



Universidade Federal de Campina Grande

Centro de Engenharia Elétrica e Informática

Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

Arthur Cesar Claudino Queiroga de Abrantes Figueiredo

Estudos de apoio à disciplina Análise de Sistemas Elétricos

Campina Grande, Paraíba
Setembro de 2015

Arthur Cesar Claudino Queiroga de Abrantes Figueiredo

Estudos de apoio à disciplina Análise de Sistemas Elétricos

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas de Potência

Orientador:
Professor Washington Luiz Araújo Neves

Campina Grande, Paraíba
Setembro de 2015

Arthur Cesar Claudino Queiroga de Abrantes Figueiredo

Estudos de apoio à disciplina Análise de Sistemas Elétricos

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas de Potência

Aprovado em ___/___/_____

Professor Avaliador

Universidade Federal de Campina Grande
Avaliador

Professor Washington Luiz Araújo Neves

Universidade Federal de Campina Grande
Orientador, UFCG

Resumo

O presente trabalho busca tratar dos tópicos referentes a disciplina Análise de Sistemas Elétricos de forma objetiva, com a ressalva de vários pontos importantes para a compreensão dos alunos da referida disciplina. O trabalho também apresenta alguns exemplos resolvidos de forma manual e alguns deles também de forma alternativa utilizando o programa PowerWorldTM. São tratados alguns conceitos básicos necessários ao entendimento da disciplina, como, exemplo o conceito de potência ativa, reativa, aparente e complexa e também o conceito de grandezas por unidade. São feitas também algumas explicações a respeito de conexões de transformadores e de parâmetros de linhas de transmissão. Por fim, são explicados alguns métodos numéricos utilizados para o cálculo de grandezas elétricas de sistemas de potência e também o cálculo de correntes de curto-circuito pelos métodos de componentes simétricas.

Palavras-chave: Análise de Sistemas Elétricos, fluxo de potência, sistemas trifásicos, curto-circuito, PowerWorldTM.

Abstract

This work aims to deal with topics related to Power Systems Analysis course objectively, highlighting several important issues to make the understanding of the subject easier. Some examples are solved manually and others are solved using the PowerWorld™ program. Some basic concepts necessary are elucidated, for example, the concept of real, reactive, apparent and complex power and also the concept of per unit quantities. There are also some explanations about transformers connections and transmission lines parameters. Finally there are explanations of numerical methods used to calculate electrical quantities of power systems as well as the calculation of current of short circuit by the method of symmetrical components.

Keywords: Power Systems Analysis, power flow, three-phase systems, short circuit, PowerWorld™.

Sumário

1	Introdução.....	1
2	Conceitos básicos	3
2.1	Sistemas trifásicos.....	3
2.2	Potências ativa, reativa e complexa.....	6
2.3	O sistema por unidade	11
2.4	Exemplos resolvidos	12
2.4.1	Primeiro exemplo.....	12
2.4.2	Segundo exemplo.....	15
2.4.3	Terceiro exemplo	16
3	Transformadores.....	19
3.1	Transformador ideal	19
3.2	Transformador real.....	22
3.3	Conexões de transformadores em sistemas trifásicos	24
4	Linhas de transmissão.....	31
4.1	Parâmetros de linhas de transmissão	31
4.2	Tipos de condutores	31
4.3	Resistência	32
4.4	Indutância.....	32
4.5	Capacitância	39
4.6	Modelos equivalentes de linhas de transmissão	43
4.7	Exemplo resolvido	44
5	Fluxo de potência	52
5.1	Construção da matriz admitância de barra por inspeção direta	52
5.2	Formulação básica.....	53
5.3	Método de Gauss-Seidel	53
5.4	Método de Newton-Raphson.....	55
5.5	Exemplo resolvido	59
6	Curto-circuitos em sistemas de potência.....	66
6.1	Componentes simétricas.....	66
6.2	Cálculo de curto-circuito.....	70
6.3	Exemplo resolvido	76
7	Conclusão	83
	Referências	84

1 Introdução

A disciplina Análise de Sistemas Elétricos é uma disciplina que possui considerável importância para alunos que pretendem cursar a ênfase de Eletrotécnica, pois com ela os alunos aprendem conceitos importantes para a compreensão, estudo e simulação de sistemas elétricos de potência. A disciplina provê conhecimento de modelagem de sistemas elétricos, do conceito de valores por unidade, de estudo de fluxo de carga com o equacionamento básico e a utilização dos métodos de Newton-Raphson e Gauss-Seidel e de estudo de curto-circuito. Em todos esses assuntos existem aspectos que precisam ser observados ou destacados para melhor compreensão dos alunos da disciplina.

Este trabalho tem como objetivo proporcionar uma maior consolidação dos conteúdos aprendidos com a referida disciplina e pretende ressaltar alguns pontos importantes. Tem-se como metodologia a realização de estudos teóricos a respeito do assunto e a utilização do PowerWorldTM para a simulação de alguns casos básicos. Alguns pontos destacados foram a impedância de sequência positiva, a definição matemática de potência ativa, reativa, aparente e complexa, direção do fluxo de potência, sistema por unidade, triângulo de potência, correção de fator de potência e também, a diferença entre tensão de fase e tensão de linha, ressaltando a importância de não confundir ambos os conceitos.

Outro assunto abordado foi transformador, tratando da representação de transformadores por meio de circuitos ideais e transformadores ideais e também formas de conexões de transformadores em conformidade com a NBR 5440.

Também foi abordado o assunto de linhas de transmissão: principais tipos, cálculo de parâmetros, simplificações e cálculo de parâmetros de sequência zero considerando corrente de retorno pelos cabos guardas.

Outro destaque foi fluxo de potência, mais especificamente a construção de matrizes de admitância por inspeção direta, a formulação básica dos métodos numéricos e métodos com a presença de barras de tensão controlada.

Finalmente, foi abordado o cálculo de corrente de curto-circuito, o Teorema de Fortescue e a possibilidade e condições para o cálculo de corrente de curto-circuito por meio de circuitos de sequência desacoplados.

2 Conceitos básicos

Ao se estudar sistemas de potência, é conveniente focar-se no estudo de sistemas trifásicos, uma vez que a maior parte do sistema elétrico brasileiro configura-se como sendo dessa forma. Para esse estudo, devem-se conhecer algumas definições importantes, tais como o conceito de potência ativa, reativa, aparente e complexa. Outro conceito importante é o de impedância de sequência positiva, que muitas vezes é confundida com a impedância de cada fase como se elas fossem isoladas, sem acoplamento eletromagnético. Para reduzir a complexidade, as grandezas elétricas podem ser expressas de forma normalizada, tomando-se como base valores de referência em uma representação conhecida como sistema por unidade.

2.1 Sistemas trifásicos

Sistemas elétricos de potência são supridos por geradores trifásicos. Um gerador trifásico corresponde a uma força eletromotriz em cada uma das fases. Teoricamente, essas forças eletromotrizes possuem mesma magnitude e estão defasadas de 120° uma das outras. Considera-se \hat{E}_a a força eletromotriz da fase a , \hat{E}_b a força eletromotriz da fase b , \hat{E}_c a força eletromotriz da fase c e define-se a da seguinte forma:

$$a = 1e^{j120^\circ} \quad (1)$$

Consideram-se também as seguintes relações:

$$\hat{E}_b = a^2 \hat{E}_a \quad (2)$$

$$\hat{E}_c = a \hat{E}_a \quad (3)$$

Para este caso tem-se um gerador trifásico de sequência de fase abc, também chamado de sequência positiva. Para cargas trifásicas equilibradas, que significa cargas com as mesmas impedâncias em cada uma das fases, as correntes possuem mesma amplitude e estão defasadas de

120°. Os valores de tensão e corrente de cada fase podem ser encontrados simplesmente considerando uma defasagem angular correspondente aos valores de tensão e corrente da primeira fase.

Considera-se um sistema como mostrado na Figura 1. O termo Z_{matriz} representa uma matriz de impedância perfeitamente transposta.

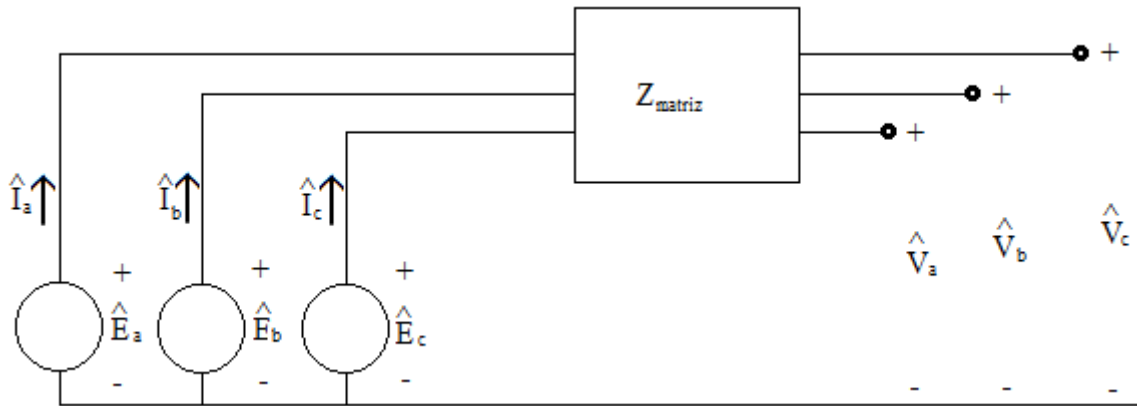


Figura 1 – Representação de um sistema trifásico.

A partir do sistema pode-se escrever a seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} \hat{E}_a \\ \hat{E}_b \\ \hat{E}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{V}_a \\ \hat{V}_b \\ \hat{V}_c \end{bmatrix} + Z_{matriz} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \end{bmatrix} \quad (4)$$

A matriz Z_{matriz} é composta por elementos que representam a impedância própria inerente de cada linha, sendo designados por Z_p , e elementos que representam a impedância resultante do acoplamento eletromagnético da linha, sendo designado por Z_m . Assim a Equação (4) pode ser escrita do seguinte modo:

$$\begin{bmatrix} \hat{E}_a \\ \hat{E}_b \\ \hat{E}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{V}_a \\ \hat{V}_b \\ \hat{V}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_p & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_p & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

Assim, para a fase a pode se escrever a seguinte equação:

$$\hat{E}_a = \hat{V}_a + Z_p \hat{I}_a + Z_m \hat{I}_b + Z_m \hat{I}_c \quad (6)$$

$$\hat{E}_a = \hat{V}_a + Z_p \hat{I}_a + Z_m a^2 \hat{I}_a + Z_m a \hat{I}_a \quad (7)$$

$$\hat{E}_a = \hat{V}_a + Z_p \hat{I}_a + Z_m (a^2 + a) \hat{I}_a \quad (8)$$

$$\hat{E}_a = \hat{V}_a + Z_p \hat{I}_a - Z_m \hat{I}_a \quad (9)$$

$$\hat{E}_a = \hat{V}_a + (Z_p - Z_m) \hat{I}_a \quad (10)$$

Tal análise foi feita considerando sinais de sequência positiva. Na Equação (10), tem-se que

$$Z_{pos} = Z_p - Z_m \quad (11)$$

representa a impedância de sequência positiva.

Nota-se que Z_{pos} é diferente da impedância própria de cada linha devido à impedância mútua, a impedância resultante do acoplamento magnético.

Outro aspecto importante a se considerar a respeito dos sistemas trifásicos é a amplitude e a defasagem angular da tensão de linha com relação a tensão de fase. Tensão de linha é a tensão medida entre duas fases e tensão de fase é a tensão medida da fase para o neutro. Sendo \hat{V}_{ab} o fasor da tensão medida entre as fases a e b, tem-se:

$$\hat{V}_{ab} = \hat{V}_a - \hat{V}_b \quad (12)$$

A tensão \hat{V}_b é a tensão \hat{V}_a atrasada de 120° , assim:

$$\hat{V}_{ab} = \hat{V}_a - a^2 \hat{V}_a \quad (13)$$

$$\hat{V}_{ab} = (1 - a^2) \hat{V}_a \quad (14)$$

$$\hat{V}_{ab} = \hat{V}_a * \sqrt{3} e^{j30^\circ} \quad (15)$$

Têm-se as seguintes relações análogas:

$$\hat{V}_{bc} = \hat{V}_b * \sqrt{3}e^{j30^\circ} \quad (16)$$

$$\hat{V}_{ca} = \hat{V}_c * \sqrt{3}e^{j30^\circ} \quad (17)$$

Portanto, a amplitude da tensão de linha é igual a da tensão de fase multiplicado pela raiz quadrada de três e possui uma fase adiantada de trinta graus.

2.2 Potências ativa, reativa e complexa

Considerando uma carga genérica composta por elementos resistivos, indutivos e capacitivos submetidos a uma tensão senoidal, a corrente instantânea e a tensão instantânea são respectivamente dados pelas expressões:

$$v(t) = \sqrt{2}V\cos(\omega t) \quad (68)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t - \phi) \quad (19)$$

A potência instantânea é dada por:

$$p(t) = i(t)v(t) \quad (20)$$

$$p(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t - \phi)\sqrt{2}V\cos(\omega t) \quad (21)$$

$$p(t) = 2VI\cos(\omega t - \phi)\cos(\omega t) \quad (22)$$

$$p(t) = VI\cos(2\omega t - \phi) + VI\cos(\phi) \quad (23)$$

$$p(t) = VI\cos(2\omega t)\cos(\phi) + VI\sin(2\omega t)\sin(\phi) + VI\cos(\phi) \quad (24)$$

$$p(t) = VI\cos(\phi)[\cos(2\omega t) + 1] + VI\sin(\phi)\sin(2\omega t) \quad (25)$$

Sejam P e Q definido pelas seguintes equações:

$$P = VI\cos(\phi) \quad (26)$$

$$Q = VI\sin(\phi) \quad (27)$$

Substituindo a Equação (26) e Equação (27) na Equação (25), tem-se:

$$p(t) = P[\cos(2\omega t) + 1] + Q\sin(2\omega t) \quad (28)$$

$$p(t) = p_1(t) + p_2(t) \quad (29)$$

A potência instantânea pode, portanto, ser escrita como a soma de dois termos, $p_1(t)$, que é sempre positivo e possui média P , e $p_2(t)$, que se alterna entre positivo e negativo e possui média nula. O valor P corresponde à potência média e é também chamado de potência real ou ativa. Sua unidade é dada em watts (W) ou em seus múltiplos. O máximo valor de $p_2(t)$, Q , é chamado de potência reativa e é dado em volt-ampere reativo (var) ou seus múltiplos. O cosseno do ângulo entre a tensão e a corrente é chamado de fator de potência. Diz-se que um circuito indutivo possui fator de potência em atraso, pois possui a corrente atrasada com relação à tensão. Diz-se que um circuito capacitivo apresenta fator de potência em avanço, pois possui a corrente adiantada com relação à tensão. Um circuito resistivo apresenta corrente em fase com a tensão.

Escrevendo a Equação (18) e a Equação (19) da forma fasorial, tem-se:

$$\hat{V} = V \quad (30)$$

$$\hat{I} = Ie^{-j\phi} \quad (31)$$

Fazendo o produto de \hat{V} pelo conjugado de \hat{I} e definindo esse produto como S , tem-se:

$$S = \hat{V}\hat{I}^* = V(Ie^{-j\phi})^* = VIe^{j\phi} \quad (32)$$

$$S = VI\cos(\phi) + jVI\sin(\phi) \quad (33)$$

$$S = P + jQ \quad (34)$$

Ao termo S dá-se o nome de potência complexa.

Assim, o módulo de S é dado por:

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (35)$$

$$|S| = \sqrt{(VI\cos(\phi))^2 + (VI\sin(\phi))^2} \quad (36)$$

$$|S| = VI \quad (37)$$

Por consequência tem-se que:

$$P = |S|\cos(\phi) \quad (38)$$

$$Q = |S|\sin(\phi) \quad (39)$$

O valor de $|S|$ é chamado de potência aparente e é dado em volt-ampere (VA) ou seus múltiplos.

A partir da Equação (28), tem-se o seguinte:

$$p(t) - P = P\cos(2\omega t) + Q\sin(2\omega t) \quad (40)$$

$$p(t) - P = |S| \left[\frac{P}{|S|} \cos(2\omega t) + \frac{Q}{|S|} \sin(2\omega t) \right] \quad (41)$$

$$p(t) - P = |S|[\cos(\phi) \cos(2\omega t) + \text{sen}(\phi)\text{sen}(2\omega t)] \quad (42)$$

$$p(t) - P = |S|\cos(2\omega t - \phi) \quad (43)$$

Portanto, a potência aparente $|S|$ é o maior valor que a função $p(t)-P$ assume ao longo do tempo.

A Equação (34) pode ser representada geometricamente por como mostrado na Figura 2.

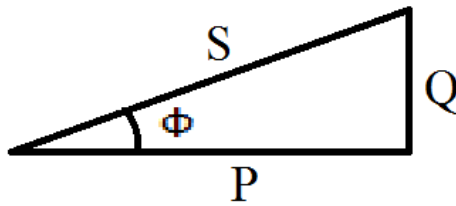


Figura 2 – Triângulo de Potência

Tal triângulo é denominado de triângulo de potência.

Para cargas ligadas em paralelo, a potência média total corresponde a soma das potências médias de cada uma das cargas e a potência reativa total corresponde a soma das potências reativas, considerando valores negativos para as cargas capacitivas. Assim, pode-se definir um triângulo de potência resultante.

A Figura 3 ilustra o triângulo de potência para duas cargas. A potência ativa total P_T é a soma das duas potências individuais, P_1 e P_2 . A potência reativa total Q_T é a soma das potências reativas individuais Q_1 e Q_2 .

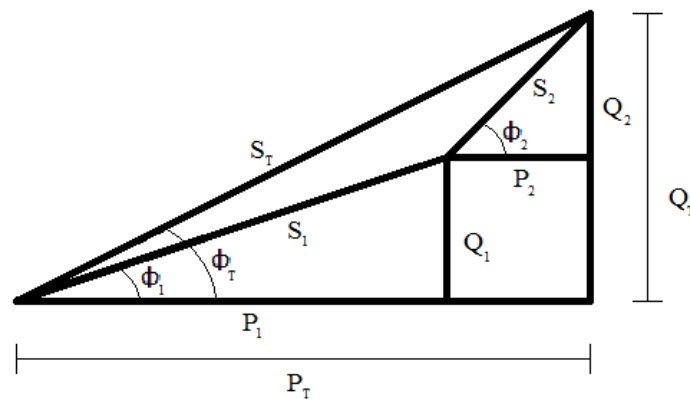


Figura 3 – Triângulo de Potência: cargas combinadas.

Os sinais de P e Q são importantes quando se leva em consideração o fluxo de potência, ou seja, quando se deseja determinar se a potência está sendo gerada ou absorvida para tensões e correntes específicas.

Consideram-se o sentido da corrente e a polaridade da tensão indicados na Figura 4. Neste caso: quando $P > 0$ o circuito absorve potência ativa, funcionando como carga; quando $P < 0$ o circuito fornece potência ativa, funcionando como fonte; quando $Q > 0$ o circuito absorve potência reativa e a corrente acha-se atrasada com relação à tensão; quando $Q < 0$ o circuito fornece potência reativa e a corrente encontra-se adiantada com relação à tensão.

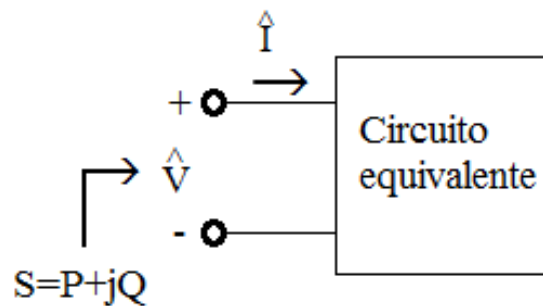


Figura 4 – Direção do fluxo de potência.

Quanto aos circuitos trifásicos, a potência total entregue a uma carga trifásica é simplesmente a soma das potências de cada uma das fases. Para uma carga balanceada, ou seja, com impedâncias idênticas em cada uma das fases, isso é equivalente a multiplicar a potência em uma das fases por três, já que a potência é a mesma em todas as fases.

Sendo V_F o valor eficaz da tensão de fase e I_F o valor eficaz da corrente de fase, tem-se que a potência trifásica total é dada pela expressão a seguir:

$$P = 3V_F I_F \cos(\phi) \quad (44)$$

Sendo V_L o valor eficaz da tensão de linha e I_L o valor eficaz da corrente de linha, tem-se para uma carga conectada em Y as seguintes relações:

$$V_F = \frac{V_L}{\sqrt{3}} \quad (45)$$

$$I_F = I_L \quad (46)$$

Substituindo essas expressões na Equação (44), tem-se:

$$P = \sqrt{3}V_L I_L \cos(\phi) \quad (47)$$

Têm-se analogamente as expressões correspondentes a potência reativa:

$$Q = 3V_F I_F \text{sen}(\phi) \quad (48)$$

$$Q = \sqrt{3}V_L I_L \text{sen}(\phi) \quad (49)$$

A potência aparente da carga é dada por:

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3}V_L I_L \quad (50)$$

2.3 O sistema por unidade

O sistema por unidade é um sistema de normalização em que cada grandeza elétrica é expressa como uma fração de uma quantidade base. A quantidade por unidade (pu) é dada pela razão entre uma quantidade física e uma quantidade base. As grandezas que podem ser representadas no sistema por unidade são tensão, corrente, potência, impedância e admitância. A partir de duas quantidades bases, normalmente tensão e potência, se definem as outras quantidades bases. Convencionalmente, se escolhe a tensão nominal e a potência nominal como valores de base.

Para se definir as quantidades base de corrente e impedância em circuitos monofásicos usa-se as expressões a seguir:

$$I_{base} = \frac{S_{base}}{V_{base}} \quad (51)$$

$$Z_{base} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}} \quad (52)$$

Para obter o valor da tensão por unidade divide-se o valor físico da tensão pelo valor base.

$$V_{p.u.} = \frac{V_{físico}}{V_{base}} \quad (53)$$

O valor pu das outras grandezas elétricas é obtido de forma análoga.

Para circuitos trifásicos utilizam-se as seguintes expressões para definir os valores de base de corrente e impedância:

$$I_{base} = \frac{S_{base}}{\sqrt{3}V_{base}} \quad (54)$$

$$Z_{base} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}} \quad (55)$$

Convencionalmente, é escolhido para S_{base} o valor da potência nominal do sistema e para V_{base} o valor da tensão de linha nominal do sistema.

Para cada nível de tensão distinto define-se um valor base de tensão distinto. Uma das vantagens do sistema por unidade é ignorar a existência de vários níveis de tensão e relações de transformação, simplificando os cálculos na análise do sistema de potência. No sistema por unidade também não se distingue potência trifásica de potência total e tensão de fase de tensão de linha, o que também simplifica os cálculos. No entanto, se na representação do sistema houver uma ligação elétrica do circuito ligado ao primário com o circuito ligado ao secundário do transformador para representar, por exemplo, uma capacitância parasita, existe uma indefinição do valor base de tensão a ser utilizado, o que pode ser tido como uma desvantagem.

2.4 Exemplos resolvidos

2.4.1 Primeiro exemplo

Considera-se que uma fonte trifásica entrega 100 MW para uma carga operando com fator de potência 0,8 em atraso. Tem-se como objetivo calcular a potência reativa a ser entregue por um banco de capacitor em paralelo para elevar o fator de potência para 0,95 em atraso. Considera-se a tensão da fonte como constante e despreza-se a impedância entre a fonte e a carga.

Considera-se que o índice 1 representa as grandezas elétricas sem a inserção do banco de capacitor, o índice 2 representa as grandezas elétricas com a inserção do banco de capacitor e Q_C representa a potência reativa fornecida pelo banco.

Calculam-se os valores de Q_1 e $|S_1|$.

$$\phi_1 = \cos^{-1}(0,8) = 36,87^\circ \quad (56)$$

$$Q_1 = P_1 \tan(\phi_1) = 100 \tan(36,87^\circ) = 75 \text{ Mvar} \quad (57)$$

$$|S_1| = \frac{P_1}{\cos(\phi_1)} = 125 \text{ MVA} \quad (58)$$

Calculam-se os valores de Q_2 e $|S_2|$.

$$\phi_2 = \cos^{-1}(0,95) = 18,19^\circ \quad (59)$$

$$Q_2 = P_2 \tan(\phi_2) = 100 \tan(18,19^\circ) = 32,87 \text{ Mvar} \quad (60)$$

$$|S_2| = \frac{P_2}{\cos(\phi_2)} = 105,3 \text{ MVA} \quad (61)$$

Calculando a potência reativa fornecida pelo banco de capacitor.

$$Q_C = Q_1 - Q_2 = 75 - 32,87 = 42,13 \text{ Mvar} \quad (62)$$

Esse método de conectar um banco de capacitor em paralelo com a carga indutiva é conhecido como correção de fator de potência. Como notado, a inserção de capacitor aumenta o fator de potência para a fonte e assim a potência aparente diminui. Conseqüentemente, a corrente da fonte também diminui.

A Figura 5 ilustra o triângulo de potência para o caso discutido.

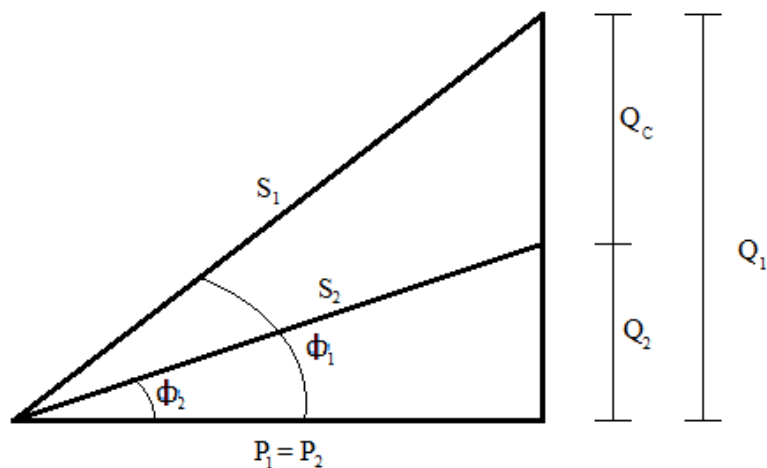


Figura 5 – Triângulo de Potência: correção de fator de potência.

Utilizando o software PowerWorldTM, foi feita uma simulação para ilustrar o caso. A figura da simulação encontra-se representado na Figura 6. Considerou-se a tensão nominal do sistema de 13,8 kV. Foram feitas simulações para vários valores de potência fornecida pelo banco de capacitores. A corrente e a potência aparente calculada pela Equação (35) para esses valores encontram-se na Tabela 1.

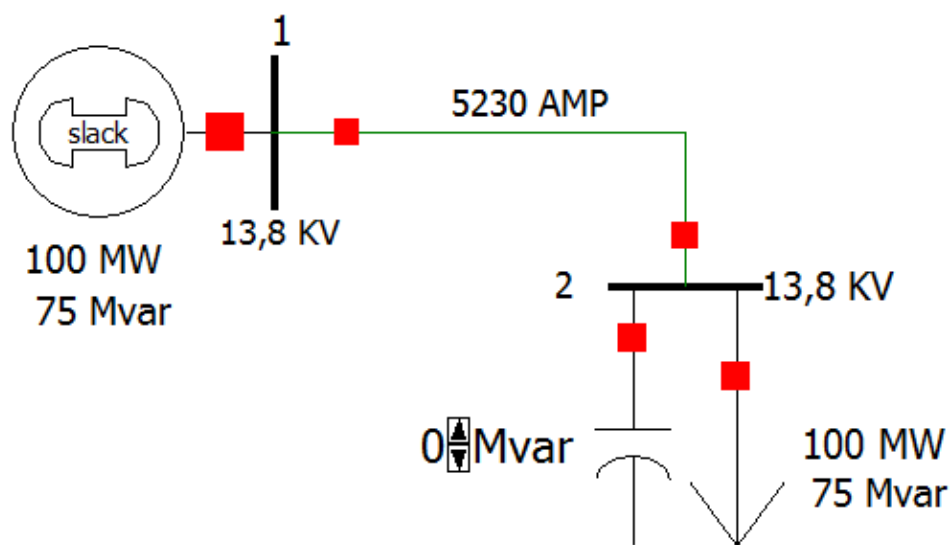


Figura 6 – Simulação de caso.

Tabela 1 – Valores aproximados para caso de correção de fator de potência.

Potência reativa fornecida pelo banco de capacitor (Mvar).	Potência aparente fornecida pela fonte (MVA).	Potência reativa fornecida pela fonte (Mvar)	Corrente de linha (A).
0	125	75	5230
10	119	65	4990
20	114	55	4775
30	110	45	4588
40	106	35	4433
50	103	25	4312

Como se percebe neste caso, quanto maior a potência reativa injetada pelo banco de capacitor menor a potência aparente fornecida pela fonte e menor a corrente que passa pela linha.

Simulando para uma potência reativa de 42,13 Mvar fornecida pelo banco de capacitor observou-se que a potência reativa fornecida pela fonte foi de 33 Mvar, compatível com o valor calculado.

2.4.2 Segundo exemplo

Um sistema monofásico é representado pelo circuito equivalente de sequência positiva mostrado na Figura 7. Nele dois subsistemas designados como subsistema 1 e subsistema 2 estão conectados. As tensões de fase são $\hat{E}_1 = 132,8e^{j0^\circ} V$, $\hat{E}_2 = 132,8e^{j30^\circ} V$ e a impedância é $Z = 0 + j50 \Omega$. Deseja-se determinar se cada subsistema está consumindo ou gerando potência reativa e a quantidade. Deseja-se determinar se cada subsistema está recebendo ou fornecendo potência reativa e a quantidade. Deseja-se também determinar a potência absorvida pela impedância.

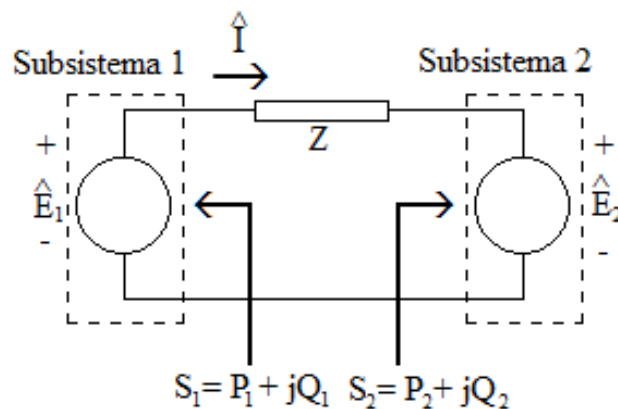


Figura 7 – Representação de um circuito de conexão de dois subsistemas.

Encontrando a corrente.

$$\hat{I} = \frac{\hat{E}_1 - \hat{E}_2}{Z} \quad (63)$$

$$\hat{I} = \frac{132,8 + j0 - (115,008 + j66,4)}{j50} \quad (64)$$

$$\hat{I} = -1,328 - j0,356 = 1,375e^{j195^\circ} \text{ kA} \quad (65)$$

A corrente entrando no subsistema 1 é $-\hat{I}$ e a corrente entrando no subsistema 2 é \hat{I} . Assim:

$$S_1 = \hat{E}_1(-\hat{I})^* = 132,8(1,328 + j2,68)^* = 176,4 - j47,3 \text{ kVA} \quad (66)$$

$$S_2 = \hat{E}_2\hat{I}^* = (115,008 + j66,4)(-1,328 - j0,356)^* = -176,4 - j47,2 \text{ kVA} \quad (67)$$

Como a impedância da linha não possui componente resistiva ela deve absorver apenas potência reativa. Calcula-se a potência reativa.

$$Q_{\text{linha}} = I^2X = 1,375^2 * 50 = 94,5 \text{ var} \quad (68)$$

Conclui-se que o subsistema 1 consome uma potência de 176,4 MW e fornece 47,3 Mvar. O subsistema 2 gera 176,4 MW e fornece 47,2 Mvar. Nota-se que os valores de potência reativa estão compatíveis, pois $47,3+47,2=94,5$ Mvar, potência reativa absorvida pela linha.

2.4.3 Terceiro exemplo

Considera-se um sistema de potência trifásico equilibrado como o da Figura 8. Sabe-se que a tensão no barramento 2 é de 340 kV, a potência complexa da carga é de $600+j200$ MVA e impedância série de sequência positiva é de $j50 \Omega$. Tem-se por objetivo determinar a tensão no barramento 1 e a potência fornecida pela fonte.

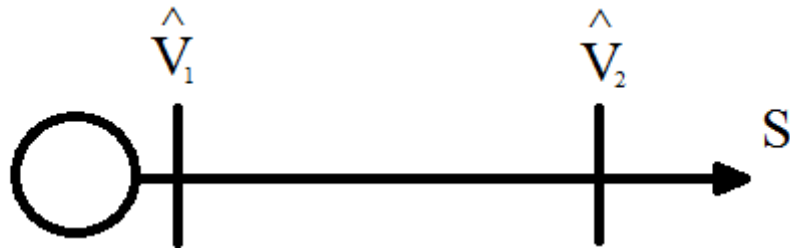


Figura 8 – Sistema com duas barras.

É considerado mais usual fornecer valores de tensão de linha, portanto, considera-se o valor de 340 kV como tensão de linha, já que não é especificado. A tensão de fase é esse valor dividido pela raiz quadrada de três, ou seja, 196,299 kV. A potência da carga correspondente a cada uma das fases é um terço da potência total, ou seja, $S_{fase}=200+j66,667$. Considerando essas informações, calcula-se a corrente que circula em uma das fases.

$$\hat{I}^* = \frac{S_{fase}}{\hat{V}_{fase}} \quad (69)$$

$$\hat{I}^* = \frac{200 + j66,667}{196,299} \quad (70)$$

$$\hat{I} = 1,074e^{-j18,44} \text{ kA} \quad (71)$$

Calculando a tensão de fase do barramento 1.

$$\hat{V}_{1fase} = Z\hat{I} + \hat{V}_{2fase} \quad (72)$$

$$\hat{V}_{1fase} = j50 * 1,074e^{-j18,44^\circ} + 196,299 \quad (73)$$

$$\hat{V}_{1fase} = 219,284e^{j13,43^\circ} \text{ kV} \quad (74)$$

Na Equação (72) foram utilizados os valores de tensão de fase. Se fossem utilizados valores de tensão de linha se encontrariam resultados equivocados.

Calculando a potência fornecida pela fonte.

$$S_{Sfase} = \hat{V}_{1fase} \hat{I}^* \quad (75)$$

$$S_{Sfase} = 219,284e^{j13,43^\circ} * 1,704e^{j18,44^\circ} \quad (76)$$

$$S_{Sfase} = 235,511e^{j31,87^\circ} \quad (77)$$

$$S_{Sfase} = 200 + j124,35 \text{ MVA} \quad (78)$$

Neste caso, portanto, a potência fornecida pela fonte não é a potência fornecida pela carga. Isso ocorre devido à impedância da linha de transmissão.

A tensão de fase do barramento 1 é 219,284 kV, sendo conseqüentemente a tensão de fase igual a 379,811 kV. A potência fornecida pela fonte é de 200+j124,35 MVA para cada fase, sendo o total 600+j373,05 MVA.

3 Transformadores

Os transformadores são elementos presentes nos sistemas de potência responsáveis por elevar ou reduzir os níveis de tensão. Para fins de análise de sistemas de potência, os transformadores reais são representados por circuitos ideais contendo resistências, reatâncias e transformadores ideais. Outro aspecto relevante é o tipo de conexão do transformador, pois ele está relacionado a alteração dos níveis de tensão e a defasagem angular entre os seus terminais. Cada um dos terminais do transformador pode estar conectado em Y ou em Δ .

3.1 Transformador ideal

A Figura 9 apresenta uma representação básica de um transformador monofásico de dois enrolamentos. Ele é composto por dois enrolamentos que envolvem um núcleo magnético. Presume-se que o transformador opere sob um regime de excitação senoidal. Na figura estão indicados \hat{E}_1 e \hat{E}_2 , que representam os fasores de tensão no enrolamento primário e secundário, respectivamente, \hat{I}_1 e \hat{I}_2 , que representam a corrente que circula pelo enrolamento primário e secundário, respectivamente, e N_1 e N_2 , que representam o número de espiras do enrolamento primário e do enrolamento secundário, respectivamente. Os pontos indicam os terminais dos enrolamentos em que, quando a corrente entra, são gerados fluxos magnéticos no mesmo sentido. Quando uma corrente é aplicada ao enrolamento primário, surge no enrolamento secundário uma corrente que gera um fluxo magnético no sentido contrário. Devido à lei de Faraday, os enrolamentos apresentam tensões induzidas. Uma representação para um transformador ideal simplificado está presente na Figura 10.

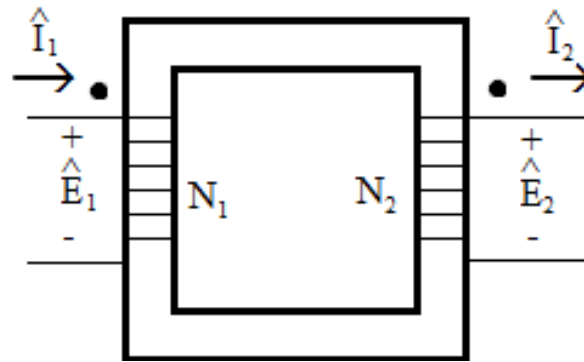


Figura 9 – Transformador ideal.

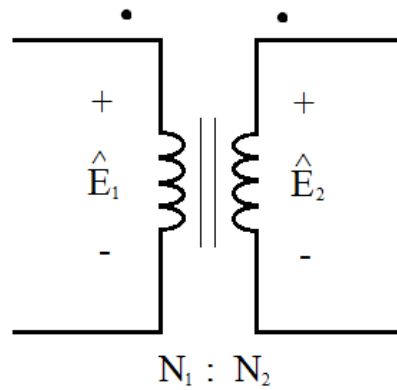


Figura 10 – Representação simplificada de um transformador ideal.

Para o transformador ideal são feitas algumas suposições. Considera-se que os enrolamentos possuem resistência nula, a permeabilidade magnética do núcleo é infinita, todo o fluxo magnético está confinado no núcleo e não existem perdas no núcleo.

Define-se a relação de espiras pela seguinte expressão:

$$a_t = \frac{N_1}{N_2} \quad (79)$$

Sendo ϕ o fluxo magnético resultante, têm-se, pela lei de Faraday, as seguintes expressões:

$$e_1(t) = N_1 \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (80)$$

$$e_2(t) = N_2 \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (81)$$

Dividindo-se a Equação (80) pela Equação (81), tem-se:

$$\frac{e_1(t)}{e_2(t)} = \frac{N_1}{N_2} \quad (82)$$

$$\hat{E}_1 = \frac{N_1}{N_2} \hat{E}_2 \quad (83)$$

$$\hat{E}_1 = a_t \hat{E}_2 \quad (84)$$

Conclui-se, portanto, que a tensão do secundário está em fase com a tensão do primário e que a amplitude da tensão no primário é a amplitude da tensão no secundário multiplicado pela relação de espiras.

Como o transformador não apresenta perdas, a potência fornecida ao primário é a mesma potência fornecida pelo secundário. Assim, tem-se a seguinte expressão:

$$\hat{E}_1 \hat{I}_1^* = \hat{E}_2 \hat{I}_2^* \quad (85)$$

$$\frac{\hat{I}_1}{\hat{I}_2} = \left(\frac{\hat{E}_2}{\hat{E}_1} \right)^* \quad (86)$$

$$\frac{\hat{I}_1}{\hat{I}_2} = \frac{1}{a_t} \quad (87)$$

$$\hat{I}_1 = \frac{1}{a_t} \hat{I}_2 \quad (78)$$

Portanto, conclui-se que as correntes do primário e do secundário estão em fase e a amplitude da corrente do primário é igual a do secundário multiplicado pelo inverso da relação de espiras.

Considerando que exista uma carga ligada ao secundário como mostrado na Figura 11. Seja Z_2 a impedância da carga e Z_1 a impedância da carga remetida ao primário do transformador.

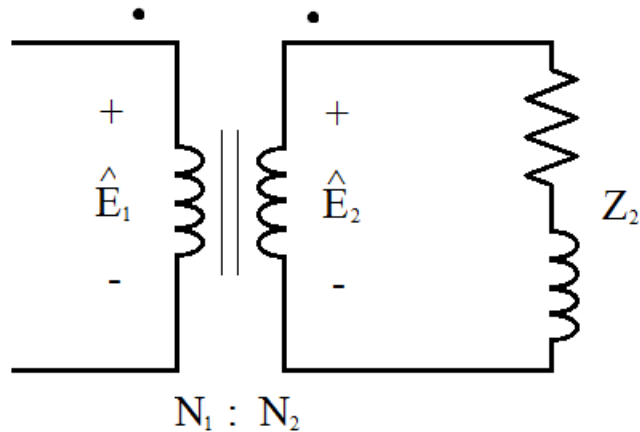


Figura 11 – Transformador ideal com carga ligada ao secundário.

Dividindo-se a Equação (84) pela Equação (88), tem-se a seguinte equação:

$$\frac{\hat{E}_1}{\hat{I}_1} = a_t^2 \frac{\hat{E}_2}{\hat{I}_2} \quad (89)$$

$$Z_1 = a_t^2 Z_2 \quad (90)$$

Portanto, a impedância remetida ao primário é igual à impedância do secundário multiplicada pela relação de espiras elevada ao quadrado.

3.2 Transformador real

A Figura 12 mostra uma representação de um circuito equivalente utilizado para representar um transformador monofásico de dois enrolamentos que difere do transformador ideal.

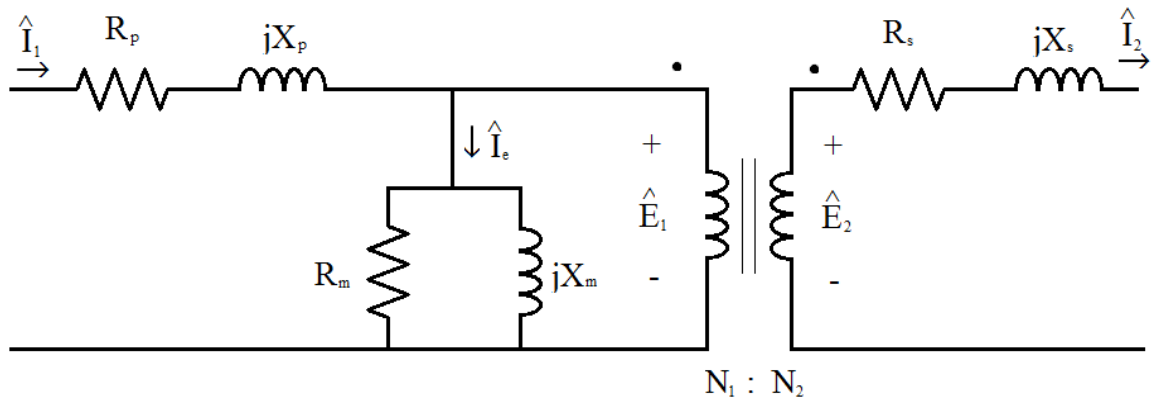


Figura 12 – Circuito equivalente de um transformador.

Os valores de R_p e R_s estão relacionados às perdas ôhmicas dos enrolamentos primário e secundário respectivamente. Os valores X_p e X_s representam a reatância de dispersão do primário e do secundário, respectivamente. O valor R_m está relacionado às perdas no núcleo e X_m é a reatância de magnetização do núcleo. Esses parâmetros podem ser obtidos por meio de ensaios especiais por meio da medição de tensão, corrente e potência.

A corrente que flui pelos elementos de resistência R_m e de reatância X_m possui uma pequena amplitude quando comparada com as correntes nos terminais do transformador. Assim, para estudos de curto-circuito e de fluxo de potência ela pode ser desprezada sem gerar erros significativos de cálculo. A impedância do lado secundário pode ser remetida ao primário. Assim, pode-se considerar um circuito equivalente para um transformador como mostrado na Figura 13. Tal circuito consiste numa impedância seguida de um transformador ideal.

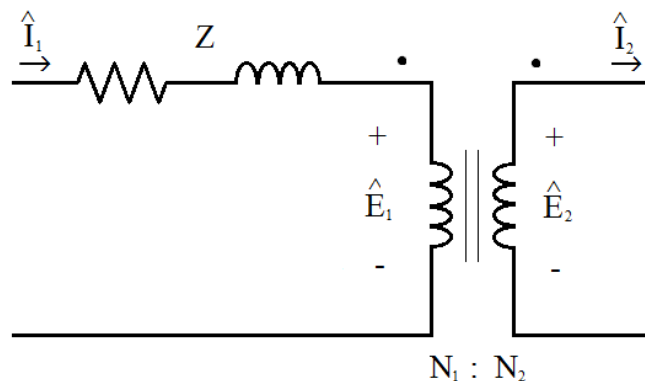


Figura 13 – Circuito equivalente simplificado de um transformador real.

No caso de serem considerados os valores das grandezas no sistema por unidade pode-se eliminar o transformador ideal da representação do circuito, pois os valores das grandezas de cada parte do sistema são calculados considerando-se a base de cada parte.

3.3 Conexões de transformadores em sistemas trifásicos

Três transformadores monofásicos podem ser conectados para formar um banco trifásico. Os transformadores podem ser conectados em $Y-Y$, $Y-\Delta$, $\Delta-Y$ ou $\Delta-\Delta$. A Figura 14 representa o esquema de ligação $Y-Y$. Neste caso as letras maiúsculas designam o lado de alta tensão e as letras minúsculas designam o lado de baixa tensão. Na Figura 15 está representado um esquema simplificado de uma conexão $Y-Y$. Os enrolamentos desenhados no mesmo plano vertical representam enrolamentos ligados no mesmo núcleo. A Figura 16 representa os diagramas fasoriais dos lados de alta e baixa tensão. As tensões de cada par de enrolamentos conectados ao mesmo núcleo estão em fase e a amplitude da tensão em um dos lados corresponde a do outro multiplicado pela relação de espiras.

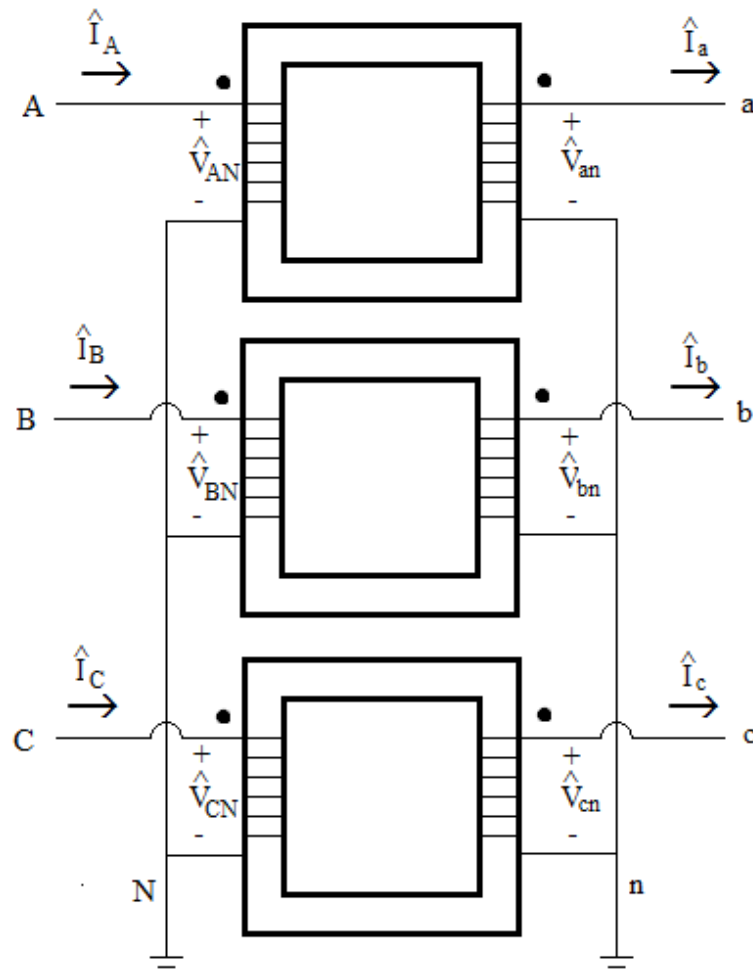


Figura 14 – Esquema de ligação Y-Y.

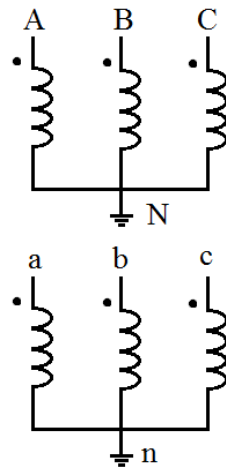


Figura 15 – Representação esquemática de uma ligação Y-Y.

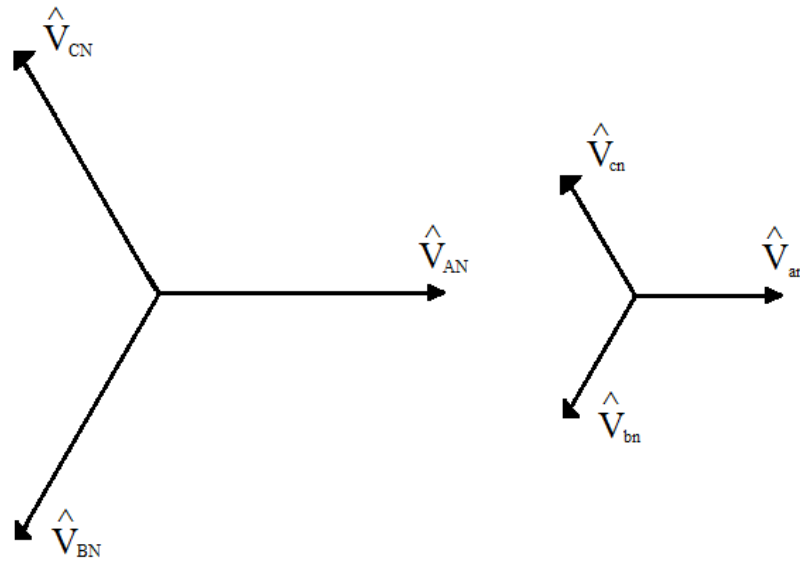


Figura 16 – Diagrama fasorial para uma conexão Y-Y.

Na conexão Y-Y não ocorre deslocamento de fase entre os valores correspondentes no lado de alta tensão e no lado de baixa tensão. Entretanto, transformadores Y- Δ ou Δ -Y possuem sempre um deslocamento de fase do lado de alta para o lado de baixa. De acordo com o padrão americano e em conformidade com a norma da ABNT, a NBR 5440, as tensões de sequência positiva do lado de alta devem estar sempre adiantadas de 30° da tensão correspondente no lado de baixa.

A Figura 17 representa as ligações de uma conexão Y- Δ com o lado de alta tensão em Y e o lado de baixa tensão em Δ . A Figura 18 mostra uma representação esquemática simplificada da conexão. Os enrolamentos desenhados no mesmo plano vertical representam enrolamentos ligados no mesmo núcleo. A Figura 19 apresenta um diagrama fasorial para a conexão. Nota-se que a tensão \hat{V}_{AN} está em fase com a tensão \hat{V}_{ab} , a tensão \hat{V}_{BN} está em fase com a tensão \hat{V}_{bc} e a tensão \hat{V}_{CN} está em fase com a tensão \hat{V}_{ca} . Como a Equação (15), a Equação (16) e a Equação (17), podem-se ter as seguintes equações:

$$\hat{V}_{ab} = \hat{V}_{an} * \sqrt{3}e^{j30^\circ} \quad (81)$$

$$\hat{V}_{bc} = \hat{V}_{bn} * \sqrt{3}e^{j30^\circ} \quad (92)$$

$$\hat{V}_{ca} = \hat{V}_{cn} * \sqrt{3}e^{j30^\circ} \quad (93)$$

Por consequência para esse caso específico, a tensão \hat{V}_{AN} está adiantada de 30° com relação à \hat{V}_{an} , a tensão \hat{V}_{BN} está adiantada de 30° com relação à \hat{V}_{bn} e a tensão \hat{V}_{CN} está adiantada de 30° com relação à \hat{V}_{cn} . Portanto, pode-se observar a coerência da conexão descrita com o padrão americano. Pode-se perceber que se a conexão fosse feita diferente da representada a defasagem angular não seria como desejada.

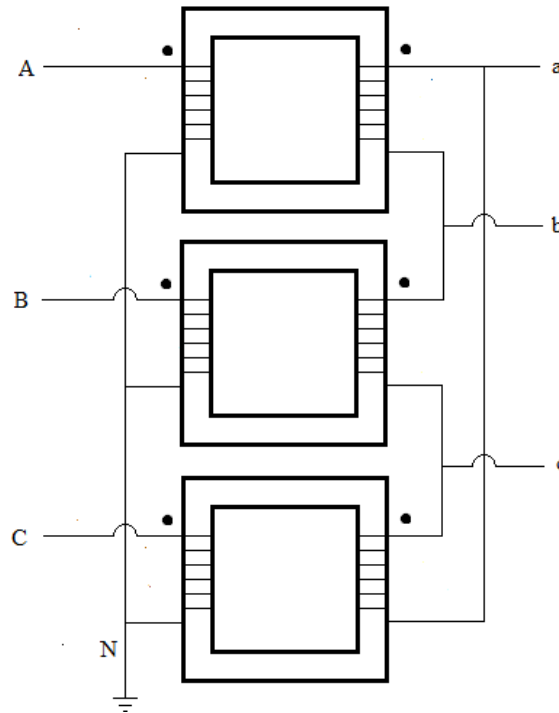


Figura 17 – Esquema de ligação Y-Δ.

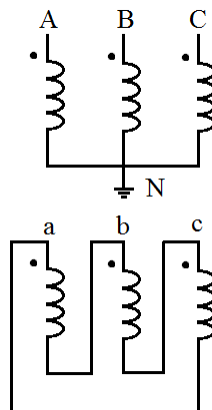


Figura 18 – Representação esquemática de uma ligação Y-Δ.

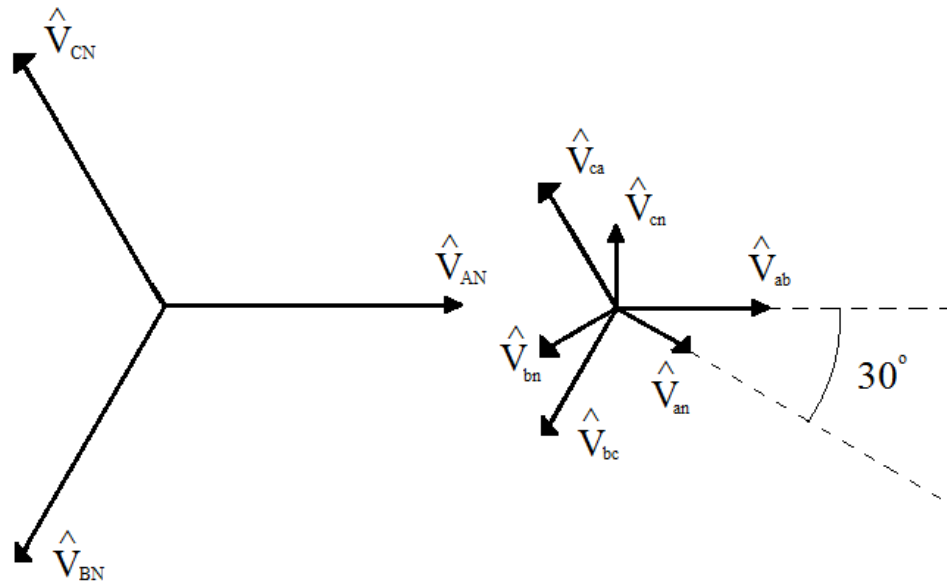


Figura 19 – Diagrama fasorial para uma conexão Y-Δ.

A Figura 20 representa as ligações de uma conexão Δ-Y com o lado de alta tensão em Δ e o lado de baixa tensão em Y. A Figura 21 mostra uma representação esquemática simplificada dessa conexão. Também se considera que os enrolamentos desenhados no mesmo plano vertical representam enrolamentos ligados no mesmo núcleo. A Figura 22 apresenta um diagrama fasorial para a conexão. Nota-se que a tensão \hat{V}_{AC} está em fase com a tensão \hat{V}_{an} , a tensão \hat{V}_{BA} está em fase com a tensão \hat{V}_{bn} e a tensão \hat{V}_{CB} está em fase com a tensão \hat{V}_{cn} . Multiplicando-se a Equação (15), a Equação (16) e a Equação (17) por menos um obtêm-se as seguintes equações:

$$\hat{V}_{ba} = \hat{V}_{an} * \sqrt{3}e^{j210^\circ} \quad (94)$$

$$\hat{V}_{cb} = \hat{V}_{bn} * \sqrt{3}e^{j210^\circ} \quad (95)$$

$$\hat{V}_{ac} = \hat{V}_{cn} * \sqrt{3}e^{j210^\circ} \quad (96)$$

Por consequência para esse caso específico, a tensão \hat{V}_{AN} está adiantada de 30° com relação à \hat{V}_{an} , a tensão \hat{V}_{BN} está adiantada de 30° com relação à \hat{V}_{bn} e a tensão \hat{V}_{CN} está adiantada de 30° com relação à \hat{V}_{cn} . Portanto, pode-se observar a coerência da conexão descrita com o

padrão americano. Pode-se perceber que se a conexão fosse feita diferente da representada a defasagem angular não seria como desejada.

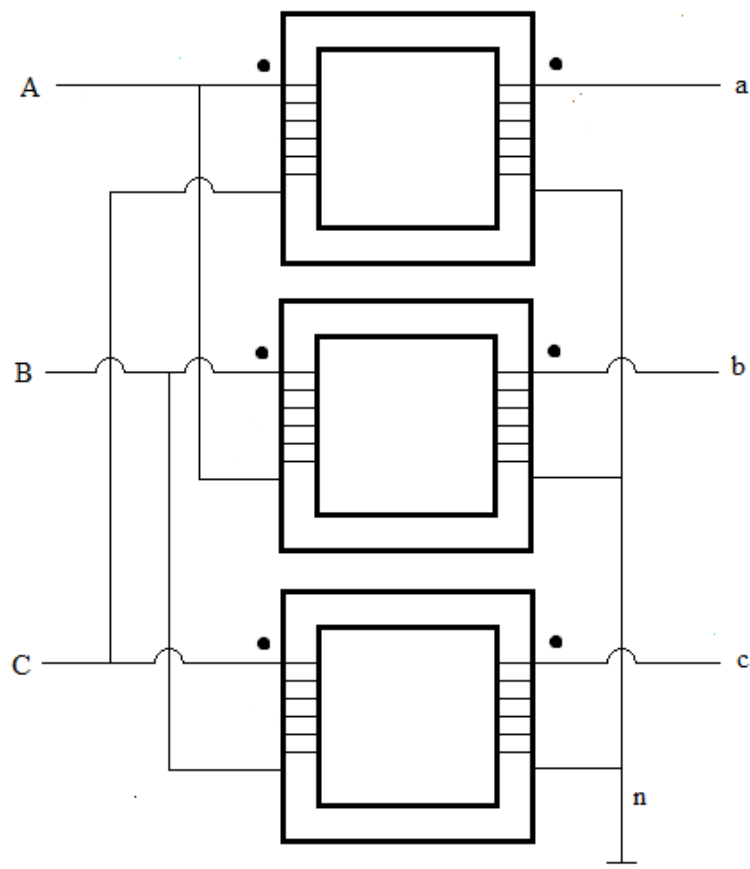


Figura 20 - Esquema de ligação Δ -Y.

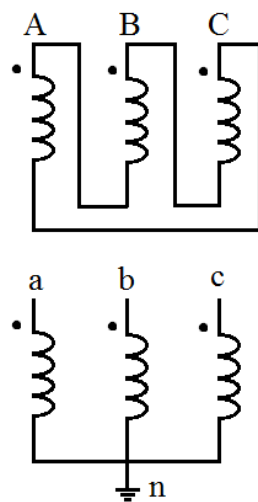


Figura 21 - Representação esquemática de uma ligação Δ -Y.

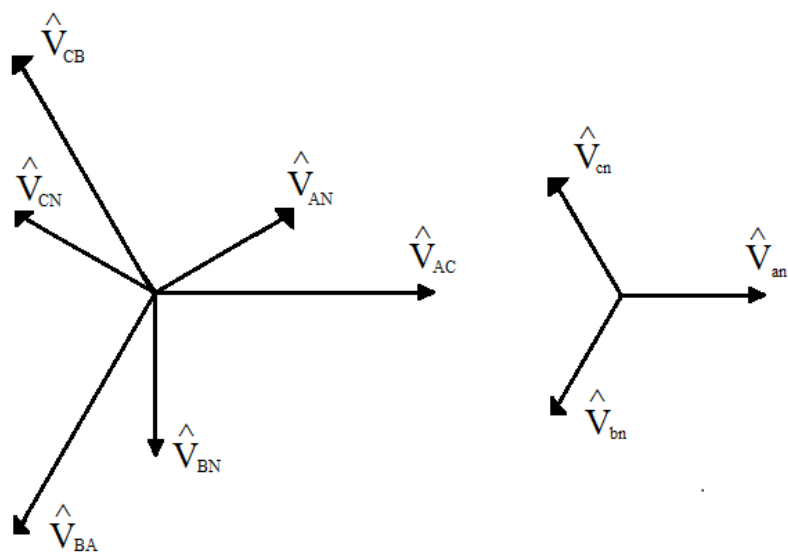


Figura 22 - Diagrama fasorial para uma conexão Δ -Y.

4 Linhas de transmissão

As linhas de transmissão são elementos indispensáveis aos sistemas de potência. As linhas de alta tensão são normalmente compostas por alumínio com núcleo de aço. Elas possuem alguns parâmetros elétricos que dependem de suas características próprias, do tamanho e da disposição geométrica dos condutores e subcondutores. Tais parâmetros interferem nos valores de tensão e de corrente do sistema. Com a transposição de linhas, as impedâncias próprias são aproximadamente iguais e as impedâncias mútuas entre fases também são aproximadamente iguais.

4.1 Parâmetros de linhas de transmissão

Uma linha de transmissão possui quatro parâmetros elétricos: a resistência, indutância, capacitância e condutância. Este último parâmetro existe devido a corrente de fuga em isoladores. Essa corrente varia consideravelmente de acordo com condições atmosféricas e de sujeira que se acumula nos isoladores. A condutância também existe devido a corrente de fuga entre linhas ocasionada pelo efeito corona, que também sofre influência das condições atmosféricas. Como a corrente de fuga é desprezível, a condutância é normalmente omitida na elaboração de um modelo simplificado para a linha de transmissão.

Para se explicar a existência de indutância e capacitância em linhas de transmissão deve-se considerar a existência de campo magnético e elétrico em suas proximidades. Variações na corrente dos condutores provocam uma variação nas linhas do fluxo magnético que concatenam o circuito. Uma modificação do fluxo concatenado induz uma tensão no circuito que é proporcional a taxa de variação do fluxo. A indutância do circuito relaciona a tensão induzida à taxa de variação de corrente. A capacitância entre condutores é entendida como sendo a carga entre os condutores por unidade de diferença de potencial entre eles ou entre eles.

4.2 Tipos de condutores

Os condutores de fase de uma linha de transmissão aérea normalmente possuem alumínio em sua composição. A preferência do alumínio com relação ao cobre ocorre devido ao preço e ao fato de ele possuir menor densidade. Os tipos de condutores existentes são: AAC (“*all aluminum conductors*”), composto por vários fios de alumínio encordoados; AAAC (“*all aluminum alloy conductors*”), composto por vários fios de liga de alumínio de alta resistência mecânica encordoados; ACSR (“*aluminum alloy steel reinforced*”), composto por várias camadas concêntricas de fios de alumínio encordoados sobre fios de aço encordoados; ACAR (“*aluminum conductor alloy reinforced*”), composto por várias camadas concêntricas de fios de alumínio encordoados sobre fios de liga de alumínio de alta resistência mecânica encordoados.

No Brasil, as linhas do tipo ACSR são amplamente utilizadas para transmissão em alta tensão. O intuito desse tipo de linha possuir um conjunto de camadas internas de fios de aço, denominado de alma de aço, é que a linha possua uma maior resistência mecânica. Existem linhas com diferentes quantidades de fios de alumínio e aço.

4.3 Resistência

A resistência das linhas de transmissão é a principal causa de perdas de potência. A resistência de um condutor para corrente contínua pode ser determinada pela Equação (97).

$$R = \frac{\rho l}{A} \quad (97)$$

Na equação, ρ representa a resistividade do condutor, l representa o comprimento do condutor e A representa a área da seção transversal. A resistividade do condutor varia com a temperatura de forma praticamente linear. A resistência do condutor correspondente a corrente alternada apresenta um valor um pouco superior a corrente contínua. Isso ocorre porque, nesse caso, a densidade de corrente elétrica não é uniforme ao longo da seção transversal do condutor. A densidade de corrente normalmente aumenta do interior para a superfície do condutor. Tal fenômeno é conhecido como efeito pelicular.

4.4. Indutância

A indutância de uma linha de transmissão é calculada como sendo o fluxo concatenado por unidade de corrente, como indicado pela Equação (98).

$$L = \frac{\lambda}{I} \quad (98)$$

Para determinar a indutância de um condutor cilíndrico infinito percorrido por uma corrente elétrica, precisa-se determinar o fluxo magnético dentro e fora do condutor produzido pela corrente que o atravessa. Considerando um cilindro de seção transversal concêntrica ao condutor e de raio x inferior a ao raio do condutor, tem-se a seguinte expressão pela lei de Ampère:

$$\oint \vec{H}_x \cdot d\vec{l} = I_x \quad (99)$$

$$2\pi x H_x = I_x \quad (100)$$

Seja I_x a corrente na região delimitada. Assumindo que a distribuição de corrente seja uniforme, tem-se a seguinte expressão:

$$I_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I \quad (101)$$

Da Equação (100) e da Equação (101) pode-se deduzir a seguinte equação:

$$H_x = \frac{x}{2\pi r^2} I \quad (102)$$

Consequentemente tem-se a seguinte expressão para densidade de fluxo magnético:

$$B_x = \frac{\mu x}{2\pi r^2} I \quad (103)$$

Considerando um elemento de largura infinitesimal dx , um fluxo magnético infinitesimal deve ser a área do elemento infinitesimal multiplicado pela densidade de fluxo magnético. Assim o fluxo magnético infinitesimal por unidade de comprimento, dado em weber por metro, pode ser dado conforme a seguinte expressão:

$$d\phi = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx \quad (104)$$

O fluxo concatenado infinitesimal por unidade de comprimento, dado em weber-espiras por metro, é o fluxo infinitesimal por unidade comprimento multiplicado pela fração de corrente concatenada.

$$d\lambda = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi = \frac{\mu I x^3}{2\pi r^4} dx \quad (105)$$

Integra-se a expressão para obter-se o fluxo concatenado interno total.

$$\lambda_{int} = \int_0^r \frac{\mu I x^3}{2\pi r^4} dx \quad (106)$$

$$\lambda_{int} = \frac{\mu I}{8\pi} \quad (107)$$

Pode-se assim obter a indutância por unidade de comprimento devido ao fluxo concatenado interno.

$$L_{int} = \frac{\mu}{8\pi} \quad (108)$$

Consideram-se duas superfícies cilíndricas concêntricas ao condutor de raios D_1 e D_2 . Tem-se pela lei de Ampère, a seguinte expressão para um raio x maior que D_1 e menor que D_2 :

$$2\pi x H_x = I_x \quad (109)$$

Por consequência, tem-se:

$$B_x = \frac{\mu}{2\pi x} I \quad (110)$$

O fluxo magnético infinitesimal, dado em weber por metro, de um elemento de largura infinitesimal dx é dado pela seguinte expressão:

$$d\phi = \frac{\mu I}{2\pi x} dx \quad (111)$$

Como o fluxo concatena toda a corrente que passa pelo condutor, o fluxo concatenado é igual ao próprio fluxo. Assim, calcula-se o fluxo concatenado entre D_1 e D_2 .

$$\lambda_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu I}{2\pi x} dx \quad (112)$$

$$\lambda_{12} = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad (113)$$

Portanto a indutância por unidade de comprimento devido ao fluxo na região delimitada é dado pela seguinte expressão:

$$L_{12} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad (114)$$

Considera-se uma linha de transmissão monofásica composta por condutores cilíndricos longos separados por uma distância D . Pelo condutor 1 circula uma corrente I e pelo condutor 2 circula uma corrente de retorno, portanto $-I$. Os condutores possuem raio r . Considera-se ainda a distância de um ponto P a uma distância D_{1P} do condutor 1 e a uma distância D_{2P} do condutor 2. Tal configuração encontra-se representada na Figura 23.

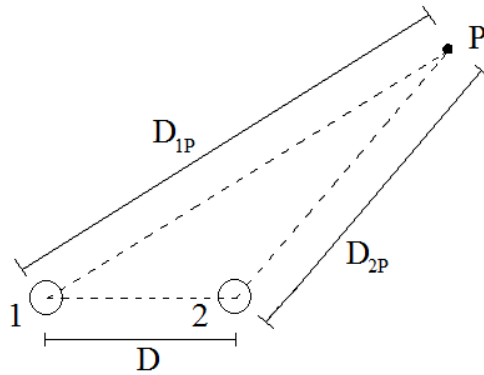


Figura 23 – Configuração de um sistema monofásico formado por dois condutores simples.

Em conformidade com a Equação (108) e a Equação (113), o fluxo magnético concatenado do condutor 1 devido a corrente que por ele passa excluindo o fluxo além de P é dado pela seguinte expressão:

$$\lambda_{Cond1Corr1} = \frac{\mu I}{8\pi} + \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{D_{1P}}{r} \quad (115)$$

O fluxo magnético concatenado do condutor 1 devido a corrente que passa pelo condutor 2 excluindo o fluxo além de P é dado pela seguinte expressão:

$$\lambda_{Cond1Corr2} = -\frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{D_{2P}}{D} \quad (116)$$

O fluxo concatenado obtido pela soma das duas expressões é:

$$\lambda = \frac{\mu I}{8\pi} + \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{D_{1P}}{r} - \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{D_{2P}}{D} \quad (117)$$

A expressão pode ser escrita da seguinte forma:

$$\lambda = \frac{\mu I}{2\pi} \left(\ln \frac{D_{1P} D}{e^{-1/4} r D_{2P}} \right) \quad (118)$$

Quanto mais distante o ponto P for, mais a distância D_{1P} se aproxima de D_{2P} e a razão de ambos se aproxima, portanto, de 1. Para um ponto P remoto, praticamente todo o fluxo magnético é considerado. Para esse caso, pode-se escrever a equação do fluxo concatenado de um dos condutores da seguinte forma:

$$\lambda = \frac{\mu I}{2\pi} \left(\ln \frac{D}{e^{-1/4} r} \right) \quad (119)$$

Considera-se o raio equivalente dado pela seguinte equação:

$$r' = r e^{-1/4} \quad (120)$$

O raio equivalente representa um raio que geraria o mesmo fluxo concatenado internamente se o condutor fosse oco com espessura infinitesimal.

Pode-se reescrever a Equação (119) da seguinte forma:

$$\lambda = \frac{\mu I}{2\pi} \left(\ln \frac{D}{r'} \right) \quad (121)$$

Dividindo-se a Equação (121) pela corrente obtêm-se a indutância por unidade de comprimento da linha de transmissão.

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{D}{r'} \right) \quad (122)$$

A Equação (122) foi demonstrada para condutores simples. Para dois condutores formados por subcondutores agrupados pode ser feita uma demonstração análoga considerando mais valores e considerando que a indutância equivalente de cada condutor é a indutância equivalente dos vários subcondutores em paralelo. Para esse caso mais geral tem-se a seguinte equação:

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{DMG}{RMG} \right) \quad (123)$$

Neste caso, DMG representa a distância média geométrica e RMG representa o raio médio geométrico. A distância média geométrica é a média geométrica das distâncias de cada subcondutor de um agrupamento a cada subcondutor do outro agrupamento. O raio médio geométrico é a média geométrica das distâncias de cada um dos subcondutores aos demais do mesmo agrupamento e do raio equivalente de cada um dos subcondutores.

Para a indutância de sequência positiva por unidade de comprimento para sistemas trifásicos a Equação (123) também é válida desde que a linha seja transposta com condutores idênticos por fase. A transposição consiste na alternância de posição dos condutores de fase dos sistemas trifásicos, conforme mostrado na Figura 24. Ela tem por objetivo reduzir o desequilíbrio causado pela rede elétrica. Caso não houvesse a transposição os condutores por fase não teriam a mesma indutância média em um trecho de um ciclo de transposição.

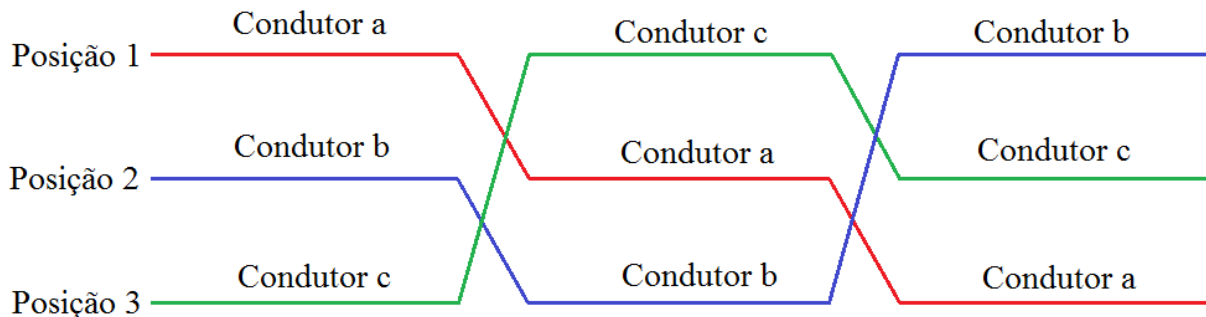


Figura 24 – Ciclo de transposição de uma linha de transmissão trifásica

A Equação (123) pode ser escrita da seguinte forma:

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{1}{RMG} + \frac{\mu}{2\pi} \ln DMG \quad (124)$$

Multiplicando a indutância pela frequência em radianos por segundo tem-se a reatância indutiva.

$$X_L = \frac{\omega\mu}{2\pi} \ln \frac{1}{RMG} + \frac{\omega\mu}{2\pi} \ln DMG \quad (125)$$

Fazem-se as seguintes considerações:

$$X_a = \frac{\omega\mu}{2\pi} \ln \frac{1}{RMG} \quad (126)$$

$$X_d = \frac{\omega\mu}{2\pi} \ln DMG \quad (127)$$

Deste modo a Equação (124) pode ser escrita do seguinte modo:

$$X_L = X_a + X_d \quad (128)$$

A reatância X_a é a reatância a um pé de espaçamento, dado fornecido em tabelas pelos fabricantes (a distância é normalmente considerada em pés pelos fabricantes).

4.5 Capacitância

De acordo com a lei de Gauss, a carga total dentro de uma superfície fechada é igual a integral de superfície da componente normal da densidade de fluxo elétrico. A densidade de fluxo elétrico é igual ao campo elétrico multiplicado pela permissividade. Assim, considerando uma superfície cilíndrica de seção transversal concêntrica a um condutor cilíndrico tem-se a seguinte expressão:

$$\oint \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \quad (129)$$

Considera-se Q_{carga} como sendo a carga do condutor. Como o campo elétrico na superfície é sempre normal e possui a mesma magnitude, tem-se para uma superfície de raio x a seguinte expressão:

$$2\pi x l \epsilon E = q \quad (130)$$

$$E = \frac{q}{2\pi x l \epsilon} \quad (131)$$

Para um comprimento de linha unitário, tem-se a seguinte expressão:

$$E = \frac{q}{2\pi x \varepsilon} \quad (132)$$

A diferença de potencial entre dois pontos é numericamente igual ao trabalho realizado para mover um coulomb de carga de um ponto para o outro. A força elétrica aplicada a uma carga de um coulomb é numericamente igual ao campo elétrico. Assim, pode-se escrever a seguinte expressão para a diferença de potencial entre duas superfícies cilíndricas concêntricas ao condutor e de raio D_1 e D_2 :

$$v_{12} = \int_{D_1}^{D_2} E dx \quad (133)$$

$$v_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi x \varepsilon} dx \quad (134)$$

$$v_{12} = \frac{q}{2\pi \varepsilon} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad (135)$$

A capacitância entre dois condutores é a razão entre a carga e a diferença de potencial entre ambos.

$$C = \frac{q}{v} \quad (136)$$

Considera-se uma configuração composta por dois condutores cilíndricos paralelos de raio r separados por uma distância D . Por superposição, a diferença de potencial entre os condutores 1 e 2 é dado pela seguinte expressão:

$$V_{12} = \frac{q_1}{2\pi \varepsilon} \ln \frac{D}{r} + \frac{q_2}{2\pi \varepsilon} \ln \frac{r}{D} \quad (137)$$

Sendo a carga do condutor 1 igual ao oposta da carga do condutor 2 e igual a q , tem-se a seguinte expressão:

$$V_{12} = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left(\ln \frac{D}{r} - \ln \frac{r}{D} \right) \quad (138)$$

$$V_{12} = \frac{q}{\pi\epsilon} \ln \frac{D}{r} \quad (139)$$

Substituindo a Equação (139) na Equação (136), tem-se a seguinte expressão:

$$C_{12} = \frac{\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{r}} \quad (140)$$

A Equação (140) pode ser usada para calcular a capacitância entre os condutores 1 e 2 por unidade de comprimento da linha. A capacitância por unidade de comprimento para o neutro é o dobro.

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{r}} \quad (141)$$

Nota-se que o raio r é efetivamente o raio do condutor e não um raio equivalente. A expressão foi demonstrada para dois condutores simples. No entanto, é válida para dois condutores agrupados com uma forma mais geral.

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{DMG}{RMG}} \quad (142)$$

Neste caso, RMG é o raio médio geométrico modificado, que é a média geométrica das distâncias de cada um dos subcondutores aos demais do mesmo agrupamento e do raio de cada um dos subcondutores.

A expressão é também válida para a capacitância de sequência positiva para uma linha de transmissão trifásica, desde que os condutores sejam iguais e a linha seja transposta.

No caso de ser considerado o efeito do plano da terra para cálculo da capacitância pode se utilizar o método das imagens do eletromagnetismo. Neste caso, utiliza-se a Equação (143), para cálculo da capacitância para o neutro. As distâncias estão indicadas na Figura 25.

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{DMG}{RMG'} - \ln \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}}} \quad (143)$$

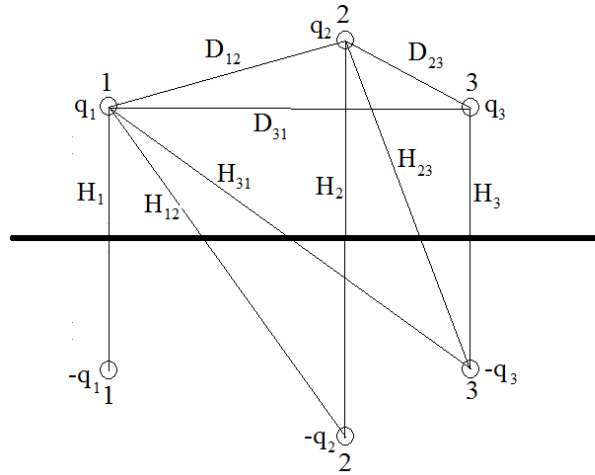


Figura 25 – Configuração de linha trifásica e sua imagem

A reatância capacitiva é dada pela seguinte expressão:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (144)$$

$$X_C = \frac{1}{\omega\pi\epsilon} \ln \frac{DMG}{RMG'} = \frac{1}{\omega\pi\epsilon} \ln \frac{1}{RMG'} + \frac{1}{\omega\pi\epsilon} \ln DMG \quad (145)$$

Fazem-se as seguintes considerações:

$$X_a' = \frac{1}{\omega\pi\epsilon} \ln \frac{1}{RMG'} \quad (146)$$

$$X_d' = \frac{1}{\omega\pi\epsilon} \ln DMG \quad (147)$$

O termo X_d' é denominado capacitância a um pé de espaçamento, valor fornecido em tabela de fabricantes.

4.6 Modelos equivalentes de linhas de transmissão

A resistência e a indutância correspondem a uma impedância série das linhas de transmissão. A capacitância corresponde a uma admitância shunt. Os parâmetros de uma linha de transmissão são distribuídos, contudo a linha de transmissão pode ser representada por um circuito de parâmetros concentrados para sua análise.

Para linhas curtas, ou seja, linha com até cerca de 80 km, o efeito capacitivo pode ser ignorado sem efeitos muito significativos. Assim o modelo equivalente da linha de transmissão por fase corresponde apenas a uma impedância em série. O modelo do circuito encontra-se representado na Figura 26. Para linhas de tamanho médio, que são linhas de aproximadamente 80 km a 240 km, a admitância deve ser considerada. Essas linhas podem ser representadas por um circuito π nominal, conforme Figura 27.

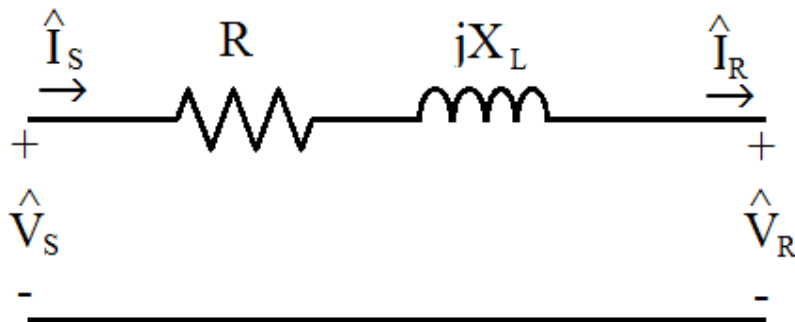


Figura 26 – Modelo de uma linha curta

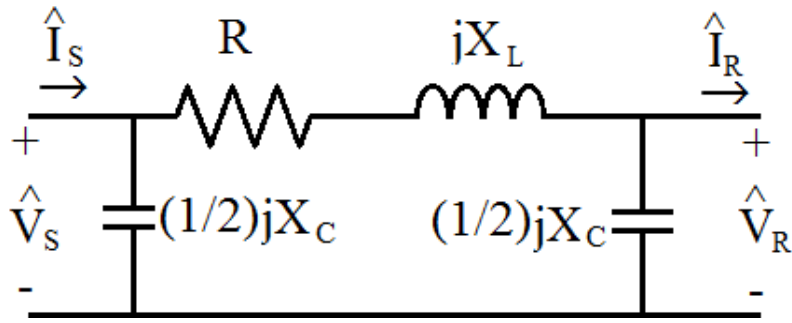


Figura 27 – Modelo de uma linha média

Para linhas longas, é conveniente utilizar um modelo de parâmetros distribuídos para representar mais fielmente a linha. Considera-se a constante de propagação e a impedância característica definidas da seguinte forma:

$$\gamma = \sqrt{zy} \quad (148)$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} \quad (149)$$

Nessas equações z representa a impedância por unidade de comprimento e y a admitância por unidade de comprimento. Modelando-se o sistema por parâmetros distribuídos, pode-se representar qualquer ponto da linha pelas seguintes equações com relação a um terminal receptor:

$$V(x) = \cosh(\gamma x) V_R + Z_c \sinh(\gamma x) I_R \quad (150)$$

$$I(x) = \frac{\sinh(\gamma x)}{Z_c} V_R + \cosh(\gamma x) I_R \quad (151)$$

4.7 Exemplo resolvido

Considera-se uma configuração de uma linha de distribuição da CHESF conforme mostrado na Figura 28. Pretende-se calcular a reatância indutiva de sequência positiva, a capacitância de sequência positiva, a reatância indutiva de sequência zero e a capacitância de

sequência zero. Para esses dois últimos casos considera-se uma corrente de retorno pelos cabos-guarda. O condutor utilizado na configuração é do tipo Grosbeak e suas características podem ser encontradas em tabelas. O raio equivalente do condutor para cálculo de indutância é de 0,01021 metros e o raio efetivo é de 0,01257 metros.

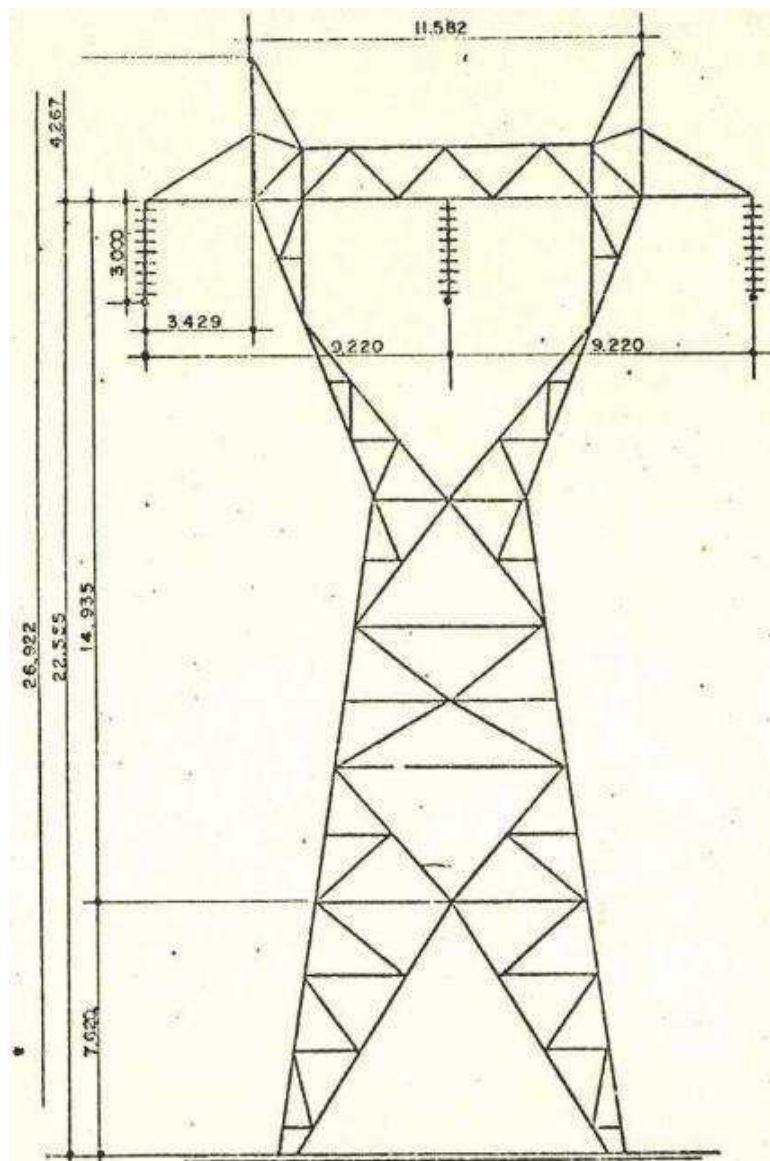


Figura 28 – Linha de transmissão da CHESF

Calcula-se a distância média geométrica entre os condutores.

$$DMG = \sqrt[3]{9,22 * 9,22 * 18,44} \quad (152)$$

$$DMG = 11,616 \text{ m} \quad (153)$$

Calcula-se a indutância de sequência positiva pela Equação (123).

$$L_{pos} = \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{DMG}{RMG} \right) \quad (154)$$

$$L_{pos} = \frac{4\pi * 10^{-7}}{2\pi} \left(\ln \frac{11,616}{0,01021} \right) \quad (155)$$

$$L_{pos} = 1,407 * 10^{-6} \text{ H/m} \quad (156)$$

Calcula-se a reatância indutiva de sequência positiva.

$$X_{pos} = 2\pi f L_{pos} \quad (157)$$

$$X_{pos} = 2\pi * 60 * 1,407 * 10^{-6} \quad (158)$$

$$X_{pos} = 5,3 * 10^{-4} \Omega/m \quad (159)$$

Portanto o valor da reatância de sequência positiva é de 0,530Ω/km.

Calcula-se a capacitância de sequência positiva pela Equação (142).

$$C_{pos} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{DMG}{RMG}} \quad (160)$$

$$C_{pos} = \frac{2\pi * 8,854 * 10^{-12}}{\ln \frac{11,616}{0,01257}} \quad (161)$$

$$C_{pos} = 8,146 * 10^{-12} \text{ F/m} \quad (162)$$

Tal valor foi calculado desconsiderando-se o efeito da terra sobre a capacitância. Para encontrar um resultado mais preciso pode-se considerá-lo. Assim, utiliza-se a Equação (143).

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{DMG}{RMG'} - \ln \frac{\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}}{\sqrt[3]{H_1H_2H_3}}} \quad (163)$$

$$C_{pos} = \frac{2\pi * 8,854 * 10^{-12}}{\ln \frac{11,616}{0,01257} - \ln \frac{\sqrt[3]{40,182 * 40,182 * 43,239}}{\sqrt[3]{39,11 * 39,11 * 39,11}}} \quad (164)$$

$$C = 8,177 * 10^{-12} F/m \quad (165)$$

Nota-se que o efeito da terra foi o de aumentar a capacitância. O erro por desconsiderar o efeito da terra foi de 0,38%.

Para o cálculo da reatância indutiva de sequência zero com corrente de retorno pelos cabos-guarda consideram-se os três condutores de fase como um condutor X formado por três subcondutores e os cabos-guarda como um condutor Y formado por dois subcondutores. As distâncias necessárias para os cálculos estão representados na Figura 29.

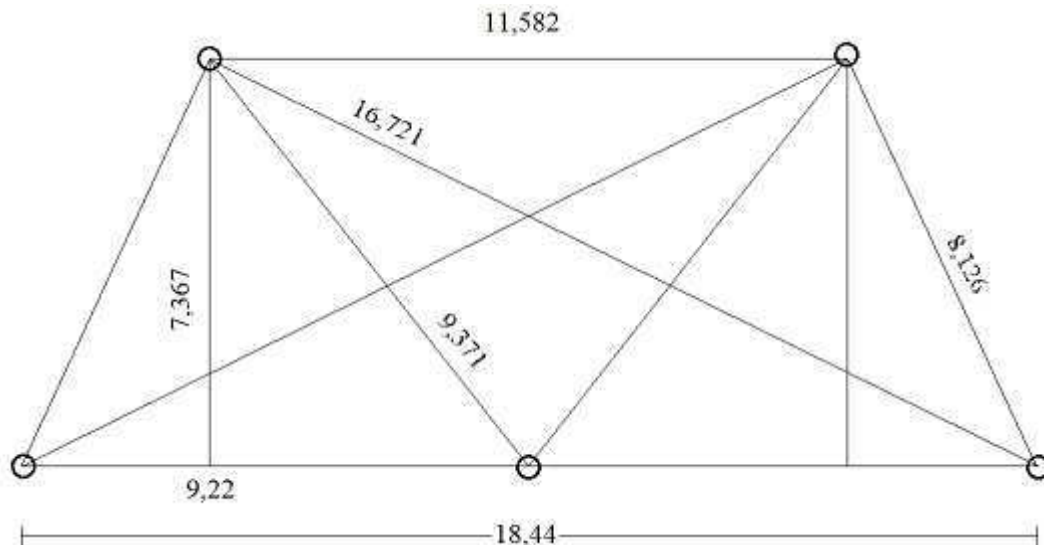


Figura 28 – Representação de uma linha de transmissão da CHESF com algumas distâncias indicadas.

Calcula-se a distância média geométrica entre os condutores.

$$DMG = \sqrt[6]{8,126 * 16,721 * 9,371 * 9,371 * 8,126 * 16,721} \quad (166)$$

$$DMG = 10,839 \text{ m} \quad (167)$$

Calcula-se o raio médio geométrico do condutor X.

$$RMG_X = \sqrt[9]{9,22 * 18,44 * 0,01021 * 9,22 * 9,22 * 0,01021 * 9,22 * 18,44 * 0,01021} \quad (168)$$

$$RMG_X = 1,113 \text{ m} \quad (169)$$

Calcula-se o raio médio geométrico do condutor Y.

$$RMG_Y = \sqrt[4]{11,582 * 0,01021 * 11,582 * 0,01021} \quad (170)$$

$$RMG_Y = 0,344 \text{ m} \quad (171)$$

Cálculo da indutância do condutor X.

$$L_X = \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{DMG}{RMG_X} \right) \quad (172)$$

$$L_X = \frac{4\pi * 10^{-7}}{2\pi} \left(\ln \frac{10,839}{1,113} \right) \quad (173)$$

$$L_X = 4,552 * 10^{-7} \text{ H/m} \quad (174)$$

Cálculo da indutância do condutor Y.

$$L_Y = \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{DMG}{RMG_Y} \right) \quad (175)$$

$$L_Y = \frac{4\pi * 10^{-7}}{2\pi} \left(\ln \frac{10,839}{0,344} \right) \quad (176)$$

$$L_Y = 6,901 * 10^{-7} H/m \quad (177)$$

Calculando a indutância total.

$$L_{X+Y} = L_X + L_Y \quad (178)$$

$$L_{X+Y} = 4,552 * 10^{-7} + 6,901 * 10^{-7} \quad (179)$$

$$L_{X+Y} = 11,453 * 10^{-7} H/m \quad (180)$$

Em conformidade com a Equação (98), pode-se escrever a seguinte expressão:

$$L_{X+Y} = \frac{\lambda}{I} \quad (181)$$

A corrente de cada um dos condutores pode ser dada pela seguinte expressão:

$$L_{zero} = \frac{\lambda}{I_{zero}} \quad (182)$$

Considerando que em cada condutor passa a mesma corrente, a corrente total que passa pelo conjunto é o triplo da corrente que passa por cada condutor. Assim, tem-se a seguinte expressão:

$$L_{X+Y} = \frac{\lambda}{3I_{zero}} \quad (183)$$

$$3L_{X+Y} = \frac{\lambda}{I_{zero}} \quad (184)$$

$$L_{zero} = 3L_{X+Y} \quad (185)$$

$$L_{zero} = 3 * 11,453 * 10^{-7} \quad (186)$$

$$L_{zero} = 34,359 * 10^{-7} H/m \quad (187)$$

Calculando a indutância de sequência zero:

$$X_{zero} = 2\pi f L_{zero} \quad (188)$$

$$X_{zero} = 2\pi * 60 * 34,359 * 10^{-7} \quad (189)$$

$$X_{zero} = 1,295 * 10^{-3} \Omega/m \quad (190)$$

Portanto a reatância de sequência indutiva é de 1,295Ω/km.

Para o cálculo da capacitância de sequência zero também são considerados os condutores X e Y. Os raios médios geométricos são calculados utilizando o raio efetivo e não o raio equivalente.

Calcula-se o raio médio geométrico do condutor X.

$$RMG'_X = \sqrt[9]{9,22 * 18,44 * 0,01257 * 9,22 * 9,22 * 0,01257 * 9,22 * 18,44 * 0,01257} \quad (191)$$

$$RMG'_X = 1,192 m \quad (192)$$

Calcula-se o raio médio geométrico do condutor Y.

$$RMG'_Y = \sqrt[4]{11,582 * 0,01257 * 11,582 * 0,01257} \quad (193)$$

$$RMG'_Y = 0,381m \quad (194)$$

Calcula-se a capacitância do condutor equivalente X em conformidade com a Equação (142). Como o raio médio geométrico dos condutores equivalentes é diferente, o raio médio geométrico a se considerar é a média geométrica de ambos.

$$C_X = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{DMG}{RMG'}} \quad (195)$$

$$C_X = \frac{2\pi * 8,854 * 10^{-12}}{\ln \frac{10,839}{\sqrt{1,192 * 0,381}}} \quad (196)$$

$$C_X = 2,063 * 10^{-11} F/m \quad (197)$$

Como indicado pela Equação (136), a capacitância é a razão entre a carga e a tensão. Considerando cada condutor com a mesma carga, a carga do condutor X é três vezes a carga de cada condutor independente. Assim, a capacitância de sequência zero é um terço da capacitância do condutor X .

$$C_{zero} = \frac{1}{3} C_X \quad (198)$$

$$C_{zero} = \frac{1}{3} * 2,063 * 10^{-11} \quad (199)$$

$$C_{zero} = 6,877 * 10^{-12} F/m \quad (200)$$

Os valores calculados são aproximações e não representam exatamente os valores desejados devido a simplificações que são consideradas. Dentre essas simplificações podem-se citar a desconsideração do efeito da terra ou a consideração da terra como uma superfície plana infinita e a desconsideração da curvatura da linha de transmissão.

5 Fluxo de potência

Os métodos de fluxo de potência correspondem a um conjunto de técnicas de resolução para determinação do estado de operação de um sistema elétrico de potência. Eles devem, portanto, serem utilizados para a análise de sistemas elétricos, para o seu planejamento e operação. O fluxo de potência tem como objetivo principal a determinação do módulo e ângulo das tensões nas barras. Os principais métodos utilizados são o método de Gauss-Seidel e método de Newton-Raphson, explorados neste capítulo. Ambos os métodos necessitam de um embasamento matemático para a sua realização. O método de Newton-Raphson costuma convergir com menos iterações a partir das mesmas condições iniciais.

As barras existentes num sistema elétrico de potência classificam-se geralmente como barras de carga, barras de tensão controlada e barra de balanço. As barras de carga são aquelas ligadas a uma carga de potência constante, corrente constante, impedância constante ou uma combinação dos três. As barras de tensão controlada possuem a potência ativa gerada e demandada conhecida e também o módulo da tensão conhecida. As barras de balanço são as barras de referência e possuem o módulo e a fase da tensão conhecidas.

5.1 Construção da matriz admitância de barra por inspeção direta

Um sistema elétrico de potência genérico que possui N barras pode ser representado pela seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \vdots \\ \hat{I}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{V}_2 \\ \vdots \\ \hat{V}_N \end{bmatrix} \quad (201)$$

As corrente indicadas correspondem as correntes injetadas nas respectivas barras e as tensões indicadas correspondem a tensão das respectivas barras. A matriz formada por elementos Y_{mn} é a matriz admitância de barra. O conhecimento dessa matriz é essencial para a aplicação de

métodos de fluxo de potência. Para m diferente de n , o valor de Y_{mn} é igual à admitância entre as barras m e n multiplicado por menos um. Caso não exista conexão entre os barramentos o valor deve ser zero. Para m igual a n , o valor de Y_{mn} é igual à soma de todas as admitâncias conectadas a barra m .

5.2 Formulação básica

Em conformidade com a Equação (201), pode-se escrever a seguinte expressão para a barra m :

$$\hat{I}_m = Y_{m1}\hat{V}_1 + Y_{m2}\hat{V}_2 + \dots + Y_{mN}\hat{V}_N \quad (202)$$

$$\hat{I}_m = \sum_{n=1}^N Y_{mn}\hat{V}_n \quad (203)$$

Pode-se escrever a seguinte expressão para potência complexa:

$$S_m = \hat{V}_m \hat{I}_m^* \quad (204)$$

$$S_m^* = \hat{V}_m^* \hat{I}_m \quad (205)$$

$$P_m - jQ_m = \hat{V}_m^* \hat{I}_m \quad (206)$$

$$P_m - jQ_m = \hat{V}_m^* \sum_{n=1}^N Y_{mn}\hat{V}_n \quad (207)$$

5.3 Método de Gauss-Seidel

A partir da Equação (207) pode-se escrever a seguinte expressão:

$$\frac{P_m - jQ_m}{\hat{V}_m^*} = \sum_{n=1}^N Y_{mn} \hat{V}_n \quad (208)$$

$$\frac{P_m - jQ_m}{\hat{V}_m^*} = Y_{mm} \hat{V}_m + \sum_{n=1}^{m-1} Y_{mn} \hat{V}_n + \sum_{n=m+1}^N Y_{mn} \hat{V}_n \quad (209)$$

$$Y_{mm} \hat{V}_m = \frac{P_m - jQ_m}{\hat{V}_m^*} - \sum_{n=1}^{m-1} Y_{mn} \hat{V}_n - \sum_{n=m+1}^N Y_{mn} \hat{V}_n \quad (210)$$

$$\hat{V}_m = \frac{1}{Y_{mm}} \left[\frac{P_m - jQ_m}{\hat{V}_m^*} - \sum_{n=1}^{m-1} Y_{mn} \hat{V}_n - \sum_{n=m+1}^N Y_{mn} \hat{V}_n \right] \quad (211)$$

A Equação (211) não pode ser utilizada para determinar a tensão na barra de forma analítica, pois ela depende do valor da tensão nas outras barras. No entanto, a equação pode ser utilizada para determinar a tensão na barra por meio de um processo iterativo, utilizando estimativas iniciais para as tensões nas barras. O método de Gauss-Seidel consiste nesse método. A cada etapa iterativa, podem-se calcular as tensões nas barras de forma sequencial. Considera-se a barra 1 como sendo a barra de balanço e o valor de sua tensão não precisa ser calculado, pois tanto o seu módulo como sua fase são conhecidos. Assim, ao se calcular a tensão na barra m , para as barras de 1 a $m-1$ pode-se considerar os valores calculados na própria etapa iterativa e a para as barras de $m+1$ a N deve-se considerar os valores da etapa iterativa anterior. Assim, sendo k a etapa iterativa, pode-se adaptar a Equação (211) da seguinte forma para a utilização em um processo iterativo:

$$\hat{V}_m^{(k)} = \frac{1}{Y_{mm}} \left[\frac{P_m - jQ_m}{(\hat{V}_m^{(k-1)})^*} - \sum_{n=1}^{m-1} Y_{mn} \hat{V}_n^{(k)} - \sum_{n=m+1}^N Y_{mn} \hat{V}_n^{(k-1)} \right] \quad (212)$$

Os termos k e $k-1$ são apenas índices sobrescritos e não expoentes.

No caso de existirem, além da barra de balanço, apenas barras de carga, a Equação (212) é suficiente. Se existirem também barras de tensão controlada o valor das potências reativas das mesmas também precisam ser determinados. A partir da Equação (207), percebe-se que a potência reativa é menos a parte imaginária do segundo membro da equação. Assim, tem-se a seguinte expressão:

$$Q_m = -Im \left\{ \hat{V}_m^* \sum_{n=1}^N Y_{mn} \hat{V}_n \right\} \quad (213)$$

$$Q_m = -Im \left\{ \hat{V}_m^* \left[\sum_{n=1}^{m-1} Y_{mn} \hat{V}_n + \sum_{n=m}^N Y_{mn} \hat{V}_n \right] \right\} \quad (214)$$

A cada etapa iterativa, antes de calcular a tensão na barra m calcula-se a potência reativa dessa barra, caso ela seja de tensão controlada, pela Equação (214). Assim, ao se calcular a potência reativa na barra m , para as barras de 1 a $m-1$ pode-se considerar os valores calculados na própria etapa iterativa e para as barras de m a N deve-se considerar os valores da etapa iterativa anterior. Após o cálculo da potência reativa calcula-se a tensão na barra utilizando o valor de potência reativa calculado anteriormente. A Equação (211) e a Equação (214) adaptadas para o processo iterativo encontram-se a seguir:

$$Q_m^{(k)} = -Im \left\{ \left(\hat{V}_m^{(k-1)} \right)^* \left[\sum_{n=1}^{m-1} Y_{mn} \hat{V}_n^{(k)} + \sum_{n=m}^N Y_{mn} \hat{V}_n^{(k-1)} \right] \right\} \quad (215)$$

$$\hat{V}_m^{(k)} = \frac{1}{Y_{mm}} \left[\frac{P_m - jQ_m^{(k)}}{\left(\hat{V}_m^{(k-1)} \right)^*} - \sum_{n=1}^{m-1} Y_{mn} \hat{V}_n^{(k)} - \sum_{n=m+1}^N Y_{mn} \hat{V}_n^{(k-1)} \right] \quad (216)$$

É necessário inserir o cálculo da potência reativa no processo iterativo, pois ele é necessário para o cálculo da tensão na barra respectiva a cada processo iterativo.

5.4 Método de Newton-Raphson

Considera-se um sistema de equações genéricas de múltiplas variáveis formado por N equações da forma:

$$f_m(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0 \quad (217)$$

Neste caso, m é um índice que varia de 1 a N para representar N funções genéricas distintas. Considerando estimativas para os valores das variáveis e pequenos desvios correspondentes a essas estimativas pode-se representar a equação da seguinte forma:

$$f_m(x_1^{(k)} + \Delta x_1^{(k)}, x_2^{(k)} + \Delta x_2^{(k)}, \dots, x_N^{(k)} + \Delta x_N^{(k)}) = 0 \quad (218)$$

Os índices sobrescritos representam a etapa do processo iterativo. Para desvios muito pequenos tem-se a expressão da seguinte forma:

$$f_m^{(k)} + \Delta x_1^{(k)} \frac{\partial f_m^{(k)}}{\partial x_1} + \Delta x_2^{(k)} \frac{\partial f_m^{(k)}}{\partial x_2} + \dots + \Delta x_N^{(k)} \frac{\partial f_m^{(k)}}{\partial x_N} = 0 \quad (219)$$

Sendo:

$$f_m^{(k)} = f_m(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_N^{(k)}) \quad (220)$$

Pode-se escrever a seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1^{(k)}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1^{(k)}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1^{(k)}}{\partial x_N} \\ \frac{\partial f_2^{(k)}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2^{(k)}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2^{(k)}}{\partial x_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_N^{(k)}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_N^{(k)}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_N^{(k)}}{\partial x_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(k)} \\ \Delta x_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta x_N^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_1^{(k)} \\ -f_2^{(k)} \\ \vdots \\ -f_N^{(k)} \end{bmatrix} \quad (221)$$

A matriz jacobiana é definida da seguinte forma:

$$J^{(k)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1^{(k)}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1^{(k)}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1^{(k)}}{\partial x_N} \\ \frac{\partial f_2^{(k)}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2^{(k)}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2^{(k)}}{\partial x_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_N^{(k)}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_N^{(k)}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_N^{(k)}}{\partial x_N} \end{bmatrix} \quad (222)$$

Assim, tem-se a seguinte expressão:

$$J^{(k)} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(k)} \\ \Delta x_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta x_N^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_1^{(k)} \\ -f_2^{(k)} \\ \vdots \\ -f_N^{(k)} \end{bmatrix} \quad (223)$$

Resolvendo-se a equação matricial anterior encontram-se os valores dos erros. O valor das variáveis se atualiza a cada iteração conforme equação seguinte:

$$x_m^{(k)} = x_m^{(k-1)} + \Delta x_m^{(k-1)} \quad (224)$$

O método de Newton-Raphson pode convenientemente ser aplicado a fluxo de potência. Considerando os valores de tensão e admitância da Equação (207) na forma polar, tem-se a seguinte equação:

$$P_m - jQ_m = (|\hat{V}_m| e^{j\delta_m})^* \sum_{n=1}^N |Y_{mn}| e^{j\theta_{mn}} |\hat{V}_n| e^{j\delta_n} \quad (225)$$

$$P_m - jQ_m = |\hat{V}_m| e^{-j\delta_m} \sum_{n=1}^N |Y_{mn}| e^{j\theta_{mn}} |\hat{V}_n| e^{j\delta_n} \quad (226)$$

$$P_m - jQ_m = \sum_{n=1}^N |Y_{mn}| |\hat{V}_m| |\hat{V}_n| e^{j(\delta_n - \delta_m + \theta_{mn})} \quad (227)$$

A Equação (227) é uma equação complexa e pode ser decomposta em parte real e imaginária.

$$P_m = \sum_{n=1}^N |Y_{mn}| |\hat{V}_m| |\hat{V}_n| \cos(\delta_n - \delta_m + \theta_{mn}) \quad (228)$$

$$Q_m = - \sum_{n=1}^N |Y_{mn}| |\hat{V}_m| |\hat{V}_n| \sin(\delta_n - \delta_m + \theta_{mn}) \quad (229)$$

A equação (228) e a Equação (229) podem ser utilizadas para resolver o problema de fluxo de potência pelo método de Newton-Raphson. Pode-se adaptar a Equação (221) para o caso de fluxo de potência.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_N} & \frac{\partial P_2}{\partial |\hat{V}_2|} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial |\hat{V}_N|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_N}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_N}{\partial \delta_N} & \frac{\partial P_N}{\partial |\hat{V}_2|} & \dots & \frac{\partial P_N}{\partial |\hat{V}_N|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_N} & \frac{\partial Q_2}{\partial |\hat{V}_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial |\hat{V}_N|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_N}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_N}{\partial \delta_N} & \frac{\partial Q_N}{\partial |\hat{V}_2|} & \dots & \frac{\partial Q_N}{\partial |\hat{V}_N|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_N \\ \Delta |\hat{V}_2| \\ \vdots \\ \Delta |\hat{V}_N| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_N \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_N \end{bmatrix} \quad (230)$$

A matriz do segundo membro da equação é uma matriz formada pelas diferenças entre o valor conhecido e o valor calculado das potências ativa e reativa. Não existem colunas referentes a barra 1 porque ela é a barra de balanço e os valores do módulo de sua tensão e de sua fase são conhecidos.

Conforme demonstrado conforme demonstrado por Grainger e Stevenson Junior (1994), para x diferente de y , podem-se verificar as seguintes expressões como sendo válidas:

$$|\hat{V}_y| \frac{\partial P_x}{\partial |\hat{V}_y|} = - \frac{\partial Q_x}{\partial \delta_y} \quad (231)$$

$$\frac{\partial P_x}{\partial \delta_y} = |\hat{V}_y| \frac{\partial Q_x}{\partial |\hat{V}_y|} \quad (232)$$

Consequentemente pode-se escrever a Equação (230) de modo a simplificá-la com relação à quantidade de cálculos a serem realizados.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_N} & |\hat{V}_2| \frac{\partial P_2}{\partial |\hat{V}_2|} & \dots & |\hat{V}_N| \frac{\partial P_2}{\partial |\hat{V}_N|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_N}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_N}{\partial \delta_N} & |\hat{V}_2| \frac{\partial P_N}{\partial |\hat{V}_2|} & \dots & |\hat{V}_N| \frac{\partial P_N}{\partial |\hat{V}_N|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_N} & |\hat{V}_2| \frac{\partial Q_2}{\partial |\hat{V}_2|} & \dots & |\hat{V}_N| \frac{\partial Q_2}{\partial |\hat{V}_N|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_N}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_N}{\partial \delta_N} & |\hat{V}_2| \frac{\partial Q_N}{\partial |\hat{V}_2|} & \dots & |\hat{V}_N| \frac{\partial Q_N}{\partial |\hat{V}_N|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_N \\ \frac{\Delta |\hat{V}_2|}{|\hat{V}_2|} \\ \vdots \\ \frac{\Delta |\hat{V}_N|}{|\hat{V}_N|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_N \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_N \end{bmatrix} \quad (233)$$

No caso da existência de alguma barra de tensão controlada o desvio do módulo da tensão é sempre nulo e consequentemente pode-se eliminar a coluna correspondente do jacobiano. O valor da potência reativa pode ser calculado depois da solução do fluxo de potência e ele não precisa ser calculado durante o processo iterativo.

5.5 Exemplo resolvido

Considera-se um sistema de potência com três barras conforme mostrado na Figura 29. Os dados do sistema encontram-se descritos na Tabela 2. A barra é considerada como sendo a barra de balanço. Pretende-se determinar o módulo e o ângulo das tensões nas barras.

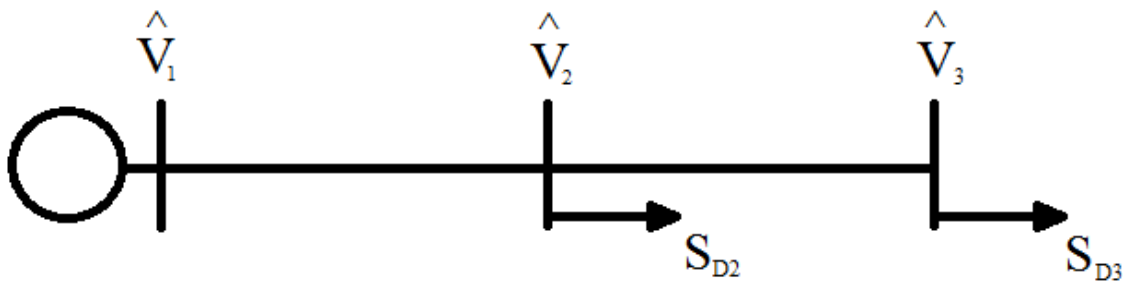


Figura 29 – Sistema com três barras.

Tabela 2 – Valores para as grandezas elétricas do sistema com três barras.

Grandeza	Valor
Potência demanda na barra 2 (pu).	0,2+j0,1
Potência demandada na barra 3 (pu).	0,3+j0,1
Impedância da barra 1 para a barra 2 (pu).	j0,05
Impedância da barra 2 para a barra 3 (pu).	j0,06
Tensão na barra 1 (pu)	$1e^{j0}$
Potência base.	100 MVA
Tensão base.	500 kV

A matriz admitância obtida por inspeção é a seguinte:

$$Y = \begin{bmatrix} -j20 & j20 & 0 \\ j20 & -j36,67 & j16,67 \\ 0 & j16,67 & -j16,67 \end{bmatrix} \quad (234)$$

Em conformidade com a Equação (211) as equações utilizadas no processo iterativo pelo método de Gauss-Seidel são:

$$\hat{V}_2 = \frac{1}{-j36,67} \left[\frac{-0,2 + j0,1}{\hat{V}_2^*} - j20 - j16,67\hat{V}_3 \right] \quad (235)$$

$$\hat{V}_3 = \frac{1}{-j16,67} \left[\frac{-0,3 + j0,1}{\hat{V}_3^*} - j16,67\hat{V}_2 \right] \quad (236)$$

Os valores calculados para cada etapa iterativa pelo método de Gauss-Seidel encontram-se expressos na Tabela 3.

Tabela 3 – Resultado dos cálculos de cada etapa iterativa pelo método de Gauss-Seidel. Módulos das tensões em pu e ângulos em radianos.

Iteração	\hat{V}_2	\hat{V}_3
0	$1e^{j0}$	$1e^{j0}$
1	$0,9973e^{-j0,055}$	$0,9916e^{-j0,0237}$
2	$0,9934e^{-j0,0162}$	$0,9874e^{-j0,0345}$
3	$0,9914e^{-j0,0211}$	$0,9852e^{-j0,0395}$
4	$0,9903e^{-j0,0234}$	$0,9844e^{-j0,0419}$
5	$0,9899e^{-j0,0244}$	$0,9837e^{-j0,0429}$
6	$0,9896e^{-j0,0249}$	$0,9833e^{-j0,0434}$
7	$0,9894e^{-j0,0251}$	$0,9831e^{-j0,0436}$
8	$0,9893e^{-j0,0252}$	$0,9830e^{-j0,0437}$
9	$0,9893e^{-j0,0252}$	$0,9830e^{-j0,0437}$

Observa-se que para quatro casas decimais e considerando uma tolerância de 0,0001, como foi considerado, o resultado converge na nona iteração chegando, assim, no resultado final.

As equações utilizadas no processo iterativo pelo método de Newton-Raphson encontram-se a seguir:

$$P_2 = 20V_2 \cos\left(-\delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) + 16,67V_2V_3 \cos\left(\delta_3 - \delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (237)$$

$$P_3 = 16,67V_2V_3 \cos\left(\delta_3 - \delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (238)$$

$$Q_2 = -20V_2 \sin\left(-\delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) + 36,67V_2^2 - 16,67V_2V_3 \sin\left(\delta_3 - \delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (239)$$

$$Q_3 = -16,67V_2V_3 \sin\left(\delta_2 - \delta_3 + \frac{\pi}{2}\right) + 16,67V_3^2 \quad (240)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = 20V_2 \sin\left(-\delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) + 16,67V_2V_3 \sin\left(\delta_3 - \delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (241)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = -16,67V_2V_3 \sin\left(\delta_3 - \delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (242)$$

$$V_2 \frac{\partial P_2}{\partial V_2} = 20V_2 \cos\left(-\delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) + 16,67V_2V_3 \cos\left(\delta_3 - \delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (243)$$

$$V_3 \frac{\partial P_2}{\partial V_3} = 16,67V_2V_3 \cos\left(\delta_3 - \delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (244)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = -16,67V_2V_3 \sin\left(\delta_2 - \delta_3 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (245)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = 16,67V_2V_3 \sin\left(\delta_2 - \delta_3 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (246)$$

$$V_2 \frac{\partial P_3}{\partial V_2} = 16,67V_2V_3 \cos\left(\delta_2 - \delta_3 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (247)$$

$$V_3 \frac{\partial P_3}{\partial V_3} = 16,67V_2V_3 \cos\left(\delta_2 - \delta_3 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (248)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} = 20V_2 \cos\left(-\delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) + 16,67V_2V_3 \cos\left(\delta_3 - \delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (249)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} = -16,67V_2V_3 \cos\left(\delta_3 - \delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (250)$$

$$V_2 \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} = -20V_2 \sin\left(-\delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) + 73,34V_2^2 - 16,67V_2V_3 \sin\left(\delta_3 - \delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (251)$$

$$V_3 \frac{\partial Q_2}{\partial V_3} = -16,67V_2V_3 \sin\left(\delta_3 - \delta_2 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (252)$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} = -16,67V_2V_3 \cos\left(\delta_2 - \delta_3 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (253)$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} = 16,67V_2V_3 \cos\left(\delta_2 - \delta_3 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (254)$$

$$V_2 \frac{\partial Q_3}{\partial V_2} = -16,67V_2V_3 \sin\left(\delta_2 - \delta_3 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (255)$$

$$V_3 \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} = -16,67V_2V_3 \sin\left(\delta_2 - \delta_3 + \frac{\pi}{2}\right) + 33,34V_3^2 \quad (256)$$

Os valores calculados para cada etapa iterativa pelo método de Newton-Raphson encontram-se expressos na Tabela 4.

Tabela 4 – Resultado dos cálculos de cada etapa iterativa pelo método de Newton-Raphson. Módulos das tensões em pu e ângulos em radianos.

Iteração	V_2	δ_2	V_3	δ_3
0	1	0	1	0

1	0,9900	-0,025	0,984	-0,043
2	0,9893	-0,0253	0,9830	-0,0438
3	0,9893	-0,0253	0,9830	-0,0438

Observa-se que para quatro casas decimais e para uma tolerância de 0,0001, como foi considerado, o resultado converge na terceira iteração.

Nota-se que o método de Newton-Raphson convergiu com menos iterações que o método de Gauss-Seidel. Isso é esperado, pois o método de Newton-Raphson tende a convergir com menos iterações do que o método de Gauss-Seidel para uma mesma estimativa inicial. Para mais informações sobre os métodos numéricos tratados pode-se consultar o livro de Kreyszig.

Utilizando o PowerWorld™ foi feita uma simulação do caso. A figura da simulação encontra-se na Figura 30.

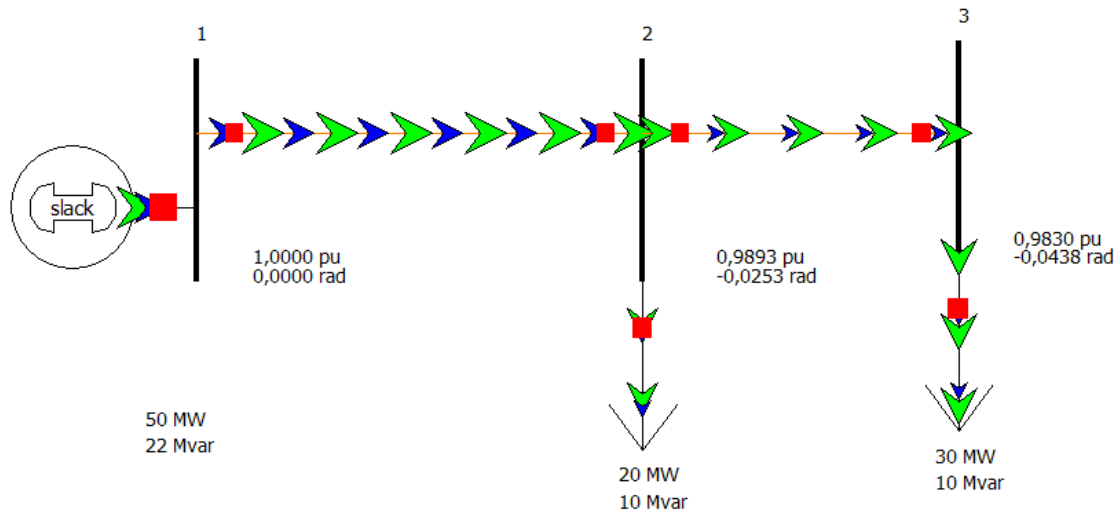


Figura 30 – Simulação de caso.

Pretende-se, por meio de um método numérico, determinar a potência reativa a ser injetada na barra 2 para conseguir obter uma tensão de 1 pu.

Para a resolução pelo método de Gauss-Seidel é necessário a inclusão de mais uma equação no processo iterativo. Em conformidade com a Equação (213), tem-se a seguinte equação:

$$Q_2 = -Im\{\hat{V}_2^*[j20 - j36,67 + j16,67]\} \quad (257)$$

Os valores calculados para cada etapa iterativa pelo método de Gauss-Seidel encontram-se expressos na Tabela 5. O valor do módulo da tensão na barra 2 foi fixada em 1 pu.

Tabela 5 – Resultado dos cálculos de cada etapa iterativa pelo método de Gauss-Seidel. Módulos das tensões em pu e ângulos em radianos.

Iteração	Q_2 (pu)	\hat{V}_2 (pu)	\hat{V}_3 (pu)
0	0	$1e^{j0}$	$1e^{j0}$
1	0	$1e^{-j0,055}$	$0,9943e^{-j0,0236}$
2	0,0980	$1e^{-j0,0161}$	$0,9940e^{-j0,0343}$
3	0,1054	$1e^{-j0,0210}$	$0,9939e^{-j0,0391}$
4	0,1088	$1e^{-j0,0232}$	$0,9938e^{-j0,0413}$
5	0,1114	$1e^{-j0,0242}$	$0,9938e^{-j0,0423}$
6	0,1119	$1e^{-j0,0246}$	$0,9938e^{-j0,0427}$
7	0,1121	$1e^{-j0,0248}$	$0,9938e^{-j0,0429}$
8	0,1122	$1e^{-j0,0249}$	$0,9938e^{-j0,0430}$
9	0,1123	$1e^{-j0,0250}$	$0,9938e^{-j0,0431}$
10	0,1123	$1e^{-j0,0250}$	$0,9938e^{-j0,0431}$

Observa-se que para quatro casas decimais, como foi considerado, o resultado converge na nona iteração chegando, assim, no resultado final.

Para a resolução pelo método iterativo de Newton-Raphson elimina-se a terceira linha e a terceira coluna da matriz jacobiana que correspondem a potência reativa referente a barra 2. Após a realização do método iterativo utiliza-se a Equação (239) para o cálculo da potência reativa referente à barra 2.

Os valores calculados para cada etapa iterativa pelo método de Newton-Raphson encontram-se expressos na Tabela 6. O valor do módulo da tensão na barra 2 foi fixada em 1 pu.

Tabela 6 – Resultado dos cálculos de cada etapa iterativa pelo método de Newton-Raphson. Módulos das tensões em pu e ângulos em radianos.

Iteração	V_2	δ_2	V_3	δ_3
0	1	0	1	0
1	1	-0,0250	0,9940	-0,0430
2	1	-0,0250	0,9938	-0,0431
3	1	-0,0250	0,9938	-0,0431

Observa-se que para quatro casas decimais, como foi considerado, o resultado converge na segunda iteração chegando, assim, no resultado final. A potência reativa calculada foi de 0,1123 pu. Considerando que a carga demanda 0,1 pu de potência reativa, é necessário que seja gerado 0,2123 pu de potência reativa na barra para que se tenha esse saldo de potência reativa.

Utilizando o PowerWorldTM foi feita uma simulação do caso. A figura da simulação encontra-se na Figura 31.

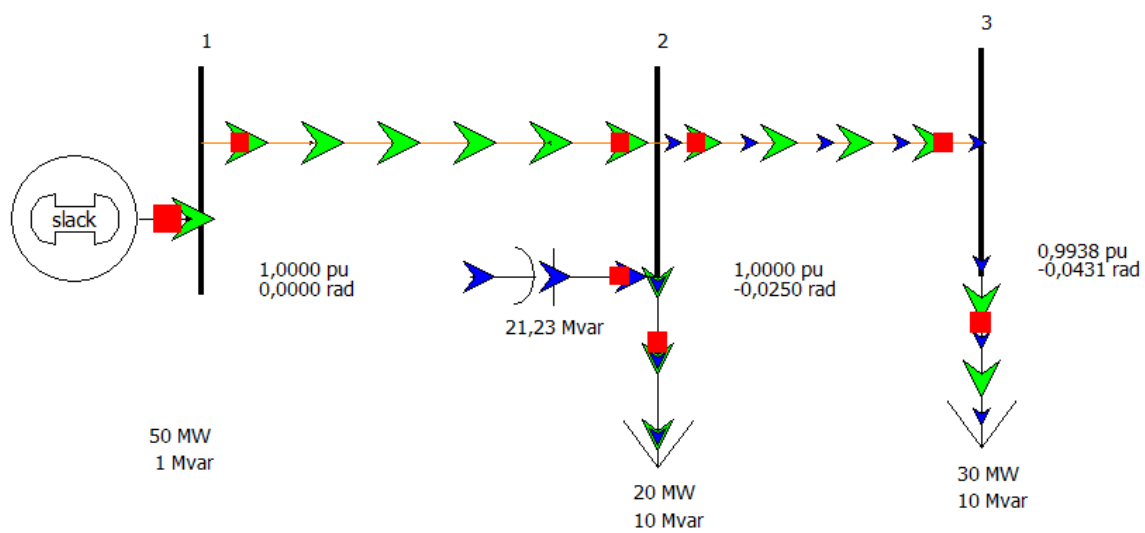


Figura 31 – Simulação de caso.

6 Curtos-circuitos em sistemas de potência

O método de componentes simétricas é um método utilizado para o estudo de sistemas de potência trifásicos desequilibrados. Tal método, baseado no Teorema de Fortescue, permite a análise de sistemas elétricos com linhas e impedâncias equilibradas por meio de três circuitos desacoplados, sendo um de sequência positiva um de sequência negativa e um de sequência zero, como definido adiante. Os circuitos de sequência são conectados de diferentes formas para os diversos tipos de curto-circuito. Algumas formas básicas de curto-circuito são curto circuito fase-fase, fase-fase-terra e fase-terra.

6.1 Componentes simétricas

Em conformidade com o Teorema de Fortescue, cada um dos fasores de um conjunto de três fasores pode ser dado como a soma de três fasores, sendo um deles de um conjunto de sequência positiva, outro de um conjunto de sequência negativa e o outro de sequência zero. Entende-se como sequência positiva um conjunto de três fasores de mesma amplitude defasados de 120° na mesma sequência da rede em regime normal de funcionamento, sem a ocorrência de faltas. A sequência negativa corresponde a um conjunto de três fasores de mesma amplitude defasados de 120° numa sequência oposta ao de sequência positiva. A sequência zero é um conjunto de três fasores de mesmo módulo e de mesma defasagem angular.

Assim para três fasores referentes a cada uma das fases têm-se as seguintes equações:

$$\hat{V}_a = \hat{V}_{a0} + \hat{V}_{a1} + \hat{V}_{a2} \quad (258)$$

$$\hat{V}_b = \hat{V}_{b0} + \hat{V}_{b1} + \hat{V}_{b2} \quad (259)$$

$$\hat{V}_c = \hat{V}_{c0} + \hat{V}_{c1} + \hat{V}_{c2} \quad (260)$$

Os índices 0, 1 e 2 representam os termos de sequência zero, positiva e negativa, respectivamente. Essas equações são igualmente aplicáveis a fasores de tensão e a fasores de corrente. Considerando a definição da Equação (1), as equações podem ser escritas da seguinte forma:

$$\hat{V}_a = \hat{V}_{a0} + \hat{V}_{a1} + \hat{V}_{a2} \quad (261)$$

$$\hat{V}_b = \hat{V}_{a0} + a^2\hat{V}_{a1} + a\hat{V}_{a2} \quad (262)$$

$$\hat{V}_c = \hat{V}_{a0} + a\hat{V}_{a1} + a^2\hat{V}_{a2} \quad (263)$$

Pode-se, a partir dessas equações, escrever a seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_a \\ \hat{V}_b \\ \hat{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_{a0} \\ \hat{V}_{a1} \\ \hat{V}_{a2} \end{bmatrix} \quad (264)$$

Define-se a matriz de Fortescue da seguinte forma:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (265)$$

Multiplicando-se a Equação (264) pela inversa da matriz de Fortescue tem-se a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_{a0} \\ \hat{V}_{a1} \\ \hat{V}_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_a \\ \hat{V}_b \\ \hat{V}_c \end{bmatrix} \quad (266)$$

A partir dessa equação matricial podem ser escritas as seguintes equações:

$$\hat{V}_{a0} = \frac{1}{3}(\hat{V}_a + \hat{V}_b + \hat{V}_c) \quad (267)$$

$$\hat{V}_{a1} = \frac{1}{3}(\hat{V}_a + a\hat{V}_b + a^2\hat{V}_c) \quad (268)$$

$$\hat{V}_{a2} = \frac{1}{3}(\hat{V}_a + a^2\hat{V}_b + a\hat{V}_c) \quad (269)$$

Para um circuito equilibrado sem a ocorrência de falta tem-se que as componentes de sequência negativa e zero são nulas.

A corrente que circula no neutro é a soma das correntes que circulam em cada uma das fases. Pela análoga da Equação (267) para corrente pode-se inferir que a corrente de sequência zero é um terço da corrente que circula pelo neutro.

Considera-se uma carga trifásica equilibrada de impedância constante como mostrado na Figura 32.

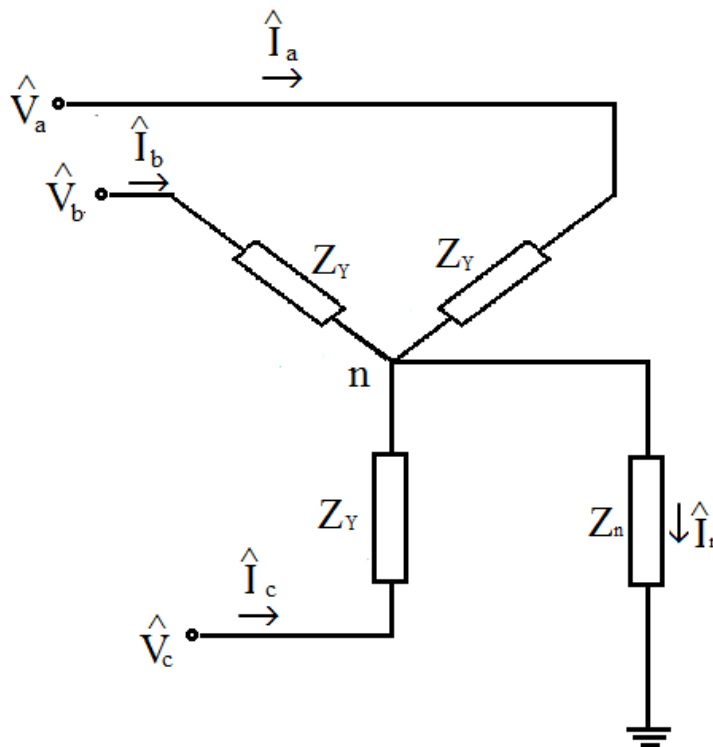


Figura 31 – Carga trifásica em Y.

A tensão nos terminais indicados é igual a soma da queda de tensão na carga mais a queda de tensão no neutro. Assim, podem ser escritas as seguintes equações:

$$\hat{V}_a = Z_Y \hat{I}_a + Z_n \hat{I}_n \quad (270)$$

$$\hat{V}_b = Z_Y \hat{I}_b + Z_n \hat{I}_n \quad (271)$$

$$\hat{V}_c = Z_Y \hat{I}_c + Z_n \hat{I}_n \quad (272)$$

A corrente no neutro é a soma das correntes que circulam pelas fases. Assim, tem-se as seguintes equações:

$$\hat{V}_a = Z_Y \hat{I}_a + Z_n \hat{I}_a + Z_n \hat{I}_b + Z_n \hat{I}_c \quad (273)$$

$$\hat{V}_b = Z_Y \hat{I}_b + Z_n \hat{I}_a + Z_n \hat{I}_b + Z_n \hat{I}_c \quad (274)$$

$$\hat{V}_c = Z_Y \hat{I}_c + Z_n \hat{I}_a + Z_n \hat{I}_b + Z_n \hat{I}_c \quad (275)$$

A partir dessas equações pode-se escrever a seguinte equação matricial.

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_a \\ \hat{V}_b \\ \hat{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_Y + Z_n & Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_Y + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n & Z_Y + Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \end{bmatrix} \quad (276)$$

Em conformidade com a Equação (264), tem-se o seguinte:

$$A \begin{bmatrix} \hat{V}_{a0} \\ \hat{V}_{a1} \\ \hat{V}_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_Y + Z_n & Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_Y + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n & Z_Y + Z_n \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} \hat{I}_{a0} \\ \hat{I}_{a1} \\ \hat{I}_{a2} \end{bmatrix} \quad (277)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_{a0} \\ \hat{V}_{a1} \\ \hat{V}_{a2} \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} Z_Y + Z_n & Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_Y + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n & Z_Y + Z_n \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} \hat{I}_{a0} \\ \hat{I}_{a1} \\ \hat{I}_{a2} \end{bmatrix} \quad (278)$$

Realizando o produto matricial, tem-se a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_{a0} \\ \hat{V}_{a1} \\ \hat{V}_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_Y + 3Z_n & 0 & 0 \\ 0 & Z_Y & 0 \\ 0 & 0 & Z_Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{a0} \\ \hat{I}_{a1} \\ \hat{I}_{a2} \end{bmatrix} \quad (279)$$

A Equação (279) mostra que a carga trifásica pode ser representada por três circuitos desacoplados para a análise por meio de componentes simétricas, sendo um deles de sequência positiva, um de sequência negativa e um de sequência zero. O valor da impedância de sequência zero depende do valor da impedância do neutro. Caso a carga não fosse aterrada, a impedância de sequência zero seria infinita.

Considerando um sistema de potência cuja matriz de impedância seja simétrica, ou seja, as impedâncias próprias são iguais entre elas e as impedâncias mútuas são iguais entre elas, as quedas de tensão na linha podem ser dadas pela seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_a \\ \hat{V}_b \\ \hat{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_p & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_p & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ \hat{I}_c \end{bmatrix} \quad (280)$$

Fazendo uma substituição análoga a da Equação (277) e uma multiplicação matricial análoga a Equação (278), tem-se o seguinte resultado.

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_{a0} \\ \hat{V}_{a1} \\ \hat{V}_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_p + 2Z_m & 0 & 0 \\ 0 & Z_p - Z_m & 0 \\ 0 & 0 & Z_p - Z_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{a0} \\ \hat{I}_{a1} \\ \hat{I}_{a2} \end{bmatrix} \quad (281)$$

Assim, uma linha de transmissão com matriz impedância simétrica pode ser representada por três circuitos de sequência desacoplados para a sua análise com componentes simétricas. Nota-se também que as impedâncias de sequência positiva e negativa são iguais entre elas.

6.2 Cálculo de curto-circuito

32. Considera-se um gerador trifásico funcionando a vazio conforme representado na Figura

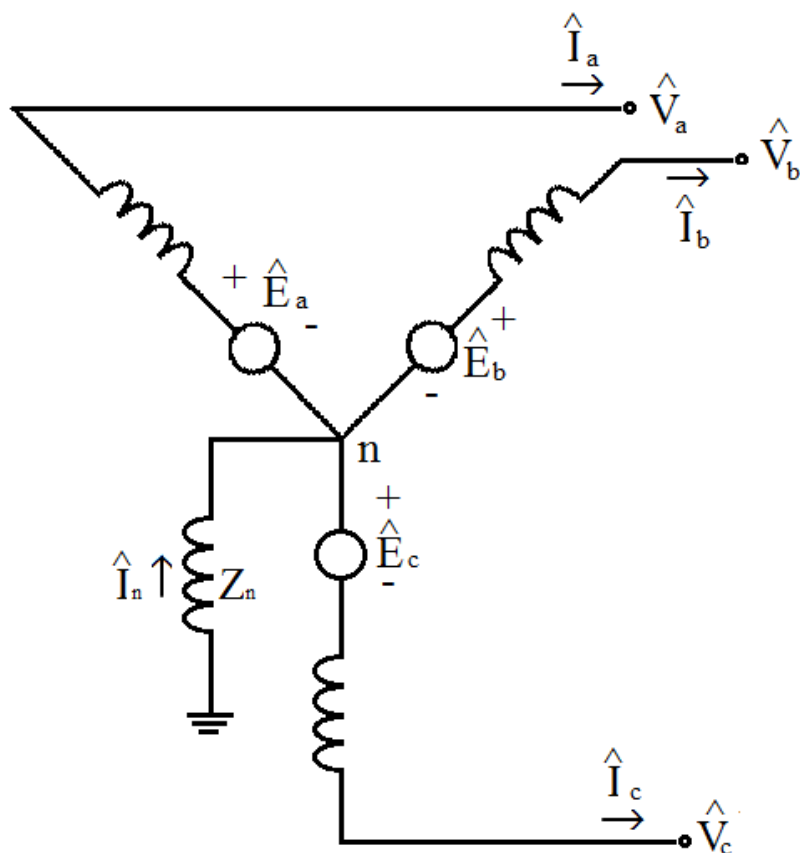


Figura 32 – Carga trifásica em Y.

Tal configuração pode, para o estudo de curto-circuito ser analisada por meio de componentes simétricos. Para isso pode-se recorrer aos circuitos de seqüência positiva, negativa e zero, representados na Figura 33.

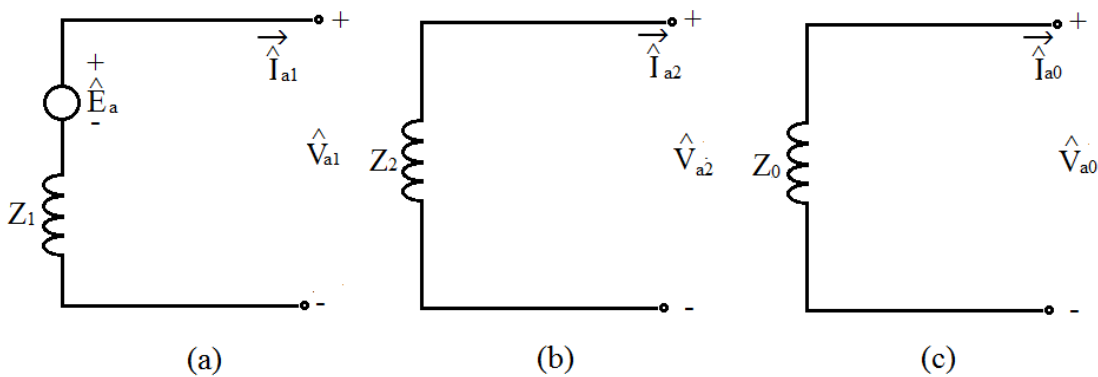


Figura 33 – Circuitos de seqüência positiva (a), negativa (b) e zero(c).

Existem três tipos básicos de curto-circuito que podem ocorrer num sistema de potência: curto-circuito entre uma fase e a terra, entre duas fases e entre duas fases e a terra. No caso de um curto-circuito entre a fase a e a terra têm-se as seguintes condições:

$$\hat{V}_a = 0 \quad (282)$$

$$\hat{I}_b = 0 \quad (283)$$

$$\hat{I}_c = 0 \quad (284)$$

Considerando as análogas da Equação (267) e da Equação (269) para fasores de corrente e a Equação (283) e a Equação (284) para fasores de corrente tem-se as seguintes igualdades:

$$\hat{I}_{a0} = \frac{1}{3}(\hat{I}_a + \hat{I}_b + \hat{I}_c) = \frac{1}{3}\hat{I}_a \quad (285)$$

$$\hat{I}_{a1} = \frac{1}{3}(\hat{I}_a + a\hat{I}_b + a^2\hat{I}_c) = \frac{1}{3}\hat{I}_a \quad (286)$$

$$\hat{I}_{a2} = \frac{1}{3}(\hat{I}_a + a^2\hat{I}_b + a\hat{I}_c) = \frac{1}{3}\hat{I}_a \quad (287)$$

De acordo com a Equação (261) e a Equação (282), tem-se a seguinte expressão:

$$\hat{V}_a = \hat{V}_{a0} + \hat{V}_{a1} + \hat{V}_{a2} = 0 \quad (288)$$

O fato das correntes serem iguais e da soma das tensões serem nulas corresponde a uma ligação dos circuitos de sequência em série. Assim, para o cálculo da corrente de curto-circuito por meio de componentes simétricos utilizando componentes simétricas pode-se considerar uma ligação dos circuitos de sequência conforme Figura 34.

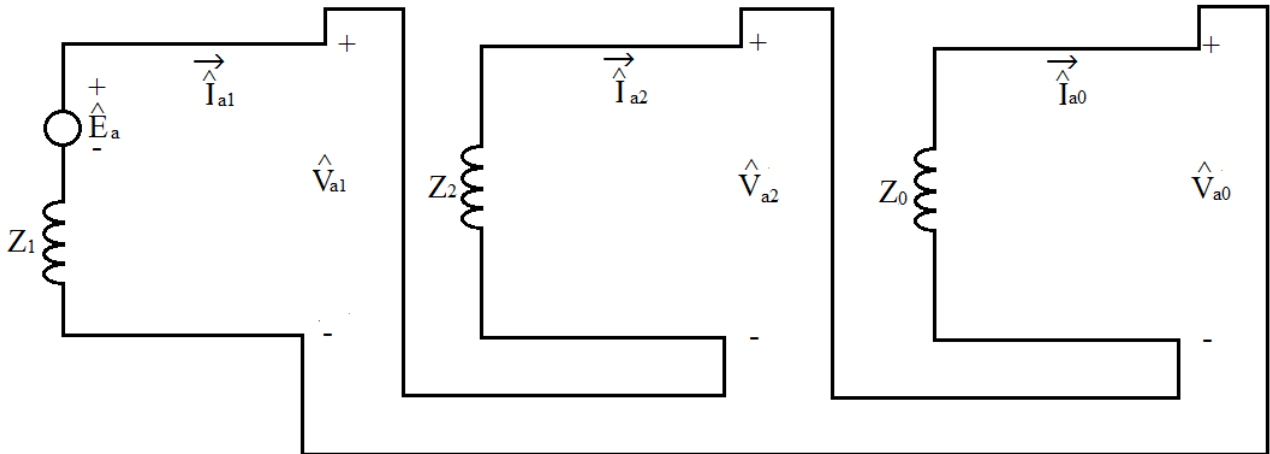


Figura 34 – Conexão dos circuitos de seqüência para falta fase-terra.

No caso de um curto-circuito entre a fase b e a fase c têm-se as seguintes condições:

$$\hat{I}_b = -\hat{I}_c \quad (289)$$

$$\hat{V}_b = \hat{V}_c \quad (290)$$

$$\hat{I}_a = 0 \quad (291)$$

Considerando as análogas da Equação (267) e da Equação (269) para fasores de corrente e a Equação (289) e a Equação (291) tem-se as seguintes igualdades:

$$\hat{I}_{a0} = \frac{1}{3}(\hat{I}_a + \hat{I}_b + \hat{I}_c) = 0 \quad (292)$$

$$\hat{I}_{a1} = \frac{1}{3}(\hat{I}_a + a\hat{I}_b + a^2\hat{I}_c) = \frac{1}{3}(a\hat{I}_b - a^2\hat{I}_b) \quad (293)$$

$$\hat{I}_{a2} = \frac{1}{3}(\hat{I}_a + a^2\hat{I}_b + a\hat{I}_c) = \frac{1}{3}(a^2\hat{I}_b - a\hat{I}_b) \quad (294)$$

Pode-se verificar que a soma das correntes de seqüência positiva e negativa é igual a zero. A corrente de seqüência zero é nula, podendo inferir que o circuito de seqüência zero está desligado.

De acordo com a Equação (268) e a Equação (289), têm-se as seguintes expressões:

$$\hat{V}_{a1} = \frac{1}{3}(\hat{V}_a + a\hat{V}_b + a^2\hat{V}_c) = \frac{1}{3}(\hat{V}_a + a\hat{V}_b + a^2\hat{V}_b) \quad (295)$$

$$\hat{V}_{a2} = \frac{1}{3}(\hat{V}_a + a^2\hat{V}_b + a\hat{V}_c) = \frac{1}{3}(\hat{V}_a + a^2\hat{V}_b + a\hat{V}_b) \quad (296)$$

O fato das tensões dos circuitos de seqüência positiva e negativa serem iguais e o fato da soma das correntes de seqüência positiva e negativa ser igual a zero equivale a uma ligação em paralelo dos circuitos de seqüência positiva e negativa. Assim, para o cálculo da corrente de curto-circuito por meio de componentes simétricos utilizando componentes simétricas pode-se considerar uma ligação dos circuitos de seqüência conforme Figura 35.

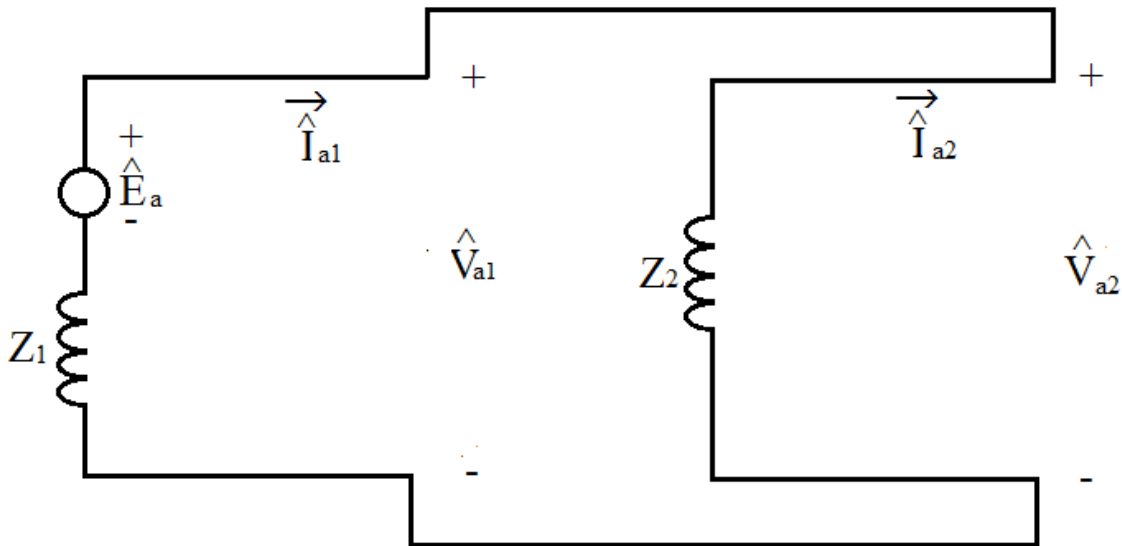


Figura 35 – Conexão dos circuitos de seqüência para falta fase-fase.

No caso de um curto-circuito entre a fase *b*, a fase *c* e a terra têm-se as seguintes condições:

$$\hat{I}_a = 0 \quad (297)$$

$$\hat{V}_b = 0 \quad (298)$$

$$\hat{V}_c = 0 \quad (299)$$

Considerando as análogas da Equação (267) e da Equação (269) para fasores de corrente e a Equação (297) têm-se as seguintes igualdades:

$$\hat{I}_{a0} = \frac{1}{3}(\hat{I}_a + \hat{I}_b + \hat{I}_c) = \frac{1}{3}(\hat{I}_b + \hat{I}_c) \quad (300)$$

$$\hat{I}_{a1} = \frac{1}{3}(\hat{I}_a + a\hat{I}_b + a^2\hat{I}_c) = \frac{1}{3}(a\hat{I}_b + a^2\hat{I}_c) \quad (301)$$

$$\hat{I}_{a2} = \frac{1}{3}(\hat{I}_a + a^2\hat{I}_b + a\hat{I}_c) = \frac{1}{3}(a^2\hat{I}_b + a\hat{I}_c) \quad (302)$$

Pode-se verificar que a soma das correntes de sequência positiva, negativa e zero é nula.

De acordo com a Equação (267), a Equação (268), a Equação (269), a Equação (298) e a Equação (299), têm-se as seguintes expressões:

$$\hat{V}_{a0} = \frac{1}{3}(\hat{V}_a + \hat{V}_b + \hat{V}_c) = \frac{1}{3}\hat{V}_a \quad (303)$$

$$\hat{V}_{a1} = \frac{1}{3}(\hat{V}_a + a\hat{V}_b + a^2\hat{V}_c) = \frac{1}{3}\hat{V}_a \quad (304)$$

$$\hat{V}_{a2} = \frac{1}{3}(\hat{V}_a + a^2\hat{V}_b + a\hat{V}_c) = \frac{1}{3}\hat{V}_a \quad (305)$$

O fato dos fasores de tensão serem iguais e da soma das correntes ser nula corresponde a uma ligação dos circuitos de sequência em paralelo. Assim, para o cálculo da corrente de curto-

circuito por meio de componentes simétricos utilizando componentes simétricas pode-se considerar uma ligação dos circuitos de sequência conforme Figura 36.

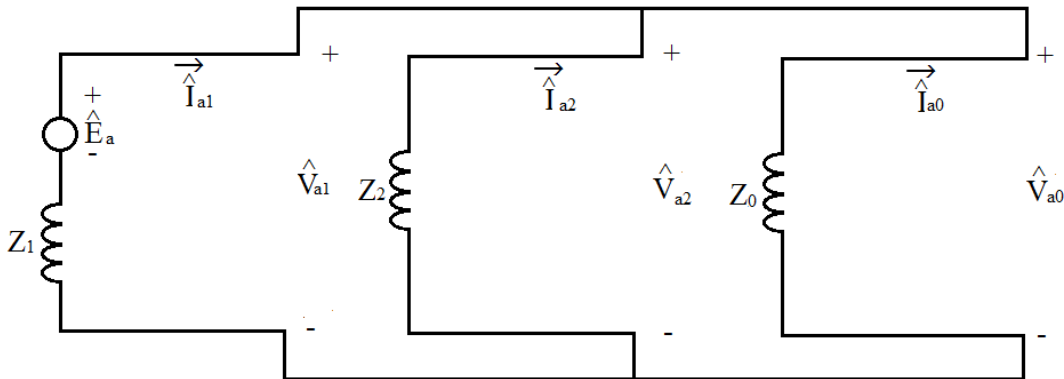


Figura 36 – Conexão dos circuitos de sequência para falta fase-fase-terra.

6.3 Exemplo resolvido

Considera-se um gerador alimentando uma linha de transmissão funcionando a vazio, representado pela Figura 37. Os dados do sistema encontram-se na Tabela 7.

Tabela 7 – Dados do exemplo (valores com unidades não especificadas estão em pu).

Grandeza	Valor
Tensão do sistema.	500 kV
Impedância de sequência positiva da linha.	$j0,3$
Impedância de sequência negativa da linha.	$j0,3$
Impedância de sequência zero da linha.	$j0,75$
Impedância de sequência positiva do gerador.	$j0,2$
Impedância de sequência negativa do gerador.	$j0,2$
Impedância de sequência zero do gerador.	$j0,05$
Impedância do neutro para a terra.	$j0,05$

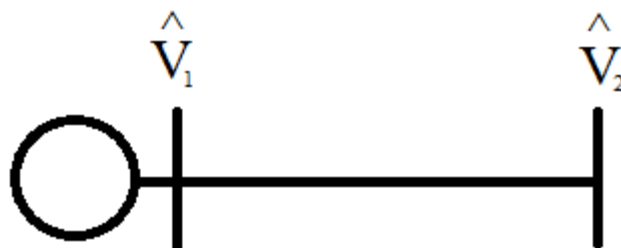


Figura 37 – Gerador conectado a uma linha de transmissão funcionando a vazio.

Pretende-se determinar a corrente de falta e a tensão em cada uma das fases para uma falta fase-terra, fase-fase e fase-fase-terra ocorridas no terminal extremo da linha.

A impedância total do circuito de sequência positiva é a soma da impedância de sequência positiva do gerador e a impedância de sequência positiva da linha, sendo, portanto, igual a $j0,5 \Omega$. A impedância total do circuito de sequência negativa é a soma da impedância de sequência negativa do gerador e a impedância de sequência negativa da linha, sendo, portanto, também igual a $j0,5 \Omega$. A impedância total do circuito de sequência zero é a soma da impedância de sequência zero do gerador e a impedância de sequência zero da linha e três vezes a impedância do neutro para a terra, sendo, portanto, igual a $j0,95 \Omega$.

Para a falta fase-terra, consideram-se os circuitos de sequência conectados conforme a Figura 34. Pode-se assim calcular a corrente de sequência positiva que, nesse caso, é igual a de sequência negativa e zero.

$$\hat{I}_{a1} = \frac{\hat{E}_a}{Z_1 + Z_2 + Z_0} \quad (306)$$

$$\hat{I}_{a1} = \frac{1}{j1,95} = 0,5128e^{-j90^\circ} pu \quad (307)$$

Pode-se assim determinar as correntes de sequência. Os resultados encontram-se expressos a seguir:

$$\hat{I}_{a1} = 0,5128e^{-j90^\circ} pu \quad (308)$$

$$\hat{I}_{a0} = 0,5128e^{-j90^\circ} pu \quad (309)$$

$$\hat{I}_{a2} = 0,5128e^{-j90^\circ} pu \quad (310)$$

Calcula-se o valor da corrente na fase a .

$$\hat{I}_a = \hat{I}_{a0} + \hat{I}_{a1} + \hat{I}_{a2} = 0,5128e^{-j90^\circ} + 0,5128e^{-j90^\circ} + 0,5128e^{-j90^\circ} pu \quad (311)$$

$$\hat{I}_a = 1,5384e^{-j90^\circ} pu \quad (312)$$

A corrente de falta é, portanto, 1,5384 pu.

Para determinar as tensões, são feitos os seguintes cálculos:

$$\hat{V}_{a2} = -Z_2 \hat{I}_{a2} = -j0,5 * 0,5128 e^{-j90^\circ} = 0,2564 e^{j180^\circ} pu \quad (313)$$

$$\hat{V}_{a0} = -Z_0 \hat{I}_{a0} = -j0,95 * 0,5128 e^{-j90^\circ} = 0,4872 e^{j180^\circ} pu \quad (314)$$

$$\hat{V}_{a1} = -\hat{V}_{a2} - \hat{V}_{a0} = -0,2564 e^{j180^\circ} - 0,4872 e^{j180^\circ} = 0,7436 e^{j0} pu \quad (315)$$

$$\hat{V}_b = \hat{V}_{a0} + a^2 \hat{V}_{a1} + a \hat{V}_{a2} = 1,1332 e^{-j130,16^\circ} pu \quad (316)$$

$$\hat{V}_c = \hat{V}_{a0} + a \hat{V}_{a1} + a^2 \hat{V}_{a2} = 1,1332 e^{j130,16^\circ} pu \quad (317)$$

Portanto, a tensão de falta na fase *a* é de 0 pu, a tensão de falta na fase *b* é de 1,1332 pu e a tensão de falta na fase *c* é de 1,1332 pu.

Utilizando o software PowerWorld™ foi feita a simulação da falta. O resultado encontra-se expresso na figura a seguir.

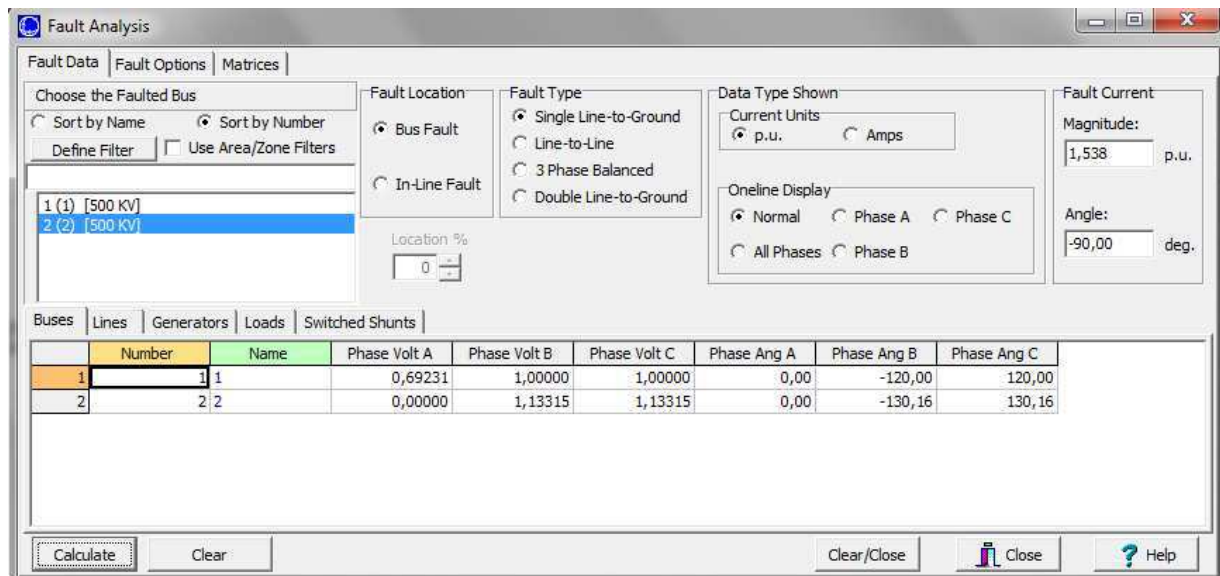


Figura 38 – Resultados para simulação de falta fase-terra.

Para a falta fase-fase, consideram-se os circuitos de sequência conectados conforme a Figura 35. Pode-se assim calcular a corrente de sequência positiva que, nesse caso, é igual a menos a de sequência negativa.

$$\hat{I}_{a1} = \frac{\hat{E}_a}{Z_1 + Z_2} \quad (318)$$

$$\hat{I}_{a1} = \frac{1}{j1} = 1e^{-j90^\circ} pu \quad (319)$$

Pode-se assim determinar as correntes de sequência. Os resultados encontram-se expressos a seguir:

$$\hat{I}_{a1} = 1e^{-j90^\circ} pu \quad (320)$$

$$\hat{I}_{a0} = 0 \quad (321)$$

$$\hat{I}_{a2} = 1e^{j90^\circ} pu \quad (322)$$

Para determinar as tensões, são feitos os seguintes cálculos:

$$\hat{I}_b = \hat{I}_{a0} + a^2\hat{I}_{a1} + a\hat{I}_{a2} = 1,7321e^{-j180^\circ} pu \quad (323)$$

$$\hat{I}_c = \hat{I}_{a0} + a\hat{I}_{a1} + a^2\hat{I}_{a2} = 1,7321e^{j0^\circ} pu \quad (324)$$

A corrente de falta é, portanto, 1,7321 pu.

Para determinar as tensões, são feitos os seguintes cálculos:

$$\hat{V}_{a2} = -Z_2\hat{I}_{a2} = -j0,5 * 1e^{j90^\circ} = 0,5e^{j0} pu \quad (325)$$

$$\hat{V}_{a1} = \hat{V}_{a2} = 0,5e^{j0} pu \quad (326)$$

$$\hat{V}_a = \hat{V}_{a0} + \hat{V}_{a1} + \hat{V}_{a2} = 1e^{j0^\circ} pu \quad (327)$$

$$\hat{V}_b = \hat{V}_{a0} + a^2\hat{V}_{a1} + a\hat{V}_{a2} = 0,5e^{j180^\circ} pu \quad (328)$$

$$\hat{V}_c = \hat{V}_{a0} + a\hat{V}_{a1} + a^2\hat{V}_{a2} = 0,5e^{j180^\circ} pu \quad (329)$$

Portanto, a tensão de falta da fase *a* é de 1 pu, a tensão de falta da fase *b* é de 0,5 pu e a tensão de falta da fase *c* é de 0,5 pu.

Utilizando o software PowerWorld™ foi feita a simulação da falta. O resultado encontra-se expresso na figura a seguir.

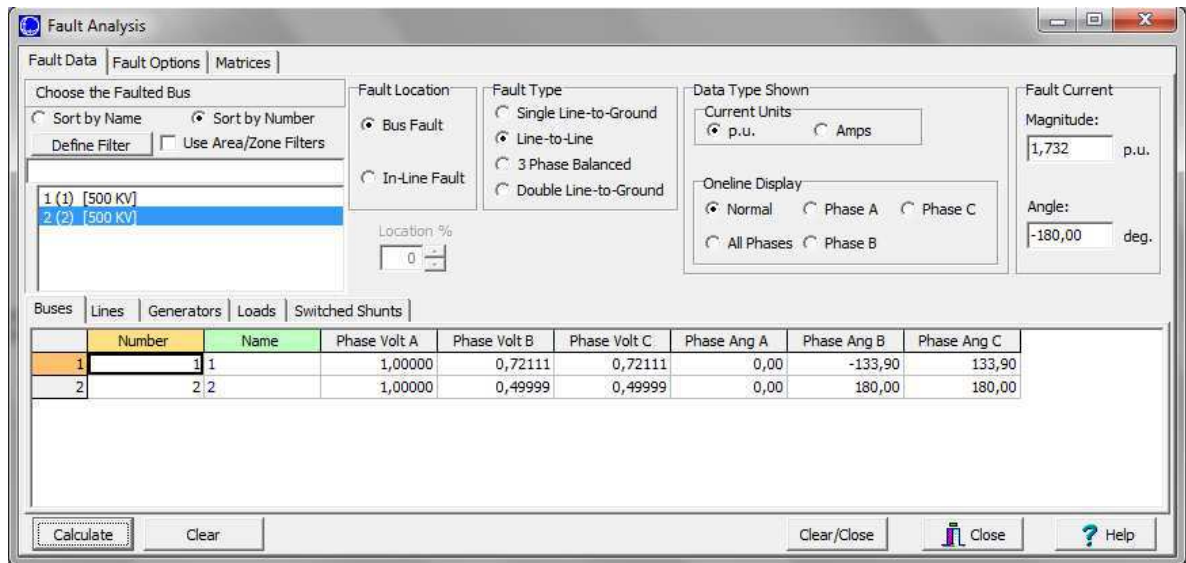


Figura 39 – Resultados para simulação de falta fase-fase.

Para a falta fase-fase-terra, consideram-se os circuitos de seqüência conectados conforme a Figura 36. Pode-se assim calcular a corrente de seqüência positiva.

$$\hat{I}_{a1} = \frac{\hat{E}_a}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_0}{Z_2 + Z_0}} \quad (330)$$

$$\hat{I}_{a1} = \frac{1}{j0,5 + \frac{j0,5 * j0,95}{j0,5 + j0,95}} = 1,2083e^{j180^\circ} pu \quad (331)$$

Pode-se calcular a tensão de sequência positiva que, nesse caso, é igual a de sequência negativa e zero.

$$\hat{V}_{a1} = \frac{Z_2 Z_0}{Z_2 + Z_0} \hat{I}_{a1} \quad (332)$$

$$\hat{V}_{a1} = \frac{j0,5 * j0,95}{j0,5 + j0,95} = 0,3958e^{j0^\circ} pu \quad (333)$$

$$\hat{V}_{a2} = 0,3958e^{j0^\circ} pu \quad (334)$$

$$\hat{V}_{a2} = 0,3958e^{j0^\circ} pu \quad (335)$$

Podem-se calcular as correntes de sequência negativa e zero.

$$\hat{I}_{a2} = -\frac{\hat{V}_{a2}}{Z_2} = \frac{0,3958e^{j0^\circ}}{j0,5} = 0,7916e^{j90^\circ} pu \quad (336)$$

$$\hat{I}_{a0} = -\frac{\hat{V}_{a0}}{Z_0} = \frac{0,3958e^{j0^\circ}}{j0,95} = 0,4166e^{j90^\circ} pu \quad (337)$$

Podem-se calcular as correntes nas fases *b* e *c*, a corrente de falta e a tensão na fase *a* na ocorrência da falta.

$$\hat{I}_b = \hat{I}_{a0} + a^2 \hat{I}_{a1} + a \hat{I}_{a2} = 1,8413e^{-j160,16^\circ} pu \quad (338)$$

$$\hat{I}_c = \hat{I}_{a0} + a \hat{I}_{a1} + a^2 \hat{I}_{a2} = 1,8413e^{j19,84^\circ} pu \quad (339)$$

$$\hat{I}_F = \hat{I}_b + \hat{I}_c = 1,2499e^{j90^\circ} pu \quad (340)$$

$$\hat{V}_a = \hat{V}_{a0} + \hat{V}_{a1} + \hat{V}_{a2} = 1,1874e^{j0^\circ} pu \quad (341)$$

Portanto a corrente de falta é 1,2499 pu e tensão na fase *a* com a ocorrência da falta é 1,1874 pu.

Utilizando o software PowerWorld™ foi feita a simulação da falta. O resultado encontra-se expresso na figura a seguir:

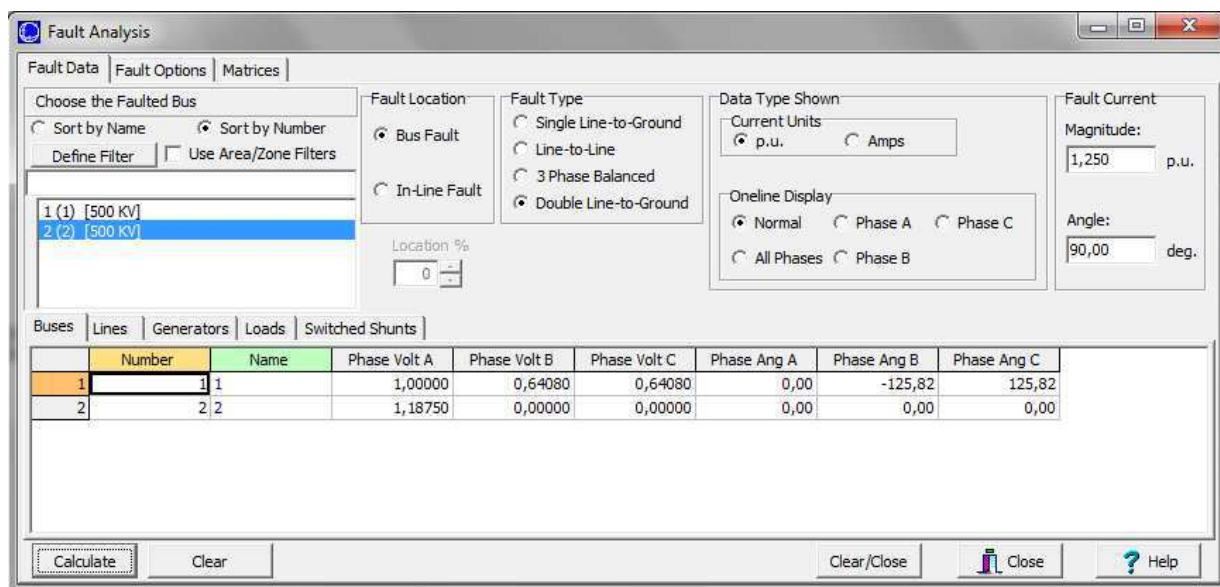


Figura 40 – Resultados para simulação de falta fase-fase-terra.

7 Conclusão

Os conhecimentos adquiridos com a disciplina Análise de Sistemas Elétricos são importantes para se compreender os sistemas elétricos bem como métodos para simulação dos mesmos.

Alguns aspectos foram evidenciados no presente trabalho, como por exemplo, os conceitos de tensão de fase e de tensão de linha. Com o exemplo mostrado no capítulo 1 ficou enaltecido a necessidade de atentar para as suas distinções a fim de não realizar análises equivocadas. Foi evidenciada a definição de impedância de sequência positiva, que é resultado da impedância própria e mútua de cada condutor da linha de transmissão. Também foi evidenciado o propósito da transposição de linhas de transmissão, que é diminuir o desequilíbrio entre as fases de um sistema elétrico de potência.

Concluiu-se que a conformidade com a NBR 5440 referente à defasagem angular entre os lados de alta e de baixa tensão de um transformador é consequência da forma de conectar os enrolamentos do transformador.

Destaca-se que no método de Gauss-Seidel a potência reativa da barra de tensão controlada é calculada conjuntamente ao processo iterativo enquanto que no de Newton-Raphson ela não é calculada no processo iterativo, podendo ser calculada posteriormente por uma substituição em uma equação.

Conclui-se também que existem algumas limitações ou simplificações a algumas considerações feitas conforme exposto. Para os cálculos de parâmetros de linhas de transmissão são consideradas algumas simplificações. A utilização de circuitos de sequência desacoplados para o cálculo de corrente de curto-circuito pode ser utilizada para linhas trifásicas com impedâncias equilibradas.

Referências

ABNT. (2014) NBR 5440 – Transformadores para redes aéreas de distribuição - Requisitos. Associação Brasileira de Normas Técnicas (p. 52).

Grainger, J. J.; Stevenson Jr., W. D. Power Systems Analysis. McGraw-Hill, 1994. 787 p.

Glover, J. D.; Sarma, M. S.; Overbye, T. J. Power System Analysis and Design. Quarta edição. Cengage Learning, 2008. 752 p.

Kreyszig, E. Advanced Engineering Mathematics. Sexta edição. Wiley, 1988. 1294 p.

Neves, W. L. A. Notas de aulas de Análise de Sistemas Elétricos.

PowerWorld Corporation. Acesso em: <www.powerworld.com.br>. Disponível em: setembro de 2015.