Universidade Federal de Campina Grande

Centro de Engenharia Elétrica e Informática

Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

SUZANNE SOUSA ANDRADE

OPERAÇÃO ECONÔMICA DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

Campina Grande, Paraíba
Junho de 2014

SUZANNE SOUSA ANDRADE

OPERAÇÃO ECONÔMICA DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas de Potência

Orientador:
Professor Benemar Alencar de Souza, D. Sc.

Campina Grande, Paraíba
Junho de 2014

SUZANNE SOUSA ANDRADE

OPERAÇÃO ECONÔMICA DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas de Potência

Aprovado em / /

Professor Avaliador
Universidade Federal de Campina Grande
Avaliador

Professor Benemar Alencar de Souza, D. Sc.
Universidade Federal de Campina Grande
Orientador, UFCG

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter permitido que este sonho se tornasse realidade.

Aos meus pais, que sempre me apoiaram, por terem me dado educação, confiança e amor durante toda a minha vida.

A minha irmã Andreza, por estar sempre me ajudando e dando força.

A Amanda e Leo, que mesmo estando longe, se fazem presente em todos os momentos da minha vida.

Aos amigos que fiz na universidade e que agora fazem parte da minha vida, Aquiles Dantas, Laura Eduarda, Leandro Duarte, Maria do Carmo Cabral, Matias Rocha, Mikhail Barros, Rafael Queiroz, Ramon Dias e Yoge Sarmento, por terem feito dos cinco anos mais difíceis da minha vida, os mais felizes.

Ao professor Benemar Alencar de Souza, por todo o tempo dedicado e pelos conhecimentos partilhados para o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Visando o estudo da operação econômica de sistemas de potência, este trabalho utiliza o Método dos Multiplicadores de Lagrange para a obtenção da melhor distribuição econômica de carga. Este método é utilizado tanto para a distribuição da carga entre as unidades geradoras de uma usina quanto para a distribuição da carga entre usinas. Para a distribuição de cargas entre usinas, leva-se em consideração a efetividade das perdas na transmissão. Tem-se, portanto, a importância da utilização de equipamentos de transmissão com alto rendimento. A melhor distribuição econômica de carga ocorrerá quando as perdas na transmissão forem mínimas e quando a contribuição de cada unidade geradora for de tal forma que o custo da potência gerada seja mínimo.

Palavras-chave: Custo, Geração, Lagrange, Perdas, Transmissão.

ABSTRACT

For the study of the economic operation of power systems, this report uses the Method of Lagrange Multipliers for obtaining the best economic load distribution. This method is used both for distribution of load among the generating units of a power plant and for the distribution of load between plants. For the distribution of loads between plants, it takes into account the effectiveness of transmission losses. Therefore, there is the importance of the use of transmission equipment with high performance. The best economic load distribution will occur when the transmission losses are minimal and when the contribution of each generator unit is such that the cost of power generated is minimal.

Keywords: Cost, Generation, Lagrange, Losses, Transmission.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A operação econômica do sistema elétrico de potência, para qualquer condição de carga, requer que a contribuição de cada unidade geradora seja determinada de modo que o custo da potência fornecida seja mínimo.

A distribuição econômica de carga na geração constitui-se de dois subproblemas. O primeiro subproblema consiste em determinar a quantidade de potência que deverá ser gerada, para um determinado valor de carga, por cada usina presente no sistema de geração. Para isto, faz-se necessário levar em consideração as perdas de potência nas linhas de transmissão. O segundo subproblema consiste em determinar a quantidade de potência que deverá ser gerada por cada unidade presente dentro da usina. Para estes dois subproblemas deve ser feito estudo de forma a se obter o menor custo de geração.

A operação econômica de um sistema de energia requer que as despesas de geração sejam minimizados ao longo de um período de tempo. Quando não há limitação sobre o fornecimento de combustível para qualquer usina no sistema, o despacho econômico pode ser realizado apenas com as presentes condições que os dados no algoritmo de despacho econômico. Neste caso, os custos de combustível são simplesmente o preço de entrada de combustível, talvez, com ajustes para o manuseamento e manutenção da usina.

Quando a fonte de energia disponível para uma determinada usina é um fator limitante na operação da mesma, o cálculo do despacho econômico deve ser feito de forma diferente. Cada cálculo deverá levar em conta acontecimentos passados e futuros.

Neste trabalho será abordada a distribuição mais econômica da geração de potência entre as unidades geradoras de uma única usina, assim como a geração entre várias usinas, sem levar em consideração o tipo de combustível utilizado. Também será desenvolvido um método para expressar as perdas nas linhas de transmissão como uma função das saídas de várias usinas.

2 OPERAÇÃO ECONÔMICA DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

A operação de um sistema de potência deve, entre outras funções, atender os requisitos do mercado com confiabilidade e com custo mínimo por consumo de combustível nas usinas. Taxas fixadas por comitês reguladores e a importância da economia de combustível pressionam as companhias de energia elétrica com o objetivo de alcançar máxima eficiência de operação e manter uma razoável relação entre o custo do quilowatt-hora para o consumidor e o custo da companhia para fornecer um quilowatt-hora, tendo em vista o constante crescimento dos preços do combustível, dos serviços, dos suprimentos e de manutenção.

A eficiência na geração cresce a cada dia, de forma que cada nova unidade adicionada às usinas geradoras de um sistema opera de maneira mais eficiente que qualquer unidade mais antiga. A operação do sistema nas condições de qualquer carga visa o despacho econômico, ou seja, a contribuição de cada usina e de cada unidade dentro dela deve ser de tal forma que o custo da potência gerada seja mínimo.

Para tal, deve ser abordada a forma mais econômica da distribuição da carga entre as unidades geradoras de uma única usina, assim como a distribuição entre várias usinas. Neste último caso, deve ser levado em consideração as perdas nas linhas de transmissão.

2.1 DISTRIBUIÇÃO DA CARGA ENTRE AS UNIDADES DE UMA MESMA USINA

A distribuição econômica da carga entre as várias unidades dentro de uma usina deve ser feita através do cálculo dos custos de operação das unidades em função da potência na saída.

Uma curva típica para o entendimento desta distribuição é mostrada na Figura 1, onde o eixo das ordenadas representa a entrada de combustível em Btu/h e o eixo das abcissas representa a potência de saída da unidade em MW.

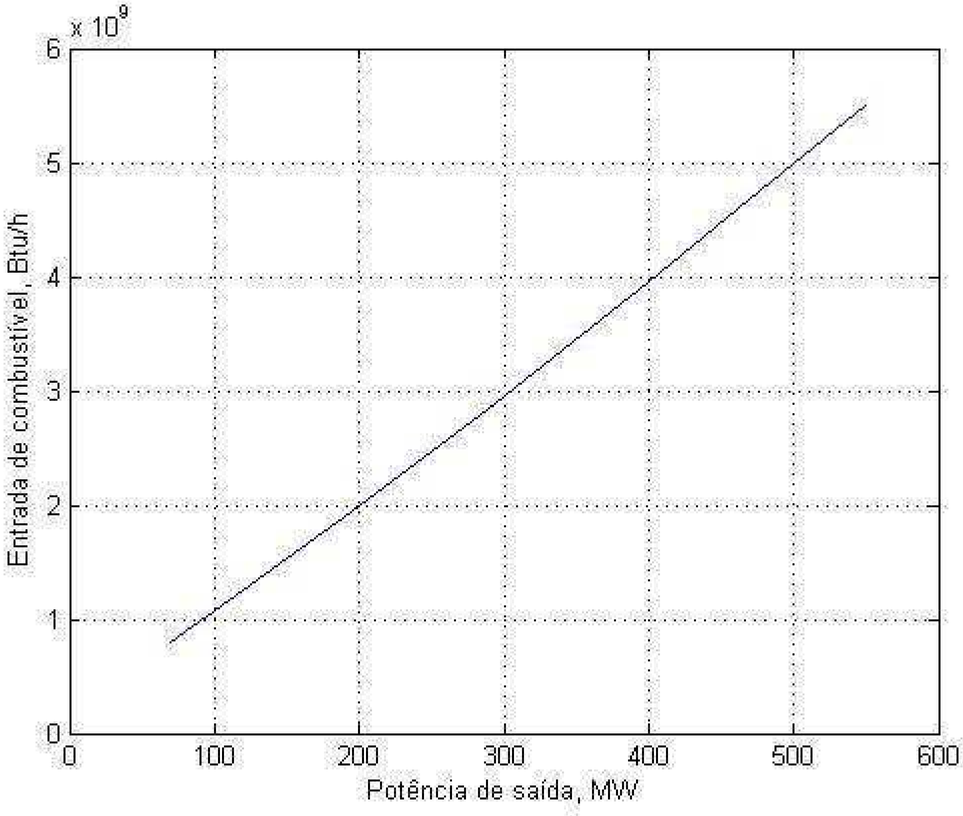

Figura 1. Curva de entrada de combustível *versus* Potência de saída para uma unidade geradora

Para converter o eixo das ordenadas para dólar, deve-se multiplicar a entrada do combustível pelo custo de combustível em dólares por milhão de Btu.

A eficiência do combustível será dada pela razão entre a saída de energia em MWh e o combustível consumido medido em milhões de Btu. Desse modo, a eficiência máxima ocorrerá quando a inclinação de uma reta partindo origem até um ponto na curva for mínima.

O critério para a distribuição da carga entre duas unidades quaisquer de uma usina é baseado no fato de que ao aumentar a carga em uma unidade, diminui-se uma carga igual na outra unidade, resultando em um acréscimo ou decréscimo no custo total da geração.

Objetiva-se, portanto, uma distribuição de carga nas unidades de forma que o custo total da geração seja o menor possível. Para isto torna-se necessário o entendimento do conceito de custo incremental.

Considerando a curva entrada-saída mostrada anteriormente e expressando o eixo das ordenadas da curva em dólar por hora, tem-se que a expressão do custo incremental de combustível será dF_n/dP_n, onde F_n é a entrada da unidade n, expressa em dólar por hora, e P_n a saída da unidade, expressa em MW.

O custo incremental pode ser obtido, aproximadamente, determinando o custo adicional de combustível para um intervalo definido de tempo quando a potência de saída aumenta em pequenas quantidades. Pode ser entendido que o custo do combustível é o principal fator em usinas de combustível fóssil. A discussão abaixo será baseada na economia do custo de combustível, considerando que outros custos que são função da potência na saída também podem ser incluídos na expressão do custo do combustível. Assim, o custo incremental pode ser determinado medindo a inclinação da curva entrada-saída e multiplicando-a pelo custo por Btu da unidade.

A Figura 2 representa o diagrama de custo incremental de combustível *versus* potência de saída, obtido medindo a inclinação da curva entrada-saída da Figura 1 para várias saídas e aplicando um custo de combustível de $1.30 por milhão de Btu.

Pode-se observar ainda, que o custo incremental encontra-se linear com relação à potência de saída, assim, para uma maior facilidade nos cálculos, geralmente opta-se por fazer uma aproximação da curva por uma ou duas retas. A aproximação linear é representada na figura pela cor azul e corresponde a seguinte a equação

$$\frac{dF_n}{dP_n} = 0{,}0126P + 8{,}9$$

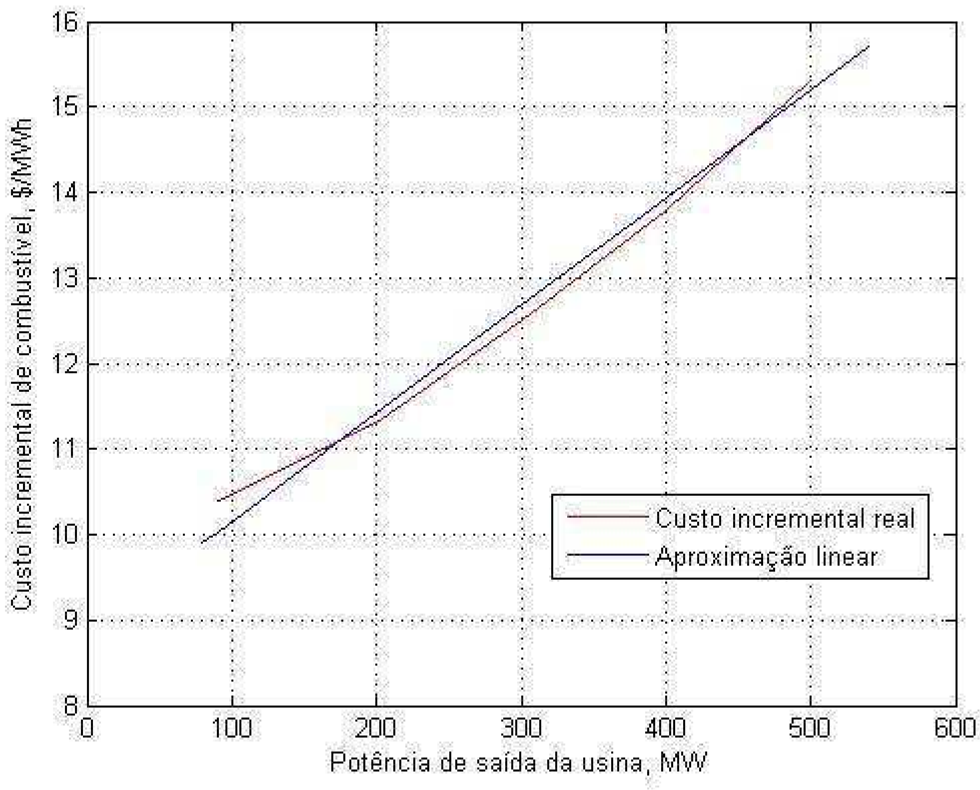

Figura 2. Custo incremental de combustível *versus* Potência de saída

Assim, para uma potência de saída de 300MW, obtêm-se um custo incremental aproximado de \$12.68 por megawatt-hora. Este valor pode ser entendido como um acréscimo ou decréscimo no custo total por hora para um respectivo acréscimo ou decréscimo de 1MW na potência de saída. Para uma maior precisão no valor do custo incremental opta-se pela utilização de duas retas para a aproximação linear da curva.

Considerando uma usina qualquer com duas unidades e que uma das unidades possui um custo incremental maior do que a outra, a redução da carga sobre a unidade com maior custo incremental resulta em uma maior redução do custo total se comparado o aumento no custo pelo acréscimo da mesma parcela de carga na unidade com menor custo incremental. Assim, a divisão econômica da carga entre unidades de uma usina deve ser dada de forma que todas as unidades devem operar com o mesmo custo incremental de combustível.

O critério de distribuição econômica das cargas pode ser encontrado matematicamente como pode ser visto a seguir.

Supondo uma usina com K unidades, tem-se que

$$F_T = F_1 + F_2 + \cdots + F_K = \sum_{n=1}^{K} F_n \,, \tag{1}$$

$$P_R = P_1 + P_2 + \cdots + P_K = \sum_{n=1}^{K} P_n \,, \tag{2}$$

onde F_T é o custo total de combustível, P_R é a potência total recebida pelo barramento da usina e transferida ao sistema de potência e F_n é o custo de combustível individual da unidade para a sua correspondente saída P_n.

O objetivo é, portanto, obter um F_T mínimo para uma dada P_R, o que requer que o diferencial total $dF_T = 0$.

$$dF_T = \frac{\partial F_T}{\partial P_1} dP_1 + \frac{\partial F_T}{\partial P_2} dP_2 + \cdots + \frac{\partial F_T}{\partial P_K} dP_K = 0. \tag{3}$$

Sabendo que o custo total de combustível F_T depende das saídas das unidades, o requisito de uma potência constante P_R significa que a equação (2) é uma restrição para o mínimo valor de F_T. Esta restrição que exige que P_R permaneça constante requer que $dP_R = 0$, e então

$$dP_1 + dP_2 + \cdots + dP_K = 0. \tag{4}$$

Considerando λ como o custo incremental, multiplicando-o pela equação (4) e subtraindo a equação resultante da equação (3), obtêm-se

$$\left(\frac{\partial F_T}{\partial P_1} - \lambda\right) dP_1 + \left(\frac{\partial F_T}{\partial P_2} - \lambda\right) dP_2 + \cdots + \left(\frac{\partial F_T}{\partial P_K} - \lambda\right) dP_K = 0. \tag{5}$$

A equação (5) será satisfeita se cada termo for igual a zero. Cada derivada parcial torna-se uma derivada total visto que o custo de combustível de cada unidade irá variar somente se a potência de saída da mesma unidade for variada. Por exemplo,

Para um $F_T = F_1(P_1) + F_2(P_2) + \cdots + F_K(P_K)$,

$$\frac{\partial F_T}{\partial P_1} = \frac{dF_1}{dP_1}, \frac{\partial F_T}{\partial P_2} = \frac{dF_2}{dP_2}, \ldots, \frac{\partial F_T}{\partial P_K} = \frac{dF_K}{dP_K}. \tag{6}$$

Assim, a equação (5) será satisfeita se

$$\frac{dF_1}{dP_1} = \lambda, \frac{dF_2}{dP_2} = \lambda, \ldots, \frac{dF_K}{dP_K} = \lambda, \tag{7}$$

de forma que todas as unidades operem com o mesmo custo incremental, visando um mínimo custo em dólares por hora.

O método descrito anteriormente é conhecido como Método dos Multiplicadores de Lagrange.

O Método dos Multiplicadores de Lagrange é constituído, portanto, de uma função lagrangeana L.

$$L = F_T - \lambda h, \tag{8}$$

onde h será a soma das cargas de todas as unidades subtraídas da carga total.

A partir da função lagrangeana, tem-se que a solução ótima irá ocorrer quando $\nabla L = 0$.

$$\nabla L = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial P_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial L}{\partial P_K} \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} \end{bmatrix} = 0. \tag{9}$$

Segue abaixo alguns exemplos de distribuição da carga entre unidades de uma mesma usina.

Exemplo 1 Os custos incrementais de combustível em dólares por megawatt-hora para uma usina consistindo de duas unidades são dadas por

$$\frac{dF_1}{dP_1} = 0{,}0080P_1 + 8{,}0 \quad \text{e}$$

$$\frac{dF_2}{dP_2} = 0{,}0096P_2 + 6{,}4$$

Considere que ambas as unidades estejam operando durante todo o tempo, que a carga total varie de 250 a 1250MW e que as cargas máximas e mínimas em cada unidade devam ser de 625 e 100MW, respectivamente. Encontre o custo incremental de combustível e a alocação de carga entre unidades para um custo mínimo de várias cargas totais (STEVENSON, 1986).

Solução. Integrando as equações de custo incremental, encontra-se os valores de F_1 e F_2, e sabendo que $F_T = F_1 + F_2$, obtém-se o custo total de geração da usina.

$$\int dF_1 = \int (0{,}008P_1 + 8{,}0)dP_1 \ \rightarrow$$

$$F_1 = 0{,}004P_1^2 + 8{,}0P_1 + c$$

$$\int dF_2 = \int (0{,}0096P_2 + 6{,}4)dP_2 \ \rightarrow$$

$$F_2 = 0{,}0048P_2^2 + 6{,}4P_2 + c$$

$$F_T = F_1 + F_2 \ \rightarrow$$

$$F_T = 0{,}004P_1^2 + 8{,}0P_1 + 0{,}0048P_2^2 + 6{,}4P_2 + c.$$

Aplicando o Método dos Multiplicadores de Lagrange descrito anteriormente, tem-se que, para uma carga total de 250MW,

$$L = F_T - \lambda h$$

$$L = 0{,}004P_1^2 + 8{,}0P_1 + 0{,}0048P_2^2 + 6{,}4P_2 + c - \lambda(P_1 + P_2 - 250{,}0).$$

Para uma solução ótima, $\nabla L = 0$.

$$\frac{\partial L}{\partial P_1} = 0{,}008P_1 + 8{,}0 - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_2} = 0{,}0096P_2 + 6{,}4 - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -P_1 - P_2 + 250 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}008 & 0 & -1 \\ 0 & 0{,}0096 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8{,}0 \\ -6{,}4 \\ -250 \end{bmatrix}$$

Assim, a distribuição ótima para uma carga total mínima de 250MW será quando

$$P_1 = 45{,}45\text{MW}$$

$$P_2 = 204{,}55\text{MW}$$

$$\lambda = 8{,}364\ \$/\text{MWh}$$

Aplicando o método acima para valores distintos de P_R, obtém-se os seguintes valores para P_1, P_2 e λ.

Tabela 1. Melhor distribuição econômica da carga entre as unidades da usina

Custo de geração ($/h)	Custo incremental ($/MWh)	Unidade 1 P_1 (MW)	Unidade 2 P_2 (MW)	Usina $P_1 + P_2$ (MW)
1.882 + c	8,364	45,5	204,5	250
2.740 + c	8,8	100	250	350
4.109 + c	9,4544	181,8	318,2	500
6.609 + c	10,5456	318,2	431,8	750
9.382 + c	11,636	454,5	545,5	1000
11.485 + c	12,4	550	625	1175
12.427 + c	12,7272	590,9	659,1	1250

Observa-se na Tabela 1 que o primeiro e o último caso não atendem a restrição de que cada unidade deve gerar no mínimo 100MW e no máximo 625MW. Observa-se também, que os únicos casos que atendem a melhor distribuição econômica, levando em consideração todas as restrições, são quando a usina gera entre 350MW a 1175MW.

De forma a atribuir a restrição de carga entre as unidades, para uma carga total mínima, deve-se aumentar a potência que a unidade 1 irá gerar para que esta atinja a sua geração mínima. O mesmo valor de carga que será adicionado à unidade 1 deverá ser subtraída da geração da unidade 2.

$$P_1 + p = 100$$

$$45{,}5 + p = 100 \ \rightarrow \ p = 54{,}5$$

$$P_2 - p = 204{,}5 - 54{,}5 = 150$$

Assim, atendendo a todas as restrições, P_1 deverá gerar 100MW e P_2 deverá gerar 150MW para uma carga mínima da usina de 250MW.

Da mesma forma deve ser feito o cálculo para a carga máxima da usina, onde a carga subtraída da unidade 2, para que esta opere na sua carga máxima, deve ser a mesma adicionada à unidade 1.

$$P_2 - p = 625$$

$$659{,}1 - p = 625 \quad \rightarrow \quad p = 34{,}1$$

$$P_1 + p = 590{,}9 + 34{,}1 = 625$$

A partir destes novos valores de potência para as unidades foi preenchida a Tabela 2.

Tabela 2. Custo de geração para que todas as restrições sejam atendidas

Custo de geração ($/h)	Unidade 1 λ_1 ($/MWh)	Unidade 2 λ_2 ($/MWh)	Unidade 1 P_1 (MW)	Unidade 2 P_2 (MW)	Usina $P_1 + P_2$ (MW)
1.882 + c	8,364	8,364	45,5	204,5	250
1.908 + c	8,8	7,84	100	150	250
2.740 + c	8,8	8,8	100	250	350
4.109 + c	9,4544	9,4544	181,8	318,2	500
6.609 + c	10,5456	10,5456	318,2	431,8	750
9.382 + c	11,636	11,636	454,5	545,5	1000
11.485 + c	12,4	12,4	550	625	1175
12.427 + c	12,7272	12,7272	590,9	659,1	1250
12.437,5 + c	13,0	12,4	625	625	1250

Observa-se que os valores hachurados em azul apresentam menor custo de geração do que os valores hachurados em verde para os mesmos valores de carga, confirmando o esperado. Porém, para estes casos, por não atenderem a todas as restrições do problema, deve ser escolhida a divisão de carga menos econômica.

A Figura 3 mostra o gráfico entrada-saída com os valores obtidos do custo incremental em função da potência de saída total da usina. Pode-se observar que a melhor distribuição econômica se dá quando a usina gera entre 350MW a 1175MW, conforme provado anteriormente.

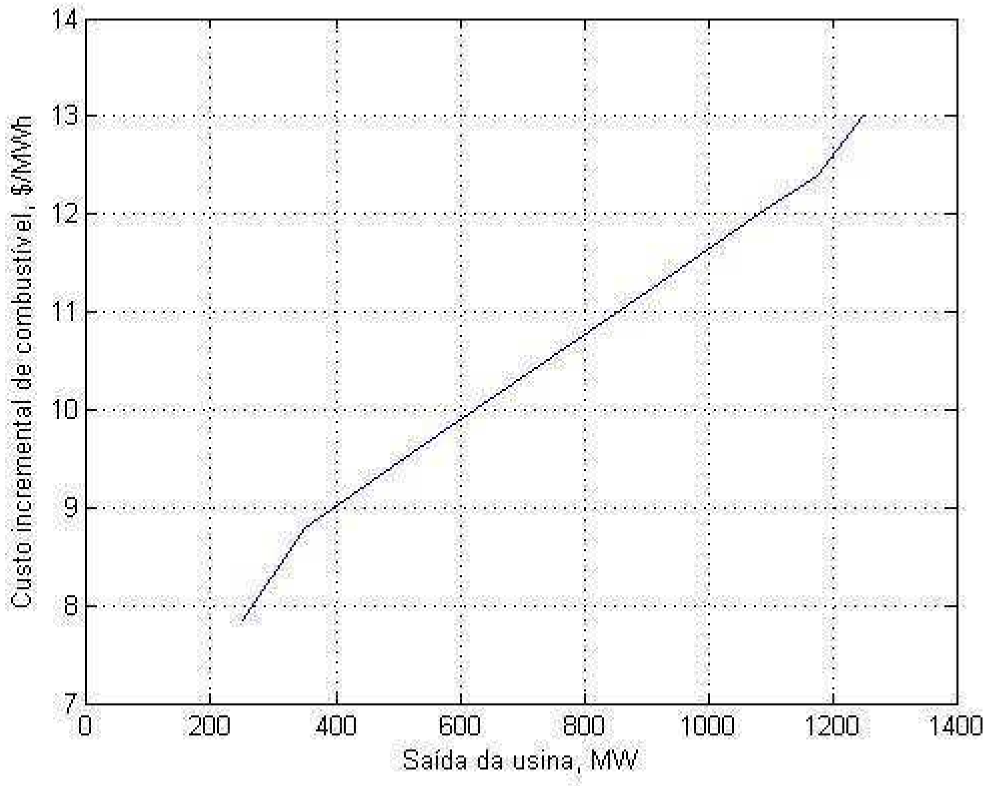

Figura 3. Custo incremental *versus* Saída da usina

De forma a se obter a distribuição de carga entre as unidades para uma determinada saída da usina foi plotado o gráfico mostrado na Figura 4.

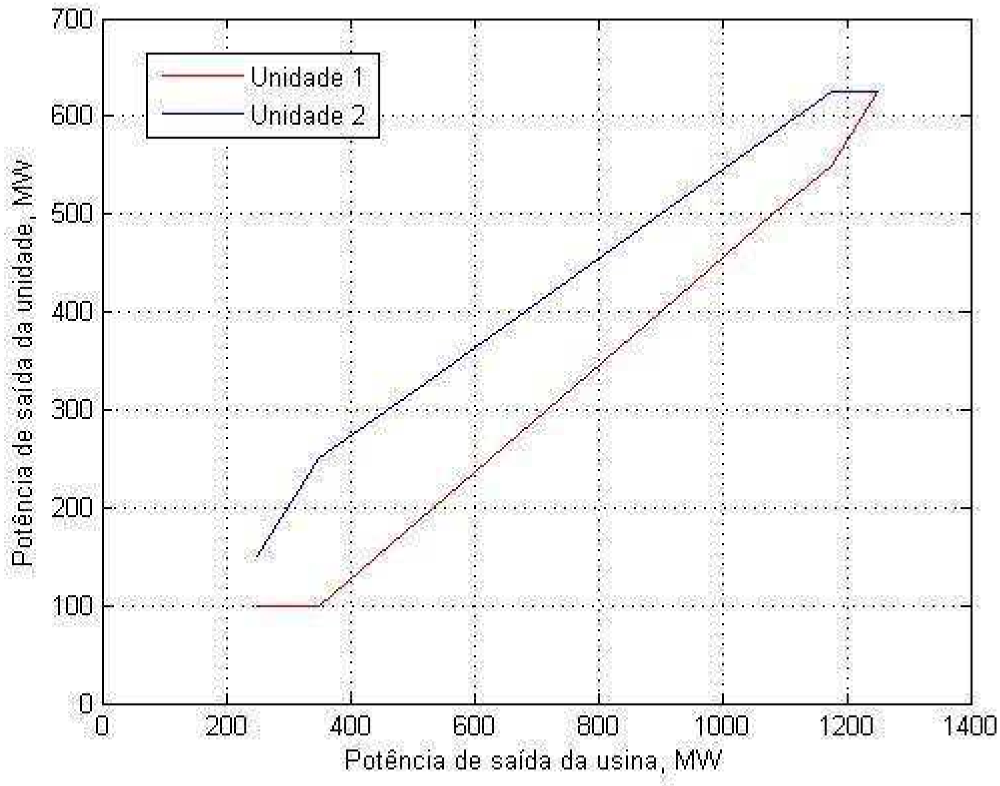

Figura 4. Potência de saída de cada unidade *versus* Potência de saída da usina

Com este exemplo é possível observar que, para determinadas restrições de operação, nem sempre a distribuição de carga será a mais econômica.

A economia obtida pela distribuição econômica da carga pode ser encontrada resolvendo a integral da expressão do curso incremental de combustível. A partir disto faz-se a comparação dos acréscimos e decréscimos do custo para as unidades à medida que a carga destas encontra-se mais distante da alocação mais econômica. Esta forma de obter a economia pode ser melhor entendida analisando o Exemplo 2.

Exemplo 2 Determinar a economia em custo de combustível em dólares por hora para uma distribuição econômica da carga total de 1000MW, entre as duas unidades da usina descrita no Exemplo 1 comparada com a distribuição igual da mesma carga total.

Solução. Para uma carga total de 1000MW, tem-se que a unidade 1 deveria ser responsável por gerar 454,5MW e a unidade 2 por gerar 545,5MW, como pode ser observado na Tabela 2. Porém, para uma distribuição igual da carga, ambas deverão ser responsáveis por gerar 500MW cada.

Integrando as expressões de custo incremental e fazendo com que ambas passem a gerar 500MW, tem-se

Unidade 1:

$$\int_{400}^{450} (0{,}0080P_1 + 8)dP_1 = |0{,}004P_1^2 + 8P_1|_{454,5}^{500} = \$537{,}7 \text{ por hora}$$

Unidade 2:

$$\int_{500}^{450} (0{,}0096P_2 + 6{,}4)dP_2 = |0{,}0048P_2^2 + 6{,}4P_2|_{545,5}^{500} = -\$519{,}5 \text{ por hora}$$

Sabe-se, portanto, que com a diminuição da carga na unidade 2, o seu custo tem um decréscimo, representado pelo sinal negativo, de $519,5 por hora e com o aumento da carga na unidade 1 o seu custo tem um acréscimo de $537,7 por hora, resultando em um acréscimo no custo total de $537,7 - $519,5 = $18,2 por hora.

Apesar do acréscimo aparentar ser pequeno, esta quantidade economizada cada hora durante um ano irá resultar em uma economia de $159.432,0 no ano, comprovando a importância de um estudo prévio de distribuição econômica da carga.

2.2 PERDAS DE TRANSMISSÃO EM FUNÇÃO DA GERAÇÃO DA USINA

As perdas de transmissão podem ter um efeito significativo na distribuição de cargas entre usinas, visto que, embora o custo incremental de combustível de uma usina possa ser menor para uma dada distribuição de carga, esta pode encontrar-se mais afastada do centro de carga. As perdas de transmissão nesta usina podem ser grandes de forma que a economia possa indicar a diminuição da carga na usina com menor custo incremental e o aumento da carga na usina com maior custo incremental.

A Figura 5 apresenta um sistema consistindo em duas usinas geradoras e uma carga. Este sistema facilitará a análise dos princípios envolvidos nas expressões das perdas em termos da potência de saída das usinas.

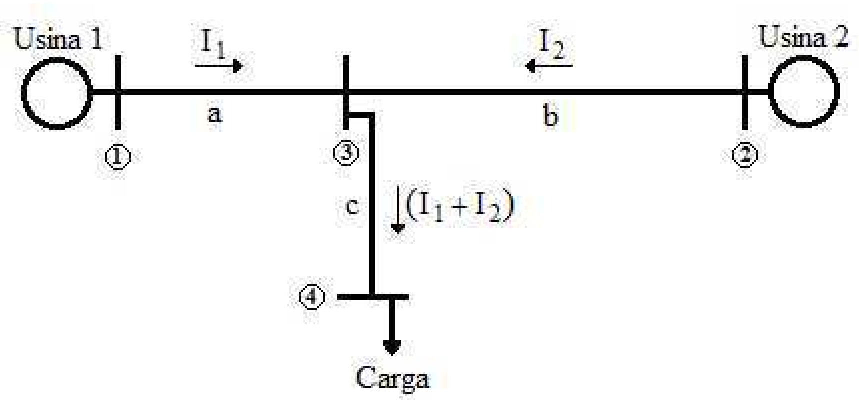

Figura 5. Sistema conectando duas usinas geradoras a uma carga

Considerando R_a, R_b e R_c como sendo as resistências nas linhas a, b e c, respectivamente, a perda total para o sistema de transmissão trifásico é

$$P_L = 3|I_1|^2 R_a + 3|I_2|^2 R_b + 3|I_1 + I_2|^2 R_c. \tag{10}$$

Assumindo que I_1 e I_2 estão em fase,

$$|I_1 + I_2| = |I_1| + |I_2|, \tag{11}$$

e simplificando as expressões (10) e (11), tem-se que

$$P_L = 3|I_1|^2(R_a + R_c) + 3x2|I_1||I_2|R_c + 3|I_2|^2(R_b + R_c). \tag{12}$$

Sabendo que P_1 e P_2 são as saídas de potência trifásicas das usinas 1 e 2 com fatores de potência fp_1 e fp_2 e que V_1 e V_2 são as tensões de barramento nas usinas, logo

$$|I_1| = \frac{P_1}{\sqrt{3}|V_1|fp_1} \qquad e \qquad |I_2| = \frac{P_2}{\sqrt{3}|V_2|fp_2}. \tag{13}$$

Substituindo as equações (13) na equação (12), obtém-se

$$\begin{aligned} P_L &= P_1^2 \frac{R_a + R_c}{|V_1|^2(fp_1)^2} + 2P_1P_2 \frac{R_c}{|V_1||V_2|(fp_1)(fp_2)} + P_2^2 \frac{R_b + R_c}{|V_2|^2(fp_2)^2} \\ &= P_1^2 B_{11} + 2P_1P_2B_{12} + P_2^2 B_{22}. \end{aligned} \tag{14}$$

onde

$$B_{11} = \frac{R_a + R_c}{|V_1|^2(fp_1)^2}$$

$$B_{12} = \frac{R_c}{|V_1||V_2|(fp_1)(fp_2)} \tag{15}$$

$$B_{22} = \frac{R_b + R_c}{|V_2|^2(fp_2)^2}$$

Os termos B_{11}, B_{12} e B_{22} são chamados coeficientes de perda ou coeficientes B. Estes coeficientes fornecem a perda exata por meio da equação (14) apenas para os valores de P_1 e P_2 que resultaram nas tensões e fatores de potência utilizados nas equações (15).

Os coeficientes de perda são constantes, com P_1 e P_2 variando somente se as tensões nos barramentos das usinas mantêm-se constantes em amplitude e os fatores de potência das usinas também permaneçam constantes.

Segue abaixo um exemplo de perdas na transmissão utilizando os coeficientes de perda.

Exemplo 3 Para o sistema cujo diagrama unifilar é o indicado na Figura 5, assume-se $I_1 = 1{,}0\angle 0°$ p.u. e $I_2 = 0{,}8\angle 0°$ p.u. Se a tensão na barra 3 é $V_3 = 1{,}0\angle 0°$ p.u., determine os coeficientes de perda, assim como as perdas na transmissão. As impedâncias das linhas são $0{,}04 + j0{,}16$ p.u., $0{,}03 + j0{,}12$ p.u. e $0{,}02 + j0{,}08$ p.u. para as seções a, b e c, respectivamente.

Solução. A partir dos dados fornecidos, calculam-se as tensões de barramento.

$$V_1 = 1{,}0 + (1{,}0 + j0)(0{,}04 + j0{,}16) = 1{,}04 + j0{,}16\ \mathrm{p.u.}$$

$$V_2 = 1{,}0 + (0{,}8 + j0)(0{,}03 + j0{,}12) = 1{,}024 + j0{,}096\ \mathrm{p.u.}$$

Como todas as correntes apresentam ângulo de fase igual a zero, o fator de potência de cada nó será dado pelo cosseno do ângulo da tensão no nó. A amplitude da tensão multiplicada pelo fator de potência será igual à parte real da expressão complexa da tensão. Assim,

$$B_{11} = \frac{0{,}04 + 0{,}02}{1{,}04^2} = 0{,}0554\ \mathrm{p.u.}$$

$$B_{12} = \frac{0{,}02}{1{,}024\ x\ 1{,}04} = 0{,}0188\ \mathrm{p.u.}$$

$$B_{22} = \frac{0{,}03 + 0{,}02}{1{,}024^2} = 0{,}0477 \text{ p.u.}$$

A perda na transmissão será obtida a partir dos valores calculados das potências nas usinas e dos coeficientes de perda encontrados acima.

$$P_1 = Re\{(1{,}0 + j0)(1{,}04 + j0{,}16)\} = 1{,}04 \text{ p.u.}$$

$$P_2 = Re\{(0{,}8 + j0)(1{,}024 + j0{,}096)\} = 0{,}8192 \text{ p.u.}$$

$$P_L = 1{,}04^2\ x\ 0{,}0554 + 2\ x\ 1{,}04\ x\ 0{,}8192\ x\ 0{,}0188 + 0{,}8192^2\ x\ 0{,}0477$$

$$P_L = 0{,}06 + 0{,}032 + 0{,}032 = 0{,}124 \text{ p.u.}$$

A forma geral da equação de perdas de transmissão para um número qualquer de fontes é

$$P_L = \sum_m \sum_n P_m B_{mn} P_n. \tag{16}$$

onde $\sum m$ e $\sum n$ indicam somatórios independentes para incluir todas as fontes.

A perda na transmissão pode ser expressa em função da geração nas usinas na seguinte forma matricial:

$$\boldsymbol{P}_L = \boldsymbol{P}^T \boldsymbol{B} \boldsymbol{P}\ , \tag{17}$$

em que, para um número total de s fontes

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_s \end{bmatrix} \quad e \quad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \cdots & B_{1s} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & \cdots & B_{2s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_{s1} & B_{s2} & B_{s3} & \cdots & B_{ss} \end{bmatrix} \tag{18}$$

2.3 DISTRIBUIÇÃO DE CARGA ENTRE USINAS

O método desenvolvido anteriormente para a obtenção das perdas nas linhas de transmissão será utilizado para coordenar a distribuição econômica das cargas entre usinas.

O tratamento matemático desta distribuição será similar ao utilizado para a distribuição de carga entre unidades de uma usina, exceto pelo fato de que agora deverão ser levadas em consideração as perdas por transmissão.

Na equação

$$F_T = F_1 + F_2 + \cdots + F_K = \sum_{n=1}^{K} F_n \qquad (19)$$

o F_T é agora o custo total de combustível para o sistema inteiro, sendo a soma dos custos de combustível das usinas individuais F_1, F_2, ..., F_K.

A entrada total para a rede a partir das usinas será

$$P_T = P_1 + P_2 + \cdots + P_K = \sum_{n=1}^{K} P_n, \qquad (20)$$

onde P_1, P_2, ..., P_K são as entradas individuais para a rede a partir das usinas.

Sabendo que o custo total de combustível do sistema é uma função das potências de entrada, tem-se a seguinte relação de restrição para o mínimo valor de F_T

$$\sum_{n=1}^{K} P_n - P_L - P_R = 0, \qquad (21)$$

onde P_R é a potência total recebida pelas cargas do sistema e P_L é a perda de transmissão.

A perda de transmissão é expressa como uma função dos coeficientes de perda e da potência de entrada na rede a partir de cada usina.

Para que P_R seja constante, $dP_R = 0$, assim

$$\sum_{n=1}^{K} dP_n - dP_L = 0, \qquad (22)$$

e como para se obter um custo mínimo, $dF_T = 0$,

$$dF_T = \sum_{n=1}^{K} \frac{\partial F_T}{\partial P_n} dP_n = 0. \qquad (23)$$

A perda de transmissão P_L é dependente das saídas das usinas, assim, dP_L é expressa por

$$dP_L = \sum_{n=1}^{K} \frac{\partial P_L}{\partial P_n} dP_n. \tag{24}$$

Substituindo o valor de dP_L obtido na equação (24) na equação (22), multiplicando pelo custo incremental λ e subtraindo o resultado obtido da equação (23) tem-se que

$$\sum_{n=1}^{K} \left(\frac{\partial F_T}{\partial P_n} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_n} - \lambda \right) dP_n = 0. \tag{25}$$

A equação (25) será satisfeita se

$$\frac{\partial F_T}{\partial P_n} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_n} - \lambda = 0, \tag{26}$$

para qualquer valor de n.

Sabendo que a mudança na saída de uma usina irá interferir no custo somente da própria usina, pode-se rearranjar a equação (26) de forma que

$$\frac{dF_n}{dP_n} \frac{1}{1 - \partial P_L / \partial P_n} = \lambda \tag{27}$$

ou

$$\frac{dF_n}{dP_n} L_n = \lambda, \tag{28}$$

onde L_n é chamado de fator de penalidade da usina n e é dado por

$$L_n = \frac{1}{1 - \partial P_L / \partial P_n}. \tag{29}$$

O resultado é análogo ao encontrado para a distribuição de cargas nas unidades de uma usina, onde o custo mínimo de combustível será obtido quando o custo incremental de cada usina multiplicado pelo seu fator de penalidade for o mesmo para todas as usinas do sistema.

$$\frac{dF_1}{dP_1}L_1 = \frac{dF_2}{dP_2}L_2 = \frac{dF_n}{dP_n}L_n = \lambda \tag{30}$$

A perda na transmissão expressa na equação (16), para K usinas, terá a sua diferenciação parcial em relação a P_n como

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_n} = \frac{\partial}{\partial P_n}\sum_{m=1}^{K}\sum_{n=1}^{K} P_m B_{mn} P_n = 2\sum_{m=1}^{K} P_m B_{mn} \tag{31}$$

Assim, para a obtenção da função lagrangeana L, diferentemente da função encontrada para a distribuição entre as unidades de uma usina, deve-se levar em consideração as perdas na transmissão.

$$L = F_T - \lambda h \tag{32}$$

onde h será agora a soma das cargas de todas as usinas e das perdas na transmissão subtraídas da carga total.

$$h = \sum_{n=1}^{K} P_n + P_L - P_R. \tag{33}$$

A solução ótima irá ocorrer quando $\nabla L = 0$.

$$\nabla L = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial P_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial L}{\partial P_K} \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} \end{bmatrix} = 0. \tag{34}$$

Seguem abaixo alguns exemplos de distribuição econômica de cargas entre usinas levando em consideração as perdas na restrição.

Exemplo 4 Um sistema consiste em duas usinas conectadas através de uma linha de transmissão. A carga única está alocada na usina 2. Quando 200MW são transmitidos da usina 1 para a usina 2, a perda de potência na linha é 16MW. Encontre a geração necessária para cada usina e a potência recebida pela carga quando λ, para o sistema, é \$12.50 por megawatt-hora. Assuma que o custo incremental de combustível pode ser aproximado pelas seguintes equações (STEVENSON, 1986):

$$\frac{dF_1}{dP_1} = 0{,}010P_1 + 8{,}5\ \$/\text{MWh}$$

$$\frac{dF_2}{dP_2} = 0{,}015P_2 + 9{,}5\ \$/\text{MWh}$$

Solução. Como toda a carga está na usina 2, a variação da P_2 não irá afetar P_L. Assim,

$$B_{22} = 0 \qquad \text{e} \qquad B_{12} = 0$$

Para $P_1 = 200$ MW e $P_L = 16$ MW, tem-se que

$$16 = 200^2 B_{11}$$

$$B_{11} = 0{,}0004\ \text{MW}^{-1} \qquad \text{e}$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_1} = 2P_1B_{11} + 2P_2B_{12} = 0{,}0008P_1$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_2} = 2P_2B_{22} + 2P_1B_{12} = 0$$

Os fatores de penalidade são, portanto,

$$L_1 = \frac{1}{1 - 0{,}0008P_1} \qquad \text{e} \qquad L_2 = 1{,}0$$

Para $\lambda = 12.50$,

$$\frac{0{,}010P_1 + 8{,}5}{1 - 0{,}0008P_1} = 12{,}5 \quad \rightarrow \quad P_1 = 200\ \text{MW}$$

$$0{,}015P_2 + 9{,}5 = 12{,}5 \quad \rightarrow \quad P_2 = 200\ \text{MW}$$

Assim, para $\lambda = 12.50$, o despacho econômico requer divisão equitativa de carga entre as duas usinas.

A perda de potência na transmissão é

$$P_L = 0{,}0004\ x\ 200^2 = 16\ \text{MW}$$

e a carga entregue será

$$P_R = P_1 + P_2 - P_L = 384\ \text{MW}$$

Exemplo 5 Um sistema consiste em duas usinas conectadas a uma carga conforme a Figura 6, onde a carga única P_R é de 500MW.

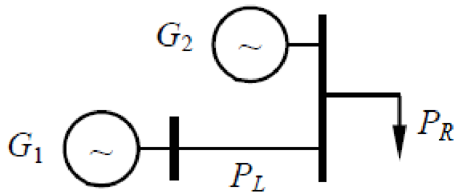

Figura 6. Sistema exemplo de operação ótima com perda na transmissão

Calcule o despacho ótimo do sistema para as seguintes condições:

$$F_1 = 0{,}002P_1^2 + 7{,}0P_1 + 400 \text{ \$/h}$$

$$F_2 = 0{,}002P_2^2 + 7{,}0P_2 + 400 \text{ \$/h}$$

$$P_L = 0{,}002P_1^2$$

$$L = 800{,}0 + 7{,}0P_1 + 7{,}0P_2 + 0{,}002P_1^2 + 0{,}002P_2^2 - \lambda(P_1 + P_2 - 500 - 0{,}002P_1^2).$$

$$70{,}0 \leq P_1 \leq 400{,}0$$

$$70{,}0 \leq P_2 \leq 400{,}0$$

Solução. Sabendo que para o ponto de operação ótima, $\nabla L = 0$.

$$\frac{dL}{dP_1} = 7{,}0 + 0{,}004P_1 - \lambda(1{,}0 - 0{,}004P_1) = 0$$

$$\frac{dL}{dP_2} = 7{,}0 + 0{,}004P_2 - \lambda(1{,}0) = 0$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = P_1 + P_2 - 500 - 0{,}002P_1^2 = 0$$

A partir das condições acima, tem-se, portanto, um sistema com três equações e três incógnitas.

$$7{,}0 + 0{,}004P_1 - \lambda + \lambda\, x\, 0{,}004P_1 = 0$$

$$\lambda = 7{,}0 + 0{,}004P_2$$

$$P_2 = 0{,}002P_1^2 + 500 - P_1$$

A combinação das três equações resultará que

$$32{,}0\; x\; 10^{-3}P_1^3 - 24{,}0P_1^2 + 44{,}0\; x\; 10^3P_1 - 2{,}0\; x\; 10^6 = 0$$

Utilizando o *software* Matlab e aplicando a função *roots*, conforme mostrado abaixo, encontra-se uma única raiz real para P_1.

polinomio = [0.032 -24 44000 -2000000]

raiz = roots(polinomio)

$$P_1 = 46{,}563\text{MW}.$$

Assim,

$$P_L = 0{,}002\; x\; 46{,}563^2 = 4{,}336\text{MW}$$

$$P_2 = 0{,}002\ x\ 46{,}563^2 + 500 - 46{,}563 = 457{,}773\text{MW}$$

$$\lambda = 7{,}0 + 0{,}004\ x\ 457{,}773 = 8{,}831\$/\text{MWh}$$

Observa-se que, para um despacho ótimo, tanto P_1 quanto P_2 encontram-se fora dos seus valores de operação. Como a geração da usina 2 não apresenta perdas, e o custo incremental das duas usinas são iguais, semelhante ao feito no Exemplo 1, fixa-se o valor de geração desta usina para o seu limite máximo, ou seja, $P_2 = 400\text{MW}$.

Assim, para uma carga total de 500MW, a usina 1 será responsável por produzir os 100MW restantes, assim como as perdas do sistema.

$$P_1 = 100 + 0{,}002P_1^2$$

As raízes que satisfazem essa equação de segundo grau são 361,803 e 138,197. A solução tomada será o menor destes valores, assim

$$P_1 = 138{,}197\text{MW}$$

onde as perdas serão provadas como

$$P_L = 0{,}002\ x\ 138{,}197^2 = 38{,}197\text{MW}$$

Os custos incrementais e o custo total do sistema para o melhor despacho econômico, atendendo todas as restrições das usinas, serão, portanto

$$7{,}0 + 0{,}004P_1 - \lambda + \lambda\ x\ 0{,}004P_1 = 0$$

$$7{,}0 + 0{,}004\ x\ 138{,}197 - \lambda_1 + \lambda_1\ x\ 0{,}004\ x\ 138{,}197 = 0$$

$$\lambda_1 = 16{,}889\ \$/\text{MWh}$$

$$\lambda = 7{,}0 + 0{,}004P_2 \quad \rightarrow \quad \lambda_2 = 7{,}0 + 0{,}004\ x\ 400$$

$$\lambda_2 = 8{,}6\ \$/\text{MWh}$$

$$F_T = F_1 + F_2 = 0{,}002P_1^2 + 7{,}0P_1 + 400 + 0{,}002P_2^2 + 7{,}0P_2 + 400$$

$$F_T = 0{,}002\ x\ 138{,}197^2 + 7{,}0\ x\ 138{,}197 + 400 + 0{,}002\ x\ 400^2 + 7{,}0\ x\ 400 + 400$$

$$F_T = 4.925{,}575\ \$/\text{h}$$

Assim, o despacho ótimo do sistema irá ocorrer quando a usina 1 estiver gerando $138{,}197\text{MW}$ e a usina 2 estiver gerando 400MW.

3 CONCLUSÃO

O estudo da operação econômica de sistemas de potência visa a minimização do custo da geração. Assim, para a melhor distribuição econômica da carga, opta-se por dar prioridade às unidades geradoras mais eficientes. A contribuição de cada usina e de cada unidade dentro dela deve ser de tal forma que o custo da potência gerada seja mínimo.

Além disto, as perdas na transmissão também têm efeito significativo na distribuição de cargas entre usinas.

Observa-se, portanto, que é de grande importância investir em equipamentos de transmissão e de geração de alto rendimento a fim de minimizar perdas e garantir o custo mínimo para a operação do sistema de potência.

A coordenação ótima da geração de energia elétrica cada vez mais chama a atenção de engenheiros e pesquisadores, por se tratar de um tema sempre atual, está em constante evolução a busca por um modelo de solução melhor para o seu desenvolvimento.

BIBLIOGRAFIA

Stevenson Jr, Willians D., Elementos de análise de sistemas de potência, 2a. ed. (português), São Paulo: McGraw-Hill, 1986.

Wood, Allen J., Wollenberg, Bruce F., Power generation, operation, and control, 2a. ed., Estados Unidos: John Wiley & Sons, Inc., 1996.

Borges, Carmen L. T., Análise de sistemas de potência. Departamento de eletrotécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2005.

Costa, Antônio S., Despacho econômico de unidades térmicas. Disponível em: <http://www.labspot.ufsc.br/~simoes/osee/notas-DE.pdf>. Acesso em: 28 mai. 2014.