



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E INFORMÁTICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Eudes Rodrigo Nunes de Oliveira

Relatório de estágio supervisionado

Campina Grande, Paraíba

Agosto de 2018

Eudes Rodrigo Nunes de Oliveira

Relatório de estágio supervisionado

Relatório de Estágio Supervisionado apresentado à Coordenação do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, Campus Campina Grande, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Identificação de Sistemas

Orientador: Edgar Roosevelt Braga Filho, D. Sc

Campina Grande, Paraíba

Agosto de 2018

Eudes Rodrigo Nunes de Oliveira

Relatório de estágio supervisionado/ Eudes Rodrigo Nunes de Oliveira. –
Campina Grande, Paraíba, Agosto de 2018-

69 p. : il. ; 30 cm.

Orientador: Edgar Roosevelt Braga Filho, D. Sc

Relatório de Estágio Supervisionado – Universidade Federal de Campina Grande –
UFCG, Agosto de 2018.

Eudes Rodrigo Nunes de Oliveira

Relatório de estágio supervisionado

Relatório de Estágio Supervisionado apresentado à Coordenação do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, Campus Campina Grande, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovado em ____ / ____ / ____

Professor Avaliador

Universidade Federal de Campina Grande
Avaliador

Edgar Roosevelt Braga Filho, D. Sc
Universidade Federal de Campina Grande
Orientador

Campina Grande, Paraíba
Agosto de 2018

*Dedico este trabalho à minha mãe, Lúcia,
e ao meu pai, Audecy.*

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, Audecy Belarmino e Lúcia de Fátima, por toda sua dedicação, paciência e, principalmente, pelos ensinamentos morais que nem a própria universidade poderia me dar. A minha irmã, Laíse, pelo companheirismo nas horas difíceis e, por último, a minha sobrinha, Maria Isabel, por abrilhantar meus dias com sua inteligência e inocência. Esta jornada só foi possível pelo sonho compartilhado da nossa família.

Aos meus amigos de universidade André Queiróz, Rogério Mota, Mateus Queiroga, Luciano Alves, Charles Dias, Mateus Lucena, Bianca Porto, Rodrigo Rayton, Andrei Pimentel, Elam Gomes, Daniel Souza, Hotoniones e, em especial, Francisco Maerle, pela vivência e aprendizados compartilhados. Vocês tornaram a jornada mais leve através dos anos.

A minha namorada, e agora mãe do meu filho, Magda Leite, por demonstrar amor, paciência e confiança em cada passo dado.

Ao meu orientador, Edgar, pelo exemplo de pessoa e profissional íntegro, por sua organização e comprometimento na preparação das aulas e por sua compreensão humana em momentos críticos.

Aos professores Célio Anésio, Leimar, Ubirajara e Raquel, por seu apoio e confiança nos momentos de incertezas.

A Manoel Adalberto Guedes, pela inúmeras horas dedicadas em ajudar, sempre sem esperar nada em troca e com a maior boa vontade possível.

A Adail, pelo exemplo de execução da atividade pública, além do comprometimento humano em ver o crescimento dos alunos de graduação em engenharia elétrica da UFCG.

Por fim, ao povo brasileiro, por ter financiado o meu desenvolvimento educacional, de altíssimo nível, em universidade pública e no exterior.

*"O medo é assustador até virar familiar. Então o medo é circunstancial, e, portanto,
relativo."*

(Guilherme Cavallari)

Resumo

Softwares de simulação que utilizam métodos numéricos são amplamente usados em engenharia para descrever fenômenos físicos. Em engenharia elétrica, o desenvolvimento de ferramentas numéricas como o Altair Flux tornaram-se fundamentais para o desenvolvimento e estudo dos campos eletromagnéticos em dispositivos rotativos como as máquinas elétricas girantes. Neste trabalho busca-se na biografia informações sobre o método dos elementos finitos, método numérico de discretização utilizado pelo Flux 2018 e por outros softwares para descrever os fenômenos físicos relacionados a magnetostática, eletrostática e eletrocinética, além da fundamentação teórica que embasa este amplo campo de estudo baseado principalmente nas equações de Maxwell. Este trabalho, a partir de então, concentrou-se na ambientação com a plataforma de trabalho do Flux além da elaboração de um guia de uso em português com imagens e detalhes organizados de forma sequenciada como forma de facilitar e otimizar o aprendizado daqueles que venham utilizar a ferramenta no futuro. Finalmente, realizou-se a descrição geométrica e física de uma máquina síncrona trifásica de 4 pólos no Flux com o objetivo de realizar simulações segundo os eixos direto e de quadratura, bem como a determinação de parâmetros da máquina através do método de resposta em frequência. Este relatório de estágio concentra-se na fundamentação teórica e nos resultados das simulações realizadas.

Palavras-chave: motor síncrono; motor trifásico; métodos numéricos; altair flux; máquinas elétricas; simulações.

Abstract

Simulation software that uses numerical methods are widely used in engineering to describe physical phenomena. In electrical engineering, the development of numerical tools such as the Altair Flux have become essential for the development and study of electric fields in rotor devices such as synchronous machines. In this report we have searched in the biography information about the finite element method, a numerical discretization method used by Flux 2018 and other softwares to describe the physical phenomena related to magnetostatic, electrostatic and electrokinetic, as well as the theoretical foundation that bases this broad field of study based especially in Maxwell's equations. This report, from then on, focused on the ambiance with Flux's work platform and the elaboration of a Portuguese user guide with images and details organized in a chronological way as a way to facilitate and optimize the learning curve of those who will use Flux in the future. Finally, we performed the geometric and physical description of a three-phase synchronous machine at Flux in order to perform experimental simulations for direct and quadrature axes determination and determination of machine parameters using the frequency response method. This stage report concentrates on the theoretical basis and results of the simulations.

Keywords: synchronous motor; three-phase motor; numerical methods; flow of altair; electric machines; simulations.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Malha estruturada retangular	23
Figura 2 – Malha estruturada triangular	23
Figura 3 – Malha estruturada triangular aplicada a um círculo (geometria irregular)	24
Figura 4 – Malha não estruturada triangular aplicada a um círculo (geometria irregular)	24
Figura 5 – Nó e linha dos elementos em um reticulado bidimensional	25
Figura 6 – Elemento finito triangular bidimensional e seus respectivos nós 1, 2 e 3	26
Figura 7 – Ponto R qualquer dentro de um Elemento finito triangular bidimensional	30
Figura 8 – Janela Supervisor - Flux 2018	35
Figura 9 – Janela Sketcher2DContext - Flux 2018	36
Figura 10 – Corte transversal da máquina síncrona estudada	38
Figura 11 – Vista das regiões da máquina síncrona após determinação das faces . .	38
Figura 12 – Vista das regiões da máquina síncrona após determinação das faces . .	40
Figura 13 – Malha de discretização da geometria	40
Figura 14 – Posição do angular do rotor x Fluxo magnético na região da bobina de fase C positiva	42
Figura 15 – Linhas equipotenciais do vetor potencial	43
Figura 16 – Linhas equipotenciais do vetor potencial	44
Figura 17 – Corrente no estator x Intensidade do fluxo magnético na região da bobina de fase C positiva	46
Figura 18 – Corrente no estator x Indutâncias de eixo direto e quadratura	47
Figura 19 – Diagrama para ensaio de determinação da posição de eixo direto	48
Figura 20 – Circuito para determinação do ângulo de eixo direto através do Flux 2018	49
Figura 21 – Posição angular do rotor x Tensão nos terminais do campo	50
Figura 22 – Diagrama elétrico para ensaio de determinação da posição de eixo em quadratura	51
Figura 23 – Circuito para determinação do ângulo de eixo em quadratura através do Flux 2018	52
Figura 24 – Posição angular do rotor x Tensão nos terminais do campo	54
Figura 25 – Circuito para determinação do ângulo de eixo em quadratura através do Flux 2018	56
Figura 26 – Posição angular do rotor x Tensão nos terminais do campo	58
Figura 27 – Posição angular do rotor x Tensão nos terminais do campo	59
Figura 28 – Módulo de L_d em função da frequência	60
Figura 29 – Fase de L_d em função da frequência	60
Figura 30 – Módulo de L_q em função da frequência	61

Figura 31 – Fase de L_q em função da frequência 61

Lista de tabelas

Tabela 1 – Dados de placa - Máquina síncrona trifásica	37
Tabela 2 – Parâmetros geométricos	39
Tabela 3 – Componentes do tipo Stranded Coil	49
Tabela 4 – Componentes do tipo Inductor	50
Tabela 5 – Componentes do tipo Stranded Coil	53
Tabela 6 – Componentes do tipo Inductor	53
Tabela 7 – Componentes do tipo Resistor	53
Tabela 8 – Componentes do tipo Stranded Coil	56
Tabela 9 – Componentes do tipo Inductor	56
Tabela 10 – Componentes do tipo Resistor	56

Lista de abreviaturas e siglas

AC	Corrente alternada (do inglês "alternated current")
DC	Corrente contínua (do inglês "direct current")
FMM	Força magnetomotriz
MDF	Método das Diferenças Finitas
MEF	Método dos Elementos Finitos
PDE	Equação Diferencial Parcial (Partial Differential Equation)
rpm	Rotações por minuto

Lista de símbolos

α	Ângulo entre a força magnetomotriz do estator e rotor
a	operador dos componentes simétricos
a	relação efetiva entre o número de espiras no circuito auxiliar e principal
C_{pt}	Capacitor de partida
\hat{E}_a	Reação total do campo no enrolamento auxiliar
\hat{E}_m	Reação total do campo no enrolamento principal
\hat{E}_{mf}	Reação do campo progressivo vista do enrolamento principal
\hat{E}_{mb}	Reação do campo retrógrado vista do enrolamento principal
\mathcal{F}_s	Força magnetomotriz do estator
\mathcal{F}_r	Força magnetomotriz do rotor
\mathcal{F}_f	Força magnetomotriz progressiva
\mathcal{F}_b	Força magnetomotriz retrógrada
HP	Unidade de potência (do inglês ‘horse power’)
i	Corrente alternada no enrolamento do estator
\hat{I}_1	Componente simétrico da corrente de um sistema polifásico desequilibrado
\hat{I}_2	Componente simétrico da corrente de um sistema polifásico desequilibrado
\hat{I}_a	Corrente no enrolamento auxiliar do estator
\hat{I}_a	Corrente de um sistema polifásico desequilibrado na fase a
\hat{I}_{af}	Corrente progressiva no enrolamento auxiliar do estator
\hat{I}_{ab}	Corrente retrógrada no enrolamento auxiliar do estator
\hat{I}_d	Corrente de um sistema polifásico desequilibrado na fase d
\hat{I}_m	Corrente no enrolamento principal do estator

\hat{I}_{mb}	Corrente retrógrada no enrolamento principal do estator
\hat{I}_{mf}	Corrente progressiva no enrolamento principal do estator
I_{max}	Corrente de pico no enrolamento do estator
j	Unidade imaginária do números complexo
k	Constante qualquer
k_i	Chave centrífuga da máquina
n	velocidade do rotor em rpm
n	velocidade síncrona do rotor em rpm
N	Número de voltas efetivas do enrolamento do estator
N_a	Número de voltas efetivas do enrolamento auxiliar do estator
N_b	Número de voltas efetivas do enrolamento principal do estator
P_{eixo}	Potência no eixo da máquina
P_{gf}	Potência total entregue ao campo progressivo pelas duas fases do estator
P_{gf}	Potência total entregue ao campo retrógrado pelas duas fases do estator
Φ_a	Fluxo magnético do enrolamento auxiliar do estator
Φ_b	Fluxo magnético do enrolamento principal do estator
Φ_{ba}	Fluxo magnético retrógrado do enrolamento auxiliar
Φ_{bm}	Fluxo magnético retrógrado do enrolamento principal
Φ_f	Fluxo magnético progressivo
Φ_{fa}	Fluxo magnético progressivo do enrolamento auxiliar
Φ_{fm}	Fluxo magnético progressivo do enrolamento principal
Φ_r	Fluxo magnético do rotor
Φ_s	Fluxo magnético do estator
P_{mech}	Potência mecânica desenvolvida pela máquina
P_{rot}	Perdas rotacionais da máquina
r_1	Resistência do enrolamento principal do estator

r'_2	Resistência do rotor referida ao estator
R_f	Resistência vista da reação do campo progressivo vista do enrolamento principal
R_{Fa}	Resistência a frio do enrolamento auxiliar da máquina
R_{Fm}	Resistência a frio do enrolamento principal da máquina
R_{Qm}	Resistência a quente do enrolamento principal da máquina
R_b	Resistência vista da reação do campo progressivo vista do enrolamento principal
s	Escorregamento
s_b	Escorregamento retrógrado
θ	Ângulo entre a força magnetomotriz do estator e o eixo do enrolamento do estator
T_f	Torque progressivo
T_b	Torque retrógrado
T	Torque resultante da diferença entre o torque progressivo e o torque retrógrado
\hat{V}_0	Componente de sequência zero de um sistema polifásico desequilibrado
\hat{V}_1	Componente de sequência positiva de um sistema polifásico desequilibrado
\hat{V}_2	Componente de sequência negativa de um sistema polifásico desequilibrado
\hat{V}_3	Componente simétrico da tensão de um sistema polifásico desequilibrado
\hat{V}_a	Tensão terminal do enrolamento auxiliar do estator
\hat{V}_a	Tensão de um sistema polifásico desequilibrado da fase a
\hat{V}_b	Tensão de um sistema polifásico desequilibrado da fase b
\hat{V}_c	Tensão de um sistema polifásico desequilibrado da fase c
\hat{V}_d	Tensão de um sistema polifásico desequilibrado da fase d
\hat{V}_m	Tensão terminal do enrolamento principal do estator

\hat{V}_{mb}	Tensão retrógrada do enrolamento principal do estator
\hat{V}_{mf}	Tensão progressiva do enrolamento principal do estator
\hat{V}_t	Tensão no terminal da máquina
w_s	velocidade mecânica do rotor em rad/s
w_s	velocidade síncrona do campo do estator em rad/s
x_1	reatância do enrolamento principal do estator
x'_2	reatância do rotor referida ao estator
X_f	Reatância vista da reação do campo progressivo vista do enrolamento principal
X_b	Reatância vista da reação do campo retrógrado vista do enrolamento principal
x_ϕ	reatância de magnetização do motor
τ_{mec}	Torque mecânico
Z_1	Impedância do circuito equivalente do motor bifásico desequilibrado de sequência positiva
Z_2	Impedância do circuito equivalente do motor bifásico desequilibrado de sequência negativa
Z_{1m}	Impedância do circuito enrolamento principal do estator
Z_{1a}	Impedância do circuito enrolamento auxiliar do estator
Z_b	Impedância vista da reação do campo retrógrado vista do enrolamento principal
Z_d	Metade da diferença das impedâncias referidas ao enrolamento principal
Z_f	Impedância vista da reação do campo progressivo vista do enrolamento principal
Z_o	Impedância média das impedâncias referidas ao enrolamento principal
o	grau

Sumário

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Objetivos	20
1.2	Local do estágio	20
1.3	Estrutura do trabalho	21
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
2.1	Introdução histórica do Método dos Elementos Finitos	22
2.2	Método das Diferenças Finitas e Método dos Elementos Finitos	23
2.3	Etapas para aplicação do Método dos Elementos Finitos	25
2.3.1	Pré-processamento	25
2.3.2	Processamento	25
2.3.2.1	Equações dos elementos	26
2.3.2.1.1	Funções de aproximação	26
2.3.2.1.2	Ajuste ótimo da função de aproximação	27
2.3.2.2	Montagem	27
2.3.2.3	Condições iniciais e de contorno	28
2.3.2.4	Solução	28
2.3.3	Pós-processamento	28
3	MEF NA ENGENHARIA ELÉTRICA	29
3.1	Eletrostática	29
3.2	Eletrocinética	32
3.3	Magnetostática	33
4	CONHECENDO O FLUX 2018	35
4.1	Principais áreas de trabalho do Flux 2018	35
4.1.1	Janela Supervisor	35
4.1.2	Janela Sketcher2DContext	36
5	ESTUDOS REALIZADOS NO FLUX 2018	37
5.1	Dados de placa da máquina síncrona	37
5.2	Pré-processamento: Descrição geométrica	39
5.3	Determinação dos ângulos correspondentes a X_d e X_q através da curva <i>Posição do Rotor X Flux Magnético</i>	41
5.3.1	Pré-processamento	41
5.3.2	Descrição física	41

5.3.2.1	Aplicação física	41
5.3.2.2	Materiais do estator e do rotor	41
5.3.2.3	Conjuntos mecânicos	41
5.3.2.4	Condutor da bobina	41
5.3.3	Processamento	41
5.3.4	Pós-Processamento	42
5.4	Reatância síncrona variando com a corrente no estator	44
5.4.1	Pré-processamento	45
5.4.2	Descrição física	45
5.4.2.1	Aplicação física	45
5.4.2.2	Materiais do estator e do rotor	45
5.4.2.3	Conjuntos mecânicos	45
5.4.2.4	Parâmetros de entrada e saída	45
5.4.2.5	Condutores da bobina	45
5.4.3	Processamento	46
5.4.4	Pós-Processamento	46
5.5	Determinação do ângulo de eixo direto de uma máquina síncrona trifásica	47
5.5.1	Pré-processamento	48
5.5.2	Descrição física	48
5.5.2.1	Aplicação física	48
5.5.2.2	Materiais do estator e do rotor	48
5.5.2.3	Conjuntos mecânicos	48
5.5.2.4	Criação do circuito	49
5.5.3	Processamento	49
5.5.4	Pós-Processamento	50
5.6	Determinação do ângulo de eixo em quadratura de uma máquina síncrona trifásica	51
5.6.1	Pré-processamento	51
5.6.2	Descrição física	51
5.6.2.1	Aplicação física	51
5.6.2.2	Materiais do estator e do rotor	51
5.6.2.3	Conjuntos mecânicos	52
5.6.2.4	Criação do circuito	52
5.6.3	Processamento	52
5.6.4	Pós-Processamento	53
5.7	Determinação de parâmetros da máquina síncrona pelo método da resposta em frequência	54
5.7.1	Pré-processamento	55

5.7.2	Descrição física	55
5.7.2.1	Aplicação física	55
5.7.2.2	Materiais do estator e do rotor	55
5.7.2.3	Conjuntos mecânicos	55
5.7.2.4	Criação do circuito	55
5.7.3	Processamento	57
5.7.4	Pós-Processamento	57
5.7.4.1	Reatância síncrona de eixo direto	59
5.7.4.2	Reatância síncrona de eixo em quadratura	60
6	CONCLUSÃO	63
	REFERÊNCIAS	64
	 APÊNDICES	 65
	APÊNDICE A – TENSÃO, CORRENTE DE ARMADURA E REATÂNCIAS DE EIXO DIRETO PARA DIFERENTES VALORES DE FREQUÊNCIA	67
	APÊNDICE B – TENSÃO, CORRENTE DE ARMADURA E REATÂNCIAS DE EIXO EM QUADRATURA PARA DIFERENTES VALORES DE FREQUÊNCIA . . .	69

1 Introdução

Neste relatório apresentam-se as atividades desenvolvidas pelo autor no Estágio Supervisionado no NERG (NUCLEO DE ENERGIA) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), com carga horária de 180 horas.

O estudo de campos eletromagnéticos e seus comportamentos nos mais diversos tipos de materiais e máquinas é de importância ímpar para as aplicações modernas da engenharia elétrica. O Altair Flux 2018 é um software de discretização e resolução capaz de lidar com simulações complexas relacionadas ao potencial vetor, resultando em apresentações visuais e numéricas do objeto de estudo. As etapas do projeto passaram por revisão bibliográfica do eletromagnetismo, introdução ao método numérico dos elementos finitos, descrição geométrica e física da máquina síncrona estudada, dentro do ambiente do Flux 2018, ensaios para determinação de parâmetros, por meio do método de resposta em frequência e, finalmente, a elaboração de um guia em português do Altair Flux 2018 para simulação de máquinas síncronas.

Para este trabalho utilizou-se uma máquina síncrona como dispositivo a ser simulado por se tratar de uma máquina amplamente utilizada por sua versatilidade (variadas potencia, uso como unidade geradora, motora ou transformadora, etc.), sendo ela tratada neste guia por meio do software citado.

1.1 Objetivos

Este trabalho teve como objetivo o estudo do método dos elementos finitos, ambientação com o software Altair Flux 2018, descrição geométrica de uma máquina síncrona trifásica, realização de simulações através do potencial vetor para determinação de parâmetros de eixo direto e de quadratura da máquina e elaboração de um guia de referência do Flux 2018 para uma máquina síncrona.

1.2 Local do estágio

Este estágio supervisionado teve como ambiente de trabalho a sala de informática do NERG (Núcleo de Energia) da Universidade Federal de Campina Grande.

1.3 Estrutura do trabalho

Este trabalho apresenta a seguinte distribuição. O capítulo um é introdutório, apresentando a contextualização do tema, os objetivos do estágio, sua estrutura, além da localização do laboratório. O capítulo dois apresenta uma revisão bibliográfica do método dos elementos finitos. O capítulo três apresenta as aplicações do método dos elementos finitos na engenharia elétrica. No capítulo quatro, apresenta-se o software utilizado durante o estágio. Finalmente, o capítulo cinco apresenta os resultados dos experimentos realizados no Flux.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Introdução histórica do Método dos Elementos Finitos

O desenvolvimento do método de elementos finitos teve origem na década de 40, através do trabalho dos engenheiros Alexander Hrennikoff, Douglas McHenry e Nathan M. Newmark, que aplicaram um modelo reticulado de elementos lineares na solução de problemas de esforços em sólidos contínuos. Posteriormente, o também engenheiro Richard Courant aplicou interpolação polinomial sobre trechos de sub-regiões triangulares, unindo-as em um método que resulta em uma solução numérica aproximada. Devido a complexidade requerida para a resolução das equações sugeridas naquela época, o método só passou a ganhar notoriedade a partir da década de 50 com o surgimento dos computadores digitais. (BASTOS, 1989).

Durante a década de 50, os engenheiros TURNER, CLOUGH, MARTIN E TOPP, trabalharam no desenvolvimento das equações de rigidez de elementos finitos através de notação matricial, o que resultou no primeiro tratamento de elementos em duas dimensões e, mais tarde, no surgimento do termo “Elementos Finitos”, quando elementos triangulares e retangulares passaram a ser utilizados nas análises. Já o desenvolvimento do método para análises em aplicações tridimensionais foram realizadas por MARTIN, GALLAGHER, PADLOG, BIJLAARD e MELOSH, durante a década de 60. (BASTOS, 1989).

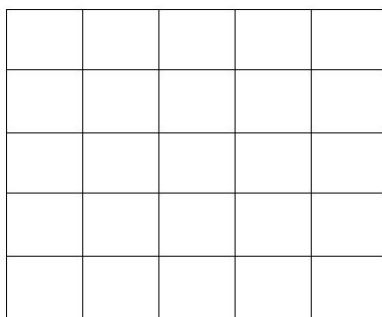
Na engenharia elétrica, a iniciativa da aplicação do MEF no cálculo de campos eletromagnéticos em dispositivos e sistemas elétricos foi dos pesquisadores PETER P. SILVESTER e M. V. K. CHARI, em 1969. Em 1977, após a adaptação da técnica dos resíduos ponderados, os pesquisadores LYNESS, OWEN e ZIENKIEWICZ aplicaram esta técnica na determinação de campos magnéticos. A partir de então, com o crescente número de pesquisadores, engenheiros e matemáticos, o método ganhou popularidade em diversos campos e especialidades, resultando no aparecimento de softwares comerciais utilizados, por exemplo, para solucionar problemas de mecânica, temperatura e eletromagnetismo como o MATLAB. (CARDOSO, 1995).

No Brasil, o método ganhou notoriedade a partir da década de 70 através de dissertações de mestrado e teses de doutorado nas principais universidades do país e, posteriormente, através da criação de disciplinas abordando o assunto. (BASTOS, 1989).

2.2 Método das Diferenças Finitas e Método dos Elementos Finitos

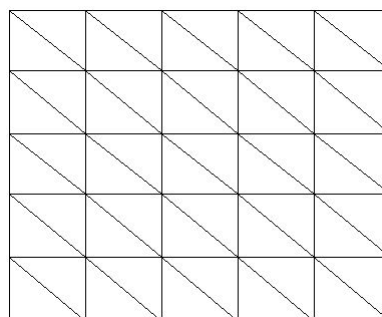
O Método das Diferenças Finitas (MDF) foi o primeiro método numérico aplicado na resolução de equações diferenciais parciais. Neste método, o domínio da solução é dividido em uma malha de nós discretos. Para que estes nós sejam estabelecidos ocorre a discretização do domínio. Posteriormente são realizadas aproximações através da série de Taylor da função derivada e, então, tais aproximações destas equações diferenciais reduzem o problema a sistemas de equações lineares que permitem solucionar as equações nos nós estabelecidos. O MDF requer que a topologia de discretização do domínio seja constante, ou seja, que a distância entre os nós adjacentes nas direções X e Y seja constante. A esse tipo de discretização do domínio dar-se o nome de malha estruturada, que pode ser triangular ou retangular. As Figuras abaixo ilustram os dois tipos de malhas estruturadas. (CARDOSO, 1995).

Figura 1 – Malha estruturada retangular.



Fonte: Adaptado de (CARDOSO, 1995).

Figura 2 – Malha estruturada triangular.

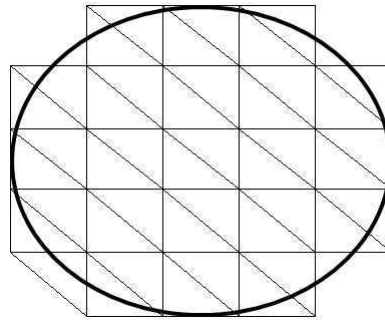


Fonte: Adaptado de (CARDOSO, 1995).

O grande problema do MDF reside no fato de suas soluções serem apresentadas tão somente nos nós dos elementos discretizados no domínio do problema, limitando, por exemplo, o cálculo de tais valores no interior destas estruturas discretas. Além disso, a

malha estruturada utilizada no MDF restringe seu uso à descrição de geometrias regulares já que, em estruturas de formas irregulares, a malha reticulada estruturada apresenta problemas de representação destas formas nas áreas de fronteira, o que, conseqüentemente, resulta em problemas de numéricos de aproximação. (CARDOSO, 1995).

Figura 3 – Malha estruturada triangular aplicada a um círculo (geometria irregular).

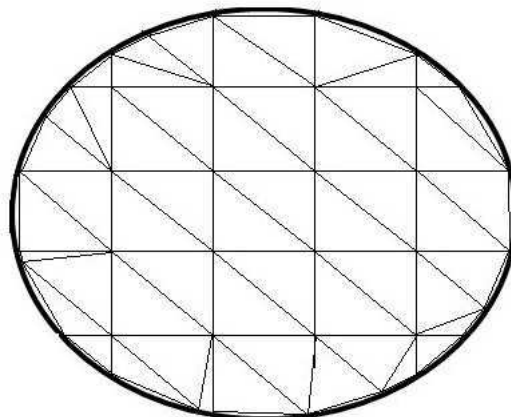


Fonte: Adaptado de (CARDOSO, 1995).

O Método dos Elementos Finitos (MEF) apresenta diversas vantagens quando comparado ao MDF. A primeira delas diz respeito a discretização que não requer a existência de uma malha estruturada, podendo, desta forma, representar formas geométricas complexas através de elementos triangulares ou retangulares de dimensões distintas. Como resultado, problemas de aproximação de fronteira e, conseqüentemente, problemas numéricos em suas soluções são minimizados. (CARDOSO, 1995).

Outro grande diferencial do MEF é que este resulta em suas soluções polinomiais que podem ser aplicadas dentro de qualquer ponto no interior do elemento discreto já que soluções aproximadas são desenvolvidas para cada um destes elementos. (CARDOSO, 1995).

Figura 4 – Malha não estruturada triangular aplicada a um círculo (geometria irregular).



Fonte: Adaptado de (CARDOSO, 1995).

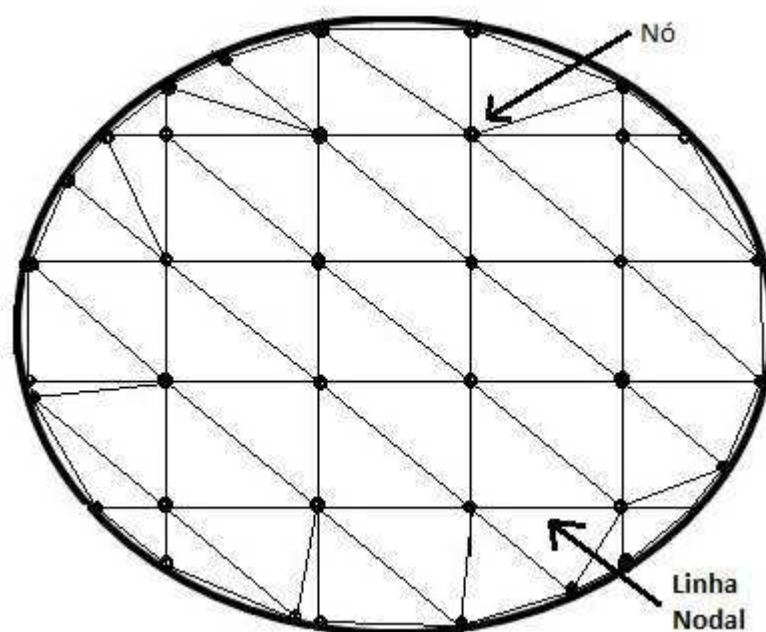
2.3 Etapas para aplicação do Método dos Elementos Finitos

O MEF apresenta etapas bem definidas em sua implementação, sendo elas pré-processamento, processamento e pós-processamento. (CARDOSO, 1995). Estas etapas são subdivididas em passos bem determinados que serão mostrados a seguir.

2.3.1 Pré-processamento

Compreende a definição do problema e do domínio, além de sua discretização ser realizada em elementos não estruturados. A discretização pode ser realizada em uma, duas ou três dimensões, onde os pontos de intersecção são chamados de nós e os lados, em si, são referenciados como linhas. A etapa de pré-processamento contempla ainda as fases de descrição de materiais, fontes, dentre outras que não foram citadas aqui (CARDOSO, 1995).

Figura 5 – Nó e linha dos elementos em um reticulado bidimensional.



Fonte: Adaptado de (CARDOSO, 1995).

2.3.2 Processamento

A etapa de processamento compreende o desenvolvimento de equações para soluções aproximadas em cada um dos elementos finitos. Esta etapa é subdividida em quatro subetapas, sendo elas: obtenção das equações dos elementos, junção das equações dos elementos em uma matriz, entrada das condições de contorno iniciais e, finalmente, solução do sistema linear ou não linear. Estas etapas serão desenvolvidas nos itens subsequentes. (CARDOSO, 1995).

2.3.2.1 Equações dos elementos

2.3.2.1.1 Funções de aproximação

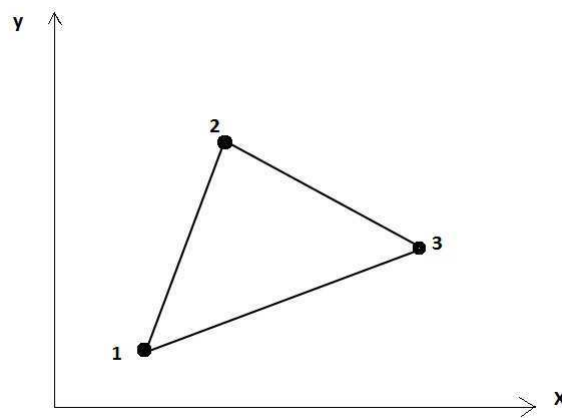
Os polinômios são amplamente utilizados para as funções de aproximação devido a sua versatilidade e facilidade quanto a esforços matemáticos. Para o caso bidimensional, considerando que o domínio do problema foi discretizado por elementos finitos triangulares, utiliza-se um polinômio linear como forma mais simples de aproximação. Neste caso, a função " $u(x, y)$ " representa o termo para o qual se deseja obter as soluções, ou seja, a variável dependente. Os "a's" representam os coeficientes do polinômio e x e y representam as variáveis independentes de localização no plano bidimensional. (CARDOSO, 1995).

$$u(x, y) = a_{1,0} + a_{1,1} * x + a_{1,2} * y$$

Onde, no termo $a_{i,j}$, "i" representa o elemento finito ao qual as constantes se referem e "j" diz respeito a posição da constante no polinômio. (CARDOSO, 1995).

Portanto, para o elemento 1 de um domínio qualquer discretizado de maneira triangular não estruturada:

Figura 6 – Elemento bidimensional e seus respectivos nós 1, 2 e 3.



Fonte: Adaptado de (CARDOSO, 1995).

De tal forma que as equações da variável dependente para os pontos 1, 2 e 3 são dadas da seguinte maneira (CARDOSO, 1995):

$$u_1(x, y) = a_{1,0} + a_{1,1} * x_1 + a_{1,2} * y_1$$

$$u_2(x, y) = a_{1,0} + a_{1,1} * x_2 + a_{1,2} * y_2$$

$$u_3(x, y) = a_{1,0} + a_{1,1} * x_3 + a_{1,2} * y_3$$

Sendo A_e a área do elemento finito triangular, dada por (CARDOSO, 1995):

$$A_e = \frac{1}{2} * [(x_2 * y_3 - x_3 * y_2) + (x_3 * y_1 - x_1 * y_3) + (x_1 * y_2 - x_2 * y_1)]$$

Pode-se escrever os valores das constantes da seguinte maneira (CARDOSO, 1995):

$$a_{1,0} = \frac{1}{2A_e} * [u_1(x_2 * y_3 - x_3 * y_2) + u_2(x_3 * y_1 - x_1 * y_3) + u_3(x_1 * y_2 - x_2 * y_1)]$$

$$a_{1,1} = \frac{1}{2A_e} * [u_1(y_2 - y_3) + u_2(y_3 - y_1) + u_3(y_1 - y_2)]$$

$$a_{1,2} = \frac{1}{2A_e} * [u_1(x_3 - x_2) + u_2(x_1 - x_3) + u_3(x_2 - x_1)]$$

Agora substituindo as equações anteriores na equação $u(x, y) = a_{1,0} + a_{1,1} * x + a_{1,2} * y$:

$$u(x, y) = N_1 * u_1 + N_2 * u_2 + N_3 * u_3$$

Sendo que:

$$N_1 = \frac{1}{2A_e} * [(x_2 * y_3 - x_3 * y_2) + (y_2 - y_3) * x + (x_3 - x_2) * y]$$

$$N_2 = \frac{1}{2A_e} * [(x_3 * y_1 - x_1 * y_3) + (y_3 - y_1) * x + (x_1 - x_3) * y]$$

$$N_3 = \frac{1}{2A_e} * [(x_1 * y_2 - x_2 * y_1) + (y_1 - y_2) * x + (x_2 - x_1) * y]$$

Desta maneira, a equação $u(x, y)$ fornece valores intermediários no domínio do elemento finito com base nos valores dos pontos 1, 2 e 3. (CARDOSO, 1995).

2.3.2.1.2 Ajuste ótimo da função de aproximação

Um ajuste ótimo da função de aproximação se faz necessário afim de se determinar equações de comportamento dos elementos. Dentre os métodos disponíveis estão a aproximação direta, o método dos resíduos ponderados, etc. (CARDOSO, 1995). O resultado das equações dos elementos finitos consiste, na maioria dos casos, em equações lineares (como visto em 2.3.2.1.1), que podem ser expressas na forma matricial:

$$[k]\{u\} = \{F\}$$

Sendo que a matriz $[k]$ é chamada de matriz propriedade do elemento finito, a matriz u é composta pelos valores desconhecidos dos elementos nos nós e, finalmente, F é reflete o efeito de influências externas nos nós. (CARDOSO, 1995).

2.3.2.2 Montagem

A etapa de montagem constitui na junção, em uma única matriz, de todos os dados de equações de interpolação, lineares ou não, obtidos para todos os elementos finitos no domínio do problema. (CARDOSO, 1995). Desta forma, todo o sistema de equações é exibido sob a forma matricial abaixo denotada:

$$[K]\{u'\} = \{F'\}$$

Sendo que a matriz $[K]$ é chamada de matriz propriedade montada, a matriz $\{u'\}$ é um vetor coluna composto pelos valores desconhecidos dos elementos nos nós e, finalmente, $\{F'\}$ é outro vetor coluna que reflete o efeito de influências externas nos nós. (CARDOSO, 1995). O apóstrofo e o K "maiúsculo" indica que uma montagem dos dados foi realizada a partir de todos os elementos finitos do domínio do problema.

2.3.2.3 Condições iniciais e de contorno

Para solucionar a equação

$$[K]\{u'\} = \{F'\}$$

, as condições iniciais e de contorno para o domínio do problema devem ser consideradas. Ao se considerar as condições iniciais e de fronteira, o vetor passa a ser representado da seguinte maneira (CARDOSO, 1995):

$$[k]\{u'\} = \{F'\}$$

2.3.2.4 Solução

Após as equações dos elementos estarem na forma matricial, montadas e incluindo as condições iniciais e de contorno, deve-se obter a solução destas equações através de métodos de resolução de sistemas lineares ou não lineares. Com o objetivo de otimizar esforço computacional, são utilizadas técnicas de simetria onde os elementos finitos no domínio da forma geométrica são distribuídos de forma simétrica ou ainda a configuração deste elementos é feita de forma a reduzir o número de equações a serem solucionadas. Desta forma, o sistema a ser resolvido apresenta ordem inferior. (CARDOSO, 1995).

2.3.3 Pós-processamento

A etapa de pós-processamento consiste na exibição dos dados, resultantes da análise do software, de forma compreensível ao entendimento humano. Nesta etapa os resultados são apresentados na forma de gráficos, tabelas, valores ou outros meios que facilitem a compreensão e análise dos dados. É aqui o momento do usuário verificar se o desenvolvimento realizado pelo software através dos dados inseridos condiz com o que se esperava como resposta. Em outras palavras, é na etapa de pós-processamento onde há uma análise qualitativa e quantitativa dos dados obtidos. (CARDOSO, 1995).

3 MEF na Engenharia Elétrica

Em engenharia elétrica, o MEF tem larga aplicação no estudo de problemas de campos eletromagnéticos. Neste âmbito, a solução necessária diz respeito ao vetor potencial magnético (\mathbf{A}) ou ao potencial elétrico (V) nos nós dos elementos finitos da forma geométrica discretizada. A partir da determinação destas grandezas, é possível, através da etapa de processamento, se obter os valores de outras grandezas de interesse no estudo, como os campos magnéticos (\mathbf{B} e \mathbf{H}) ou elétricos (\mathbf{E} e \mathbf{D}) além de realizar cálculo de outras grandezas também importantes. Na análise que se segue estudou-se a aplicação do MEF na eletrostática, no campo de correntes e na magnetostática, em situações de campos eletromagnéticos bidimensionais. (CARDOSO, 1995).

3.1 Eletrostática

A quarta equação de Maxwell (Lei de Gauss da Eletrostática) diz que o fluxo elétrico total através de uma superfície fechada é igual à carga elétrica envolvida por esta superfície. (BASTOS, 1970).

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_i$$

Sendo: \mathbf{D} o vetor deslocamento e Q_i a quantidade de cargas envolvidas pela superfície fechada S . Sabe-se que: o vetor deslocamento e o vetor campo elétrico estão relacionados através da constante permissividade elétrica do meio da seguinte forma (BASTOS, 1970):

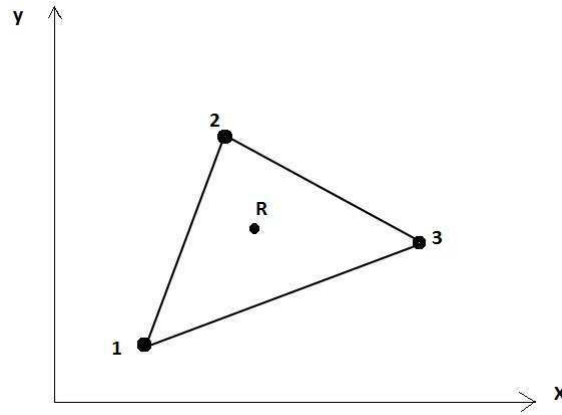
$$\mathbf{D} = \epsilon * \mathbf{E}$$

E que o vetor campo elétrico e a função potencial elétrico estão relacionados da seguinte maneira (BASTOS, 1970):

$$\mathbf{E} = -\Delta V$$

Através da interpolação linear, pode-se determinar em um ponto R qualquer o valor de seu potencial baseado nos valores de potencial nos nós 1, 2 e 3. Aos valores de potencial nos pontos 1, 2 e 3 atribui-se V_1 , V_2 e V_3 . (CARDOSO, 1995).

Figura 7 – Ponto R qualquer dentro de um Elemento finito triangular bidimensional



Fonte: Adaptado de (CARDOSO, 1995).

Como visto na seção 2.3.2.1.1, pode-se determinar o valor dos coeficientes $a_{1,0}$, $a_{1,1}$ e $a_{1,2}$ através dos valores dos nós V_1 , V_2 e V_3 . (CARDOSO, 1995). De tal maneira:

$$a_{1,0} = \frac{1}{2A_e} * [V_1(x_2 * y_3 - x_3 * y_2) + V_2(x_3 * y_1 - x_1 * y_3) + V_3(x_1 * y_2 - x_2 * y_1)]$$

$$a_{1,1} = \frac{1}{2A_e} * [V_1(y_2 - y_3) + V_2(y_3 - y_1) + V_3(y_1 - y_2)]$$

$$a_{1,2} = \frac{1}{2A_e} * [V_1(x_3 - x_2) + V_2(x_1 - x_3) + V_3(x_2 - x_1)]$$

A partir dos coeficientes, pode-se montar a equação de potencial para qualquer ponto R dentro do elemento finito:

$$V_R(x, y) = a_{1,0} + a_{1,1} * x + a_{1,2} * y$$

Sendo que pode-se reescrever esta equação sob a forma:

$$V(x, y) = N_1 * V_1 + N_2 * V_2 + N_3 * V_3$$

Onde:

$$N_1 = \frac{1}{2A_e} * [(x_2 * y_3 - x_3 * y_2) + (y_2 - y_3) * x + (x_3 - x_2) * y]$$

$$N_2 = \frac{1}{2A_e} * [(x_3 * y_1 - x_1 * y_3) + (y_3 - y_1) * x + (x_1 - x_3) * y]$$

$$N_3 = \frac{1}{2A_e} * [(x_1 * y_2 - x_2 * y_1) + (y_1 - y_2) * x + (x_2 - x_1) * y]$$

Esta aproximação oferece desempenho satisfatório, sendo que a discretização exercer papel importante no resultado. Quanto menor for as dimensões do elemento finito, mais realistas serão os resultados. (CARDOSO, 1995). Pode-se escrever para cada componente, sabendo-se que $\mathbf{E} = -\nabla V$ (CARDOSO, 1995):

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{2A_e} * [V_1(y_2 - y_3) + V_2(y_3 - y_1) + V_3(y_1 - y_2)]$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{2A_e} * [V_1(x_3 - x_2) + V_2(x_1 - x_3) + V_3(x_2 - x_1)]$$

Considerando-se o elemento ilustrado na Figura 7, descrevere-se as equações para E_1 , E_2 e E_3 de forma que elas são as contribuições de fluxos do vetor deslocamento. (CARDOSO, 1995).

$$\int_{POS} D.dS = E_i^e$$

Onde o "e" representa o index do elemento onde está sendo efetuada a operação.

Sendo para E_1^e :

$$\Delta x = x_s - x_p = \frac{(x_3 - x_2)}{2} = c_1/2$$

$$\Delta y = y_p - y_s = \frac{(y_2 - y_3)}{2} = b_1/2$$

Para E_2^e :

$$\Delta x = x_g - x_p = \frac{(x_3 - x_1)}{2} = -c_2/2$$

$$\Delta y = y_p - y_g = \frac{(y_1 - y_3)}{2} = -b_2/2$$

Para:

$$b_3 = y_1 - y_2$$

$$c_3 = x_2 - x_1$$

E ainda:

$$E_{(1,2,3)}^e = -\epsilon E_x \Delta y - \epsilon E_y \Delta x$$

Tem-se, para E_1 , E_2 e E_3 , os seguintes valores:

$$E_1^e = \left(\frac{\epsilon}{4\Delta}\right)[(b_1b_1 + c_1c_1)V_1 + (b_1b_2 + c_1c_2)V_2 + (b_1b_3 + c_1c_3)V_3]$$

$$E_2^e = \left(\frac{\epsilon}{4\Delta}\right)[(b_2b_1 + c_2c_1)V_1 + (b_2b_2 + c_2c_2)V_2 + (b_2b_3 + c_2c_3)V_3]$$

$$E_3^e = \left(\frac{\epsilon}{4\Delta}\right)[(b_3b_1 + c_3c_1)V_1 + (b_3b_2 + c_3c_2)V_2 + (b_3b_3 + c_3c_3)V_3]$$

Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} E_1^e \\ E_2^e \\ E_3^e \end{bmatrix} = \frac{\epsilon}{4\Delta} * \begin{bmatrix} b_1b_1 + c_1c_1 & (b_1b_2 + c_1c_2) & (b_1b_3 + c_1c_3) \\ b_2b_1 + c_2c_1 & b_2b_2 + c_2c_2 & (b_2b_3 + c_2c_3) \\ b_3b_1 + c_3c_1 & (b_3b_2 + c_3c_2) & (b_3b_3 + c_3c_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Analisando um conjunto de elementos finitos onde se deseja obter o fluxo do vetor deslocamento E_i^e envolvendo um determinado nó, onde "i" representa o nó de interesse e "e" representa o elemento correspondente, tem-se (CARDOSO, 1995):

$$\oint_S D.dS = E_7^4 + E_7^1 + E_7^2 + E_7^6 + E_7^5$$

Também sobre as cargas envolvidas na superfície fechada envolvendo o nó 7 (CARDOSO, 1995):

$$Q_7 = Q_7^4 + Q_7^1 + Q_7^2 + Q_7^6 + Q_7^5$$

Sendo Q_i^e as parcelas da carga total envolvida no interior da superfície S considerada. Para um meio de densidade volumétrica ρ (CARDOSO, 1995):

$$Q_1^e = Q_2^e = Q_3^e = \rho A_e$$

Conclui-se a aplicação da quarta lei de Maxwell para a superfície envolvendo o nó "i":

$$\sum_{e=1}^{NE} E_i^e = \sum_{e=1}^{NE} Q_i^e; i = 1, 2, \dots, NN.$$

Sendo NE o número total de elementos, NN o número total de nós, "e" o elemento correspondente e "i" o referido nó. A expressão anteriormente mencionada resulta em um sistema de NN equações e NN incógnitas, sendo suas incógnitas os potenciais elétricos nos nós. (CARDOSO, 1995).

Após inserirmos as condições de contorno para o problema, a resolução do sistema resulta nos valores dos potenciais em todos os nós da geometria discretizada a partir de onde pode-se calcular: intensidade do campo elétrico no interior dos elementos, capacitâncias, forças, conjugados e outros diversas grandezas relacionadas ao vetor potencial elétrico. (CARDOSO, 1995)

3.2 Eletrocinética

O MEF é também utilizado para descrever fenômenos no campo da eletrocinética (campo de correntes estacionárias). Neste caso, a equação de interesse para descrição do fenômeno é a equação de continuidade para a eletrocinética, derivada de duas das equações de Maxwell, e que estabelece que a quantidade de carga envolvida por um volume diminui se a carga se move para fora deste volume diferencial (conservação da carga). (BASTOS, 1970) A equação de continuidade, na forma integral, para a teoria eletromagnética é dada por (BASTOS, 1970):

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

A *Lei de Ohm* relaciona a densidade de corrente elétrica (\mathbf{J}) ao campo elétrico através da constante de condutividade do meio (BASTOS, 1970):

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

O vetor campo elétrico e o vetor potencial elétrico, como visto anteriormente, são relacionados da forma abaixo descrita (BASTOS, 1970):

$$\mathbf{E} = -\Delta \mathbf{V}$$

De forma similar ao realizado na eletrostática, pode-se obter as integrais de superfície para E_1^e , E_2^e e E_3^e substituindo apenas \mathbf{D} por \mathbf{J} e ϵ por σ (CARDOSO, 1995):

$$\begin{bmatrix} E_1^e \\ E_2^e \\ E_3^e \end{bmatrix} = \frac{\sigma}{4\Delta} * \begin{bmatrix} b_1b_1 + c_1c_1 & b_1b_2 + c_1c_2 & b_1b_3 + c_1c_3 \\ b_2b_1 + c_2c_1 & b_2b_2 + c_2c_2 & b_2b_3 + c_2c_3 \\ b_3b_1 + c_3c_1 & b_3b_2 + c_3c_2 & b_3b_3 + c_3c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Portanto, para uma superfície fechada envolvendo o nó "i", a equação de continuidade será (CARDOSO, 1995):

$$\sum_{e=1}^{NE} E_i^e = 0; i = 1, 2, \dots, NN.$$

Após determinarmos as condições de contorno do problema, tem-se a solução do sistema de equações para os potenciais elétricos nos nós do domínio. A partir destes valores, pode-se obter outras grandezas de interesse, como resistência ôhmica e potencia dissipada. (CARDOSO, 1995).

3.3 Magnetostática

A Lei de Ampère relaciona a corrente constante através de um circuito e a circulação de um campo \mathbf{H} sobre esse circuito, ocasionado pela passagem de corrente. Ela é ainda uma das leis fundamentais do eletromagnetismo, fazendo parte das chamadas “Equações de Maxwell” (BASTOS, 1989):

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$$

Sabendo-se que a relação entre o vetor intensidade magnética \mathbf{H} e o vetor campo magnético \mathbf{B} é dada por (BASTOS, 1989):

$$\mathbf{H} = v\mathbf{B}, \text{ onde } v = 1/\mu \text{ é a relutividade do meio. (BASTOS, 1989).}$$

Conhecendo-se ainda a terceira equação de Maxwell (BASTOS, 1989),

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

pode-se definir o vetor potencial magnético \mathbf{A} (BASTOS, 1989):

$$\mathbf{B} = \nabla \cdot \mathbf{A}, \text{ sendo } \nabla \cdot \mathbf{A} = 0$$

A partir de então, através de análise semelhante a realizada para eletrostática (CARDOSO, 1995):

$$\begin{bmatrix} E_1^e \\ E_2^e \\ E_3^e \end{bmatrix} = \frac{v}{4\Delta} * \begin{bmatrix} b_1b_1 + c_1c_1 & b_1b_2 + c_1c_2 & b_1b_3 + c_1c_3 \\ b_2b_1 + c_2c_1 & b_2b_2 + c_2c_2 & b_2b_3 + c_2c_3 \\ b_3b_1 + c_3c_1 & b_3b_2 + c_3c_2 & b_3b_3 + c_3c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Em cada elemento há contribuição de corrente a partir de três contornos diferentes, sendo elas determinadas conforme a equação abaixo (CARDOSO, 1995):

$$\begin{bmatrix} I_1^e \\ I_2^e \\ I_3^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{J\Delta}{3} \\ \frac{J\Delta}{3} \\ \frac{J\Delta}{3} \end{bmatrix}$$

Assim sendo, a segunda equação de Maxwell em um caminho fechado em torno do nó "i" (CARDOSO, 1995):

$$\sum_{e=1}^{NE} E_i^e = \sum_{e=1}^{NE} I_i^e; i = 1, 2, \dots, NN.$$

4 Conhecendo o Flux 2018

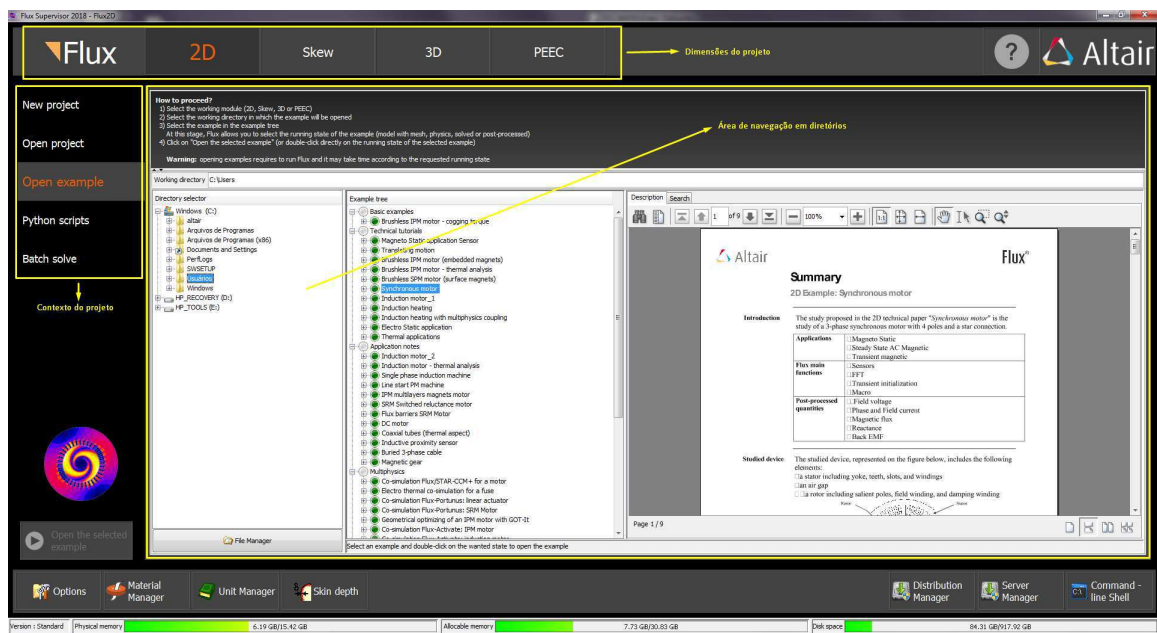
O Flux é um software para simulações eletromagnéticas e térmicas amplamente utilizado na indústria e nas universidades. A aplicação possui um ambiente de modelagem dedicado a máquinas rotativas em duas e três dimensões.

4.1 Principais áreas de trabalho do Flux 2018

4.1.1 Janela Supervisor

A primeira janela ao se iniciar o Flux leva o nome de "Supervisor" e tem a seguinte aparência:

Figura 8 – Janela Supervisor - Flux 2018.



Nesta janela pode-se criar um novo projeto, abrir um projeto existente ou abrir um exemplo, sendo seus 3 principais campos explicados abaixo:

Menu de dimensões: aqui seleciona-se a disposição espacial do nosso projeto (neste caso em particular, trata-se o problema em 2D).

Menu de contexto: aqui escolhe-se entre criar um novo projeto, abrir um projeto salvo ou abrir um exemplo do Flux 2018.

Diretórios: Após selecionar entre um novo projeto, um projeto salvo ou um exemplo, no menu de diretórios deve-se indicar onde o projeto deverá ser salvo (para o

caso de um novo projeto), ou onde está o projeto a ser aberto (para o caso de um projeto salvo).

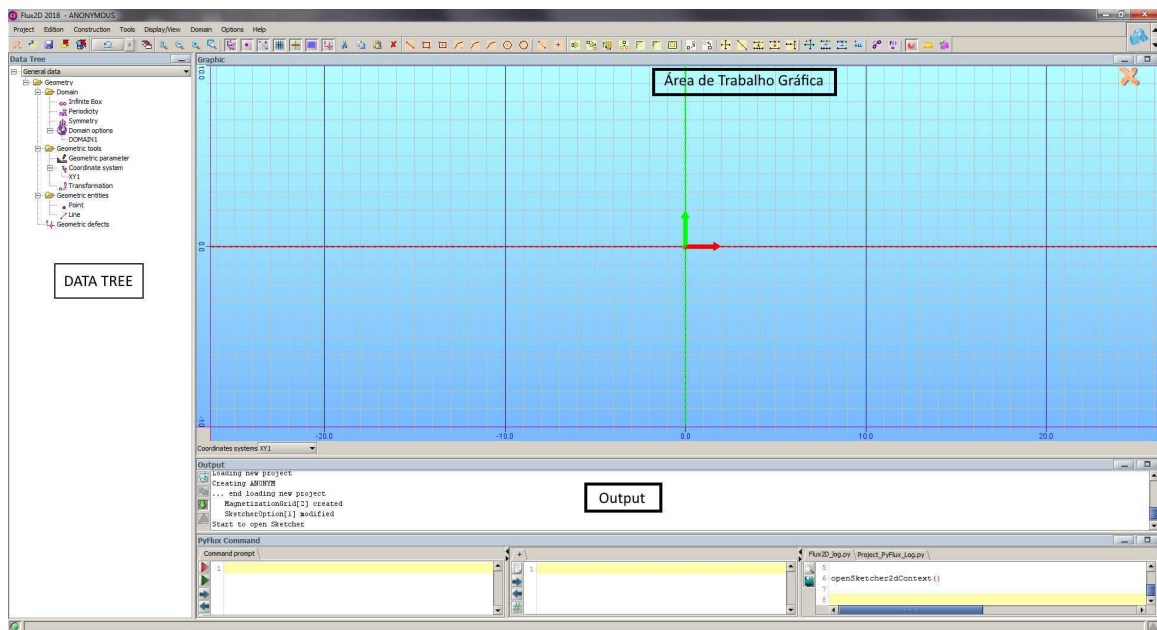
Após escolher as dimensões, o tipo de projeto e onde ele será salvo, o usuário deve clicar no botão [Start a new project], no caso de um novo projeto, ou ainda [Open the selected project], para o caso de um projeto salvo.

Observe ainda que acima do navegador de diretórios existe um campo nomeado "How to proceed?", onde tem-se os passos para realizar a atividade desejada.

4.1.2 Janela Sketcher2DContext

Após iniciar um novo projeto, o Flux 2018 nos leva a janela Sketcher2DContext, onde inicia-se o trabalho de descrição geométrica do modelo a ser estudado.

Figura 9 – Janela Sketcher2DContext - Flux 2018.



Data tree: Contém informações do projeto, como sistemas de coordenadas, informações sobre entidades (entities) como pontos e linhas, periodicidade, etc.

Área de trabalho gráfica: É onde o trabalho gráfico visual se desenvolve.

Output: Exibe informações após uma ação ser executada, podendo dar, por exemplo, informações sobre erros ou se a ação foi executada com sucesso.

A *Data tree* é fundamental no ambiente de trabalho. A partir dele pode-se criar parâmetros e definições essenciais para o projeto como, por exemplo, definições de dimensões, sistemas de coordenadas, informações de pontos, linhas e faces, informações sobre propriedades físicas, definições da malha, etc.

5 Estudos realizados no Flux 2018

Durante o estágio foram realizados cinco experimentos, sendo eles listados abaixo:

- Determinação dos ângulos correspondentes aos eixos direto e de quadratura através da curva "Posição do estator x Fluxo Magnético";
- Determinação da reatância síncrona para os valores nominais de tensão, corrente e frequência;
- Ensaio de determinação do eixo direto;
- Ensaio de determinação do eixo em quadratura;
- Determinação dos parâmetros da máquina através do método de resposta em frequência.

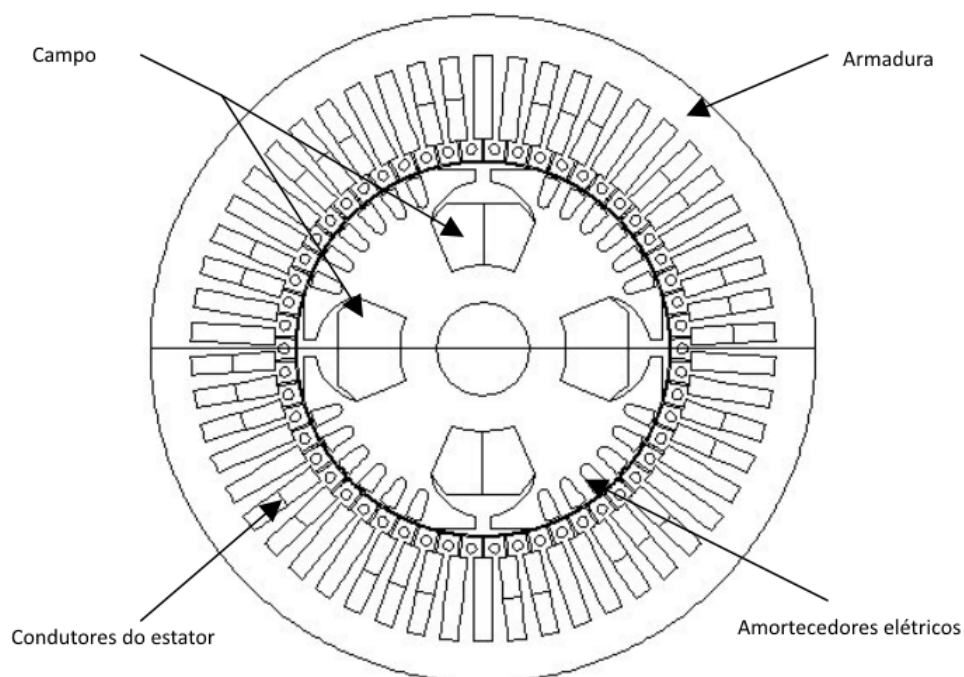
5.1 Dados de placa da máquina síncrona

A máquina síncrona estudada possui características listadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Dados de placa - Máquina síncrona trifásica.

Características	Dados
Número de pólos	4
Tensão	220/127 V
Frequência	50 Hz
Potencia	3 kVA
Número de ranhuras da armadura	54
Número de espiras por fase da armadura	108
Número de condutores por ranhura	12
Número de espiras por pólo no campo	215
Amortecedor - Ranhuras por pólo no eixo D	4
Amortecedor - Condutores por slot no eixo D	74
Amortecedor - Ranhuras por pólo no eixo Q	2
Amortecedor - Condutores por ranhura no eixo Q	74

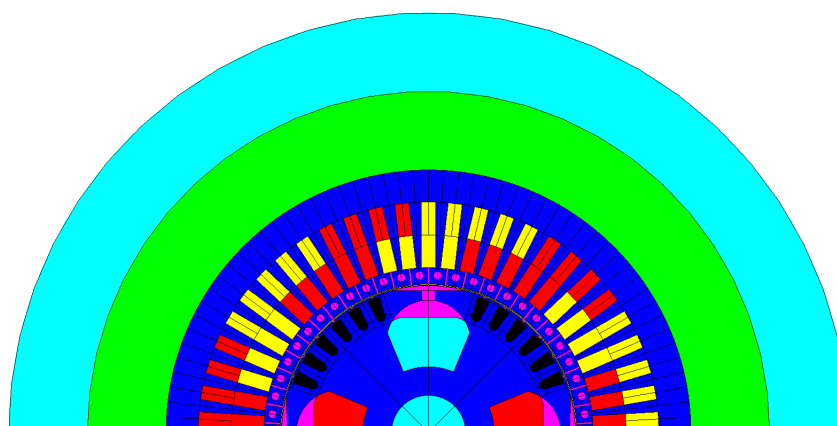
Figura 10 – Corte transversal da máquina síncrona estudada.



Fonte: Adaptado de (ALTAIR, 2018).

A partir de então desenvolve-se a geometria ilustrada na figura 11 (corte transversal da máquina) no Flux 2018.

Figura 11 – Vista das regiões da máquina síncrona após determinação das faces.



Fonte: Própria autoria, 2018.

Tabela 2 – Parâmetros geométricos.

Parameter Names	Comments	Values in [mm] or [°]
RIR	Rotor internal radius	28.575 mm
RER	Rotor external radius	113.2 mm
AIR	Absorber internal radius	96.48 mm
AER	Absorber external radius	111.05 mm
AOIR	Absorber opening internal radius	111.93 mm
RAHA	Rotor slot half-angle	4.5°
FSIR	Field slot internal radius	50.6 mm
FSMR	Field slot medium radius	82.9 mm
FOIR	Field opening internal radius	101.75 mm
FOER	Field opening external radius	109.35 mm
ST	Skin thickness	1 mm
SIR	Stator internal radius	114.34 mm
SER	Stator external radius	202.5 mm
SSIR	Stator slot internal radius	127.04 mm
SSER	Stator slot external radius	177.84 mm
SSHA	Stator slot half-angle	3.33° (360/108)
AIRGAP	Airgap	1.14 mm
MESH_AIRGAP	Use for the mesh	1.5*airgap
NBSS	Number os stator slots	54

5.2 Pré-processamento: Descrição geométrica

A etapa de descrição geométrica da máquina síncrona é comum a todos os experimentos. Nesta etapa do pré-processamento realiza-se a descrição geométrica e física da máquina anteriormente mencionada. Estes parâmetros baseiam-se na Tabela 2. É também nesta etapa onde definimos as regiões correspondentes a cada parte da máquina para, posteriormente, aplicar seus respectivos materiais.

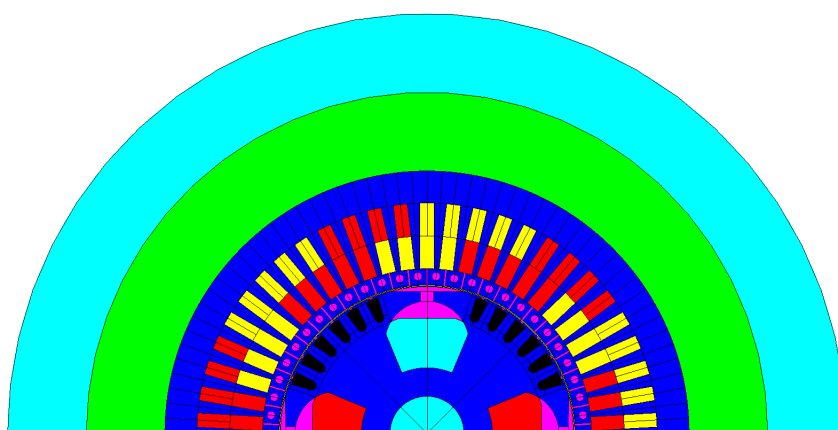
A descrição geométrica passa pelas seguintes etapas:

- Criação de pontos a partir dos parâmetros geométricos;
- Definição de arcos e seguimentos;
- Aplicação de transformações de simetria e repetição circular;
- Criação de uma "caixa infinita";
- Definição da periodicidade;
- Definição das regiões;
- Verificação da geometria;
- Definição dos parâmetros da malha de discretização;
- Discretização do domínio.

Os parâmetros geométricos se referem as medidas base utilizadas para gerar a geometria. A Tabela 2 exibe os parâmetros utilizados neste projeto.

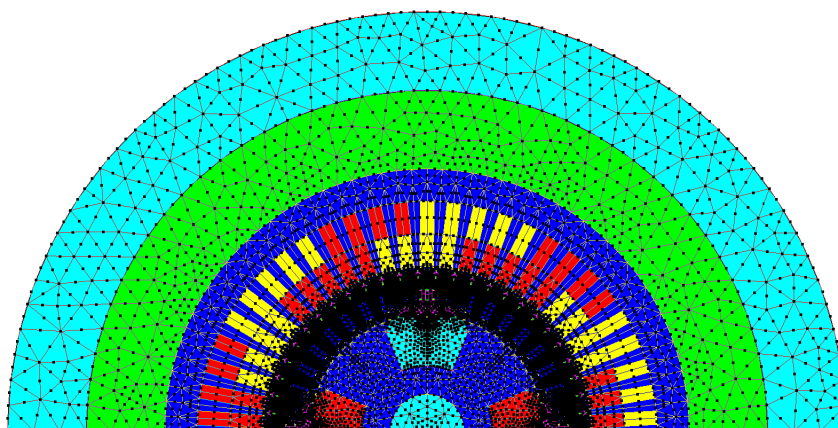
A figura 12 ilustra o resultado da descrição geométrica e suas regiões identificadas por cores, já a figura 13 ilustra a malha de discretização e seus respectivos nós.

Figura 12 – Vista das regiões da máquina síncrona após determinação das faces.



Fonte: Própria autoria, 2018

Figura 13 – Malha de discretização da geometria.



Fonte: Própria autoria, 2018

5.3 Determinação dos ângulos correspondentes a X_d e X_q através da curva *Posição do Rotor X Flux Magnético*

Neste experimento as posições dos eixos direto e de quadratura são encontradas através da análise da curva de fluxo magnético na região de uma das bobinas da armadura em função da posição angular do rotor. A reatância longitudinal é obtida quando o polo norte do rotor está alinhado a fase do estator, já a reatância transversal está em quadratura com a posição longitudinal. (ALTAIR, 2018)

5.3.1 Pré-processamento

5.3.2 Descrição física

5.3.2.1 Aplicação física

Tipo de aplicação física: Magnetostática em duas dimensões.

Domínio: Duas dimensões.

Profundidade do domínio: 132mm.

Coefficiente das bobinas: Definido automaticamente pelo software.

5.3.2.2 Materiais do estator e do rotor

Tipo de material: Aço não linear (B(H) isotropic analytic saturation).

Permeabilidade relativa inicial: 8000.

Saturação por magnetização (T): 1.6.

5.3.2.3 Conjuntos mecânicos

Rotor: Rotação em torno do eixo Z

Estator: Fixo.

5.3.2.4 Condutor da bobina

Tipo: Condutor de bobina definido pelo software com corrente imposta de 2A.

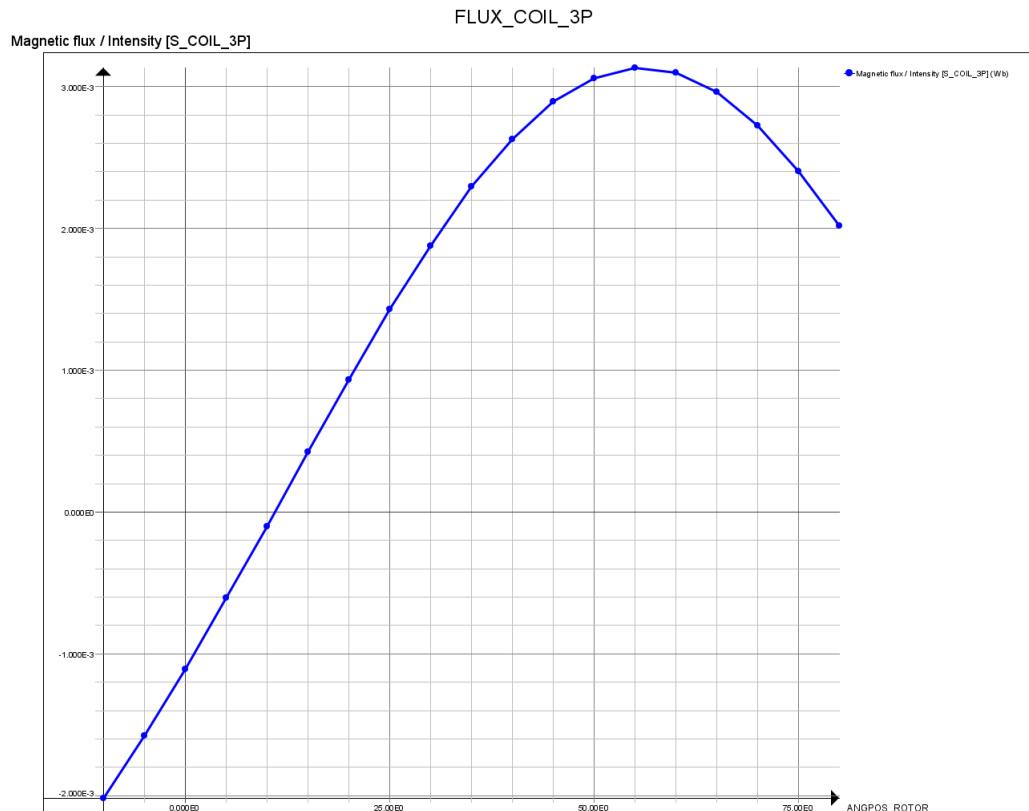
5.3.3 Processamento

Para solucionar este problema, cria-se um cenário de processamento onde o software rotaciona o conjunto mecânico do rotor entre os ângulos de -10° a 80° com um passo de 5° .

5.3.4 Pós-Processamento

Como resultado, solicita-se ao software a exibição das linhas equipotenciais do vetor potencial e a curva "Posição do angular do rotor x Fluxo magnético" a partir da qual pode-se determinar os ângulos dos direto e de quadratura para esta máquina síncrona.

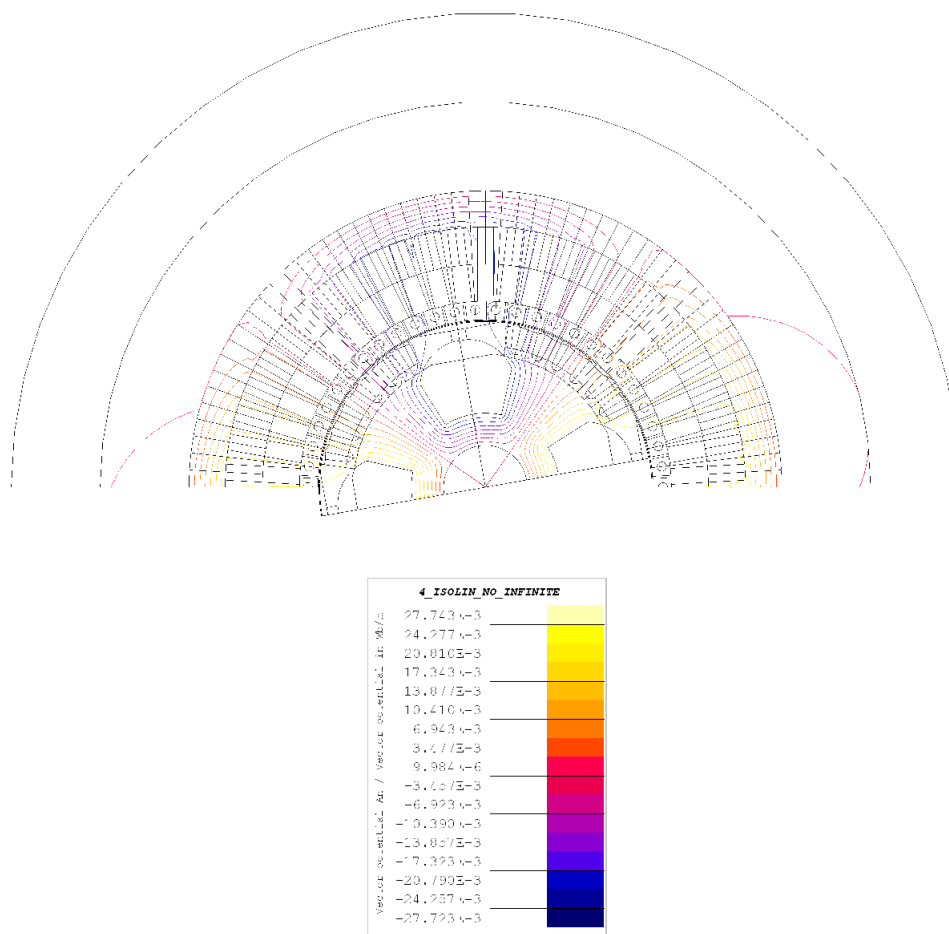
Figura 14 – Posição do angular do rotor x Fluxo magnético na região da bobina de fase C positiva.



Fonte: Própria autoria, 2018

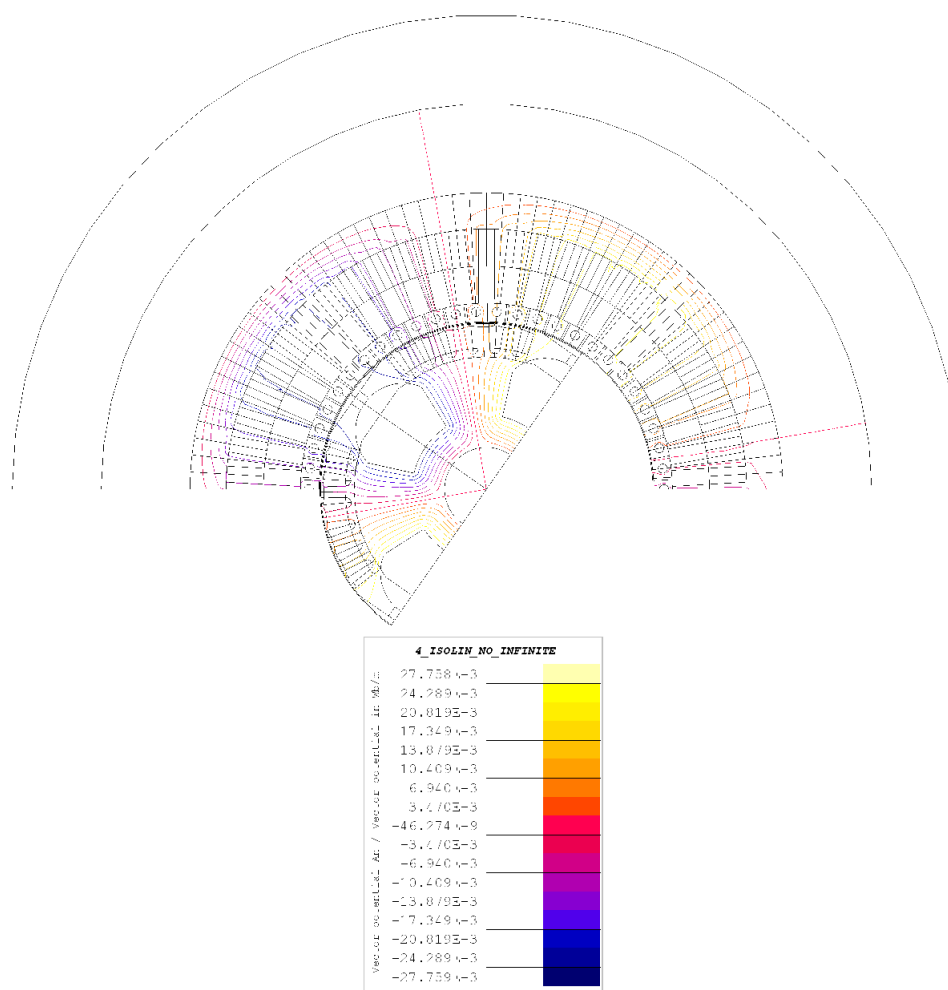
Através da curva da figura 14 pode-se determinar que o ângulo de eixo direto (onde o fluxo é próximo a zero) está próximo a 10° e o ângulo do eixo em quadratura em 55° (onde o fluxo é máximo). As figuras abaixo ilustram as linhas equipotenciais nestas posições do rotor.

Figura 15 – Linhas equipotenciais do vetor potencial - Rotor em 10°.



Fonte: Própria autoria, 2018

Figura 16 – Linhas equipotenciais do vetor potencial - Rotor em 55°.



Fonte: Própria autoria, 2018

5.4 Reatância síncrona variando com a corrente no estator

Neste experimento determina-se os valores do fluxo magnético na região de uma das bobinas da armadura para diferentes valores de corrente no estator com o rotor alinhado com a bobina correspondente. Também avaliou-se nesta simulação a influência da saturação do material magnético nas indutâncias para diferentes valores de corrente. (ALTAIR, 2018).

5.4.1 Pré-processamento

5.4.2 Descrição física

5.4.2.1 Aplicação física

Tipo de aplicação física: Magnetostática em duas dimensões.

Domínio: Duas dimensões.

Profundidade do domínio: 132mm.

Coefficiente das bobinas: Definido automaticamente pelo software.

5.4.2.2 Materiais do estator e do rotor

Tipo de material: Aço não linear (B(H) isotropic analytic saturation).

Permeabilidade relativa inicial: 8000.

Saturação por magnetização (T): 1.6.

5.4.2.3 Conjuntos mecânicos

Rotor: Rotação em torno do eixo Z

Estator: Fixo.

5.4.2.4 Parâmetros de entrada e saída

Tipo: Parâmetro de entrada e saída controlado pelo módulo resolvidor através de um cenário de resolução.

Valor de referência: 1A.

5.4.2.5 Condutores da bobina

Seis bobinas são criadas para gerar o campo da excitação.

Tipo: Condutor de bobina.

Conjunto mecânico: Rotor.

Valor de referência: 0A.

Tipo: Condutor de bobina.

Conjunto mecânico: Estator.

Valor de referência: $I_1 = I_ESTATOR/2, I_2 = I_ESTATOR/2, I_3 = I_ESTATOR$

5.4.3 Processamento

Para solucionar este problema, cria-se um cenário de processamento onde o software varia a corrente do estator em cada uma das duas posições angulares do rotor (eixo direto e de quadratura).

Posições angulares do rotor: 10° e 80° .

Corrente na bobina do estator: 1 a 24 ampéres.

5.4.4 Pós-Processamento

Como resultado, solicitou-se ao software a exibição das curvas de fluxo magnético e indutâncias em função da corrente no estator. Os resultados são exibidos nas figuras abaixo:

Figura 17 – Corrente no estator x Intensidade do fluxo magnético na região da bobina de fase C positiva.

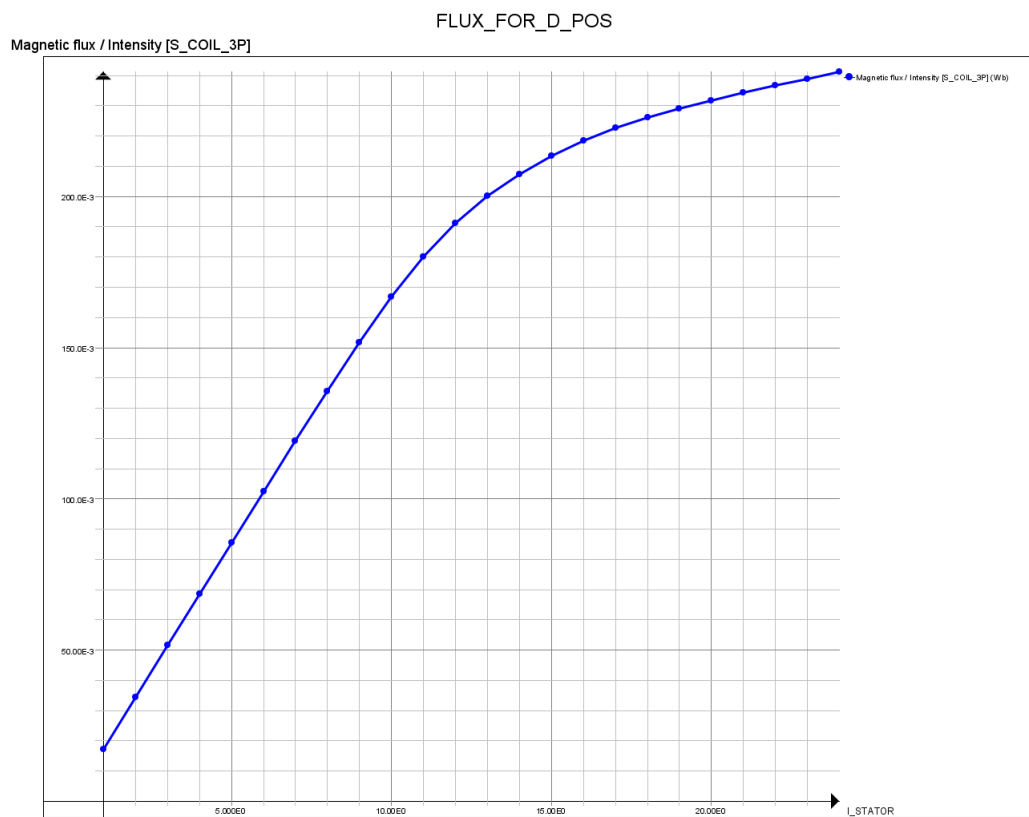
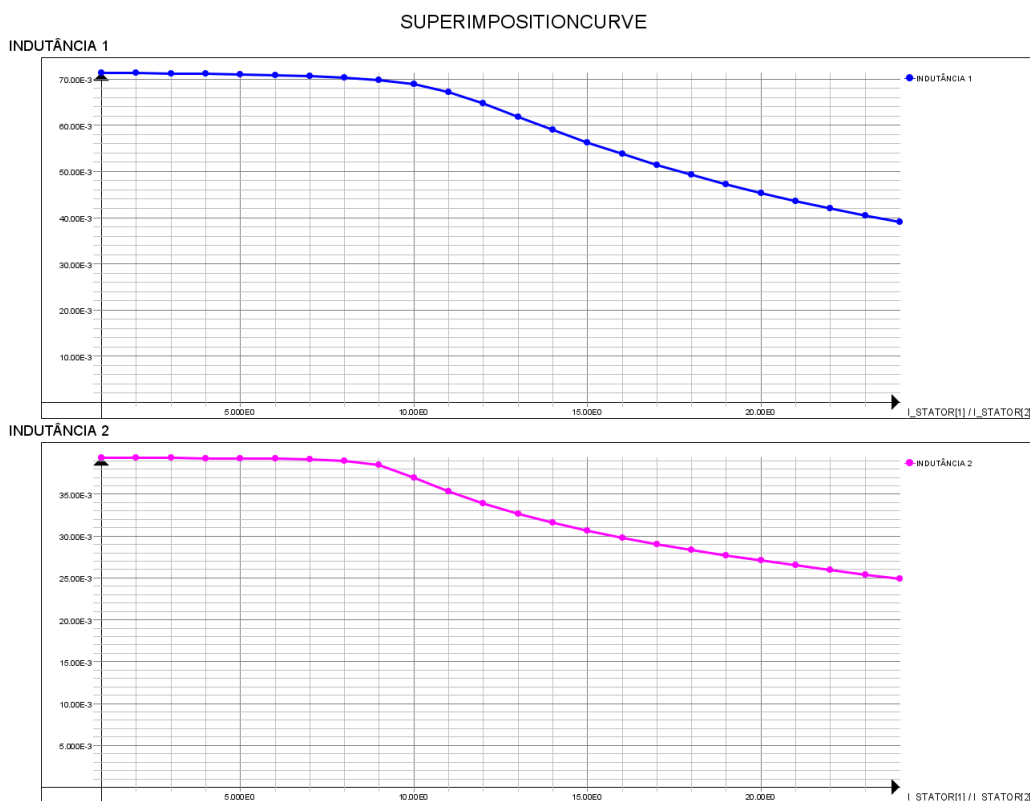


Figura 18 – Corrente no estator x Indutâncias de eixo direto e quadratura.

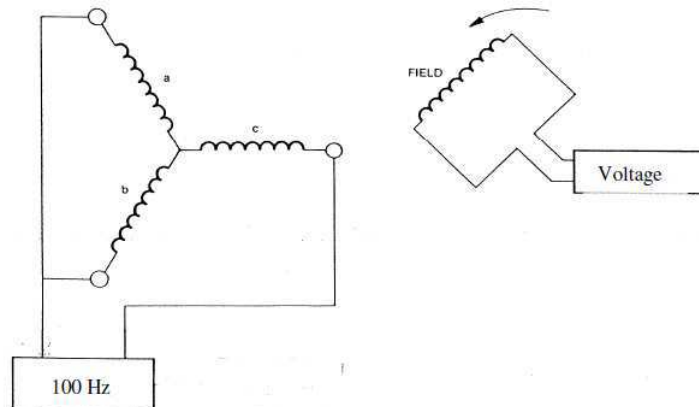


Através da figura 22 observou-se que há uma queda de indutância a partir do valor de corrente nominal (7.87A), sendo a máquina projetada para operar no limite da saturação magnética.

5.5 Determinação do ângulo de eixo direto de uma máquina síncrona trifásica

Este ensaio se faz necessário para determinar o ângulo de eixo direto e então utilizá-lo na simulação do ensaio de resposta em frequência. Para realizar esta simulação alimenta-se a armadura com uma fonte de tensão de 100Hz e 1.5V ($0.01 * V_n$), conforme o diagrama ilustrado na figura abaixo (ALTAIR, 2018):

Figura 19 – Diagrama para ensaio de determinação da posição de eixo direto.



Fonte: Adaptado de (ALTAIR, 2018).

O ângulo de eixo direto é então determinado pela posição do rotor onde a tensão no campo é mínima. (ALTAIR, 2018).

5.5.1 Pré-processamento

5.5.2 Descrição física

5.5.2.1 Aplicação física

Tipo de aplicação física: Steady state AC Magnetic 2D.

Frequência: 100Hz.

Domínio: Duas dimensões.

Profundidade do domínio: 132mm.

Coeficiente das bobinas: Definido automaticamente pelo software.

5.5.2.2 Materiais do estator e do rotor

Tipo de material: Aço não linear (B(H) isotropic analytic saturation).

Permeabilidade relativa inicial: 8000.

Saturação por magnetização (T): 1.6.

Curva B(H) equivalente: Densidade de fluxo senoidal.

5.5.2.3 Conjuntos mecânicos

Rotor: Rotação em torno do eixo Z

Estator: Fixo.

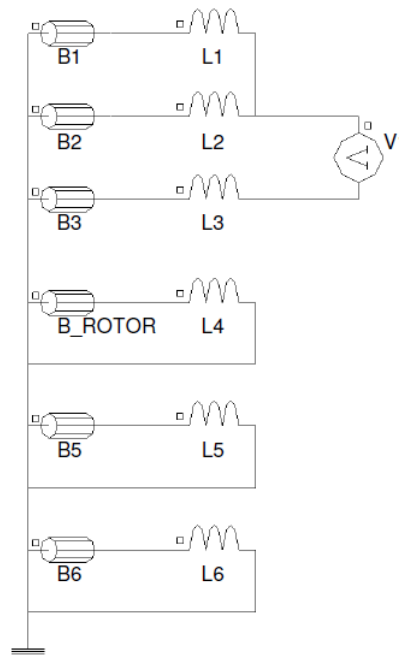
Tabela 3 – Componentes do tipo Stranded Coil.

Name of stranded coil component	Resistance (Ohm)
B_ROTOR	5.0136
B1	181.2E-3
B2	181.2E-3
B3	181.2E-3
B5	8.486
B6	9.458

5.5.2.4 Criação do circuito

Se faz necessário a criação do circuito equivalente para então atribuímos as regiões do rotor a estes circuitos.

Figura 20 – Circuito para determinação do ângulo de eixo direto através do Flux 2018.



Fonte: Adaptado de (ALTAIR, 2018).

As Tabelas 3 e 4 especificam os valores para os respectivos componentes do circuito.

5.5.3 Processamento

O cenário de solução é criado de forma a variar a posição angular do rotor para se obter os valores de tensão nos terminais do campo. Desta forma, cria-se um processo de solução que varia a posição angular do rotor entre -5° e 85° com passo de 2.5° .

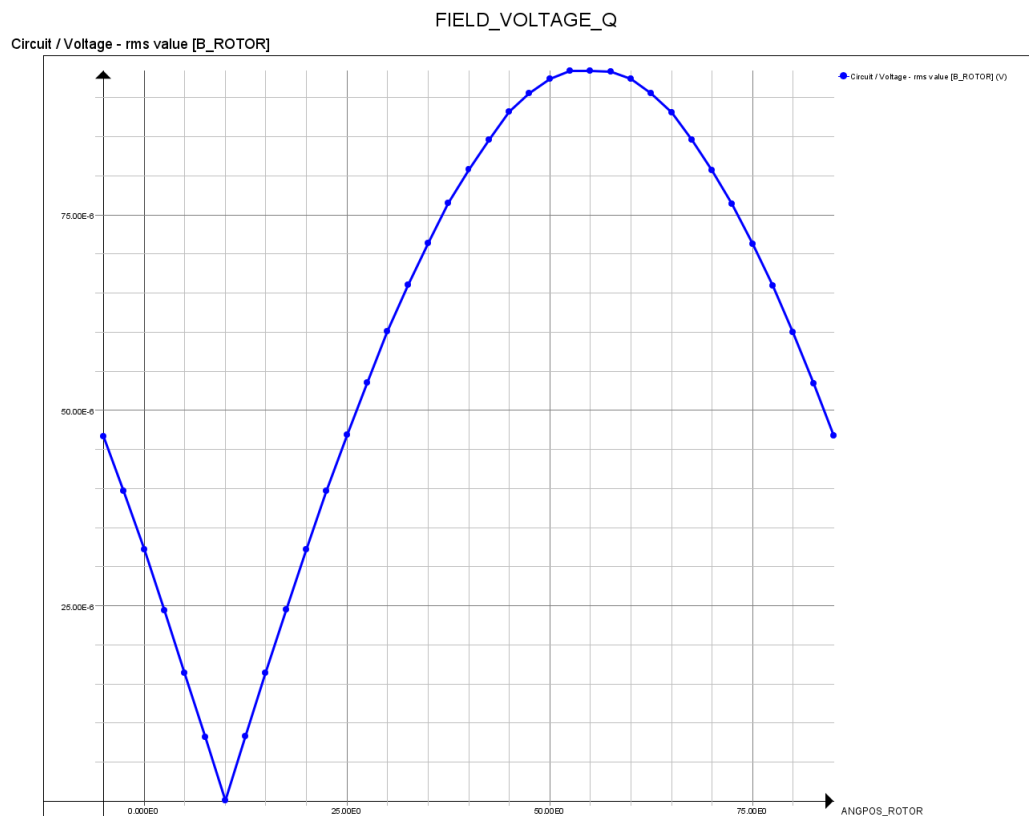
Tabela 4 – Componentes do tipo Inductor.

Name of inductors	Value (H)
L1, L2, L3	1.104E-3
L4	8.8E-6
L5	15.688E-3
L6	11.2E-3

5.5.4 Pós-Processamento

Como resultado, solicita-se ao software a exibição das curvas de tensão nos terminais do campo em função da posição angular do rotor, sendo o ângulo de eixo direto determinado a partir da posição inicial.

Figura 21 – Posição angular do rotor x Tensão nos terminais do campo.



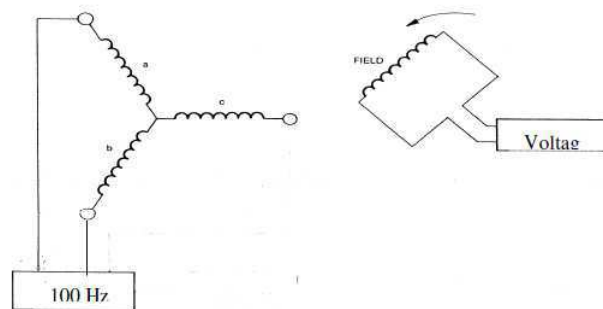
Fonte: Própria autoria, 2018

A partir da figura acima, determina-se que a posição de eixo direto corresponde a algo em torno de 10° .

5.6 Determinação do ângulo de eixo em quadratura de uma máquina síncrona trifásica

Este ensaio se faz necessário para determinar o ângulo de eixo em quadratura e então utilizá-lo na simulação do ensaio de resposta em frequência. Para realizar esta simulação alimenta-se a armadura com uma fonte de tensão de 100Hz e 1.5V ($0.01 * V_n$), conforme o diagrama ilustrado na figura abaixo (ALTAIR, 2018):

Figura 22 – Diagrama elétrico para ensaio de determinação da posição de eixo em quadratura.



Fonte: Adaptado de (ALTAIR, 2018).

O ângulo de eixo quadratura é então determinado pela posição do rotor onde a tensão no campo é mínima. (ALTAIR, 2018).

5.6.1 Pré-processamento

5.6.2 Descrição física

5.6.2.1 Aplicação física

Tipo de aplicação física: Steady state AC Magnetic 2D.

Frequência: 100Hz.

Domínio: Duas dimensões.

Profundidade do domínio: 132mm.

Coefficiente das bobinas: Definido automaticamente pelo software.

5.6.2.2 Materiais do estator e do rotor

Tipo de material: Aço não linear (B(H) isotropic analytic saturation).

Permeabilidade relativa inicial: 8000.

Saturação por magnetização (T): 1.6.

Curva B(H) equivalente: Densidade de fluxo senoidal.

Tipo de material: Alumínio (B(H) linear isotropic, J(E) magnet with electrical properties).

Permeabilidade relativa: 1.

Resistividade isotrópica: 2.7E-8.

5.6.2.3 Conjuntos mecânicos

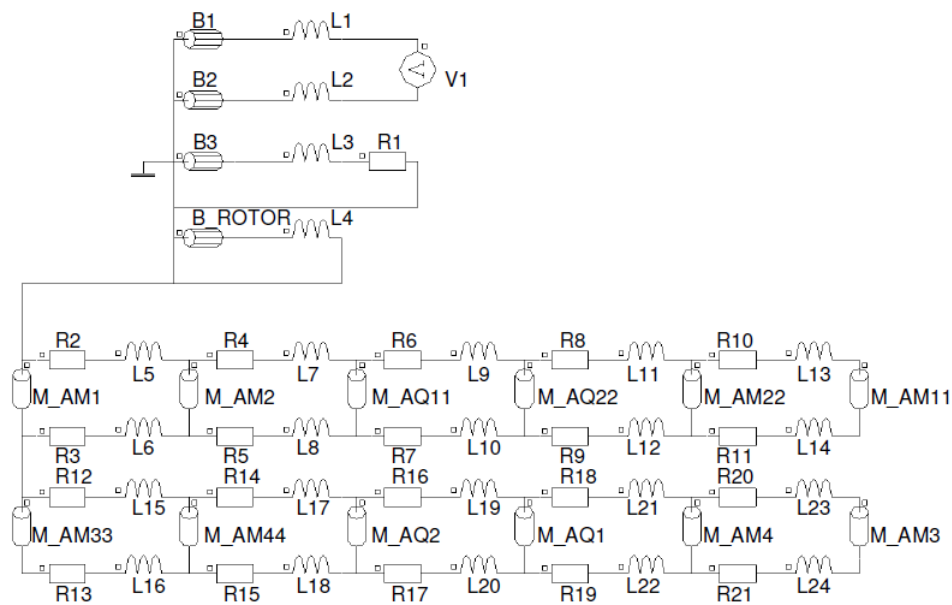
Rotor: Rotação em torno do eixo Z

Estatore: Fixo.

5.6.2.4 Criação do circuito

Se faz necessário a criação do circuito equivalente para então atribuímos as regiões do rotor a estes circuitos.

Figura 23 – Circuito para determinação do ângulo de eixo em quadratura através do Flux 2018.



Fonte: Adaptado de (ALTAIR, 2018).

As Tabelas 8, 9 e 10 especificam os valores para os respectivos componentes do circuito.

5.6.3 Processamento

Assim como no cenário de solução para o eixo direto, aqui determina-se o processo de solução de forma a variar a posição posição angular do rotor para se obter os valores de

Tabela 5 – Componentes do tipo Stranded Coil.

Name of stranded coil component	Resistance (Ohm)
B_ROTOR	5.0136
B1	181.2E-3
B2	181.2E-3
B3	181.2E-3

Tabela 6 – Componentes do tipo Inductor.

Name of inductors	Value (H)
L1, L2, L3	1.104E-3
L4	8.8E-3
L5, L6, ..., L24	1E-9

Tabela 7 – Componentes do tipo Resistor.

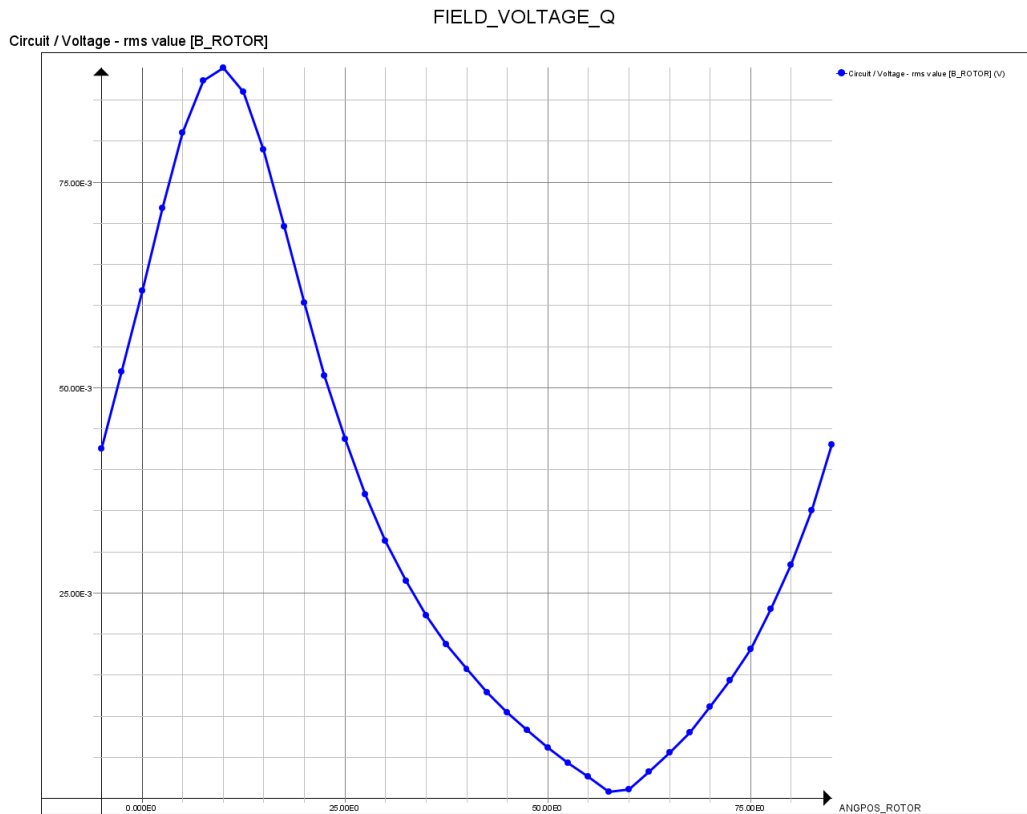
Name of resistors	Value (Ohm)
R1	10E4
R2, R3, ..., R21	2.89E-6

tensão nos terminais do campo. Desta forma, cria-se um processo de solução que varia a posição angular do rotor entre -5° e 85° com passo de 2.5° .

5.6.4 Pós-Processamento

Como resultado, solicita-se ao software a exibição das curvas de tensão nos terminais do campo em função da posição angular do rotor, sendo o ângulo de eixo em quadratura determinado a partir da posição inicial.

Figura 24 – Posição angular do rotor x Tensão nos terminais do campo.



Fonte: Própria autoria, 2018.

A partir da figura acima, determina-se que a posição de eixo em quadratura corresponde a algo em torno de 55° .

5.7 Determinação de parâmetros da máquina síncrona pelo método da resposta em frequência

O método da resposta em frequência utiliza a curva de variação da indutância em função dos diferentes valores de frequência da tensão aplicados a bobina do estator para determinar as constantes de tempo e reatâncias de uma máquina síncrona. Para realizar determinado experimento, submete-se o conjunto de bobina do estator a uma tensão baixa (1.5V) com frequência variando de 1mHz a 400Hz. (ALTAIR, 2018).

5.7.1 Pré-processamento

5.7.2 Descrição física

5.7.2.1 Aplicação física

Tipo de aplicação física: Steady state AC Magnetic 2D.

Frequência: Variando de 1mHz a 400Hz com valor de referência em 0.06Hz.

Domínio: Duas dimensões.

Profundidade do domínio: 132mm.

Coeficiente das bobinas: Definido automaticamente pelo software.

5.7.2.2 Materiais do estator e do rotor

Tipo de material: Aço não linear (B(H) isotropic analytic saturation).

Permeabilidade relativa inicial: 8000.

Saturação por magnetização (T): 1.6.

Curva B(H) equivalente: Densidade de fluxo senoidal.

Tipo de material: Alumínio (B(H) linear isotropic, J(E) magnet with electrical properties).

Permeabilidade relativa: 1.

Resistividade isotrópica: 2.7E-8.

5.7.2.3 Conjuntos mecânicos

Rotor: Rotação em torno do eixo Z

Estator: Fixo.

5.7.2.4 Criação do circuito

Se faz necessário a criação do circuito equivalente para então atribuímos as regiões do rotor a estes circuitos.

Tabela 8 – Componentes do tipo Stranded Coil.

Name of stranded coil component	Resistance (Ohm)
B_ROTOR	5.0136
B1	181.2E-3
B2	181.2E-3
B3	181.2E-3

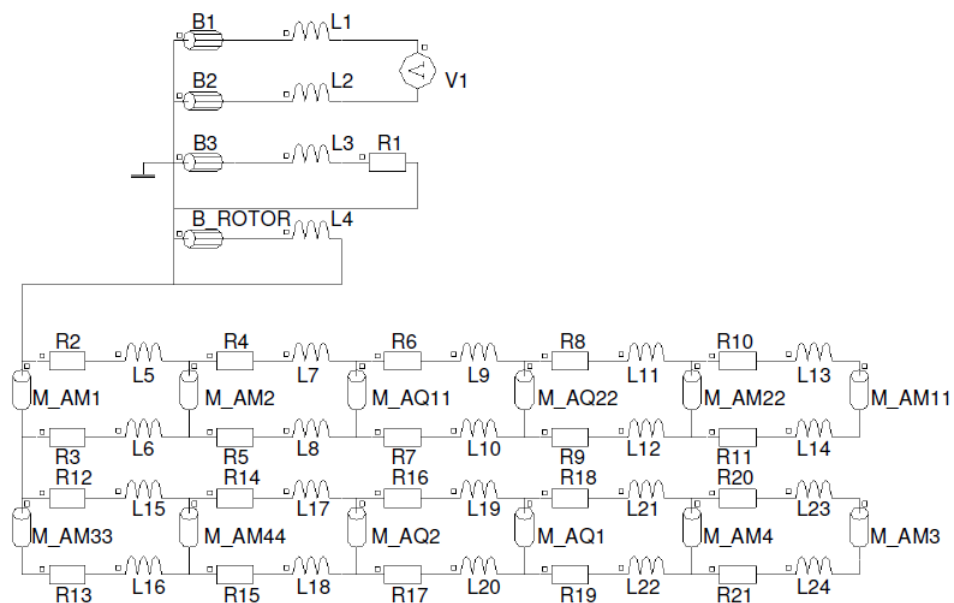
Tabela 9 – Componentes do tipo Inductor.

Name of inductors	Value (H)
L1, L2, L3	1.104E-3
L4	8.8E-3
L5, L6, ..., L24	1E-9

Tabela 10 – Componentes do tipo Resistor.

Name of resistors	Value (Ohm)
R1	10E4
R2, R3, ..., R21	2.89E-6

Figura 25 – Circuito para determinação do ângulo de eixo em quadratura através do Flux 2018.



Fonte: Adaptado de (ALTAIR, 2018).

As Tabelas 8, 9 e 10 especificam os valores para os respectivos componentes do

circuito.

5.7.3 Processamento

Assim como no cenário de solução para o eixo direto, aqui determina-se o processo de solução de forma a variar a posição posição angular do rotor para se obter os valores de tensão nos terminais do campo. Desta forma, cria-se um processo de solução que varia a posição angular do rotor entre -5° e 85° com passo de 2.5° .

5.7.4 Pós-Processamento

A partir do diagrama de Bode da indutância pode-se determinar os parâmetros deste gerador. A indutância é dada por (ALTAIR, 2018):

$$L_d(j\omega) = \frac{Z_d(j\omega) - r_a}{j\omega}$$

Onde:

$$L_r(j\omega) = \frac{|Z_d| * \sin(\phi_z)}{2\omega}$$

$$L_i(j\omega) = \frac{|Z_d| * \cos(\phi_z) - r_{arm}}{2\omega}$$

$$L = \sqrt{L_r^2 + L_i^2}$$

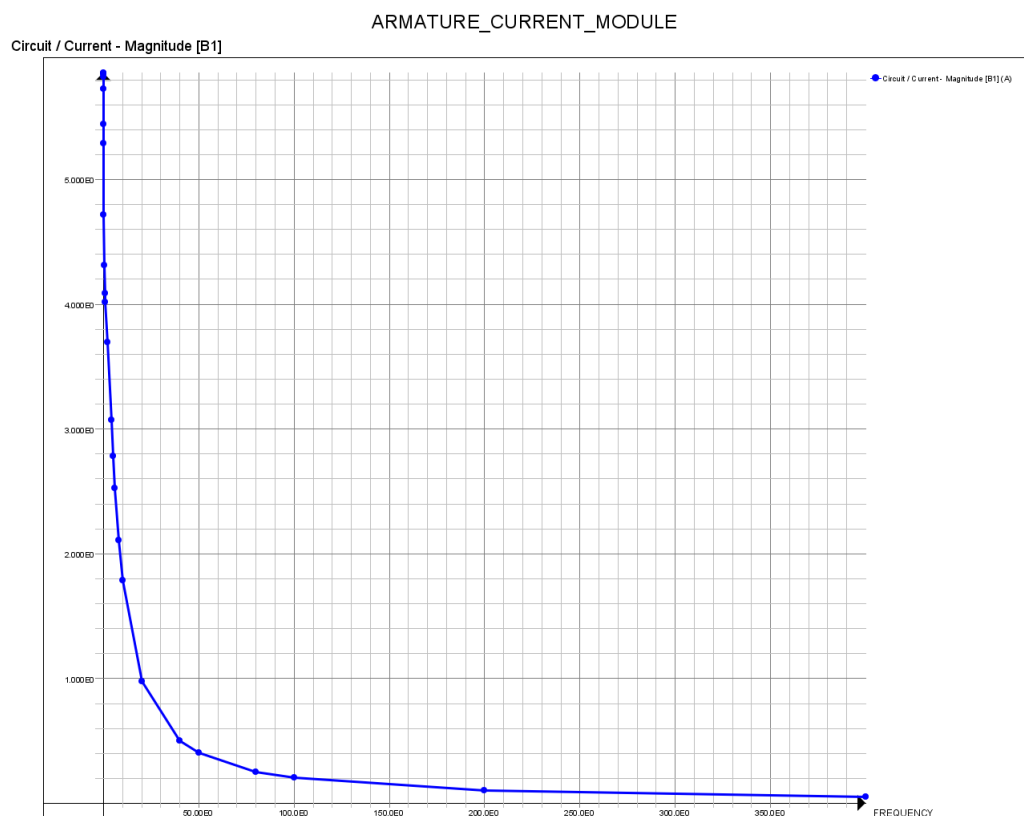
$$\phi_l = ATAN\left(\frac{L_i}{L_r}\right)$$

$$X_d = L_{d\omega=0} * \omega$$

$$X_q = L_{q\omega=0} * \omega$$

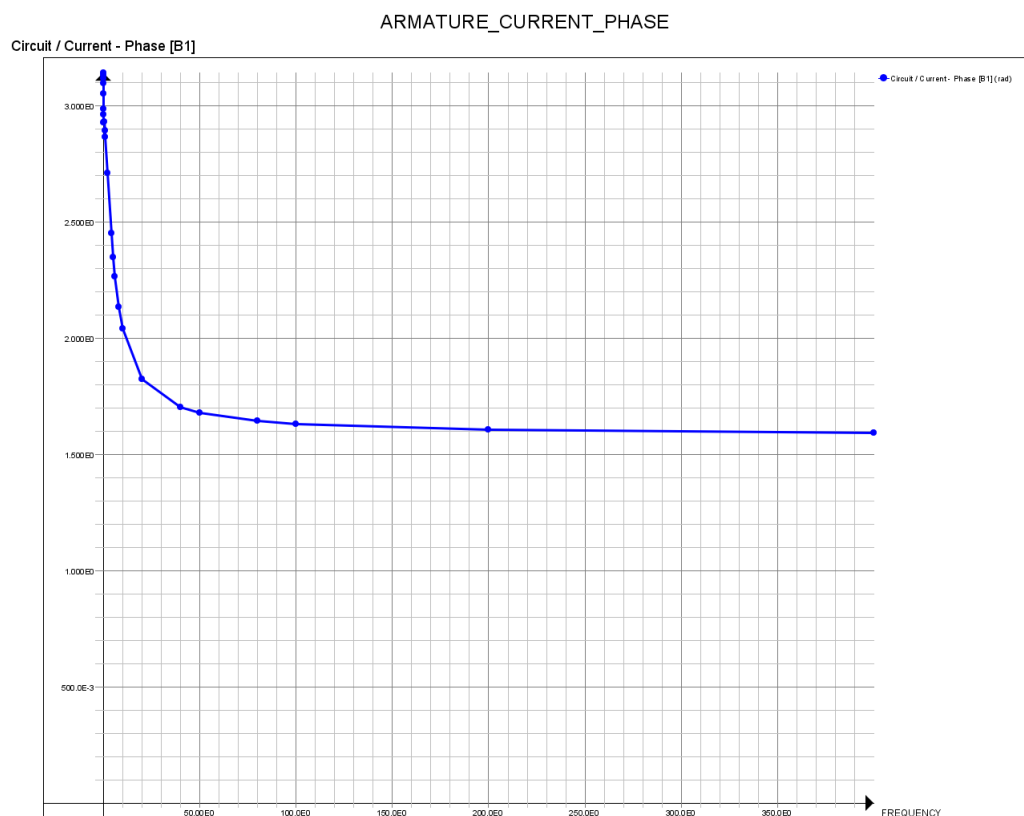
O diagrama de Bode é exibido nas figuras seguintes:

Figura 26 – Posição angular do rotor x Tensão nos terminais do campo.



Fonte: Própria autoria, 2018

Figura 27 – Posição angular do rotor x Tensão nos terminais do campo.



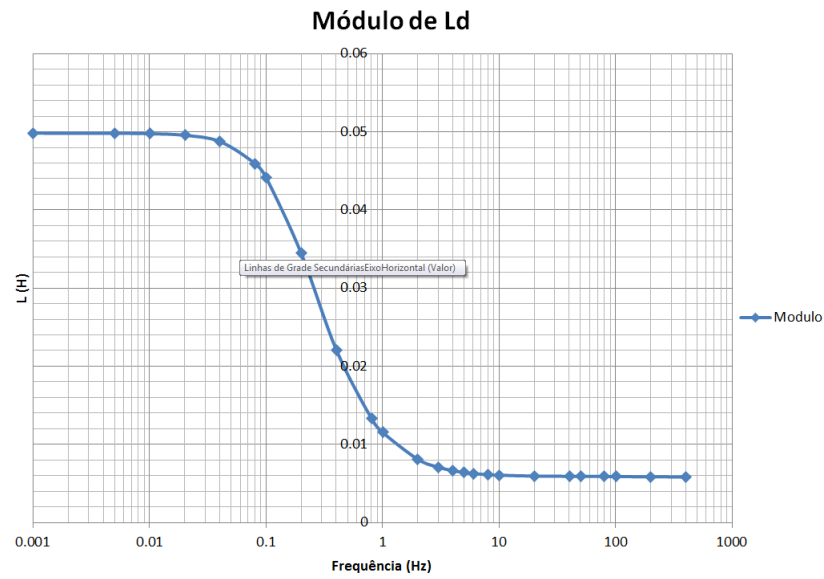
Fonte: Própria autoria, 2018

5.7.4.1 Reatância síncrona de eixo direto

Os valores calculados para tensão, corrente e reatâncias encontram-se disponíveis no APÊNDICE A.

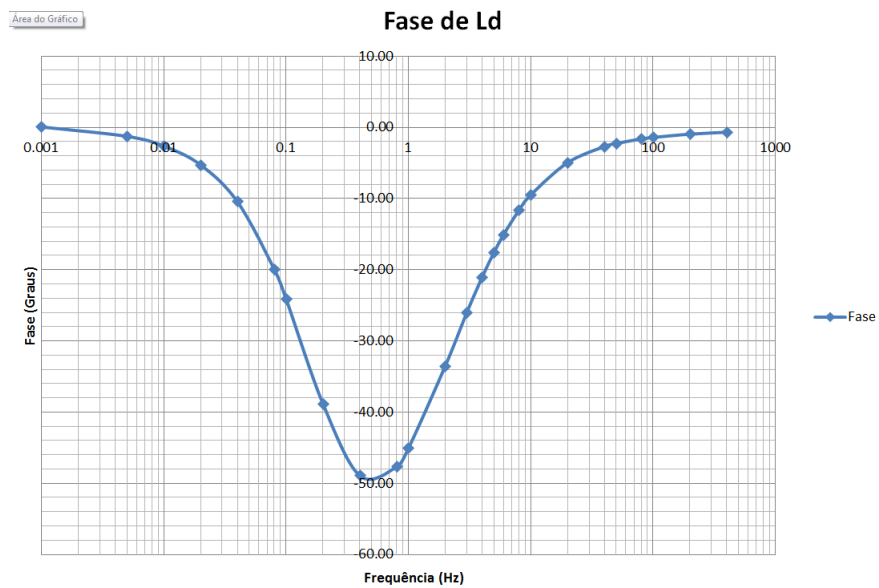
As curvas do diagrama de Bode para os valores encontrados encontram-se abaixo:

Figura 28 – Módulo de L_d em função da frequência.



Fonte: Própria autoria, 2018

Figura 29 – Fase de L_d em função da frequência.



Fonte: Própria autoria, 2018

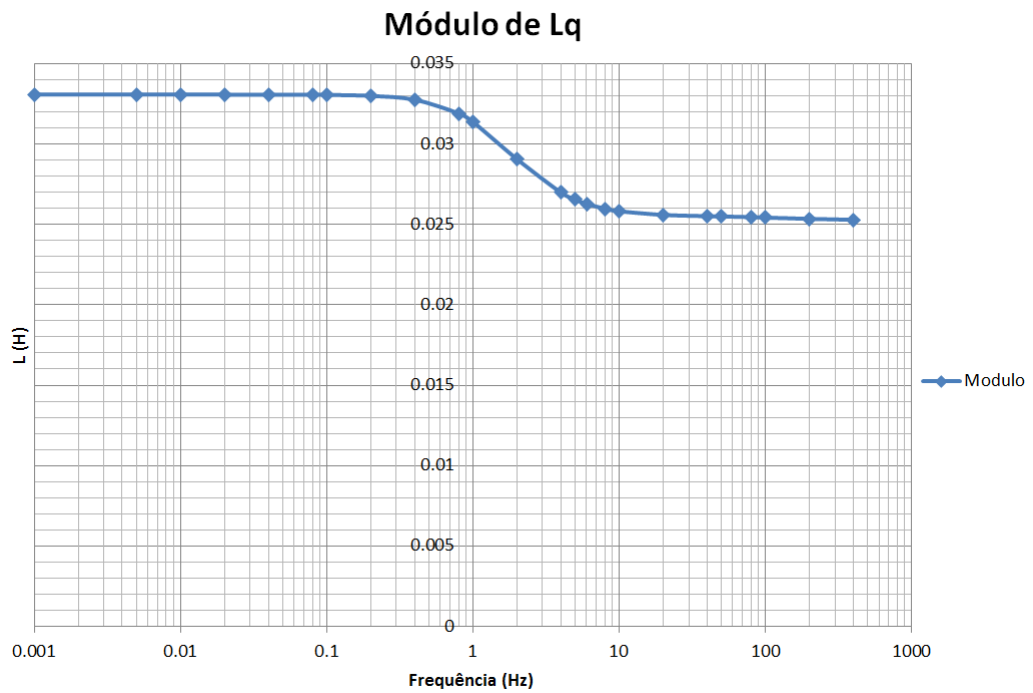
$$X_d = L_{d\omega=0} * \omega$$

5.7.4.2 Reatância síncrona de eixo em quadratura

Os valores calculados para tensão, corrente e reatâncias encontram-se disponíveis no APÊNDICE B.

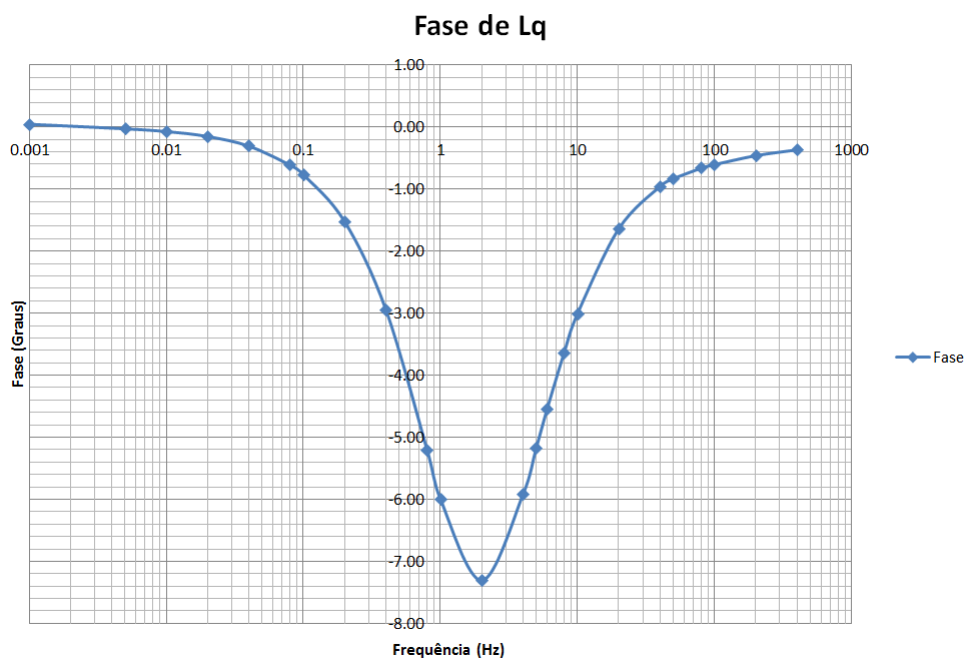
As curvas do diagrama de Bode para os valores encontrados encontram-se abaixo:

Figura 30 – Módulo de L_q em função da frequência.



Fonte: Própria autoria, 2018

Figura 31 – Fase de L_q em função da frequência.



Fonte: Própria autoria, 2018

$$X_q = L_{q\omega=0} * \omega$$

6 Conclusão

As atividades realizadas durante este estágio supervisionado possibilitaram ao aluno o aprofundamento nos conhecimentos a respeito das ferramentas analíticas e numéricas de descrição do vetor potencial para algumas aplicações em engenharia elétrica. Através das atividades desempenhadas colocou-se em prática os conhecimentos adquiridos nas disciplinas de eletromagnetismo, conversão eletromecânica e máquinas elétricas, além da aquisição de novos conhecimentos através do estudo do "método dos elementos finitos" e "ensaio de resposta em frequência".

Os conhecimentos obtidos através dos procedimentos e experimentos realizados tornou possível ao aluno a elaboração de um guia para uso do Flux 2018 em uma máquina síncrona, assim como permitiu sua familiarização com esta ferramenta e seus métodos.

O guia desenvolvido estará disponível através do Professor Edgar Roosevelt Braga Filho.

Referências

ALTAIR, I. *Synchronous motor tutorial*. [S.l.], 2018. Citado 11 vezes nas páginas 38, 41, 44, 47, 48, 49, 51, 52, 54, 56 e 57.

BASTOS, J. P. A. *Electricity and Magnetism*. [S.l.]: Editora Edgard Blucher Ltda., Segunda Edição, São Paulo, 1970. Citado 3 vezes nas páginas 29, 32 e 33.

BASTOS, J. P. A. *Eletromagnetismo e cálculo de campos*. [S.l.]: Editora da UFSC, Florianópolis, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 33.

CARDOSO, J. R. *Introdução ao método dos elementos finitos*. [S.l.]: Publicação Independente, Primeira Edição, São Paulo, 1995. Citado 13 vezes nas páginas 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33 e 34.

Apêndices

APÊNDICE A – Tensão, corrente de armadura e reatâncias de eixo direto para diferentes valores de frequência

Frequência	w	Corrente de Armadura				Tensão de Armadura				Vs/Is				L(p)			
		Magnititude (A)	Phase(rad)	Fase (graus)	Módulo (V)	Fase (graus)	Módulo	Fase	Real	Imaginária	Módulo	Fase	Real	Imaginária	Módulo	Fase	
0.001	0.0063	5.8534	3.1391	179.8600	1.5	0	0.2563	359.8600	-0.0498	-0.0001	0.04983	0.07					
0.005	0.0314	5.8514	3.1294	179.3006	1.5	0	0.2563	359.3006	-0.0498	0.0011	0.04981	-1.26					
0.010	0.0628	5.8452	3.1172	178.6052	1.5	0	0.2566	358.6052	-0.0497	0.0023	0.04976	-2.62					
0.020	0.1257	5.8207	3.0934	177.2413	1.5	0	0.2577	357.2413	-0.0494	0.0046	0.04956	-5.27					
0.040	0.2513	5.7292	3.0494	174.7163	1.5	0	0.2618	354.7163	-0.0480	0.0088	0.04877	-10.44					
0.080	0.5027	5.4457	2.9833	170.9288	1.5	0	0.2754	350.9288	-0.0432	0.0157	0.04595	-19.93					
0.100	0.6283	5.2918	2.9621	169.7139	1.5	0	0.2835	349.7139	-0.0403	0.0180	0.04412	-24.10					
0.200	1.2566	4.7201	2.9277	167.7437	1.5	0	0.3178	347.7437	-0.0268	0.0216	0.03445	-38.82					
0.400	2.5133	4.3133	2.9301	167.8814	1.5	0	0.3478	347.8814	-0.0145	0.0167	0.02210	-48.92					
0.800	5.0265	4.0897	2.8928	165.7468	1.5	0	0.3668	345.7468	-0.0090	0.0099	0.01335	-47.70					
1.000	6.2832	4.0189	2.8639	164.0911	1.5	0	0.3732	344.0911	-0.0081	0.0082	0.01154	-45.11					
2.000	12.5664	3.6963	2.7103	155.2888	1.5	0	0.4058	335.2888	-0.0068	0.0045	0.00810	-33.52					
3.000	18.8496	3.3788	2.5704	147.2756	1.5	0	0.4439	327.2756	-0.0064	0.0031	0.00708	-26.03					
4.000	25.1327	3.0711	2.4501	140.3815	1.5	0	0.4884	320.3815	-0.0062	0.0024	0.00664	-21.07					
5.000	31.4159	2.7853	2.3488	134.5742	1.5	0	0.5385	314.5742	-0.0061	0.0019	0.00641	-17.60					
6.000	37.6991	2.5286	2.2641	129.7237	1.5	0	0.5932	309.7237	-0.0061	0.0016	0.00627	-15.07					
8.000	50.2655	2.1049	2.1342	122.2806	1.5	0	0.7126	302.2806	-0.0060	0.0012	0.00612	-11.66					
10.000	62.8319	1.7836	2.0417	116.9814	1.5	0	0.8410	296.9814	-0.0060	0.0010	0.00605	-9.49					
20.000	125.6637	0.9757	1.8241	104.5158	1.5	0	1.5373	284.5158	-0.0059	0.0005	0.00594	-4.96					
40.000	251.3274	0.5010	1.7034	97.5960	1.5	0	2.9941	277.5960	-0.0059	0.0003	0.00591	-2.69					
50.000	314.1593	0.4024	1.6790	96.1974	1.5	0	3.7280	276.1974	-0.0059	0.0002	0.00590	-2.26					
80.000	502.6548	0.2530	1.6425	94.1066	1.5	0	5.9300	274.1066	-0.0059	0.0002	0.00589	-1.63					
100.000	628.3185	0.2028	1.6302	93.4054	1.5	0	7.3955	273.4054	-0.0059	0.0001	0.00588	-1.42					
200.000	1256.6371	0.1020	1.6048	91.9492	1.5	0	14.7056	271.9492	-0.0058	0.0001	0.00585	-0.95					
400.000	2513.2741	0.0512	1.5914	91.1831	1.5	0	29.2962	271.1831	-0.0058	0.0001	0.00583	-0.68					

APÊNDICE B – Tensão, corrente de armadura e reatâncias de eixo em quadratura para diferentes valores de frequência

Frequência	Corrente de Armadura				Tensão de Armadura				Vs/Is				L(p)				
	w	Magnitude (A)	Fase(rad)	Fase (graus)	Módulo (V)	Fase (graus)	Módulo	Fase (graus)	Módulo	Real	Imaginária	Módulo	Fase (graus)	Real	Imaginária	Módulo	Fase (graus)
0.0010	0.0063	5.8535	3.1400	179.9071	1.5	0	0.2563	359.9071	-0.0331	0.0000	0.0331	0.0465					
0.0050	0.0314	5.8533	3.1335	179.5354	1.5	0	0.2563	359.5354	-0.0331	0.0000	0.0331	-0.0277					
0.0100	0.0628	5.8526	3.1254	179.0709	1.5	0	0.2563	359.0709	-0.0331	0.0000	0.0331	-0.0716					
0.0200	0.1257	5.8499	3.1092	178.1425	1.5	0	0.2564	358.1425	-0.0331	0.0001	0.0331	-0.1512					
0.0400	0.2513	5.8392	3.0768	176.2902	1.5	0	0.2569	356.2902	-0.0331	0.0002	0.0331	-0.3064					
0.0800	0.5027	5.7970	3.0128	172.6212	1.5	0	0.2588	352.6212	-0.0331	0.0004	0.0331	-0.6141					
0.1000	0.6283	5.7659	2.9813	170.8141	1.5	0	0.2601	350.8141	-0.0330	0.0004	0.0331	-0.7671					
0.2000	1.2566	5.5264	2.8312	162.2185	1.5	0	0.2714	342.2185	-0.0330	0.0009	0.0330	-1.5220					
0.4000	2.5133	4.8136	2.5858	148.1553	1.5	0	0.3116	328.1553	-0.0327	0.0017	0.0328	-2.9440					
0.8000	5.0265	3.5026	2.3001	131.7842	1.5	0	0.4283	311.7842	-0.0318	0.0029	0.0319	-5.2067					
1.0000	6.2832	3.0479	2.2197	127.1805	1.5	0	0.4921	307.1805	-0.0312	0.0033	0.0314	-5.9929					
2.0000	12.5664	1.8648	2.0199	115.7295	1.5	0	0.8044	295.7295	-0.0288	0.0037	0.0291	-7.3088					
4.0000	25.1327	1.0669	1.8565	106.3697	1.5	0	1.4060	286.3697	-0.0268	0.0028	0.0270	-5.9248					
6.0000	31.4159	0.8770	1.8109	103.7552	1.5	0	1.7103	283.7552	-0.0264	0.0024	0.0265	-5.1737					
8.0000	37.6991	0.7433	1.7772	101.8253	1.5	0	2.0179	281.8253	-0.0262	0.0021	0.0263	-4.5526					
10.0000	43.9823	0.6582	1.7313	99.1938	1.5	0	2.6400	279.1938	-0.0259	0.0016	0.0260	-3.6348					
20.0000	87.9646	0.4590	1.7017	97.5021	1.5	0	3.2682	277.5021	-0.0258	0.0014	0.0258	-3.0112					
40.0000	175.9292	0.2328	1.6392	93.9189	1.5	0	6.4446	273.9189	-0.0256	0.0007	0.0256	-1.6410					
80.0000	351.8584	0.1169	1.6075	92.1017	1.5	0	12.8320	272.1017	-0.0255	0.0004	0.0255	-0.9576					
100.0000	427.8321	0.0936	1.6013	91.7503	1.5	0	16.0251	271.7503	-0.0255	0.0004	0.0255	-0.8341					
200.0000	855.6642	0.0586	1.5924	91.2368	1.5	0	25.5886	271.2368	-0.0254	0.0003	0.0254	-0.6630					
400.0000	1711.3284	0.0469	1.5894	91.0651	1.5	0	31.9521	271.0651	-0.0254	0.0003	0.0254	-0.6056					
800.0000	3422.6568	0.0235	1.5829	90.6913	1.5	0	63.7036	270.6913	-0.0253	0.0002	0.0253	-0.4608					
1600.0000	6845.3136	0.0118	1.5792	90.4825	1.5	0	127.1032	270.4825	-0.0253	0.0002	0.0253	-0.3670					