



**Universidade Federal de Campina Grande  
Centro de Engenharia Elétrica e Informática**

Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

**RELATÓRIO DE ESTÁGIO  
SUPERVISIONADO**

Saul Medeiros Souto Junior

Campina Grande, Paraíba

Junho de 2019

**Saul Medeiros Souto Junior**

## **RELATÓRIO DE ESTÁGIO SUPERVISIONADO**

Relatório de Estágio Supervisionado submetido à Coordenação do curso de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Controle e Automação

Saulo Oliveira Dornellas Luiz  
Professor Orientador

Campina Grande, Paraíba  
Junho de 2019

**Saul Medeiros Souto Júnior**

## **RELATÓRIO DE ESTÁGIO SUPERVISIONADO**

Relatório de Estágio Supervisionado submetido à Coordenação do curso de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Controle e Automação

Aprovado em:     /     /

---

**Saulo Oliveira Dornellas Luiz**  
Universidade Federal de Campina Grande  
Professor Orientador

---

**Professor Avaliador**  
Universidade Federal de Campina Grande  
Professor Avaliador



*Este trabalho é dedicado a Deus, minha família e meus amigos.*



# Agradecimentos

Acima de tudo, muita gratidão a Deus, porque sem ele nada é possível nessa vida.

Agradecer à minha família, em especial meus pais, Saul e Kátia, meu irmão João Victor, meus avós Matias, Zina, Francisco e Amélia, meu tio Salatiel, meu amigo Cleber, ao meu cachorro Scooby e a minha gata Lua , que sempre estiveram ao meu lado nessa árdua jornada e sempre tiveram bastante amor e carinho por mim.

Gostaria de agradecer ao Ministério da Educação pela criação do REUNI, que foi responsável pela inclusão de muitos estudantes, inclusive eu, para o ensino superior e agradecimentos ao Ministro da educação em 2012, quando ingressei no curso, Fernando Haddad, ao Partido dos Trabalhadores e ao ex-Presidente Luiz Inácio Lula da Silva.

Gostaria de agradecer aos meus amigos que sempre estiveram ao meu lado, pelo apoio e pelos grandes momentos na minha vida, minhas amigas de infância e adolescência: Melissa, Larissa e Dayane por essa nossa duradoura e bela amizade. E meus amigos(as) de graduação que me ajudaram bastante nessa jornada e que sempre foram excelentes companhias: Arthur, Grace, Raniele, Yanna, Adriel, Luana Constantino, Giovana, Monyelle, Priscila, Samara, Alana, Dany, Lucas Vinicius, Nayara, Paula Thayse, Lily, Wanessa, Brenda Lorrany, Brenda Lira, Ana Gomes, Ana Carolina, Alexandre, Pedro Paulo, Luis Alberto, Isaac, Kaio, Josué e Jandilson, por memoráveis momentos nesses anos de graduação.

Gostaria também de agradecer ao corpo docente do departamento de engenharia elétrica, que foram muito importantes na minha formação, em Especial os professores Saulo e Jaidilson , mas também vale citar os professores Rubem, Adriano Batista, Roberto Siqueira, Alexandre Cunha, Antonio Marcus, Wamberto, Gutemberg Lira, Pedro Luiz, Romulo do Valle, Luciana Veloso, Maurício, Bruno Albert e Johannes Derks, que são grandes educadores e exemplos como professores e pesquisadores.



*"If you can keep your head when all about you are losing theirs and blaming it on you, if  
you can meet with triumph and disaster and treat those two impostors just the same.  
Yours is the Earth and everything that's in it, and - which is more - you'll be a man, my  
son"*

*-If, Poema de Joseph Rudyard Kipling, 1865-1936*



# Resumo

Neste documento estão descritas de maneira sequencial as atividades realizadas pelo estagiário Saul Medeiros Souto Junior no âmbito do Estágio Supervisionado com carga horária de 360 horas no Laboratório de Sistemas Embarcados e Computação Pervasiva (Embedded). O estagiário foi alocado na equipe de desenvolvimento de modelos de sistemas para baterias chumbo-ácido. Para o desenvolvimento dos modelos foi estudado o modelo Rakhmatov-Vrudhula e o modelo Cinético ou KiBaM. Por fim, foram validados os modelos mediante simulações e comparação de dados do manual da bateria e os dados do modelo.

**Palavras-chave:** Estágio Supervisionado, Baterias Chumbo-Ácido, Modelagem, Rakhmatov-Vrudhula, KiBaM.



# Abstract

This document describes the activities developed by the intern Saul Medeiros Souto Junior as part of his internship at the Embedded Systems and Pervasive Computation Laboratory (Embedded). The intern was allocated in the Model development team for lead-acid batteries. The Rakhmatov-Vrudhula and Kinetic (or KiBaM) models were researched. Lastly, the models were tested and verified by simulation and comparisons between the battery datasheet and model simulation data.

**Keywords:** Supervised internship, Lead-acid battery, Modelling, Rakhmatov-Vrudhula, KiBaM.



# Lista de ilustrações

Figura 1 – Embedded UFCG. Fonte: página da web do Embedded . . . . .	23
Figura 2 – Bateria DF300. Fonte: manual das baterias da linha Freedom . . . . .	27
Figura 3 – Estrutura interna da bateria. Fonte: manual das baterias da linha Freedom.	28
Figura 4 – Tabela das correntes de descarga das baterias. Fonte: manual das baterias da linha Freedom. . . . .	29
Figura 5 – Tabela das capacidades das bateria. Fonte: manual das baterias da linha Freedom. . . . .	29
Figura 6 – Esquema de funcionamento de uma bateria simples. Fonte: Breno et al. [1]	31
Figura 7 – Esquema do efeito de recuperação em uma bateria. Fonte: Breno et al. [1]	32
Figura 8 – Esquemático dos tanques do modelo KiBaM. Fonte: Qi Zhang et al.[3]	37
Figura 9 – Tabela das correntes de descarga das baterias. Fonte: manual das baterias da linha Freedom. . . . .	43
Figura 10 – Tabela das capacidades das bateria. Fonte: manual das baterias da linha Freedom. . . . .	43
Figura 11 – Tabela com valores de capacidade indisponível. Fonte: Autoria própria	44
Figura 12 – Gráfico Capacidade Indisponível x Corrente de descarga. Fonte: Autoria Própria. . . . .	45
Figura 13 – Processo de obtenção dos parâmetros para o modelo KiBaM de ordem inteira mediante o cftool. Fonte: Autoria Própria. . . . .	47



# Lista de tabelas

Tabela 1 – Valores dos parâmetros para o modelo RV. . . . .	45
Tabela 2 – Valores dos erros estimados para o modelo RV. . . . .	46
Tabela 3 – Valores dos parâmetros para o modelo KiBaM de ordem inteira. . . . .	47
Tabela 4 – Valores dos erros estimados para o modelo KiBaM de ordem inteira. . . . .	48
Tabela 5 – Valores dos parâmetros para o modelo KiBaM de ordem fracionária. . . . .	48
Tabela 6 – Valores dos erros estimados para o modelo KiBaM de ordem fracionária. . . . .	49



# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>21</b>
<b>2</b>	<b>EMBEDDED</b>	<b>23</b>
<b>3</b>	<b>ATIVIDADES REALIZADAS</b>	<b>25</b>
<b>4</b>	<b>BATERIAS FREEDOM</b>	<b>27</b>
<b>5</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>31</b>
<b>5.1</b>	<b>Baterias</b>	<b>31</b>
5.1.1	Baterias chumbo-Ácido	33
<b>5.2</b>	<b>Modelos Analíticos</b>	<b>34</b>
<b>5.3</b>	<b>Modelo Rakhmatov-Vrudhula</b>	<b>34</b>
<b>5.4</b>	<b>Modelo KiBaM</b>	<b>37</b>
5.4.1	Modelo KiBaM de ordem inteira	38
5.4.2	Modelo KiBaM de ordem fracionária	39
<b>6</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>43</b>
<b>6.1</b>	<b>Modelo Rakhmatov-Vrudhula</b>	<b>45</b>
<b>6.2</b>	<b>Modelo KiBaM</b>	<b>46</b>
6.2.1	Modelo KiBaM de ordem inteira	46
6.2.2	Modelo KiBaM de ordem fracionária	48
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>51</b>
<b>8</b>	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>53</b>
<b>9</b>	<b>ANEXOS</b>	<b>55</b>
<b>9.1</b>	<b>Anexo A - Simulação Modelo Rakhmatov-Vrudhula</b>	<b>55</b>
<b>9.2</b>	<b>Anexo B - Simulação dos Modelos KiBaM</b>	<b>57</b>



# 1 Introdução

O presente relatório descreve as atividades realizadas pelo estagiário Saul Medeiros Souto Júnior, sob a orientação do professor Saulo Oliveira Dornellas Luiz e supervisão do professor Jaidilson Jó da Silva. O estágio discente supervisionado foi realizado no Laboratório de Sistemas Embarcados e Computação Pervasiva (Embedded) localizado na Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). O estágio foi prestado do dia 11 de março de 2019 até o dia 14 de maio de 2019, com carga horária diária de 40 horas, com uma carga total de 371 horas, superior a carga horária mínima pre-definida de 360 horas totais.

O papel do estagiário foi o desenvolvimento e aprimoramento de modelos para baterias estacionárias de chumbo-ácido da linha Freedom em um projeto para um empresa com convênio com o Embedded. Os modelos relacionam a corrente elétrica da bateria e o estado de carga (SoC) da bateria.

O desenvolvimento do modelos foi baseado nos dados presentes no manual técnico de usuário das baterias estacionárias Freedom<sup>1</sup>: corrente de descarga, autonomia e capacidade . A plataforma utilizada para obtenção do modelo foi o MATLAB. Além do desenvolvimento do modelo, foram realizadas simulações por meio do MATLAB e o Simulink para verificação dos mesmos.

Para melhor apresentação do trabalho, o mesmo fora dividido em seis capítulos, em que são descritos a instituição em que foi realizado o estágio, sobre as atividades do estágio, as baterias estudadas no estágio, uma breve introdução teórica, baterias e os modelos estudados, os resultados obtidos e a conclusão final.

---

<sup>1</sup> <http://www.logik.com.br/download/ManualTecnicoBateriasFreedom.pdf>



## 2 Embedded

O Laboratório de Sistemas Embarcados e Computação Pervasiva (Embedded) é localizado no edifício Professor Gurdip Singh Deep, na Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). O laboratório possui parcerias com empresas público-privadas para a realização de pesquisa e desenvolvimento, na área de Engenharia Elétrica e Ciências da Computação. Segundo o site do Embedded<sup>1</sup>, o Laboratório Embedded é credenciado no Comitê da Área de Tecnologia de Informação (CATI) para receber recursos da Lei de Informática, tendo o Parque Tecnológico da Paraíba como interveniente financeiro também credenciado no CATI.

A missão do Embedded é avançar no estado da arte nas áreas de sistemas embarcados e computação pervasiva, promovendo ações que permitam que tais avanços tragam benefícios para a sociedade através de parcerias com grandes empresas. Para isso, tem-se uma equipe formada por pesquisadores doutores, alunos de doutorado, mestrado e graduação focados na produção de conhecimento e na aplicação deste conhecimento na resolução de problemas reais da indústria, equilibrando perspectivas acadêmicas com as necessidades de mercado.



Figura 1 – Embedded UFCG. Fonte: página da web do Embedded

---

<sup>1</sup> <http://www.embeddedlab.org/>

Neste estágio foi realizado o desenvolvimento de modelos para baterias da linha Freedom para uma empresa com a qual o Embedded tem convênios de cooperação técnico-científico, que tem como área de atuação o desenvolvimento e produção de sistemas de gerenciamento de energia e de baterias.

Com ênfase na área de Controle e Automação, do curso de Engenharia Elétrica, da UFCG o Embedded tem a capacitação no desenvolvimento de sistemas de gerenciamento de energia e modelagem de sistemas dinâmicos, sendo portanto capacitado para pesquisa e desenvolvimento de sistemas envolvendo baterias.

## 3 Atividades Realizadas

As atividades realizadas no estágio supervisionado foram o desenvolvimento de modelos para baterias chumbo-ácido da linha Freedom. Para o desenvolvimento de tais atividades foi necessário fazer um estudo de modelos de baterias que mais se ajustassem à bateria estudada. Os dados das baterias foram obtidos mediante o manual técnico do usuário, segundo recomendação do projeto, para ser feita a estimação de parâmetros do modelo da bateria.

Após o estudo dos dados, foram pesquisados e estudados métodos analíticos para modelagem de baterias, utilizando várias fontes como livros, sites de pesquisa de trabalhos científicos, como o IEEEExplore. Para a bateria chumbo-ácido, os modelos analíticos estudados foram: Rakhmatov-Vrudhula e os modelos Cinéticos ou KiBaM.

O estagiário foi alocado na sala do Laboratório de Instrumentação ou sala LIEC 08, e teve acesso à sala Embedded 01A. No laboratório de instrumentação, para o desenvolvimento das atividades existia um computador *desktop*.

Na equipe do projeto, além do estagiário no laboratório de instrumentação, eram presentes:

- Um estagiário.
- Uma estagiária.
- Onze membros do projeto.

Além da equipe do laboratório de instrumentação, outros membros estavam alocados em outros laboratórios e salas:

-Dois Professores Doutores, membros do Embedded, um deles sendo o supervisor e outro o responsável pelo estágio.

Os membros da equipe são de vários cursos, incluindo Engenharia Elétrica e Ciências da Computação e de diversos níveis, incluindo graduandos, mestrandos e doutorandos.

Utilizando métodos de estimação de parâmetros e o próprio MATLAB, foram obtidos os respectivos modelos para as baterias, que serão abordados com maior profundidade no capítulo 6 - Resultados.

Após terem sido obtidos os modelos para as baterias, foram realizadas simulações no MATLAB e Simulink para verificação dos modelos obtidos. Foi necessário verificar o erro percentual do tempo de descarga obtido e o tempo de descarga indicado no manual de cada modelo.

Portanto as atividades desempenhadas foram:

- Modelagem das baterias chumbo-ácido da linha Freedom.
- Estudo dos dados do manual da bateria para poder realizar a modelagem.
- Pesquisa dos métodos de modelagem para as baterias chumbo-ácido.
- Obtenção de modelos que relacionem uma entrada de corrente de descarga com um SoC (Estado de Carga) para as baterias chumbo-ácido.
- O modelo deve ter um erro até 5% em relação aos dados do manual.
- Verificação mediante simulações no MATLAB e Simulink dos modelos obtidos.

## 4 Baterias Freedom

As baterias da linha Freedom que foram objeto de estudo são baterias chumbo-ácido estacionárias, que são capazes de manter uma corrente constante durante a descarga. As aplicações das mesmas são diversas, sendo utilizadas para bancos de baterias, *no-breaks*, hospitais, monitoramento remoto, centrais telefônicas, iluminação de sinalização, energia solar, sistemas de telecomunicação e sistemas de emergência.

As séries dos modelos de baterias estudados foram: DF300, DF500, DF700, DF1000, DF1500, DF2000, DF2500, DF3000 e DF4001.



Figura 2 – Bateria DF300. Fonte: manual das baterias da linha Freedom

São baterias construídas com:

- Tampa - selada com um sistema de labirinto, para evitar que os eletrólitos escapem devido à evaporação e retornem para a célula, feita de polipropileno.
- Filtro Anti-Chamas - feito em material poroso, que evita o escape de gases internos da bateria e impede a penetração de chamas, evitando explosões.
- Grade - confeccionada de liga Chumbo-Cálcio-Prata feita em *design* radial reforçado.
- Placa - Uma vez empastadas com o material ativo, as grades passam a ser chamadas de placas.
- Separador - É utilizado para evitar que as placas de diferentes polaridades se toquem e causem um curto-circuito.

<sup>0</sup> <http://www.logik.com.br/download/ManualTecnicoBateriasFreedom.pdf>

- Conectores de placa - Têm como função unir as placas de uma mesma polaridade, formando grupos positivos e negativos, e fazer a integração entre as células.

- Elemento - É um grupo de placas positivas e negativas intercaladas. Cada elemento gera uma tensão de 2 Volts; portanto, são necessários 6 elementos para conseguirmos uma bateria de 12 Volts.

- Eletrólito Fluido - Eletrólito composto por uma solução aquosa de ácido sulfúrico, de forma fluida que permite melhor dissipação térmica da bateria, diminuindo a sensibilidade em relação às variações de temperatura.

- Solda Intercelular - Conexão entre elementos de célula da bateria feitas por solda, conferindo melhor condução de corrente e melhor eficiência energética durante a carga e a descarga.

- Placas espessas de alta densidade.

- Caixa e tampa de polipropileno - Caixa e tampa feitos de um material de alta resistência a impactos e seladas por fusão de material, para evitar vazamentos.

- Flame Arrestor - Dispositivo destinado a permitir a liberação de gases formados no interior do acumulador retendo a saída de partículas do eletrólito arrastadas durante o processo de carga e impedindo a entrada de impurezas no mesmo. Este filtro apresenta características de segurança, evitando a penetração de gases e explosão do elemento.

- Indicador de teste - para indicar o estado da bateria.

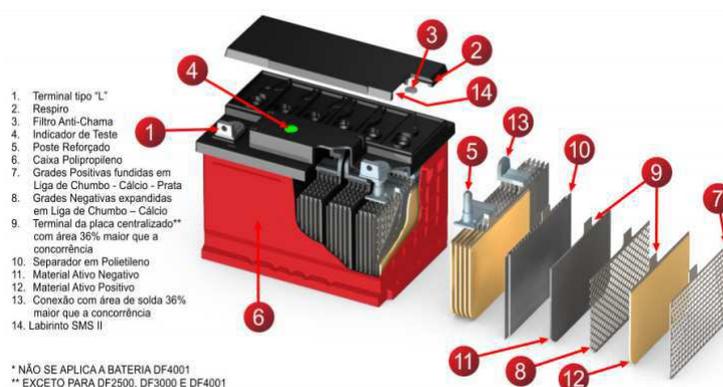


Figura 3 – Estrutura interna da bateria. Fonte: manual das baterias da linha Freedom.

O manual da bateria apresenta a capacidade da bateria em Ampères-hora (Ah) e a corrente em Ampères (A) de descarga para uma determinada autonomia em horas (h). Esses dados são apresentados nas Figuras 5 e 6.

<sup>0</sup> <http://www.logik.com.br/download/ManualTecnicoBateriasFreedom.pdf>

Correntes de descarga (A) em diferentes regimes a 25°C (tensão final 10,5V)

Modelo	HORAS															MINUTOS			
	100	20	10	9	8	7	6	5	4,5	4	3,5	3	2,5	2	1,5	1	45	30	15
DF300	0,3	1,3	2,4	2,6	2,9	3,3	3,8	4,4	4,9	5,4	6	7	8,2	10	12,8	18	21	25	40
DF500	0,4	1,8	3	3,3	3,7	4,2	4,9	5,8	6,2	6,8	7,6	8,6	9,9	12	15	20	25,3	33	52
DF700	0,5	2,3	4,1	4,5	5	5,6	6,5	7,5	8,2	9,2	10	11,5	13,6	16,3	21	27	32	43	65
DF1000	0,7	3	5,4	5,8	6,4	7,3	8,2	9,8	10,5	11,5	12,5	14,5	17	19	25,2	35	42,5	55	84
DF1500	0,93	4	7,6	8,2	9	10	11,5	13,2	14,5	16	18,2	21	25	29,5	38	54	69	90	130
DF2000	1,2	5,3	9,4	10,2	11,5	13	14,5	17	18,4	20,3	22,6	25	29,5	34,5	44	60	75	96	150
DF2500	1,7	7,5	13	14,4	16,2	18	20	23	25	28	31	34	40	47	58	81	99	130	200
DF3000	1,9	8,5	15,6	17	19	21,4	24,7	28	30	33	36	41	48	57	72	95	112	152	231
DF4001	2,4	11	20	21,5	24	26,5	30	35	38	41,5	46	52	60	72	90	120	145	191	290

Figura 4 – Tabela das correntes de descarga das baterias. Fonte: manual das baterias da linha Freedom.

Capacidade em ampère-hora (Ah) a 25°C em diferentes regimes de descarga (tensão final 10,5V)

Modelo	HORAS															MINUTOS			
	100	20	10	9	8	7	6	5	4,5	4	3,5	3	2,5	2	1,5	1	45	30	15
DF300	30	26	24	23,8	23,5	23,1	22,8	22	21,9	21,6	21	21	20,5	20	19,2	18	15,8	12,5	10
DF500	40	36	30	29,9	29,8	29,7	29,4	28,8	27,7	27	26,6	25,8	24,8	24	22,5	20	19	16,5	13
DF700	50	45	41	40,5	40	39,5	39,2	37,5	37,1	36,8	35	34,5	34	32,5	31,5	27	24	21,5	16,3
DF1000	70	60	54	51,8	51,6	51,1	49,2	49	47,3	46	43,8	43,5	42,5	38	37,8	35	31,9	27,5	21
DF1500	93	80	76	73,8	72	70	69	66	65,3	64	63,7	63	62,5	59	57	54	51,8	45	32,5
DF2000	115	105	94	92	91,8	91	87	85	82,8	81,2	79,1	75	73,8	69	66	60	56,3	48	37,5
DF2500	165	150	130	129,8	129,6	126	120	115	112,5	112	108,5	102	100	94	87	81	74,3	65	50
DF3000	185	170	156	153	152	150	148,2	140	135	132	126	123	120	114	108	95	84	76	57,8
DF4001	240	220	200	193,5	192	185,5	180	175	171	166	161	156	150	144	135	120	108,8	95,5	72

Figura 5 – Tabela das capacidades das bateria. Fonte: manual das baterias da linha Freedom.

<sup>0</sup> <http://www.logik.com.br/download/ManualTecnicoBateriasFreedom.pdf>



## 5 Fundamentação Teórica

Para o desenvolvimento do modelo para as baterias, foram estudados dois métodos analíticos, o modelo Rakhmatov-Vrudhula e o modelo Cinético ou KiBaM, que pode ser categorizado em modelo KiBaM de ordem inteira e modelo KiBaM de ordem fracionária.

### 5.1 Baterias

Baterias são dispositivos eletroquímicos que permitem a conversão da energia proveniente das reações químicas de elementos internos na bateria, em energia elétrica. As reações ocorrem dentro de células eletroquímicas. Baterias são compostas pela ligação de uma ou várias células eletroquímicas. As células eletroquímicas podem ser ligadas em série, paralelo ou combinação dos dois, para oferecerem um valor desejado de corrente e de tensão.

As células eletroquímicas são constituídas por dois eletrodos de diferentes polaridades e um espaço entre os mesmos. O cátodo de polaridade positiva, o ânodo de polaridade negativa e um eletrólito, normalmente formado por uma solução aquosa que separa o ânodo do cátodo, mas que permite a condução de elétrons entre o meio.

A reação de descarga ocorre quando uma carga é conectada aos terminais da bateria, e conseqüentemente ocorre a conexão entre os terminais da bateria, propiciando a formação de uma corrente elétrica fazendo com que o ânodo sofra oxidação, perdendo elétrons e o cátodo sofra redução, surgindo então uma corrente elétrica entre o ânodo-carga-cátodo. Estes elétrons são originados pelas reações químicas que ocorrem entre os eletrodos e os íons presentes no eletrólito, denominados de espécies eletroativas. Durante a recarga ocorre um processo similar, mas inverso, onde a corrente elétrica externa permite que ocorra a oxidação do cátodo e a redução do ânodo, fazendo com que a bateria retorne ao seu estado inicial.

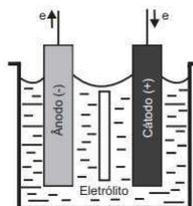


Figura 6 – Esquema de funcionamento de uma bateria simples. Fonte: Breno et al. [1]

Duas características são importantes em uma bateria, a Tensão elétrica, em Volts (V) e a Capacidade da bateria, em Ampère-hora (Ah). Em baterias ideais, a Tensão elétrica

é constante durante todo o período de descarga e a capacidade é igual para qualquer valor de corrente elétrica. No entanto em baterias reais, a Tensão elétrica decai ao longo da descarga e a capacidade da bateria diminui conforme a corrente elétrica aumenta. As causas desses fenômenos são o efeito da recuperação e a taxa de capacidade.

O efeito da recuperação pode ser melhor visto na Figura 7, onde é mostrado o estado do eletrodo da bateria, eletrólito e as espécies eletroativas em vários estágios. Na Figura 7.a é ilustrada a bateria completamente carregada, com as espécies eletroativas uniformemente distribuídas. Quando ocorre a conexão entre os terminais da bateria o processo de descarga é estabelecido e assim é formada uma corrente elétrica entre os terminais. As reações eletroquímicas reduzem o número de espécies eletroativas próximas ao eletrodo, formando um gradiente de concentração de espécies ao longo do eletrólito, como visto na Figura 7.b. Com um desligamento da carga, a concentração ao longo do eletrodo aumenta até o gradiente de concentração se anular, devido a corrente nula, ocorrendo então a recuperação da bateria, mostrado na Figura 7.c, o efeito ocorre devido à difusão das espécies, quanto mais baixa à corrente, mais rápida a recuperação. Quando a concentração de eletrólitos na superfície do condutor é inferior a um determinado limite, a bateria está descarregada. Neste caso as reações químicas não podem mais se sustentar, como visto na Figura 7.d.

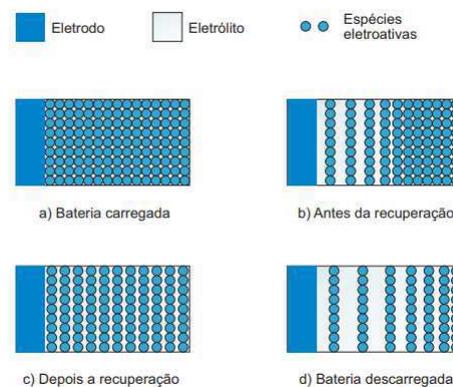


Figura 7 – Esquema do efeito de recuperação em uma bateria. Fonte: Breno et al. [1]

O efeito da taxa de capacidade é um efeito que depende da capacidade instantânea da bateria, da intensidade da corrente de descarga da bateria e do efeito da recuperação. O efeito da recuperação é mais rápido e efetivo em correntes baixas. Já com uma corrente de descarga elevada, não há tempo suficiente para reorganizar as espécies no eletrólito. Já no caso de correntes mais baixas o efeito da recuperação é mais efetivo, disponibilizando uma quantidade próxima da total de espécies eletroativas e portanto uma capacidade de bateria mais próxima da total [1].

### 5.1.1 Baterias chumbo-Ácido

Baterias Chumbo-Ácido foram inventadas em 1859 na França, por Gastón Plante. As mesmas são formadas por uma composição de elementos, que são pilhas, ligadas em série. A tensão de cada elemento é de aproximadamente 2V, para as baterias da linha Freedom, a tensão entre terminais é de 12V. Portanto existe a ligação série entre 6 elementos. Para correntes elétricas maiores é necessário portanto associar em paralelo os vários elementos em série.

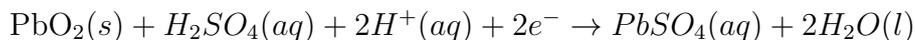
Seus dois eletrodos são constituídos por um eletrodo de chumbo esponjoso e outro eletrodo de cátodo de dióxido de chumbo em pó. Os mesmos são mergulhados em uma solução de ácido sulfúrico e água dentro de uma grade feita de uma liga de chumbo-cálcio-prata. O motivo do uso da liga ao invés de chumbo puro é pela facilidade de produção devido a maleabilidade do chumbo.

As reações eletroquímicas de descarga são dadas por:

Ânodo:



Cátodo:



Portanto ocorre a formação de sulfato de chumbo insolúvel que se adere aos eletrodos, gás hidrogênio e água, devido a essa reação química. O processo pode ser revertido quando ocorre a passagem de corrente elétrica no sentido inverso.

## 5.2 Modelos Analíticos

Foi escolhido o uso de modelos analíticos para a modelagem da bateria. A vantagem do uso de um modelo analítico é uma resposta melhor do modelo em regime dinâmico, outra vantagem significativa do uso dos modelos dinâmicos a seguir é o menor número possível de parâmetros internos da bateria para a determinação da função de transferência do modelo, que são inacessíveis, devido a vários fatores, como insalubridade e desconhecimento da estrutura interna da bateria.

Para os modelos, foi estudado o comportamento o estado de carga da bateria, ou SoC (*State of Charge*), conforme uma corrente de descarga, levando em conta o tempo de descarga, ou autonomia da bateria, que é ilustrado na Figura 9.

Foram portanto escolhidos e estudados os modelos analíticos: Modelo Rakhmatov-Vrudhula e os Modelos Cinéticos, também conhecidos com KiBaM (*Kinetic Battery Model*), que podem ser subdivididos em modelo KiBaM de ordem inteira e modelo KiBaM de ordem fracionária.

## 5.3 Modelo Rakhmatov-Vrudhula

O modelo Rakhmatov-Vrudhula, desenvolvido por Daler Rakhmatov e Sarma B.K. Vrudhula, ou também Modelo de difusão, por ser baseado na difusão dos íons no eletrólito, é um modelo analítico que descreve a evolução da concentração de espécies eletroativas no eletrólito. Assim o modelo é capaz de determinar o comportamento de características de uma bateria, como seu SoC e Autonomia, dependendo da corrente solicitada por uma carga.

O modelo de difusão leva em consideração o efeito da recuperação da bateria para poder modelar o comportamento da mesma. Esse modelo leva em consideração a concentração  $C(x, t)$  de espécies eletroativas em um instante de tempo  $t$  e um comprimento do eletrólito  $x$ , com intervalo  $x = [0, w]$ . A evolução da concentração pode ser expressa pela lei de Fick, onde a concentração inicial é dada por  $C(x, 0) = C^*$  descrita pelas expressões (5.1) e (5.2)[7].

$$-J(x, t) = D \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial C(x, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C(x, t)}{\partial x^2} \quad (5.2)$$

Onde  $J(x, t)$  é o fluxo de espécies eletroativas no instante de tempo  $t$  e na distância  $x$  do eletrodo e  $D$  é uma constante de difusão. O fluxo na superfície do eletrodo ( $x = 0$ ) é proporcional à corrente elétrica ( $i(t)$ ) e o fluxo no outro lado da região de difusão é nulo

( $x = w$ ), portanto é possível determinar as seguintes condições de fronteira, dadas pelas expressões (5.3) e (5.4)[7]:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} = \frac{i(t)}{\nu F A} \quad (5.3)$$

$$\lim_{x \rightarrow w} \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (5.4)$$

Onde  $A$  é a área da superfície do eletrodo,  $F$  é a constante de Faraday e  $\nu$  é o número de elétrons envolvidos na reação eletroquímica. É possível obter uma solução analítica para as equações diferenciais acima, utilizando transformada de Laplace. Assim é possível obter a expressão para a carga consumida da bateria,  $\sigma(t)$ , visto na equação (5.5):

$$\sigma(t) = \int_0^t i(\tau) d\tau + \int_0^t i(\tau) \left( 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{\beta^2 m^2 (t-\tau)} \right) d\tau \quad (5.5)$$

Onde  $\beta = \frac{\pi\sqrt{D}}{w}$ , portanto  $\beta$  é uma constante de tempo da bateria com unidade de  $\text{tempo}^{-1}$ , que depende do seu eletrólito e de sua composição química.

A equação ainda pode ser resumida na forma:

$$\sigma(t) = l(t) + u(t) \quad (5.6)$$

Onde  $l(t)$  é a carga que foi extraída da bateria, enquanto  $u(t)$  é a capacidade indisponível, ou seja, que não pode ser extraída da bateria, mesmo ela sendo totalmente descarregada.

Foi estudada no estágio uma bateria estacionária, cuja corrente de descarga é constante, portanto  $i(t) = I$ . O número de membros do somatório foi de  $m = 10$ , por limitações em recursos computacionais e pelo erro de truncamento já ser satisfatório, portanto[1]:

$$\sigma(t) = It + 2I \sum_{m=1}^{10} \frac{1 - e^{-\beta^2 m^2 t}}{\beta^2 m^2} \quad (5.7)$$

Portanto, a capacidade disponível em uma bateria estacionária varia linearmente com o tempo e a capacidade indisponível depende bastante das características da bateria, como construção e composição química determinados por  $\beta$ . mas com influência do tempo de descarga e da corrente. Para se obter o valor da capacidade da bateria em um instante, é feito a relação  $a(t) = C - \sigma(t)$ , portanto:

$$a(t) = C - It - 2I \sum_{m=1}^{10} \frac{1 - e^{-\beta^2 m^2 t}}{\beta^2 m^2} \quad (5.8)$$

Onde  $C$  é a capacidade máxima da bateria. Para o cálculo do estado de carga da bateria (SoC), é feita a razão entre a capacidade instântanea do sistema e a capacidade máxima da bateria, assim

$$SoC(t) = 100 \frac{a(t)}{C} \quad (5.9)$$

Onde o estado de carga da bateria é dado em um valor percentual.

## 5.4 Modelo KiBaM

O modelo KiBaM, do inglês *Kinetic Battery Model*, desenvolvido por Manwell e McGowan, utiliza como base a cinética dos processos eletroquímicos na bateria para modelar o comportamento da mesma. É um modelo bem interativo, que por analogia utiliza dois tanques conectados entre si: um tanque que representa a capacidade disponível e outro que representa a capacidade temporária. Os tanques podem ser vistos na Figura 8 [7]:

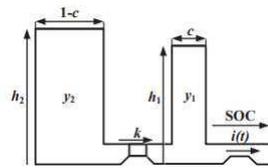


Figura 8 – Esquemático dos tanques do modelo KiBaM. Fonte: Qi Zhang et al.[3]

Portanto o tanque 1 é o disponível que supre elétrons direto para a carga mediante corrente elétrica. Já o tanque 2 é o temporário, que supre elétrons apenas para o tanque disponível. Onde  $c$  representa a proporcionalidade de capacidade da bateria entre os tanques, adimensional.  $k$  representa o fluxo do tanque de capacidade temporária para o tanque de capacidade disponível, dado em  $tempo^{-1}$ [3].

$y_1$  representa a capacidade disponível e  $y_2$  a capacidade temporária. Seus valores iniciais são  $y_1(0) = cC$  e  $y_2(0) = (1 - c)C$ , onde  $C$  é a capacidade inicial da bateria. Quando  $y_1 = 0$  a bateria está descarregada. A taxa com a qual as cargas fluem entre os tanques depende das alturas entre os tanques, que podem ser determinadas por:  $h_1 = \frac{y_1}{c}$  e  $h_2 = \frac{y_2}{(1-c)}$ [3].

Quando uma carga é conectada à bateria, a capacidade disponível diminui, causando uma diferença entre os dois tanques, fazendo com que tenha um fluxo do tanque temporário para o disponível. Quando a carga é removida, a capacidade continua fluindo do tanque temporário para o disponível até ter um equilíbrio entre os tanques. Portanto com um período ocioso, mais capacidade pode se tornar disponível e a bateria pode durar mais do que com uma descarga constante. Nota-se que com correntes elevadas, o tanque de capacidade disponível será drenado mais rápido e o tanque de capacidade temporária não será capaz de abastecer o tanque disponível, fazendo com que tenha um valor maior de carga indisponível e assim a capacidade efetiva da bateria será menor[3].

A forma com as quais as equações que descrevem o modelo KiBaM são ser distintas, podendo ser de primeira ordem para o modelo KiBaM de ordem Inteira ou de ordem fracionária para o modelo KiBaM de ordem fracionária.

### 5.4.1 Modelo KiBaM de ordem inteira

Portanto conhecendo o comportamento dos tanques e sabendo portanto os parâmetros, é possível modelar o sistema da bateria utilizando um modelo de primeira ordem, utilizando como variáveis de estado as alturas dos tanques, assim o sistema é descrito pelas equações (5.10) e (5.11):

$$\frac{dy_1}{dt} = -i(t) + k(h_2 - h_1) \quad (5.10)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = -k(h_2 - h_1) \quad (5.11)$$

Realizando uma transformação de coordenadas, fazendo  $\delta = h_2 - h_1$ ,  $\gamma = y_1 + y_2$  e  $k' = k/c(1 - c)$ , onde  $\delta$  representa a diferença de altura entre os tanques e  $\gamma$  representa a capacidade total da bateria, cujas condições iniciais são  $\delta(0) = 0$  e  $\gamma(0) = C$ , assim[6]:

$$\frac{d\gamma}{dt} = -i(t) \quad (5.12)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{i(t)}{c} - k'\delta \quad (5.13)$$

Para se obter um modelo em espaço de estados válido, é necessário que todas as condições iniciais sejam nulas[4], portanto fazendo  $\gamma(t) = C - \phi(t)$ , onde  $\phi(t) = \int_0^t i(\tau) d\tau$  e  $\phi(0) = 0$ , é obtido:

$$\frac{d\phi}{dt} = i(t) \quad (5.14)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{i(t)}{c} - k'\delta \quad (5.15)$$

Para uma corrente constante, com  $i(t) = I$ , como na bateria estacionária estudada, a equação diferencial pode ser resolvida, resultando em:

$$\phi(t) = It \quad (5.16)$$

$$\delta(t) = \frac{I}{c} \frac{1 - e^{-k't}}{k'} \quad (5.17)$$

Onde a carga disponível é  $l(t) = \gamma(t)$ , e a carga indisponível é dada por  $u(t) = (1 - c)\delta(t)$ , onde:

$$l(t) = C - It \quad (5.18)$$

$$u(t) = I \frac{(1-c)}{c} \frac{1 - e^{-k't}}{k'} \quad (5.19)$$

Assim a carga da bateria pode ser obtida por:

$$a(t) = C - It - I \frac{(1-c)}{c} \frac{1 - e^{-k't}}{k'} \quad (5.20)$$

$$SoC(t) = 100 \frac{a(t)}{C} \quad (5.21)$$

### 5.4.2 Modelo KiBaM de ordem fracionária

Também pode ser utilizado um modelo obtido por meio de derivadas fracionárias, onde a ordem das mesmas é fracionária e não inteira como nos modelos anteriores. A razão da escolha de tal método é porque baterias apresentam um comportamento de ordem fracionária [7], portanto é bom explorar este conceito no estudo de caso, assim:

$$\frac{d^\alpha y_1}{dt^\alpha} = -i(t) + k(h_2 - h_1) \quad (5.22)$$

$$\frac{d^\alpha y_2}{dt^\alpha} = -k(h_2 - h_1) \quad (5.23)$$

Onde  $\alpha$  é a ordem da derivada da equação diferencial, com  $0 < \alpha < 1$ . Para resolver a equação diferencial é necessário o uso de transformadas de Laplace e considerar a corrente  $i(t) = I$  constante:

$$Y_1(s) = \frac{cC}{s^\alpha} - \frac{cI}{s^{\alpha+1}} - \frac{(1-c)I}{s(s^\alpha + k')} \quad (5.24)$$

$$Y_2(s) = \frac{(1-c)C}{s^\alpha} - \frac{(1-c)I}{s^{\alpha+1}} + \frac{(1-c)I}{s(s^\alpha + k')} \quad (5.25)$$

E fazer a inversa da mesma utilizando a função de Mittag-Leffler[3], que é definida por:

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(\alpha n + \beta)}, \alpha > 0, \beta > 0 \quad (5.26)$$

Para facilitar o estudo, foi escolhido  $\beta = \alpha + 1$  e definida a função[3]:

$$\epsilon(t) = t^\alpha E((mt)^\alpha) \quad (5.27)$$

Onde:

$$\mathcal{L}[\epsilon(t)] = \frac{1}{s(s^\alpha + m)} \quad (5.28)$$

Aplicando a transformada inversa nas equações (5.24) e (5.25) e desenvolvendo as equações para encontrar as capacidades indisponíveis e disponíveis, tem-se:

$$l(t) = It \quad (5.29)$$

$$u(t) = I \frac{(1-c)}{c} t^\alpha E(-kt^\alpha) \quad (5.30)$$

Assim:

$$a(t) = C - It - I \frac{(1-c)}{c} t^\alpha E(-kt^\alpha) \quad (5.31)$$

$$SoC(t) = 100 \frac{a(t)}{C} \quad (5.32)$$

Devido a dificuldades na obtenção dos parâmetros do modelo fracionário, a expressão (5.27) foi aproximada para a forma:

$$\epsilon(t) = t^\alpha e^{-kt^\alpha} \quad (5.33)$$

Sabendo que a função de Mittag-Leffler resulta em uma função exponencial para  $\alpha = 1$  e  $\beta = 1$ , foi então aproximada função  $E(t)$  para uma função exponencial, como pode ser visto na expressão (5.34):

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(\alpha n + \beta)} = e^z, \text{ com } \alpha = 1, \beta = 1 \quad (5.34)$$

Com esse método é possível obter os valores utilizando métodos numéricos de ajuste de curvas já conhecidos. O mesmo se trata de uma aproximação não-exata mas que teve um valor de erro menor ou igual a 20% se comparado com o modelo KiBaM de ordem fracionária com os mesmos valores de parâmetros. Portanto:

$$u(t) = I \frac{(1-c)}{c} t^\alpha e^{-kt^\alpha} \quad (5.35)$$

$$a(t) = C - It - I \frac{(1-c)}{c} t^\alpha e^{-kt^\alpha} \quad (5.36)$$

$$SoC(t) = 100 \frac{a(t)}{C} \quad (5.37)$$



## 6 Resultados

Foi realizada a aquisição de parâmetros para os modelos utilizando ferramentas numéricas e os modelos foram testados mediante simulações, para isso foi calculado o erro entre as saídas dos modelos e os dados obtidos pelo manual.

Analisando as equações (5.8) do modelo Rakhmatov-Vrudhula, (5.20) do modelo KiBaM de ordem inteira, (5.31) do modelo KiBaM de ordem fracionária e (5.36) do modelo KiBaM de ordem fracionária aproximado, é possível verificar que somente as equações da parte da capacidade indisponível mudam, mas a capacidade inicial e disponível continuam as mesmas. Portanto o estudo para validação dos modelos foi baseado sobre o comportamento do modelo para a capacidade indisponível e depois foi verificada a adição dos mesmos no modelo final.

Para obtenção dos valores de capacidade indisponível foram extraídos do manual técnico de usuário das baterias estacionárias Freedom<sup>1</sup> os valores das capacidades da bateria e das correntes de descarga para um mesmo valor de autonomia. Como definido anteriormente no capítulo 3, o modelo deve ter um erro médio de até 5% para ser considerado válido para uma determinada bateria.

Correntes de descarga (A) em diferentes regimes a 25°C (tensão final 10,5V)

Modelo	HORAS															MINUTOS			
	100	20	10	9	8	7	6	5	4,5	4	3,5	3	2,5	2	1,5	1	45	30	15
DF300	0,3	1,3	2,4	2,6	2,9	3,3	3,8	4,4	4,9	5,4	6	7	8,2	10	12,8	18	21	25	40
DF500	0,4	1,8	3	3,3	3,7	4,2	4,9	5,8	6,2	6,8	7,6	8,6	9,9	12	15	20	25,3	33	52
DF700	0,5	2,3	4,1	4,5	5	5,6	6,5	7,5	8,2	9,2	10	11,5	13,6	16,3	21	27	32	43	65
DF1000	0,7	3	5,4	5,8	6,4	7,3	8,2	9,8	10,5	11,5	12,5	14,5	17	19	25,2	35	42,5	55	84
DF1500	0,93	4	7,6	8,2	9	10	11,5	13,2	14,5	16	18,2	21	25	29,5	38	54	69	90	130
DF2000	1,2	5,3	9,4	10,2	11,5	13	14,5	17	18,4	20,3	22,6	25	29,5	34,5	44	60	75	96	150
DF2500	1,7	7,5	13	14,4	16,2	18	20	23	25	28	31	34	40	47	58	81	99	130	200
DF3000	1,9	8,5	15,6	17	19	21,4	24,7	28	30	33	36	41	48	57	72	95	112	152	231
DF4001	2,4	11	20	21,5	24	26,5	30	35	38	41,5	46	52	60	72	90	120	145	191	290

Figura 9 – Tabela das correntes de descarga das baterias. Fonte: manual das baterias da linha Freedom.

Capacidade em ampère-hora (Ah) a 25°C em diferentes regimes de descarga (tensão final 10,5V)

Modelo	HORAS															MINUTOS			
	100	20	10	9	8	7	6	5	4,5	4	3,5	3	2,5	2	1,5	1	45	30	15
DF300	30	26	24	23,8	23,5	23,1	22,8	22	21,9	21,6	21	21	20,5	20	19,2	18	15,8	12,5	10
DF500	40	36	30	29,9	29,8	29,7	29,4	28,8	27,7	27	26,6	25,8	24,8	24	22,5	20	19	16,5	13
DF700	50	45	41	40,5	40	39,5	39,2	37,5	37,1	36,8	35	34,5	34	32,5	31,5	27	24	21,5	16,3
DF1000	70	60	54	51,8	51,6	51,1	49,2	49	47,3	46	43,8	43,5	42,5	38	37,8	35	31,9	27,5	21
DF1500	93	80	76	73,8	72	70	69	66	65,3	64	63,7	63	62,5	59	57	54	51,8	45	32,5
DF2000	115	105	94	92	91,8	91	87	85	82,8	81,2	79,1	75	73,8	69	66	60	56,3	48	37,5
DF2500	165	150	130	129,8	129,6	126	120	115	112,5	112	108,5	102	100	94	87	81	74,3	65	50
DF3000	185	170	156	153	152	150	148,2	140	135	132	126	123	120	114	108	95	84	76	57,8
DF4001	240	220	200	193,5	192	185,5	180	175	171	166	161	156	150	144	135	120	108,8	95,5	72

Figura 10 – Tabela das capacidades das bateria. Fonte: manual das baterias da linha Freedom.

Na Figura 11 estão os valores de capacidade consumida pela bateria durante um intervalo de tempo ou Autonomia ( $L$ ) em horas, esta capacidade consumida é a capacidade disponível da bateria ( $l(t)$ ). Como já visto anteriormente neste estudo a capacidade indisponível aumenta proporcionalmente ao aumento da corrente de descarga, portanto para o calculo do valor da capacidade indisponível, é realizada a diferença entre os valores de capacidade para uma determinada autonomia e o valor da autonomia inicial para 100h, que é a autonomia com a menor corrente de descarga, portanto a mesma é considerada a capacidade máxima da bateria ( $C$ ). Portanto para  $\sigma(t) = 0$ , com a bateria descarregada:

$$C - l_L - u_L = 0 \quad (6.1)$$

$$u_L = C - l_L \quad (6.2)$$

Com  $l_L$  e  $u_L$  sendo os valores de capacidade disponível e de capacidade indisponível em regime permanente para uma determinada autonomia L. Os valores das capacidades indisponíveis podem ser vistos na Figura 11:

Bateria	20h	10h	9h	8h	7h	6h	5h	4,5h	4h	3,5h	3h	2,5h	2h	1,5h	1h	45min	30min	15min
DF300	4	6	6,2	6,5	6,9	7,2	8	8,1	8,4	9	9	9,5	10	10,8	12	14,2	17,5	20
DF500	4	10	10,1	10,2	10,3	10,6	11,2	12,3	13	13,4	14,2	15,2	16	17,5	20	21	23,6	27
DF700	5	9	9,5	10	10,5	10,8	12,5	12,9	13,2	15	15,5	16	17,5	18,5	23	26	28,5	33,7
DF1000	10	16	18,2	18,4	18,9	20,8	21	22,7	24	26,2	26,5	27,5	32	32,2	35	38,1	42,5	49
DF1500	13	17	19,4	21	23	24	27	27,7	29	29,3	30	30,5	34	36	39	41,2	45	60,5
DF2000	10	21	23	23,2	24	28	30	32,2	33,8	35,9	40	41,2	46	49	55	58	67	77,5
DF2500	15	35	35,2	35,4	39	45	50	52,5	53	56,5	63	65	71	78	84	90	100	115
DF3000	15	29	32	33	35	36,8	45	50	53	59	62	65	71	77	90	101	109	127,2
DF4001	20	40	46,5	48	54,5	60	65	69	74	79	84	90	96	105	120	131,2	144,5	168

Figura 11 – Tabela com valores de capacidade indisponível. Fonte: Autoria própria

A Figura 12 apresenta o gráfico com a relação Capacidade Indisponível x Corrente de descarga. Portanto com os valores das capacidades indisponíveis, corrente de descarga e autonomia, é possível determinar os parâmetros para cada tipo de modelo. O método de ajuste de curvas foi utilizado com a aplicação deste conjunto de dados para obtenção dos parâmetros do modelo.

<sup>0</sup> <http://www.logik.com.br/download/ManualTecnicoBateriasFreedom.pdf>

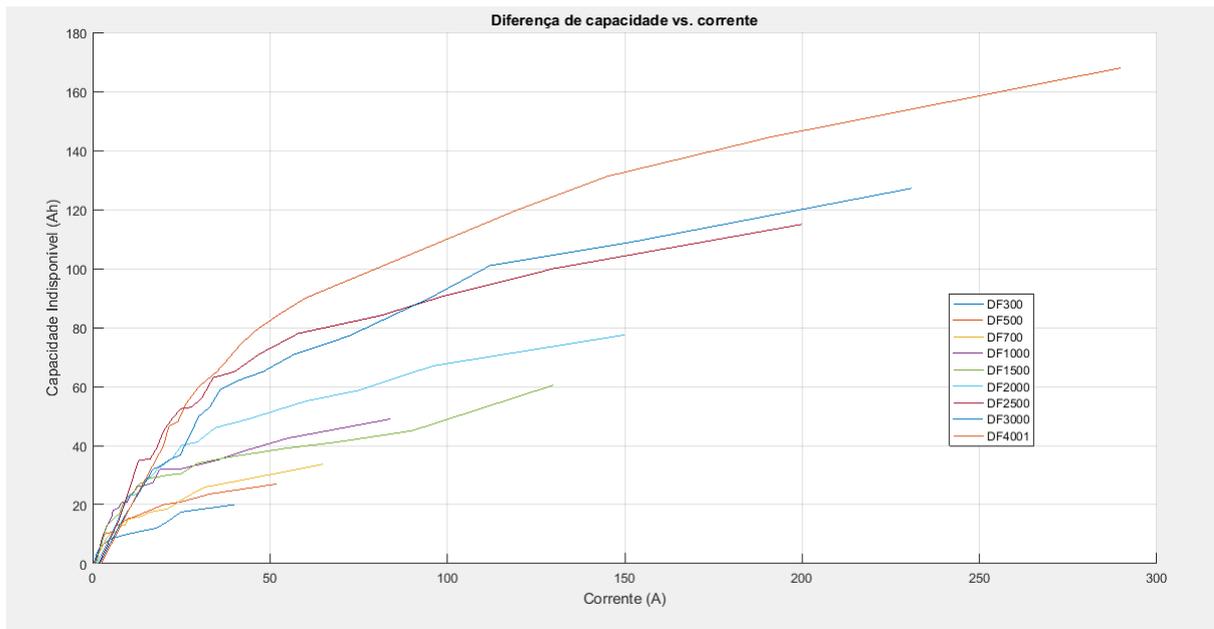


Figura 12 – Gráfico Capacidade Indisponível x Corrente de descarga. Fonte: Autoria Própria.

## 6.1 Modelo Rakhmatov-Vrudhula

Para o modelo de Rakhmatov-Vrudhula foram obtidos os parâmetros de capacidade inicial da bateria ( $C$ ) e sua constante de tempo ( $\beta$ ). Foi utilizado um script do MATLAB, presente no Anexo A, para estimar os parâmetros a partir dos dados das correntes, das autonomias e um valor inicial de estimativa para um mesmo modelo de bateria. Para o cálculo dos parâmetros, foi utilizado o *fmincon* que é capaz de encontrar o valor mínimo para uma função não-linear sujeita a restrições. Assim foi necessário um valor inicial para estimar os valores e números de passos para estimar o modelo. Foi possível obter os parâmetros estimados estão apresentados na Tabela 1:

<b>Bateria</b>	<b>C(Ah)</b>	<b><math>\beta(h^{-1})</math></b>
DF300	24,06	165,6
DF500	27,02	194,4
DF700	38,44	169,2
DF1000	47,37	179,64
DF1500	70,92	190,944
DF2000	81,76	185,4
DF2500	111,39	181,08
DF3000	136,07	170,17
DF4001	172,98	168,37

Tabela 1 – Valores dos parâmetros para o modelo RV.

Com os parâmetros da bateria é possível obter o modelo Rakhmatov-Vrudhula da bateria e obter os valores de saída da capacidade do mesmo, comparando esses valores com os valores do manual é possível obter os erros do modelo. Portanto na Tabela 2 é possível verificar os valores dos erros médios para cada bateria:

Bateria	Erro (%)
DF300	3,25
DF500	9,21
DF700	6,14
DF1000	8,22
DF1500	4,67
DF2000	9,07
DF2500	10,15
DF3000	8,78
DF4001	8,29
Médio	7,53

Tabela 2 – Valores dos erros estimados para o modelo RV.

Portanto conclui-se que o erro médio do modelo é de 7,53%, um pouco acima do valor considerado ótimo de 5%, mas pode ser visto que para baterias da série DF300 e DF 1500 o modelo é considerado bom e para baterias da série DF700 o mesmo está acima da faixa permitida de erro por uma pequena margem.

## 6.2 Modelo KiBaM

### 6.2.1 Modelo KiBaM de ordem inteira

Para o modelo *KiBaM* de ordem inteira foi possível a obtenção dos parâmetros utilizando a ferramenta *cftool* do MATLAB, que utilizando um ou mais valores de entrada e de saídas e um modelo, é capaz de obter parâmetros para o modelo utilizando uma equação com um formato pre-determinado. A obtenção dos parâmetros mediante *cftool* pode ser visto na Figura 13. As entradas do modelo foram os valores de correntes de descarga e os valores de saída do modelo foram as capacidades indisponíveis, todas elas os valores de regime permanente para uma determinada autonomia, que estão presentes na Figura 11. Neste caso para capacidade inicial da bateria foi utilizado o valor da capacidade da bateria para uma autonomia de 100h que está no manual do usuário. Na Tabela 3 estão os parâmetros para o modelo de ordem inteira.

Foi simulada a capacidade indisponível para obtenção do erro, já que a mesma é a única que segundo a equação (5.20) é capaz de promover uma variação no comportamento do modelo, já que a capacidade disponível depende unicamente das entradas de autonomia e corrente de descarga. Portanto utilizando os dados da Tabela 3 foi simulado o modelo

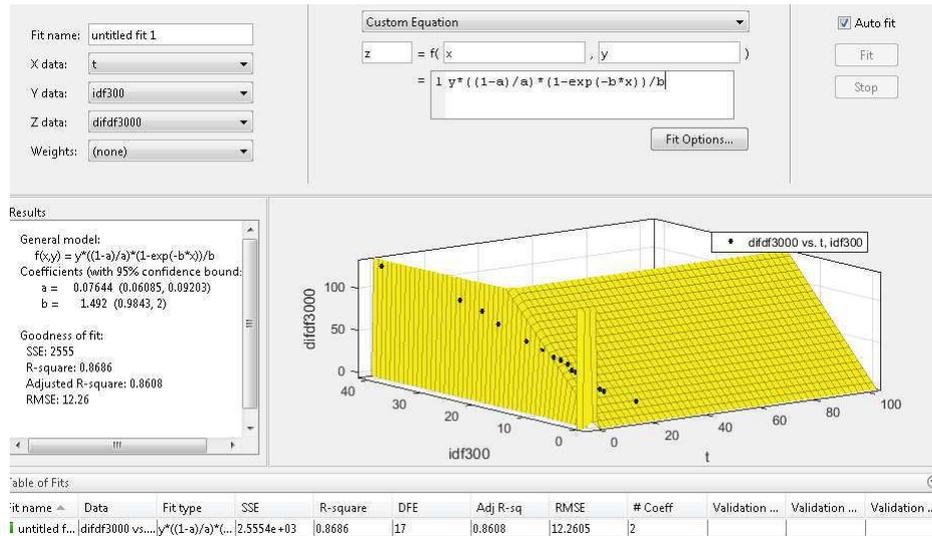


Figura 13 – Processo de obtenção dos parâmetros para o modelo KiBaM de ordem inteira mediante o cftool. Fonte: Autoria Própria.

Bateria	c	$k'$	C(Ah)
DF300	0,437	1,32	30
DF500	0,349	0,93	40
DF700	0,442	1,6	50
DF1000	0,321	0,86	70
DF1500	0,35	0,619	93
DF2000	0,39	1,167	115
DF2500	0,348	1,06	165
DF3000	0,418	1,59	185
DF4001	0,387	1,36	240

Tabela 3 – Valores dos parâmetros para o modelo KiBaM de ordem inteira.

descrito pela equação (5.19). O método de cálculo do erro é apresentado pela equação (6.3), que relaciona a capacidade indisponível obtida pelo modelo com a capacidade indisponível obtida pelos dados do manual, presentes na Figura 11.

$$erro = \frac{u_{modelo} - u_{manual}}{u_{manual}} \cdot 100\% \quad (6.3)$$

Os valores dos erros médios para cada bateria e o modelo estão na Tabela 4. Foi visto que o modelo KiBaM de ordem inteira não conseguiu satisfazer bem as especificações do modelo porque em nenhuma série de baterias o erro foi abaixo de 5%. Devido a esses resultados, o Modelo KiBaM de ordem fracionária foi implementado.

Bateria	Erro (%)
DF300	26,9
DF500	15,63
DF700	20,99
DF1000	15,11
DF1500	16,16
DF2000	13,63
DF2500	11,55
DF3000	13,44
DF4001	13,81
Médio	16,36

Tabela 4 – Valores dos erros estimados para o modelo KiBaM de ordem inteira.

### 6.2.2 Modelo KiBaM de ordem fracionária

Para o modelo KiBaM de ordem fracionária aproximado, foi utilizado o mesmo método anterior utilizando o *cftool* para a obtenção dos parâmetros, que podem ser vistos na Tabela 5.

Bateria	$c$	$k$	$\alpha$	$C$
DF300	0,84	1,46	0,4	30
DF500	0,48	0,08	0,51	40
DF700	0,6	0,2651	0,3	50
DF1000	0,45	0,10	0,54	70
DF1500	0,55	0,08	0,66	93
DF2000	0,49	0,17	0,53	115
DF2500	0,43	0,19	0,57	165
DF3000	0,44	0,25	0,51	185
DF4001	0,44	0,2	0,52	240

Tabela 5 – Valores dos parâmetros para o modelo KiBaM de ordem fracionária.

Assim como no caso anterior foi simulada a capacidade indisponível devido à sua influência única no comportamento do modelo. Assim foram utilizados os dados da Tabela 5 para a expressão (5.35) para simular o modelo. Foram comparados os valores de capacidade indisponível estimados pelo modelo e pelos dados do manual e foram obtidos os erros do modelo, apresentados na Tabela 6:

Bateria	Erro (%)
DF300	41,79
DF500	16,03
DF700	29,8
DF1000	9,6
DF1500	8,46
DF2000	4,88
DF2500	6,4
DF3000	5,6
DF4001	4,31
Médio	14,1

Tabela 6 – Valores dos erros estimados para o modelo KiBaM de ordem fracionária.

Analisando os erros do modelo KiBaM de ordem fracionária aproximado conclui-se que o mesmo possui valores de erro muito elevados para as séries DF300 e DF500, porém para as séries DF2000 e DF4001 o erro está em uma faixa aceitável, abaixo do limite de 5%. Para as séries DF3000 e DF2500 os erros apesar de estarem acima do valor permitido, estão próximos de 5%.

O modelo KiBaM fracionário, devido à complexidade e ao tempo limitado do estágio, não foi devidamente explorado, sendo portanto um objeto de estudo futuro devido ao modelo fracionário aproximado apresentar um valor de erro satisfatório abaixo de 5% se comparado com o de ordem inteira.

Portanto as séries de baterias DF300, DF700 e DF1500 são bem representadas pelo modelo Rakhmatov-Vrudhula já as séries de baterias DF2000, DF3000 e DF4001 podem ser bem representadas pelo modelo KiBaM de ordem fracionária.

Foi visto que os dados dos modelos foram divergentes em relação aos dados do manual. As razões para este ocorrido foram a utilização dos dados do manual ao invés de dados experimentais, que foram utilizados nos estudos feitos nas referências bibliográficas. A própria equipe do projeto do qual o estagiário participou atestou que os dados do manual divergem de dados experimentais obtidos pela mesma. O uso dos dados do manual foi exigência do projeto, apesar de já haverem dados experimentais. Finalmente muitos valores foram obtidos a partir de aproximações, pois certos parâmetros como capacidade indisponível e capacidade inicial só podem ser obtidos mediante aproximações, adicionando mais um fator de erro para os parâmetros. Portanto para trabalhos futuros seria interessante realizar o estudo com dados experimentais ao invés de dados do manual.



## 7 Conclusões

Conclui-se neste trabalho que os modelos não conseguem representar as séries de baterias como um todo, mas sim algumas séries de baterias específicas. O modelo KiBaM de ordem fracionária se mostra bastante promissor para uma pesquisa futura devido o seu potencial para modelar algumas séries baterias como a DF4001 e pela sua taxa de erro médio. O modelo Rakhmatov-Vrudhula se mostrou bastante indicado para outras séries de baterias devido à sua taxa de erro menor.

O estágio em si foi uma excelente experiência, muito enriquecedora e agregadora de conhecimento e de experiências. No mesmo fui capaz de obter experiência em pesquisa e desenvolvimento, trabalho em equipe em conjunto com pessoas de diversos níveis, proporcionando uma interessante consolidação e aquisição de conhecimentos específicos da Engenharia Elétrica. Além disso os resultados desta pesquisa podem ser de importante valor para o desenvolvimento de modelos para as baterias desenvolvidas.

Foi cumprida toda a carga horária de 371 horas, obedecendo os critérios estabelecidos pelo Laboratório de Sistemas Embarcados e Computação Pervasiva da UFCG. O discente foi capaz de alcançar seus objetivos com a realização do estágio, colocar em prática os seus conhecimentos teóricos, adquirindo experiência e aperfeiçoando seu desempenho no âmbito profissional e acadêmico.



## 8 Referências

1. Breno H. M. Neves, Bruna. M. J. C. Vilar, Fabiano de M. Silva, Saulo O. D. Luiz, Jaidilson J. Silva e Angelo Perkusich. Battery lifetime estimation by means of an analytical continuous-time model. 2016 12th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON). p. 1-5. 2016.
2. R. Rao, S. Vrudhula, e D. Rakhmatov, “Analysis of discharge techniques for multiple battery systems,” in Conf. Rec. of ISLPED’03, Ago.2003, pp. 44–47.
3. Qi Zhang ; Yunlong Shang ; Naxin Cui ; Yan Li ; Chenghui Zhang. A fractional-order KiBaM of lithium-ion batteries with capacity nonlinearity. 2017 Chinese Automation Congress (CAC). 2017. p. 4995 - 5000
4. FRANKLIN, G. F., POWELL, J. D., EMAMI-NAEINI, A. Sistemas de Controle para Engenharia. 6. ed. Bookman Editora, 2013. ISBN 8582600682.
5. Yang Zhao ; Yan Li ; Fengyu Zhou ; Zhongkai Zhou ; YangQuan Chen. An iterative learning approach to identify fractional order KiBaM model. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica. 2017.vol. 4 , i. 2 p. 322 - 331.
6. Marijn Jongerden ; Boudewijn Haverkort ; Henrik Bohnenkamp ; Joost-Pieter Katoen. Maximizing system lifetime by battery scheduling. 2009 IEEE/IFIP International Conference on Dependable Systems Networks. 2009. p. 63 - 72.
7. M.R. Jongerden ; B.R. Haverkort. Which battery model to use?. IET Software. 2009. vol.3 . i.6. p. 445-457.
8. Kaiyuan Li ; Boon Hee Soong ; King Jet Tseng. A high-fidelity hybrid lithium-ion battery model for SOE and runtime prediction. 2017 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC). 2017. p.2374 - 2381.
9. Janusz Kowal ; Wojciech Lapiarz. The modeling of multibody systems with fractional-order elements. Proceedings of the 14th International Carpathian Control Conference (ICCC). 2013. p. 208-211.

10. Concepción A. Monje; YangQuan Chen; Blas M. Vinagre; Dingyü Xue; Vicente Feliu. Fractional-order Systems and Controls Fundamentals and Applications. 1. ed. Springer. 2010.

## 9 Anexos

### 9.1 Anexo A - Simulação Modelo Rakhmatov-Vrudhula

```

%% Rotina para estimar os parametros C e Beta do modelo analitico de Rakhmatov-Vrudhula.
close all
clear all
clc
format long

I = [0.3;1.3;2.4;2.6;2.9;3.3;3.8;4.4;4.9;5.4;6;7;8.2;10;12.8;18;21;25;40 ]; %Correntes de descarga
L = [100;20;10;9;8;7;6;5;4.5;4;3.5;3;2.5;2;1.5;1;0.75;0.5;0.25 ]/60; %tempo de descarga

z = zeros(length(L),2);
z(:,1) = I;

pause(1)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Rotina de aproximacao da funcao
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
options = optimoptions('fmincon', 'MaxIterations', 1500, 'OptimalityTolerance', 1e-10);
lb = [-Inf,sqrt(.85/L(end))];
ub = [];
A = [];
b = [];
Aeq = [];
beq = [];
x0 = [200000;0];
fun = 'fitfunSODL';
nonlcon = [];
M = 10;
x = fmincon(fun,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,nonlcon,options, I, L, M);

alfa = x(1);
beta = x(2);

for j=1:length(L),
sum=0;
for m=1:M,
    num=1-exp(-beta^2*m^2*L(j));
    den=beta^2*m^2;
    nd=num/den;
    sum=sum+nd;
end
z(j,2)=alfa/(L(j)+2*sum);
end

figure(1)
plot(z(:,1),L,'o-');
xlabel('Current (A)')
ylabel('Time (s)')

```

```

figure(2)
plot(z(:,1),L,'o-', z(:,2),L,'x-');
xlabel('Current (A)')
ylabel('Time (s)')
legend('Data', 'Estimate')

figure(3)
plot(z(:,1),L/60,'o-', z(:,2),L/60,'x-');
xlabel('Current (A)')
ylabel('Time (min)')
%axis([0 15 0 90]);
legend('Data', 'Estimate')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% Parametros esperados
disp('Valor estimado para alfa =');
alfa
disp('Valor estimado para beta =');
beta
disp('Valor do erro estimado =');
error = abs(z(:,2)-z(:,1))./z(:,1) * 100
merror = mean(error)

% sum = 0;
% for m=1:M
%     sum = sum + 1/m^2;
% end
% sum
% (1.6449-sum)/1.6449*100

```

## 9.2 Anexo B - Simulação dos Modelos KiBaM

```

clc
clear

syms k

t=[100;20;10;9;8;7;6;5;4.5;4;3.5;3;2.5;2;1.5;1;0.75;0.5;0.25];%19

idf300 = [0.3;1.3;2.4;2.6;2.9;3.3;3.8;4.4;4.9;5.4;6;7;8.2;10;12.8;18;21;25;40];%19
difdf300 = [0;4;6;6.2;6.5;6.9;7.2;8;8.1;8.4;9;9.5;10;10.8;12;14.2;17.5;20];

edifdf300 = [0.38;4;6;6.2;6.5;6.9;7.2;8;8.1;8.4;9;9.5;10;10.8;12;14.2;17.5;20];

d300 = 1.289*idf300.*(1-exp(-1.32*t));
df300 = 0.1912*idf300.*t.^0.167.*exp(1.461*t.^0.167);
er300 = 100*abs((d300-edifdf300))./edifdf300;
erf300 = 100*abs((df300-edifdf300))./edifdf300;

mederro = [mean(er300);mean(er500);mean(er700);mean(er1000);mean(er1500);mean(er2000);mean(er2500);mean(er3000);
mean(er4001)];
mederrotra = mean(mederro);
mederrof = [mean(erf300);mean(erf500);mean(erf700);mean(erf1000);mean(erf1500);mean(erf2000);mean(erf2500);
mean(erf3000);mean(erf4001)];
mederrofrac = mean(mederrof);

errorv = [3.25;9.21;6.14;8.22;4.67;9.07;10.15;8.78;8.29];
errorvm = mean(errorv);

figure(1)
title('Diferença de capacidade vs. corrente')
hold on
plot(idf300,difdf300,idf500,difdf500,idf700,difdf700,idf1000,difdf1000,idf1500,difdf1500,idf2000,difdf2000,
idf2500,difdf2500,idf3000,difdf3000,idf4001,difdf4001)
legend('DF300','DF500','DF700','DF1000','DF1500','DF2000','DF2500','DF3000','DF4001')
xlabel('Corrente (A)')
ylabel('Capacidade Indisponível (Ah)')
grid

```