \quad (3.9)$$

Finalmente podemos encontrar o último parâmetro, que é o valor de pela equação 3.10.

$$= \frac{P_{ev}}{3V_v} - \frac{1}{3} + \frac{P_{fe}}{3V_v} - \frac{P_{at}}{3V_v} \quad (3.10)$$

3.2 ENSAIO A PARTIR DO MÉTODO MODIFICADO [3].

Neste ensaio do motor de indução trifásico com o objetivo de obter os parâmetros já encontrados no item 3.1, é tomado como referência o livro de máquinas elétricas 6ª edição do autor A.E.Fitzgerald. Algumas alterações são realizadas neste procedimento para a obtenção dos parâmetros. Os valores de V_v , i_v , P_{ev} , que variam com a frequência, dependerão dos valores encontrados nos ensaios.

São realizados quatro ensaios que serão explicitados neste item. No ensaio a vazio ou sem carga que dá informações necessárias para as perdas a vazio como, perdas no estator, perdas rotacionais, perdas no ferro e perdas por atrito e ventilação. Para adquirir os valores desejados de V_v , i_v e P_{ev} , o motor deve estar em sua frequência nominal (f_{nom}), e especialmente na temperatura de operação para obter o valor da resistência no estator (o ensaio para obter o valor da resistência no estator não será apresentado) e que os mancais do eixo estejam totalmente lubrificados.

Com os valores já encontrados pode começar o procedimento para obter os parâmetros. Encontrado o valor da potencia aparente a vazio (S_v) e da potencia reativa a vazio é obtido o valor da reatância a vazio (x_v).

$$= \frac{P_{ev}}{\sqrt{3}V_v} \quad (3.11)$$

$$= \frac{P_{ev}}{3V_v} - \frac{1}{3} + \frac{P_{fe}}{3V_v} - \frac{P_{at}}{3V_v} \quad (3.12)$$

$$= \frac{P_{ev}}{3V_v} - \frac{1}{3} + \frac{P_{fe}}{3V_v} - \frac{P_{at}}{3V_v} \quad (3.13)$$

O valor da reatância a vazio é aproximadamente igual a:

$$= + \quad (3.14)$$

No ensaio com rotor bloqueado onde já se tem a informação de que o eixo do rotor está travado, ou seja, o valor do escorregamento é igual a um ($s=1$) fornece as informações sobre as impedâncias de dispersão. Este ensaio é analisado duas vezes, um na sua frequência com 25% de f_{nom} , e outro ensaio com o próprio valor de f_{nom} . Os valores lidos são: a tensão de linha com rotor bloqueado (V_b), corrente de linha com rotor (i_b), Potência de entrada com rotor bloqueado (P_b), e a frequência com rotor bloqueado (f_b).

A reatância (x_b) e resistência (r_b) com rotor bloqueado são encontradas a partir da potência aparente (S_b), Potência reativa (Q_b) e com a frequência desejada (f_{nom} ou $25\%f_{nom} \Rightarrow f$).

$$= \frac{\quad}{\sqrt{3}} \quad (3.15)$$

$$= \frac{\quad}{-} \quad (3.16)$$

$$= \left(\frac{\quad}{\quad} \right) \frac{\quad}{\quad} \quad (3.17)$$

$$= \frac{\quad}{\quad} \quad (3.18)$$

De acordo com o circuito da figura 4, considerando as perdas no ferro incluídas nas perdas rotativas, podemos achar impedância bloqueada (z_b) sendo ($r_2 + jx_2$) em paralelo com jx_m , e supondo $r_2 \ll x_m$, tem-se:

$$= + = + \frac{\quad}{+} + + \frac{\quad}{+} \quad (3.19)$$

Para o desacoplamento das reatâncias é necessário saber qual a classe do determinado motor. De acordo com a norma IEEE 112 os motores são divididos nas classes A, B, C, D e de rotor bobinado, que para este último caso as bobinas do rotor estão em curto-circuito. As relações e características de cada classe são dadas em seguida:

Classe A – Utilizada em acionamento de cargas normais, mas com geralmente para motores acima de 7,5 HP é necessário uma compensação na partida, apresenta baixo escorregamento, conjugado de partida normal e corrente de partida normal.

Classe B – Utilizada em acionamento de cargas que solicitam velocidade constante geralmente com faixas de potência de 7,5 a 200HP apresenta baixo escorregamento, conjugado de partida normal e corrente de partida baixa.

Classe C – Utilizada em acionamento de cargas com rotor de gaiola dupla apresenta baixo escorregamento, conjugado de partida alto e corrente de partida baixa.

Classe D – Utilizada em acionamentos de cargas intermitentes, apresenta alto escorregamento (7 a 10%), conjugado de partida elevado e corrente de partida baixo.

Os valores entre e para fins didático são:

$$— = 1 \quad ;$$

$$— = 0,67 \quad ;$$

$$— = 0,43 \quad ;$$

$$— = 1 \quad .$$

Com a relação — e a partir do termo imaginário da equação 3.19 sabendo que:

$$= (\quad - \quad) \frac{\quad}{\quad + \quad - \quad} \quad (3.20)$$

Os parâmetros x_1 e x_2 são encontrados e com a equação 3.14 encontramos r_2 e pelo termo real da equação 3.19, encontramos x_2 .

$$= (\quad - \quad) \frac{+}{\quad} \quad (3.21)$$

Como comentado anteriormente os valores encontrados para ensaio com rotor bloqueado são valores para as frequências nominais e 25% da nominal sendo esta referenciada para a frequência nominal. Com isto podemos notar que os parâmetros no rotor e a reatância no estator dependem da frequência e logo do escorregamento.

Todos os parâmetros do circuito variam em função do escorregamento, sendo que uns mais e outros menos. Será considerado que r_2 , x_2 não tem tanta variação em seus valores quanto x_1 , x_2 , onde dependem mais do escorregamento.

Os parâmetros do motor dependem da variação da frequência induzida no rotor, assim pode-se determinar uma função aproximada do comportamento destes parâmetros especialmente para r_2 , x_2 e x_1 , que apresentam uma maior variância em função do escorregamento. Os termos destas equações são valores dos ensaios a 15 Hz e 60 Hz.

$$(\quad) = \quad + \quad - \quad (3.22)$$

$$(\quad) = \quad + \quad - \quad (3.23)$$

$$(\quad) = \quad + \quad - \quad (3.24)$$

Para finalizar devemos encontrar o valor da perda no ferro (P_{fe}) através da análise da figura 3 e com uma equação estimada em função da potência nominal (P_{nom}) da potência de ensaio a vazio (P_v). Por fim encontramos a resistência no ferro:

$$= \frac{(-0,0617 + 70,3)}{100} \quad (3.25)$$

$$= \text{-----} \quad (3.26)$$

Com o desenvolvimento da equação 2.7 temos a relação do valor de r_{fe} com a equação do segundo grau:

$$- \quad + \quad = 0 \quad (3.25)$$

4 PARTIDAS COM CHAVE COMPENSADORA E SOFT-STARTER.

Como se sabe, os motores elétricos, ao serem ligados, instantaneamente, permitem que um grande fluxo de corrente elétrica circule através dos seus enrolamentos. Isso ocorre porque, estando parado, não há força contra-eletromotriz que se oponha ao fluxo de corrente. Ao iniciar as primeiras revoluções, com o surgimento da força contra-eletromotriz, o fluxo de corrente diminui e se estabiliza no seu valor nominal. O valor máximo instantâneo da corrente solicitada durante a partida varia em função do tipo de construção do motor e proporcionalmente a sua potência.

Os motores de indução apresentam problemas em sua partida com relação aos transitórios. Os motores podem passar por uma sobrecarga, um curto-circuito, falha na proteção podendo diminuir sua vida útil ou até mesmo provocar falhas ou defeitos no circuito agregado por ele.

Existem métodos de partida para eliminar estes problemas, e com principal objetivo de diminuir a corrente no momento de sua partida através da redução da tensão do motor: a chave compensadora que tem a estrutura de um autotransformador; e soft-starter, tendo como principal característica uma partida suave.

4.1 CHAVE COMPENSADORA.

O método de partida com chave compensadora utiliza um autotransformador, que reduz a corrente absorvida da linha devido a redução de tensão. Este método é feito simplesmente mudando a tensão fornecida ao motor através dos taps, ou regulador do autotransformador. Normalmente este autotransformador vem equipado com taps para reduzir a tensão de alimentação para os valores de 50%, 65% e 80% da tensão nominal, até chegar ao valor da tensão nominal.

Na figura abaixo, a partida é acionada com a corrente fluindo pelos contatos "S" (de "Start"). No momento seguinte, depois que o motor alcançou velocidade próxima à nominal, os contatos são revertidos para "R" (de Run).

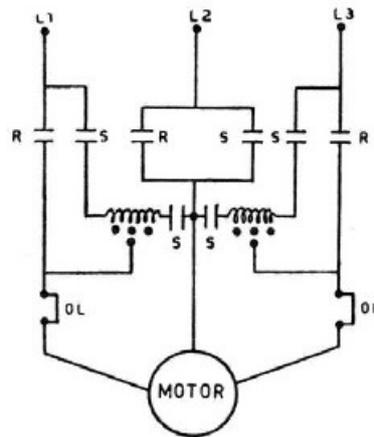


Figura 6: Chave compensadora de partida com autotransformador de 3 taps [5].

A principal finalidade é reduzir a tensão por fase do motor, na partida, para que ocorra uma redução proporcional da corrente, E o tempo de chaveamento será indicado na condição que a corrente seja sempre menor do que a corrente com relação a 50% da tensão nominal. A figura 6 mostra de forma clara o comportamento de chaveamento.

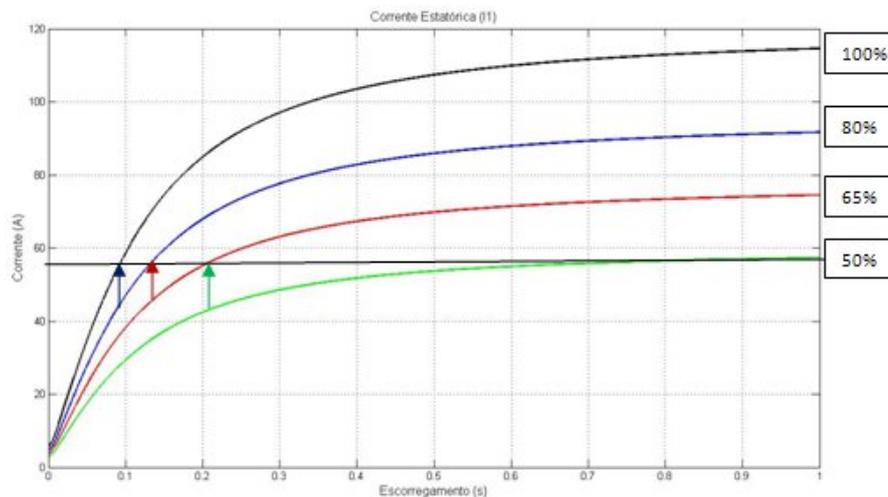


Figura 7: Momento de chaveamento da chave compensadora

É notável que em um autotransformador, a corrente absorvida pelo motor no secundário do autotransformador é maior do que a corrente de linha no primário do autotransformador devido à transformação da tensão com relação às espiras. Logo, a corrente de partida do motor é limitada, na proporção da redução de tensão realizada pelo autotransformador, mas a corrente de linha é reduzida pelo quadrado da relação de transformação o que é uma grande vantagem. A sua desvantagem é justamente o alto

custo do autotransformador e a probabilidade de apresentar arcos elétricos e ruídos na variação do tap, mas segue o mínimo de harmônicos na rede.

4.2 SOFT-STARTER.

A chave de partida estática *soft-starter* é um método de acionamento eletrônico de motores de indução trifásicos, por meio da utilização de triacs (SCR's), em cada fase, entre a área de alimentação e o motor. O ângulo de disparo no triac é controlado eletronicamente, através de um circuito microprocessado, para variar a tensão.

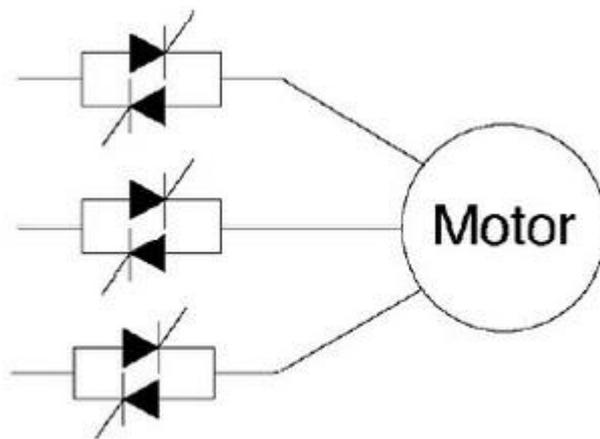


Figura 8: Disposição dos triac's para o controle de partida do motor

O soft-starter inicia a transferência gradual de energia para o motor, iniciando assim, suavemente a aceleração do mesmo, reduzindo os trancos e golpes nos componentes mecânicos e sobrecarga na rede elétrica durante a partida.

Como a tensão é variada de forma contínua, o soft-starter é também conhecido como partida suave ou estática, pois a tensão varia suavemente sem precisar gerar saltos nos valores da tensão como acontece com a chave compensadora.

A grande vantagem de uma chave eletrônica é a possibilidade de realizar aberturas e fechamentos sem apresentar arcos elétricos e ruídos, característicos de chaves eletromecânicas (contatores), tornando a sua vida útil mais longa.

A tensão rms varia como um formato de rampa, e o tempo de intervalo da variação da tensão inicia-se com certa porcentagem do valor nominal (50%) e finaliza até atingir o valor nominal, numa faixa de dois a trinta segundos, o que depende extremamente das características do motor e de sua carga.

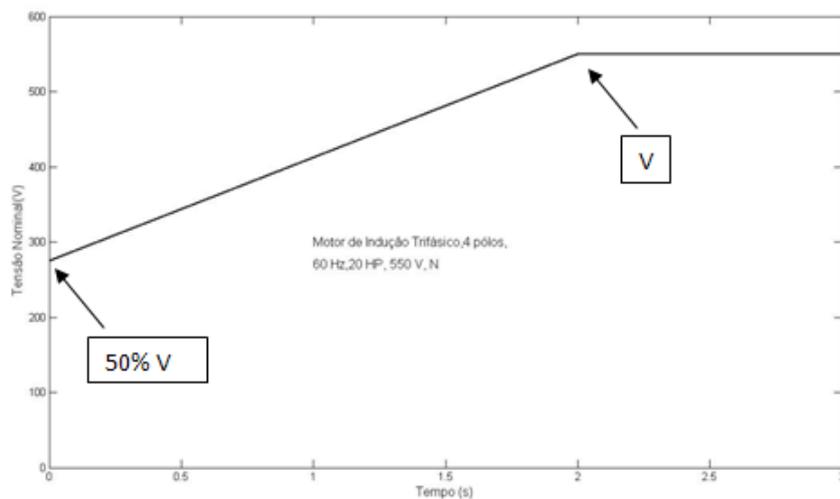


Figura 9: Tensão Nominal do motor

As principais características que uma boa chave soft-starter deve ter são funções de: proteção, sinalização e ajustes. Essas funções e características são bastante desejáveis e estão presentes em todas as chaves produzidas industrialmente.

5 RESULTADOS E CONCLUSÕES.

Os ensaios e simulações são realizados para um motor de indução trifásico de barra profunda. Os dados de placa (Potência, Tensão, Corrente, Frequência, Número de Pólos, Categoria ou Classe, Tipo de motor) do motor estão na tabela 1 e os valores dos ensaios (a vazio, rotor bloqueado) realizados a partir do capítulo 3, estão na tabela 2. Importante ressaltar que o valor da resistência no estator é encontrado logo após o ensaio de rotor bloqueado na temperatura de operação, e este valor foi utilizado para todos os ensaios.

Tabela 1: Dados de placa do motor de indução trifásico

Dados do Motor de Indução Trifásico	
Potência Nominal (HP)	3
Tensão Nominal (V-Y)	380
Corrente Nominal (A)	4.98
Frequência Nominal (Hz)	60
Pólos	4
Categoria	N
Classe	B
Tipo	Barra Profunda

Tabela 2: medições dos ensaios do motor de indução trifásico

Medições	Ensaio a vazio	Rotor Bloqueado (60Hz)	Rotor Bloqueado (15Hz)
Tensão de Linha (V)	380	57	50.5
Corrente de Entrada (A)	3.09	5.03	5
Potência de Entrada (W)	260	365	295
Frequência (Hz)	60	60	15

5.1 ANÁLISE EM REGIME PERMANENTE

Na tabela 3 os parâmetros do circuito equivalente dos ensaios do capítulo 3 são apresentados. A diferença de valores entre a norma e o modelo modificado é significativa especialmente ao ensaio de rotor bloqueado (60 Hz) devido à norma não levar em consideração as condições de partida.

Já nas diferenças de valores entre o modelo clássico referenciado à frequência de 60 Hz e o modelo modificado referenciado à frequência de 15 Hz, mostram especialmente para os valores de r_2 , x_1 e x_2 dependem da frequência devido as considerações do efeito pelicular (skin) na construção do motor aumentando a resistência e diminuindo as reatâncias do estator e do rotor.

Tabela 3: Valores dos Parâmetros de cada modelo e diferença relativa

Parâmetros (ohm)	Norma NBR	Modelo Clássico		Diferença Relativa (%)	
		Referência 60Hz	Referência 15Hz	Norma NBR e Modelo Modificado (15Hz)	Modelo Modificado (60Hz) e Modelo Modificado (15Hz)
r1	2,839	2,839	2,839	0,00	0,00
r2	1,5	2,129	1,526	1,70	39,52
x1	7,65	1,816	7,586	0,84	317,73
x2	11,249	2,724	11,379	1,14	317,73
Rfe	645,017	732,75	613,636	4,87	19,41
Xm	64,101	68,602	62,833	1,98	9,18

Na tabela 4, as características de torque e corrente na partida apresentam uma grande diferença sendo que o modelo clássico é exatamente voltado para um resultado preciso nesta condição e em regime permanente os dois ensaios apresentam valores bem próximos.

Tabela 4: Características do motor de indução trifásico

Características	Valores da Partida do Motor de Indução		Valores de Operação Normal do Motor de Indução (s=3%)	
	Norma NBR	Modelo Modificado	Norma NBR	Modelo Modificado
Torque (N.m)	2,65	34,56	9,883	9,729
Corrente (A)	12,41	33,45	5,168	5,168

Pode-se notar que no momento da partida, para os ensaios a 15 Hz e a 60 Hz em alguns casos tem uma grande diferença entre os valores sendo assim de extrema importância a utilização dos dois modelos, sendo um voltado para os valores dos parâmetros no momento da partida e outros valores dos parâmetros para o motor em operação nominal, com escorregamento baixo.

Nas figuras 7, 8 e 9 mostra a variação dos parâmetros r_2 , x_1 e x_2 durante a variação da frequência no rotor, por consequência do escorregamento e apresentam uma variação considerável dos seus valores como mostrado na tabela 3.

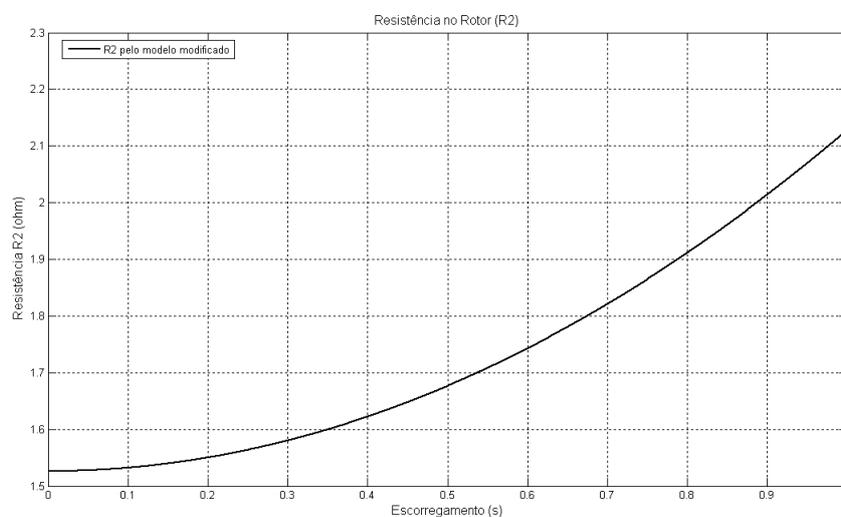


Figura 10: Resistência no rotor em função do escorregamento

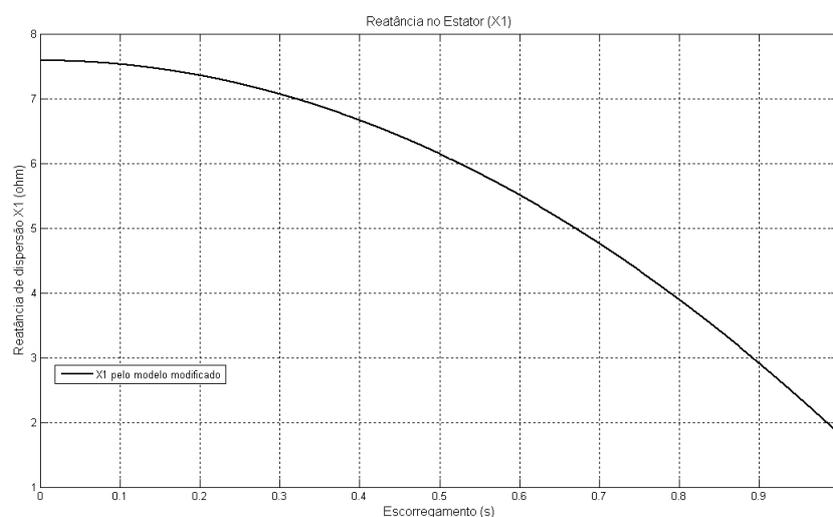


Figura 11: Reatância no estator em função do escorregamento

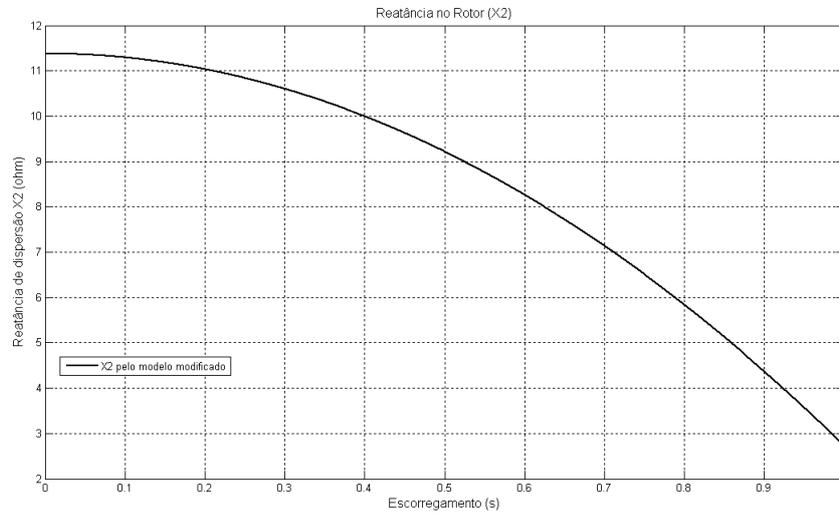


Figura 12: Reatância no rotor em função do escorregamento

Com os gráficos das correntes e torque em função do escorregamento, fica mais clara a diferença entre os valores de partida do motor e a equivalência na operação normal em comparação com os ensaios, e a importância de obter estes ensaios principalmente se tratando de um motor de dupla gaiola ou de barra profunda, que têm um maior efeito pelicular.

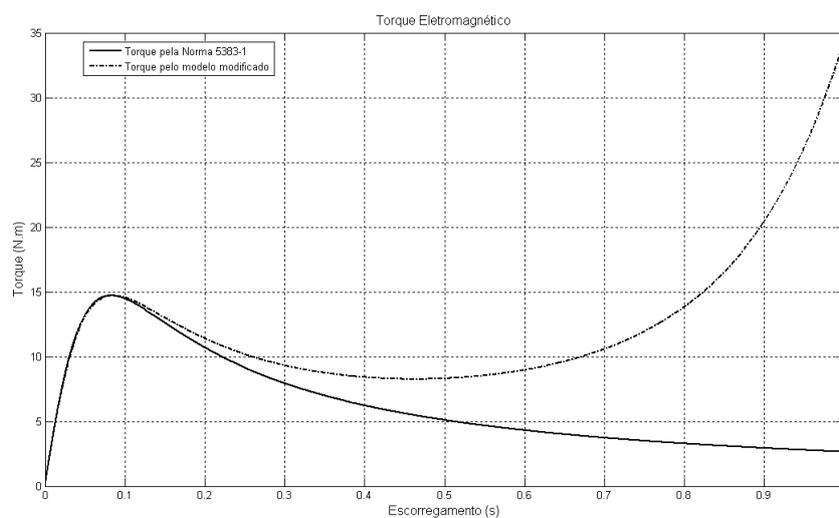


Figura 13: Comparação Torque eletromagnético

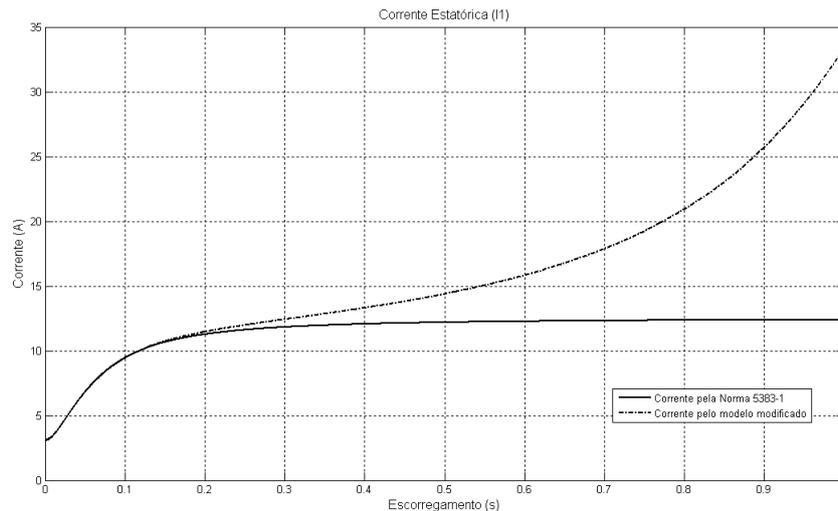


Figura 14: Comparação Corrente no Estator.

5.2 ANÁLISE DINÂMICA DOS MOMENTOS DE PARTIDA.

Vimos a importância da análise estática dos motores de indução, mas devemos também checar os transitórios dos motores de indução e os problemas que podem causar nestes.

As simulações dinâmicas foram efetuadas sem carga, com o objetivo único e exclusivo da análise do transitório e as altas correntes de partida em um motor de indução trifásico.

O motor foi simulado através dos parâmetros encontrados nos dois modelos apresentados no capítulo 3. Os parâmetros no modelo da norma NBR 5383-1 considera somente as condições de operação normal deixando as condições do transitório na partida sem efeito pelicular, caso contrário que geralmente ocorre nos motores de barra profunda. Diferente no modelo modificado que apresenta as condições dos parâmetros em função da frequência do rotor sendo bastante expressivos os valores da resistência no rotor, a reatância no rotor, a reatância no estator.

São apresentados adiante os resultados através dos três tipos de partida estudados: Partida Direta, Partida com chave compensadora (chaveada), e a partida eletrônica soft-starter.

As tensões com partida direta e com o soft-starter são iguais para os dois modelos, pois não há influência nos valores dos parâmetros do circuito equivalente; com o controle soft-starter a tensão depende somente do tempo de elevação da tensão ($t = 2s$) e o valor inicial (35% da Tensão Nominal) desta.

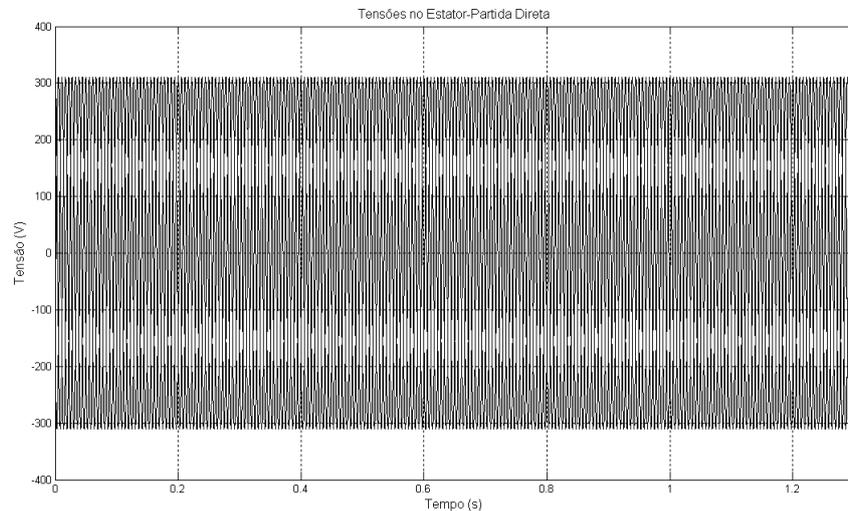


Figura 15: Tensão de partida direta

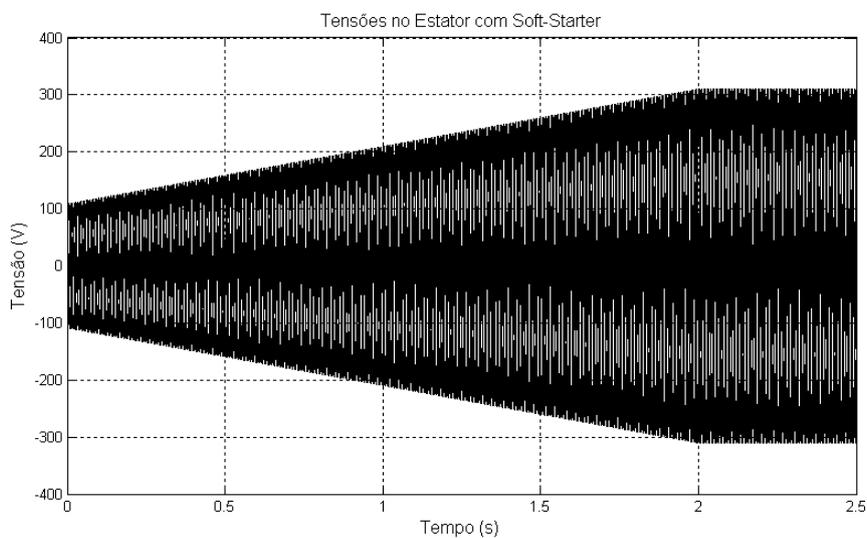


Figura 16: Tensão na partida com soft-starter

A tensão na partida com chave compensadora apresenta uma diferença das partidas direta e com soft-starter. O chaveamento para o aumento de 50%, 65%, 80% e finalmente para o valor da tensão nominal depende das características da corrente do motor. O chaveamento é efetuado em tempos distintos se comparado entre os dois modelos, pois os valores da corrente não são os mesmos no momento da partida até a operação normal do motor.

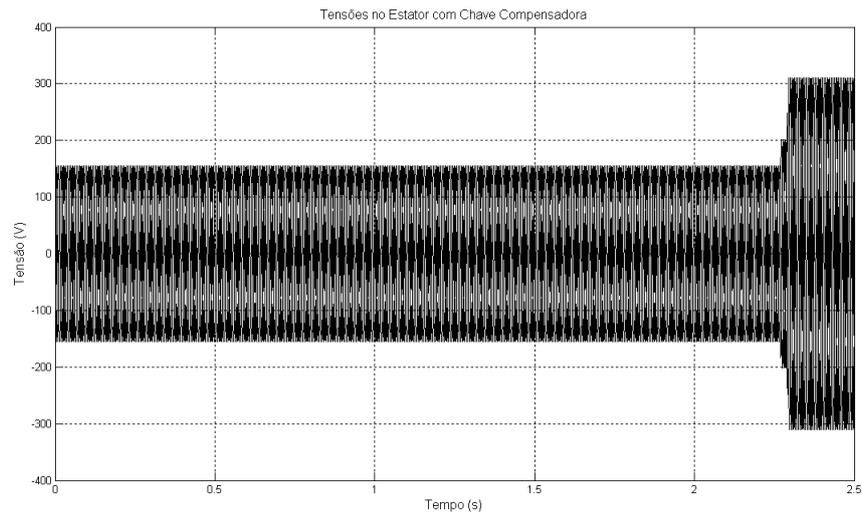


Figura 17: Tensão na partida com chave compensadora desconsiderando o efeito pelicular do motor

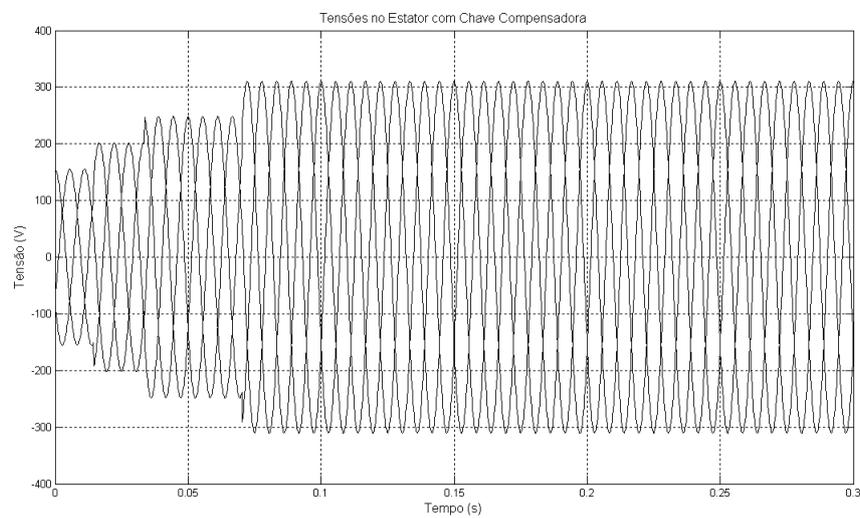


Figura 18: Tensão na partida com chave compensadora considerando o efeito pelicular do motor

O conjugado e a corrente sofre uma grande redução no transitório quanto ao pico máximo quando utilizado as partidas chaveada e eletrônica; a diferença considerável entre estas duas partidas são o stress no motor quanto a mudança brusca de tensão no chaveamento da chave compensadora, o que não acontece com o soft-starter que aumenta a tensão gradativamente como analisado na figura 16.

Outro ponto a destacar é o efeito do tipo de motor de indução; neste caso o motor de barra profunda apresenta maior efeito pelicular devido à variação de frequência nas correntes induzidas do rotor. Da figura 19 a figura 30 ilustra a variação no tempo de amortecimento da velocidade e no conjugado, tanto entre os tipos de partida, quanto nas diferenças entre os modelos utilizados para simulação dinâmica.

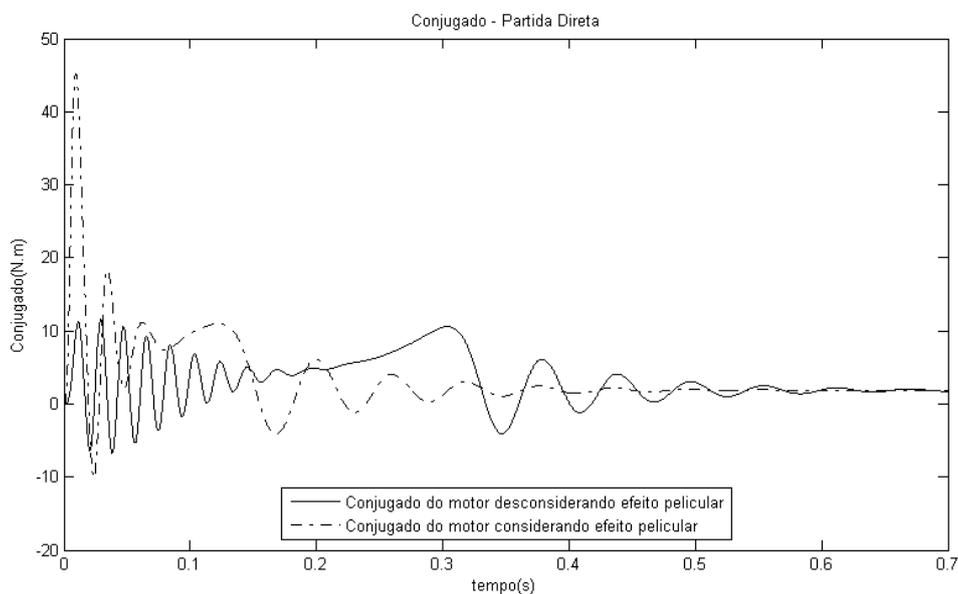


Figura 19: comparação do conjugado do motor com e sem efeito pelicular –Partida Direta

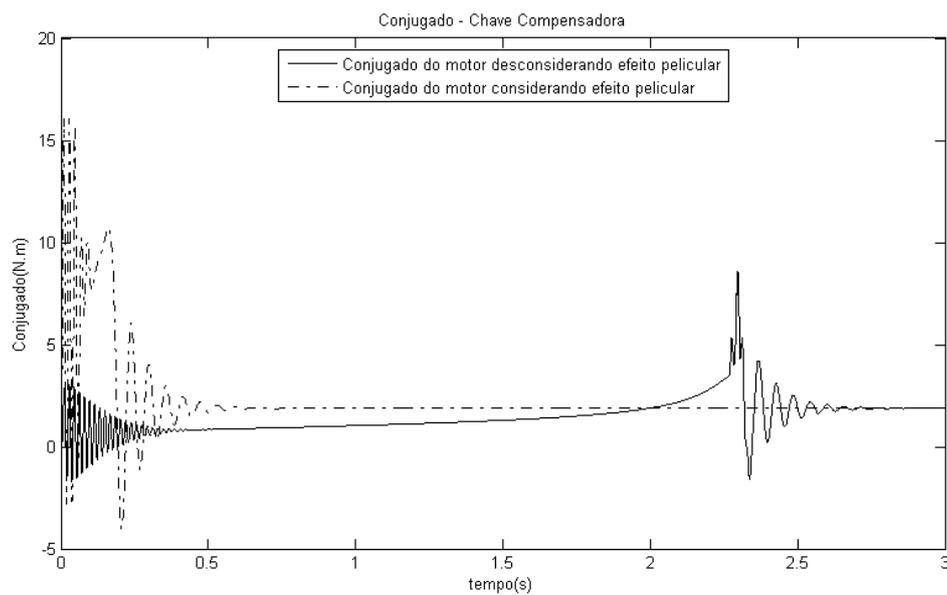


Figura 20: comparação do conjugado do motor com e sem efeito pelicular –Chave Compensadora

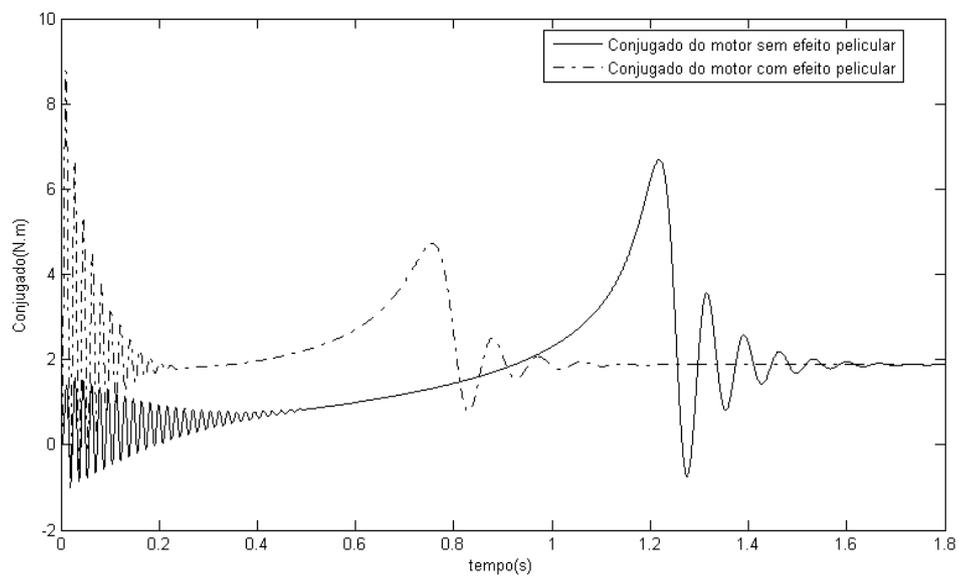


Figura 21: comparação do conjugado do motor com e sem efeito pelicular –Soft-starter

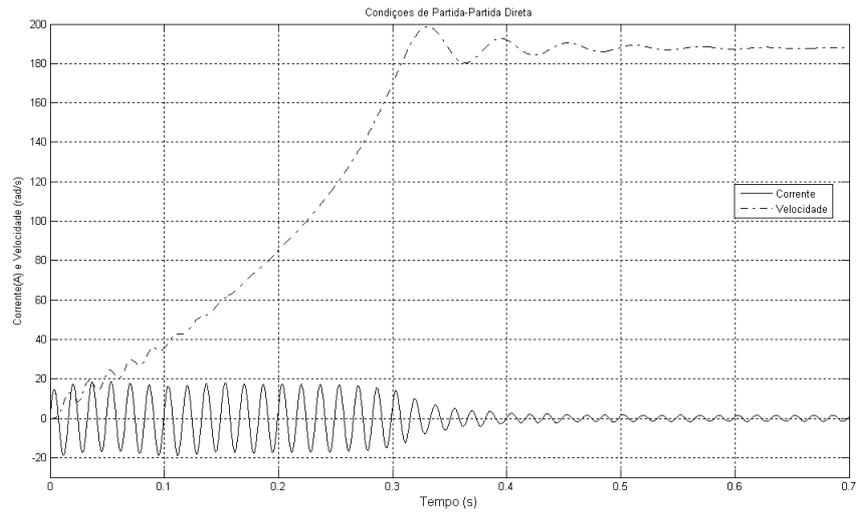


Figura 22: Velocidade e corrente com partida direta do motor desconsiderando seu efeito pelicular.

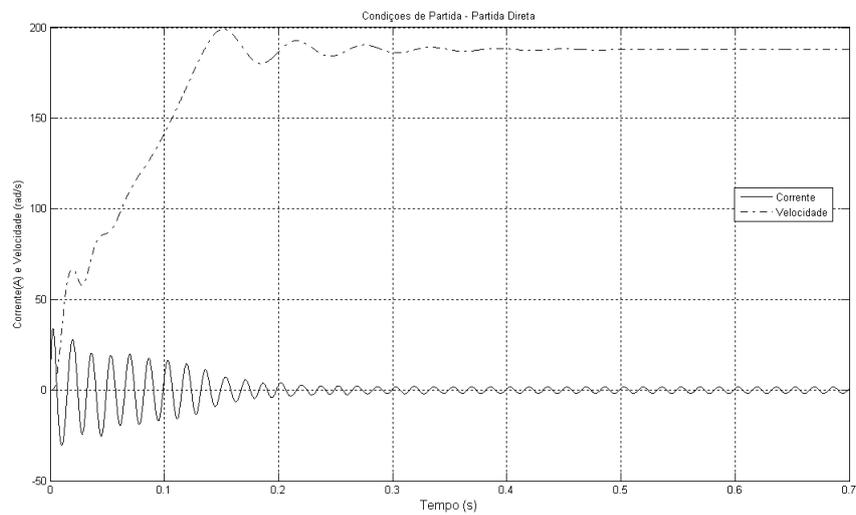


Figura 23: Velocidade e corrente com partida direta do motor considerando seu efeito pelicular.

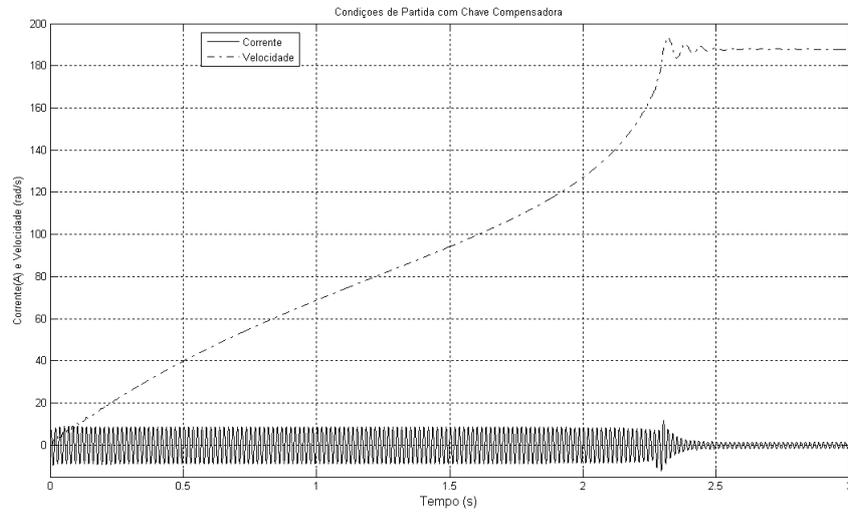


Figura 24: Velocidade e corrente com chave compensadora do motor desconsiderando seu efeito pelicular.

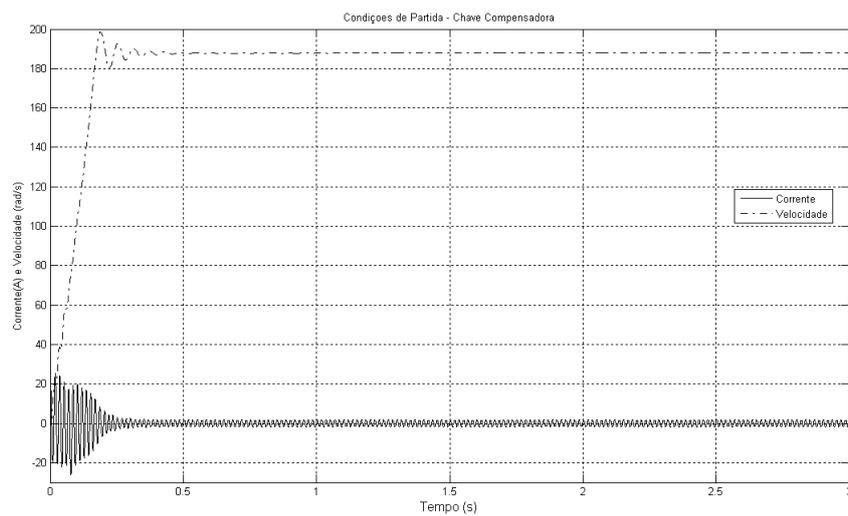


Figura 25: Velocidade e corrente com chave compensadora do motor considerando seu efeito pelicular.

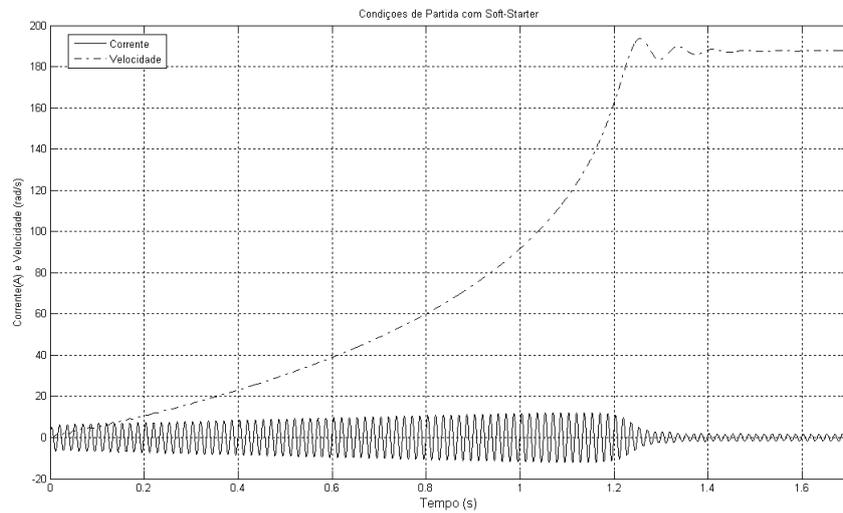


Figura 26: Velocidade e corrente com soft-starter do motor desconsiderando seu efeito pelicular.

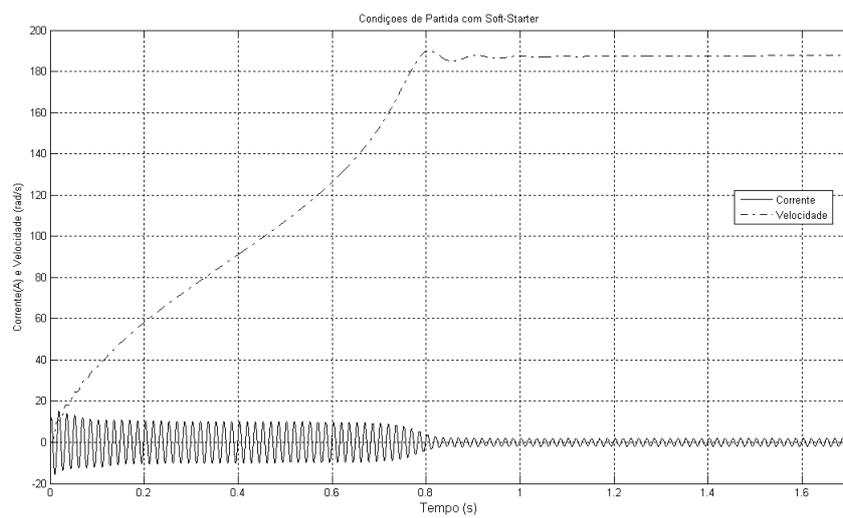


Figura 27: Velocidade e corrente com soft-starter do motor considerando seu efeito pelicular.

Comparando os resultados de partida direta com os outros métodos de partida, vemos que em alguns casos de motores de indução trifásico implicam a necessidade da utilização desses métodos de acionamento que possibilitem a redução das correntes.

A escolha de qual tipo de partida a utilizar deve ser considerada todas as características do motor. De acordo com a potência, o torque, e principalmente o custo-benefício para determinadas aplicações

Deve-se analisar os preços dos microprocessadores, triacs, para o soft-starter, autotransformadores para a chave compensadora, e principalmente enxergar o que trará mais desempenho para a aplicação.

Para o acionamento de máquinas alternativas, tais como bomba a pistão e compressores, como também agitadores, etc., será sempre necessário um dispositivo de alívio para o período de partida, porque essas máquinas requerem um torque elevado já no início da operação.

Deve salientar que é de grande uso o estudo de simulações através da ferramenta MatLab, tornando o trabalho menos árduo, mais eficiente e eficaz.

Na utilização de chave compensadora para o controle de partida do motor é mais vulnerável às condições de efeito pelicular em comparação com a partida direta e a partida estática soft-starter. Isso se dá ao tempo de mudança do tap de controle do autotransformador depender das características da corrente.

6 REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

[1] FitzGerald, A. E. Maquinas elétrica: Conversão eletromecânica da energia processos dispositiva e sistemas/ A. E. FitzGerald, Charles Kingsley Jr., Alexander Kusko; tradução Josafa A. Neves.- Rio de Janeiro : McGraw-hill do Brasil, 1975

[2] Del Toro, V. Fundamentos de maquinas elétricas/ Vicente Del Toro; tradução Onofre de Andrade Martins. - 1994. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil.

[3] ABNT:NBR 5383-1 (2002): Máquinas Elétricas Girantes Parte 1: Motores de Indução Trifásico - Ensaios.

[4] Jacobina, C. B. Sistema de Acionamento Estático de Máquina Elétrica/ Cursino Brandão Jacobina. – 2005. Campina Grande –PB, Brasil

[5] <http://pt.scribd.com/doc/16248119/Part-Ida>, data: 10/03/2011

[6] http://www.joseclaudio.eng.br/geradores/correntes_de_partida.html, data:10/03/2011

APÊNDICE A: MODELO DINÂMICO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO POR TRANSFORMAÇÃO ODQ.

Um dos problemas de representar a máquina polifásica é o fato de existir uma parte móvel (rotor) e isto acarretarem indutâncias variáveis no tempo em cada fase do estator. Apesar de ser um pouco complexa para imediata compreensão, a transformação odq é uma técnica utilizada por muitos anos para solucionar esses problemas e facilitar modelos matemáticos para simular uma máquina elétrica polifásica.

Neste apêndice o modelo dinâmico será voltado para entender o motor de indução trifásico e serão dadas algumas considerações:

- i. O motor de indução é considerado equilibrado;
- ii. Serão três fases no estator e três fases no rotor defasadas de 120° ou $2\pi/3$ radianos elétricos;
- iii. Utilizada convenção passiva para o circuito;
- iv. O ângulo entre o enrolamento do estator e o enrolamento do rotor (θ_r) é igual a metade do produto da velocidade mecânica (θ_m) pelo número de pólos do motor: $\theta_r = \frac{\theta_m}{2}$
- v. Fluxo magnético senoidal;
- vi. Entreferro constante;
- vii. Co-energia igual à Energia.

O motor de indução trifásico tem fluxo magnético no estator (λ_s) e no rotor (λ_r) e sabendo que $\lambda = Li$, onde L é a indutância da bobina e i é a corrente que passa pela bobina.

Para determinar o fluxo total devemos somar todos os fluxos magnéticos próprios e mútuos que cada bobina recebe distribuídas espacialmente no estator e no rotor como segue no diagrama fasorial (figura 28).

Os fluxos (), tensões () e correntes () são dispostos de tal maneira que o sobrescrito significa o referencial utilizado neste caso o estator, e o subscrito significa a bobina analisada.

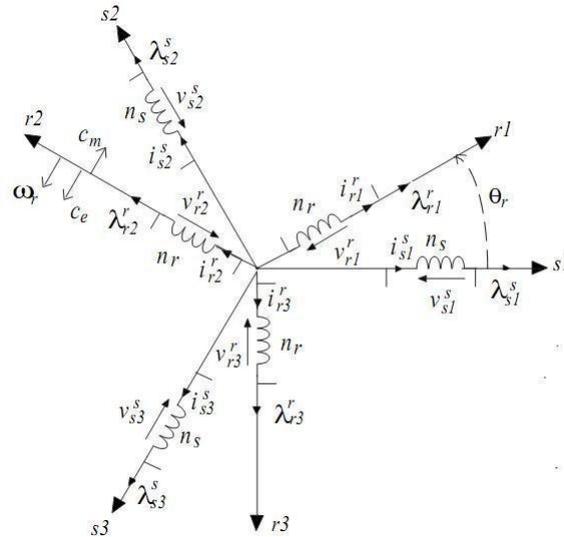


Figura 28: Diagrama Fasorial entre o estator e o rotor [4].

Expressões dos fluxos na forma matricial para as bobinas do estator,

$$= + \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (.1)$$

Como o sistema é equilibrado cada bobina tem a mesma impedância, logo L_s representa a indutância própria de cada bobina do estator, M_s representa a indutância mútua entre as bobinas do estator e M_{sr} a indutância mútua entre as bobinas do estator e do rotor.

As expressões dos fluxos para as bobinas do rotor são dispostas de modo semelhante, porém com o referencial no rotor defasado do ângulo θ .

$$= + \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (.2)$$

Da mesma maneira das bobinas do estator, L_r representa a indutância própria de cada bobina do rotor, M_r representa a indutância mútua entre as bobinas do estator e M_{sr} a indutância mútua entre as bobinas do estator e do rotor.

Os fluxos magnéticos geram uma tensão induzida () em cada bobina gerando um fluxo positivo com a corrente positiva = —; há também uma queda de

tensão representada por uma resistência (r). A partir da equação $= +$, temos nos terminais de cada bobina as seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{bmatrix} + \dots \\
 &+ \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{bmatrix} + \dots \\
 &+ \begin{bmatrix} -\text{sen}(\theta) & -\text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta + \frac{4\pi}{3}) \\ -\text{sen}(\theta + \frac{4\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta) & -\text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta + \frac{4\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta) \end{bmatrix} \quad (.3)
 \end{aligned}$$

D e forma análoga têm as tensões das bobinas do rotor:

$$\begin{aligned}
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{bmatrix} + \dots \\
 &+ \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{bmatrix} + \dots \\
 &+ \begin{bmatrix} -\text{sen}(\theta) & -\text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta + \frac{4\pi}{3}) \\ -\text{sen}(\theta + \frac{4\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta) & -\text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta + \frac{4\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta) \end{bmatrix} \quad (.4)
 \end{aligned}$$

Conjugado eletromagnético é a relação da energia (W) da máquina variante do ângulo mecânico: $= \text{---}$

Com a expressão geral da energia ($= \text{---}$), e utilizando o quarto item das considerações do motor de indução chegamos no valor do conjugado eletromagnético representado em forma de matriz:

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin(\theta + \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (.5)$$

Na transformação odq é usado uma matriz de transformação (P), com um determinado referencial (g), e tanto as bobinas no rotor como no estator terão esta referência de modo que se obtenha uma análise constante.

O eixo direto, o eixo em quadratura e o eixo homopolar são dispostos de forma ortogonal, tendo o eixo direto sempre com o referencial g.

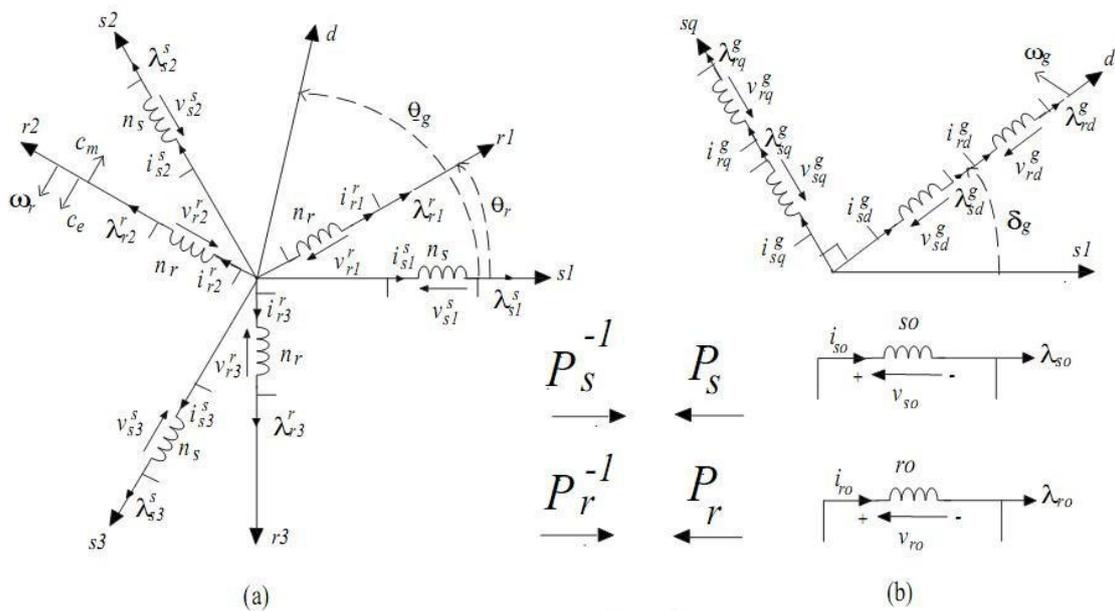


Figura 29: (a) Ângulo de referencia no eixo direto, (b) Transformação odq [4]

Expressão geral da matriz de transformação P (figura 29):

- Para o estator

$$= \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (.6)$$

- Para o rotor

$$= \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{4}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2}{3}) \end{bmatrix} \quad (.7)$$

As Matrizes de transformação A.6 e A.7 são ortogonais, logo: $T^{-1} = T^T$, esta condição é aplicada no teorema da matriz identidade que por fim: $T^{-1}T = I$. Com estas afirmações os valores de n e k são encontrados:

$$n = \frac{2}{3}; \quad k = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Com estes valores de n e k facilita a transformação inversa, pois sabemos que sua matriz inversa é igual a sua transposta. A equação geral da transformada odq torna este comentário factível.

$$T^{-1} = [\dots] \quad T = [\dots] \quad (.8)$$

A posição de referência utilizada para o par de eixos dq na figura 32, será o eixo d ligado ao estator da fase 1. O ângulo $\theta = 0$ e $\theta = 0$, e as variáveis do eixo direto e em quadratura variam na frequência das correntes no estator.

No cálculo das tensões odq, mais uma vez afirmando a condição do sistema ser equilibrado, o componente homopolar será igual a zero.

$$= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\theta + \frac{4}{3}) & -\sin(\theta + \frac{4}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\theta + \frac{2}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2}{3}) \end{bmatrix} \quad (.9)$$

Pela equação $T^{-1} = T^T$ anteriormente comentada, a transformação odq é realizada no estator,

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \text{---}
 \end{aligned}$$

De modo análogo para o rotor,

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} + (\text{---}) \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \frac{\text{---}}{(\text{---})}$$

Como $\begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}$ e $\text{---} = 0$, podemos reduzir a equação de tal maneira que pode ser utilizado um método numérico de equações diferenciais ordinárias para uma solução aproximada no tempo do fluxo no estator e no rotor respectivamente, citando condições iniciais para as correntes e fluxos.

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (.10)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} + (\text{---}) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (.11)$$

Para os próximos valores das correntes utilizamos a expressão dos fluxos das equações A.1 para o estator e A.2 para o rotor,

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (.12)$$

Onde, $L_{11} = -2L_m$, $L_{12} = -L_m$, $L_{13} = -L_m$, são as indutâncias cíclicas homopolar, no estator e mútua respectivamente.

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (.13)$$

Onde, $L_{22} = -2L_m$, $L_{23} = -L_m$, $L_{33} = -L_m$ são as indutâncias cíclicas homopolar rotórica, no rotor e mútua respectivamente.

Por fim o conjugado eletromagnético transformado é disposto como segue a partir da equação,

$$= \frac{1}{2} [\] \begin{bmatrix} -\text{sen}(\theta) & -\text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta + \frac{4\pi}{3}) \\ -\text{sen}(\theta + \frac{4\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta) & -\text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta + \frac{4\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta) \end{bmatrix} [\]$$

Que resulta,

$$= \frac{1}{2} [\] [\] \quad (.14)$$

Durante este desenvolvimento do modelo dinâmico do motor de indução trifásico só foi comentado até o momento das equações elétricas, mas deve levar em consideração obrigatoriamente neste modelo a parte mecânica do motor. Existem oposições ao torque eletromagnético que é o atrito nos mancais (F_{w_m}) onde F é o coeficiente de atrito do eixo no mancal, e a carga acoplada no eixo (T_m).

$$- \tau_m = \frac{2}{3} \text{sen}(\theta) \text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) \text{sen}(\theta + \frac{4\pi}{3}) - \tau_m \quad (.15)$$

Assim podemos encontrar soluções a partir de um método numérico por equações diferenciais ordinárias também para a parte mecânica do motor, que está descrito no apêndice B.

Como fazer a simulação dinâmica a partir dos parâmetros L_m , σ , τ_m , T_m da máquina?

Devemos utilizar o referencial para θ e w , do ângulo do estator (θ), no caso $\theta = \theta$ e $w = w$. O valor de $\theta = w t$. Com as equações A.10, A.11, considerando $= 0$, já que as tensões no rotor estão em curto-circuito, e para o estado de regime permanente $0 = 0, 0 = 0, 0 = 0, 0 = 0$.

$$\begin{matrix} 0 & & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ = & 0 & & 0 & & + & 0 & + & 0 & 0 & -1 \\ & 0 & 0 & & & & 0 & & 0 & 1 & 0 \end{matrix} \quad (.16)$$

$$\begin{matrix} 0 & & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 = & 0 & & 0 & & + & 0 & + & (& - &) & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & & & & 0 & & 0 & 1 & 0 \end{matrix} \quad (.17)$$

Pela equação A.16 e A.17 têm,

$$+ = + + - + \quad (.18)$$

$$0 = + + (-) - + \quad (.19)$$

E substituindo os valores dos fluxos a partir das equações A.12 e A.13 nas equações A.18 e A.19,

$$+ = + + - - + + \quad (.20)$$

$$0 = + + (-) - - + + \quad (.21)$$

Dividindo a equação A.21 pelo escorregamento $s = \frac{(\quad)}{\quad}$,

$$0 = - + + - - + +$$

Como o eixo direto e em quadratura são defasados de 90° podemos adotar um modo complexo, sendo a parte real o eixo direto e a parte imaginária o eixo em quadratura. Chegando ao resultado de um circuito equivalente semelhante ao da figura 33.

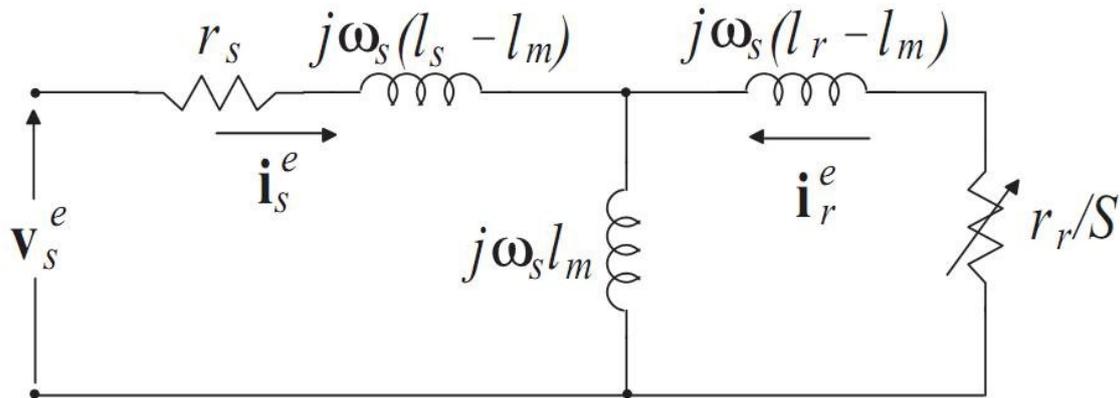


Figura 30: Circuito equivalente em regime permanente com variáveis cíclicas [4]

A partir dos parâmetros podemos fazer a associação dos parâmetros cíclicos do modelo dinâmico em regime permanente.

$$= + - \quad (.23)$$

$$= + - \quad (.24)$$

$$= - \quad (.25)$$

$$= \quad (.26)$$

$$= \quad (.27)$$

É notável que não haja uma conversão cíclica para o parâmetro do ferro, pois nesse modelo é considerado que a corrente de excitação no núcleo ferromagnético apresenta baixa relutância.

APÊNDICE B: MÉTODO DE EULER E MÉTODO DE RUNGE-KUTTA.

Para a elaboração da simulação dinâmica do motor de indução trifásico, o método numérico utilizado para solucionar as soluções das equações diferenciais ordinárias é o método de Runge-Kutta. Mas para uma melhor compreensão deste método, antes será apresentado o método de Euler, onde tem como sua grande vantagem a simplicidade de sua aplicação com relação ao método de Runge-Kutta.

O método de Euler também conhecido como método das tangentes, é uma das técnicas mais simples, porém pode apresentar alto esforço computacional. Suponha que tenha uma equação diferencial, como exemplo prático será a equação do fluxo magnético no estator(A.10 segunda linha da matriz) do eixo direto da simulação do motor.

$$\frac{d(\quad)}{dt} = \quad - \quad (\quad) \quad (.1)$$

$$\begin{aligned} (\quad)_n &= (\quad)_{n-1} + \frac{d(\quad)}{dt} h \quad (.2) \\ &= 0,1,2, \dots \end{aligned}$$

Na equação (B.1), \quad são valores independentes da função, $(\quad)_0 = 0$ foi uma condição inicial para o primeiro ponto. Naturalmente a precisão da aproximação dos pontos será maior quanto menor for o passo de incremento (h), por isso é desejável tomar muito cuidado com o valor de h, pois se for uma passo muito grande não terá êxito no resultado de aproximação, caso o tamanho do passo seja muito pequeno o processo se torna trabalhoso e cansativo pelo número de iterações ser muito alto.

Tendo como exemplo simples para uma rápida compreensão do procedimento de iteração das equações diferenciais, agora será apresentado um dos métodos mais populares e, ao mesmo tempo, bem mais preciso para conseguir a soluções aproximadas de equações diferenciais que é o método de Runge-Kutta de quarta ordem.

Sem entrar em detalhes da resolução das equações, este método consiste em determinar constantes apropriadas para a fórmula

$$= \quad + \quad + \quad + \quad + \quad (.3)$$

Mais uma vez a equação do fluxo estático no eixo direto será tomado como exemplo. A dedução para os valores de a,b,c d são muito extensas e complexas, logo para manter uma praticidade e ser objetivo, o resultado dessas constantes são:

$$= \frac{1}{6} (+ 2 + 2 +) \quad (.4)$$

$$= 0,1,2, \dots$$

Utilizando a equação B.1

$$= () = (- ()) h \quad (.5)$$

$$= () + \frac{1}{2} h = (- (() + \frac{h}{2})) h \quad (.6)$$

$$= () + \frac{1}{2} h = (- (() + \frac{h}{2})) h \quad (.7)$$

$$= () + h = (- (() + h)) h \quad (.8)$$

Por fim utilizando a equação B.4,

$$() = () + \frac{1}{6} (+ 2 + 2 +)$$

Este método além de muito preciso, não é necessário um passo de incremento tão pequeno para conseguir um resultado satisfatório para as soluções.

APÊNDICE C: SIMULAÇÃO DINÂMICA DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

Este programa quando executado apresenta a simulação dinâmica de um motor de indução trifásico para análise de suas características no tempo, mostrando suas correntes estatóricas, seu conjugado eletromagnético e sua velocidade mecânica desconsiderando e considerando o efeito pelicular do motor.

```

clear all
clc
echo off
% ... MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA - DADOS DE PLACA
%
%   Potência Nominal (cv).....(Pnom)
%   Tensão Nominal (volt-Y).....(Vnom)
%   Corrente Nominal (A).....(Inom)
%   Frequência Nominal (Hz).....(Fnom)
%   Número de Pólos.....(Npol)
%   Categoria (N/H/D-1/2/3).....(Cat)
%
Pnom = 3;
Vnom = 380;
Inom = 4.98;
Fnom = 60;
Npol = 4;
Cat = 1;
Clas = 2;
%
%-----
%Constantes
pi23=2*pi/3;
rq23=sqrt(2/3);

```

```

rq3=sqrt(3);
%-----
%Tensao de pico por fase.....(Vf)
Vf = Vnom*sqrt(2)/sqrt(3);
%Velocidade angular elétrica (rad/s).....(we)
we=2*pi*Fnom;
%velocidade sincrona (rad/s).....(ws)
ws=(2/Npol)*we;
%
%parâmetros do circuito equivalente da maquina de indução (Norma)
r1(1,1) = 2.839;
x1(1,1) = 7.65;
r2(1,1) = 1.5;
x2(1,1) = 11.249;
xm(1,1) = 64.101;
rfe(1,1) = 645.017;
%
%parâmetros do circuito equivalente da maquina de indução (modelo clássico -
60Hz)
r160 = 2.839;
x160 = 1.816;
r260 = 2.129;
x260 = 2.724;
xm60 = 68.602;
rfe60 = 732.75;
%
%parâmetros do circuito equivalente da maquina de indução (modelo clássico -
15Hz)
r115 = 2.839;
x115 = 7.586;
r215 = 1.526;
x215 = 11.379;
xm15 = 62.833;
rfe15 = 613.636;

```

```

%
%-----
%Momento de Inércia do eixo do motor.....(Jm)
Jm = 0.00672;
%
%Coeficiente de atrito do motor.....(F)
F = 0.01;
%
%Período de Discretização da Simulação.....(h)
h=.00001;
%
%Tempo Máximo da simulação.....(Tmax)
Tmax=0.8;
%
%passo de amostragem das variaveis de saída.....(hp)
hp=0.0002;
%
if(hp < h),
hp=h;
end
%
%-----CONDIÇÕES INICIAIS-----
%Conjugado Mecânico.....(cm)
cm=zeros(1,2);
%
%velocidade sincrona.....(ws)
ws=(2/Npol)*we;
%velocidade síncrona em rotações por minuto.....(wsrpm)
wsrpm=ws*60/(2*pi);
%Velocidade Mecânica (rad/s).....(wm)
wm=zeros(1,2);
%
%Velocidade Mecânica (rpm).....(rpm)
rpm = zeros(1,2);

```

```

%Velocidade Rotórica.....(wr)
wr=zeros(1,2);
%tempo da simulação.....(t)
t=0;
%
%tempo do passo de amostragem.....(tp)
tp=0;
%
%número de amostras.....(n)
n=0;
%
%Conjugado Eletromagnético.....(ce)
ce = zeros(1,2);
%
%ângulo estático.....(teta)
teta=zeros(1,2);
%
%Fluxo Estático Homopolar.....(fso)
fso = zeros(1,2);
%Fluxo Estático no Eixo Direto.....(fsd)
fsd=zeros(1,2);
%
%Fluxo Estático no Eixo em Quadratura.....(fsq)
fsq=zeros(1,2);
%
%Fluxo Rotórico no Eixo Direto.....(frd)
frd=zeros(1,2);
%
%Fluxo Rotórico no Eixo em Quadratura.....(frq)
frq=zeros(1,2);
%
%Corrente Estática no Eixo Direto.....(isd)
isd=zeros(1,2);
%

```

```

%Corrente Estatórica no Eixo em Quadratura.....(isq)
isq=zeros(1,2);
%
%Corrente Rotórica no Eixo Direto.....(ird)
ird=zeros(1,2);
%
%Corrente Rotórica no Eixo em Quadratura.....(irq)
irq=zeros(1,2);
%
%Corrente Homopolar.....(iso)
iso = zeros(1,2);
%
%-----LOOP DE SIMULAÇÃO DO MOTOR DE INDUÇÃO-----
-----
%
while t<=Tmax,
    t=t+h;                %Tempo real de simulação
    teta=teta+we*h;      %Ângulo real de simulação
    if teta >= 2*pi,
        teta=teta-2*pi;
    end
%Tensão Estatórica nas Fases 1,2,3.....(vs1,vs2,vs3)
    vs1=Vf*cos(teta);
    vs2=Vf*cos(teta-pi/3);
    vs3=Vf*cos(teta+pi/3);
%
%Escorregamento.....(esc)
    esc=(wsrpm-rpm)./wsrpm;
%
%Parâmetros do circuito elétrico equivalente da máquina de indução em
%função do escorregamento
r1(1,2) = r115;
r2(1,2) = r215 + (r260-r215)*esc(1,2)^2;
x1(1,2) = x115 + (x160-x115)*esc(1,2)^2;

```

```

x2(1,2) = x215 + (x260-x215)*esc(1,2)^2;
xm(1,2) = xm15;
%parâmetros do circuito equivalente da maquina de indução para o modelo de
%transformação odq
lm = xm./we;
ls = lm + x1./we;
lr = lm + x2./we;
rs = r1;
rr = r2;

%-----Transformação odq das Tensões Estatóricas-----
vds = rq23.*(vs1 - vs2./2 - vs3./2);
vsq = rq23.*(vs2*rq3./2 - vs3*rq3./2);
%-----Armazena matriz-----
vds = repmat(vds,1,1);
vsq = repmat(vsq,1,1);
%
%-----Velocidade Mecânica em Rotações por Minuto (rpm)-----
wm = wr.*2/Npol;
rpm = wm.*(60/(2*pi));
%
%-----Calculo das Derivadas-----
%-----dos Fluxos Estatóricos e Rotóricos (DQ) pelo-----
%-----Metodo de Runge-Kutta de Quarta Ordem-----
%-----
%
%derivada do fluxo estatorico direto------(dervfsd)
%dervfsd =vds - rs*isd
%passo 1
k1_dervfsd =(vds - rs.*isd)*h;
%passo 2
k2_dervfsd =(vds+h/2 -rs.*(isd+h/2))*h;
%passo 3
k3_dervfsd =(vds+h/2 -rs.*(isd+h/2))*h;

```

```

%passo 4
k4_dervfsd=(vsd+h -rs.*(isd+h))*h;
%
%dervfsq = vsq - rs*isq
%derivada do fluxo estatorico quadratura------(dervfsq)
%passo 1
k1_dervfsq = (vsq - rs.*isq)*h;
%passo 2
k2_dervfsq = (vsq+h/2 - rs.*(isq+h/2))*h;
%passo 3
k3_dervfsq = (vsq+h/2 - rs.*(isq+h/2))*h;
%passo 4
k4_dervfsq = (vsq+h - rs.*(isq+h))*h;
%
%dervfrd = -rr*ird - frq*wr
%derivada do fluxo rotorico direto------(dervfrd)
%passo 1
k1_dervfrd = (-rr.*ird - frq.*wr)*h;
%passo 2
k2_dervfrd = (-rr.*(ird+h/2) - (frq+h/2).*(wr+h/2))*h;
%passo 3
k3_dervfrd = (-rr.*(ird+h/2) - (frq+h/2).*(wr+h/2))*h;
%passo 4
k4_dervfrd = (-rr.*(ird+h) - (frq+h).*(wr+h))*h;
%
%dervfrq = -rr*irq + frd*wr
%derivada do fluxo rotorico quadratura------(dervfrq)
%passo 1
k1_dervfrq = (-rr.*irq + frd.*wr)*h;
%passo 2
k2_dervfrq = (-rr.*(irq+h/2) + (frd+h/2).*(wr+h/2))*h;
%passo 3
k3_dervfrq = (-rr.*(irq+h/2) + (frd+h/2).*(wr+h/2))*h;
%passo 4

```

```

k4_derEFRq = (-rr.*(irq+h) + (frd+h).*(wr+h/2))*h;
%
%-----Fluxos Estatóricos e Rotóricos (DQ)-----
fsd = fsd + (k1_derEFRsd+2*k2_derEFRsd+2*k3_derEFRsd+k4_derEFRsd)./6;
fsq = fsq + (k1_derEFRsq+2*k2_derEFRsq+2*k3_derEFRsq+k4_derEFRsq)./6;
frd = frd + (k1_derEFRrd+2*k2_derEFRrd+2*k3_derEFRrd+k4_derEFRrd)./6;
frq = frq + (k1_derEFRrq+2*k2_derEFRrq+2*k3_derEFRrq+k4_derEFRrq)./6;
%
%-----Correntes Estatóricas e Rotóricas (DQ)-----
isd=(fsd./ls - frd.*(lm./(ls.*lr)))/(1-lm.*(lm./(ls.*lr)));
isq=(fsq./ls - frq.*(lm./(ls.*lr)))/(1-lm.*(lm./(ls.*lr)));
ird=(frd./ls - fsd.*(lm./(ls.*lr)))/(1-lm.*(lm./(ls.*lr)));
irq=(frq./ls - fsq.*(lm./(ls.*lr)))/(1-lm.*(lm./(ls.*lr)));
%
%-----Cálculo do Conjugado Eletromagnético-----
ce = (Npol/2)*(lm.*(fsq.*frd-fsd.*frq))./(ls.*lr-lm.*lm);
%
%-----Correntes Estatóricas-----
is1=rq23*isd;
is2=rq23*(-isd./2 + rq3*isq./2);
is3=rq23*(-isd./2 - rq3*isq./2);
%
%-----Fluxos Estatóricos-----
fs1=rq23*fsd;
fs2=rq23*(-fsd./2 + rq3*fsq./2);
fs3=rq23*(-fsd./2 - rq3*fsq./2);
%
%-----Cálculo da Derivada da-----
%-----Equação de Estado Mecânica Discreta-----
%-----Metodo de Runge-Kutta de Quarta Ordem-----
%-----
%Derivada da Velocidade no rotor.....(derwr)
%passo 1
k1_derwr = (-wr.*F/Jm + (Npol/2)*(ce-cm)./Jm)*h;

```

```

%passo 2
k2_derwr = (-(wr+k1_derwr./2)*F/Jm + (Npol/2)*(ce+h/2-cm)./Jm)*h;
%passo 3
k3_derwr = (-(wr+k2_derwr./2)*F/Jm + (Npol/2)*(ce+h/2-cm)./Jm)*h;
%passo 4
k4_derwr = (-(wr+k3_derwr)*F/Jm + (Npol/2)*(ce+h-cm)/Jm)*h;
%velocidade rotórica.....(wr)
wr = wr + (k1_derwr+2*k2_derwr+2*k3_derwr+k4_derwr)./6;
%
%-----Acréscimo de uma Carga-----
if t >=0,
cm=zeros(1,2);
end
%
%-----Armazenagem das Variáveis de Saída-----
if t > tp,
n=n+1;
tp=tp+hp;
tempopd(n) = t;
corrented(n,:) = isd;
correnteq(n,:) = isq;
corrente1(n,:) = is1;
corrente2(n,:) = is2;
corrente3(n,:) = is3;
tensao1(n,:) = vs1;
tensao2(n,:) = vs2;
tensao3(n,:) = vs3;
tensaosd(n,:) = vsd;
tensaosq(n,:) = vsq;
fluxord(n,:) = frd;
fluxorq(n,:) = frq;
fluxos1(n,:) = fs1;
fluxos2(n,:) = fs2;
fluxos3(n,:) = fs3;

```

```
fluxosd(n,:) = fsd;
fluxosq(n,:) = fsq;
conjugadopd(n,:) = ce;
velocidadepd(n,:) = wm;
rotacoesp(n,:) = rpm;
frecuencia(n,:) = we;
conjcarga(n,:) = cm;
escorrega(n,:)=esc;
end
%
%-----
end
%
tempopd=tempopd';
%-----FIM DO LOOP DE SIMULAÇÃO-----
```

APÊNDICE D: RESULTADOS DA OPERAÇÃO DE UM MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO.

Os valores dos ensaios e dos dados deste motor de indução foram retirados do livro Fundamentos de Máquinas Elétricas – Del Toro [2]. O objetivo destes resultados é mostrar o comportamento de um motor com maior potência, e valores mais expressivos a título de aplicação.

Tabela 5: Dados de placa do motor de indução trifásico (Motor 50HP)

Dados do Motor de Indução Trifásico	
Potência Nominal (HP)	50
Tensão Nominal (V-Y)	440
Corrente Nominal (A)	65
Frequência Nominal (Hz)	60
Pólos	4
Categoria	N
Classe	B
Tipo	Barra Profunda
Momento de Inércia (Kg.m ²)	0,35853

Tabela 6: medições dos ensaios do motor de indução trifásico (Motor 50HP)

Medições	Ensaio a vazio	Rotor Bloqueado (60Hz)	Rotor Bloqueado (15Hz)
Tensão de Linha (V)	440	106	42
Corrente de Entrada (A)	16,3	65	65
Potência de Entrada (W)	2157	3423	2910
Frequência (Hz)	60	60	15

Tabela 7: Valores dos Parâmetros de cada modelo e diferença relativa (motor 50HP).

Parâmetros (ohm)	Norma NBR	Modelo Clássico		Diferença Relativa (%)	
		Referência 60Hz	Referência 15Hz	Norma NBR e Modelo Modificado (15Hz)	Modelo Modificado (60Hz) e Modelo Modificado (15Hz)
r1	0,118	0,118	0,118	0,00	0,00
r2	0,122	0,164	0,123	0,81	33,33
x1	0,489	0,369	0,484	1,02	31,17
x2	0,719	0,553	0,726	0,96	31,28
Rfe	88,141	121,458	119,566	26,28	1,58
Xm	15,352	14,98	14,864	3,18	0,78

Tabela 8: Características do motor de indução trifásico (Motor 50HP).

Características	Valores da Partida do Motor de Indução		Valores de Operação Normal do Motor de Indução (s=3%)	
	Norma NBR	Modelo Modificado	Norma NBR	Modelo Modificado
Torque (N.m)	79,45	175,7	212,6	211
Corrente (A)	212	269,5	65,21	64,33

- Curvas Características do comportamento estático

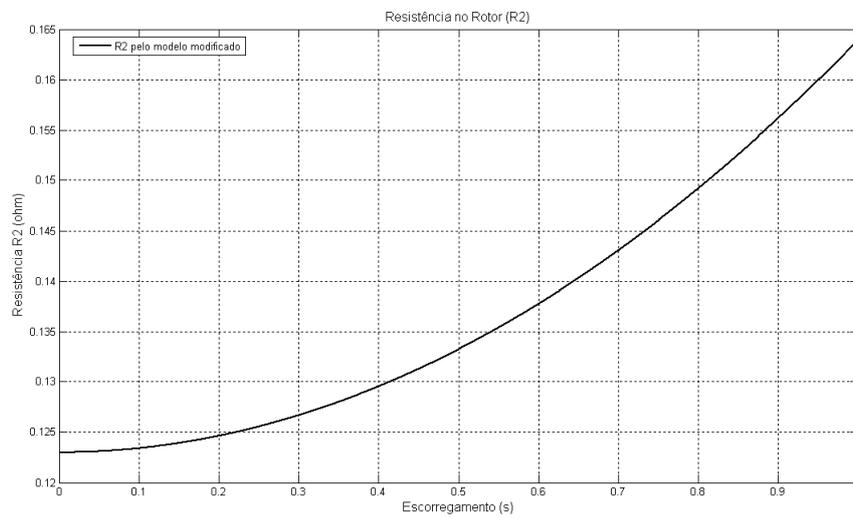


Figura 31: Resistência no rotor em função do escorregamento (Motor 50 HP)

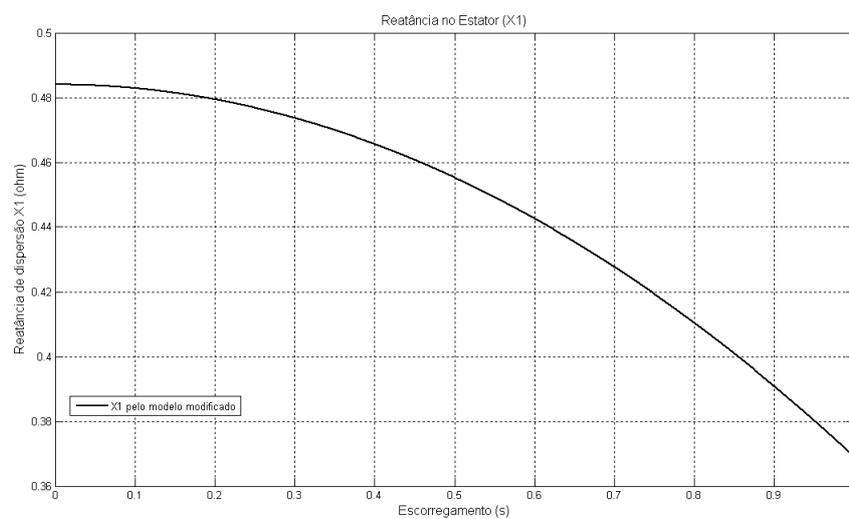


Figura 32: Reatância no estator em função do escorregamento (Motor 50HP)

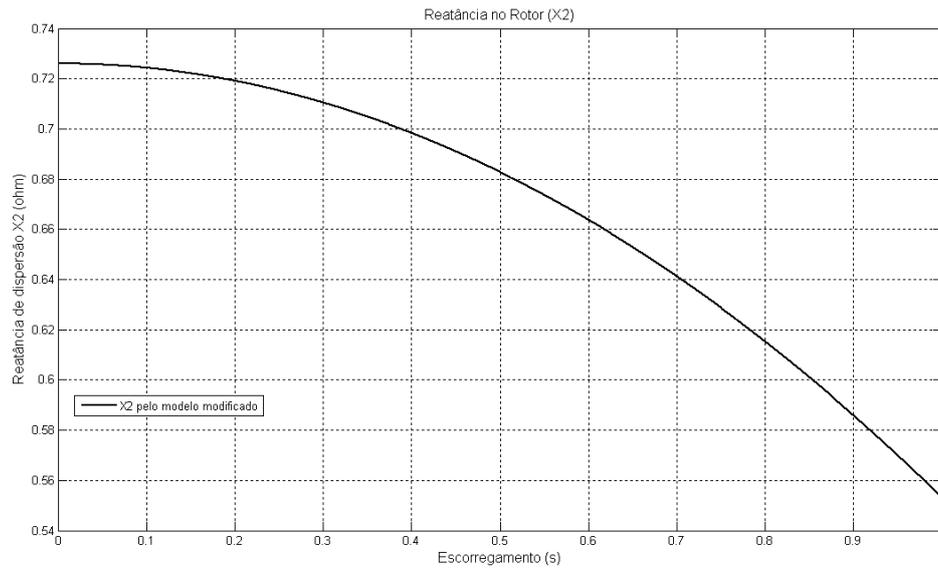


Figura 33: Reatância no estator em função do escorregamento (Motor 50HP)

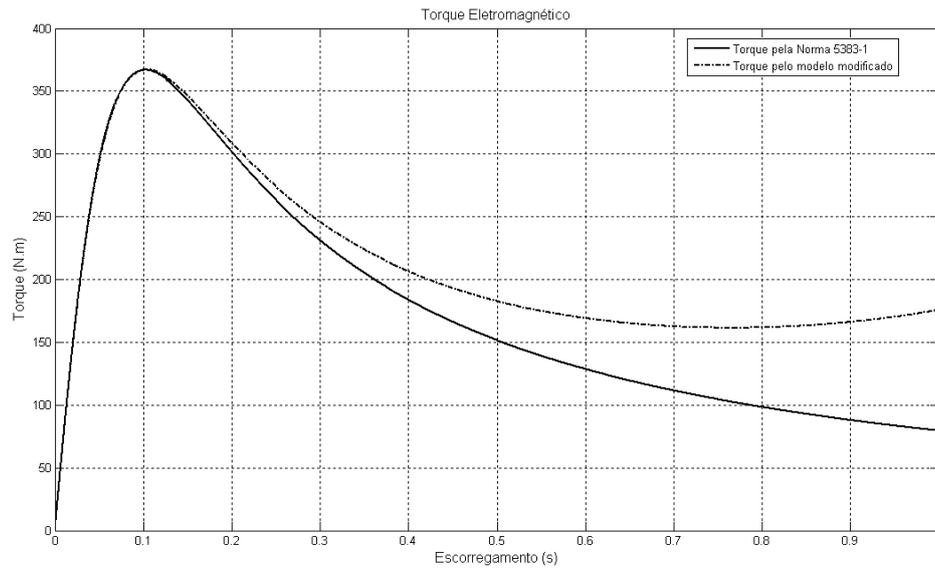


Figura 34: Comparação Torque eletromagnético (Motor 50HP)

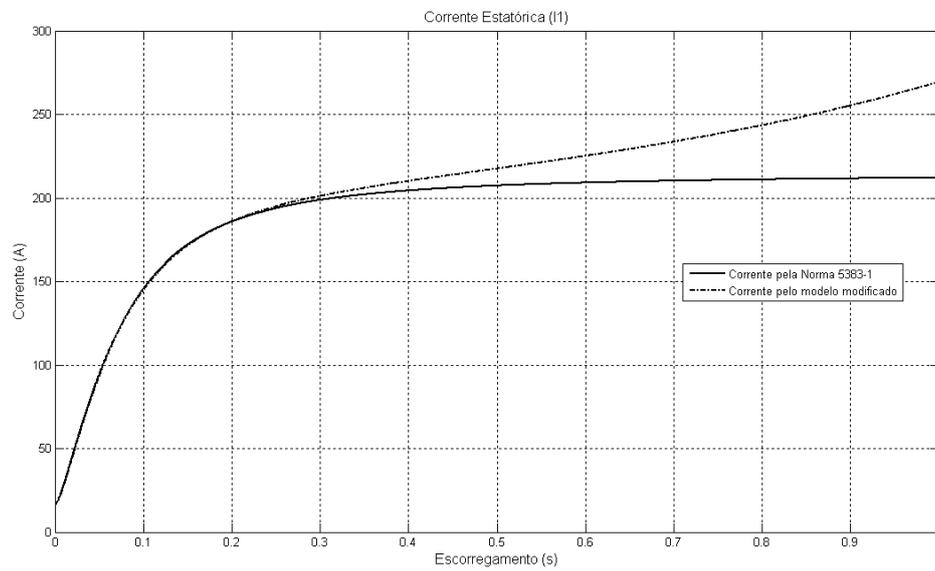


Figura 35: Comparação Corrente no estator (Motor 50HP)

- Curvas Características do comportamento dinâmico

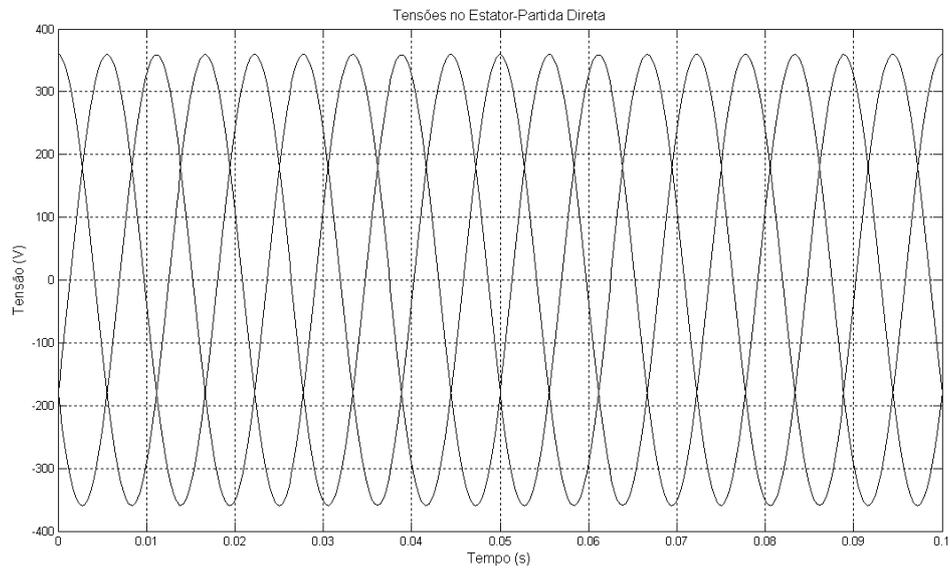


Figura 36: Tensão de partida direta (Motor 50HP)

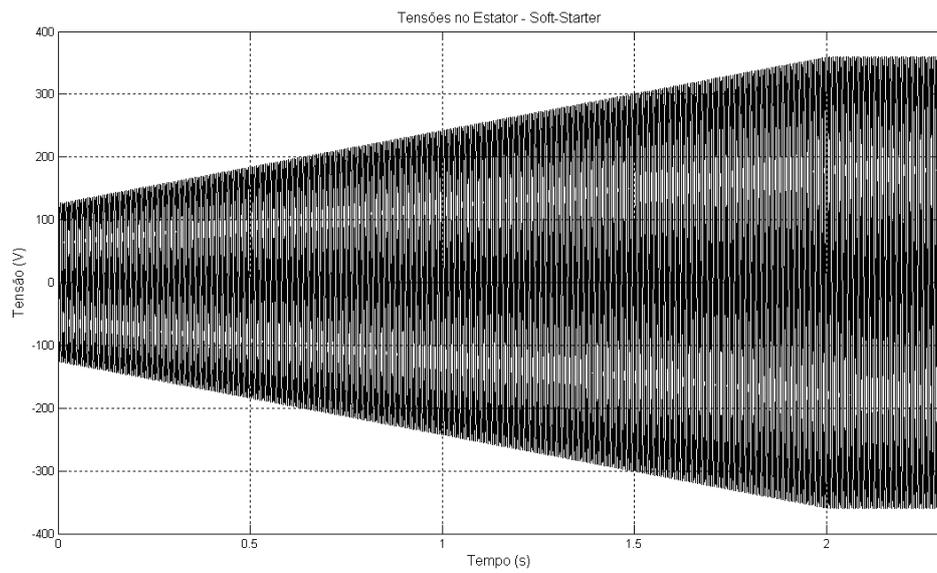


Figura 37: Tensão na partida com soft-starter (Motor 50 HP)

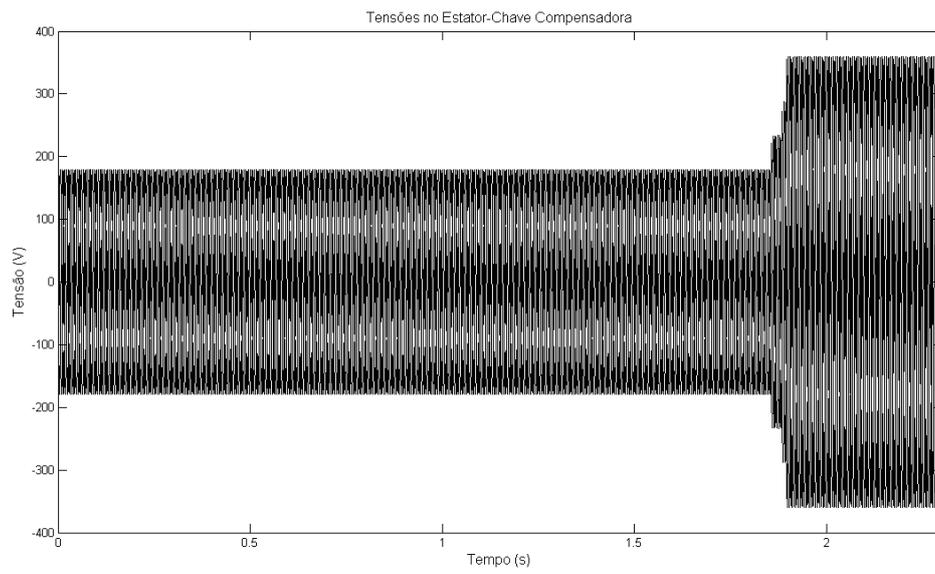


Figura 38: Tensão na partida com chave compensadora desconsiderando o efeito pelicular do motor 50HP

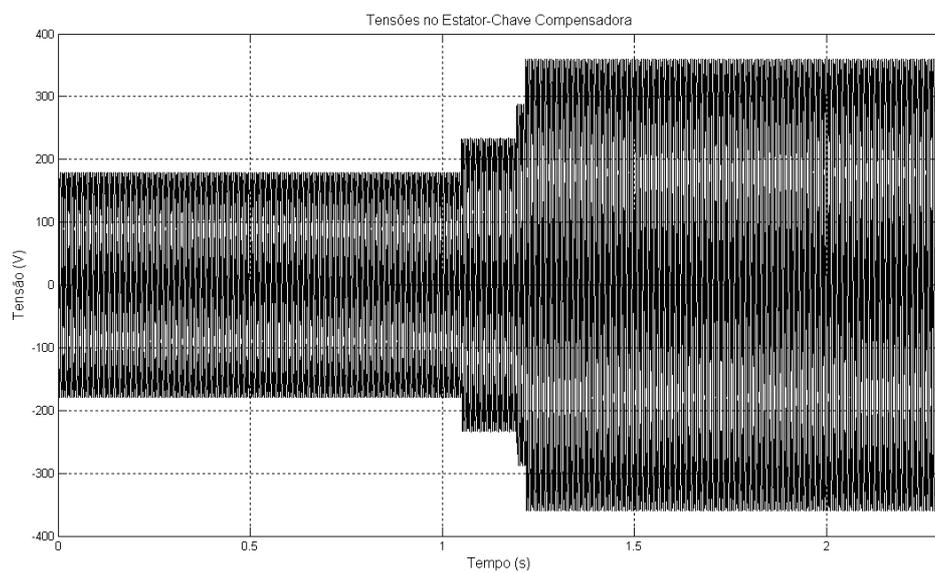


Figura 39: Tensão na partida com chave compensadora considerando o efeito pelicular do motor 50 HP

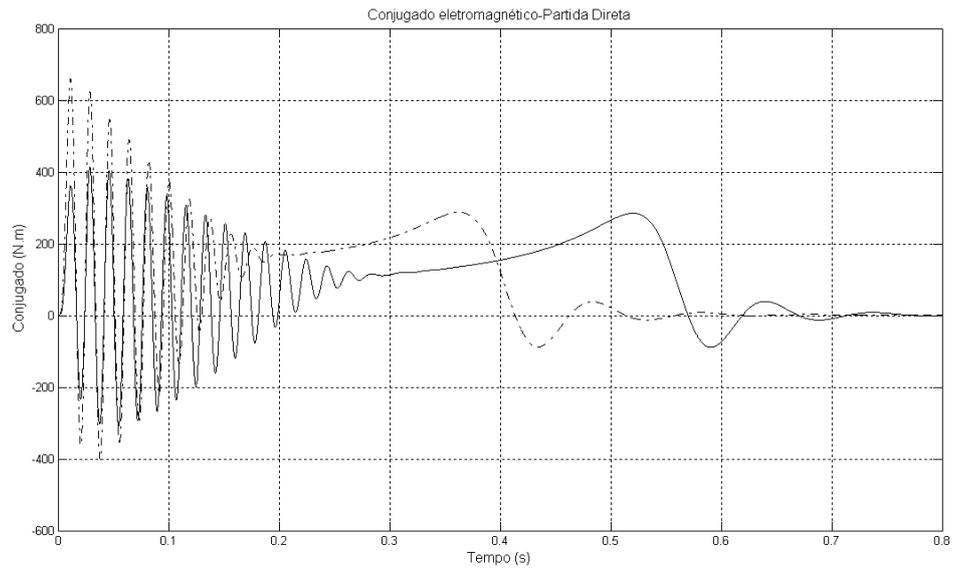


Figura 40: comparação do conjugado do motor 50 HP com e sem efeito pelicular –Partida Direta

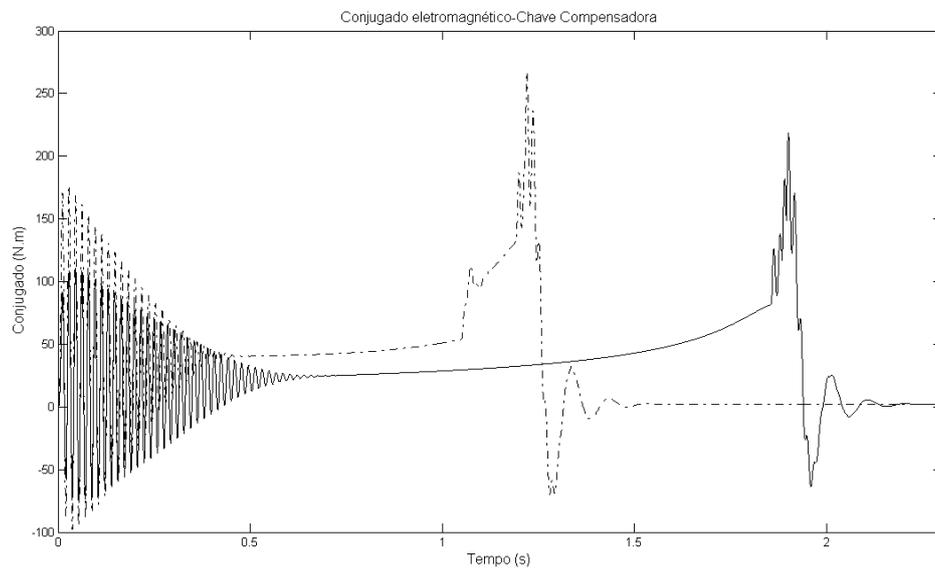


Figura 41: comparação do conjugado do motor 50 HP com e sem efeito pelicular –Chave Compensadora

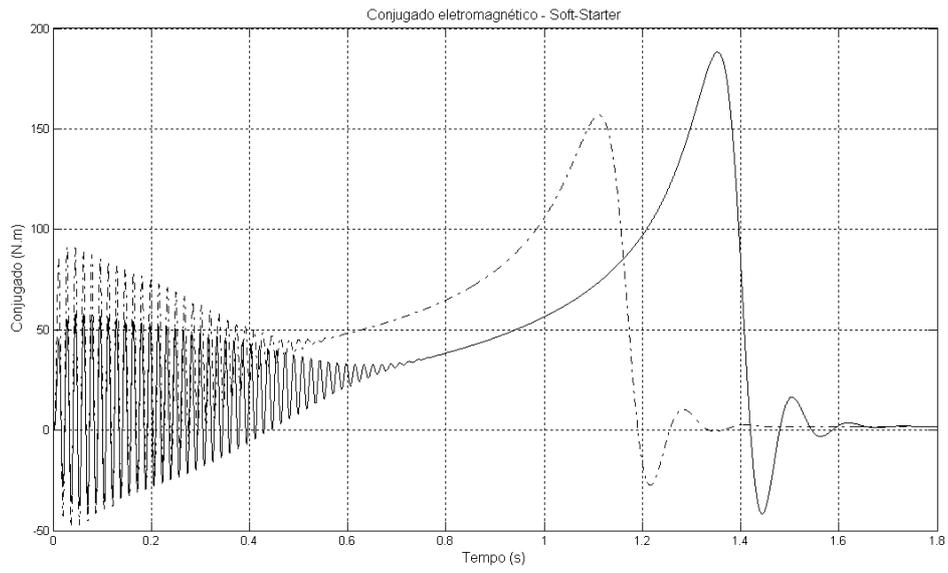


Figura 42: comparação do conjugado do motor 50 HP com e sem efeito pelicular –Soft- Starter

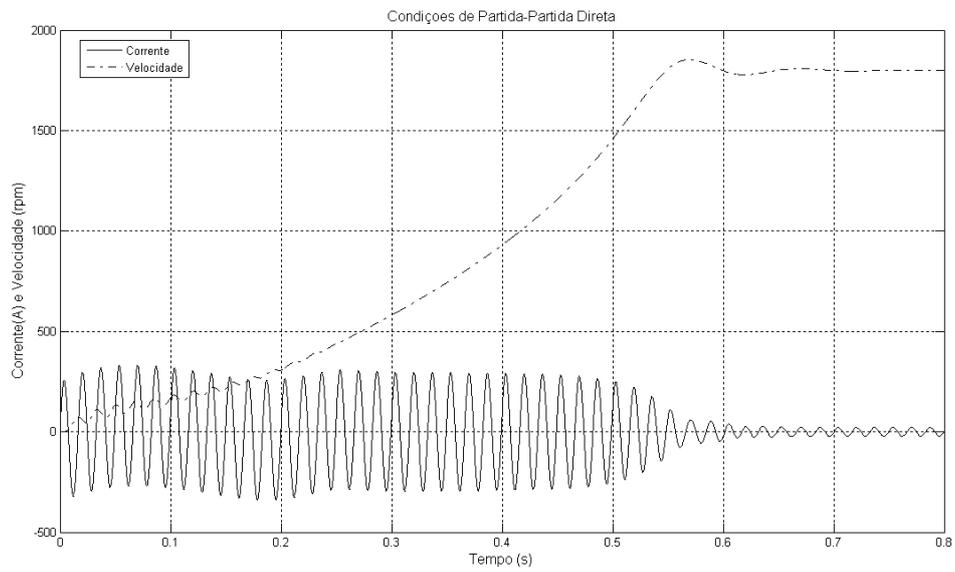


Figura 43: Velocidade e corrente com partida direta do motor 50 HP desconsiderando seu efeito pelicular.

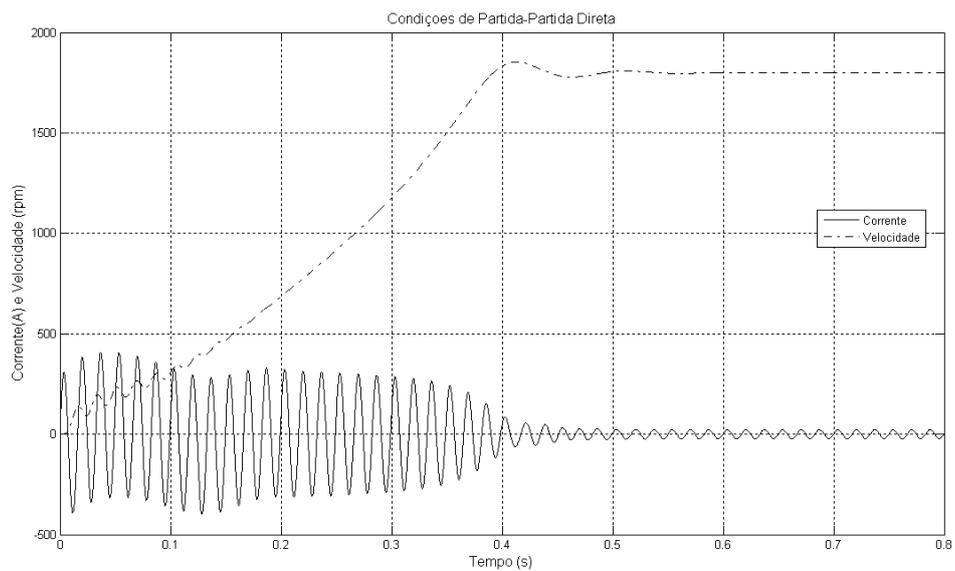


Figura 44: Velocidade e corrente com partida direta do motor 50 HP considerando seu efeito pelicular.

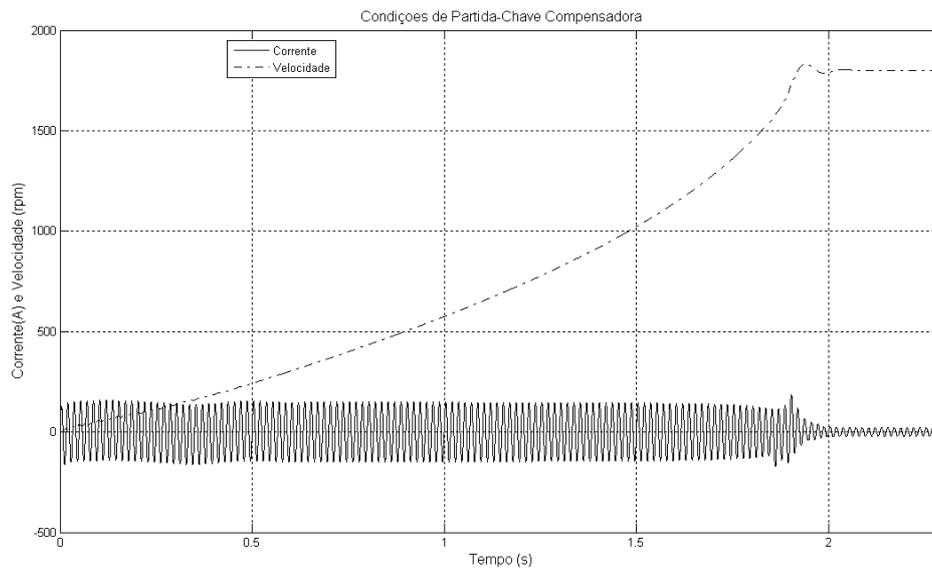


Figura 45: Velocidade e corrente com chave compensadora do motor 50 HP desconsiderando seu efeito pelicular.

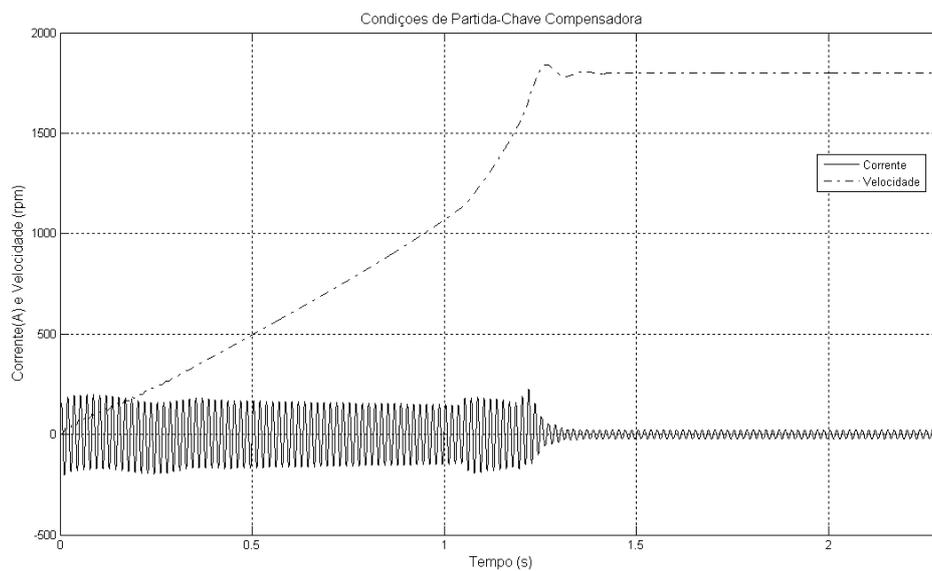


Figura 46: Velocidade e corrente com chave compensadora do motor 50 HP considerando seu efeito pelicular.

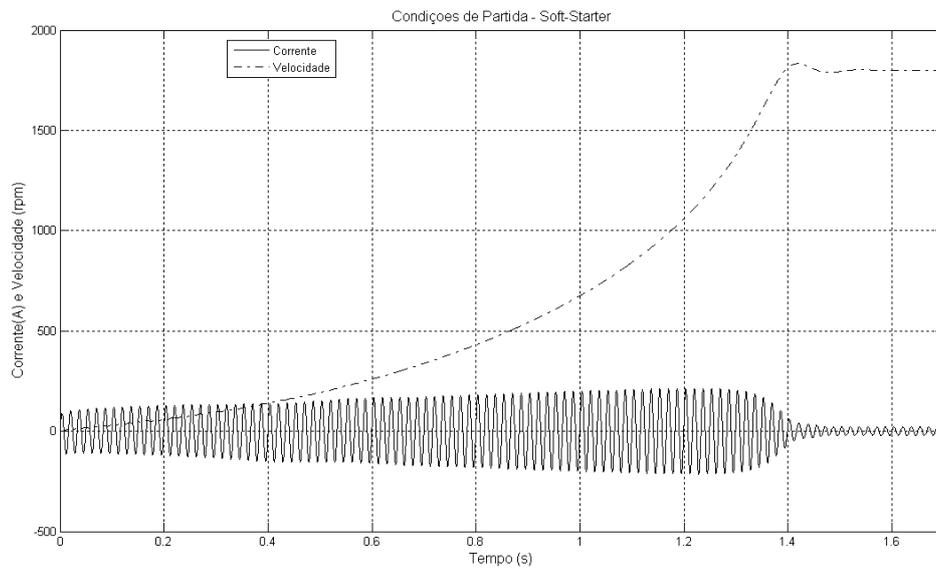


Figura 47: Velocidade e corrente com Soft-Starter do motor 50 HP desconsiderando seu efeito pelicular.

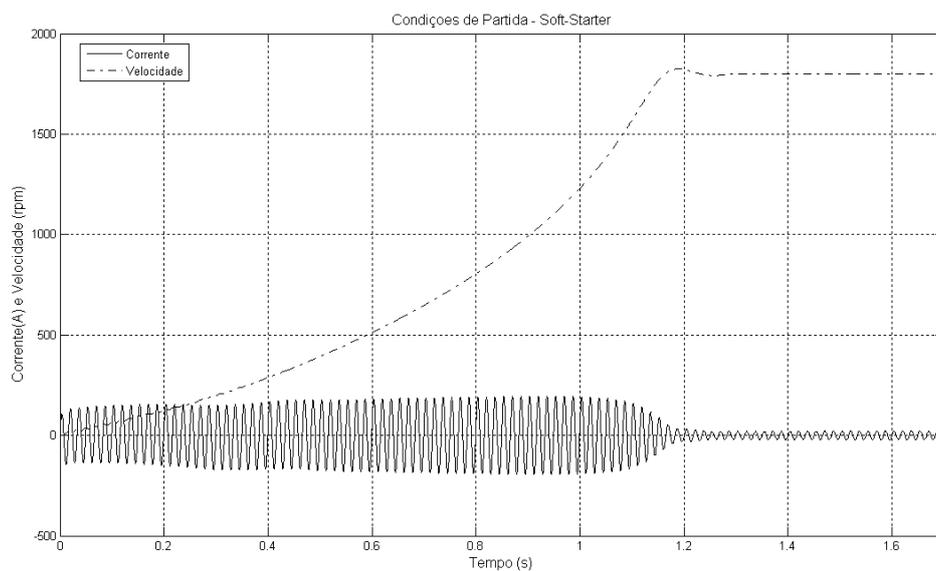


Figura 48: Velocidade e corrente com Soft-Starter do motor 50 HP considerando seu efeito pelicular.

7 APÊNDICE E. SIMULAÇÃO DINÂMICA COM PARTIDA CHAVE COMPENSADORA.

Esta sub-rotina quando executada apresenta a simulação dinâmica de uma Chave compensadora utilizando um autotransformador para a simulação dinâmica do motor de indução exposto no Apêndice C, para análise de suas características no tempo.

```
%-----ChaveCompensadora (Autotransformador)-----
%-----Chave(R) para conexão no valor da tensão nominal-----
%-----em regime permanente-----
if R==1,
%Tensão Estatórica nas Fases 1,2,3.....(vs1,vs2,vs3)
vs1=Vf*cos(teta);
vs2=Vf*cos(teta-pi/3);
vs3=Vf*cos(teta+pi/3);
end
%-----Chave(S) para a partida com 50% da tensão nominal-----
if S==1,
vs1=.5*Vf*cos(teta);
vs2=.5*Vf*cos(teta-2*pi/3);
vs3=.5*Vf*cos(teta+2*pi/3);
end
%-----Chave(S) para a partida com 65% da tensão nominal-----
if S==2,
vs1=.65*Vf*cos(teta);
vs2=.65*Vf*cos(teta-2*pi/3);
vs3=.65*Vf*cos(teta+2*pi/3);
end
%-----Chave(S) para a partida com 80% da tensão nominal-----
if S==3,
```

```

vs1=.8*Vf*cos(teta);
vs2=.8*Vf*cos(teta-2*pi/3);
vs3=.8*Vf*cos(teta+2*pi/3);
end
%-----Tempo de mudança da chave de partida-----
%-----para regime permanente-----
%
%Escorregamento.....(esc)
esc=(wsrpm-rpm)/wsrpm;
%Impedância do circuito equivalente em regime permanente.....(Z)
Z=abs((j*xm*(j*x2+r2/esc))/(j*xm+j*x2+r2/esc)+r1+j*x1);
%Corrente em regime permanente em função do escorregamento para 50% da
%tensao nominal na partida.....(I50)
if esc==1,
I50=(.5*Vf/sqrt(2))/Z;
end
%Corrente em regime permanente em função do escorregamento para 65% da
%tensao nominal.....(I65)
I65=(.65*Vf/sqrt(2))/Z;
%Corrente em regime permanente em função do escorregamento para 80% da
%tensao nominal.....(I80)
I80=(.8*Vf/sqrt(2))/Z;
%Corrente em regime permanente em função do escorregamento para 100% da
%tensao nominal.....(I100)
%Condições para a mudança da chave
if I65<=I50 && pr==1,
    S=2;
    pr=pr+1;
end
if I80<=I50 && pr==2,
    S=3;
    pr=pr+1;
end
if I100<=I50 && pr==3,

```

```
R=1;  
S=0;  
pr=pr+1;  
end
```

8 APÊNDICE F: SIMULAÇÃO DINÂMICA COM PARTIDA SOFT-STARTER.

Nesta sub-rotina quando executada apresenta a simulação dinâmica de uma Chave eletrônica com partida suave (soft-starter) para a simulação dinâmica do motor de indução exposto nos Apêndices C para análise de suas características no tempo.

```

%-----Condições iniciais da rampa-----
%-----
%Tensão inicial da rampa.....(Vo)
Vo =0.5*Vf;
%Tensão final da rampa.....(Vf)
Vfinal = 1*Vf
%Tempo inicial da rampa.....(ti)
ti = 0;
%Tempo final da rampa.....(tf)
tf = 2;

Dentro do Loop de simulação,
%-----Partida Suave(Softstarter)-----
%
%-----Rampa do softstarter-----
if t<=tf,
Vn = (Vfinal-Vo)*t/(tf-ti) + Vo;
Vnrms = Vn*sqrt(3)/sqrt(2);
vs1=Vn*cos(teta);           %tensões
vs2=Vn*cos(teta-pi/3);
vs3=Vn*cos(teta+pi/3);
else
Vn = Vf;

```

```
vs1=Vn*cos(teta);           %tensões
vs2=Vn*cos(teta-pi/3);
vs3=Vn*cos(teta+pi/3);
end
```

9 APÊNDICE G: SIMULAÇÃO ESTÁTICA DAS CARACTERÍSTICAS DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

Este programa quando executado apresenta a variação dos valores da resistência rotórica, reatâncias estatórica e rotórica do circuito equivalente por fase de um motor de indução, apresenta gráficos destas variáveis, do torque eletromagnético e da corrente estatórica em função do escorregamento considerando estas variações.

```
%... MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA - DADOS DE PLACA
```

```
%
```

```
% Potência Nominal (cv).....(Pnom)
```

```
% Tensão Nominal (volt-Y).....(Vnom)
```

```
% Corrente Nominal (A).....(Inom)
```

```
% Frequência Nominal (Hz).....(Fnom)
```

```
% Número de Pólos.....(Npol)
```

```
% Cat(N/H/D-1/2/3).....(Cat)
```

```
% Classe(A/B/C/D-1/2/3/4).....(Clas)
```

```
Pnom = 7.5;
```

```
Vnom = 220;
```

```
Inom = 19;
```

```
Fnom = 60;
```

```
Npol = 4;
```

```
Cat = 2;
```

```
Clas = 3;
```

```
%
```

```
for m =1:2,
```

```
%-----
```

```
if m==1,
```

```
%... Parâmetros dos Circuito Equivalente referenciados à frequência de 60
```

```

%Hz nos ensaios a vazio e rotor bloqueado pelo modelo modificado
r175 = 0.262;
x160 = 0.341;
r260 = 0.757;
x260 = 0.795;
xm60 = 21.496;
rfe60 = 166.877;
%
%... Parâmetros dos Circuito Equivalente referenciados à frequência de 15
%Hz quando do ensaio de rotor bloqueado pelo pelo modelo do Fitzgerald
r175 = 0.262;
x115 = 0.632;
r215 = 0.447;
x215 = 1.476;
xm15 = 21.205;
rfe15 = 162.302;
else
%... Parâmetros dos Circuito Equivalente referenciados à frequência de 15
%Hz quando do ensaio de rotor bloqueado pela Norma 5383-1
%
r1 = 0.262;
x1 = 0.766;
r2 = 0.438;
x2 = 1.321;
xm = 21.793;
rfe = 126.268;
end
%
%-----
%
%... Velocidade Nominal
we = 2*pi*Fnom;
%... Velocidade síncrona
ws = 2*we/Npol;

```

```

%
%... Número de fases
nfases = 3;
%
%-----
if m==1,
%...média das variáveis que não influenciam significativamente na variação
%do escorregamento (s) que são:
    %Resistência no Núcleo.....(rfe)
    rfe = rfe15;
    %
    %Reatância de Magnetização.....(xm)
    xm = xm15;
    %
    %Resistência no estator.....(r1)
    r1 = r175;
    %
end
%-----
%... Impedância do núcleo em série.....(zns)
zns = (rfe*xm*i)/(rfe+xm*i);
%
%-----
%... Condições Iniciais
h = 1e-3;
smax = 1;
s = 0;
j = 0;

while s<=smax,
    s = s + h;
    j = j+1;
    if m==1,
        %Resistência do rotor em função do escorregamento.....(r2)

```

```

r2 = r215 + (r260 - r215)*s^2;
%
%Reatância do estator em função do escorregamento.....(x1)
x1 = x115 + (x160 - x115)*s^2;
%
%Reatância do rotor em função do escorregamento.....(x2)
x2 = x215 + (x260 - x215)*s^2;
%
end
%Impedância equivalente para o cálculo da corrente no estator...(zeq1)
zeq1 = zns*(r2/s + x2*i)/(zns + r2/s + x2*i) + r1 + i*x1;
%
%Corrente no estator por fase.....(i1)
i1 = abs((Vnom/sqrt(3))/zeq1);
%
%Impedância equivalente para o cálculo da corrente no rotor.....(zeq2)
zeq2 = (r1 + i*x1)*zns/(zns + r1 + i*x1) + r2/s + i*x2;
%
%Corrente no rotor por fase.....(i2)
i2 = abs((Vnom/sqrt(3))/zeq2);
%
%Potência do entreferro.....(pg)
pg = nfases*(r2/s)*i2*i2;
%
%Torque eletromagnético.....(temag)
temag = pg/ws;
%
if m==1,
%Armazenagem das variáveis para o modelo Fitzgerald
escorregamento1(j) = s;
R22(j) = r2;
X12(j) = x1;
X22(j) = x2;
Torque2(j) = temag;

```

```
CorrenteEstator2(j) = i1;  
CorrenteRotor2(j) = i2;  
else  
%Armazenagem das variáveis para Norma  
escorregamento(j) = s;  
R2(j) = r2;  
X1(j) = x1;  
X2(j) = x2;  
Torque(j) = temag;  
CorrenteEstator(j) = i1;  
CorrenteRotor(j) = i2;  
end  
%  
end  
%  
end
```