Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Engenharia Elétrica e Informática
Departamento de Engenharia Elétrica

Mateus Coutinho Sarmento

Técnicas de Identificação para Sistemas de Multivariáveis Aplicadas a uma Planta Didática

Campina Grande, Paraíba

Maio de 2017

Mateus Coutinho Sarmento

Técnicas de Identificação para Sistemas de Multivariáveis Aplicadas a uma Planta Didática

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, Campus Campina Grande, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Identificação de Sistemas

Orientador: George Acioli Júnior

Campina Grande, Paraíba
Maio de 2017

Mateus Coutinho Sarmento
Técnicas de Identificação para Sistemas de Multivariáveis Aplicadas a uma Planta Didática/ Mateus Coutinho Sarmento. – Campina Grande, Paraíba, Maio de 2017-
47 p. : il. ; 30 cm.

Orientador: George Acioli Júnior

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, Maio de 2017.

Mateus Coutinho Sarmento

Técnicas de Identificação para Sistemas de Multivariáveis Aplicadas a uma Planta Didática

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, Campus Campina Grande, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovado em ____ /____ /____

Professor Avaliador
Universidade Federal de Campina Grande
Avaliador

George Acioli Júnior
Universidade Federal de Campina Grande
Orientador

Campina Grande, Paraíba
Maio de 2017

Aos meus pais, minha eterna gratidão.

Agradecimentos

Aos meus pais, André e Luciane, por serem meu porto seguro e sempre estarem me apoiando nas minhas decisões.

Aos meus irmãos, Andréa e Davi, pelo carinho e companheirismo.

Aos meus familiares e amigos, por se fazerem presentes apesar da distância.

Ao meu orientador George Acioli pelo empenho na realização desse trabalho e pela orientação ao longo da graduação, por sempre estar disposto a tirar dúvidas e repassar os conhecimentos.

Aos amigos e colegas de curso, em especial a Luciana, Laysa e Chico que dividiram comigo essa jornada e a tornaram mais reconfortante.

Ao pessoal do LIEC, pelas boas horas de companhia, bom humor, ajuda mutua e companheirismo.

A todos que de alguma forma, direta ou indiretamente, contribuíram para a minha formação.

Enfim, agradeço ao corpo docente, à direção e à administração do DEE por seu trabalho na formação dos alunos de Engenharia Elétrica.

"Quanto mais precisas para viver, mais tens de trabalhar e menos tempo tens para ti. O maior dos luxos é o tempo. O tempo é o meu maior patrimônio."

(Miguel Esteves Cardoso)

Resumo

Este trabalho tem o objetivo de realizar um estudo sobre identificação de sistemas multivariáveis. Durante o trabalho é apresentado o principio dos mínimos quadrados, os modelos paramétricos FIR e ARX e é descrita uma técnica de identificação para sistemas multivariáveis. Esta técnica é então utilizada para identificar uma planta didática Peltier.

Palavras-chave: Identificação; MIMO; Multivariáveis; ARX; FIR; Modelos Lineares; Planta Didática.

Abstract

This paper aims to study the identification of multivariable systems. In this paper is presented the least-square principle, the parametric models FIR and ARX and describes an identification technique for multivariable systems. This technique is then used to identify a Peltier didactic plant.

Keywords: Identification; MIMO; Multivariable; ARX; FIR; Linear Models; Didatic Plant.

Lista de ilustrações

Lista de abreviaturas e siglas

PID	Proportional Integral Derivative
PV	Process Variable
MV	Manipulated Variable
MIMO	Multiple-input and multiple-output
SISO	Single-input and single-output
TITO	Two-input and two-output
PC	Computador Pessoal
OPC	Open Platform Communications
SNR	Signal-noise ratio
UFCG	Universidade Federal de Campina Grande
LIEC	Laboratório de Instrumentação Eletrônica e Controle
LSE	Least Squares Estimation
FIR	Finite Impulse Response
ARX	Autoregressive Exogenous
GBN	Generalized Binary Noise
PRBS	Pseudo Random Binary Sequence

Lista de símbolos

T_{ta}	Tempo de acomodação
τ	Constante de tempo
T	Tempo de amostragem
ET_{sw}	Tempo médio de comutação
T_{min}	Tempo mínimo de comutação
p_{sw}	Probabilidade de comutação

Sumário

1 Introdução

Na teoria de controle moderna existem diversas técnicas para projeto de controladores. Porém, para que seja possível fazer o uso de tais técnicas é necessário primeiro obter um modelo matemático que descreva as relações entre as variáveis do sistema em termos de equações de diferenças ou diferenciais. Na realidade, o uso de modelos matemáticos não é limitada a área de controle, uma grande parte das engenharias faz uso de modelos matemáticos para simulações, previsões e designs (ZHU, 2001).

Usualmente, se divide a modelagem de um sistema em modelagem teórica e modelagem experimental. Para a modelagem teórica, o modelo é obtidos ao se aplicar métodos de calculo para equações, como por exemplo equações de balanco de massa e equações físicas de estado, este tipo de modelagem é tambem chamada de modelagem caixa branca (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011). A motivação para o estudo da modelagem experimental surge do fato de que muitas vezes não se conhece as equações matemáticas que regem o sistema ou quando se conhece, seria impraticável levantar tais equações por motivos de tempo e recurso (AGUIRRE, 2004), a modelagem experimental é tambem conhecida como modelagem caixa preta. Pode-se então definir identificação de sistemas como sendo o campo da modelagem matemática que estima os parâmetros de um determinado modelo a partir de observações sobre as entradas e saídas de um dado sistema e o conhecimento prévio de alguns parâmetros (LJUNG, 1999).

Na literatura de identificação de sistemas existem diversas técnicas para estimação de modelos, como o método gráfico e de área proposto por (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1995). Existem também técnicas que combinam informações no domínio do tempo/frequência para a construção de um modelo como proposto em (JÚNIOR; SANTOS; BARROS, 2009). Dentre os métodos para estimação de parâmetros o método dos mínimos quadrados esta entre os mais utilizados por ser um método de fácil implementação. O princípio dos mínimos quadrados foi inventado por Carl Gauss no final do século dezoito para determinar as orbitas dos planetas, desde então este método vem sendo modificado para o uso nas mais diversas áreas. Sendo assim, qualquer trabalho neste tópico deve focar em uma classe especifica de problemas (VERHAEGEN; VERDULT, 2007).

Em identificação de sistemas existe quatro importantes aspectos que devem ser analisados: os dados, o modelo, o critério para a estimação dos parâmetros e a validação do modelo. Os dados de entrada-saída são normalmente obtidos através de um teste de identificação, que é projetado de modo a obter o máximo de informação possível sobre as propriedades do sistema que seja de interesse para o projetista. A escolha do modelo é a parte mais teórica de identificação de sistemas, pois deve-se combinar os conhecimentos prévios do sistema, a intuição do engenheiro e discernimento com as propriedades matemáticas do modelo para se fazer a escolha de um modelo adequado. Para a estimação dos parâmetros do modelo, um critério de erro deve ser especificado. Normalmente se utiliza a soma dos quadrados de algum erro como critério. Os valores dos parâmetros são então determinados a partir de minimização desta função de perda. Finalmente o último passo deve ser a validação do modelo. É neste momento que deve-se testar se o modelo encontrado é suficientemente bom para o uso desejado. Para a validação do modelo é recomendado que se utilize dados que não foram usados durante a estimação do modelo. O diagrama da Figura 1 ilustra os procedimentos para a realização da identificação de um sistema.

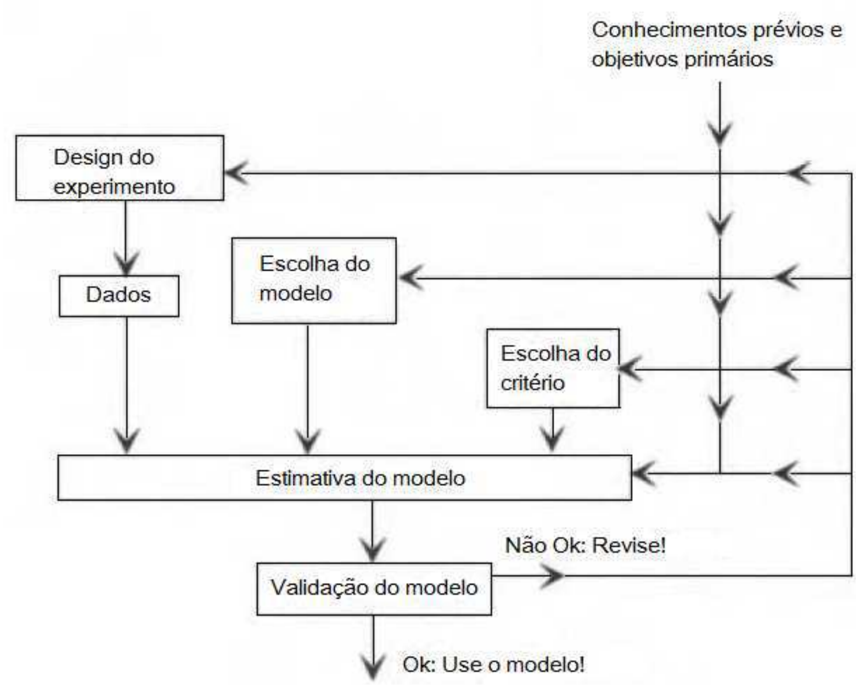

Figura 1 – Procedimento para Identificação de Sistemas
Fonte: Adaptado de (ZHU, 2001)

Neste trabalho o método dos mínimos quadrados será utilizado para estimar os modelos FIR e ARX (ZHU, 2001) das malhas de temperatura da planta didática, SAM-1, disponibilizada pelo Laboratório de Instrumentação Eletrônica e Controle (LIEC). A fundamentação teórica para este trabalho teve como base o livro "*Multivariable System Identification*"(ZHU, 2001).

2 Teste de Identificação

O proposito de testes de identificação é de excitar e coletar informações relevantes sobre a dinâmica do processo e suas pertubações. Muitas vezes é preciso executar vários tipos de testes, cada um para coletar um certo tipo de informação sobre o processo. O modelo é então estimado por um teste final que é cuidadosamente projetado.

Para realização do teste de identificação primeiro é necessário definir alguns de seus parâmetros. São eles: a duração do teste, a forma e a amplitude do sinal de entrada e o número de entradas a serem excitadas por teste.

2.1 Duração do Teste

Escolher um tempo mínimo para a duração de um teste de identificação é importante por duas razoes. A primeira é para que seja possível minimizar os efeitos das pertubações. A segunda é para que seja possível utilizar os resultados teóricos de identificação que, em sua maioria, são assimptóticos ao número de dados N.

O tempo de teste pode ser curto(5 a 8 vezes o tempo de acomodação) caso o processo possua poucas entradas e a razão entre sinal e ruido seja alta. O tempo do teste deve ser longo (14 a 18 vezes o tempo de acomodação) caso o processo possua varias entradas e a razão entre sinal e ruido seja baixa. Por fim, caso o processo seja linear e quase não possua ruídos o tempo de teste pode ser muito baixo (1 a 2 vezes o tempo de acomodação) (ZHU, 2001).

2.2 Forma e Amplitude do Sinal de Entrada

Existem diversos tipos de sinais de excitação, entre os mais comuns se encontram sinais não-periódicos como o degrau e o pulso retangular, sinais periódicos como a onda senoidal ou a onda quadrada e sinais estocásticos como o ruído binário discreto. A Figura 2 ilustra exemplos destes sinais (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011).

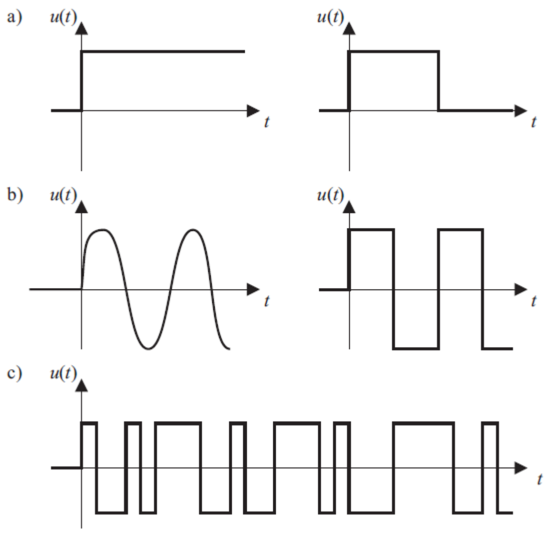

Figura 2 – Exemplos de alguns sinais de entrada. (a) não-periódicos: degrau e pulso retangular. (b) periódicos: onda senoidal e onda quadrada. (c) estocásticos: ruido binário discreto
Fonte: Adaptado de (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011)

Sinais binários foram escolhidos como sendo o melhor tipo de sinal para este teste de identificação pois este tipo de excitação produz menos distúrbios para a planta do que um sinal senoidal. Ao mesmo tempo os dados obtidos com este sinal são mais informativos do que aqueles obtidos por um degrau. Dentre os sinais binários serão avaliados o PRBS (*Pseudo Random Binary Sequence*) e o GBN (*Generalized Binary Noise*).

2.2.1 Sequência binária pseudo aleatória

Uma sequência binária pseudo-aleatória(PRBS) é um sinal com dois estados que pode ser gerado ao se utilizar um registrador de deslocamento com realimentação como mostrado na Figura 3, onde n representa o número de registradores ou estados. As variáveis do registrador são alimentados com 1 ou 0, o vetor de estado inicial é não nulo. Quando um pulso de *clock* é aplicado o valor do k-ésimo estado vai para o $(k+1)$-ésimo estado. Os coeficientes de realimentação, $a_1, ..., a_n$, tomam valores de 1 ou 0. O período do *clock* é denotado por T e é geralmente igual ao período de amostragem. Sendo assim, o registrador de deslocamento vai gerar uma sequência de zeros e uns.

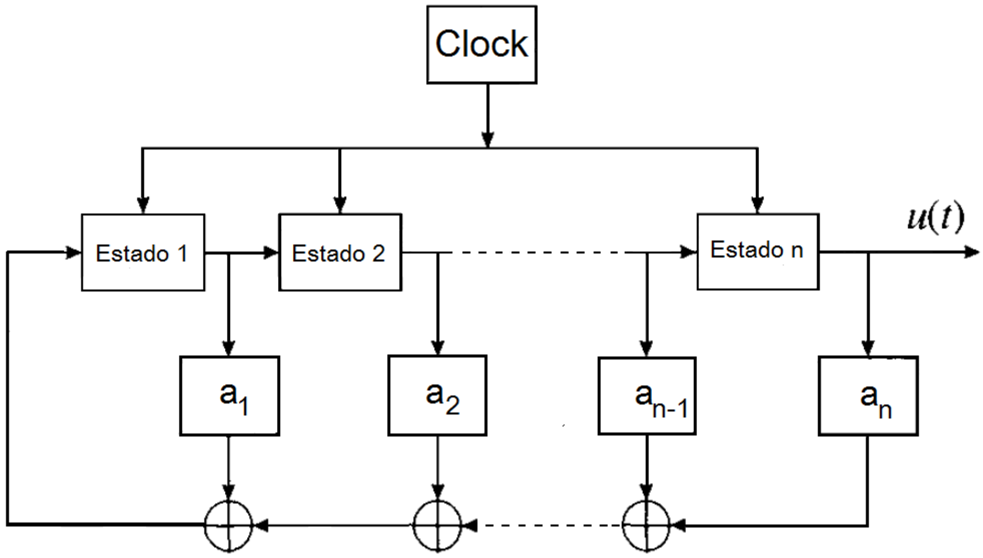

Figura 3 – Registrador de deslocamento para gerar um sinal PRBS
Fonte: Adaptado de (ZHU, 2001)

O máximo tamanho do PRBS sera: $N = 2^n - 1$. Assumindo que o tempo de amostragem seja Δt, então o período do PRBS é: $T = N \cdot \Delta t$. O espectro de potência de um sinal PRBS é definido pela seguinte equação:

$$\Phi_u(\omega) = \frac{2\pi a^2}{M} \sum_{k=1}^{M} \delta(\omega - 2\pi k/M), \quad 0 \leq \omega < 2\pi \tag{2.1}$$

A Figura 4 ilustra um sinal PRBS em que o período T é 8 vezes o tempo de amostragem. Isto significa que se o tempo de amostragem for igual a 1 segundo, o sinal se manterá constante por pelo menos 8 segundos. O espectro deste sinal se encontra ilustrado na Figura 5.

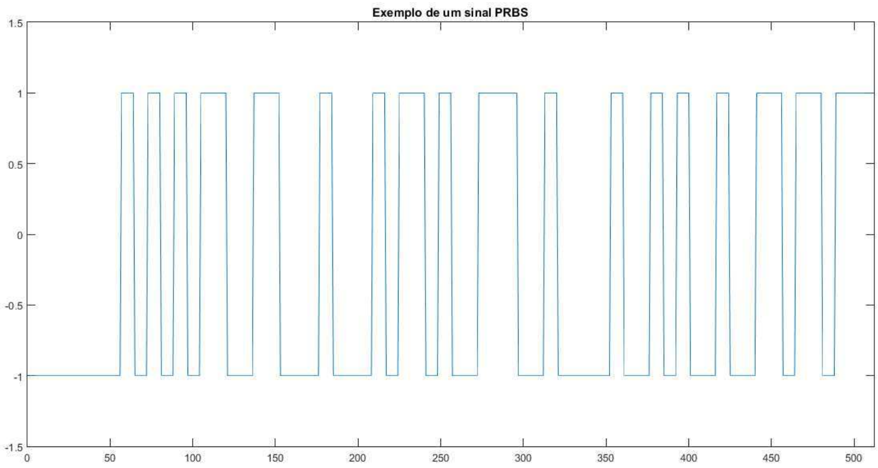

Figura 4 – Exemplo de um sinal PRBS
Fonte: Próprio autor

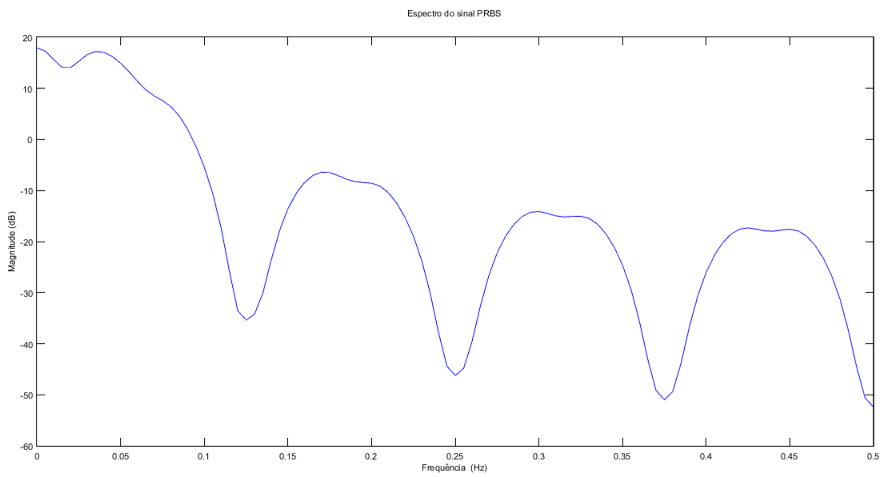

Figura 5 – Espectro de frequência de um sinal PRBS
Fonte: Próprio autor

2.2.2 Ruído binário generalizado

O sinal GBN foi inicialmente proposto por (TULLEKEN, 1990). Um sinal GBN assume dois valores $-a$ e a. A cada candidato de tempo para comutação t, ele comuta de acordo com a seguinte regra:

$$
\begin{aligned}
P[u(t) = -u(t-1)] &= p_{sw}, \\
P[u(t) = u(t-1)] &= 1 - p_{sw}.
\end{aligned} \tag{2.2}
$$

Aonde p_{sw} é a probabilidade de comutação. Uma importante propriedade deste sinal é que ele possui media nula, pois com isto se evita que o processo saia de seu ponto de operação.

Um sinal GBN pode ser caracterizado pelo seu tempo médio de comutação e sua amplitude. A sua amplitude é escolhida baseando-se em conhecimentos prévios do sistema. Já seu tempo médio de comutação é definido pela seguinte equação:

$$ET_{sw} = \frac{T_{min}}{p_{sw}}. \tag{2.3}$$

Aonde, o tempo mínimo de comutação T_{min} é o tempo, em amostras, para se manter o sinal constante.

Para que um sinal de teste seja bom para controle de processos ele deve possuir a característica de um passa baixa. É possível gerar um sinal GBN passa-baixa ao se reduzir a probabilidade p_{sw}, ou equivalentemente, aumentar o tempo médio de comutação ET_{sw} (BO; JUN; JIXIN, 2006).

O espectro de potencia de um sinal GBN é definido pela seguinte equação:

$$\Phi_u(\omega) = \frac{(1-q^2)T_{min}}{1-2qcosT_{min}\omega + q^2} \tag{2.4}$$

A Figura 6 ilustra um sinal GBN com tempo médio de comutação igual a 170. Já a Figura 7, ilustra o o espectro de frequência deste sinal.

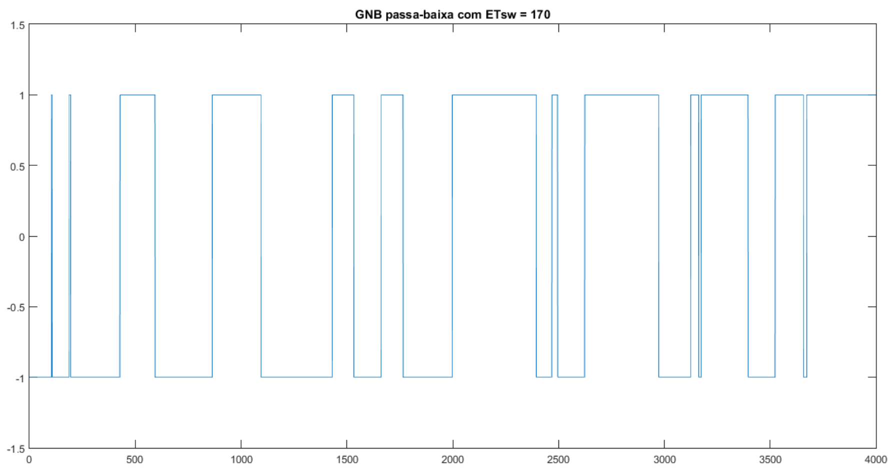

Figura 6 – Sinal GBN com $ET_{sw} = 170$
Fonte: Próprio autor

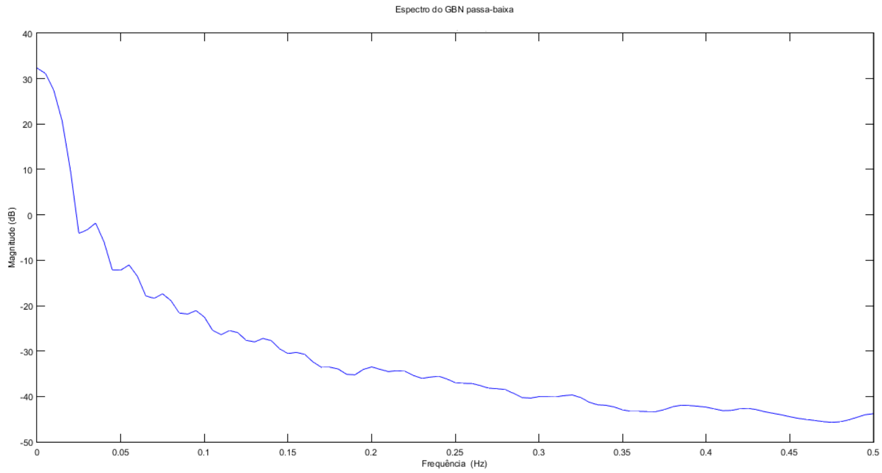

Figura 7 – Espectro de frequência de um sinal GBN passa-baixa
Fonte: Próprio autor

Devido a esta característica, o sinal GBN foi escolhido como o sinal a ser utilizado neste trabalho.

2.3 Número de Entradas por Teste

Para o caso de sistemas lineares com múltiplas entradas e/ou múltiplas saídas, é possível aplicar os métodos de identificação para processos SISO. Para um sistema com uma entrada e r saídas é possível utilizar um sinal de teste e obter r modelos ao aplicar o método de identificação r vezes para cada uma das combinações de entrada/saída. De forma similar, caso o sistema possua r entradas e uma saída. Pode-se excitar uma entrada por vez ou todas as entradas ao mesmo tempo, desde que os sinais não possuam correlação.

Para sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) existem três opções. Pode-se excitar uma entrada por vez e avaliar todas as saídas simultaneamente, ou pode-se excitar todas as entradas simultaneamente e avaliar uma saída por vez, ou ainda, pode-se excitar todas as entradas simultaneamente e também avaliar todas as saídas simultaneamente (ISERMANN; MUNCHHOF, 2011).

2.4 Tempo de Amostragem

Em sistemas controlados por computadores a amostragem de um sinal contínuo leva a perda de informações. Por este motivo é importante selecionar um tempo de amostragem T de modo que estas perdas não prejudiquem a identificação do sistema.

Processos industriais geralmente são lentos quando comparados a velocidade de amostragem que os computadores atuais são capazes. Porém, existe pelo menos duas razões para que não se amostre tão rápido quanto possível, são elas:

- Construir um modelo discreto com um período de amostragem muito pequeno em comparação a constante de tempo natural do processo é um procedimento numericamente sensível, pois todos os polos vão se agrupar ao redor do ponto $(1, i0)$ no plano z.
- Um modelo amostrado rapidamente geralmente será de fase não mínima, mesmo que o processo continuo no tempo original seja de fase mínima.

É ainda possível otimizar o tempo de amostragem para problemas muito simples, porém em situações práticas esta otimização não é possível. Isto ocorre devido as seguintes razões: o problema é mais complexo e o modelo do processo não é conhecido. Sendo assim, uma regra simples que depende apenas do tempo de amostragem é adotada, sendo ela:

$$T = \frac{\tau}{10}. \tag{2.5}$$

Onde, τ é a constante de tempo do sistema.

3 Modelos das Funções de Transferência

O LSE pode ser usado para se estimar modelos lineares de processos dinâmicos. O método particular para se fazer isto vai depender da característica do modelo e sua parametrização.

3.1 Método da Resposta Finita ao Impulso (FIR)

Um processo linear, dinâmico e invariante no tempo é caracterizado por sua resposta ao impulso. Para processos estáveis, suas respostas ao impulso irão tender a zero no regime permanente. Este resultado é definido como resposta finita ao impulso.

Um modelo FIR de ordem n possui a seguinte função de transferência:

$$G(q) = \frac{B(q)}{A(q)}. \tag{3.1}$$

Aonde,

$$\begin{aligned} A(q) &= 1, \\ B(q) &= b_1 q^{-1} + ... + b_n q^{-n}. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Para um modelo entrada única-saída única (SISO), com a seguinte sequência de dados de entrada-saída:

$$y(1), u(1), ..., y(N), u(N) \tag{3.3}$$

Temos,

$$\begin{aligned} y(t) &= g_1 u(t-1) + g_2 u(t-2) + ... + g_n u(t-n) + \varepsilon(t), \\ y(t) &= \sum_{k=1}^{N} g_k u(t-k) + \varepsilon(t) = \boldsymbol{\varphi}(t)\boldsymbol{\theta} + \varepsilon(t). \end{aligned} \tag{3.4}$$

Aonde,

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} u(t-1) & u(t-2) & ... & u(t-n) \end{bmatrix}. \tag{3.5}$$

A equação (3.4) pode ser escrita na forma matricial da seguinte maneira:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \tag{3.6}$$

aonde $\boldsymbol{\varepsilon}$ é denominado como resíduo e

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y(n+1) \\ y(n+2) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon(n+1) \\ \varepsilon(n+2) \\ \vdots \\ \varepsilon(N) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} u(n) & u(n-1) & \cdots & u(1) \\ u(n+1) & u(n) & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u(N-1) & \cdots & \cdots & u(N-n) \end{bmatrix}. \tag{3.7}$$

E assim de acordo com (4.10), podemos estimar os parâmetros para o modelo FIR a partir da seguinte equação:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \left[\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{\Phi}\right]^{-1}\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{y}. \tag{3.8}$$

A Figura 8 ilustra o diagrama de blocos da estimação de um modelo FIR.

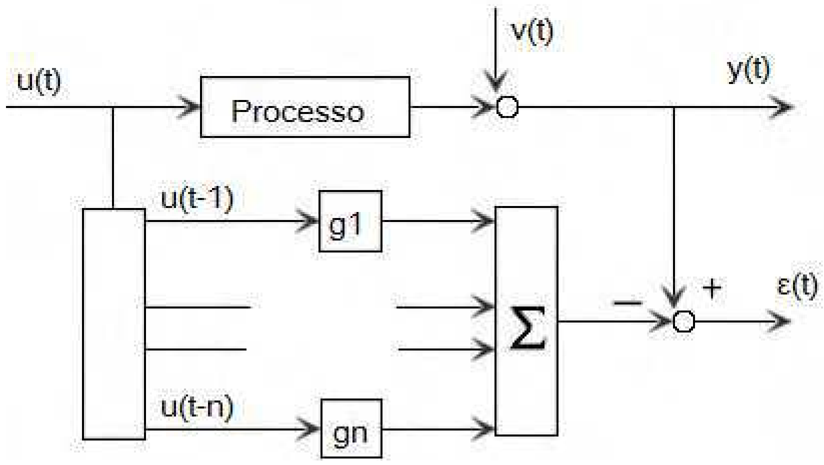

Figura 8 – Diagrama de blocos para a estimação de um modelo FIR
Fonte: Adaptado de (ZHU, 2001)

3.2 Modelo ARX

O método dos mínimos quadrados pode ser utilizado para estimar os parâmetros para um modelo de função de transferência ou para um modelo de equação de diferença.

Seja um processo descrito pela equação de diferença de ordem n.

$$y(t) + a_1 y(t-1) + ... + a_n y(t-n) = b_1 u(t-1) + ... + b_n u(t-n). \tag{3.9}$$

Este modelo possui a seguinte função de transferência:

$$G(q) = \frac{B(q)}{A(q)}. \tag{3.10}$$

Aonde,

$$\begin{aligned} A(q) &= 1 + a_1 q^{-1} + ... + a_n q^{-n}, \\ B(q) &= b_1 q^{-1} + ... + b_n q^{-n}. \end{aligned} \tag{3.11}$$

Dado que a sequência de dados de entrada-saída seja

$$y(1), u(1), ..., y(N), u(N). \tag{3.12}$$

Então é preciso estimar os parâmetros a_i e b_i. Para fazer isto, primeiramente se introduz o resíduo, $\varepsilon(t)$, resultando na seguinte equação:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + ... + a_n y(t-n) = b_1 u(t-1) + ... + b_n u(t-n) + \varepsilon(t) \tag{3.13}$$

ou

$$A(q) y(t) = B(q) u(t) + \varepsilon(t). \tag{3.14}$$

Reescrevendo (3.13) como

$$\begin{aligned} y(t) = -a_1 y(t-1) - ... - a_n y(t-n) + b_1 u(t-1) + ... + b_n u(t-n) + \varepsilon(t), \\ = \boldsymbol{\varphi}(t)\boldsymbol{\theta} + \varepsilon(t). \end{aligned} \tag{3.15}$$

Aonde, $\boldsymbol{\varphi}(t)$ é o vetor de dados e $\boldsymbol{\theta}$ é o vetor de parâmetros

$$\boldsymbol{\varphi}(t) = [-y(t-1) \cdots - y(t-n) \quad u(t-1) \cdots u(t-n)], \tag{3.16}$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}. \tag{3.17}$$

Usando a sequência de dados, é possível formar um sistema de N equações:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{\Phi\theta} + \boldsymbol{\varepsilon}. \tag{3.18}$$

Aonde,

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y(n+1) \\ y(n+2) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon(n+1) \\ \varepsilon(n+2) \\ \vdots \\ \varepsilon(N) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \varphi(n+1) \\ \varphi(n+2) \\ \vdots \\ \varphi(N) \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} -y(n) & \cdots & -y(1) & u(n) & \cdots & u(1) \\ -y(n+1) & & \vdots & u(n+1) & & \vdots \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -y(N-1) & \cdots & -y(N-n) & u(N-1) & \cdots & u(N-n) \end{array}\right] \tag{3.19}$$

Então, de acordo com o princípio dos mínimos quadrados, a estimativa que minimiza a função de custo

$$V_{FC} = \sum_{t=n+1}^{N} \varepsilon(t)^2 = \sum_{t=n+1}^{N} [y(t) - \boldsymbol{\varphi}(t)\boldsymbol{\theta}]^2 \tag{3.20}$$

é

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \left[\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{\Phi}\right]^{-1} \boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{y} = \left[\sum_{t=n+1}^{N} \boldsymbol{\varphi}^T(t)\boldsymbol{\varphi}(t)\right]^{-1} \left[\sum_{t=n+1}^{N} \boldsymbol{\varphi}^T(t)y(t)\right] \tag{3.21}$$

Esta solução existe se a matriz a seguir for não singular.

$$\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{\Phi} = \sum_{t=n+1}^{N} \boldsymbol{\varphi}^T(t)\boldsymbol{\varphi}(t) \tag{3.22}$$

A Figura 9 ilustra o diagrama de blocos da estimação de um modelo ARX.

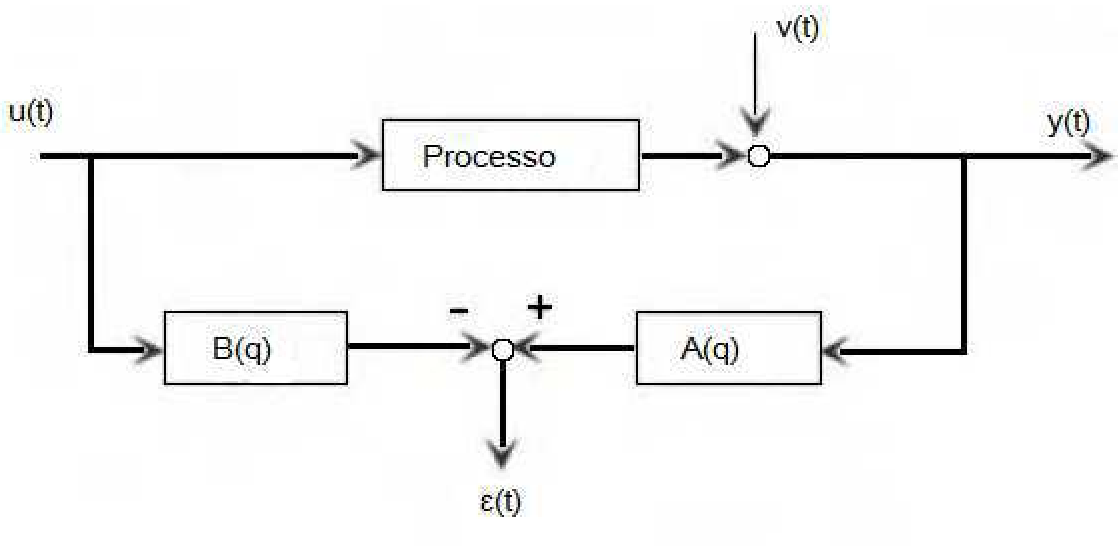

Figura 9 – Diagrama de blocos para a estimação de um modelo ARX
Fonte: Adaptado de (ZHU, 2001)

4 O princípio dos Mínimos Quadrados

A técnica dos mínimos quadrados é um procedimento matemático em que os parâmetros desconhecidos de um modelo matemático são estimados de forma que a soma dos quadrados de um erro escolhido seja minimizado. Supondo que um modelo matemático seja da forma:

$$y(t) = x_1(t)\theta_1 + x_2(t)\theta_2 + ... + x_n(t)\theta_n, \tag{4.1}$$

aonde $y(t)$ é a variável observável, $\{\theta_1, \theta_2, .., \theta_n\}$ é um conjunto de parâmetros constantes, e $x_1, x_2, ..., x_n$ são funções conhecidas. A variável t denota tempo.

Assumindo que N amostras de $y(t)$ e $x_1, x_2, ..., x_n$ são feitas nos tempos $1, 2, ..., N$. De forma que se obtenha N equações da mesma forma que (4.1). Formando assim um conjunto de equações diferenciais, que na forma matricial será dada por:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{\Phi\theta}, \tag{4.2}$$

aonde,

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(n) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} x_1(1) & x_2(1) & \cdots & x_n(1) \\ x_1(2) & x_2(2) & \cdots & x_n(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1(N) & x_2(N) & \cdots & x_n(N) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}. \tag{4.3}$$

Uma condição necessária para que este conjunto de equações possua uma solução é que o número de amostras N seja maior ou igual que o número de termos n. Se esta condição for verdadeira, teremos a seguinte solução:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\Phi^{-1}y}. \tag{4.4}$$

Assumindo que a inversa da matriz $\boldsymbol{\Phi}$ exista. $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ denota a estimativa de $\boldsymbol{\theta}$.

Para a estimativa dos parâmetros, primeiro é definido o erro de predição, $\varepsilon(t)$, como sendo

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t) = y(t) - \varphi(t)\theta. \tag{4.5}$$

Agora é possível escolher $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, de forma que o critério (4.6) seja minimizado.

$$V_{FC} = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\varepsilon(t)^2 = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}[y(t) - \varphi(t)\theta]^2 = \frac{1}{N}\boldsymbol{\varepsilon}^T\boldsymbol{\varepsilon} \tag{4.6}$$

Em (4.6), $\boldsymbol{\varepsilon}$ é dado por:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon(1) \\ \varepsilon(2) \\ \vdots \\ \varepsilon(N) \end{bmatrix}. \tag{4.7}$$

Para dar continuidade a minimização, podemos expressar (4.6) como

$$V_{FC}(\theta) = \frac{1}{N}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{\Phi\theta})^T(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{\Phi\theta}) = \frac{1}{N}\left[\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{y} - \boldsymbol{\theta}^T\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}^T\boldsymbol{\Phi\theta} - \boldsymbol{\theta}^T\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{\Phi\theta}\right]. \tag{4.8}$$

Tirando a primeira derivada de V_{LS} em relação a θ e igualando o resultado a zero, temos

$$\frac{\partial V_{FC}}{\partial\theta}|_{\theta=\hat{\theta}} = \frac{1}{N}\left[-2\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{y} + 2\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{\Phi}\hat{\boldsymbol{\theta}}\right] = 0. \tag{4.9}$$

Logo, a solução sera dada pela seguinte equação

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \left[\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{\Phi}\right]^{-1}\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{y}. \tag{4.10}$$

Este resultado é bastante conhecido como o estimador dos mínimos quadrados (LSE) de θ.

5 Técnicas de Identificação

5.1 Parâmetros do Sinal de Entrada

A primeira parte da técnica de identificação apresentada neste trabalho, consiste em definir os parâmetros do sinal de entrada que são relevantes para a identificação da planta.

O primeiro parâmetro a ser definido para o sinal de entrada GBN é o tempo médio de comutação. O tempo médio de comutação para o sinal GBN será escolhido baseando-se no tempo de acomodação da planta. Sendo assim, pode-se escolher ET_{sw} de acordo com a seguinte equação:

$$ET_{sw} = \frac{T_{ta}}{3}. \tag{5.1}$$

O segundo parâmetro a ser determinado sera o tempo de duração para o teste. Como a planta apresenta uma relação sinal ruido alta e possui não-linearidades é então possível escolher o tempo de duração como sendo 10 vezes o seu tempo de acomodação.

O terceiro parâmetro a se determinar é a amplitude do sinal GBN. Sendo assim, baseando-se em conhecimentos prévios do sistema, foi escolhido como sendo um degrau de 40% do seu ponto de operação.

Resta ainda determinar o número de entradas a ser excitado por teste. Para o caso especifico da planta didática em estudo, será adotado o método em que se excita uma entrada por vez e se avalia ambas as saídas simultaneamente. Sendo assim, será necessária a realização de dois testes de identificação, sendo um para cada entrada.

5.2 Parametrização do Modelo FIR de Vigésima Ordem

Para o modelo FIR foi escolhido uma ordem alta pois devido ao fato de que este modelo considera somente as entradas passadas é necessário um alto número de parâmetros para que ele possa capturar a dinâmica do processo.

Sendo assim, ao se considerar as últimas 20 entradas passadas pode-se escrever a seguinte equação:

$$y(t) = b_1u(t-1) + b_2u(t-2)... + b_{20}u(t-20). \tag{5.2}$$

Adiciona-se o erro ε e reescrevesse esta equação como:

$$
\begin{aligned}
y(t) &= b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) ... + b_{20} u(t-20) + \varepsilon, \\
y(t) &= [u(t-1) \; u(t-1) \; ... \; u(t-20)] \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{20} \end{bmatrix} + \varepsilon, \\
y(t) &= \varphi(t)\hat{\theta} + \varepsilon.
\end{aligned}
\tag{5.3}
$$

Pode-se então escrever a função de custo como sendo:

$$
V_{FC} = \sum_{t=20+1}^{N} \varepsilon(t)^2 = \sum_{t=20+1}^{N} [y(t) - \varphi(t)\theta]^2. \tag{5.4}
$$

De acordo com a teoria já apresentada, sabe-se que o estimador que minimiza esta função de custo é:

$$
\begin{aligned}
\hat{\theta} &= [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T y, \\
\hat{\theta} &= \left[\sum_{t=21}^{N} \varphi^T(t) \varphi(t) \right]^{-1} \left[\sum_{t=21}^{N} \varphi^T(t) y(t) \right], \\
\hat{\theta} &= \left[\sum_{t=21}^{N} \begin{bmatrix} u(t-1)) \\ u(t-2)) \\ \vdots \\ u(t-20) \end{bmatrix} [u(t-1) \; u(t-1) \; ... \; u(t-20)] \right]^{-1} \left[\sum_{t=21}^{N} \begin{bmatrix} u(t-1) \\ u(t-2)) \\ \vdots \\ u(t-20) \end{bmatrix} y(t) \right].
\end{aligned}
\tag{5.5}
$$

5.3 Parametrização do Modelo ARX de Segunda Ordem

Para um modelo ARX de segunda ordem, assume-se que o processo depende da sua saída atual, bem como das suas duas saídas anteriores e também das suas duas entradas anteriores. Sendo assim, pode-se escrever a seguinte equação:

$$
y(t) + a_1 y(t-1) + a_2 y(t-2) = b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2). \tag{5.6}
$$

Podemos então adicionar o erro ε e reescrever esta equação como:

$$\begin{aligned} y(t) &= -a_1 y(t-1) - a_2 y(t-2) + b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + \varepsilon, \\ y(t) &= [-y(t-1) \ \ -y(t-2) \ u(t-1) \ u(t-2)] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} + \varepsilon, \\ y(t) &= \varphi(t)\hat{\theta} + \varepsilon. \end{aligned} \tag{5.7}$$

Pode-se então escrever a função de custo como sendo:

$$V_{FC} = \sum_{t=2+1}^{N} \varepsilon(t)^2 = \sum_{t=2+1}^{N} [y(t) - \varphi(t)\theta]^2. \tag{5.8}$$

De acordo com a teoria já apresentada, sabe-se que o estimar que minimiza esta função de custo é:

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T y, \\ \hat{\theta} &= \left[\sum_{t=3}^{N} \varphi^T(t)\varphi(t)\right]^{-1} \left[\sum_{t=3}^{N} \varphi^T(t) y(t)\right], \\ \hat{\theta} &= \left[\sum_{t=3}^{N} \begin{bmatrix} -y(t-1) \\ -y(t-2) \\ u(t-1) \\ u(t-2) \end{bmatrix} [-y(t-1) \ \ -y(t-2) \ u(t-1) \ u(t-2)]\right]^{-1} \left[\sum_{t=3}^{N} \begin{bmatrix} -y(t-1) \\ -y(t-2) \\ u(t-1) \\ u(t-2) \end{bmatrix} y(t)\right]. \end{aligned} \tag{5.9}$$

5.4 Resultados de Simulação

Antes de aplicar a técnica no processo real é necessário primeiro realizar um teste de simulação para avaliar a técnica de identificação proposta. Para isto, foram realizadas três simulações com diferentes processos TITO. Para cada processo TITO foi adicionado um distúrbio $v(t)$ na saída.

Aonde, o distúrbio $v(t)$ é um ruído branco, $e(t)$, filtrado por um passa-baixa:

$$v(t) = \frac{s + 1.054}{s + 0.1054} e(t) \tag{5.10}$$

Foi então ajustado a variância do distúrbio $v(t)$ de acordo com cada processo. Para fazer este ajuste na variância, utilizou-se a seguinte equação:

$$v_{x\%} = v\frac{std(y)}{std(v)}\sqrt{x\%} \tag{5.11}$$

Aonde, `std()` representa a função do desvio padrão.

5.4.1 Exemplo 1

Para este exemplo foi utilizado o modelo de uma coluna de destilação binaria (WOOD; BERRY, 1973). O processo possui a seguinte função de transferência:

$$\boldsymbol{G_{ex1}(s)} = \begin{bmatrix} \dfrac{12,8e^{-s}}{16,7s+1} & -\dfrac{18,9e^{-3s}}{21s+1} \\ \dfrac{6,6e^{-7s}}{10,9s+1} & -\dfrac{19,4e^{-3s}}{14,4s+1} \end{bmatrix} \tag{5.12}$$

O ruído adicionado na saída possuía uma razão sinal-ruido de $0,01$. Para o GBN da entrada 1 foi utilizado um tempo médio de comutação igual a 22 minutos e um tempo total de teste igual a 198 minutos. Já para a entrada 2 foi utilizado um tempo médio de comutação igual a 29 minutos e um tempo total de teste igual a 261

Apos a estimativa dos modelos, ARX de segunda ordem e FIR de vigésima ordem, foi plotado a resposta ao degrau de cada modelo separadamente. Estes gráficos estão ilustrados na Figura 10.

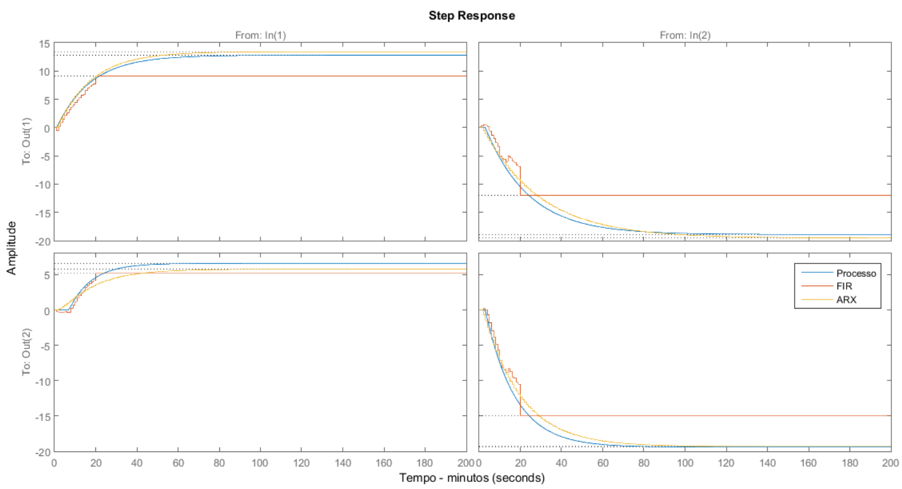

Figura 10 – Resposta ao degrau de cada modelo para o exemplo 1
Fonte: Próprio autor.

Logo após, foram aplicados dois degraus simultâneos, um em cada entrada, e plotado os gráficos das saídas. Estes gráficos estão ilustrados na Figuras 11 e 12.

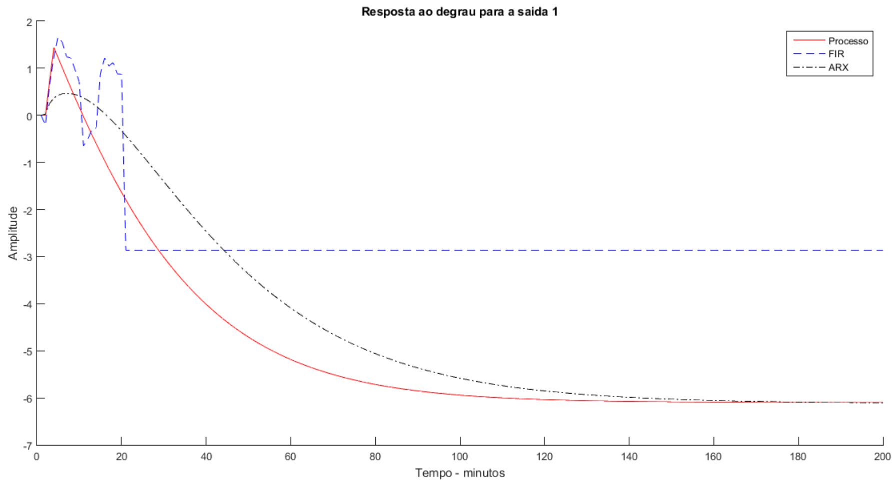

Figura 11 – Resposta ao degrau para a saída 1 para o exemplo 1
Fonte: Próprio autor

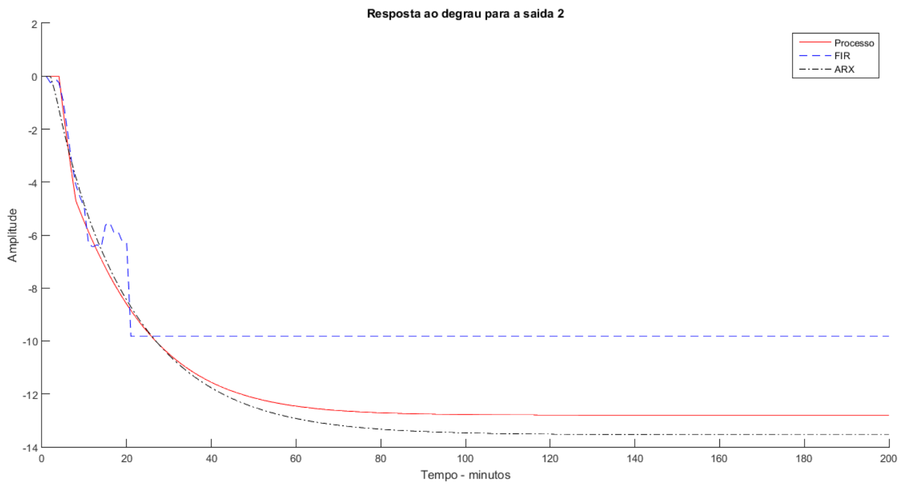

Figura 12 – Resposta ao degrau para a saída 2 para o exemplo 1
Fonte: Próprio autor

5.4.2 Exemplo 2

Para este exemplo foi utilizado o modelo de uma coluna de destilação binaria (LUYBEN; VINANTE, 1972). O processo possui a seguinte função de transferência:

$$\boldsymbol{G_{ex2}(s)} = \begin{bmatrix} -\dfrac{2,2e^{-s}}{7s+1} & \dfrac{1,3e^{-0,3s}}{7s+1} \\ -\dfrac{2,8e^{-1,8s}}{9,5s+1} & \dfrac{4,3e^{-0,35s}}{9,2s+1} \end{bmatrix} \tag{5.13}$$

O ruído adicionado na saída possuía uma razão sinal-ruido de 0, 03. Para o GBN da entrada 1 foi utilizado um tempo médio de comutação igual a 13 minutos e um tempo total de teste igual a 195 minutos. Já para a entrada 2 foi utilizado um tempo médio de comutação igual a 12 minutos e um tempo total de teste igual a 180

Após a estimativa dos modelos, ARX de segunda ordem e FIR de vigésima ordem, foi plotado a resposta ao degrau de cada modelo separadamente. Estes gráficos estão ilustrados na Figura 13.

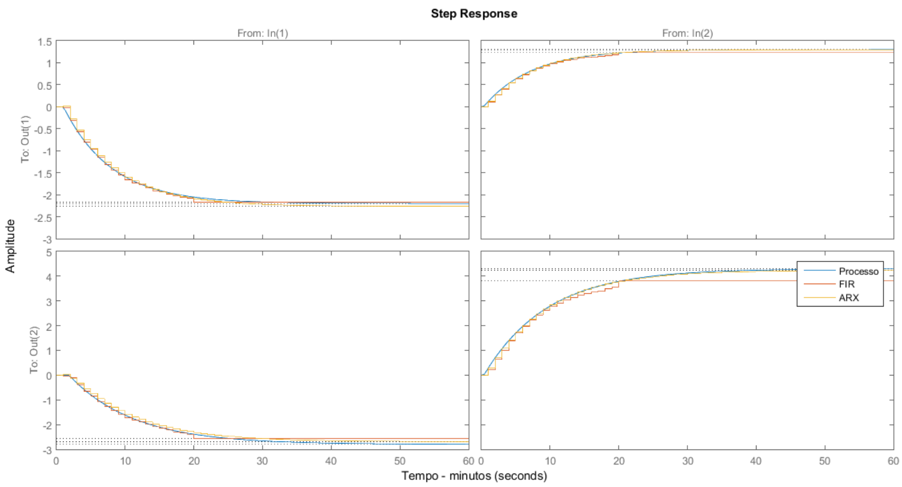

Figura 13 – Resposta ao degrau de cada modelo para o exemplo 2
Fonte: Próprio autor

Logo após, foram aplicados dois degraus simultâneos, um em cada entrada, e plotado os gráficos das saídas. Estes gráficos estão ilustrados na Figuras 14 e 15.

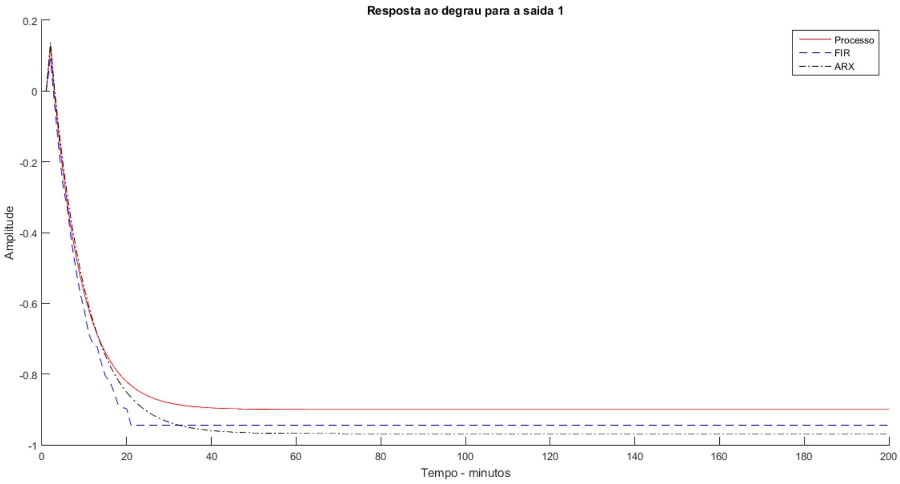

Figura 14 – Resposta ao degrau para a saída 1 para o exemplo 2
Fonte: Próprio autor

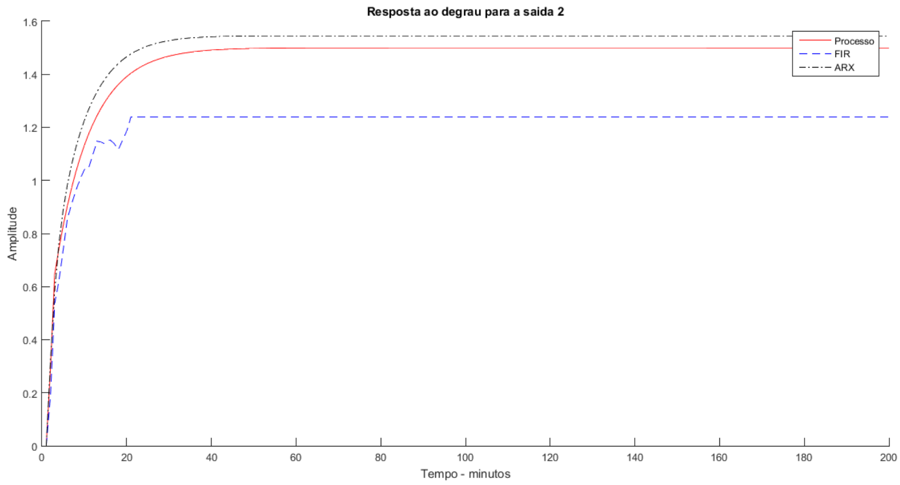

Figura 15 – Resposta ao degrau para a saída 2 para o exemplo 2
Fonte: Próprio autor

5.4.3 Exemplo 3

Para este exemplo foi utilizado o modelo de uma coluna de destilação binária (TAVAKOLI; GRIFFIN; FLEMING, 2006). O processo possui a seguinte função de transferência:

$$\boldsymbol{G_{ex3}(s)} = \begin{bmatrix} \dfrac{0,471e^{-s}}{(30,7s+1)^2} & \dfrac{0,495e^{-2s}}{(28,5s+1)^2} \\ \dfrac{0,749e^{-1,7s}}{(57s+1)^2} & -\dfrac{0,832e^{-s}}{(50,5s+1)^2} \end{bmatrix} \tag{5.14}$$

O ruído adicionado na saída possuía uma razão sinal-ruído de $0,05$. Para o GBN da entrada 1 foi utilizado um tempo médio de comutação igual a 112 minutos e um tempo total de teste igual a 3360 minutos. Já para a entrada 2 foi utilizado um tempo médio de comutação igual a 99 minutos e um tempo total de teste igual a 2970

Após a estimativa dos modelos, ARX de segunda ordem e FIR de vigésima ordem, foi plotado a resposta ao degrau de cada modelo separadamente. Estes gráficos estão ilustrados na Figura 16.

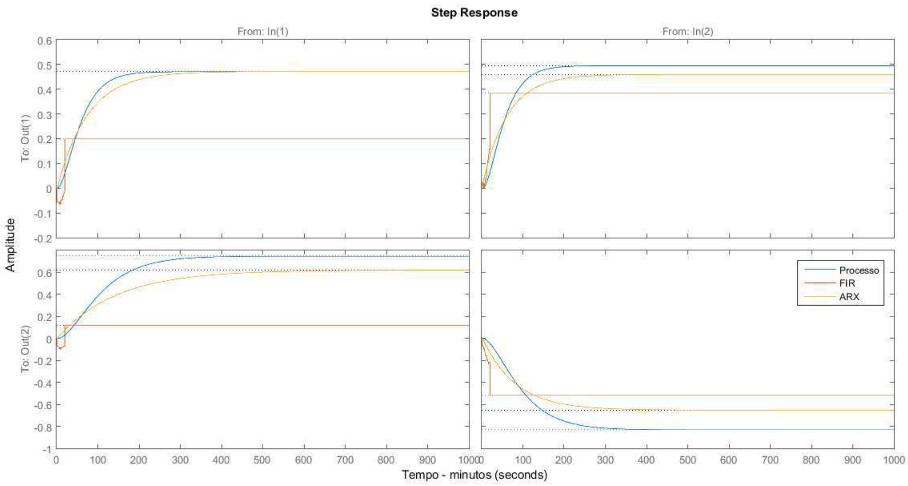

Figura 16 – Resposta ao degrau de cada modelo para o exemplo 3
Fonte: Próprio autor

Logo após, foram aplicados dois degraus simultâneos, um em cada entrada, e plotado os gráficos das saídas. Estes gráficos estão ilustrados na Figuras 17 e 18.

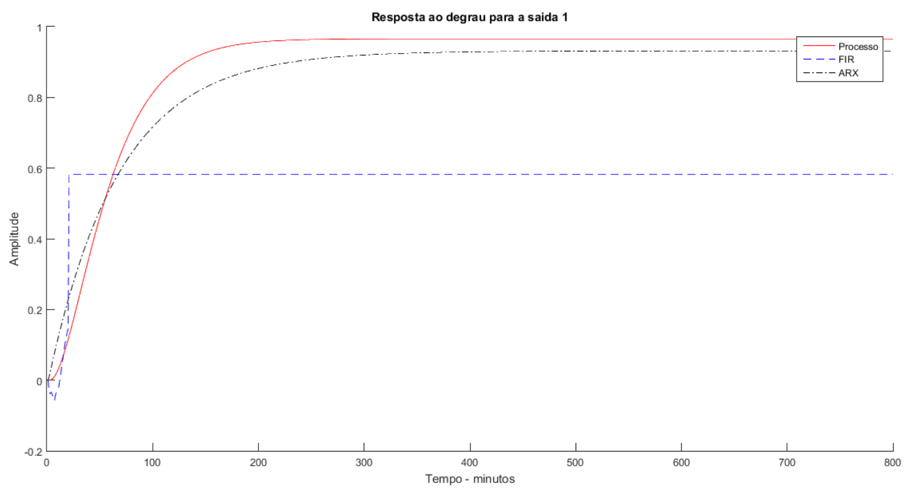

Figura 17 – Resposta ao degrau para a saída 1 para o exemplo 3
Fonte: Próprio autor

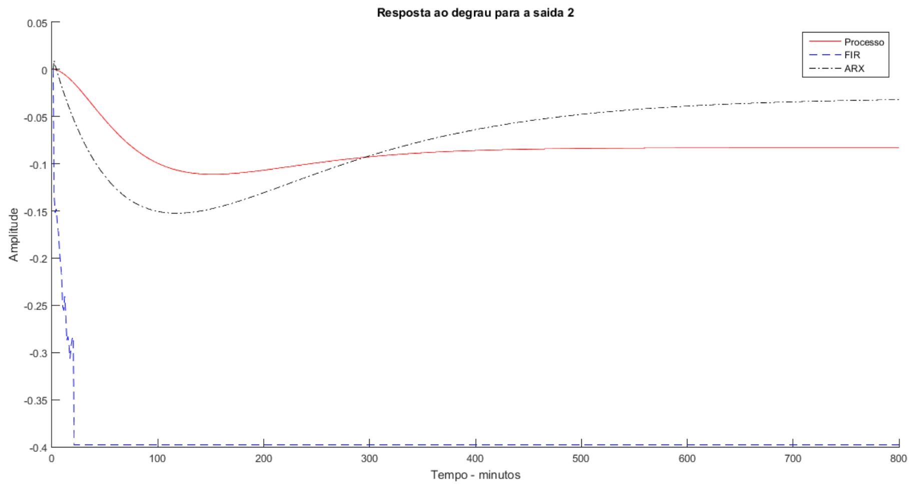

Figura 18 – Resposta ao degrau para a saída 2 para o exemplo 3
Fonte: Próprio autor

6 Resultados Experimentais

6.1 Planta Didática

A planta didática utilizada se trata de um processo Peltier, que se encontra disponível na sala de automação do LIEC. Mais especificamente foi utilizado o Peltier G2-1. Este processo consiste de dois atuadores que utilizam energia elétrica para gerar uma diferença de temperatura entre suas faces. Estas pastilhas normalmente são feitas de um material semicondutor. A Figura 19 ilustra este processo.

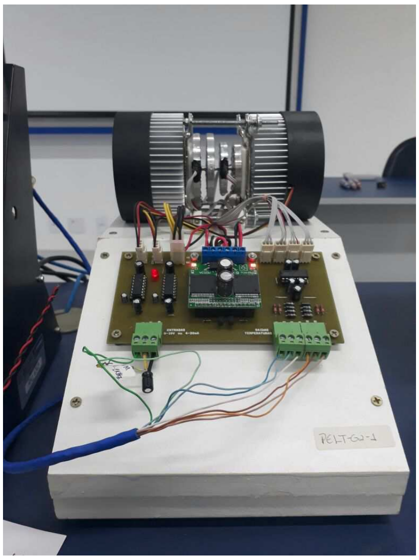

Figura 19 – Processo Peltier G2-1
Fonte: Próprio autor

Como pode ser visto pela figura acima os dois atuadores se encontram nas extremidades das massas metálicas. Onde, na esquerda se encontra o atuador 1 (entrada 1) e na parte mais a direita o atuador 2 (entrada 2). Esta processo foi montado de tal forma que sua entrada podem variar de 0 a 10 volts, sendo zero volts o seu estado mais frio e 10 volts o seu estado mais quente. Assim quando se coloca um nível de tensão em uma das entradas o calor gerado pelo efeito Peltier é gradativamente transferido para as massas metálicas instaladas.

Sensores de temperatura instalados em cada uma das massas metálicas realizam as medições das respectivas temperaturas, disponibilizando assim quatro saídas. Deste modo, é possível a escolha de diferentes malhas para a realização do controle. Estas saídas foram nomeadas da esquerda para a direita como Temperatura 1, 2, 3 e 4.

Para este estudo, foi escolhido as duas massas centrais como saídas, isto é, a Temperatura 2 e a Temperatura 3.

Desta forma pode-se representar este processo Peltier pela seguinte matriz de função de transferência:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \tag{6.1}$$

Aonde, Y_1 corresponde a saída 1 (Temperatura 2), Y_2 corresponde a saída 2 (Temperatura 3). Já um elemento da matriz que esta posicionado na linha x e coluna y corresponde a função de transferência entre a saída x e a entrada y. Por fim, U_1 e U_2 correspondem as entradas 1 e 2, respectivamente.

6.2 Teste Preliminar

O design de um bom teste de identificação necessita de um conhecimento prévio do processo, como a constante de tempo dominante, não linearidades e características dos distúrbios. Alguns desses conhecimentos podem ser obtidos por experiencia ao se operar o processo. Caso não se saiba de nada sobre o processo é possível obter informações relevantes através de um teste preliminar (ZHU, 2001).

Com isto em mente, foi realizado um teste preliminar aplicando um degrau positivo no ponto de operação seguido de um degrau negativo a entrada 1 enquanto se manteve a entrada dois constante. Em seguida foi realizado o mesmo para a entrada dois. A Figura 20 ilustra o gráfico com os resultados do teste preliminar.

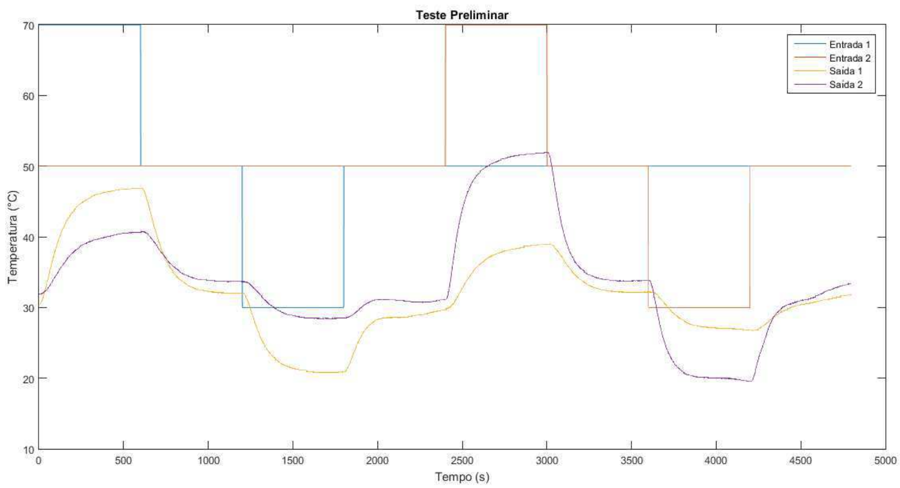

Figura 20 – Resultado do teste preliminar
Fonte: Próprio autor

A partir deste teste foi possível determinar o tempo de acomodação, T_{ta}, do processo como sendo 350 segundos e a constante de tempo, τ, como sendo 150 segundos. Foi também possível observar que a razão sinal ruído do processo é baixa e que existe a presença de não-linearidades.

6.3 Sinal de Entrada

O sinal de entrada foi projetado de acordo com o que foi apresentado na seção 5.1. Assim, o tempo médio de comutação ficou definido como sendo 117 segundos. Já o tempo total de teste foi calculado como sendo 3500 segundos. Por fim, a amplitude do sinal de entrada ficou comutando entre 7V e 3V, o que corresponde a uma variação de ±20% na entrada.

Com os parâmetros estabelecidos foi realizado o teste. Onde, primeiramente se aplicou o sinal na entrada 1 enquanto a entrada 2 se manteve constante. Logo apos, aplicou-se o sinal na entrada 2, mantendo a entrada 1 constante.

As Figuras 21 e 22 ilustram os gráficos com os resultados obtidos para a entrada 1 e 2, respectivamente.

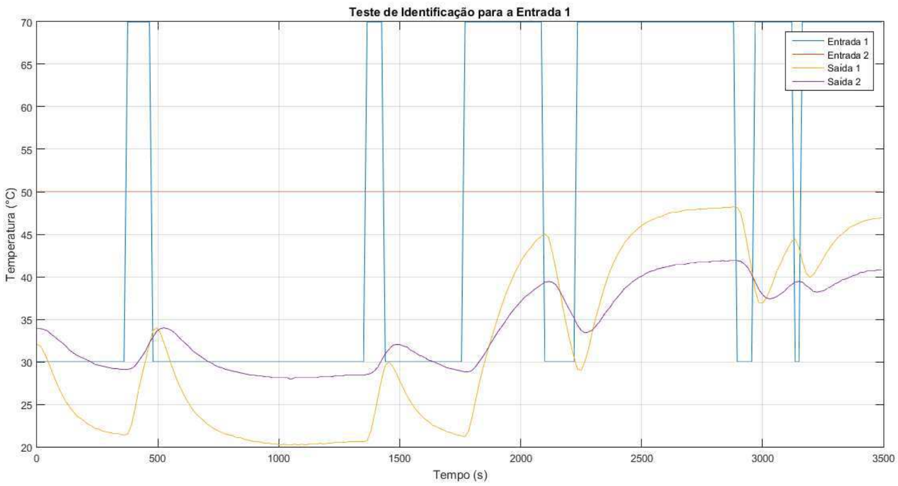

Figura 21 – Resultado do teste de identificação para a entrada 1
Fonte: Próprio autor

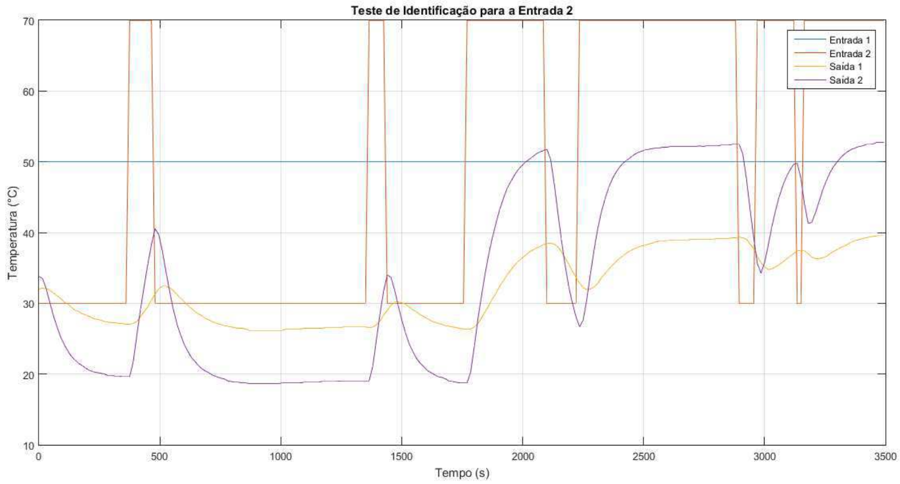

Figura 22 – Resultado do teste de identificação para a entrada 2
Fonte: Próprio autor

6.4 Modelo FIR Identificado

Para se obter os parâmetros do modelo FIR de vigésima ordem foi aplicado a parametrização apresentada na seção 5.2 aos dados obtidos no teste de identificação após retirar o *offset* tanto do sinal de entrada quanto do sinal de saída. Foram obtidos quatro modelos, sendo assim foi montado uma matriz de funções de transferência. A matriz de função de transferência resultante é apresentada a seguir.

$$\boldsymbol{G_{fir}(q)} = \begin{bmatrix} G_{fir11} & G_{fir12} \\ G_{fir21} & G_{fir22} \end{bmatrix} \tag{6.2}$$

Aonde,

$$\begin{aligned}
G_{fir11} = {} & 0.04882q^{-1} + 0.04987q^{-2} + 0.05899q^{-3} + 0.05684q^{-4} + 0.05355q^{-5} + 0.05532q^{-6} \\
& +0.04117q^{-7} + 0.04434q^{-8} + 0.03745q^{-9} + 0.03354q^{-10} + 0.02953q^{-11} + 0.02295q^{-12} \\
& +0.02423q^{-13} + 0.01317q^{-14} + 0.02031q^{-15} + 0.01162q^{-16} + 0.01124q^{-17} + 0.01176q^{-18} \\
& +0.0104q^{-19} + 0.03766q^{-20},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_{fir12} = {} & 0.01758q^{-1} + 0.009152q^{-2} + 0.01716q^{-3} + 0.01993q^{-4} + 0.02266q^{-5} + 0.02827q^{-6} \\
& +0.02202q^{-7} + 0.0249q^{-8} + 0.02216q^{-9} + 0.01978q^{-10} + 0.01932q^{-11} + 0.01472q^{-12} \\
& +0.01599q^{-13} + 0.009151q^{-14} + 0.01209q^{-15} + 0.007295q^{-16} + 0.006657q^{-17} + 0.007206q^{-18} \\
& +0.006026q^{-19} + 0.02295q^{-20},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_{fir21} = {} & 0.01656q^{-1} + 0.009364q^{-2} + 0.01448q^{-3} + 0.01722q^{-4} + 0.02051q^{-5} + 0.02484q^{-6} \\
& +0.02011q^{-7} + 0.02335q^{-8} + 0.02149q^{-9} + 0.01964q^{-10} + 0.0197q^{-11} + 0.01445q^{-12} \\
& +0.01714q^{-13} + 0.008725q^{-14} + 0.01508q^{-15} + 0.007953q^{-16} + 0.006733q^{-17} + 0.00882q^{-18} \\
& +0.005796q^{-19} + 0.02824q^{-20},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_{fir22} = {} & 0.0733q^{-1} + 0.09426q^{-2} + 0.1067q^{-3} + 0.09277q^{-4} + 0.0814q^{-5} + 0.07354q^{-6} \\
& +0.05346q^{-7} + 0.04998q^{-8} + 0.03769q^{-9} + 0.03387q^{-10} + 0.027q^{-11} + 0.02026q^{-12} \\
& +0.01917q^{-13} + 0.009654q^{-14} + 0.01567q^{-15} + 0.01025q^{-16} + 0.009784q^{-17} + 0.01007q^{-18} \\
& +0.008827q^{-19} + 0.02198q^{-20}.
\end{aligned} \tag{6.3}$$

6.5 Modelo ARX Identificado

Os parâmetros do ARX de segunda ordem foram obtidos a partir do método apresentado na seção 5.3 aplicado aos dados obtidos no teste de identificação, igualmente ao que foi realizado para a identificação do modelo FIR os dados do teste foram tratados antes de se utilizar o algoritmo. Assim, foram obtidos quatro modelos ARX. Foi então possível montar a seguinte matriz de função de transferência:

$$\boldsymbol{G_{fir}(q)} = \begin{bmatrix} \dfrac{0.02435q^{-1} + 0.009178q^{-2}}{1 - 1.49q^{-1} + 0.5382q^{-2}} & \dfrac{0.00312q^{-1} + 0.006072q^{-2}}{1 - 1.681q^{-1} + 0.7087q^{-2}} \\ \\ \dfrac{0.002597q^{-1} + 0.005605q^{-2}}{1 - 1.674q^{-1} + 0.6982q^{-2}} & \dfrac{0.05008q^{-1} + 0.02292q^{-2}}{1 - 1.349q^{-1} + 0.4355q^{-2}} \end{bmatrix} \tag{6.4}$$

As Figuras 23, 24, 25 e 26 mostram o ajuste dos modelos as curvas de temperatura obtidas pelos testes de identificação.

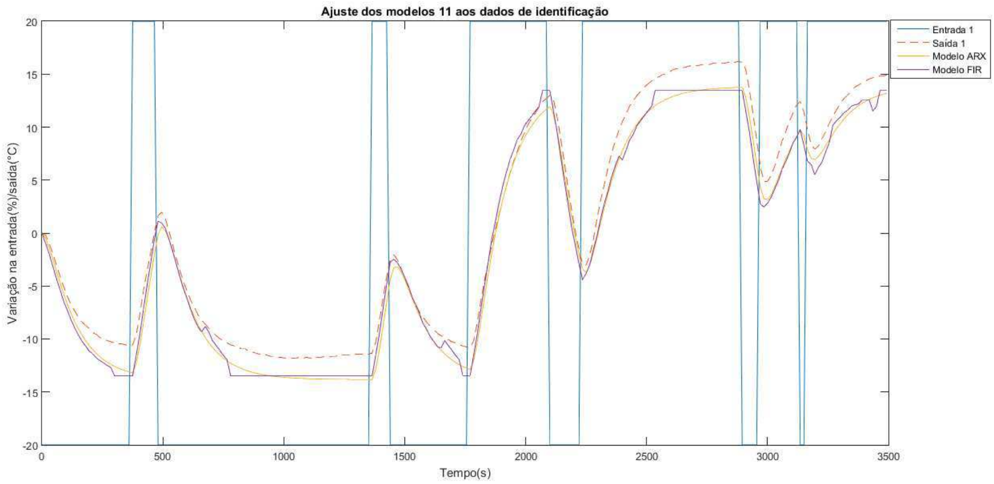

Figura 23 – Ajuste dos modelos 11 aos dados de identificação
Fonte: Próprio autor

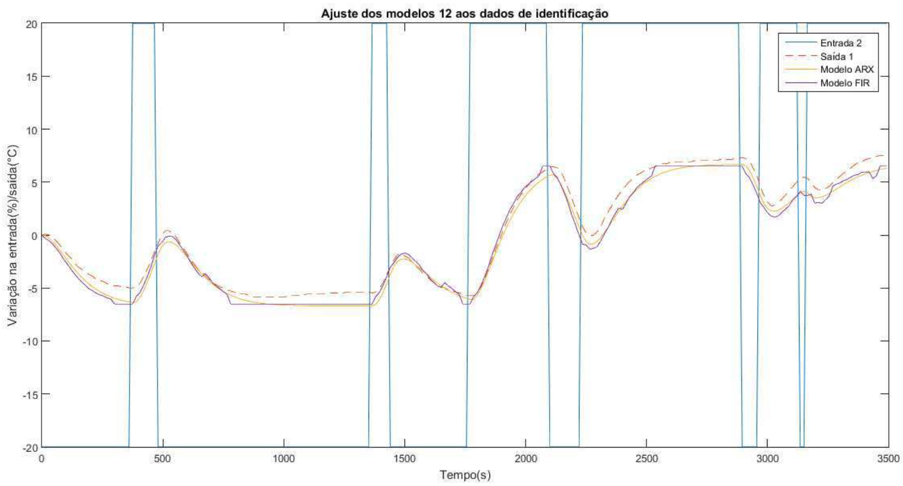

Figura 24 – Ajuste dos modelos 12 aos dados de identificação
Fonte: Próprio autor

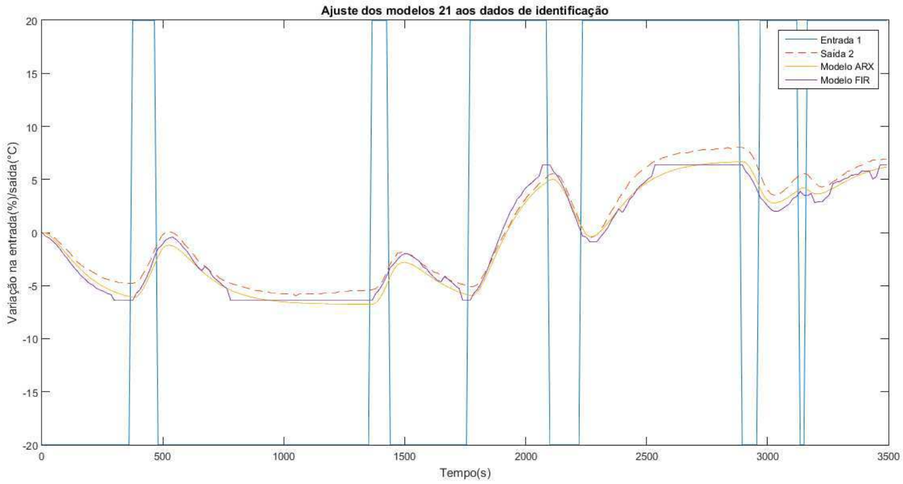

Figura 25 – Ajuste dos modelos 21 aos dados de identificação
Fonte: Próprio autor

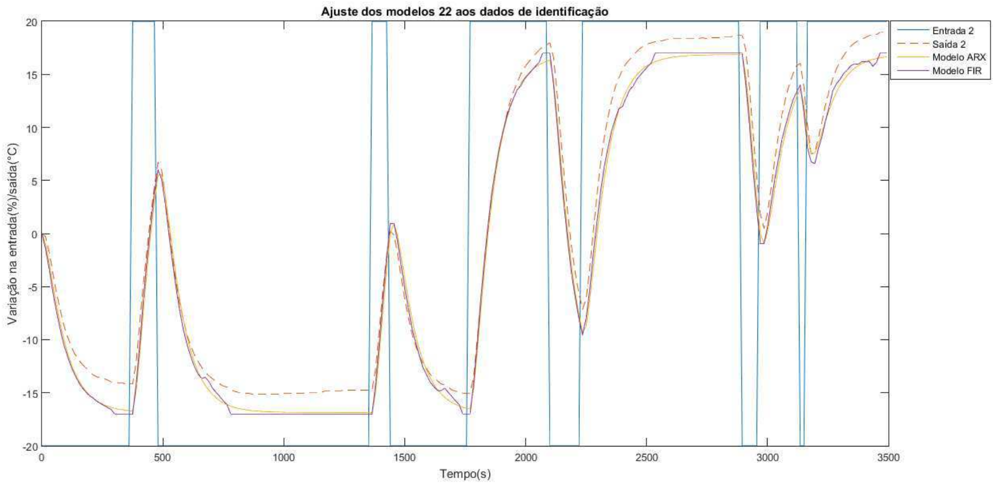

Figura 26 – Ajuste dos modelos 22 aos dados de identificação
Fonte: Próprio autor

6.6 Validação dos Modelos

Para a validação dos modelos foi realizado um experimento aonde foi aplicado, simultaneamente, um degrau em ambas as entradas. Sendo assim, os gráficos ilustrados nas Figuras 27 e 28 foram obtidos.

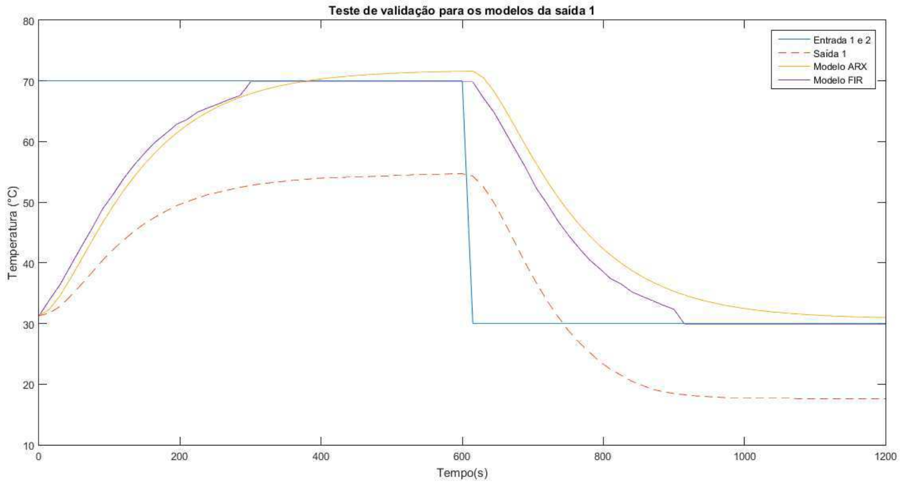

Figura 27 – Teste de validação para os modelos da saída 1
Fonte: Próprio autor

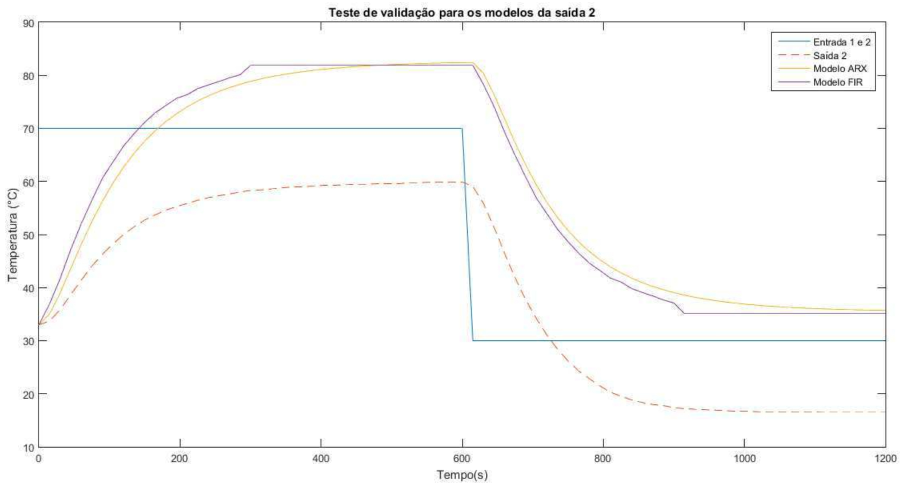

Figura 28 – Teste de validação para os modelos da saída 2
Fonte: Próprio autor

7 Conclusão

Neste trabalho foi apresentado o passo a passo de como realizar o projeto de um teste de identificação. Aonde se foi mostrado as vantagens da utilização de sinais binários para a identificação de sistemas. Foi ainda apresentado como realizar o teste em sistemas que possuem mais de uma entrada e/ou saída. Em seguida foram apresentados modelos paramétricos e o principio dos mínimos quadrados. Com o qual pode-se obter os parâmetros para tais modelos a partir de dados de entrada e saída do sistema.

Baseado no que foi apresentado, foi então descrita uma técnica de identificação para sistemas multivariáveis. Aonde foi descrito como projetar o sinal de entrada para o teste, como realizar a parametrização para um modelo FIR de vigésima ordem e um modelo ARX de segunda ordem. Esta técnica foi então aplicada a diferentes simulações, aonde foram obtidos resultados satisfatórios para a identificação dos sistemas simulados. Por fim, a técnica foi aplicada a uma planta didática Peltier de duas entradas e duas saídas. Os modelos propostos na técnica foram identificados. Um teste de validação foi então realizado para verificar a eficacia da técnica proposta.

Conclui-se então que a técnica proposta alcançou obteve resultados medianos. Visto que, os modelos identificados apresentaram dinâmica bastante parecidas com a planta, porém obtiveram ganhos diferentes.

Como trabalhos futuros, fica a ideia de realizar a implementação de um controle PID e Feedforward com os modelos identificados, utilizando a diagonal principal da matriz de função de transferência como a malha principal e a diagonal secundária como distúrbios medidos. Além disso, relacionar as outras malhas do Peltier.

Referências

AGUIRRE, L. A. *Introdução à identificação de sistemas–Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. [S.l.]: Editora UFMG, 2004. Citado na página 13.

ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. Pid controllers: theory, design, and tuning. ISA Research Triangle Park, NC, 1995. Citado na página 13.

BO, L.; JUN, Z.; JIXIN, Q. Design and analysis of test signals for system identification. In: SPRINGER. *International Conference on Computational Science*. [S.l.], 2006. p. 593–600. Citado na página 19.

ISERMANN, R.; MUNCHHOF, M. *Identification of Dynamic Systems: An Introduction with Applications*. 2. ed. Germany: Springer, 2011. Citado 4 vezes nas páginas 13, 15, 16 e 20.

JÚNIOR, G. A.; SANTOS, J. B. M. dos; BARROS, P. R. On simple identification techniques for first-order plus time-delay systems. *IFAC Proceedings Volumes*, Elsevier, v. 42, n. 10, p. 605–610, 2009. Citado na página 13.

LJUNG, L. *System identification*. [S.l.]: Wiley Online Library, 1999. Citado na página 13.

LUYBEN, W. L.; VINANTE, C. D. Experimental studies of distillation decoupling. *Kem. Teollisuus*, v. 29, n. 8, p. 499–514, 1972. Citado na página 34.

TAVAKOLI, S.; GRIFFIN, I.; FLEMING, P. J. Tuning of decentralised pi (pid) controllers for tito processes. *Control engineering practice*, Elsevier, v. 14, n. 9, p. 1069–1080, 2006. Citado na página 35.

TULLEKEN, H. J. Generalized binary noise test-signal concept for improved identification-experiment design. *Automatica*, Elsevier, v. 26, n. 1, p. 37–49, 1990. Citado na página 18.

VERHAEGEN, M.; VERDULT, V. *Filtering and system identification: a least squares approach*. [S.l.]: Cambridge university press, 2007. Citado na página 13.

WOOD, R.; BERRY, M. Terminal composition control of a binary distillation column. *Chemical Engineering Science*, Elsevier, v. 28, n. 9, p. 1707–1717, 1973. Citado na página 32.

ZHU, Y. *Multivariable system identification for process control*. [S.l.]: Elsevier, 2001. Citado 7 vezes nas páginas 13, 14, 15, 17, 23, 26 e 39.