UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JULLE ERMESON REZENDE COSTA

EXPERIMENTAÇÃO DE MOTORES DE INDUÇÃO

CAMPINA GRANDE – PB

2019

JULLE ERMESON REZENDE COSTA

EXPERIMENTAÇÃO DE MOTORES DE INDUÇÃO

Relatório de Estágio Supervisionado submetido à Coordenação do Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Eletrônica de Potência e Automação

Orientador: Prof. Dr. Edgar Roosevelt Braga Filho

CAMPINA GRANDE – PB

2019

JULLE ERMESON REZENDE COSTA

EXPERIMENTAÇÃO DE MOTORES DE INDUÇÃO

Relatório de Estágio Supervisionado submetido à Coordenação do Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

A banca examinadora dos Estágios, em sessão pública, considerou o candidato aprovado em _____/ ____.

Prof. Dr. Edgar Roosevelt Braga Filho

Orientador

Prof. Sc. M. Leimar de Oliveira Avaliador

CAMPINA GRANDE – PB

2019

"Confia no SENHOR de todo o teu coração e não te estribes no teu próprio entendimento." (PROVÉRBIOS 3.5)

AGRADECIMENTOS

Agradeço:

Aos meus pais: Antonio Costa da Silva que, mesmo não tão presente, sempre me apoiou e aprovou meu estudo no curso de Engenharia Elétrica e Véra Lúcia Moura Rezende, por sempre me apoiar nos meus estudos, principalmente, quando ficou cuidando de meu filho Jael enquanto eu estudava.

Aos meus irmãos: Rony Anderson Rezende Costa, por ser um irmão amigo e pelas conversas sobre assuntos profissionais e Vivian Kelly Rezende Costa, por ser uma tia cuidadora, carinhosa e disciplinadora e por me apoiar na caminhada do curso de Engenharia Elétrica.

À minha esposa: Elzeni Serafim de Araújo Rezende Costa, por ser verdadeiramente minha ajudadora em tudo.

Ao meu filho: Jael Serafim de Araújo Rezende Costa, por sua inocência, pureza e travessuras de criança, que sempre me deram alegria nos momentos difíceis do curso de Engenharia Elétrica.

Aos colegas de curso: Marcelo Lucas Chagas Cruz, Diego Costa de Oliveira e Péricles Leite da Silva, por serem colegas mais chegados no curso e por seus esforços em todos os trabalhos feitos comigo.

Ao colega de laboratório e doutorando: André Wild Silva Ramalho, por toda sua paciência, educação e auxílio em todas as atividades práticas com os motores elétricos.

Ao funcionário: Adalberto José da Silva, por sua contribuição em um ensaio com o motor trifásico e por sua colaboração na manipulação do disco de Foucault no eixo dos motores.

Ao orientador: Edgar Roosevelt Braga Filho, por seu profissionalismo e seriedade no trato com a matéria das máquinas elétricas.

À UFCG como um todo: por todo conhecimento e experiências que me proporcionou.

E, principalmente, a Deus, o professor dos professores.

Dedico este trabalho à minha esposa Elzeni que sempre me apoiou e me suportou nos meus muitos momentos de estresse ocorridos durante o Estágio.

RESUMO

A utilização de motores assíncronos no acionamento de máguinas operatrizes é fortemente adotada nos setores industrial, doméstico e de serviços, notadamente nas versões trifásica e monofásica, a depender da topologia da rede ou de circuitos de alimentação. Motores de configuração bifásica são raramente empregados no acionamento usual, salvo nagueles casos em que se interpõe módulos conversores entre a rede e a máguina. No trabalho em pauta, realizado no Laboratório de Eletrônica Industrial e Acionamento de Máguinas (LEIAM/DEE/CEEI/UFCG) e a partir de dois motores assíncronos trifásicos idênticos e de pequena potência, foi projetado, construído e executado um enrolamento bifásico em um deles, compatível com o circuito magnético por polo dos motores originais, visando a utilização deste, como elemento experimental de um sistema de acionamento baseado em um conversor estático de um número reduzido de interruptores. Neste sentido, foi realizado um estudo comparativo entre os motores trifásico e bifásico consequente, face à característica operacional do torque, passível de ser desenvolvido, com base nos conversores eletromecânicos referenciados. Para tal, foi determinado o conjunto de parâmetros do circuito equivalente, por fase, de cada motor, por meio dos ensaios clássicos de caracterização, visando ao levantamento de características operacionais associadas e consideradas como de interesse. Por outro lado, procedeu-se a experimentação dos motores sob carga, por meio de um freio a correntes parasitas (Freio de Foucault), objetivando salientar aspectos quantitativos quanto ao desempenho e a característica operacional do torque, anteriormente referenciada, dentre outras.

Palavras-chave: Motores assíncronos; Parâmetros; Ensaio.

LISTA DE SÍMBOLOS

Z Impedância (em Ω).

V_{medido} Tensão contínua medida (em V).

Imedido Corrente contínua medida (em A).

- Vac Tensão alternada monofásica da fonte de alimentação (em V).
- T_1 Temperatura ambiente estimada (em °C).
- V_{ccf} Tensão contínua a frio (em V).
- *I_{ccf}* Corrente contínua a frio (em A).
- R_f Resistência estatórica a frio (em Ω), por fase.
- V_{ccq} Tensão contínua a quente (em V).
- I_{ccq} Corrente contínua a quente (em A).
- R_q Resistência estatórica a quente (em Ω), por fase.
- T_2 Temperatura estimada do enrolamento a quente (em °C).
- R_1 Resistência estatórica (em Ω) estimada e normalizada à temperatura de 75°C, por fase.
- Y Ligação em Y dos enrolamentos do estator.
- L Ligação em L dos enrolamentos do estator.
- Va, Vb e Vc Tensões alternadas, respectivamente, das fases a, b e c da fonte de alimentação trifásica (em V).
- Va e Vb Tensões alternadas, respectivamente, das fases a e b da fonte de alimentação bifásica (em V).
- wm Velocidade angular mecânica do motor (em rad/s).
- ws Velocidade angular síncrona do motor (em rad/s).
- V_L Tensão de linha (em V).
- I_L Corrente de linha (em A).
- *n* Velocidade angular (em rotações por minuto (rpm)).

- W₁ e W₂ Potência ativa medida, respectivamente, pelo wattímetro 1 e pelo wattímetro 2 (ambas em W).
- $P_{3\phi}$ Potência trifásica ativa total de entrada (em W).
- FP Fator de potência (adimensional).
- $Q_{3\phi}$ Potência trifásica reativa total de entrada (em var).
- P_{vz} Potência ativa a vazio (em W).
- $V_{1,\nu z}$ Tensão estatórica a vazio (em V).
- $I_{1,vz}$ Corrente estatórica a vazio (em A).
- *P*_{rot} Potência das perdas rotacionais (em W).
- Pc Potência dissipada no núcleo do estator (em W).
- R_c Resistência do núcleo do estator (em Ω).
- X_{vz} Reatância a vazio (em Ω).
- X_{11} Reatância própria do estator (em Ω).
- X_1 Reatância de dispersão do estator (em Ω).
- X_m Reatância de magnetização do estator (em Ω).
- $Q_{\nu z}$ Potência reativa a vazio (em var).
- *P*_{bl} Potência ativa com o rotor bloqueado (em W).
- Q_{bl} Potência reativa com o rotor bloqueado (em var).
- $I_{1,bl}$ Corrente estatórica com o rotor bloqueado (em A).
- *I_{nom}* Corrente nominal do motor (em A).
- s Escorregamento do motor (adimensional).
- f_r Frequência elétrica do rotor (em Hz).
- *f*_e Frequência elétrica da fonte de alimentação (em Hz).
- f_{bl} Frequência elétrica na qual é ensaiado o motor com o rotor bloqueado (em Hz).

- X_{bl} Reatância com o rotor bloqueado (em Ω).
- R_{bl} Resistência com o rotor bloqueado (em Ω).
- X_2 Reatância de dispersão do rotor (em Ω).
- R_2 Resistência rotórica (em Ω).
- *V*_{bob} Tensão contínua das bobinas do freio de Foucault (em V).
- *I*_{bob} Corrente contínua das bobinas do freio de Foucault (em A).
- *m* Massa medida pelo dinamômetro do freio de Foucault (em oz).
- g Aceleração da gravidade (em m/s^2).
- F Força do torque resultante no freio de Foucault (em N).
- T Torque resultante no freio de Foucault (em Nm).
- *d* Distância mínima entre o centro do eixo do motor e o dinamômetro do freio de Foucault (em m).
- V_F Tensão de fase (em V).
- I_F Corrente de fase (em A).
- $P_{2\phi}$ Potência bifásica ativa total de entrada (em W).
- $Q_{2\phi}$ Potência bifásica reativa total de entrada (em var).
- $N_{2\phi}$ Módulo da potência bifásica aparente total (em VA).

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- CEEI Centro de Engenharia Elétrica e Informática
- DEE Departamento de Engenharia Elétrica
- IEEE Institute of Electrical and Electronic Engineers
- LEIAM Laboratório de Eletrônica Industrial e Acionamento de Máquinas
- MATLAB[®] MATrix LABoratory
- UFCG Universidade Federal de Campina Grande
- WEG[®] Iniciais dos nomes dos três fundadores da empresa: Werner Ricardo Voigt, Eggon João da Silva e Geraldo Werninghaus

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 Circuito magnético simples
- Figura 2 Circuito magnético com entreferro de ar
- Figura 3 Campos de espraiamento no entreferro
- Figura 4 Elementos do motor gaiola de esquilo
- Figura 5 Enrolamento de estator
- Figura 6 Rotor tipo gaiola de esquilo
- Figura 7 Rotor só com as lâminas
- Figura 8 Estator com armadura com enrolamentos distribuídos
- Figura 9 (a) Fluxo produzido por enrolamento concentrado de passo pleno (b) FMM produzida no entreferro uniforme
- Figura 10 (a) Fluxo produzido por enrolamento distribuído de passo pleno (b) FMM produzida no entreferro uniforme
- Figura 11 Enrolamento de estator trifásico simplificado de dois polos
- Figura 12 FMM gráfica em três ângulos diferentes: (a) 0° (b) 60° (c) 120°
- Figura 13 Uma máquina CA simplificada com uma bobina com espira única
- Figura 14 Bobina genérica de única espira
- Figura 15 As componentes de densidade de fluxo magnético no interior da máquina
- Figura 16 Mecanismo de funcionamento do freio de Foucault
- Figura 17 Curva típica de conjugado (torque) *versus* velocidade de um motor de indução
- Figura 18 Densidade de fluxo magnético distribuído no entreferro

Figura 19 - Rotor trifásico de motor de indução

- Figura 20 Estator por fase
- Figura 21 Desenvolvimento circuito equivalente do rotor
- Figura 22 Circuito recomendado pelo IEEE
- Figura 23 Circuito equivalente de Thévenin
- Figura 24 Fluxo de potências do motor de indução
- Figura 25 Montagem para a medição da resistência estatórica (Motor trifásico)
- Figura 26 Montagem para o ensaio a vazio (Motor trifásico)
- Figura 27 Circuito equivalente para o Ensaio a Vazio (Motor trifásico)
- Figura 28 Técnica de linearização de P_{vz} versus $V_{1,vz}$ (Motor trifásico)
- Figura 29 Montagem para o ensaio com o rotor bloqueado (Motor trifásico)
- Figura 30 Montagem do ensaio com carga (Motor trifásico)
- Figura 31 Montagem para a medição da resistência estatórica (Motor bifásico)
- Figura 32 Montagem para o ensaio a vazio (Motor bifásico)
- Figura 33 Montagem para o ensaio com o rotor bloqueado (Motor bifásico)
- Figura 34 Montagem do ensaio com carga (Motor bifásico)
- Figura 35 Motor trifásico utilizado
- Figura 36 Motor bifásico utilizado

- Figura 37 Linearização de P_{vz} versus $V_{1,vz}$
- Figura 38 Circuito equivalente do motor trifásico
- Figura 39 Freio de Foucault (vista anterior)
- Figura 40 Freio de Foucault (vista posterior)
- Figura 41 Linearização de P_{vz} versus $V_{1,vz}$
- Figura 42 Circuito equivalente do motor bifásico
- Figura 43 Torques do Motor Trifásico
- Figura 44 Zoom dos pontos experimentais do torque (Motor Trifásico)
- Figura 45 Potências trifásicas de entrada do Motor Trifásico
- Figura 46 *Zoom* dos pontos experimentais da potência de entrada (Motor Trifásico)
- Figura 47 Rendimentos do Motor Trifásico
- Figura 48 Zoom dos pontos experimentais do rendimento (Motor Trifásico)
- Figura 49 Torques do Motor Bifásico
- Figura 50 Zoom dos pontos experimentais do torque (Motor Bifásico)
- Figura 51 Potências bifásicas de entrada do Motor Bifásico
- Figura 52 *Zoom* dos pontos experimentais da potência de entrada (Motor Bifásico)
- Figura 53 Rendimentos do Motor Bifásico
- Figura 54 Zoom dos pontos experimentais do rendimento (Motor Bifásico)

LISTA DE TABELAS

- Tabela 1 Quatro medidas da resistência a frio
- Tabela 2 Quatro medidas da resistência a quente
- Tabela 3 Distribuição empírica das reatâncias de dispersão
- Tabela 4 Três medidas da resistência a frio
- Tabela 5 Três medidas da resistência a quente
- Tabela 6 Dados de placa do motor trifásico
- Tabela 7 Tensão e corrente no estator a frio (Motor trifásico)
- Tabela 8 Tensão e corrente no estator a quente (Motor trifásico)
- Tabela 9 Dados experimentais do ensaio a vazio (Motor trifásico)
- Tabela 10 Dados experimentais do ensaio com o rotor bloqueado (Motor trifásico)
- Tabela 11 Parâmetros em regime permanente do motor trifásico
- Tabela 12 Dados do ensaio com carga (Motor trifásico)
- Tabela 13 Variáveis calculadas (Motor trifásico)
- Tabela 14 Tensão e corrente no estator a frio (Motor bifásico)
- Tabela 15 Tensão e corrente no estator a quente (Motor bifásico)
- Tabela 16 Dados experimentais do ensaio a vazio (Motor bifásico)
- Tabela 17 Dados experimentais do ensaio com o rotor bloqueado (Motor bifásico
- Tabela 18 Parâmetros em regime permanente do motor bifásico
- Tabela 19 Dados do ensaio com carga (Motor bifásico)

Tabela 20 – Variáveis calculadas (Motor bifásico)

Tabela 21 - Dados dos gráficos de zoom

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	20
1.1 Contextualização	20
1.2 Objetivos	20
1.2.1 Objetivo Geral	20
1.2.2 Objetivos Específicos	20
1.3 Estrutura do Trabalho	21
2. OBJETOS DE ESTUDO	22
2.1 Fundamentação Teórica	22
2.1.1 Circuitos Magnéticos	22
2.1.2 Fluxo Concatenado e Indutância	27
2.1.3 Estrutura Física Geral de Motor de Indução	28
2.1.4 Força Magnetomotriz (FMM) de Enrolamentos Distribuídos	30
2.1.5 Ondas Girantes de FMM de um Enrolamento Polifásico	35
2.1.6 Torque Eletromecânico	38
2.1.7 Freio Eletromagnético	41
2.1.8 Motor de Indução	42
2.1.8.1 Motor de Indução Trifásico	44
2.1.8.1.1 Tensões Induzidas	45
2.1.8.1.2 Circuito Equivalente	46
2.1.8.1.3 Fluxo de Potências, Torques e Rendimento	51
2.1.8.1.4 Ensaios de Determinação dos Parâmetros	55
2.1.8.1.4.1 Determinação da Resistência Estatórica	55
2.1.8.1.4.2 Ensaio a Vazio	57
2.1.8.1.4.3 Ensaio com o Rotor Bloqueado	60
2.1.8.1.4.4 Ensaio com Carga	62
2.1.8.2 Motor de Indução Bifásico	63
2.1.8.2.1 Circuito Equivalente	63
2.1.8.2.2 Ensaios de Determinação dos Parâmetros	63
2.1.8.2.2.1 Determinação da Resistência Estatórica	64
2.1.8.2.2.2 Ensaio a Vazio	66

2.1.8.2.2.3 Ensaio com o Rotor Bloqueado	67
2.1.8.2.2.4 Ensaio com Carga	69
2.2 Motor de Indução Trifásico Utilizado	69
2.3 Motor de Indução Bifásico Utilizado	71
3. RELATÓRIO DESCRITIVO	72
3.1 Introdução	72
3.2 Atividades Desenvolvidas	72
3.2.1 Motor Trifásico	72
3.2.1.1 Determinação da Resistência Estatórica	72
3.2.1.1.1 Resistência por Fase a Frio	72
3.2.1.1.2 Resistência por Fase a Quente	72
3.2.1.2 Ensaio a Vazio	73
3.2.1.3 Ensaio com o Rotor Bloqueado	75
3.2.1.4 Parâmetros Determinados	76
3.2.1.5 Ensaio com o Freio de Foucault	77
3.2.2 Motor Bifásico	79
3.2.2.1 Determinação da Resistência Estatórica	79
3.2.2.1.1 Resistência por Fase a Frio	79
3.2.2.1.2 Resistência por Fase a Quente	79
3.2.2.2 Ensaio a Vazio	80
3.2.2.3 Ensaio com o Rotor Bloqueado	82
3.2.2.4 Parâmetros Determinados	83
3.2.2.5 Ensaio com o Freio de Foucault	84
4. BREVE COMPARATIVO DOS MOTORES	86
5. CONCLUSÕES	96
REFERÊNCIAS	97
ANEXOS	98

1. INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

Muito embora a utilização de motores de indução bifásicos não seja comum, pois, normalmente, os terminais de alimentação elétrica sejam disponibilizados na forma monofásica e trifásica, acarretando, assim, a utilização mais frequente de motores de indução monofásico e trifásico, o Laboratório de Eletrônica Industrial e Acionamento de Máquinas (LEIAM), da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), utilizou um motor de indução bifásico para melhorar o desempenho de um conversor estático eletromecânico.

Deste modo, um motor de indução trifásico foi adaptado para possuir apenas dois enrolamentos, surgindo, assim um motor bifásico, que carecia de uma nova caracterização de seus parâmetros permanentes e de uma nova análise de desempenho, sendo comparado com o motor trifásico.

Então, o presente Estágio tratou de compreender melhor e mais profundamente o funcionamento dos motores de indução trifásico e bifásico, ambos no regime permanente, e de analisar o último tipo de motor mencionado.

O Estágio foi realizado no LEIAM da UFCG, de 2 de Setembro de 2019 a 24 de Outubro de 2019.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral do presente Estágio foi caracterizar os motores de indução trifásico e bifásico em seus parâmetros permanentes e comparar o desempenho de ambos os motores sem e com carga.

1.2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos do Estágio foram:

 (*i*) Caracterizar os motores de indução trifásico e bifásico em seus parâmetros permanentes, por meio do ensaio de determinação da resistência estatórica, do ensaio a vazio e do ensaio com o rotor bloqueado;

(*ii*) Ensaiar os motores de indução trifásico e bifásico com carga (simulada pelo freio eletromagnético de Foucault);

(*iii*) Observar diferenças funcionais (em torque, potência e rendimento), a partir de gráficos, entre os motores trifásico e bifásico.

1.3 Estrutura do Trabalho

O presente relatório de Estágio estruturou-se de seguinte forma:

- Tópico 1: foi introduzido o tema, contextualizando-o, apresentando seus objetivos e a estrutura do trabalho;
- Tópico 2: foi discorrido sobre os objetos utilizados no presente estudo, apresentando a fundamentação teórica, os dados do fabricante e a imagem dos mesmos;
- Tópico 3: foi desenvolvido um relatório descritivo apresentando a montagem elétrica de cada ensaio, os dados experimentais extraídos desses ensaios, os cálculos efetuados sobre os dados experimentais e, por fim, mostrado os parâmetros obtidos dos motores;
- Tópico 4: foi analisado comparativamente o desempenho do motor bifásico frente ao trifásico, sem e com carga, por meio de gráficos e cálculos; e
- Tópico 5: foi apresentada as conclusões do presente trabalho.

2. OBJETOS DE ESTUDO

2.1 Fundamentação Teórica

2.1.1 Circuitos Magnéticos

Supondo-se que as frequências e os tamanhos envolvidos neste trabalho são tais que o termo da corrente de deslocamento das equações de Maxwell pode ser desconsiderado, obtém-se a forma magnética quase-estática das equações de Maxwell, relacionando os campos magnéticos às correntes que os produzem:

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{J} d\vec{a} \tag{1}$$

$$\oint_{S} \vec{B} d\vec{a} = 0$$
 (2)

A Equação 1 afirma que a integral de linha da componente tangencial da intensidade de campo magnético \vec{H} ao longo de um contorno fechado *C* é igual à corrente total que passa através de qualquer superfície *S* delimitada por esse contorno. Nessa equação, vê-se que a origem de \vec{H} é a densidade de corrente \vec{J} .

A Equação 2 afirma que a densidade de fluxo magnético \vec{B} é conservada, isto é, em uma superfície fechada *S*, não há entrada nem saída líquida de fluxo.

Supondo-se ainda que a solução geral da intensidade de campo magnético \vec{H} e da densidade de fluxo magnético \vec{B} pode ser simplificada pelo conceito de circuito magnético. Um circuito magnético consiste em uma estrutura que, em sua maior parte, é composta por um material magnético de permeabilidade magnética (μ) elevada. A presença de um material de alta permeabilidade tende a fazer com que o fluxo magnético seja confinado aos caminhos delimitados pela estrutura, do mesmo modo que, em um circuito elétrico, as correntes são confinadas aos condutores.

Um exemplo simples de um circuito magnético está mostrado na Figura 1. Assume-se que o núcleo seja composto de material magnético cuja permeabilidade é muito maior que a do ar ($\mu \gg \mu_0$). O núcleo tem seção reta uniforme e é excitado por um enrolamento de *N* espiras conduzindo uma corrente de *i* amperes. Esse enrolamento produz um campo magnético no núcleo.

Devido à alta permeabilidade do núcleo magnético, o fluxo está confinado quase inteiramente no núcleo. As linhas de campo seguem o caminho definido pelo núcleo e a densidade de fluxo é uniforme em uma seção reta qualquer porque a área desta seção é uniforme. O campo magnético pode ser visualizado em termos de linhas de fluxo magnético formando laços fechados interligados com o enrolamento.

No circuito magnético da Figura 1, a fonte do campo magnético do núcleo é o produto Ni, em amperes-espiras (A.e). A Ni é a força magnetomotriz (FMM) \mathcal{F} que atua no circuito magnético. Apesar da Figura 1 mostrar apenas uma única bobina, a maioria das máquinas rotativas têm, no mínimo, dois enrolamentos e Ni deve ser substituído pela soma algébrica dos amperes-espiras de todos os enrolamentos.





Fonte: UMANS (2014)

O fluxo magnético ϕ que atravessa uma superfície *S* é a integral de superfície da componente normal de \vec{B} . No Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade de ϕ é o weber (Wb):

$$\phi = \int_{S} \vec{B} d\vec{a} \tag{3}$$

A Equação 2 afirma que o fluxo magnético líquido que entra ou sai de uma superfície *S* fechada é zero. Isso equivale a dizer que qualquer fluxo que entra em uma superfície que delimita um volume deverá deixar esse volume passando por uma outra região dessa superfície porque as linhas de fluxo magnético formam laços fechados.

Esses fatos podem ser usados para justificar a suposição de que a densidade de fluxo magnético é uniforme em uma seção reta de um circuito magnético, como no núcleo da Figura 1. Nesse caso, a Equação 3 reduz-se à equação escalar simples:

$$\phi_c = B_c A_c \tag{4}$$

Onde ϕ_c é o fluxo no núcleo (subscrito *c* do inglês *core*), B_c é densidade de fluxo no núcleo e A_c é a área da seção reta do núcleo.

Da Equação 1, a relação entre a FMM que atua em um circuito magnético e a intensidade de campo magnético naquele circuito é:

$$\mathcal{F} = Ni = \oint \vec{H} d\vec{l}$$
(5)

As dimensões do núcleo são tais que o comprimento do caminho de qualquer linha de fluxo é aproximadamente igual ao comprimento médio do núcleo l_c . Como resultado, a integral de linha da Equação 5 torna-se simplesmente o produto escalar:

$$\mathcal{F} = Ni = H_c l_c \tag{6}$$

Onde H_c é o módulo médio de \vec{H} no núcleo.

A relação entre a intensidade de campo magnético \vec{H} e a densidade de fluxo magnético \vec{B} é uma propriedade do material em que se encontra o campo magnético. Costuma-se supor uma relação linear:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{7}$$

Onde μ é a permeabilidade magnética do material. A permeabilidade dos materiais magnéticos lineares pode ser expressa em termos de μ_r , seu valor relativo ao vácuo, ou $\mu = \mu_r \mu_0$. A permeabilidade do vácuo é $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ henrys por metro (H/m).

Um circuito magnético com um entreferro de ar é mostrado na Figura 2. Quando o comprimento do entreferro g (do inglês gap) for muito menor do que as dimensões das faces adjacentes do núcleo, o fluxo magnético ϕ seguirá o caminho definido pelo núcleo e pelo entreferro. Assim, a configuração da Figura 2 pode ser analisada com dois componentes em série: um núcleo (com permeabilidade μ , com área de seção reta A_c e comprimento médio l_c) e um entreferro (com permeabilidade μ_0 , com área de seção reta A_g e comprimento médio g). No núcleo, a densidade de fluxo será:

$$B_c = \frac{\phi}{A_c} \tag{8}$$

E, no entreferro:

$$B_g = \frac{\phi}{A_g} \tag{9}$$



Figura 2: Circuito magnético com entreferro de ar



A aplicação da Equação 5 ao circuito magnético da Figura 2 produz:

$$\mathcal{F} = H_c l_c + H_g l_g \tag{10}$$

E usando a Equação 7 na Equação 10:

$$\mathcal{F} = \frac{B_c}{\mu} l_c + \frac{B_g}{\mu_0} g \tag{11}$$

Da Equação 8 e 9, a Equação 11 pode ser reescrita como:

$$\mathcal{F} = \phi(\frac{l_c}{\mu A_c} + \frac{g}{\mu_0 A_g}) \tag{12}$$

Os termos que multiplicam o fluxo total ϕ são conhecidos como as relutâncias \mathcal{R} do núcleo e do entreferro:

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu A_c} \tag{13}$$

$$\mathcal{R}_g = \frac{g}{\mu_0 A_g} \tag{14}$$

Assim:

$$\mathcal{F} = \phi(\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g) \tag{15}$$

Sendo a relutância total dada por:

$$\mathcal{R}_{total} = \mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g \tag{16}$$

A permeância é o inverso da relutância, ou seja:

$$\wp = \frac{1}{\mathcal{R}} \tag{17}$$

A fração de FMM necessária para impulsionar o fluxo através de cada parte do circuito magnético varia proporcionalmente à sua relutância. Essa fração é referida como uma queda de FMM. Da Equação 13, vê-se que a alta permeabilidade no material pode resultar em uma baixa relutância do núcleo, tornando-se muito inferior à do entreferro, assim: $\mathcal{R}_c \ll \mathcal{R}_g \Rightarrow \mathcal{R}_{total} \approx \mathcal{R}_g$. Então:

$$\phi \approx \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_g} = \frac{\mathcal{F}\mu_0 A_g}{g} = Ni \frac{\mu_0 A_g}{g}$$
(18)

Nos sistemas reais, as linhas de campo magnético "espraiam-se" um pouco para fora quando cruzam o entreferro, como ilustrado na Figura 3. O efeito desses campos de espraiamento é aumentar a área efetiva A_g da seção reta do entreferro.

Figura 3: Campos de espraiamento no entreferro (continua)



Fonte: UMANS (2014)

Todo este subtópico foi baseado no texto de Umans (2014).

2.1.2 Fluxo Concatenado e Indutância

De acordo com a *lei de Faraday*, quando um campo magnético varia no tempo, ele produz um campo elétrico no espaço:

$$\oint_C \vec{E} \, d\vec{s} = -\frac{d\lambda}{dt} \tag{19}$$

A Equação 19 afirma que a integral de linha da intensidade de campo elétrico \vec{E} ao longo de um contorno fechado *C* é igual à taxa de variação do fluxo magnético que passa através daquele contorno. Em estruturas magnéticas, com enrolamentos de alta condutividade elétrica, como na Figura 2, o campo \vec{E} no fio é extremamente pequeno podendo ser desprezado, de modo que o primeiro membro da Equação 19 reduz-se ao negativo da tensão induzida (*e*) nos terminais do enrolamento. Além disso, no segundo membro da Equação 19 predomina o fluxo do núcleo ϕ , então o enrolamento (logo o contorno *C*) concatena esse fluxo *N* vezes.

$$e = N \frac{d\phi}{dt} = \frac{d\lambda}{dt}$$
(20)

O fluxo concatenado é:

$$\lambda = N\phi \tag{21}$$

Em um circuito magnético, composto de material magnético de permeabilidade constante ou que inclua um entreferro dominante, a relação entre ϕ e *i* será linear e pode-se definir a indutância *L* como:

$$L = \frac{\lambda}{i} \tag{22}$$

Substituindo as Equações 5, 15 e 21 na Equação 22, produz:

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_{total}} = \frac{N^2}{\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g}$$
(23)

Considerando a $\mathcal{R}_{total} \approx \mathcal{R}_{g}$, tem-se que:

$$L = \frac{N^2}{(\frac{g}{\mu_0 A_g})} = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{g}$$
(24)

A indutância é medida em henrys (H) e a Equação 24 mostra a estrutura dimensional das expressões de indutância.

Todo este subtópico foi baseado no texto de Umans (2014).

2.1.3 Estrutura Física Geral de Motor de Indução

O motor elétrico de indução pode ser, a depender da construção do rotor, principalmente, de dois tipos: o motor com rotor de gaiola de esquilo e o motor com rotor bobinado. Na Figura 4, observa-se alguns elementos constituintes do primeiro tipo de motor: a placa de identificação, a carcaça, o olhal, o rotor, a ventoinha, o rolamento, a caixa de ligações, os enrolamentos do estator, a chaveta e o eixo.



Figura 4: Elementos do motor gaiola de esquilo

Fonte: https://www.docsity.com/pt/motores-eletricos-48/4786823/

Um grupo de bobinas, conectadas em conjunto, é referido normalmente como enrolamento de armadura. Em geral, o termo enrolamento de armadura de uma máquina rotativa é usado para se referir a um enrolamento ou grupo de enrolamentos que conduza corrente alternada (CA). Em máquinas CA, tal como a de indução, os enrolamentos de armadura alojam-se geralmente na parte estacionária do motor conhecida como estator, caso em que esses enrolamentos podem ser referidos também como enrolamentos de estator. A Figura 5 mostra o enrolamento de um estator.

Figura 5: Enrolamento de estator



Fonte: wreducacional.com.br

Na máquina de indução polifásica, o rotor do tipo enrolado ou bobinado é construído na forma de um enrolamento polifásico semelhante ao estator tendo o mesmo número de polos. Os terminais do enrolamento do rotor são conectados a anéis deslizantes isolados montados sobre o eixo. Escovas de carvão apoiadas sobre esses anéis permitem que os terminais do rotor tornem-se disponíveis externamente ao motor. As máquinas de indução de rotor bobinado são relativamente incomuns, encontradas apenas em um número limitado de aplicações especializadas.

Por outro lado, no motor de indução polifásico que tem o rotor de gaiola de esquilo, o enrolamento consiste em barras condutoras encaixadas em ranhuras no ferro do rotor e curto circuitadas em cada lado por anéis condutores. A extrema simplicidade e a robustez da construção em gaiola de esquilo representam vantagens notáveis para esse tipo de motor de indução e, de longe, fazem dele o tipo de motor mais usado, partindo dos motores fracionários até os de grande porte. A Figura 6 mostra o rotor de um pequeno

motor do tipo gaiola de esquilo, ao passo que a Figura 7 mostra a própria gaiola de esquilo só com as lâminas.

Figura 6: Rotor tipo gaiola de esquilo



Fonte: monografias.poli.ufrj.br

Figura 7: Rotor só com as lâminas



Fonte: shutterstock.com

Todo este subtópico foi baseado no texto de Umans (2014).

2.1.4 Força Magnetomotriz (FMM) de Enrolamentos Distribuídos

A maioria das armaduras tem enrolamentos distribuídos, isto é, enrolamentos que se estendem por diversas ranhuras ao redor da periferia do entreferro, como na Figura 8.

Figura 8: Estator com armadura com enrolamentos distribuídos (continua)



Fonte: UMANS (2014) (Adaptada)

Os campos magnéticos dos enrolamentos distribuídos podem ser estudados examinando-se o campo magnético produzido por um enrolamento que tenha uma única bobina de *N* espiras perfazendo 180° elétricos, como mostrado na Figura 9a. Uma bobina que se estende por 180° elétricos é uma bobina de passo pleno. Na Figura 9a, os pontos indicam que a corrente sai do papel e as cruzes que entra nele. O rotor é concêntrico e as linhas tracejadas mostram, de forma genérica, a natureza do campo magnético produzido pela corrente na bobina. Como as permeabilidades do estator e do rotor são muito maiores que a do ar, pode-se supor que a relutância do circuito magnético encontra-se no entreferro. Pela simetria da estrutura, a intensidade do campo magnético H_g de entreferro na posição do ângulo θ_a (sob um polo) é a mesma em módulo que a localizada no ângulo $\theta_a + 180^\circ$ (sob o polo oposto). Porém, o campo no ângulo θ_a é, vetorialmente, o oposto do campo no ângulo $\theta_a + 180^\circ$.

Figura 9: (a) Fluxo produzido por enrolamento concentrado de passo pleno. (b) FMM produzida no entreferro uniforme (continua)





Ao longo de quaisquer caminhos fechados das linhas de fluxo da Figura 9a, a FMM é *Ni*. Desprezam-se as quedas de FMM que ocorrem dentro do ferro. Por simetria dos campos H_g , a FMM no entreferro deve estar distribuída uniformemente. Como cada linha de fluxo cruza o entreferro duas vezes, a queda de FMM no entreferro deve ser $\frac{Ni}{2}$.

A Figura 9b mostra o entreferro e o enrolamento de forma plana. A distribuição da FMM é mostrada em degraus de amplitude $\frac{Ni}{2}$. Sendo as aberturas das ranhuras estreitas, a FMM faz um salto abrupto de *Ni* ao passar um lado a outro da bobina.

A análise de Fourier mostra que a FMM da Figura 9b consiste em uma componente espacial harmônica fundamental mais uma série de componentes harmônicas de ordem mais elevada. No projeto de máquinas de CA, esforça-se para minimizar essas componentes harmônicas de ordem mais elevada e produzir uma onda de FMM predominante na componente espacial harmônica fundamental. Essa componente é dada pela Equação 25:

$$F_{g1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{Ni}{2}\right) \cos \theta_a \tag{25}$$

A amplitude de pico de \mathcal{F}_{q1} é:

$$(F_{g1})_{pico} = \frac{4}{\pi} (\frac{Ni}{2})$$
 (26)

A $(F_{g1})_{pico}$ está alinhada com o eixo magnético da bobina.

Considere-se agora um enrolamento distribuído constituído em bobinas dispostas por diversas ranhuras. Por exemplo, a Figura 10a mostra a fase a do enrolamento de armadura de uma máquina trifásica de dois polos simplificada. Os enrolamentos das três fases são idênticos e posicionados com seus eixos magnéticos separados em 120° entre si. Atendando-se apenas à FMM de entreferro da fase a, observa-se que o enrolamento está disposto em duas camadas. Cada bobina de passo pleno de N espiras tem um lado no topo e outro lado no fundo da ranhura.

A Figura 10b mostra um polo do enrolamento de forma plana. Com as bobinas ligadas em série e, assim, conduzindo a mesma corrente, a onda de FMM é uma série de degraus de altura $2N_a i_a$ cada um. Pode-se ver que o enrolamento distribuído produz uma onda que se aproxima mais de uma onda de FMM senoidal do que a da bobina concentrada da Figura 9a.

Figura 10: (a) Fluxo produzido por enrolamento distribuído de passo pleno. (b) FMM produzida no entreferro uniforme (continua)



Fonte: UMANS (2014)

A amplitude da componente harmônica fundamental espacial da onda de FMM de um enrolamento distribuído é menor do que a soma das componentes fundamentais das bobinas individuais porque os eixos magnéticos das bobinas individuais não estão alinhados com a resultante. A FMM para um enrolamento distribuído de múltiplos polos (p) tendo N_{fase} espiras por fase em série é:

$$\mathcal{F}_{g1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_{enr} N_{fase}}{p}\right) i_a \cos(\frac{p}{2}\theta_a) \tag{27}$$

O fator de enrolamento k_{enr} leva em consideração a distribuição do enrolamento e é necessário porque as FMM produzidas pelas bobinas individuais de qualquer grupo de uma fase têm eixos magnéticos diferentes. Sua soma fasorial é menor do que sua soma numérica.

A amplitude de pico da FMM para um enrolamento distribuído de múltiplos polos é:

$$(F_{g1})_{pico} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_{enr} N_{fase}}{p}\right) i_a \tag{28}$$

Todo este subtópico foi baseado no texto de Umans (2014).

2.1.5 Ondas Girantes de FMM de um Enrolamento Polifásico

Apesar de nesta subseção estudar-se as distribuições de FMM em enrolamentos distribuídos, as análises apresentadas podem ser estendidas para um enrolamento polifásico com qualquer número de fases (q). Focar-se a atenção em uma máquina de dois polos (p = 2).

Em uma máquina trifásica, os enrolamentos das fases individuais estão defasados entre si por 120° elétricos no espaço ao redor da circunferência de entreferro, como mostrado pelas bobinas a, -a, b, $-b \ e \ c$, -c na Figura 11. As bobinas concentradas de passo pleno mostradas representam enrolamentos distribuídos que produzem ondas senoidais de FMM centradas nos eixos magnéticos das respectivas fases. As ondas senoidais fundamentais espaciais de FMM das três fases estão afastadas respectivamente de 120° elétricos no espaço. No equilíbrio trifásico, cada fase é excitada por uma corrente alternada:

$$i_a = I_m \cos(\omega_e t) \tag{29}$$

$$i_b = I_m \cos(\omega_e t - 120^\circ) \tag{30}$$

$$i_c = I_m \cos(\omega_e t + 120^\circ) \tag{31}$$

Onde ω_e é a frequência angular elétrica das correntes i_a , i_b e i_c .



Figura 11: Enrolamento de estator trifásico simplificado de dois polos

Fonte: UMANS (2014) (Adaptada)

Da Equação 27 e aplicando nela a Equação 29 para a fase *a*, temos que:

$$\mathcal{F}_{a1} = F_{max} \cos(\frac{p}{2}\theta_a) \cos(\omega_e t) = F_{max} \cos(\theta_{ae}) \cos(\omega_e t)$$
(32)

Onde θ_{ae} é o ângulo elétrico da fase a.

Pela Equação 32:

$$\theta_{ae} = \frac{p}{2}\theta_a \tag{33}$$

Tendo:

$$F_{max} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_{enr} N_{fase}}{p}\right) I_m \tag{34}$$

Usando a identidade trigonométrica do produto dos cossenos à Equação 32, temos:

$$\mathcal{F}_{a1} = F_{max} \left[\frac{1}{2} \cos(\theta_{ae} - \omega_e t) + \frac{1}{2} \cos(\theta_{ae} + \omega_e t) \right]$$
(35)

A Equação 35 mostra que a FMM de um enrolamento de uma fase pode ser decomposta em duas ondas girantes de FMM:

$$\mathcal{F}_{a1}^{+} = \frac{1}{2} F_{max} \cos(\theta_{ae} - \omega_e t)$$
(36)

$$\mathcal{F}_{a1}^{-} = \frac{1}{2} F_{max} \cos(\theta_{ae} + \omega_e t)$$
(37)

Ou, reescrevendo:

$$\mathcal{F}_{a1} = \mathcal{F}_{a1}^{+} + \mathcal{F}_{a1}^{-} \tag{38}$$

Da mesma forma para fase *b*:

$$\mathcal{F}_{b1} = \mathcal{F}_{b1}^{+} + \mathcal{F}_{b1}^{-}$$
(39)

$$\mathcal{F}_{b1}^{+} = \frac{1}{2} F_{max} \cos(\theta_{ae} - \omega_e t) \tag{40}$$

$$\mathcal{F}_{b1}^{-} = \frac{1}{2} F_{max} \cos(\theta_{ae} + \omega_e t + 120^\circ)$$
(41)

E para a fase *c*:

$$\mathcal{F}_{c1} = \mathcal{F}_{c1}^{+} + \mathcal{F}_{c1}^{-} \tag{42}$$

$$\mathcal{F}_{c1}^{+} = \frac{1}{2} F_{max} \cos(\theta_{ae} - \omega_e t) \tag{43}$$

$$\mathcal{F}_{c1}^{-} = \frac{1}{2} F_{max} \cos(\theta_{ae} + \omega_e t - 120^\circ)$$
⁽⁴⁴⁾

A FMM total é a soma das contribuições de cada uma das três fases:

$$\mathcal{F}(\theta_{ae}, t) = \mathcal{F}_{a1} + \mathcal{F}_{b1} + \mathcal{F}_{c1} \tag{45}$$

A soma das ondas progressivas negativas (\mathcal{F}^-) resulta em zero:

$$\mathcal{F}^{-}(\theta_{ae}, t) = \mathcal{F}_{a1}^{-} + \mathcal{F}_{b1}^{-} + \mathcal{F}_{c1}^{-}$$

$$= \frac{1}{2} F_{max} [\cos(\theta_{ae} + \omega_{e}t) + \cos(\theta_{ae} + \omega_{e}t + 120^{\circ}) + \cos(\theta_{ae} + \omega_{e}t - 120^{\circ})] = 0$$
(46)

E soma das ondas progressivas positivas (\mathcal{F}^+) resulta em:

$$\mathcal{F}^{+}(\theta_{ae}, t) = \mathcal{F}_{a1}^{+} + \mathcal{F}_{b1}^{+} + \mathcal{F}_{c1}^{+} = \frac{3}{2} F_{max} \cos(\theta_{ae} - \omega_e t)$$
(47)

Na Figura 12, observa-se graficamente a FMM de um enrolamento trifásico em três ângulos diferentes:

Figura 12: FMM gráfica em três ângulos diferentes: (a) 0° (b) 60° (c) 120°





A onda de FMM da Equação 47 é função que apresenta um pico positivo no ângulo do:

$$\cos(\theta_{ae} - \omega_e t) = 1 \Rightarrow \theta_{ae} - \omega_e t = 0 \Rightarrow \theta_{ae} = \left(\frac{p}{2}\right) \theta_a = \omega_e t \Rightarrow$$
$$\theta_a = \left(\frac{2}{p}\right) \omega_e t \tag{48}$$

Derivando a Equação 48, temos:
$$\omega_a = \omega_s = \frac{d}{dt} \theta_a \Rightarrow \omega_s = \frac{d}{dt} (\frac{2}{p}) \omega_e t \Rightarrow \omega_s = (\frac{2}{p}) \omega_e$$
(49)

Isso significa que, no equilíbrio trifásico, o enrolamento trifásico produz uma FMM de entreferro $\frac{3}{2}$ vezes maior que a amplitude da FMM de uma fase individual e em uma velocidade angular síncrona ω_s , dada pela Equação 47.

E a correspondente velocidade síncrona n_s , em rotações por minuto (rpm), pode ser expressa como:

$$n_s = (\frac{120}{p})f_e \tag{50}$$

Todo este subtópico foi baseado no texto de Umans (2014).

2.1.6 Torque Eletromecânico

Nas máquinas CA, operando em condições normais, há dois campos magnéticos presentes: um no circuito do rotor e outro no do estator. A interação desses dois campos magnéticos produz o conjugado (torque) da máquina.

A Figura 13 mostra uma máquina simplificada com uma distribuição senoidal de fluxo no estator, cujo máximo aponta para cima, e uma bobina com uma única espira montada no rotor. A distribuição de fluxo no estator é:

$$B_e(\alpha) = B_e \, \mathrm{sen} \, \alpha \tag{51}$$

Em que B_e é o valor da densidade de fluxo de pico. A $B_e(\alpha)$ é positiva quando o vetor de densidade de fluxo aponta radialmente para fora da superfície do rotor em direção à superfície do estator. Para encontrar o conjugado produzido no rotor, analisar-se-á a força e o conjugado em cada um dos dois condutores separadamente.

A força induzida no condutor 1, pela *lei de Ampère*, é (cujo sentido é mostrado):

$$\vec{F}_{ind1} = i(\vec{l} \times \vec{B}) = ilB_e \operatorname{sen} \alpha$$
 (52)

Onde *l* é o comprimento lateral da bobina, como mostrado na Figura 14. O torque no condutor 1 é:

$$T_1 = \vec{r} \, \mathrm{X} \, \vec{F}_{ind1} = rilB_e \, \mathrm{sen} \, \alpha \tag{53}$$

A força induzida no condutor 2 é (cujo sentido mostrado):

$$\vec{F}_{ind2} = i(\vec{l} \times \vec{B}) = ilB_e \operatorname{sen} \alpha$$
(54)

O torque no condutor 2 é:

$$T_2 = \vec{r} \, \mathrm{X} \, \vec{F}_{ind2} = rilB_e \, \mathrm{sen} \, \alpha \tag{55}$$

Portanto, o torque na bobina do rotor, com sentido anti-horário, é:

$$T = T_1 + T_2 = 2rilB_e \operatorname{sen} \alpha \tag{56}$$

Figura 13: Uma máquina CA simplificada com uma bobina com espira única



Fonte: CHAPMAN (2013)



Figura 14: Bobina genérica de única espira

Fonte: http://osfundamentosdafisica.blogspot.com/2011/10/cursos-do-blog-respostas-0510.html (Adaptada)

A Equação 56 pode ser expressa de forma mais conveniente examinando a Figura 15 e observando dois fatos:

1. A corrente *i* que flui na bobina do rotor produz ela própria um campo magnético. O sentido do valor de pico desse campo magnético é dado pela regra da mão direita e a magnitude da intensidade de campo magnético H_r é diretamente proporcional à corrente que flui no rotor:

$$H_r = Ci \tag{57}$$

em que C é uma constante de proporcionalidade.

2. O ângulo entre o valor de pico da densidade de fluxo B_e do estator e o valor de pico da intensidade de campo magnético H_r é γ . Além disso:

$$\gamma = 180^{\circ} - \alpha \tag{58}$$

Figura 15: As componentes de densidade de fluxo magnético no interior da máquina



Fonte: CHAPMAN (2013) (Adaptada)

$$\operatorname{sen} \gamma = \operatorname{sen}(180^\circ - \alpha) = \operatorname{sen} \alpha \tag{59}$$

Combinando essas duas observações, o torque na bobina do rotor (em sentido anti-horário) pode ser expresso como:

$$T = K \vec{H}_r \vec{B}_e \, \mathrm{sen} \, \alpha \tag{60}$$

em que *K* é uma constante que depende da construção da máquina. Observese que tanto a magnitude como o sentido do torque pode ser expressa pela Equação 61:

$$T = K \vec{H}_r X \vec{B}_e \tag{61}$$

Por fim, como $B_r = \mu H_r$, a Equação 61 pode ser expressa também como:

$$T = k \vec{B}_r X \vec{B}_e \tag{62}$$

em que $k = \frac{\kappa}{\mu}$. Observe-se que geralmente k não será constante, porque a permeabilidade magnética μ varia com a quantidade de saturação magnética na máquina.

O campo magnético líquido dessa máquina é a soma vetorial dos campos do rotor e do estator (assumindo que não há saturação):

$$\vec{B}_{liq} = \vec{B}_r + \vec{B}_e \tag{63}$$

Esse fato pode ser usado para produzir uma expressão equivalente do torque induzido na máquina. Da Equação 62, tem-se:

$$\vec{B}_e = \vec{B}_{liq} - \vec{B}_r \tag{64}$$

Então, tem-se que:

$$T = k\vec{B}_r X \vec{B}_e \Rightarrow T = k\vec{B}_r X \left(\vec{B}_{liq} - \vec{B}_r\right) \Rightarrow T = k\vec{B}_r X \vec{B}_{liq} - k\vec{B}_r X \vec{B}_r \Rightarrow$$
$$T = k\vec{B}_r X \vec{B}_{liq}$$
(65)

Todo este subtópico foi baseado no texto de Chapman (2013).

2.1.7 Freio Eletromagnético

O freio eletromagnético, também conhecido como freio de Foucault, é uma aplicação dos campos magnéticos por ação de correntes induzidas num disco acoplado ao eixo do motor. Seu princípio de funcionamento é descrito por Micco:

Consiste em um disco de material condutor elétrico que ao cruzar uma região de campo magnético, provocado por um eletroímã localizado em determinado ponto do disco, faz variar o fluxo magnético naquele ponto, o que provoca a indução de correntes parasitas nesta área. A ação dos campos do eletroímã e o campo induzido pelas correntes induzidas se opõem, tendendo a se anularem, o que gera uma força que tende a frear o disco. (MICCO, 2015, p. 1)

Na Figura 16, observa-se princípio de funcionamento do Freio de Foucault.

Figura 16: Mecanismo de funcionamento do freio de Foucault



Fonte:

https://en.m.wikipedia.org/wiki/Time_Traveler_(roller_coaster)#/media/File%3AEddy_current_br ake_ddiagra.svg

Essa aplicação possui grande valor prático na análise do desempenho de máquinas elétricas, pois a frenagem, que é do tipo externa, é mais adequada para a análise de cargas estáticas ou dinâmicas.

2.1.8 Motor de Indução

No motor de indução, a corrente alternada é fornecida diretamente ao estator, ao passo que o rotor recebe a corrente por indução a partir do estator. Quando a excitação é feita no enrolamento do estator por uma fonte polifásica equilibrada, um campo magnético é produzido no entreferro girando na velocidade síncrona (n_s) , em rotações por minuto (rpm). Essa velocidade é determinada pelo número de polos (p) do estator e pela frequência elétrica (f_e) aplicada ao estator, como expressa a Equação 50.

Supondo-se que o rotor esteja girando na velocidade constante de n rpm no mesmo sentido que o campo girante do estator e seja n_s rpm a velocidade síncrona do campo de estator, dada pela Equação 50. A diferença entre a velocidade síncrona e a do rotor é normalmente referida como o escorregamento do rotor (*slip*, do inglês). Neste caso, o escorregamento do rotor é $n_s - n$, medido em rotações por minuto (rpm).

O escorregamento é expresso em geral como uma fração da velocidade síncrona como na Equação 66:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \tag{66}$$

Finalmente, o escorregamento é, muitas vezes, expresso em porcentagem, sendo igual a, simplesmente, 100% vezes o escorregamento fracionário da Equação 66.

A velocidade do rotor em rpm pode ser expressa em termos do escorregamento *s* e da velocidade síncrona como na Equação 67:

$$n = (1 - s)n_s \tag{67}$$

De modo semelhante, a velocidade angular mecânica ω_m pode ser expressa em termos da velocidade síncrona angular ω_s e do escorregamento como na Equação 68:

$$\omega_m = (1 - s)\omega_S \tag{68}$$

O movimento relativo entre o fluxo do estator e os condutores do rotor induz tensões de frequência f_r , dada pela Equação 69, denominada frequência de escorregamento no rotor:

$$f_r = sf_e \tag{69}$$

No caso do rotor de gaiola de esquilo, os seus terminais podem ser curto circuitados por construção ou externamente no caso do motor de rotor bobinado. O fluxo girante de entreferro induz tensões com a frequência de escorregamento nos enrolamentos do rotor. As correntes do rotor são determinadas então pelas magnitudes das tensões induzidas e pela impedância apresentada pelo rotor na frequência de escorregamento. Na partida, o rotor está parado (n = 0), o escorregamento é unitário (s = 1) e a frequência do rotor é igual à frequência do estator f_e . Portanto, o campo produzido pelas correntes do rotor gira com a mesma velocidade que o campo do estator, resultando um conjugado de partida que faz o rotor tender a girar no sentido de rotação do campo de indução do estator. Se esse conjugado for suficiente para superar a oposição à rotação criada pela carga no eixo, então o motor atingirá a sua velocidade de operação. No entanto, essa velocidade nunca pode se igualar à velocidade síncrona, porque então os condutores do rotor estariam estacionários em relação ao campo do estator. Desse modo, não haveria indução de corrente neles e, consequentemente, não seria produzido qualquer conjugado.

Com o rotor girando no mesmo sentido de rotação que o campo do estator, a frequência das correntes do rotor será sf_e e elas produzirão uma onda girante de fluxo que irá girar com sn_s rpm em relação ao próprio rotor no sentido para frente. Entretanto, superposta a essa rotação, existe a rotação mecânica do rotor atuando com n rpm. Assim, em relação ao estator, a velocidade da onda de fluxo produzida pelas correntes do rotor é a soma dessas duas velocidades e é igual à Equação 70:

$$sn_S + n = sn_S + n_S(1 - s) = n_S$$
 (70)

Da Equação 70, vê-se que as correntes do rotor produzem uma onda de fluxo no entreferro que gira na velocidade síncrona e, portanto, em sincronismo com a produzida pelas correntes do estator. Como os campos do estator e do rotor giram cada um sincronicamente, eles estão estacionários entre si, produzindo um conjugado constante que assim mantém a rotação do rotor. Esse conjugado, que existe em qualquer velocidade mecânica n do rotor que seja diferente da velocidade síncrona, é chamado de conjugado assíncrono.

Em condições normais de funcionamento, o escorregamento é pequeno: 2 a 10% a plena carga na maioria dos motores de gaiola de esquilo. A frequência do rotor (f_r), portanto, é muito pequena (da ordem de 1 a 6 Hz em motores de 60 Hz). Para essas frequências, a impedância do rotor é bastante resistiva e, portanto, independente do escorregamento.

A Figura 17 mostra a forma de uma curva típica de conjugado (torque) versus velocidade para um motor de indução polifásico de gaiola de esquilo, operando com tensão e frequência constantes.

Figura 17: Curva típica de conjugado (torque) versus velocidade de um motor de indução





Todo este subtópico foi baseado no texto de Umans (2014).

2.1.8.1 Motor de Indução Trifásico

2.1.8.1.1 Tensões Induzidas

No subtópico 2.1.5, foi mostrado que quando correntes polifásicas equilibradas fluem através de enrolamentos polifásicos distribuídos, um campo magnético distribuído senoidemente gira no entreferro do motor. Este efeito pode ser visualizado por um ímã, para uma máquina de dois polos, girando no entreferro, o campo magnético (isto é, a densidade de fluxo magnético) sendo senoidemente distribuído com o máximo ao longo do centro dos polos magnéticos. O resultado é mostrado na Figura 18. O campo girante induzirá tensões na fase bobinada por aa', bb' e cc'.

A distribuição da densidade de fluxo no entreferro pode ser expressa pela Equação 71:

$$B(\theta) = B_m \cos(\theta) \tag{71}$$

O fluxo magnético por polo, no entreferro, é:

$$\phi_p = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B(\theta) lr d\theta = 2 B_m lr$$
(72)

Onde l é o comprimento axial do estator e r é o raio do estator no entreferro.

Considere-se que as bobinas de fase são de passo pleno com *N* voltas. À medida que o campo magnético gira, o fluxo concatenado de uma bobina também variará. O fluxo concatenado pela bobina *aa'* será máximo ($\lambda_a = N\phi_p$) em $\omega t = 0$ (Figura 18) e zero em $\omega t = 90^{\circ}$. O fluxo concatenado $\lambda_a(\omega t)$ variará com o cosseno do ângulo ωt . Assim:

$$\lambda_a(\omega t) = N\phi_p \cos \omega t \tag{73}$$

Portanto, a tensão induzida na bobina de fase *aa'* é obtida da *lei de Faraday* como:

$$e_a = -\frac{d\lambda_a(\omega t)}{dt} = \omega N \phi_p \operatorname{sen} \omega t = E_m \operatorname{sen} \omega t$$
(74)

As tensões induzidas nas outras bobinas de fase são também senoidais, mas defasadas entre si de 120° elétricos no tempo. Ou seja:

$$e_b = E_m \operatorname{sen}(\omega t - 120^\circ) \tag{75}$$

$$e_c = E_m \operatorname{sen}(\omega t + 120^\circ) \tag{76}$$

Da Equação 74, o valor RMS (Root Mean Square) da tensão induzida é:

$$E_{rms} = \frac{\omega N \phi_p}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \phi_p}{\sqrt{2}} \cong 4,44 f N \phi_p \tag{77}$$

A Equação 77 mostra a tensão RMS induzida por fase. Numa máquina real, cada fase do enrolamento é distribuída em ranhuras para usar melhor o ferro e o cobre e melhorar a forma de onda da FMM, como estudado no subtópico 2.1.4. Em um enrolamento distribuído, a FEM (Força Eletromotriz) induzida em várias bobinas colocadas em diferentes ranhuras não estão no mesmo tempo de fase e, portanto, a soma fasorial da FEM é menor do que a soma numérica quando essas ranhuras estão seriadas numa fase. Um fator de redução K_w , chamado fator de enrolamento, é aplicado. Logo, um enrolamento de fase distribuído, a tensão induzida RMS por fase é dada pela Equação 78. Onde N_{fase} é o número de voltas em série por fase.

Figura 18: Densidade de fluxo magnético distribuído no entreferro



Fonte: SEN (Adaptada)

$$E_{rms} = 4,44f N_{fase} \phi_p K_w \tag{78}$$

Todo este subtópico foi baseado no texto de Umans (2014).

2.1.8.1.2 Circuito Equivalente

Se os enrolamentos do estator são conectados a uma fonte trifásica equilibrada e o rotor é curto circuitado, as tensões induzidas nos enrolamentos do rotor produzem correntes que interagem com o campo magnético girante do entreferro e produzem torque. De acordo com a *lei de Lenz*, o rotor gira na

direção do campo girante tal que a velocidade relativa entre o campo girante e o rotor decresce. O rotor eventualmente alcançará uma velocidade em regime permanente *n* menor do que a velocidade síncrona n_s do campo girante no entreferro. Se $n = n_s$, não é induzida tensão e corrente no circuito do rotor e, logo, não haverá torque.

A tensão induzida RMS no circuito do rotor no escorregamento (E_{rs}) é dada por:

$$E_{rs} = 4,44f_r N_r \phi_p K_{wr} \tag{79}$$

Mas, pela Equação 69, a Equação 79 fica:

$$E_{rs} = 4,44s f_e N_r \phi_p K_{wr} = s E_r \tag{80}$$

Onde E_r é tensão induzida RMS no circuito do rotor sem movimento.

Agora, proceder-se-á o desenvolvimento do modelo do circuito equivalente que poderá ser usado no estudo e predição do desempenho da máquina de indução com razoável acurácia. Aqui, será considerado o circuito equivalente por fase, no regime permanente.

Considere-se o enrolamento trifásico do rotor como mostrado na Figura 19. Observe-se que o circuito do rotor está curto circuitado, como no rotor em gaiola de esquilo. Se correntes fluem em ambos, estator e rotor, campos magnéticos girantes serão produzidos no entreferro. A resultante desses campos produzirão tensões induzidas nos enrolamentos do estator (com frequência f_e) e do rotor (com frequência f_r). Isso aparece no circuito equivalente semelhante a um transformador.

Figura 19: Rotor trifásico de motor de indução



Fonte: SEN (1996) (Adaptada)

O enrolamento do estator, por fase, pode ser representado como na Figura 20. Onde \hat{V}_1 é a tensão fasorial terminal, R_1 é a resistência estatórica, L_1

é a indutância estatórica, \hat{E}_1 é a tensão induzida pelo enrolamento estatórico, L_m é indutância de magnetização do estator e R_c é resistência de perdas no núcleo.

Figura 20: Estator por fase



Fonte: SEN (1996) (Adaptada)

Note-se que a corrente de excitação \hat{I}_{ϕ} é consideravelmente maior do que a de um, por exemplo, transformador por causa do entreferro (de ar). Em máquinas de indução, essa corrente é 30 a 50% maior que a sua corrente nominal, dependendo do motor. Ainda mais, a reatância de dispersão X_1 é maior (comparando ainda com a de um transformador) por causa do entreferro e dos enrolamentos do estator e rotor serem distribuídos ao longo da periferia do entreferro do que mais concentrados no núcleo (como acontece em um transformador).

O circuito equivalente do rotor com escorregamento é mostrado na Figura 21a. Onde \hat{E}_2 é a tensão fasorial induzida no rotor em repouso (isto é, na frequência do estator $f_1 = f_e$), R_2 é a resistência do rotor e L_2 é a indutância de dispersão do rotor.

Figura 21: Desenvolvimento circuito equivalente do rotor (continua)



Fonte: SEN (1996) (Adaptada)

Note-se que este circuito está na frequência f_2 (= f_r). A corrente \hat{l}_2 é, em módulo:

$$I_2 = \frac{sE_2}{R_2 + jsX_2}$$
(81)

A potência ativa envolvida no circuito do rotor é dada pela Equação 82, a qual representa a perda no cobre:

$$P_2 = I_2^2 R_2$$
(82)

A Equação 81 pode ser reescrito como a Equação 83, que sugere o circuito equivalente do rotor dado pela Figura 21b. O fasor \hat{l}_2 é o mesmo na Figura 21a e na Figura 21b, porém, na primeira, \hat{l}_2 está na frequência f_2 , enquanto, na segunda, \hat{l}_2 está na frequência f_1 .

$$I_2 = \frac{E_2}{(\frac{R_2}{S}) + jX_2}$$
(83)

A potência ativa associada com o circuito da Figura 21c é:

$$P_{2s} = I_2^2 \frac{R_2}{s} = \frac{P_2}{s}$$
(84)

Note-se que o circuito da Figura 21c está na frequência f_1 e, por isso, é o circuito equivalente visto do estator. E a potência P_{2s} representa a potência que atravessa o entreferro e inclui a perda no ferro do rotor e potência mecânica desenvolvida. Assim, P_{2s} é igual a P_{ag} , onde o índice *ag* significa *air gap* (em inglês), que é o entreferro. Então, o circuito correspondente é visto na Figura 21d.

A resistência dependente da velocidade $\frac{R_2(1-s)}{s}$ representa a potência mecânica desenvolvida pela máquina de indução:

$$P_{mec} = I_2^2 \frac{R_2(1-s)}{s} = (1-s)P_{ag} = \frac{(1-s)}{s}P_2$$
(85)

E:

$$P_2 = I_2^2 R_2 = s P_{ag}$$
(86)

O circuito equivalente do estator (Figura 21) e do rotor (Figura 21b e c) estão na mesma frequência elétrica (f_e) e, por isso, podem ser juntados. No entanto, \hat{E}_1 e \hat{E}_2 podem ser diferentes se o número de voltas das bobinas do estator for diferente do do rotor. Se a relação de espiras ($a = \frac{N_1}{N_2}$) é considerada, o circuito equivalente é o da Figura 21d.

O circuito equivalente recomendado pelo *Institute of Electrical and Electronics Engineers* (IEEE) é o da Figura 22. A corrente de excitação \hat{I}_{ϕ} é alta, assim como a reatância X_1 . Então, em tal situação, a reatância de magnetização X_m não deve ser removida e a resistência R_c é omitida e as perdas no núcleo são aglomeradas às perdas devido à ventilação e ao atrito. Esse circuito deve ser preferido para situações cuja tensão induzida \hat{E}_1 difere muito da tensão terminal \hat{V}_1 .

Figura 22: Circuito recomendado pelo IEEE (continua)



Fonte: SEN (1996) (Adaptada)

Simplificando os cálculos, \hat{V}_1 , R_1 , X_1 e X_m podem ser substituídos circuito equivalente de Thévenin da Figura 23.

Figura 23: Circuito equivalente de Thévenin



Fonte: SEN (1996) (Adaptada)

Sendo o módulo da tensão fasorial equivalente de Thévenin (\hat{V}_{th}):

$$V_{th} = \frac{X_m}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_m)^2}} V_1 \tag{87}$$

A impedância equivalente de Thévenin (Z_{th}) é:

$$Z_{th} = R_{th} + jX_{th} = \frac{jX_m(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_m)}$$
(88)

E a corrente fasorial (\hat{l}'_2) é dada por:

$$\hat{l}_{2}' = \frac{\hat{l}_{2}}{a} = \frac{\hat{V}_{th}}{R_{th} + jX_{th} + \frac{R_{2}'}{s} + jX_{2}'}$$
(89)

Todo este subtópico foi baseado no texto de Sen (1996).

2.1.8.1.3 Fluxo de Potências, Torques e Rendimento

Na Figura 24, vê-se o fluxo de potências geral de um motor de indução.

Figura 24: Fluxo de potências do motor de indução



A potência de entrada de um motor de indução $(P_{entrada})$ é na forma de tensões e correntes trifásicas. As primeiras perdas encontradas na máquina são perdas ôhmicas nos enrolamentos do estator (as perdas no cobre do estator P_1). Então, certa quantidade de potência é perdida como histerese e corrente parasita no estator (P_c). A potência restante nesse ponto é transferida ao rotor da máquina através do entreferro entre o estator e o rotor. Essa potência é denominada potência de entreferro (P_{ag}) da máquina. E essa primeira etapa do fluxo é expressa pela Equação 90:

$$P_{entrada} = P_1 + P_c + P_{ag} \tag{90}$$

Após a potência ser transferida ao rotor, uma parte dela é perdida como perdas ôhmicas (as perdas no cobre do rotor P_2) e o restante é convertido da forma elétrica para a forma mecânica (P_{mec}). Essa segunda etapa do fluxo é expressa pela Equação 91:

$$P_{ag} = P_2 + P_{mec} \tag{91}$$

Finalmente, as perdas por atrito e ventilação ($P_{atr \ e \ vent}$) e as perdas suplementares (*P_{suplem}*) são subtraídas. A potência restante é a saída do motor (P_{saida}) . Essa terceira etapa do fluxo é expressa pela Equação 92:

$$P_{mec} = P_{atr\ e\ vent} + P_{suplem} + P_{saida} \tag{92}$$

Pelo circuito equivalente estudado no subtópico 2.1.8.2.1 e generalizando para um motor de q fases, tem-se que a potência total de perdas ôhmicas no estator é dada pela Equação 93:

$$P_1 = q I_1^2 R_1 (93)$$

A potência total de perdas ôhmicas no rotor é dada pela Equação 94:

$$P_2 = q I_2^2 R_2 \tag{94}$$

A potência total transferida ao rotor da máquina através do entreferro é dada pela Equação 95:

$$P_{ag} = qI_2^2 \frac{R_2}{s} \tag{95}$$

A potência total mecânica é dada pela Equação 96:

$$P_{mec} = q I_2^2 \frac{R_2 (1-s)}{s}$$
(96)

Das Equações 94 e 95, deduz-se que:

$$P_2 = sP_{ag} \tag{97}$$

E das Equações 95 e 96, deduz-se que:

$$P_{mec} = (1-s)P_{ag} \tag{98}$$

Define-se que o torque mecânico é expresso pela Equação 99:

$$T_{mec} = \frac{P_{mec}}{\omega_{mec}} \tag{99}$$

E define-se o torque de saída (no eixo) como expresso pela Equação 100:

$$T_{eixo} = \frac{P_{eixo}}{\omega_{mec}} \tag{100}$$

Considerando o circuito equivalente de Thévenin da Figura 23, pelo teorema da máxima transferência de potência média, segundo Alexander e Sadiku (2013), a máxima potência será entregue à impedância Z_2 quando ela for igual ao conjugado complexo de Z_{th} . Essa conclusão permite expressar:

$$Z_2 = Z_{th}^* \Rightarrow \frac{a^2 R_2}{s} + j a^2 X_2 = R_{th} - j X_{th}$$
(101)

E o torque eletromecânico é máximo quando a potência entregue à $\frac{a^2R_2}{s}$ é máxima. Nesse ponto, também o escorregamento é máximo para o respectivo torque máximo. Logo, da Equação 101, tem-se:

$$\frac{a^{2}R_{2}}{s} = R_{th} - jX_{th} - ja^{2}X_{2} \Rightarrow \frac{a^{2}R_{2}}{s} = R_{th} - j(X_{th} + a^{2}X_{2}). \text{ Em módulo:}$$

$$\frac{a^{2}R_{2}}{s} = \sqrt{R_{th}^{2} + (X_{th} + a^{2}X_{2})^{2}} \Rightarrow s_{max} = \frac{a^{2}R_{2}}{\sqrt{R_{th}^{2} + (X_{th} + a^{2}X_{2})^{2}}}$$
(102)

Da Equação 89:

$$\frac{\hat{I}_2}{a} = \frac{\hat{V}_{th}}{R_{th} + jX_{th} + \frac{a^2R_2}{s} + jX_2} \Rightarrow \hat{I}_2 = \frac{a\hat{V}_{th}}{R_{th} + jX_{th} + \frac{a^2R_2}{s} + jX_2}$$
(103)

Considerando a = 1 e o módulo da Equação 103, tem-se que:

$$I_2 = \frac{V_{th}}{\sqrt{\left(R_{th} + \frac{R_2}{s}\right)^2 + (X_{th} + X_2)^2}}$$
(104)

Aplicando a Equação 104 à Equação 96, tem-se que a potência mecânica máxima é:

$$P_{mec_max} = qI_2^2 \frac{R_2(1-s)}{s} = q \frac{V_{th}^2}{\left(R_{th} + \frac{R_2}{s}\right)^2 + (X_{th} + X_2)^2} \frac{R_2}{s} (1-s)$$
(105)

Substituindo $\frac{R_2}{s}$ por $\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2)^2}$ na Equação 105, chega-se que:

$$P_{mec_max} = q I_2^2 \frac{R_2(1-s)}{s} = \frac{0.5qV_{th}^2}{R_{th} + \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2)^2}} (1-s)$$
(106)

Portanto, pelas Equações 68, 105 e 99, o torque eletromecânico máximo será:

$$T_{mec_max} = \frac{1}{\omega_s (1-s)} \frac{0.5qV_{th}^2}{R_{th} + \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2)^2}} (1-s) \Rightarrow$$
$$T_{mec_max} = \frac{1}{\omega_s} \frac{0.5qV_{th}^2}{R_{th} + \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2)^2}}$$
(107)

E o rendimento percentual do motor de indução é expresso pela Equação 108:

$$\eta = \frac{P_{saida}}{P_{entrada}} 100\% \tag{108}$$

Todo este subtópico foi baseado no texto de Chapman (2013) e Sen (1996).

2.1.8.1.4 Ensaios de Determinação dos Parâmetros

2.1.8.1.4.1 Determinação da Resistência Estatórica

A determinação da resistência do estator por fase é feita pela normalização à temperatura de 75°C, que é a temperatura mediana de operação dos motores.

Assim, inicialmente, mede-se a temperatura ambiente, que é a temperatura a frio (T_f), em °C, entendendo que ela, devido ao suposto equilíbrio térmico, é a mesma presente nos enrolamentos do motor. Em seguida, aplica-se uma tensão contínua (V_{ccf}) que corresponde à uma corrente (I_{ccf}) nos enrolamentos de valor abaixo de 50% da corrente nominal do motor. Essa tensão é aplicada em duas linhas dos enrolamentos, conforme a Figura 25. Varia-se essa tensão e, então, seu valor e correspondente corrente contínua é medido, respectivamente, por voltímetro e amperímetro, em quatro conjuntos diferentes de medidas, conforme a Tabela 1.

Figura 25: Montagem para a medição da resistência estatórica (Motor trifásico)



Fonte: o autor

Tabela 1: Quatro medidas da resistência a frio

V_{ccf} (V)	V_{f1}	V_{f2}	V_{f3}	V_{f4}	
I_{ccf} (A)	I_{f1}	I_{f2}	I_{f3}	I_{f4}	

Lembrando-se que, para a tensão V_{ccf} , que é aplicada em duas linhas dos enrolamentos, conforme mostrado pela Figura 25, pela *lei de Ohm*, tem-se:

$$2R_f = \frac{V_{ccf}}{I_{ccf}} \Rightarrow R_f = \frac{1}{2} \frac{V_{ccf}}{I_{ccf}}$$
(109)

Determina-se, assim, a resistência do estator a frio (R_f) , pela média aritmética das quatro medições da Tabela 1:

$$R_{f} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{V_{f1}}{I_{f1}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{V_{f2}}{I_{f2}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{V_{f3}}{I_{f3}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{V_{f4}}{I_{f4}} \right)}{4}$$
(110)

Semelhantemente, depois de deixar o motor ligado tempo suficiente para aquecer os enrolamentos, calcula-se a resistência do estator a quente (R_q) , pelos dados da Tabela 2 e pelas Equações 111 e 112, como foi feito para a resistência do estator a frio.

Tabela 2: Quatro medidas da resistência a quente

V_{ccq} (V)	V_{q1}	V_{q2}	V_{q3}	V_{q4}
I_{ccq} (A)	I_{q1}	I_{q2}	I_{q3}	I_{q4}

Fonte: o autor

$$2R_q = \frac{V_{ccq}}{I_{ccq}} \Rightarrow R_q = \frac{1}{2} \frac{V_{ccq}}{I_{ccq}}$$
(111)

$$R_{q} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{V_{q1}}{I_{q1}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{V_{q2}}{I_{q2}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{V_{q3}}{I_{q3}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{V_{q4}}{I_{q4}} \right)}{4}$$
(112)

Após ter calculdado R_f e R_q , calcula-se a temperatura estimada do enrolamento, a quente (T_q) , em °C, pela Equação 113:

$$T_q = T_f + \left(\frac{R_q - R_f}{R_f}\right)(234, 5 + T_f)$$
(113)

E, finalmente, calcula-se o valor médio estimado da resistência estatórica (R_1) referenciada à temperatura de 75°C, pela Equação 114:

$$R_1 = R_q + R_q \left(\frac{75 - T_q}{234, 5 + T_q}\right) \tag{114}$$

Sendo 234,5 uma constante que é a temperatura negativa, em °C, aplicada ao cobre para que ele tenha resistência elétrica nula.

Todo este subtópico foi baseado no texto de Braga Filho (2016).

2.1.8.1.4.2 Ensaio a Vazio

Tendo determinado a resistência estatórica (R_1), segue-se o ensaio a vazio, ou seja, o que é feito com o motor sem carga no eixo. Primeiramente, aplicam-se, geralmente, tensões polifásicas equilibradas e frequências nominais aos enrolamentos do motor. A tensão, por fase, dos enrolamentos é chamada de tensão terminal a vazio ($V_{1,vz}$) e a frequência aplicada, por fase, é chamada de frequência a vazio (f_{vz}). Mede-se, então $V_{1,vz}$ e a corrente de linha a vazio ($I_{1,vz}$) bem como a potência trifásica ativa de entrada a vazio (P_{vz}) pelo método dos dois wattímetros, conforme a Figura 26.



Figura 26: Montagem para o ensaio a vazio (Motor trifásico)

Fonte: o autor

Com os enrolamentos do estator ligados em estrela (Y), o método dos dois wattímetros permite calcular a potência trifásica ativa (P_{vz}) e reativa (Q_{vz}) de entrada a vazio pelas Equações 115 e 116:

$$P_{vz} = |W_1 + W_2| \tag{115}$$

$$Q_{\nu z} = \sqrt{3}|W_1 - W_2| \tag{116}$$

E com os enrolamentos do estator ligados em delta (Δ), o método dos dois wattímetros permite calcular a potência trifásica ativa (P_{vz}) e reativa (Q_{vz}) de entrada a vazio pelas Equações 117 e 118:

$$P_{\nu z} = \frac{1}{\sqrt{3}} |W_1 + W_2| \tag{117}$$

$$Q_{\nu z} = |W_1 - W_2| \tag{118}$$

Neste ensaio, o motor opera próxima à velocidade síncrona (n_s) , então o escorregamento (s) é, aproximadamente, igual a zero. Dessa forma, o circuito equivalente torna-se o mostrado na Figura 27. Então, nesse circuito, que é por fase, mas estendendo-se para q fases, deduz-se que a potência trifásica ativa a vazio (P_{vz}) será a soma da potência de perdas no estator $(P_{estator})$ mais a potência de perdas no núcleo (P_c) , que é devido à magnetização dos enrolamentos, e mais a potência devido às perdas da rotação (P_{rot}) . Matematicamente pela Equação 119:

$$P_{vz} = P_{estator} + P_c + P_{rot} \tag{119}$$

Onde:

$$P_{estator} = q I_{1,vz}^2 R_1 \tag{120}$$

A P_c representa as perdas no núcleo à tensão do ensaio a vazio (tipicamente à tensão nominal do motor).

Figura 27: Circuito equivalente para o Ensaio a Vazio (Motor trifásico)



Fonte: Ramalho (2018) (Adaptada)

Nesse ensaio, as tensões aplicadas às bobinas $(V_{1,vz})$ do estator podem ser variadas de forma gradativa. A P_{rot} é obtida a partir da técnica de linearização dos dados de P_{vz} versus $V_{1,vz}$ e ilustrado na Figura 28 (BRAGA FILHO, 2017 apud RAMALHO, 2018). Depois, P_c é obtido pela Equação 121:

$$P_c = P_{\nu z} - q R_1 I_{1,\nu z}^2 - P_{rot}$$
(121)

Figura 28: Técnica de linearização de P_{vz} versus $V_{1,vz}$ (Motor trifásico) (continua)



Fonte: Ramalho (2018) (Adaptada)

Nas condições desse ensaio, a corrente do estator é relativamente baixa e, como primeira aproximação, pode-se desprezar a queda de tensão na resistência do estator (R_1) e na reatância de dispersão (X_1). Assim, a tensão sobre a resistência de perdas no núcleo (R_c) é igual à tensão de fase a vazio ($V_{1,vz}$) e dada pela Equação 122:

$$R_c = \frac{qV_{1,\nu z}^2}{P_c} \tag{122}$$

Desde que o motor esteja operando próximo da velocidade e da tensão nominais, pode-se incorporar as perdas no núcleo às perdas rotacionais e isso não fará diferença significativa nos resultados da análise.

Como o escorregamento a vazio (s_{vz}) é muito pequeno, a resistência de rotor $(\frac{R_2}{s_{vz}})$ refletida é muito elevada. O paralelo dos ramos de magnetização e do rotor torna-se jX_m em paralelo com jX_2 e $\frac{R_2}{s_{vz}}$, o que é aproximadamente igual jX_m . Consequentemente, a reatância a vazio (X_{vz}) , medida nos terminais do estator, estará próximo de $X_1 + X_m$, que é a reatância própria X_{11} do estator:

$$X_{vz} = X_{11} = X_1 + X_m \tag{123}$$

Portanto, a reatância a vazio (X_{vz}) pode ser calculada pela Equação 124:

$$X_{vz} = \frac{Q_{vz}}{q I_{1,vz}^2}$$
(124)

Todo este subtópico foi baseado no texto de Umans (2014) e Braga Filho (2017).

2.1.8.1.4.3 Ensaio com o Rotor Bloqueado

O ensaio com o rotor bloqueado consiste em travar o rotor de modo a não poder girar (sendo, pois, o escorregamento (*s*) do motor igual a unidade). São aplicadas tensões polifásicas equilibradas aos terminais do estator. Inicialmente, as seguintes medidas são obtidas: (*i*) a tensão de fase com o rotor bloqueado ($V_{1,bl}$), (*ii*) a corrente de linha com o rotor bloqueado ($I_{1,bl}$), (*iii*) a potência polifásica total de entrada (P_{bl}) e (*iv*) a frequência do ensaio com o rotor bloqueado (f_{bl}). Essas medidas são feitas conforme as ligações da Figura 29.



Figura 29: Montagem para o ensaio com o rotor bloqueado (Motor trifásico)

Fonte: o autor

O IEEE possui a norma 112 que sugere uma frequência do ensaio com o rotor bloqueado (f_{bl}) de 25% da frequência nominal (f_e) . A reatância de dispersão total em frequência nominal pode ser obtida do valor desse ensaio considerando que a reatância seja proporcional à frequência. Porém, os efeitos da frequência são desprezados em motores abaixo de 25 HP nominais e, assim, a impedância de rotor bloqueado pode ser medida diretamente em frequência nominal. E é importante manter as correntes de ensaio próximas de seus valores nominais porque essas reatâncias de dispersão são afetadas significativamente pela saturação.

A potência reativa total de entrada (Q_{bl}) pode ser calculada, usando o método dos dois wattímetros, pela Equação 125:

$$Q_{bl} = \sqrt{3}|W_1 - W_2| \tag{125}$$

Então, a reatância com o rotor bloqueado (X_{bl}) , corrigida para a frequência nominal, pode ser calculada pela Equação 126:

$$X_{bl} = \left(\frac{f_r}{f_{bl}}\right) \frac{Q_{bl}}{qI_{1,bl}^2}$$
(126)

Sendo a frequência de escorregamento no rotor (f_r) dada pela Equação 69. A f_e é frequência nominal usada na fonte polifásica. E a f_{bl} é frequência usada no ensaio com o rotor bloqueado.

A resistência de rotor bloqueado (R_{bl}) pode ser calculada pela potência de entrada com o rotor bloqueado, dada pela Equação 127:

$$R_{bl} = \frac{P_{bl}}{q I_{1,bl}^2}$$
(127)

Quando o rotor está bloqueado, pode-se obter a Equação 128 do circuito equivalente, considerando s = 1 e desprezando R_c :

$$Z_{bl} = R_1 + R_2 \left(\frac{X_m^2}{R_2^2 + (X_m + X_2)^2} \right) + j(X_1 + \frac{X_m (R_2^2 + X_2 (X_m + X_2))}{R_2^2 + (X_m + X_2)^2})$$
(128)

Da Equação 128 e fazendo aproximações adequadas como $R_2 \ll X_m$ extrai-se as Equações 129 e 130:

$$R_{bl} = R_1 + R_2 \left(\frac{X_m}{X_m + X_2}\right)^2$$
(129)

$$X_{bl} = X_1 + X_2 \left(\frac{X_m}{X_m + X_2}\right)$$
(130)

Depois, das Equações 129, 130 e 123, a reatância de dispersão (X_2) e a resistência (R_2) podem ser dadas pelas Equações 131 e 132:

$$R_2 = (R_{bl} - R_1) \left(\frac{X_m + X_2}{X_m}\right)^2$$
(131)

$$X_{2} = (X_{bl} + X_{1}) \left(\frac{X_{\nu z} - X_{1}}{X_{\nu z} - X_{bl}} \right)$$
(132)

Não é possível realizar uma medida adicional da qual $X_1 e X_2$ possam ser determinados de forma única. Mas, o desempenho do motor é relativamente pouco afetado pelo modo de distribuição da reatância de dispersão total entre o estator e o rotor. A norma IEEE 112 recomenda a distribuição empírica mostrada na Tabela 3. Se a classe do motor for desconhecida, assume-se que $X_1 e X_2$ são iguais.

Classe do Motor	Descrição	$\frac{X_1}{X_1 + X_2}$
А	Torque de partida normal, corrente de partida normal	0,5
В	Torque de partida normal, corrente de partida baixa	0,4
С	Torque de partida elevado, corrente de partida baixa	0,3
D	Torque de partida elevado, escorregamento elevado	0,5
Rotor Bobinado	Desempenho varia segundo a resistência do rotor	0.5

Tabela 3: Distribuição empírica das reatâncias de dispersão

Fonte: UMANS (2014) (Adaptada)

Finalmente, a reatância de magnetização (X_m) pode ser determinada da Equação 123.

Todo este subtópico foi baseado no texto de Umans (2014).

2.1.8.1.4.4 Ensaio com Carga

Este ensaio, dentre outras maneiras, é feito com uma carga simulada pelo freio de Foucault cujo circuito esquemático pode ser o da Figura 30.

Figura 30: Montagem do ensaio com carga (Motor trifásico) (continua)





Nesse ensaio, geralmente são medidas a tensão de linha (V_L) pelo voltímetro V1, a corrente de linha (I_L) pelo amperímetro A1, as potências ativas pelos wattímetros W1 e W2, a tensão nas bobinas do freio de Foulcault (V_{bob}) pelo voltímetro V2, a corrente nas bobinas do freio de Foulcault (I_{bob}) pelo amperímetro A2, a velocidade do motor (em rpm) por um tacômetro e a massa resultante (m) por um dinamômetro.

A potência ativa total trifásica (potência a vazio) consumida pelo motor é dada pela Equação 115.

A massa resultante (*m*) possibilita calcular a força resultante (*F*) pela Equação 133:

$$F = mg \tag{133}$$

E o torque resultante no eixo do motor é dado pela Equação 134:

$$T = Fd \tag{134}$$

Onde d é a distância entre o eixo do motor e o dinamômetro.

2.1.8.2 Motor de Indução Bifásico

2.1.8.2.1 Circuito Equivalente

Como neste TCC, está-se trabalhando com um motor bifásico equilibrado, ou seja, cujas tensões de fase \hat{V}_a e \hat{V}_b aplicadas aos seus enrolamentos estão em quadratura (defasadas de 90° uma da outra), então o circuito equivalente é exatamente o mesmo do estudado no subtópico 2.1.8.2.1, com a ressalva de que, aqui, q = 2. Essa conclusão está de conformidade com o conteúdo do capítulo 10 de Del Toro (1994), particularizando para o motor teórico referido.

2.1.8.2.2 Ensaios de Determinação dos Parâmetros

2.1.8.2.2.1 Determinação da Resistência Estatórica

A determinação da resistência do estator por fase é feita pela normalização à temperatura de 75°C, que é a temperatura mediana de operação dos motores.

Assim, inicialmente, mede-se a temperatura ambiente, que é a temperatura a frio (T_f), em °C, entendendo que ela, devido ao suposto equilíbrio térmico, é a mesma presente nos enrolamentos do motor. Em seguida, aplicam-se tensões contínuas (V_{ccf}) correspondentes a correntes contínuas (I_{ccf}) nos enrolamentos, de valores respectivos aproximadamente iguais a 75% da corrente nominal do motor, a 100% da corrente nominal do motor e 125% da corrente nominal do motor. Essa tensão é aplicada em duas linhas dos enrolamentos, conforme a Figura 31. Varia-se essa tensão e, então, seu valor e correspondente corrente é medido, respectivamente, por voltímetro e amperímetro, em três conjuntos diferentes de medidas, conforme a Tabela 4.





Fonte: o autor

Tabela 4: Três medidas da resistência a frio

V_{ccf} (V)	V_{f1}	V_{f2}	V_{f3}
I_{ccf} (A)	0,75 <i>I_{nom}</i>	Inom	1,25 <i>I_{nom}</i>

Fonte: o autor

Lembrando-se que, para a tensão V_{ccf} , que é aplicada em duas linhas dos enrolamentos, conforme mostrado pela Figura 31, pela *lei de Ohm*, tem-se:

$$2R_f = \frac{V_{ccf}}{I_{ccf}} \Rightarrow R_f = \frac{1}{2} \frac{V_{ccf}}{I_{ccf}}$$
(135)

Determina-se, assim, a resistência do estator a frio (R_f) , pela média aritmética das três medições da Tabela 4:

$$R_{f} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{V_{f1}}{0.75I_{nom}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{V_{f2}}{I_{nom}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{V_{f3}}{1.25I_{nom}} \right)}{3}$$
(136)

Semelhantemente, depois de deixar o motor ligado tempo suficiente para aquecer os enrolamentos, calcula-se a resistência do estator a quente (R_q) , pelos dados da Tabela 5 e pelas Equações 137 e 138, como foi feito para a resistência do estator a frio.

Tabela 5: Três medidas da resistência a quente

V_{ccq} (V)	V_{q1}	V_{q2}	V_{q3}
I_{ccq} (A)	0,75 <i>I_{nom}</i>	Inom	1,25 <i>I_{nom}</i>

Fonte: o autor

$$2R_q = \frac{V_{ccq}}{I_{ccq}} \Rightarrow R_q = \frac{1}{2} \frac{V_{ccq}}{I_{ccq}}$$
(137)

$$R_{q} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{V_{q1}}{0.75I_{nom}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{V_{q2}}{I_{nom}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{V_{q3}}{1.25I_{nom}} \right)}{3}$$
(138)

Após ter calculdado R_f e R_q , calcula-se a temperatura estimada do enrolamento, a quente (T_q) , em °C, pela Equação 139:

$$T_q = T_f + (\frac{R_q - R_f}{R_f})(234, 5 + T_f)$$
(139)

E, finalmente, calcula-se o valor médio estimado da resistência estatórica (R_1) referenciada à temperatura de 75°C, pela Equação 140:

$$R_1 = R_q + R_q \left(\frac{75 - T_q}{234, 5 + T_q}\right) \tag{140}$$

Sendo 234,5 uma constante que é a temperatura negativa, em °C, aplicada ao cobre para que ele tenha resistência elétrica nula.

Todo este subtópico foi baseado no texto de Braga Filho (2016).

2.1.8.2.2.2 Ensaio a Vazio

Tendo determinado a resistência estatórica (R_1), segue-se o ensaio a vazio, ou seja, o que é feito com o motor sem carga no eixo. Primeiramente, aplicam-se, geralmente, tensões polifásicas equilibradas e frequências nominais aos enrolamentos do motor. A tensão, por fase, dos enrolamentos é chamada de tensão terminal a vazio ($V_{1,vz}$) e a frequência aplicada, por fase, é chamada de frequência a vazio (f_{vz}). Mede-se, então $V_{1,vz}$ e a corrente, por fase, a vazio ($I_{1,vz}$) bem como a potência bifásica ativa de entrada a vazio (P_{vz}) pelo método dos dois wattímetros, conforme a Figura 32.



Fonte: o autor

Com os enrolamentos do estator ligados em um ponto comum, chamado neutro (*n*), o método dos dois wattímetros permite calcular a potência bifásica ativa ($P_{\nu z}$) de entrada a vazio pela Equação 141:

$$P_{vz} = |W_1 + W_2| \tag{141}$$

A potência bifásica reativa $(Q_{\nu z})$ pode ser calculada pela Equação 142:

$$Q_{vz} = \sqrt{\left(2V_{1,vz}I_{1,vz}\right)^2 - P_{vz}^2}$$
(142)

Neste ensaio, o motor opera próxima à velocidade síncrona (n_s) , então o escorregamento (s) é, aproximadamente, igual a zero. Dessa forma, o circuito

equivalente torna-se o mostrado na Figura 27, o mesmo do motor trifásico. Então, nesse circuito, que é por fase, mas estendendo-se para *q* fases, deduzse que a potência bifásica ativa a vazio (P_{vz}) será a soma da potência de perdas no estator ($P_{estator}$) mais a potência de perdas no núcleo (P_c), que é devido à magnetização dos enrolamentos, e mais a potência devido às perdas da rotação (P_{rot}). Matematicamente pela Equação 119 e 120.

A P_c representa as perdas no núcleo à tensão do ensaio a vazio (tipicamente à tensão nominal do motor).

Nesse ensaio, as tensões aplicadas às bobinas ($V_{1,vz}$) do estator podem ser variadas de forma gradativa. A P_{rot} é obtida a partir da técnica de linearização dos dados de P_{vz} versus $V_{1,vz}$ e ilustrado na Figura 28 (BRAGA FILHO, 2017), a mesma do motor trifásico. Depois, P_c é obtido pela Equação 121.

Nas condições desse ensaio, a corrente do estator é relativamente baixa e, como primeira aproximação, pode-se desprezar a queda de tensão na resistência do estator (R_1) e na reatância de dispersão (X_1). Assim, a tensão sobre a resistência de perdas no núcleo (R_c) é igual à tensão de fase a vazio ($V_{1,\nu z}$) e dada pela Equação 122.

Desde que o motor esteja operando próximo da velocidade e da tensão nominais, pode-se incorporar as perdas no núcleo às perdas rotacionais e isso não fará diferença significativa nos resultados da análise.

A reatância a vazio (X_{vz}), medida nos terminais do estator, estará próximo de $X_1 + X_m$, que é a reatância própria X_{11} do estator, é dada pela Equação 123.

Portanto, a reatância a vazio (X_{vz}) pode ser calculada pela Equação 124.

Todo este subtópico foi baseado no texto de Umans (2014) e Braga Filho (2017).

2.1.8.2.2.3 Ensaio com o Rotor Bloqueado

O ensaio com o rotor bloqueado consiste em travar o rotor de modo a não poder girar (sendo, pois, o escorregamento (*s*) do motor igual a unidade). São

aplicadas tensões bifásicas equilibradas, com defasagem de 90° uma com relação à outra, aos terminais do estator. Inicialmente, as seguintes medidas são obtidas: (*i*) a tensão de fase com o rotor bloqueado ($V_{1,bl}$), (*ii*) a corrente de fase com o rotor bloqueado ($I_{1,bl}$), (*iii*) a potência bifásica total de entrada (P_{bl}) e (*iv*) a frequência do ensaio com o rotor bloqueado (f_{bl}). Essas medidas são feitas conforme as ligações da Figura 33.





Fonte: o autor

O IEEE possui a norma 112 que sugere uma frequência do ensaio com o rotor bloqueado (f_{bl}) de 25% da frequência nominal (f_e). A reatância de dispersão total em frequência nominal pode ser obtida do valor desse ensaio considerando que a reatância seja proporcional à frequência. Porém, os efeitos da frequência são desprezados em motores abaixo de 25 HP nominais e, assim, a impedância de rotor bloqueado pode ser medida diretamente em frequência nominal. E é importante manter as correntes de ensaio próximas de seus valores nominais porque essas reatâncias de dispersão são afetadas significativamente pela saturação.

A potência ativa total de entrada (P_{bl}) pode ser calculada, usando o método dos dois wattímetros, pela Equação 143:

$$P_{bl} = |W_1 + W_2| \tag{143}$$

E a potência reativa total de entrada (Q_{bl}) pode ser calculada pela Equação 144:

$$Q_{bl} = \sqrt{\left(2V_{1,bl}I_{1,bl}\right)^2 - P_{bl}^2}$$
(144)

Então, a reatância de dispersão do rotor (X_2) e a resistência ôhmica do rotor (R_2) são calculadas exatamente da maneira como são calculadas para o motor trifásico.

Todo este subtópico foi baseado no texto de Umans (2014).

2.1.8.2.2.4 Ensaio com Carga

Este ensaio, semelhante ao que é feito ao motor trifásico, dentre outras maneiras, é feito com uma carga simulada pelo freio de Foucault cujo circuito esquemático pode ser o da Figura 34.



Fonte: o autor

Nesse ensaio, geralmente são medidas as mesmas grandezas do ensaio com carga do motor trifásico.

2.2 Motor de Indução Trifásico Utilizado

O motor de indução trifásico utilizado no Estágio foi o W22 *Plus*, do fabricante WEG[®].

Alguns dados da placa do motor são informados na Tabela 6:

ITEM	DESCRIÇÃO ou
	VALOR
Categoria do motor	Ν
Tipo de rotor	Gaiola de esquilo
Potência no eixo (kW/cv)	1,1/1,5
Tensão de alimentação (V) (estator em Δ)	220
Tensão de alimentação (V) (estator em Y)	380
Corrente nominal (A) (estator em Δ)	4,48
Corrente nominal (A) (estator em Y)	2,59
Razão entre corrente nominal de partida e corrente nominal $\left(\frac{I_p}{I_N}\right)$	6,8
Frequência de operação (Hz)	60
Rendimento nominal (%)	81,6
Rotações por minuto (rpm) nominal	1715
Fator de Potência (FP) nominal	0,79
Peso (kg)	14,5

Tabela 6: Dados de placa do motor trifásico

Fonte: WEG[®]

Uma fotografia do motor trifásico utilizado é mostrada na Figura 35:



Figura 35: Motor trifásico utilizado

Fonte: Laboratório de Eletrônica Industrial e Acionamento de Máquinas (LEIAM)

Para mais informações, acessar a página eletrônica: https://www.transmitechredutores.com.br/admin/docs_upload/CatalagoW22Plus.pdf.

2.3 Motor de Indução Bifásico Utilizado

O motor de indução bifásico utilizado no Estágio foi o motor de indução trifásico W22 *Plus* do fabricante WEG[®] modificado para dois enrolamentos de armadura.

Uma fotografia do motor bifásico utilizado é mostrada na Figura 36:



Figura 36: Motor bifásico utilizado

Fonte: Laboratório de Eletrônica Industrial e Acionamento de Máquinas (LEIAM)

3. RELATÓRIO DESCRITIVO

3.1 Introdução

Foram desenvolvidas e descritas, por meio de cálculos e tabelas, as atividades do ensaio de determinação da resistência estatórica, do ensaio a vazio, do ensaio com o rotor bloqueado e o ensaio com carga (imitada pelo freio eletromagnético de Foucault). Todas essas atividades foram desenvolvidas, primeiramente, com o motor de indução trifásico e, depois, com o motor de indução bifásico.

3.2 Atividades Desenvolvidas

3.2.1 Motor Trifásico

3.2.1.1 Determinação da Resistência Estatórica

Na Figura 25, observa-se a montagem para a medição da resistência estatórica.

3.2.1.1.1 Resistência por Fase a Frio

Temperatura ambiente estimada (T_1) : 22°C

Tabela 7 - Tensão e	e corrente no	estator a	frio	(Motor	trifásico)
---------------------	---------------	-----------	------	--------	------------

ITEM	VALORES					
V_{ccf} (V)	2,45 5,47 8,20 10,					
I_{ccf} (A)	0,24	0,53	0,81	1,00		

Fonte: o autor

Da Tabela 7 e da Equação 110, calculou-se a resistência estatórica a frio (R_f) , dada por:

$$R_{f} = \frac{\frac{1}{2}(\frac{2,45}{0,24}) + \frac{1}{2}(\frac{5,47}{0,53}) + \frac{1}{2}(\frac{8,20}{0,81}) + \frac{1}{2}(\frac{10,00}{1,00})}{4} = 5,08 \implies R_{f}$$
(145)
= 5,08 \Omega/fase

3.2.1.1.2 Resistência por Fase a Quente

Tabela 8: Tensão e corrente no estator a quente (Motor trifásico) (continua)

ITEM	VALORES						
V_{ccq} (V)	5,17 11,30 17,20 22,57						
I_{ccq} (A)	0,47	1,06	1,61	2,12			

|--|

Da Tabela 8 e da Equação 112, calculou-se a resistência estatórica a quente (R_q) , dada por:

$$R_q = \frac{\frac{1}{2}(\frac{5,17}{0,47}) + \frac{1}{2}(\frac{11,30}{1,06}) + \frac{1}{2}(\frac{17,20}{1,61}) + \frac{1}{2}(\frac{22,57}{2,12})}{4} = 5,37 \Rightarrow R_q = 5,37 \ \Omega/\text{fase}$$
(146)

Pela Equação 113, a temperatura estimada do enrolamento a quente (T_2) foi:

$$T_2 = 22 + \left[\frac{5,37 - 5,08}{5,08}\right] (234,5 + 22) = 36,64 \Rightarrow T_2 = 36,64^{\circ}\text{C}$$
(147)

E, pela Equação 114, a resistência estatórica (R_1) estimada e normalizada à temperatura de 75°C foi:

$$R_1 = 5,37 + 5,37 \left[\frac{75 - 36,64}{234,5 + 36,64} \right] = 6,13 \implies R_1 = 6,13 \ \Omega/\text{fase}$$
(148)

3.2.1.2 Ensaio a Vazio

Na Figura 26, observa-se a montagem para o ensaio a vazio.

Tabela 9: Dados experimentais do ensaio a vazio (Motor trifásico) (continua)

ITEM	VALORES						
$V_{L}(\mathbf{V})$	380	360	340	320	300	280	260
$I_L(\mathbf{A})$	1,89	1,66	1,49	1,35	1,21	1,12	1,02
<i>n</i> (rpm)	1798	1798	1798	1797	1797	1797	1797
$W_1(\mathbf{W})$	-260	-224	-182	-160	-138	-120	-100
$W_2(\mathbf{W})$	390	322	264	230	200	170	142
$P_{3\phi}(W)$	130	98	82	70	62	50	42
ITEM	VALORES						
V_L (V)	240	220	200	180	160	140	120
$I_L(\mathbf{A})$	0,94	0,84	0,78	0,70	0,62	0,54	0,48
<i>n</i> (rpm)	1797	1796	1796	1795	1794	1793	1791
-------------------	------	------	------	------	------	------	------
$W_1(\mathbf{W})$	-79	-65	-52	-40	-30	-20	-15
$W_2(\mathbf{W})$	125	105	90	71	60	49	39
$P_{3\phi}(W)$	46	40	38	31	30	29	24

Tabela 9: Dados experimentais do ensaio a vazio (Motor trifásico) (conclusão)

Fonte: o autor

Para o cálculo das grandezas, foram também utilizadas as Equações 149 a 151:

$$P_{3\phi} = |W_1 + W_2| \tag{149}$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3}|W_1 - W_2| \tag{150}$$

$$FP = \cos(\operatorname{arctg} \frac{Q_{3\phi}}{P_{3\phi}})$$
(151)

Figura 37: Linearização de P_{vz} versus V_{1,vz}



Da Tabela 9, extraiu-se que:

$$V_{1,\nu z} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 219,39 \text{ V}$$
(152)

$$I_{1,vz} = I_a = 1,89 \,\mathrm{A} \tag{153}$$

$$P_{\nu z} = P_{3\phi} = 130 \,\mathrm{W} \tag{154}$$

Pela Figura 5, P_{rot} = 7,64 W. Então, a potência de perdas no núcleo foi calculada pela Equação 121:

$$P_c = 130 - 3.6, 13.1, 89^2 - 7, 64 = 56, 67 \text{ W}$$
(155)

E a resistência do núcleo foi calculada pela Equação 122:

$$P_c = 56,67 \text{ W} \Rightarrow R_c = \frac{qV_{1,\nu z}^2}{P_c} = \frac{3.(\frac{380}{\sqrt{3}})^2}{56,67} = 2.548,09 \,\Omega/\text{fase}$$
(156)

Pela Equação 150, Q_{vz} foi calculada:

$$Q_{\nu z} = Q_{3\phi} = \sqrt{3}|-260 - 390| \tag{157}$$

Pela Equação 124, X_{vz} foi calculada:

$$X_{\nu z} = \frac{\sqrt{3} |-260 - 390|}{3.1,89^2} \Rightarrow X_{\nu z} = 105,06 \,\Omega/\text{fase}$$
(158)

Logo, pela Equação 123:

$$X_1 + X_m = 105,06 \,\Omega/\text{fase}$$
 (159)

3.2.1.3 Ensaio com o Rotor Bloqueado

Na Figura 29, observa-se a montagem para o ensaio com o rotor bloqueado.

Tabela 10: Dados experimentais do ensaio com o rotor bloqueado (Motor trifásico)

ITEM	$I_{nom}(\mathbf{A})$	$V_{L}(\mathbf{V})$	$W_1(\mathbf{W})$	$W_2(\mathbf{W})$	$P_{3\phi}(W)$
VALOR	2,60	64,1	30	160	190

Fonte: o autor

Da Tabela 10, extraiu-se que:

$$P_{bl} = P_{3\phi} = 190 \text{ W}$$
(160)

$$Q_{bl} = Q_{3\phi} = \sqrt{3}|30 - 160| \tag{161}$$

$$I_{1,bl} = I_{nom} = 2,60 \text{ A}$$
(162)

Para o presente ensaio, teve-se:

$$s = 1,0$$
 (163)

Pela Equação 69:

$$f_r = 1.0 f_e \Rightarrow f_r = f_e \Rightarrow f_r = 60 \text{ Hz}$$
 (164)

Para o presente ensaio, teve-se:

$$f_{bl} = f_e \Rightarrow f_{bl} = 60 \text{ Hz}$$
(165)

Pela Equação 126:

$$X_{bl} = \left(\frac{60}{60}\right) \frac{\sqrt{3}|30 - 160|}{3.2,60^2} = 11,10 \ \Omega/\text{fase}$$
(166)

Pela Equação 127:

$$R_{bl} = \frac{190}{3.2,60^2} \Rightarrow R_{bl} = 9,37 \,\Omega/\text{fase}$$
 (167)

Pela Tabela 3:

$$X_1 = 0,5(X_1 + X_2) \Rightarrow X_1 = X_2$$
(168)

Pela Equação 132:

$$X_1 = 105,06 \pm \sqrt{105,06^2 - 11,10.105,06} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_1 = 5,70 \ \Omega/\text{fase}$$
(169)

E:

$$X_2 = 5,70 \ \Omega/\text{fase}$$
 (170)

Pela Equação 123:

$$X_1 + X_m = 105,06 \,\Omega/\text{fase} \Rightarrow X_m = 99,36 \,\Omega/\text{fase}$$
(171)

E, pela Equação 131:

$$R_2 = (9,37 - 6,13) \left(\frac{105,06}{99,36}\right)^2 \Rightarrow R_2 = 3,62 \ \Omega/\text{fase}$$
(172)

3.2.1.4 Parâmetros Determinados

Os parâmetros determinados são mostrados na Tabela 11:

Tabela 11: Parâmetros em regime permanente do motor trifásico

ESTATOR (Ω/fase)				R0 (Ω/	TOR (fase)
ITEM	VALOR	ITEM VALOR		ITEM	VALOR
R ₁	6,13	X _m	99,36	R ₂	3,62
<i>X</i> ₁	5,70	R _c	2548,09	<i>X</i> ₂	5,70

Fonte: o autor

E o circuito equivalente, por fase, em regime permanente do motor trifásico é mostrado na Figura 38.

Figura 38: Circuito equivalente do motor trifásico



Fonte: RAMALHO (2018) (Adaptada)

3.2.1.5 Ensaio com o Freio de Foucault

Neste ensaio, utilizou-se o freio de Foucault para simular uma carga no motor, cujas ligações elétricas estão mostradas na Figura 30.

O freio de Foucault pode ser visto nas fotografias das Figuras 9 e 10. O mesmo é composto pelas bobinas, dinamômetro e disco metálico. Notese que esse disco está acoplado ao eixo de um motor.



Figura 39: Freio de Foucault (vista anterior)

Fonte: LEIAM

Figura 40: Freio de Foucault (vista posterior) (continua)



Fonte: LEIAM

Na Tabela 12, tem-se os dados experimentais.

ITENS								
V_L (V)	$I_L(A)$	W_1 (W)	W_2 (W)	<i>n</i> (rpm)	V_{bob} (V)	I _{bob} (A)	<i>m</i> (<i>oz</i>)	
370,5	1,80	380	-260	1798	0	0,000	0	
370,9	1,81	420	-220	1794	30	0,080	4	
370,1	1,83	450	-180	1791	43	0,110	6	
370,6	1,84	480	-150	1787	52	0,130	10	
370,7	1,86	510	-120	1783	59	0,153	14	
370,2	1,89	540	-90	1781	65	0,166	16	
370,5	1,90	560	-60	1779	70	0,180	19	
370,4	1,92	580	-40	1776	74	0,190	22	
371,0	1,96	610	-10	1772	79	0,202	25	
370,4	1,98	630	10	1771	82	0,210	27	
370,1	2,04	680	50	1766	89	0,220	32	

Tabela 12: Dados do ensaio com carga (Motor trifásico)

Fonte: o autor

OBSERVAÇÃO: Considerou-se a aceleração da gravidade (g) igual a 9,81 m/s² e a unidade de massa (oz) igual a 28,34952 g.

Para o cálculo das grandezas, foram também utilizadas as Equações 133 e 134 com d = 0,295 m.

A Tabela 13 foi obtida por cálculos a partir dos dados experimentais.

Tabela 13: Variáveis calculadas (Motor trifásico) (continua)

ITENS						
$P_{3\phi}$ (W)	$Q_{3\phi}$ (var)	FP	<i>F</i> (N)	<i>T</i> (Nm)		

1108,51	0,11	0,00	0,00
1108,51	0,18	1,11	0,33
1091,19	0,24	1,67	0,49
1091,19	0,29	2,78	0,82
1091,19	0,34	3,90	1,15
1091,19	0,38	4,45	1,31
1073,87	0,42	5,28	1,56
1073,87	0,45	6,12	1,80
1073,87	0,49	6,95	2,05
1073,87	0,51	7,51	2,22
1091,19	0,56	8,90	2,63
	1108,51 1108,51 1091,19 1091,19 1091,19 1091,19 1073,87 1073,87 1073,87 1073,87 1073,87	1108,510,111108,510,181091,190,241091,190,291091,190,341091,190,381073,870,421073,870,451073,870,451073,870,511091,190,56	1108,510,110,001108,510,181,111091,190,241,671091,190,292,781091,190,343,901091,190,384,451073,870,425,281073,870,456,121073,870,456,951073,870,517,511091,190,568,90

Tabela 13: Variáveis calculadas (Motor trifásico) (conclusão)

Fonte: o autor

3.2.2 Motor Bifásico

3.2.2.1 Determinação da Resistência Estatórica

Na Figura 31, observa-se a montagem para a medição da resistência estatórica.

3.2.2.1.1 Resistência por Fase a Frio

Temperatura ambiente estimada (T_1) : 22°C

Tabela 14: Tensão e corrente no estator a frio (Motor bifásico)

ITEM	VALORES				
V_{ccf} (V)	22,21	30,35	36,55		
$I_{ccf}\left(\mathbf{A}\right)$	1,96	2,66	3,18		

Fonte: o autor

Da Tabela 14 e pela Equação 136, calculou-se a resistência estatórica a frio (R_f) , dada por:

$$R_f = \frac{\frac{1}{2}(\frac{22,21}{1,96}) + \frac{1}{2}(\frac{30,35}{2,66}) + \frac{1}{2}(\frac{36,55}{3,18})}{3} = 5,71 \implies R_f = 5,71 \ \Omega/\text{fase}$$
(173)

3.2.2.1.2 Resistência por Fase a Quente

Tabela 15: Tensão e corrente no estator a quente (Motor bifásico) (continua)

ITENS VALORES

Tabela 15: Tensão e corrente no estator a quente (Motor bifásico) (conclusão)

$V_{ccq}(\mathbf{V})$	22,66	30,47	38,12
$I_{ccq}(\mathbf{A})$	1,95	2,62	3,24

Fonte [.]	0	autor
I UIILE.	U	autor

Da Tabela 15 e pela Equação 138, calculou-se a resistência estatórica a quente (R_q) , dada por:

$$R_q = \frac{\frac{1}{2}(\frac{22,66}{1,95}) + \frac{1}{2}(\frac{30,47}{2,62}) + \frac{1}{2}(\frac{38,12}{3,24})}{3} = 5,84 \Rightarrow R_q = 5,84 \ \Omega/\text{fase}$$
(174)

Pela Equação 139, a temperatura estimada do enrolamento a quente (T_2) foi:

$$T_2 = 22 + \left[\frac{5,84 - 5,71}{5,71}\right] (234,5 + 22) = 27,84 \Rightarrow T_2 = 27,84^{\circ}\text{C}$$
(175)

E, pela Equação 140, a resistência estatórica (R_1) estimada e normalizada à temperatura de 75°C foi:

$$R_1 = 5,84 + 5,84 \left[\frac{75 - 27,84}{234,5 + 27,84} \right] = 6,89 \implies R_1 = 6,89 \ \Omega/\text{fase}$$
(176)

3.2.2.2 Ensaio a Vazio

Na Figura 32, observa-se a montagem para o ensaio a vazio.

Tabela 16: Dados experimentais do ensaio a vazio (Motor bifásico)

ITEM	VALORES						
$V_F(\mathbf{V})$	218,60	198,60	178,80	158,90	139,00		
$I_F(\mathbf{A})$	1,02	0,90	0,80	0,72	0,63		
$W_1(\mathbf{W})$	-80	-60	-45	-32	-25		
W_2 (W)	10	1	0	0	1		
$P_{2\phi}(W)$	70	59	45	32	24		
ITEM	VALORES						
$V_{F}(\mathbf{V})$	119,20	99,40	79,40	59,40	39,53		
$I_F(\mathbf{A})$	0,55	0,47	0,38	0,29	0,22		

Para o cálculo das grandezas, foram também utilizadas as Equações 177 e 178:

$$P_{2\phi} = |W_1 + W_2| \tag{177}$$

$$Q_{2\phi} = \sqrt{(2V_F I_F)^2 - P_{2\phi}^2}$$
(178)

Figura 41: Linearização de Pvz versus V1,vz



Fonte: MATLAB®

Da Tabela 16, extraiu-se que:

$$V_{1,\nu z} = V_F = 218,60 \,\mathrm{V} \tag{179}$$

$$I_{1,\nu z} = I_F = 1,02 \text{ A}$$
(180)

$$P_{\nu z} = P_{2\phi} = 70 \text{ W} \tag{181}$$

Pela Figura 41, $P_{rot} = -3,092$ W. Tal valor não é coerente e pode ser atribuído ao número insuficiente de pontos para a construção da reta do referido gráfico. Assim, igualou-se a potência das perdas rotacionais do motor trifásico ao motor bifásico, pois ambos os motores são aproximadamente de mesma estrutura física e de mesmo fabricante. Então, $P_{rot} = 7,64$ W.

Assim, a potência de perdas no núcleo foi calculada pela Equação 121:

$$P_c = 70 - 2.6,89.1,02^2 - 7,64 = 48,02$$
 W (182)
E a resistência no núcleo pela Equação 122:

$$P_c = 48,02 \text{ W} \Rightarrow R_c = \frac{qV_t^2}{P_c} = \frac{2.218,60^2}{48,02} = 1.990,25 \Omega/\text{fase}$$
 (183)

Pela Equação 178:

$$Q_{\nu z} = Q_{2\phi} = \sqrt{(2.218,60.1,02)^2 - 70^2}$$
(184)

Pela Equação 124:

$$X_{\nu z} = \frac{\sqrt{(2.218,60.1,02)^2 - 70^2}}{2.1,02^2} \Rightarrow X_{\nu z} = 211,66 \,\Omega/\text{fase}$$
(185)

E pela Equação 123:

$$X_1 + X_m = 211,66 \ \Omega/\text{fase}$$
 (186)

3.2.2.3 Ensaio com o Rotor Bloqueado

Na Figura 33, observa-se a montagem para o ensaio com o rotor bloqueado.

Tabela 17: Dados experimentais do ensaio com o rotor bloqueado (Motor bifásico)

ITEM	$I_{nom}(\mathbf{A})$	$V_{F}(\mathbf{V})$	$W_{1}(\mathbf{W})$	$W_{2}(\mathbf{W})$	$P_{2\phi}\left(\mathbf{W}\right)$
VALOR	2,53	44,22	-69	-72	141

Fonte: o autor

Para o cálculo das grandezas, foram também utilizadas as Equações 177 e 178.

Da Tabela 17, extraiu-se que:

$$P_{bl} = 141 \,\mathrm{W}$$
 (187)

$$I_F = I_{1,bl} = I_{nom} = 2,53 \text{ A}$$
(188)

Pela Equação 178:

$$Q_{bl} = Q_{2\phi} = \sqrt{(2.44, 22.2, 53)^2 - 141^2}$$
(189)

Para o presente ensaio, teve-se:

$$s = 1,0$$
 (190)

Pela Equação 69:

 $f_r = 1.0 f_e \Rightarrow f_r = f_e \Rightarrow f_r = 60 \text{ Hz}$ (191)

Para o presente ensaio, teve-se:

$$f_{bl} = f_e \Rightarrow f_{bl} = 60 \text{ Hz}$$
(192)

Pela Equação 126:

$$X_{bl} = \left(\frac{60}{60}\right) \frac{\sqrt{(2.44,22.2,53)^2 - 141^2}}{2.2,53^2} = 13,57 \,\Omega/\text{fase}$$
(193)

Pela Equação 127:

$$R_{bl} = \frac{141}{2.2,53^2} \Rightarrow R_{bl} = 11,01 \,\Omega/\text{fase}$$
 (194)

Pela Equação 132:

$$X_1 = 211,66 \pm \sqrt{211,66^2 - 13,57.211,66} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_1 = 6,90 \ \Omega/\text{fase}$$
(195)

E:

$$X_2 = 6,90 \ \Omega/\text{fase}$$
 (196)

Pela Equação 123:

$$X_1 + X_m = 211,66 \,\Omega/\text{fase} \Rightarrow X_m = 204,76 \,\Omega/\text{fase}$$
 (197)

E, pela Equação 131:

$$R_2 = (11,01 - 6,89) \left(\frac{211,66}{204,76}\right)^2 \Rightarrow R_2 = 4,40 \ \Omega/\text{fase}$$
(198)

3.2.2.4 Parâmetros Determinados

Os parâmetros determinados são mostrados na Tabela 18:

Tabela 18:	Parâmetros em	regime	permanente	do motor	bifásico

ESTATOR (Ω/fase)				ROTOR (Ω/fase)	
ITEM	VALOR	ITEM	VALOR	ITEM	VALOR
R_1	6,89	X _m	204,76	R ₂	4,40
<i>X</i> ₁	6,90	R _c	1.990,25	<i>X</i> ₂	6,90

Fonte: o autor

E o circuito equivalente, por fase, em regime permanente do motor bifásico é mostrado na Figura 42.

Figura 42: Circuito equivalente do motor bifásico (continua)



Fonte: RAMALHO (2018) (Adaptada)

3.2.2.5 Ensaio com o Freio de Foucault

Neste ensaio, semelhantemente ao que foi feito para o motor trifásico, utilizou-se o freio de Foucault, cujas ligações elétricas são mostradas na Figura 34.

Na Tabela 19, tem-se os dados experimentais.

ITENS							
$V_F(\mathbf{V})$	$I_F(\mathbf{A})$	W_1 (W)	W_2 (W)	n (rpm)	V_{bob} (V)	I_{bob} (A)	<i>m</i> (<i>oz</i>)
220	1,02	80	10	1797	0,0	0,000	0
220	1,01	120	20	1792	30,9	0,079	8
220	1,03	170	50	1786	42,7	0,108	10
220	1,08	80	220	1780	51,0	0,130	16
220	1,13	110	250	1775	59,5	0,150	16
220	1,19	132	280	1771	64,6	0,160	20
220	1,21	145	290	1769	67,0	0,169	20
220	1,31	180	330	1763	73,6	0,186	24
220	1,41	210	360	1758	79,0	0,199	27
220	1,49	235	390	1753	82,5	0,208	30
220	1,66	285	439	1745	89,0	0,224	34

Tabela 19: Dados do ensaio com carga (Motor bifásico)

Fonte: o autor

OBSERVAÇÃO: Considerou-se a aceleração da gravidade (g) igual a 9,81 m/s² e a unidade de massa (oz) igual a 28,34952 g.

Para o cálculo das grandezas, foram também utilizadas as Equações 199 a 202:

$$N_{2\phi} = 2V_F I_F \tag{199}$$

$$P_{2\phi} = |W_1 + W_2| \tag{200}$$

$$Q_{2\phi} = \sqrt{N_{2\phi}^2 - P_{2\phi}^2}$$
(201)

$$FP = \cos(\frac{P_{2\phi}}{N_{2\phi}})$$
(202)

Para o cálculo das grandezas, foram também utilizadas as Equações 133 e 134 com d = 0,295 m.

A Tabela 20 foi obtida por cálculos a partir dos dados experimentais.

ITENS						
$P_{2\phi}$ (W)	$m{Q}_{2\phi}$ (var)	FP	<i>F</i> (N)	<i>T</i> (Nm)		
90	443,31	0,20	0,00	0,00		
140	433,00	0,32	2,22	0,66		
220	437,02	0,49	2,78	0,82		
300	454,11	0,63	4,45	1,31		
360	477,08	0,72	4,45	1,31		
412	502,25	0,79	5,56	1,64		
435	512,27	0,82	5,56	1,64		
510	556,54	0,88	6,67	1,97		
570	602,00	0,92	7,51	2,22		
625	637,01	0,95	8,34	2,46		
724	714,00	0,99	9,46	2,79		

Tabela 20: Variáveis calculadas (Motor bifásico)

Fonte: o autor

4. BREVE COMPARATIVO DOS MOTORES

Nas Figuras 43 a 48, tratou-se da análise comparativa da variável torque, potência e rendimento, sem carga e com carga, do motor trifásico. A sigla MT, na legenda dos gráficos, significou Motor Trifásico. E todos os valores das variáveis foram arredondados para duas casas decimais.

No gráfico da Figura 43, observa-se o traçado do torque mecânico sem carga junto com os pontos experimentais da Tabela 13 destacados.



Figura 43: Torques do Motor Trifásico

Deu-se um *zoom* na parte do gráfico da Figura 43 onde encontravam-se os pontos experimentais, como mostrado no Figura 44. Aproximaram-se esses pontos experimentais por uma reta obtida pelo método dos mínimos quadrados sobre eles.

Figura 44: Zoom dos pontos experimentais do torque (Motor Trifásico) (continua)

Fonte: MATLAB[®]





Observou-se, então, que, na velocidade de 1784 rpm, o motor trifásico, sem carga, teve um torque de 1,64 Nm, enquanto, nessa mesma velocidade, o torque, com carga, do motor trifásico foi de 1,13 Nm. Uma diferença, em módulo, de 45,13% entre eles. Graficamente, concluiu-se que o torque com carga aproximou-se do torque sem carga.

No gráfico da Figura 45, observa-se o traçado da potência trifásica de entrada sem carga junto com os pontos experimentais da Tabela 13 destacados.



Figura 45: Potências trifásicas de entrada do Motor Trifásico (continua)

Deu-se um *zoom* na parte do gráfico da Figura 45 onde encontravam-se os pontos experimentais, como mostrado na Figura 46. Aproximaram-se esses pontos experimentais por uma reta obtida pelo método dos mínimos quadrados sobre eles.



Figura 46: Zoom dos pontos experimentais da potência de entrada (Motor Trifásico)

Fonte: MATLAB®

Observou-se, então, que, na velocidade de 1784 rpm, o motor trifásico, sem carga, teve uma potência trifásica de entrada de 443,10 W, enquanto, nessa mesma velocidade, a potência trifásica de entrada, com carga, do motor trifásico foi de 393,30 W. Uma diferença, em módulo, de 12,66% entre eles. Graficamente, concluiu-se que a potência trifásica de entrada com carga aproximou-se da potência trifásica de entrada sem carga.

No gráfico da Figura 47, observa-se o traçado do rendimento sem carga junto com os pontos experimentais da Tabela 13 destacados.

Figura 47: Rendimentos do Motor Trifásico (continua)





Deu-se um *zoom* na parte do gráfico da Figura 47 onde encontravam-se os pontos experimentais, como mostrado na Figura 48. Aproximaram-se esses pontos experimentais por uma curva polinomial de 5º grau obtida pelo método dos mínimos quadrados sobre eles.



Figura 48: Zoom dos pontos experimentais do rendimento (Motor Trifásico)



Observou-se, então, que, na velocidade de 1784 rpm, o motor trifásico, sem carga, teve um rendimento de 67,58%, enquanto, nessa mesma velocidade, o rendimento, com carga, do motor trifásico foi de 51,26%. Uma

diferença, em módulo, de 31,84% entre eles. Graficamente, concluiu-se que o rendimento com carga aproximou-se do rendimento sem carga.

Nos gráficos das Figuras 49 a 54, tratou-se da análise comparativa da variável torque, potência e rendimento, sem carga e com carga, do motor bifásico. A sigla MB, na legenda dos gráficos, significou Motor Bifásico. E todos os valores das variáveis foram arredondados para duas casas decimais.

No gráfico da Figura 49, observa-se o traçado do torque mecânico sem carga junto com os pontos experimentais da Tabela 20 destacados.



Figura 49: Torques do Motor Bifásico

Deu-se um *zoom* na parte do gráfico da Figura 49 onde encontravam-se os pontos experimentais, como mostrado no gráfico da Figura 50. Aproximaram-se esses pontos experimentais por uma reta obtida pelo método dos mínimos quadrados sobre eles.

Figura 50: Zoom dos pontos experimentais do torque (Motor Bifásico) (continua)

Fonte: MATLAB®





Observou-se, então, que, na velocidade de 1784 rpm, o motor bifásico, sem carga, teve um torque de 0,94 Nm, enquanto, nessa mesma velocidade, o torque, com carga, do motor bifásico foi de 0,93 Nm. Uma diferença, em módulo, de 1,08% entre eles. Graficamente, concluiu-se que o torque com carga aproximou-se do torque sem carga.

No gráfico da Figura 51, observa-se o traçado da potência bifásica de entrada sem carga junto com os pontos experimentais da Tabela 20 destacados.



Figura 51: Potências bifásicas de entrada do Motor Bifásico (continua)

Fonte: MATLAB®

Deu-se um *zoom* na parte do gráfico da Figura 51 onde encontravam-se os pontos experimentais, como mostrado no gráfico da Figura 52. Aproximaram-se esses pontos experimentais por uma reta obtida pelo método dos mínimos quadrados sobre eles.



Figura 52: Zoom dos pontos experimentais da potência de entrada (Motor Bifásico)

Fonte: MATLAB®

Observou-se, então, que, na velocidade de 1784 rpm, o motor bifásico, sem carga, teve uma potência bifásica de entrada de 250,20 W, enquanto, nessa mesma velocidade, a potência bifásica de entrada, com carga, do motor bifásico foi de 238,40 W. Uma diferença, em módulo, de 4,95% entre eles. Graficamente, concluiu-se que a potência bifásica de entrada com carga aproximou-se da potência bifásica de entrada sem carga.

No gráfico da Figura 53, observa-se o traçado do rendimento sem carga junto com os pontos experimentais da Tabela 20 destacados.

Figura 53: Rendimentos do Motor Bifásico (continua)





Deu-se um *zoom* na parte do gráfico da Figura 53 onde encontravam-se os pontos experimentais, como mostrado no gráfico da Figura 54. Aproximaram-se esses pontos experimentais por uma curva polinomial de 3º grau obtida pelo método dos mínimos quadrados sobre eles.

Figura 54: Zoom dos pontos experimentais do rendimento (Motor Bifásico)





Observou-se, então, que, na velocidade de 1784 rpm, o motor bifásico, sem carga, teve um rendimento de 77,71%, enquanto, nessa mesma velocidade, o rendimento, com carga, do motor bifásico foi de 70,26%. Uma

diferença, em módulo, de 10,60% entre eles. Graficamente, concluiu-se que o rendimento com carga aproximou-se do rendimento sem carga.

Agora, comparando o motor trifásico com o motor bifásico, observou-se que, na velocidade de 1784 rpm, a diferença percentual de seu torque sem carga e com carga foi de 45,13%, enquanto essa diferença, no motor bifásico, foi de apenas 1,08%.

Em seguida, comparando o motor trifásico com o motor bifásico, observou-se que, na velocidade de 1784 rpm, a diferença percentual de sua potência sem carga e com carga foi de 12,66%, enquanto essa diferença, no motor bifásico, foi de apenas 4,95%.

E, por último, comparando o motor trifásico com o motor bifásico, observou-se que, na velocidade de 1784 rpm, a diferença percentual de seu rendimento sem carga e com carga foi de 31,84%, enquanto essa diferença, no motor bifásico, foi de apenas 10,60%.

Concluiu-se que, na velocidade amostral de 1784 rpm, o motor bifásico com carga aproximou-se, em média, 5,39 vezes mais da situação sem carga do que o motor trifásico com carga. Também que o motor bifásico com carga consumiu 1,65 vezes menos potência do que o motor trifásico com carga, tendo, ao mesmo tempo, um rendimento 1,37 vezes maior do que o motor trifásico com carga, trifásico com carga, porém tendo um torque 1,21 vezes menor do que o motor trifásico com carga.

Apresentaram-se os dados dos gráficos das Figuras 44, 46, 48, 50, 52 e 54 na Tabela 21.

Velocidade: 1784 rpm		Sem Carga	Com Carga	Módulo da Diferença Percentual (%)
Motor	Torque (Nm)	1,64	1,13	45,13
Trifásico	Potência (W)	443,10	393,30	12,66
	Rendimento (%)	67,58	51,26	31,84

Tabela 21: Dados dos gráficos de zoom (continua)

Motor	Torque (Nm)	0,94	0,93	1,08
Bifásico	Potência (W)	238,40	250,20	4,72
	Rendimento (%)	70,26	77,71	9,59

Tabela 21: Dados dos gráficos de zoom (conclusão)

Fonte: o autor

5. CONCLUSÕES

A experimentação dos motores de indução foi positiva para aprofundar o conhecimento deste tipo de motor, tão usado, ainda hoje, na indústria e outros ambientes.

Foram percebidas diferenças práticas das estruturas elétricas do motor bifásico frente ao motor trifásico. E não foram percebidas diferenças significativas na rotação de ambos os motores, comprovando que seus campos magnéticos girantes funcionam satisfatoriamente.

Pelo breve comparativo entre os motores, concluiu-se que, pela velocidade amostral considerada, o motor bifásico com carga tem um rendimento maior, consome menos potência e tem um torque menor do que o motor trifásico com carga. Porém, é necessário fazer-se uma ressalva quanto à conclusão deste parágrafo: as grandezas envolvidas na comparação não foram as relativas à velocidade nominal de operação de cada motor. Isso decorreu do fato de que, no ensaio com o freio eletromagnético, não experimentou-se até tal velocidade. Assim, tais grandezas não foram comparadas adequadamente neste particular. Portanto, deva ser, por isso, que concluiu-se inadequadamente que o motor bifásico teve, por exemplo, um maior rendimento do que o trifásico.

Durante a experimentação, foram percebidas medidas, um tanto, imprecisas no dinamômetro utilizado e certa dificuldade no ajuste de tensões do equipamento varivolt e variac.

A caracterização dos motores de indução trifásico e bifásico, em seus parâmetros permanentes, foi atingida, assim como seus ensaios com o freio de Foucault. E que o circuito equivalente com esses parâmetros é fundamental para o estudo dos motores de indução.

E os dados coletados foram satisfatórios para as simulações realizadas no Trabalho de Conclusão de Curso do próprio autor.

REFERÊNCIAS

- BRAGA FILHO, Edgar Roosevelt. Disciplina Máquinas Elétricas Campina Grande - PB: UFCG. Notas de Aulas. [S.I.: s.n.], 2017. In: RAMALHO, André Wild Silva. Estudo comparativo sobre desempenho e operação entre uma máquina de indução trifásica e uma máquina de indução bifásica com mesmas características construtivas. 2018. 93f. Monografia (Conclusão do curso) - Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande.
- BRAGA FILHO, Edgar Roosevelt. Laboratório de Máquinas Elétricas Campina Grande - PB: UFCG. Experimento 2. [S.I.: s.n.], 2016.
- CHAPMAN, Stephen J. *Fundamentos de máquinas elétricas* [recurso eletrônico]. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.
- DEL TORO, Vincent. *Fundamentos de máquinas elétricas*. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, 1994.
- MICCO, Felipe Kern. Avaliação de metodologia para o dimensionamento de um freio de Foucault. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/handle/10183/127948>. Acesso em: 3 out. 2019.
- RAMALHO, André Wild Silva. Estudo comparativo sobre desempenho e operação entre uma máquina de indução trifásica e uma máquina de indução bifásica com mesmas características construtivas. 2018. 93f.
 Monografia (Conclusão do curso) Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande.
- SADIKU, Matthew N; ALEXANDER, Charles K. *Fundamentos de circuitos elétricos* [recurso eletrônico]. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.
- SEN, Paresh C. *Principles of electric machines and power electronics*. 2nd ed. USA: John Wiley & Sons, 1997.
- UMANS, Stephen D. *Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley* [recurso eletrônico]. 7. ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

ANEXOS

ANEXO A – CÓDIGO DE SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DO GRÁFICO DA POTÊNCIA A VAZIO (MOTOR TRIFÁSICO) (PROGRAMA MATLAB[®] R2018a)

%TÍTULO: Simulação do Comportamento da Potência a Vazio (Motor Trifásico) %Pontos da Tensão ao Quadrado $V = [(380^2)/3 (360^2)/3 (340^2)/3 (320^2)/3 (300^2)/3 (280^2)/3 \dots$ (260^2)/3 (240^2)/3 (220^2)/3 (200^2)/3 (180^2)/3 (160^2)/3 ... (140^2)/3 (120^2)/3]; %Pontos da Potência a Vazio P = [130 98 82 70 62 50 42 46 40 38 31 30 29 24]; %Construção da Reta p = polyfit(V,P,1); v = linspace(0, (380^2)/3,1000); reta = p(1) * v + p(2); %Gráfico da Potência a Vazio versus Tensão ao Quadrado plot(v, reta, V, P, 'ro'); grid on title('Linearização da Potência a Vazio'); xlabel('Tensão a Vazio (V²)'); ylabel('Potência a Vazio (W)');

ANEXO B – CÓDIGO DE SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DO GRÁFICO DA POTÊNCIA A VAZIO (MOTOR BIFÁSICO) (PROGRAMA MATLAB[®] R2018a)

%TÍTULO: Simulação do Comportamento da Potência a Vazio (Motor Bifásico) %Pontos da Tensão ao Quadrado $V = [218.6^2 \ 198.6^2 \ 178.8^2 \ 158.9^2 \ 139^2 \ 119.2^2 \ 99.4^2 \ 79.4^2 \ \dots$ 59.4^2 39.53^21; %Pontos da Potência a Vazio P = [70 59 45 32 24 13.5 10.5 7.5 5 2.2];%Construção da Reta p = polyfit(V, P, 1);v = linspace(0,220^2,1000); reta = p(1) * v + p(2);%Gráfico da Potência a Vazio versus Tensão ao Quadrado plot(v,reta, V, P, 'ro'); grid on title('Linearização da Potência a Vazio'); xlabel('Tensão a Vazio (V²)'); ylabel('Potência a Vazio (W)');

ANEXO C — CÓDIGO DOS GRÁFICOS DO MOTOR TRIFÁSICO SEM E COM CARGA (PROGRAMA MATLAB[®] R2018a)

```
%Escorregamento
s tri sem = 0:0.001:1;
%Parâmetros do Motor Trifásico
R1 tri sem = 6.13;
X1 tri sem = 5.70;
Rc tri sem = 2548.09;
Xm tri sem = 99.36;
X2 tri sem = 5.70;
R2_tri_sem = 3.62;
%Número de Polos
p tri sem = 4;
%Frequência Elétrica
fe tri sem = 60;
%Potência de Perdas Rotacionais
for j = 1:length(s tri sem)
    if j == length(s tri sem)
        Prot tri sem(j) = 0;
    else
        Prot tri sem(j) = 7.64;
    end
end
%-----CÁLCULOS------
%VELOCIDADES
%Velocidade Síncrona
ns_tri_sem = (120*fe_tri_sem)/p_tri_sem;
%Velocidade do Motor
n_tri_sem = ns_tri_sem.*(1-s_tri_sem);
%Velocidade Angular Síncrona
ws tri sem = (4*pi*fe tri sem)/p tri sem;
%Velocidade Angular Mecânica
wm tri sem = (1-s tri sem).*ws tri sem;
%IMPEDÂNCIAS
%Impedância do Estator
Z1 tri sem = R1 tri sem + 1j*X1 tri sem;
%Impedância do Rotor
Z2_tri_sem = (R2_tri_sem./s_tri_sem) + (1j*X2_tri_sem);
%Impedância de Magnetização
Zm tri sem =
(Rc tri sem*(1j*Xm tri sem))/(Rc tri sem+(1j*Xm tri sem));
%GRANDEZAS EQUIVALENTES
%Impedância Vista do Rotor
Zleq tri sem = (Zm tri sem.*Zl tri sem)./(Zm tri sem+Zl tri sem);
% Tensão Vista do Rotor
Vleq tri sem = V1 tri sem*(Zm tri sem./(Z1 tri sem+Zm tri sem));
Vleq mod tri sem = abs(Vleq tri sem);
%Impedância Vista do Estator
Z2eq tri sem = (Zm tri sem.*Z2 tri sem)./(Zm tri sem+Z2 tri sem);
%Impedância Vista do Terminal
Zt tri sem = Z1 tri sem + Z2eq tri sem;
%CORRENTES
%Corrente do Estator
Il tri sem = V1 tri sem./Zt tri sem;
I1 mod tri sem = abs(I1 tri sem);
%Corrente no Rotor
I2 tri sem = Vleq tri sem./(Zleq tri sem+Z2 tri sem);
I2 mod tri sem = abs(I2 tri sem);
%Corrente de Magnetização
Im tri sem = I1 tri sem - I2 tri sem;
%TENSÃO NO RAMO DE MAGNETIZAÇÃO
E1_tri_sem = Im_tri_sem.*Zm_tri_sem;
E1_mod_tri_sem = abs(E1_tri_sem);
```

```
%POTÊNCIAS
%Potência de Entrada
Pin tri sem = q tri sem*(real(V1 tri sem.*(conj(I1 tri sem))));
%Potência Dissipada no Estator
P1 tri sem = q tri sem*(I1 mod tri sem.^2)*R1 tri sem;
%Potência Transferida no Entreferro
Pg_tri_sem = q_tri_sem*(I2_mod_tri_sem.^2).*(R2_tri_sem./s_tri_sem);
%Potência Dissipada no Rotor
P2_tri_sem = q_tri_sem*(I2_mod_tri_sem.^2).*(R2_tri_sem);
%Potência Mecânica
Pmec tri sem = (1-s tri sem).*Pg tri sem;
%Potência Dissipada no Núcleo
Pc tri sem = (q tri sem*(E1 mod tri sem).^2)./Rc tri sem;
%Potência de Saída (no Eixo)
Peixo_tri_sem = Pin_tri_sem - P1_tri_sem - Pc_tri_sem - P2_tri_sem -
Prot_tri sem;
%OUTRAS VARIÁVEIS
%Torque de Perdas no Núcleo
Tc tri sem = Pc tri sem./wm tri sem;
%Torque de Perdas Rotacionais
Trot tri sem = Prot tri sem./wm tri sem;
%Torque Mecânico
Tmec_tri_sem = Pg_tri_sem./ws_tri_sem;
%Torque no Eixo
Teixo_tri_sem = Peixo_tri_sem./wm tri sem;
%Fator de Potência
FP_tri_sem = cos(angle(I1_tri_sem));
%Rendimento
rendimento tri sem = (Peixo tri sem./Pin tri sem).*100;
%LAÇO ZERANTE
for j=1:length(s tri sem)
    if Pin tri sem(j) <
(P1 tri sem(j)+Pc tri sem(j)+P2 tri sem(j)+Prot tri sem(j))
        Teixo tri sem(j) = 0;
    end
    if j == 1001
        Trot_tri_sem(j) = 0;
    end
end
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
%MOTOR TRIFÁSICO COM CARGA
%Pontos do Torque no Eixo do Motor Trifásico
Teixo tri com = [0.00 0.33 0.49 0.82 1.15 1.31 1.56 1.80 2.05 2.22
2.631;
%Pontos da Velocidade do Motor Trifásico
n tri com = [1798 1794 1791 1787 1783 1781 1779 1776 1772 1771 1766];
%Pontos do Escorregamento do Motor Trifásico
s tri com = [2/1800 6/1800 9/1800 13/1800 17/1800 19/1800 21/1800
24/1800 ...
             28/1800 29/1800 34/18001;
%Pontos da Potência Ativa de Entrada do Motor Trifásico
Pin tri com = [120 200 270 330 390 450 500 540 600 640 730];
%Velocidade angular síncrona do Motor Trifásico
ws tri com = (4*pi*60)/4;
%Velocidade angular mecânica do Motor Trifásico
wm tri com = (1-s tri com).*ws tri com;
%Variável independente para as curvas
v tri com = linspace(1798,1766,1000);
%Construção da Curva dos Torques (Grau 1)
polinomio_tri_com_T = polyfit(n_tri_com,Teixo_tri_com,1);
```

```
curva tri com T = polinomio tri com T(1)*v tri com +
polinomio tri com T(2);
%Construção da Curva das Potências (Grau 1)
polinomio tri com P = polyfit(n tri com,Pin tri com,1);
curva tri com P = polinomio tri com P(1)*v tri com +
polinomio tri com P(2);
%Construção da Curva dos Rendimentos (Grau 5)
%Vetor Rendimento do Motor Trifásico
rendimento_tri_com =((Teixo_tri_com.*wm_tri_com)./Pin_tri_com)*100;
polinomio tri com R = polyfit(n tri com, rendimento tri com,5);
curva tri com R = polinomio tri com R(1)*v tri com.^5 ...
    + polinomio tri com R(2) *v tri com.^4 + ...
    + polinomio tri com R(3)*v tri com.^3 ...
    + polinomio_tri_com_R(4) *v_tri_com.^2 ...
    + polinomio tri com R(5)*v tri com + polinomio tri com R(6);
%-----GRÁFICOS------
%Gráfico do Torque versus Velocidade
figure(1)
hold on;
h(1) = plot(n tri sem, Tmec tri sem, 'r');
grid on;
hold on;
h(2) = plot(n tri com, Teixo tri com, 'ro');
grid on;
h(3) = plot(v tri com, curva tri com T, 'r');
grid on;
title('Torques versus Velocidade');
xlabel('Velocidade (rpm)');
ylabel('Torque (Nm)');
hold off;
legend(h(1:2),'Torque Mecânico (MT)','Torque no Eixo com Carga (MT)');
%Gráfico do Potência de Entrada versus Velocidade
figure(2)
hold on;
h(4) = plot(n tri sem, Pin tri sem, 'b');
grid on;
hold on;
h(5) = plot(n tri com, Pin tri com, 'bo');
grid on;
h(6) = plot(v tri com, curva tri com P, 'b');
grid on;
title ('Potências de Entrada versus Velocidade');
xlabel('Velocidade (rpm)');
ylabel('Potência (W)');
hold off;
legend(h(4:5), 'Potência de Entrada sem Carga (MT)', 'Potência de
Entrada com Carga (MT)');
%Gráfico do Rendimento versus Velocidade
figure(3)
hold on;
h(7) = plot(n tri sem, rendimento tri sem, 'm');
grid on;
hold on;
h(8) = plot(n tri com, rendimento tri com, 'mo');
grid on;
h(9) = plot(v tri com, curva tri com R, 'm');
grid on;
title('Rendimentos versus Velocidade');
xlabel('Velocidade (rpm)');
ylabel('Rendimento (%)');
hold off;
```

legend(h(7:8),'Rendimento sem Carga (MT)','Rendimento com Carga
(MT)');

ANEXO D – CÓDIGO DOS GRÁFICOS DO MOTOR BIFÁSICO SEM E COM CARGA (PROGRAMA MATLAB[®] R2018a)

```
%MOTOR BIFÁSICO SEM CARGA
%-----DADOS------
%Tensão de Entrada
V1 bi sem = 218.60;
%Número de Fases
q bi sem = 2;
%Escorregamento
s bi sem = 0:0.001:1;
%Parâmetros do Motor Bifásico
R1_bi_sem = 6.89;
X1_bi_sem = 6.90;
Rc_bi_sem = 1990.25;
Xm_bi_sem = 204.76;
X2_bi_sem = 6.90;
R2 bi sem = 4.40;
%Número de Polos
p bi sem = 4;
%Frequência Elétrica
fe bi sem = 60;
%Potência de Perdas Rotacionais
for j = 1:length(s bi sem)
   if j == length(s bi sem)
       Prot bi sem(j) = 0;
   else
       Prot bi sem(j) = 7.64;
   end
end
%-----CÁLCULOS-----
%VELOCIDADES
%Velocidade Síncrona
ns bi sem = (120*fe bi sem)/p bi sem;
%Velocidade do Motor
n bi sem = ns bi sem.*(1-s bi sem);
%Velocidade Angular Síncrona
ws bi sem = (4*pi*fe bi sem)/p bi sem;
%Velocidade Angular Mecânica
wm bi sem = (1-s bi sem).*ws bi sem;
%IMPEDÂNCIAS
%Impedância do Estator
Z1 bi sem = R1 bi sem + 1j*X1 bi sem;
%Impedância do Rotor
Z2 bi sem = (R2 bi sem./s bi sem) + (1j*X2 bi sem);
%Impedância de Magnetização
Zm bi sem = (Rc bi sem*(1j*Xm bi sem))/(Rc bi sem+(1j*Xm bi sem));
%GRANDEZAS EQUIVALENTES
%Impedância Vista do Rotor
Zleq bi sem = (Zm bi sem.*Zl bi sem)./(Zm bi sem+Zl bi sem);
% Tensão Vista do Rotor
Vleq_bi_sem = V1_bi_sem*(Zm_bi_sem./(Z1 bi sem+Zm bi sem));
Vleq mod bi sem = abs(Vleq bi sem);
%Impedância Vista do Estator
```

```
Z2eq bi sem = (Zm bi sem.*Z2 bi sem)./(Zm bi sem+Z2 bi sem);
%Impedância Vista do Terminal
Zt bi sem = Z1 bi sem + Z2eq bi sem;
%CORRENTES
%Corrente do Estator
Il bi sem = Vl bi sem./Zt bi sem;
I1 mod bi_sem = abs(I1_bi_sem);
%Corrente no Rotor
I2_bi_sem = Vleq_bi_sem./(Zleq_bi_sem+Z2_bi_sem);
I2 mod bi sem = abs(I2 bi sem);
%Corrente de Magnetização
Im bi sem = I1 bi sem - I2 bi sem;
%TENSÃO NO RAMO DE MAGNETIZAÇÃO
E1 bi sem = Im bi sem.*Zm bi sem;
E1 mod bi sem = abs(E1 bi sem);
%POTÊNCIAS
%Potência de Entrada
Pin bi sem = q bi sem*(real(V1 bi sem.*(conj(I1 bi sem))));
%Potência Dissipada no Estator
P1 bi sem = q bi sem*(I1 mod bi sem.^2)*R1 bi sem;
%Potência Transferida no Entreferro
Pg bi sem = q bi sem*(I2 mod bi sem.^2).*(R2 bi sem./s bi sem);
%Potência Dissipada no Rotor
P2 bi sem = q bi sem*(I2 mod bi sem.^2).*(R2 bi sem);
%Potência Mecânica
Pmec_bi_sem = (1-s_bi_sem).*Pg_bi_sem;
%Potência Dissipada no Núcleo
Pc_bi_sem = (q_bi_sem*(E1_mod_bi_sem).^2)./Rc bi sem;
%Potência de Saída (no Eixo)
Peixo bi sem = Pin bi sem - P1 bi sem - Pc bi sem - P2 bi sem -
Prot bi sem;
%OUTRAS VARIÁVEIS
%Torque de Perdas no Núcleo
Tc bi sem = Pc bi sem./wm bi sem;
%Torque de Perdas Rotacionais
Trot bi sem = Prot bi sem./wm bi sem;
%Torque Mecânico
Tmec bi sem = Pg bi sem./ws bi sem;
%Torque no Eixo
Teixo bi sem = Peixo bi sem./wm bi sem;
%Fator de Potência
FP bi sem = cos(angle(I1 bi sem));
%Rendimento
rendimento bi sem = (Peixo bi sem./Pin bi sem).*100;
%LAÇO ZERANTE
for j=1:length(s bi sem)
    if Pin bi sem(j) <
(P1 bi sem(j)+Pc bi sem(j)+P2 bi sem(j)+Prot bi sem(j))
        Teixo bi sem(j) = 0;
    end
    if
        j == 1001
        Trot bi sem(j) = 0;
    end
end
%MOTOR BIFÁSICO COM CARGA
୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫
%Pontos do Torque no Eixo do Motor Bifásico
Teixo bi com = [0.00 0.66 0.82 1.31 1.31 1.64 1.64 1.97 2.22 2.46
2.79];
```

```
% T tri com = [0.00 0.33 0.49 0.82 1.15 1.31 1.56 1.80 2.05 2.22
2.631;
%Pontos da Velocidade do Motor Bifásico
n bi com = [1797 1792 1786 1780 1775 1771 1769 1763 1758 1753 1745];
%Pontos do Escorregamento do Motor Bifásico
s bi com = [3/1800 8/1800 14/1800 20/1800 25/1800 29/1800 31/1800
37/1800 ...
            42/1800 47/1800 55/1800];
%Pontos da Potência Ativa de Entrada do Motor Bifásico
Pin bi com = [90 140 220 300 360 412 435 510 570 625 724];
% P tri com = [120 200 270 330 390 450 500 540 600 640 730];
%Velocidade angular síncrona do Motor Bifásico
ws bi com = (4*pi*60)/4;
%Velocidade angular mecânica do Motor Bifásico
wm bi com = (1-s bi com).*ws bi com;
%Variável independente para a reta e curvas
v bi com = linspace(1797,1745,1000);
%Construção da Curva dos Torques (Grau 1)
polinomio bi com T = polyfit(n bi com,Teixo bi com,1);
curva_bi_com_T = polinomio_bi_com_T(1)*v_bi_com +
polinomio bi com T(2);
%Construção da Curva das Potências (Grau 1)
polinomio_bi_com_P = polyfit(n_bi_com,Pin_bi_com,1);
curva_bi_com_P = polinomio_bi_com_P(1) *v_bi_com +
polinomio_bi_com_P(2);
%Construção da Curva dos Rendimentos (Grau 3)
%Vetor Rendimento do Motor Bifásico
rendimento bi com = ((Teixo bi com.*wm bi com)./Pin bi com)*100;
polinomio bi com R = polyfit(n bi com, rendimento bi com, 3);
curva bi com R = polinomio bi com R(1)*v bi com.^3 ...
              + polinomio_bi_com_R(2)*v_bi_com.^2 ...
              + polinomio_bi_com_R(3)*v_bi_com ...
              + polinomio_bi_com_R(4);
%-----GRÁFICOS------
%Gráfico do Torque versus Velocidade
figure(1)
hold on;
h(1) = plot(n bi sem, Tmec bi sem, 'r');
grid on;
hold on;
h(2) = plot(n bi com, Teixo bi com, 'ro');
grid on;
h(3) = plot(v bi com, curva bi com T, 'r');
grid on;
title('Torques versus Velocidade');
xlabel('Velocidade (rpm)');
ylabel('Torque (Nm)');
hold off;
legend(h(1:2),'Torque Mecânico (MB)','Torque no Eixo com Carga (MB)');
%Gráfico do Potência de Entrada versus Velocidade
figure(2)
hold on;
h(4) = plot(n bi sem, Pin bi sem, 'b');
grid on;
hold on;
h(5) = plot(n bi com, Pin bi com, 'bo');
grid on;
h(6) = plot(v bi com, curva bi com P, 'b');
grid on;
title ('Potências de Entrada versus Velocidade');
xlabel('Velocidade (rpm)');
```

```
ylabel('Potência (W)');
hold off;
legend(h(4:5), 'Potência de Entrada sem Carga (MB)', 'Potência de
Entrada com Carga (MB)');
%Gráfico do Rendimento versus Velocidade
figure(3)
hold on;
h(7) = plot(n_bi_sem, rendimento_bi_sem, 'm');
grid on;
hold on;
h(8) = plot(n bi com, rendimento bi com, 'mo');
grid on;
h(9) = plot(v_bi_com,curva_bi_com_R,'m');
grid on;
title('Rendimentos versus Velocidade');
xlabel('Velocidade (rpm)');
ylabel('Rendimento (%)');
hold off;
legend(h(7:8), 'Rendimento sem Carga (MB)', 'Rendimento com Carga
(MB)');
```