

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E INFORMÁTICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA



Universidade Federal
de Campina Grande

RELATÓRIO DE ESTÁGIO

*Aplicação da Técnica de Propagação Digital Reversa na
Transmissão de um Pulso Gaussiano via Fibra Óptica*

Sarah Pontes Madruga

Campina Grande - PB
Maio de 2016

SARAH PONTES MADRUGA

*Aplicação da Técnica de Propagação Digital Reversa na
Transmissão de um Pulso Gaussiano via Fibra Óptica*

Relatório de estágio supervisionado submetido à Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Telecomunicações

Prof. Dr. José Ewerton P. de Farias
Orientador

Rômulo Maranhão do Valle
Supervisor

Campina Grande - PB
Maio de 2016

SARAH PONTES MADRUGA

*Aplicação da Técnica de Propagação Digital Reversa na
Transmissão de um Pulso Gaussiano via Fibra Óptica*

Relatório de estágio supervisionado submetido
à Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica
da Universidade Federal de Campina Grande
como parte dos requisitos necessários para a
obtenção do grau de Bacharel em Ciências no
Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Telecomunicações

Aprovado em: / /

Prof. Dr. José Ewerton P. de Farias
Universidade Federal de Campina Grande
Orientador

Universidade Federal de Campina Grande
Avaliador

Campina Grande - PB
Maio de 2016

Agradecimentos

Agradeço a meus pais e minha família por todo o apoio e aconselhamento que sempre recebi durante meus estudos.

Ao meu namorado, por sempre estar pacientemente ao meu lado nos momentos difíceis, e por compartilhar comigo aqueles mais felizes.

Aos meus amigos e colegas de curso, que me ensinaram a dar risadas mesmo nas horas em que pensávamos que o objetivo estava muito longe do nosso alcance.

Ao Professor José Ewerton Farias, pela orientação nesse trabalho e durante várias disciplinas ao decorrer do curso. A todos os professores e ao Departamento de Engenharia Elétrica da UFCG, por mostrarem que somos capazes de fazer muito além do que aquilo que pensamos.

Sumário

Resumo	iii
Abstract	iv
Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	vi
Lista de Siglas e Abreviaturas	vii
Lista de Símbolos	ix
1 Introdução	1
1.1 Objetivos	1
1.2 Metodologia	2
2 Revisão bibliográfica	3
2.1 Características físicas da fibra óptica	3
2.2 Distorções lineares	4
2.2.1 Perdas por atenuação	4
2.2.2 Dispersão cromática para sistemas IM/DD	7
2.2.3 Dispersão dos Modos de Polarização	9
2.3 Distorções não lineares	10
2.3.1 Não linearidades de Kerr	11
2.3.2 Ruído de fase não linear	12
2.3.3 Processos de espalhamento inelástico	13
3 A Equação Não Linear de Schrödinger	14
3.1 O coeficiente de não linearidade	14
4 O Método de Fourier com Degrau Repartido	16
5 Propagação Digital Reversa	19
5.1 Teoria	19

5.2	Limitações	20
6	Propagação Digital Reversa aplicada a um pulso Gaussiano	22
6.1	Pulso Gaussiano com <i>chirp</i> de frequência	22
6.2	Dados do experimento	23
6.3	Uso da FFT na simulação de DBP: SSFM simétrico	25
6.4	Resultados	25
7	Conclusão	29
8	Referências	30
	Anexo I - Código para Implementação do Algoritmo DBP em MATLAB®	32

Resumo

A teoria de Propagação Digital Reversa é um método promissor para compensar distorções não lineares em sistemas de comunicações ópticas, baseando-se principalmente na Equação Não Linear de Schrödinger e no Método de Fourier com Degrau Repartido.

O presente relatório descreve, após uma revisão bibliográfica, a simulação dessa técnica, realizada no *software* MATLAB[®], aplicada a um pulso Gaussiano que se propaga na fibra óptica, emitido por uma fonte *laser*, com o objetivo de verificar sua eficácia e limitações.

Até há pouco tempo, compensações de distorções diferentes eram consideradas separadamente. A Propagação Digital Reversa surge como um método geral e versátil para compensar conjuntamente efeitos lineares e não lineares.

Palavras-chave: Propagação Digital Reversa, comunicações ópticas, enlaces ópticos, compensação de não linearidades, Processamento Digital de Sinais.

Abstract

Digital Back-Propagation (DBP) is a promising technique to compensate nonlinear distortions in optical communications systems, focusing mainly on the Nonlinear Schrödinger Equation and the Split-Step Fourier Method.

This report describes, after a theoretical review, a numerical simulation of this technique, using MATLAB[®], applied to a chirped Gaussian pulse emitted by a laser source that propagates through the optical fiber, with the intent of analyzing its effectiveness and limitations.

Until recently, compensation of linear and nonlinear impairments were processed separately. DBP comes as a versatile and universal technique to jointly compensate both kinds of distortions.

Keywords: Digital Back-Propagation, optical communications, optical links, nonlinear compensation, Digital Signal Processing.

Lista de Figuras

1	Fibras de índice degrau e gradual	3
2	Espectro de perdas de uma fibra monomodo [2]	5
3	Evolução da polarização em um meio birrefringente [1]	10
4	Esquema S-SSFM, em que a fibra é dividida em vários segmentos de largura h . Em cada um deles, os efeitos não lineares são calculados na metade, destacada por uma linha tracejada	17
5	Diagrama explicitando n estágios e os blocos de compensação não linear (NLC - <i>Non Linear Compensation</i>) e de dispersão cromática (CDC - <i>Chromatic Dispersion Compensation</i>)	20
6	Esquema para DBP explicitando o laço de compensação. N_{step} é o número de iterações do método	20
7	Limitação dispersiva do produto BL , em função do parâmetro de <i>chirp</i> C para o pulso Gaussiano [2]	23
8	GUI que possibilita que o usuário altere os parâmetros de simulação .	24
9	Comparação entre os métodos de implementação do SSFM	25
10	Pulso e espectro de entrada	26
11	Saída desconsiderando ruídos	26
12	Saída considerando ruído aditivo Gaussiano branco	27
13	Detalhe da saída considerando ruído aditivo Gaussiano branco	27
14	Saída considerando ruído ASE dos amplificadores ópticos	28

Lista de Tabelas

I	Cronograma de trabalho	2
II	Parâmetros físicos da fibra	23

Lista de Siglas e Abreviaturas

- ASE - *Amplified Spontaneous Emission* (Emissão Espontânea Amplificada)
- BER - *Bit-Error Rate* (Taxa de Erro de Bit)
- CDC - *Chromatic Dispersion Compensation* (Compensação da Dispersão Cromática)
- DBP - *Digital Back-Propagation* (Propagação Digital Reversa)
- DCF - *Dispersion Compensating Fiber* (Fibra Compensadora de Dispersão)
- DSP - *Digital Signal Processing* (Processamento Digital de Sinais)
- FFT - *Fast Fourier Transform* (Transformada Rápida de Fourier)
- FWM - *Four-Wave Mixing* (Mistura de Quatro Ondas)
- GVD - *Group Velocity Dispersion* (Dispersão da Velocidade de Grupo)
- GUI - *Graphic User Interface* (Interface Gráfica do Usuário)
- IM/DD - *Intensity Modulation/Direct Detection* (Modulação por Intensidade/Deteção Direta)
- ISI - *Inter Symbol Interference* (Interferência Entre Símbolos)
- NLC - *Non Linear Compensation* (Compensação Não Linear)
- NLSE - *Nonlinear Schrödinger Equation* (Equação Não Linear de Schrödinger)
- OFDM - *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (Multiplexação por Divisão de Frequências Ortogonais)
- PSK - *Phase Shift Keying* (Modulação por Deslocamento de Fase)
- QAM - *Quadrature Amplitude Modulation* (Modulação de Amplitude em Quadratura)
- SBS - *Stimulated Brillouin Scattering* (Espalhamento de Brillouin Estimulado)
- SPM - *Self-Phase Modulation* (Automodulação de Fase)
- SRS - *Stimulated Raman Scattering* (Espalhamento de Raman Estimulado)
- SSFM - *Split Step Fourier Method* (Método de Fourier com Degrau Repartido)
- WDM - *Wavelength Division Multiplexing* (Multiplexação por Divisão de Comprimento de Onda)

XPM - *Cross-Phase Modulation* (Modulação em Fase Cruzada)

Lista de Símbolos

n_c : índice de refração do núcleo

n_1 : índice de refração do revestimento

Δ : relação entre os índices de refração do núcleo e do revestimento

V : frequência normalizada

a : raio do núcleo

λ : comprimento de onda da luz

P_{ent} : potência de entrada

P_s : potência de saída

α : coeficiente de atenuação

L : comprimento da fibra óptica

α_R : perda intrínseca por espalhamento de Rayleigh

v_p : velocidade da fase de um componente espectral

n : índice de refração do material

ω : frequência angular

c : velocidade da luz no vácuo

β : constante de propagação

β_1 : velocidade de grupo

β_2 : dispersão da velocidade de grupo

β_2 : declive da dispersão da velocidade de grupo

D : dispersão

S : declive de dispersão

L_D : distância de dispersão normalizada

T_0 : largura de pulso inicial

B_m : intensidade da birrefringência modal

n_x ou n_y : índices de refração modais para dois estados ortogonais de polarização

L_B : comprimento do batimento

E : envelope complexo do campo óptico

z : distância de propagação

γ : coeficiente de não linearidade

A_{eff} : área efetiva do núcleo

L_{eff} : distância efetiva da fibra

\hat{D} : operador diferencial linear

\hat{N} : operador não linear

h : passo de cálculo

$A(0, t)$: pulso Gaussiano com *chirp* na entrada da fibra óptica

A_0 : amplitude de pico

C : parâmetro que modela o *chirp* de frequência

T_0 : meia largura no ponto de intensidade e^{-1}

$\partial\omega$: *chirp* de frequência

I_{ASE} : densidade espectral de potência do ruído ASE em $[W/Hz]$

G : ganho por amplificador

n_{spans} : número de segmentos da fibra

F : figura de ruído dos amplificadores em $[dB]$

H : constante de Planck

ν : frequência de propagação da luz em $[Hz]$

1 Introdução

Um dos maiores impactos recentes na transmissão óptica de alta capacidade foi a aplicação de técnicas de Processamento Digital de Sinais (DSP - *Digital Signal Processing*) em conjunto com receptores baseados em detecção coerente, especialmente a partir de 100Gbit/s por canal usando Multiplexação por Divisão de Comprimento de Onda (WDM - *Wavelength Division Multiplexing*). Essa combinação possibilitou vários avanços no enlace de comunicações ópticas, como o uso de modulação avançada (M -PSK, QAM, OFDM), melhora na sensibilidade dos receptores, equalização adaptativa.

O uso de DSP transfere a complexidade do sistema da transmissão para a recepção. Atualmente, receptores modernos são capazes de compensar com precisão os defeitos lineares do canal, como a dispersão cromática. Observa-se então que a performance encontra-se limitada principalmente pelas distorções causadas pelos efeitos não lineares da transmissão mediante fibra óptica. Assim, estuda-se aplicar novos métodos de DSP para mitigar efeitos não lineares.

Até há pouco tempo, compensações de distorções diferentes eram consideradas separadamente. A Propagação Digital Reversa (DBP - *Digital Back-Propagation*) surge como uma técnica geral e versátil para compensar conjuntamente distorções lineares e não lineares [8].

O método DBP envolve inverter o canal óptico da transmissão, no receptor, compensando suas distorções. Ou seja, resolver a Equação Não Linear de Schrödinger (NLSE - *Nonlinear Schrödinger Equation*) com os parâmetros da fibra invertidos, na recepção, para estimar o sinal transmitido.

A DBP ganhou popularidade recentemente e é considerada uma das melhores alternativas para contornar o problema da compensação não linear. Na teoria, essa técnica é capaz de neutralizar qualquer efeito não linear determinístico, desde que se tenha conhecimento preciso de todos os parâmetros do enlace de transmissão.

1.1 Objetivos

Este estágio teve como objetivo estudar a implementação prática da Propagação Digital Reversa em um nível simplificado, aplicada à transmissão de um pulso Gaussiano propagando-se via fibra, e assim, estudar sua eficácia. Pode-se destacar:

- Assimilar as características físicas da fibra óptica e os tipos de distorções line-

ares e não lineares que ocorrem na transmissão do sinal.

- Fazer um estudo da Equação Não Linear de Schrödinger (NLSE) e do Método de Fourier com Degrau Repartido (SSFM - *Split Step Fourier Method*), fundamentos matemáticos da teoria de DBP.
- Simular a implementação da DBP no *software* MATLAB[®].
- Analisar os resultados e incluir possíveis limitações para a técnica.

1.2 Metodologia

Na primeira seção, é apresentada uma revisão bibliográfica básica, explicitando-se as características físicas da fibra óptica e os principais tipos de distorções lineares e não lineares que afetam a transmissão do sinal no enlace óptico.

Em seguida, tem-se uma análise da Equação Não Linear de Schrödinger e do significado físico de cada um de seus termos, que estão relacionados justamente aos efeitos de distorção mencionados anteriormente. Ainda, faz-se a descrição do Método de Fourier com Degrau Repartido e de suas variantes, cuja compreensão é fundamental para entender como é feita a implementação da DBP.

Chegando ao cerne do estágio, é feita uma análise da simulação realizada, por meio da interpretação dos gráficos resultantes e análise do código.

Por fim, uma reflexão sobre essa alternativa para o avanço das comunicações ópticas: suas vantagens e desvantagens, impedimentos teóricos e práticos, e a possibilidade de ser ela realmente aplicada em um futuro próximo.

Na Tabela I a seguir, o cronograma seguido, durante o semestre, para o cumprimento dos objetivos nas 180h exigidas pelo contrato.

Tabela I: Cronograma de trabalho

	Atividade	Início	Fim
1	Revisão bibliográfica básica	06/04	10/04
2	Compreensão de fundamentos matemáticos	11/04	20/04
3	Estudo da técnica de DBP por meio de exemplos	21/04	30/04
4	Simulação em ambiente MATLAB [®]	01/05	25/05
5	Composição do relatório e defesa	26/05	03/06

2 Revisão bibliográfica

2.1 Características físicas da fibra óptica

Em sua forma mais básica, uma fibra óptica consiste em um núcleo de vidro rodeado por uma camada de revestimento cujo índice de refração n_c é ligeiramente menor que aquele do núcleo n_1 .

Fibras desse tipo são denominadas fibras com índice degrau (*step-index fibers*). Quando o índice de refração do núcleo diminui gradativamente do centro ao revestimento, têm-se as fibras com índice gradual (*graded index fibers*). A Figura 1 mostra um esquema da secção transversal dos dois tipos de fibra óptica citados, bem como o comportamento do índice de refração dos respectivos núcleos.

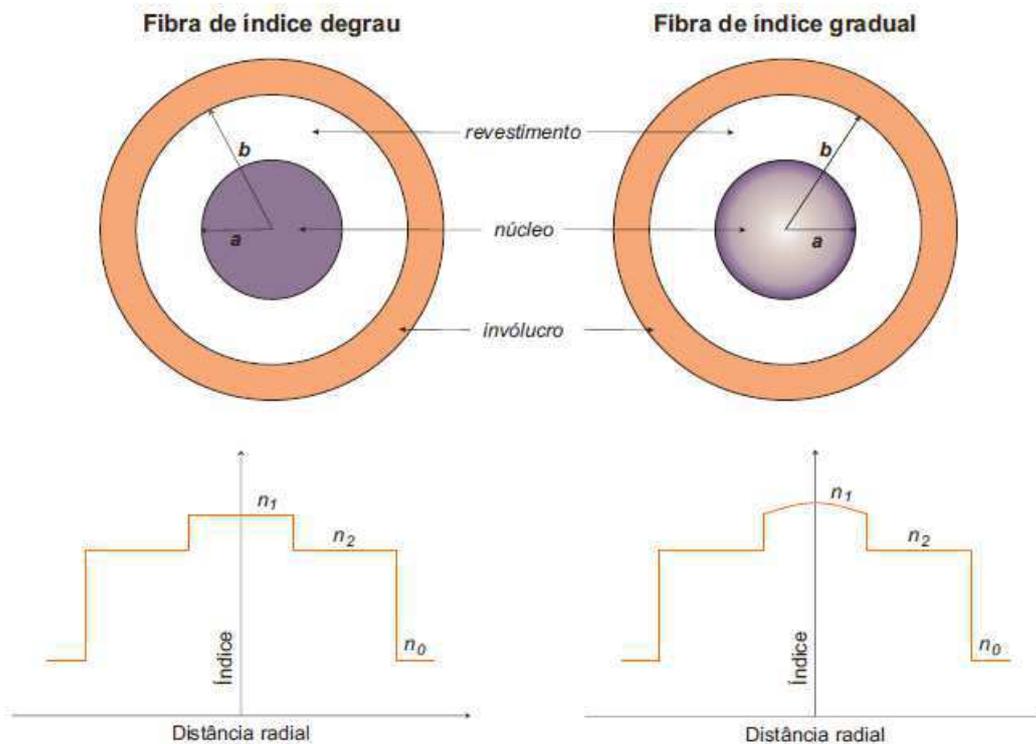


Figura 1: Fibras de índice degrau e gradual

Os principais parâmetros que caracterizam uma fibra óptica são a diferença entre os índices do núcleo e do revestimento, dada pela equação 1:

$$\Delta = \frac{n_1 - n_c}{n_1} \quad (1)$$

E o parâmetro V , frequência normalizada, definido pela equação 2:

$$V = k_0 a \sqrt{(n_1^2 - n_c^2)} \quad (2)$$

Onde $k_0 = 2\pi/\lambda$, a é o raio do núcleo, e λ é o comprimento de onda da luz. Esse parâmetro determina o número de modos de propagação que a fibra suporta. Em uma fibra de índice degrau, é possível demonstrar que, se $V < 2,405$, ela suportará apenas um modo de propagação, sendo chamada de fibra monomodo. Em caso contrário, usa-se o termo fibra multimodo.

A principal diferença entre esses dois tipos de fibra é o tamanho do núcleo. O raio do núcleo a é tipicamente $25 \mu m$ para fibras multimodo. Já as fibras monomodo com $\Delta \approx 0,003$ exigem que a seja menor que $5 \mu m$. O valor do raio externo b é menos influente, contanto que ele seja grande o suficiente para confinar todos os modos da fibra. Utiliza-se o valor padrão $62,5 \mu m$ para fibras monomodo e multimodo.

Efeitos não lineares são estudados normalmente usando fibras monomodo. Assim, o termo fibra óptica neste trabalho refere-se a fibras monomodo, ao não ser que seja explicitado o contrário.

2.2 Distorções lineares

2.2.1 Perdas por atenuação

A atenuação do sinal na fibra é um fator importante a ser considerado, pois causa a redução da potência do sinal na recepção, a qual, por sua vez, requer um nível mínimo para detectá-lo precisamente. Assim, o comprimento do enlace de transmissão é fortemente limitado pela atenuação na fibra óptica.

De fato, o uso de fibras de sílica só se tornou prático quando as perdas foram reduzidas a um nível aceitável na década de 1970. Com o advento de amplificadores ópticos nos anos 1990, as distâncias de transmissão puderam transcender vários milhares de quilômetros, graças à compensação periódica das perdas. Porém, fibras com um baixo nível de perdas ainda são necessárias, dado que o espaçamento necessário entre amplificadores é consequência da atenuação sofrida pelo sinal.

Nesse contexto, podemos definir o *coeficiente de atenuação* de uma fibra óptica. Se P_{ent} é a potência de entrada do sinal em uma fibra de comprimento L , a potência de saída P_s pode ser dada pela equação 3:

$$P_s = P_{ent} \exp(-\alpha L) \quad (3)$$

Onde a constante α representa o coeficiente de atenuação e é uma medida das perdas na fibra, vindas de todas as fontes. É usual expressar α em termos de $[dB/km]$, segundo a relação:

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \log_{10} \frac{P_s}{P_{ent}} \approx 4.343\alpha \quad (4)$$

As perdas na fibra dependem do comprimento de onda da luz transmitida. A Figura 2 mostra o espectro $\alpha(\lambda)$ de uma fibra monomodo fabricada em 1979 com diâmetro do núcleo de $9,4 \mu m$ e $\Delta = 1,9 \times 10^{-3}$ [2]. Observam-se dois pontos de perdas mínimas: o primeiro em torno de $1,55 \mu m$, com $\alpha \approx 0,2 \text{ dB/km}$, valor próximo do limite fundamental para fibras de sílica, aproximadamente $0,16 \text{ dB/km}$; e o segundo próximo a $1,3 \mu m$, com $\alpha < 0,5 \text{ dB/km}$.

Ainda na Figura 2, vê-se que vários fatores contribuem para as perdas totais na fibra. Entre os mais importantes, pode-se citar: a) a absorção do material, b) o espalhamento de Rayleigh e c) as imperfeições no guia de onda.

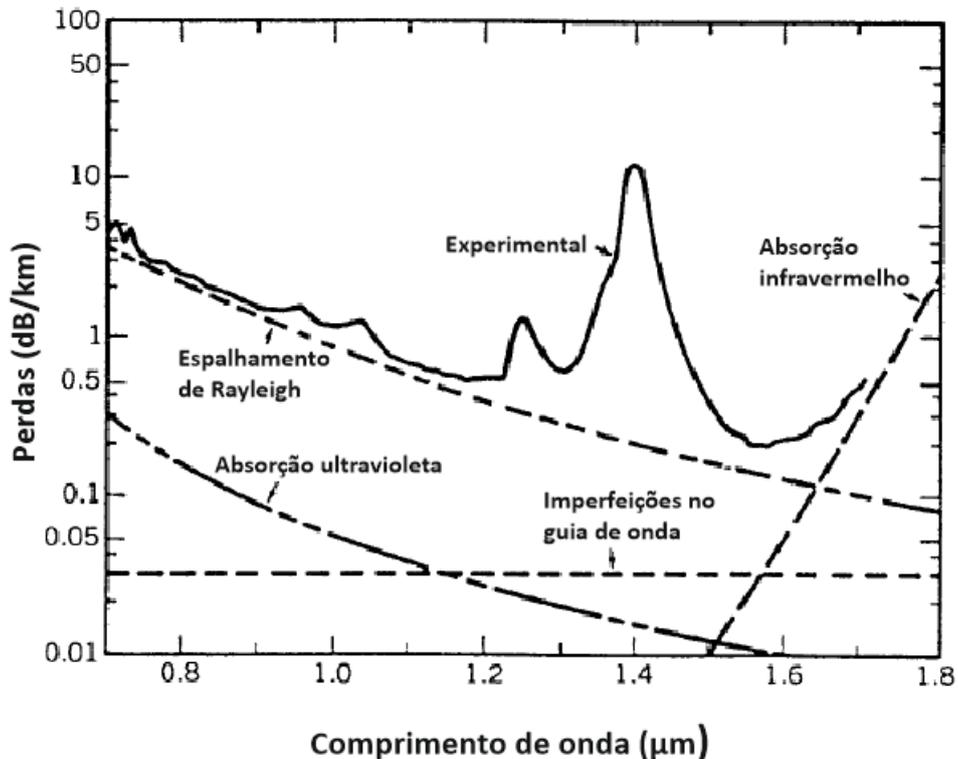


Figura 2: Espectro de perdas de uma fibra monomodo [2]

Absorção do material:

A absorção do material pode ser dividida em duas categorias: extrínseca e intrínseca. Perdas por absorção intrínseca correspondem à absorção pela sílica fundida, que é o material de fabricação da fibra; já as perdas por absorção extrínseca estão relacionadas a impurezas dentro da sílica. Qualquer material absorve potência em comprimentos de onda que correspondem às ressonâncias eletrônica e vibracional associadas a suas moléculas específicas. A principal fonte de absorção extrínseca

em fibras modernas é a presença de vapor de água. A ressonância vibracional de íons OH ocorre próximo a $2,73 \mu m$. A combinação com a sílica produz absorção nos comprimentos de onda de $1,39$, $1,24$, e $0,95 \mu m$. Os três picos na Figura 2 são devidos à presença de vapor de água residual na sílica.

Espalhamento de Rayleigh:

O espalhamento de Rayleigh é um mecanismo de perda fundamental que advém de flutuações microscópicas na densidade. Durante a fabricação da fibra, as moléculas de sílica movem-se aleatoriamente no estado líquido e solidificam-se de maneira não uniforme. Essas alterações de densidade provocam variâncias no índice de refração, em uma escala menor que a do comprimento de onda λ . O espalhamento da luz em um meio como este é conhecido como espalhamento de Rayleigh [2]. Assim, a perda intrínseca por espalhamento de Rayleigh em fibras de sílica é dada pela equação 5:

$$\alpha_R = \frac{C}{\lambda^{-4}} \quad (5)$$

A constante C varia de $0,7$ a $0,9$, dependendo dos componentes do núcleo da fibra. Esses valores de C correspondem a $\alpha_R = 0,12$ a $0,16 \text{ dB/km}$, para $\lambda = 1,55 \mu m$. Observa-se que o pico de perdas em torno desse comprimento de onda na Figura 2 é devido principalmente ao espalhamento de Rayleigh.

Imperfeições no guia de onda:

Se a fibra óptica for perfeitamente cilíndrica, o modo de propagação é guiado por ela sem vazamento de energia para a camada de revestimento. Na prática, pequenas imperfeições no raio do núcleo podem contribuir para as perdas líquidas totais na fibra. Durante a fabricação, se as variações nesse raio mantiverem-se abaixo de 1% , a contribuição para as perdas totais será menor que $0,03 \text{ dB/km}$.

Outra fonte de perdas está relacionada às distorções axiais que ocorrem no processo de cabeamento, quando a fibra é pressionada em uma superfície que não é perfeitamente lisa. Chamadas de perdas por *microdobras*, são significativas tanto no caso monomodo quanto no multimodo, e podem chegar a 100 dB/km , se nenhuma precaução for tomada para minimizá-las.

Para fibras monomodo, as perdas por microdobras podem ser reduzidas ao escolher o parâmetro V o mais próximo possível do limite $2,405$, para que a energia do modo fique confinada primariamente no núcleo. Valores usuais estão entre $2,0$ e $2,4$, no comprimento de onda operacional.

2.2.2 Dispersão cromática para sistemas IM/DD

Em fibras monomodo, dispersão cromática é o alargamento do pulso transmitido, induzido pela dependência que o índice de refração tem do comprimento de onda. Em sistemas de transmissão óptica, essa distorção provoca Interferência Entre Símbolos (ISI - *Inter Symbol Interference*), o que reduz o comprimento da fibra em um enlace, ou seja, o alcance sem a necessidade de regeneração do sinal ou compensação de dispersão.

A velocidade com que a fase de qualquer componente de frequência de uma onda viaja através da fibra óptica é dada por:

$$v_p(\omega) = \frac{c}{n + n(\omega)} \quad (6)$$

Onde v_p é a velocidade da fase de um componente espectral, n é o índice de refração do material e ω é a frequência angular em [rad/s]. Como $n > 1$, a velocidade da luz na fibra é menor que no vácuo.

Em fibras monomodo, os principais efeitos de dispersão são aqueles do guia de onda e do material.

A primeira está relacionada ao fato de o campo óptico não estar totalmente confinado no núcleo da fibra, pois uma parte se propaga para o revestimento, que tem um índice de refração diferente. Essa diferença de índices causa a dispersão.

A dependência do índice de refração em relação à frequência angular é conhecida como dispersão do material. O impacto desse tipo de dispersão em um sinal modulado pode ser descrito pela constante de propagação β :

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{v_p(\omega)} = [n + n(\omega)] \frac{\omega}{c} \quad (7)$$

A dependência de $\beta(\omega)$ em relação ao comprimento de onda pode ser aproximada por meio de uma expansão em série de Taylor, que pode ser vista na equação 8:

$$\beta(\omega) = [n + n(\omega)] \frac{\omega}{c} \approx \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots \quad (8)$$

Onde β_n é definido como a n -ésima derivada de β em relação à frequência angular.

$$\beta_n = \left. \frac{\partial^n \beta}{\partial \omega^n} \right|_{\omega=\omega_0} \quad (9)$$

No contexto da propagação de pulsos na fibra, o termo β_0 , em $[1/km]$, representa um deslocamento de fase constante; β_1 , em $[ps/km]$, corresponde à velocidade com que o envelope do pulso se propaga. Tem-se então a velocidade de grupo do pulso $\beta_1 = 1/v_g$.

O termo de segunda ordem β_2 define a aceleração de componentes espectrais no pulso, conhecida como dispersão da velocidade de grupo (GVD - *Group Velocity Dispersion*), em $[ps^2/km]$. A derivada de terceira ordem β_3 , em $[ps^3/km]$ é chamada de declive da GVD (*GVD slope*).

Em comunicações ópticas, definem-se os termos dispersão (D) e declive de dispersão (S), que representam mudanças na GVD e no declive da GVD, respectivamente, com referência a um comprimento de onda específico λ . Eles se relacionam a β_2 e β_3 segundo as equações 10 e 11:

$$D = \frac{\partial \beta_1}{\partial \lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad (10)$$

$$S = \frac{\partial D}{\partial \lambda} = \frac{4\pi c}{\lambda^3} \left(\beta_2 + \frac{\pi c}{\lambda} \beta_3 \right) \quad (11)$$

Onde D é expressado em $[ps/nm/km]$, e S , em $[ps^2/nm/km]$. O comprimento de onda que resulta em $D = 0$ é chamado de comprimento de onda de dispersão zero (λ_0). É também nesse comprimento que as dispersões do guia de onda e do material têm a mesma magnitude, mas sinais opostos.

Mudando o índice de refração entre o núcleo e o revestimento da fibra, as dispersões do material e do guia de onda podem ser modificadas. Por exemplo, aumentando a dispersão no guia de onda, λ_0 desloca-se para comprimentos de onda maiores. É possível também reduzir o declive de dispersão e criar uma fibra com o perfil de dispersão quase constante.

No entanto, um coeficiente de dispersão cromática baixo aumenta as distorções lineares intracanal, o que faz a fibra inadequada para sistemas WDM [3].

Também é possível fabricar fibras com dispersão cromática e declive de dispersão negativos, modificando o perfil do índice de refração. Essas fibras são chamadas de fibras compensadoras de dispersão (DCF - *Dispersion Compensating Fiber*).

Na literatura em geral, o termo dispersão cromática é comumente usado para fazer também referência à dispersão na fibra. No entanto, dispersão cromática implica que diferentes componentes espectrais viajam a velocidades diferentes, en-

quanto a dispersão na fibra está relacionada à GVD, e não à velocidade de grupo dos componentes espectrais [3].

A ISI induzida pela dispersão cromática em um enlace de transmissão óptico pode ser quantizada usando uma distância de dispersão normalizada L_D , que define a distância de propagação em que o pulso se alarga por um fator de $\sqrt{2}$. T_0 refere-se à largura de pulso inicial e é inversamente proporcional à taxa de símbolos:

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (12)$$

É importante destacar que esse tratamento para dispersão cromática não se aplica a sistemas que utilizam técnicas de modulação coerente.

2.2.3 Dispersão dos Modos de Polarização

Na prática, mesmo uma fibra dita monomodo não contém somente um modo de propagação, pois ela pode suportar dois modos degenerados, que são polarizados em duas direções ortogonais. Em condições ideais, um modo excitado com polarização no eixo- x não se acopla com o modo ortogonal no eixo- y . Porém, em fibras reais, pequenas variações na simetria cilíndrica, decorrentes de variações radiais do núcleo, resultam na combinação dos dois estados de polarização. Matematicamente, isso significa que a constante de propagação β torna-se ligeiramente diferente para os modos polarizados nas direções x e y . Essa propriedade é chamada de *birrefringência modal*. Sua intensidade é medida por um parâmetro adimensional:

$$B_m = \frac{|\beta_x - \beta_y|}{k_0} = |n_x - n_y| \quad (13)$$

Onde n_x e n_y são os índices de refração modais para os dois estados ortogonais de polarização. Para dado valor de B_m , os dois modos trocam potência de maneira periódica enquanto se propagam pela fibra, com o período:

$$L_B = \frac{2\pi}{|\beta_x - \beta_y|} = \frac{\lambda}{B_m} \quad (14)$$

A distância L_B é chamada de comprimento do batimento (*beat length*). O eixo em que o índice modal é menor é o eixo rápido, pois a velocidade de grupo é maior para a luz que se propaga naquela direção. Analogamente, o eixo com o maior índice modal é chamado de eixo lento. Esse conceito pode ser mais bem observado na Figura 3.

Em fibras usuais, B_m muda aleatoriamente ao longo da fibra, devido a flu-

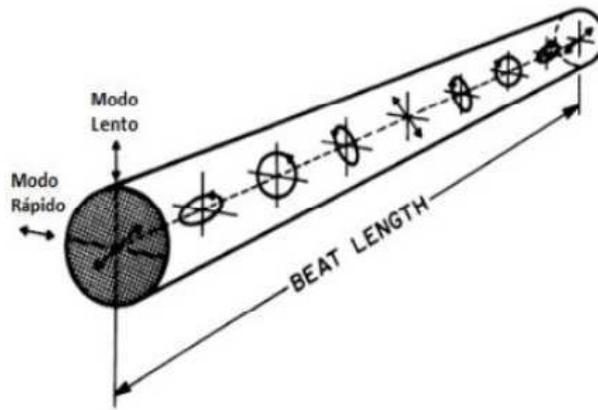


Figura 3: Evolução da polarização em um meio birrefringente [1]

tuações no formato do núcleo. Ou seja, a luz é lançada nesse meio com um estado de polarização fixo, mas a sua polarização também muda de forma aleatória.

Essas mudanças na polarização não são prejudiciais se o sinal for uma onda contínua, porque, nesse caso, os fotodetectores na recepção não respondem a mudanças na polarização da luz incidente [1]. Porém, no caso de sistemas ópticos em que pulsos curtos são enviados por longa distâncias, o efeito é significativo.

Se um pulso de entrada excita as duas componentes de polarização, ambas viajarão através da fibra com velocidades diferentes, por causa da diferença na velocidade de grupo. O pulso então se alarga na saída, pois as velocidades de grupo mudam aleatoriamente por causa das mudanças na birrefringência da fibra. Esse fenômeno é chamado de Dispersão dos Modos de Polarização (PMD - *Polarization-Mode Dispersion*) e é muito importante para enlaces ópticos de longas distâncias.

2.3 Distorções não lineares

A resposta de qualquer dielétrico à luz se torna não linear para campos eletromagnéticos intensos, e isso inclui, evidentemente, as fibras ópticas. A sílica usada na fabricação não é um material com características não lineares fortes. No entanto, a geometria do guia de onda que confina a luz em uma pequena seção transversal, em longas distâncias, faz com que os efeitos não lineares sejam claramente significativos em sistemas ópticos modernos [1].

Existem três tipos de processos não lineares que são importantes para o contexto de sistemas de transmissão ópticos [3].

A primeira categoria são aqueles em que não há transferência de energia entre o campo óptico e o meio dielétrico. Esses processos são chamados de não ressonantes e podem ser descritos como uma variação no índice de refração da fibra dependente da intensidade. Essa mudança no índice é conhecida como *Efeito de Kerr*, descoberta

em 1875 por John Kerr [3]. Os processos não lineares de Kerr mais importantes são a Automodulação de Fase (SPM - *Self-Phase Modulation*), a Modulação em Fase Cruzada (XPM - *Cross-Phase Modulation*) e a Mistura de Quatro Ondas (FWM - *Four-Wave Mixing*).

O segundo tipo de processo descreve a interação não linear entre sinal e ruído, chamado de ruído de fase não linear (*nonlinear phase noise*).

A terceira categoria é conhecida como processos ressonantes ou processos de espalhamento inelástico. Nesse caso, o campo óptico transfere uma parte de sua energia para o meio dielétrico. Podem-se citar como efeitos não elásticos mais importantes o Espalhamento Estimulado de Raman (SRS - *Stimulated Raman Scattering*) e o Espalhamento Estimulado de Brillouin (SBS - *Stimulated Brillouin Scattering*).

A seguir, uma breve descrição dos fenômenos não lineares citados.

2.3.1 Não linearidades de Kerr

Automodulação de Fase - SPM:

A Automodulação de Fase é um deslocamento de fase não linear causado por mudanças não lineares no índice de refração. Ao longo do pulso, esse deslocamento de fase varia, porque a intensidade do pulso é diferente em cada parte. Isso resulta em um *chirp* (variação da frequência) induzido por SPM, que provoca o alargamento do pulso. A combinação do *chirp* não linear causado pela SPM com a dispersão cromática resulta em distorções de amplitude, que por sua vez dependem da potência do sinal, e por isso também são consideradas um efeito não linear.

Modulação em Fase Cruzada - XPM:

A Modulação em Fase Cruzada descreve o deslocamento de fase não linear que resulta da interação com outro pulso óptico em um comprimento de onda diferente. Em tais sistemas, a mudança de fase em um canal específico depende não só da própria potência, mas também daquela dos outros canais. É interessante observar que só há diferença entre SPM e XPM nos casos em que ambos os pulsos têm espectros claramente separados, como é o caso de sistemas de transmissão WDM [2].

O deslocamento de fase causado pela XPM é mais significativo se os dois pulsos em comprimentos de onda diferentes se sobrepuserem no tempo parcialmente. Uma parte do pulso vai sofrer o deslocamento, enquanto o restante permanecerá não afetado. De maneira análoga à SPM, a combinação com a dispersão cromática causa distorções na amplitude. Por outro lado, a dispersão cromática reduz o deslocamento

de fase causado pela XPM, pois os canais possuem uma velocidade de grupo diferente e, por isso, estão se afastando [3].

Mistura de Quatro Ondas - FWM:

FWM é um efeito não linear paramétrico que envolve a interação entre quatro ondas ópticas, geralmente diferentes canais WDM, daí o nome Mistura de Quatro Ondas. Dois ou três fótons são destruídos e novos fótons são criados em frequências diferentes, de forma que a energia e o momento são conservados. A eficiência da FWM depende da coincidência de frequência e fase entre as quatro ondas. A dispersão cromática diminui a FWM consideravelmente, graças à diferença na velocidade de fase, o que faz com que a condição citada seja satisfeita apenas em curtas distâncias de transmissão.

2.3.2 Ruído de fase não linear

O ruído de fase não linear resulta da interação entre o sinal óptico e as flutuações na potência induzidas pelo ruído por Emissão Espontânea Amplificada (ASE - *Amplified Spontaneous Emission*). Essas flutuações na potência são transformadas em ruído de fase por meio do Efeito de Kerr. Esse tipo de distorção não linear é de importância significativa apenas para formatos de modulação que codificam a informação na fase do sinal óptico.

Idealmente, um sinal modulado em fase tem uma forma de pulso regular, e cada pulso contém uma quantidade igual de potência óptica. O deslocamento de fase não linear provocado pela não linearidade de Kerr é, então, o mesmo para cada pulso. Quando o ruído ASE advindo dos amplificadores ópticos é adicionado ao sinal ao longo do enlace de transmissão, cada pulso sofre interferência construtiva e destrutiva com o ASE. O resultado são diferentes níveis de potência para cada pulso. Ao propagarem-se mais adiante no enlace, os pulsos sofrem mais uma diferença no deslocamento de fase não linear, chamada de ruído de fase não linear induzido por SPM.

O ruído de fase não linear pode resultar também de interações com XPM. Nesse caso, a ASE adicionada ao longo do enlace de transmissão muda o nível de potência de todos os canais, o que altera o deslocamento de fase não linear induzido por XPM. A diferença na intensidade da SPM traduz-se no ruído de fase não linear.

Para o ruído de fase não linear induzido por XPM, não há correlação entre a potência do sinal e o deslocamento de fase no diagrama de constelação, o que dificulta o processo de compensação.

2.3.3 Processos de espalhamento inelástico

Um exemplo de espalhamento elástico é o espalhamento de Rayleigh discutido anteriormente, em que a frequência (ou energia do fóton) da luz espalhada permanece a mesma. No caso inelástico, a frequência da luz é deslocada para baixo.

Tanto o espalhamento de Raman quando o de Brillouin podem ser entendidos como o espalhamento de um fóton para um outro de menor energia, de maneira que a diferença energética apareça na forma de um fonon. Porém, os fonons ópticos participam no espalhamento de Raman, enquanto fonons acústicos participam no espalhamento de Brillouin.

Ambos os processos resultam em uma perda de potência na frequência incidente. Porém, a baixos níveis de potência, a perda devida a esses efeitos é negligenciável, pois a secção transversal do espalhamento é suficientemente pequena [2].

3 A Equação Não Linear de Schrödinger

A Equação de Schrödinger, proposta por Erwin Schrödinger em 1926, descreve a dependência do espaço e do tempo de um sistema quântico e é fundamental no estudo da mecânica quântica.

A Equação Não Linear de Schrödinger (NLSE), que está relacionada à Equação de Schrödinger utilizada em mecânica quântica, modela a evolução de um campo óptico $E(z, t)$ em uma fibra[3], considerando apenas um estado de polarização. Ela pode ser descrita por:

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2}E \quad \text{Atenuação linear} \quad (15)$$

$$-j\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 E}{\partial T^2} \quad \text{Dispersão de segunda ordem} \quad (16)$$

$$+\frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 E}{\partial T^3} \quad \text{Dispersão de terceira ordem} \quad (17)$$

$$+j\gamma|E|^2E \quad \text{Não linearidades de Kerr} \quad (18)$$

Ainda, E é o envelope complexo do campo óptico, z é a distância de propagação em $[km]$, $T = t - \beta_1 z$, e α é dado em $[Np/km]$.

Observe-se que cada parte da equação representa um tipo de distorção que o sinal óptico sofre. Essa é a versão mais utilizada da NLSE, mas é possível acrescentar mais termos e considerar mais efeitos que afetam a propagação do pulso na fibra [1].

3.1 O coeficiente de não linearidade

O termo $j\gamma|E|^2E$ modela a contribuição não linear para a NLSE, que é proporcional à potência do campo óptico multiplicada pelo coeficiente de não linearidade γ , que é dado pela equação 19, em $[km^{-1}W^{-1}]$:

$$\gamma = \frac{2\pi \times n_2}{\lambda \times A_{eff}} \quad (19)$$

O índice de refração não linear n_2 é um parâmetro do material relacionado à composição química da fibra. No caso da sílica, $n_2 \approx 2,3 \times 10^{-20} m^2/W$ [3]. A área efetiva do núcleo é dada por A_{eff} .

O coeficiente de não linearidade para fibras monomodo e comprimento de onda em torno de $1,5 \mu m$ é $\gamma = 1,3 km^{-1}W^{-1}$. Devido ao efeito de atenuação, a influência das não linearidades não é igualmente dividada ao longo do comprimento da fibra.

De fato, a maior parte da interação não linear ocorre na primeira metade da fibra. Assim, define-se a distância efetiva da fibra, na equação 20:

$$L_{eff} = \frac{1 - \exp(-\alpha L)}{\alpha} \quad (20)$$

4 O Método de Fourier com Degrau Repartido

A NLSE é uma equação diferencial parcial que geralmente não possui solução analítica, exceto em casos muito específicos. Assim, uma abordagem numérica é necessária para entender os efeitos não lineares em fibras ópticas.

O método mais usado para resolver esse problema da propagação do sinal em meios não lineares é o Método de Fourier com Degrau Repartido (SSFM - *Split-Step Fourier Method*) [1]. Sua relativa rapidez, em comparação com a maioria dos outros algoritmos de diferenças finitas pode ser atribuída em parte ao uso da Transformada Rápida de Fourier (FFT - *Fast Fourier Transform*).

Para compreender o método, primeiro escreve-se a NLSE na forma:

$$\frac{\partial E}{\partial T} = (\hat{D} + \hat{N})E \quad (21)$$

Nessa equação, o operador diferencial \hat{D} reproduz a dispersão e as perdas em um meio linear, enquanto \hat{N} é um operador não linear que faz o mesmo para as não linearidades da fibra durante a propagação do sinal. Eles podem ser dados por:

$$\hat{D} = -\frac{\alpha}{2}E - j\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 E}{\partial T^2} + \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 E}{\partial T^3} \quad (22)$$

$$\hat{N} = j\gamma|E|^2E \quad (23)$$

É normal que a dispersão e os efeitos não lineares ajam juntos sobre o sinal na fibra, como foi visto nas seções anteriores deste trabalho. No entanto, no SSFM, assume-se que, para um passo de cálculo h suficientemente pequeno, obtém-se uma solução aproximada considerando que os efeitos dispersivos e não lineares agem independentemente.

Ou seja, a propagação de z a $z + h$ ocorre em duas etapas. Na primeira, os efeitos não lineares atuam sozinhos, e $\hat{D} = 0$ na equação 21. Na segunda, somente os efeitos lineares atuam, e $\hat{N} = 0$.

Tem-se, então, matematicamente:

$$E(z + h, T) \approx \exp(h\hat{D}) \exp(h\hat{N})E(z, T) \quad (24)$$

O operador linear \hat{D} é analisado no domínio da frequência, já o não linear \hat{N} , no domínio do tempo.

A solução mostrada na equação 24 é conhecida como SSFM Assimétrico (A-

SSFM). A precisão do método pode ser melhorada por meio de um outro procedimento, o SSFM Simétrico (S-SSFM):

$$E(z+h, T) \approx \exp\left(\frac{h}{2}\widehat{D}\right) \exp\left(\int_z^{z+h} N(z')dz'\right) \exp\left(\frac{h}{2}\widehat{D}\right) E(z, T) \quad (25)$$

No caso, os efeitos não lineares serão calculados no meio do segmento. A integral na exponencial do centro da equação 25 é útil quando se quer levar em conta a dependência do operador \widehat{N} em relação a z . Se h for pequeno o suficiente, esse termo pode ser aproximado por $\exp(h\widehat{N})$.

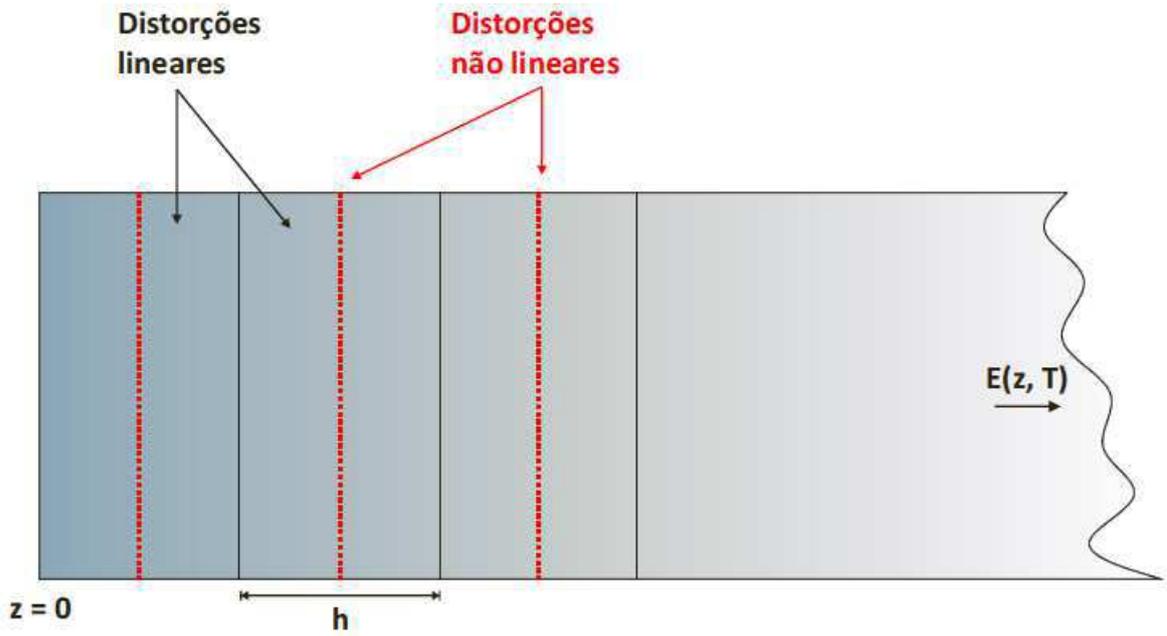


Figura 4: Esquema S-SSFM, em que a fibra é dividida em vários segmentos de largura h . Em cada um deles, os efeitos não lineares são calculados na metade, destacada por uma linha tracejada

O S-SSFM pode ser feito de duas maneiras. Na primeira, $\widehat{N}(z+h)$ é calculado inicialmente assumindo-o como $\widehat{N}(z)$ e então estimando $E(z+h, t)$, o que resulta em um novo valor $\widehat{N}_{new}(z+h)$ e, conseqüentemente em $E_{new}(z+h, t)$. Essa é chamada de SSFM Simétrico Interativo (IS-SSFM) [12].

Alternativamente, pode-se usar o SSFM Simétrico Não Interativo (NIS-SSFM), que consiste em calcular $\widehat{N}(z+h)$ no meio do passo de cálculo h , o que requer menos etapas de processamento, implicando maior rapidez e eficiência computacional, apesar de o IS-SSFM ser mais preciso [12]. O uso de um passo de cálculo adaptativo ao longo de z também pode ajudar a reduzir o tempo de processamento em certos casos [1].

O SSFM é aplicado em uma grande variedade de problemas ópticos, incluindo

propagação de ondas na atmosfera, fibras de índice gradual, lasers semicondutores, ressonadores instáveis e acopladores de guia de onda. Ele é chamado de método de propagação de feixes quando aplicado a feixes ópticos contínuos em meios não lineares, onde a dispersão é substituída pela difração [1].

A implementação do SSFM é relativamente direta, porém os passos de cálculo em z e T devem ser escolhidos cautelosamente, para manter a precisão desejada na simulação. No caso da DBP, em geral propõe-se $h = L_{eff}$ [4], como será visto a seguir. O SSFM é de fundamental importância para a realização da Propagação Digital Reversa.

5 Propagação Digital Reversa

Apesar das não linearidades da fibra óptica, que são o maior fator limitante atualmente, os sistemas ópticos mais modernos estão empregando formatos de modulação de alta ordem (COFDM em conjunto com QPSK, QAM em cada portadora) e transmissão em altas taxas (224 Gbit/s a 400 Gbit/s por canal DWDM), no intuito de suprir a demanda de capacidade que nunca para de crescer [12].

Implementar métodos de compensação totalmente ópticos não é viável na prática, pois eles demandam custos altos e são menos flexíveis, além de serem complexos. Por outro lado, com o desenvolvimento da recepção coerente, técnicas de compensação eletrônica mostram-se promissoras para enlaces ópticos de longas distâncias. Após a detecção coerente, os sinais podem ser amostrados e computados por Processamento Digital de Sinais (DSP - *Digital Signal Processing*) para compensar as distorções sofridas [14].

A compensação digital é considerada fundamental para a mitigação de efeitos sofridos pelo sinal na transmissão através de fibra óptica, pois ela oferece grande adaptatividade e robustez. Um desses métodos é a Propagação Digital Reversa (DBP - *Digital Back-Propagation*), que pode compensar conjuntamente as distorções lineares e não lineares.

5.1 Teoria

Na ausência de ruído (ASE) no sistema de transmissão, a NLSE pode ser resolvida inversamente para o sinal recebido, com os parâmetros α , β e γ da fibra invertidos, processo conhecido como DBP. A NLSE com os novos parâmetros pode ser verificada na equação 26.

$$\frac{\partial E}{\partial T} = (-\hat{D} - \hat{N})E \quad (26)$$

A DBP pode ser implementada no transmissor ou no receptor, apesar de este último caso ser muito mais usual. Se não houver ruído no enlace de transmissão, os dois esquemas são equivalentes. É interessante destacar também que, a princípio, DBP é compatível com qualquer formato de modulação do sinal transmitido.

Como foi visto na seção anterior, a NLSE é resolvida pelo Método de Fourier com Degrau repartido. No caso da DBP, que resolve a a mesma equação com os parâmetros invertidos, a solução será análoga. O sistema então é formado por blocos de compensação linear e não linear, como mostram as Figuras 5 e 6. Quanto mais estágios houver na DBP, mais precisa será a compensação das distorções.

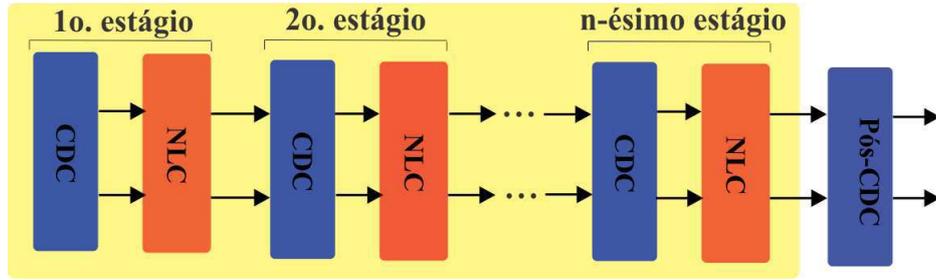


Figura 5: Diagrama explicitando n estágios e os blocos de compensação não linear (NLC - *Non Linear Compensation*) e de dispersão cromática (CDC - *Chromatic Dispersion Compensation*)

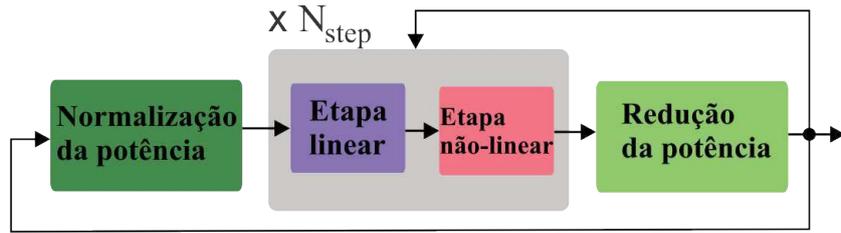


Figura 6: Esquema para DBP explicitando o laço de compensação. N_{step} é o número de iterações do método

O desempenho da técnica depende fortemente da boa escolha do tamanho do passo de cálculo h . Recomenda-se que $h \leq L_{eff}$ [4], pois é nessa parte que ocorre a maior parte da interação não linear na fibra.

Pode-se caracterizar três tipos de DBP [12], segundo o passo de cálculo (*step size*) h :

- *Sub-span step size*: quando vários estágios de cálculo são processados em um segmento (*span*) da fibra;
- *Per-span step size*: um passo de cálculo é realizado em cada segmento da fibra;
- *Multi-span step size*: um passo de cálculo é processado para vários segmentos da fibra.

Sobre os métodos de SSFM discutidos anteriormente, ratifica-se a ideia de que o SSFM assimétrico poupa recursos computacionais, porém, o SSFM simétrico possui um melhor desempenho no geral.

5.2 Limitações

A implementação de DBP atualmente é bastante desafiadora, por causa da complexidade do método ao ser aplicado em sistemas reais. Seu desempenho depende do passo de cálculo computacional h , principalmente em enlaces WDM com

altas taxas de transmissão, todavia nem sempre há conhecimento prévio do perfil dos segmentos da fibra, na recepção.

Em aplicações em tempo real, uma das principais limitações é o fato de que o algoritmo da DBP necessita conhecer previamente os parâmetros e a configuração do enlace. Como nem sempre é possível saber antecipadamente a disposição dos segmentos, os parâmetros da DBP devem ser flexíveis e robustos a tais variações. Isso é especialmente importante em redes ópticas mistas, em que o tamanho do segmento pode variar facilmente de uma rede para outra.

O desempenho da DBP é limitado também pelo ruído ASE, pois ele vem de uma fonte de ruído não determinística, ou seja, ele não pode ser propagado reversamente [12]. DBP leva em consideração principalmente os efeitos determinísticos no canal [16].

Além disso, o algoritmo exige alta capacidade computacional e recursos de *hardware* para ser executado, devido à utilização de múltiplos estágios divididos no processamento. Para economizar esses recursos, deve-se reduzir ao mínimo possível o número de passos e o tamanho do circuito de cada estágio. No entanto, a qualidade da DBP depende do número de etapas, o que acarreta a necessidade de encontrar um equilíbrio entre a precisão desejada e número de estágios possíveis de serem implementados.

Ainda pelo mesmo motivo, o uso de DBP está limitado à informação de um único canal, implicando que apenas distorções intracanal são efetivamente compensadas, até o presente momento [4].

6 Propagação Digital Reversa aplicada a um pulso Gaussiano

Para verificar a viabilidade do uso da Propagação Digital Reversa na compensação das distorções sofridas na transmissão via fibra óptica, este estágio teve como objetivo simular computacionalmente a realização da técnica.

A aplicação mais interessante de DBP para as comunicações ópticas modernas ocorre em sistemas com modulação coerente a altas taxas. No entanto, há pouquíssima literatura tratando da modelagem matemática dos efeitos lineares e não lineares da fibra nesses casos.

Assim, para fins de prova de conceito, escolheu-se compensar as distorções sofridas durante a transmissão em um pulso Gaussiano com *chirp* de frequência, que será detalhado a seguir.

6.1 Pulso Gaussiano com *chirp* de frequência

Diz-se que um pulso tem *chirp* se a frequência da portadora varia com o tempo. Essa variação é governada pelo parâmetro C da equação 27, que modela o valor inicial do pulso gaussiano com *chirp* de frequência na propagação via fibra óptica.

$$A(0, t) = A_0 \exp \left[-\frac{1 + iC}{2} \left(\frac{t}{T_0} \right)^2 \right] \quad (27)$$

A_0 é a amplitude de pico, e o parâmetro T_0 representa a meia largura (*half-width*) no ponto de intensidade e^{-1} [2]. A mudança na frequência está relacionada à derivada da fase, e é dada por:

$$\partial\omega(t) = -\frac{\partial\phi}{\partial t} = \frac{C}{T_0^2}t \quad (28)$$

Onde ϕ é a fase de $A(0, t)$. O deslocamento de frequência $\partial\omega$ é chamado *chirp*. O espectro do pulso com *chirp* é mais largo que o daquele sem *chirp*.

Na prática, pulsos ópticos são geralmente não Gaussianos e exibem um *chirp* de frequência considerável [2].

Na Figura 7, pode-se estudar a limitação do produto taxa de bits \times distância (BL) provocada pelo *chirp* de frequência, em um fluxo de bits NRZ. Nesse caso, o valor limitante de BL foi encontrado assumindo um máximo tolerável para o valor RMS do pulso.

Observa-se que BL é reduzido drasticamente para valores negativos de C , por-

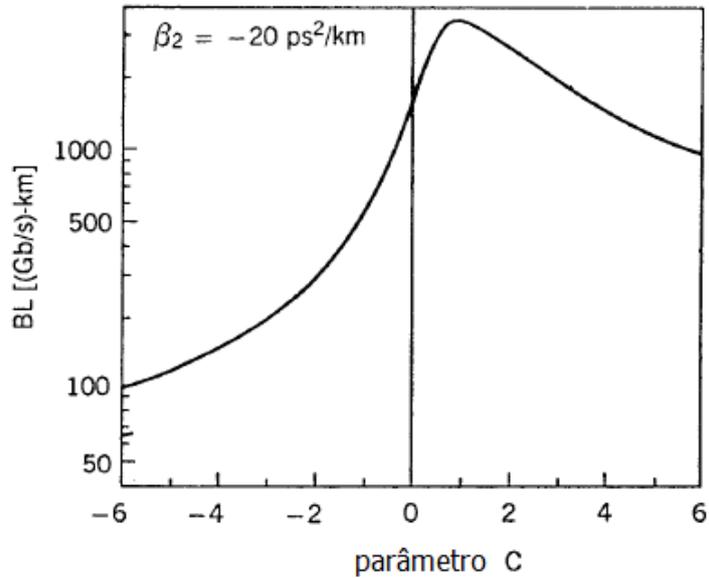


Figura 7: Limitação dispersiva do produto BL , em função do parâmetro de *chirp* C para o pulso Gaussiano [2]

que o produto $\beta \times C$ torna-se positivo. Para *lasers* semicondutores com modulação direta, C é normalmente menor que zero.

6.2 Dados do experimento

O pulso Gaussiano é transmitido sobre 1200 *km* de fibra monomodo, em 15 segmentos de 80 *km*, com parâmetros físicos definidos na Tabela II. Cada EDFA dos segmentos da fibra é modelado com ganho de 16 *dB* e figura de ruído de 4,5 *dB*.

Tabela II: Parâmetros físicos da fibra

Parâmetros da Fibra	Valores
Atenuação (α)	0,2 <i>dB/km</i>
Dispersão (D)	16 <i>ps/nm.km</i>
Coefficiente de não linearidade (γ)	1,31 $W^{-1}.km^{-1}$

O modelo usado para a NLSE foi a equação abaixo, que leva em conta a atenuação linear, a dispersão de segunda ordem e as não linearidades de Kerr.

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2}E \quad \text{Atenuação linear} \quad (29)$$

$$-j\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 E}{\partial T^2} \quad \text{Dispersão de segunda ordem} \quad (30)$$

$$+j\gamma|E|^2E \quad \text{Não linearidades de Kerr} \quad (31)$$

Usou-se também a função do MATLAB[®] *awgn()*, a fim de adicionar ruído aditivo Gaussiano branco na propagação do sinal. Ainda, para a modelagem do ruído ASE vindo dos amplificadores ópticos, um forte limitante da DBP tradicional, por ser não determinístico, aplicou-se a equação 32 [11]:

$$I_{ASE} = (G - 1) \times n_{spans} \times F \times H \times \nu \quad (32)$$

Onde I_{ASE} é a intensidade espectral do ruído ASE em $[W/Hz]$, G é o ganho por amplificador, n_{spans} é o número de segmentos de fibra, F é a figura de ruído dos amplificadores em $[W]$, H é a constante de Planck e ν é a frequência de propagação da luz em $[Hz]$.

Os parâmetros constantes de simulação, bem como a inclusão ou não dos ruídos descritos, podem ser alterados pelo usuário na interface gráfica (GUI - *Graphic User Interface*) feita também no MATLAB[®], mostrada a Figura 8.

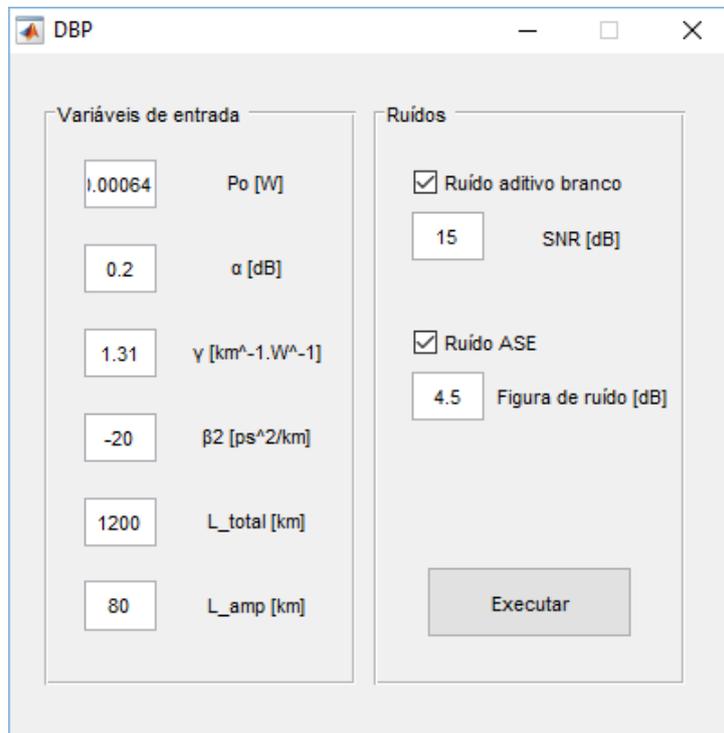


Figura 8: GUI que possibilita que o usuário altere os parâmetros de simulação

6.3 Uso da FFT na simulação de DBP: SSFM simétrico

O SSFM usa FFT para a resolução numérica da NLSE, o que faz com que ele seja relativamente mais rápido que outros métodos, como já foi discutido nas seções anteriores. Para esta simulação, foi escolhido o SSFM simétrico não interativo, destacado em azul na Figura 9, pois ele combina uma boa aproximação das não linearidades da fibra com eficiência computacional.

O passo de cálculo foi escolhido como $h = L_{eff}$, em *sub-span step size*, enquanto os operadores \hat{D} e \hat{N} podem ser vistos nas equações 33 e 34.

A aplicação dos operadores no laço de simulação pode ser visto nas linhas 40 a 58 do código MATLAB[®] contido no Anexo I, onde fica explícita a análise de \hat{D} no domínio de Fourier e de \hat{N} no domínio do tempo.

$$\hat{D} = -\frac{\alpha}{2}E - j\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 E}{\partial T^2} \quad (33)$$

$$\hat{N} = j\gamma|E|^2E \quad (34)$$

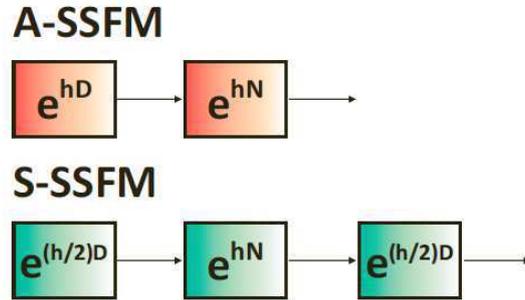


Figura 9: Comparação entre os métodos de implementação do SSFM

6.4 Resultados

Com o objetivo de simular um sinal originado em uma fonte laser, simulou-se a propagação de um pulso Gaussiano curto com *chirp* de frequência. A alta intensidade da potência de pico causa interações não lineares com o material, o que nos permite analisar a eficiência da compensação desses efeitos pela DBP. As figuras a seguir foram simuladas com os dados citados na seções anteriores e contidos na Figura 8.

O sinal de entrada foi modelado segundo o que foi descrito na seção 6.1 e pode ser observado na Figura 10. Na Figura 11, a DBP foi aplicada em uma situação completamente ideal, em que somente os efeitos de distorção determinísticos foram

considerados e todos os ruídos estavam ausentes. Nesse caso, é evidente que a compensação foi perfeita.

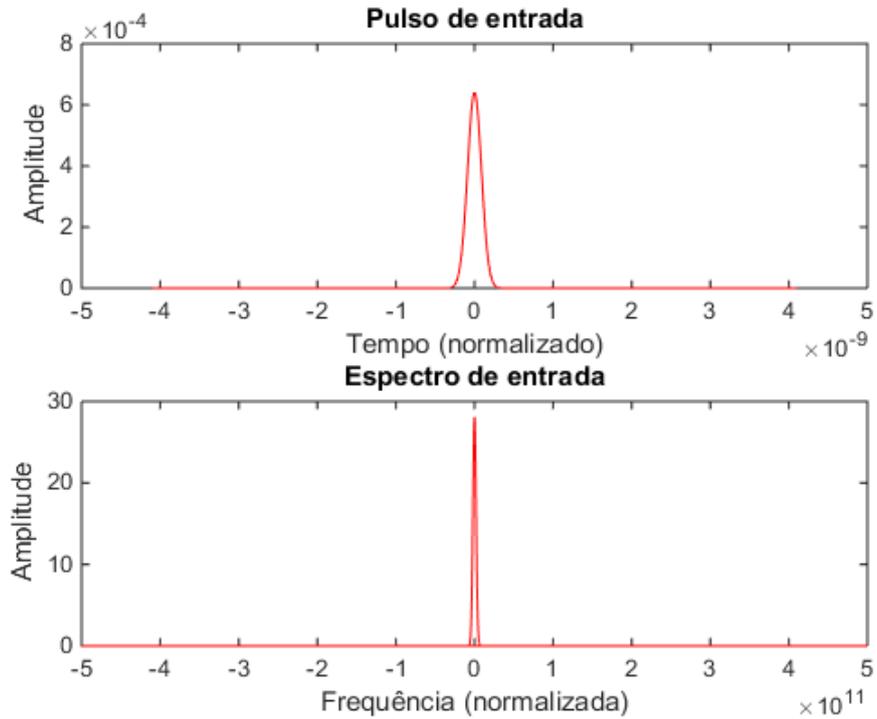


Figura 10: Pulso e espectro de entrada

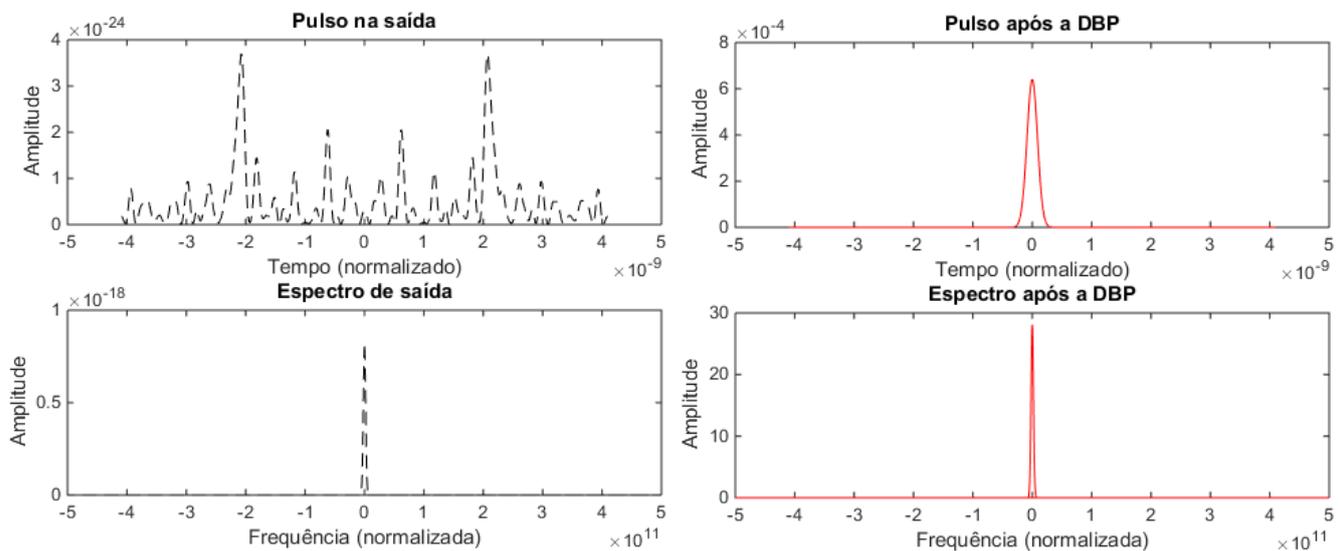


Figura 11: Saída desconsiderando ruídos

Na figura 12, adicionou-se ruído aditivo Gaussiano branco à transmissão, com relação sinal-ruído de 15 *dB*. Apesar de a forma original do sinal ter sido recuperada, resquícios do ruído ainda estão presentes na saída após a DBP, como pode ser visto no detalhe da Figura 13.

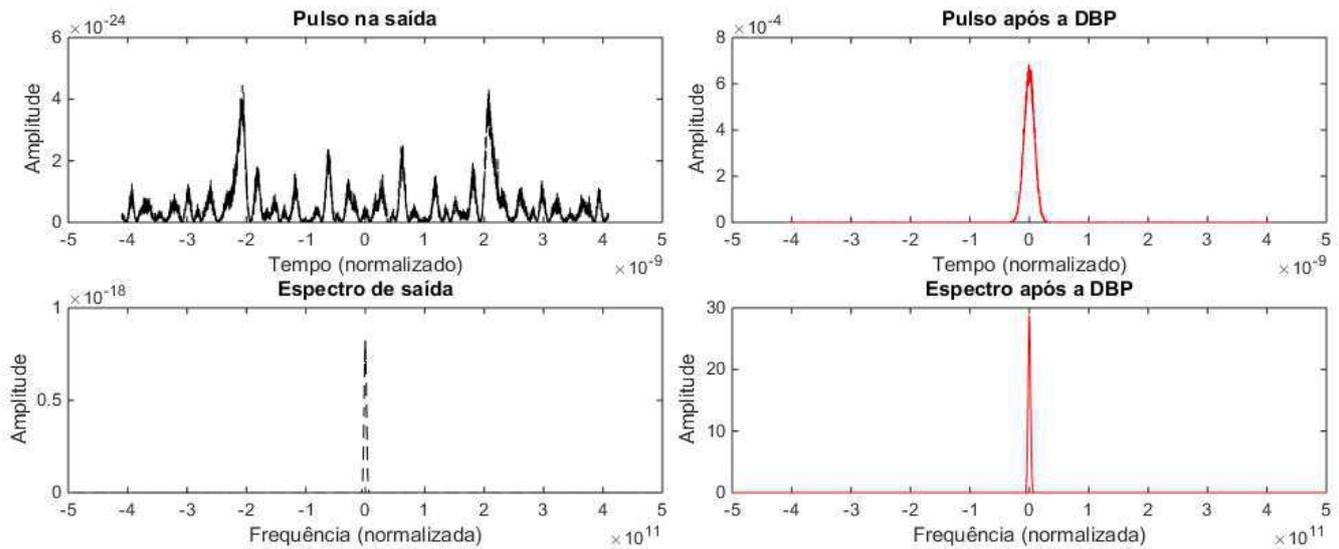


Figura 12: Saída considerando ruído aditivo Gaussiano branco

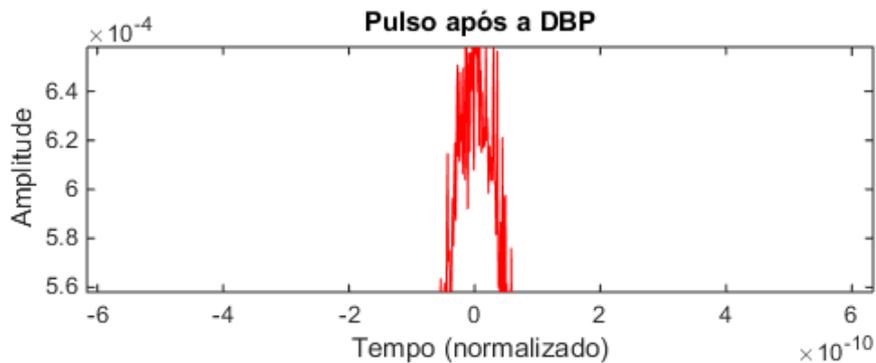


Figura 13: Detalhe da saída considerando ruído aditivo Gaussiano branco

Já na Figura 14, considera-se apenas o ruído ASE com figura de ruído 4.5 dB . Fica claro aqui que a Propagação Digital Reversa não consegue compensá-lo. O sinal foi completamente distorcido, pois nem mesmo a compensação tradicional para esse tipo de ruído foi aplicada aqui, que seriam filtros supressores de ASE colocados após os amplificadores, já que o foco do trabalho é mostrar resultados da DBP.

É importante frisar que, mesmo para o caso ideal sem ruídos da Figura 11, a compensação foi perfeita porque toda a configuração do enlace era conhecida com exatidão, e as constantes de atenuação, de dispersão e de não linearidades (α , β_2 e γ) usadas na modelagem da propagação via fibra óptica foram exatamente as mesmas utilizadas no algoritmo da DBP, o que reforça a necessidade de conhecer os parâmetros previamente, na recepção.

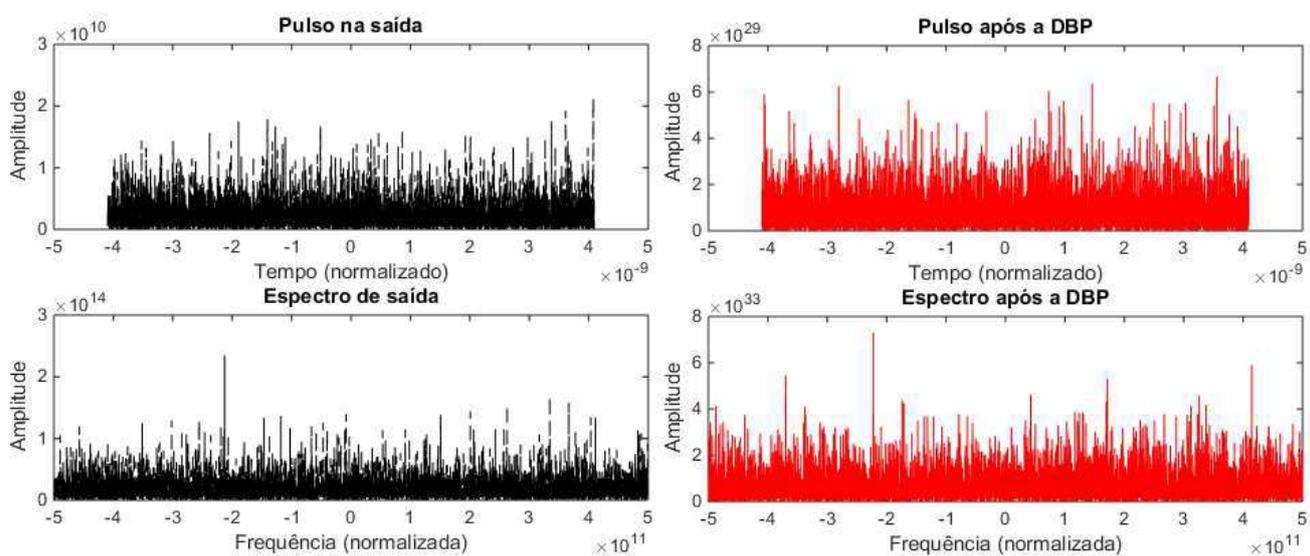


Figura 14: Saída considerando ruído ASE dos amplificadores ópticos

7 Conclusão

No decorrer do trabalho, foram estudadas as características físicas da fibra óptica, bem como os principais efeitos lineares e não lineares nela presentes.

Para implementar uma técnica que compense conjuntamente esses dois tipos de distorções, é utilizada a Equação Não Linear de Schrödinger, que modela a propagação do sinal pela fibra, e o Método de Fourier com Degrau Repartido, que soluciona numericamente a NLSE. A ideia da DBP é propagar o sinal reversamente no receptor, resolvendo a NLSE por meio do SSFM com os parâmetros da fibra invertidos, em várias iterações de compensação linear e não linear.

Para provar este conceito, o principal objetivo deste estágio foi implementar em MATLAB[®] o algoritmo DBP aplicado a um pulso Gaussiano com *chirp* de frequência, que simula um sinal vindo de uma fonte *laser*. A NLSE foi utilizada para modelar a propagação via fibra, considerando as constantes α , β_2 e γ . Os parâmetros de simulação podem ser alterados pelo usuário por meio de uma interface gráfica codificada também no MATLAB[®].

Os resultados foram analisados com detalhes na seção 6.4. Como sugestão para um aprofundamento futuro deste experimento, pode-se compensar o ruído ASE usando filtros supressores nos amplificadores ópticos.

DBP é muito útil quando usada em sistemas de detecção coerente em conjunto com processamento digital de sinais na recepção, sendo assim uma técnica promissora para enlaces de longas distâncias a altas taxas, sua principal aplicação prática no futuro.

Algumas limitações desse método podem ser destacadas, como os elevados recursos computacionais necessários e a necessidade de conhecer a configuração do enlace de transmissão previamente.

Até recentemente, as aplicações de DBP levavam em consideração apenas os efeitos determinísticos no canal. O artigo relatado por *Irukulapati et al* [16], no entanto, inclui o ruído ASE dos amplificadores ópticos em uma variação da técnica, chamada Propagação Digital Reversa Estocástica (SDBP - *Stochastic Digital Back-Propagation*).

Para a real implementação prática em um futuro próximo, há o desafio de simplificar o modelo para descrever eficientemente a transmissão de sinais com multiplexação de polarização, além de desenvolver uma forma de estimar com certa precisão parâmetros desconhecidos do enlace.

8 Referências

Referências

- [1] AGRAWAL, Govind P. *Nonlinear Fiber Optics*, 5^a edição, Academic Press.
- [2] AGRAWAL, Govind P. *Fiber Optics Communication Systems*, 3^a edição, John Wiley and Sons, 2002.
- [3] VAN DER BORNE, D. *Robust optical transmission systems: modulation and equalization*, Ph.D. thesis, Tech. Univ. Eindhoven, Eindhoven, The Netherlands, 2008.
- [4] A. Napoli, Z. Maalej, V. A. Sleiffer, M. Kuschnerov, D. Rafique, E. Timmers, B. Spinnler, T. Rahlman, L. D. Coelho, N. Hanik. *Reduced Complexity Digital Back-Propagation Methods for Optical Communication Systems*, Journal of Lightwave Technology, Vol.32, No. 7. April 1, 2014.
- [5] K. Fukuchi, A. Shibayama, K. Hosokawa, W. Maeda, H. Noguchi, J. Abe. *Practical Techniques for Nonlinear Compensation and Mitigation*, OFC 2015.
- [6] L. Dou, Y. Zhao, Z. Tao, Y. Fan, T. Hoshida, J. C. Rasmussen. *Advanced Digital Nonlinear Distortion Compensation*, OFC 2015.
- [7] C. Lin, A. Napoli, B. Spinnler, V. Sleiffer, D. Rafique, M. Kuschnerov, M. Bohn, B. Schmauss. *Adaptive Digital Back-Propagation for Optical Communication Systems*, OFC 2014.
- [8] E. Ip and J. Kahn. *Compensation of Dispersion and Nonlinear Impairments Using Digital Backpropagation*, Journal of Lightwave Technology, Vol. 26, No. 20, October 15, 2008.
- [9] A. Ghazisaeidi and L. Rusch. *On the Efficiency of Digital Back-Propagation for Mitigating SOA-Induced Nonlinear Impairments*, Journal of Lightwave Technology, Vol. 29, No. 21, November 1, 2011.
- [10] Y. Gao, J. Ke, K. Zhong, J. Cartledge, S. Yam. *Assessment of Intrachannel Nonlinear Compensation for 112 Gb/s Dual-Polarization 16QAM Systems*, Journal of Lightwave Technology, Vol. 30, No. 24, December 15, 2012.
- [11] BIHN, Le Nguyen. *Optical Fiber Communication Systems with MATLAB and Simulink Models*, 2nd edition, CRC Press, 2015.

- [12] R. Asif, C. Lin, M. Usman, B. Schmauss. *Non-linear tolerance of 400Gbit/s DP-RZ-QPSK transmission over 1200km SMF-28 employing digital backward propagation*, Proc. of SPIE Vol. 8284 82840R-1.
- [13] R. Asif, H. Shahid, F. Arshad, R. Saleem. *Scalable nonlinear equalization in high-bit-rate optical transmission systems*, Photon. Res., Vol. 1, No. 3 October 2013.
- [14] R. Asif, C. Lin, M. Holtmannspoetter, B. Schmauss. *Optimized digital backward propagation for phase modulated signals in mixed-optical fiber transmission link*, Optics Express, Vol. 18, No. 22, October 25, 2010.
- [15] R. Asif, C. Lin, M. Holtmannspoetter, B. Schmauss. *Compensation of intra-channel nonlinear fibre impairments using simplified digital back-propagation algorithm*, Optics Express, Vol. 19, No. 10, May 9, 2011.
- [16] N. Irukulapati, H. Wymeersch, P. Johannisson, E. Agrell. *Stochastic Digital Backpropagation*, IEEE Transactions on Communications, Vol. 62, No. 11, November 2014.

Anexo I - Código para Implementação do Algoritmo DBP em MATLAB[®]

```
1
2 function [tau, w, pulso_in, spectrum_in, ...
3         pulso_out, spectrum_out, ...
4         pulso_DBP, spectrum_DBP] = DBP_final_function(Po, alpha_dB,
5         gamma, beta2, FiberLength, Lamp, rb, ase, snr, noise_figure)
6 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Parameters definition %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
7
8 Ao = sqrt(Po); % Amplitude
9 spans = FiberLength/Lamp; % Number of spans
10
11
12 alpha = alpha_dB/4.343; % alpha (1/km)
13 h = FiberLength/(Lamp*alpha); % step-size em km
14
15 to = 125e-12; % Largura de pulso inicial em s
16 tau = - 4096e-12 : 1e-12 : 4095e-12; % dt = t/to
17 dt = 1e-12;
18
19 C = -2; % Chirp do pulso gaussiano de entrada - Ver Agrawal (Fiber
20         Optics Comm. Systems) pg. 47
21
22 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Input Pulse %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
23
24 u = Ao * exp(-((1 + 1i*(-C))/2) * (tau/to).^2); % Agrawal pg. 47
25
26 pulso_in = u;
27
28 l = max(size(u));
29
30 dw = 1/l/dt*2*pi;
31 w = (-1*l/2 : 1 : l/2 - 1)*dw; % Frequency grid
32 w = fftshift(w);
33
34 u = fftshift(u);
35 spectrum = fft(u); % Espectro de entrada
36
37 spectrum_in = spectrum;
38
39
40 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Fiber propagation: S-SSFM %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
41
```

```

42 for cont = h : h : FiberLength
43
44 %—————linear impairments—————%
45
46 spectrum = spectrum.*exp((h/2) * (1i*(beta2/2)*w.^2 - alpha/2));
47
48 %—————nonlinear impairments—————%
49
50 f = ifft(spectrum);
51 f = f.*exp(1i*gamma*((abs(f)).^2)*(h));
52
53 %—————linear impairments—————%
54
55 spectrum = fft(f);
56 spectrum = spectrum.*exp((h/2) * (1i*(beta2/2)*w.^2 - alpha/2));
57
58 end
59
60 if ase == 1
61
62     G = Lamp * alpha;    % Gain per amplifier
63     F_db = noise_figure; % Amplifier noise figure [dB] convert to W
64     F = 10^(F_db/10);   % [W] Amplifier noise figure
65     H = 6.63e-34;       % Plancks constant [J.s]
66     V = 3e8/1550e-9;    % frequency of the propagating light [Hz]
67
68     I_ase = (G-1)*spans*F*H*V; % [W/Hz] Amplified spontaneous emission;
        summation of the white optical amplified spontaneous emission
69
70     spectrum = awgn(spectrum, mag2db((G-1)*spans*F*H*V), 'measured'); %
        Amplified spontaneous emission noise
71 end
72
73 %%%%%%%%%%%%%%% Output pulse before DBP %%%%%%%%%%%%%%%
74
75 f = ifft(spectrum);
76 f = fftshift(f);
77
78 if rb == 1
79
80     f = awgn(f, snr, 'measured'); % AWGN
81     spectrum = fft(f);
82
83 end
84
85 pulso_out = f;
86 spectrum_out = spectrum;
87

```

```

88
89 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% DBP application %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
90
91 for cont = h : h : FiberLength
92
93 %—————linear compensation—————%
94
95 spectrum = spectrum.*exp((h/2) * (1i*(-beta2/2)*w.^2 + alpha/2));
96
97 %—————nonlinear compensation—————%
98
99 f = ifft(spectrum);
100 f = f.*exp(1i*(-gamma)*((abs(f)).^2)*(h));
101
102 %—————linear compensation—————%
103
104 spectrum = fft(f);
105 spectrum = spectrum.*exp((h/2) * (1i*(-beta2/2)*w.^2 + alpha/2));
106
107 end
108
109 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Results after DBP %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
110
111 f = ifft(spectrum);
112
113 if rb == 0
114     f = fftshift(f);
115 end
116
117 pulso_DBP = f;
118 spectrum_DBP = spectrum;

```