



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA  
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA  
**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Testando a Robustez na Determinação da Constante  
de Hubble,  $H_0$ , Via Observáveis em *Redshifts*  
Intermediários**

**Gival Pordeus da Silva Neto**

CAMPINA GRANDE

- Maio 2015 -

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA  
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Testando a Robustez na Determinação da Constante  
de Hubble,  $H_0$ , Via Observáveis em *Redshifts*  
Intermediários**

**Gival Pordeus da Silva Neto**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Física.

Área de Concentração: Cosmologia.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Fernandes Lira de Holanda

CAMPINA GRANDE

- Maio 2015 -

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

S586t Silva Neto, Gival Pordeus da.  
Testando a robustez na determinação da constante de Hubble,  $H_0$ , via observáveis em *redshifts* intermediários / Gival Pordeus da Silva Neto. – Campina Grande, 2015.  
93 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2015.

"Orientação: Prof. Dr. Rodrigo Fernandes Lira de Holanda".  
Referências.

1. Constante de Hubble. 2. Cosmologia Observacional.  
3. Efeito Sunyaev-Zel'Dovich . 4. Oscilações Acústicas dos Bárions. 5. Parâmetros Cosmológicos. I. Holanda, Rodrigo Fernandes Lira de. II. Título.

CDU 53.05(043)

**GIVAL PORDEUS DA SILVA NETO**

**TESTANDO A ROBUSTEZ NA DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE DE HUBBLE,  $H_0$ ,  
VIA OBSERVÁVEIS EM REDSHIFTS INTERMEDIÁRIOS**

Dissertação aprovada em 08/05/2015

**BANCA EXAMINADORA**

*Rodrigo Fernandes Lira de Holanda*

---

(Presidente)

Prof. Dr. Rodrigo Fernandes Lira de Holanda  
Departamento de Física - UEPB

*Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos*

---

(Membro interno)

Prof. Dr. Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos  
Unidade Acadêmica de Física - UFCG

*Alessandro Pereira Moisés*

---

(Membro externo)

Prof. Dr. Alessandro Pereira Moisés  
Colegiado de Ciências Naturais - UNIVASF

*Aos meus pais e irmãos.*

# Agradecimentos

Agradeço neste texto a todos que contribuíram, direto ou indiretamente, para realização e conclusão do meu mestrado. Portanto, sou muito grato ao Prof. Dr. *Rodrigo F. L. de Holanda* pela orientação, dedicação e pelo seus conselhos. Agradeço também, ao Dr. *Vinicius C. Busti* pela importante contribuição no nosso trabalho de pesquisa. Além desses, sou grato a todos os professores do PPG em Física da UFCG, que contribuíram na minha formação acadêmica e pessoal.

Sou profundamente grato a toda minha família, pelo carinho e amor proporcionado. Em especial, agradeço a meus pais, *Raimundo M. da Silva* e *Maria do S. P. Silva*, meus maiores exemplos de superação, de dedicação e honestidade. Agradeço também, de uma forma muito especial, aos meus irmãos (*Rosiéle* e *Jebson*), a minha tia (*Sant'ana*) e a minha namorada (*Esther*), pelo carinho, amizade e companheirismo. Além desses, sou muito grato a *Lucinha* e *Anderson*, pela amizade, pelo abrigo e por sempre estarem torcendo por mim.

Agradeço aos amigos e colegas, do PPG em Física da UFCG e da UEPB, pela amizade, incentivo e troca de informações. Além desses, não menos importante, agradeço as minhas queridas amigas de graduação (*Simony*, *Rilavia* e *Renally*) e a todos que convivi e conheci em Campina Grande - PB, que por ser muitos, não vou nomeá-los.

Por fim, agradeço ao apoio financeiro da CAPES.

*”O universo não foi feito à medida  
do ser humano, mas tampouco lhe  
é adverso: é-lhe indiferente.”*

Carl Sagan

# Resumo

A constante de Hubble ( $H_0$ ) é considerada fundamental na cosmologia. Ela é crucial para qualquer modelo cosmológico moderno, pois está relacionada com diversas grandezas cosmológicas, portanto, é de extrema importância a determinação mais restritiva e acurada possível do seu valor. A mais recente estimativa de  $H_0$  a partir de métodos locais ( $z \ll 1$ ),  $H_0 = 73.8 \pm 2,4 \text{ kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ , e a partir de *redshifts* muito altos ( $z \simeq 1070$ ),  $H_0 = 67,3 \pm 1,2 \text{ kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ , são discrepantes em um nível de confiança de  $2,4\sigma$ . Dentro deste contexto, Lima e Cunha (LC), afim de lançar alguma luz sobre este problema, derivou uma nova determinação de  $H_0$  utilizando quatro testes cosmológicos em *redshifts* intermediários ( $z \sim 1$ ), com base no chamado modelo  $\Lambda$ CDM Plano. Eles obtiveram  $H_0 = 74,1 \pm 2,2 \text{ kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ , em pleno acordo com as medições locais. Neste trabalho, exploramos a robustez do resultado de LC, procurando por erros sistemáticos e a sua dependência com o modelo cosmológico usado. Nós constatamos que o valor  $H_0$  a partir desta análise conjunta é muito fracamente dependente de modelos cosmológico, mas a morfologia adotada para inferir o raio central dos aglomerados de galáxias, altera o resultado, sendo a principal fonte de erros sistemáticos. Concluimos que uma melhor compreensão da morfologia dos aglomerados é fundamental para transformar esse método em um poderoso estimador de  $H_0$ .

Palavras-chave: Constante de Hubble - Cosmologia Observacional - Efeito Sunyaev-Zel'Dovich - Oscilações Acústicas dos Bárions - Parâmetros Cosmológicos.



# Abstract

The Hubble constant ( $H_0$ ) is considered a fundamental constant of cosmology. It is crucial for any modern cosmological model, it is related to various cosmological quantities, so it is extremely important a restrictive and accurate determination of its value. The most recent estimate of  $H_0$  from local observations ( $z \ll 1$ ),  $H_0 = 73.8 \pm 2,4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , and from high redshifts ( $z \simeq 1070$ ),  $H_0 = 67,3 \pm 1,2 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , are discrepant in a confidence level of  $2,4\sigma$ . Within this context, Cunha and Lima (LC), in order to shed some light on this problem, derived a new determination of  $H_0$  using four cosmological tests at intermediate redshifts ( $z \sim 1$ ), based on the model called Flat  $\Lambda$ CDM. They obtained  $H_0 = 74,1 \pm 2,2 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , in full agreement with local measurements. In this work, we explore the robustness of the result LC looking for systematic errors and its dependence on the cosmological model used. We found that the  $H_0$  value from this combined analysis is very weakly dependent on the underlying cosmological model, but the morphology adopted to infer the core radius of galaxy clusters, changes the estimates being the main source of systematic errors. Hence, we conclude that a better understanding of the morphology of the clusters is essential to transform this method in a powerful cross-check to  $H_0$ .

Keywords: Hubble Constant - Observational Cosmology - Sunyaev-Zel'dovich effect - Baryon Acoustic Oscillations - Cosmological parameters.

# Lista de Figuras

2.1	Superfícies curvas podem ter geodésicas que se iniciam paralelas, mas não permanecem paralelas. Além disso, as somas dos ângulos de um triângulo não são necessariamente iguais $180^\circ$ , e a circunferência de um círculo não é necessariamente igual a $2\pi$ vezes o raio. O modelo esférico tem $k = 1$ , o modelo de plano tem $k = 0$ e o modelo em forma de sela tem $k = -1$ (extraído de [12]). . . . .	9
2.2	Vista esquemática de um <i>redshift</i> de origem cosmológica, que é resultado da expansão do espaço (adaptada de [15]). . . . .	16
2.3	Geometria associada com a definição da distância de luminosidade $d_L$ , e distância de diâmetro angular $d_A$ , respectivamente. Com uma dimensão espacial suprimida (adaptada de [14]). . . . .	20
2.4	Espectro da Radiação Cós mica de Fundo medido pelo satélite COBE (extraído de [20]). . . . .	23
2.5	Imagem detalha das inomogeneidades presentes na RCF criada a partir de nove anos de dados do WMAP após subtração da contaminação devido a fontes galáticas. A imagem revela flutuações de temperatura (mostradas como diferenças de cor) da ordem de $10^{-5}$ . Créditos: NASA/WMAP Science Team. . . . .	24
2.6	Os perfis de velocidade de rotação de quatro galáxias espirais. As curvas preenchidas representam a velocidade total de rotação ( $V_C$ ); as curvas com quebras-longas representam a contribuição da matéria escura à velocidade total; as curvas com quebras-curtas representam a contribuição da matéria luminosa; finalmente, os círculos cheios representam os dados observados. A unidade do eixo vertical é em $km/s$ e a do eixo horizontal é em $kpc$ (extraído de [26]). . . . .	27

2.7	Evidência da aceleração do universo obtida com 42 SNe Ia em altos <i>redshifts</i> observadas pelo SCP e 18 SNe Ia em baixos <i>redshifts</i> do <i>Cálan-Tololo Supernovae Survey</i> , plotado em uma escala linear de <i>redshift</i> para exibir detalhes em altos <i>redshifts</i> (extraída de [29]). . . . .	29
2.8	Evidência da aceleração do universo obtida com 16 SNe Ia em altos <i>redshifts</i> , incluindo duas SNe Ia do SCP, e 34 em baixos <i>redshifts</i> observadas pelo grupo HSST. A figura superior do lado esquerdo, mostra o diagrama de Hubble, a inferior do lado esquerdo, mostra a magnitude residual de um modelo com $\Omega_m = 0,2$ e $\Omega_\Lambda = 0$ , e a figura do lado direito, mostra o plano $\Omega_m - \Omega_\Lambda$ , onde é ilustrado alguns cenários cosmológicos (extraída de [28]).	30
3.1	Esquema do efeito Sunyaev-Zel'dovich térmico. No gás do meio intra-aglomerado de galáxia (MIA), os elétrons cedem energia aos fótons da RCF através do espalhamento Compton inverso (adaptado de [36]). . . . .	34
3.2	O ESZ causa uma diminuição na intensidade da RCF a frequências menores que $217GHz$ e um aumento em frequências mais altas. O espectro da RCF sem distorções é representado pela linha tracejada e o distorcido pelo ESZ é representado pela linha contínua. A distorção apresentada é para um aglomerado fictício 1000 vezes mais maciço do que um aglomerado de galáxia típico (extraído de [41]). . . . .	38
3.3	Comparação entre o ESZ térmico (linha contínua) e o ESZ cinético (linha tracejada). A linha pontilhada representa o espectro de corpo negro da RCF multiplicada por um fator de 0,0005. Note que o efeito cinético é máximo na frequência onde o térmico é nulo (extraído de [41]). . . . .	40
3.4	Plano $h - \Omega_{0m}$ gerado a partir do teste de $\chi^2_{d_A}$ em um Modelo $\Lambda$ CDM Plano. A parte em cinza claro e escuro correspondem, respectivamente, a região de $1\sigma$ e $2\sigma$ de confiança estatística. . . . .	44
3.5	Concepção artística produzido pelo projeto BOSS mostrando as esferas de bárions em torno dos aglomerados iniciais de matéria escura. As galáxias possuem uma ligeira tendência a se alinhar ao longo das bordas das esferas. Crédito: Zosia Rostomian, Lawrence Berkeley National Laboratory. . . . .	45
3.6	O pico acústico bariônico na função de correlação. (extraído de [47]). . . . .	46

3.7	Evolução do perfil radial das perturbações de densidades versus raio comóvel. As linhas pretas, azuis, vermelhas e verdes correspondem à matéria escura, aos bárions, aos fótons e aos neutrinos, respectivamente. O <i>redshift</i> e o ano a partir do <i>Big Bang</i> são dados em cada gráfico. (extraído de [48]).	47
3.8	Plano $h - \Omega_{0m}$ gerado a partir do teste de $\chi^2_{BAO}$ , em um Modelo $\Lambda$ CDM Plano. As regiões cinzas do gráfico correspondem, respectivamente, da clara para a mais escura, as regiões de $1\sigma$ , $2\sigma$ e $3\sigma$ de confiança estatística.	49
3.9	O espectro observado da rádio galáxia 53W091 juntamente com 4 modelos teóricos de população estelar distintos (extraído de [50]). . . . .	51
3.10	Ilustração: tempo de incubação, idade do universo e quantidades relacionadas.	51
3.11	Plano $h - \Omega_{0m}$ gerado a partir do teste de $\chi^2_{idade}$ em um Modelo $\Lambda$ CDM Plano. As regiões cinzas do gráfico correspondem, respectivamente, da clara para a mais escura, as regiões de $1\sigma$ , $2\sigma$ e $3\sigma$ de confiança estatística.	52
3.12	Plano $h - \Omega_{0m}$ gerado a partir do teste de $\chi^2_{idade+BAO}$ em um Modelo $\Lambda$ CDM Plano. As regiões cinzas do gráfico correspondem, respectivamente, da clara para a mais escura, as regiões de $1\sigma$ , $2\sigma$ e $3\sigma$ de confiança estatística. As linhas azuis e vermelhas representam os contornos dos testes com as assinaturas das BAOs e com as galáxias velhas, respectivamente. . . . .	53
3.13	Plano $h - \Omega_{0k}$ gerado a partir do teste de $\chi^2_{H(z)}$ em um Modelo $\Lambda$ CDM Curvo. As regiões cinzas do gráfico correspondem, respectivamente, da clara para a mais escura, as regiões de $1\sigma$ , $2\sigma$ e $3\sigma$ de confiança estatística.	56
4.1	Diagrama relacionando a distância de galáxias próximas, derivado de medições usando variáveis Cefeidas, versus velocidade radial, derivado do <i>redshift</i> . A constante de Hubble é a inclinação desta relação (extraído de [60]). . . . .	58

4.2	Determinação de $H_0$ em <i>redshifts</i> intermediários. <b>a)</b> : $H_0$ de três testes diferentes. O plano $\Omega_m - h$ fornecido pelos dados de DDA via técnica ESZ/raio-X + idades de GVAR + $DOH(z)$ , incluindo erros estatísticos mais sistemáticos. Os valores de melhor ajuste são $h = 0,734$ e $\Omega_m = 0,290$ . <b>b)</b> : Contornos no plano $\Omega_m - h$ a partir de uma análise conjunta envolvendo dados de DDA via técnica ESZ/raio-X + idades de GVAR + $DOH(z)$ + BAO. O Modelo de melhor ajuste convergem para $h = 0741$ e $\Omega_m = 0278$ . (extraída de [3]). . . . .	63
4.3	Funções de verossimilhança para o parâmetro $h$ em um modelo $\Lambda$ CDM Plano. A curva sólida preta corresponde a uma análise conjunta envolvendo DDA via ESZ/X-ray + idade de GVAR + $DOH(z)$ enquanto que a curva vermelha tracejada inclui também a assinatura BAO. As linhas horizontais são cortes nas regiões de 68,3% e 95,4% de probabilidade (extraído de [3]).	64
5.1	Comparação entre medidas de $S_{x_0}$ , $\beta$ e $\theta_c$ , utilizando diferentes modelagens para os aglomerados de galáxias. A reta indica onde os valores são idênticos para ambas as modelagens. <b>a)</b> : Notamos que a escolha de um ou outro não afeta o resultado. <b>b)</b> : Neste caso, notamos que apenas para alguns poucos aglomerados há uma ligeira modificação dos valores. <b>c)</b> : Notamos que o valor de $\theta_c$ obtido pelo modelo esférico (quadrados pretos) é consistentemente menor que o obtido pelo modelo elíptico (quadrados cinzas)(extraído de [46]). . . . .	72
5.2	Plano $DOH(z)$ <i>redshifts</i> . A barra vermelha corresponde ao erro estatístico. Estes dados foram obtidos das amostras de Jimenez et al. (2003)[88], Simon et al. (2005)[89], Stern et al. (2010)[90] e Moresco et al. (2012)[91]. . . . .	73
5.3	Plano <i>Age-redshift</i> da amostra total de galáxias. Os pontos pretos para $z < 1,0$ e $z > 1,2$ , correspondem, respectivamente, a amostra de Ferreras et al. [52] e Longhetti et al. [53]. As barras pretas, vermelhas e azuis representam, respectivamente, ao erro estatístico, o estatístico + o de incubação, o estatístico + o de incubação + o sistemático (extraído de [3]). . . . .	74

5.4	Plano $h - \Omega_k$ em um modelo $\Lambda$ CDM. Em todas as figuras as linhas contínuas azuis, vermelhas tracejadas e as pretas traço-pontilhadas correspondem às restrições em 68% e 95% de confiança estatística usando, separadamente, aglomerados de galáxias, Idade de GVAR + BAO e $H(z)$ . As regiões centrais preenchidas correspondem à análise conjunta para cada caso. O círculo aberto com a sua barra de erro corresponde a restrição sobre $h$ obtido por LC. . . . .	76
5.5	Probabilidade do parâmetro $h$ em um modelo $\Lambda$ CDM Curvo incluindo apenas erros estatísticos. As linhas contínuas pretas, pontilhadas azuis e traço-pontilhadas vermelhas são das análises usando as amostras de Bonamente et al. e De Filippis et al. i e ii, respectivamente. A região sombreada representa o intervalo de um $1\sigma$ da análise de LC. . . . .	77
5.6	O mesmo que na Figura 5.4, mas para um modelo XCDM Plano. . . . .	78
5.7	O mesmo que na Figura 5.5, mas para um modelo XCDM Plano. . . . .	79
5.8	O mesmo que na Figura 5.5, exceto pela adição de erros estatísticos e sistemáticos em quadratura. . . . .	81

# Lista de Tabelas

2.1	Tabela com os valores para a pressão, parâmetro da equação de estado e lei de evolução da densidade para as principais componentes do fluido cosmológico. . . . .	11
2.2	Valores dos principais parâmetros do Modelo $\Lambda$ CDM Plano, referente aos mais recentes dados do WMAP (9 anos) e dados combinados (WMAP + eCMB + BAO + $H_0$ ). A lista completa de valores de parâmetros para este modelo, com combinações de dados adicionais, pode ser encontrada em <a href="http://lambda.gsfc.nasa.gov/">http://lambda.gsfc.nasa.gov/</a> [21]. . . . .	25
3.1	Dados observacionais de $H(z)$ . Os 4 últimos dados * foram os obtidos por Zhang et al. (2014)[55], já os dados com †, são referentes a amostra de $DOH(z)$ usada em testes estatísticos nesta dissertação. A unidade das grandezas $H(z)$ e $\sigma_{H(z)}$ está em $kms^{-1}Mpc^{-1}$ (adaptado de [55]). . . . .	55
4.1	Determinações de $H_0$ locais, globais e em <i>redshifts</i> intermediários ( $kms^{-1}Mpc^{-1}$ ). . . . .	60
5.1	Dados de medidas de distância de diâmetro angular da amostra de Bonamente et al. (2006)[5] (adaptado de [5]). . . . .	68
5.2	Dados de medidas de distância de diâmetro angular da amostra de De Filippis et al.[46] para os casos elíptico e esférico, os aglomerados destacados com símbolo † são os que compõem a amostra i (elíptico) e amostra ii (esférico), a qual utilizamos nos testes neste capítulo. (adaptado de [46]). . . . .	70

5.3 As restrições sobre  $h$  para diferentes métodos estatísticos (com erros estatísticos + sistemáticos). As restrições mostradas na parte superior da tabela foram obtidas usando os seguintes testes cosmológicos: DDA + Idade de GVAR +  $DOH(z)$  + BAOs. O valor de  $h$  com \* foi o obtido por Lima e Cunha [3], os demais, mostrados na parte superior, foram os obtidos neste trabalho. Na parte inferior da tabela mostramos diferentes métodos de restrição de  $h$  e seus respectivos valores. . . . . 82



# Lista de Abreviaturas e Siglas

- BAOs - *Barionic Acoustic Oscillations*
- CDM - *Cold Dark Matter*
- COBE - *Cosmic Background Explorer*
- DOH( $z$ ) - Dados Observacionais de  $H(z)$
- DDA - Distância de Diâmetro Angular
- ESA - *European Space Agency's*
- ESZ - Efeito Sunyaev-Zel'Dovich
- FLRW - Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker
- GVAR - Galáxias Velhas em Altos Redshifts
- HDM - *Hot Dark Matter*
- HST - *Hubble Space Telescope*
- HSST - *High- $z$  Supernova Search Team*
- $\Lambda$ CDM - *Lambda Cold Dark Matter*
- LC - Lima e Cunha
- Mpc - *Mega-parsec* (3,26 anos-luz)
- MIA - Meio Intra-Aglomerado
- RCF - Radiação Cósmica de Fundo

RDDC - Relação de Dualidade de Distância Cósmica

SCP - *Supernova Cosmology Project*

SDSS - *Sloan Digital Sky Survey*

SNe Ia - Supernova do Tipo Ia

TGN - Teoria da Gravitação de Newton

TRE - Teoria da Relatividade Especial

TRG - Teoria da Relatividade Geral

WMAP - *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*

XCDM - X *Cold Dark Matter*

# Lista de Símbolo

$H_0$  - Constante de Hubble

$h$  - Constante Adimensional de Hubble

$H(z)$  - Parâmetro de Hubble

$E(p; z)$  - Parâmetro Adimensional de Hubble

$a$  - Fator de Escala do Universo

$k$  - Constante de Curvatura Espacial

$p_i$  - Pressão da Componente  $i$ , onde  $i \equiv m, r, k, \Lambda \dots$

$\rho_i$  - Densidade da Componente  $i$ , onde  $i \equiv m, r, k, \Lambda \dots$

$\rho_{0i}$  - Densidade Atual da Componente  $i$ , onde  $i \equiv m, r, k, \Lambda \dots$

$\rho_c$  - Densidade Crítica

$w$  - Parâmetro da Equação de Estado

$\Omega_i$  - Parâmetro Adimensional de Densidade, onde  $\Omega_i \equiv \rho_i/\rho_c$ .

$\Omega_{0i}$  - Parâmetro Adimensional Atual de Densidade, onde  $\Omega_{0i} \equiv \rho_{0i}/\rho_c$ .

$q(t)$  - Parâmetro de Desaceleração do Universo em um Dado  $t$

$q_0$  - Parâmetro de Desaceleração Atual do Universo

$z$  - O *Redshift*

$c$  - Velocidade da Luz

- $d_A$  - Distância de Diâmetro Angular
- $d_L$  - Distância de Luminosidade
- $d_p$  - Distância Própria
- $d_c$  - Distância Comóvel
- $t_0$  - Idade Total do Universo
- $t(z)$  - Idade do Universo em um Dado  $z$
- $t_{inc}$  - Tempo de Incubação da Galáxia
- $S_x$  - Brilho Superficial de Raios-X
- $n_e(r)$  - Densidade Numérica de Elétrons
- $n_{e0}$  - Densidade Numérica de Elétrons no Centro do Aglomerado
- $\theta_c$  - Tamanho Angular do Centro do Aglomerado
- $r_c$  - Raio do Centro do Aglomerado
- $r_1$  - Coordenada Radial Comóvel

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Fundamentos da Cosmologia Moderna</b>	<b>5</b>
2.1	Cosmologia e Teoria da Relatividade de Einstein . . . . .	6
2.1.1	Teoria da Relatividade de Einstein . . . . .	6
2.1.2	Princípio Cosmológico . . . . .	7
2.1.3	Geometria, dinâmica e parâmetros da cosmologia . . . . .	8
2.2	Aspectos observacionais . . . . .	13
2.2.1	O <i>redshift</i> cosmológico . . . . .	13
2.2.2	Distância no universo em expansão . . . . .	16
2.2.3	Idade do universo e o <i>Lookback Time</i> . . . . .	21
2.3	Radiação Cós mica de Fundo . . . . .	22
2.4	Constituintes predominantes do universo . . . . .	25
2.4.1	A matéria escura . . . . .	25
2.4.2	Energia escura . . . . .	27
2.5	Modelos cosmológicos . . . . .	30
2.5.1	Modelo $\Lambda$ CDM . . . . .	30
2.5.2	Modelo XCDM . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Testes Observacionais</b>	<b>33</b>
3.1	Efeito Sunyaev-Zel'Dovich . . . . .	33
3.1.1	Efeito Sunyaev-Zel'Dovich térmico . . . . .	34
3.1.2	Efeito Sunyaev-Zel'Dovich cinético . . . . .	38
3.1.3	Estimativa da distância de diâmetro angular a partir do ESZ/raio-X . . . . .	40
3.1.4	Teste estatístico de $\chi^2$ com dados de DDA . . . . .	43

3.2	Oscilações Acústicas dos Bárions . . . . .	44
3.2.1	Teste estatístico de $\chi^2$ com BAOs . . . . .	48
3.3	Idade de galáxias velhas em altos <i>redshifts</i> . . . . .	49
3.3.1	Teste estatístico de $\chi^2$ da idade do universo com GVAR . . . . .	50
3.3.2	Análise conjunta: Teste com GVAR + BAOs . . . . .	53
3.4	Parâmetro de Hubble . . . . .	54
3.4.1	Teste de $\chi^2$ com dados observacionais de $H(z)$ . . . . .	55
<b>4</b>	<b>A Constante de Hubble, <math>H_0</math>, e suas Estimativas</b>	<b>57</b>
4.1	Hubble e a expansão do universo . . . . .	57
4.2	Recentes estimativas de $H_0$ : controvérsia, erros sistemáticos e nova física . . . . .	58
4.3	Estimativas de $H_0$ em <i>redshifts</i> intermediários . . . . .	62
<b>5</b>	<b>Robustez na Determinação de <math>H_0</math> em <i>Redshifts</i> Intermediários</b>	<b>66</b>
5.1	Amostras . . . . .	67
5.1.1	Amostras de DDA de aglomerados de galáxias . . . . .	67
5.1.2	$DOH(z)$ . . . . .	73
5.1.3	Idades de GVAR . . . . .	73
5.1.4	O pico das BAOs . . . . .	74
5.2	Análises e resultados . . . . .	75
5.2.1	$\Lambda$ CDM Curvo . . . . .	75
5.2.2	XCDM Plano . . . . .	77
5.2.3	Os erros sistemáticos . . . . .	80
5.3	Conclusões . . . . .	81
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>83</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>85</b>

# Capítulo 1

## Introdução

A Cosmologia sempre esteve entre as preocupações centrais da humanidade. Pensadores de diferentes épocas sempre se preocuparam em saber de onde vimos, como fomos criados e como surgiu o universo. Hoje, a Cosmologia pode ser definida como sendo a ciência que estuda a origem, estrutura e a evolução do universo. Seu principal objetivo é entender como o universo se formou, porque possui as características que observamos hoje, e saber qual será o destino final do mesmo. Para isto, os cosmólogos fazem uso das leis da Física, da Química, da Matemática e até da Filosofia.

O surgimento da Cosmologia moderna se deu a partir do desenvolvimento da Teoria da Relatividade Geral (TRG) publicada por Einstein em 1915. Esta teoria afirma que a estrutura geométrica do espaço-tempo altera-se na presença de matéria e energia, efeitos gravitacionais se propagam com a velocidade da luz, e entre outras coisas, que a curvatura do espaço-tempo desempenha um papel semelhante o da força gravitacional na Teoria da Gravitação de Newton (TGN). Para aplicar a TRG na descrição do universo, Einstein fez uso de um princípio simplificador, conhecido como Princípio Cosmológico, e considerou os constituintes do universo como fluidos perfeitos.

A partir disto, Einstein construiu o que hoje é considerado o primeiro modelo cosmológico. No entanto, tal modelo é considerado ultrapassado, pois não condiz com as observações atuais do universo, sendo assim, outros foram construídos e estudados em busca de obtermos um modelo cosmológico que seja o mais apurado e geral possível. O modelo atual que mais se aproxima deste ideal é o modelo  $\Lambda$ CDM (Lambda *Cold Dark Matter*), também conhecido como Modelo Padrão ou modelo de Concordância Cósmica. Esse modelo tem como base 3 pilares: a Expansão do Universo; a Nucleossíntese Primor-

dial; e a Radiação Cósmica de Fundo (RCF). Apesar de fornecer um ótimo ajuste com os dados observacionais, o modelo  $\Lambda$ CDM possui inconsistências e limitações que levam a criação de diversos outros modelos, um desses, é o conhecido modelo XCDM.

A Cosmologia Observacional é uma subárea da Cosmologia que se desenvolveu bastante nos últimos anos, motivada principalmente pela grande evolução tecnológica dos instrumentos utilizados em observações astronômicas. Tal desenvolvimento foi essencial para tornar a Cosmologia uma ciência de precisão, e assim acabar com o seu caráter puramente especulativo e filosófico. Um dos principais objetivos desta área da Cosmologia é medir o valor dos mais diversos parâmetros cosmológicos a partir de observações astronômicas, como por exemplo, distância de diâmetro angular e de luminosidade de objetos distantes, RCF, idade do universo, entre outros.

Existe atualmente várias maneiras de se determinar distância a objetos em Astronomia, uma dessas técnicas é a partir da combinação do brilho superficial de raios-X e da observação de um efeito chamado Efeito Sunyaev-Zel'Dovich (ESZ). Esta técnica é bastante interessante, pois permite obter diretamente a distância de diâmetro angular (DDA) de aglomerados de galáxias, sendo completamente independente das distâncias de luminosidade das Supernovas do Tipo Ia (SNe Ia) e de calibradores locais.

O ESZ pode ser entendido como sendo uma deformação no espectro de corpo negro da RCF, causada principalmente pelo espalhamento Compton Inverso em aglomerado de galáxias. Este espalhamento ocorre quando os fótons da RCF interagem com os elétrons energéticos do meio intra-aglomerado de galáxia (MIA). Uma das características que torna este efeito importante é o fato da intensidade de seu sinal ser praticamente independente do *redshift* em que é observado, isto o torna uma importante ferramenta para a investigação da estrutura de larga escala do universo. Além disso, o ESZ é bastante usado para impor limites sobre parâmetros cosmológicos.

Na literatura atual, existem muitos outros observáveis além do ESZ que são amplamente usados na restrição de parâmetros cosmológicos. Alguns desses são: o Pico das Oscilações Acústicas dos Bárions (BAOs), a Idade de galáxias velhas em altos *redshifts* (GVAR) e o Parâmetro de Hubble ( $H(z)$ ). O pico das BAOs pode ser interpretado como uma consequência das oscilações acústicas dos bárions no plasma (bárions-fótons) primordial antes da Recombinação<sup>1</sup>. Este pico está impresso na distribuição de bárions como

---

<sup>1</sup>Período no qual o universo passa a ser eletricamente neutro.



um excesso de densidade, logo pode ser observado a partir da distribuição dos diversos objetos astronômicos.

A determinação da Constante de Hubble ( $H_0$ ), cujo valor representa a taxa com que o universo se expande hoje, ainda é um tema de pesquisa bastante ativo na Cosmologia. Desde quando foi proposta pela primeira vez, por Edwin P. Hubble, até os dias atuais, vários grupos e missões vem concentrando seus esforços para obter uma calibração de alta precisão de seu valor, visto que  $H_0$  funciona como uma chave para quantificar muitos fenômenos astronômicos em uma ampla gama de escalas cósmicas. Além disto, ela desempenha um papel importante para vários cálculos cosmológicos como as distâncias físicas a objetos, a idade, tamanho e teor de matéria-energia do universo.

Apesar de nos últimos anos ter ocorrido um surpreendente avanço da Cosmologia Observacional, com técnicas cada vez mais apuradas, possibilitando determinações muito restritivas de parâmetros e constantes, existe ainda uma discrepância intrigante com respeito ao valor de  $H_0$  entre trabalhos em *redshifts* muito altos (medições globais) e baixos (medições locais). Em particular, a tensão existente é cerca de 9% ou  $2.4\sigma$  de confiança estatística. Em teste locais ( $z \ll 1$ ), usando Cefeidas e Supernovas do Tipo Ia (SNE Ia), Riess et al. (2011)[1] obtiveram  $H_0 = 73,8 \pm 2,4 \text{ kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$  ( $1\sigma$ ), com uma incerteza de 3,3%. Por outro lado, em testes globais ( $z \simeq 1070$ ), a *Planck Collaboration* (2013) [2], utilizando dados da missão *Planck*, obtiveram  $H_0 = 67,4 \pm 1,4 \text{ kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$  ( $1\sigma$ ), com uma incerteza de 2,1%. Logo, determinações locais fornecem valores mais altos para  $H_0$  comparados com aqueles fornecidos pelas medições globais.

A fim de lançar uma luz sobre este problema, Lima e Cunha (LC) [3], propôs uma nova determinação de  $H_0$  em *redshifts* intermediários ( $z \sim 1$ ), usando quatro testes diferentes: (i) distância de diâmetro angular (DDA) de aglomerados de galáxias com base na combinação de ESZ e dados de raios-X, (ii) idade de GVAR, (iii) dados observacionais de  $H(z)$  (DOH( $z$ )), e (iv) pico das BAOs. Com isso, LC obtiveram  $H_0 = 74,1 \pm 2,2 \text{ kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ , correspondente a um erro de 3% em  $H_0$  e em pleno acordo com as medições locais.

No entanto, Busti, Clarkson e Seikel [4] também em *redshifts* intermediários, obtiveram  $H_0 = 64,9 \pm 4,2 \text{ kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ , em consistência com as medições globais. Outro fato intrigante, é que a discrepância entre os resultados de LC e o da *Planck Collaboration* leva a uma inconsistência interna dentro do modelo  $\Lambda$ CDM, pois ambas as determinações

adotaram este mesmo modelo. Além disso, é importante ressaltar que LC usou a amostra de aglomerados de galáxias de Bonamente et al. [5], severamente questionado na literatura por adotar o modelo duplo  $\beta$ -esférico não isotérmico na modelagem dos aglomerados.

Nesta dissertação, nós exploramos a robustez do resultado de LC, (i) procurando por erros sistemáticos e (ii) sua dependência com o modelo cosmológico adotado. Para o primeiro caso, considerando uma amostra onde a morfologia dos aglomerados de galáxias, utilizados para obter as suas DDA, foram assumidas como esférica isotérmica e elíptica. Além disso, testamos diferentes hipóteses para o tempo de incubação  $t_{inc}$ , utilizado na análise usando idade de GVAR, para vermos o impacto sobre o valor de  $H_0$ . No segundo caso, mudamos o modelo cosmológico para ver a sua dependência com relação aos resultados, onde consideramos um modelo  $\Lambda$ CDM Curvo e um modelo XCDM Plano. Ainda neste trabalho, fazemos um estudo detalhado de cada teste e observável usado por LC na sua determinação de  $H_0$ .

Esta dissertação está dividida em seis capítulos. No Capítulo 2, fazemos uma breve discussão sobre a Cosmologia Moderna. Neste ponto, obtemos algumas expressões e parâmetros importantes, discutimos alguns aspectos observacionais como o *redshift*, distância e idade. Ainda nesse capítulo, abordamos temas como Radiação Cós mica de Fundo (RCF), Matéria e Energia Escura, e por fim, apresentamos de maneira simples o modelo  $\Lambda$ CDM e o XCDM. No Capítulo 3, abordamos o ESZ, como estimar a DDA via este efeito e observações em raio-X, fazemos uma rica discussão sobre as BAOs, sobre como obter a idade de GVAR e sobre o Parâmetro de Hubble. Além disso, mostramos como podemos obter limites sobre parâmetros cosmológicos a partir desses observáveis. No Capítulo 4, abordamos como tema central a Constante de Hubble. Assim, comentamos sobre a expansão do universo e a primeira determinação de  $H_0$ , mostramos algumas estimativas recentes de seu valor, evidenciamos a controvérsia existente entre algumas medidas. Em seguida, detalhamos a determinação de  $H_0$  em *redshifts* intermediários proposta por LC. No Capítulo 5, descrevemos todas as amostras usadas nos nossos testes, dando uma ênfase maior às amostras de aglomerados de galáxias e à modelagem adotada por cada uma delas. Aqui, apresentamos nossa análise e resultados. Portanto, é nesta última parte que se encontram nossas contribuições originais. No Capítulo 6, apresentamos as principais conclusões deste trabalho.

# Capítulo 2

## Fundamentos da Cosmologia Moderna

A Teoria da Relatividade Geral (TRG) é fundamental para construirmos um modelo cosmológico, por ser a teoria gravitacional que melhor lida com os paradoxos associados a um espaço que se estende ao infinito, e que melhor explica as observações e fenômenos. Tal teoria fornece uma descrição geométrica do espaço-tempo que assume como verdadeiro o Princípio Cosmológico, isto é, adota um universo homogêneo e isotrópico, por sua vez, bastante utilizado nos principais modelos científicos modernos para descrever o universo.

Com o desenvolvimento da TRG surgiu a cosmologia moderna. O primeiro modelo cosmológico moderno foi proposto por Einstein em 1917 quando aplicou pela primeira vez a TRG no estudo do cosmo, assumindo, o Princípio Cosmológico, um universo preenchido apenas com matéria não relativística, geometria espacial curva e estática. Depois deste, muitos outros modelos foram propostos e testados, atualmente, o entendimento do universo é baseado na teoria do *Big-Bang*.

Neste capítulo, introduziremos os conceitos e equações básicas relacionadas a cosmologia moderna, definiremos alguns parâmetros cosmológicos, trataremos de alguns aspectos observacionais e sem muitos detalhes, discutiremos sobre: Radiação Cósmica de Fundo, os principais constituintes do universo, e por fim, sobre dois modelos cosmológicos específicos ( $\Lambda$ CDM e XCDM) que serão mencionados nos capítulos posteriores.

## 2.1 Cosmologia e Teoria da Relatividade de Einstein

### 2.1.1 Teoria da Relatividade de Einstein

Em 1905, Albert Einstein (1879 - 1955), diante das contradições existentes entre a teoria do eletromagnetismo e a mecânica newtoniana, formulou a Teoria da Relatividade Especial (TRE), baseada em dois postulados: **O Princípio da Relatividade** - Não existe nenhum sistema inercial preferencial. As leis da Física são as mesmas em todos os sistemas inerciais; **O Princípio da Constância da Velocidade da Luz** - A velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor  $c$  ( $300.000km/s$ ) em todos os sistemas inerciais[6]. A TRE além de exigir modificações nas leis clássicas do movimento, exige modificações, ao menos conceituais, nas leis da gravitação newtoniana, exemplo disto, é que a lei da gravitação newtoniana admite que a força gravitacional de interação entre corpos é transmitida instantaneamente, isto é, com velocidade infinita, em contradição à exigência relativística de que a velocidade limite de um sinal é a velocidade da luz,  $c$ . Além disto, a TRE requer que medidas de espaço e tempo deixem de ter naturezas independentes e absolutas, se tornando de certa forma equivalente, portanto renomeados de espaço-tempo.

O intervalo invariante sob transformações de Lorentz entre observadores no espaço-tempo<sup>1</sup> da TRE, é fornecido pelo elemento de linha de Minkowski [7]:

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \quad (2.1)$$

onde  $x^0 = ct$ ,  $x^1 = x$ ,  $x^2 = y$ ,  $x^3 = z$  e  $\eta_{\mu\nu}$  é a métrica de Minkowski (métrica do espaço-tempo plano), dada por  $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ .

Em 1907, Einstein apresentou o Princípio da Equivalência, segundo o qual, um observador em um referencial acelerado (não inercial) não seria capaz de distinguir os efeitos medidos nesse referencial, daqueles percebidos na presença de um campo gravitacional, tal princípio se tornou o ponto de partida para a nova teoria da gravitação. Entre 1912 e 1914 Einstein, ao trabalhar com seu amigo Marcel Grossmann (1878 - 1936) na descrição geométrica da propagação da luz em campo gravitacional, viu a possibilidade de descartar o conceito de força gravitacional na análise desse problema [8]. Em 1915 ele publicou a TRG, onde os efeitos gravitacionais se propagam com a velocidade da luz, e a curvatura do espaço-tempo desempenha o papel da força gravitacional da Teoria da Gravitação de Newton (TGN).

---

<sup>1</sup>Espaço-tempo quadrimencional minkowskiano

Assim como a TRG, a TGN é uma teoria de campo. O campo desta teoria pode ser escrito por um campo escalar  $\phi(x, y, z)$ , esta função satisfaz a Equação de Poisson [9],

$$\nabla^2\phi(x, y, z) = 4\pi G\rho(x, y, z), \quad (2.2)$$

onde  $\rho(x, y, z)$  é a densidade de massa da matéria no espaço que produz o campo gravitacional. Por outro lado, as equações básicas da TRG são as equações do campo gravitacional, conhecidas como as equações de campo de Einstein [9]:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad (2.3)$$

onde  $G_{\mu\nu}$  é o tensor de Einstein, que contém as propriedades geométricas do espaço-tempo,  $T_{\mu\nu}$  é o tensor de energia-momento, representa a distribuição da matéria-energia,  $R_{\mu\nu}$  é o tensor de Ricci,  $R$  é o escalar de curvatura de Ricci,  $G$  a constante Gravitacional,  $\Lambda$  é a constante cosmológica<sup>2</sup> e  $8\pi G/c^4$  é a constante de Einstein. Analisando as equações de campo de Einstein, Equação (2.3), no limite de campo gravitacional fraco<sup>3</sup>, é possível recair na equação de campo newtoniana, Equação (2.2), neste sentido, a TGN é um caso particular da TRG.

Para estudarmos a dinâmica cósmica, baseado na Equação (2.3), precisamos de antemão determinar a métrica e as componentes do tensor de energia-momento. Para isto, Einstein fez uso de um princípio simplificador chamado de Princípio Cosmológico, tema da próxima seção.

## 2.1.2 Princípio Cosmológico

A princípio, a equação de campo, Equação (2.3), não é fácil de se resolver pois envolve uma distribuição arbitrária de massa. Assim, argumentos de simetria são considerados tendo em vista a simplificação da mesma. Então, para aplicar sua teoria na descrição do universo, Einstein fez uso do Princípio Cosmológico, o qual considera que em escala suficientemente grande o universo é espacialmente homogêneo e isotrópico. Homogeneidade é a afirmação de que o universo parece o mesmo em cada ponto, enquanto isotropia afirma que o universo parece o mesmo em todas as direções. Um deste não implica diretamente o outro. Por exemplo, um universo com um campo magnético uniforme

---

<sup>2</sup>Introduzida por Einstein na sua equação de campo para compatibilizar a mesma com a ideia de universo estático e imutável existente na época, depois considerada por ele o maior erro de sua vida.

<sup>3</sup>Onde obtemos, com alguns ajustes, o valor  $8\pi G/c^4$  para a constante de Einstein

é homogêneo, pois em todos os pontos é o mesmo, mas não isotrópico, porque as direções ao longo das linhas de campo, podem ser distinguidas daquelas perpendiculares a elas. Alternativamente, uma distribuição esfericamente simétrica, visto a partir de seu ponto central, é isotrópica, mas não necessariamente homogênea [10].

Este princípio é postulado como verdadeiro, não há como demonstrá-lo. Sabemos também que o universo local, até distâncias da ordem de 10 Mpc, é não homogêneo e não isotrópico. No entanto, se formos observar mais e mais distantemente, em escalas superiores as das maiores estruturas visíveis, chamadas de superaglomerados de galáxias, que possui diâmetro da ordem de 10 a 30 Mpc, a distribuição de galáxias parece ser rigorosamente homogênea e isotrópica, fundamentando observacionalmente o Princípio Cosmológico [8].

### 2.1.3 Geometria, dinâmica e parâmetros da cosmologia

Espaços homogêneos e isotrópicos possuem o maior grupo de simetria possível, estas simetrias restringem fortemente a geometria admissível para esses espaços. A métrica mais geral que descreve um universo em expansão e satisfaz estas restrições impostas pelo Princípio Cosmológico, é a métrica de Fridmann-Lemaitre-Robertson-Walker (FLRW). Tal métrica, expressa em coordenadas esféricas  $(r, \theta, \phi)$  toma a seguinte forma<sup>4</sup> [11]:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right], \quad (2.4)$$

onde  $x^0 = t$ ,  $x^1 = r$ ,  $x^2 = \theta$ ,  $x^3 = \phi$  e  $g_{\mu\nu}$  é o tensor métrico que representa o espaço-tempo curvo, dado por

$$g_{\mu\nu} = \text{diag} \left( 1, -\frac{a^2(t)}{1 - kr^2}, -a^2(t)r^2, -a^2(t)r^2 \sin^2 \theta \right). \quad (2.5)$$

Esta métrica é caracterizada por duas quantidades, o fator de escala  $a(t)$ , que determina a distância física do universo, e a constante  $k$  que determina se o universo é espacialmente plano ( $k = 0$ ), esférico ( $k = 1$ ) ou hiperbólico ( $k = -1$ ). A Figura 2.1 ilustra algumas superfícies bidimensionais com  $k = 1, 0$  e  $-1$ , que possibilita termos algumas intuições das análogas tridimensionais.

A partir do tensor métrico, Equação (2.5), podemos encontrar a conexão métrica  $\Gamma_{\nu\lambda}^\mu$ , definida em termos do tensor métrico da seguinte forma:

$$\Gamma_{\nu\lambda}^\mu = \frac{1}{2} g^{\mu\beta} (\partial_\nu g_{\beta\lambda} + \partial_\lambda g_{\beta\nu} - \partial_\beta g_{\nu\lambda}). \quad (2.6)$$

---

<sup>4</sup>A partir de agora, adotaremos  $c = 1$ .

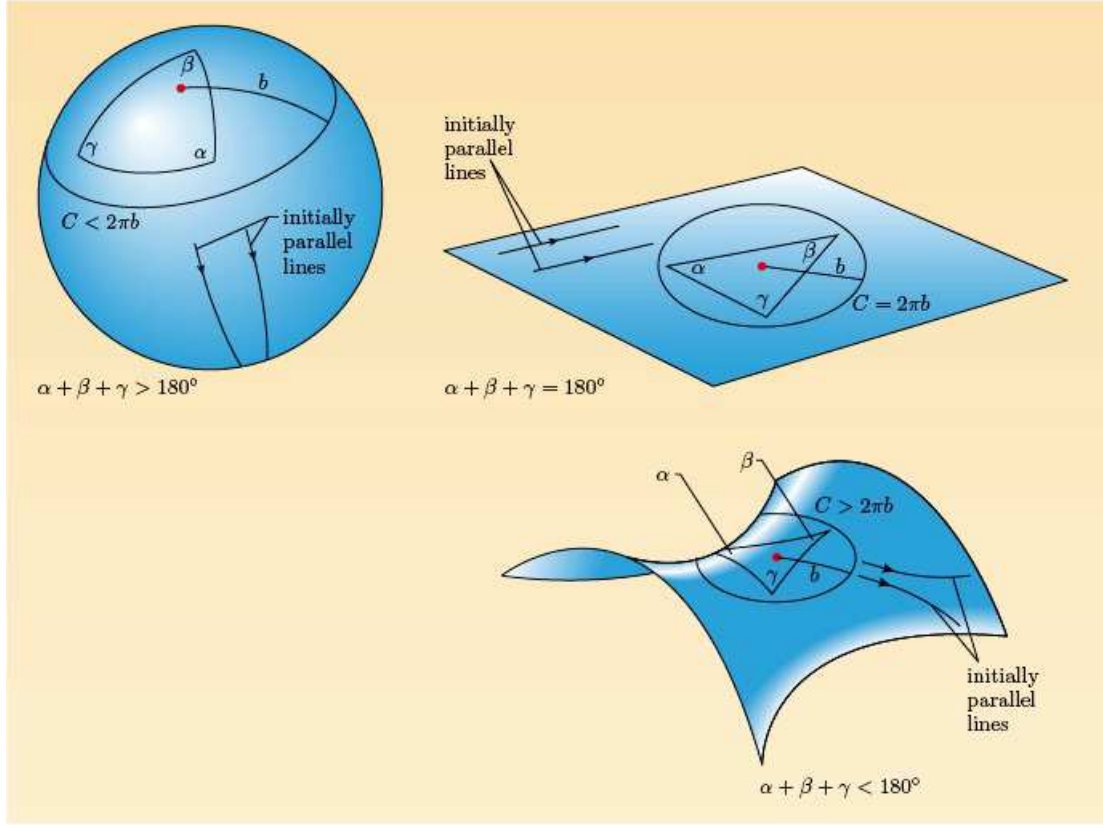


Figura 2.1: Superfícies curvas podem ter geodésicas que se iniciam paralelas, mas não permanecem paralelas. Além disso, as somas dos ângulos de um triângulo não são necessariamente iguais  $180^\circ$ , e a circunferência de um círculo não é necessariamente igual a  $2\pi$  vezes o raio. O modelo esférico tem  $k = 1$ , o modelo de plano tem  $k = 0$  e o modelo em forma de sela tem  $k = -1$  (extraído de [12]).

Encontrada as componentes da conexão métrica, podemos obter o tensor de curvatura de Riemann  $R_{\nu\lambda\beta}^\mu$ , definido por

$$R_{\nu\lambda\beta}^\mu = \partial_\lambda \Gamma_{\nu\beta}^\mu - \partial_\beta \Gamma_{\nu\lambda}^\mu + \Gamma_{\nu\beta}^\gamma \Gamma_{\gamma\lambda}^\mu - \Gamma_{\nu\lambda}^\gamma \Gamma_{\gamma\beta}^\mu. \quad (2.7)$$

E deste, através da contração dos índices aplicando o tensor métrico, podemos encontrar o tensor de Ricci e o escalar de Ricci, respectivamente, dado por

$$R_{\nu\beta} = g^{\lambda\alpha} R_{\alpha\nu\lambda\beta} = R_{\nu\lambda\beta}^\lambda = \partial_\lambda \Gamma_{\nu\beta}^\lambda - \partial_\beta \Gamma_{\nu\lambda}^\lambda + \Gamma_{\nu\beta}^\gamma \Gamma_{\gamma\lambda}^\lambda - \Gamma_{\nu\lambda}^\gamma \Gamma_{\gamma\beta}^\lambda \quad (2.8)$$

e

$$R = R_\beta^\beta = g^{\beta\alpha} R_{\alpha\beta}. \quad (2.9)$$

Assim, notamos que da métrica, podemos calcular o tensor de Ricci  $R_{\mu\nu}$  e o escalar de curvatura de Ricci  $R$ , obtendo toda a parte geométrica da equação de campo de

Einstein, Equação (2.3), representada pelo tensor de Einstein  $G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu}$ . Nos resta agora conhecer o tensor energia-momento  $T_{\mu\nu}$ , para podermos estudar a dinâmica do universo.

Podemos considerar o universo preenchido por um fluido perfeito, ou melhor, uma soma de fluidos perfeitos (radiação, matéria, curvatura, energia escura, constante cosmológica, etc), o qual o tensor energia-momento é dado por [13]:

$$T_{\mu\nu} = \left( \sum_j \rho_j + \sum_j p_j \right) u_\mu u_\nu - \sum_j p_j g_{\mu\nu}, \quad (2.10)$$

onde  $\rho_j$  é a densidade de energia do fluido,  $p_j$  é a pressão do fluido e  $u_\mu$  é a quadri-velocidade, medidas no referencial comóvel. Devido a homogeneidade e isotropia a pressão  $p_j$  e densidade  $\rho_j$  só dependem do tempo.

De posse das componentes do tensor de Einstein  $G_{\mu\nu}$  e do tensor de energia-momento  $T_{\mu\nu}$ , podemos resolver a equação de campo de Einstein, Equação (2.3), que por causa do elevado grau de simetria, e devido muito dos termos se anularem, todo o cálculo leva apenas à duas equações independentes, que são [14]:

$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G}{3} a^2 \sum_i \rho_i + \frac{1}{3} a^2 \Lambda - k \quad (2.11)$$

e

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \sum_i \rho_i + 3 \sum_i p_i \right) + \frac{1}{3} \Lambda. \quad (2.12)$$

Essas duas equações governam a dinâmica do universo determinando a evolução temporal do fator de escala  $a(t)$ , e são conhecidas como as equações de Friedmann-Lemaître. No caso  $\Lambda = 0$  são muitas vezes chamadas simplesmente de, as equações de Friedmann.

Para resolvermos este sistema, que possui três incógnitas  $\rho$ ,  $p$  e  $a$ , necessitamos de outra equação além destas duas apresentadas acima. A densidade e a pressão de um fluido são relacionados por sua equação de estado. Em cosmologia, é habitual assumir que cada componente do fluido cosmológico tem uma equação de estado da forma  $p_i = w_i \rho_i$  [11], onde  $w_i$  é um parâmetro da equação de estado. Fechando assim o sistema com 3 equações independentes.

Por outro lado, é conveniente apresentarmos aqui, uma importante equação que expressa a conservação da energia, dada por:

$$\dot{\rho}_i + 3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho_i + p_i) = 0. \quad (2.13)$$



Esta equação, pode ser derivada usando o fato do tensor energia-momento possuir divergência nula, e também diretamente das equações de Friedmann-Lemaître, Equação (2.11) e Equação (2.12). Da Equação (2.13) podemos mostrar usando a equação de estado e assumindo  $w_i$  constante, que

$$\rho_i = \rho_{0i} \left( \frac{a}{a_0} \right)^{-3(1+w_i)} \quad (2.14)$$

onde  $\rho_{0i}$  é a densidade de energia medida hoje e  $a_0$  é o fator de escala hoje. Na Tabela 2.1 mostramos os valores para a pressão, parâmetros da equação de estado, e a lei de evolução da densidade, para as principais componentes do fluido cosmológico.

componente	$p_i$	$w_i$	$\rho_i$
matéria	0	0	$\rho_m \propto a^{-3}$
radiação	$\frac{1}{3}\rho_r$	$\frac{1}{3}$	$\rho_r \propto a^{-4}$
curvatura espacial	$-\frac{1}{3}\rho_k$	$-\frac{1}{3}$	$\rho_k \propto a^{-2}$
constante cosmológica	$-\rho_\Lambda$	-1	$\rho_\Lambda \propto a^0$
fluido desconhecido	$w_x\rho$	$w_x$	$\rho_x \propto a^{-3(1+w_x)}$

Tabela 2.1: Tabela com os valores para a pressão, parâmetro da equação de estado e lei de evolução da densidade para as principais componentes do fluido cosmológico.

Da Equação (2.11) obtemos uma expressão para um parâmetro muito importante na cosmologia, conhecido como Parâmetro de Hubble ( $H(t) = \dot{a}/a$ ), este parâmetro expressa a taxa de expansão do universo em um dado instante  $t$ , cujo quadrado é

$$H(t)^2 = \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i + \frac{1}{3}\Lambda - \frac{k}{a^2}, \quad (2.15)$$

e desta temos que,

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3} (\rho_m + \rho_r + \rho_x) + \frac{1}{3}\Lambda - \frac{k}{a^2} \quad (2.16)$$

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3} \underbrace{\left( \rho_m + \rho_r + \rho_x + \underbrace{\frac{\Lambda}{8\pi G}}_{\rho_\Lambda} \right)}_{\rho_{total}} - \frac{k}{a^2}$$

$$-\frac{k}{a^2 H(t)^2} = \left( 1 - \frac{8\pi G}{3H(t)^2} \rho_{total} \right). \quad (2.17)$$

Notamos diretamente da expressão anterior que o universo é espacialmente plano ( $k = 0$ ) se tivermos uma densidade  $\rho_{total}$ , igual a uma densidade de energia crítica dada

por  $\rho_c = \frac{3H(t)^2}{8\pi G}$ . É conveniente desta densidade crítica, definirmos novos parâmetros adimensionais de densidade, definidos como:

$$\Omega_{total} \equiv \frac{\rho_{total}}{\rho_c} = \frac{8\pi G \rho_{total}}{3H(t)^2} ; \Omega_r \equiv \frac{\rho_r}{\rho_c} = \frac{8\pi G \rho_r}{3H(t)^2} ; \Omega_m \equiv \frac{\rho_m}{\rho_c} = \frac{8\pi G \rho_m}{3H(t)^2}$$

$$\Omega_\Lambda \equiv \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c} = \frac{\Lambda}{3H(t)^2} ; \Omega_k \equiv -\frac{\rho_k}{\rho_c} = -\frac{k}{a^2 H(t)^2} ; \Omega_x \equiv \frac{\rho_x}{\rho_c} = \frac{8\pi G \rho_x}{3H(t)^2}$$

Escrevendo a Equação (2.17) em termos dos parâmetros adimensionais de densidade, temos:

$$\Omega_k = (1 - \Omega_{total}) \begin{cases} \Omega_{total} = 1 & \Omega_k = 0 & k = 0 & \text{universo plano} \\ \Omega_{total} < 1 & \Omega_k > 1 & k = -1 & \text{universo aberto} \\ \Omega_{total} > 1 & \Omega_k < 1 & k = 1 & \text{universo fechado} \end{cases} , \quad (2.18)$$

vemos ainda que,

$$\Omega_k + \Omega_{total} = 1 \Rightarrow \Omega_k + \Omega_r + \Omega_m + \Omega_\Lambda + \Omega_x = 1.$$

Nesta dissertação, adotamos que as quantidades com subscrito 0 denotam seus valores no tempo presente  $t_0$ , sendo assim, as expressões anteriores para  $t_0$  tornam-se:

$$\Omega_{0total} \equiv \frac{\rho_{0total}}{\rho_c} = \frac{8\pi G \rho_{0total}}{3H_0^2} ; \Omega_{0r} \equiv \frac{\rho_{0r}}{\rho_c} = \frac{8\pi G \rho_{0r}}{3H_0^2} ; \Omega_{0m} \equiv \frac{\rho_{0m}}{\rho_c} = \frac{8\pi G \rho_{0m}}{3H_0^2}$$

$$\Omega_{0\Lambda} \equiv \frac{\rho_{0\Lambda}}{\rho_c} = \frac{\Lambda}{3H_0^2} ; \Omega_{0k} \equiv -\frac{\rho_{0k}}{\rho_c} = -\frac{k}{a_0^2 H_0^2} ; \Omega_{0x} \equiv \frac{\rho_{0x}}{\rho_c} = \frac{8\pi G \rho_{0x}}{3H_0^2}$$

$$\Omega_{0k} + \Omega_{0r} + \Omega_{0m} + \Omega_{0\Lambda} + \Omega_{0x} = 1.$$

Definindo o parâmetro de Hubble como  $H(t) \equiv H_0 E(t)$ , podemos mostrar, usando a Equação (2.14) e alguns dos parâmetros adimensionais de densidades definidos anteriormente, que a Equação (2.16) pode ser expressa como se segue,

$$E(t) = \sqrt{\Omega_{0\Lambda} + \Omega_{0r} a^{-4} + \Omega_{0m} a^{-3} + \Omega_{0x} a^{-3(1+w_x)} + \Omega_{0k} a^{-2}}, \quad (2.19)$$

onde, também foi usado, o respectivo valor de  $w_i$  para cada componente e a normalização  $a_0 = 1$ .

Geralmente, o estudo da aceleração do universo em modelos cosmológicos é realizado através da definição do parâmetro de desaceleração  $q(t)$ , definido como:

$$\begin{aligned}
q(t) &= -\frac{1}{H^2} \cdot \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = \frac{4\pi G}{3H^2} \left( \sum_i \rho_i + 3 \sum_i p_i \right) - \frac{1}{3} \frac{\Lambda}{H^2} \\
q(t) &= \frac{1}{2\rho_c} \sum_i \rho_i (1 + 3\omega_i) - \Omega_\Lambda = \sum_i \frac{\Omega_i}{2} (1 + 3\omega_i) - \Omega_\Lambda \\
q(t) &= \frac{\Omega_m}{2} + \Omega_r - \Omega_\Lambda + \sum_x \frac{\Omega_x}{2} (1 + 3\omega_x). \tag{2.20}
\end{aligned}$$

Para o tempo presente  $t_0$ , torna-se

$$q_0 = \frac{\Omega_{0m}}{2} + \Omega_{0r} - \Omega_{0\Lambda} + \sum_x \frac{\Omega_{0x}}{2} (1 + 3\omega_{0x}). \tag{2.21}$$

Sendo assim, a taxa de expansão do universo é constante se  $q_0 = 0$ , desacelerada se  $q > 0$ , e acelerada se  $q_0 < 0$ .

Vimos que da equação de Einstein, Equação (2.3), chegamos em duas equações independentes, Equação (2.11) e Equação (2.12), que governam a dinâmica do universo, adicionando a estas duas uma equação de estado, obtivemos expressões e definimos parâmetros, que uma vez determinados os valores, nos dá muita informação e características do universo. Daí, um dos principais objetivos da cosmologia observacional, é definir os valores destes parâmetros a partir das mais diversas observações astronômicas.

## 2.2 Aspectos observacionais

### 2.2.1 O *redshift* cosmológico

O *redshift* (desvio para o vermelho) das linhas espectrais é um fenômeno comum e útil na astronomia. Este fenômeno pode ser causado por três causas distintas [15]:

1. O **Efeito Doppler** da relatividade especial, que surge quando uma fonte de radiação está em movimento relativo a um observador;
2. O ***redshift* gravitacional** da relatividade geral, que é uma consequência da dilatação do tempo gravitacional, que existe entre os observadores que estão relativamente em repouso, mas localizados em regiões de diferentes curvatura do espaço-tempo;

3. O **redshift cosmológico**, que surge quando a fonte e o observador estão separados por distâncias cosmológicamente grandes, em um universo que está se contraindo ou expandindo.

Quantitativamente o *redshift* de uma linha espectral é definida da seguinte forma:

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda}{\lambda}, \quad (2.22)$$

onde  $\lambda_{obs}$  é o comprimento de onda observado ao atingir o seu observador distante, e  $\lambda$  é o comprimento de onda emitido, ou seja, medido na fonte. Podemos notar que,  $z$  é uma relação adimensional e que um valor negativo de  $z$  indica um *blueshift* (desvio para o azul).

O *redshift* de interesse nesta dissertação é o *redshift* cosmológico, que por sua vez, pode ser relacionado com o fator de escala. Para mostrar esta relação, considere um observador na origem de um sistema de coordenadas de FLRW, observando um sinal de luz radial emitido por uma galáxia distante do observador. Assim, sem perda de generalidade, devido à homogeneidade e isotropia, podemos definir as coordenadas de emissão como sendo  $(t, r_1, 0, 0)$  e as coordenadas de observação como  $(t_{obs}, 0, 0, 0)$ . Sabendo que o sinal de luz viaja ao longo de uma geodésica nula,  $ds^2 = 0$ , temos da Equação (2.5) que:

$$0 = dt^2 - a(t)^2 \frac{dr^2}{1 - kr^2} \Rightarrow dt = \pm a(t) \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (2.23)$$

Como o raio de luz viaja em direção a origem das coordenadas, o sinal que devemos escolher é o de menos, fazendo isto e integrando, temos:

$$\int_t^{t_{obs}} \frac{dt}{a(t)} = - \int_{r_1}^0 \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (2.24)$$

Supondo que um segundo sinal é emitido, pela mesma fonte, pouco tempo depois  $t + \delta t$ , e portanto, observado pouco tempo depois do primeiro sinal  $t_{obs} + \delta t_{obs}$ , como este também viaja com geodésica nula, temos:

$$\int_{t+\delta t}^{t_{obs}+\delta t_{obs}} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (2.25)$$

Comparando a Equação (2.24) e a Equação (2.25), obtemos:

$$\int_t^{t_{obs}} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t+\delta t}^{t_{obs}+\delta t_{obs}} \frac{dt}{a(t)}. \quad (2.26)$$

Cada uma destas integrais podem ser escritas como uma soma de duas partes,

$$\begin{aligned} \int_{t+\delta t}^{t_{obs}} \frac{dt}{a(t)} + \int_t^{t+\delta t} \frac{dt}{a(t)} &= \int_{t_{obs}}^{t_{obs}+\delta t_{obs}} \frac{dt}{a(t)} + \int_{t+\delta t}^{t_{obs}} \frac{dt}{a(t)} \\ \int_t^{t+\delta t} \frac{dt}{a(t)} &= \int_{t_{obs}}^{t_{obs}+\delta t_{obs}} \frac{dt}{a(t)}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Ambas as integrais da Equação (2.27), são realizadas em um período muito curto de tempo, de modo que o integrando  $1/a(t)$ , permanece constante durante a curta duração da integração, resultando em:

$$\frac{\delta t}{a(t)} = \frac{\delta t_{obs}}{a(t_{obs})} \quad \text{ou} \quad \frac{\delta t}{\delta t_{obs}} = \frac{a(t)}{a(t_{obs})}. \quad (2.28)$$

Se os sinais são cristas de onda subsequentes, a frequência emitida e observada são respectivamente  $\nu = 1/\delta t$  e  $\nu_{obs} = 1/\delta t_{obs}$ , por outro lado, o comprimento de onda emitido e observado são respectivamente  $\lambda = 1/\nu$  e  $\lambda_{obs} = 1/\nu_{obs}$ , usando estas relações na Equação (2.28), encontramos as seguintes expressões,

$$\nu_{obs} = \nu \frac{a(t)}{a(t_{obs})} \quad \text{e} \quad \lambda_{obs} = \lambda \frac{a(t_{obs})}{a(t)}. \quad (2.29)$$

Substituindo a ultima expressão da Equação (2.29) na Equação (2.22), obtemos a relação do *redshift* cosmológico com o fator de escala,

$$1 + z = \frac{a(t_{obs})}{a(t)}. \quad (2.30)$$

Portanto, da Equação (2.30), vemos que o *redshift* da luz é determinado pela razão entre o valor do fator de escala no tempo de observação e o seu valor no tempo de emissão. Em um universo em expansão, o fator de escala observado é maior do que o emitido  $a(t_{obs}) > a(t)$ , resultando em um  $z > 0$ , ou seja, um *redshift*. Caso contrário, em um universo em contração, temos  $a(t_{obs}) < a(t)$  resultando em um  $z < 0$ , ou seja, um *blueshift*. Se o universo está expandido, quanto mais distante a fonte de luz do observador, maior será a diferença entre o tempo de emissão e de observação, levando à uma maior diferença entre o fator de escala observado e o emitido, resultando em um maior *redshift*.

Concluindo, o *redshift* cosmológico é uma consequência da expansão do espaço, devido o mesmo causar um alongamento no comprimento de onda da radiação enquanto esta está em trânsito entre o ponto de emissão e de observação, em outra palavras, o *redshift* cosmológico é uma consequência do movimento que surge da expansão do espaço, em vez de um movimento através do mesmo [15]. A Figura 2.2, ilustra o que foi dito neste parágrafo.

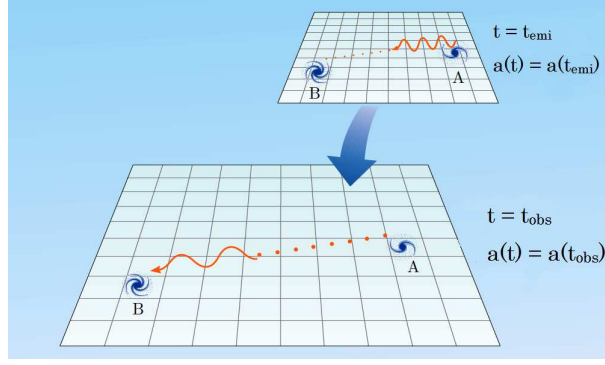


Figura 2.2: Vista esquemática de um *redshift* de origem cosmológica, que é resultado da expansão do espaço (adaptada de [15]).

## 2.2.2 Distância no universo em expansão

### Distância comóvel e distância própria

O conceito de distância em um universo em expansão não é trivial e nem único. Assim, é recomendado um certo cuidado com o significado de distância entre dois pontos em um universo homogêneo, isotrópico e em expansão.

Vimos que, a métrica mais geral para este tipo de universo é a métrica de FLRW, Equação (2.4), que por sua vez, é expressa em termos de coordenadas comóveis à expansão, ou seja, de um sistema de coordenadas que expande junto com o universo, sendo assim, distância entre dois objetos comóveis à expansão, medidas nestas coordenadas, mantêm-se constante. Esta distância, que permanece constante com o tempo, quando dois objetos se afastam devido somente à expansão do universo, é definida como **distância comóvel**  $d_c$ .

A expressão matemática para a distância comóvel  $d_c$ , pode ser obtida da métrica FLRW, partindo da mesma situação criada para chegarmos à Equação (2.24), a qual é definida como distância comóvel <sup>5</sup> [16],

$$d_c \equiv \int_t^{t_{obs}} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \begin{cases} \arcsen(r_1) & k = 1 \\ \arcsenh(r_1) & k = -1 \\ r_1 & k = 0 \end{cases} . \quad (2.31)$$

Por outro lado, sabemos que,

$$\frac{dt}{a} = \frac{dt}{da} \frac{da}{a} \frac{a}{a} = \frac{1}{(da/dt)} \frac{da}{a^2} a = \frac{1}{H(t)} \frac{da}{a^2}, \quad (2.32)$$

<sup>5</sup>Na verdade, a distância comóvel é definida como sendo a Equação (2.24) vezes o valor atual do fator de escala  $a_0$ , no entanto, adotamos aqui a normalização  $a_0 = 1$ , assim, é verdadeira esta definição para distância comóvel, Equação (2.31). É importante também ressaltar que, além de  $a_0$ , adotamos  $c = 1$ .

e que, normalizando ( $a(t_{obs}) = 1$ ), temos da Equação (2.30) que  $a = (1 + z)^{-1}$ , de onde obtemos  $da = -(1 + z)^{-2}dz = -a^2dz$ . Assim, da Equação (2.32), concluímos que,

$$\frac{dt}{a} = -\frac{dz}{H(z)} \Rightarrow \int_t^{t_{obs}} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}. \quad (2.33)$$

Daí, usando a definição  $H(z) \equiv H_0 E(\mathbf{p}; z)$ , podemos escrever a distância comóvel como sendo:

$$d_c = \frac{1}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(\mathbf{p}; z')}, \quad (2.34)$$

onde, a expressão para  $E(\mathbf{p}; z)$ , é obtida substituindo  $a = (1 + z)^{-1}$  na Equação (2.19),

$$E(\mathbf{p}; z) = \sqrt{\Omega_{0\Lambda} + \Omega_{0r}(1 + z)^4 + \Omega_{0m}(1 + z)^3 + \Omega_{0x}(1 + z)^{3(1+w_x)} + \Omega_{0k}(1 + z)^2}, \quad (2.35)$$

onde  $\mathbf{p} \equiv \Omega_{0j}$ ;  $w$  ( $j \equiv m, \Lambda, r, k$  ou  $x$ ) e  $\Omega_{0k} = 1 - \Omega_{total} = 1 - \Omega_{0r} - \Omega_{0m} - \Omega_{0\Lambda} - \Omega_{0x}$ . É importante notar que, toda a cosmologia está contida em  $E(\mathbf{p}; z)$ .

Vimos que a distância comóvel entre dois objetos comóveis à expansão permanece fixa com o tempo, no entanto, é evidente que as distâncias físicas entre objetos comóveis à expansão aumentam, este aumento é proporcional ao fator de escala, que indica o quanto a superfície, ou o universo, se expandiu com o tempo. Multiplicando o fator de escala  $a(t)$ , pela distância comóvel  $d_c$ , determinamos uma distância com significado físico, também chamada **distância própria**  $d_p$ ,

$$d_p = a(t)d_c = \frac{1}{(1 + z)H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(\mathbf{p}; z')}. \quad (2.36)$$

Sabendo que, contrariamente à distância comóvel, a distância própria muda devido à expansão ou contração uniforme do espaço, nos é interessante perguntar quão rapidamente há esta mudança. Daí, definimos a velocidade própria radial  $v_p(t)$ , como a taxa de variação da distância própria em relação ao tempo cósmico [15],

$$v_p(t) = \frac{d}{dt}(d_p) = \frac{d}{dt}(a(t))d_c. \quad (2.37)$$

Usando o fato que  $d_c = d_p/a(t)$ , obtemos a conhecida Lei de Hubble:

$$v_p(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}d_p = H(t)d_p. \quad (2.38)$$

Analisando esta mesma equação para  $t = t_0$ , ou seja, para o momento presente (ou de

forma equivalente, para distâncias próximas), obtemos a lei do astrônomo Hubble<sup>6</sup>,

$$v_p = H_0 d_p, \quad (2.39)$$

onde o parâmetro de Hubble  $H(t)$ , transforma-se na constante de Hubble  $H_0$ .

Como pode ser visto, as propriedades geométricas de um universo com geometria de FLRW, é bastante diferente de um com geometria euclidiana, onde entre outras coisas, temos  $k = 0$  (ver Figura 2.1). Esta diferença fica evidente na expressão para coordenada comóvel radial  $r_1(z)$ , obtida da Equação (2.31),

$$r_1(z) = S_k \left[ \int_t^{t_{obs}} \frac{dt}{a(t)} \right] = S_k \left[ \frac{1}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(\mathbf{p}; z')} \right] \quad \text{onde: } S_k[y] \equiv \begin{cases} \text{sen}(y) & k = 1 \\ \text{senh}(y) & k = -1 \\ y & k = 0 \end{cases} \quad (2.40)$$

Mais detalhes sobre esta definição pode ser encontrada nas referencias [14, 15].

É importante ressaltar que, não se pode medir diretamente a distância própria e nem a distância comóvel. Entre as distâncias que se medem, as mais importantes são as de luminosidade e de diâmetro angular. As quais vamos apresentar a seguir.

### Distância de luminosidade $d_L$

A luminosidade aparente  $l$ , que atinge um observador distante da fonte luminosa, em um universo plano e estático, pode ser expressa em termos na luminosidade absoluta  $L$ , da seguinte forma [14]:

$$l = \frac{L}{A} = \frac{L}{4\pi d^2}, \quad (2.41)$$

onde, a luminosidade absoluta  $L$ , é a quantidade total de energia radiativa emitida por segundo, e a luminosidade aparente  $l$ , é a energia que atravessa cada unidade de área (A) de uma superfície imaginária de raio (d) igual à distância da fonte até o observador, estando a esfera centrada na fonte luminosa.

Para um universo com geometria de FLRW e em expansão, a Equação (2.41) precisa de modificações, visto que, ao considerarmos grandes distâncias, ou seja, grandes *redshifts* ( $z > 0, 1$ ), os efeitos da expansão cosmológica sobre a determinação de grandezas físicas,

---

<sup>6</sup>Note que há uma distinção entre a "lei do astrônomo Hubble", Equação (2.39), e a lei que foi obtida posteriormente e que denominaremos Lei de Hubble, Equação (2.38). A principal diferença é que a primeira possui validade limitada, enquanto que a última, é sempre válida (mais detalhes em [59]).



especialmente distância, devem ser consideradas. São essas medidas que podem nos dizer se o universo está em expansão acelerada ou desacelerada, e com que rapidez o mesmo expande. Neste caso específico, as modificações são por três razões [11]:

1. No momento  $t_0$  em que a luz atinge o observador, a área (A) apropriada de uma esfera desenhada à volta da fonte luminosa, é dada pela métrica de FLRW, Equação (2.4),  $A = 4\pi a_0^2 r_1^2$ , onde  $r_1$  é a coordenada radial comóvel do observador, visto a partir da fonte luminosa, que é igual à coordenada radial da fonte luminosa, visto a partir do observador (ver Figura 2.3(a));
2. A taxa de chegada dos fótons individuais é mais baixa do que a taxa em que foram emitidos, por um fator dado por:  $a(t)/a_0 = 1/(1+z)$ ;
3. A energia  $h\nu_0$  dos fótons individuais detectados pelo observador, é menor do que a energia  $h\nu$  com a qual eles foram emitidos, dada pelo mesmo fator,  $1/(1+z)$ .

Assim, considerando as modificações citadas anteriormente, a fórmula correta para luminosidade aparente  $l$ , para qualquer grandeza de distância em um universo com geometria de FLRW e em expansão, é dada por:

$$l = \frac{L}{4\pi(a_0 r_1)^2(1+z)^2}. \quad (2.42)$$

A partir disto, definimos **distância de luminosidade**  $d_L$ , como sendo uma distância que mantém válida a Equação (2.41), mesmo em um universo com geometria de FLWR e em expansão. Portanto, expressa da seguinte forma,

$$d_L = \left( \frac{L}{4\pi l} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.43)$$

Finalmente, substituindo a Equação (2.42) na Equação (2.43), obtemos a seguinte expressão para  $d_L$ ,

$$d_L = a_0(1+z)r_1. \quad (2.44)$$

Podemos ainda, reescrever a expressão acima de  $d_L$ , usando a equação  $\Omega_{0k} = -\frac{k}{a_0^2 H_0^2}$ , e a Equação (2.40), onde obtemos, para uma fonte observada hoje, no *redshift*  $z$ , a expressão

$$d_L = \frac{\sqrt{-k}(1+z)}{H_0 \sqrt{\Omega_{0k}}} S_k \left[ \frac{\sqrt{\Omega_{0k}}}{\sqrt{-k}} \int_0^z \frac{dz'}{E(\mathbf{p}; z')} \right], \quad (2.45)$$

usamos também, a normalização  $a_0 = 1$ . Esta forma é geral e válida para qualquer curvatura.

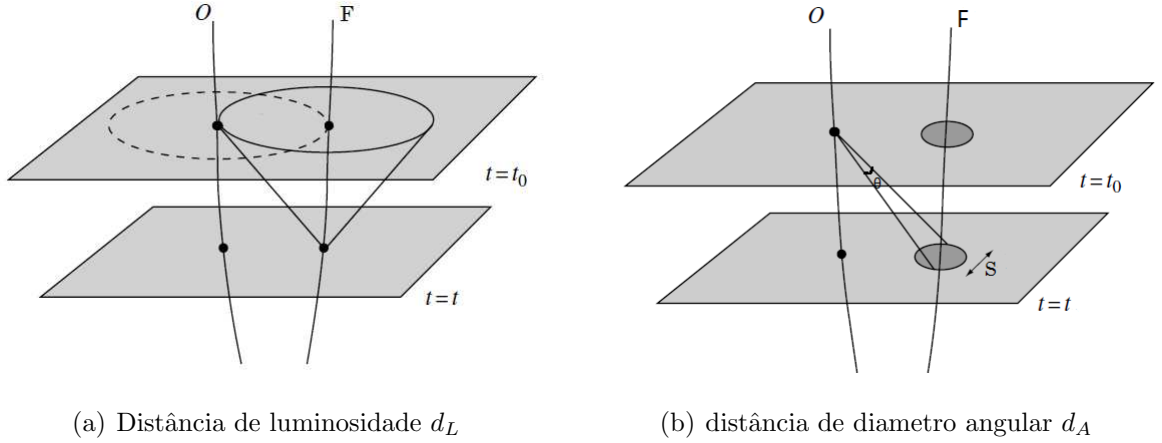


Figura 2.3: Geometria associada com a definição da distância de luminosidade  $d_L$ , e distância de diâmetro angular  $d_A$ , respectivamente. Com uma dimensão espacial suprimida (adaptada de [14]).

### Distância de diâmetro angular $d_A$

Suponha uma fonte de luz  $F$ , com diâmetro próprio  $S$ , a uma distância radial  $d$  do observador, em um espaço euclidiano (plano). O seu diâmetro angular  $\theta$ , é dado por:

$$\theta = \frac{S}{d}. \quad (2.46)$$

Por outro lado, em um universo com geometria de FLRW e em expansão, a distância física radial do observador a uma fonte luminosa, no momento  $t$ , em que o luz observada foi emitida, é dada por  $a(t)r_1$  (ver Figura 2.3(b)). Sendo assim, a expressão para o diâmetro angular, Equação (2.46), para este universo torna-se:

$$\theta = \frac{S}{a(t)r_1}. \quad (2.47)$$

A **distância de diâmetro angular**  $d_A$ , é definida de modo que o diâmetro angular  $\theta$ , é dado pela relação habitual da geometria euclidiana, Equação (2.46). Logo, expresso como,  $d_A = S/\theta$ , que por sua vez, comparando com a Equação (2.47), obtemos:

$$d_A = a(t)r_1. \quad (2.48)$$

Comparando a Equação (2.48) com a Equação (2.44), obtemos uma importante relação, conhecida na cosmologia como Relação de Dualidade de Distância Cômica,

$$d_A = \frac{d_L}{(1+z)^2}. \quad (2.49)$$

Desta expressão, vemos que a razão de  $d_A$  com  $d_L$ , é simplesmente uma função do *redshift*, logo, independente que qualquer cosmologia adotada. Comparando a Equação (2.45) com a Equação (2.49), é fácil ver quer,

$$d_A = \frac{\sqrt{-k}}{H_0 \sqrt{\Omega_{0k}} (1+z)} S_k \left[ \frac{\sqrt{\Omega_{0k}}}{\sqrt{-k}} \int_0^z \frac{dz'}{E(\mathbf{p}; z')} \right]. \quad (2.50)$$

Lembrando que,  $S_k[y] = \text{sen}(y)$ ,  $\text{senh}(y)$ ,  $y$  para  $k = 1$ ,  $k = -1$  e  $k = 0$ , respectivamente. É importante frisar que, todas estas abordagens para a medição da distância são equivalentes em um espaço plano e estático, mas como vimos, em um espaço com geometria de FLRW e em expansão são relativamente diferentes.

### 2.2.3 Idade do universo e o *Lookback Time*

Definimos o tempo como sendo zero ( $t = 0$ ), quando corresponde a um fator de escala igual zero ( $a = 0$ ), que equivale a um *redshift* infinito, visto que  $a/a_0 = 1/(1+z)$ . Esta definição é útil para encontrarmos uma expressão que represente a idade do universo em um *redshift*  $z$  qualquer. Tal expressão, pode ser obtida a partir da Equação (2.33),

$$dt = -a \frac{dz}{H(z)} \Rightarrow \int_0^{t(z)} dt = - \int_\infty^z a \frac{dz'}{H(z')}, \quad (2.51)$$

onde, usando a definição  $H(z) \equiv H_0 E(\mathbf{p}; z)$ , temos:

$$t(z) = \frac{1}{H_0} \int_z^\infty \frac{dz'}{(1+z')E(\mathbf{p}; z')}, \quad (2.52)$$

que representa a idade do universo em um  $z$  qualquer. A idade total do universo  $t_0$ , é obtida tomando  $z = 0$  na equação anterior,

$$t_0 = \frac{1}{H_0} \int_0^\infty \frac{dz'}{(1+z')E(\mathbf{p}; z')}. \quad (2.53)$$

A relação de *Lookbak time - redshift*, é definida como a diferença entre a idade do universo hoje ( $t_0$ ) e sua idade quando um raio de luz em particular num certo *redshift*  $z$  foi emitido ( $t(z)$ ). Assim, subtraindo a Equação (2.52) da Equação (2.53), obtemos a relação *Lookbak time - redshift*,

$$t_L(z) = t_0 - t(z) = \frac{1}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{(1+z')E(\mathbf{p}; z')}. \quad (2.54)$$

## 2.3 Radiação Cósmica de Fundo

A Radiação Cósmica de Fundo (RCF) é uma predição da teoria do *Big Bang*. Segundo esta teoria, o universo primordial era muito quente e denso, constituído por um plasma de fótons, elétrons e bárions. A taxa de espalhamento destes fótons primordiais com este plasma era tão alta que o livre caminho médio destes fótons era menor que o raio de Hubble<sup>7</sup>, isto implica que os fótons estavam aprisionados a este plasma, portanto, em equilíbrio térmico com o mesmo, impedindo, através das constantes interações via Efeito Compton, a formação de estruturas barônicas. No entanto, com a gradual expansão do universo, a densidade e temperatura deste plasma diminuem, permitindo que os núcleos atômicos de Hidrogênio e Hélio passem a se combinar com os elétrons formando os átomos. Este período, no qual o universo passa a ser eletricamente neutro, é denominado de recombinação. A partir de então, a taxa de espalhamento é drasticamente reduzida, aumentando o livre caminho médio dos fótons, dando início à era do desacoplamento, onde a radiação formada por estes fótons primordiais desacopla do plasma e passa a se propagar livremente pelo espaço. Remanescentes desta radiação primordial forma hoje o que chamamos de Radiação Cósmica de Fundo.

A ideia da existência desta radiação surgiu pela primeira vez na década de quarenta, nos trabalhos publicados por George Gamow e colaboradores [17]. Em 1964, dois rádio-astrônomos americanos Penzias e Wilson, da *Bell Telephone Laboratories*, detectaram um sinal isotrópico no comprimento de onda de rádio, correspondente a uma temperatura de corpo negro de  $T = 3,5 \pm 1$  K [18]. A radiação detectada não estava relacionada com nenhuma fonte de rádio local, do Sistema Solar ou da nossa galáxia, na verdade, intencionalmente eles haviam detectado a RCF predita por George Gamow e colaboradores, um fóssil remanescente do início do universo. Esta descoberta rendeu a Penzias e Wilson o Prêmio Nobel de Física de 1978.

Ao longo dos anos seguintes, vários experimentos foram desenvolvidos para estudar acuradamente a RCF, o de maior destaque foi o satélite COBE (*Cosmic Background Explorer*), lançado em 1989, ele foi capaz de demonstrar entre outras coisas que a RCF segue com muita precisão a distribuição de corpo negro, como mostra a Figura 2.4. Por se ajustar bem à curva de corpo negro, é possível obter com boa precisão a temperatura desta

---

<sup>7</sup>O raio de Hubble, também conhecido como distância de Hubble ( $d_H$ ), representa o raio do universo observável. A medida atual desta distância é  $d_H = c/H_0 = 3000h^{-1}\text{Mpc}$ , onde  $H_0 = 100h \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ .

radiação, que atualmente apresenta um valor de aproximadamente  $2,72548 \pm 0,00057$  K [19]. O estudo da RCF foi, e está sendo, crucial para o desenvolvimento da Cosmologia, a partir deste estudo foi possível, por exemplo, montar a história cósmica dos últimos bilhões de anos relacionando tempo com temperatura.

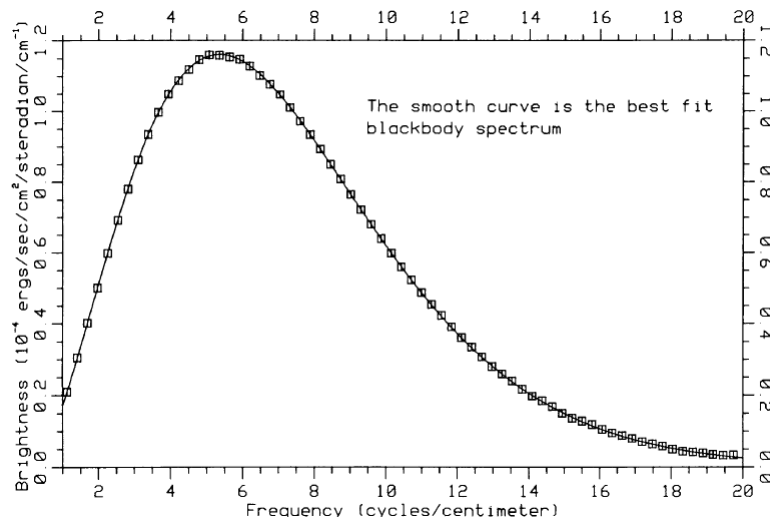


Figura 2.4: Espectro da Radiação Cósmica de Fundo medido pelo satélite COBE (extraído de [20]).

Em 2001 a NASA lançou o satélite WMAP (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*), com maior precisão e sensibilidade que o COBE, operou até 2010, durante seu funcionamento realizou medidas das flutuações de temperaturas da RCF, chamadas de anisotropias. Medidas mais recentes realizadas pelo WMAP, após subtrair efeitos de anisotropia de dipolo<sup>8</sup> e da nossa própria galáxia, nos mostra que a RCF é muito uniforme, apresentando anisotropias da ordem apenas de  $\Delta T/T \simeq 10^{-5}$ , Figura 2.5, mostrando assim que o universo primordial era muito homogêneo, estabelecendo uma das evidências mais fortes para a homogeneidade de larga escala do universo, conforme postulado pelo Princípio Cosmológico.

Apesar de muito pequena, a existência dessas anisotropias é de extrema importância para o estudo do universo. A partir do seu estudo é possível, entre outras coisas, termos um melhor entendimento do processo de crescimento de estruturas e restringir parâmetros cosmológicos. Na Tabela 2.2 é apresentado restrições de parâmetros cosmológicos baseados nos nove anos finais de dados do WMAP e em conjunto com uma série de

<sup>8</sup>Distorção na distribuição de temperatura da RCF devido ao efeito Doppler decorrente do movimento relativo da Terra em relação às coordenadas comóveis.

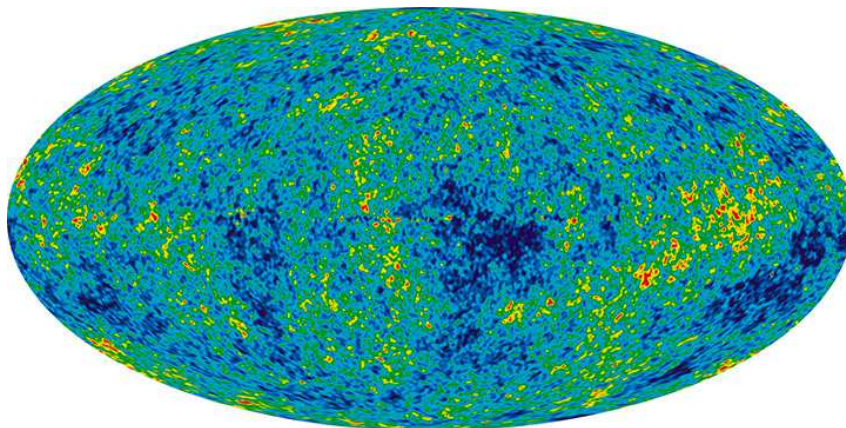


Figura 2.5: Imagem detalha das inhomogeneidades presentes na RCF criada a partir de nove anos de dados do WMAP após subtração da contaminação devido a fontes galáticas. A imagem revela flutuações de temperatura (mostradas como diferenças de cor) da ordem de  $10^{-5}$ . Créditos: NASA/WMAP Science Team.

dados cosmológicos adicionais (WMAP + eCMB + BAO +  $H_0$ ) [21].

Em 14 de maio de 2009, foi lançado o satélite espacial *Planck* da Agência Espacial Europeia (ESA - *European Space Agency's*), seu principal objetivo foi medir as anisotropias da RCF, com precisão definida por limites fundamentais astrofísicos. O seu nível de desempenho está permitindo extrair praticamente todas as informações que podem ser obtidas a partir das anisotropias da RCF. O *Planck* também mediu com alta precisão a polarização das anisotropias da RCF, que codifica não só uma riqueza de informações cosmológica, mas também fornece uma exploração única da história térmica do universo durante o tempo em que as primeiras estrelas e galáxias se formaram [22]. Assim, é esperado que dados fornecidos pelo *Planck* forneça respostas a muitas questões fundamentais sobre o início da história e evolução do nosso universo. Especificamente, dados que permita definir estreitas restrições sobre os parâmetros cosmológicos; estudar a história de ionização do universo; investigar a dinâmica da era inflacionária; e testar físicas fundamentais, além da inflação.

O satélite *Planck* funcionou perfeitamente por 30 meses, cerca de duas vezes o período inicialmente exigido. No entanto, foi desligado em 23 de outubro de 2013. Os dados de alta qualidade que a missão produziu continuará a ser cientificamente explorados nos próximos anos [23]. As descobertas científicas da missão são apresentadas em uma série de artigos, cujo os *links* então no site <<http://www.cosmos.esa.int/web/planck/publications>>.

Parâmetro	Símbolo	WMAP	Combinados
Parâmetros $\Lambda$ CDM Planos			
Densidade física de bárions	$\Omega_b h^2$	$0.02264 \pm 0.00050$	$0.02223 \pm 0.00033$
Densidade física da matéria escura fria	$\Omega_c h^2$	$0.1138 \pm 0.0045$	$0.1153 \pm 0.0019$
Densidade da energia escura	$\Omega_\Lambda$	$0.721 \pm 0.025$	$0.7135^{+0.0095}_{-0.0096}$
Perturbação da curvatura	$10^9 \Delta_R^2$	$2.41 \pm 0.10$	$2.464 \pm 0.072$
Índice espectral escalar	$n_s$	$0.972 \pm 0.013$	$0.9608 \pm 0.0080$
Profundidade óptica da reionização	$\tau$	$0.089 \pm 0.014$	$0.081 \pm 0.012$
Parâmetros Derivados			
Idade do universo (Ganos)	$t_0$	$13.74 \pm 0.11$	$13.772 \pm 0.059$
Parâmetro Hubble ( $\text{kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ )	$H_0$	$70.0 \pm 2.2$	$69.32 \pm 0.80$
Flutuações de densidade	$\sigma_8$	$0.821 \pm 0.023$	$0.820^{+0.013}_{-0.014}$
Densidade de bárions/densidade crítica	$\Omega_b$	$0.0463 \pm 0.0024$	$0.04628 \pm 0.00093$
Densidade de matéria escura fria/densidade crítica	$\Omega_c$	$0.233 \pm 0.023$	$0.2402^{+0.00093}_{-0.0087}$
<i>Redshift</i> da igualdade matéria - radiação	$z_{eq}$	$3265^{+106}_{-105}$	$3293 \pm 47$
<i>Redshift</i> de reionização	$z_{reion}$	$10.6 \pm 1.1$	$10.1 \pm 1.0$

Tabela 2.2: Valores dos principais parâmetros do Modelo  $\Lambda$ CDM Plano, referente aos mais recentes dados do WMAP (9 anos) e dados combinados (WMAP + eCMB + BAO +  $H_0$ ). A lista completa de valores de parâmetros para este modelo, com combinações de dados adicionais, pode ser encontrada em <http://lambda.gsfc.nasa.gov/> [21].

## 2.4 Constituintes predominantes do universo

Sabemos hoje que a matéria escura e a energia escura constituem cerca de 95% de todo o conteúdo de matéria-energia do universo, sendo assim, os dois componentes predominantes. Mesmo sendo tão abundante, sabemos muito pouco sobre a natureza destas componentes, o que temos em número relativamente alto, são evidências que levaram a supor sua existência. Algumas dessas evidências citaremos nas duas seções seguintes.

### 2.4.1 A matéria escura

Considerações acerca da nucleossíntese primordial conduz à conclusão de que a maior parte da massa do universo não está na forma de matéria bariônica, ou seja, de núcleos atômicos e elétrons. Esta conclusão é poderosamente reforçada pelas observações das anisotropias da Radiação Cósmica de Fundo [11]. Isso nos leva a considerar um outro

tipo de matéria, para complementar a massa estimada do universo pela observações, uma matéria escura, que não emite e nem interage de forma significativa com a radiação, tornando assim, impossível de podermos "vê-la".

Como não interage eletromagneticamente, a matéria escura só é detectada através da sua influência gravitacional sobre a dinâmica da matéria bariônica e até mesmo da luz, como no caso das lentes gravitacionais fracas. As primeiras evidências indicando a existência de matéria escura começaram a surgir em meados dos anos de 1930 com os trabalhos de Fritz Zwicky [24], que ao analisar a dinâmica do aglomerado de Coma, chegou a uma razão de massa-luminosidade muito alta, ou seja, que a massa dinâmica deste aglomerado é muito maior que a massa luminosa, indicando assim, que a maior parte da matéria é escura.

Tanto na nossa como em outras galáxias espirais próximas, deveríamos esperar que a velocidade de rotação observada crescesse proporcionalmente à distância radial, até certo ponto, e então decrescesse por ter atingido o regime kepleriano. Na década de 1970, ao medir a curva de rotação da galáxia de Andrômeda, Rubin e Ford [25], constataram que as curvas de rotação simplesmente se recusavam a decrescer, se mantendo praticamente constante, desobedecendo à previsão de atingir o regime kepleriano. A explicação mais viável para este fenômeno inesperado, levou à inclusão de uma matéria escura não bariônica. Curvas de diversas outras galáxias já foram medidas e apresentam o mesmo comportamento. A Figura 2.6, mostra a curva de rotação para quatro galáxias espirais [26], exemplificando o que foi discutido aqui.

Na literatura, existem duas classificações para a matéria escura, a matéria escura fria CDM (*cold dark matter*) e a matéria escura quente HDM (*hot dark matter*). No entanto, a matéria escura quente (ou relativística) não explica a formação hierárquica das estruturas do universo. Observações mostram que as primeiras estrelas do universo se formaram antes das galáxias, as galáxias antes dos aglomerados e assim por diante. Este padrão é previsto supondo a matéria escura sendo fria (ou não-relativística), por isto, acredita-se que a maior parte da matéria escura seja não-relativística.

A matéria escura é crucial para qualquer modelo cosmológico moderno e sua existência é bem consolidada devido ao acúmulo gradual de evidências. No entanto, a natureza real desta matéria que parece permear o universo ainda é pouco conhecida.

O parâmetro de densidade  $\Omega_m$ , representa a contribuição da matéria escura e da



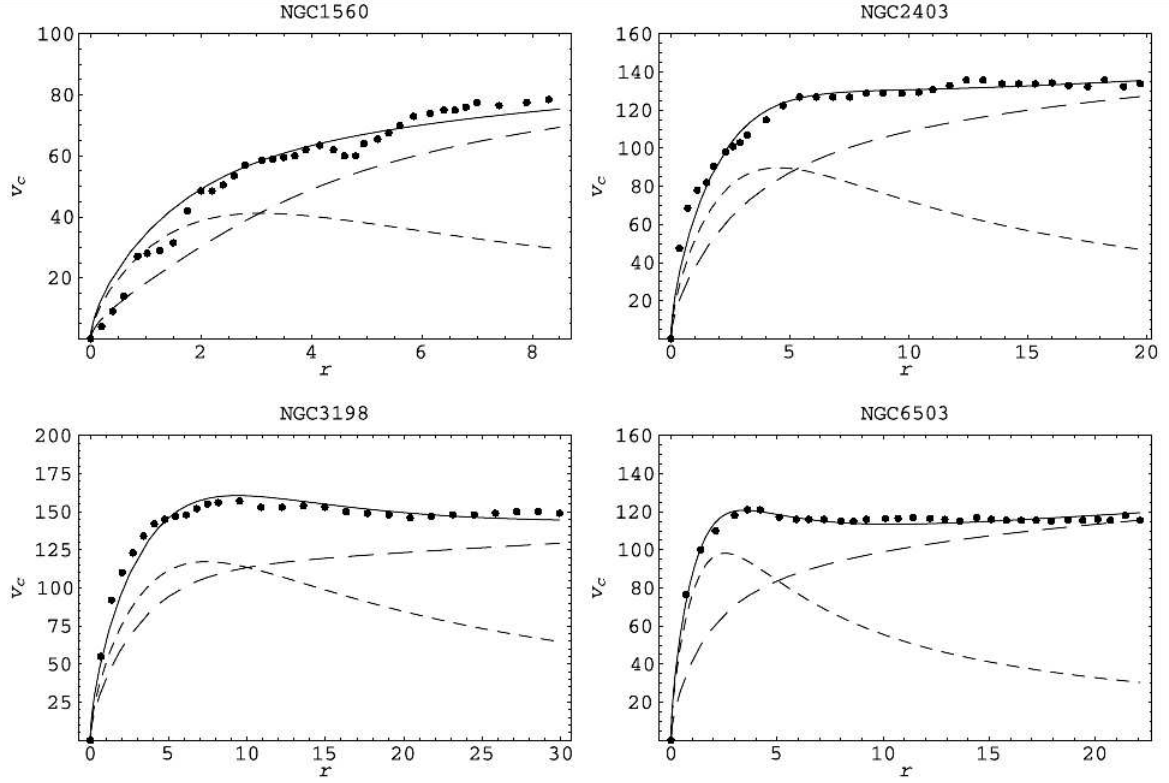


Figura 2.6: Os perfis de velocidade de rotação de quatro galáxias espirais. As curvas preenchidas representam a velocidade total de rotação ( $V_C$ ); as curvas com quebras-longas representam a contribuição da matéria escura à velocidade total; as curvas com quebras-curtas representam a contribuição da matéria luminosa; finalmente, os círculos cheios representam os dados observados. A unidade do eixo vertical é em  $km/s$  e a do eixo horizontal é em  $kpc$  (extraído de [26]).

matéria bariônica. O valor deste parâmetro já foi determinado de diversas maneiras em diversas escalas de distância, como feito por Garcia-Bellido [27], onde obteve um valor médio de  $\Omega_m = 0.25 \pm 0.07$ , com 95% de confiança estatística.

## 2.4.2 Energia escura

Observações de Supernovas de Tipo Ia (SNe Ia), realizadas por dois grupos independentes, o *Supernova Cosmology Project* (SCP) e o *High-z Supernova Search Team* (HSST), indicam que o universo encontra-se em uma fase de expansão acelerada<sup>9</sup>[28, 29]. Esse resultado é extremamente importante, por ser a primeira evidência direta de que o

<sup>9</sup>Isso não significa contudo que a expansão do universo foi sempre acelerada, pelo contrário, observações indicam que no passado remoto a expansão era desacelerada.

universo está em expansão acelerada, indo de encontro ao que se esperava na época, uma expansão desacelerada, tendo em vista que a gravidade decorrente da matéria (escura e bariônica) é atrativa e portanto ela desacelera a expansão.

O grupo SCP estudou 42 SNe Ia com *redshifts* entre 0,18 e 0,83, juntamente com um conjunto de 18 SNe Ia com *redshifts* menores que 0,1 [29]. Usando o modelo  $\Lambda$ CDM<sup>10</sup> como modelo fiducial, os dados descartam com um nível de confiança de 99% o caso  $\Omega_\Lambda \leq 0$ . Para uma cosmologia plana ( $\Omega_{0k} = 0$ ) e com  $\Omega_{0r} = \Omega_{0x} = 0$ , de forma que tenhamos  $\Omega_{0\Lambda} + \Omega_{0m} = 1$ , o melhor ajuste foi de  $\Omega_{0m} = 0,28$ , e, portanto,  $\Omega_{0\Lambda} = 0,72$ . Aplicando esses resultados na Equação (2.58), encontramos um parâmetro de desaceleração negativo,  $q_0 = -0,58$ , indicando que a expansão do universo está em uma fase acelerada. Estes resultados estão apresentados na Figura 2.7.

Já o grupo HSST [28] estudou 16 SNe Ia com *redshift* entre 0,16 e 0,97, incluindo duas do SCP, e 34 SNe Ia em baixos *redshifts*, chegando a conclusão de que, para um modelo  $\Lambda$ CDM independente de curvatura espacial, temos um  $\Omega_\Lambda > 0$  com um nível de 99,7% de confiança estatística. O melhor ajuste para um modelo plano foi de  $\Omega_{0m} = 0,28$ , e, assim,  $\Omega_{0\Lambda} = 0,72$ . Obtendo, portanto, um  $q_0 < 0$  com 95% de confiança estatística, indicando novamente uma expansão acelerada. Estes resultados estão apresentados na Figura 2.8.

Portanto, de acordo com a análise dos dados de SNe Ia, o universo encontra-se atualmente em expansão acelerada, sugerindo que ele não é predominantemente composto por matéria (bariônica e escura), pois se o fosse, o caráter atrativo da matéria provocaria uma desaceleração da expansão, e não uma aceleração. Além disto, resultados da análise da RCF e da Inflação, indicam fortemente que o universo é plano. Mas, se  $\Omega_{total} = 1$  e estimativas do parâmetro de densidade de matéria indicam um valor da ordem de  $\Omega_{0m} \approx 0,3$ , que substância é essa, responsável por aproximadamente 70% de todo o conteúdo de matéria-energia do universo, dominando assim a sua dinâmica, sendo então a responsável pelo atual estágio de expansão acelerada?

Essa é uma importante questão a qual não temos ainda uma resposta. Na verdade, existem algumas respostas possíveis, mas as observações atuais ainda não permitem definir qual delas é a mais adequada [30]. A alternativa mais conservadora é manter a TRG, mas admitir a existência de um fluido exótico com pressão negativa chamado de energia escura,

---

<sup>10</sup>Apresentado na seção 2.5.1

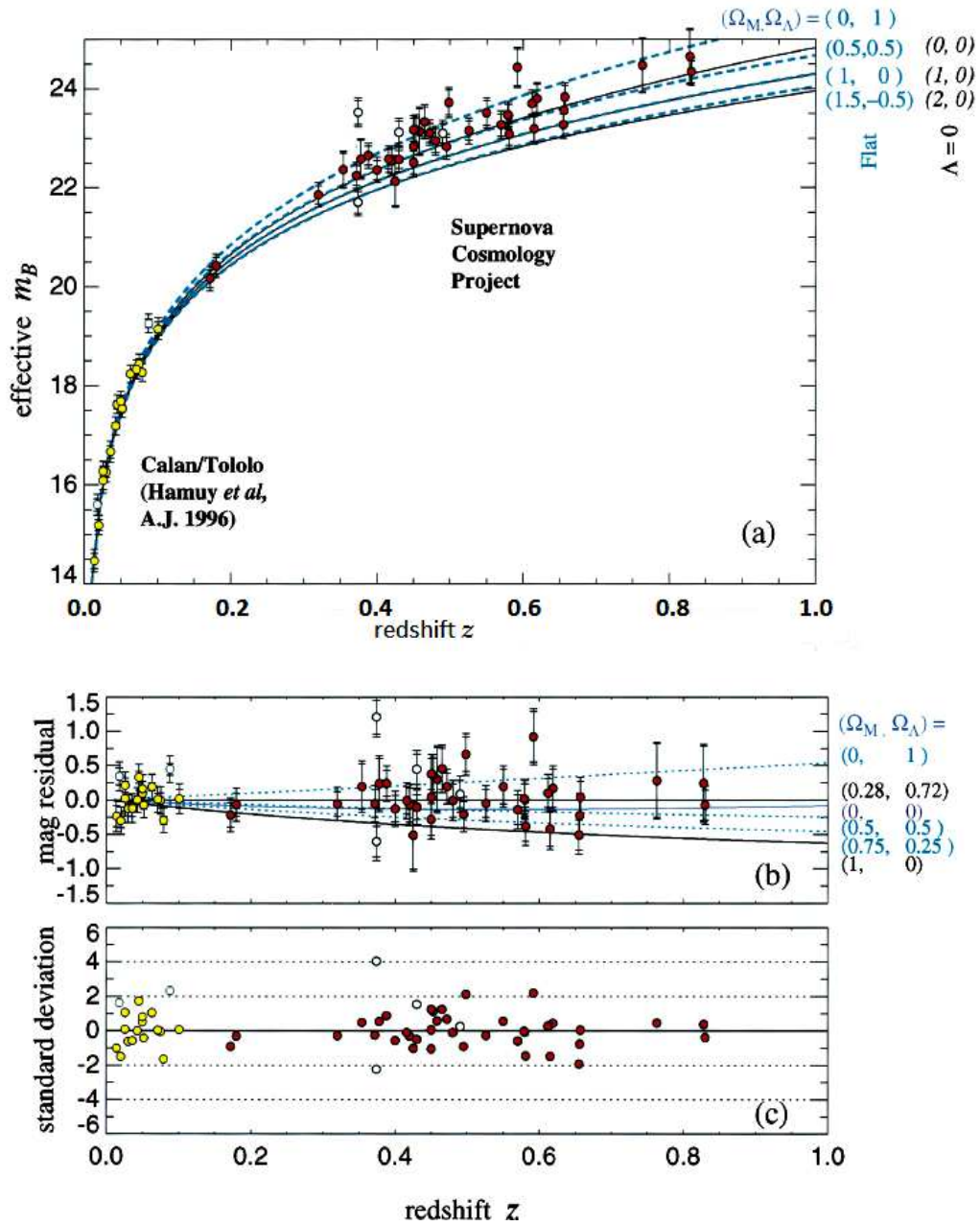


Figura 2.7: Evidência da aceleração do universo obtida com 42 SNe Ia em altas *redshifts* observadas pelo SCP e 18 SNe Ia em baixos *redshifts* do *Calan-Tololo Supernovae Survey*, plotado em uma escala linear de *redshift* para exibir detalhes em altas *redshifts* (extraída de [29]).

sendo a constante cosmológica (ou energia do vácuo) a candidata mais simples.

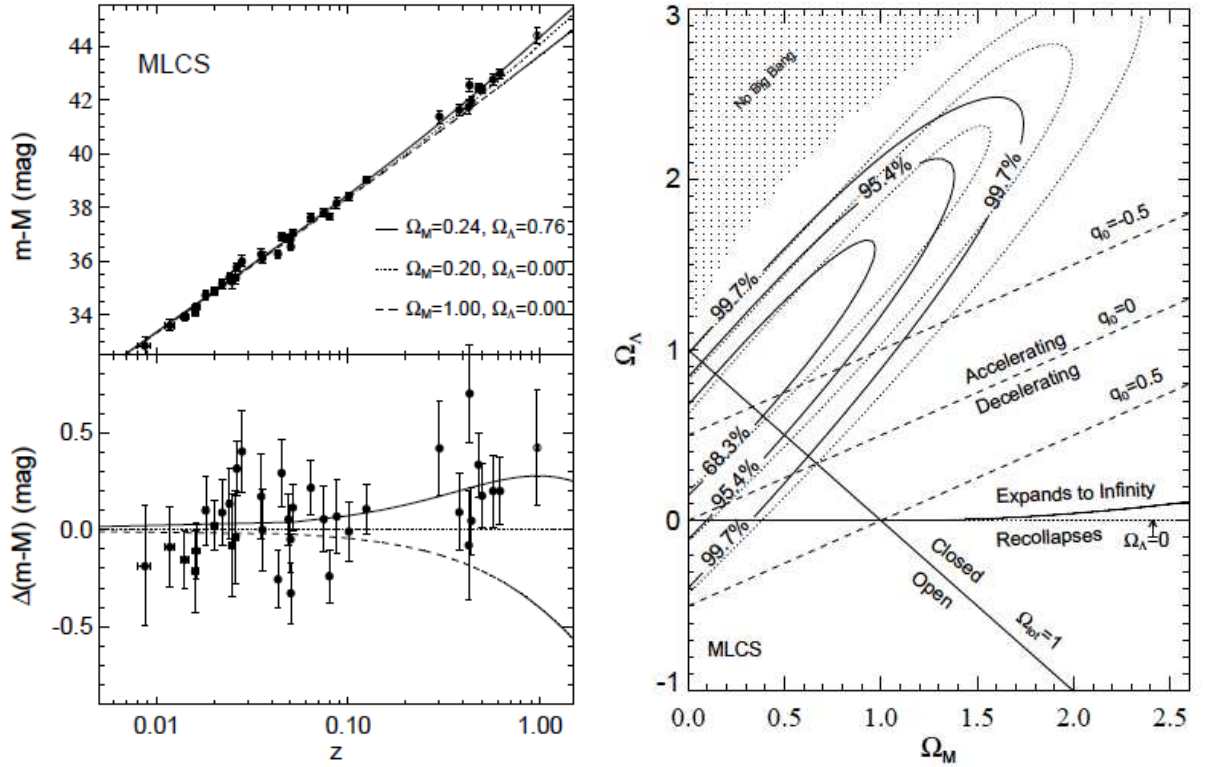


Figura 2.8: Evidência da aceleração do universo obtida com 16 SNe Ia em altas *redshifts*, incluindo duas SNe Ia do SCP, e 34 em baixos *redshifts* observadas pelo grupo HSST. A figura superior do lado esquerdo, mostra o diagrama de Hubble, a inferior do lado esquerdo, mostra a magnitude residual de um modelo com  $\Omega_m = 0, 2$  e  $\Omega_\Lambda = 0$ , e a figura do lado direito, mostra o plano  $\Omega_m - \Omega_\Lambda$ , onde é ilustrado alguns cenários cosmológicos (extraída de [28]).

## 2.5 Modelos cosmológicos

### 2.5.1 Modelo $\Lambda$ CDM

O modelo  $\Lambda$ CDM (Lambda *Cold Dark Matter*), também conhecido como modelo de Concordância Cósmica, é considerado o atual modelo padrão da Cosmologia, por ser o modelo mais simples e elegante que melhor se ajusta às observações e aos dados experimentais.

Este modelo cosmológico considera o universo dominado por energia escura (na forma de constante cosmológica  $\Lambda$ ) e matéria escura fria CDM, com uma contribuição de apenas, aproximadamente, 4% de matéria bariônica. Além disso, considera a energia escura o mecanismo causador da expansão acelerada do universo, muitas vezes interpretada

como energia do vácuo, com densidade dada por:

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G}, \quad (2.55)$$

considerada um fluido perfeito de pressão negativa, com a seguinte equação de estado,

$$p_\Lambda = -1\rho_\Lambda = -\frac{\Lambda}{8\pi G}. \quad (2.56)$$

O modelo  $\Lambda$ CDM, assim como sugerem as observações, considera o universo com curvatura espacial nula ( $k = 0, \Omega_k = 0$ ) e considera desprezível, frente à densidade de matéria e constante cosmológica, a densidade de energia da radiação<sup>11</sup> ( $\Omega_r = 0$ ) e qualquer outro componente desconhecido ( $\Omega_x = 0$ ). Neste caso, teremos  $\Omega_{total} = \Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$ , e a Equação (2.35) e a Equação (2.21), tornam-se:

$$E(\mathbf{p}; z) = \sqrt{\Omega_{0m}(1+z)^3 + \Omega_{0\Lambda}} \quad (2.57)$$

e

$$q_0 = \frac{\Omega_{0m}}{2} - \Omega_{0\Lambda}. \quad (2.58)$$

Algumas propriedades do modelo podem ser relaxadas. Nesta dissertação, trabalhamos com o modelo  $\Lambda$ CDM **Curvo**, no qual, é relaxada a curvatura espacial, ou seja, é assumida a possibilidade da mesma ser diferente de zero. Daí, temos  $\Omega_k = 1 - \Omega_{total} = 1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda$  e a Equação (2.35) e a Equação (2.21) tonam-se:

$$E(\mathbf{p}; z) = \sqrt{\Omega_{0m}(1+z)^3 + \Omega_{0\Lambda} + \Omega_{0k}(1+z)^2} \quad (2.59)$$

e

$$q_0 = \frac{\Omega_{0m}}{2} + \Omega_{0k} - \Omega_{0\Lambda}. \quad (2.60)$$

Então, usando a Equação (2.59) na Equação (2.50), obtemos a distância de diâmetro angular  $d_A$ , para o modelo  $\Lambda$ CDM Curvo, dada por:

$$d_A = \frac{h^{-1}\sqrt{-k}}{\sqrt{\Omega_{0k}(1+z)}} S_k \left[ \frac{\sqrt{\Omega_{0k}}}{\sqrt{-k}} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_{0m}(1+z')^3 + \Omega_{0\Lambda} + \Omega_{0k}(1+z')^2}} \right] \text{Mpc}, \quad (2.61)$$

onde foi adotado  $H_0 = h \cdot 100 \text{kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ , e lembrando que,  $c = a_0 = 1$  e  $S_k[y] = \text{sen}(y)$ ,  $\text{senh}(y)$ ,  $y$  para  $k = 1$ ,  $k = -1$  e  $k = 0$ , respectivamente.

Apesar de fornecer um bom ajuste com os principais dados observacionais, o modelo  $\Lambda$ CDM tem suas limitações e inconsistências. A principal delas é o chamado problema da constante cosmológica. Por esta razão, diversos outros modelos cosmológicos são propostos, assim como, o apresentado na seção seguinte.

<sup>11</sup>Exceto, claro, na era da radiação.

## 2.5.2 Modelo XCDM

Neste modelo, temos como componente predominante uma componente desconhecida chamada de matéria-X, e a matéria escura fria. O modelo XCDM, assim como todos com matéria-X, é uma extensão do modelo padrão  $\Lambda$ CDM, onde o parâmetro da equação de estado da energia escura pode assumir valores diferentes de  $w = -1$ .

Neste cenário cosmológico, a matéria-X é a responsável pela expansão acelerada do universo, fazendo assim o papel da energia escura no modelo  $\Lambda$ CDM. Logo, possui uma pressão negativa e uma equação de estado, dada por:

$$p_x = w_x \rho_x, \quad (2.62)$$

com  $w_x$  constante e podendo assumir qualquer valor entre o intervalo  $-1 \leq w_x < 0$ . Casos alternativos, em que  $w < -1$ , a componente desconhecida é chamada de energia fantasma [31].

Portanto, considerando o modelo XCDM, onde o universo é preenchido essencialmente por matéria-X, matéria escura fria e uma pequena contribuição da matéria bariônica, com curvatura espacial plana ( $k = 0$ ,  $\Omega_k = 0$ ), temos que  $\Omega_{total} = \Omega_m + \Omega_x = 1$ , logo a Equação (2.35) torna-se:

$$E(\mathbf{p}; z) = \sqrt{\Omega_{0m}(1+z)^3 + \Omega_{0x}(1+z)^{3(1+w_x)}}, \quad \text{onde} \quad \Omega_{0x} = 1 - \Omega_{0m}. \quad (2.63)$$

Assim, substituindo a expressão anterior na Equação (2.50), obtemos a seguinte expressão para a distância de diâmetro angular,

$$d_A = \frac{h^{-1}}{(1+z)} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_{0m}(1+z')^3 + (1 - \Omega_{0m})(1+z')^{3(1+w_x)}}} \text{Mpc}, \quad (2.64)$$

onde foi adotado  $H_0 = h \cdot 100 \text{kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$  e  $c = a_0 = 1$ .

# Capítulo 3

## Testes Observacionais

### 3.1 Efeito Sunyaev-Zel'Dovich

A Radiação Cósmica de Fundo<sup>1</sup> (RCF), embora considerada isotrópica, apresenta pequenas e importantes anisotropias da ordem de  $10^{-5}$ . Digo importante porque, entre outras coisas, nos fornece informações sobre a estrutura do universo na Era da Recombinação<sup>2</sup>. Tais anisotropias podem ser entendidas como deformações no espectro de corpo negro da RCF.

Observações em raios-X indicam que no meio intra-aglomerado de galáxia (MIA) existe uma quantidade significativa de gás quente e difuso, com temperatura da ordem de  $10^8\text{K}$ . Quando fótons da RCF interagem com os elétrons energéticos, existentes neste gás, pode ocorrer o espalhamento Compton Inverso. A deformação no espectro de corpo negro da RCF, causada principalmente por este espalhamento quando observado em aglomerado de galáxias, é conhecido como Efeito Sunyaev-Zel'Dovich (ESZ) [32, 33, 34, 35].

Uma característica interessante do ESZ é o fato da intensidade de seu sinal ser praticamente independente do *redshift* em que é observado, tornando-o uma importante ferramenta para a investigação da estrutura de grande escala do universo, sendo mais usado atualmente, para impor limites sobre parâmetros cosmológicos. É comum considerar dois tipos de ESZ, o ESZ térmico e o cinético. O primeiro, e de maior proporção, é devido à agitação térmica do gás de elétrons no MIA (suposto em repouso em relação a RCF),

---

<sup>1</sup>Apresentada na Seção 2.3. Para uma leitura detalhada, ver capítulo 2 da referência [11]

<sup>2</sup>Era na qual os elétrons e prótons puderam se unir formando estruturas eletricamente neutras, e que por este motivo interage muito fracamente com a radiação. Em consequência esta fase marca o limite quando a radiação se desacoplou da matéria e, finalmente, pôde se propagar livremente pelo espaço [8].



e o segundo, devido à velocidade peculiar do aglomerado (e dos elétrons) com relação à RCF.

### 3.1.1 Efeito Sunyaev-Zel’Dovich térmico

O espalhamento Compton ocorre quando fótons de alta energia interagem com elétrons e parte da energia destes fótons é transferida aos elétrons, sendo a restante espalhada na forma de outros fótons menos energéticos. No entanto, os elétrons que compõem o gás no MIA são muito mais energéticos que os fótons da RCF, ou seja,  $k_B T_e \gg K_B T_{RCF}$ . Assim, ao interagir com estes elétrons, os fótons da RCF ganham energia ao invés de cederem, se tornando mais energéticos. Este processo de interação é conhecido como espalhamento Compton inverso (ver Figura 3.1).

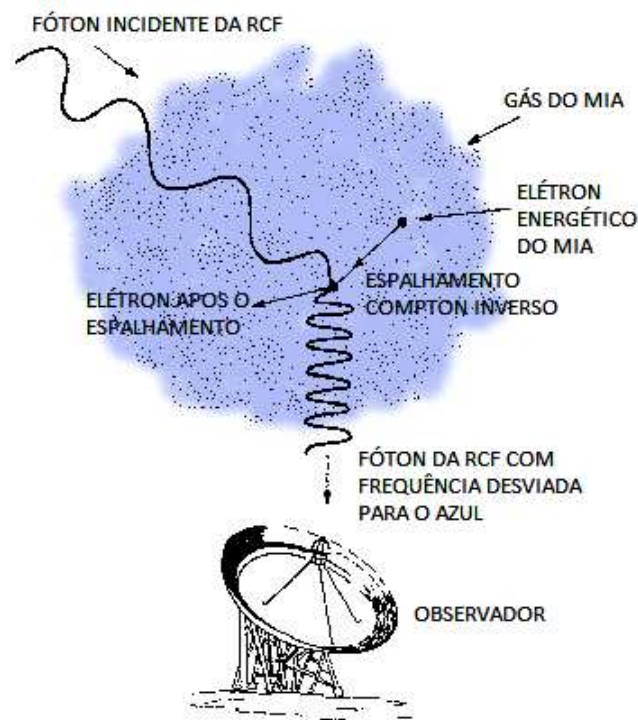


Figura 3.1: Esquema do efeito Sunyaev-Zel’dovich térmico. No gás do meio intra-aglomerado de galáxia (MIA), os elétrons cedem energia aos fótons da RCF através do espalhamento Compton inverso (adaptado de [36]).

Ao se tornarem mais energéticos, após interagir com os elétrons do MIA, os fótons da RCF são deslocados da região de Rayleigh-Geans (baixas frequências) para a região de Wien (altas frequências) do espectro, visto que, a energia é proporcional à frequência



( $E = h\nu$ ). Esta migração causa uma perturbação no espectro planckiano da RCF, este tipo de perturbação, causada por uma distribuição térmica de elétrons de alta energia do MIA é denominado de ESZ térmico.

É importante salientar que o número de fótons é conservado, sendo o efeito final apenas a mudança na energia e não no número de partículas. Além disto, somente 1% dos fótons da RCF sofrem este tipo de espalhamento [37].

Para estudar as perturbações produzidas num campo de radiação isotrópico causadas pelo espalhamento Compton inverso, assim como as que ocorrem com a RCF, fazemos uso da equação de Kompaneets (1957),

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x_e^2} \frac{\partial}{\partial x_e} \left[ x_e^4 \left( \frac{\partial n}{\partial x_e} + n^2 + n \right) \right]. \quad (3.1)$$

Esta equação descreve no limite não-relativístico a mudança no número de ocupação ( $n$ ) no processo de difusão de fótons em um gás de elétrons. Onde,  $x_e$  é um parâmetro adimensional definido como  $x_e = h\nu/k_B T_e$  e  $y$  é conhecido como parâmetro de Comptonização, que por sua vez está relacionado ao ganho total de energia pelos fótons. Para um campo de radiação atravessando um gás de elétrons, é usual expressar  $y$  como,

$$y = \frac{\sigma_T}{m_e c^2} \int n_e(l) k_B T_e(l) dl, \quad (3.2)$$

sendo a integral realizada ao longo da linha de visada,  $\sigma_T$  a seção de choque Thomson,  $n_e$  a densidade numérica de elétrons e  $T_e$  a temperatura do gás de elétrons.

Nosso interesse é estudar as distorções no espectro da RCF causada pela interação dos fótons desta radiação com os elétrons do MIA. Como citado anteriormente, estes elétrons possuem altas temperaturas enquanto que a energia dos fótons da RCF é baixa. Daí, é conveniente considerarmos que,  $x_e \ll 1$ , visto que,  $h\nu \ll k_B T_e$ , logo temos,  $\frac{\partial n}{\partial x_e} \gg n^2$ ,  $n$ . Com isto, a Equação (3.1) torna-se:

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x_e^2} \frac{\partial}{\partial x_e} \left[ x_e^4 \left( \frac{\partial n}{\partial x_e} \right) \right]. \quad (3.3)$$

A homogeneidade do lado direito desta equação nos permite substituir  $x_e$  por  $x$  [38], onde  $x$ , definido como  $x = h\nu/k_B T_{RCF}$ , é um parâmetro adimensional independente do *redshift*<sup>3</sup>. Além disto, fazendo a derivada do produto, encontramos:

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x^2} \left[ 4x^3 \left( \frac{\partial n}{\partial x} \right) + x^4 \left( \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right) \right]. \quad (3.4)$$

<sup>3</sup>Visto que,  $\nu = \nu_0(1+z)$  e  $T_{RCF} = T_0 / (1+z)$ , logo  $x = h\nu_0/k_B T_0$ .

Por outro lado, sabemos que o número de ocupação de estados de energia  $n$ , para um gás de fótons é dado pela estatística de Bose-Einstein,

$$n = \frac{1}{e^{h\nu/k_B T_{RCF}} - 1} = \frac{1}{e^x - 1}, \quad (3.5)$$

e que a intensidade específica da radiação ( $I_\nu$ ) segue uma distribuição planckiana quando os fótons estão em equilíbrio termodinâmico, dada pela seguinte expressão [38]:

$$I_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \left( \frac{1}{e^x - 1} \right) = \frac{2h\nu^3}{c^2} n. \quad (3.6)$$

Calculando a primeira e a segunda derivada da Equação (3.5), e em seguida substituindo ambas na Equação (3.4), podemos obter

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial y} &= \frac{x e^x}{(e^x - 1)^2} \left[ x \left( \frac{e^x + 1}{e^x - 1} \right) - 4 \right] \\ \frac{\partial n}{\partial y} &= \frac{x e^x}{(e^x - 1)^2} (x \coth(x/2) - 4). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Para uma nuvem de elétrons opticamente fina e a uma baixa temperatura, de modo que o parâmetro de comptonização  $y$  seja pequeno, a aproximação  $\frac{\partial n}{\partial y} \approx \frac{\Delta n}{y}$  pode ser usada para se obter uma formula simples para a mudança espectral causado pelo espalhamento,

$$\frac{\Delta n}{y} = \frac{x e^x}{(e^x - 1)^2} (x \coth(x/2) - 4), \quad (3.8)$$

ou ainda, lembrando que  $n = (e^x + 1)^{-1}$ ,

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{y x e^x}{(e^x - 1)} (x \coth(x/2) - 4). \quad (3.9)$$

Da Equação (3.6), podemos deduzir que a variação da intensidade da radiação observada, devido o ESZ, em termos da variação do número de ocupação, é dada por  $\Delta I_{ESZ} = (2h\nu^3/c^2)\Delta n$ , logo  $\Delta I_{ESZ}/I_{RCF} = \Delta n/n$ , assim sendo, a expressão anterior pode ser escrita como,

$$\frac{\Delta I_{ESZ}}{I_{RCF}} = \frac{y x e^x}{(e^x - 1)} (x \coth(x/2) - 4). \quad (3.10)$$

Além disto, a intensidade e a temperatura estão relacionadas por uma derivada de forma que é possível obter

$$\frac{\Delta T_{ESZ}}{T_{RCF}} = y (x \coth(x/2) - 4), \quad (3.11)$$

ou ainda,

$$\Delta T_{ESZ} = T_{RCF} f(x) y = T_{RCF} f(x) \frac{\sigma_T}{m_e c^2} \int n_e(l) k_B T_e(l) dl, \quad (3.12)$$

onde,

$$f(x) = (x \coth(x/2) - 4). \quad (3.13)$$

Nos limites de Raleigh-Jeans ( $\nu \rightarrow 0$ ), ou seja,  $x \ll 1$ , temos da Equação (3.11) que  $\Delta T_{ESZ}/T_{RCF} = -2y$ . Isto implica que houve uma diminuição na temperatura de brilho dos fótons da RCF após o espalhamento com os elétrons energéticos do MIA, quando observado em baixas frequências. Por outro lado, quando observado em altas frequências, região de Wien do espectro, temos da mesma equação que  $\Delta T_{ESZ}/T_{RCF} > 0$ , implicando assim, em um aumento na temperatura de brilho dos fótons da RCF após o espalhamento. Como há conservação do número de fótons no espalhamento Compton inverso, concluímos que o resfriamento na região de baixas frequências e o aquecimento na região de altas frequências é devido a transferências dos fótons da região de baixas para a de altas frequências do espectro de corpo negro da RCF, devido o ganho de energia após o espalhamento Compton inverso. Esta transferência de fótons causa uma distorção no espectro da RCF, que por sua vez, passa a ser chamado de espectro de corpo negro modificado.

Existe uma frequência de transição no qual este efeito (ESZ térmico) é nulo, ou seja,  $\Delta T_{ESZ} = 0$ . Obtemos o valor desta frequência igualando a zero a Equação (3.11), na qual, resulta em  $x = 4$ , e como  $x = h\nu/k_B T_{RCF}$ , temos  $\nu = 217GHz$ . Logo, para  $\nu < 217GHz$  temos  $\Delta T_{ESZ} < 0$  e para  $\nu > 217GHz$  temos  $\Delta T_{ESZ} > 0$ .

As discussões apresentadas nos dois últimos parágrafos com base na temperatura de brilho da radiação, Equação (3.11), podem ser apresentadas com base na intensidade da radiação, Equação (3.10). No limite de baixas frequências ( $\nu < 217GHz$ ), observa-se uma diminuição na intensidade  $\Delta I_{ESZ} < 0$ , e no limite de altas frequências  $\nu > 217GHz$ , observa-se um aumento na intensidade da radiação  $\Delta I_{ESZ} > 0$ , assim como mostra a Figura 3.2.

É importante ressaltar que as expressões apresentadas aqui, são apropriadas para uma distribuição térmica não relativística de elétrons. Para obter expressões mais gerais, teríamos que usar correções relativísticas. Um tratamento do ESZ relativístico pode ser encontrado em [39, 40, 13].

Quando levado em conta as correções relativísticas, a expressão para a distorção espectral da RCF, expressa como uma mudança na temperatura, Equação (3.12), torna-se

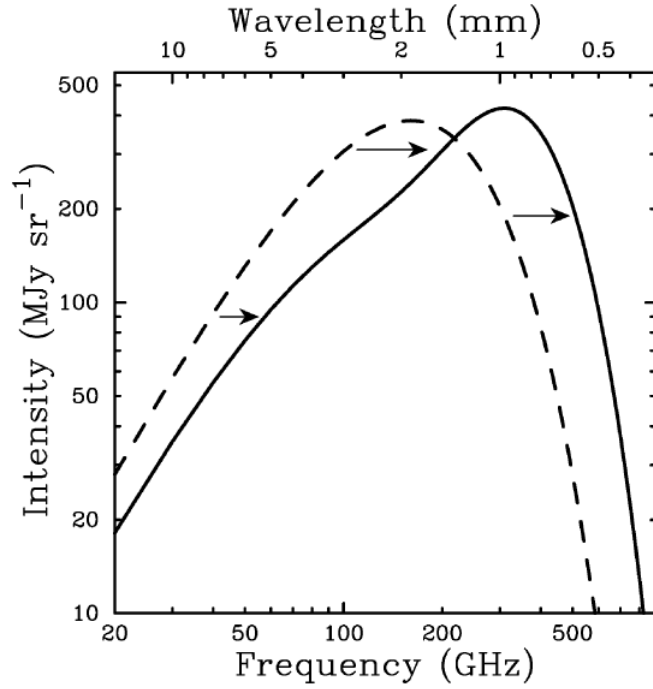


Figura 3.2: O ESZ causa uma diminuição na intensidade da RCF a frequências menores que  $217\text{GHz}$  e um aumento em frequências mais altas. O espectro da RCF sem distorções é representado pela linha tracejada e o distorcido pelo ESZ é representado pela linha contínua. A distorção apresentada é para um aglomerado fictício 1000 vezes mais maciço do que um aglomerado de galáxia típico (extraído de [41]).

[41]:

$$\Delta T_{ESZ} = T_{RCF} \Psi(x, T_e) y = T_{RCF} \Psi(x, T_e) \frac{\sigma_T}{m_e c^2} \int n_e(l) k_B T_e(l) dl, \quad (3.14)$$

onde  $\Psi(x, T_e)$  é a função que leva em conta a dependência com a frequência  $x = h\nu/k_B T_{RCF}$  e as correções relativísticas  $\delta_{ESZ}$ , tal que:

$$\Psi(x, T_e) = f(x)(1 + \delta_{ESZ}(x, T_e)) = (x \coth(x/2) - 4)(1 + \delta_{ESZ}(x, T_e)). \quad (3.15)$$

### 3.1.2 Efeito Sunyaev-Zel'Dovich cinético

Além do ESZ térmico, existe o chamado ESZ cinético, que assim como o térmico causa uma distorção no espectro observado da RCF, quando o aglomerado de galáxia possui uma velocidade peculiar com relação à RCF. Esta distorção é gerada pelo efeito Doppler que aparece do movimento relativo entre o aglomerado e o observador.

Embora Sunyaev e Zel'Dovich [35] tenha citado que a diminuição da temperatura de radiação no efeito ESZ cinético é

$$\frac{\Delta T_{ESZ}}{T_{RCF}} \approx -\tau_e \left( \frac{v_z}{c} \right), \quad (3.16)$$

onde  $v_z$  é a velocidade peculiar do aglomerado ao longo da linha de visada e  $\tau_e$  é a profundidade óptica do MIA, a dedução completa foi publicada apenas em 1995 por Phillips [42]. Uma derivação similar é encontrada na referência [38] onde, ao invés de utilizar a equação de Boltzmann para calcular a intensidade da radiação, como fez Phillips, fez-se uso da equação de transferência radiativa e algumas convenções diferentes. Deste modo, as expressões para as mudanças na intensidade e temperatura de brilho são:

$$\frac{\Delta I_{ESZ}}{I_{RCF}} = -\frac{v_z}{c} \tau_e \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} \quad (3.17)$$

$$\frac{\Delta T_{ESZ}}{T_{RCF}} = -\frac{v_z}{c} \tau_e \frac{x^2 e^x}{(e^x - 1)^2}, \quad (3.18)$$

onde o sinal negativo no lado direito das equações depende do sentido da velocidade, para  $v_z > 0$  (velocidade de recessão) temos um sinal negativo e vice-versa. As equações anteriores mostram que este efeito produz uma simples mudança na temperatura de brilho ou na intensidade da radiação, proporcional a  $v_z$ , como indicado por Sunyaev e Zeldovich (Equação (3.16)).

As distorções produzidas pelo ESZ cinético são muito menores que as produzidas pelo efeito térmico, em consequência são mais difíceis de serem medidas. Entretanto, os efeitos podem ser separados usando seus diferentes espectros, pois é possível mostrar que o efeito cinético produz a sua máxima alteração na intensidade na frequência em que o efeito térmico é igual a zero [38]. Tais observações estão evidentes na Figura 3.3.

Uma vez calculada a profundidade óptica do aglomerado e medidas as distorções no espectro, podemos, a partir do ESZ cinético, estimar a velocidade peculiar ( $v_z$ ) ao longo da linha de visada deste aglomerado, mesmo estando a grande distância, sendo portanto, um método de medição de velocidade bastante interessante. Um exemplo desta técnica é apresentado na referência [43].

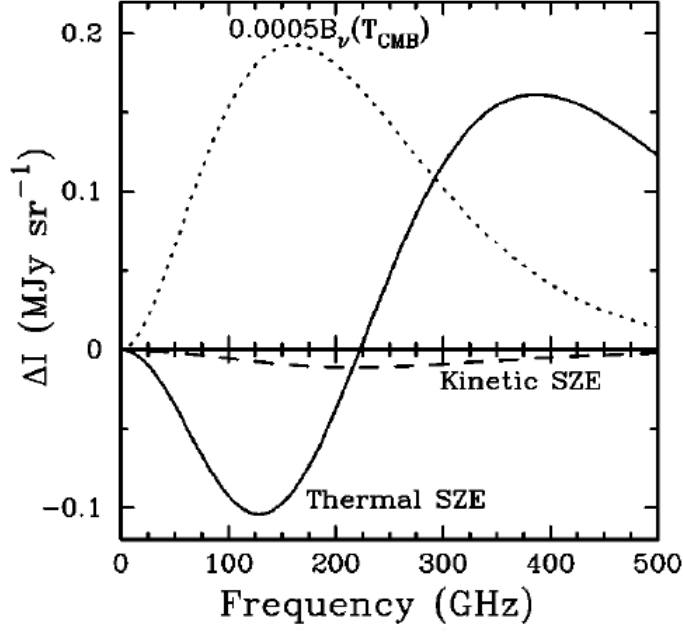


Figura 3.3: Comparação entre o ESZ térmico (linha contínua) e o ESZ cinético (linha tracejada). A linha pontilhada representa o espectro de corpo negro da RCF multiplicada por um fator de 0,0005. Note que o efeito cinético é máximo na frequência onde o térmico é nulo (extraído de [41]).

### 3.1.3 Estimativa da distância de diâmetro angular a partir do ESZ/raio-X

Nesta seção, apresentaremos um método que permite estimar a distância de diâmetro angular (DDA) através de uma técnica que combina o brilho superficial de raios-X e observações do ESZ (ESZ/raios-X). Este método é baseado nas diferentes dependências destes efeitos com relação à densidade eletrônica do aglomerado ( $n_e$ ), ou seja,  $S_x \propto \int n_e^2 dl$  e  $\Delta T_{ESZ} \propto \int n_e dl$ . Uma vez inferido a DDA, podemos restringir parâmetros cosmológicos, como por exemplo, a constante de Hubble  $H_0$ .

O brilho superficial de raios-X,  $S_x$ , é uma imagem em raios-X do aglomerado projetada no plano do céu, definida como:

$$S_x = \frac{1}{4\pi(1+z)^4} \int n_e^2 \Lambda_e(E, T_e) dl, \quad (3.19)$$

onde  $z$  é o *redshift* do aglomerado,  $\Lambda_e(E, T_e)$  é a função de resfriamento em raios-X do MIA, que depende da energia emitida em raios-X ( $E$ ) e da temperatura do gás ( $T_e$ ),  $n_e$ , como já definimos, representa a densidade numérica de elétrons no gás.

Uma modelo conveniente e simples para descrever a distribuição de temperatura e de densidade no gás de elétrons no MIA é o **modelo  $\beta$  esférico e isotérmico**, proposto em 1976 por Cavaliere e Fusco-Fremiano [44]. Este modelo assume que a temperatura dos elétrons é constante e que a densidade numérica de elétrons segue uma distribuição esférica,

$$n_e(r) = n_{e0}f_n = n_{e0} \left(1 + \frac{r^2}{r_c^2}\right)^{-\frac{3}{2}\beta}, \quad (3.20)$$

no qual,  $n_{e0}$  é a densidade numérica no centro do aglomerado,  $r_c$  é o raio do caroço central e  $\beta$  é a razão entre a dispersão de velocidade das galáxias e a dispersão de velocidade do gás no aglomerado, dado por  $\beta = \mu m_p \sigma^2 / k_B T_e$ , onde  $\mu$  é o peso molecular médio,  $m_p$  é a massa do próton e  $\sigma$  é a dispersão de velocidade das galáxias.

Assim como a densidade numérica  $n_e(r)$ , a temperatura e a função de resfriamento são expressas em termos dos seus valores centrais,  $T_{e0}$  e  $\Lambda_{e0}$ , e multiplicados por fatores adimensionais que descrevem a distribuição dessas quantidades no aglomerado,  $T_e(r) = T_{e0}f_T$  e  $\Lambda_e(E, T_e) = \Lambda_{e0}f_\Lambda$ . No entanto, quando adotado o modelo  $\beta$  esférico e isotérmico, a temperatura é considerada constante em todo o aglomerado, logo  $T_e(r) = T_{e0}$ , o que implica em  $\Lambda_e(T_{e0}) \equiv \Lambda_{e0}$ , ou seja,  $f_T = f_\Lambda = 1$ .

Daí, usando o fato que  $\Lambda_e(E, T_e) = \Lambda_{e0}$  e substituindo a Equação (3.20) na Equação (3.19), obtemos:

$$S_x = \frac{\Lambda_{e0}n_{e0}^2}{4\pi(1+z)^4} \int \left(1 + \frac{r^2}{r_c^2}\right)^{-3\beta} dl. \quad (3.21)$$

Nesta função  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ , adotando a coordenada  $z$  ao longo da linha de visada e considerando uma raio  $R$  projetado no plano do aglomerado dado por  $R^2 = x^2 + y^2$ , a equação anterior torna-se:

$$S_x = \frac{\Lambda_{e0}n_{e0}^2}{4\pi(1+z)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 + \frac{R^2}{r_c^2} + \frac{z^2}{r_c^2}\right)^{-3\beta} dz. \quad (3.22)$$

Depois de alguns cálculos e mudanças de coordenadas é possível mostrar que<sup>4</sup> [13],

$$S_x = S_{x0} \left(1 + \frac{\theta^2}{\theta_c^2}\right)^{(1-6\beta)/2}, \quad (3.23)$$

onde,

$$S_{x0} = \frac{1}{4\sqrt{\pi}(1+z)^4} \Lambda_{e0}n_{e0}^2 r_c \frac{\Gamma(3\beta - \frac{1}{2})}{\Gamma(3\beta)}, \quad (3.24)$$

---

<sup>4</sup>Detalhes dessa demonstração é apresentado na Seção 4.2 da referencia [13].

$\theta = R/d_A$  e  $\theta_c = r_c/d_A$ , sendo  $\theta$  um ângulo de referência medido a partir da linha de visada que passa pelo centro do aglomerado e  $\Gamma$  a função Gama.

Por outro lado, como discutido na Seção 3.1.1, o ESZ, assim como o brilho superficial de raios-X,  $S_x$ , pode ser expresso como uma integral ao longo da linha de visada do aglomerado,

$$\Delta T_{ESZ} = T_{RCF} \Psi(x, T_e) \frac{\sigma_T}{m_e c^2} \int n_e(l) k_B T_e(l) dl, \quad (3.25)$$

com  $\Psi(x, T_e)$  dado pela Equação (3.15). Assim, seguindo procedimento semelhante, lembrando que  $T_e(r) = T_{e0}$ , podemos mostrar que,

$$\Delta T_{ESZ} = \Delta T_{ESZ0} \left( 1 + \frac{\theta^2}{\theta_c^2} \right)^{(1-3\beta)/2}, \quad (3.26)$$

onde,

$$\Delta T_{ESZ0} = T_{RCF} \Psi(x, T_{e0}) n_{e0} r_c \sqrt{\pi} \sigma_T \frac{k_B T_{e0} \Gamma(\frac{3}{2}\beta - \frac{1}{2})}{m_e c^2 \Gamma(\frac{3}{2}\beta)}. \quad (3.27)$$

Por fim, dividindo o quadrado da Equação (3.27) pela Equação (3.24),  $\frac{(\Delta T_{ESZ0})^2}{S_{x0}}$ , eliminamos o termo  $n_{e0}$  e obtemos, isolando  $r_c$ , o raio do caroço central do aglomerado, de onde, sabendo que  $d_A = r_c/\theta_c$ , podemos encontrar a seguinte relação para distância de diâmetro angular,

$$d_A = \frac{(\Delta T_{ESZ0})^2}{\theta_c S_{x0} (1+z)^4} \left( \frac{m_e c^2}{k_B T_{e0}} \right)^2 \frac{\Lambda_{e0}}{4\pi^{3/2} \Psi^2(x, T_{e0}) T_{RCF}^2 \sigma_T^2} \times \left( \frac{\Gamma(\frac{3}{2}\beta)}{\Gamma(\frac{3}{2}\beta - \frac{1}{2})} \right)^2 \frac{\Gamma(3\beta - \frac{1}{2})}{\Gamma(3\beta)}. \quad (3.28)$$

Este é um método direto para medir a DDA de aglomerado de galáxias, além disto, pode ser aplicado a grandes distâncias cosmológicas sem qualquer cadeia interveniente de estimadores de distâncias (como a habitual escala de distância) [38].

No entanto, quando o aglomerado de galáxia possui assimetria, o método descrito anteriormente para medir DDA não é apropriado pois propomos de ante mão uma geometria esférica. Se o raio do núcleo da distribuição do gás com a linha de visada (coordenada  $z$ ) é maior por um fator  $Z$  que os raios centrais das outras duas coordenadas (coordenadas  $x$  e  $y$ ), a função de distribuição do gás deve ser modificada para [45]

$$f_n = \left( 1 + \frac{R^2 + (z^2/Z^2)}{r_c} \right)^{-\frac{3}{2}\beta}, \quad (3.29)$$



em consequência, os termos  $S_{x0}$  e  $\Delta T_{ESZ0}$  são aumentados por um fator  $Z$ . O resultado é que a distribuição de gás alongada, com o eixo de simetria ao longo da linha de visada, tende a dar um brilho superficial central mais elevado que as outras distribuições de gás, em que a mesma massa de gás é distribuída esfericamente ou com o eixo de simetria perpendicular à linha de visada. Em consequência, os aglomerados alongados ao longo da linha de visada fornecem estimativas tendenciosas de distância, uma vez que para obtermos  $d_A$  fazemos  $\frac{(\Delta T_{ESZ0})^2}{S_{x0}}$ , assim, a verdadeira distância de diâmetro angular é [45]

$$d_A(\text{verdadeiro}) = d_A(\text{estimado}) \frac{1}{Z}, \quad (3.30)$$

isto se a distância é estimada utilizando a Equação (3.28), ou seja, sem levarmos em conta que o aglomerado é alongado na linha de visada. Além disto, como  $H_0 \propto 1/d_A$ , a constante de Hubble será subestimado por este mesmo fator,  $Z$ .

### 3.1.4 Teste estatístico de $\chi^2$ com dados de DDA

Uma vez medida a distância de diâmetro angular, podemos impor restrições em vários parâmetros cosmológicos, através de um teste estatístico de  $\chi^2$ , como o expresso pela seguinte expressão:

$$\chi_{d_A}^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{d_A(\mathbf{p}; z_i) - d_{Aobs,i}}{\sigma_{d_{Aobs,i}}} \right)^2, \quad (3.31)$$

onde  $d_A(\mathbf{p}; z_i)$  é a distância de diâmetro angular teórica, que por sua vez depende do modelo cosmológico adotado;  $d_{Aobs,i}$  é a distância de diâmetro angular observacional e  $\sigma_{d_{Aobs,i}}$  é o erro associado a medida de  $d_{Aobs,i}$ .

A Figura 3.4 mostra o plano  $h - \Omega_{0m}$  gerado a partir do  $\chi_{d_A}^2$ , utilizando uma amostra de 25 distâncias de diâmetros angulares de aglomerados de galáxias obtidas por De Filippis et al. [46] a partir do ESZ e observações de raios-X (técnica ESZ/raio-X), supondo um modelo  $\beta$ -elíptico para descrever o aglomerado.

A Figura 3.4 nos mostra que há uma degenerescência com relação ao parâmetro  $\Omega_{0m}$ , podendo o mesmo assumir qualquer valor dentro da faixa indicada, no entanto, com relação ao parâmetro  $h$ , o teste se mostra bastante útil, pois restringe de forma significativa o seu valor, com o melhor ajuste em  $h = 0,745$ .

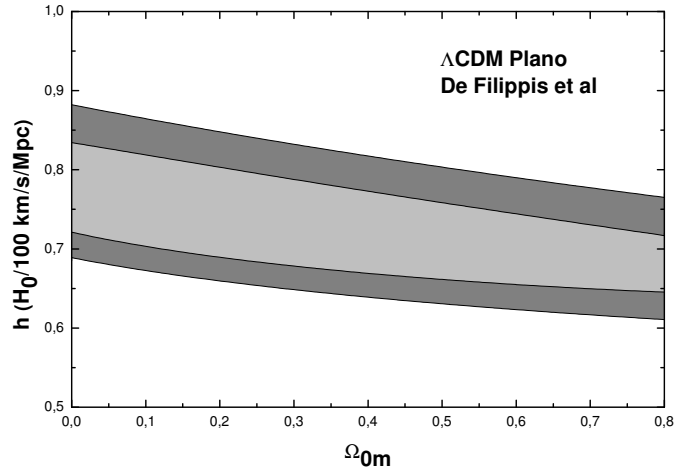


Figura 3.4: Plano  $h - \Omega_{0m}$  gerado a partir do teste de  $\chi^2_{dA}$  em um Modelo  $\Lambda$ CDM Plano. A parte em cinza claro e escuro correspondem, respectivamente, a região de  $1\sigma$  e  $2\sigma$  de confiança estatística.

## 3.2 Oscilações Acústicas dos Bárions

Como já dito anteriormente, o universo primordial foi muito quente e denso. Houve um período em que a taxa de espalhamento era tão alta que o livre caminho médio dos fótons espalhados era menor que o raio de Hubble, aprisionando os fótons e deixando o universo opaco. Isto implica que os fótons estavam acoplados com os bárions, portanto, deveriam estar em equilíbrio térmico, formando um único fluido (fóton-bárion) de plasma ionizado com densidade uniforme, exceto pelas perturbações geradas por flutuações do potencial gravitacional da matéria escura, flutuações estas que produzem gradientes de pressão capazes de gerar ondas acústicas neste fluido.

Com a expansão do universo, a densidade e temperatura deste fluido diminuem, permitindo que os núcleos atômicos de Hidrogênio e Hélio passem a se combinar com os elétrons formando os átomos. Este período, no qual o universo passa a ser eletricamente neutro, é denominado de recombinação. A partir deste período, a taxa de espalhamento é drasticamente reduzida, aumentando, portanto, o livre caminho médio dos fótons, dando início a era do desacoplamento, na qual os fótons desacoplam da matéria bariônica, passando a se propagar livremente. Com isso, o fluido deixa de existir e a pressão dos fótons sobre os bárions também, assim, a onda acústica de bárions é congelada.

No entanto, é de se esperar que o horizonte acústico<sup>5</sup> dessa onda,  $r_s \approx 150\text{Mpc}$ , fique impresso na distribuição de bárions como um excesso de densidade, como ilustra a Figura 3.5, e que possa ser observável a partir da distribuição dos diversos objetos astronômicos ou através da observação da RCF, pois, se seus fótons apresentarem anisotropias primárias de temperatura, é porque o fluido do qual eles faziam parte apresentava flutuações de densidade.

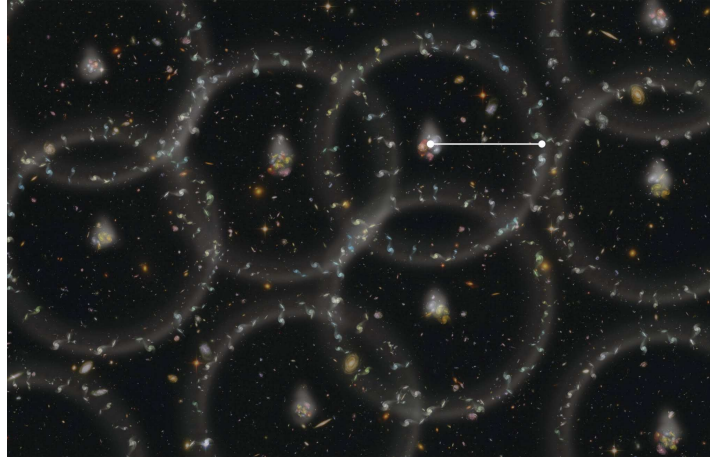


Figura 3.5: Concepção artística produzido pelo projeto BOSS mostrando as esferas de bárions em torno dos aglomerados iniciais de matéria escura. As galáxias possuem uma ligeira tendência a se alinhar ao longo das bordas das esferas. Crédito: Zosia Rostomian, Lawrence Berkeley National Laboratory.

Daí, com uma amostra de 46.748 galáxias vermelhas luminosas, com *redshift* entre 0,16 e 0,47, varrendo 3.816 estereorradianos no céu, o *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS)[47], construiu uma função de correlação de larga escala que mostra um pico bem detectado numa separação de  $100h^{-1}\text{Mpc}$ , como mostra a Figura 3.6. Isto implica que, dada uma galáxia formada em um pico de densidade, existe uma probabilidade maior de encontrarmos outra galáxia a uma distância de  $100h^{-1}\text{Mpc}$ , que por sua vez, é aproximadamente igual ao horizonte acústico na época da recombinação ( $r_s \approx 150\text{Mpc}$ ). Além disso, por estar impressa na distribuição de bárions, esta escala preferida pode ser utilizada como uma régua padrão. Quando analisado através do espectro de potências da matéria bariônica, esta separação manifesta-se como oscilações, chamadas de Oscilações Acústicas dos Bárions (BAOs - do inglês *Baryon Acoustic Oscillations*).

<sup>5</sup>Distância percorrida por essa onda acústica do início da perturbação até o desacoplamento.

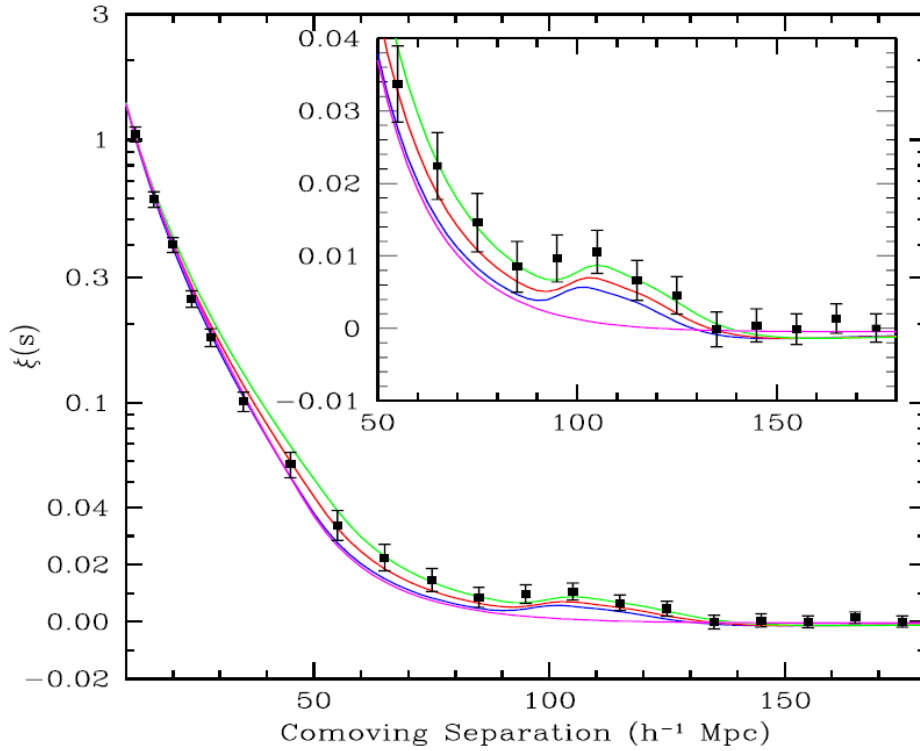


Figura 3.6: O pico acústico bariônico na função de correlação. (extraído de [47]).

A Figura 3.7 ilustra bem o que discutimos até aqui, ela mostra como é impresso o horizonte acústico na distribuição da matéria bariônica e escura. Os dois gráficos superiores representam períodos pré-desacoplamento, onde os fótons e bárions (gás) se propagam como um único fluido por estarem acoplados. Em seguida, no período da recombinação, os fótons começam a desacoplar dos bárions, quando desacoplados completamente, os fótons começam a se propagar livremente deixando uma perturbação no perfil de densidade dos bárions com um pico próximo a 150Mpc. Os dois gráficos inferiores, representam períodos pós-desacoplamento. Como a matéria escura e os bárions interagem gravitacionalmente, o perfil de perturbação da densidade destas duas componentes será moldado com o decorrer do tempo, formando outro pico de matéria bariônica próximo à origem, onde já existe um de matéria escura. De forma semelhante, devido a atração gravitacional, a matéria bariônica arrasta a densidade de matéria escura para seu pico próximo a 150Mpc. São evoluções de perturbações na densidade de bárions como essas que levam à formação de grandes estruturas como galáxias e aglomerados de galáxias.

As correlações podem ser observadas tanto na direção radial (linha de visada) quanto nas direções perpendiculares à linha de visada das galáxias, portanto, o levanta-

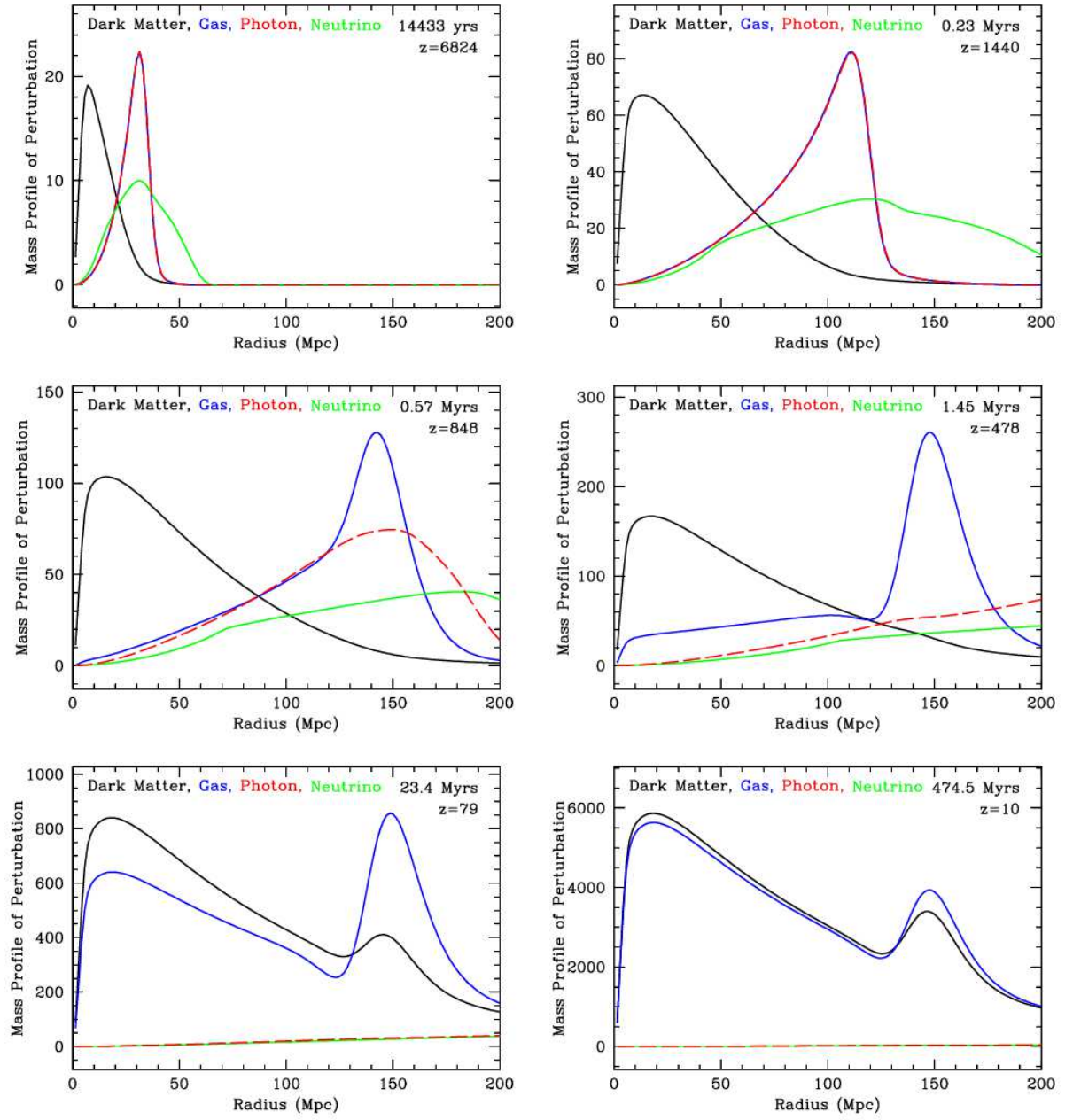


Figura 3.7: Evolução do perfil radial das perturbações de densidades versus raio comóvel. As linhas pretas, azuis, vermelhas e verdes correspondem à matéria escura, aos bárions, aos fótons e aos neutrinos, respectivamente. O *redshift* e o ano a partir do *Big Bang* são dados em cada gráfico. (extraído de [48]).

mento das galáxias são tridimensionais, logo é definido uma distância híbrida que combina as dilatações radiais e transversais, da por [47],

$$D_V(z) = \left( (1+z)^2 d_A^2 \frac{cz}{H(z)} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (3.32)$$

O levantamento realizado pelo SDSS [47] indica um pico das BAO em  $z_* \approx 0,35$ , sendo portanto, o *redshift* onde a escala acústica preferida foi medida. Além disto, foi obtido utilizando o Modelo Padrão  $\Lambda$ CDM,  $\Omega_m h^2 = 0,130 \pm 0,010$  e  $D_V(0,35) = 1370 \pm 64$  Mpc, no nível de confiança  $1\sigma$ .

O pico das BAOs também pode ser descrito por um parâmetro adimensional  $A$ , definido por Eisenstein et al. [47], para um universo com curvatura plana, como sendo

$$A(z_*) \equiv \frac{\sqrt{\Omega_m}}{E(z_*)^{1/3}} \left( \frac{1}{z_*} \int_0^{z_*} \frac{dz}{E(z_*)} \right)^{\frac{2}{3}} = 0.469 \pm 0.017, \quad (3.33)$$

onde, como já vimos,  $z_* = 0,35$ . Da Equação (3.33), notamos que o parâmetro  $A$  é independente de  $H_0$ , ou equivalentemente, de  $h$ . Logo, sozinho possibilita restringir apenas o parâmetro  $\Omega_m$ , como evidencia a Figura 3.8. No entanto, em análises combinadas com outros testes, pode fornecer informações de regiões descartáveis, sendo dessa forma de grande relevância.

Uma generalização direta da expressão que representa  $A$ , Equação (3.33), para curvaturas e cenários cosmológicos arbitrários, pode ser escrita como

$$A(\mathbf{p}; z) \equiv \frac{\sqrt{\Omega_m}}{E(z_*)^{1/3}} \left( \frac{1}{z_* \sqrt{|\Omega_k|}} S_k \left[ \sqrt{|\Omega_k|} \int_0^{z_*} \frac{dz}{E(\mathbf{p}; z)} \right] \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (3.34)$$

onde,  $S_k[y] = \text{sen}(y)$ ,  $\text{senh}(y)$ ,  $y$  para  $k = 1$ ,  $k = -1$  e  $k = 0$ , respectivamente.

### 3.2.1 Teste estatístico de $\chi^2$ com BAOs

Uma análise estatística simples, usando o parâmetro  $A$  em um modelo  $\Lambda$ CDM Plano, é dado novamente pelo teste de  $\chi^2$ ,

$$\chi_{BAO}^2 = \left( \frac{A(\mathbf{p}; z) - 0.469}{0.017} \right)^2. \quad (3.35)$$

O qual, gera no plano  $h - \Omega_{0m}$  a Figura 3.8.

Ao contrário do teste usando DDA de aglomerados de galáxias, este possui uma degenerescência em  $h$  e apresenta restrições quanto ao valor do parâmetro  $\Omega_{0m}$ . Portanto, ao combinarmos ambos os teste em um só, limitamos de forma significativa tanto o parâmetro  $h$  como o  $\Omega_{0m}$ . Uma análise conjunta deste tipo é realizada na Seção 3.3.2 com idade de galáxias velhas em altos *redshifts* mais BAOs.

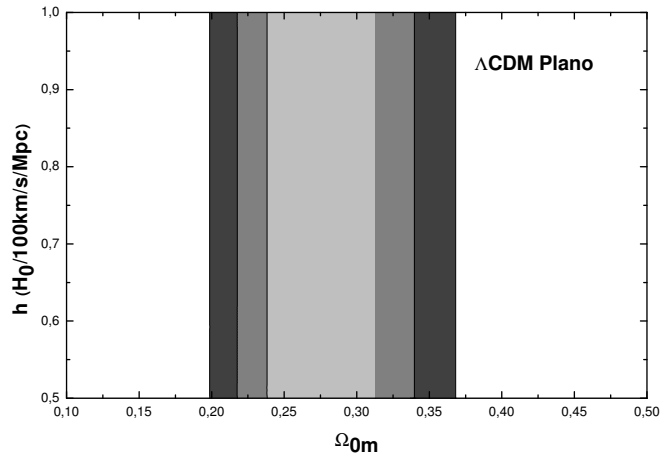


Figura 3.8: Plano  $h - \Omega_{0m}$  gerado a partir do teste de  $\chi^2_{BAO}$ , em um Modelo  $\Lambda$ CDM Plano. As regiões cinzas do gráfico correspondem, respectivamente, da clara para a mais escura, as regiões de  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  e  $3\sigma$  de confiança estatística.

### 3.3 Idade de galáxias velhas em altos *redshifts*

Existe um ramo da cosmologia observacional, chamada de Cosmocronologia, onde há diferentes e independentes métodos para estabelecer limites inferiores para a idade do universo. Estes métodos podem ser agrupados ou classificados de acordo com a classe de objetos aos quais eles são aplicáveis [49], como por exemplo:

Objetos na nossa galáxia:

- Nucleocosmocronologia;
- Curvas de resfriamento de anãs brancas;
- Aglomerados globulares - *turn-off* da sequência principal.

Objetos em altos *redshifts*:

- Galáxias velhas em altos *redshifts* (GVAR).

Por não fazer parte do objetivo desta dissertação, não discutiremos detalhes dos aspectos relacionados aos métodos de datação cosmológica, apenas apresentaremos de forma superficial o método de datação de galáxias velhas em altos *redshifts*.

Os métodos associados a objetos na nossa galáxia ( $z \approx 0$ ) são úteis para estimar um limite inferior para a idade total do universo  $t_0$ , visto que, ao encontrar e datar um

objeto muito antigo na nossa galáxia, a idade total do universo deve ser superior ou, no máximo, igual a do objeto datado. Por outro lado, somente nas últimas décadas, com o desenvolvimento da espectroscopia ótica profunda em telescópio de 8-10 metros, que se tornou possível estimar com relativa precisão a idade dos objetos em altos *redshifts* [50].

Como a idade de um objeto em um dado  $z$  é sempre inferior à idade do universo neste mesmo *redshift*, torna-se possível também inferir a idade mínima do universo em qualquer época. Bons candidatos a tais objetos são as galáxias elípticas, visto que, nessas galáxias as estrelas se formaram essencialmente num único evento de formação estelar, sem deixar quantidade de gás suficiente para formar novas estrelas, além disto, a medida que estas estrelas evoluem, elas tornam-se mais vermelhas, portanto, ao observarmos galáxias elípticas vermelhas em altos *redshifts*, espera-se que as mesmas possuam uma população estelar evoluída, sendo assim, boas candidatas a limitarem a idade do universo naquela *redshift*.

A técnica utilizada para datar essas galáxias em tese é relativamente simples, observa-se o espectro da galáxia e compara com modelos teóricos de população estelar, como o efeito da idade sobre as características espectrais é bem conhecido, ao compararmos determinamos o que melhor se ajusta. A Figura 3.9 mostra o espectro observado da rádio galáxia extremamente vermelha 53W091 ( $z = 1,55$ ), juntamente com 4 modelos de população estelar distintos, o melhor ajuste é obtido para uma idade de 3,5 bilhões de anos [50].

### 3.3.1 Teste estatístico de $\chi^2$ da idade do universo com GVAR

Uma vez que obtemos por algum método a idade do universo, podemos através de testes estatísticos estabelecer limites sobre parâmetros cosmológicos, assim como é feito a partir da DDA. No entanto, sabe-se que as galáxias são criadas aleatoriamente no decorrer da evolução do universo, sendo assim, possuem tempos de incubação  $t_{inc}$ <sup>6</sup> diferentes, dificultando muito a realização deste tipo de teste, uma vez que, mesmo determinando a idade de uma galáxia ( $t_{obs}$ ) em um  $z_i$ , faz-se necessário também sabermos o tempo de incubação desta galáxia ( $t_{inc,i}$ ) para obtermos a idade do universo neste *redshift*, visto que  $t_{z_i} = t_{inc,i} + t_{obs,i}$ , como ilustra a Figura 3.10.

Uma das saídas para este problema é selecionar as galáxias mais velhas em alto

---

<sup>6</sup>Tempo de incubação é o tempo decorrido do *Big Bang* até a formação da galáxia.



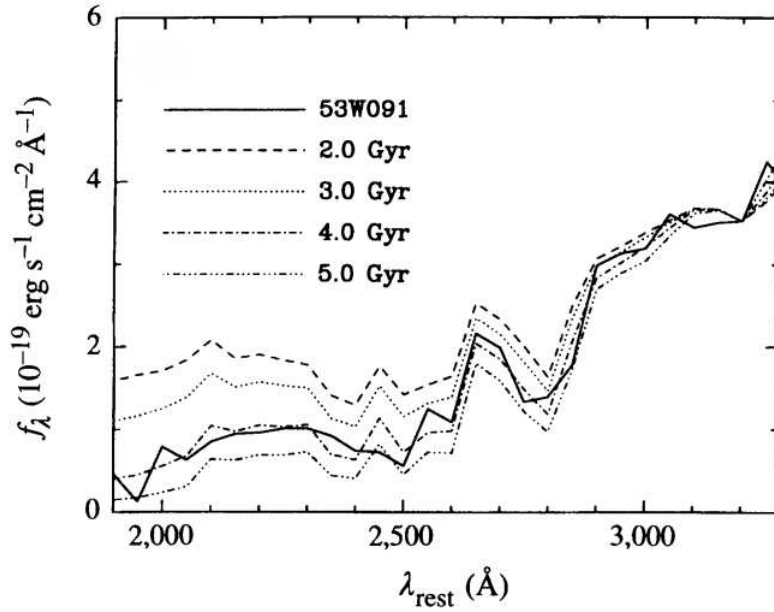


Figura 3.9: O espectro observado da rádio galáxia 53W091 juntamente com 4 modelos teóricos de população estelar distintos (extraído de [50]).

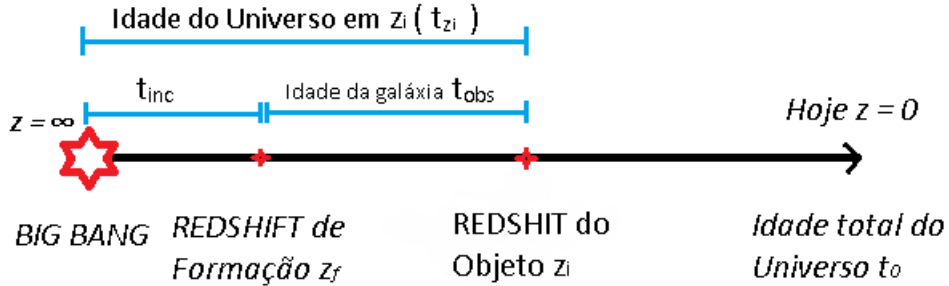


Figura 3.10: Ilustração: tempo de incubação, idade do universo e quantidades relacionadas.

*redshifts*, e daí, supor um tempo de incubação médio, considerando uma significativa variância no mesmo. Esta mesma técnica é usada em [51, 3], onde consideraram o  $t_{inc} = 0.8 \pm 0,4$  Ganos.

Como já vimos na Seção 2.2.3, a idade do universo em um *redshift*  $z$  é dado pela Equação (2.52), a qual fazendo a mudança de variável  $x = 1/(1+z)$ , obtemos:

$$t(\mathbf{p}; z) = \frac{1}{H_0} \int_0^{1/(1+z)} \frac{dx}{xE(\mathbf{p}; x)}. \quad (3.36)$$

Com base no que foi discutido acima, vamos realizar um teste de  $\chi^2$ , representado

pela seguinte expressão,

$$\chi_{idade}^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(t(\mathbf{p}; z_i) - (t_{obs,i} + t_{inc}))^2}{\sigma_{t_{obs,i}}^2 + \sigma_{t_{inc}}^2}, \quad (3.37)$$

onde consideramos a idade observacional do universo em um dado *redshift* como sendo  $t_{z_i}^{obs} = t_{inc} + t_{obs,i}$ , sendo  $t_{inc}$  o tempo de incubação,  $\sigma_{t_{inc}}$  a incerteza associada ao  $t_{inc}$ ,  $t_{obs,i}$  a idade observacional para uma galáxia específica,  $\sigma_{t_{obs,i}}$  a incerteza na medida da idade individual da galáxia e  $t(\mathbf{p}; z_i)$  apresenta a expressão teórica para a idade do universo em um dado *redshift*, que por sua vez depende do modelo adotado.

Daí, adotando o modelo  $\Lambda$ CDM Plano, um  $t_{inc} = 0.8 \pm 0,4$  Ganos e usando uma amostra de 11 idades de galáxias velhas em altos *redshift* ( $0,62 \leq z \leq 1,70$ ), selecionadas das amostra de Ferreras et al. [52] e Longhetti et al. [53], a mesma utilizada por Lima e Cunha [3](ver Figura 5.3), onde argumentou que este conjunto de dados fornece idades de galáxias precisas e restritivas, realizamos o teste de  $\chi^2$  dado pela Equação (3.37), onde obtemos a Figura 3.11 para o plano  $h - \Omega_{0m}$ ,

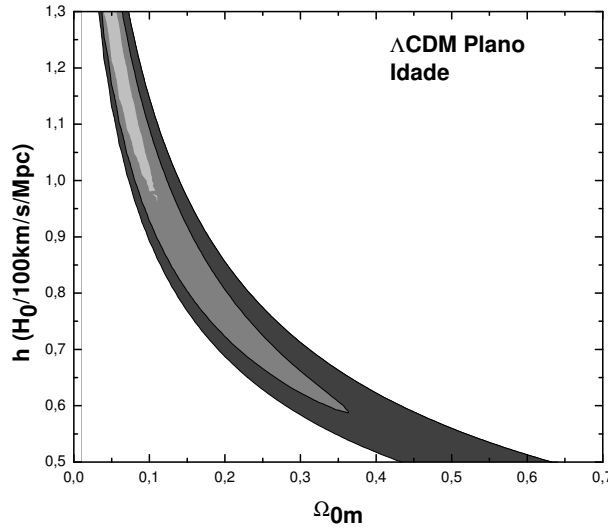


Figura 3.11: Plano  $h - \Omega_{0m}$  gerado a partir do teste de  $\chi_{idade}^2$  em um Modelo  $\Lambda$ CDM Plano. As regiões cinzas do gráfico correspondem, respectivamente, da clara para a mais escura, as regiões de  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  e  $3\sigma$  de confiança estatística.

Na Figura 3.11 mostramos os contornos de verossimilhança constante ( $1\sigma$ ,  $2\sigma$  e  $3\sigma$ ) no espaço de parâmetros para  $h - \Omega_{0m}$ , é notório que o teste de idade sozinho não é muito restritivo, pois existe uma grande gama de pá de parâmetros permitidos para  $h$  e  $\Omega_{0m}$ . No entanto, o mesmo pode ser bastante relevante quando realizado em conjunto com outro

que quebre a degenerescência existente, um bom candidato a quebrar esta degenerescência é o teste utilizando as BAOs, descrito na Seção 3.2.1.

### 3.3.2 Análise conjunta: Teste com GVAR + BAOs

Portanto, em busca de obtermos vínculos mais restritivos, faremos uma análise conjunta usando as galáxias velhas e as assinaturas das BAOs. Tal análise requer um  $\chi^2$ , com a seguinte forma,

$$\chi_{idade+BAO}^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(t(\mathbf{p}; z_i) - (t_{obs,i} + t_{inc}))^2}{\sigma_{t_{obs,i}}^2 + \sigma_{t_{inc}}^2} + \left( \frac{A(\mathbf{p}; z) - 0.469}{0.017} \right)^2. \quad (3.38)$$

Deste obtemos a Figura 3.12, que mostra as regiões de  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  e  $3\sigma$  de confiança estatística para a análise conjunta dos testes com galáxias velhas e assinaturas das BAOs.

É evidente ao compararmos as Figuras 3.11 com a Figura 3.12 a eficiência do teste conjunto adotado, notamos que tanto o parâmetro  $\Omega_{0m}$  como o  $h$  ficaram melhor restringidos, com o melhor ajuste em  $h = 0,67$  e  $\Omega_{0m} = 0,27$ .

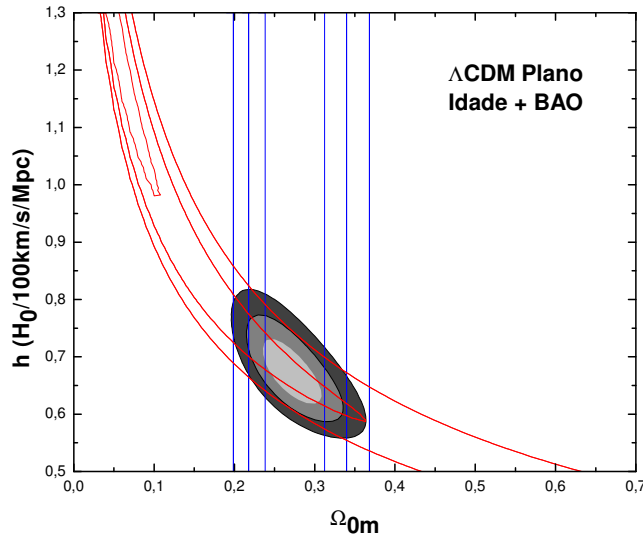


Figura 3.12: Plano  $h - \Omega_{0m}$  gerado a partir do teste de  $\chi_{idade+BAO}^2$  em um Modelo  $\Lambda$ CDM Plano. As regiões cinzas do gráfico correspondem, respectivamente, da clara para a mais escura, as regiões de  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  e  $3\sigma$  de confiança estatística. As linhas azuis e vermelhas representam os contornos dos testes com as assinaturas das BAOs e com as galáxias velhas, respectivamente.

### 3.4 Parâmetro de Hubble

O Parâmetro de Hubble ( $H(z)$ ) como já definido na Seção 2.1.3, Equação (2.15), expressa a taxa com que o universo se expande em um dado  $z$ . É muito comum na literatura encontrarmos ele expresso como sendo  $H(z) = H_0 E(\mathbf{p}; z)$ , ou seja:

$$H(z) = H_0 \times \begin{cases} \sqrt{\Omega_{0m}(1+z)^3 + \Omega_{0\Lambda}} & \text{Modelo } \Lambda\text{CDM Plano} \\ \sqrt{\Omega_{0m}(1+z)^3 + \Omega_{0\Lambda} + \Omega_{0k}(1+z)^2} & \text{Modelo } \Lambda\text{CDM Curvo} \\ \sqrt{\Omega_{0m}(1+z)^3 + \Omega_{0x}(1+z)^{3(1+w_x)}} & \text{Modelo XCDM Plano} \end{cases} \quad (3.39)$$

Como é evidente na Equação (3.39), a expressão para o  $H(z)$  muda dependendo do modelo cosmológico adotado já que o mesmo carrega em si toda a cosmologia do modelo, sendo portanto, uma peça crucial para todo modelo cosmológico.

A determinação de  $H(z)$  em diferentes pontos da evolução do universo pode nos ajudar, entre outras coisas, a entender melhor a dinâmica de expansão do universo, além de está se revelando bastante útil na realização de teste cosmológicos. Existem hoje diferentes métodos para medir  $H(z)$ , os dois mais conhecidos são: (i) usando a diferença de idade de galáxias [54, 55]; (ii) e as Oscilações Acústica de Bárions (BAOs) [56, 57].

O primeiro método foi desenvolvido por Jimenez e Loeb [54], eles realizaram as primeiras medidas de  $H(z)$  usando medições de diferença de idade ( $\Delta t$ ) entre duas galáxias que evoluíram passivamente e se formaram ao mesmo tempo, mas que estavam separadas por um pequeno intervalo de *redshift* ( $\Delta z$ ). As quantidades medidas neste método estão relacionada com o Parâmetro de Hubble pela seguinte relação<sup>7</sup>:

$$H(z) = -\frac{1}{(1+z)} \frac{dz}{dt}, \quad (3.40)$$

haja vista que pode-se inferir a derivada  $dz/dt$  a partir da relação  $\Delta z/\Delta t$  [54].

Recentemente, utilizando o mesmo método, Zhang et al. (2014) [55] obtiveram 4 novos dados observacionais de  $H(z)$  ( $DOH(z)$ ). Além disto, combinando os seus com outros 21  $DOH(z)$  disponíveis, realizaram restrições de parâmetros cosmológicos em ambos os modelos  $\Lambda\text{CDM}$  Plano e Curvo. Os  $DOH(z)$  obtidos por Zhang et al. e os 21 outros já existentes são mostrados na Tabela 3.1.

Quanto ao segundo método, encontramos um bom exemplo na referência [57], onde Busca et al. (2013) apresenta a primeira detecção do pico BAOs em alto *redshift*,

<sup>7</sup>Esta expressão é obtida a partir da Equação (2.33), usando o fato que  $a = 1/(1+z)$ .

$z$	$H(z)$	$\sigma_{H(z)}$	Referencia	$z$	$H(z)$	$\sigma_{H(z)}$	Referencia
0.090	69	12	Jimenez et al. (2003)†	0.352	83	14	Moresco et al. (2012)†
0.170	83	8	Simon et al. (2005)†	0.593	104	13	Moresco et al. (2012)†
0.270	77	14	Simon et al. (2005)†	0.680	92	8	Moresco et al. (2012)†
0.400	95	17	Simon et al. (2005)†	0.781	105	12	Moresco et al. (2012)†
0.900	117	23	Simon et al. (2005)	0.875	125	17	Moresco et al. (2012)†
1.300	168	17	Simon et al. (2005)†	1.037	154	20	Moresco et al. (2012)†
1.430	177	18	Simon et al. (2005)†	0.24	79.69	3.32	Gaztañaga et al. (2009)
1.530	140	14	Simon et al. (2005)†	0.43	86.45	3.27	Gaztañaga et al. (2009)
1.750	202	40	Simon et al. (2005)†	0.07	69.0	19.6	Zhang et al. (2014)*
0.480	97	62	Stern et al. (2010)†	0.12	68.6	26.2	Zhang et al. (2014)*
0.880	90	40	Stern et al. (2010)†	0.20	72.9	29.6	Zhang et al. (2014)*
0.179	75	4	Moresco et al. (2012)†	0.28	88.8	36.6	Zhang et al. (2014)*
0.199	75	5	Moresco et al. (2012)†	-	-	-	-

Tabela 3.1: Dados observacionais de  $H(z)$ . Os 4 últimos dados \* foram os obtidos por Zhang et al. (2014)[55], já os dados com †, são referentes a amostra de  $DOH(z)$  usada em testes estatísticos nesta dissertação. A unidade das grandezas  $H(z)$  e  $\sigma_{H(z)}$  está em  $kms^{-1}Mpc^{-1}$  (adaptado de [55]).

quando o universo era fortemente dominado pela matéria, resultando em restrições sobre a DDA e sobre o Parâmetro de Hubble em  $z = 2.3$ . Ao combinar esses resultados com as restrições derivadas a partir das observações da RCF, o resultado para  $H(z)$  foi de  $H(z = 2, 3) = 224 \pm 8 kms^{-1}Mpc^{-1}$ .

Por outro lado, Yuan et al. [58] propõem um esquema válido para medir o Parâmetro de Hubble em altos *redshifts* (maiores até que 2,3). Segundo os autores, este método vai estender os atuais  $DOH(z)$  para a região do chamado "deserto de *redshift*" ( $2 < z < 5$ ). Este método baseia-se na possibilidade de medir o sinal de Sandage-Loeb  $\dot{v}$ , dado pela Equação (3.41), através da espectroscopia de quasares, utilizando a próxima geração de grandes telescópios, e a partir daí, determinar  $H(z)$ , tendo em vista a seguinte expressão:

$$\dot{v} \equiv \frac{\Delta v}{\Delta t_0} = \frac{cH_0}{(1+z)} \left( 1 + z - \frac{H(z)}{H_0} \right). \quad (3.41)$$

### 3.4.1 Teste de $\chi^2$ com dados observacionais de $H(z)$

Como já comentado anteriormente, os dados observacionais de  $H(z)$  ( $DOH(z)$ ) estão sendo bastante úteis na restrição de parâmetros cosmológicos. Uma das maneiras

de se obter tais restrições é fazendo uso do teste de  $\chi^2$ . Assim, de forma análoga aos outros observáveis, aplicaremos o seguinte teste de  $\chi^2$  aos  $DOH(z)$ :

$$\chi_{H(z)}^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{H(z_i) - H_{obs}(z_i)}{\sigma_{H_{obs}(z_i)}} \right)^2, \quad (3.42)$$

onde  $H_{obs}(z_i)$  é o valor observacional de  $H(z)$  num dado *redshift*,  $\sigma_{H_{obs}(z_i)}$  é o erro associado a medida de  $H_{obs}(z_i)$  e  $H(z_i)$  representa o Parâmetro de Hubble teórico.

Daí, adotando o modelo  $\Lambda$ CDM Curvo e usando uma amostra de 18  $DOH(z)$ , destacados na Tabela 3.1 com o símbolo †, obtidos a partir dos métodos (i) e (ii) (descritos na seção anterior) na faixa de *redshift* entre 0,1 <  $z$  < 1,8, realizamos um teste estatístico com os  $DOH(z)$ , que representado no plano  $h - \Omega_{0k}$ , resulta na seguinte Figura 3.13.

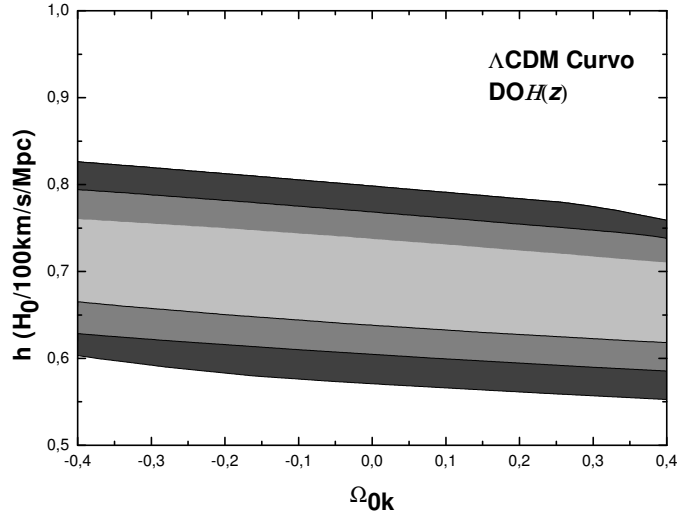


Figura 3.13: Plano  $h - \Omega_{0k}$  gerado a partir do teste de  $\chi_{H(z)}^2$  em um Modelo  $\Lambda$ CDM Curvo. As regiões cinzas do gráfico correspondem, respectivamente, da clara para a mais escura, as regiões de  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  e  $3\sigma$  de confiança estatística.

Da Figura 3.13, notamos que o teste com  $DOH(z)$  impõe consideráveis restrições sobre o parâmetro  $h$ , no entanto, existe uma degenerescência na restrição de  $\Omega_{0k}$ , fazendo-se necessário uma análise combinada com outros testes para quebrar esta degenerescência, e assim, torna mais eficiente este teste.

# Capítulo 4

## A Constante de Hubble, $H_0$ , e suas Estimativas

### 4.1 Hubble e a expansão do universo

Em 1929, o famoso astrônomo americano Edwin P. Hubble, usando medidas de *redshifts* feitas por Milton Humason, observou a existência de uma relação linear entre o *redshift* e a distância de galáxias (ver Figura 4.1), isto é,  $cz = H_0d$ , onde  $H_0$  é a constante de proporcionalidade, chamada de constante de Hubble, que usualmente é expressa como sendo  $100h\text{km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ , onde  $h$  é a constante de Hubble adimensional. Esta relação só é válida para "pequenas" distâncias ou pequenos *redshifts*. Além disto, sabemos que para pequenas distâncias é válida a relação  $v = cz$ , assim, combinando esta com a relação anterior, obtemos a conhecida lei do astrônomo Hubble,

$$v = H_0d. \tag{4.1}$$

Na verdade, da análise dos dados usados por Hubble em 1929, Figura 4.1, não é evidente que a relação entre *redshift* (velocidade) e a distância seja uma relação linear, ou até mesmo quadrática. No entanto, estes dados permitem concluir que há um aumento sistemático da velocidade de recessão com a distância, levando a conclusão de que o universo está se expandindo[59]. Pois, se o universo fosse estático, estatisticamente deveríamos observar tanto velocidades de recessão como de aproximação, ou seja, *redshifts* negativos e positivos, como isto não é observado, a conclusão é que de fato o universo está em expansão.

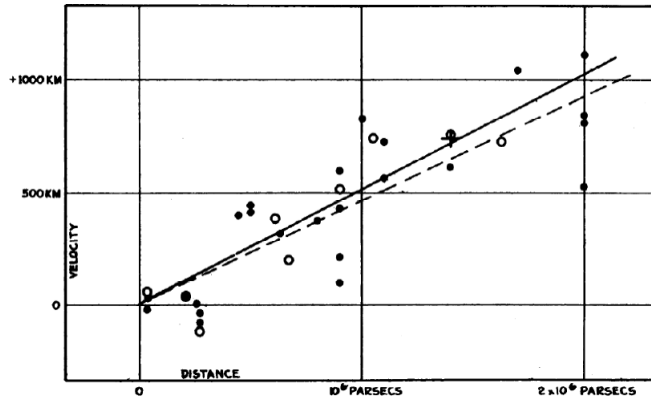


Figura 4.1: Diagrama relacionando a distância de galáxias próximas, derivado de medições usando variáveis Cefeidas, versus velocidade radial, derivado do *redshift*. A constante de Hubble é a inclinação desta relação (extraído de [60]).

A possibilidade teórica de um universo dinâmico já havia sido considerada por Friedmann (1923), no entanto, foi Hubble quem mostrou as primeiras evidências deste fenômeno, daí, só após isto, a expansão passou a ser uma propriedade real do universo, sendo aceita pela grande maioria dos cientistas.

Como foi dito no início desta seção, a Equação (4.1) possui validade limitada. Por outro lado, a Lei de Hubble obtida posteriormente,

$$v(z) = H(\mathbf{p}; z)d, \quad (4.2)$$

é sempre válida. Esta lei permitiu pensar em um universo em expansão e que surgiu em um passado remoto. Além disto, a relação linear existente entre a velocidade e a distância, é uma consequência direta da isotropia e homogeneidade espacial, pois, se esta relação fosse não linear, por exemplo,  $v \propto d^n$  com  $n \neq 1$ , distintos observadores mediriam uma taxa de expansão ( $H(\mathbf{p}; z)$ ) diferente em cada ponto do espaço, violando a homogeneidade do espaço.

## 4.2 Recentes estimativas de $H_0$ : controvérsia, erros sistemáticos e nova física

A constante de Hubble, cujo valor nos diz qual a taxa de expansão do universo hoje, é sem dúvida uma das constantes mais fundamentais da cosmologia. Ela está relacionada com diversas grandezas cosmológicas, por exemplo, a distâncias físicas entre



objetos astronômicos, a idade do universo, seu tamanho e densidade de energia. Daí, como  $H_0$  é uma constante crucial para qualquer modelo cosmológico moderno, é de extrema importância a determinação mais exata possível do seu valor, para assim termos um modelo cosmológico que seja o mais apurado possível.

Nas medições feitas por Hubble em 1929 [60], ele obteve um valor para  $H_0$  de  $500 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . As determinações de  $H_0$  seguintes obtiveram valores cada vez mais baixo que o originalmente medido por Hubble [61]<sup>1</sup>. Porém, na segunda metade do século passado, surgiu uma longa disputa com respeito ao verdadeiro valor de  $H_0$ , alguns investigadores defendiam valores em torno de  $H_0 = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  e outros preferiam valores mais altos, em torno de  $H_0 = 100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  [61]. Recentemente, ainda existe um debate semelhante com relação ao valor de  $H_0$ , no entanto, a nova controvérsia se dá entre medições locais e globais de  $H_0$ , além disto, o intervalo entre os dois extremos os quais os astrônomos acreditam está o verdadeiro valor de  $H_0$  é bem menor.

Em testes locais, ou seja, em baixos *redshifts* ( $z \ll 1$ ), Riess et al. (2011)[1] usou as observações do Telescópio Espacial Hubble (HST - *Hubble Space Telescope*) *Key Project* para determinar  $H_0$  a partir de Cefeidas e Supernovas do Tipo Ia (SNE Ia). Através de uma análise rigorosa dos erros estatísticos e sistemáticos, obtiveram  $H_0 = 73,8 \pm 2,4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  ( $1\sigma$ ), o que corresponde a uma incerteza de 3,3%. Mais tarde, usando o Telescópio Espacial *Spitzer*, Freedman et al. (2012)[62] re-calibrou a amostra do HST *Key Project* e encontrou  $H_0 = 74,3 \pm 2,6 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  ( $1\sigma$ ). Testes locais, como o usado por Riess et al. (2011)[1], baseia-se numa escala de distância cósmica de interligação dos diferentes indicadores de distâncias. As medidas e estratégias básicas comumente adotadas são: Cefeidas, ponta do ramo gigante vermelha, as galáxias *maser*, as flutuações de brilho de superfície, a relação *Tully-Fisher* e SNE Ia.

Por outro lado, em testes globais, ou seja, em *redshifts* muito alto ( $z \simeq 1070$ ), Hinshaw et al. (2012)[21], a partir da análise dos dados do WMAP-9 obtidos das anisotropias na temperatura da RCF, encontraram  $H_0 = 70,0 \pm 2,2 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  ( $1\sigma$ ), enquanto que a *Planck Collaboration* (2013) [2], utilizando dados da missão *Planck*, obteve  $H_0 = 67,4 \pm 1,4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  ( $1\sigma$ ), que corresponde a uma incerteza de 2,1%. É importante ressaltar que, tanto os valores da *Planck Collaboration* (2013) como os de

---

<sup>1</sup>Uma revisão histórica completa da determinação de  $H_0$  pode ser encontrada nas referências [63] e [64].

Hinshaw et al. (2012), foram derivados assumindo o Modelo  $\Lambda$ CDM Plano. Além disto, os dados a partir das anisotropias na temperatura da RCF, por si só não podem fornecer fortes restrições sobre  $H_0$ , havendo assim, a necessidade de incluir um *prior* sobre  $H_0$  de diferentes e independentes testes, afim de se resolver este problema de degenerescência [3]. Portanto, tal determinação de  $H_0$  envolve uma combinação de fenômenos físicos em escalas e épocas muito diferentes da evolução cósmica, e devido à inclusão de dados SNe Ia, o valor obtido para  $H_0$  é também um pouco dependente da escada cósmica de distância[3].

Note que, os resultados atuais de diferentes trabalhos que propõem uma determinação de  $H_0$ , revelam existir uma discrepância intrigante entre trabalhos em *redshifts* muito altos (medições globais a partir da RCF) e baixos (medições locais). Como evidenciado na Tabela 4.1, as determinações locais fornecem valores mais altos para  $H_0$  comparados com aqueles fornecidos pelas medições globais. Em particular, a tensão existente é cerca de 9% ou  $2.4\sigma$  de confiança estatística.

Determinações de $H_0$	Locais	$H_0(1\sigma)$
Riess et al. (2011)[1]	SNe Ia/Cefeida	$73, 8_{-2,4}^{+2,4}$
Freedman et al. (2012)[62]	SNe Ia/Cefeida	$74, 3_{-2,6}^{+2,6}$
Determinações de $H_0$	Globais	$H_0(1\sigma)$
Hinshaw et al. (2013)[21]	WMAP 9 anos	$70, 0_{-2,2}^{+2,2}$
<i>Planck Collaboration XVI</i> (2013)[2]	<i>Planck</i>	$67, 3_{-1,2}^{+1,2}$
Determinações de $H_0$	Intermediários	$H_0(1\sigma)$
Busti et al. (2014)[4]	DOH( $z$ )	$64, 9_{-4,2}^{+4,2}$
Lima e Cunha (2014)[3]	DDA+GVAR+DOH( $z$ )+BAOs	$74, 1_{-2,2}^{+2,2}$

Tabela 4.1: Determinações de  $H_0$  locais, globais e em *redshifts* intermediários ( $km s^{-1} Mpc^{-1}$ ).

Esta controvérsia a respeito do valor da constante de Hubble, determinada a partir de medições locais e globais, levantou uma série de atividades afim de definir evidências de nova física ou erros sistemáticos ocultos.

Muitos erros sistemáticos podem ser responsáveis por esta diferença. Quanto às medições locais, o primeiro degrau na escada distância é crucial para as medições de  $H_0$ . Dependendo do método que é utilizado para calibrar distâncias às SNe Ia, uma variedade de valores é obtida para  $H_0$ . Por exemplo, Riess et al. [1] usou três indicadores

de distância para calibrar distâncias às SNe Ia: uma distância geométrica para NGC 4258 com base numa medição *megamaser*; medidas de paralaxe para Cefeidas na Via Láctea e observações de Cefeidas e uma distância revisada à Grande Nuvem de Magalhães. Revisando a distância para NGC 4258 a partir de Humphreys et al. [65], com apenas esse indicador Efstathiou [66] utilizou dados de Riess et al. [1] para obter  $H_0 = 70,6 \pm 3,3 \text{ kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ , ao combinar com os três indicadores o valor obtido foi  $H_0 = 72,5 \pm 2,5 \text{ kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ , aliviando a tensão. Por outro lado, calibrando as SNe com a ponta do ramo gigante vermelha Tammann e Reindl [67] obteve  $H_0 = 63,7 \pm 2,7 \text{ kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ . Isto é muito intrigante uma vez que muitas determinações locais obteve valores mais elevados para  $H_0$ .

Os erros sistemáticos também podem vir a partir da análise da RCF. Por exemplo, Spergel, Flauger e Hlozek [68] afirmam que o detector de  $217 \times 217 \text{ GHz}$  pode ser responsável por uma parte da tensão, onde a sua remoção fornece  $H_0 = 68,0 \pm 1,1 \text{ kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ . Além disso, uma inconsistência dos dados do *Planck* com o modelo  $\Lambda\text{CDM}$  Plano foi reivindicada por Hazra e Shafieloo [69], onde a falta de energia para multipolos altos e baixos podem indicar nova física ou erros sistemáticos.

Com relação à nova física, poderia ser apenas variância cósmica [70, 71]; se vivemos em uma "bolha Hubble" nós inferimos um valor local mais alto para  $H_0$ , quando comparado com o global. Esta possibilidade requer um tamanho muito improvável para o vácuo, embora seja compatível com as observações [72]. Outras possibilidades incluem extensões do modelo de concordância cósmica [73, 74] ou neutrinos massivos [75].

Uma forma de evitar os efeitos locais e globais é ir para *redshifts* intermediários ( $z \sim 1$ ), pois esta zona de *redshift* é distinta daquela onde são analisadas as anisotropias na temperatura da RCF e os métodos definidos pela escala cósmica de distância (Cefeidas, SNe Ia, etc.). A principal vantagem de testes cosmológicos em *redshifts* intermediários é a sua independência de calibradores locais [41]. A fim de lançar alguma luz sobre o problema da discrepância a respeito do valor de  $H_0$ , determinado a partir de medições locais e globais, Lima e Cunha [3], propôs uma nova determinação de  $H_0$  em *redshifts* intermediários. Discutiremos na seção seguinte alguns detalhes e os principais resultados desta determinação proposta por Lima e Cunha.

### 4.3 Estimativas de $H_0$ em *redshifts* intermediários

Lima e Cunha [3] (de agora em diante LC), propuseram uma nova determinação de  $H_0$  em *redshifts* intermediários usando quatro testes diferentes, nomeadamente, (i) as distâncias de diâmetro angulares (DDA) para aglomerados de galáxias com base na combinação de efeito Sunyaev-Zeldovich e dados de raios-X ( $0,14 < z < 0,89$ ), (ii) idade de galáxias velhas em altos *redshift* (GVAR) ( $0,62 < z < 1,70$ ), (iii) dados observacionais de  $H(z)$  (DOH( $z$ )) ( $0,1 < z < 1,8$ ), e (iv) pico das Oscilações Acústicas dos Bárions (BAOs) ( $z = 0,35$ )<sup>2</sup>. Segundo os autores, a interação cooperativa entre estes testes reduz muito os erros sobre  $H_0$ , além disto, comentam que tal determinação de  $H_0$  pode lançar uma luz sobre a discrepância existente entre medições locais e globais do valor de  $H_0$ .

No primeiro teste (i) foram usados 38 dados de DDA de aglomerados de galáxias compilado por Bonamente et al. [5](ver Tabela 5.1), onde o plasma do aglomerado e distribuições de matéria escura foram analisados assumindo o modelo duplo  $\beta$ -esférico não-isotérmico. No segundo teste (ii), foram usados 11 idades de galáxias velhas em altos *redshift* (ver Figura 5.3), selecionadas das amostra de Ferreras et al. [52] e Longhetti et al. [53]. No terceiro teste (iii), foram usados 18 dados observacionais de  $H(z)$  obtidos via dois métodos distintos, usando a diferença de idade de galáxias e as BAOs, tais dados estão destacados com o símbolo † na Tabela 3.1. Por fim, o último teste (iv), faz uso do pico das BAOs, detectado a partir de uma grande amostra de galáxias vermelhas luminosas, o qual pode ser caracterizado por um parâmetro adimensional, definido na Equação (3.33)<sup>3</sup>.

A Figura 4.2(a), mostra o plano  $\Omega_m - h$  obtido por LC em sua análise combinando erros estatísticos e sistemáticos a partir de três diferentes testes: DDA via técnica ESZ/raio-X (linhas verdes) + idades de GVAR (linhas pretas)+ DOH( $z$ ) (linhas laranjas). Os autores concluíram que as restrições de cada amostra no plano  $h - \Omega_m$  são muito fracas quando consideradas individualmente, no entanto, devido à complementaridade entre elas, a análise conjunta destas três amostras é bastante restritiva, prevendo  $H_0 = 73,4 \pm 4,7 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  e  $\Omega_m = 0,290_{-0,061}^{+0,078}$  ( $1\sigma$  de confiança estatística) para dois parâmetros livres com  $\chi_{min}^2 = 41,42$ . Os valores  $\chi^2$  reduzidos são  $\chi_{red}^2 = 0,702$  (incluindo erros sistemáticos) e  $\chi_{red}^2 \cong 1$  (sem erros sistemáticos).

Na Figura 4.2(b), LC exhibe contornos sobre o parâmetro de espaço obtido através

<sup>2</sup>Detalhes sobre estes testes podem ser encontrados no Capítulo 3.

<sup>3</sup>Todas estas amostras são apresentadas com mais detalhes na Seção 5.1

de uma análise conjunta envolvendo a combinação de todos os quatro testes. As linhas tracejadas são cortes no plano  $\Omega_m - h$  fornecida pela assinatura da BAO. Os contornos vermelhos, verdes e azuis são restrições com 68,3%, 95,4% e 99,7% de confiança estatística, respectivamente. Segundo LC, esta análise completa fornece  $H_0 = 74, 1_{-3,3}^{+3,3} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  (4,5% de incerteza) e um parâmetro de densidade  $\Omega_m = 0, 278_{-0,028}^{+0,034}$  para dois parâmetros livres com um  $\chi_{min}^2 = 41, 53$  ( $\chi_{red}^2 = 0, 704$ ).

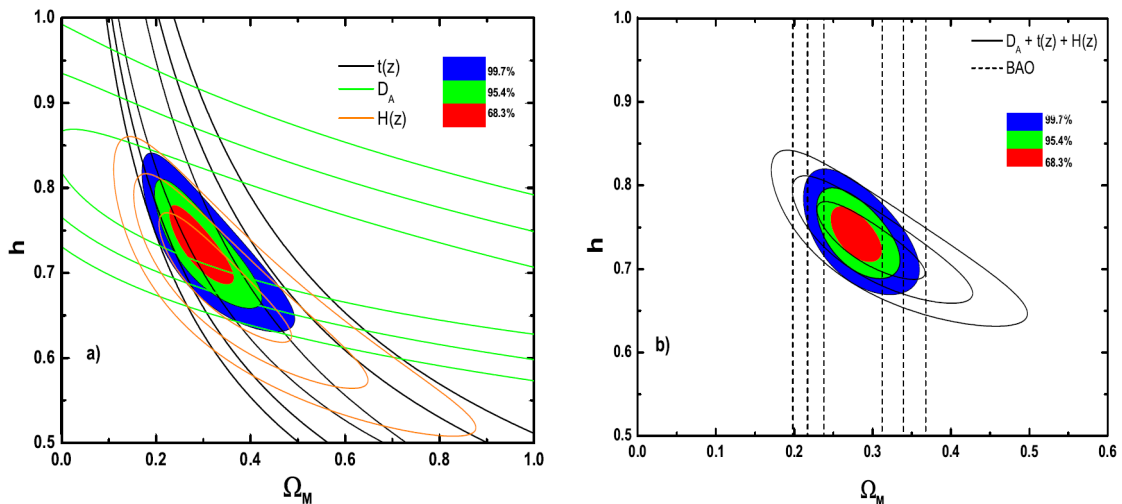


Figura 4.2: Determinação de  $H_0$  em *redshifts* intermediários. **a)**:  $H_0$  de três testes diferentes. O plano  $\Omega_m - h$  fornecido pelos dados de DDA via técnica ESZ/raio-X + idades de GVAR +  $DOH(z)$ , incluindo erros estatísticos mais sistemáticos. Os valores de melhor ajuste são  $h = 0, 734$  e  $\Omega_m = 0, 290$ . **b)**: Contornos no plano  $\Omega_m - h$  a partir de uma análise conjunta envolvendo dados de DDA via técnica ESZ/raio-X + idades de GVAR +  $DOH(z)$  + BAO. O Modelo de melhor ajuste convergem para  $h = 0741$  e  $\Omega_m = 0278$ . (extraída de [3]).

Na Figura 4.3, LC mostra a função de verossimilhança para o parâmetro  $h$  em um modelo  $\Lambda$ CDM Plano. Ambas as curvas, segundo os autores, foram obtidas marginalizando sobre o parâmetro de densidade da matéria. As linhas verticais são os cortes nas regiões de 68,3% e 95,4% de probabilidade. Para a linha sólida preta, não foi considerada a assinatura BAO. As restrições obtidas para a linha preta foram  $h = 0, 734 \pm 0, 031$  ( $0, 064$ ) com  $1\sigma$  ( $2\sigma$ ), respectivamente. Para a linha vermelha a assinatura BAO foi incluída. As restrições obtidas foram  $h = 0, 741 \pm 0, 022$  (correspondente a um erro de 3% em  $h$ ) e  $0, 045$  (6,1%) com  $1\sigma$  e  $2\sigma$ , respectivamente. Em todas estas análises, foram adicionados os erros estatísticos e sistemáticos.

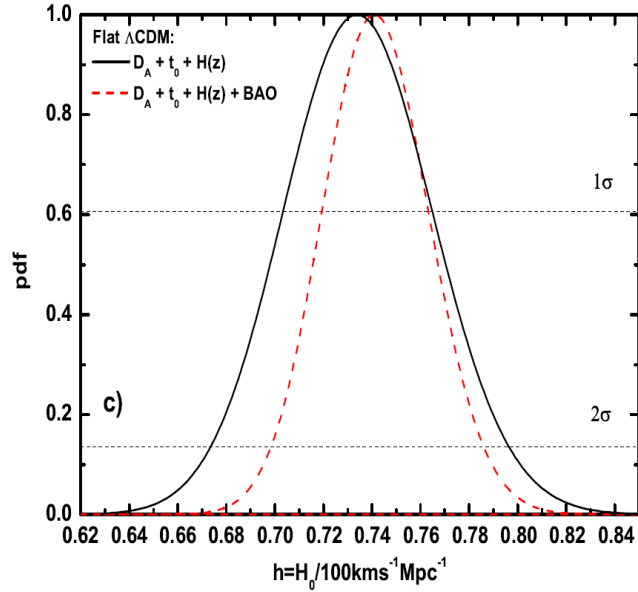


Figura 4.3: Funções de verossimilhança para o parâmetro  $h$  em um modelo  $\Lambda$ CDM Plano. A curva sólida preta corresponde a uma análise conjunta envolvendo DDA via ESZ/X-ray + idade de GVAR +  $DOH(z)$  enquanto que a curva vermelha tracejada inclui também a assinatura BAO. As linhas horizontais são cortes nas regiões de 68,3% e 95,4% de probabilidade (extraído de [3]).

Portanto, os autores concluíram que sua determinação com base apenas em testes em *redshifts* intermediários fornece uma verificação cruzada competitiva para a determinação de  $H_0$ . Além disto, quanto à intrigante tensão entre as determinações de  $H_0$  a partir de objetos próximos e os dados atuais da RCF, argumentaram que suas restrições sobre  $H_0$  favorecem claramente os métodos locais (ver Tabela 4.1).

Por outro lado, a partir de uma reconstrução não-paramétrica de dados de  $H(z)$  em *redshifts* intermediários, Busti, Clarkson e Seikel [4] extrapolaram a reconstrução de *redshift* 0 e obtiveram  $H_0 = 64,9 \pm 4,2 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , independente de modelo cosmológico. Assim, enquanto a determinação realizada por Busti, Clarkson e Seikel [4] é consistente com resultados da *Planck Collaboration*, a determinação realizada por LC aponta para uma inconsistência interna dentro do modelo  $\Lambda$ CDM, uma vez que tanto os valores da *Planck Collaboration* como os de LC foram derivados assumindo o mesmo modelo.

É também importante ressaltar que LC usou a amostra de aglomerados de galáxias de Bonamente et al. [5], modelada por um modelo duplo  $\beta$ -esférico não isotérmico. No entanto, a geometria esférica padrão tem sido severamente questionada, uma vez que

as observações do *Chandra* e *XMM-Newton* mostraram que aglomerados de galáxias exibem um brilho superfície de raios-X preferencialmente elíptico [76, 77, 78, 79, 80]. Além disso, esta amostra foi considerada incompatível com a chamada Relação de Dualidade de Distância Cósmica<sup>4</sup> (RDDC) [81, 82, 83, 84].

---

<sup>4</sup>Definida pela equação (2.49).

# Capítulo 5

## Robustez na Determinação de $H_0$ em *Redshifts* Intermediários

No Capítulo 4, discutimos a controvérsia existente entre medições locais e globais de  $H_0$ , sobre a determinação de  $H_0$  em *redshifts* intermediários proposta por LC [3], que argumentam ser robusta e competitiva, cujo resultado favorece as medições locais. Além disto, citamos uma outra determinação de  $H_0$  [4], também realizada em *redshifts* intermediários, que por sua vez, mostra-se consistente com as medições globais de  $H_0$ . Por fim, ressaltamos o fato de LC ter usado a amostra de aglomerados de galáxias de Bonamente et al. [5], modelada pelo modelo duplo  $\beta$ -esférico não isotérmico, severamente questionado na literatura.

Dentro deste contexto, o objetivo deste capítulo é analisar a robustez dos resultados de LC através da realização de dois tipos de testes. No primeiro, procuramos erros sistemáticos, considerando uma amostra onde a morfologia dos aglomerados de galáxias, utilizados para obter as suas distâncias, foram assumidas como esférica isotérmica e elíptica. Além disso, testamos diferentes hipóteses para o tempo de incubação  $t_{inc}$ , utilizado na análise usando idade de GVAR, para vermos o impacto sobre o valor de  $H_0$ . No segundo, nós mudamos o modelo cosmológico para ver a sua dependência com relação aos resultados, onde consideramos um modelo  $\Lambda$ CDM Curvo e um modelo XCDM Plano.

Como veremos, o valor  $H_0$  é muito fracamente dependente dos modelos cosmológicos analisados. Em contraste, a morfologia do aglomerado altera o resultado já decididamente, sendo a principal fonte de erros sistemáticos, o que significa que essa fonte deve ser controlada, a fim de afirmar que este método é uma ferramenta poderosa de verificação



cruzada para  $H_0$ .

Na seção seguinte apresentaremos uma descrição das amostras utilizadas nas análises estatísticas deste trabalho. Em seguida, na Seção 5.2, apresentamos as análises e os resultados originais obtidos, que resultaram na publicação de um artigo no periódico MNRAS LETTERS (*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*), encontrado na referência [85].

## 5.1 Amostras

A fim de ter um estudo comparativo confiável com os resultados de LC, a única diferença entre as suas e as nossas amostras, é a adição da amostra de De Filippis et al. [46]. Desta nova amostra, que possui um total 25 aglomerados de galáxias, selecionamos apenas 18 que encontram-se no intervalo de *redshift*  $0,142 < z < 0,79$ , descartamos os demais (com  $z < 0,1$ ) pois nosso interesse é *redshifts* intermediários. Nesta seção descreveremos com maior detalhe as amostras utilizadas em nossa determinação e, portanto, na de LC também.

### 5.1.1 Amostras de DDA de aglomerados de galáxias

Nos nossos testes, fizemos uso de três amostras de DDA de aglomerados de galáxias, todas obtidas a partir de observações do ESZ e em raio-X (a chamada técnica ESZ/raio-X). A seguir apresentaremos cada uma delas.

#### A amostra de Bonamente et al. (2006)

Esta amostra é composta por 38 aglomerados de galáxias situados entre  $0,14 < z < 0,89$ , compilada por Bonamente et al. [5]. Para esta amostra, o plasma e a distribuição de matéria escura do aglomerado foram analisados assumindo o modelo duplo  $\beta$ -esférico não isotérmico. Na Tabela 5.1, temos as DDA obtidas por Bonamente et al. [5] utilizando o modelo duplo  $\beta$ -esférico não isotérmico.

O modelo duplo  $\beta$ -esférico não isotérmico é uma extensão do modelo  $\beta$  esférico isotérmico, adotado na Seção 3.1.3 para detalharmos a técnica de obtenção da DDA utilizando medidas do ESZ e do brilho superficial de raio-X. Observações mostram que o modelo  $\beta$  esférico isotérmico apresenta limitações que o torna ineficaz na descrição de

Aglomerado	$z$	$d_A$ (Gpc)	$\Delta^+$	$\Delta_-$
CL 0016+1609	0.541	1.38	0.22	0.22
Abell 0068	0.255	0.63	0.16	0.19
Abell 0267	0.230	0.60	0.11	0.09
Abell 0370	0.375	1.08	0.19	0.20
MS 0451.6-0305	0.550	1.42	0.26	0.23
MACS J0647.7+7015	0.171	0.52	0.15	0.12
Abell 0586	0.686	1.68	0.48	0.38
MACS J0744.8+3927	0.288	0.78	0.18	0.18
Abell 0611	0.182	0.66	0.09	0.10
Abell 0665	0.282	0.88	0.30	0.23
Abell 0697	0.217	0.98	0.17	0.14
Abell 0773	0.291	0.83	0.02	0.02
ZW 3146	0.826	1.33	0.28	0.26
MS 1054-0321	0.142	0.78	0.18	0.13
MS 1137.5+6625	0.890	1.08	0.42	0.28
MACS J1149.5+2223	0.490	1.38	0.47	0.37
Abell 1413	0.183	0.65	0.09	0.09
CL J1226.9+3332	0.451	0.96	0.06	0.08
MACS J1311.0-0310	0.327	1.13	0.09	0.10
Abell 1689	0.252	1.07	0.02	0.08
RX J1347.5-1145	0.545	1.49	0.06	0.03
MS 1358.4+6245	0.171	0.44	0.04	0.05
Abell 1835	0.322	1.19	0.15	0.14
MACS J1423.8+2504	0.229	0.64	0.20	0.17
Abell 1914	0.202	0.52	0.04	0.05
Abell 1995	0.152	0.61	0.06	0.07
Abell 2111	0.176	0.66	0.14	0.11
Abell 2163	0.813	1.04	0.51	0.43
Abell 2204	0.164	0.58	0.29	0.25
Abell 2218	0.224	0.73	0.20	0.13
RX J1716.4+6708	0.570	1.33	0.37	0.28
Abell 2259	0.235	0.46	0.11	0.08
Abell 2261	0.483	1.44	0.27	0.23
MS 2053.7-0449	0.412	1.22	0.24	0.23
MACS J2129.4-0741	0.584	0.77	0.21	0.18
RX J2129.7+0005	0.544	0.80	0.19	0.16
MACS J2214.9-1359	0.784	2.85	0.52	0.63
MACS J2228.5+2036	0.583	2.48	0.41	0.44

Tabela 5.1: Dados de medidas de distância de diâmetro angular da amostra de Bonamente et al. (2006)[5] (adaptado de [5]).

aglomerados com núcleos densos e frios. Em aglomerados deste tipo, a maior parte do gás central é mais frio que o das regiões mais externas, ocasionando assim, um fluxo de resfriamento central (*cooling flow*), que consiste na migração massiva de matéria da periferia para o centro do aglomerado. Portanto, foi no intuito de superar esta limitação que surgiu o modelo duplo  $\beta$ -esférico não isotérmico.

Este modelo, possui graus de liberdade que permitem ajustar, simultaneamente, o brilho superficial em raio-X das regiões centrais com o das regiões mais externas e mais quentes, de aglomerados que possuem um núcleo menos energético. A função que descreve a densidade do gás quente no MIA para o modelo duplo  $\beta$ -esférico não isotérmico é dada por[13]

$$n_e(r) = n_{e0}f_n = n_{e0} \cdot \left[ f \left( 1 + \frac{r^2}{r_{c1}^2} \right)^{-\frac{3}{2}\beta} + (1 - f) \left( 1 + \frac{r^2}{r_{c2}^2} \right)^{-\frac{3}{2}\beta} \right], \quad (5.1)$$

onde  $r_{c1}$  e  $r_{c2}$  são os raios de duas regiões, o do caroço central do aglomerado e o da parte externa do mesmo que não é afetada pelo fluxo de resfriamento,  $f$  é a contribuição fracional de cada porção ( $0 \leq f \leq 1$ ). Daí, de posse deste perfil de densidade, Equação (5.1), e de um perfil de temperatura ( $T_e(r)$ ), que pode ser obtido considerando equilíbrio hidrostático, podemos integrar a Equação (3.19) e a Equação (3.25), obtendo assim a DDA.

### A amostra de De Filippis et al. (2005)

A amostra de De Filippis et al. [46] é constituída de 25 aglomerados de galáxias no intervalo de  $0,023 < z < 0,784$ . Na verdade, esta amostra é uma reanálise de duas amostras [86, 87] que já tinham suas medidas do ESZ e brilho superficial de raio-X coletadas utilizando o modelo  $\beta$ -esférico isotérmico para descrever os aglomerados [13]. Nesta reanálise, De Filippis et al. [46] utilizaram dois modelos para descrever o mesmo aglomerado: o modelo  $\beta$ -elíptico isotérmico e o modelo  $\beta$ -esférico isotérmico, fornecendo duas amostra de DDA. Na Tabela 5.2, mostramos os valores de DDA obtidos por De Filippis et al. [46] utilizando o modelo  $\beta$ -esférico isotérmico e  $\beta$ -elíptico isotérmico, os aglomerados destacados o o símbolo †, são os 18 aglomerados que compõem as duas amostras de De Filippis et al. [46] utilizadas nos testes descritos neste capítulo, denominada de agora em diante, amostra i (elíptico) e amostra ii (esférico).

O modelo  $\beta$ -esférico isotérmico, como já apresentado antes (ver Seção 3.1.3), é o

Aglomerado	$z$	$d_A^{Elíptico}$ (Mpc)	$d_A^{Esferico}$ (Mpc)
MS 1137.5+6625†	0.784	$2479 \pm 1023$	$3179^{+1103}_{-1640}$
MS 0451.6-0305†	0.550	$1073 \pm 238$	$1278^{+265}_{-299}$
CL 0016+1609†	0.546	$1635 \pm 391$	$2041^{+484}_{-514}$
RX J1347.5-1145†	0.451	$1166 \pm 262$	$1221^{+368}_{-343}$
Abell 0370†	0.374	$1231 \pm 441$	$4352^{+1388}_{-1245}$
MS 1358.4+6245†	0.327	$697 \pm 183$	$866^{+248}_{-310}$
Abell 1995†	0.322	$885 \pm 207$	$1119^{+247}_{-282}$
Abell 0611†	0.288	$934 \pm 331$	$995^{+325}_{-293}$
Abell 0697†	0.282	$1099 \pm 308$	$998^{+298}_{-250}$
Abell 1835†	0.252	$946 \pm 131$	$1027^{+194}_{-198}$
Abell 2261†	0.224	$1118 \pm 283$	$1049^{+306}_{-272}$
Abell 0773†	0.216	$1465 \pm 407$	$1450^{+361}_{-332}$
Abell 2163†	0.202	$806 \pm 1635$	$828^{+181}_{-205}$
Abell 0520†	0.202	$387 \pm 141$	$723^{+270}_{-236}$
Abell 1689†	0.183	$604 \pm 84$	$688^{+172}_{-163}$
abell 0665†	0.182	$4581 \pm 189$	$466^{+217}_{-179}$
Abell 2218†	0.171	$809 \pm 263$	$1029^{+339}_{-352}$
Abell 1413†	0.142	$478 \pm 126$	$573^{+171}_{-151}$
Abell 2142	0.091	$335 \pm 70$	$187^{+212}_{-97}$
Abell 0478	0.088	$448 \pm 185$	$406^{+237}_{-135}$
Abell 1651	0.074	$369 \pm 62$	$373^{+202}_{-122}$
Abell 0401	0.072	$165 \pm 45$	$610^{+593}_{-254}$
Abell 0399	0.058	$242 \pm 61$	$107^{+85}_{-41}$
Abell 2256	0.023	$103 \pm 42$	$296^{+127}_{-90}$
Abell 1656	0.084	$749 \pm 385$	$235^{+218}_{-98}$

Tabela 5.2: Dados de medidas de distância de diâmetro angular da amostra de De Filippis et al.[46] para os casos elíptico e esférico, os aglomerados destacados com símbolo † são os que compõem a amostra i (elíptico) e amostra ii (esférico), a qual utilizamos nos testes neste capítulo. (adaptado de [46]).

modelo mais simples. Sua principal vantagem é que fornece integrais com solução analítica. Para este modelo, o MIA é descrito por uma geometria esférica, com o seguinte perfil de densidade,

$$n_e(r) = n_{e0}f_n = n_{e0} \left( 1 + \frac{r^2}{r_c^2} \right)^{-\frac{3}{2}\beta}, \quad (5.2)$$

além disto, o MIA também é considerado isotérmico, logo possui o seguinte perfil de temperatura,  $T_e(r) = T_{e0}$ .

No entanto, observações de aglomerados em raio-X feitas pelos satélites *Chandra* e *XMM* mostram que, em geral, os aglomerados exibem mapas de brilho superficial elípticos. A partir desta e de outras evidências, De Filippis et al. [46] propuseram uma geometria triaxial para descrever os aglomerados. Devido ao fato de termos acesso apenas a projeção bi-dimensionais no céu, um modelo  $\beta$ -elíptico (2D) foi utilizado para analisar as medidas de raios-X dos aglomerados. Nesta descrição elíptica, o perfil de densidade do gás quente do MIA é dado por [13]:

$$n_e(r) = n_{e0}f_n = n_{e0} \left( 1 + \frac{\theta_1^2 + e_{proj}^2 \theta_2^2}{\theta_{c,proj}^2} \right)^{-\frac{3}{2}\beta}, \quad (5.3)$$

onde  $e_{proj}$  é a razão axial entre o maior e o menor eixo das isofótas projetadas no plano do céu,  $\theta_{c,proj}$  é o raio angular do núcleo projetado no céu e  $\theta_i$  são coordenadas angulares que descrevem as posições projetadas. Portanto, no modelo  $\beta$ -elíptico isotérmico, temos um perfil de densidade dado pela Equação (5.3), e por ser considerado isotérmico, um perfil de temperatura dado por  $T_e(r) = T_{e0}$ . Com isto, podemos integrar a Equação (3.19) e a Equação (3.25), e obter a DDA.

É importante comentar que, em geral, os diferentes perfis de gás dos aglomerados não afetam o brilho superfície central inferido ( $S_{x0}$ ) ou o decremento Sunyaev-Zel'dovich central ( $\Delta T_{ESZ0}$ ), mas dão diferentes  $\theta_c$  (o raio angular do núcleo/caroço central), como mostra a Figura 5.1.

De Filippis et al.[46] encontraram, uma relação entre  $\theta_{c,circ}$  e  $\theta_{c,ell}$ , a qual em primeira aproximação torna-se:

$$\theta_{c,ell} = \frac{2e_{proj}}{1 + e_{proj}} \theta_{c,circ}, \quad (5.4)$$

onde  $\theta_{c,ell}$  e  $\theta_{c,circ}$  são os raios angulares do núcleo/caroço central obtido por meio de um modelo  $\beta$ -elíptico isotérmico e um modelo  $\beta$ -esférico isotérmico, respectivamente. Uma

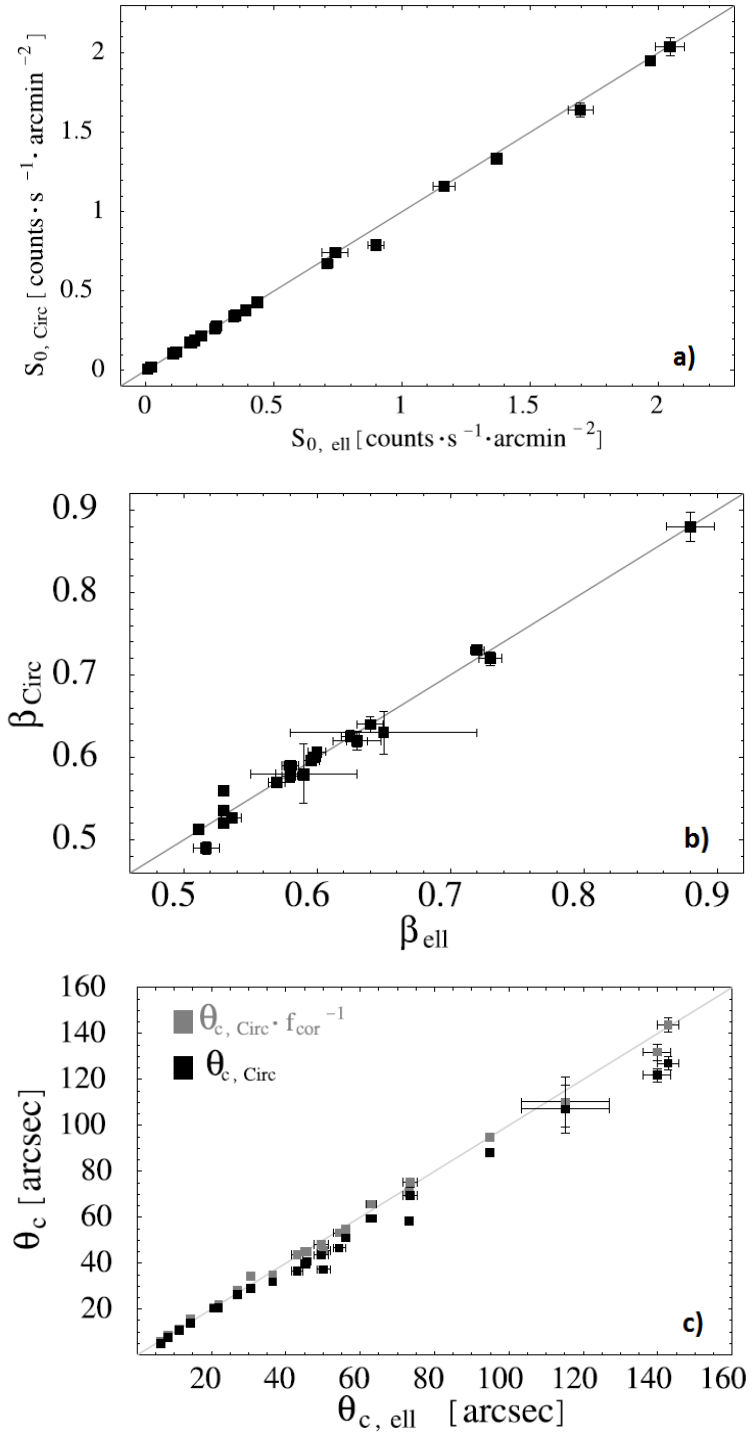


Figura 5.1: Comparação entre medidas de  $S_{x0}$ ,  $\beta$  e  $\theta_c$ , utilizando diferentes modelagens para os aglomerados de galáxias. A reta indica onde os valores são idênticos para ambas as modelagens. **a)**: Notamos que a escolha de um ou outro não afeta o resultado. **b)**: Neste caso, notamos que apenas para alguns poucos aglomerados há uma ligeira modificação dos valores. **c)**: Notamos que o valor de  $\theta_c$  obtido pelo modelo esférico (quadrados pretos) é consistentemente menor que o obtido pelo modelo elíptico (quadrados cinzas)(extraído de [46]).

vez que  $d_A(z) \propto 1/\theta_c$ , diferentes raios angulares do núcleo afetam as distâncias obtidas via técnica ESZ/raios-X e, conseqüentemente, as estimativas  $H_0$ . Assim, para estes modelos  $\beta$  individuais,  $d_A$  obtido pelo modelo esférico é superestimado quando comparado com o elíptico.

### 5.1.2 DOH( $z$ )

Esta amostra consiste em 18 pontos de DOH( $z$ ) versus *redshifts*, obtidos a partir de dois métodos distintos, usando a diferença de idade de galáxias e as Oscilações Acústica de Bárions (ver Seção 3.4). A Figura 5.2 mostra os 18 DOH( $z$ ) versus o *redshift* e a barra de erro correspondente à medição. Esta mesma amostra é apresentada na Tabela 3.1 destacada com o símbolo †.

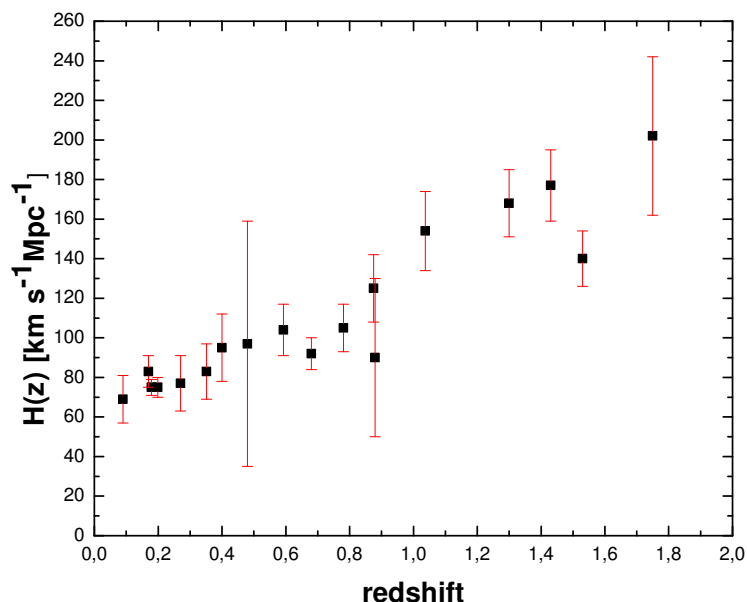


Figura 5.2: Plano DOH( $z$ ) *redshifts*. A barra vermelha corresponde ao erro estatístico. Estes dados foram obtidos das amostras de Jimenez et al. (2003)[88], Simon et al. (2005)[89], Stern et al. (2010)[90] e Moresco et al. (2012)[91].

### 5.1.3 Idades de GVAR

Esta amostra é formada por 11 idades de GVAR situadas no intervalo  $0,62 \leq z \leq 1,70$ , selecionadas da amostra de Ferreras et al. [52] e Longhetti et al. [53]. Segundo LC, o conjunto de dados selecionados fornecem idades de galáxia precisas e restritivas. A

Figura 5.3 mostra o plano *Age-redshift* formado pelas idades destas galáxias e suas barras de erro.

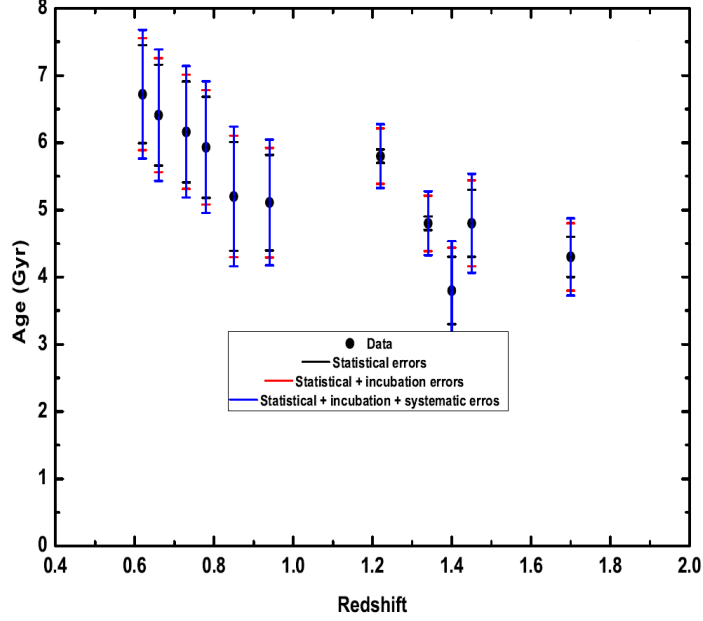


Figura 5.3: Plano *Age-redshift* da amostra total de galáxias. Os pontos pretos para  $z < 1,0$  e  $z > 1,2$ , correspondem, respectivamente, a amostra de Ferreras et al. [52] e Longhetti et al. [53]. As barras pretas, vermelhas e azuis representam, respectivamente, ao erro estatístico, o estatístico + o de incubação, o estatístico + o de incubação + o sistemático (extraído de [3]).

#### 5.1.4 O pico das BAOs

O pico remanescente das BAOs pode ser interpretado como uma consequência das oscilações acústicas dos bárions no plasma (bárions-fótons) primordial antes da Recombinação. Como discutido na Seção 3.2, tal pico foi detectado a partir de uma grande amostra de galáxias vermelhas luminosas e pode ser caracterizado por um parâmetro adimensional  $A$ , dado pela Equação (3.33). Como os testes realizados neste trabalho assumem curvatura arbitrária e diferentes modelos cosmológicos, adotamos a Equação (3.34) para definirmos  $A$ , logo:

$$A(\mathbf{p}; z) \equiv \frac{\sqrt{\Omega_m}}{E(z_*)^{1/3}} \left( \frac{1}{z_* \sqrt{|\Omega_k|}} S_k \left[ \sqrt{|\Omega_k|} \int_0^{z_*} \frac{dz}{E(\mathbf{p}; z)} \right] \right)^{\frac{2}{3}} = 0.469 \pm 0.017. \quad (5.5)$$



## 5.2 Análises e resultados

Assim como LC [3], realizaremos os testes estatísticos de  $\chi^2$  combinando os quatro observáveis discutidos no Capítulo 3, dado pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \chi^2(\mathbf{p}; z) = & \sum_{i=1}^N \left( \frac{d_A(\mathbf{p}; z_i) - d_{Aobs,i}}{\sigma_{d_{Aobs,i}}} \right)^2 + \sum_{i=1}^N \frac{(t(\mathbf{p}; z_i) - (t_{obs,i} + t_{inc}))^2}{\sigma_{t_{obs,i}}^2 + \sigma_{t_{inc}}^2} \\ & + \sum_{i=1}^N \left( \frac{H(z_i) - H_{obs}(z_i)}{\sigma_{H_{obs}(z_i)}} \right)^2 + \left( \frac{A(\mathbf{p}; z) - 0.469}{0.017} \right)^2. \end{aligned} \quad (5.6)$$

As contribuições estatísticas comuns para as amostras de aglomerados de galáxias são:  $\pm 8\%$  de fontes pontuais do ESZ,  $\pm 2\%$  do fundo de Raio-X galáctico (e extragaláctico),  $< \pm 1\%$  do NH galáctico,  $\pm 15\%$  da esfericidade do aglomerado,  $\pm 8\%$  do ESZ cinético e  $< \pm 2\%$  correspondente às anisotropias da RCF. Seguindo LC, vamos considerar inicialmente o  $t_{inc} = 0, 8 \pm 0, 4$  Ganos.

### 5.2.1 $\Lambda$ CDM Curvo

Nas Figuras 5.4a), 5.4b) e 5.4c) exibimos o plano  $h - \Omega_k$ . Nesta análise e na do XCDM Plano, as linhas vermelhas tracejadas e as pretas traço-pontilhadas correspondem aos limites  $1\sigma$  e  $2\sigma$  obtidos usando Idade de GVAR + BAOs e  $H(z)$ , respectivamente. As linhas contínuas azuis correspondem às restrições obtidas a partir das amostras de aglomerados de galáxias: Bonamente et al. e De Filippis et al. i e ii, respectivamente. Para o modelo  $\Lambda$ CDM, existe uma degenerescência entre  $\Omega_k$  e  $h$  para todos estes testes cosmológicos, e, portanto, os valores possíveis para  $h$  são fracamente limitados por estes dados separadamente. As regiões centrais preenchidas correspondem à análise conjunta. O círculo aberto com a sua barra de erro corresponde a restrição sobre  $h$  obtido por LC.

A partir da análise conjunta usando os aglomerados de galáxias da amostra de Bonamente et al. + Idade de GVAR + BAO +  $H(z)$ , obtemos na Figura 5.4a) para dois parâmetros livres:  $h = 0,74_{-0,04}^{+0,04}$ ,  $\Omega_k = -0,044_{-0,15}^{+0,14}$  e  $\chi_{red}^2 = 0,98$  em 68,3% de confiança estatística. Esta estimativa de  $h$  está em pleno acordo com o valor obtido por LC, sendo que, neste caso as restrições sobre  $h$  são independentes da suposição de um universo plano. Por outro lado, usando as outras amostras de aglomerados de galáxias na análise conjunta, obtém-se nas Figuras 5.4b) e 5.4c):  $h = 0,70_{-0,04}^{+0,04}$ ,  $\Omega_k = 0,012_{-0,14}^{+0,14}$  e  $\chi_{red}^2 = 0,96$  e  $h = 0,65_{-0,06}^{+0,06}$ ,  $\Omega_k = 0,14_{-0,19}^{+0,15}$  e  $\chi_{red}^2 = 0,94$ , para as amostras de De Filippis et al. i e ii, respectivamente.

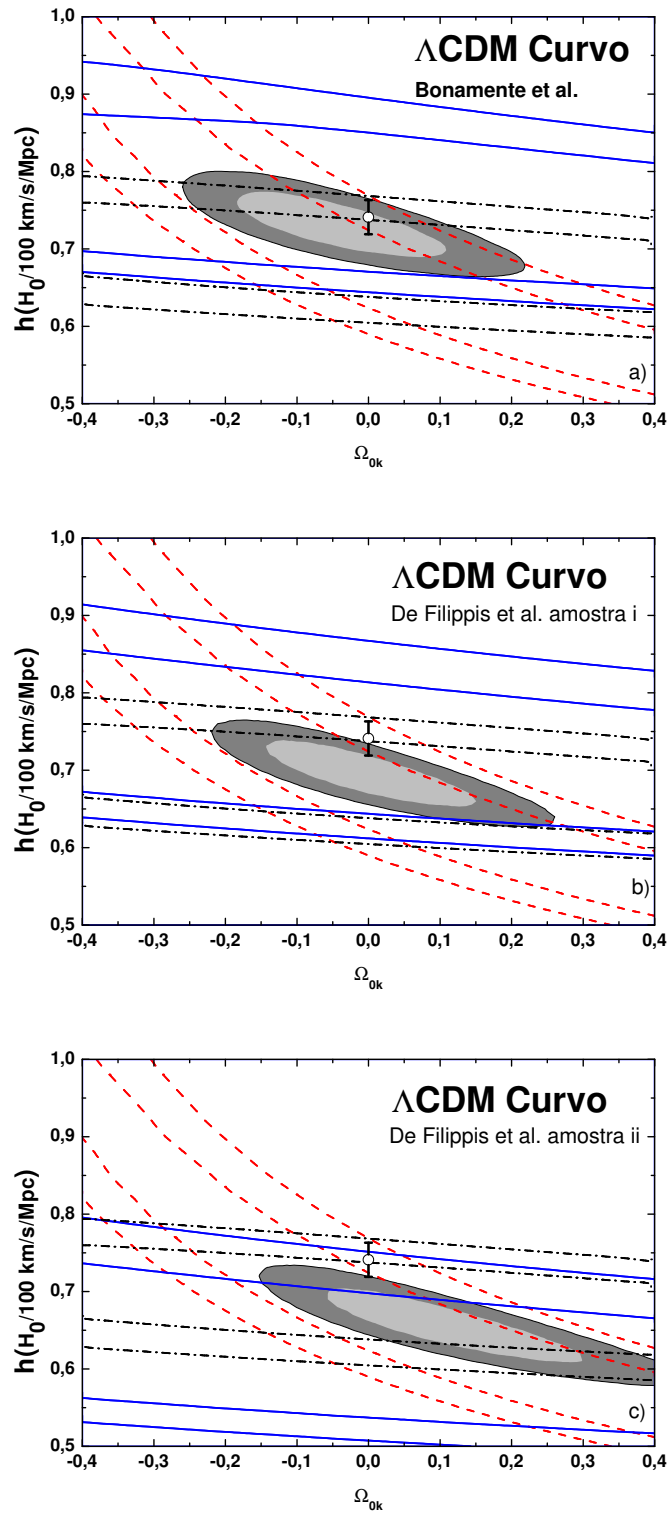


Figura 5.4: Plano  $h - \Omega_k$  em um modelo  $\Lambda$ CDM. Em todas as figuras as linhas contínuas azuis, vermelhas tracejadas e as pretas traço-pontilhadas correspondem às restrições em 68% e 95% de confiança estatística usando, separadamente, aglomerados de galáxias, Idade de GVAR + BAO e  $H(z)$ . As regiões centrais preenchidas correspondem à análise conjunta para cada caso. O círculo aberto com a sua barra de erro corresponde a restrição sobre  $h$  obtido por LC.

Na Figura 5.5 mostramos a função de verossimilhança do parâmetro  $h$ . Para obtermos esta função, marginalizamos sobre os parâmetros  $\Omega_m$  e  $\Omega_k$ . As linhas horizontais são cortes nas regiões de 68,3% e 95,4% de probabilidade. Para este caso, obtemos, em um nível de confiança estatística de  $1\sigma$ ,  $h = 0,74_{-0,030}^{+0,035}$ ,  $0,70_{-0,037}^{+0,035}$  e  $0,65_{-0,042}^{+0,042}$  para as amostras de Bonamente et al. e De Filippis et al. i e ii, respectivamente. A região sombreada corresponde ao intervalo  $1\sigma$  obtido por LC. Além disto, também realizamos uma análise usando as amostras de De Filippis et al. em um modelo  $\Lambda$ CDM Plano, onde obtemos  $h = 0,705_{-0,018}^{+0,020}$  e  $0,065_{-0,021}^{+0,020}$  para as amostras de De Filippis et al. i e ii, respectivamente, incompatíveis, pelo menos em  $1\sigma$  de confiança estatística, com o valor obtido por LC, que foi de  $0,719 < h < 0,763$ .

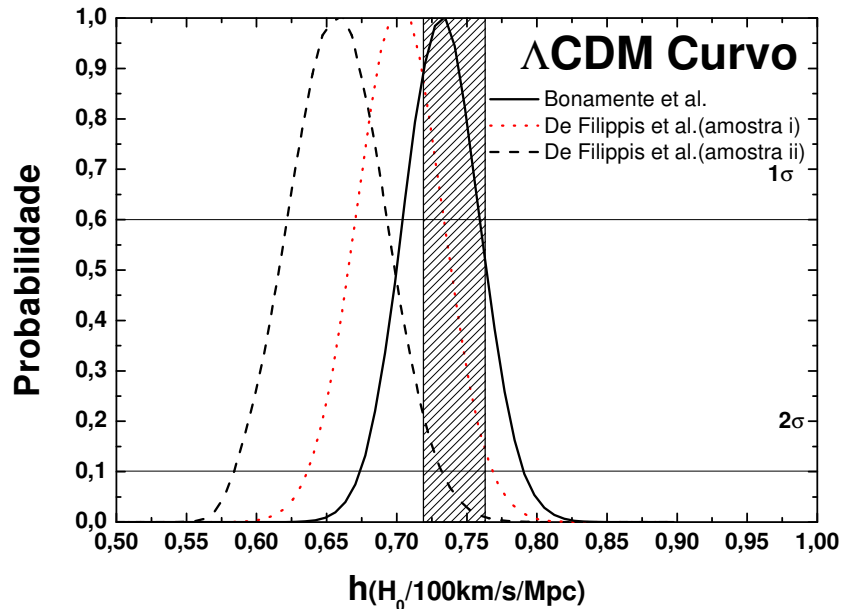


Figura 5.5: Probabilidade do parâmetro  $h$  em um modelo  $\Lambda$ CDM Curvo incluindo apenas erros estatísticos. As linhas contínuas pretas, pontilhadas azuis e traço-pontilhadas vermelhas são das análises usando as amostras de Bonamente et al. e De Filippis et al. i e ii, respectivamente. A região sombreada representa o intervalo de um  $1\sigma$  da análise de LC.

## 5.2.2 XCDM Plano

Nas Figuras 5.6a), 5.6b) e 5.6c) exibimos os planos  $h - \omega$ . Existe uma forte dependência entre  $h$  e  $\omega$  para todas os testes cosmológicos. As regiões centrais preenchidas

correspondem às análises conjuntas. Mais uma vez, o círculo aberto com a sua barra de erro corresponde à restrição sobre  $h$  obtido por LC.

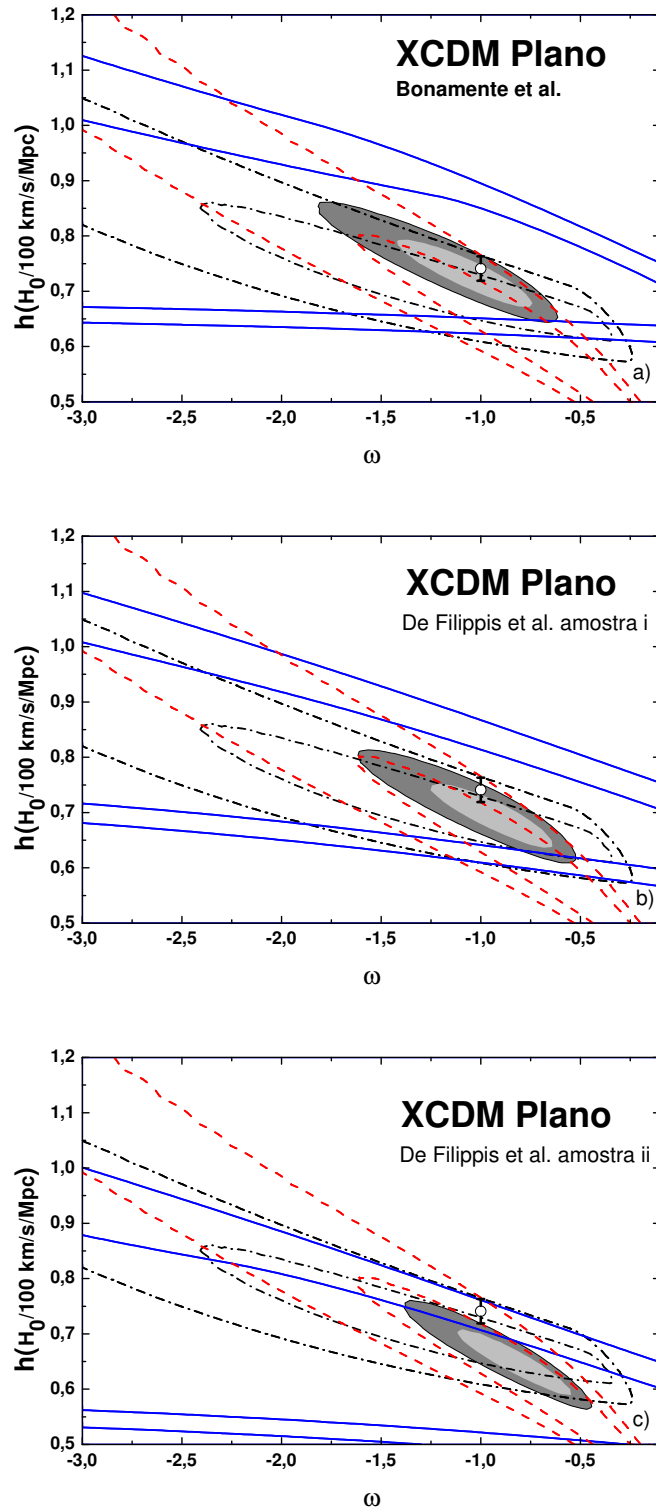


Figura 5.6: O mesmo que na Figura 5.4, mas para um modelo XCDM Plano.

A partir da análise conjunta usando os aglomerados de galáxias da amostra de

Bonamente et al. + Idade de GVAR + BAO +  $H(z)$  obtemos na Figura 5.6a) para dois parâmetros livres  $h = 0,72^{+0,06}_{-0,06}$ ,  $\omega = -1,1^{+0,50}_{-0,45}$  e  $\chi^2_{red} = 0,97$  em 68,3% de confiança estatística. Esta estimativa de  $h$  está em concordância com o valor obtido por LC, sendo, portanto, as restrições sobre  $h$  independente da suposição  $\omega = -1$ . No entanto, novamente, a partir das análises conjuntas, usando agora as amostras i e ii de De Filippis et al., nas Figuras 5.6b) e 5.6c), obtém-se  $h = 0,68^{+0,07}_{-0,05}$ ,  $\omega = -0,73^{+0,45}_{-0,50}$  e  $\chi^2_{red} = 0,95$  e  $h = 0,64^{+0,06}_{-0,06}$ ,  $\omega = -0,73^{+0,45}_{-0,50}$  e  $\chi^2_{red} = 0,94$ , respectivamente. Como se pode ver, o valor obtido para  $h$  é fortemente dependente do modelo utilizado para descrever os aglomerados de galáxias.

Na Figura 5.7 mostramos a função de verossimilhança do parâmetro  $h$ . Para obtermos este gráfico temos que marginalizarmos sobre os parâmetros  $\Omega_m$  e  $\omega$ . Assim como na Figura 5.5, as linhas horizontais são cortes nas regiões de 68,3% e 95,4% de probabilidade. Neste caso, obtém-se, em  $1\sigma$ ,  $h = 0,74^{+0,050}_{-0,050}$ ,  $0,69^{+0,04}_{-0,04}$  e  $0,64^{+0,041}_{-0,038}$  para as amostras de Bonamente et al. e De Filippis et al. i e ii, respectivamente. A região sombreada corresponde ao intervalo  $1\sigma$  obtido por LC para um modelo  $\Lambda$ CDM Plano.

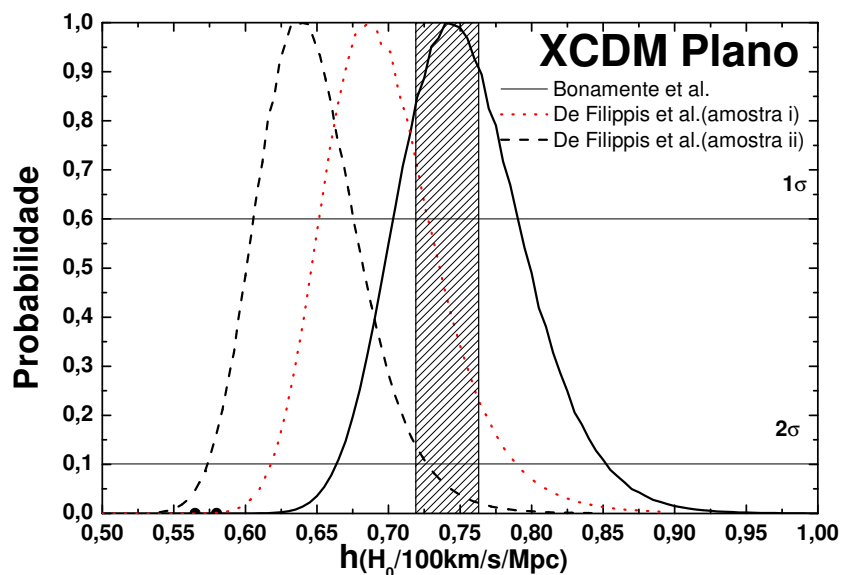


Figura 5.7: O mesmo que na Figura 5.5, mas para um modelo XCDM Plano.

Como se pode ver, independentemente do modelo cosmológico utilizado, os valores para  $H_0$  obtidos neste trabalho usando a amostra de Bonamente et al., estão de acordo com os obtidos por LC, realizado em um modelo  $\Lambda$ CDM Plano. Além disso, as estimativas de  $H_0$  a partir das amostras de De Filippis et al. também são independentes do modelo

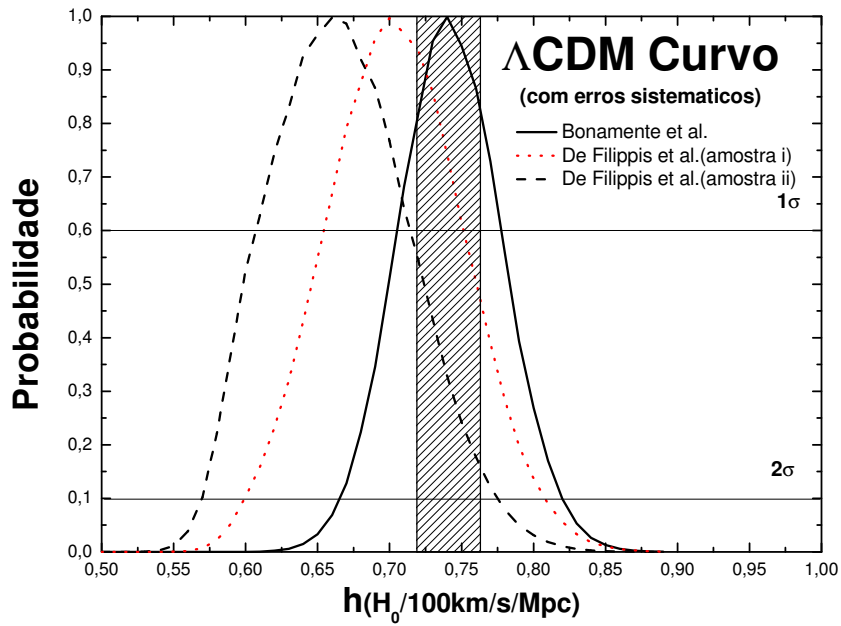
cosmológico subjacente usado. No entanto, as estimativas de  $h$  em todos os casos são fortemente dependentes do modelo utilizado para descrever os aglomerados de galáxias, com uma leve tensão entre a amostra Bonamente et al. e a amostra de De Filippis et al. ii.

### 5.2.3 Os erros sistemáticos

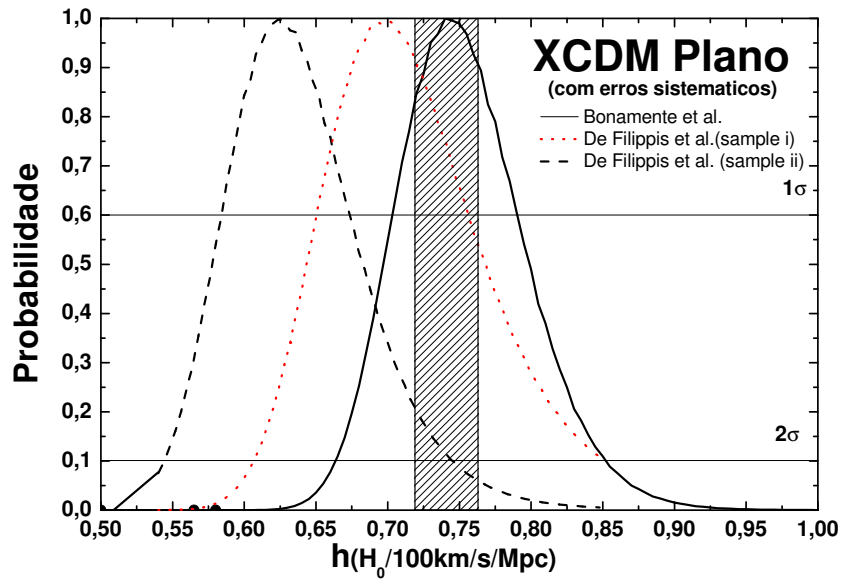
Além da morfologia do aglomerado, existem outras fontes de erros sistemáticos que podem afetar as restrições. Portanto, nós refizemos todas as análises, incluindo os erros sistemáticos em quadratura (ver Figuras 5.8(a) e 5.8(b)) usados na análise de LC, eles são de 8% em  $H(z)$  e 15% em idades GVAR, além disso, a partir da técnica ESZ/raios-X temos da calibração do ESZ  $\pm 8\%$ , da calibração do fluxo de raios-X  $\pm 5\%$ , dos halos de rádio +3 e da calibração da temperatura de raios-X  $\pm 7,5\%$ . Na verdade, pode-se mostrar que a quantidade típica de erros sistemáticos é cerca de 13% (detalhes podem ser encontrados em Bonamente et al [5]).

Assim, obtemos em  $1\sigma$  para as amostras Bonamente et al. e De Filippis et al. i e ii, respectivamente: (1)  $\Lambda$ CDM:  $h = 0,74_{-0,038}^{+0,043}$ ,  $0,705_{-0,045}^{+0,045}$  e  $0,64_{-0,070}^{+0,062}$ ; (2) XCDM Plano:  $h = 0,74_{-0,048}^{+0,051}$ ,  $0,69_{-0,050}^{+0,060}$  e  $0,63_{-0,058}^{+0,060}$ . Também realizamos a análise usando as amostras De Filippis et al. em um modelo  $\Lambda$ CDM Plano, onde obtemos  $h = 0,70_{-0,028}^{+0,030}$  e  $0,65_{-0,03}^{+0,03}$  para as amostras i e ii, respectivamente. Portanto, para todos os casos, existe uma tensão pelo menos em  $1\sigma$ , entre a análise de LC e a amostra De Filippis et al. ii, com a última preferindo valores baixo para  $H_0$ , em concordância com Busti et al. [4].

Por outro lado, os resultados usando a amostra De Filippis et al. i, estão em pleno acordo com os resultados dos 9 - anos do *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* (WMAP9; ver Tabela 5.3). É importante comentar que as simulações numéricas [92] mostraram que um modelo de ajuste esférico triaxial para Raio-X e ESZ de aglomerados deve fornecer uma estimativa imparcial de  $H_0$  quando um grande conjunto de aglomerados são usados (uma vez que os aglomerados alongados fornece um valor para  $H_0$  subestimado), o que não é o caso no momento. Além disso, também exploramos uma eventual dependência das estimativas  $h$  resultantes do tempo de incubação escolhido. Assim, mudamos o tempo de incubação para  $1,2 \pm 0,6$  e  $0,4 \pm 0,2$  Ganos e refizemos nossas análises. A influência encontrado foi insignificante.



(a) Correspondente ao Modelo  $\Lambda$ CDM Curvo.



(b) Correspondente ao Modelo XCDM Plano.

Figura 5.8: O mesmo que na Figura 5.5, exceto pela adição de erros estatísticos e sistemáticos em quadratura.

### 5.3 Conclusões

A partir de nossos resultados, podemos concluir que as estimativas de  $H_0$  apresentam uma dependência insignificante sobre modelos de energia escura das classes  $\Lambda$ CDM e XCDM e o tempo de incubação da análise com idade de GVAR. Isto é facilmente deduzido

Modelo:	$\Lambda$ CDM Plano	$\Lambda$ CDM Curvo	XCDM Plano
Amostra de DDA Utilizada	$h(1\sigma)$	$h(1\sigma)$	$h(1\sigma)$
Bonamente et al.	LC: $0,741^{+0,022}_{-0,022}$ *	$0,74^{+0,043}_{-0,038}$	$0,74^{+0,051}_{-0,048}$
De Filippis et al. i	$0,70^{+0,03}_{-0,03}$	$0,705^{+0,045}_{-0,045}$	$0,69^{+0,060}_{-0,050}$
De Filippis et al. ii	$0,65^{+0,03}_{-0,03}$	$0,64^{+0,062}_{-0,070}$	$0,63^{+0,060}_{-0,058}$
Outras determinações de $H_0$	Método		$h(1\sigma)$
Chen e Ratra (2011)[93]	Média estatística		$0,680^{+0,028}_{-0,028}$
Hinshaw et al. (2013)[21]	WMAP 9 anos		$0,700^{+0,022}_{-0,022}$
Freedman et al. (2012)[62]	SNe Ia/Cefeida		$0,743^{+0,026}_{-0,026}$
<i>Planck Collaboration XVI</i> (2013)[2]	<i>Planck</i>		$0,673^{+0,012}_{-0,012}$
Busti et al. (2014)[4]	DOH( $z$ )		$0,649^{+0,042}_{-0,042}$

Tabela 5.3: As restrições sobre  $h$  para diferentes métodos estatísticos (com erros estatísticos + sistemáticos). As restrições mostradas na parte superior da tabela foram obtidas usando os seguintes testes cosmológicos: DDA + Idade de GVAR + DOH( $z$ ) + BAOs. O valor de  $h$  com \* foi o obtido por Lima e Cunha [3], os demais, mostrados na parte superior, foram os obtidos neste trabalho. Na parte inferior da tabela mostramos diferentes métodos de restrição de  $h$  e seus respectivos valores.

da Tabela 5.3, onde o valor estimado de  $H_0$  para uma mesma amostra de DDA, muda muito pouco quando usamos diferentes modelos cosmológicos.

No entanto, mesmo tendo em conta erros estatísticos e sistemáticos, os dados de DDA de aglomerados de galáxias provaram ser uma importante fonte de erros sistemáticos. Pois, como pode ser visto da Tabela 5.3, o valor estimado de  $H_0$ , para qualquer modelo cosmológico adotado, varia consideravelmente quando mudamos a amostra de DDA, que por sua vez, utilizam diferentes hipóteses sobre as propriedades dos aglomerados de galáxias. Portanto, concluímos que esta técnica no momento é incapaz de discriminar entre o valor local obtido por Riess et al.[1] e o valor global, obtido pela *Planck Collaboration*[2] (como alegado por Lima e Cunha [3]) e que se faz necessário uma melhor compreensão da morfologia dos aglomerados para transformar esse método em uma poderosa verificação cruzada para  $H_0$ .



# Capítulo 6

## Conclusões

Nesta dissertação, apresentamos conceitos e princípios básicos da Cosmologia, como o Princípio Cosmológico, as equações de Friedmann-Lemaître, as diversas definições de distância em um universo de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker, o *redshift*, entre outros. Discutimos temas centrais como a Radiação Cósmica de Fundo, a matéria e energia escura e modelos cosmológicos de energia escura ( $\Lambda$ CDM e XCDM). Além disso, realizamos um relevante estudo de revisão sobre quatro observáveis e de como, a partir desses observáveis, podemos obter restrições à parâmetros cosmológicos, como por exemplo,  $H_0$ ,  $\Omega_{0m}$ ,  $\Omega_{0k}$ .

Dando continuidade, mostramos e analisamos recentes determinações da Constante de Hubble,  $H_0$ . Nesta análise, notamos uma discrepância, quanto ao valor de  $H_0$ , quando determinado por métodos locais ( $z \ll 1$ ) e globais ( $z \simeq 1070$ ). Vimos que determinações locais de  $H_0$  fornecem valores mais altos quando comparado com os fornecidos pelas determinações globais. Com sabe nesta problemática, apresentamos a determinação de  $H_0$  em *redshifts* intermediários, proposta por Lima e Cunha [3], onde afirma ter derivado uma robusta determinação de  $H_0$  e que a mesma é claramente compatível com as medições locais (ver Tabela 4.1).

Daí, investigamos a robustez da determinação proposta por Lima e Cunha, procurando por erros sistemáticos e a sua dependência com o modelo cosmológico usado. Para isso, utilizamos os mesmos testes adotados por eles, com uma diferença, adicionamos duas amostras de DDA de aglomerados de galáxias, que utilizam diferentes hipóteses sobre as propriedades dos aglomerados.

Quanto à dependência com o modelo cosmológico usado, podemos concluir, com

base em nossos resultados, que a estimativa de  $H_0$ , proposta por Lima e Cunha, apresenta uma dependência insignificante. Visto que, para um dado conjunto de amostras, obtemos resultados bastante semelhantes, mesmo adotando diferentes modelos de energia escura (ver Tabela 5.3). Chegamos a essa mesma conclusão, quando analisamos a dependência do erro de incubação, usado no teste de idade usando galáxias velhas em altos *redshifts* (GVAR), na estimativa de  $H_0$ .

No entanto, mesmo tendo em conta erros estatísticos e sistemáticos, constatamos que o valor estimado de  $H_0$ , para qualquer modelo cosmológico adotado, varia consideravelmente quando mudamos a amostra de DDA de aglomerados de galáxias. Dependendo da amostra de DDA usada, obtemos valores de  $H_0$  compatíveis com as medições locais ou com as medições globais (ver Tabela 5.3). Assim, os dados de DDA de aglomerados de galáxias, revelam ser uma fonte de erro sistemático bastante relevante.

Portanto, se faz necessário uma melhor compreensão da morfologia dos aglomerados para podermos afirmar que esse método é uma poderosa verificação cruzada para  $H_0$ . Além disto, concluímos que no momento esta técnica é incapazes de discriminar entre o valor local obtido por Riess et al.[1] e o valor global, obtido pela *Planck Collaboration*[2].

Finalmente, é importante enfatizarmos que, numa análise futura, com mais medidas de  $H(z)$ , de DDA, de idade e BAOs, bem como uma melhor compreensão da morfologia dos aglomerados, esta técnica pode se tornar uma poderosa e competitiva determinação cruzada de  $H_0$ .

# Referências Bibliográficas

- [1] RIESS, A., G., et al., **A 3% Solution: Determination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope and Wide Field Camera 3**. ApJ, 2011, vol. 730, p. 119.
- [2] PLANCK COLLABORATION, **Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters**. A & A, 2014, vol. 571, A16.
- [3] LIMA, J. A. S., CUNHA, J. V., **A 3% determination of  $H_0$  at intermediate redshifts**. ApJ, 2014, vol. 781, p. L38.
- [4] BUSTI, V. C., CLARKSON, C., SEIKEL, M., **Evidence for a lower value for  $H_0$  from cosmic chronometers data?**. MNRAS, 2014, vol. 441, L11-L15.
- [5] BONAMENTE, M., et al., **Determination of the Cosmic Distance Scale from Sunyaev-Zel'dovich Effect and Chandra X-Ray Measurements of High-Redshift Galaxy Clusters**. ApJ, 2006, vol. 647, p. 25.
- [6] RESNICK, R., **Introdução à relatividade especial**. Tradução de Shigeo Watanabe. S. Paulo, Ed. Univ. de S. Paulo e Ed. Poligono, 1971. 167p.
- [7] D'INVERNO, R. A., **Introducing Einstein's Relativity**. New York, 1992.
- [8] SOUZA, R. E. de, **Introdução à Cosmologia**. São Paulo: Ed. Univ. de S. Paulo, 2004. 328p.
- [9] CARMELI, M., **Classical Fields: General Relativity and Gauge Theory**. New York: John Wiley & Sons, 1982.
- [10] LIDDLE, A., **An Introduction to Modern Cosmology**. 2. ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2003. 193p.

- [11] WEINBERG, S., **Cosmology**. New York: Oxford University Press Inc., 2008. 593p.
- [12] SERJEANT, S., **Observational Cosmology**. Cambridge University Press, 2010. 324p.
- [13] HOLANDA, R. F. L., **O efeito Sunyaev-Zel'dovich: teoria e aplicações cosmológicas**. 2011. 200 f. Tese (Doutorado em Ciências)- IAG-USP, São Paulo. 2011.
- [14] HOBSON, M. P.; EFSTATHIOU, G. P.; LASENBY, A. N., **General Relativity: An Introduction for Physicists**. Cambridge University Press, 2006. 592p.
- [15] LAMBOURNE, R. J. A., **Relativity, Gravitation and Cosmology**. Cambridge University Press, 2010. 307p.
- [16] LIMA NETO, G. B., **Astronomia Extragaláctica**. S. Paulo, Ed. Univ. de S. Paulo, 2014. 257 f. Notas de Aula.
- [17] ALPHER, R. A., HERMAN, R. C., GAMOW, G. A., **Thermonuclear Reactions in the Expanding Universe**. Phys.Rev., 1948, vol. 74, p. 1198-1199.
- [18] WILSON, R. W., PENZIAS, A. A., **A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s**. ApJ, 1965, vol. 142, p. 419-421.
- [19] FIXSEN, D. J., **The Temperature of the Cosmic Microwave Background**. ApJ, 2009, vol. 707, p. 916.
- [20] MATHER, J. C., CHENQ, E. S., EPLEE, R. E. Jr., et al, **A preliminary measurement of the cosmic microwave background spectrum by the Cosmic Background Explorer (COBE) satellite**. ApJ, 1990, vol. 354, p. L37-L40.
- [21] HINSHAW, G., et al., **Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Cosmological parameter results**. ApJS, 2013, vol. 208, p. 19.
- [22] PLANCK COLLABORATION, **Planck early results. I. The Planck mission**. A& A, 2011, vol. 536, p. 1-16.
- [23] EUROPEAN SPACE AGENCY, **Planck science team home**. Disponível em: <<http://www.cosmos.esa.int/web/planck/home>>. Acesso em: 29 nov. 2014.

- [24] ZWICKY F., **Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln.** Helvetica Physica Acta, 1933, vol. 6, p. 110.
- [25] RUBIN, V. C., FORD Jr., W. K., **Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions.** ApJ, 1970, vol. 159, p. 379.
- [26] GUZMÁN, F. S., MATOS, T., **Letter to the editor: Scalar fields as dark matter in spiral galaxies.** Classical and Quantum Gravity, 2000, vol. 17, p. L9.
- [27] GARCÍA-BELLIDO, J., **Cosmology and Astrophysics.** ArXiv Astrophysics e-prints, 2005.
- [28] RIESS, A. G., FILIPPENKO, A. V., CHALLIS P., et al., **Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant.** AJ, 1998, vol. 116, p. 1009.
- [29] PERLMUTTER, S., ALDERING, G., GOLDHABER, G. et al., **Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae.** ApJ, 1999, vol. 517, p. 565.
- [30] WAGA, I., **Cem anos de descobertas em cosmologia e novos desafios para o século XXI.** Revista Brasileira de Ensino de Física, 2005, vol. 27, n. 1, p. 157-173.
- [31] SILVA, F. E., **Aceleração do universo e criação gravitacional de matéria escura: novos modelos e testes observacionais.** 2008. 180 f. Tese (Doutorado em Ciências)- UFRN-DFTE, Natal. 2008.
- [32] SUNYAEV, R. A., ZELDOVICH, Y., B., **Microwave background radiation as a probe of the contemporary structure and history of the universe.** ARA&A, 1980a, vol. 18, p. 537.
- [33] SUNYAEV, R. A., ZELDOVICH, Y., B., **The velocity of cluters of galaxies to the microwave background - The possibility of its measurement.** MNRAS, 1980b, vol. 190, p. 413.
- [34] SUNYAEV, R. A., ZELDOVICH, Y., B., **The velocity of clusters of galaxies relative to the microwave background. The possibility of its measurement.** NASA STI/Recon technical report N, 1975, vol. 80, p. 15007.

- [35] SUNYAEV, R. A., ZELDOVICH, Y., B., **The observations of relic radiation as a test of the nature of X-ray radiation from the clusters of galaxies.** Comments on Astrophysics and Space Physics, 1972, vol. 4, p. 173.
- [36] SANTOS, B., **Efeito Sunyaev-Zel'dovich e energia escura.** 2010. 70 f. Dissertação (Mestrado em Astronomia)- ON, Rio de Janeiro. 2010.
- [37] VELÁSQUEZ, C. A. M., **Estimativa de parâmetros cosmológicos usando aglomerados de galáxias.** 2007. 70 f. Dissertação (Mestrado em Astronomia)- UFRJ-Observatório de Valongo, Rio de Janeiro. 2007.
- [38] BIRKINSHAW, M., **The Sunyaev-Zel'dovich effect.** Physics Reports, 1999, vol. 310, p. 97-195.
- [39] REPHAELI, Y., **Cosmic microwave background comptonization by hot intracluster gas.** ApJ, 1995, v. 445, p.33-36.
- [40] REPHAELI, Y., YANKOVITCH, D., **Relativistic Corrections in the Determination of  $H_0$  from X-Ray and Sunyaev-Zeldovich Measurements.** ApJ, 1997, v. 481, L55-L58.
- [41] CARLSTROM, J. E., HOLDER, G. P., REESE, E. D., **Cosmology with the Sunyaev-Zel'dovich effect.** ARA& A, 2002, vol. 40, p. 643-680.
- [42] PHILLIPS, P. R., **Calculation of the Kinetic Sunyaev-Zeldovich Effect from the Boltzmann Equation.** ApJ, 1995, v. 455, p.419
- [43] HOLZAPFEL, W. L., et al., **Limits on the Peculiar Velocities of Two Distant Clusters Using the Kinematic Sunyaev-Zeldovich Effect.** ApJ, 1997, v. 481, p.35-48.
- [44] CAVALIERE, A., FUSCO-FEMIANO, R., **X-rays from hot plasma in clusters of galaxies.** A& A, 1976, v. 49, n. 1, p. 137-144.
- [45] BIRKINSHAW, M., HUGHES, J. P., ARNAUD, K. A., **A measurement of the value of the Hubble constant from the X-ray properties and the Sunyaev-Zel'dovich effect of Abell 665.** ApJ, 1991, vol. 379, p. 466-481.

- [46] DE FILIPPIS, E. SERENO, M., BAUTZ, M., LONGO, G., **Measuring the Three-dimensional Structure of Galaxy Clusters. I. Application to a Sample of 25 Clusters.** ApJ, 2005, vol. 625, p. 108.
- [47] EISENSTEIN, D. J., ZEHAVI, I., HOGG, D. W., et al, **Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies.** ApJ, 2005, vol. 633, p. 560-574.
- [48] EISENSTEIN, D. J., SEO, H. J., WHITE, M., **On the Robustness of the Acoustic Scale in the Low-Redshift Clustering of Matter.** ApJ, 2007, vol. 664, p. 660-674.
- [49] JESUS, J. F., **Energia escura e aceleração do Universo: aspectos conceituais e testes observacionais.** 2010. 168 f. Tese (Doutorado em Ciências)- IAG-USP, São Paulo. 2010.
- [50] DUNLOP, J. S., et al., **A 3.5-Gyr-old galaxy at redshift 1.55.** Nature, 1996, vol. 381, p. 581-584.
- [51] LIMA, J. A. S., JESUS, J. F., CUNHA, J. V., **Can old galaxies at high redshifts and Baryon Acoustic Oscillations constrain  $H_0$ ?** ApJ, 2009, vol. 690, p. L85.
- [52] FERRERAS, I., et al., **Early-Type Galaxies in the PEARS Survey: Probing the Stellar Populations at Moderate Redshift.** ApJ, 2009, vol. 706, p. 158-169.
- [53] LONGHETTI, M., et al., **The Kormendy relation of massive elliptical galaxies at  $z \sim 1.5$ : evidence for size evolution.** MNRAS, 2007, vol. 374, p. 614-626.
- [54] JIMENEZ, R., LOEB, A., **Constraining Cosmological Parameters Based on Relative Galaxy Ages.** ApJ, 2002, vol. 573, p. 37.
- [55] ZHANG, C., et al., **Four new observational  $H(z)$  data from luminous red galaxies in the Sloan Digital Sky Survey data release seven.** Res. Astron. Astrophys, 2014, vol. 14, n. 10, p. 1221.
- [56] BLAKE, C., et al., **The WiggleZ Dark Energy Survey: measuring the cosmic expansion history using the Alcock-Paczynski test and distant supernovae.** MNRAS, 2012, vol. 418, p. 1725-1735.

- [57] BUSCA, N., G., et al., **Baryon acoustic oscillations in the Ly $\alpha$  forest of BOSS quasars.** *A & A*, 2013, vol. 552, n. A96.
- [58] YUAN, S., LIU, S., ZHANG, T.-J., **Breaking through the high redshift bottleneck of Observational Hubble parameter Data: The Sandage-Loeb signal Scheme.** arXiv:1311.1583, 2011.
- [59] WAGA, I., **A Expansão do Universo.** *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 2000, vol. 22, n. 2, p. 163.
- [60] HUBBLE, E.P., **A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae.** *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 1929, vol. 15, p. 168-173.
- [61] JACSON, N., **The Hubble Constant.** *Living Rev. Relativity*, 2007, vol. 10, 4.
- [62] FREEDMAN, W. L., et al., **Carnegie Hubble Program: A mid-infrared calibration of the Hubble constant.** *ApJ*, 2012, vol. 758, p. 24.
- [63] TAMMANN, G. A., **The Ups and Downs of the Hubble Constant.** arXiv:astro-ph/0512584, 2005.
- [64] TRIMBLE, V.,  **$H_0$ : The Incredible Shrinking Constant, 1925 - 1975.** *Publ. Astron. Soc. Pac.*, 1996, vol. 108, p. 1073-1082.
- [65] HUMPHREYS, E., M., L., **Toward a new geometric distance to the active galaxy NGC 4258. III. Final results and the Hubble constant.** *ApJ*, 2013, vol. 775, p. 13.
- [66] EFSTATHIOU, G.,  **$H_0$  revisited.** *MNRAS*, 2014, vol. 440, L1438.
- [67] TAMMANN, G., A., REINDL, B., **The luminosity of supernovae of type Ia from tip of the red-giant branch distances and the value of  $H_0$ .** *A & A*, 2013, vol. 549, p. A136.
- [68] SPERGEL, D., FLAUGER, R., HLOZEK, R., **Planck Data Reconsidered.** arXiv:1312.3313, 2013.
- [69] HAZRA, D., K., SAFIELOO, A., **Confronting the concordance model of cosmology with Planck data.** *Cosmol. Astropart. Phys.*, 2014, vol. 1, p. 43.



- [70] MARRA, V., et al., **Cosmic Variance and the Measurement of the Local Hubble Parameter**. Phys. Rev. Lett., 2013, vol. 110, p. 241305.
- [71] WOJTAK, R., et al., **Cosmic variance of the local Hubble flow in large-scale cosmological simulations**. MNRAS, 2014, vol. 438, p. 1805.
- [72] KEENAN, R., C., BARQER, A., J., COWIEE, L., L., **Evidence for a  $\sim 300$  megaparsec scale under-density in the local galaxy distribution**. ApJ, 2013, vol. 775, p. 62.
- [73] SALVATELLI, V., et al., **New constraints on coupled dark energy from the Planck satellite experiment**. Phys. Rev. D, 2013, vol. 88, p. 023531.
- [74] XIA, J.-Q., LI, H., ZHANG, X., **Dark energy constraints after the new Planck data**. Phys. Rev. D, 2013, vol. 88, p. 063501.
- [75] WYMAN, M., et al., **Neutrinos Help Reconcile Planck Measurements with the Local Universe**. Phys. Rev. Lett., 2014, vol. 112, p. 051302.
- [76] FOX, D., C., PEN, U.-L., **The Distance to Clusters: Correcting for Asphericity**. ApJ, 2002, vol. 574, p. 38.
- [77] JING, Y., P., SUTO, Y., **Triaxial Modeling of Halo Density Profiles with High-Resolution N-Body Simulations**. ApJ, 2002, vol. 574, p. 538.
- [78] SERENO, M., et al., **Measuring the three-dimensional structure of galaxy clusters. II. Are clusters of galaxies oblate or prolate?**. ApJ, 2006, vol. 645, p. 170.
- [79] MORANDI, A., PEDERSEN, K., LIMOUSIN, M., **Unveiling the three-dimensional structure of galaxy clusters: resolving the discrepancy between X-ray and lensing masser**. ApJ, 2010, vol. 713, p. 491.
- [80] LIMOUSIN, M., et al., **The Three-Dimensional Shapes of Galaxy Clusters**. Space Sci. Rev., 2013, vol. 177, p. 155.
- [81] HOLANDA, R., F., L., LIMA, J., A., S., RIBEIRO, M., B., **Testing the Distance-Duality Relation with galaxy clusters and Type Ia Supernovae**. ApJ, 2010, vol. 722, L233.

- [82] HOLANDA, R., F., L., LIMA, J., A., S., RIBEIRO, M., B., **Cosmic distance duality relation and the shape of galaxy clusters.** *A& A*, 2011, vol. 528, L14.
- [83] HOLANDA, R., F., L., LIMA, J., A., S., RIBEIRO, M., B., **Probing the cosmic distance-duality relation with the Sunyaev-Zel'dovich effect, X-ray observations and supernovae Ia.** *A& A*, 2011, vol. 538, p. 131.
- [84] MENG, X.-L., et al., **Morphology of galaxy clusters: A cosmological model-independent test of the Cosmic Distance-Duality Relation.** *ApJ*, 2012, vol. 745, p. 98.
- [85] HOLANDA, R., F., L., BUSTI, V., C., PORDEUS DA SILVA, G., **Robustness of  $H_0$  determination at intermediate redshifts.** *MNRAS*, 2014, vol. 443, L74-L78.
- [86] MASON, B., S., MYERS, S., T., READHEAD, A., C., S., **A Measurement of  $H_0$  from the Sunyaev-Zeldovich Effect.** *ApJ*, 2001, vol. 555, p. 111.
- [87] REESE, E., D., et al., **Determining the Cosmic Distance Scale from Interferometric Measurements of the Sunyaev-Zeldovich Effect.** *ApJ*, 2002, vol. 581, p. 53.
- [88] JIMENEZ, R., et al., **Constraints on the Equation of State of Dark Energy and the Hubble Constant from Stellar Ages and the Cosmic Microwave Background.** *ApJ*, 2003, vol. 593, p. 662.
- [89] SIMON, J., VERDE, L., JIMENEZ, R., **Constraints on the redshift dependence of the dark energy potential.** *Phys. Rev. D*, 2005, vol. 71, p. 123001.
- [90] STERN, D., et al., **Cosmic chronometers: constraining the equation of state of dark energy. I:  $H(z)$  measurements.** *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2010, vol. 2, 8.
- [91] MORESCO, M., et al., **Improved constraints on the expansion rate of the Universe up to  $z = 1.1$  from the spectroscopic evolution of cosmic chronometers.** *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2012, vol. 8, 006.
- [92] SULKANEN, M. E., **Galaxy Cluster Shapes and Systematic Errors in  $H_0$  Measured by the Sunyaev-Zeldovich Effect.** *ApJ*, 1999, vol. 522, p. 59.

- [93] CHEN, C., RATRA, B., **Median Statistics and the Hubble Constant**. *PASP*, 2011, vol. 123, p. 1127.