



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE EDUCAÇÃO E SAÚDE
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA E MATEMÁTICA
LICENCIATURA EM FÍSICA

**Estudo Analítico e Numérico da Difusão de
Massa em Parede Infinita Aplicado à
Secagem de Telhas**

Helymarckson Batista de Azevedo

Cuité-PB

2018

HELYMARCKSON BATISTA DE AZEVEDO

ESTUDO ANALÍTICO E NUMÉRICO DA DIFUSÃO DE MASSA EM PAREDE
INFINITA APLICADO À SECAGEM DE TELHAS

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Física, Unidade Acadêmica de Física e Matemática, Centro de Educação e Saúde, Universidade Federal de Campina Grande, como requisito parcial para a obtenção do título de Graduado em Licenciatura em Física.

Orientadora: Prof^ª. Dra. Vera Solange de Oliveira Farias

Coorientador: Prof. Dr. Jair Stefanini Pereira de Ataíde

Cuité-PB

2018

A994e	Azevedo, Helymarckson Batista de.
	<p>Estudo analítico e numérico da difusão de massa em parede infinita aplicado a secagem de telhas. / Helymarckson Batista de Azevedo. - Cuité, 2018.</p>
	<p>97 f. : il. Color.</p>
	<p>Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Física) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Educação e Saúde, 2018.</p>
	<p>"Orientação: Profª. Dra. Vera Solange de Oliveira Farias; Coorientador: Prof. Dr. Jair Stefanini Pereira de Ataíde".</p>
	<p>Referências.</p>
	<p>1. Massa - transferência. 2. Difusão de massa. 3. Secagem de telhas. 4. Parede infinita. 5. Telha cerâmica - secagem. I. Farias, Vera Solange de Oliveira. II. Ataíde, jair Stefanini Pereira de. III. Título.</p>
	<p>CDU 536.2(043)</p>

HELYMARCKSON BATISTA DE AZEVEDO

ESTUDO ANALÍTICO E NUMÉRICO DA DIFUSÃO DE MASSA EM PAREDE
INFINITA APLICADO À SECAGEM DE TELHAS

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Física, Unidade Acadêmica de Física e Matemática, Centro de Educação e Saúde, Universidade Federal de Campina Grande, como requisito parcial para a obtenção do título de Graduado em Licenciatura em Física.

Aprovado em 19 de Dezembro de 2018.

BANCA EXAMINADORA

Prof^ª. Dra. Vera Solange de Oliveira Farias
Orientadora - UAFM/CES/UFCG

Prof. Dr. Jair Stefanini Pereira de Ataíde
Coorientador - UAFM/CES/UFCG

Prof^ª. Dra. Célia Maria Rufino Franco
Examinadora Interna - UAFM/CES/UFCG

Prof. Dr. Aluizio Freire da Silva Junior
Examinador Interno - UAFM/CES/UFCG

Prof. Dr. Luís Felipe de Araújo
Examinador Externo - DE/CCHSA/UFPB

Cuité-PB

2018

Agradecimentos

Primeiramente a Deus, que me permitiu a graça de concluir esta importante etapa de minha vida.

Aos meus pais, Vitória e Heleno (Cidinho), pessoas mais importantes da minha vida, que acreditaram na minha capacidade de fazer um curso superior e, apesar das dificuldades, sempre me deram todo o suporte para a realização deste trabalho.

A minha irmã Vaneska, meu primo Emison e minhas primas Giselia e Giselda, por terem me ajudado em momentos de necessidade durante o curso e, durante a realização deste trabalho.

A minha orientadora professora Vera Solange de Oliveira Farias, a quem quero agradecer profundamente por sua dedicação em nossas orientações, por sempre estar disponível em me ajudar, por sempre se preocupar quanto a minha compreensão do que estávamos estudando e, pela valiosa oportunidade de termos trabalhado juntos.

A meu coorientador professor Jair Stefanini Pereira de Ataíde, pessoa excepcional e que me deu minha primeira oportunidade na pesquisa. Meu muito obrigado por tudo, pela disponibilidade, ajudas, etc.

Aos professores Wilton Pereira da Silva e Aluizio Freire da Silva Junior, por terem disponibilizado seus programas computacionais para serem utilizados neste trabalho.

Ao professor Luis Felipe Araújo, que me ajudou nas análises químicas e granulométricas da argila utilizada e a professora Célia Maria Rufino Franco por suas contribuições e sugestões para a melhoria deste trabalho.

Aos membros da banca examinadora, por se disponibilizarem a avaliarem este trabalho, bem como dar suas contribuições.

A todos os professores do CES/UFCG, especialmente os que cursei disciplinas.

A todos os professores do curso de Licenciatura em Física: Nilton Frazão, Joseclécio Dutra, João Batista, Pedro Segundo, Luis Terrazos, Heron Freitas, José de Miranda,

Danyel Judson, Fábio Ferreira, Jair Stefanini e Vera Solange. Com vocês aprendi muito sobre ser professor e o quanto a física é fascinante.

A todos os funcionários do CES/UFCG, que proporcionam um excelente funcionamento do campus.

Quero fazer um agradecimento especial aos professores Fábio, Nilton e Joseclécio, os quais tive o primeiro contato quando entrei no curso e provocaram em mim a vontade de prosseguir.

Aos amigos do curso, especialmente Marconi Júnior, William Oliveira, Isaac Ferreira e Geovane Tavares que me ajudaram durante a realização dos experimentos para este trabalho. Gostaria de agradecer também a Raquel Almeida e Damião Franceilton, com os quais cursei várias disciplinas durante o curso, pela amizade.

A todos os colegas que conheci na universidade, cursando disciplinas ou conversando nos corredores, não vou citá-los para não cometer a injustiça de esquecer de algum, mas queria expressar meus sinceros agradecimentos por todos os momentos que partilhamos durante o curso.

A Universidade Federal de Campina Grande - Centro de Educação e Saúde, por todo o suporte para realização deste trabalho.

Ao CNPq pelo apoio financeiro nos projetos de iniciação científica (PIBIC) dos quais participei.

Enfim, a todos que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho.

Resumo

O modelo difusivo tem sido amplamente empregado na descrição de processos que envolvem os fenômenos de transporte. Nessa perspectiva, este trabalho tem como objetivo estudar teórica e experimentalmente o processo de difusão em uma dimensão, para sólidos que possam ter sua geometria aproximada para uma parede infinita. Foram utilizadas soluções analíticas e numérica da equação de difusão unidimensional em regime transiente para a descrição de processos de transferência de massa. A solução numérica utilizada foi obtida pelo método numérico dos volumes finitos, com uma formulação totalmente implícita. Os parâmetros do processo foram obtidos através de um método inverso, onde foram utilizados otimizadores acoplados as soluções analíticas e numérica. A difusividade mássica foi considerada constante ou variável com o teor de umidade local. As ferramentas matemáticas utilizadas foram aplicadas à secagem de telhas cerâmicas para três condições experimentais realizadas. Os resultados mostraram que os parâmetros do processo aumentam se a temperatura de secagem for aumentada, fazendo com que o tempo do processo diminua. Em relação aos parâmetros termofísicos, os valores obtidos foram coerentes com outros trabalhos da literatura. Foi possível concluir que a solução numérica apresenta resultados consideravelmente mais precisos quanto a simulação da cinética de secagem do processo, em relação aos resultados obtidos com as soluções analíticas.

Palavras-chave: Modelo difusivo, parede infinita, solução numérica, difusividade variável, telha.

Abstract

The diffusive model has been widely used in the description of processes that involve transport phenomena. In this perspective, this work aims to study theoretically and experimentally the diffusion process in one dimension, for solids that can have their approximate geometry for an infinite wall. Analytical and numerical solutions of the unidimensional diffusion equation in transient regime were used for the description of mass transfer processes. The numerical solution used was obtained by the numerical method of the finite volumes, with a totally implicit formulation. The process parameters were obtained through an inverse method, where coupled optimizers were used analytical and numerical solutions. The mass diffusivity was considered constant or variable with the local moisture content. The mathematical tools used were applied to the drying of ceramic tiles for three experimental conditions. The results showed that the process parameters increase if the drying temperature is increased, causing the process time to decrease. Regarding thermophysical parameters, the values obtained were consistent with other studies in the literature. It was possible to conclude that the numerical solution presents considerably more precise results as the simulation of the drying kinetics of the process, in relation to the results obtained with the analytical solutions.

Keywords: Diffusive model, infinite wall, numerical solution, variable diffusivity, tile.

Lista de Figuras

2.1	Representação da condição de contorno de Cauchy	17
2.2	Formulações no tempo.	22
3.1	(a) Geometria aproximada da telha para uma parede infinita; (b) Destaque da simetria do sólido.	25
3.2	Discretização de um domínio bidimensional em volumes de controle uniformes.	34
3.3	Representação da geometria parede infinita discretizada - balanço dos volumes de controle.	34
3.4	Representação do volume de controle a leste.	37
3.5	Representação do volume de controle a oeste.	39
3.6	Volumes de controle com valores de Γ^Φ iguais: (a) Γ_P^Φ e Γ_E^Φ ; (b) Γ_{eq}^Φ	41
3.7	Caixa de diálogo com todas as funções para a difusividade.	43
3.8	Telhas sendo cortadas após saírem da extrusora.	45
3.9	Telhas expostas ao ar livre durante a secagem.	46
3.10	Indicação das dimensões de uma das telhas utilizadas neste trabalho. . . .	48
4.1	Distribuição granulométrica da argila e curva cumulativa.	51
4.2	Gráficos com os pontos experimentais da secagem, sendo indicado os períodos de taxa de secagem constante e decrescente no experimentos: (a) E1; (b) E2; (c) E3.	53
4.3	Gráficos do período da taxa de secagem constante para os experimentos: (a) E1 ; (b) E2; (c) E3;	55
4.4	Gráficos das cinéticas de secagem para os períodos de taxa decrescente gerados pelo <i>software Prescribed</i> para: (a) E1; (b) E2;(c) E3.	57
4.5	Gráficos das cinéticas de secagem para os períodos de taxa decrescente gerados pelo <i>software Convective</i> para: (a) E1; (b) E2;(c) E3.	59

4.6	Cinética de secagem para os três experimentos realizados.	60
4.7	Gráfico do experimento E3 com a espessura versus o teor de umidade . . .	62
4.8	Gráfico da função linear difusividade (F_1), seu valor médio e a função difusividade contante (F_6) para: (a) E1; (b) E2; (c) E3	66
4.9	Simulação da cinética de secagem considerando a difusividade variável para os experimentos: (a) E1; (b) E2; (c) E3	68
4.10	Gráficos de contorno do experimento E1 para: (a) 600s; (b) 3600s; (c) 6000s; (d) 9000s; (e) 18000s.	70
4.11	Gráficos de contorno do experimento E2 para: (a) 600s; (b) 3600s; (c) 6000s; (d) 9000s; (e) 18000s.	71
4.12	Gráficos de contorno para o tempo de 6000 segundos: (a) E1; (b) E2. . . .	71
4.13	Gráficos de contorno para o tempo de 18000 segundos: (a) E1; (b) E2. . . .	72

Lista de Tabelas

3.1	Alguns valores do número de Biot e algumas de suas raízes β_n	29
4.1	Composição química da argila.	50
4.2	Experimentos realizados.	52
4.3	Medidas dos teores de umidade e das dimensões das telhas para cada secagem	53
4.4	Parâmetros do ajuste linear dos dados do período de taxa constante.	54
4.5	Resultados com as otimizações realizadas no <i>Prescribed</i>	56
4.6	Resultados com as otimizações realizadas no <i>Convective</i>	58
4.7	Funções e sua representação	61
4.8	Valores de a e b das funções da difusividade mássica para experiência E1, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.	63
4.9	Valores de a e b das funções da difusividade mássica para experiência E2, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.	63
4.10	Valores de a e b das funções da difusividade mássica para experiência E3, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.	64
4.11	Valores médios de D para cada função testada	65
4.12	Valores médios de D (função linear difusividade) e da função constante difusividade (obtida pela simulação numérica).	66
4.13	Resultados para os parâmetros termofísicos do processo considerando a difusividade variável - função difusividade linear.	67
A.1	Dados obtidos com o experimento E1.	82
A.2	Dados do experimento E2.	83
A.3	Dados do experimento E3.	84

Sumário

Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract	viii
Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xi
1 Introdução	1
1.1 Objetivo geral	2
1.2 Objetivos Específicos	2
1.3 Escopo do trabalho	3
2 Revisão Bibliográfica	4
2.1 Aspectos Gerais	4
2.2 Secagem	5
2.2.1 Teor de umidade	8
2.2.2 Períodos de secagem	9
2.3 Secagem de materiais cerâmicos	10
2.4 Equação de transporte	14
2.4.1 Equação de difusão	14
2.5 Soluções da equação de difusão	15
2.5.1 Condições de contorno	16
2.5.2 Análise da geometria do sólido	18
2.5.3 Soluções analíticas da equação da difusão	19

2.5.4	Soluções numéricas da equação da difusão	20
2.5.5	Formulações explícita, implícita e totalmente implícita	21
3	Materiais e Métodos	24
3.1	Modelagem Matemática	24
3.1.1	Soluções analíticas para a parede infinita	24
3.2	Otimização: Determinação de Parâmetros	30
3.2.1	Otimizador acoplado a solução analítica com condição de contorno prescrita	30
3.2.2	Otimizador acoplado a solução analítica com condição de contorno convectiva	31
3.3	Solução numérica para parede infinita	32
3.3.1	Solução numérica para os volumes de controle internos	35
3.3.2	Volume de controle a leste (e)	37
3.3.3	Volume de controle na fronteira oeste (w)	39
3.4	Parâmetro Γ^Φ nas faces dos volumes de controle	41
3.5	Programa computacional de otimização acoplado a solução numérica . . .	42
3.5.1	Programas utilizados neste trabalho	44
3.6	Metodologia experimental	44
3.6.1	Produto utilizado	44
3.6.2	Procedimento de fabricação de telha na Cerâmica Barros	45
3.6.3	Procedimento dos experimentos em laboratório	46
3.6.4	Análise Granulométrica	47
3.6.5	Procedimentos experimentais de secagem	47
4	Resultados e Discussões	50
4.1	Considerações iniciais	50
4.2	Análises experimentais	50
4.2.1	Análise química	50
4.2.2	Análise granulométrica	51
4.3	Dados experimentais da secagem	51
4.3.1	Análise dos dados experimentais	52
4.3.2	Período de taxa constante da secagem	54

4.4	Aplicação de soluções analíticas na descrição da cinética de secagem das telhas	56
4.4.1	Resultados com o otimizador <i>Prescribed</i>	56
4.4.2	Resultados com o otimizador <i>Convective</i>	58
4.4.3	Análise dos resultados obtidos com os otimizadores acoplados as soluções analíticas	60
4.5	Resultados utilizando a Solução numérica	61
4.5.1	Resultados das otimizações com o <i>Infinite Slab Numerical</i>	61
4.5.2	Resultados das simulações numéricas da função linear para a difusividade	67
4.5.3	Discussões sobre os resultados da otimizações com a solução numérica	69
4.6	Gráficos de Contorno	70
4.6.1	Análise dos gráficos de contorno	72
5	Conclusão	73
5.1	Conclusões	73
5.1.1	Resultados experimentais	73
5.1.2	Resultados das soluções analíticas	74
5.1.3	Resultados da solução numérica	74
5.2	Sugestões para trabalhos futuros	75
A	Apêndice A: Dados Experimentais	81
A.1	Dados Experimentais da cinética de secagem das telhas	81

Capítulo 1

Introdução

Na descrição de sistemas físicos é indispensável conhecer as grandezas físicas que descrevem o estado do sistema, tais como: temperatura, pressão, volume, dentre outros. Essas grandezas são divididas entre grandezas que independem do 'tamanho' do sistema (como sua temperatura, por exemplo), que são chamadas de grandezas intensivas e, grandezas que dependem da tamanho do sistema (como sua massa, por exemplo), sendo chamadas de grandezas extensivas. A área da ciência chamada de fenômenos de transporte estuda a transferência de grandezas extensivas do sistema devido a desequilíbrios de grandezas intensivas correspondentes.

Dentre os fenômenos de transporte, podem ser citados os fenômenos de transferência de calor e massa, que podem ser causados por desequilíbrios da temperatura e da concentração mássica do sistema, causando a transferência de calor e umidade, por exemplo. Estes fenômenos são amplamente utilizados nos mais diversos processos industriais. Dentre os processos em que ocorrem processos de transferência de calor e massa, podem ser citados os processos de secagem (SILVA et al., 2009; FARIAS et al., 2010a; SILVA et al., 2012b; DUARTE et al., 2012; FARIAS et al., 2018), aquecimento de produtos (ATAÍDE, 2014; ARAÚJO, 2016), entre outros.

A secagem é um processo que envolve os fenômenos de transferência de calor e massa simultaneamente e, tem como objetivo eliminar, total ou parcialmente, um fluido (líquido ou vapor) presente num corpo. Isso deve ocorrer através da evaporação do líquido, perante um fornecimento de calor ao corpo. Vários mecanismos de migração de massa são descritos pela literatura, como a difusão de vapor, escoamento de líquido e de vapor

e difusão líquida. O modelo de difusão líquida tem sido empregado por diversos autores (SILVA et al., 2009; FARIAS, 2011; FARIAS et al., 2013; SILVA, 2012; SILVA et al., 2013, 2013; FARIAS et al., 2015; SILVA JUNIOR, 2015; FRANCO, 2016).

O processo de secagem representa uma etapa essencial no processo produtivo de alguns materiais, sendo aplicado no processo produtivo de vários setores industriais, entre eles a indústria de materiais cerâmicos.

A indústria de materiais cerâmicos representa um importante setor de geração de emprego e renda no Brasil, influenciando de forma considerável na economia de vários estados do Nordeste brasileiro. Nesta indústria, o processo de secagem é uma etapa indispensável, uma vez que os produtos oriundos de argilas como telhas e tijolos necessitam serem secos antes do processo de queima, ao qual são submetidos. A produção dos materiais cerâmicos é resultado de uma série de etapas até a obtenção do produto final. Uma dessas etapas é a mistura da argila com água (de forma controlada), para dar maleabilidade a massa cerâmica, ou seja, para que ela possa ser conformada na forma desejada (telha, tijolo, lajota). Porém essa água deve ser eliminada antes da queima do produto, pressupondo que o mesmo deve ser submetido a um processo de secagem, uma vez que se o produto fosse submetido a queima ainda muito úmido, causaria a perda de parte considerável da matéria-prima.

1.1 Objetivo geral

Estudar analiticamente e numericamente a difusão de massa em uma dimensão, para sólidos cuja geometria possa ser aproximada por uma parede infinita e, aplicar na secagem de telhas.

1.2 Objetivos Específicos

De forma mais específica, os seguintes objetivos devem ser alcançados:

- Realizar experimentos para obter a cinética de secagem de telhas cerâmicas para três temperaturas distintas;

- Simular a distribuição da grandeza de interesse no interior desses sólidos e suas respectivas cinéticas de difusão, utilizando modelos matemáticos;
- Apresentar soluções analíticas, em coordenadas cartesianas, para o problema de difusão transiente unidimensional para as condições de contorno prescrita e convectiva;
- Apresentar solução numérica, em coordenadas cartesianas, para o problema de difusão transiente unidimensional sob condição de contorno convectiva;
- Aplicar os modelos analíticos e numéricos estudados para descrever a secagem de telhas cerâmicas;
- Comparar os resultados obtidos com as soluções numérica e analítica, visando destacar quem descreve o processo de forma mais satisfatória;
- Comparar os resultados das simulações analíticas e numéricas com os resultados experimentais, e determinar os coeficientes de transferência de massa, tanto o difusivo no interior quanto o convectivo na superfície do produto, para os experimentos realizados;
- Estudar os efeitos das considerações adotadas nos diversos modelos, principalmente quanto a adoção da difusividade como sendo constante ou variável.

1.3 Escopo do trabalho

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

- Capítulo 2 - Revisão Bibliográfica: revisão da literatura pertinente ao estudo realizado, bem como das ferramentas matemáticas utilizadas neste estudo;
- Capítulo 3 - Materiais e Métodos: descrição das ferramentas matemáticas, computacionais e experimentais utilizadas neste trabalho;
- Capítulo 4 - Resultados e Discussões: apresentação e discussão dos resultados obtidos;
- Capítulo 5 - Conclusões e Sugestões: conclusões a cerca dos resultados obtidos neste estudo e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Neste capítulo será feita uma revisão da bibliografia referente ao processo de secagem, em especial secagem de materiais cerâmicos. O fenômeno de transferência de massa e o modelo difusivo também serão tratados.

2.1 Aspectos Gerais

Os processos físicos envolvidos no transporte de matéria e/ou energia representam uma área de pesquisa importante, uma vez que estudos desta natureza dão suporte ao aprimoramento e desenvolvimento de técnicas que possam melhorar ou substituir outras que são empregadas em diversos ramos industriais e apresentam alguma ineficiência em sua realização. Além disso, o estudo destes processos podem permitir a predição das melhores condições em que eles devem acontecer.

Em estudos desta natureza, é necessário o conhecimento de que forma as grandezas são transportadas em processos de transferência de massa e/ou calor. Assim, os mecanismos responsáveis por tais processos devem ser conhecidos. Na literatura pesquisada alguns mecanismos são tratados, entre eles: difusão, convecção e irradiação.

O mecanismo de difusão descreve o transporte de matéria e/ou energia através do transporte molecular causado pela existência de gradientes de concentração de uma substância ou temperatura num meio estacionário.

O modelo difusivo é expresso pela equação da difusão, uma equação diferencial parcial decorrente da equação geral de transporte. Para processos onde ocorre transferência de massa, a equação de difusão envolve a primeira lei de Fick para difusão mássica. Em processos que ocorrem transferência de calor a equação da difusão engloba a lei de Fourier para condução de calor (difusão térmica).

Na literatura pesquisada, alguns trabalhos sobre processos que envolvem transferência de massa e/ou calor utilizaram o modelo difusivo para a sua descrição. Podem ser citados (SANDER; SKANSI; BOLF, 2003; CHEMKHI; ZAGROUBA, 2005; SILVA, 2007; FARIAS et al., 2010a; FARIAS, 2011; DUARTE et al., 2012; ATAÍDE, 2014; FARIAS et al., 2015, 2018). Entre os processos estudados nestes trabalhos, podem ser citados a secagem e tratamentos térmicos aplicados a alimentos.

A aplicação do modelo difusivo nos trabalhos citados se deu através da solução da equação da difusão para diferentes geometrias e condições de contorno que melhor descreviam o processo. Farias (2011), descreveu o processo de transferência de calor e massa durante a secagem de telhas cerâmicas e obteve a solução numérica da equação de difusão tridimensional em coordenadas generalizadas utilizando as condições de contorno prescrita e convectiva.

Outros trabalhos como o de Ataíde (2014), onde a equação de difusão bidimensional em coordenadas generalizadas foi resolvida numericamente utilizando a condição de contorno prescrita com a finalidade de descrever o processo de transferência de calor durante a pasteurização de polpas de frutas, mostra a gama de processos que o modelo difusivo é capaz de descrever exitosamente.

2.2 Secagem

Em síntese, a secagem tem o objetivo de eliminar, total ou parcialmente, um fluido (líquido ou vapor) presente num corpo. Os termos secagem e desidratação tem a mesma finalidade, mas alguns estudiosos da área diferenciam estes termos em função da secagem referir-se a processos que envolvam transferência de calor e massa, enquanto que desidratação pode representar processos de retirada de água de um material através de

processos mecânicos (FIOREZE, 2004).

Durante a secagem dois processos ocorrem simultaneamente: transferência de calor e transferência de massa. O calor é transferido para o corpo a ser seco por convecção do ar quente ou através do contato do mesmo com a superfície do secador (condução) (FARIAS, 2011). O aquecimento faz com que a água presente na superfície evapore e crie um gradiente de concentração de umidade interna no produto. Esse gradiente (diferença de concentração) causa a migração da água do interior para superfície e, assim a água é eliminada (PARK et al., 2007; FARIAS, 2011).

A migração de água durante a secagem é descrita pelos chamados mecanismos de migração de massa e alguns destes mecanismos são descritos na literatura. De acordo com (CARMO, 2004; FIOREZE, 2004; FARIAS, 2006; PARK et al., 2007; SILVA JUNIOR, 2015), os principais mecanismos de migração de massa são:

- difusão líquida (devido uma diferença de concentração no produto);
- difusão de vapor (devido um gradiente de pressão de vapor, causado pelo gradiente de temperatura);
- escoamento de líquido e vapor (causado por variações na: pressão, concentração, capilaridade e temperaturas elevadas).
- movimento de líquido devido à força gravitacional;
- movimento de líquido por capilaridade.

Vários processos físicos podem ocorrer simultaneamente para resultarem na secagem. Assim, a descrição do transporte de massa pode ser feito através da junção de alguns destes mecanismos citados. Na literatura, alguns estudiosos consideram os mecanismos de difusão líquida e difusão de vapor na explicação do fenômeno, mas outros consideram apenas o mecanismo de difusão líquida adequado na descrição do fenômeno (CHEMKHI; ZAGROUBA, 2005; SILVA et al., 2009; FARIAS et al., 2010a; FARIAS, 2011; SILVA et al., 2012; ARAÚJO, 2018).

A etapa da secagem corresponde a uma importante etapa na produção de diversos materiais, sendo amplamente utilizada nos mais variados setores industriais, como: indústrias agrícolas, cerâmicas, químicas, alimentícias, farmacêuticas, de papel e celulose, mineral e de polímeros, entre outras (PARK et al., 2007).

No entanto, a secagem é um processo que deve ocorrer de forma controlada, uma vez que é um processo delicado e, se for mal conduzido poderá desencadear em perdas consideráveis na produção de produtos que sejam secos de forma inadequada. Assim, o tipo de secagem a ser aplicado em determinados produtos deve ser analisado visando maximizar ganhos produtivos e evitar perdas de matéria-prima.

Assim, a secagem pode ser classificada quanto ao tipo em (FIOREZE, 2004; ARAÚJO, 2018):

- secagem artificial (através da utilização de secadores) e secagem natural (produto exposto ao sol e ao vento);
- periodicidade: contínua e intermitente;

A secagem natural é utilizada em escalas de produção de pequeno porte, como de pequenos agricultores que colocam suas produções de grãos para secar ao sol. Com o aumento da demanda de produtos (agrícolas, principalmente) para o consumo da população mundial, a produção em larga escala exigiu métodos de secagem que fossem rápidos e eficientes. Assim, a construção de grandes secadores se tornou a mais eficiente forma de realizar uma secagem controlada e com pequenas perdas de produtos (FIOREZE, 2004).

Na indústria de materiais cerâmicos, as peças são secas por meio de processos de secagem que podem ser naturais, artificiais ou mistos. Na região Nordeste do Brasil, boa parte da produção de peças cerâmicas para a construção civil em pequenas olarias apresenta características de produção familiar, onde o processo produtivo apresenta características de produção artesanal e a secagem das peças ocorre ao ar livre, de forma natural, o que geralmente representa uma baixa produtividade. Em olarias de grande produtividade, a secagem ocorre em secadores (artificial), mas seu elevado custo energético a torna viável apenas para grandes produções que buscam aumentar e melhorar o processo produtivo.

Uma das vantagens da secagem artificial é a redução de mão de obra utilizada para realizar a secagem (BACCELLI JÚNIOR, 2009).

Assim, do exposto sobre secagem fica claro que a grandeza mensurável do processo de transferência de massa é a quantidade de água (umidade) do produto a ser seco. A seguir é definido teor de umidade e a forma que ele pode ser mensurado.

2.2.1 Teor de umidade

O teor de umidade (M) ou conteúdo de umidade de um produto é a quantidade de água que pode ser retirada sem danificar o produto e é definido como a razão entre a quantidade de umidade e a massa (úmida ou seca) do produto.

Para produtos a serem secos, podem ser considerados dois valores para o teor de umidade, que são o teor de umidade inicial (M_i) e o teor de umidade de equilíbrio (M_{eq}). O teor de umidade inicial é o teor de umidade do produto antes de ser seco, já o teor de umidade de equilíbrio corresponde ao valor para o teor de umidade de um corpo exposto a certas condições por um longo período de tempo, ou seja, que naquelas condições não há mais fluxo de massa do corpo para o meio (PARK et al., 2007; SILVA, 2007; ARAÚJO, 2018). O teor de umidade pode ser expresso de duas formas, em base úmida e base seca, sendo definidos a seguir.

Teor de umidade em base seca (b.s.)

Seja m_w a massa de água retirada de um produto submetido a secagem. O teor de umidade em base seca (M_{bs}) é definido como a razão entre a massa de água retirada do produto e a sua massa seca (m_s), ou seja:

$$M_{bs} = \frac{m_w}{m_s} \quad (2.1)$$

Teor de umidade em base úmida (b.u.)

Definido como a razão entre a massa de água (m_w) e massa total (m_t) do corpo antes de ser seco (massa seca mais massa de água):

$$M_{bu} = \frac{m_w}{m_t} \quad (2.2)$$

O teor de umidade do produto é um dos fatores mais importantes na secagem, influenciando diretamente na forma que o processo deve ocorrer. O processo de secagem pode ser dividido em períodos, como é descrito a seguir.

2.2.2 Períodos de secagem

De acordo com Park et al. (2007), a secagem por ser um processo simultâneo de transferência de calor e massa, pode ser dividido em períodos com taxas de secagens diferentes, conforme as taxas de perda de umidade vão variando durante o processo. O autor divide o processo em três períodos, onde o primeiro período é chamado de período de indução, observado na secagem de produtos biológicos, por exemplo, mas que não é observado na secagem de materiais cerâmicos, sendo desnecessária sua abordagem neste trabalho. Os outros dois períodos são descritos a seguir.

Período de taxa constante de secagem

Este período é caracterizado por uma taxa (velocidade) de secagem constante. Ocorre quando o teor de umidade é grande (início do processo) e o fluxo de água do interior do produto até a superfície é capaz de repor a água perdida por evaporação devido o contato do corpo com o ar quente. Este período é característico de materiais que apresentam uma resistência interna a perda de umidade menor que a resistência externa para que a água presente na superfície evapore e, pelo equilíbrio entre o fluxo de calor e de massa (FIOREZE, 2004; PARK et al., 2007).

Período de taxa decrescente de secagem

O início deste período ocorre quando o fluxo de água do interior até a superfície do produto não é capaz de repor a água perdida por evaporação devido o contato do produto com o ar quente e/ou a superfície do secador.

O período de secagem de taxa decrescente tem como característica o aumento da resistência interna do material em transportar água até a superfície. Neste período,

o corpo que está sendo seco praticamente já atingiu a temperatura do ar de secagem (do secador), de modo que a transferência de calor não é mais compensada com a troca de massa. Além da existência de um teor de umidade crítico (umidade diminuindo na superfície), a diminuição do fluxo de massa neste período é relacionada a uma redução da pressão de vapor de água na superfície do material (BASTOS, 2003; FIOREZE, 2004; PARK et al., 2007).

A influência destes períodos na descrição do processo de secagem de materiais cerâmicos tem sido objeto de estudo de alguns pesquisadores da área. Em vários trabalhos sobre secagem de materiais cerâmicos estes dois períodos foram verificados (CHEMKHI; ZAGROUBA, 2005; SILVA et al., 2009; FARIAS et al., 2010a, 2018; ARAÚJO, 2018; AZEVEDO et al., 2018). Em todos estes trabalhos foi verificado ainda que, o modelo difusivo não descreve de forma apropriada o período de taxa constante de secagem, sendo adequada sua aplicação no período de taxa decrescente.

2.3 Secagem de materiais cerâmicos

Os produtos cerâmicos são produzidos basicamente com argila, sendo amplamente utilizados em setores como o da construção civil. Entre as principais características destes materiais, podem ser citadas a sua alta temperatura de fusão e a elevada dureza, o que permite a produção de peças duráveis e resistentes (BARROS, 2003). Uma das etapas fundamentais do processo de fabricação destes materiais é a sua secagem após o processo de conformação das peças. Por se tratar do objeto de estudo deste trabalho, uma breve revisão bibliográfica foi feita sobre essa temática.

O processo de fabricação dos materiais cerâmicos é complexo e alguns detalhes são importantes neste processo, como as características da argila que é utilizada. Entre as etapas de fabricação destes produtos, estão: exploração da argila nas jazidas, tratamento prévio da matéria-prima, mistura da argila com a água para lhe dar trabalhabilidade; conformação (moldagem), secagem da peças e queima (BACCELLI JÚNIOR, 2009; SILVA, 2012). Os produtos cerâmicos estudados neste trabalho são os da cerâmica vermelha, que tem esse nome devido a coloração das peças. Entre estes produtos estão: telhas, tijolos, lajotas entre outros.

Uma das características mais relevantes da argila utilizada para a fabricação dos produtos cerâmicos é a sua plasticidade. Esta propriedade da argila possibilita um fácil manuseio da massa cerâmica obtida da mistura da argila com água, facilitando assim a conformação da massa pastosa obtida na forma desejada (BACCELLI JÚNIOR, 2009; FARIAS, 2011; SILVA, 2012; ARAÚJO, 2018). A água adicionada a argila para conformação precisa ser eliminada antes da queima do produto, pressupondo um processo de secagem. O processo de secagem pode ser realizado de forma natural e de forma artificial, como é descrito a seguir.

Secagem natural

A secagem natural ocorre com a exposição dos produtos ao ar livre, sendo influenciada por fatores naturais como a velocidade do vento, calor, umidade do ar, entre outros. Ela pode ser realizada pela exposição direta dos produtos cerâmicos ao sol, ou com as peças colocadas em grandes galpões cobertos. A secagem realizada dessa forma pode acarretar perdas consideráveis de matéria prima, além de ser um processo demorado e com um custo alto de mão de obra. É indicado para produtos que apresentam baixo custo de produção (BACCELLI JÚNIOR, 2009; FARIAS, 2011; ARAÚJO, 2018).

Secagem artificial

Esta forma de secagem ocorre em equipamento chamados secadores, que tem a vantagem de permitir que as condições de secagem sejam controladas, como a temperatura de secagem, a velocidade do fluxo de ar no secador, etc. A secagem realizada nestes equipamentos apresentam alta produtividade, mas por envolver gastos energéticos e com equipamentos, é recomendável para produções de alta rentabilidade. Outra vantagem é a diminuição de gastos com mão de obra (FARIAS, 2011; SILVA, 2012; ARAÚJO, 2018).

Na secagem artificial o secador é ajustado para as condições de secagem antes do início do processo, permitindo que a temperatura do secador, a velocidade e a umidade do ar de secagem possam ser conhecidas e controladas. Desta forma, a secagem é programada e o transporte de água do interior do produto até a sua superfície e, posteriormente para o ar de secagem ocorre de forma contínua (SILVA, 2007).

Existem vários tipos de secagens para materiais cerâmicos, entre os quais, podem ser destacados: secagem por micro-ondas (SKANSI; TOMAS, 1995), técnica de secagem por líquido dessecante (BARATI; KOKABI; FAMILI, 2003), secagem através do ar quente (SANDER; SKANSI; BOLF, 2003; MUSIELAK; MIERZWA, 2009; FARIAS et al., 2013), entre outros. No Brasil, a secagem de materiais cerâmicos é geralmente realizada pela utilização do ar quente.

A descrição da secagem dos produtos cerâmicos têm sido realizada pelo emprego de vários modelos, entre eles: modelos empíricos (SKANSI; TOMAS, 1995; SANDER; SKANSI; BOLF, 2003); modelos difusivos (CHEMKHI; ZAGROUBA, 2005; SILVA; NASCIMENTO; LIMA, 2009; SILVA et al., 2012, 2013; FARIAS et al., 2018), entre outros modelos. O modelo difusivo têm sido amplamente utilizado por vários pesquisadores, como já foi dito, uma vez que este modelo propicia de estudos com análises mais simples, até estudos mais complexos, incluindo encolhimento do produto, difusividade variável, etc. A modelagem da geometria do material cerâmico a ser seco, até a melhor condição de contorno para descrever o processo são parâmetros a serem analisados (SILVA et al., 2009; FARIAS et al., 2018).

Na literatura pesquisada são encontrados vários trabalhos que tratam da descrição da secagem de materiais cerâmicos. Alguns trabalhos são apresentados a seguir.

Sander, Skansi e Bolf (2003) realizaram um estudo da secagem de telhas cerâmicas utilizando quatro modelos para descrição do processo. Os modelos utilizados tem a função de determinar parâmetros de transporte, como os coeficientes de difusão de massa, difusividade térmica, entre outros. Entre os modelos, os dois primeiros são baseados em equações empíricas, o terceiro modelo é baseado na primeira lei de Fick e o quarto modelo na segunda lei de Fourier. Estes dois últimos modelos são expressos pelo modelo de difusão de massa e calor, respectivamente. Corpos de prova foram secos e a determinação dos parâmetros de transporte, bem como a cinética de secagem de tais materiais foram realizadas. Os autores concluíram que os parâmetros do processo, como o coeficiente convectivo de transferência de massa (h) e a difusividade efetiva de massa (D) mudavam se as condições de secagem (como a temperatura de secagem) fossem alteradas.

Silva (2007) em sua tese de doutorado realizou um estudo de fenômenos difusivos através da solução numérica da equação da difusão em regime transiente em coordenadas generalizadas. O referido estudo foi aplicado a secagem de membranas cerâmicas em forma de tubos cilíndricos. A descrição da cinética de secagem dos tubos foi realizada a partir de modelos matemáticos e computacionais desenvolvidos pelo autor. O autor concluiu que o modelo difusivo descrevia de forma satisfatória a cinética de secagem do processo e, que os otimizadores acoplados as soluções da equação de difusão desenvolvidos pelo autor disponibilizaram parâmetros (através de um método inverso) coerentes com os dados experimentais do processo.

Farias et al. (2010a) realizaram um estudo da secagem de protótipos de telhas cerâmicas (construídas em laboratório), onde a geometria da telha foi aproximada para três geometrias distintas: parede infinita, retângulo e paralelepípedo. O fenômeno de transferência de massa que ocorreu durante a secagem das telhas foi descrito pelo modelo de difusão líquida e a equação da difusão em regime transiente nas suas formas uni, bi e tridimensional em coordenadas cartesianas foi solucionada analiticamente utilizando condição de contorno prescrita. Os parâmetros de transportes foram determinados através de um método inverso com a utilização de otimizador acoplado as soluções analíticas. Os autores verificaram que para o produto estudado, não existe diferenças significativas em relação a geometria adotada para descrição da secagem das telhas, desde que o objetivo seja analisar a cinética de secagem.

Já Silva (2012) realizou um estudo sobre a secagem de placas cerâmicas. O autor buscou descrever tal processo através do modelo difusivo. Soluções analíticas e numéricas da equação de difusão foram utilizadas para a análise do processo. A descrição através da solução numérica se mostrou mais eficiente que a solução analítica, uma vez que foi constatado que os parâmetros de transporte podem ser melhor expressos se forem considerados variáveis com o teor de umidade local do produto, ou seja, parâmetros do processo, como a difusividade, devem ser tratados como variável durante o processo.

Farias et al. (2018) realizou um estudo da secagem de telhas cerâmicas onde a temperatura e/ou a velocidade do ar de secagem foram variadas com a finalidade de verificarem variações nos parâmetros de transporte (Difusividade mássica, D , e coeficiente

convectivo de transferência de massa, h) de secagem. O modelo difusivo foi empregado através de soluções analíticas e numéricas da equação de difusão tridimensional e a difusividade foi considerada variável com o teor de umidade. Os autores concluíram que os parâmetros de transporte variam, se as condições de secagem (temperatura e velocidade do fluxo de ar de secagem) são modificadas.

Outros trabalhos referentes a secagem de materiais cerâmicos foram encontrados na literatura, entre eles: (DINCER; DOST, 1995; CHEMKHI; ZAGROUBA, 2005; SILVA et al., 2013; FARIAS et al., 2013, 2015; JARQUE et al., 2016). Na maioria destes trabalhos citados nesta seção, o modelo difusivo foi empregado para descrição da secagem destes materiais e, resultados satisfatórios foram obtidos com o emprego do referido modelo.

2.4 Equação de transporte

A equação geral de transporte para um volume elementar infinitesimal pode ser expressa por (BIRD; STEWART; LIGHTFOOT, 2001; SILVA, 2007; MALISKA, 2012):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\lambda\Phi) + \vec{\nabla} \cdot (\lambda\vec{v}\Phi) = \vec{\nabla} \cdot (\Gamma^\Phi \vec{\nabla}\Phi) + S, \quad (2.3)$$

em que Φ é a variável dependente de interesse, λ e Γ^Φ são parâmetros de transporte, \vec{v} é o vetor velocidade do meio e t é o tempo.

Na equação (2.3) cada termo tem um significado quanto ao transporte da grandeza estudada. Os termos são definidos como:

- $\frac{\partial}{\partial t}(\lambda\Phi)$ é o termo transiente;
- $\vec{\nabla} \cdot (\lambda\vec{v}\Phi)$ é chamado termo advectivo;
- $\vec{\nabla} \cdot (\Gamma^\Phi \vec{\nabla}\Phi)$ é o termo difusivo;
- S é termo fonte (quando há geração da grandeza de interesse).

2.4.1 Equação de difusão

A equação de difusão é obtida a partir da equação geral de transporte (Eq. 2.3), para o caso em que o meio onde ocorre o transporte da grandeza estudada é estacionário,

ou seja, o termo advectivo é zero (0), pois a velocidade do meio é nula ($\vec{v} = 0$). Assim, a equação de difusão é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\lambda\Phi) = \vec{\nabla} \cdot (\Gamma^\Phi \vec{\nabla}\Phi) + S \quad (2.4)$$

Equação de difusão de massa

Para o problema de transporte de massa, a equação de difusão de massa é obtida fazendo-se $\lambda = 1$, $\Phi = M$, $\Gamma^\Phi = D$ e $S = 0$:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (D\vec{\nabla}M), \quad (2.5)$$

onde M é o teor de umidade em base seca num instante t , e D é a difusividade efetiva de massa, que é um parâmetro termofísico importante para o estudo do transporte de grandezas por difusão.

Na Equação (2.5), o termo entre parêntesis do lado direito é o negativo da conhecida primeira lei de Fick. Esta lei diz que o fluxo de massa por unidade de tempo e área (\vec{J}) é dado por:

$$\vec{J} = -(D\vec{\nabla}M) \quad (2.6)$$

2.5 Soluções da equação de difusão

A Equação (2.5) é uma equação diferencial parcial e a literatura pesquisada apresenta vários trabalhos que obtiveram ou usaram soluções desta equação obtidas por métodos analíticos e/ou métodos numéricos. A solução da equação requer que as condições físicas do fenômeno em que ela vai ser aplicada determinem as hipóteses relevantes para obtenção da solução. Fatores relevantes para o formato que a Equação (2.5) deve ter são a geometria dos corpos estudados, condições de contorno em que o processo ocorre, condições iniciais, possível comportamento do corpo durante o processo, parâmetros de transporte variável, entre outros. Nos trabalhos em que soluções analíticas da Equação (2.5) foram utilizadas, a geometria dos corpos estudados foram aproximadas para geometrias simples, como parede infinita, placa, paralelepípedo, cilindro, entre outros. Além disso,

nestes trabalhos são encontradas aproximações, onde parâmetros de transporte como a difusividade mássica (D) e o coeficiente convectivo de transferência de massa (h), bem como as dimensões do sólido são considerados constantes durante todo o processo. Em adição, nestes casos considera-se que a grandeza de interesse, transportada por difusão, tem uma distribuição inicialmente homogênea. Soluções onde estas considerações são adotadas podem ser encontradas em (LUIKOV, 1968; CRANK, 1992; SILVA, 2007; INCROPERA, 2008; FARIAS, 2011). No entanto, estas aproximações podem induzir soluções que se distanciam de uma adequada descrição de processos físicos reais. Desta forma, a aplicação de métodos numéricos para a solução da Equação (2.5) tem apresentado resultados mais satisfatórios para a descrição de tais processos físicos. A vantagem dos métodos numéricos está no fato de que não é necessário impor aproximações quanto a geometria ou constância dos parâmetros de transporte, uma vez que estes parâmetros podem ser considerados variáveis (SILVA, 2007, 2012; MALISKA, 2012; SILVA et al., 2018). Algo importante na descrição de soluções de equações diferenciais são as condições de contorno, como será visto a seguir.

2.5.1 Condições de contorno

As condições de contorno são enunciados matemáticos que tem a finalidade de especificar o comportamento da grandeza de interesse nas fronteiras ou nos contornos do domínio do problema estudado. As condições são classificadas como sendo de primeiro, segundo e terceiro tipo (FARIAS, 2011; ATAÍDE, 2014).

Condição de contorno de primeiro tipo

Também chamada de condição de contorno de equilíbrio, prescrita e de *Dirichlet*, esta condição de contorno estabelece que a superfície de um objeto colocado num meio, entra em equilíbrio imediatamente com o meio (MALISKA, 2012; FARIAS, 2011; ARAÚJO, 2018). Em relação a este estudo, considerando um processo de transferência de massa onde um determinado corpo ou material deve ser seco num local propício, então esta condição considera que a superfície do material ou corpo entra em equilíbrio imediatamente ao ser colocado no meio onde ocorrerá a secagem.

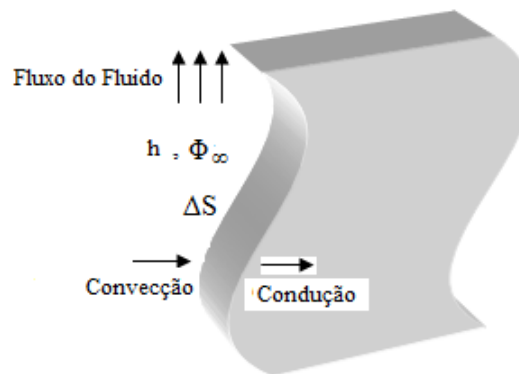
Condição de contorno de segundo tipo

Esta condição de contorno também é chamada de condição de contorno de *Newmann* ou de fluxo prescrito, sendo caracterizada pelo conhecimento do fluxo da grandeza de interesse na superfície de contorno (MALISKA, 2012).

Condição de contorno de terceiro tipo

A condição de contorno de terceiro tipo, também conhecida por convectiva ou condição de contorno de *Cauchy* é aplicada considerando que os fluxos difusivo e convectivo são iguais na superfície. Isto se deve ao fato de que o transporte da grandeza de interesse na superfície se dá por convecção, sendo caracterizada por um coeficiente convectivo de transferência de massa (h), que representa a velocidade com que a grandeza é transportada (MALISKA, 2012; FARIAS, 2011). Uma representação desta condição de contorno é mostrada na Figura 2.1.

Figura 2.1: Representação da condição de contorno de **Cauchy**.



Fonte: Farias (2011)

Se o fluxo da grandeza por convecção no meio é Φ_∞ , então esta condição é expressa pelo seguinte enunciado matemático:

$$h(\Phi_\infty - \Phi) = -\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial n} \Big|_s \quad (2.7)$$

onde Φ_∞ representa o fluxo da grandeza ambiente, Φ representa o fluxo na superfície do sólido, Γ^Φ representa o parâmetro termofísico (D , neste caso) e o subscrito s representa o módulo do vetor perpendicular a superfície.

Outro parâmetro que surge ao utilizar esta condição de contorno é o chamado número de Biot (Bi), sendo definido como a razão entre a resistência interna e a resistência externa ao fluxo na superfície, sendo portanto um parâmetro adimensional. Se o processo estudado ocorre num sólido de comprimento característico L, então Bi é definido como se segue:

$$Bi = \frac{hL}{\Gamma\Phi} \quad (2.8)$$

Azevedo et al. (2018) realizaram um estudo sobre o processo de secagem de telhas cerâmicas, onde a cinética de secagem do processo foi descrita através do modelo difusivo. Duas soluções da equação de difusão unidimensional em regime transiente foram utilizadas: solução com condição de contorno prescrita e solução com condição de contorno convectiva. Os autores utilizaram um método inverso (soluções acopladas a um otimizador computacional) para determinar os parâmetros do processo a partir dos dados experimentais e verificaram que a solução com condição de contorno convectiva é mais adequada a ser aplicada ao processo, uma vez que os resultados obtidos foram melhores quando esta condição de contorno foi empregada.

2.5.2 Análise da geometria do sólido

A aplicação do modelo difusivo requer que a situação a ser estudada num processo que envolva transferência de calor ou massa, por exemplo, seja bem definida quanto a geometria do corpo em que o processo está ocorrendo. Se a geometria real do corpo pode ser aproximada para uma geometria simples, uma solução da equação de difusão pode ser obtida mais facilmente. Análises com essas características podem ser encontradas em (SILVA et al., 2009; FARIAS et al., 2010a; SILVA et al., 2012b; AZEVEDO et al., 2018), onde materiais cerâmicos foram submetidos a processos de transferência de massa e suas geometrias foram aproximadas para sólidos simples como paralelepípedo e parede infinita.

Já em outros casos, a geometria do sólido pode ter uma forma arbitrária e, esta forma real deve ser levada em consideração no estudo, uma vez que aproximá-la para um geometria simples pode levar a resultados longes do fenômeno físico real. Alguns trabalhos encontrados na literatura consideram a geometria real do corpo, através de sistemas de

coordenadas generalizadas que permitem uma descrição mais real o fenômeno físico de interesse. Em contrapartida, solucionar a equação da difusão nestes casos torna-se uma tarefa que deve ser realizada via métodos numéricos. Entre os trabalhos em que soluções numéricas da equação da difusão foram utilizadas, pode-se destacar (SILVA et al., 2012a; FARIAS et al., 2013, 2015; ARAÚJO, 2018; FARIAS et al., 2018).

2.5.3 Soluções analíticas da equação da difusão

Solucionar analiticamente a equação da difusão tem se mostrado uma forma eficiente de descrever processos que envolvam transferência de massa ou calor. No entanto, estes métodos apresentam limitações por serem realizados partindo de simplificações como difusividade constante durante todo o processo, geometria simplificada em relação ao corpo real, consideração do não encolhimento do produto, entre outras.

Apesar das limitações, soluções analíticas podem ser utilizadas para realizar descrições de processos de transferência de massa ou calor, principalmente quando estas soluções são utilizadas para validar soluções numéricas da referida equação. Na literatura pesquisada vários trabalhos apresentam soluções analíticas da equação da difusão para diferentes geometrias (CRANK, 1992; BIRD; STEWART; LIGHTFOOT, 2001; INCROPERA, 2008; FARIAS et al., 2010a; SILVA et al., 2012b, 2012; AZEVEDO et al., 2018). Estes trabalhos apresentam aplicações de soluções da equação de difusão nas formas uni, bi e tridimensional, para diferentes geometrias simples e sob diferentes condições de contorno. As geometrias mais utilizadas para as soluções analíticas empregadas foram: parede infinita, placa retangular, cilindro finito, cilindro infinito, esfera e paralelepípedo.

De forma geral, a equação de difusão transiente unidimensional pode ser escrita em coordenadas cartesianas, cilíndricas e esféricas em uma única equação da seguinte forma (SILVA, 2007):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\lambda\Phi) = \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) \quad (2.9)$$

A equação 2.9 é facilmente escrita nos três sistemas de coordenadas apenas mudando-se o valor de n, onde:

- $n = 0$ implica a Equação 2.9 em coordenadas cartesianas;
- $n = 1$ implica a Equação 2.9 em coordenadas cilíndricas;
- $n = 2$ implica a Equação 2.9 em coordenadas esféricas;
- λ e Γ^Φ são parâmetros de transporte.

2.5.4 Soluções numéricas da equação da difusão

A exigência de estudos cada vez mais precisos quanto a processos que envolvam transporte de massa e/ou energia para servirem de subsídio em aplicações tecnológicas em indústrias, fez com que vários métodos computacionais fossem desenvolvidos para a solução da equação da difusão, uma vez que este modelo matemático é amplamente utilizado em estudos sobre fenômenos de transporte. O forte desenvolvimento computacional possibilitou soluções cada vez mais precisas da equação de difusão (MALISKA, 2012; ATAÍDE, 2014; ARAÚJO, 2018).

Nas soluções analíticas a equação é resolvida a partir da solução de um conjunto de equações diferenciais, onde é obtida uma solução exata e as grandezas de interesse podem ser obtidas para infinitos pontos do domínio estudado. Já os métodos numéricos baseiam-se numa divisão do domínio estudado em pequenas partes, onde cada parte é representada por uma equação diferencial a ser resolvida, substituindo as derivadas existentes por expressões algébricas que envolvam a função incógnita. O conjunto de equações diferenciais formará um sistema de equações onde as variáveis são os valores da grandeza a ser calculada. Assim, a solução é dada para um número discretos de pontos e, quanto mais pontos forem considerados, mais precisa será a solução. A vantagem deste método é permitir uma maior aproximação da solução para descrever as condições reais do objeto de estudo, como o encolhimento do produto, parâmetros variáveis, geometria real, dentre outros (SILVA, 2007; MALISKA, 2012; FARIAS, 2011; ATAÍDE, 2014; FARIAS et al., 2018).

Entre os métodos numéricos de solução de equações diferenciais podem ser citados os Métodos de Elementos Finitos (MEF), Diferenças Finitas (MDF) e de Volumes Finitos (MVF). O método das diferenças finitas (MDF) consiste numa divisão discreta do domínio

e na substituição das derivadas parciais por aproximações numéricas (MALISKA, 2012). Já a solução pelo método MEF pode ser obtida de duas formas: solução via integração da equação diferencial na sua forma conservativa ou balanço das propriedades de interesse nos volumes elementares resultante da discretização do domínio.

O Método de Volumes Finitos (MVF) é similar em alguns aspectos ao MEF, onde sua solução é baseada numa integral da equação obtida por aproximações decorrentes da discretização do domínio. Isto acontece porque o domínio é dividido em um conjunto de subdomínios de volumes elementares chamados de volumes de controle (VC). A discretização é realizada integrando cada parte da equação diferencial sobre cada volume de controle no espaço e no tempo. A vantagem do MVF é que ele permite trabalhar com volumes de controle, diferentemente do MDF e MEF que só trabalham com pontos da malha (MALISKA, 2012; FARIAS, 2011; FARIAS et al., 2015, 2018; ARAÚJO, 2018).

Vários trabalhos que utilizam o MVF para resolverem a equação de difusão numericamente: (SILVA, 2007; FARIAS, 2011; SILVA, 2012; ATAÍDE, 2014; FARIAS et al., 2015). Araújo (2018) resolveu numericamente a equação de difusão tridimensional em coordenadas generalizadas e, utilizou o MVF, uma vez que este método tem a vantagem de poder ser aplicado a qualquer tipo de malha, o que permite que geometrias mais complexas possam ser utilizadas na descrição do processo, como fez o autor ao utilizar uma malha discretizada representando a geometria real de telhas cerâmicas, que foi o material utilizado em seu estudo.

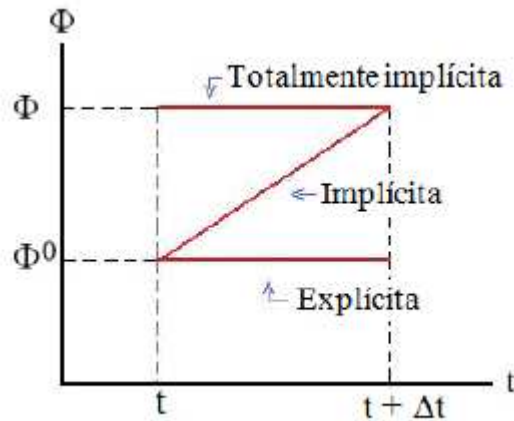
2.5.5 Formulações explícita, implícita e totalmente implícita

Na resolução de equações diferenciais por métodos numéricos podem surgir formulações matemáticas que tratam do instante de tempo (t) em que a grandeza de interesse (representada por Φ) será analisada, do ponto de vista da aplicação das derivada espaciais. Essas formulações são feitas por meio de interpolação no tempo e, podem ser representadas pela seguinte expressão (MALISKA, 2012):

$$\Phi^\theta = \theta\phi + (1 - \theta)\Phi^\theta \quad (2.10)$$

Uma representação destas formulações é mostrada na Figura 2.2, mostrada a seguir.

Figura 2.2: Formulações no tempo.



Fonte: Silva (2012)

Fazendo-se $\theta = 0$ na Equação (2.10), obtém-se a **formulação explícita**, onde a grandeza de interesse expressa nas derivadas é avaliada no instante inicial (t), sendo seu valor conhecido desde o início do processo ($\Phi = \Phi_0$), como pode ser visto na Figura 2.2. Com esta formulação a discretização resulta num conjunto de equações que podem ser resolvidas individualmente sem a necessidade de que um sistema de equação seja resolvido (SILVA, 2007; MALISKA, 2012; SILVA, 2012).

Quando $\theta = 1$ na Equação (2.10), tem-se a **formulação totalmente implícita**. Nesta formulação, a grandeza de interesse é substituída nas derivadas espaciais e o seu valor corresponde ao obtido no final do intervalo de tempo considerado, como é representado na Figura 2.2. As equações obtidas são acopladas, portanto um sistema de equações deve ser resolvido. Esta formulação é estável para qualquer intervalo de tempo estipulado, permitindo um intervalo de tempo em que um determinado processo possa entrar em estado permanente. Nos trabalhos de Silva (2007), Farias (2011), Silva (2012, 2012), Araújo (2018) foi utilizada este tipo de formulação para solucionar a equação de difusão numericamente.

Quando o o valor de θ varia entre zero (0) e um (1), diz-se que a formulação é **implícita** e os valores da grandeza de interesse são tomados pela média entre os valores

iniciais (Φ^0) e finais (Φ), sendo avaliado durante todo o intervalo, como mostra a Figura 2.2. Estes valores médios são substituídos nas derivadas espaciais da equação.

Diante do exposto, este trabalho pretende realizar um estudo sobre a difusão unidimensional em sólidos, onde soluções analíticas e numérica da equação de difusão unidimensional serão utilizadas. Além disso, serão analisadas as implicações sobre as considerações adotadas para os parâmetros do processo estudado.

Capítulo 3

Materiais e Métodos

Neste capítulo, os procedimentos teóricos e experimentais utilizados neste trabalho são descritos. Quanto as ferramentas matemáticas, foram utilizadas soluções analíticas da equação de difusão unidimensional para as condições de contorno prescrita e convectiva e, esta mesma equação foi solucionada numericamente para a condição de contorno convectiva. Em relação aos procedimento experimentais, foi feita uma descrição de como o processo de secagem foi realizado, bem como os métodos utilizados para a determinação das propriedades termofísicas do processo através das ferramentas matemáticas.

3.1 Modelagem Matemática

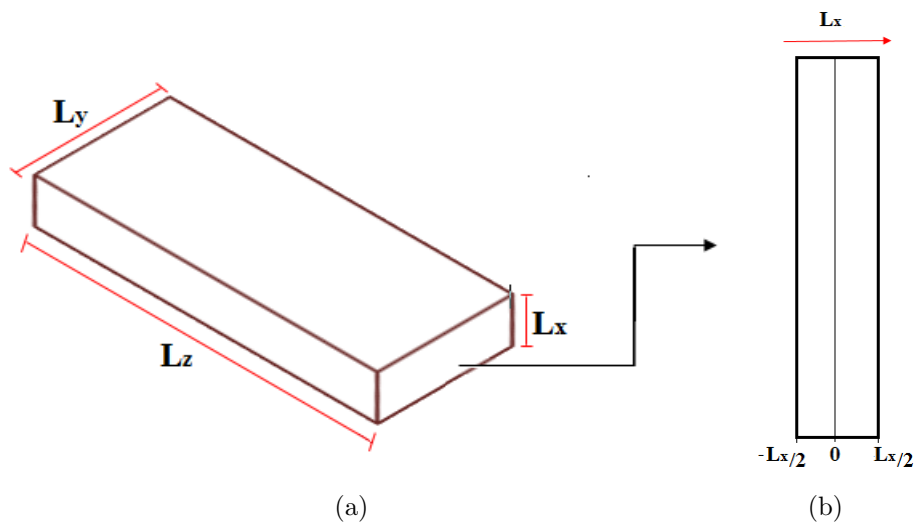
3.1.1 Soluções analíticas para a parede infinita

As soluções analíticas da equação de difusão podem ser obtidas por alguns métodos de resolução de equações diferenciais parciais. Um dos métodos mais utilizados com esta finalidade é o método de separação de variáveis, que basicamente é fundamentado na suposição de que a solução da equação é um produto de funções, onde cada função depende de uma das variáveis da equação diferencial. Neste estudo o processo de transferência de massa que ocorre durante a secagem das telhas do tipo canal se dá pela aproximação da geometria da telha para uma parede infinita (unidimensional). Assim, em coordenadas cartesianas, a equação de difusão unidimensional em regime transiente é dada pela Equação (2.5):

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial M}{\partial x} \right), \quad (3.1)$$

A solução desta equação pode ser utilizada para descrever o processo de transferência de massa em corpos cuja geometria possa ser considerada unidimensional. Uma representação de um sólido com estas características é mostrado na Figura 3.1.

Figura 3.1: (a) Geometria aproximada da telha para uma parede infinita; (b) Destaque da simetria do sólido.



Fonte: Autoria própria

A Figura 3.1 representa um sólido chamado de parede infinita (uma dimensão muito menor que as outras duas), onde considera-se apenas o fluxo de uma grandeza através de sua espessura L_x , Figura 3.1(a), pois as dimensões de sua largura L_y e de seu comprimento L_z são muito grandes em comparação com L_x , de forma que os fluxos da grandeza tratada nas direções y e z podem ser desconsiderados. Neste caso, é adotado que o domínio da parede infinita é de $-L_x/2$ até $L_x/2$, pois desta forma pode-se aproveitar a simetria do corpo, como pode ser visto na Figura 3.1(b), quanto ao fluxo de massa no interior do corpo.

Deste modo, a Equação (3.1) pode ser resolvida analiticamente, desde que as seguintes hipóteses sejam obedecidas:

- as dimensões do sólido não variam durante a difusão da água;
- a difusão líquida é o único mecanismo de transporte de água dentro do sólido;

- a distribuição inicial do teor de umidade deve ser uniforme;
- o sólido é considerado homogêneo e isotrópico;
- o coeficiente de transferência convectivo (h) de massa é constante durante a difusão da água;
- a difusividade efetiva (D) da água não varia durante o processo.

Considerando estas hipóteses, a solução geral da equação 3.1 pode ser obtida por separação de variáveis, um método de resolução de equações diferenciais parciais amplamente utilizado para obtenção de soluções analíticas. Neste trabalho, duas condições de contorno são utilizadas para a solução analítica: condição de contorno prescrita (primeiro tipo) e condição de contorno convectiva (terceiro tipo).

Solução analítica com condição de contorno prescrita

A condição de contorno de primeiro tipo (prescrita) baseia-se na consideração que a superfície do sólido assume imediatamente as condições do meio. Levando em conta também a condição de simetria do sólido submetido ao processo de transferência de água, onde assume-se que no interior do sólido o fluxo de água seja nulo, ou seja:

$$\left. \frac{\partial M(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (3.2)$$

onde $M(x, t)$ representa o teor de umidade num instante t e posição espacial x do domínio trabalhado.

Desta forma, aplicando-se as condições de contorno e simetria do primeiro tipo, obtém-se que a solução da equação de difusão unidimensional em regime transiente é (LUIKOV, 1968; CRANK, 1992; BIRD; STEWART; LIGHTFOOT, 2001; INCROPERA, 2008):

$$M(x, t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_i) \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \left[\mu_n \left(\frac{x}{\left(\frac{L_x}{2}\right)} \right) \right] \times \exp \left[- \left(\frac{\mu_n}{\left(\frac{L_x}{2}\right)} \right)^2 Dt \right], \quad (3.3)$$

onde μ_n é dado por:

$$\mu_n = \frac{(2n-1)}{\pi}, \quad (3.4)$$

e o termo A_n por:

$$A_n = \frac{2(-1)^{n+1}}{\mu_n} \quad (3.5)$$

Sendo que L_x denota a espessura da parede infinita.

O valor médio de M é obtido por:

$$\bar{M} = \frac{1}{L} \int M(x, t) dx \quad (3.6)$$

Desta forma, obtém-se que o valor médio para qualquer instante t e posição x do domínio do produto pode ser obtido pela seguinte equação:

$$\bar{M} = M_{eq} - (M_{eq} - Mi) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{(2n-1)^2 \pi^2} \times \exp \left[- \left(\frac{\mu_n}{\left(\frac{L_x}{2}\right)} \right)^2 Dt \right], \quad (3.7)$$

Solução analítica com condição de contorno convectiva

A condição de contorno de terceiro tipo considera que os fluxos de massa por difusão (superfície interna) e por convecção (superfície externa) são iguais na superfície do produto. Esta condição de contorno é expressa pela Equação (3.6) e, para este estudo resulta em:

$$h \left(M(x, t) \Big|_{x=\pm \frac{L_x}{2}} - M_{eq} \right) = -D \frac{\partial M(x, t)}{\partial n} \Big|_{x=\pm \frac{L_x}{2}} \quad (3.8)$$

A aplicação desta condição de contorno e da condição de simetria (Eq. 3.2) na solução da Equação 3.1, obtida por separação de variáveis, resulta na solução mostrada a seguir (LUIKOV; 1968; CRANK, 1992; BIRD et al, 2001; INCROPERA et al, 2008):

$$M(x, t) = M_{eq} - (M_{eq} - Mi) \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos \left[\beta_n \left(\frac{x}{\left(\frac{L_x}{2}\right)} \right) \right] \times \exp \left[- \left(\frac{\beta_n}{\left(\frac{L_x}{2}\right)} \right)^2 Dt \right], \quad (3.9)$$

onde o termo C_n é dado por:

$$C_n = \frac{4 \sin(\beta_n)}{2\beta_n + \sin(2\beta_n)} \quad (3.10)$$

O termo β_n é obtido pela solução de uma equação transcendental dada pela Equação (3.11)

$$\beta_n = \cot(\beta_n) Bi \quad (3.11)$$

O termo Bi que aparece na Equação (3.11) é o chamado número de Biot, que é um parâmetro que relaciona o efeito difusivo e o efeito convectivo de transporte de água na superfície do produto pela seguinte equação:

$$Bi = \frac{h \left(\frac{L_x}{2}\right)}{D}, \quad (3.12)$$

onde L_x (dividido por dois para explorar a simetria do centro geométrico do sólido) é o comprimento característico do produto.

O valor médio de M pode ser obtido, novamente, aplicando a Equação (3.5) na (3.9):

$$M(x, t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_i) \sum_{n=1}^{\infty} E_n \times \exp \left[- \left(\frac{\beta_n}{\left(\frac{L_x}{2}\right)} \right)^2 Dt \right], \quad (3.13)$$

onde E_n é dado pela seguinte expressão:

$$E_n = \frac{2Bi^2}{\beta_n^2 (Bi^2 + Bi + \beta_n^2)} \quad (3.14)$$

A Equação (3.11) pode ser reescrita como sendo:

$$\beta_n \sin(\beta_n) - Bi \cos(\beta_n) = 0. \quad (3.15)$$

Esta equação transcendental (Eq. 3.15) apresenta inúmeros valores para as constantes β_n para cada valor do número de Biot (Bi). Em processos onde o modelo difusivo é aplicado para a descrição de processos que envolvam transferência de massa,

o número de Biot está relacionado a resistência do produto no estabelecimento de um fluxo de água na superfície. Assim, o número de Biot é utilizado na predição de qual condição de contorno é melhor para a descrever o processo, uma vez que um valor de $Bi = 0$ corresponde a uma resistência muito grande no fluxo de água na superfície e, $Bi \geq 200$ indica que a consideração de igualdade entre os fluxos difusivo e convectivo na superfície do produto não corresponde ao processo físico real, de modo que a condição de contorno prescrita é mais apropriada a ser aplicada na descrição do processo.

Silva (2012) solucionou a Equação (3.15) numericamente através de um código escrito em Fortran e obteve vários valores das raízes β_n para cada valor de Bi. Alguns valores obtidos pelo autor estão mostrados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Alguns valores do número de Biot e algumas de suas raízes β_n

Bi	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6
0,001	0,0316	3,1419	6,2833	9,4249	12,567	15,708
0,4	0,5932	3,2636	6,3461	9,467	12,598	15,733
1	0,8603	3,4256	6,4373	9,5293	12,645	15,771
10	1,4289	4,3058	7,2281	10,2	13,214	16,259
200	1,563	4,689	7,8149	10,941	14,067	17,193

Fonte: (SILVA, 2012)

A predição de qual a melhor condição de contorno deve ser feita mediante sua aplicação na descrição do processo físico. A utilização do modelo difusivo para simular o processo de transferência de massa tem se mostrado eficiente, uma vez que as simulações realizadas são muito próximas do fenômeno físico real. No entanto, para estas simulações serem realizadas os parâmetros do processo precisam ser determinados, como a difusividade (D) e o coeficiente convectivo de transferência de massa (h).

A determinação destes parâmetros é o que torna possível a simulação do processo. Existem algumas formas de determiná-los, entre elas está um método muito utilizado por alguns pesquisadores da área, que é o método inverso. Este método consiste em utilizar otimizadores computacionais que contém a solução da equação utilizada para descrever o processo. Neste estudo, alguns programas foram encontrados disponíveis na internet, onde eles são constituídos por otimizadores que contém as soluções mostradas nas Equações

(3.7 e (3.13). Estes otimizadores são descritos a seguir.

3.2 Otimização: Determinação de Parâmetros

Para determinar a difusividade efetiva de água (D) no sólido e o coeficiente convectivo de transferência de massa (h) foram empregados os *softwares*: *Prescribed Adsorption-Desorption* (SILVA; SILVA, 2009b) para a solução com condição de contorno de primeiro tipo e o *Convective Adsorption-Desorption* (SILVA; SILVA, 2009a) para a solução com condição de contorno de terceiro tipo.

Os *softwares* apresentam interface simples, sendo necessário carregar o conjunto de pontos experimentais obtidos na secagem (teor de umidade, tempo) num arquivo texto. Posteriormente, o software disponibiliza as geometrias para as quais o otimizador tem solução. As geometrias são: parede infinita, cilindro infinito, esfera, cilindro finito e paralelepípedo. Após a escolha da geometria, os programas solicitam que sejam colocadas a(s) dimensão(ões) do sólido e os teores de umidade inicial (M_i) e de equilíbrio (M_{eq}) obtidos na secagem.

3.2.1 Otimizador acoplado a solução analítica com condição de contorno prescrita

O *software Prescribed* contém a solução analítica da equação da difusão de massa para uma geometria de parede infinita (além de outras geometrias) pressupondo condições de contorno de primeiro tipo (prescrita), mostrada na Equação (3.7). Este otimizador determina o parâmetro difusividade minimizando a função qui-quadrado (χ^2), utilizada para comparar os dados obtidos por simulação pelo programa com os dados experimentais. O qui-quadrado neste programa é dado por:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_p} [M_i^{exp} - \bar{M}_i^{ana}(D)]^2 \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (3.16)$$

onde N_p é o número de dados experimentais, M_i^{exp} é o i -ésimo ponto experimental do teor de umidade médio e $\bar{M}_i^{ana}(D)$ é o teor de umidade médio (no mesmo ponto referente ao ponto experimental) obtido a partir da solução analítica da equação de difusão. O termo

$\frac{1}{\sigma_i^2}$ é o peso estatístico do i -ésimo ponto experimental e, geralmente é dado como sendo igual a unidade (1).

O processo de otimização consiste na minimização do qui-quadrado, como já foi dito. Isto é feito pelo programa, que atribui valores para D e substitui na Equação (3.7), que está acoplada ao programa. Os valores supostos são inicialmente próximos de zero (1×10^{-20}) e assim, obtém-se o valor para o χ^2 através da Equação (3.16). Posteriormente o valor para D é dobrado e o valor obtido de χ^2 é comparado com o anterior e, caso o valor seja menor, o processo continua. O processo ocorre até que o último qui-quadrado calculado seja maior que o anterior. O intervalo entre o penúltimo e o último valor, onde o qui-quadrado diminuiu, é onde deve estar localizado o valor ótimo para D . Desta forma, o mesmo processo de cálculo do χ^2 é feito para este intervalo, refinando até determinar o melhor valor para D .

Este otimizador determina o qui-quadrado como função da difusividade mássica (D), apenas. Assim, para cada valor suposto de D , um qui-quadrado é associado a simulação do processo. O menor valor de χ^2 corresponde ao valor ótimo de D .

3.2.2 Otimizador acoplado a solução analítica com condição de contorno convectiva

Analogamente ao otimizador para a condição de contorno prescrita, o *software Convective* contém a solução analítica da equação da difusão de massa para uma geometria de parede infinita (além de outras geometrias) pressupondo condições de contorno de terceiro tipo (convectiva). O processo de otimização é basicamente análogo ao do *Prescribed*, a diferença é devido ao surgimento de parâmetros na solução com esta condição de contorno, que é o coeficiente convectivo (h) e o número de Biot (Bi). Mas o processo de otimização consiste, novamente, na minimização da função qui-quadrado (χ^2), que para o otimizador acoplado com a solução com esta condição de contorno é dado por:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_p} [\overline{M}_i^{exp} - \overline{M}_i^{ana}(D, Bi)]^2 \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (3.17)$$

A diferença entre as funções mostradas nas Equações (3.16) e (3.17) é que nesta última surge a dependência em Bi no termo $\overline{M}_i^{ana}(D, Bi)$, mostrando que o teor de umidade médio obtido a partir da solução analítica da equação de difusão depende não só de D. No entanto, Bi é relacionado a D e h, de modo que indiretamente Bi pode ser entendido como uma dependência em h e, se D e h são independentes, então o processo de otimização para a determinação dos valores ótimos de D e h, que corresponde a minimização da função χ^2 , deve ser realizado da seguinte forma: primeiramente determina-se o valor de D e depois o valor de Bi deve ser variado até que o menor valor do qui-quadrado seja determinado, analogamente como ocorre no *Prescribed*.

Assim, o *Convective* deve conter uma certa quantidade de valores de Bi e as respectivas raízes β_n associadas. De acordo com os desenvolvedores (SILVA e SILVA, 2009), o programa testa mais de 450 números de Biot no intervalo entre 0 e 201. Para cada número de Biot, um valor de D ótimo é determinado. Então, o par (Bi,D) correspondente ao mínimo χ^2 é escolhido.

3.3 Solução numérica para parede infinita

A discretização do domínio estudado foi feita utilizando o método dos volumes finitos, que se baseia no balanço de fluxos da grandeza de interesse, em um determinado volume de controle e intervalo de tempo, uma vez que o domínio deve ser discretizado, como já foi descrito no Capítulo 2.

A formulação utilizada para esta solução é a totalmente implícita. Nesta formulação, a grandeza de interesse ($\Phi = M$, neste estudo) é substituída nas derivadas espaciais e o seu valor corresponde ao obtido no final do intervalo de tempo considerado. Esta formulação foi escolhida porque não apresenta problemas de instabilidade ou de convergência.

Como está sendo considerado que a geometria da telha pode ser aproximada para uma parede infinita, a equação de difusão oriunda da equação de transporte pode ser expressa por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\lambda\Phi) = \vec{\nabla} \cdot (\Gamma^{\Phi}\vec{\nabla}\Phi) + S \quad (3.18)$$

A Equação (3.18) pode ser escrita em coordenadas cartesianas, em regime transiente na sua forma unidimensional (geometria parede infinita), como se segue:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\lambda\Phi) = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left(\Gamma^{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + S \quad (3.19)$$

Na Equação (3.19), Γ^{Φ} é escrito dentro do parênteses, pois numa solução numérica este parâmetro pode ser considerado como sendo variável com propriedades do processo como a grandeza de interesse Φ , por exemplo. Esta é uma das vantagens da utilização da solução numérica, uma vez que a aproximação de que os parâmetros de transporte são constantes durante todo o processo, pode causar resultados inconsistentes com o fenômeno físico real.

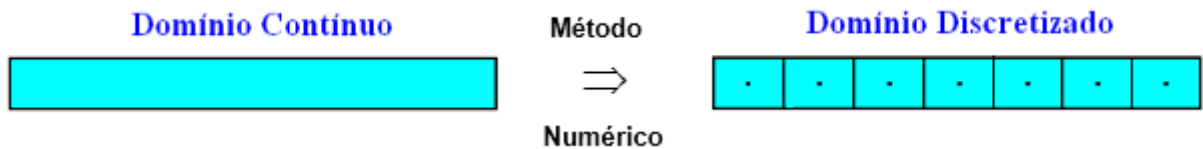
Para solucionar numericamente a Equação 3.19, é preciso definir como será a divisão dos volumes de controle e como será o balaço dos fluxos da grandeza de interesse nestes elementos. Além disso, algumas hipóteses devem ser consideradas, que são:

- O sólido é considerado homogêneo e isotrópico;
- O campo do teor de umidade é uniforme no início da secagem;
- O único mecanismo de transporte de massa no interior do sólido é o mecanismo da difusão líquida;
- Para todos os contornos das telhas cerâmicas é suposto o mesmo valor para o coeficiente de transferência convectiva de massa, que é admitido constante;
- A difusividade efetiva de uma dada massa numa dada posição ou é constante ou depende do teor de umidade naquele ponto;
- No caso da inclusão de variação no volume da telha ao longo da simulação, considera-se que a sua forma não seja alterada, mas apenas as suas dimensões são reduzidas.

Considerando um domínio contínuo de uma parede infinita, foi utilizada uma malha unidimensional. Chama-se de malha a discretização de um domínio contínuo, uma vez que para obtenção de soluções aproximadas de equações diferenciais, através de métodos numéricos, é necessário discretizar o domínio no qual estas equações foram

obtidas, numa quantidade finita de subdomínios denominados de elementos e/ou volumes de controle (ATAÍDE, 2014). Uma representação da discretização de um domínio contínuo está mostrada na Figura 3.2.

Figura 3.2: Discretização de um domínio bidimensional em volumes de controle uniformes.

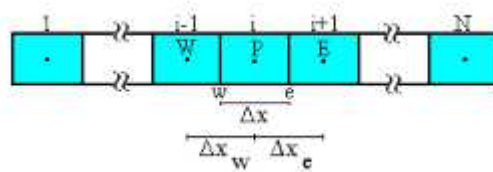


Fonte: (SILVA, 2009)

Na malha mostrada na Figura 3.2, os volumes de controle são do mesmo tamanho, então diz-se que esta malha é uniforme.

Neste trabalho foi utilizada uma malha unidimensional. Uma representação desta malha está mostrada na Figura 3.3.

Figura 3.3: Representação da geometria parede infinita discretizada - balanço dos volumes de controle.



Fonte: (SILVA, 2009)

Na Figura 3.3, o ponto P é chamado de ponto nodal, onde o mesmo está ligado a dois volumes de controles, sendo um a oeste (representado por W) e outro a leste (representado por E). Então, neste domínio discretizado temos três tipos de volumes de controle. Pode-se inferir da figura, que o fluxo da grandeza de interesse é considerado apenas na direção da parede infinita. A distância entre duas superfícies de um volume de controle é Δx , mesma distância entre os pontos centrais de dois volumes de controle vizinhos. As regiões de fronteiras são representadas por letras minúsculas (w, e).

3.3.1 Solução numérica para os volumes de controle internos

O volume de controle interno em análise é o representado pelo ponto nodal P na Figura 3.3, que faz fronteira a oeste como W e a leste como volume de controle E.

Desta forma, a solução da equação de difusão se dá pela integração da equação de interesse. Assim, integrando-se a Equação (3.19) no espaço (Δx) e no tempo (Δt), obtém-se:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial}{\partial t} (\lambda \Phi) dx dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) dx dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e S dx dt \quad (3.20)$$

onde Φ é a grandeza de interesse e λ e Γ^Φ são os parâmetros de transporte.

No entanto, as derivadas presentes na Equação (3.20) podem ser aproximadas, a partir da Figura 3.3, da seguinte forma (SILVA, 2009; MALISKA, 2012):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\lambda \Phi) = \frac{\lambda \Phi - \lambda^0 \Phi^0}{\Delta t}, \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) = \frac{\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_e - \Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_w}{\Delta x} \quad (3.22)$$

onde o sobrescrito zero (0) indica que a grandeza deve ser avaliada num instante anterior e os subscritos e e w indicam o valor da grandeza Φ nas fronteiras entre os volumes de controle P e E ; P e W, respectivamente.

Substituindo as Equações (3.21) e (3.22) na Equação (3.20), obtém-se:

$$\int_w^e \lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0 dx = \int_t^{t+\Delta t} \left(\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_e - \Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_w \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} S(\Phi) \Delta x dt \quad (3.23)$$

O tratamento feito é sobre um domínio discretizado em que a grandeza de interesse vai ser avaliada num instante que deve ser definido. De forma mais rigorosa, a Equação (3.23) deve ser escrita do seguinte modo (SILVA, 2009; MALISKA, 2012):

$$\int_w^e (\lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0) dx = \int_t^{t+\Delta t} \left(\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_e^\theta - \Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_w^\theta \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} S(\Phi) \Delta x dt \quad (3.24)$$

O sobrescrito θ representa o tempo de avaliação da grandeza de interesse representada por Φ . A formulação aqui utilizada é a totalmente implícita. Nesta formulação θ é feito igual a um (1) e o valor da grandeza corresponde ao obtido no final do intervalo de tempo considerado. Resolvendo as integrais da Equação (3.24), obtém-se que:

$$(\lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0) \Delta x = \left(\Gamma_e^\Phi \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta x_e} \Delta t \right) - \left(\Gamma_w^\Phi \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta x_w} \Delta t \right) + S(\Phi) \Delta x \Delta t, \quad (3.25)$$

onde Γ_e^Φ e Γ_w^Φ são os valores do parâmetro Γ^Φ nas fronteiras entre os volumes de controle P e E; P e W, respectivamente, Φ_E e Φ_P são os valores da grandeza de interesse nos pontos E e P dos volumes de controle da Figura 3.3 e as distâncias Δx_e e Δx_w são as mostradas na mesma figura. Na Equação (3.25) são consideradas as aproximações (SILVA, 2009; MALISKA, 2012):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_e = \left(\frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta x_e} \right) \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_w = \left(\frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta x_w} \right) \quad (3.27)$$

Estas aproximações mostradas nas Equações (3.26) e (3.27) consistem basicamente em considerar que as variações do fluxo da grandeza de interesse entre os pontos centrais de dois volumes de controles vizinhos, pode ser escrita como sendo a diferença entre o valor que grandeza de interesse assume entre um ponto e outro dividida pela distância entre esses dois pontos, considerando os volumes de controle mostrados na Figura 3.3.

Dividindo ambos os lados da Equação (3.25) por Δt e reagrupando os termos, obtém-se que:

$$\lambda_P \Phi_P \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \Phi_E + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \Phi_W - \left(\frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \right) \Phi_P + S(\Phi) \Delta x + \lambda_P^0 \Phi_P^0 \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (3.28)$$

O termo fonte ($S(\Phi)$), que depende da variável de interesse (Φ), pode englobar termos importantes da solução tratada, o que não é desejado, pois pode provocar divergências de soluções. Assim, este termo pode ser tratado de forma implícita, mas não deve ser considerado como constante durante todo o processo (SILVA, 2009; MALISKA, 2012). No entanto, neste trabalho considera-se que o termo fonte é nulo, uma vez que não há geração da grandeza de interesse durante o processo.

Desta forma, obtém-se que a equação de difusão unidimensional discretizada para os volumes de controle internos é:

$$A_P \Phi_P = A_e \Phi_E + A_w \Phi_W + B \quad (3.29)$$

Os termos que aparecem na Equação 3.29 são expressos por:

$$A_P = \left(\lambda_P \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \right) \quad (3.30)$$

$$A_e = \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \quad (3.31)$$

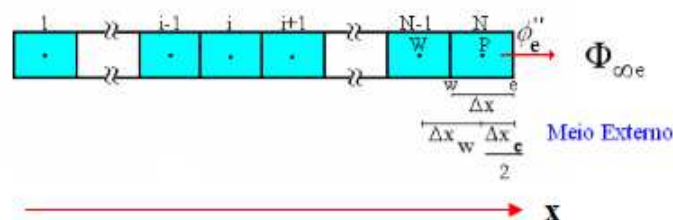
$$A_w = \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \quad (3.32)$$

$$B = \lambda_P^0 \Phi_P^0 \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (3.33)$$

3.3.2 Volume de controle a leste (e)

O volume de controle a leste está numa região de fronteira, como pode ser visto na figura representativa do domínio discretizado (Figura 3.4).

Figura 3.4: Representação do volume de controle a leste.



Fonte: (SILVA, 2009)

Na Figura 3.4, o ponto P (nodal) indica qual volume de controle está sendo analisado.

Para uma formulação totalmente implícita, a Equação (3.24) devidamente integrada e com o termo fonte igual a zero ($S = 0$), pode ser escrita da seguinte forma para o contorno leste:

$$(\lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0) \frac{\Delta x}{\Delta t} = \left(\Gamma_e^\Phi \frac{\Phi_e - \Phi_P}{\frac{\Delta x_e}{2}} \right) - \left(\Gamma_w^\Phi \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta x_w} \right) \quad (3.34)$$

onde Φ_e é o valor da grandeza na fronteira leste, Φ_P é o valor da grandeza no ponto nodal P, Δt é o intervalo de tempo considerado e as distâncias Δx_w e $\frac{\Delta x_e}{2}$ são mostradas na Figura 3.4.

Definindo o fluxo difusivo a leste (ϕ_e''):

$$\phi_e'' = -\Gamma_e^\Phi \frac{\Phi_e - \Phi_P}{\frac{\Delta x_e}{2}}, \quad (3.35)$$

e o fluxo convectivo na fronteira leste (ϕ_e''):

$$\phi_e'' = h_e(\Phi_e - \Phi_{\infty e}) \quad (3.36)$$

onde h_e é coeficiente convectivo de transferência de massa no contorno leste e $\Phi_{\infty e}$ é o valor da grandeza de interesse no meio externo.

Da condição de contorno convectiva, os fluxos difusivo e convectivo são igualados na superfície do sólido (fronteira leste, neste caso), de modo que:

$$-\Gamma_e^\Phi \frac{\Phi_e - \Phi_P}{\frac{\Delta x_e}{2}} = h_e(\Phi_e - \Phi_{\infty e}) \quad (3.37)$$

Da Equação (3.37), pode-se escrever Φ_e como se segue:

$$\Phi_e = \frac{h_e \Phi_{\infty e} + \frac{2\Gamma_e^\Phi \Phi_P}{\Delta x_e}}{h_e + \frac{2\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e}} \quad (3.38)$$

Substituindo a Equação (3.38) na Eq. (3.34), obtém-se que a equação de difusão unidimensional discretizada para o volume de controle a leste é dada por:

$$\lambda_P \Phi_P \frac{\Delta x}{\Delta t} + \left[\left(\frac{2h_e}{h_e \Delta x_e + 2\Gamma_e^\Phi} \right) + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \right] \Phi_P = \left(\frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \right) \Phi_W + \left(\frac{2\Gamma_e^\Phi h_e}{h_e \Delta x_e + 2\Gamma_e^\Phi} \right) \Phi_{\infty e} + \lambda_P^0 \Phi_P^0 \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (3.39)$$

Assim, a Equação (3.39) pode ser escrita da seguinte forma:

$$A_P \Phi_P = A_w \Phi_W + B \quad (3.40)$$

onde os termos A_P , A_w e B são dados por:

$$A_P = \lambda_P \frac{\Delta x}{\Delta t} + \left(\frac{2\Gamma_e^\Phi h_e}{h_e \Delta x_e + 2\Gamma_e^\Phi} \right) + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \quad (3.41)$$

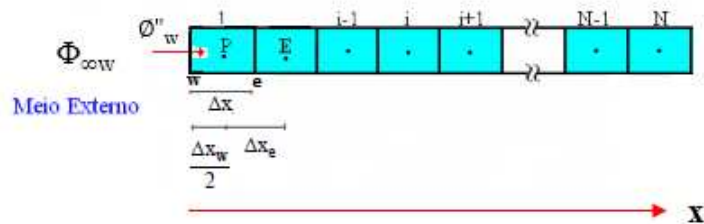
$$A_w = \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \quad (3.42)$$

$$B = \left(\frac{2\Gamma_e^\Phi h_e}{h_e \Delta x_e + 2\Gamma_e^\Phi} \right) \Phi_{\infty e} + \lambda_P^0 \Phi_P^0 \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (3.43)$$

3.3.3 Volume de controle na fronteira oeste (w)

A solução da Equação para o volume de controle a oeste é análoga ao tratamento feito para o volume do controle a leste. A Figura 3.5 mostra o volume de controle a oeste em destaque na figura de discretização do domínio.

Figura 3.5: Representação do volume de controle a oeste.



Fonte: Adaptado de (SILVA, 2009)

Na Figura 3.5 o $\Phi_{\infty w}$ representa o fluxo da grandeza no meio externo em contato com a fronteira oeste (w). Sendo Γ^Φ o parâmetro relacionado ao transporte da grandeza por difusão no interior do sólido, pode-se escrever a seguinte equação para o volume de controle a oeste:

$$(\lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0) \frac{\Delta x}{\Delta t} = \left(\Gamma_w^\Phi \frac{\Phi_w - \Phi_P}{\frac{\Delta x_w}{2}} \right) - \left(\Gamma_e^\Phi \frac{\Phi_P - \Phi_E}{\Delta x_e} \right) \quad (3.44)$$

Da condição de contorno convectiva, os fluxos difusivo e convectivo na fronteira oeste (representados por ϕ_w'') devem ser iguais, o que resulta na seguinte expressão para o valor da grandeza de interesse no volume de controle da fronteira oeste (Φ_w) (SILVA, 2009; MALISKA, 2012):

$$\Phi_w = \frac{\Phi_{\infty w} h_w + \frac{2\Gamma_w^\Phi \Phi_P}{w}}{h_w + \frac{2\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w}} \quad (3.45)$$

Substituindo Φ_w (Eq. 3.45) na Equação (3.44), obtém-se que a equação para o volume de controle a oeste pode ser escrito da seguinte forma:

$$A_P \Phi_P = A_e \Phi_e + B, \quad (3.46)$$

onde os termos A_P , A_e e B são dados por:

$$A_P = \left(\lambda_P \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{2\Gamma_w^\Phi h_w}{2\Gamma_w^\Phi + \Delta x_w h_w} + \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \right); \quad (3.47)$$

$$A_e = \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e}; \quad (3.48)$$

$$B = \left(\frac{2\Gamma_w^\Phi h_w}{h_w \Delta x_w + 2\Gamma_w^\Phi} \right) \Phi_{\infty w} + \lambda_P^0 \Phi_P^0 \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (3.49)$$

É possível notar que as equações para os volumes de controle das fronteiras são análogas.

3.4 Parâmetro Γ^Φ nas faces dos volumes de controle

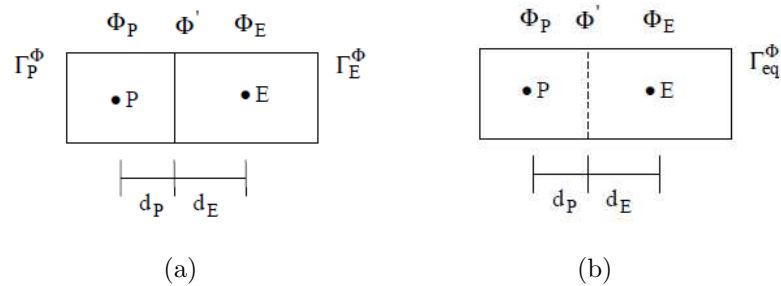
O parâmetro Γ^Φ pode ser considerado constante para todo o domínio, assumindo o mesmo valor em qualquer ponto ou face de um volume de controle. Em estudos onde Γ^Φ é considerado variável, ele pode ser escrito como função da grandeza de interesse (Φ):

$$\Gamma^\Phi = f(\Phi, a, b) \quad (3.50)$$

onde a e b são parâmetros de ajuste da expressão para Γ^Φ , obtidos por meio de otimização computacional a partir dos dados experimentais.

Desta forma, o parâmetro Γ^Φ para dois volumes de controle vizinhos (E e P), por exemplo, pode ser determinado como mostra a Figura 3.6:

Figura 3.6: Volumes de controle com valores de Γ^Φ iguais: (a) Γ_P^Φ e Γ_E^Φ ; (b) Γ_{eq}^Φ



Fonte: (SILVA, 2007)

Na Figura 3.6(a), observa-se que na fronteira do volume de controle leste (E), o parâmetro de transporte por difusão é Γ_E^Φ e, na fronteira do ponto nodal (P), tem-se Γ_P^Φ . No entanto, o parâmetro pode assumir o valor Γ_{eq}^Φ para os dois volumes de controle, como mostra a Figura 3.6(b), que é equivalente a 3.6(a), uma vez que o fluxo da grandeza nos dois volumes de controle é igual (SILVA, 2007; FARIAS, 2011).

Desta forma, deseja-se escrever uma expressão para Γ^Φ , que possa ser, aproximadamente a mesma para dois volumes de controle vizinhos. Assim, se pode escrever que Γ_{eq}^Φ (equivalente entre o balanço dos Γ^Φ de cada volume de controle) é dado por (SILVA, 2007; FARIAS, 2011):

$$\Gamma_{eq}^\Phi = \frac{\Gamma_P^\Phi \Gamma_E^\Phi}{f_d \Gamma_E^\Phi + (1 - f_d) \Gamma_P^\Phi} \quad (3.51)$$

onde:

$$f_d = \frac{d_P}{d_P + d_E} \quad (3.52)$$

Mas neste caso os volumes de controle são iguais, de modo que $d_P = d_E$ e, pode-se escrever a seguinte expressão:

$$\Gamma_{eq}^\Phi = \frac{2\Gamma_P^\Phi \Gamma_E^\Phi}{\Gamma_E^\Phi + \Gamma_P^\Phi} \quad (3.53)$$

3.5 Programa computacional de otimização acoplado a solução numérica

Analogamente ao processo de otimização realizado pelos *softwares* acoplados as soluções analíticas da equação de difusão, o processo de otimização com a solução numérica deve ser por meio do acoplamento da solução numérica a um otimizador computacional. Assim, novamente se emprega o método inverso, que consiste na atribuição de valores aos parâmetros da solução da equação que descreve o sistema, criar uma simulação e compará-la com os dados experimentais conhecidos do referido sistema estudado (SILVA, 2007; FARIAS, 2011; ARAÚJO, 2016). O processo de otimização continua neste procedimento de atribuição de valores aos parâmetros até que as simulações sejam muito próximas aos resultados experimentais, obtendo assim, os valores ótimos dos parâmetros para o processo. Da mesma forma que nos programas acoplados a solução analítica, o método inverso deve ser baseado numa função que compare as simulações e os dados experimentais.

Neste sentido, existe um *software* que é um otimizador acoplado a solução numérica da equação de difusão unidimensional. Trata-se do “*Infinite Slab Numerical*”, desenvolvido por (SILVA; Silva Júnior, 2018). Este *software* também utiliza como função objetivo do método inverso o qui-quadrado (χ^2), que é dado por (SILVA JUNIOR, 2015):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_p} \left[\overline{\Phi}_i^{exp} - \overline{\Phi}_i^{sim}(\Gamma^\Phi(a, b, \Phi), h) \right]^2 \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (3.54)$$

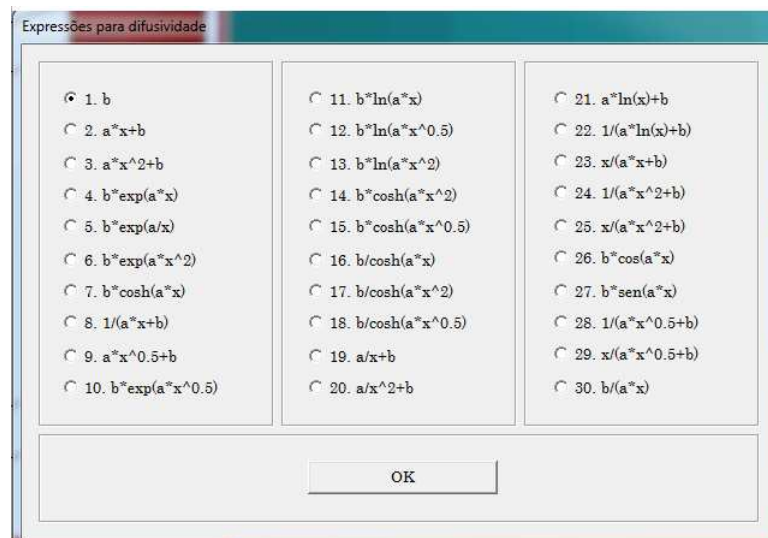
onde $\overline{M\Phi}_i^{exp}$ e $\overline{\Phi}_i^{sim}(\Gamma^\Phi, h)$ são os valores médios da grandeza de interesse referente ao i-ésimo ponto experimental e ao i-ésimo ponto simulado calculado pela solução numérica,

que é função de Γ^Φ e h . O termo $\frac{1}{\sigma_i^2}$ é o peso estatístico do i -ésimo ponto experimental e, assim como nos otimizadores para solução analítica, é feito como sendo igual a unidade (1).

O *software Infinite Slab Numerical* é de fácil utilização, com uma interface gráfica autoexplicativa. Para realização das simulações é necessário carregar o conjunto de dados experimentais e em seguida clicar na aba ‘Otim’, que fará com que surja uma caixa de diálogo onde devem ser informados os valores do teor de umidade inicial e de equilíbrio, o número de volumes de controle (em quantas partes a malha vai ser dividida), a espessura do objeto e o número de *steps* de tempo (divisão do tempo total do processo em instantes iguais).

Após o carregamento de todos estes dados e clicar em ‘OK’ na caixa de diálogo, surgirá outra caixa de diálogo onde são mostradas trinta (30) funções para a difusividade, como pode ser visto na Figura 3.7.

Figura 3.7: Caixa de diálogo com todas as funções para a difusividade.



Fonte: *Infinite Slab Numerical*

A grandeza de interesse nas funções, Figura 3.7, é representada pela letra ‘x’. Assim, após escolher uma das funções e clicar em ‘OK’, outra caixa de diálogo aparecerá, solicitando do usuário que suponha valores iniciais para os parâmetros ‘a’ e ‘b’, bem como do coeficiente convectivo (h), que é considerado constante. Após clicar em ‘OK’ novamente, o processo de otimização é iniciado.

O processo de otimização do *Infinite Slab Numerical* pode ser encontrado detalhadamente em Silva Junior (2015).

Após obter os valores ótimos da simulação, o programa exibe os resultado num arquivo texto (*.txt*) e gera o gráfico com a simulação da cinética de secagem.

O programa ainda gera gráficos de contorno, onde podem ser visualizadas as distribuições do teor de umidade durante a secagem. Para isso, basta carregar os resultado obtidos com a simulação da cinética de secagem e escolher os instante para os quais deseja visualizar tais gráficos.

3.5.1 Programas utilizados neste trabalho

Neste trabalho foram utilizados alguns outros programas computacionais além do *Infinite Slab Numerical*, como já foi dito. As informações destes programas estão destacados a seguir.

1. O *software Prescribed Adsorption - Desorption*, V. 3.2, desenvolvido por Silva e Silva (2009b).
2. O *software Convective Adsorption - Desorption*, V. 2.2, desenvolvido por Silva e Silva (2009a).
3. Neste trabalho, o programa computacional *LAB Fit Curve Fitting*, V. 7.2.46, desenvolvido por Silva e Silva (2011) foi usado para plotar os gráficos da cinética de secagem das telhas, bem como os gráficos de regressão linear do período de taxa constante de secagem.

3.6 Metodologia experimental

3.6.1 Produto utilizado

Os corpos de prova utilizados neste trabalho foram telhas comerciais do tipo canal, oriundas de uma olaria (Cerâmica Barros) da cidade de Picuí no Estado da Paraíba, Brasil.

3.6.2 Procedimento de fabricação de telha na Cerâmica Barros

O processo de fabricação das telhas na cerâmica Barros é similar ao que acontece em outras olarias de pequeno porte. O início do processo consiste na retirada e transporte da argila de uma jazida próxima a olaria. Na Cerâmica Barros, a argila é estocada ao ar livre num galpão, antes de ser misturada com água para lhe dar trabalhabilidade.

A argila é tratada para que impurezas sejam separadas da matéria-prima, sem a necessidade de trituração. A argila é então misturada com água de modo que, numa proporção de mais ou menos 20 % de água, criando uma massa úmida. E esta massa úmida permanece em torno de doze (12) horas em repouso, antes de ser levada a um misturador que deixa a massa mais uniforme.

Após esta última mistura, a massa é transportada numa esteira até a extrusora, onde a argila úmida é conformada na forma de telhas cerâmicas. As telhas saem da extrusora e precisam ser cortadas em tamanhos padronizados. A Figura 3.8 mostra as telhas sendo cortadas após saírem da extrusora.

Figura 3.8: Telhas sendo cortadas após saírem da extrusora.



Fonte: Autoria própria

Após serem conformadas e cortadas, as telhas são levadas para secarem ao ar livre, onde permanecem por um período de aproximadamente seis (6) horas, como mostra a Figura 3.9:

Figura 3.9: Telhas expostas ao ar livre durante a secagem.



Fonte: Autoria própria

Após a secagem, as telhas são levadas para o forno para serem submetidas ao processo de queima. Antes da queima, as telhas são submetidas a um processo de sinterização, onde a temperatura do forno chega a 110 °C. A duração da etapa de sinterização é de aproximadamente dez (10) horas. Em seguida, a temperatura do forno é aumentada gradativamente até 800 °C, iniciando-se o período da queima das telhas que ficam submetidas a essa temperatura por um período de 48 horas. A temperatura do forno é medida por meio de um termopar digital de fio.

Após a queima, as telhas permanecem no forno (desligado), para serem resfriadas. Terminando o resfriamento, as telhas estão prontas para serem utilizadas na indústria de construção civil.

3.6.3 Procedimento dos experimentos em laboratório

Na Cerâmica Barros, as telhas úmidas (sem a retirada da água) foram escolhidas aleatoriamente, sendo acondicionadas em sacos plásticos e depois lacrados para evitar a perda de umidade e transportadas para o Laboratório de Bromatologia da Universidade Federal da Campina Grande, campus Cuité-PB, onde foram realizados os experimentos de secagem.

3.6.4 Análise Granulométrica

A análise granulométrica e química foi realizada no Laboratório de Tecnologia dos Materiais da Unidade Acadêmica de Materiais da Universidade Federal de Campina Grande. A massa cerâmica submetida a esta análise foi proveniente de uma das telhas recolhidas na olaria, que foi seca ao ar livre por um período de cinco (5) dias.

A técnica para a análise e caracterização da argila foi a de difração a Laser. O equipamento utilizado foi o Mastersizer 2000 da Malvern Instruments. Este aparelho permite medir o tamanho das partículas, ou mais especificamente, a distribuição dos diferentes tamanhos de partículas em uma amostra através da difração de raio laser.

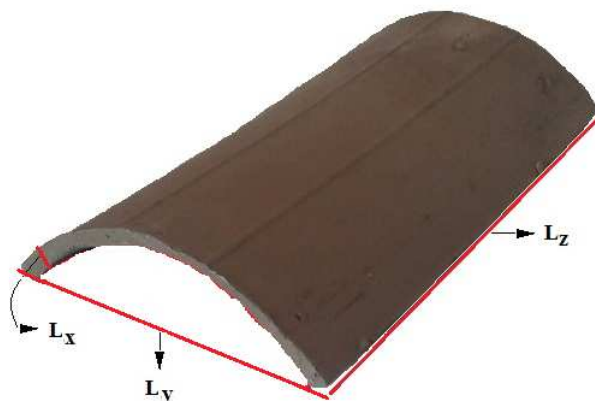
Uma análise química da amostra também foi realizada com a finalidade de que fossem identificados os constituintes mineralógicos da argila utilizada para fabricação das telhas. A análise foi feita por meio de um estudo qualitativo utilizando a técnica de DRX. As análises das amostras, na forma seca e tratadas com etileno glicol, foram realizadas em difratômetro de raios X da Shimadzu, XRD-6000, operando com radiação $K\alpha$ de cobre, com voltagem de 40 kV e 30 mA de corrente.

3.6.5 Procedimentos experimentais de secagem

As secagens das telhas foram realizadas no Laboratório de Bromatologia da Universidade Federal da Campina Grande, campus Cuité-PB.

No laboratório, os corpos de prova utilizados em cada secagem tiveram suas massas (m), comprimento (L_z), largura (L_y) e espessura (L_x) medidos. As dimensões de uma das telhas utilizadas neste trabalho estão destacadas na Figura 3.10, onde é possível perceber que sua largura e seu comprimento são muito maiores que sua espessura, respaldando a escolha de se fazer uma análise do processo de transferência de massa apenas nesta direção. Após isto, a temperatura da estufa foi verificada para cada secagem e, se a temperatura apresentasse as condições de secagem, o processo era iniciado.

Figura 3.10: Indicação das dimensões de uma das telhas utilizadas neste trabalho.



Fonte: Autoria própria

As telhas apresentam um comprimento considerável em relação a sua largura e espessura. Desta forma, secá-las inteiras poderia danificá-las, uma vez que as telhas úmidas são frágeis e, para obtenção da cinética de secagem é preciso retirar as telhas da estufa para medir sua massa durante o processo. Assim, as telhas foram cortadas, sendo utilizadas apenas uma parte (aproximadamente dois terços) das telhas no processo, como pode ser visto na Figura 3.10.

O dispositivo utilizado para realizar a secagem das telhas foi uma estufa com ventilação de ar da marca AMERICAN LAB modelo AL 102/480. As espessuras e larguras das telhas foram medidas com um paquímetro digital da marca *Stainless Hardened*, modelo Digital galiper, com resolução de 0,01 mm e fundo de escala de 150 mm.

As massas das telhas foram medidas por uma balança da marca BIOPRECISA modelo JH2102 com medição de valor máximo de massa igual a 2100,00 gramas.

Realizadas estas medidas e verificações das condições de secagem, o processo foi iniciado, onde as telhas foram colocadas para secar na estufa. Três condições experimentais foram utilizadas para as temperaturas do ar de secagem: 50, 60 e 80 °C.

Após o corpo de prova ser colocado na estufa, a evolução temporal da espessura (devido ao tratamento unidimensional) e da massa das telhas foram acompanhados durante o processo em instantes determinados. A cada período de tempo a telha era retirada da estufa e a sua espessura e massa eram medidas e anotadas em uma tabela. Em seguida, a

amostra era recolocada na estufa. O período de tempo de retirada da telha para aferição de suas medidas variou: a cada cinco minutos no início, chegando a duas horas no final do processo de secagem. Os intervalos de tempo variaram para cada temperatura, este procedimento aconteceu até que a massa atingisse seu valor de equilíbrio.

Após a secagem, a estufa foi ajustada a uma temperatura de 105 °C e a telha foi recolocada por um período de vinte e quatro (24) horas para que toda a sua umidade fosse retirada e a massa seca do produto fosse determinada. Este procedimento está de acordo com o método oficial da *Association of Official Analytical Chemists* (AOAC, 2005).

Capítulo 4

Resultados e Discussões

4.1 Considerações iniciais

Este capítulo é reservado para mostrar os resultados obtidos neste trabalho. Os modelos matemáticos descritos no capítulo anterior serviram de base para o estudo da transferência de massa durante a secagem de telhas cerâmicas, cuja geometria foi aproximada para uma parede infinita. Os resultados são referentes as soluções analíticas e numérica da equação da difusão unidimensional.

4.2 Análises experimentais

Após a secagem das telhas foi realizada a caracterização da matéria prima utilizada para fabricação das telhas. Foram realizadas análises da composição química e da granulometria da argila utilizada.

4.2.1 Análise química

A Tabela 4.1 mostra a composição química da argila e o respectivo percentual presente na amostra

Tabela 4.1: Composição química da argila.

Componentes	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	MgO	K ₂ O	CaO	TiO ₂	Outros
Composição química (%)	55,202	22,487	11,212	3,533	3,415	1,91	1,132	1,11

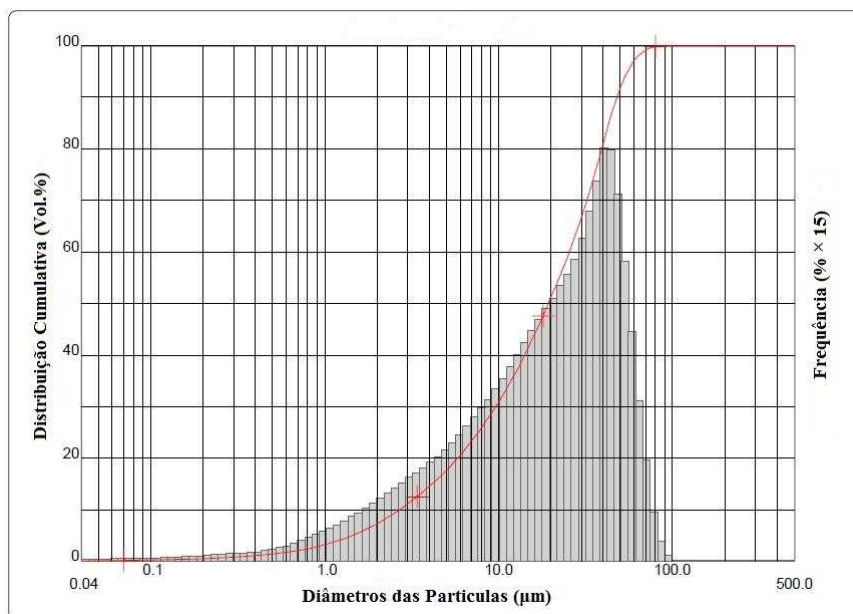
Fonte: Autoria própria

A Tabela 4.1 mostra que a argila apresenta uma constituição principalmente de sílica (SiO_2), alumínio (Al_2O_3) e ferro (Fe_2O_3), possuindo outros componentes em menor percentual, como o potássio (K_2O).

4.2.2 Análise granulométrica

Ainda foi realizada uma caracterização granulométrica da argila, onde foram medidos os tamanhos das partículas que a argila é composta. A Figura 4.1 mostra o gráfico da distribuição granulométrica da argila, mostrando que as partículas tem tamanhos variando de 1 (μm) a 100 (cem) micrometros (μm) com D(10%) de 2,70 μm , D(50%) de 19,36 μm , D(90%) de 48,01 μm e um diâmetro médio de 22,92 μm .

Figura 4.1: Distribuição granulométrica da argila e curva cumulativa.



Fonte: Autoria própria

4.3 Dados experimentais da secagem

Os procedimentos experimentais realizados foram descritos no capítulo anterior (Capítulo 3). Foram realizados três procedimentos experimentais, designados por E1, E2 e E3, onde as temperaturas de secagem foram 50, 60 e 80 $^{\circ}\text{C}$, respectivamente, como pode ser visto resumidamente na Tabela 4.2. Os dados obtidos nos experimentos realizados estão mostrados em tabelas no Apêndice A.

Tabela 4.2: Experimentos realizados.

Experimento	Temperatura de secagem (°C)
E1	50
E2	60
E3	80

Fonte: Autoria própria

4.3.1 Análise dos dados experimentais

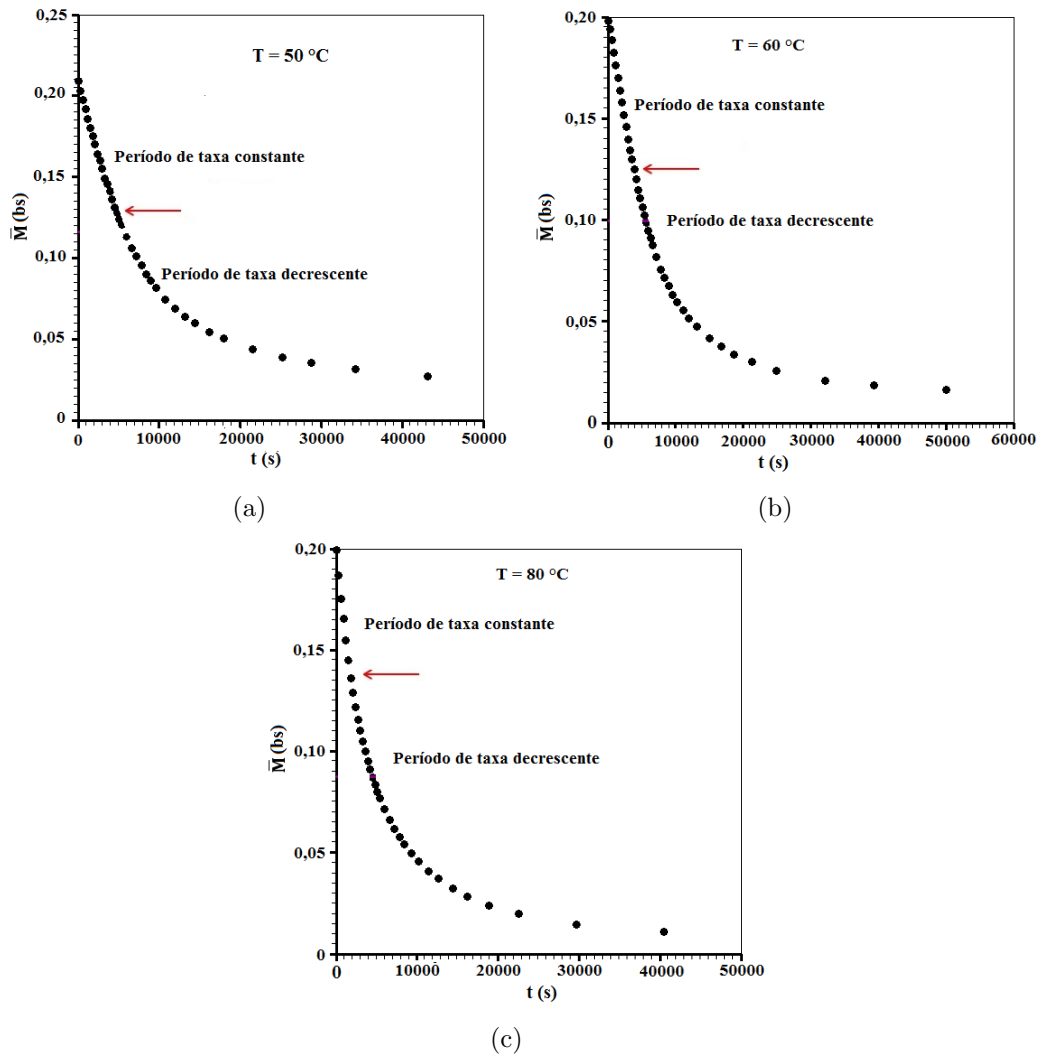
Com os valores dos teores de umidade determinados para os dados obtidos na atividade experimental, foi possível plotar o gráfico da cinética de secagem para os três experimentos realizados, como pode ser visto na Figura 4.2.

Foi verificado que a secagem ocorreu em dois períodos de secagem. Inicialmente com taxa de secagem constante até 4500 segundos (75 minutos) para o experimento E1; 3900 segundos (65 minutos) para o experimento E2; 1800 segundos (30 minutos) para o experimento E3. Posteriormente um período de secagem com taxa decrescente foi observado.

Nos gráficos da Figura 4.2 está indicado por uma seta o local de transição entre o período de taxa constante e o período de taxa decrescente em que ocorreram as secagens. Como é possível observar nos gráficos, o instante de secagem em que ocorre a mudança entre os períodos varia com a temperatura de secagem, mas para os três casos o período de taxa decrescente inicia-se quando o teor de umidade é de aproximadamente 0,12.

A Tabela A.1 mostra os dados obtidos nas secagens realizadas para os dois períodos de secagem. Como já foi dito, neste trabalho considera-se a telha como uma parede infinita, portanto foi considerada apenas a variação na espessura (L_x) das telhas, de modo que as variações no comprimento (L_z) e na largura (L_y) foram desconsiderados.

Figura 4.2: Gráficos com os pontos experimentais da secagem, sendo indicado os períodos de taxa de secagem constante e decrescente no experimentos: (a) E1; (b) E2; (c) E3.



Fonte: Autoria própria

Tabela 4.3: Medidas dos teores de umidade e das dimensões das telhas para cada secagem

Taxa constante					
Experimento	Mi (b.s.)	Meq (b.s.)	Lx (mm)	Ly (mm)	Lz (mm)
E1	0,2090	-	8,73	142,36	280,0
E2	0,1978	-	8,32	141,60	295,5
E3	0,1992	-	8,70	145,71	280,0
Taxa decrescente					
Experimento	Mi (b.s.)	Meq (b.s.)	Lx (mm)	Ly (mm)	Lz (mm)
E1	0,1279	0,0199	8,63	-	-
E2	0,1200	0,0139	8,20	-	-
E3	0,1289	0,0081	8,58	-	-

Fonte: Autoria própria

Analisando os dados mostrados na Tabela A.1, pode-se concluir que, a largura e o comprimento das telhas são muito maiores do que suas espessuras (a largura é da ordem de 15 vezes maior e o comprimento 30 vezes). Este fato é o que justifica a utilização da geometria parede infinita para análise da cinética de secagem das telhas, onde na literatura é possível encontrar trabalhos cujos resultados mostraram que a análise da cinética da secagem das telhas utilizando geometrias uni, bi e tridimensional apresentam resultados praticamente idênticos (FARIAS et al., 2010a, 2010b).

Vários estudos mostraram que o modelo difusivo não descreve bem o período de secagem de taxa constante (SILVA, 2007; FARIAS, 2011; SILVA et al., 2012; FARIAS et al., 2018), logo o modelo só será aplicado ao período de taxa decrescente. Como o próprio nome diz, o período de taxa constante recebe este nome devido ao comportamento linear que os pontos experimentais apresentam quando são plotados num gráfico do teor de umidade versus o tempo.

4.3.2 Período de taxa constante da secagem

Os pontos experimentais deste período foram plotados num gráfico e uma regressão linear nos pontos experimentais foi feita. Assim, verificou-se que o teor de umidade neste período pode ser representado por uma função linear, como mostra a Equação 4.1:

$$M(t) = at + b \quad (4.1)$$

A Tabela 4.4 apresenta os parâmetros de ajuste para o período de taxa constante dos três procedimentos experimentais realizados.

Tabela 4.4: Parâmetros do ajuste linear dos dados do período de taxa constante.

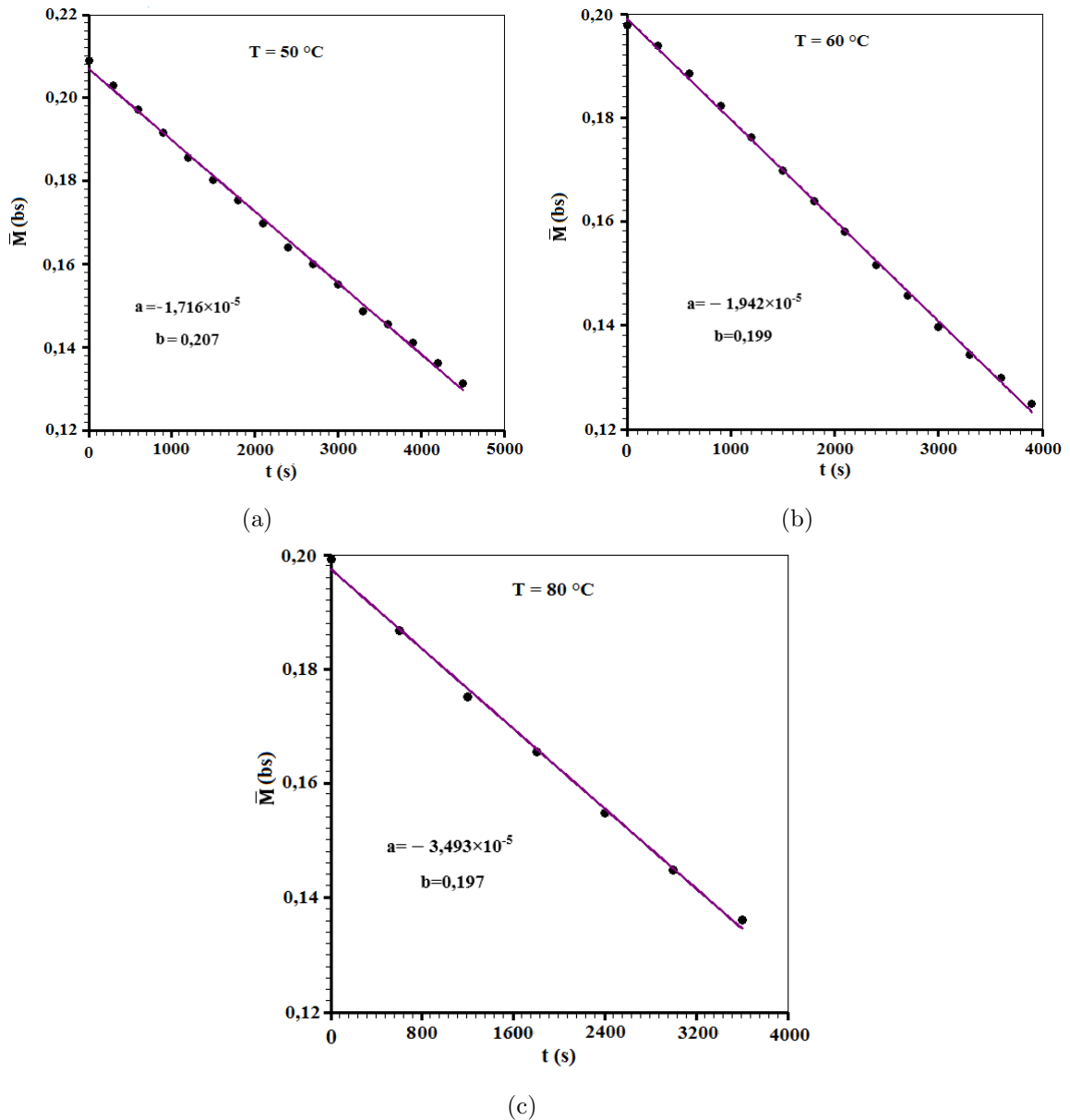
Experimento	a	b	χ^2	R^2
E1	$-1,72 \times 10^{-05}$	0,206958	$2,07 \times 10^{-05}$	0,997709
E2	$-1,94 \times 10^{-05}$	0,199055	$1,01 \times 10^{-05}$	0,998693
E3	$-3,49 \times 10^{-05}$	0,197489	$8,38 \times 10^{-06}$	0,997281

Fonte: Autoria própria

Uma análise dos dados estatísticos correspondentes ao ajuste linear do período de taxa constante mostra que há uma boa aproximação entre os dados experimentais

deste período e a regressão linear. A Figura 4.3 mostra os ajustes lineares dos pontos experimentais do período de taxa constante para as três secagens realizadas.

Figura 4.3: Gráficos do período da taxa de secagem constante para os experimentos: (a) E1 ; (b) E2; (c) E3;



Fonte: Autoria própria

Observando as regressões lineares para os pontos experimentais do período de taxa constante (Fig. 4.3), é possível observar um bom ajuste entre a reta de regressão e os pontos experimentais. Salve alguns pontos que não se ajustaram perfeitamente a regressão, mas ficaram muito próximos, há um ajuste consideravelmente regular, de modo que o modelo linear é adequado para descrição deste período (ARAÚJO, 2018; AZEVEDO

et al., 2018).

Desta forma, o fim do período de secagem a taxa constante significa que o processo inicia o período de secagem a taxa decrescente. Este período é bem descrito pelo modelo difusivo, como já foi dito, de modo que os modelos matemáticos descritos no Capítulo 3 serão aplicados na sua descrição.

4.4 Aplicação de soluções analíticas na descrição da cinética de secagem das telhas

Neste trabalho, foram utilizadas duas soluções analíticas para equação de difusão unidimensional em coordenadas cartesianas: com condição de contorno prescrita e condição de contorno convectiva.

Com a finalidade de analisar qual condição de contorno apresenta uma solução mais adequada para descrição da cinética de secagem foram utilizados otimizadores acoplados a estas soluções analíticas. Os *softwares* são o *Prescribed* (SILVA; SILVA, 2009b), que é otimizador acoplado a solução de condição prescrita e, o *Convective* (SILVA; SILVA, 2009a), que é outro otimizador, mas este é acoplado a solução com condição de convectiva. A descrição do funcionamento destes programas foi feita no Capítulo 3.

4.4.1 Resultados com o otimizador *Prescribed*

Desta forma, os resultados obtidos com as otimizações com o *Prescribed* estão mostradas na Tabela 4.5, onde são mostrados os valores ótimos da difusividade (D), bem como os indicadores estatísticos χ^2 e R^2 .

Tabela 4.5: Resultados com as otimizações realizadas no *Prescribed*.

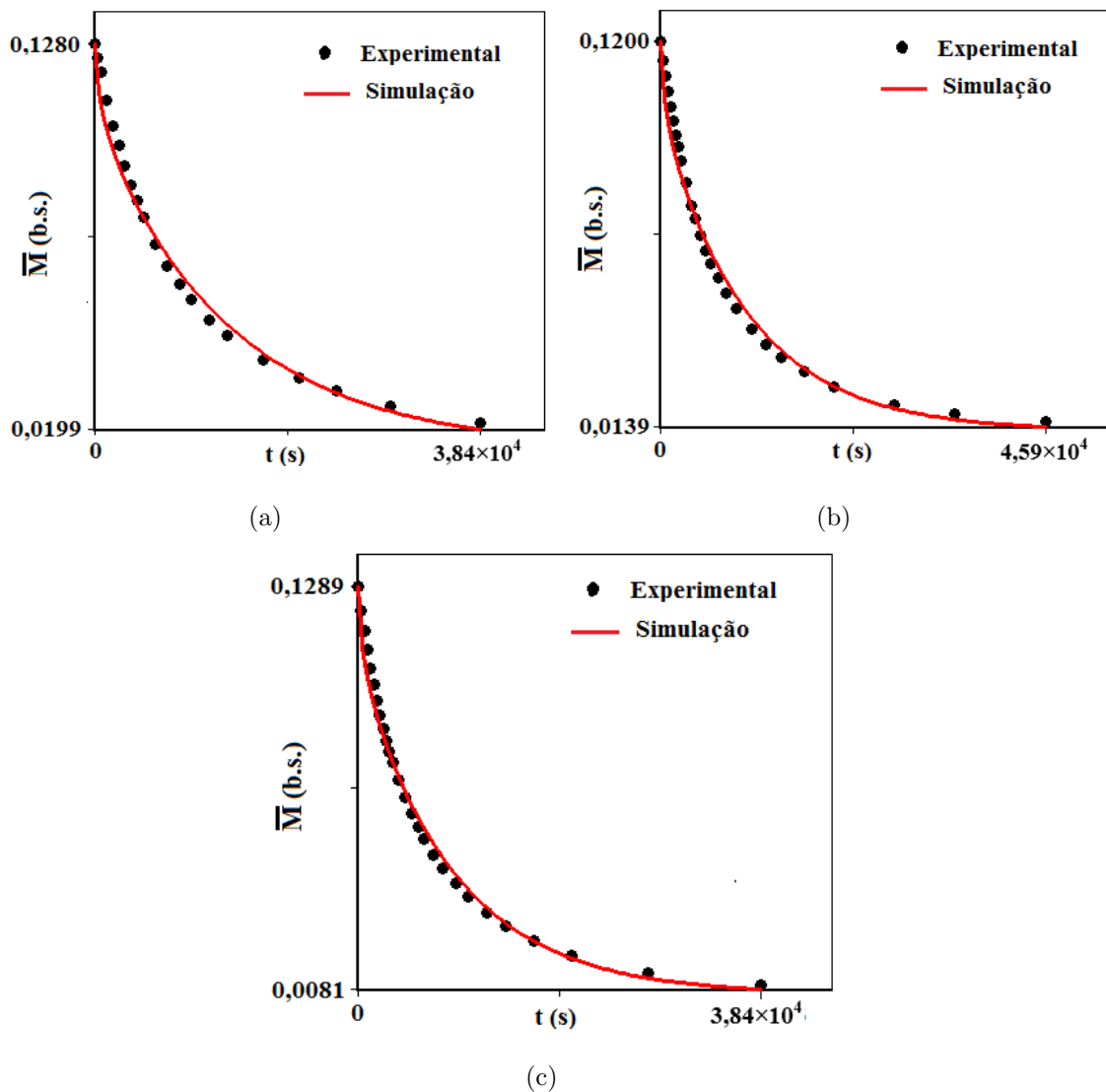
Experimento	D (m^2s^{-1})	χ^2	R^2
E1	$5,566 \times 10^{-10}$	$3,567 \times 10^{-04}$	0,98965
E2	$6,466 \times 10^{-10}$	$4,819 \times 10^{-04}$	0,98936
E3	$8,184 \times 10^{-10}$	$4,229 \times 10^{-04}$	0,99174

Fonte: Autoria própria

Observando os resultados obtidos para a difusividade e o qui-quadrado, é possível afirmar que os resultados da simulação da cinética de secagem realizada pelo programa são coerentes com outros trabalho presentes na literatura (FARIAS et al., 2010a; AZEVEDO et al., 2018).

Uma vez determinados os parâmetros do processo através da simulação realizada pelo *Prescribed*, foi possível plotar os gráficos em que os pontos experimentais e a curva de secagem (gerada pela simulação que o programa realiza, mediante o carregamento dos dados reais da secagem) são sobrepostos. Estes gráficos são gerados pelo programa e, podem ser vistos na Figura 4.4.

Figura 4.4: Gráficos das cinéticas de secagem para os períodos de taxa decrescente gerados pelo *software Prescribed* para: (a) E1; (b) E2;(c) E3.



Fonte: Autoria própria

Observando os gráficos da sobreposição das curvas geradas pela simulação da cinética de secagem e os pontos experimentais, é possível perceber que, não há uma compatibilidade considerável entre as curvas simuladas e os pontos experimentais em nenhum dos três experimentos. No gráfico mostrado na Figura 4.4(a) fica claro que do início até o final do processo a curva da simulação praticamente não sobrepõe os pontos experimentais.

4.4.2 Resultados com o otimizador *Convective*

Os resultados das simulações da cinética de secagem das telhas realizadas no *Convective* são mostradas na Tabela 4.6. Devido a condição de contorno convectiva considerar os fluxos difusivo e convectivo na superfície do sólido, nesta otimização outros parâmetros, além dos que o *Prescribed* disponibiliza, são determinados. Estes parâmetros são o coeficiente convectivo h e o número de Biot (Bi).

Tabela 4.6: Resultados com as otimizações realizadas no *Convective*.

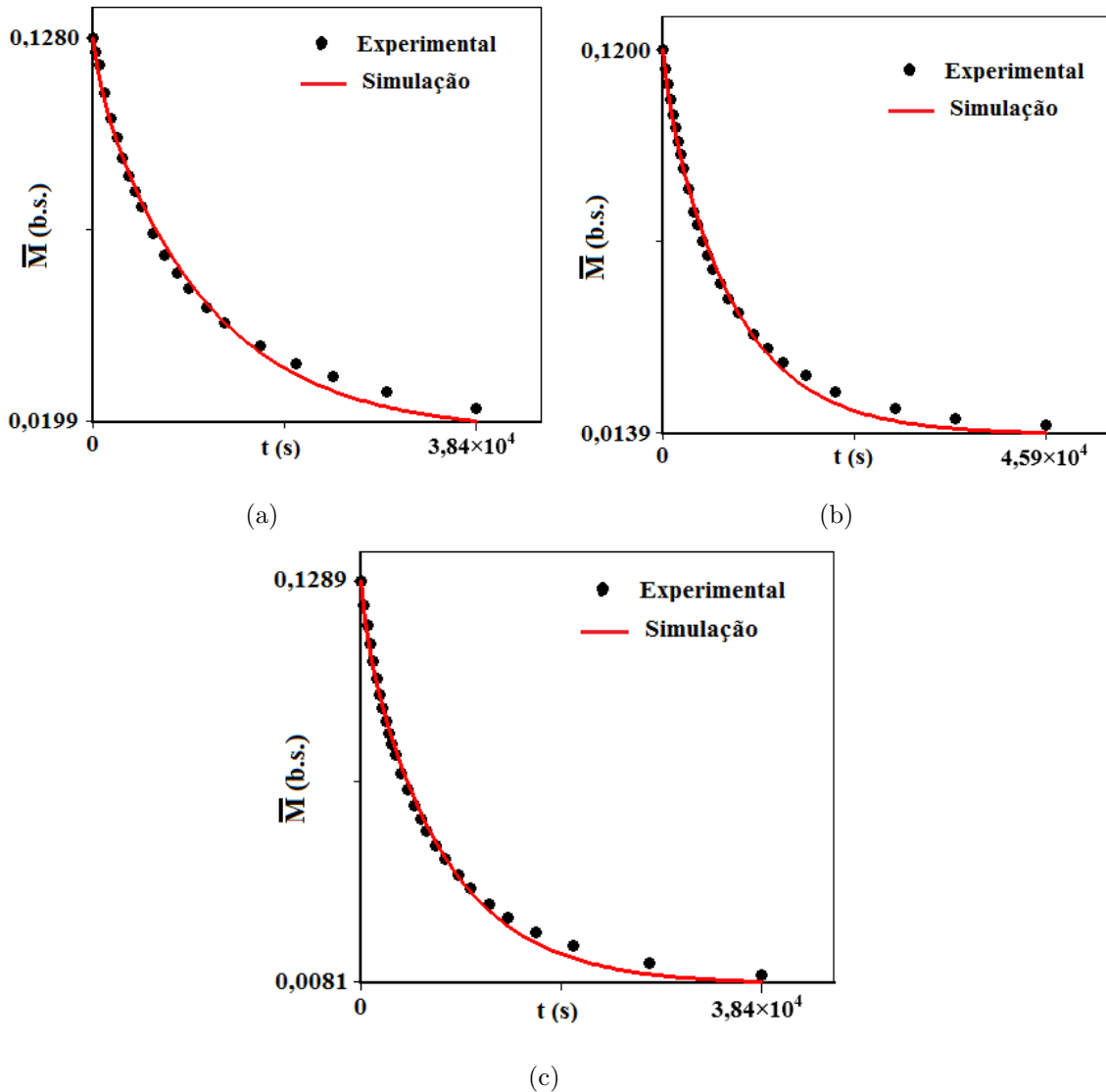
Experimento	D (m^2s^{-1})	h(ms^{-1})	Biot	χ^2	R^2
E1	$0,895 \times 10^{-09}$	$1,296 \times 10^{-06}$	6,250	$1,0983 \times 10^{-04}$	0,995219
E2	$1,178 \times 10^{-09}$	$1,328 \times 10^{-06}$	0,462	$1,0214 \times 10^{-04}$	0,996688
E3	$1,254 \times 10^{-09}$	$2,078 \times 10^{-06}$	7,125	$1,0988 \times 10^{-04}$	0,996859

Fonte: Autoria própria

Os resultados obtidos são, novamente, concordantes com outros trabalhos da literatura que utilizam esta condição de contorno na análise da secagem de materiais cerâmicos (SILVA et al., 2012; FARIAS et al., 2012; AZEVEDO et al., 2018).

Assim como no *Prescribed*, o *Convective* gera gráficos da cinética de secagem, onde são sobrepostos os pontos experimentais e a curva simulada através dos parâmetros determinados. Os gráficos gerados pelo *software Convective* são mostrados na Figura 4.5.

Figura 4.5: Gráficos das cinéticas de secagem para os períodos de taxa decrescente gerados pelo *software Convective* para: (a) E1; (b) E2;(c) E3.



Fonte: Autoria própria

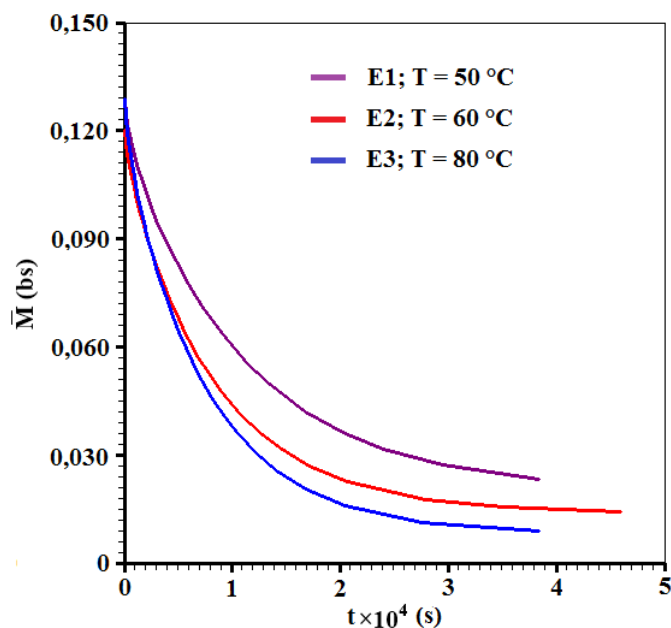
Inspecionando os gráficos da Figura 4.5, nota-se que as simulações realizadas pelo *Convective* geraram curvas que não se ajustaram completamente aos pontos experimentais, onde é possível observar nos três gráficos o mesmo padrão: do início do processo até um instante anterior ao intermediário, é possível perceber uma boa adequação da curva da simulação com os pontos experimentais, mas posteriormente é possível visualizar uma discrepância entre os dados experimentais e a curva de simulação, onde esta passa abaixo dos pontos. Isto deve estar relacionado a difusividade neste instante não assumir o valor constante determinado.

4.4.3 Análise dos resultados obtidos com os otimizadores acoplados as soluções analíticas

Comparando os resultados mostrados nas Tabelas 4.5 e 4.6, além dos gráficos mostrados nas Figuras 4.4 e 4.5, verifica-se que a condição de contorno convectiva descreve de forma mais apropriada o processo. Observando os indicadores estatísticos R^2 e χ^2 apresentados, é possível afirmar que os apresentados pelo *Convective* são melhores, pois os valores do qui-quadrado, para cada experimento, apresentados pela simulações realizadas neste programa são menores, portanto, melhores que os apresentados pelo *Prescribed*. Este resultado está de acordo com outros trabalhos presentes na literatura (SILVA et al., 2009; FARIAS, 2011; AZEVEDO et al., 2018). O fato da condição de contorno convectiva ser mais apropriada para a descrição do processo justifica seu emprego na solução numérica.

Uma análise dos resultados obtidos com as duas simulações para os valores de D e h, mostra que este valor é crescente com a temperatura (T) de secagem, ou seja, esses parâmetros aumentam, quanto maior for a temperatura de secagem. Por apresentar os melhores resultados, a superposição das cinéticas de secagem simuladas no *Convective* é mostrada na Figura 4.6, onde é possível visualizar que a secagem no experimento E3 ocorre mais rapidamente, além de atingir um teor de umidade de equilíbrio menor.

Figura 4.6: Cinética de secagem para os três experimentos realizados.



Fonte: Autoria própria

Analisando os resultados obtidos com as duas soluções analíticas é possível afirmar que os modelos utilizados descrevem razoavelmente bem a cinética de secagem de telhas cerâmicas, uma vez que a consideração de que os parâmetros de transporte (difusividade, principalmente) serem constantes durante todo o processo pode resultar em discrepâncias entre a simulação e o processo físico real, como foi verificado com os resultados obtidos.

4.5 Resultados utilizando a Solução numérica

Nesta seção são apresentados os resultados das otimizações realizadas com o otimizador acoplado a solução numérica da equação de difusão unidimensional (parede infinita) com condição de contorno convectiva. Foram testadas seis (6) funções do programa *Infinite Slab Numerical*, o qual foi descrito no Capítulo 3. Os resultados das otimizações estão mostrados na subseção seguinte, onde as funções estão colocadas em ordem crescente do valor do χ^2 obtido.

4.5.1 Resultados das otimizações com o *Infinite Slab Numerical*

O processo de otimização consistiu na utilização de algumas funções para a difusividade (D), considerada como sendo função dependente do teor de umidade. As funções utilizadas são mostradas na Tabela 4.7, onde a forma das funções e sua representação estão destacadas.

Tabela 4.7: Funções e sua representação

Função	Representação
$aM + b$	F_1
$aM^2 + b$	F_2
$bexp(aM)$	F_3
$bcosh(aM)$	F_4
$bcosh(aM^{1/2})$	F_5
b	F_6

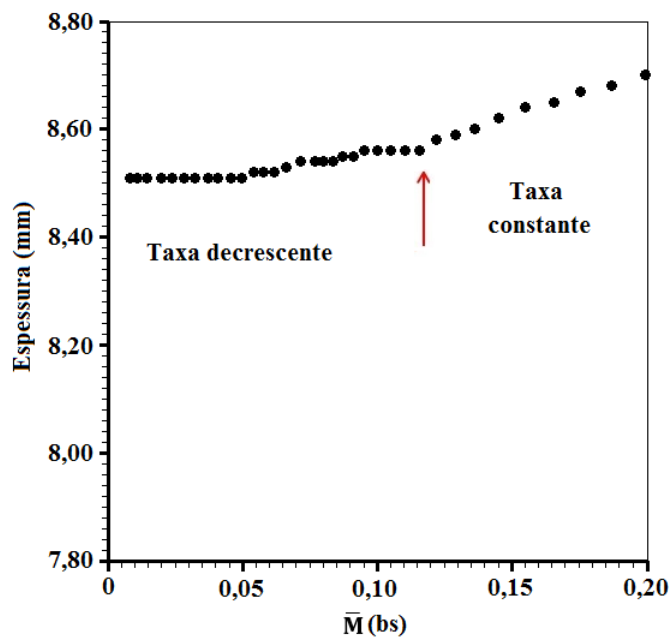
Fonte: Autoria própria

O tempo médio de duração das otimizações realizadas no programa *Infinite Slab Numerical* foi de duas (2) horas, uma vez que buscava-se supor valores iniciais para os parâmetros ('a', 'b' e 'h') na mesma ordem de grandeza dos obtidos com as soluções

analíticas. Os dados obtidos foram simulados com uma malha unidimensional de 500 volumes de controle (a espessura das telhas foi dividida em 500 volumes de controle iguais) e com 2000 passos no tempo (*steps* de tempo). Ao todo foram realizadas 18 simulações, uma para cada função testada em cada experimento.

Numa solução numérica, além da consideração dos parâmetros termofísicos variáveis, as dimensões do sólido também podem ser consideradas como uma função da grandeza de interesse (teor de umidade). Neste trabalho considera-se apenas o fluxo de água através da espessura da telha (parede infinita - unidimensional), de modo que a evolução da variação da espessura da telha foi acompanhada durante a secagem das telhas. O gráfico com os pontos experimentais da variação de espessura com o teor de umidade para o experimento E3 foi traçado, como pode ser visto na Figura 4.7.

Figura 4.7: Gráfico do experimento E3 com a espessura versus o teor de umidade



Fonte: Autoria própria

A Figura 4.7 mostra que a variação da espessura da telha se dá de forma mais acentuada no período de taxa constante, permanecendo praticamente inalterado durante o período de taxa decrescente, que é o período descrito neste trabalho pelo modelo difusivo. Desta forma, pode-se considerar que não há encolhimento apreciável no período de taxa decrescente, de modo que o valor pode ser tido como o mesmo do início deste período.

Os resultados das otimizações com os dados dos três experimentos estão destacados a seguir, onde são mostrados os valores de convergência dos parâmetros ‘a’ e ‘b’, que aparecem nas funções testadas no *Infinite Slab Numerical*, bem como os valores ótimos do coeficiente convectivo h , do qui-quadrado e do coeficiente de determinação (R^2), disponibilizados através da otimização com o referido programa. As funções estão organizadas em ordem crescente de χ^2 .

Resultados das otimizações para E1

As otimizações com os dados do experimento E1 no *Infinite Slab Numerical* disponibilizaram os resultados mostrados na Tabela A.1:

Tabela 4.8: Valores de a e b das funções da difusividade mássica para experiência E1, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.

Função	a	b	h (ms ⁻¹)	χ^2	R^2
F_4	32,528	$4,374 \times 10^{-10}$	$5,852 \times 10^{-07}$	$9,914 \times 10^{-07}$	0,999952
F_3	28,327	$2,772 \times 10^{-10}$	$6,036 \times 10^{-07}$	$1,472 \times 10^{-06}$	0,999929
F_2	$3,434 \times 10^{-07}$	$2,681 \times 10^{-10}$	$6,334 \times 10^{-07}$	$1,579 \times 10^{-06}$	0,999923
F_5	10,852	$1,877 \times 10^{-10}$	$6,816 \times 10^{-07}$	$4,104 \times 10^{-06}$	0,999801
F_1	$2,034 \times 10^{-08}$	$4,164 \times 10^{-12}$	$7,811 \times 10^{-07}$	$9,650 \times 10^{-06}$	0,999531
F_6	0	$8,950 \times 10^{-10}$	$1,297 \times 10^{-06}$	$1,095 \times 10^{-04}$	0,994862

Fonte: Autoria própria

Resultados das otimizações para E2

As funções foram novamente empregadas nas otimizações, porém agora para o experimento E2. Os resultados das otimizações estão mostrados na Tabela A.2.

Tabela 4.9: Valores de a e b das funções da difusividade mássica para experiência E2, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.

Função	a	b	h (ms ⁻¹)	χ^2	R^2
F_4	35,796	$6,360 \times 10^{-10}$	$6,760 \times 10^{-07}$	$2,08 \times 10^{-06}$	0,999921
F_3	30,578	$4,130 \times 10^{-10}$	$6,940 \times 10^{-07}$	$2,23 \times 10^{-06}$	0,999915
F_2	$5,750 \times 10^{-07}$	$4,580 \times 10^{-10}$	$7,190 \times 10^{-07}$	$2,42 \times 10^{-06}$	0,999908
F_5	10,740	$3,020 \times 10^{-10}$	$7,730 \times 10^{-07}$	$4,01 \times 10^{-06}$	0,999847
F_1	$3,130 \times 10^{-08}$	$2,910 \times 10^{-11}$	$8,440 \times 10^{-07}$	$6,30 \times 10^{-06}$	0,999760
F_6	0	$1,190 \times 10^{-09}$	$1,300 \times 10^{-06}$	$1,02 \times 10^{-04}$	0,996282

Fonte: Autoria própria

Resultados das otimizações para E3

Para a secagem do experimento E3, os resultados do processo de otimização no *Infinite Slab Numerical* estão mostrados na Tabela 4.10:

Tabela 4.10: Valores de a e b das funções da difusividade mássica para experiência E3, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.

Função	a	b	h (ms ⁻¹)	χ^2	R^2
F_2	$4,096 \times 10^{-07}$	$8,258 \times 10^{-10}$	$9,736 \times 10^{-07}$	$7,276 \times 10^{-07}$	0,999977
F_3	17,760	$7,181 \times 10^{-10}$	$1,027 \times 10^{-06}$	$1,228 \times 10^{-06}$	0,999961
F_4	24,100	$9,944 \times 10^{-10}$	$9,504 \times 10^{-07}$	$1,284 \times 10^{-06}$	0,999959
F_5	7,570	$5,975 \times 10^{-10}$	$1,124 \times 10^{-06}$	$2,786 \times 10^{-06}$	0,999911
F_1	$2,641 \times 10^{-08}$	$3,692 \times 10^{-10}$	$1,161 \times 10^{-06}$	$3,290 \times 10^{-06}$	0,999894
F_6	0	$1,256 \times 10^{-09}$	$2,074 \times 10^{-06}$	$1,090 \times 10^{-04}$	0,996599

Fonte: Autoria própria

Analisando os resultados obtidos com as simulações realizadas para o três experimentos, com as seis funções escolhidas (Tabelas A.1, A.2 e 4.10), é possível observar que os valores para o qui-quadrado são bem menores que os apresentados com a utilização da solução analítica, o que assegura que a solução numérica é bem mais precisa quanto a simulação da cinética de secagem, uma vez que quanto menor o χ^2 , mais próximo é a simulação do processo real.

Em relação as funções escolhidas, a melhor função para a difusividade deve ser a que apresenta o menor χ^2 , pelos motivos já expostos sobre o significado deste parâmetro. Desta forma, analisando os resultados obtidos para as funções de D testadas para os três experimentos, percebe-se que não houve uma unanimidade entre as funções com os melhores resultados para as simulações da cinética de secagem. As simulações de E1 e E2 apresentaram como melhor a função F_4 , mas o experimento E3 apresentou a função F_2 como mais apropriada para a difusividade.

Diante deste impasse, buscou-se na literatura trabalhos que realizaram estudos considerando a difusividade variável, bem como uma análise quanto a descrição física do processo através do cálculo do valor médio das funções de D. O valor médio da difusividade (\bar{D}), pode ser obtido através da expressão mostrada na Equação (4.2).

$$\bar{D} = \frac{1}{(M_i - M_{eq})} \int_{M_{eq}}^{M_i} D(M) dM \quad (4.2)$$

onde M_i e M_{eq} são os teores de umidade inicial e de equilíbrio do período de taxa decrescente e $D(M)$ representa as funções (F_1 à F_5) utilizadas na otimização computacional com o *software Infinite Slab Numerical*.

Os valores médios das expressões para as funções difusividade $D(M)$, obtidas pela simulação numérica, estão mostradas na Tabela 4.11.

Tabela 4.11: Valores médios de D para cada função testada

Função	\bar{D} (E1)	\bar{D} (E2)	\bar{D} (E3)
$aM^2 + b$	$2,4806 \times 10^{-09}$	$3,5799 \times 10^{-09}$	$3,2470 \times 10^{-09}$
$bexp(aM)$	$3,2406 \times 10^{-09}$	$4,7992 \times 10^{-09}$	$1,5865 \times 10^{-09}$
$bcosh(aM)$	$3,9116 \times 10^{-09}$	$6,0610 \times 10^{-09}$	$3,7424 \times 10^{-09}$
$bcosh(aM^{1/2})$	$4,0557 \times 10^{-09}$	$2,7656 \times 10^{-09}$	$2,3528 \times 10^{-09}$
$aM + b$	$1,5086 \times 10^{-09}$	$2,1256 \times 10^{-09}$	$2,1789 \times 10^{-09}$
D constante	$0,8950 \times 10^{-09}$	$1,2000 \times 10^{-09}$	$1,2560 \times 10^{-09}$

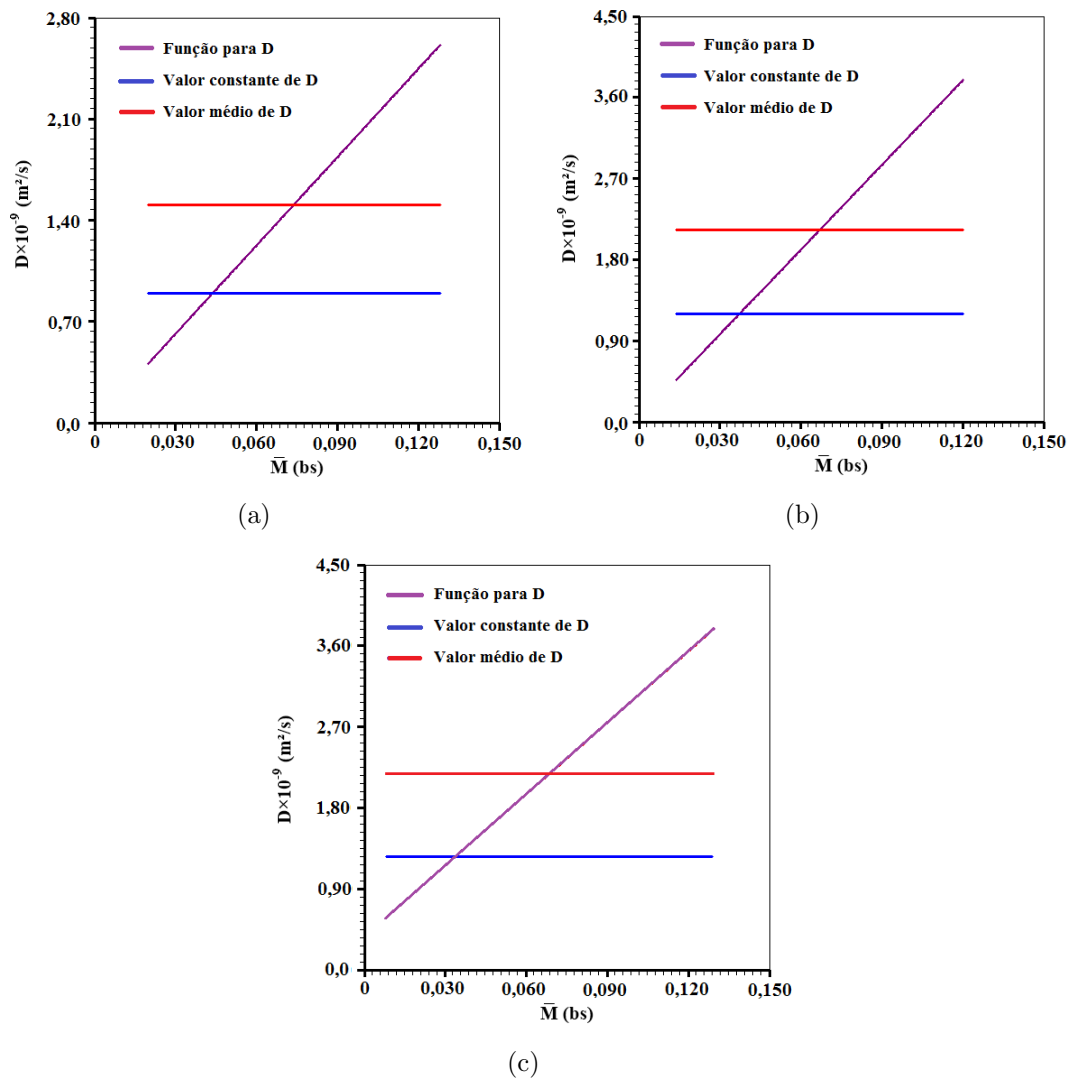
Fonte: Autoria própria

onde o valor de ‘D constante’ corresponde ao valor obtido na simulação para a difusividade ser constante.

Observando os valores médios obtidos na Tabela 4.11, é possível perceber que a função linear difusividade ($aM + b$) é a que apresenta valores médios para a difusividade (nos três experimentos) mais próximos do valor da difusividade constante, além disso esta função é a que apresenta valores para a difusividade com maior consistência do ponto de vista do fenômeno físico. Em adição, outros trabalhos sobre estudos numéricos da transferência de massa durante a secagem de materiais cerâmicos também utilizaram esta função para a difusividade mássica variável (SILVA et al., 2012; FARIAS et al., 2013, 2015, 2018; ARAÚJO, 2018).

Desta forma, a função linear da difusividade (F_1) foi a escolhida para a difusividade, uma vez que os citados trabalhos adotaram esta função e o valor médio de D calculado para esta função se mostrou o mais adequado, como pode ser visto nos gráficos da Figura 4.8.

Figura 4.8: Gráfico da função linear difusividade (F_1), seu valor médio e a função difusividade contante (F_6) para: (a) E1; (b) E2; (c) E3



Uma análise dos gráficos mostrados na Figura 4.8 mostra que o valor médio da difusividade (\bar{D}) é concordante com a função constante difusividade e a função linear difusividade. Os valores destes parâmetros estão destacados na Tabela 4.12.

Tabela 4.12: Valores médios de D (função linear difusividade) e da função constante difusividade (obtida pela simulação numérica).

experimento	\bar{D}	D (m ² s ⁻¹)
E1	$1,50861 \times 10^{-09}$	$0,895 \times 10^{-09}$
E2	$2,12557 \times 10^{-09}$	$1,199 \times 10^{-09}$
E3	$2,17889 \times 10^{-09}$	$1,256 \times 10^{-09}$

Fonte: Autoria própria

A Tabela 4.12 mostra que a difusividade aumenta se a temperatura do ar de secagem também aumentar, assim como foi constatado com os resultados obtidos com as simulações através das soluções analíticas.

4.5.2 Resultados das simulações numéricas da função linear para a difusividade

Desta forma, a função adotada para a difusividade (variável), pode ser escrita da seguinte forma:

$$D(M) = aM + b \quad (4.3)$$

onde M é o teor de umidade, que é a grandeza de interesse a ser estudada no processo de transferência de massa.

Desta forma, após a realização das simulações, os resultados obtidos para a difusividade escrita na forma da Equação (4.3) podem ser vistos na Tabela 4.13.

Tabela 4.13: Resultados para os parâmetros termofísicos do processo considerando a difusividade variável - função difusividade linear.

Experimento	D (m^2s^{-1})	h (ms^{-1})	χ^2	R^2
E1	$2,034 \times 10^{-08}M + 4,164 \times 10^{-12}$	$7,811 \times 10^{-07}$	$9,650 \times 10^{-06}$	0,999531
E2	$3,130 \times 10^{-08}M + 2,910 \times 10^{-11}$	$8,440 \times 10^{-07}$	$6,295 \times 10^{-06}$	0,999760
E3	$2,641 \times 10^{-08}M + 3,692 \times 10^{-10}$	$1,161 \times 10^{-06}$	$3,290 \times 10^{-06}$	0,999894

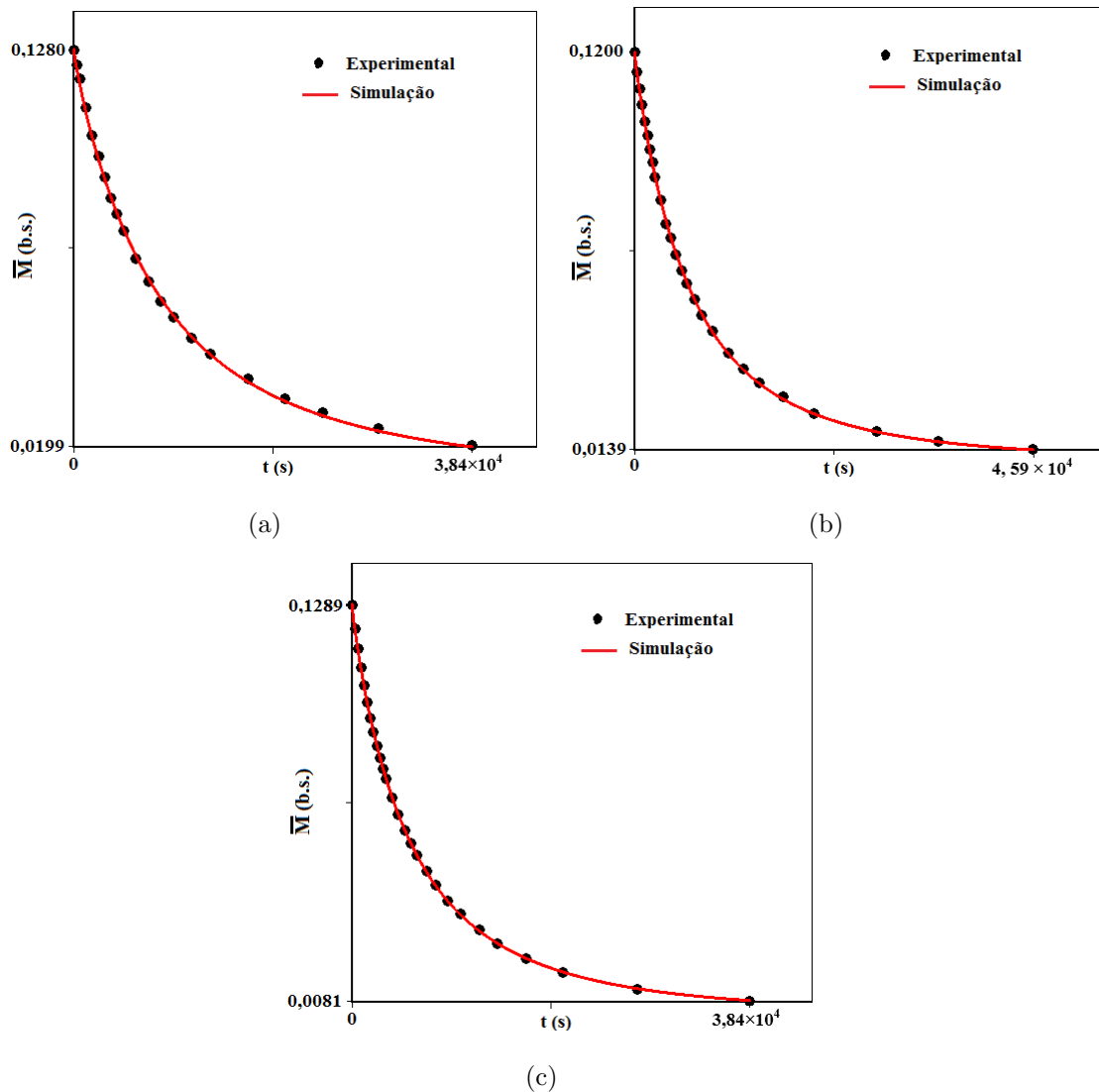
Fonte: Autoria própria

Os resultados mostrados na Tabela 4.13 apresentam um qui-quadrado bem menor que o mostrado na Tabela 4.6, onde a difusividade foi considerada constante durante todo o processo. Os indicadores estatísticos obtidos para simulação numérica, asseguram que a adoção da difusividade como uma grandeza variável durante o processo é mais apropriada com o fenômeno físico.

Com os processos de simulação concluídos, o programa *Infinite Slab Numerical* gera os gráficos das otimizações, onde a curva simulada no processo de otimização sobrepõe os pontos experimentais obtidos durante a secagem. Os gráficos gerados pelo programa para

os três experimentos estão mostrados na Figura 4.9, onde as curvas simuladas correspondem aos resultados mostrados na Tabela 4.13.

Figura 4.9: Simulação da cinética de secagem considerando a difusividade variável para os experimentos: (a) E1; (b) E2; (c) E3



Fonte: Autoria própria

Realizando uma comparação entre os gráficos mostrados na Figura 4.5, onde a difusividade foi considerada constante, com os gráficos mostrados na Figura 4.9, percebe-se que estes últimos apresentam um ajuste muito melhor da curva obtida pela simulação da cinética de secagem com os dados experimentais.

4.5.3 Discussões sobre os resultados da otimizações com a solução numérica

Observando os resultados mostrado na Tabela 4.13, onde são mostradas as melhores funções para a difusividade variável, pode-se concluir que estes resultados além de apresentarem indicadores estatísticos adequados, são coerentes com outros trabalhos da literatura, como em Silva et al. (2013b, 2013a), Farias et al. (2013, 2015), que encontraram valores para a difusividade mássica (D) variável, expressos pela função linear difusividade com resultados na mesma ordem de grandeza dos obtidos neste trabalho.

Em Farias et al. (2015), os autores determinaram a difusividade variável com o teor de umidade pela função linear difusividade como sendo de $2,13 \times 10^{-08}M + 1,50 \times 10^{-12}(m^2s^{-1})$ para a secagem de protótipos de telhas a temperatura de $55,6 \text{ }^\circ\text{C}$; $2,25 \times 10^{-08}M + 1,67 \times 10^{-12}(m^2s^{-1})$ para a secagem a temperatura de $69,7 \text{ }^\circ\text{C}$ e; $2,50 \times 10^{-08}M + 4,67 \times 10^{-12}(m^2s^{-1})$ para a secagem a temperatura de $82,7 \text{ }^\circ\text{C}$. Deve se destacar que nesse trabalho os autores consideraram uma geometria tridimensional do sólido, mesmo assim os resultados são muito próximos das análises feitas aqui, quando se considera a geometria unidimensional(parede infinita).

Além da difusividade, o coeficiente convectivo também foi considerado constante nos trabalhos de Silva et al. (2013b, 2013a), Farias et al. (2015), onde foram obtidos valores para h da ordem de $10^{-07}ms^{-1}$, que é a mesma ordem de grandeza obtida neste trabalho para este parâmetro.

Em relação a consideração da espessura constante no período de taxa decrescente, os trabalhos de Silva et al. (2013a), Farias et al. (2018) chegaram a este mesma consideração ao verificarem que as dimensões de sólidos cerâmicos não apresentam variações significativas no referido período de taxa de secagem.

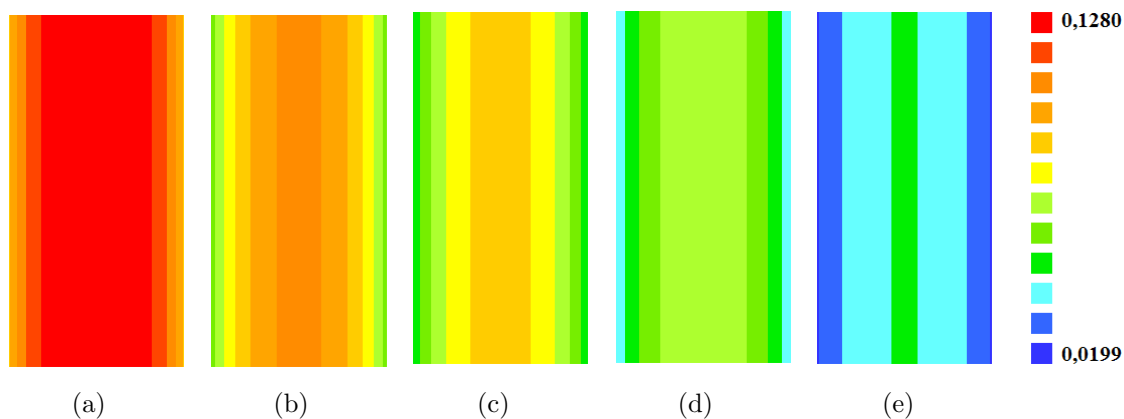
Portanto, os resultados para os parâmetros termofísicos, as considerações adotadas, bem como o modelo empregado apresentaram resultados consistentes com outros trabalhos da literatura. Os resultados mostram ainda que o modelo difusivo unidimensional descreve satisfatoriamente o processo de secagem de telhas cerâmicas.

4.6 Gráficos de Contorno

Para obtenção dos gráficos de contorno, é preciso realizar a simulação da cinética de secagem no *Infinite Slab Numerical*. Isto deve ser feito escolhendo no menu ‘simul’ os instantes para os quais o usuário deseja ver os gráficos de contorno. Neste trabalho os instantes escolhidos foram os seguintes: 600 segundos (10 min); 3600 segundos (60 min); 6000 segundos (100 min); 9000 segundos (150 min); 18000 segundos (300 min). Como os valores dos teores de umidade não foram normalizados neste trabalho, serão mostrado apenas os gráficos de contorno dos experimentos E1 e E2, que apresentam teores de umidade inicial e de equilíbrio próximos.

A Figura 4.10 mostra os gráficos de contorno do experimento E1 para os instantes escolhidos anteriormente, como pode ser visto a seguir.

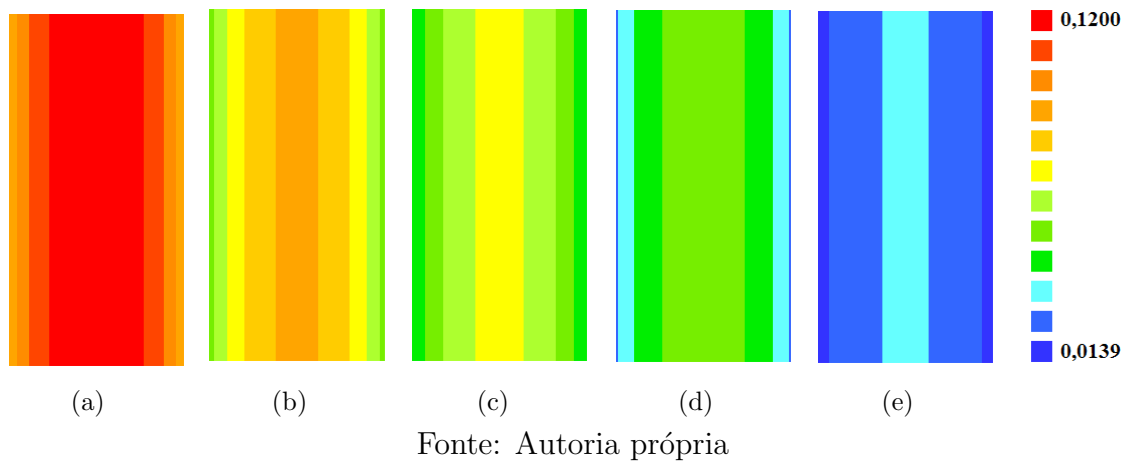
Figura 4.10: Gráficos de contorno do experimento E1 para: (a) 600s; (b) 3600s; (c) 6000s; (d) 9000s; (e) 18000s.



Fonte: Autoria própria

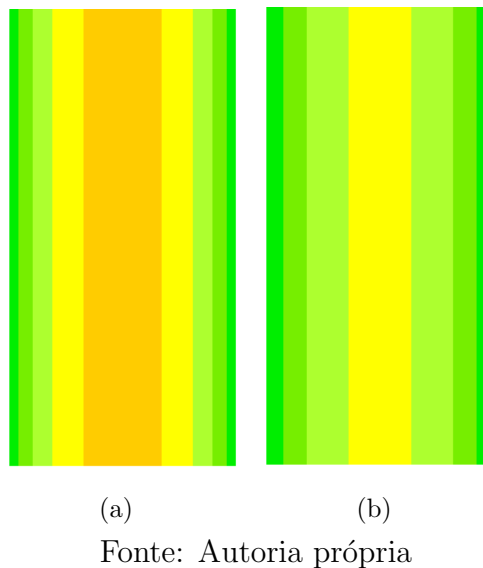
Realizando as simulações para a obtenção dos gráficos de contorno do experimento E2, foram obtidas as seguintes distribuições do teor de umidade para este experimento, como pode ser visto na Figura 4.11.

Figura 4.11: Gráficos de contorno do experimento E2 para: (a) 600s; (b) 3600s; (c) 6000s; (d) 9000s; (e) 18000s.



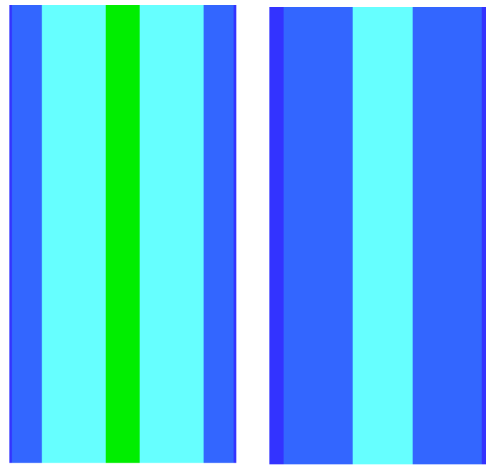
Uma comparação entre os gráficos de contorno para o tempo de 6000 segundos para os experimentos está mostrado na Figura 4.12, onde é possível visualizar a distribuição do teor de umidade na parede infinita.

Figura 4.12: Gráficos de contorno para o tempo de 6000 segundos: (a) E1; (b) E2.



Para o tempo de 18000 segundos os gráficos de contorno estão mostrados na Figura 4.13, onde é possível visualizar a distribuição do teor de umidade para os dois experimentos neste instante.

Figura 4.13: Gráficos de contorno para o tempo de 18000 segundos: (a) E1; (b) E2.



(a)

(b)

Fonte: Autoria própria

Uma análise destes gráficos de contorno permitem visualizar que para os mesmos instantes, quanto maior a temperatura de secagem, mais seco (teor de umidade distribuído em menor concentração) está o corpo de prova. Em outras palavras, quanto maior a temperatura, mais rápido é o processo de secagem.

4.6.1 Análise dos gráficos de contorno

Observando os gráficos de contorno nas Figuras 4.10 e 4.11, é possível observar que as escalas são ligeiramente próximas, de modo que é possível comparar a distribuição do teor de umidade durante as respectivas secagens. Assim, é possível perceber que a secagem do experimento E2 (60 °C) ocorre mais rapidamente que a do experimento E1 (50 °C), o que já foi constatado com as simulações da cinética de secagem. Desta forma, pode-se afirmar que a distribuição do teor de umidade apresenta coerência quanto ao fenômeno físico, onde a região interna da telha é o local que mais demora a secar.

Capítulo 5

Conclusão

Nesse capítulo são apresentadas as principais conclusões a respeito da pesquisa realizada neste trabalho. Também são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

5.1 Conclusões

5.1.1 Resultados experimentais

- A partir da análise dos dados experimentais, foi observado que a secagem das telhas cerâmicas ocorreu em dois períodos distintos: inicialmente em taxa de secagem constante e posteriormente em taxa de secagem decrescente. Por não descrever adequadamente o período de taxa constante, o modelo difusivo foi empregado considerando que o processo ocorreu durante o período de taxa de secagem decrescente;
- Foi observado que para maiores temperaturas de secagem, ocorreu uma diminuição no tempo de secagem, além de que os corpos de prova atingiam um teor de umidade de equilíbrio menor;
- Não foram detectados defeitos nas peças estudadas, causados pelo processo de secagem para as temperaturas descritas. Assim, a escolha das condições de secagem deve ser relacionada a outros requisitos do processo produtivo tais como custo e duração.

5.1.2 Resultados das soluções analíticas

- As ferramentas analíticas propostas foram utilizadas para descrever o processo de difusão com condições de contorno de primeiro e terceiro tipo. Os resultados das simulações com os otimizadores acoplados as soluções analíticas apresentaram parâmetros termofísicos coerentes com os dados experimentais;
- Da comparação das curvas simuladas pelos otimizadores (*Prescribed* e *Convective*), bem como os indicadores estatísticos obtidos nas otimizações foi possível concluir que a solução com condição de contorno de terceiro tipo (convectiva) descreve de forma mais realista o processo de secagem das telhas;
- Os valores dos parâmetros termofísicos obtidos com estas soluções são coerentes com outros trabalhos presentes na literatura.
- Os resultados permitem concluir que o modelo de difusão descreve de forma satisfatória a cinética de secagem de telhas de cerâmica, considerando a geometria de uma parede infinita.

5.1.3 Resultados da solução numérica

- As cinéticas de secagem obtidas com a solução numérica da equação de difusão para os três experimentos realizados, apresentam uma boa adequação aos pontos experimentais.
- A escolha da função linear difusividade se mostrou adequada, visto que os indicadores estatísticos apresentaram valores muito melhores que os apresentados pelas soluções analíticas e, os parâmetros do processo foram adequados e concordantes com outros trabalhos presentes na literatura pesquisada;
- O otimizador *Infinite Slab Numerical* apresentou resultados consistentes com os dados experimentais, bem como gerou gráficos de contorno condizentes com o processo físico analisado;
- O tratamento matemático utilizado para obtenção da solução numérica da equação de difusão unidimensional com condição de contorno de convectiva é adequado

para descrever processos difusivos em corpos com forma geométrica que possa ser aproximada para uma parede infinita.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

- Realizar um estudo numérico com a mesma metodologia empregada neste trabalho considerando geometrias bi e tridimensionais, a fim de comparar a influência da geometria na descrição do processo;
- Aplicar a metodologia proposta a outros produtos e processos que ocorram por difusão;
- Considerar uma solução numérica com condição de contorno de primeiro tipo, para compará-la com a solução com condição de contorno de terceiro tipo e, assim verificar qual a melhor condição para este tipo de solução, quando aplicada à problemas de difusão.

Referências Bibliográficas

AOAC. **Association of Official Analytical Chemists**. Washington DC, USA - United State Americam: 18th ed., 2005.

ARAÚJO, J. C. R. de. Graduação em licenciatura em física, **Transferência de calor durante o processamento térmico em polpa de fruta armazenada em recipientes de forma cilíndrica**. 2016.

ARAÚJO, L. F. de. **Solução numérica e implementação computacional da equação de difusão usando coordenadas generalizadas tridimensionais: aplicação na secagem de telhas ornamentais**. 260 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) — Universidade Federal de Campina Grande, 2018.

ATAÍDE, J. S. P. de. **Transferência de calor durante o processo de pasteurização de polpas de frutas armazenadas em recipientes obtidos por revolução de áreas planas**. 259 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) — Universidade Federal de Campina Grande, 2014.

AZEVEDO, H. B. de et al. Estudo analítico do processo de secagem de telhas cerâmicas usando modelos de difusão unidimensional. **Educação ciência e saúde**, v. 5, n. 2, p. 51–69, 2018.

BACCELLI JÚNIOR, G. **Avaliação do processo industrial da cerâmica vermelha na região do seridó - RN**. 200 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande Do Norte, 2009.

BARATI, A.; KOKABI, M.; FAMILI, M. H. N. Drying of gelcast ceramic parts via the liquid desiccant method. **Journal of the European Ceramic Society**, v. 23, n. 6, p. 2265–2272, 2003.

BARROS, J. V. **Produção e estudo da microestrutura e propriedade mecânica da cerâmica $\text{Ba}_2\text{HoZrO}_{5,5}$ a base de zircônia para fabricação de cadinhos de alta temperatura**. 71 p. Dissertação (Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Pernambuco, 2003.

BASTOS, F. A. **Avaliação do processo de fabricação de telhas e blocos cerâmicos visando a certificação do produto**. 164 p. Tese (Programa de pós-graduação em engenharia civil) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2003.

BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. **Transport phenomena**. 2nd. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001. 912 p.

CARMO, J. E. F. do. **Fenômenos de difusão transiente em sólidos esferoidais oblatos . Estudo de caso : Secagem de lentilhas .** 139 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) — Universidade Federal de Campina Grande, 2004.

CHEMKHI, S.; ZAGROUBA, F. Water diffusion coefficient in clay material from drying data. **Desalination**, v. 185, n. 1-3, p. 491–498, 2005.

CRANK, J. **THE MATHEMATICS OF DIFFUSION**. 2nd. ed. Oxford, UK: Clarendon Press, 1992. 414 p. ISSN 03064549. ISBN 0198534116.

DINCER, I.; DOST, S. Drying Technology : An International Journal An Analytical Model for Moisture Diffusion in Solid Objects During Drying. v. 13, n. 1-2, p. 425 – 435, 1995. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/07373939508916962>>.

DUARTE, L. et al. Ferramentas numéricas para descrever o transporte difusivo em placas cerâmicas : otimização e simulação. In: **vii Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2012**. São Luís - MA: [s.n.], 2012. Disponível em: <www.abcm.org.br/conem2012>.

FARIAS, F. P. M. **Estudo teórico da termofluidodinâmica em secadores ciclônicos**. 150 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processo) — Universidade Federal de Campina Grande, 2006.

FARIAS, V. S. O. **Difusão 3d em sólidos com forma arbitrária usando coordenadas generalizadas**. 265 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) — Universidade Federal de Campina Grande, 2011.

FARIAS, V. S. O. et al. Three-dimensional analytical solution of the diffusion equation. **JP Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 15, n. 2, p. 409–432, 2018.

_____. Simulação do processo de secagem de telhas cerâmicas através do modelo de difusão usando soluções analíticas para diferentes geometrias. In: **XVIII Congresso brasileiro de Engenharia Química**. Foz do Iguaçu: [s.n.], 2010. p. 11.

_____. Influência da geometria na simulação do processo de secagem de telhas cerâmicas através do modelo de difusão usando soluções analíticas e método inverso. In: **VI Congresso Nacional De Engenharia Mecânica**. Campina Grande à Paraíba - Brasil: [s.n.], 2010. Disponível em: <www.abcm.org.br/anais/conem/2010/tema20.htm>ISSN: 2178-180X>.

_____. Three-Dimensional Diffusion in Arbitrary Domain Using Generalized Coordinates for the Boundary Condition of the First Kind : Application in Drying. v. 328, p. 120–125, 2012.

_____. Drying of solids with irregular geometry : numerical study and application using a three-dimensional model. **Heat Mass Transfer**, v. 49, n. 5, p. 695–709, 2013.

_____. Assessment of diffusion models to describe drying of roof tiles using generalized coordinates. **Heat Mass Transfer**, v. 52, n. 7, p. 1403–1416, 2015.

FIOREZE, R. **Princípios de secagem de produtos biológicos**. 1st. ed. João Pessoa: Editora Universitária/UFPB, 2004. 229 p. ISBN 85-237-0459-0.

- FRANCO, C. M. R. **Modelagem, simulação e experimentação da secagem contínua e intermitente de sólidos elipsoidais. Estudo de caso: secagem de grãos de arroz em casca.** 261 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) — Universidade Federal de Campina Grande, 2016.
- INCROPERA. **Frank Incropera e David DeWitt - Fundamentos de Transferência de Calor e Massa et.al.** 6th. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2008. 586 p. ISBN 978-85-216-1584-2.
- JARQUE, J. C. et al. Non-isothermal modeling of drying kinetics of ceramic tiles. **Drying Technology**, v. 34, p. 761 – 772, 2016.
- LUIKOV, A. **Analytical heat diffusion theory.** 2nd. ed. London: Academic Press, Inc. Ltd., 1968. 684 p.
- MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional.** 2nd. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2012. 453 p.
- MUSIELAK, G.; MIERZWA, D. Permanent strains in clay-like material during drying. **Drying Technology**, Taylor Francis, v. 27, n. 7-8, p. 894–902, 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/07373930903041616>>.
- PARK, K. J. et al. **Conceitos de processo e equipamentos de secagem.** Campinas - SP: [s.n.], 2007. 121 p. Disponível em: <<http://www.feagri.unicamp.br/ctea/projpesq.html>>.
- SANDER, A.; SKANSI, D.; BOLF, N. Heat and mass transfer models in convection drying of clay slabs. **Ceramics International**, v. 29, n. 6, p. 641–653, 2003.
- SILVA, A. A.; NASCIMENTO, J. J. S.; LIMA, A. G. B. Estudo analítico de secagem de placas cerâmicas usando o método integral baseado em Galerkin e condição de contorno de Dirichlet. **Revista Eletrônica de Materiais e Processos**, v. 4, n. 2, p. 48–55, 2009.
- SILVA, C. M. D. P. S. **Centro De Ciências E Tecnologia Ferramentas Analíticas E Numéricas Para a.** 254 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) — Universidade Federal de Campina Grande, 2012.
- SILVA, I. A. da; Silva Júnior, A. F. da. Uma abordagem numérica para a descrição da secagem convectiva de gengibre. In: **XV Congresso de Iniciação Científica da Universidade Federal de Campina Grande.** Campina Grande - PB: [s.n.], 2018. Disponível em: <<http://pesquisa.ufcg.edu.br/anais/2018/resumos/xv-cicufcg-5364.pdf>>.
- SILVA JUNIOR, A. F. **Desenvolvimento de ferramentas numéricas e computacionais para a descrição de transferência de massa em corpos cilíndricos: aplicação em desidratação osmótica e secagem complementar de banana.** 269 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) — Universidade Federal de Campina Grande, 2015.
- SILVA, L. D. **Técnicas analíticas e numéricas para a secagem de sólidos na forma de paralelepípedo: uma abordagem tridimensional.** 182 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) — Universidade Federal de Campina Grande, 2012.

SILVA, L. D. d. et al. Ferramentas numéricas para descrever o transporte difusivo em placas cerâmicas : otimização e simulação. In: **vii Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2012**. São Luís - MA: [s.n.], 2012. Disponível em: <www.abcm.org.br/conem2012>.

SILVA, L. D. da et al. Estudo da secagem de placas cerâmicas de revestimento através do modelo difusivo usando soluções analíticas para condição de contorno do terceiro tipo. In: **vii Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2012**. São Luís - MA: [s.n.], 2012. Disponível em: <www.abcm.org.br/conem2012>.

_____. Descrição da secagem de placas cerâmicas por meio de um modelo de difusão (Description of drying ceramic plates by a diffusion model). **Cerâmica**, v. 59, p. 409–416, 2013.

SILVA, W. et al. Estudo da cinética de secagem de telhas cerâmicas através do modelo de difusão usando solução analítica e método inverso. In: **XXXIV Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados - ENEMP 2009**. Campinas - SP: [s.n.], 2009. p. 10.

SILVA, W. P. **transporte difusivo em sólidos com forma arbitrária usando coordenadas generalizadas**. 263 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) — Universidade Federal de Campina Grande, 2007.

SILVA, W. P. **Discretizações em fenômenos de transporte computacional, cursos 1 e 2. Apresentações em PowerPoint**. 2009. Disponível em: <<http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/TCMFC.htm>>.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S. **Convective Adsorption â Desorption**. 2009. Disponível em: <<http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Convective.htm>>.

_____. **Prescribed Adsorption â Desorption**. 2009. Disponível em: <<http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Prescribed.htm>>.

_____. **LAB Fit Curve Fitting Software**. 2011. Disponível em: <<http://www.labfit.net>>.

SILVA, W. P. d. et al. Drying of Clay Slabs during the Falling Rate Period: Optimization and Simulation of the Process Using Diffusion Models. **Journal of Materials Science Research**, v. 2, n. 2, p. 1–13, 2013. ISSN 1927-0593. Disponível em: <<http://www.ccsenet.org/journal/index.php/jmsr/article/view/23168>>.

SILVA, W. P. da et al. Heat transfer during pasteurization of fruit pulps stored in containers with arbitrary geometries obtained through revolution of flat areas. **Journal of Food Engineering**, v. 217, p. 58 – 67, 2018. ISSN 0260-8774. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S026087741730345X>>.

_____. Modeling of water transport in roof tiles by removal of moisture at isothermal conditions. **Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung**, v. 48, n. 5, p. 809–821, 2012. ISSN 09477411.

_____. Drying of clay slabs : Experimental determination and prediction by two-dimensional diffusion models. **Ceramics International**, Elsevier, v. 39, n. 7, p. 7911–7919, 2013. ISSN 0272-8842. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ceramint.2013.03.053>>.

_____. Water migration in clay slabs during drying: A three-dimensional numerical approach. **Ceramics International**, v. 39, n. 4, p. 4017–4030, 2013.

SKANSI, D.; TOMAS, S. Microwave Drying Kinetics of a Clay-Plate. **Cer**, v. 21, p. 207–211, 1995.

Apêndice A

Apêndice A: Dados Experimentais

Neste apêndice são apresentados, sob a forma de tabelas, os resultados obtidos com a realização do experimentos das secagens das telhas. Os experimentos foram realizados no Laboratório de Bromatologia (LABROM), do Centro de Educação e Saúde (CES), da Universidade Federal de Campina Grande.

A.1 Dados Experimentais da cinética de secagem das telhas

As Tabelas de A.1 a A.3 apresentam os dados experimentais da cinética de secagem em função do tempo de secagem das telhas com condições do ar de secagem. Os experimentos realizados são designados por E1 ($T = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$), E2 ($T = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$) e E3 ($T = 80\text{ }^{\circ}\text{C}$).

Tabela A.1: Dados obtidos com o experimento E1.

t (s)	m (g)	M (b.s.)	L_x (mm)	L_y (mm)	L_z (mm)
0	800,39	0,20903	8,73	142,36	280,00
300	796,33	0,20290	8,73		
600	792,52	0,19714	8,72		
900	788,89	0,19166	8,72		
1200	784,87	0,18559	8,72		
1500	781,33	0,18024	8,71		
1800	778,02	0,17524	8,71		
2100	774,45	0,16985	8,70		
2400	770,58	0,16400	8,70		
2700	767,88	0,15992	8,70		
3000	764,70	0,15512	8,69		
3300	760,45	0,14870	8,69		
3600	758,40	0,14560	8,68		
3900	755,35	0,14099	8,68		
4200	752,13	0,13613	8,67		
4500	748,94	0,13131	8,65		
4800	746,73	0,12797	8,63		
5100	744,18	0,12412	8,63		
5400	741,77	0,12048	8,62		
6000	736,84	0,11303	8,62		
6600	732,24	0,10609	8,61		
7200	728,76	0,10083	8,61		
7800	725,09	0,09529	8,60		
8400	721,70	0,09016	8,60		
9000	718,96	0,08603	8,59		
9600	716,14	0,08177	8,59		
10800	711,36	0,07455	8,58		
12000	707,51	0,06873	8,58		
13200	704,18	0,06370	8,56		
14400	701,47	0,05961	8,56		
16200	698,02	0,05439	8,56		
18000	695,26	0,05023	8,56		
21600	690,98	0,04376	8,55		
25200	687,75	0,03888	8,55		
28800	685,35	0,03526	8,54		
34200	682,68	0,03122	8,52		
43200	679,77	0,02683	8,51		
54000	677,68	0,02367	8,50		
83400	675,22	0,01995	8,49		

Tabela A.2: Dados do experimento E2.

t (s)	m (g)	M (b.s.)	L_x (mm)	L_y (mm)	L_z (mm)
0	825,12	0,19781	8,32	141,60	295,00
300	822,42	0,19389			
600	818,72	0,18851			
900	814,39	0,18223			
1200	810,29	0,17628			
1500	805,88	0,16987			
1800	801,74	0,16386			
2100	797,74	0,15806			
2400	793,29	0,15160			
2700	789,24	0,14572			
3000	785,10	0,13971			
3300	781,42	0,13437			
3600	778,30	0,12984			
3900	774,90	0,12490			
4200	771,55	0,12004			
4500	768,02	0,11491			
4800	765,00	0,11053			
5100	762,15	0,10639			
5400	759,19	0,10210			
5700	756,68	0,09845			
6000	754,05	0,09463			
6300	751,75	0,09130			
6600	749,06	0,08739			
7200	745,05	0,08157			
7800	740,75	0,07533			
8400	738,22	0,07165			
9000	735,22	0,06730			
9600	732,36	0,06315			
10200	729,92	0,05961			
11100	727,10	0,05551			
12000	724,26	0,05139			
13200	721,45	0,04731			
15000	717,46	0,04152			
16800	714,67	0,03747			
18600	712,17	0,03384			
21300	709,60	0,03011			
24900	706,61	0,02577			
32100	703,27	0,02092			
39300	701,52	0,01838			
50100	700,19	0,01392			

Tabela A.3: Dados do experimento E3.

t (s)	m (m)	M (b.s.)	L_x (mm)	L_y (mm)	L_z (mm)
0	807,85	0,19923	8,70	145,71	280,00
300	799,45	0,18676	8,68		
600	791,59	0,17509	8,67		
900	785,12	0,16549	8,65		
1200	777,91	0,15479	8,64		
1500	771,24	0,14488	8,62		
1800	765,33	0,13611	8,60		
2100	760,48	0,12891	8,58		
2400	755,56	0,12161	8,58		
2700	751,65	0,11580	8,56		
3000	747,78	0,11006	8,56		
3300	744,21	0,10476	8,56		
3600	740,89	0,09983	8,56		
3900	737,69	0,09508	8,56		
4200	734,88	0,09091	8,55		
4500	732,18	0,08690	8,55		
4800	729,78	0,08334	8,54		
5100	727,56	0,08004	8,54		
5400	725,52	0,07701	8,54		
6000	721,79	0,07148	8,54		
6600	718,33	0,06634	8,53		
7200	715,26	0,06178	8,52		
7800	712,57	0,05779	8,52		
8400	710,18	0,05424	8,52		
9300	707,01	0,04954	8,51		
10200	704,34	0,04557	8,51		
11400	701,16	0,04085	8,51		
12600	698,61	0,03707	8,51		
14400	695,35	0,03223	8,51		
16200	692,68	0,02826	8,51		
18900	689,65	0,02377	8,50		
22500	686,89	0,01967	8,51		
29700	683,46	0,01458	8,51		
40500	680,95	0,00813	8,50		