

Lucas José da Silva Moreira

Técnicas de Identificação de Sistemas Aplicadas à uma Planta Didática

Campina Grande, Brasil

25 de maio de 2016

Lucas José da Silva Moreira

Técnicas de Identificação de Sistemas Aplicadas à uma Planta Didática

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Coordenação de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, Campus Campina Grande, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Graduado em Engenharia Elétrica.

Univesidade Federal de Campina Grande - UFCG
Centro de Engenharia Elétrica e Informática - CEEI
Departamento de Engenharia Elétrica - DEE

Orientador: Péricles Rezende Barros.

Campina Grande, Brasil

25 de maio de 2016

Lucas José da Silva Moreira

Técnicas de Identificação de Sistemas Aplicadas à uma Planta Didática/ Lucas
José da Silva Moreira. – Campina Grande, Brasil, 25 de maio de 2016-
24 p. : il. ; 30 cm.

Orientador: Péricles Rezende Barros.

Trabalho de Conclusão de Curso – Univesidade Federal de Campina Grande -
UFCG
Centro de Engenharia Elétrica e Informática - CEEI
Departamento de Engenharia Elétrica - DEE , 25 de maio de 2016.

Lucas José da Silva Moreira

Técnicas de Identificação de Sistemas Aplicadas à uma Planta Didática

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Coordenação de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, Campus Campina Grande, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Graduado em Engenharia Elétrica.

Trabalho aprovado. Campina Grande, Brasil, 25 de maio de 2016:

Péricles Rezende Barros.
Orientador

Professor
Convidado

Campina Grande, Brasil
25 de maio de 2016

Este trabalho é dedicado à minha família.

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus pela oportunidade de estar nesse mundo e por todas as graças concedidas ao longo dessa jornada.

Agradeço a meus pais, Marcos e Nadja, irmãos, Camila e Tiago, e toda a minha família pelo apoio incondicional e motivação em todos momentos do curso, por suportarem os momentos de estresse e principalmente pelas oportunidades oferecidas.

Aos amigos e colegas de curso, companheiros de algumas noites em claro, de vários finais de semana de estudo e de incontáveis dias de aulas e provas, os quais espero que possam continuar presentes em minha vida.

A minha namorada Layana pelo companheirismo, amor e paciência.

Aos amigos do LIEC, pelas boas horas de companhia, bom humor, ajuda mútua e companheirismo.

Aos meus professores os quais contribuíram para minha formação como aluno. Em especial ao professor Péricles Rezende pelo aprendizado, oportunidades e por sempre estar disponível e disposto a orientar esse e de outros tantos trabalhos.

"Today's scientists have substituted mathematics for experiments, and they wander off through equation after equation, and eventually build a structure which has no relation to reality."

Nikola Tesla

Resumo

Neste relatório do trabalho de final de curso é apresentado um estudo de identificação de sistemas para planta didática que simula um evaporador de circulação forçada em escala laboratorial. Neste são discutidos modelos paramétricos e não-paramétricos, reposta em frequência e ponto crítico para malhas de temperatura e vazão de acordo com a modelagem feita para cada caso.

Palavras-chaves: Identificação de Sistemas; Plantas Didáticas; Modelagem; Evaporador

Abstract

This paper proposes a system identification study applied in a laboratory scale forced circulation evaporator didactic plant. Parametric and nonparametric models, frequency response and critical point, are obtained for temperature and level meshes according to the modeling for each case

Key-words: System Identification; Didactic Plant; Modeling; Evaporator

Lista de ilustrações

Figura 1 – Planta didática SMAR PD3 modificada	3
Figura 2 – Esquemático do evaporador de circulação forçada	3
Figura 3 – Procedimento para Identificação de Sistemas	8
Figura 4 – Esquema do experimento do relé	13
Figura 5 – Experimento para identificação paramétrica da malha de nível	15
Figura 6 – Validação do modelo subida para malha de nível	15
Figura 7 – Validação do modelo descida para malha de nível	16
Figura 8 – Resposta em frequência para sinal não-periódico malha de nível	16
Figura 9 – Resposta para sinal periódico malha de nível	17
Figura 10 – Experimento relé para malha de nível	17
Figura 11 – Experimento para identificação paramétrica da malha de temperatura	19
Figura 12 – Validação do modelo para malha de temperatura	19
Figura 13 – Resposta em frequência para sinal não-periódico malha temperatura	20
Figura 14 – Resposta para sinal periódico malha de temperatura	21
Figura 15 – Experimento do relé malha de temperatura	21

Lista de abreviaturas e siglas

PWM	Pulse-Width Modulation
SDCD	Sistema Digital de Controle Distribuído
PC	Computador Pessoal
SCADA	Supervisory Control and Data Acquisition
OPC	OLE for Process Control
SISO	Single-input and single-output
MV	Manipulated Variable
PV	Process Variable
SNR	Signal-noise ratio
LSE	Least Squares Estimation
IPDT	Integrator Plus Dead Time
PID	Proportional Integral Derivative
FOPDT	First Order Plus Dead Time

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
2	PLANTA DIDÁTICA	2
2.1	Descrição do Processo	2
2.2	Malhas de Controle	4
2.3	Modelagem	4
2.3.1	Balanço de Massa Tanque 2	4
2.3.2	Balanço de Massa Tanque 3	5
2.3.3	Balanço Energético Tanque 3	5
3	IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS	8
3.1	Sinais de Excitação	9
3.2	Identificação Paramétrica	9
3.3	Identificação Não Paramétrica	11
3.3.1	Resposta em Frequência para Sinais Não-Periódicos	11
3.3.2	Resposta em Frequência para Sinais Senoidais	12
3.3.3	Ponto Crítico	12
4	EXPERIMENTOS	14
4.1	Malha de Nível	14
4.1.1	Identificação Paramétrica	14
4.1.2	Identificação Não-Paramétrica	15
4.1.2.1	Resposta em Frequência para Sinal Não Periódico	15
4.1.2.2	Resposta em Frequência para um Sinal Senoidal	16
4.1.2.3	Ponto Crítico	17
4.2	Malha de Temperatura	18
4.2.1	Identificação Paramétrica	18
4.2.2	Identificação Não-Paramétrica	20
4.2.2.1	Resposta em Frequência para Sinal Não Periódico	20
4.2.2.2	Resposta em Frequência para Sinal Senoidal	20
4.2.2.3	Ponto Crítico	21
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	23
	REFERÊNCIAS	24

1 Introdução

O conhecimento do comportamento temporal de sistemas é fundamental em diversas áreas da ciência como engenharias, física, biologia, etc. Este contém informações importantes que podem ser usadas para estudos de simulações, otimização ou controle. A forma mais comum de compreender essas características é por meio de modelos matemáticos os quais devem representar os aspectos essenciais do sistema com equações adequadas que podem ser verificadas experimentalmente de modo a esclarecer as dúvidas sobre o sistema (ROFFEL B.; BETLEM, 2006).

Usualmente, a análise teórica obtém modelos por meio da aplicação de leis fenomenológicas, balanço de massa, químicas, entre outras que resultam em equações diferenciais ordinárias, simplificadas de acordo com a finalidade desejada. Entretanto, devido à complexidade do entendimento dessas relações, as aproximações nem sempre resultam em modelos compreensíveis e válidos, o que faz consumir muito tempo de projeto, além da falta de precisão de alguns parâmetros e relações desconhecidas que podem ser mal interpretadas (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011). Sendo assim, uma alternativa é o emprego de dados experimentais para obtenção de modelos específicos levando em conta um conhecimento prévio do sistema, conhecido como identificação de sistemas (KEESMAN, 2011). Esta estratégia obtém o modelo teórico que melhor se adequa as curvas dos dados utilizados no procedimento com menor esforço, porém as relações entre os parâmetros ficam desconhecidas (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011). Devido as vantagens e desvantagens de cada estratégia de modelagem, geralmente se utiliza uma combinação apropriada de ambas ponderando precisão e esforço, resultando nos chamados modelos caixa cinza.

Neste trabalho serão descritas técnicas de identificação de sistemas paramétricas e não-paramétricas (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011) (KEESMAN, 2011) para encontrar os modelos linearizados referentes as malhas de nível e temperatura de uma planta didática SMAR PD3 modificada na configuração evaporador de circulação forçada. Plantas como essa são utilizadas como ferramenta essencial no ensino de engenharia, pois possibilitam estudantes e pesquisadores avaliarem instrumentos, equipamentos e modelos utilizados no âmbito industrial em escala de laboratório de acordo com os seus objetivos (FEISEL; ROSA, 2005).

2 Planta Didática

2.1 Descrição do Processo

Um dos processos mais populares na indústria de alimentos, química e farmacêutica é o evaporador. Este consiste numa operação para aumentar a concentração de um soluto não-volátil num solvente volátil, geralmente água (GLOVER, 2004). Este fenômeno é realizado por uma aquecimento de uma mistura num reservatório. Atualmente existem várias configurações de evaporadores, cada um com suas características e aplicações definidas. Um exemplo é a circulação forçada, desenvolvido para processos líquidos suscetíveis a incrustações ou cristalizações nos encanamentos (COMPANY, 2000). Neste caso, a solução residual circula novamente com uma alta vazão para o aquecedor, aumentando assim a sua eficiência na separação da mistura.

A configuração da Planta Didática SMAR PD-3, mostrada na figura 1, foi alterada de modo a possibilitar a implementação de uma versão simplificada do evaporador de circulação forçada (NEWELL; LEE, 1989). Este arranjo é representado pela figura 2, que contém um tanque de alimentação (tanque 1) e outros dois tanques com as mesmas dimensões (tanques 2 e 3). O tanque 1 fornece água para o tanque 2 por meio de uma bomba trifásica (B-1), por sua vez o tanque 2 fornece água para o tanque 3 e entre eles existe uma válvula proporcional (V-2) que libera o fluido para uma caixa d'água instalada externamente. A saída do tanque 3 é feita por outra bomba trifásica (B-2), após esta existe uma tubulação conectando ao tanque 2 e para outra uma válvula proporcional (V-1) que também fornece o fluido à caixa d'água. No sistema estudado foi considerado o tanque 2 totalmente cheio, sendo utilizado como *buffer* para o tanque 3. O tanque 2 apresenta uma resistência (R-1) de 11kW, controlada por meio de PWM (*Pulse-Width Modulation*) acionada por um microcontrolador, para aquecer a água e um medidor de temperatura (TT-001). Além disso, o tanque 3 apresenta medidor de nível (LT-001), um medidor de pressão (PT-001) e um de temperatura no tanque 1 (TT-002).

A caixa d'água está conectada diretamente e ao mesmo nível do tanque 1. Esta tem um volume maior do que os outros tanques juntos de modo a servir como um condensador natural ao sistema. Após a troca de calor entre os ambientes o fluido retorna para o tanque 1 resfriado. Ainda neste tanque existe uma bomba submersa (B-sub) controlada por meio de PWM que leva água para o tanque 3 como uma maneira de distúrbio na temperatura e no nível, além de um medidor de temperatura (TT-003).

Um SDCD (Sistema Digital de Controle Distribuído) da fabricante *Emerson Process Management*, modelo *DeltaV*, coordena toda a execução do processo, e permite mo-



Figura 1 – Planta didática SMAR PD3 modificada

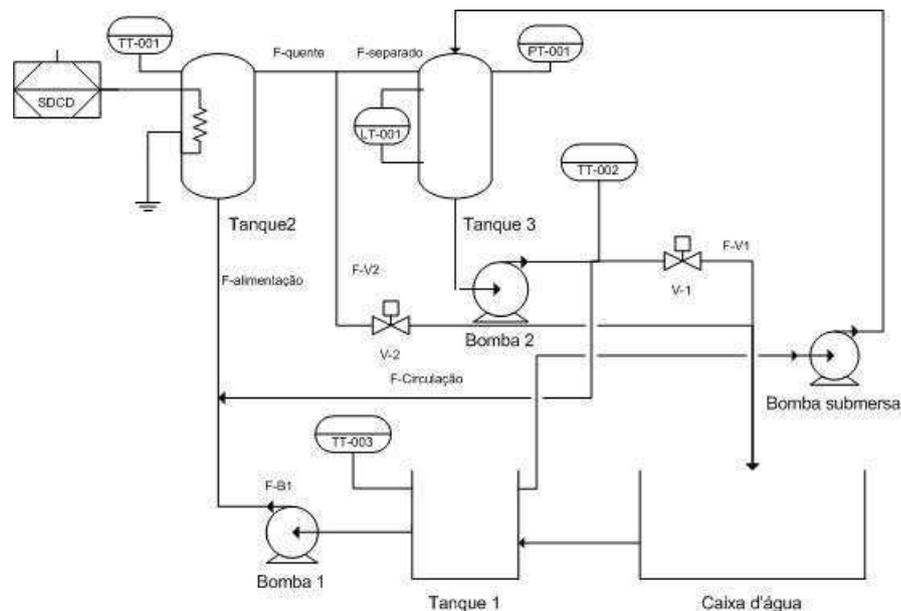


Figura 2 – Esquemático do evaporador de circulação forçada

monitorar os sensores instalados na planta por meio de uma rede *Fieldbus Foundation* e atuar nos componentes do sistema de acordo com o padrão 4 a 20 mA. O monitoramento da planta é realizado por meio de uma estação dedicada, um microcomputador do tipo PC, configurada com um sistema de *Supervisory Control and Data Aquisition (SCADA)*, para monitorar e atuar no sistema em funcionamento por meio da aquisição de dados e os disponibilizando em uma tela de operação e em arquivos de dados. A comunicação entre o SDCD e a estação de trabalho é feita por meio de uma rede *Ethernet* e o padrão de comunicação *OPC (OLE for Process Control)* para aquisição de dados e supervisão da operação.

Tabela 1 – MV e PV das malhas de controle

Malha	MV	PV
Nível 1	B-1	LT-001
Temperatura 2	R-1	TT-002

Tabela 2 – Principais variáveis utilizadas

Variável	Descrição	Unidade
V	Volume	m^3
ρ	Densidade	kg/m^3
F_n	Vazão no trecho n	m^3/s
h	Altura	m
A	Área	m^2
p_n	Pressão	Pa
C_p	Calor específico	kJ/kgK
T_n	Temperatura no tanque n	K

2.2 Malhas de Controle

A partir desse arranjo de atuadores de sensores, malhas de controle com uma entrada e saída (SISO) de nível e temperatura podem ser analisadas nessa planta. Então duas foram escolhidas para serem estudadas nesse trabalho, uma de nível e outra de temperatura por causa da sua importância no processo (NEWELL; LEE, 1989). A tabela 1 contém a descrição de cada variável manipulada (MV) e de processo (PV) escolhidas.

2.3 Modelagem

Antes de identificar o processo, é necessário conhecer um pouco sobre sua dinâmica para escolher as técnicas mais adequadas de identificação conforme a ordem dos modelos obtidos. Antes de aplicar qualquer lei física ou química, de modo a simplificar as equações, é considerado que não há mudança de fase no fluido, bem como este é homogêneo em todo o sistema. As principais variáveis utilizadas são mostradas na tabela 2

2.3.1 Balanço de Massa Tanque 2

A partir do balanço de massa e assumindo densidade constante, tem-se:

$$\frac{dV\rho}{dt} = F_{alimentacao}\rho - F_{quente}\rho \quad (2.1)$$

Assumindo o volume constante:

$$\frac{dV}{dt} = 0 \quad (2.2)$$

$$F_{alimentacao} = F_{quente} \quad (2.3)$$

2.3.2 Balanço de Massa Tanque 3

Utilizando o balanço de massa e assumindo densidade constante, tem-se:

$$\frac{dV\rho}{dt} = F_{separado}\rho - F_{B-2}\rho \quad (2.4)$$

Sendo $V = Ah$, obtém-se:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_{separado} - F_{B-2}}{A} \quad (2.5)$$

Como os atuadores desse sistema são as três bombas (B-1, B-2 e Bsub) e as válvulas proporcionais (V-1 e V-2), pode-se reescrever as equação (2.5) em função destes.

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_{quente} + F_{Bsub} - F_{V-2} - F_{B-2}}{A} \quad (2.6)$$

Substituindo (2.3) em (2.6), tem-se:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_{alimentacao} + F_{Bsub} - F_{V-2} - F_{B-2}}{A} \quad (2.7)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_{circulacao} + F_{B-1} + F_{Bsub} - F_{V-2} - F_{B-2}}{A} \quad (2.8)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_{B-2} - F_{V-1} + F_{B-1} + F_{Bsub} - F_{V-2} - F_{B-2}}{A} \quad (2.9)$$

Cancelando F_{B-2} :

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_{B-1} + F_{Bsub} - F_{V-1} - F_{V-2}}{A} \quad (2.10)$$

No domínio de Laplace:

$$H(s) = \frac{F_{B-1}(s) + F_{Bsub}(s) - F_{V-1}(s) - F_{V-2}(s)}{As} \quad (2.11)$$

Portanto, o modelo resultante é dinâmico e em função das vazões provenientes das bombas e retiradas das válvulas. Outra característica presente na equação (2.11) é ter um pólo nulo, sendo assim, este é um processo integrador.

2.3.3 Balanço Energético Tanque 3

Aplicando o princípio da conservação de energia tem-se que o balanço energético do Tanque 3 é dado por:

$$\frac{dTE}{dt} = F_{separado} \cdot \rho \cdot TE_i - F_{B-2} \cdot \rho \cdot TE + Q + W_T, \quad (2.12)$$

Onde TE é a energia total do sistema dada pela soma da energia cinética (KE), potencial (PE) e interna (U), ou seja, $TE = U + KE + PE$. As energias cinética e potencial ($KE = 0$ e $PE = 0$) e levando em conta que o trabalho realizado W_T sobre o sistema é a combinação da energia necessária para fazer o fluido percorrer o Tanque 3. Isso nos permite escrever o balanço de energia como:

$$\frac{dU}{dt} = F_{separado}\rho \cdot \left(U_i + \frac{p_i}{\rho_i} \right) - F_{B-2}\cdot\rho \cdot \left(U + \frac{p}{\rho} \right) + Q \quad (2.13)$$

A entalpia do sistema $H = U + p.V$, com p a pressão, pode-se reescrever o balanço de energia como:

$$\frac{dH}{dt} - \frac{d(p.V)}{dt} = F_{separado}\rho.H_i - F_{B-2}\cdot\rho.H + Q \quad (2.14)$$

$$\frac{dH}{dt} - V\frac{dp}{dt} - p\frac{dV}{dt} = F_{separado}\rho.H_i - F_{B-2}\cdot\rho.H + Q \quad (2.15)$$

A quantidade de energia Q é a combinação do calor transferido pela resistência elétrica ao fluido no Tanque 2 ($Q_{elétrico}$) menos as perdas para o ambiente por meio das tubulações percorridas pelo fluido (Q_{perdas}), resultando em:

$$\frac{dH}{dt} - V\frac{dp}{dt} - p\frac{dV}{dt} = F_{separado}\rho.H_i - F_{B-2}\cdot\rho.H + Q_{elétrico} - Q_{perdas} \quad (2.16)$$

A entalpia é sempre determinada em relação a uma temperatura de referência T_{REF} , assumindo o calor específico do líquido (C_p) constante, tem-se que $H = C_p.(T_{B-2} - T_{REF})$ e $H_i = C_p.(T_{separado} - T_{REF})$. Assim,

$$V\cdot\rho\cdot C_p \cdot \frac{dT}{dt} - V\frac{dp}{dt} - p\frac{dV}{dt} = F_{separado}\cdot\rho_i\cdot C_p \cdot (T_{separado} - T) + Q_{elétrico} - Q_{perdas} \quad (2.17)$$

Como a parede do tanque é feita de metal, tem-se uma boa condução de calor e a temperatura da parede pode ser descrita por:

$$C_{parede} \frac{dT_{parede}}{dt} = Q_{perda,parede} - Q_{perda,amb}, \quad (2.18)$$

onde C_{parede} é a capacidade de calor da parede do tanque e:

$$\begin{aligned} Q_{perda,parede} &= \alpha_{\acute{a}gua} (T - T_{parede}) \\ Q_{perda,amb} &= \alpha_{isol} (T_{parede} - T_{amb}) \end{aligned} \quad (2.19)$$

O termo $Q_{perda,parede}$ é a perda de calor a partir da água para a parede do tanque e $Q_{perda,amb}$ é a perda de calor a partir da parede do tanque para o ambiente. O termo $\alpha_{água}$ é coeficiente de transferência de calor da água e α_{isol} é coeficiente de transferência de calor do isolamento. Normalmente $\alpha_{água} \gg \alpha_{isol}$, já que a transferência de calor através da água é muito maior do que através do isolamento. Portanto, considera-se que $T_{parede} \approx T$ e as Equações (2.17) e (2.18) podem ser combinadas:

$$V \cdot \rho \cdot C_p \cdot \frac{dT}{dt} - V \frac{dp}{dt} - p \frac{dV}{dt} = F_{separado} \cdot \rho_i \cdot C_p \cdot (T_{separado} - T) + Q_{elétrico} - \alpha_{isol} \cdot (T - T_{amb}) \quad (2.20)$$

Como a densidade do fluido é constante, a variação da pressão p pode ser desconsiderada e nessa aplicação o volume do Tanque 3 foi mantido constante. O modelo final resulta:

$$V \cdot \rho \cdot C_p \cdot \frac{dT}{dt} = F_{separado} \cdot \rho_i \cdot C_p \cdot (T_{separado} - T) + Q_{elétrico} - \alpha_{isol} \cdot (T - T_{amb}) \quad (2.21)$$

3 Identificação de Sistemas

O procedimento de identificação de sistemas é dividido em três entidades básicas: dados, escolha de modelos e validação. O primeiro deve conter sinais que extraiam o máximo de informação do sistema de acordo com as restrições desse. Assim sinais de entrada devem ser dimensionados corretamente para alcançar esse objetivo. A escolha da configuração do modelo é a parte mais importante e mais difícil do projeto, pois esta deve ser baseada em conhecimentos anteriores do processo a ser identificado, como leis físicas e relações que obtenham modelos teóricos. A validação é o confronto entre o resultado do algoritmo e os dados experimentais por meio de critérios, deve haver um limite de erro entre os dois para que não resulte num modelo deficiente. Baseado nessas entidades, é possível escrever um diagrama de estados para o procedimento como ilustrado na figura 3. Caso o modelo resultante não compactue com o esperado é necessário revisar alguns critérios das entidades escolhidas (LJUNG, 1999).

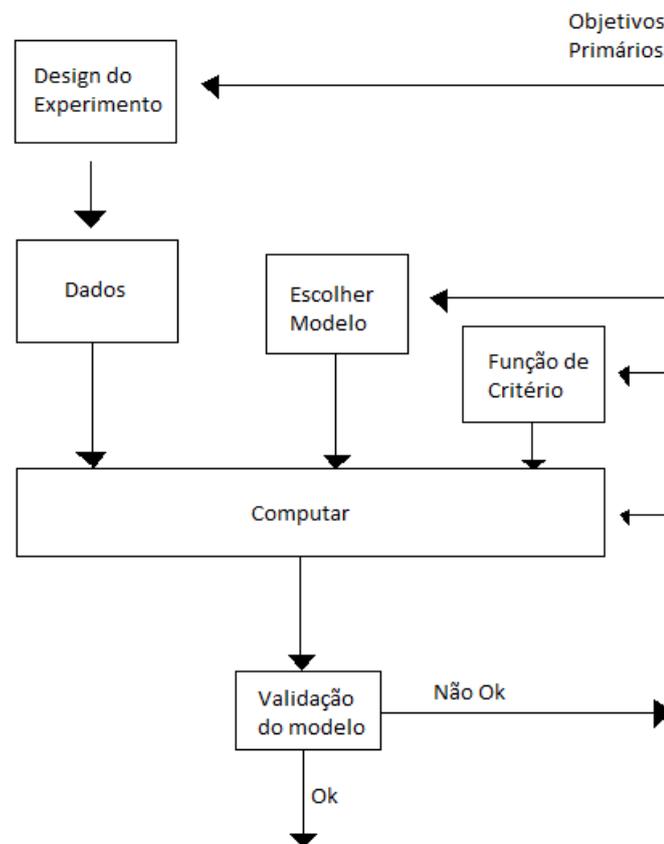


Figura 3 – Procedimento para Identificação de Sistemas

Os modelos a serem identificados são de dois tipos: paramétricos e não-paramétricos. O primeiro são equações diferenciais lineares ou funções de transferência com número finito

de parâmetros. Os modelos não-paramétricos deduzem relações entre uma determinada entrada e sua saída correspondente, implicitamente estes contém um número infinito de parâmetros que descreveriam o comportamento dinâmico do sistema (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011). Estes podem realizar uma análise das frequências, transitórios, correlações e espectral (SODERSTROM; STOICA, 1989).

3.1 Sinais de Excitação

A entrada escolhida para cada experimento é extremamente importante e deve ser escolhida com cautela. Um conjunto de sinais bastante comuns são pulsos simples, cuja a principal característica é apresentar sempre valores positivos. O principal exemplo é a função degrau, sua geração é bastante simples e para sistemas com alta relação sinal-ruído (SNR) extrai informações importantes como tempo de subida, sobresinal e ganho (SODERSTROM; STOICA, 1989). Em contrapartida, estes não são recomendados para sistemas integradores porque estes não voltam para zero ao fim da excitação (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011). Sinais senoidais também são simples de serem gerados para os experimentos, além disso estes estão presentes em todo os sinais, pois ele é uma base na transformada de Fourier. Assim, ao usar este sinal, as características para a determinada frequência podem ser observadas.

3.2 Identificação Paramétrica

O modelo utilizado na identificação linear de parâmetros relaciona a variável observável $y(t)$ para p variáveis explicativas, também chamadas de regressores $\phi_1(t), \phi_2(t), \dots, \phi_p(t)$. Cada variável explicativa contém um parâmetro desconhecido ϑ , além disso, as medições apresentam um erro aditivo, conforme mostrado na equação (3.2).

$$y(t) = \phi_1(t)\vartheta_1 + \phi_2(t)\vartheta_2 + \dots + \phi_p(t)\vartheta_p + e(t) \quad (3.1)$$

Considerando cada t uma medição e um número máximo de amostras N , a equação 3.2, pode ser escrita na forma matricial:

$$\mathbf{y} = [y(1) \quad y(2) \quad \dots \quad y(N)]^T \quad (3.2)$$

$$\mathbf{e} = [e(1) \quad e(2) \quad \dots \quad e(N)]^T \quad (3.3)$$

$$\boldsymbol{\vartheta} = [\vartheta_1 \quad \vartheta_1 \quad \dots \quad \vartheta_p]^T \quad (3.4)$$

$$\mathbf{y} = \Phi \boldsymbol{\vartheta} + \mathbf{e} \quad (3.5)$$

Com a matriz Φ de dimensões $N \times p$ e elementos $\Phi_{tj} = \phi_j(t)$ para $j = 1, \dots, p$. De modo a estimar os parâmetros, define-se como resíduo ou erro de predição $\varepsilon(t)$ como a diferença entre o valor observado e o modelo estimado.

$$\varepsilon(t) = y(t) - \phi(t)^T \boldsymbol{\vartheta} \quad (3.6)$$

O método dos mínimos quadrados avalia a seguinte função de custo:

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\vartheta}) = \sum_{t=1}^N \varepsilon^2(t) = \sum_{t=1}^N (\mathbf{y}(t) - \Phi(t)^T \boldsymbol{\vartheta})^2 \quad (3.7)$$

Esta pode ser escrita na forma matricial:

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\vartheta}) = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{y}^T - \boldsymbol{\vartheta}^T \Phi^T)(\mathbf{y} - \Phi \boldsymbol{\vartheta}) \quad (3.8)$$

A função de custo vai ter valor mínimo se o gradiente de $\mathbf{J}(\boldsymbol{\vartheta})$ com um respectivo $\boldsymbol{\vartheta}$ é zero, num vetor de dimensão p e com segunda derivada é positiva. Expandindo e derivando $\mathbf{J}(\boldsymbol{\vartheta})$:

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\vartheta}) = \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \Phi \boldsymbol{\vartheta} - \boldsymbol{\vartheta}^T \Phi^T \mathbf{y} + \boldsymbol{\vartheta}^T \Phi^T \Phi \boldsymbol{\vartheta} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\vartheta}) = \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\boldsymbol{\vartheta}^T \Phi^T \mathbf{y} + \boldsymbol{\vartheta}^T \Phi^T \Phi \boldsymbol{\vartheta} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \mathbf{J}(\boldsymbol{\vartheta})}{\partial \boldsymbol{\vartheta}} = -2\Phi^T \mathbf{y} + 2\Phi^T \Phi \boldsymbol{\vartheta} \quad (3.11)$$

O gradiente vai ser zero com a seguinte condição:

$$\Phi^T \Phi \hat{\boldsymbol{\vartheta}} = \Phi^T \mathbf{y} \quad (3.12)$$

Isolando $\hat{\boldsymbol{\vartheta}}$ e assumindo que $\Phi^T \Phi$ é inversível, tem-se a estimativa dos mínimos quadrados (LSE):

$$\hat{\boldsymbol{\vartheta}} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \mathbf{y} \quad (3.13)$$

3.3 Identificação Não Paramétrica

3.3.1 Resposta em Frequência para Sinais Não-Periódicos

Por definição, a estimativa de resposta em frequência é dada divisão entre transformada de Fourier da entrada e da saída, como mostra a seguinte fórmula:

$$\hat{G}(i\omega) = \frac{y(i\omega)}{u(i\omega)} = \frac{\mathfrak{F}\{y(t)\}}{\mathfrak{F}\{u(t)\}} \quad (3.14)$$

Geralmente, o sinal de saída $y_u(t)$ é afetado por um sinal aleatório $n(t)$. Assumindo que na medição da resposta, este seja aditivo, $y(t)$ pode ser escrito como:

$$y(t) = y_u(t) + n(t) \quad (3.15)$$

Substituindo (3.15) em (3.14):

$$\hat{G}(i\omega) = \frac{y_u(i\omega) + n(i\omega)}{u(i\omega)} = \frac{y_u(i\omega)}{u(i\omega)} + \frac{n(i\omega)}{u(i\omega)} \quad (3.16)$$

Sendo,

$$G_0(i\omega) = \frac{y_u(i\omega)}{u(i\omega)} \quad (3.17)$$

$$\Delta G(i\omega) = \frac{n(i\omega)}{u(i\omega)} \quad (3.18)$$

Então:

$$\hat{G}(i\omega) = G_0(i\omega) + \Delta G(i\omega) \quad (3.19)$$

Para que a influência do ruído seja pequena e não distorça as informações a serem extraídas da identificação, a magnitude escolhida do sinal de entrada $|u(i\omega)|$ deve ser bem maior do que a do ruído $|n(t)|$. Assim a parcela $\Delta G(i\omega)$ terá valor mínimo e $\hat{G}(i\omega)$ se aproximará de $G_0(i\omega)$. Além disso, o conhecimento das densidades espectrais dos sinais $u(t)$ e $n(t)$ permite encontrar a magnitude do erro da seguinte forma:

$$E\{|\Delta G_n(i\omega)|^2\} = \frac{E\{S_{nn}(i\omega)\}}{S_{uu}(\omega)} \quad (3.20)$$

Como o sinal é determinístico:

$$S_{uu}(\omega) = \frac{|u(i\omega)|^2}{T_E} \quad (3.21)$$

Logo, a variância do erro relativo de resposta em frequência sobre a avaliação de uma resposta de comprimento T_E é dada por:

$$\sigma_{G1}^2 = E \left[\frac{|\Delta G_n(i\omega)|^2}{|G(i\omega)|^2} \right] = \frac{S_{nn}(\omega)T_E}{|G(i\omega)|^2|u(i\omega)|^2} \quad (3.22)$$

O desvio padrão é, neste caso, dado por:

$$\sigma_{Gn} = \frac{\sqrt{S_{nn}(\omega)T_E}}{|G(i\omega)||u(i\omega)|\sqrt{N}} \quad (3.23)$$

O erro da resposta em frequência é inversamente proporcional à relação sinal-ruído e inversamente proporcional à \sqrt{N} . A fim de diminuir a influência de um ruído estocástico $n(t)$, pode-se realizar mais de uma resposta provocada por um sinal de teste e determinar a média por

$$\tilde{y}(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y_k(t) \quad (3.24)$$

3.3.2 Resposta em Frequência para Sinais Senoidais

O método de identificação mais fácil e provavelmente o mais bem conhecido para a determinação de um ponto discreto da resposta em frequência é a determinação direta da razão de amplitude e ângulo de fase da oscilação de entrada e de saída do processo. O experimento deve ser repetido para cada frequência ω_k de interesse. O ganho e fase pode então ser determinada a partir de:

$$|G(i\omega_k)| = \frac{y_0(i\omega_k)}{u_0(i\omega_k)} \quad (3.25)$$

$$\angle G(i\omega_k) = -t_\phi \omega_k \quad (3.26)$$

3.3.3 Ponto Crítico

Para o projeto de controladores PID aplicados à sistemas simples é necessário estimar o ponto crítico da curva de Nyquist. Esta é um gráfico em coordenadas polares com o ganho, a fase e magnitude como distância da origem. O ponto crítico consiste na frequência e ganho críticos. Atualmente, experimento de relé para estimar o ponto crítico é um dos mais populares métodos de controle (KEESMAN, 2011). Onde a saída do sistema é comparada com uma referência e de acordo com o resultado, o relé satura para uma direção. A figura 4 ilustra essa configuração.

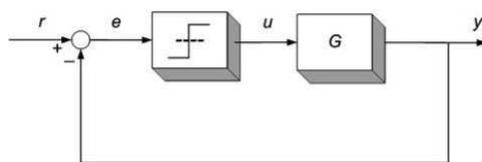


Figura 4 – Esquema do experimento do relé

Para um entrada senoidal:

$$e(t) = \alpha \sin(\omega t) \quad (3.27)$$

A amplitude α deve ser conhecida, assim como os limites h do relé. Então a frequência do sinal de saída ω_{cri} deve ser medida e o ganho crítico K_c pode ser calculado pela fórmula:

$$K_c = \frac{4h}{\pi\alpha} \quad (3.28)$$

4 Experimentos

Os experimentos realizados a seguir foram feitos segundo as malhas de controle previamente estabelecidas com os outros atuadores assumindo valores constantes em todo período, como mostra a tabela 3.

4.1 Malha de Nível

4.1.1 Identificação Paramétrica

Conforme deduzido na seção 2.3.2, o modelo dessa malha pode ser aproximado por um processo integrador com atrasos (IPDT) da seguinte forma:

$$G(s) = \frac{K}{s} e^{-s\tau} \quad (4.1)$$

Então, como o sistema, por definição, não é estável, colocou-se este em um ponto de operação onde houvesse pouca variação no nível, mantendo este praticamente constante. Estabelecidas essas condições, um degrau foi aplicado de 30% para 40% até que um certo nível fosse atingido. Em seguida, foi aplicado um outro degrau de 40% até 30% para que a saída retornasse ao valor inicial. A figura 5 ilustra o experimento realizado.

Percebe-se que existem diferentes comportamentos para a subida e a descida do sistema. Logo, duas funções de transferências são estimadas para a respectiva situação. Usando o métodos do mínimos quadrados, tem-se:

$$\hat{G}_{subida} = \frac{0,04605}{s} \quad (4.2)$$

$$\hat{G}_{descida}(s) = -\frac{0,008325}{s} \quad (4.3)$$

Tabela 3 – Parâmetros dos atuadores nos experimentos

Atuador	Valor(%)
$V - 1$	10
$V - 2$	5
$PWM_{circulacao}$	80
PWM_{Bsub}	0

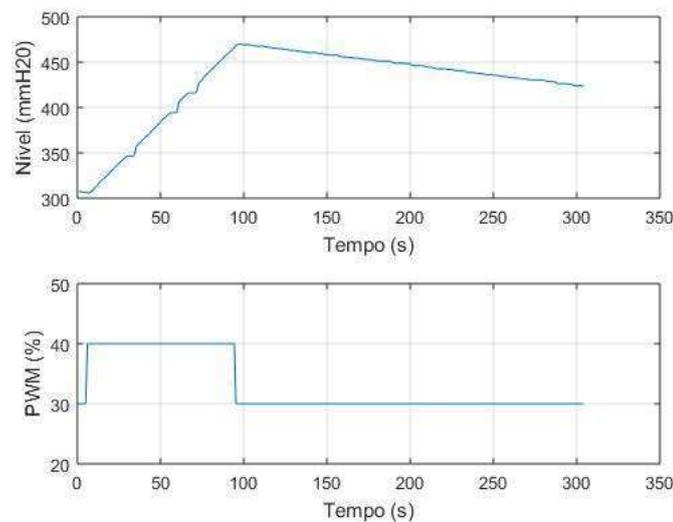


Figura 5 – Experimento para identificação paramétrica da malha de nível

Usando método de comparação do MATLAB para validação, tem-se os valores de 93,46% e 90,22% respectivamente. Os gráficos 6 e 7 a seguir ilustram a comparação entre os modelos obtidos e os dados experimentais:

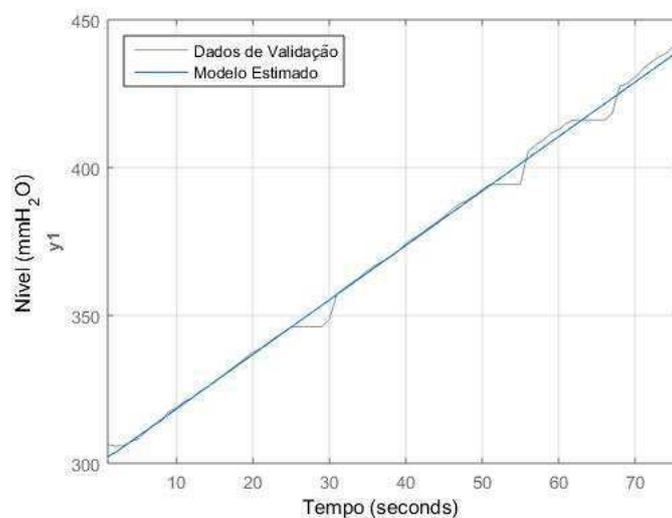


Figura 6 – Validação do modelo subida para malha de nível

4.1.2 Identificação Não-Paramétrica

4.1.2.1 Resposta em Frequência para Sinal Não Periódico

A resposta em frequência para sinais não-periódicos foi obtida usando os mesmos dados do experimento anterior. Assim, a transformada rápida de Fourier (FFT) de cada sinal foi calculada e substituindo na equação, resulta no seguinte gráfico de magnitude para baixas frequências (0 a 100 Hz), ilustrado na figura 8:

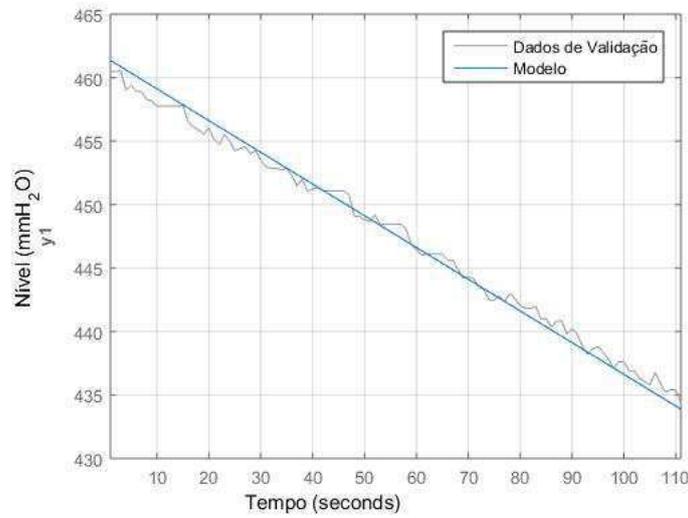


Figura 7 – Validação do modelo descida para malha de nível

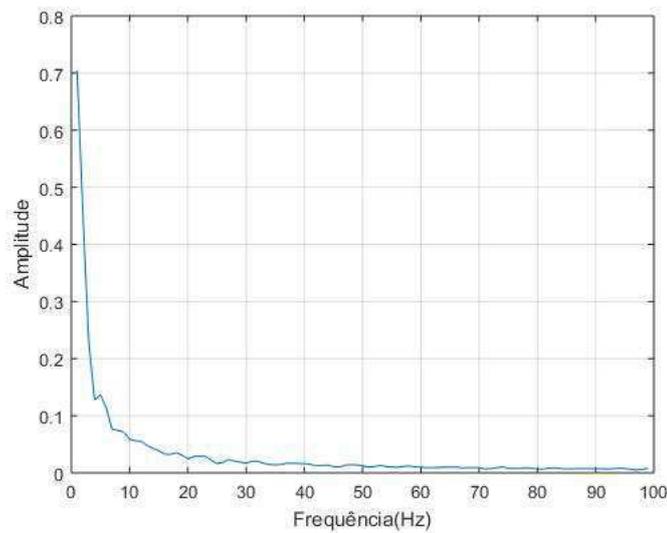


Figura 8 – Resposta em frequência para sinal não-periódico malha de nível

Visto o baixo grau de ruído que afeta o sistema, decidiu-se que outros experimentos não acrescentariam novas informações as componentes de frequências analisadas.

4.1.2.2 Resposta em Frequência para um Sinal Senoidal

Um outro experimento foi realizado com um sinal senoidal com período de 45 segundos e amplitude 3 adicionado a um valor constante de 27,1 % como é ilustrado na figura 9.

Analisando graficamente, obtém-se:

$$|G(i\omega_k)| = 1,75 \quad (4.4)$$

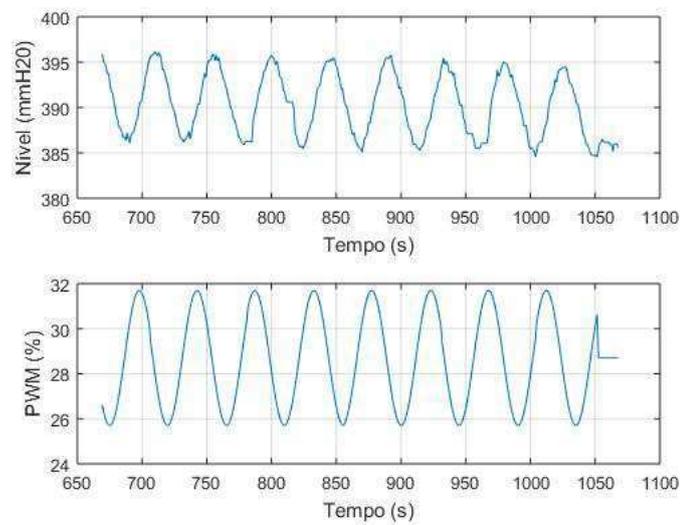


Figura 9 – Resposta para sinal periódico malha de nível

$$\angle G(i\omega_k) = 0,676rad \quad (4.5)$$

4.1.2.3 Ponto Crítico

Como a planta não é estável, o valor do ciclo de trabalho do atuador foi ajustado para um valor que fizesse pouca variação na saída. Então, o experimento do relé foi realizado para que fosse adicionado uma amplitude de 5 em relação a entrada previamente aplicada e o tempo de duração do experimento foi de 6 períodos. A figura 10 ilustra o comportamento do sistema e a entrada resultante nestas condições:

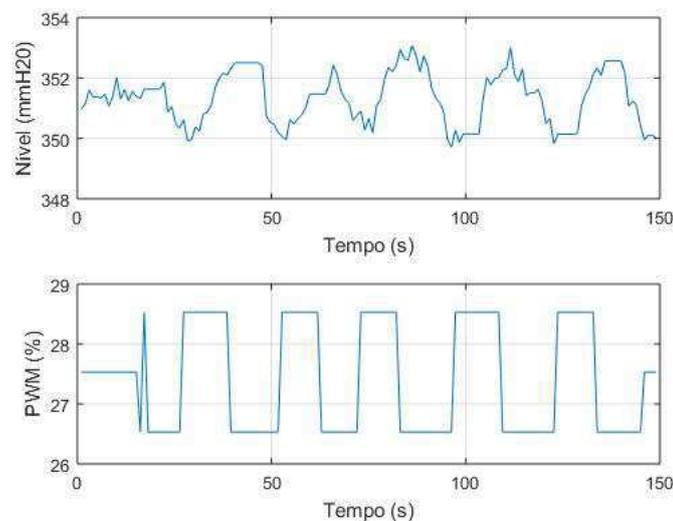


Figura 10 – Experimento relé para malha de nível

Inicialmente, percebe-se que não houve sucesso no chaveamento devido ao ruído

Tabela 4 – Ganhos do controlado

K_p	T_i
0,4826	246,332

presente no processo. Entretanto, os últimos cinco períodos foram satisfatórios. Assim, mediu-se a frequência crítica:

$$\omega_{cri} = 0,0411Hz \quad (4.6)$$

O ganho crítico calculado:

$$K_c = 0,77 \quad (4.7)$$

Entretanto, esses dados não são tão confiáveis devido a defasagem entre os sinais de entrada e saída ser entorno de 126 graus. Assim, o ponto identificado não pode ser considerado o ponto crítico visto que este teria defasagem de 180 graus (HANG K. J. ASTROM, 2002). Isso é devido a não-linearidade presente nessa malha, pois as respostas de subida e descida tem ganhos bastantes diferentes, o que faz com que o processo não atinja o ponto de chaveamento corretamente.

4.2 Malha de Temperatura

Segundo a modelagem, essa malha de controle é dependente da variação de nível no tanque 3. Assim, com o modelo $\hat{G}_{descida}(s)$ identificado na seção anterior, um controlador PI foi sintonizado pela técnica SIMC (SKOGESTAD, 2003) de modo garantir um volume praticamente constante. Os ganhos resultantes estão na tabela 4.

4.2.1 Identificação Paramétrica

Segundo a seção 2.3.3, o modelo obtido para essa malha não é linear, porém este pode ser aproximado para primeira ordem com atraso (FOPTP):

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-s\theta} \quad (4.8)$$

Baseado nessas informações, o sistema foi colocado num ponto de operação à um nível constante de 350 mmH₂O e um ciclo de trabalho com valor 38%. Em seguida, foi aplicado um degrau no atuador para 40%, obtendo os resultados da figura 11.

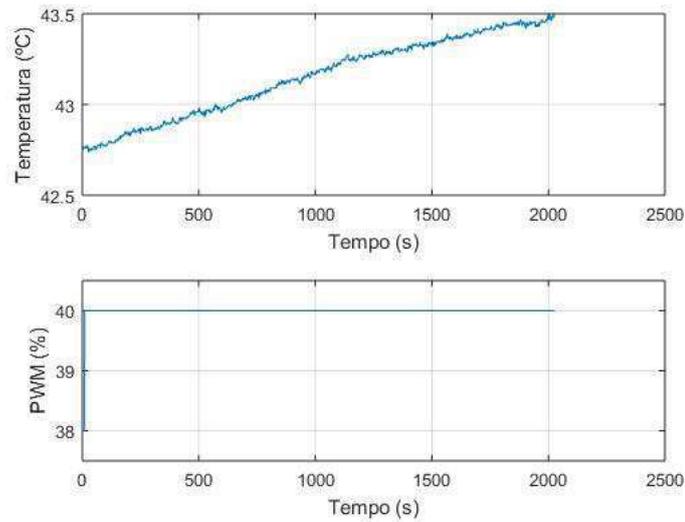


Figura 11 – Experimento para identificação paramétrica da malha de temperatura

Então, a estimativa dos mínimos quadrados foi aplicada resultando no modelo:

$$\hat{G}_{aquecendo} = \frac{0.0003464}{s + 0.0003153} \quad (4.9)$$

Usando método de comparação do MATLAB para validação, tem-se os valores de 91,86% como é ilustrado no gráfico 12.

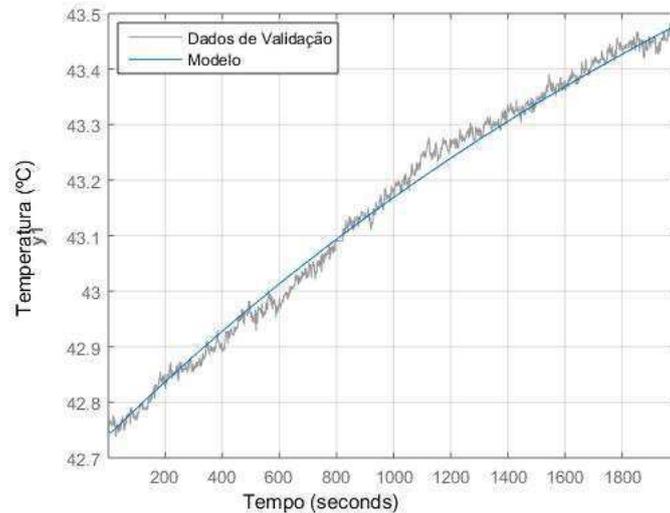


Figura 12 – Validação do modelo para malha de temperatura

Como a planta não apresenta um resfriamento para essa malha a perda de energia se da naturalmente para o ambiente. Isso resulta num processo muito lento e inviável, devido a amplitude térmica do ambiente onde está a planta, resultando num sistema que têm parâmetros variâtes. Portanto, não foi possível analisar esse comportamento por essa técnica.

4.2.2 Identificação Não-Paramétrica

4.2.2.1 Resposta em Frequência para Sinal Não Periódico

A resposta em frequência para sinais não-periódicos analogamente a malha de nível onde os dados da identificação paramétrica foram usados. Assim, a transformada rápida de Fourier (FFT) de cada sinal foi calculada e substituindo na equação, resulta no seguinte gráfico de magnitude resulta para baixas frequências (0 a 100 Hz), ilustrado na figura 13.

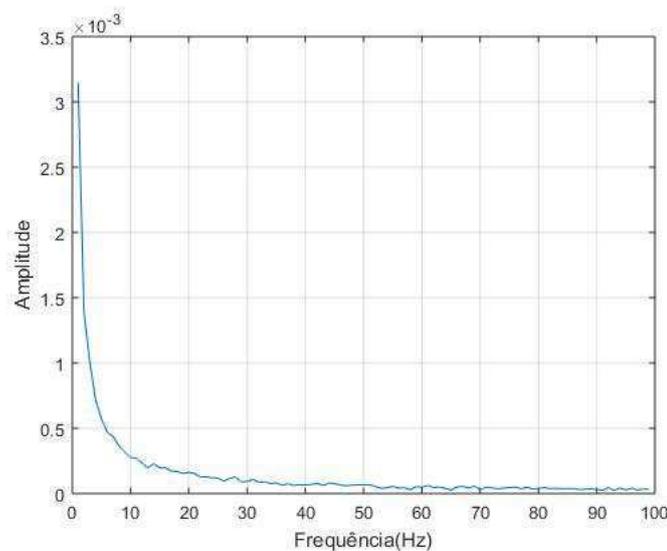


Figura 13 – Resposta em frequência para sinal não-periódico malha temperatura

Analogamente ao experimento da malha de nível, a influência do ruído nesse sistema é muito baixa. Portanto, outros experimentos não trariam diferenças aos resultados obtidos nas frequências analisada.

4.2.2.2 Resposta em Frequência para Sinal Senoidal

Para extrair essa característica, foi adicionado um sinal senoidal com período de 5000 segundos e amplitude 5 a um valor de entrada de 25%, como ilustrado na figura 14.

Analisando graficamente, obtém-se:

$$|G(i\omega_k)| = 0,203 \quad (4.10)$$

$$\angle G(i\omega_k) = 0,2294rad \quad (4.11)$$

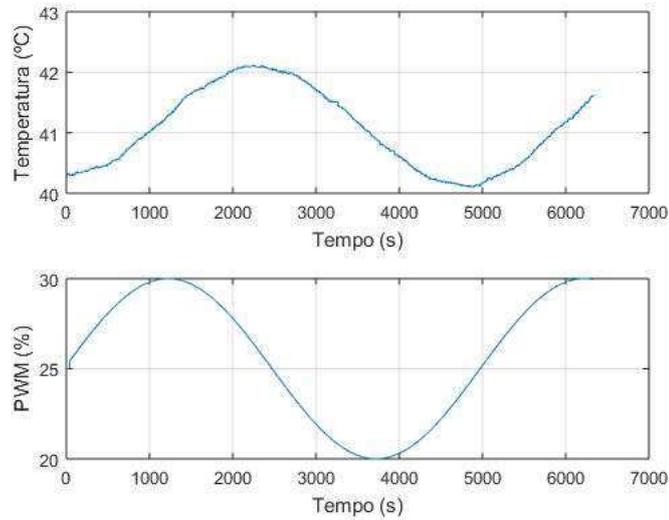


Figura 14 – Resposta para sinal periódico malha de temperatura

4.2.2.3 Ponto Crítico

O experimento do relé foi realizado após a planta estabilizar em uma certa temperatura. Este foi ajustado para que fosse adicionado uma amplitude de 5 em relação a entrada previamente aplicada e com seis períodos de duração. A figura 15 ilustra o comportamento do sistema e a entrada resultante nestas condições:

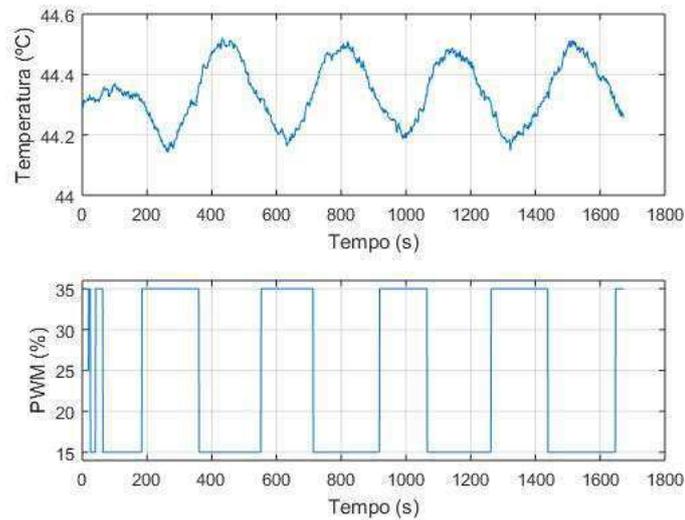


Figura 15 – Experimento do relé malha de temperatura

Inicialmente, percebe-se que não houve sucesso no chaveamento devido ao ruído presente no processo. Entretanto, os últimos quatro períodos foram satisfatórios. Assim, mediu-se a frequência crítica:

$$\omega_{cri} = 0,003Hz \quad (4.12)$$

O ganho crítico calculado:

$$K_c = 39,81 \quad (4.13)$$

Analisando graficamente as curvas resultantes de entrada e saída, figura 15, percebe-se uma defasagem de 163 graus, o que caracteriza uma boa estimativa do ponto crítico.

5 Considerações Finais

Neste trabalho foram apresentadas algumas técnicas de identificação de sistemas caixa cinza no que diz respeito a modelos paramétricos por meio da estimativa dos mínimos quadrados e modelos não-paramétricos, onde foi possível estimar a resposta em frequência e encontrar o ponto crítico. Inicialmente, a planta didática alvo foi apresentada com suas funcionalidades e descrição do processo proposto. Então, as malhas de controle SISO de nível e temperatura foram selecionadas com seus respectivos sensores e atuadores. Entretanto, mais informações seriam necessárias para tentar estimar modelos para estes, logo, uma modelagem matemática foi feita em cada uma baseado no balanço de massa e de energia. Esta esclareceu a ordem dos sistemas esperados.

Baseados nessas informações, as técnicas de identificação foram aplicadas para cada caso. Na malha de nível foi possível obter dois modelos paramétricos de acordo com o comportamento deste. Além disso, as características de resposta de frequência foram extraídas para um sinal não-periódico e para uma senoíde. Entretanto, o ponto crítico dessa malha não foi possível de ser obtido com exatidão, pois a grande não-linearidade presente faz com que a subida e descida tenham comportamentos distintos. Para a malha de temperatura, um modelo paramétrico foi obtido para o aquecimento, porém a ausência de um resfriamento na planta fez com que o mesmo experimento para o resfriamento fosse inviável, devido ao seu comportamento lento. As características de frequência foram extraídas para um sinal senoidal e um não periódico. O ponto crítico foi identificado com êxito devido a defasagem entre os sinais.

Conclui-se que o trabalho atingiu os seus objetivos e espera-se que o mesmo contribua significativamente para a área de aprendizado em identificação de sistemas.

Como trabalhos futuros, fica a ideia de implementar novas técnicas de identificação que relacionem outras características como correlação e resposta ao impulso, usando como entrada outros tipos de sinais. Além de relacionar outras malhas de controle SISO ou MIMO.

Referências

- COMPANY, A. *Evaporator Handbook*. 4th. ed. [S.l.]: EHB-955, 2000. Citado na página 2.
- FEISEL, L. D.; ROSA, A. J. The role of the laboratory in undergraduate engineering education. *Journal of Engineering Education*, p. 121–130, 2005. Citado na página 1.
- GLOVER, W. B. Selectiing evaporators for process applications. *AIChE*, p. 26–33, 2004. Citado na página 2.
- HANG K. J. ASTROM, Q. G. W. C. C. Relay feedback auto-tuning of process - a tutorial revies. *Journal of Process Control* 12, p. 143–162, 2002. Citado na página 18.
- ISERMANN, R.; MUNCHHOF, M. *Identification of Dynamic Systems: An Introduction with Applications*. 2. ed. Germany: Springer, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 9.
- KEESMAN, K. J. *System Identification - An Introduction*. 1. ed. London: Prentice-Hall, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 12.
- LJUNG, L. *System Identification: Theory for the User*. 2ed. ed. [S.l.]: Prentice Hall, Upper Saddle River, 1999. Citado na página 8.
- NEWELL, R. B.; LEE, P. L. *Applied Process Control - case study*. 1. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 4.
- ROFFEL B.; BETLEM, B. *Process Dynamics and Control: modeling for control and prediction*. 1. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons Ltd, 2006. Citado na página 1.
- SKOGESTAD, S. Simple analytic rules for model reduction and pid controller tuning. *Journal of Process Control*, v. 13, p. 291–309, 2003. Citado na página 18.
- SODERSTROM, T.; STOICA, P. *System Identification*. 1. ed. London: Prentice-Hall, 1989. Citado na página 9.