



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E INFORMÁTICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E INFORMÁTICA

Projeto, construção e controle de um aeropêndulo

Yago Luiz Monteiro Silva

Campina Grande, PB

Dezembro de 2018

Yago Luiz Monteiro Silva

Projeto, construção e controle de um aeropêndulo

*Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Coordenação do
Curso de Graduação em Engenharia
Elétrica da Universidade Federal de
Campina Grande, Campus Campina
Grande, como parte dos requisitos
necessários para a obtenção do grau
de Bacharel em Engenharia Elétrica.*

Área de Concentração: Controle e Automação

Orientador: Antonio Marcus Nogueira Lima

Campina Grande, PB

Dezembro de 2018

Yago Luiz Monteiro Silva

Projeto, construção e controle de um aeropêndulo

Aprovado em ___/___/___

Professor Avaliador

Universidade Federal de Campina Grande

Avaliador

Antonio Marcus Nogueira Lima

Universidade Federal de Campina Grande

Orientador

Aos que me deram força quando estive fraco e aos que acreditaram em mim quando nem mesmo eu acreditava.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente ao Prof. Marcos Morais por ser meu mentor e herói desde muito antes do sonho de ser engenheiro vir a ser concebido nos confins da minha cabeça.

Aos meus pais, Fabiana e Kleber e meus irmãos, Diego e Rafael, pelo suporte.

Ao Prof. Gutemberg Assis pelas dicas e inspiração e a Prof. Luciana, pela amizade e apoio.

Aos amigos Cicero, Luana, Paulo, Sydeney, Laryssa Mirelly, Torres e Giuseppe pelas críticas, sugestões, leites, noites em claro estudando e por todo apoio durante os últimos seis anos. Não teria chegado até aqui sem vocês.

Finalmente, agradeço ao Prof. Antonio Marcus pelas oportunidades desde meu primeiro período de graduação até hoje. Obrigado por sempre me desafiar a ir além da fronteira.

*”But through it all,
when there was doubt
I ate it up and spit it out
I faced it all and I stood tall
And did it my way”*

Resumo

O nível de abstração necessário no processo de aprendizado de sistemas dinâmicos é quase sempre uma barreira. Nesse contexto, a visualização dos efeitos a partir de um modelo físico é um elemento facilitador desse processo. Esse trabalho apresenta o processo de construção, modelagem e controle de um sistema de aeropêndulo de modo que os parâmetros dos controladores possam ser alterados em tempo de execução, de modo que ele possa ser usado como ferramenta de demonstração nos cursos de controle oferecidos pelo departamento de Engenharia Elétrica da UFCG.

Palavras chave: Aeropêndulo, Controle, Construção, Modelagem

Abstract

The abstraction level required in the learning process of dynamic systems is almost always a barrier. In this context, the visualization of the effects in a physical model could be a facilitator element in that process. This work presents the process of construction, modeling and control of a aeropendulum system so that the parameters of the controllers can be changed at run time, so that it can be used as a demonstration tool in the control courses offered by the UFCG Department of Electrical Engineering.

Keywords: Aeropendulum, Control, Modeling, Construction.

Lista de Figuras

1.1	Exemplo de sistema de aeropêndulo.	14
2.1	Primeira versão do desenho do pêndulo	15
2.2	Aeropêndulo projetado na Universidade do Arizona.	15
2.3	Segunda versão do desenho do aeropêndulo baseado no modelo da Figura 2.2.	16
2.4	Vista do modelo do aeropêndulo.	17
2.5	Vista do modelo do aeropêndulo.	17
2.6	Vista lateral usada para determinação dos momentos com relação ao ponto A.	18
2.7	Peças durante finalização da usinagem.	19
2.8	Detalhe da peça durante o processo de usinagem.	20
2.9	Fotografia de um potenciômetro comercial.	21
2.10	Representação da construção interna do potenciômetro.	21
2.11	Fotografia do conjunto motor e hélice adquiridos	22
2.12	Esquemático do circuito de condicionamento de potência.	22
2.13	Vista da parte anterior do aeropêndulo.	23
2.14	Vista da parte frontal do aeropêndulo.	24
2.15	Diagrama da montagem do sistema.	24
2.16	Detalhe da montagem do sistema. 1- Placa de potência, 2 - Arduino Mega, 3 - Potenciômetro.	25
3.1	Diagrama de corpo livre do aeropêndulo	26

3.2	Característica entre a propulsão e a velocidade de rotação da hélice levantada em [2].	28
3.3	Característica entre a propulsão e a velocidade de rotação da hélice levantada em [2].	28
4.1	Resposta em Malha aberta do modelo matemático do aeropêndulo.	33
4.2	Resposta em Malha aberta do aeropêndulo.	33
5.1	Interface feita no <i>simulink</i> para visualização dos dados e alteração dos parâmetros de controle.	36
6.1	Resposta do sistema à aplicação de degraus ascendentes sucessivos.	37
6.2	Resposta do sistema a degraus sucessivos com os ganhos do controlador resintonizado	39
6.3	Aplicação de perturbações ao sistema	39
6.4	Resposta do sistema à aplicação de sinal senoidal na referência.	40
6.5	Resposta do sistema à aplicação de sinal dente de serra na referência.	40

Lista de Tabelas

1	Resistência à flexão dos materiais considerados.	18
2	Materiais preço e disponibilidade	19
3	Regras de calculo dos ganhos dos controladores de acordo com o método da curva de reação de Ziegler e Nichols	32
4	Parâmetros do controlador e influência sobre características da resposta temporal. .	38

Lista de Abreviaturas e Siglas

θ	Posição angular da haste do pêndulo
c	Atrito viscoso no eixo de giro da haste
d	Distância entre o centro de massa do conjunto e o eixo de rotação
f	Força devido ao deslocamento de ar
g	Constante gravitacional
J	Momento de inércia do conjunto motor e haste
L	Comprimento da haste do pêndulo
m	Massa do conjunto haste, motor e hélice

Conteúdo

Lista de Figuras	1
Lista de Tabelas	3
1 Introdução	13
2 Dimensionamento e construção do sistema	14
2.1 Estrutura mecânica	14
2.2 Sistema de instrumentação e atuação	20
3 Modelagem matemática do aeropêndulo	25
4 Projeto do controlador	31
5 Projeto da interface via <i>Simulink</i>TM	34
6 Resultados	37
7 Considerações finais	41
8 Bibliografia	42

1 Introdução

O aprendizado de disciplinas que envolvem conceitos matemáticos e abstrações é um desafio em qualquer nível de aprendizado. O ensino de controle de sistemas dinâmicos não foge a essa regra. A formação físico-matemática necessária no processo deve ser tão importante quanto a visualização dos seus efeitos no mundo real, prático.

Dada a importância da visualização no processo de aprendizado, esse trabalho se propõe a conceber, dimensionar, construir, projetar e implementar um modelo de aeropêndulo para ser usado como ferramenta didática nas aulas de controle. Um aeropêndulo é um sistema físico constituído por uma haste rígida conectada a um conjunto motor-hélice. A propulsão gerada pelo deslocamento de ar devido a rotação do motor é o elemento de atuação para modificação da posição angular da haste. Na figura 1.1 pode ser observada uma representação de um sistema desse tipo.

A escolha desse sistema foi feita devido a facilidade na obtenção do modelo matemático e relativa facilidade na construção mecânica.

A concepção e o dimensionamento correspondem a etapa em que são desenvolvidos os desenhos e definição das escalas. A construção corresponde as etapas de adequação do modelo e prototipagem tridimensional, bem como a montagem da estrutura. As etapas de projeto e implementação correspondem ao projeto dos controladores, interface e validação dos resultados.

Dessa forma, as especificações de alto nível para o projeto do aeropêndulo são:

- A estrutura mecânica deve ser desmontável;
- A estrutura deve ter um conjunto de sensores e atuadores compatíveis com a aplicação;
- Deve haver uma interface para visualização dos dados dos sensores;
- Os parâmetros do controlador e referência devem ser ajustados em tempo de execução;

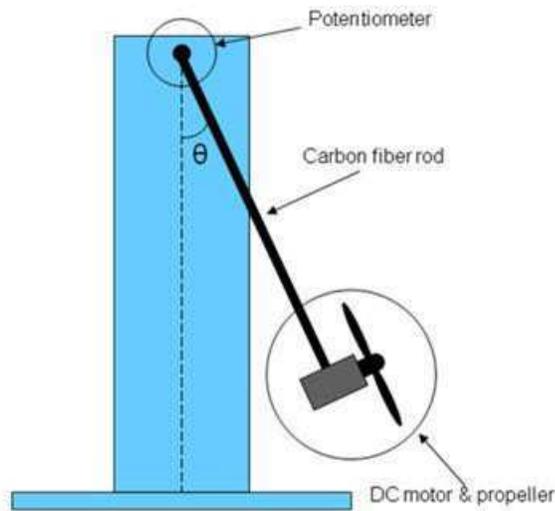


Figura 1.1: Exemplo de sistema de aeropêndulo.

2 Dimensionamento e construção do sistema

2.1 Estrutura mecânica

O desenho da estrutura deve ser feito considerando dois aspectos: A rigidez estrutural e a capacidade de desmonte da estrutura, dado que o objetivo de uso envolve o transporte para o ambiente de sala de aula.

A priori, foi desenvolvida uma versão da estrutura baseada em duas peças: a base e um mastro no qual seria acoplado o eixo de rotação do pêndulo conforme pode ser observado na Figura 2.1. Para verificação do conceito, foi realizada a construção de um modelo em papel cartão. No entanto, foi observado que a estrutura era mecanicamente instável, havendo a necessidade de alteração do projeto.

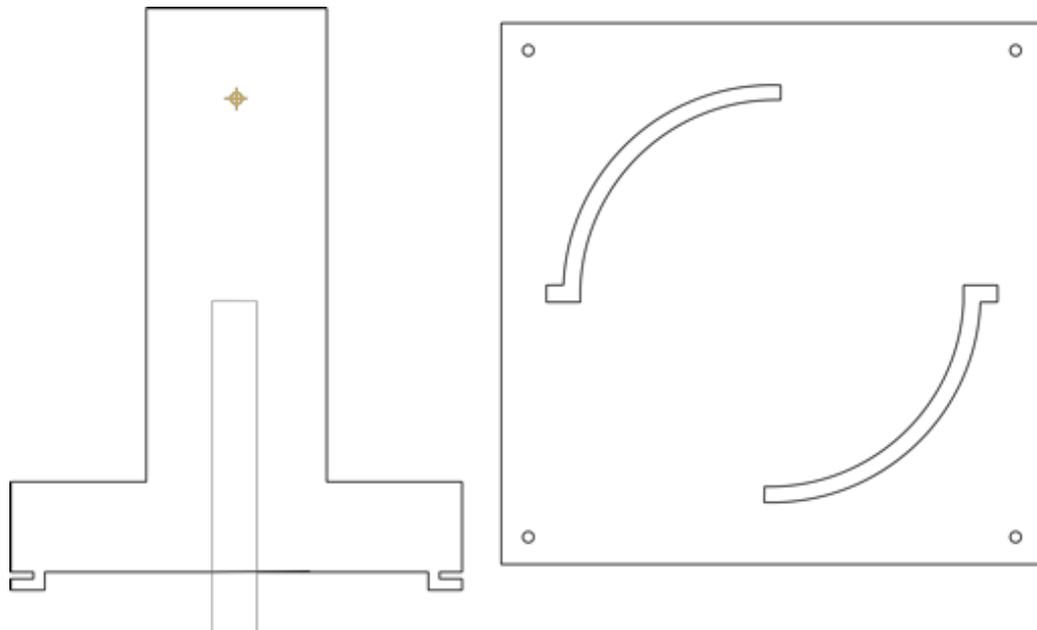


Figura 2.1: Primeira versão do desenho do pêndulo

Nesse contexto foi realizada uma busca por modelos comerciais de aeropêndulo para obter uma referência de projeto. O resultado dessa busca foi um modelo construído na *Arizona University* por Eniko T. Enikov que pode ser observado na Figura 2.2.



Figura 2.2: Aeropêndulo projetado na Universidade do Arizona.

Para esse modelo, a limitação do movimento de rotação é feita pela peça na parte anterior do mastro, que é engastada na base e no mastro. A partir disso o projeto das peças observado na Figura 2.1 foi modificado para o modelo da Figura 2.3, no qual foi adicionada a peça de apoio e realizado o ajuste dos encaixes.

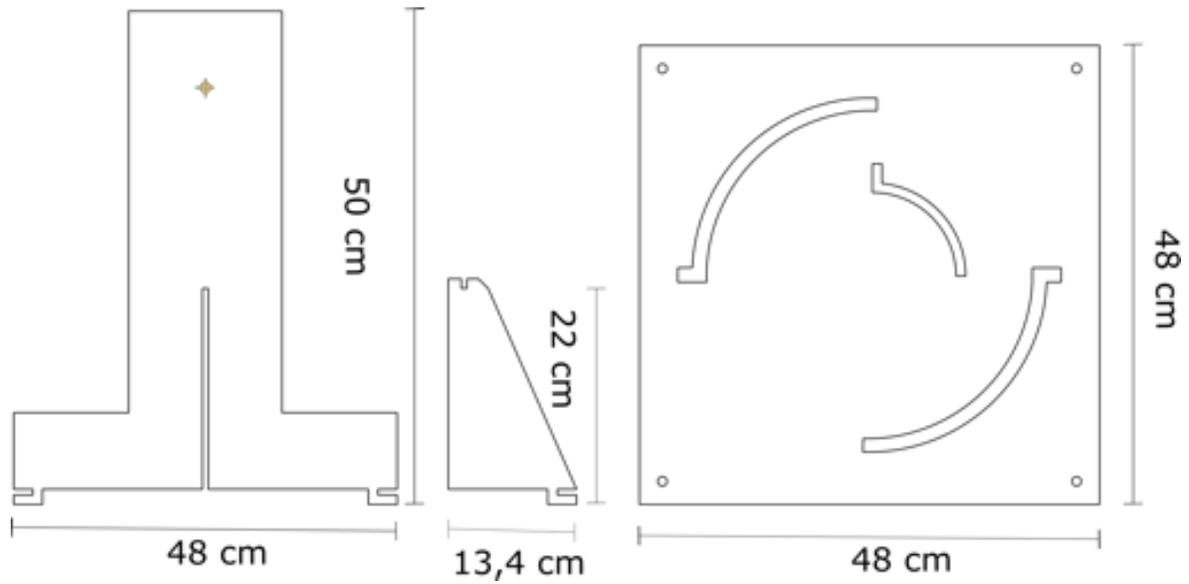


Figura 2.3: Segunda versão do desenho do aeropêndulo baseado no modelo da Figura 2.2.

Com base nos desenhos desenvolvidos, foi construída a representação tridimensional das peças conforme pode ser observado nas Figuras 2.4 e 2.5. Nesse modelo, as dimensões do mastro correspondem a 50 cm de altura por 40 cm de largura; da base: 48 cm de altura por 48 cm de largura; e do apoio: 22 cm por 13,4 cm. Ainda a partir da representação tridimensional, foi possível verificar as dimensões dos encaixes e prever possíveis detalhes de fabricação.

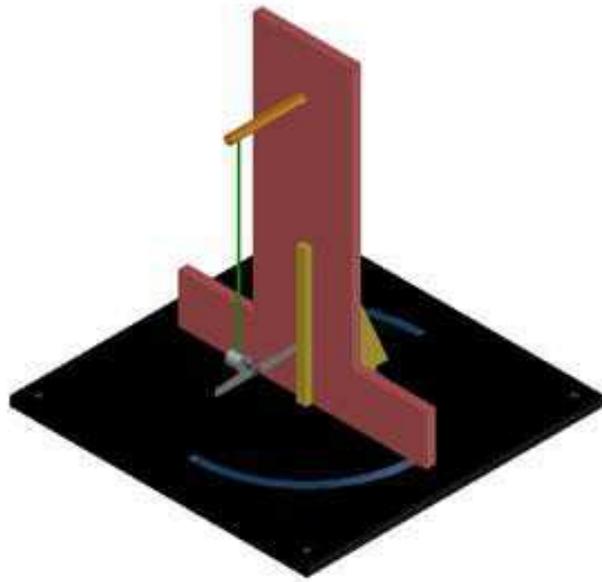


Figura 2.4: Vista do modelo do aeropêndulo.

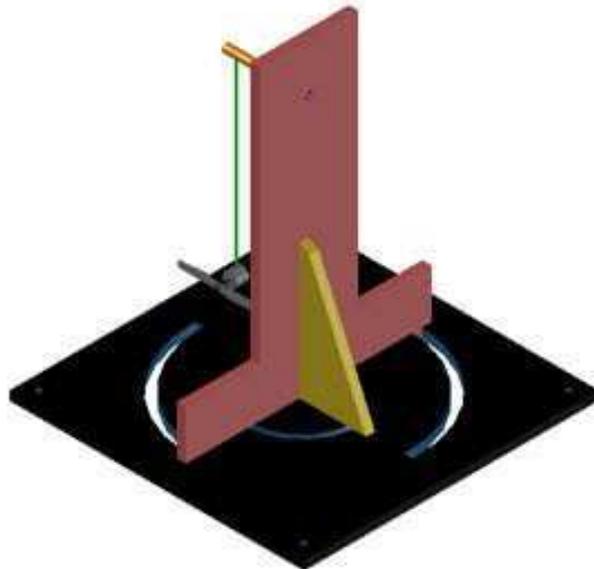


Figura 2.5: Vista do modelo do aeropêndulo.

Uma vez que o desenho foi finalizado, o passo seguinte consistiu na determinação dos materiais a serem usados na confecção do modelo. Para essa etapa foram considerados três materiais: *MDF* (*Medium Density Fiberboard*), acrílico e poliestireno.

Dados os requisitos de projeto relacionados à necessidade de transporte e resistência mecânica da estrutura, foram analisadas as propriedades mecânicas desses materiais, em especial as características de flexão. Essas informações podem ser observadas na Tabela 1.

Material	Resistência à flexão
Acrílico (2mm a 25 mm)	110 MPa
MDF	36.1 kPa
Poliestireno	47 MPa

Tabela 1: Resistência à flexão dos materiais considerados.

Desenvolvendo as equações da mecânica da estrutura e considerando que o conjunto formado por eixo de rotação, haste e motor tenham massa da ordem de 40 g, é possível determinar um valor de 48×10^{-3} N.m, gerando uma flexão quase nula sobre o material no ponto de apoio indicado na Figura 2.6.

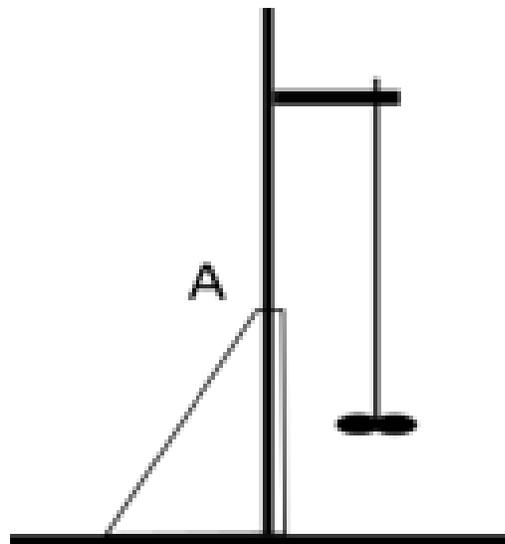


Figura 2.6: Vista lateral usada para determinação dos momentos com relação ao ponto A.

Outros dois aspectos a serem considerados na construção são o preço e a disponibilidade do produto no mercado. Os resultados dessa avaliação foram postos na Tabela 2.

Material	Preço (R\$)	Dimensão da chapa	Disponibilidade
Acrílico (5 mm)	130,90	100 cm x 50 cm	Indisponível
MDF (6 mm)	91,52	184 cm x 275 cm	Indisponível
Poliestireno(6 mm)	76,90	1x1,5m	Disponível

Tabela 2: Materiais preço e disponibilidade

Apesar do preço mais elevado, o material escolhido para a confecção do aeropêndulo foi o poliestireno devido a disponibilidade imediata. Após a definição do material, foi realizada a usinagem do modelo em uma fresadora CNC. Os resultados podem ser observados nas Figuras 2.7 e 2.8.



Figura 2.7: Peças durante finalização da usinagem.



Figura 2.8: Detalhe da peça durante o processo de usinagem.

2.2 Sistema de instrumentação e atuação

Como parte da estrutura necessária para implantação do sistema de controle, é necessário o desenvolvimento dos sistemas de instrumentação e atuação para o aeropêndulo.

Para o caso em desenvolvimento, a variável de interesse a ser medida é o ângulo θ formado entre o eixo y , na direção do mastro, e a haste que sustenta o conjunto motor e hélice crescendo no sentido anti-horário.

Os critérios de seleção usados para escolha dos componentes do sistema de instrumentação foram a resolução do dispositivo, dificuldade da implementação das leituras, preço e disponibilidade.

A decisão de projeto tomada foi o uso de um potenciômetro acoplado ao eixo. Nesse caso, a variação de posição é mapeada em uma variação de tensão entre o terminal central do potenciômetro e uma das extremidades.

O emprego dessa abordagem carrega consigo algumas desvantagens. A primeira está relacionada a limitação mecânica do dispositivo, que limita o deslocamento angular a 270° e a segunda se deve a introdução de uma resistência mecânica adicional ao giro da haste.



Figura 2.9: Fotografia de um potenciômetro comercial.

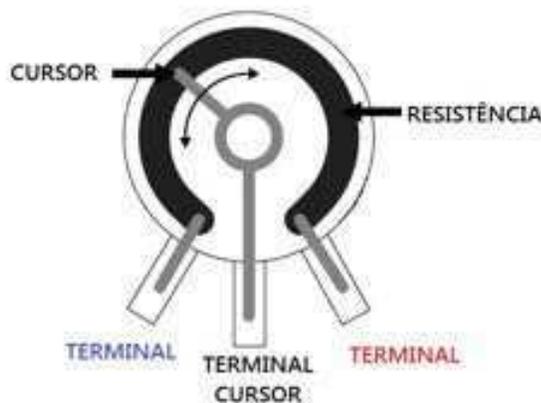


Figura 2.10: Representação da construção interna do potenciômetro.

Com relação aos atuadores, foi escolhido um conjunto de motor e hélice disponível no comércio local. O motor é uma máquina de corrente contínua de tensão nominal de 3.7V, sendo esse o único dado informado no momento da aquisição. Para essa tensão, a potência consumida pelo motor foi da ordem de 10 W. O conjunto adquirido pode ser observado na Figura 2.11.

Para o nível de potência requerido, é impossível que esse motor seja acionado diretamente por um microcontrolador, sendo necessário o desenvolvimento de um sistema de condicionamento de potência para fornecer a corrente necessária para acionar o motor.



Figura 2.11: Fotografia do conjunto motor e hélice adquiridos

Nesse contexto, foi usado um driver de MOSFET desenvolvido pela equipe de técnicos do laboratório. Esse driver é baseado em um IRF9540N e é capaz de operar com correntes da ordem de 23A, segundo a folha de dados do dispositivo. O esquemático do circuito pode ser observado na Figura 2.12.

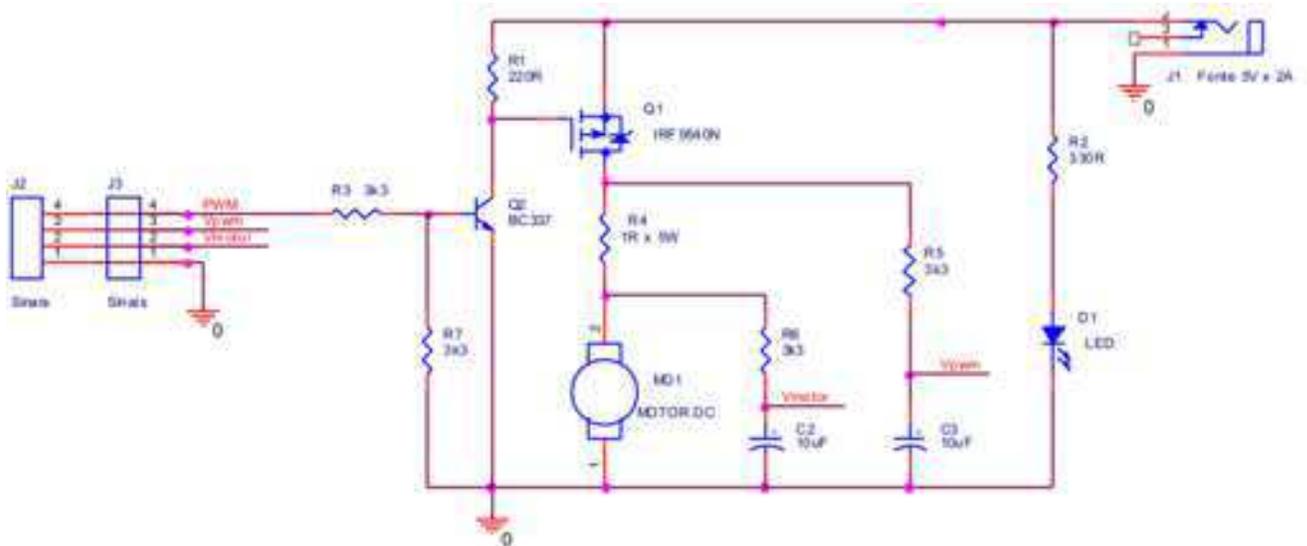


Figura 2.12: Esquemático do circuito de condicionamento de potência.

O funcionamento do circuito de condicionamento consiste no acionamento da chave MOSFET de acordo com a entrada PWM. Esse acionamento é realizado em dois estágios: no primeiro, o sinal PWM aciona o terminal da base do transistor Q2 que está conectado ao *gate* do MOSFET, que está conectado à fonte e ao motor. Além disso, foram adicionados pontos de leitura sobre o motor e sobre o resistor de potência posto em série. A diferença entre os valores de tensão nesses pontos corresponde a corrente drenada pelo motor.

Finalmente, foram integrados os sistemas de instrumentação e atuação à estrutura mecânica conforme apresentado nas Figuras 2.13 e 2.14.

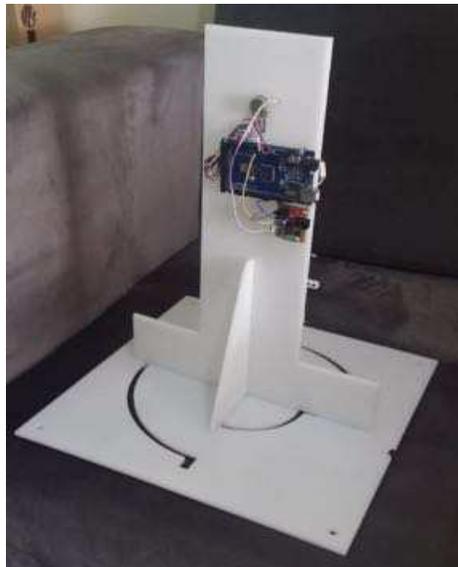


Figura 2.13: Vista da parte anterior do aeropêndulo.



Figura 2.14: Vista da parte frontal do aeropêndulo.

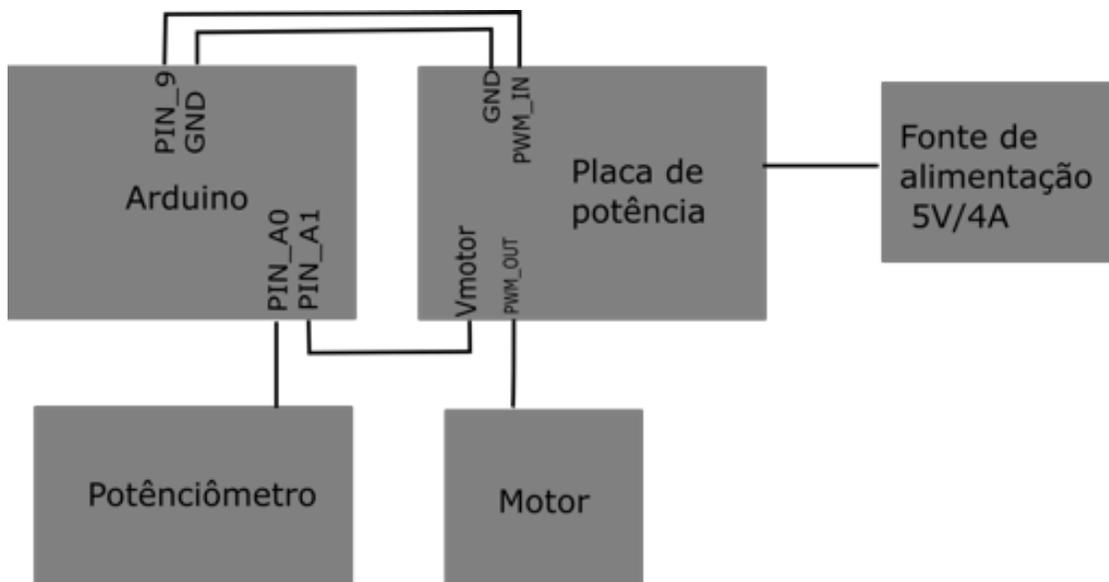


Figura 2.15: Diagrama da montagem do sistema.

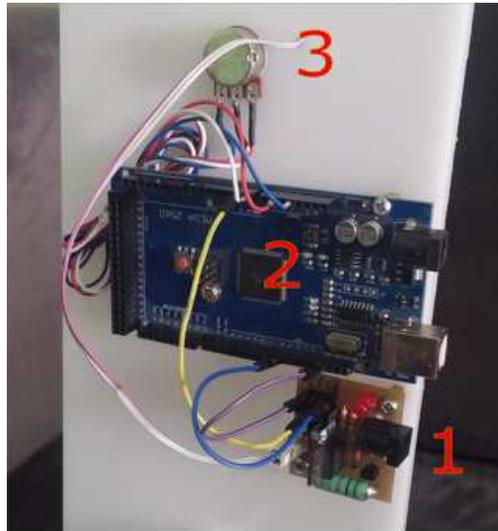


Figura 2.16: Detalhe da montagem do sistema. 1- Placa de potência, 2 - Arduino Mega, 3 - Potenciômetro.

3 Modelagem matemática do aeropêndulo

A dedução do modelo matemático do pêndulo forçado foi realizada conforme o procedimento descrito por Yaghoobi em [1] para o esquemático mostrado na figura 3.1.

Para o modelo que será desenvolvido a seguir, o objetivo é controlar a variável θ indicada na figura 3.1 que mede o deslocamento da haste do pêndulo com relação à posição de repouso vertical, que indica a origem do espaço de movimentação.

Para questões de simplificação do modelo, foram desconsiderados o modelo do motor, relacionando o torque eletromagnético e a velocidade de rotação da hélice e os efeitos da componente da propulsão variante com a posição angular da haste.

A movimentação da haste se dá pela reação provocada pelo deslocamento de ar gerado pela rotação da hélice posta na extremidade da haste rígida de tamanho L .

Aplicando as leis de Newton ao diagrama de corpo livre, tem-se:

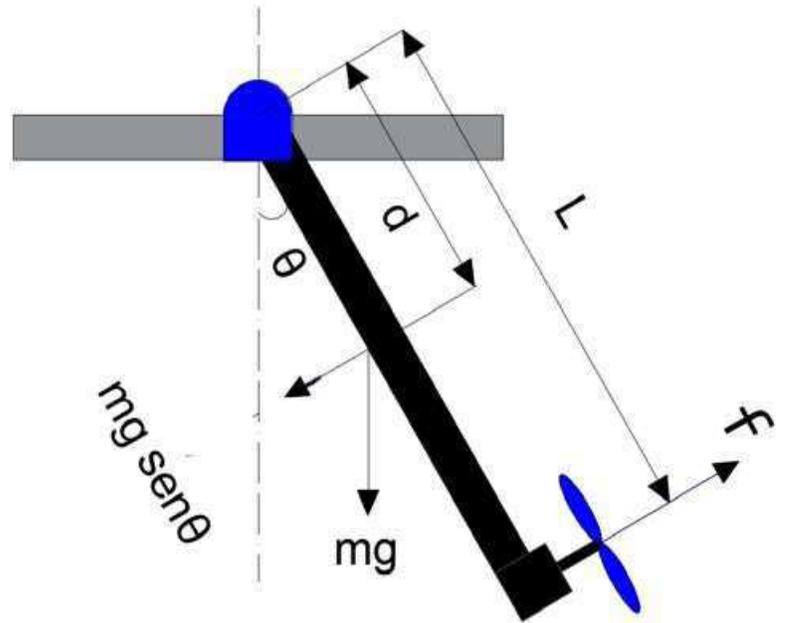


Figura 3.1: Diagrama de corpo livre do aeropêndulo

$$J\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + mgd \sin(\theta) = fL \quad (1)$$

Na qual,

J é o momento de inércia da barra,

θ é a posição angular da haste do pêndulo,

c é o Atrito seco no eixo de giro da haste,

m é a massa do conjunto haste, motor e hélice

f é a força devido ao deslocamento de ar

d é a distância do ponto de giro ao centro de massa do conjunto haste, motor e hélice

Observando a expressão em (1), é possível observar a presença de uma grandeza não-linear, representada pelo termo $mgd \sin(\theta)$. Embora seja uma grandeza não-linear, é possível determinar um conjunto de condições em que ela possa ser considerada linear.

Para esse tipo de situação, uma das soluções possíveis é realizar uma linearização da equação em torno de um ponto de operação. Conforme descrito por Tang em [5], é possível considerar que $\sin \theta \approx \theta$, de modo a se obter (2), que corresponde ao modelo linearizado.

$$J\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + mgd\theta = fL \quad (2)$$

Aplicando a transformada de Laplace a (2) e reorganizando os termos, tem-se:

$$\frac{\Theta(s)}{F(s)} = \frac{\frac{L}{J}}{s^2 + \frac{c}{J}s + \frac{mgd\theta}{J}} \quad (3)$$

Para o aeropêndulo, o deslocamento angular é resultado do deslocamento de ar proporcionado pela rotação de uma hélice acoplada a um motor elétrico. Supondo que o motor elétrico escolhido é uma máquina de corrente contínua, existe uma relação entre a tensão aplicada aos seus terminais e a velocidade de rotação do eixo e, por consequência, uma relação com a propulsão fornecida pela hélice acoplada.

Assim, é razoável que se encontre uma relação entre a tensão aplicada aos terminais do motor e a força exercida sobre o eixo de giro do aeropêndulo, de forma que a primeira seja a entrada de controle do sistema.

De acordo com Phillips em [2], a relação entre a velocidade de rotação e a propulsão é não-linear, conforme pode ser observado na Figura 3.2. Apesar disso, é proposto por Kizmaz em [3] um procedimento para obtenção de uma aproximação para o modelo descrito.

Devido à falta de instrumentos para medição da rotação da hélice e valor da propulsão aplicada, foi desenvolvido um experimento de modo a levantar outras grandezas relacionadas. Para um motor de corrente contínua, a velocidade de rotação do eixo é, em regime permanente, proporcional à tensão aplicada nos seus terminais, assim como a propulsão gerada pela hélice pode ser relacionada com a componente da força peso e o ângulo de inclinação do eixo com o eixo vertical. Dessa forma, foi realizado um ensaio para levantamento da característica Tensão-Posição angular do aeropêndulo. O resultado pode ser observado na figura 3.3

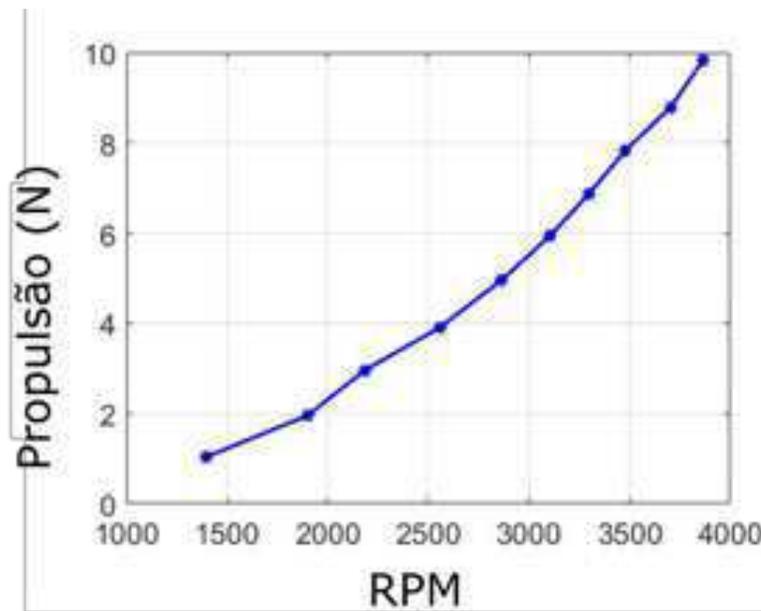


Figura 3.2: Característica entre a propulsão e a velocidade de rotação da hélice levantada em [2].

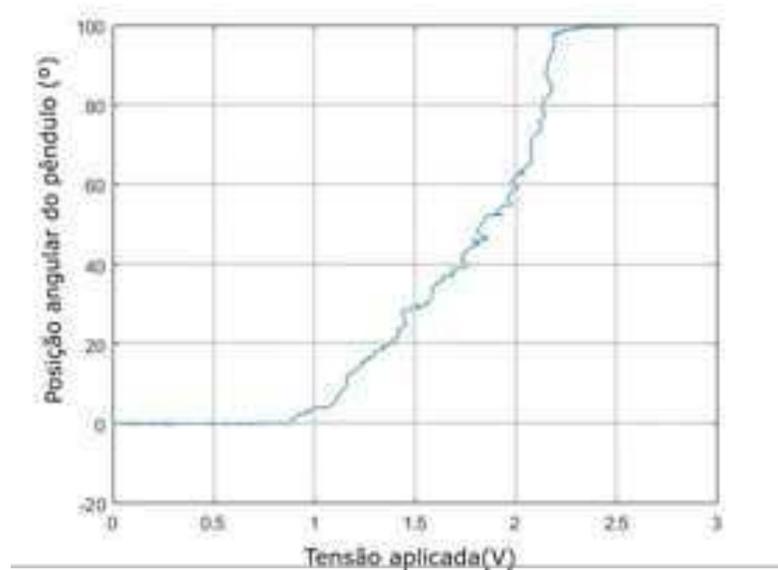


Figura 3.3: Característica entre a propulsão e a velocidade de rotação da hélice levantada em [2].

Em linhas gerais, o ensaio corresponde a aplicar tensão aos terminais do motor até que ele atinja uma posição pré-determinada e a oscilação em torno dessa posição seja nula, de modo a anular a contribuição das derivadas de primeira e segunda ordem e obter a equação 4.

$$fL = mgd \sin \theta \quad (4)$$

Para essa condição, determina-se para o ponto de operação a relação entre a tensão aplicada e a força gerada na forma de uma constante K_m que pode ser observada na equação 5.

$$K_m = \frac{mgd\theta_{ss}}{V} \quad (5)$$

Dessa forma o modelo do aeropêndulo pode ser escrito, em função da tensão de alimentação do motor como:

$$\frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{\frac{LK_m}{J}}{s^2 + \frac{c}{J}s + \frac{mgd\theta}{J}} \quad (6)$$

Uma vez que a estrutura foi completamente montada, é necessário determinar quais são os parâmetros do modelo conforme determinado por (6).

O primeiro passo consistiu na determinação das massas do motor e do cilindro acoplado ao potenciômetro. Os valores obtidos foram $m_{motor} = 8g$ e $m_{cil} = 30g$. Em seguida, foram medidas as distâncias da haste e determinado o centro de massa do conjunto. Os valores obtidos foram $L = 22cm$ e $d = 19cm$.

A partir dos dados das massas do motor e do cilindro, foi determinado o momento de inércia do conjunto. As regras de cálculo usadas foram as das equações 7 e 8, que correspondem ao momento de inércia de uma massa a uma distância m do centro de giro e ao momento de inércia de uma barra rígida, respectivamente. O momento total é a soma das duas parcelas.

$$J_{motor} = mR^2 \quad (7)$$

$$J_{cilindro} = \frac{mr^2}{2} \quad (8)$$

O ultimo dado a ser determinado é a constante K_m que relaciona o valor de tensão aplicado aos terminais do motor e o ângulo que o aeropêndulo se encontra em resposta a esse estímulo. Para tanto, foi realizada a caracterização da curva $\theta x V$ conforme pode ser observado na Figura 3.3.

Com base nos dados dessa curva, foi tomado como ponto de operação o ponto $\theta = \pi/4$ rad que corresponde a uma tensão de $1.782V$. Esse valor foi escolhido pois, além de corresponder a metade da faixa de variação prevista, a relação de tensão e ângulo pode ser considerada linear em um intervalo em torno desse ponto. Aplicando esses valores a equação 5, tem-se:

$$K_m = \frac{mgd\theta}{V} = 3,885 \cdot 10^{-4} N/V \quad (9)$$

Dessa forma, é possível escrever a função de transferência do sistema construído por meio da substituição das constantes da equação 6 conforme pode ser observado na equação 10.

$$\frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{15,58}{s^2 + 19,56s + 27,76} \quad (10)$$

4 Projeto do controlador

Uma vez que o modelo da planta está completamente descrito, o próximo passo do projeto do sistema de controle é a definição do tipo de controlador e o valor dos ganhos para uma determinada resposta temporal desejada. Para essa planta, o controlador a ser projetado é do tipo PID.

Esse tipo de controlador é bastante robusto e usado em boa parte das aplicações industriais nos dias de hoje. Garantindo, além do erro nulo em regime permanente, a melhoria de outras características como o tempo de subida e redução de sobressinal. Dessa forma, projetar um controlador desse tipo cumpre o propósito inicial do aeropêndulo como instrumento de ensino.

O controlador PID tem esse nome devido a realização de ações proporcionais, integrais e derivativas sobre um dado sinal de entrada. Dessa forma, a lei de controle desenvolvida por um controlador desse tipo é descrita conforme pode ser observado em (11).

$$c(t) = k_p E(t) + k_i \int_0^t E(t) dt + k_d \frac{dE(t)}{dt} \quad (11)$$

Por conveniência, pode-se aplicar a transformada de Laplace a (11) de modo a obter (12).

$$C(s) = E(s) \left(k_p + \frac{k_i}{s} + s k_d \right) \quad (12)$$

Dado que o controle é realizado em malha fechada, que a entrada é denotada por $Y'(s)$, que o controlador é denotado por $C(s)$, que a planta é representada por $P(s)$, a saída é dada por $Y(s)$ e a realimentação é unitária, a função de transferência da malha obtida corresponde a (13).

$$\frac{Y(s)}{Y'(s)} = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} \quad (13)$$

Dessa forma, a depender das características da planta e das respostas desejadas, os ganhos do controlador são responsáveis pela alteração da localização dos pólos da malha fechada para uma localização em que a resposta seja adequada. Na literatura de controle, existem diversas técnicas para realizar esse processo.

A técnica mais básica de sintonia de controladores consiste no cancelamento de pólos da planta com os zeros do controlador, de modo que algum dos pólos indesejados sejam eliminados. Apesar de simples, essa técnica não é muito prática devido ao requerimento de um modelo da planta extremamente fiel ao modelo real. No desenvolvimento realizado nas seções anteriores, foram realizadas diversas considerações e prováveis erros sistemáticos na construção do modelo, tornando essa técnica pouco confiável.

Uma outra técnica empregada é a alocação de pólos. Nessa abordagem, os ganhos do controlador são calculados de forma que os pólos do sistema sejam levados a uma localização com características desejadas, quando em comparação ao sistema em malha aberta.

Além dessas técnicas de cunho analítico, outras são baseadas em métodos heurísticos. O maior representante desse grupo é o conjunto de regras de sintonia propostas por Ziegler e Nichols. O primeiro conjunto de regras propostas por eles para o método da curva de reação estão descritos na tabela 3.

Esse método de sintonia consiste na aproximação da resposta ao degrau do sistema em malha aberta por uma função de primeira ordem com atraso conforme descrito em (14).

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-Ls}}{Ts + 1} \quad (14)$$

Nessa equação, K é o valor de regime, T é a maior derivada do crescimento e L o atraso com o qual o sistema começa a subir de amplitude.

Tipo de controlador	kp	Ti	Td
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0,9\frac{T}{L}$	$\frac{T}{0,3}$	0
PID	$1,2\frac{T}{L}$	2L	0,5L

Tabela 3: Regras de calculo dos ganhos dos controladores de acordo com o método da curva de reação de Ziegler e Nichols

Devido a facilidade de implementação, esse conjunto de regras serão usados para determinação

dos ganhos do controlador do aeropêndulo. Conforme descrito, o primeiro passo é determinar a resposta ao degrau em malha aberta do sistema do pêndulo. Essa informação pode ser observada na Figura 4.1.

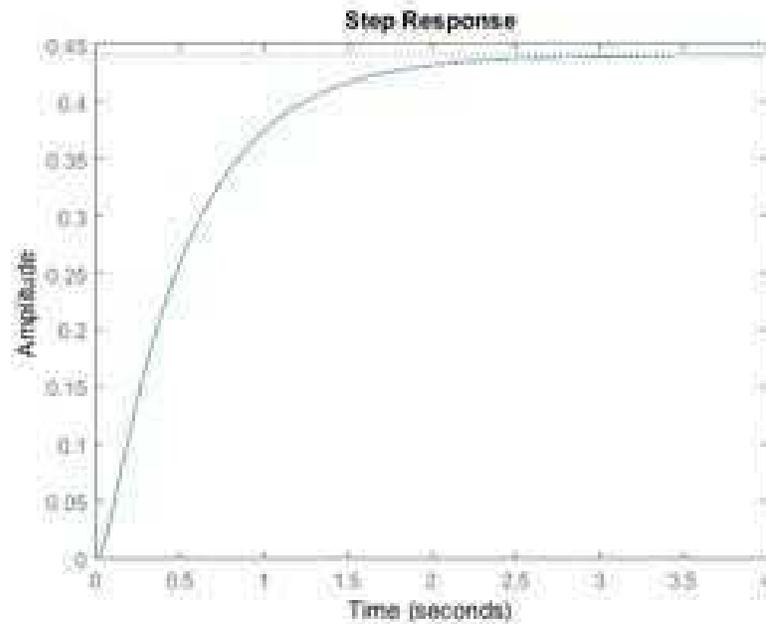


Figura 4.1: Resposta em Malha aberta do modelo matemático do aeropêndulo.

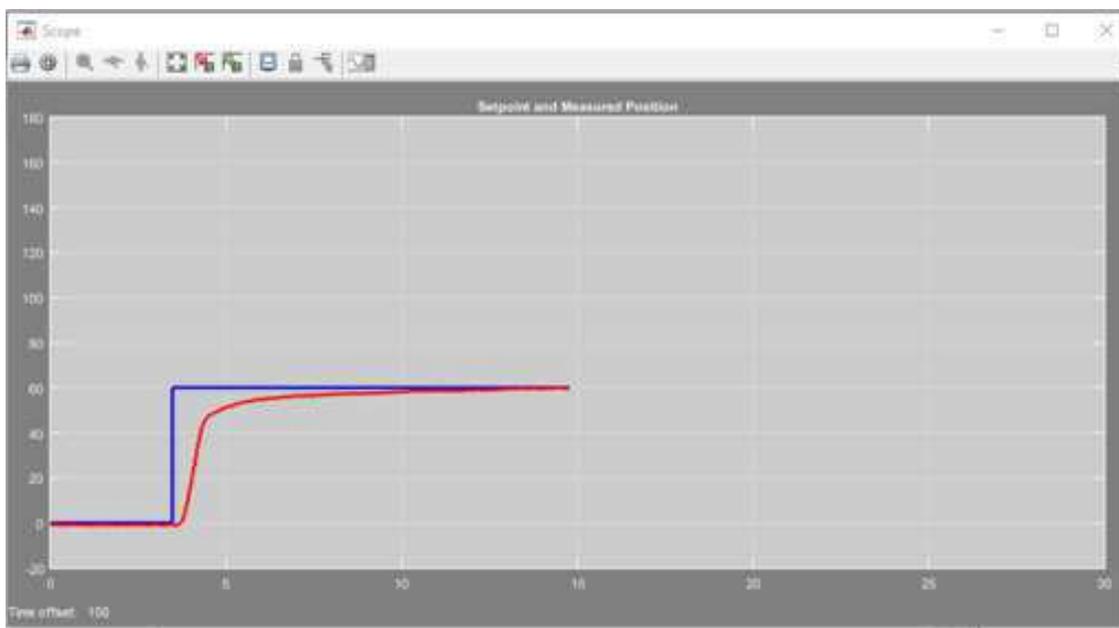


Figura 4.2: Resposta em Malha aberta do aeropêndulo.

Aplicando o método da curva de reação, foram determinados os parâmetros $L = 0,0472$, $K = 0,45$ e $T = 0,577$. Assim os ganhos do controlador PID são dados por:

$$k_p = 14,73 \quad (15)$$

$$T_i = 0,0944, k_i = 156,05 \quad (16)$$

$$T_d = 0,5L = 0,0236, k_d = 3,47 \quad (17)$$

Após a etapa de simulação e aceite das características observadas, os valores para os ganhos do controlador são $k_p = 14,73$, $k_i = 156,05$ e $k_d = 3,47$.

5 Projeto da interface via *Simulink*TM

Sendo um instrumento de demonstração em sala de aula, é necessário que haja uma interface gráfica na qual seja possível alterar as características do controlador e referência em tempo de execução.

Dessa forma, foram investigadas alternativas de construção de um ambiente com esses requisitos e que levasse o menor tempo possível de desenvolvimento. Nesse contexto foi feita a opção pelo desenvolvimento da interface dentro do *simulink*.

Além dos blocos de simulação de sistemas contínuos e discretos, existe um conjunto de pacotes adicionais capaz de gerar código de forma automática para sistemas embarcados em C e C++. Esse conjunto de pacotes adicionais é chamado de *Embedded Coder*.

O *Embedded Coder* é um gerador de código da *Mathworks* que é integrado ao *Simulink* capaz de gerar código para diversas plataformas, como por exemplo a família C2000 da *Texas Instruments*, *Raspberry Pi*, STM32 da *ST Microelectronics* e *Arduino*.

A proposta do pacote é que os sistemas desenvolvidos no nível de abstração do *Simulink* sejam transformados em código de baixo nível com alto nível de otimização e embarcado na plataforma alvo, de modo que o processamento seja feito diretamente na plataforma, sendo dito que o código do *simulink* está sendo executado no modo externo.

A vantagem óbvia do uso do modo externo é o uso do hardware da plataforma para processamento dos sinais, dado que o código está embarcado. Para os casos onde existe a necessidade de comunicação com blocos do *simulink* de visualização, por exemplo, existe uma latência inerente à comunicação serial da ordem de $50 \mu s$.

Para a aplicação do aeropêndulo, é necessário que seja feita a leitura da posição angular do pêndulo por meio de um conversor analógico-digital e a geração de um sinal PWM além da malha de controle. Devido a disponibilidade, a plataforma escolhida foi um Arduino MEGA.

Uma vez escolhida a plataforma, o pacote de compatibilidade foi ser baixado e instalado pela interface do *Matlab*. Após a instalação, ficam disponíveis os pacotes "AnalogRead" e "AnalogWrite", sob a aba "Simulink Support Package for Arduino Hardware". Os blocos correspondem a leitura do conversor analógico-digital e a geração de PWM, respectivamente.

Uma vez que o diagrama de blocos está projetado, é gerado pelo *Embedded Coder* código C/C++ com a descrição do modelo. Para que seja possível executar o modelo no hardware externo, é realizada, de forma automática, a discretização do modelo para uma taxa de amostragem configurada no modelo. Para o caso em desenvolvimento, a taxa de amostragem utilizada foi de 1 kHz.

Inserindo essas estruturas dentro da malha de controle e adicionando estruturas de calibração, foi obtido o modelo da Figura 5.1.

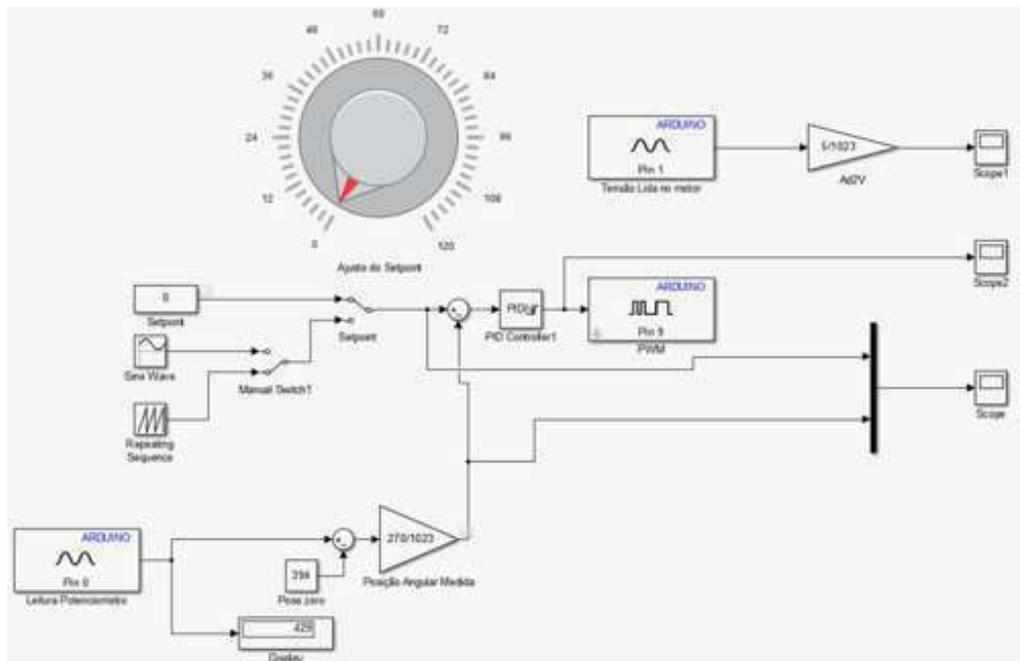


Figura 5.1: Interface feita no *simulink* para visualização dos dados e alteração dos parâmetros de controle.

No canto inferior esquerdo da figura 5.1, está representado o bloco responsável pela leitura da posição do pêndulo. O condicionamento do sinal lido foi feito em duas etapas: a primeira corresponde a calibração da posição de repouso a partir da compensação da posição inicial lida, a segunda etapa corresponde a conversão da leitura do conversor analógico-digital dentro da faixa de variação angular do potenciômetro.

Na parte superior está representado um *knob* usado para ajuste da referência do sistema. Além disso, foram postas chaves seletoras para escolha de outros sinais de referência como senoide e dente de serra, com os parâmetros editáveis em tempo de execução.

Uma vez que o sinal de erro é gerado pela diferença entre os valores lidos e a *referência*, o controlador é alimentado e gera uma saída *PWM* composta pelos ganhos do controlador.

6 Resultados

Nessa seção são apresentados os resultados do sistema de controle projetado para o aeropêndulo. Todas as imagens são capturas de tela da interface desenvolvida no Simulink.

O primeiro experimento de validação realizado, foi a aplicação de degraus sucessivos no *referência* de modo a observar a resposta temporal do sistema em malha fechada. Os resultados podem ser observados na Figura 6.1.

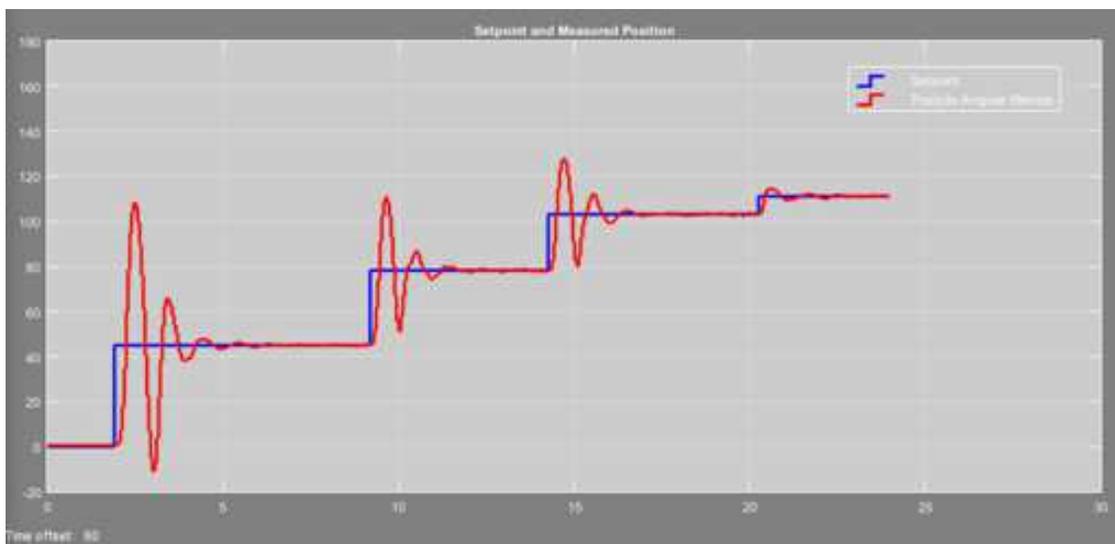


Figura 6.1: Resposta do sistema à aplicação de degraus ascendentes sucessivos.

Ao comparar a resposta projetada com a obtida no modelo físico do aeropêndulo, é perceptível a diferença entre as características. Para a curva da Figura ??, o nível de sobressinal é da ordem de 10%, enquanto que na planta, esse nível chega a ser próximo de 275%.

Essa diferença entre o resultado da ação do controlador projetado para a resposta na planta é decorrente de dois fatores. O primeiro introduzido no projeto dos controladores por imprecisões no modelo da planta, e o segundo, de forma cumulativa, relacionado a erros e sistemáticos na aplicação do método da curva de reação no projeto dos controladores.

	Tempo de subida	Sobressinal	Tempo de acomodação	Erro em regime
kp	Diminui	Aumenta	Pouca alteração	Diminui
ki	Diminui	Aumenta	Aumenta	Elimina
kd	Pouca alteração	Diminui	Diminui	Sem influência

Tabela 4: Parâmetros do controlador e influência sobre características da resposta temporal.

Outro ponto a ser observado é a manutenção do modelo para diferentes pontos de operação do sistema. Dado que o ponto de operação definido no momento da linearização foi $\theta = 45^\circ$, era esperado que o sistema - que é não linear - apresentasse respostas temporais com características diferentes em faixas de operação diferentes, mas a característica da resposta foi mantida até ângulos da ordem de 120° .

Dado que a resposta foi díspare do controlador projetado, é possível realizar uma resintonia dos ganhos de modo a reduzir o nível de sobressinal bem como melhorar o tempo de acomodação. Essa resintonia pode ser realizada de forma empírica de acordo com as informações da Tabela 4.

Como a característica de sobressinal foi a mais evidente em relação ao que foi projetado, o controlador foi resintonizado de forma a melhorar esse parâmetro. Apenas o ganho integral foi atualizado para $k_i = 15.6$. Foi repetido o ensaio e os resultados registrados na Figura 6.2.

Além disso, foram realizados ensaios para validação da rejeição de perturbação do controlador. Nesse teste, o pêndulo foi colocado a um valor $\theta = 60^\circ$, e aplicadas perturbações à haste do pêndulo na forma de impulso mecânico. Os resultados podem ser observados na Figura 6.3.

Além dos experimentos com aplicação de degraus e de perturbações mecânicas, foram realizados testes usando como sinal de referência uma senóide e uma onda dente de serra. Os resultados podem ser observados nas Figuras 6.4 e 6.5.

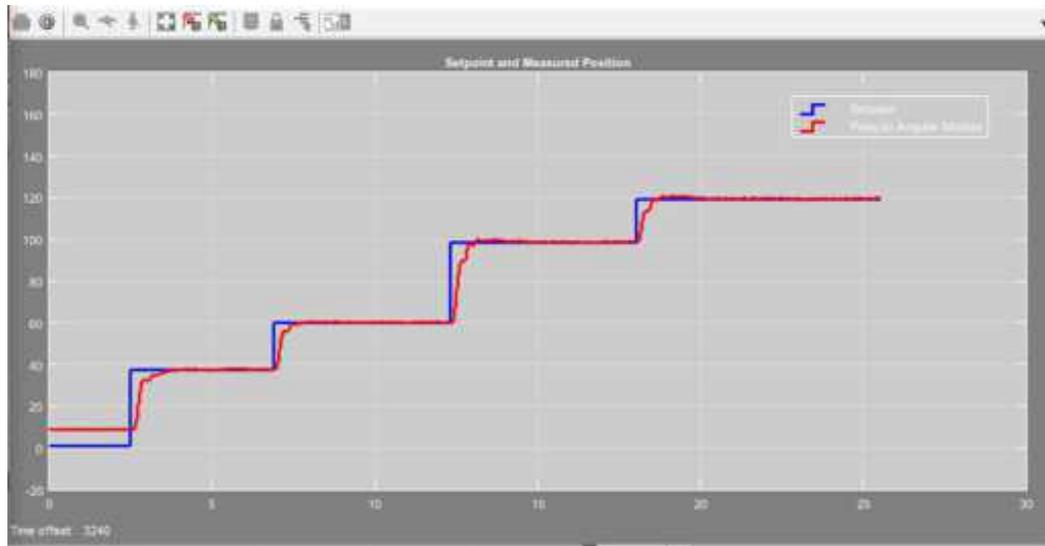


Figura 6.2: Resposta do sistema a degraus sucessivos com os ganhos do controlador resintonizado

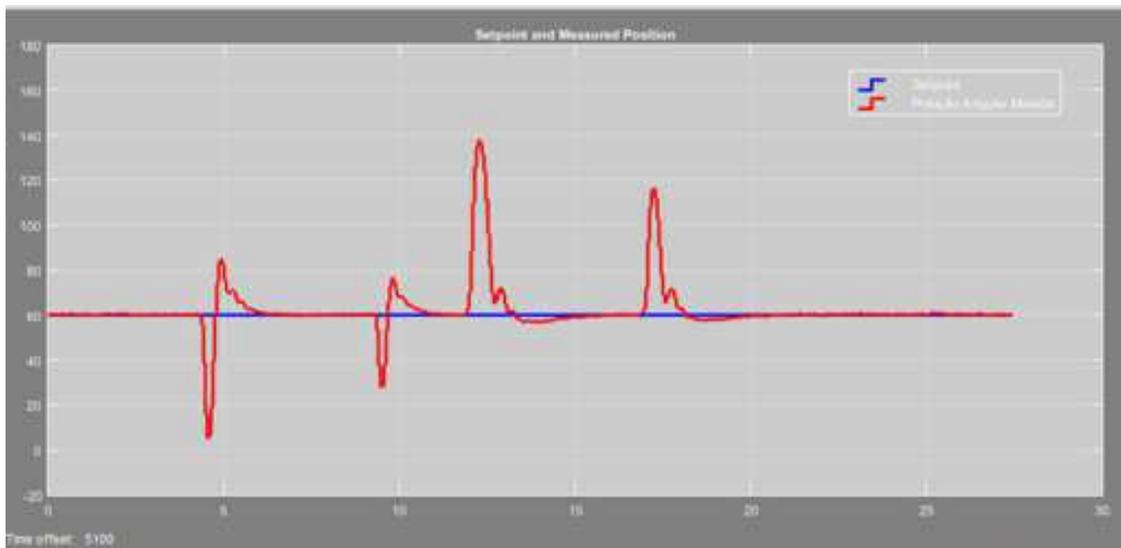


Figura 6.3: Aplicação de perturbações ao sistema

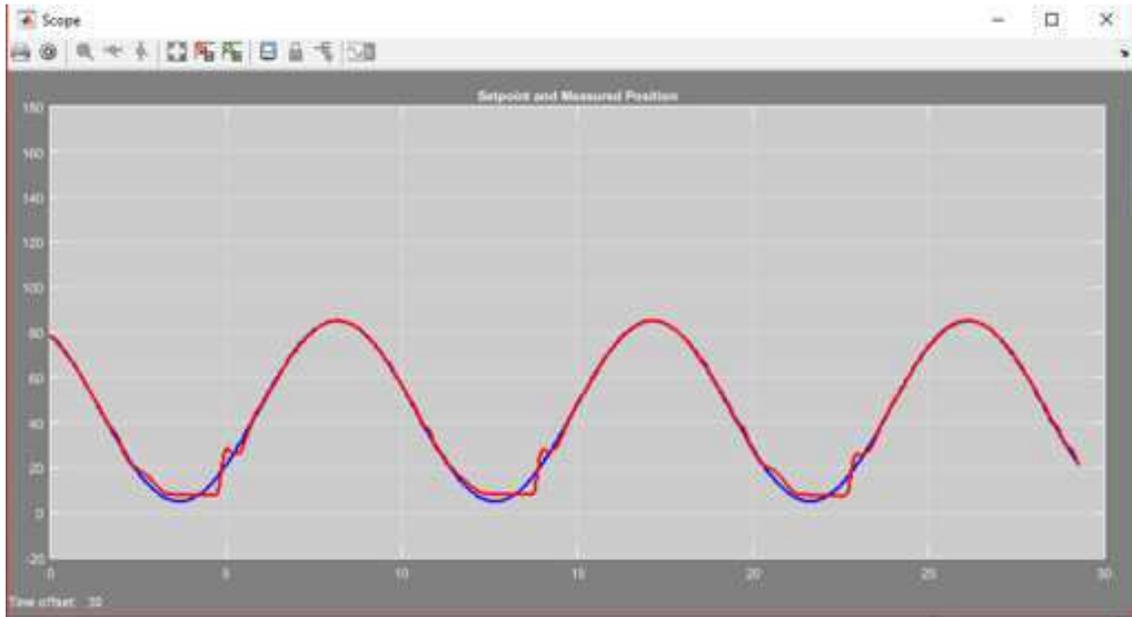


Figura 6.4: Resposta do sistema à aplicação de sinal senoidal na referência.

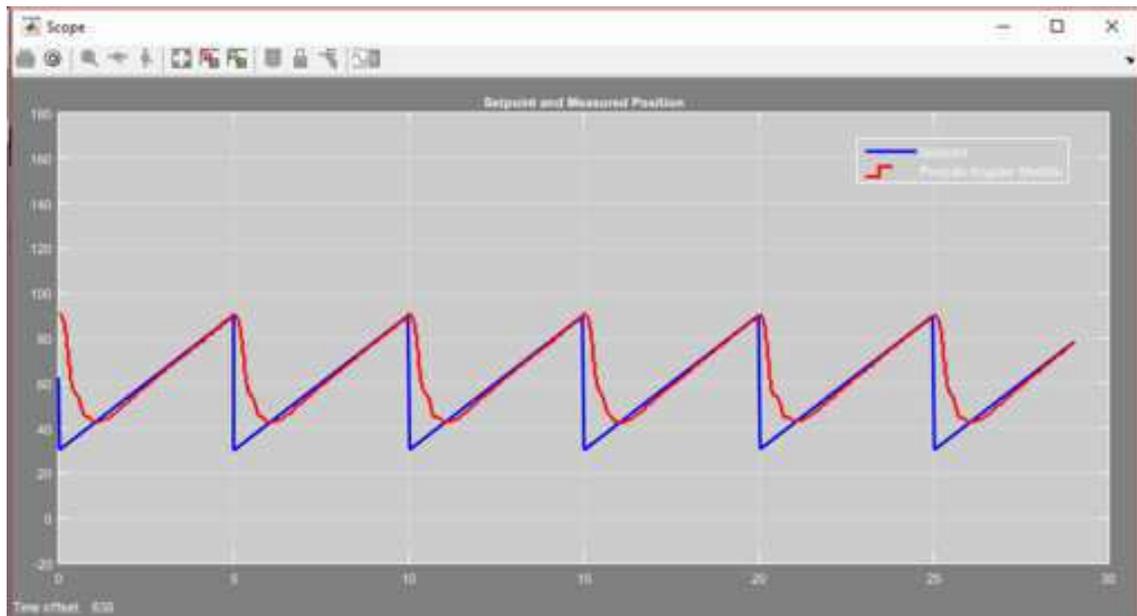


Figura 6.5: Resposta do sistema à aplicação de sinal dente de serra na referência.

7 Considerações finais

A execução de todas as etapas da concepção, construção e validação de um sistema de controle realizadas durante o desenvolvimento desse projeto forneceram uma visão holística de como funciona o processo de desenvolvimento que vai além da sala de aula.

Além disso, é esperado que o produto desse trabalho seja usado como instrumento de sala de aula, de modo a mostrar aos demais alunos de graduação o estudo de controle vai além da matemática e pode ser usado na resolução de problemas práticos, embora seja necessária a aplicação de conhecimentos de varias áreas do conhecimento.

Com relação ao sistema desenvolvido, as melhorias a serem realizadas futuramente são principalmente voltadas ao melhoramento do sistema de instrumentação e refinamento mecânico, principalmente no tocante à redução do atrito estático do eixo junto ao potenciômetro de medição. Além disso, pode ser construído um controlador totalmente analógico baseado em amplificadores operacionais, podendo este ser incorporado à interface desenvolvida no simulink.

Finalmente, o modelo desenvolvido aqui pode ser usado em uma série de outros trabalhos, envolvendo disciplinas de controle avançado e identificação de sistemas, fornecendo um modelo físico para validação dos resultados.

8 Bibliografia

- [1] YAGHOOBI, Mahdi. *A New Approach to Control A Driven Pendulum with PID Method*. UK-Sim 13th International Conference on Modelling and Simulation, 2011.
- [2] PHILLIPS, Brandyn. *Design and Development of a Scaled Quadrotor Biplane with Variable Pitch Propellers for Rapid Payload Delivery*. 2010 Modern Electric Power Systems.
- [3] KIZMAZ, Hakan. *Sliding Mode Control of Suspended Pendulum* . 2010 Modern Electric Power Systems.
- [4] *ECE311 - Dynamic Systems and Control: Linearization of Nonlinear Systems*. 2007 - MIT
- [5] TANG, Wei-Jie. *DC Motor Speed Control Based on System Identification and PID Auto Tuning*. Proceedings of the 36th Chinese Control Conference. 2017.
- [6] JOB, Mila Mary. *Modeling and Control of Mechatronic Aeropendulum*. IEEE Sponsored 2nd International Conference on Innovations in Information Embedded and Communication Systems. 2015.
- [7] ENIKOV, Eniko T. *Mechatronic Aeropendulum: Demonstration of Linear and Nonlinear Feedback Control Principles With MATLAB/Simulink Real-Time Windows Target*. IEEE TRANSACTIONS ON EDUCATION, VOL. 55, NO. 4, Novembro 2012.