UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG

O Conceito e o Ensino de Probabilidade nos 8º e 9º anos: análise e sugestões

Poliana Ribeiro dos Santos Bezerra

Trabalho de Conclusão de Curso

Orientador: Prof. Dr. Daniel Cordeiro de Morais Filho

Campina Grande - PB
Dezembro/2016

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

B574c Bezerra, Poliana Ribeiro dos Santos.
O conceito e o ensino de probabilidade nos 8^0 e 9^0 anos: análise e sugestões / Poliana Ribeiro dos Santos Bezerra. – Campina Grande, 2016.
112 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2016.
"Orientação: Prof. Dr. Daniel Cordeiro de Morais Filho".
Referências.

1. Matemática - Estudo e Ensino. 2. Probabilidade - Ensino-Aprendizagem. 3. Probabilidade - Ensino Fundamental. 4. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). 5. Base Nacional Curricular Comum (BNCC). I. Morais Filho, Daniel Cordeiro de. II. Título.

CDU 51:37.026(043)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
Programa de PÆs-Gradua´²o em Matem®tica
Mestrado ProEssional - PROFMAT/CCT/UFCG

O Conceito e o Ensino de Probabilidade nos 8º e 9º anos: an®lise e sugestÞes

por

Poliana Ribeiro dos Santos Bezerra

Trabalho de Conclus²o de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de PÆs-Gradua´²o em Matem®tica - CCT - UFCG, na modalidade Mestrado ProEssional, como requisito parcial para obten´²o do t°tulo de Mestre.

O Conceito e o Ensino de Probabilidade nos 8º e 9º anos: an®lise e sugestÞes

por

Poliana Ribeiro dos Santos Bezerra

Trabalho de Conclus² o de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de PÆs-Gradua´² o em Matem®tica - CCT - UFCG, modalidade Mestrado ProEssional, como requisito parcial para obten´² o do t°tulo de Mestre.

Aprovado por:

Aldo trajano Lourêdo

Prof. Dr. Aldo Trajano de Lourêdo - UEPB

Prof. Dr. Francisco Antônio Morais de Souza - UFCG

Prof. Dr. Daniel Cordeiro de Morais Filho - UFCG
Orientador

Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Ci¸ ncias e Tecnologia
Unidade Acad¸ mica de Matem®tica
Curso de Mestrado ProEssional em Matem®tica em Rede Nacional

Dezembro / 2016

DedicatÆria

A meu amado esposo Jaciel, a minha Elha Rayane e a minha m² e Jos¶lia, a presen´a de voc¸s sempre signiEcou seguran´a e certeza de que n² o estava sozinha nessa caminhada, o apoio de voc¸s na minha vida pessoal e proEssional ¶ fundamental.

Agradecimentos

A Deus acima de tudo, pelo dom da vida. Sem ele eu n² o teria for´as para essa longa jornada.

Ao meu amado esposo, Jaciel, ele que sempre me incentivou e ajudou nos momentos dif°ceis da minha vida, dando-me for´a nas horas que eu mais precisava, e sendo companheiro e compreensivo nos momentos que estava ausente Esicamente. Agrade´o ao minha Elha Rayane, minha fonte de energia para que eu pudesse prosseguir dia apÆs dia.

Aos meus pais, Jos¶lia e Pedro, que sempre torceram e me apoiaram nos estudos, ensinando-me princ°pios que levarei por toda vida. E aos meus irm² os por sempre acreditarem em mim.

A UFCG e a todos os professores do PROFMAT por terem colaborado com meu crescimento proEssional.

Agrade´o ao professor doutor Daniel Cordeiro, por me orientar com tamanha sabedoria, dedica´² o e paci¸ ncia.

Agrade´o ainda: a Banca Examinadora formada pelos professores doutores Aldo Trajano de Lour¸ do (UEPB) e Francisco Ant×nio Morais de Souza (UFCG) pela disponibilidade e por todas as orienta´Þes sugeridas.

Ao coordenador do PROFMAT-UFCG professor Luiz Ant×nio de Medeiros e ao ex-coordenador Aparecido Jesuino e pelo zelo e dedica´² o ao programa.

Aos colegas da turma 2013, Juanb¶lia Wanderlei, Wesyllis Salvador, Beethoven Rotterdam e Rivaldo Bezerra, obrigada pelo apoio e companheirismo, a nossa uni² o nos tornou vencedores. Agrade´o aos colegas da turma 2015 que me receberam com tanto carinho, me dando apoio.

A secret®ria Andreza, agrade´o pelo carinho e aten´² o que sempre me recebestes.

A todos que fazem partem da Escola Municipal Erasmo de Araßjo Souza, por todo apoio. Especialmente agrade´o a coordenadora pedagÆgica Valdete Tomaz que sempre intercedeu por mim, acreditando na realiza´² o de meu sonho e a secret®ria de educa´² o Luciana Araßjo por todo apoio.

Agrade´o a minha amiga professora Maria M×nica Maciel que com tamanha compet¸ ncia e carinho fez toda a revis² o textual do nosso trabalho.

Por Em, agrade´o ¯ Sociedade Brasileira da Matem®tica - SBM pelo oferecimento deste Curso em Rede Nacional.

Resumo

O objetivo deste trabalho ¶ contribuir para o processo de ensino-aprendizagem, em particular, o ensino de Probabilidade para os 8º e 9º anos do ensino fundamental. Para isto, a meta foi desenvolver uma proposta metodolÆgica, que esteja de acordo com os Par°metros Curriculares Nacionais (PCNš) e a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), sempre tendo como foco a produ´²o de material adicional did®tico para o professor. A proposta de ensino apresentada nesta disserta´²o foi aplicada na Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araßjo Souza - Montadas - PB e avaliada apÆs ter sido aplicada. Ainda nesse trabalho foram analisados e apresentados os objetivos para o ensino de probabilidade, segundo os PCNš e a BNCC. Foi realizado um estudo de como tr¸s livros did®ticos abordam o conteßdo de Probabilidade e se esta abordagem est®em conson°ncia com os PCNš e a BNCC. Espera-se que este trabalho tenha grande utilidade para os professores em sala de aula e que as atividades propostas despertem nos alunos o prazer pela disciplina e contribua com o ensino de a probabilidade.

Palavras Chaves: PCNš e BNCC. Probabilidade. Aprendizagem.

Abstract

The aim of this work is to contribute to the teaching-learning process, in particular to the teaching of Probability at 8º and 9º grades. For this reason we proposed a methodology accordingly to the PCNš an to BNCC, always focusing the production of some didatic material to be used by the teacher. This methodology was applied at Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araßjo Souza - Montadas - PB and was avaliated afterwards. In this work we also analysed the goals of Probability teaching accordly to PCNš and BNCC. We analysed three books concerning how they introduce Probability and if this introduction was made as proposed by the PCNš and BNCC. We hope that this work may be used by teachers in classroom and that our didatic proposals may enthusiasm the students to study probability.
Keywords: PCNš and BNCC. Probability. Learning.

Lista de Figuras

Sum®rio

Capítulo 1

Introdução

Um dos maiores obstáculos para os professores de matemática da educação básica é fazer com que seus alunos tenham interesse pela disciplina e consigam mostrar a eles como aplicar os conhecimentos matemáticos no cotidiano.

Adicionado a esse fato, aumenta a necessidade dos cidadãos saberem ler, interpretar e compreender tabelas e gráficos e as informações veiculadas pelos meios de comunicação, seja para tomar decisões ou fazer previsões que podem ter influência em suas vidas.

Essa característica do mundo atual traz para o currículo de Matemática a necessidade de abordar elementos da Estatística, da Combinatória e da Probabilidade, por isso autores de livros didáticos de Matemática para o ensino fundamental, abordam cada vez mais cedo o conteúdo da Probabilidade em suas obras. Cada autor tem sua própria maneira de abordar os conteúdos.

Desde 1998, embora precisando de atualizações, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) servem como referências para a educação básica, incluindo o ensino de Matemática, onde o conteúdo Probabilidade surge no bloco denominado Tratamento da informação. Além dos PCN's, a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), também apresenta a Probabilidade no contexto do eixo denominado Estatística e Probabilidade.

A partir desses referenciais, este trabalho apresenta e identifica os objetivos e orientações ao ensino de Probabilidade para alunos do 8º e 9º anos. Além de ter os PCN's e a BNCC como referencial, o livro didático também serve como base em sala de aula para o professor, por isso analisamos três livros didáticos e, nessa análise, observamos como a Probabilidade está sendo abordada nos livros didáticos, se as atividades propostas nesses livros realmente trazem aos alunos o conceito básico de probabilidade e se essa abordagem está em consonância com os PCN's e a BNCC.

Em nossa opinião, quando o aluno vem para a escola, ele já traz consigo conhecimentos que devem ser aperfeiçoados e valorizados pelo professor. Assim, com o objetivo de qualificar o ensino da Probabilidade, foram sugeridas nesta dissertação algumas atividades, como propostas de ensino, que podem ser aplicadas em sala de aula por qualquer professor. Essas atividades foram testadas em sala de aula e em seguida discutidas se elas cumprem ou não seus objetivos, para da° propor seu aprimoramento e sugestÞes para serem posteriormente aplicadas por quem deseje.

Com rela´²o ¯ estrutura, o presente trabalho, est® dividido em seis cap°tulos. A seguir descrevemos os cap°tulos, com os seus respectivos conteßdos:

Cap°tulo 2: IdentiEca´²o e an®lise dos objetivos e recomenda´Þes para o ensino da Probabilidade de acordo com os PCNš e a BNCC.

Cap°tulo 3: An®lise do conteßdo de Probabilidade apresentado em livros did®ticos, entre eles o livro adotado na escola na qual aplicou-se a proposta de ensino apresentada no Cap°tulo 4.

Cap°tulo 4: Apresenta´²o de uma proposta metodolÆgica de ensino composta por quatro atividades para o conteßdo da Probabilidade e Lei dos Grandes Nßmeros.

Cap°tulo 5: Descri´²o da aplica´²o das atividades e apresenta´²o de uma an®lise da aprendizagem dos alunos apÆs a aplica´²o das atividades.

Cap°tulo 6: Considera´Þes Enais do trabalho.

Refer¸ncias bibliogr®Ecas.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo geral contribuir para o processo de ensino-aprendizagem, em particular, o ensino da Probabilidade nos 8º e 9º anos do ensino fundamental II, tendo a meta de desenvolver uma proposta metodolÆgica, que esteja de acordo com os PCNš e a BNCC, sempre com o foco na produ´²o de material adicional did®tico para o professor.

1.1.2 Objetivos espec°Ecos

Analisar os referenciais da educa´²o b®sica, apresentando os objetivos e recomenda´Þes para o ensino da Probabilidade.

VeriEcar se os livros did®ticos do ensino fundamental abordam o tema.

Analisar como ¶ abordado o conteßdo da Probabilidade em livros did®ticos.

Desenvolver uma proposta metodolÆgica para o ensino da Probabilidade, que esteja de acordo com os PCNš e a BNCC. focalizando a produ´²o de material did®tico adicional para o professor.

Contribuir para o processo de ensino-aprendizagem, em particular, para o ensino da Probabilidade.

Despertar no aluno o prazer de estudar a mat¶ria Matem®tica.

Capºtulo 2

Pilares da Educa´²o e o Ensino de Probabilidade

2.1 Bases da educa´²o

A Lei de Diretrizes e Bases da Educa´²o Nacional nº 9394, de 20/12/96 determina, como dever da Uni²o estabelecer diretrizes que devem orientar os currºculos e seus conteßdos mºnimos de modo a garantir uma forma´²o b®sica comum a cada cidad²o.

Fundamentado nesta norma legal e objetivando buscar solu´Þes para os problemas identiEcados no ensino fundamental e, al¶m disso, buscando renovar e aprimorar a educa´²o b®sica como um todo, foram elaborados os Parºmetros Curriculares Nacionais (PCNš) e a Base Nacional Curricular Comum (BNCC).

Os Parºmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Curricular Comum t¸m algumas caracterºsticas em comum, tais como:

Valorizam o conhecimento pr¶vio do estudante, consideram sua realidade e sua pr®tica social; defendem um "conteßdo organizado", uma organiza´²o com pr¶ requisitos que tenha uma estrutura matem®tica lÆgica;

Para obter o conhecimento matem®tico ¶ necess®rio que o estudante questione, imagine, visualize, represente e crie, visto que o aprendizado na Matem®tica ¶ um processo conZituoso entre elementos, como o abstrato e o concreto;

Defendem um ensino contextualizado e interdisciplinar de modo que o estudante seja capaz de interpretar, abstrair, perceber e generalizar uma situa´²o problema, atribuindo um sentido para os conceitos matem®ticos.

Esses referencias tamb¶m t¸m caracterºsticas prÆprias. Os PCNš e a BNCC est²o divididos em ®reas do conhecimento, mas os nßmeros de ®reas em cada um s²o diferentes. Nos PCNš o ensino fundamental est® dividido em ciclos de ensino, na BNCC o ensino fundamental est®dividido em anos de ensino. Em rela´²o¯ ®rea de Matem®tica, os PCNš est²o divididos em quatro blocos e a BNCC em cinco eixos.

Nas prÆximas subsec´Þes ser²o abordados, separadamente, todos esses referenciais, relatando suas caracterºsticas especºEcas.

2.1.1 Par°metros Curriculares Nacionais - PCNš

Desde 1998, os Par°metros Curriculares Nacionais (PCNš) s²o referenciais para organizar e uniformizar o sistema educacional do Brasil, garantindo a coer¸ncia das polºticas de melhoria da qualidade de ensino, estabelecendo crit¶rios que atuam de maneira decisiva no processo de constru´²o da cidadania.

Os PCNš est²o divididos em oito ®reas de conhecimento, cada uma tem a mesma estrutura: exposi´²o da concep´²o da ®rea, deEni´²o dos objetivos de cada ®rea, crit¶rios de avalia´²o, e orienta´Þes did®ticas. Al¶m disso, os objetivos e conteßdos de cada ®rea de conhecimento est²o organizados em quatro ciclos e formados por duas s¶ries (anos) do ensino.

Segundo os Par°metros Curriculares Nacionais da ®rea de Matem®tica (Brasil [3], p.33), o aluno do ensino fundamental deve ser capaz de:

> identiEcar os conhecimentos matem®ticos como meios para compreender e transformar o mundo¯ sua volta e perceber o car®ter de jogo intelectual, caracterºstico da Matem®tica, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espºrito de investiga´²o e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
>
> fazer observa´Þes sistem®ticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior nßmero possºvel de rela´Þes entre eles, utilizando para isso o conhecimento matem®tico (aritm¶tico, geom¶trico, m¶trico, alg¶brico, estatºstico, combinatÆrio, probabilºstico); selecionar, organizar e produzir informa´Þes relevantes, para interpret®-las e avali®-las criticamente;
>
> resolver situa´Þes-problema, sabendo validar estrat¶gias e resultados, desenvolvendo formas de raciocºnio e processos, como dedu´²o, indu´²o, intui´²o, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matem®ticos, bem como instrumentos tecnolÆgicos disponºveis;
>
> comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precis²o e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo rela´Þes entre ela e diferentes representa´Þes matem®ticas;
>
> estabelecer conexÞes entre temas matem®ticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras ®reas curriculares;
>
> sentir-se seguro da prÆpria capacidade de construir conhecimentos matem®ticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseveran´a na busca de solu´Þes;
>
> interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de solu´Þes para problemas propostos, identiEcando aspectos consensuais ou n²o na discuss²o de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Os PCN's específicos da área de Matemática trazem os objetivos específicos para cada ciclo divididos em quatro blocos: Números e operações; Espaço e forma; Grandezas e medidas e Tratamento da informação. Esses objetivos serão abordados na próxima seção.

Acreditamos que os PCN's estão ultrapassados, precisando de atualizações, pois sua estrutura e linguagem ainda está associando o ensino fundamental a séries de ensino, dividindo em oito séries de ensino (1ª série até a 8ª série). Porém, na atualidade, o ensino fundamental está dividido em nove anos de ensino (1º ano ao 9º ano).

O quadro mostra como o ensino fundamental era organizado e como está organizado na atualidade.

Série antigamente	Ano na atualidade
Alfabetização	1º ano
1ª série	2º ano
2ª série	3º ano
3ª série	4º ano
4ª série	5º ano
5ª série	6º ano
6ª série	7º ano
7ª série	8º ano
8ª série	9º ano

2.1.2 Base Nacional Curricular Comum - BNCC

A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) surgiu para atualizar e reformar a educação básica como um todo. Ela consta na Constituição Federal de 1988 e também está estabelecida na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), em seu artigo 26:

> Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma Base Nacional Curricular Comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela.

A BNCC, como diz o próprio nome, constitui uma base, formada por conhecimentos fundamentais, que todo estudante deve ter acesso nas escolas para que seus direitos à aprendizagem estejam garantidos. Esses conhecimentos determinam que todas as escolas tenham o mesmo currículo, respeitando a realidade de cada estudante e a cultura local.

A Base Nacional Curricular Comum está dividida em quatro áreas do conhecimento: Linguagens, Matemática, Ciências Humanas e Ciências da Natureza. Sua divisão procura respeitar as especificidades dos componentes curriculares (matéria) que integram as diferentes áreas, a integração destas matérias de uma mesma área de conhecimento e as diferentes áreas. Esta integração é realizada pelos denominados temas integradores.

A BNCC (Brasil [1], p.118) na área de conhecimento em matemática traz o seguintes objetivos gerais para a educação básica:

> estabelecer conexões entre os eixos da Matemática e entre essa e outras áreas do saber.
>
> resolver problemas, criando estratégias próprias para sua resolução, desenvolvendo imaginação e criatividade.
>
> raciocinar, fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar e representar.
>
> comunicar-se, utilizando as diversas formas de linguagem empregadas em Matemática.
>
> utilizar a argumentação matemática apoiada em vários tipos de raciocínio.

Para atender os objetivos gerais na área de conhecimento em Matemática há também objetivos específicos para cada ano de ensino, divididos em cinco eixos: Geometria; Grandezas e medidas; Estatística e Probabilidade; Números e operações e Álgebra e funções.

Lembramos que o objeto de estudo desta dissertação é a Probabilidade. Na próxima seção abordaremos apenas os objetivos específicos para o ensino da Probabilidade nos PCN's e na BNCC até o nono ano do ensino fundamental. Entretanto, como as atividades propostas foram aplicadas em turmas do 8º e 9º anos do ensino fundamental, abordamos brevemente e novamente os objetivos específicos para esses últimos dois anos do ensino no próximo capítulo.

2.2 Objetivos específicos para o ensino da probabilidade nos anos iniciais e finais do ensino fundamental

Referente ao ensino da Probabilidade, os objetivos específicos desta seção foram divididos em subseções de acordo os ciclos dos PCN's relacionando-os com anos da BNCC. Vale ressaltar que os objetivos referentes a Probabilidade nos PCN's encontram-se no bloco Tratamento da informação, enquanto na BNCC se encontra no eixo Estatística e Probabilidade.

2.2.1 Objetivos específicos para o ensino da probabilidade do 1º ao 3º ano do ensino fundamental

De acordo com a BNCC (Brasil [1], p.122) no 1º ano do ensino fundamental o estudante deve ser capaz de:

> classiËcar eventos familiares envolvendo o acaso (exemplo: acontecer®com certeza, talvez aconte´a ou ¶imposs°vel acontecer).
>
> coletar dados em uma pesquisa envolvendo apenas uma vari®vel (exemplo: Qual o time?; Qual o nßmero do sapato?; Qual a cor preferida?), descrever os seus resultados e construir representa´Þes prÆprias para comunicar esses dados.

Para os PCNš, neste ano de escolariza´²o a crian´a deve ser alfabetizada (deve aprender a ler e escrever), mas n²o apresentam a Probabilidade como conteßdo nesta s¶rie inicial. No entanto, acreditamos que, no 1º ano de ensino, a crian´a j®¶ capaz de classiËcar esses eventos probabil°sticos. Observe exemplos de situa´Þes em que o estudante pode compreender os eventos:

Exemplo 1 Na escola uma crian´a diz: Com certeza minha m²e vai vir me pegar depois da aula.

Exemplo 2 Em um dia nublado uma crian´a diz: parece que vai chover.

Para o 2º ano do ensino fundamental a Base Nacional Curricular Comum (Brasil [1], p.124) determina que o estudante deve ser capaz de:

> descrever resultados de eventos cotidianos, envolvendo o acaso, indicando-os como prov®veis, pouco prov®veis, improv®veis.
>
> identiËcar uma informa´²o e comparar duas informa´Þes apresentadas em tabela simples ou gr®Ëco de colunas.
>
> coletar dados de duas vari®veis e apresentar os resultados por meio de tabelas e gr®Ëcos pictÆricos ou de colunas.

Para o 3º ano do ensino fundamental a Base Nacional Curricular Comum (Brasil [1], p.126) determina que o estudante deve ser capaz de:

> identiËcar, em eventos familiares, envolvendo o acaso, a varia´²o dos resultados poss°veis (exemplo: reconhecer que h®diferentes respostas para uma pergunta, que h®diferentes resultados em sorteio).
>
> interpretar e comparar dados apresentados em uma tabela simples, gr®Ëcos de barras ou de colunas.
>
> coletar dados de duas vari®veis, organizando-os em categorias, e selecionar meios para comunicar os resultados como listas, tabelas, gr®Ëco de colunas simples, com ou sem uso de tecnologias digitais.

Segundo os PCNš (Brasil [2], p.47) para o 1º ciclo do ensino fundamental o estudante deve ser capaz de:

> identiEcar o uso de tabelas e gr®Ecos para facilitar a leitura e interpreta´² o de informa´Þes e construir formas pessoais de registro para comunicar informa´Þes coletadas.

Observando que o 2º e 3º anos da base do ensino fundamental correspondem a exatamente ao 1º ciclo nos Parºmetros Curriculares Nacionais e fazendo uma an®lise desse dois referencias, percebe-se que para os PCNš n² o h® nenhum objetivo voltado para o ensino da Probabilidade, existe apenas um ßnico objetivo para o estudo dos gr®Ecos e tabelas. No entanto, na BNCC o assunto probabilidade deve ser abordado de forma sutil, usando expressÞes tais como: acontecer® com certeza, talvez aconte´a, ou ¶ imposs°vel acontecer. ǖ medida que o aluno avan´a o ano de ensino, devem usar termos um pouco mais t¶cnicos, a abordagem deve ser feita com o uso de termos como: prov®veis, pouco prov®veis e improv®veis.

Acreditamos que uma crian´a que tenha entre 7 a 9 anos de idade , correspondente ¯ faixa et®ria de um estudante no 2º e 3º ano do ensino fundamental, como j® frisamos, ¶ capaz de compreender esses eventos como mostram os exemplos 1 e 2.

A abordagem de probabilidade nestes anos de ensino ¶ bastante positiva, por¶m o professor deve ter bastante cuidado ao utilizar a palavra evento com os alunos, pois em probabilidade evento ¶ um conjunto de resultados (um subconjunto do espa´o amostral) ao qual ¶ associado um valor de probabilidade, esta deEni´² o ¶ bastante formal para um aluno nos anos iniciais de ensino, enquanto no cotidiano o termo evento pode ser considerado como uma festa. Talvez seja conveniente a substitui´² o do termo evento pela express² o resultados poss°veis.

2.2.2 Objetivos espec°Ecos para o ensino da Probabilidade do 4º e 5º anos do ensino fundamental

Segundo a BNCC (Brasil [1], p. 128) no 4º ano do ensino fundamental o estudante deve ser capaz de:

> identiEcar dentre eventos cotidianos aqueles que t¸ m maior chance de ocorr¸ ncia.
>
> ler e interpretar tabelas de dupla entrada, gr®Ecos de colunas e de barras.
>
> coletar e comunicar dados de uma pesquisa (vari®veis categÆricas ou num¶ricas), usando tabelas, inclusive as de dupla entrada, com ou sem uso de tecnologias digitais.

ExempliEquemos uma atividade em que aparece o primeiro item.

Exemplo 3 Em uma caixa h®dez bolas, sendo uma bola branca e nove bolas pretas. Retirando uma bola sem olhar ¶ mais f®cil sair uma bola branca ou preta?

§ trivial para o aluno perceber que a probabilidade de sair uma bola preta ¶ bem maior.

Para o 5º ano do ensino fundamental a BNCC (Brasil [1], p. 130) determina que o estudante deve ser capaz de:

> apresentar todos os poss°veis resultados de um experimento aleatÆrio, indicando se esses resultados s² o igualmente prov®veis ou n² o.
>
> indicar a probabilidade de sucesso de um evento simples, por meio de uma raz² o, quando os resultados do experimento s² o equiprov®veis, ou seja, quando todos os resultados poss°veis t¸ m a mesma chance de ocorrer.
>
> comparar e interpretar dados apresentados em gr®Ecos de colunas, barras e de linhas.
>
> coletar dados e comunicar os resultados de pesquisa selecionando as representa´Þes mais adequadas entre as j®estudadas (tabelas, gr®Ecos de colunas, de barras ou de linhas), com e sem o uso de tecnologias digitais.

ExempliEquemos uma atividade em que aparece os dois primeiros itens:

Exemplo 4 Um exemplo f®cil para que o aluno perceba tal situa´² o ¶ a prÆpria sala de aula. Ao sortear algu¶m na turma para resolver uma quest² o no quadro, o professor pode sortear uma menina ou um menino. Se na sala h®mais meninas do que meninos a chance de ser sorteada uma menina ¶ maior.

Para o 2º ciclo do ensino fundamental, j®os Par° metros Curriculares Nacionais (Brasil [2], p. 56) determinam que o estudante seja capaz de:

> recolher dados e informa´Þes, elaborar formas para organiz®-los e express®-los, interpretar dados apresentados sob forma de tabelas e gr®Ecos e valorizar essa linguagem como forma de comunica´² o.
>
> utilizar diferentes registros gr®Ecos desenhos, esquemas, escritas num¶ricas como recurso para expressar id¶ias, ajudar a descobrir formas de resolu´² o e comunicar estrat¶gias e resultados.
>
> identiEcar caracter°sticas de acontecimentos previs°veis ou aleatÆrios a partir de situa´Þes-problema, utilizando recursos estat°sticos e probabil°sticos.

Tanto para a BNCC como os PCNš, os alunos dos 4º e 5º anos, devem ser capazes de identiEcar, dentre eventos cotidianos, aqueles que t¸ m maior chance de ocorr¸ ncia. No entanto, para a BNCC, o aluno ainda deve ser capaz de apresentar todos os casos favoráveis e possíveis, além disso, determinar a probabilidade de um evento por meio de razão.

Por meio dos exemplos 3 e 4, citados anteriormente, é fácil perceber que um aluno nesse nível de instrução é capaz de identificar situações em que um determinado caso tenha maior chance de ocorrer, mas não é fácil para um aluno nesse nível identificar e determinar todos os casos possíveis. Veja o exemplo a seguir.

Exemplo 5 Se pedirmos para um aluno lançar uma moeda duas vezes, e após esses lançamentos pedirmos para determinar todos os possíveis resultados das faces ao cair como K para cara e C para coroa, ele deveria informar CC, CK, KC e KK. Para os alunos, os casos CK e KC, por exemplo, são os mesmos, ambos os resultados têm uma cara e uma coroa, e não fará distinção quanto à posição no lançamento, sendo assim o aluno poderia não ser capaz de reconhecer e determinar todos os casos desse evento.

Com relação a determinar formalmente a probabilidade por meio de uma razão, isso já é possível para o aluno. Vale observar que Frações são estudadas no 5º ano, e o professor do ensino fundamental costuma associar frações a figuras geométricas planas divididas em partes iguais e pintadas com cores variadas.

Note que no exemplo 3 (de uma caixa contendo as 10 bolas) poderia ser associada a figura 2.1, facilitando a visualização da probabilidade. A parte pintada pode ser representada na forma fracionária por $\frac{1}{10}$. Se considerarmos a parte pintada como sendo uma bola branca e cada uma das demais fatias da figura como sendo as demais bolas pretas, a probabilidade de sair uma bola branca é $\frac{1}{10}$, relacionando o número fracionário à probabilidade.

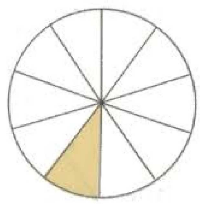


Figura 2.1: Fração associada à probabilidade.

Acreditamos que nem todos os exemplos são possíveis para o professor realizar essa ponte com o estudo das frações. Um exemplo seria os problemas que envolvem a probabilidade condicional. Sendo assim, o professor deve escolher os exemplos mais convenientes, para que, nesse momento, a probabilidade representada seja por meio de uma razão. Como o exemplo 3 deste capítulo.

2.2.3 Objetivos especºEcos para o ensino da Probabilidade do 6º e 7º anos do ensino fundamental

De acordo com a BNCC (Brasil [1], p. 132), no 6º ano do ensino fundamental o estudante deve ser capaz de:

indicar a probabilidade de um evento por um nßmero racional (na forma fracion®ria, decimal e percentual) e compreender que, se um experimento aleatÆrio for realizado com um grande nßmero de tentativas, os resultados obtidos tendem ¯ probabilidade calculada.

reconhecer os elementos de um gr®Eco de colunas, barras e linha (eixos, tºtulo, fonte e legenda).

comparar e interpretar dados de uma pesquisa que envolve duas categorias de vari®veis, apresentadas por meio de colunas agrupadas.

Para o 7º ano do ensino fundamental, a BNCC (Brasil [1], p. 134, 135) determina que o estudante deve ser capaz de:

compreender o signiEcado de termos como aleatoriedade, espa´o amostral, resultados favor®veis, probabilidade, tentativas, experimentos equiprov®veis, dentre outros.

planejar experimentos aleatÆrios ou simula´Þes, estimar probabilidades e compreender probabilidades obtidas por meio de frequ¸ncia.

compreender o signiEcado de m¶dia como um indicador da tend¸ncia de uma pesquisa, calculando seu valor e relacionando, intuitivamente, com a variabilidade dos dados (dois conjuntos de dados podem ter a mesma m¶dia e serem distribuºdos com amplitudes diferentes).

reconhecer os elementos de um gr®Eco de colunas, barras e linha (eixos, escalas, tºtulo, fonte e legenda).

comparar e interpretar dados apresentados em gr®Eco de setores, reconhecendo a adequa´² o de seu uso, e construº-los a partir de dados coletados.

Segundo os Parº metros Curriculares Nacionais (Brasil [3], p.65), no 3º ciclo do ensino fundamental o estudante deve ser capaz de:

coletar, organizar e analisar informa´Þes, construir e interpretar tabelas e gr®Ecos, formular argumentos convincentes, tendo por base a an®lise de dados organizados em representa´Þes matem®ticas diversas.

resolver situa´Þes-problema que envolvam o raciocºnio combinatÆrio e a determina´² o da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma raz² o.

O 6º e 7º anos do ensino fundamental da BNCC correspondem exatamente, ao 3º ciclo nos Par° metros Curriculares Nacionais, apresentando caracter°sticas distintas.

Inicialmente, tanto para a BNCC como para os PCNš, o aluno do 6º ano deve ser capaz de determinar a probabilidade de um evento atrav¶s de um nßmero racional. No entanto, a BNCC, determina no 1º item que, o estudante deve perceber que, quando um experimento aleatÆrio for realizado com um grande nßmero de tentativas, os resultados obtidos tendem ¯ probabilidade calculada. Note que este objetivo corresponde ¯ Lei dos Grandes Nßmeros, que pode ser expressa segundo a BNCC seguinte forma:

> Se um experimento aleatÆrio for realizado com um grande nßmero de tentativas, os resultados obtidos tendem ¯ probabilidade calculada.

Acreditamos que a aplica´²o dessa lei n²o seja de f®cil compreens²o para os alunos do 6º ano.

Observa-se tamb¶m que nos objetivos referentes ao 6º e 7º anos para o ensino da Probabilidade, a BNCC n²o tem uma lineariedade, pois no 6º ano ¶ sugerido que o aluno compreenda a Lei dos Grandes Nßmeros, algo complexo para esse ano ensino, j® no 7º ano pede apenas que o aluno seja capaz de compreender o que ¶ aleatoriedade, espa´o amostral, resultados favor®veis, probabilidade, tentativas, experimentos equiprov®veis, o que ¶ bem mais simples e de f®cil compreens²o.

Por outro lado, segundo os PCNš, para determinar a probabilidade de um evento o professor deve, nas situa´Þes problema, envolver o racioc°nio combinatÆrio, o mesmo n²o deve usar fÆrmulas prontas como a fÆrmula do arranjo, permuta´²o ou combina´²o, mas sim o Princ°pio Multiplicativo, que ¶ de f®cil compreens²o para os alunos, al¶m de resolver um grande nßmero de problemas que envolvam contagem e n²o se enquadram nessas fÆrmulas prontas.

2.2.4 Objetivos espec°Ecos para o ensino da Probabilidade do 8º e 9º anos do ensino fundamental

De acordo com a BNCC (Brasil[1], p.136), o aluno no 8º ano deve ser capaz de:

> construir o espa´o amostral de experimentos, utilizando o princ°pio multiplicativo e indicar a probabilidade de um evento por meio de uma raz²o, veriEcando que a soma das probabilidades de todos os resultados individuais ¶ igual a 1.

Para o aluno do 9º ano, a BNCC (Brasil[1], p.138) determina que o aluno deve ser capaz de:

> reconhecer, em experimentos aleatÆrios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de ocorr¸ ncia nos dois casos.
>
> escolher e construir o gr®Eco mais adequado (colunas, setores, linhas e histogramas) para apresentar um determinado conjunto de dados de uma pesquisa, destacando aspectos como as medidas de tend¸ ncia central para compor um relatÆrio descritivo dos resultados.

Segundo os PCNš de Matem®tica, para o quarto ciclo do ensino fundamental (Brasil[3], p.82), que corresponde ao 8º e 9º ano, o aluno deve ser capaz de:

> construir tabelas de frequ¸ ncia e representar graEcamente dados estat°sticos, utilizando diferentes recursos, bem como elaborar conclusÞes a partir da leitura, an®lise, interpreta´² o de informa´Þes apresentadas em tabelas e gr®Ecos.
>
> construir um espa´o amostral de eventos equiprov®veis, utilizando o princ°pio multiplicativo ou simula´Þes, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos.

Observando que o 8º e 9º anos da base correspondem ao 4º ciclo dos PCNš, ¶ poss°vel veriEcar que em ambos os referenciais, a contagem dos casos poss°veis e favor®veis de um evento pode ser obtido pelo princ°pio multiplicativo, que ¶ de f®cil compreens² o pelo aluno, neste n°vel de instru´² o, e tamb¶m problemas com contagem j® foi visto em anos anteriores pelos alunos. Sabendo contar os casos favor®veis e poss°veis, a probabilidade de um evento torna-se f®cil de se determinar.

Capºtulo 3

An®lise da apresenta´²o de probabilidade em livros did®ticos para alunos do ensino fundamental

3.1 Coment®rios iniciais

Do capºtulo anterior observa-se que em cada ano do Ensino Fundamental o ensino da probabilidade tem um "avan´o". Inicia-se o estudo da Probabilidade com a ideia do acaso, da incerteza. No ano seguinte o aluno passa a ter a ideia da certeza, passa a compreender o sentido da possibilidade. Um pouco mais ¯ frente, o aluno deve compreender o que seja um evento, para no ano seguinte o aluno identiEcar e determinar eventos do cotidiano, que t¸m maior chance de ocorrer. Vale observar que o aluno tem a ideia de chance ainda na educa´²o infantil. Isto, para que, no 5º ano, o aluno seja capaz de determinar a probabilidade de um evento simples, identiEcar um acontecimento previsºvel ou aleatÆrio. Ao avan´ar mais um ano de ensino o aluno j® deve determinar a probabilidade por meio de uma raz²o. No 7º ano, o aluno deve compreender termos probabilºsticos e estimar probabilidades. Este avan´o, ano a ano, no ensino da Probabilidade ocorre para que no 8º e no 9º ano o aluno seja capaz de:

1. Compreender e classiEcar eventos;
2. IdentiEcar eventos prov®veis e improv®veis, eventos que t¸m a mesma chance de ocorrer e eventos que t¸m maior possibilidades de ocorrer;
3. Determinar todos os possºveis resultados de um experimento;
4. Compreender o Princºpio Multiplicativo e saber aplic®-lo;
5. Estabelecer sua prÆpria maneira de realizar contagens;
6. Deferenciar possibilidade de probabilidade;

7. Determinar a probabilidade de um evento ocorrer;

8. Construir o espa´o amostral de experimentos, utilizando o Ξrvore das possibilidades;

9. VeriEcar se a soma das probabilidades de todos os resultados individuais ¶ igual a 1.

Vale observar que, de acordo com a Base Curricular da Escola, na qual foi aplicada as atividades sugeridas nesse trabalho, o aluno no 8º ano deve ser capaz de:

> Construir o espa´o amostral de experimentos, utilizando o princºpio multiplicativo e indicar a probabilidade de um evento por meio de uma raz² o, veriEcando que a soma das probabilidades de todos os resultados individuais ¶ igual a 1

Este objetivo para o ensino da Probabilidade foi elaborado em equipe para a escola por seus professores de matem®tica.

§ fato que, como foi analisado no capºtulo 2, os PCNš e a BNCC servem como referenciais para orientar a educa´² o b®sica brasileira, particularmente os professores, visto que estes, ao planejar suas aulas, devem ter em mente o que preconiza tais referenciais para a educa´² o.

Al¶m disso, com o objetivo de melhorar e orientar a educa´² o brasileira, o Governo Federal atrav¶s do Programa Nacional do Livro Did®tico (PNLD), distribui livros did®ticos, dicion®rios e obras complementares ¯s escolas pßblicas do ensino fundamental e m¶dio, inclusive aos segmentos da educa´² o de jovens e adultos e da educa´² o do campo. O livro enviado para a escola ¶ escolhido pelo professor da prÆpria escola e esta escolha ¶ realizada a cada tr¸ s anos. Os livros did®ticos do Programa s² o impressos com uma estrutura fºsica resistente, a Em de que sejam usados por tr¸ s anos consecutivos. No Enal do ano letivo, os alunos devem devolver, em condi´Þes de uso, os livros did®ticos para que sejam utilizados por outros estudantes.

Sendo o livro did®tico um referencial para o professor, sua escolha deve ser feita de forma bastante criteriosa. De modo geral, ¶ destinado um turno para que os professores, reunidos por ®reas de conhecimentos, com base nos guias do PNLD, PCN e BNCC, analisem diversas cole´Þes, de diferentes autores e editoras, e realizem a escolha. Analisamos neste trabalho tr¸ s livros did®ticos para alunos do 8º e 9º ano de cole´Þes e diferentes editoras e outros tr¸ s livros did®ticos para alunos do 3º e 5º ano de cole´Þes e diferentes editoras.

§ importante observarmos que o foco desse trabalho ¶ a Probabilidade, assim n² o foram analisados os livros em sua totalidade, apenas analisamos os capºtulos ou tÆpicos nos quais o autores exploraram a Probabilidade. Ao longo deste capºtulo, foi analisado se, ao explorar o tema Probabilidade, o autor de cada livro est® de acordo com os PNCš e a BNCC, cujos objetivos referentes ao ensino da Probabilidade encontram-se nos capºtulos 2 e 3.

3.2 Fundamentos para an®lise de livros did®ticos.

De acordo com Elon (LIMA[7], p.1), a an®lise do livro did®tico deve levar em conta sua adequa´²o a tr¸s componentes b®sicas do ensino: conceitua´²o, manipula´²o e aplica´²o. Em uma an®lise de livros did®ticos, esses componentes devem ser bem avaliados de modo a garantir que o livro examinado ¶ organizado de modo a permitir que seu leitor, aluno ou professor, possa utilizar os conhecimentos envolvidos.

Para Elon (LIMA[7], p.1), a conceitua´²o, a manipula´²o e a aplica´²o podem ser deEnidas como:

> A conceitua´²o compreende a formula´²o de deEni´Þes, o enunciado de proposi´Þes, o estabelecimento de conexÞes entre os diversos conceitos, bem como a interpreta´²o e a reformula´²o dos mesmos sob diferentes aspectos. § importante destacar a import°ncia que a conceitua´²o precisa ¶ indispens®vel para o ¸xito das aplica´Þes.
>
> A manipula´²o de car®ter essencialmente (mas n²o exclusivamente) alg¶brico, est® para o ensino e o aprendizado da Matem®tica assim como a pr®tica dos exerc°cios e escalas musicais est® para a Mßsica. A habilidade no manuseio de equa´Þes, fÆrmulas, opera´Þes e constru´Þes geom¶tricas elementares, o desenvolvimento de atitudes mentais autom®ticas, verdadeiros reZexos condicionados, permitem ao usu®rio da Matem®tica concentrar sua aten´²o consciente em pontos realmente cruciais, sem perder tempo e energia com detalhes.
>
> Aplica´²o ¶ o emprego de no´Þes e teorias da Matem®tica em situa´Þes que v²o de problemas triviais do dia-a-dia a questÞes mais sutis provenientes de outras ®reas, quer cient°Écas quer tecnolÆgicas. Ela ¶ a principal raz²o pela qual o ensino da Matem®tica ¶ t²o difundido e t²o necess®rio.

Ainda de acordo com Elon (LIMA[7], p.2), ao exarminar um livro did®tico, com rela´²o ao componente conceitua´²o, devemos observar os seguintes aspectos:

1. Erros - Estes s²o de natureza ampla. Podem ser de desaten´²o, de racioc°nio, de deEni´²o, de conceitos mal formulados e vagos;

2. Excesso de formalismos - Podem ser de deEni´Þes desnecess®rias;

3. Linguagem inadequada - Podem ser erros gramaticais;

4. Imprecis²o - Podem ser deEni´Þes parciais;

5. Obscuridade - Aqui a conceitua´²o e a did®tica devem juntar-se para que se d¸ aten´²o a trechos amb°guos, inintelig°veis ou contraditÆrios;

6. Confus²o de conceitos - Ocorrem principalmente nos argumentos demonstrativos;

7. Objetividade - Que consiste em n²o dar relev°ncia a pontos triviais;

8. Conexões - Os assuntos expostos no livro devem ser relacionados uns com os outros, sempre que possível.

Com base nesses componentes, faremos a análise dos livros didáticos, especificamente no capítulo ou tópico que se refere ao estudo da Probabilidade. Todos os livros que analisamos receberam o veredito "satisfatório" e as observações que faremos baseiam-se essencialmente em aspectos particulares e pessoais que sugerimos.

3.3 Critérios para análise do livro didático

Considerando que foram analisados três livros didáticos para o Ensino Fundamental I e outros três livros didáticos para o Ensino Fundamental II, para que essas análises fossem realizadas de forma justa, elas foram uniforme e imparcial, ou seja, cada livro didático foi comparado e analisado de acordo com os mesmos itens, referentes aos capítulos que abordavam o tema Probabilidade.

Assim, devemos analisar se a forma como o conteúdo Probabilidade está sendo repassado para os alunos adequa-se às três componentes básicas: conceituação, manipulação e aplicação vistas na seção 3.2. E além disto, analisando se a forma como o conteúdo está sendo repassado para os alunos, nos dará base para avaliarmos se os livros conseguem atingir os objetivos para o ensino da Probabilidade sugeridos pelos PCN's e pela BNCC, vistos no capítulo 2 e na seção 3.1. Levando em consideração o que falamos, elaboramos os seguintes pontos que nortearam a nossa análise dos livros didáticos:

1. Aspectos visuais

   Observamos o tamanho da fonte, o espaçamento entre as linhas, a qualidade das figuras apresentadas e sua relação com o conteúdo. Se os gráficos e tabelas apresentados indicam fontes e datas de onde foram obtidas.

2. Contextualização

   Nesse ponto verificamos a forma como o autor explorou o tema, se os exemplos utilizados e as atividades são convenientes para a realidade dos alunos, como também a formalização da definição e sua clareza. Observamos ainda, se existem erros, sejam eles, erros de desatenção, de raciocínio, de definição ou de português.

3. Exploração do Princípio Fundamental da Contagem

   Observamos se e como o autor explora, em algum exemplo, o Princípio Fundamental da Contagem e também se faz isto nos exercícios.

4. Atividades propostas

Avaliamos as atividades sugeridas pelo autor, se estão de acordo com a abordagem do tema, se são convenientes para a realidade dos alunos, se, em alguma questão o autor explora outro conteúdo não explorado na contextualização sobre Probabilidade.

5. Interdisciplinariedade

   Verificamos se os exemplos e as atividades exploraram outras áreas do conhecimento, relacionando a Probabilidade com outras disciplinas e sua a aplicação no cotidiano.

6. Orientações didáticas ao professor

   Neste ponto analisamos as sugestões do autor para o professor, sua clareza, se realmente são interessantes, se é possível a aplicação dessas sugestões nas aulas e também se são relevantes.

7. Manipulações de fórmulas

   Observamos se os autores apresentam em seus exemplos e atividades, problemas que estimulem o raciocínio dos alunos, ou se seus problemas têm soluções mecânicas.

Os critérios que acabamos de expor servem como sugestões para uma análise de livro didático e podem ser melhorados e adaptados dependendo da realidade do leitor.

3.4 Breve análise da apresentação de probabilidade em livros didáticos para alunos do Ensino Fundamental I

Pelo fato do tema Probabilidade estar sendo recentemente abordado no currículo do Ensino Fundamental I, analisamos a apresentação de probabilidade em três livros didáticos do ensino básico, tentando verificar como o tema é abordado nos livros dos anos iniciais de ensino. Nossa análise não foi aprofundada para os livros do 3º ao 7º ano, pois nosso objetivo é analisar detalhadamente os livros dos 8º e 9º anos. O objetivo aqui é verificarmos o crescendo como o tema Probabilidade é apresentado para os alunos afim de que se compreenda com plenitude a apresentação do tema para alunos do 8º e 9º anos.

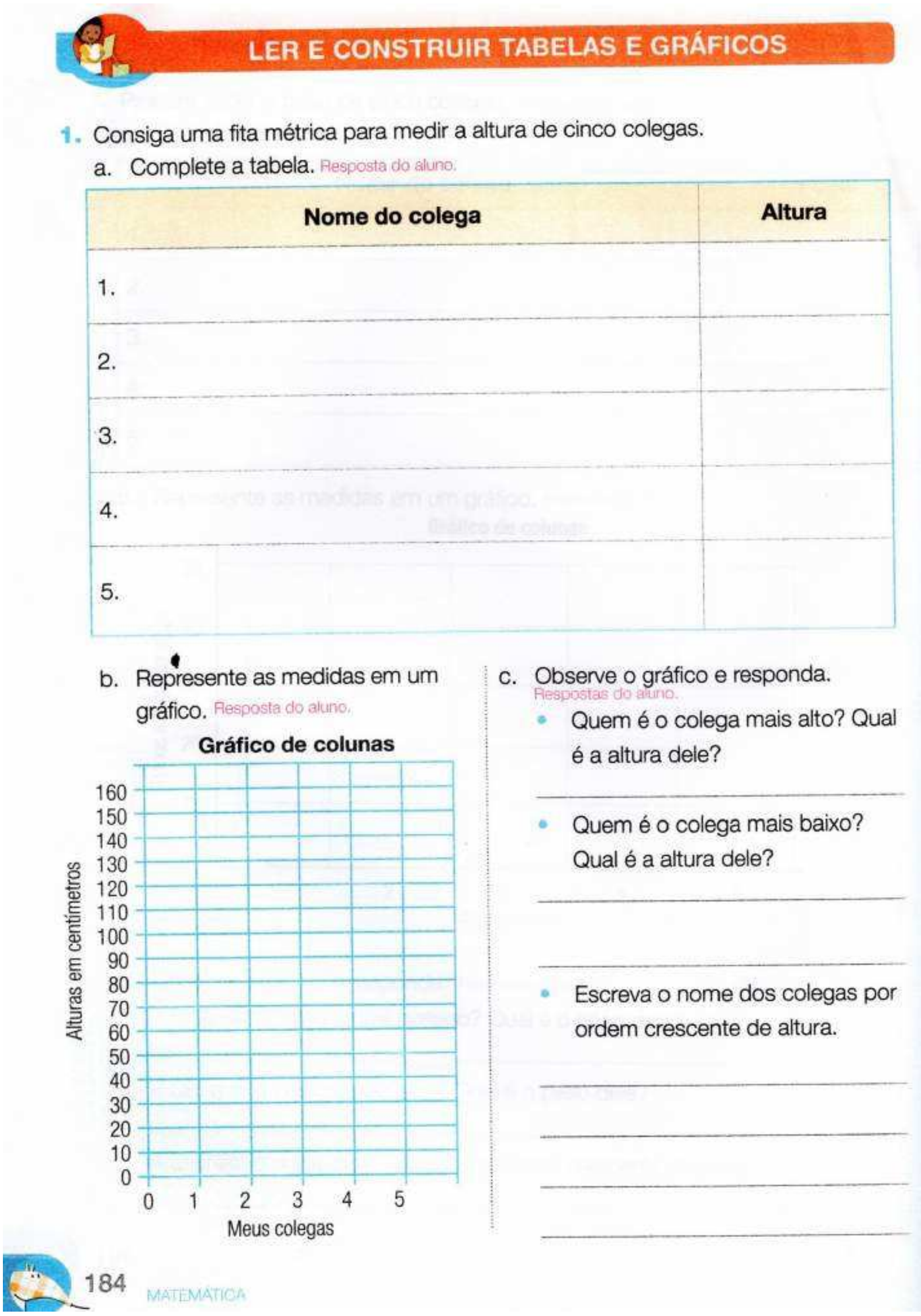
3.4.1 Análise da apresentação de probabilidade em livros didáticos para alunos do 3º ano

Observamos que no livro Aprender com Alegria do 3º ano - Integrado (FERREIRA E PEREIRA, [13]) os autores exploraram o tratamento da informação com a leitura e construção de tabelas e gráficos em 9 páginas, das 72 páginas do livro. Em nenhuma página a probabilidade foi explorada pelos autores.

No livro Aprender com Alegria do 3º ano - Integrado, na parte destinada ao professor, denominada Manual do Professor, os autores Ferreira e Pereira dizem que:

> As atividades que envolvem o tratamento da informa´²o visam mostrar ao aluno diferentes formas de organizar dados para que eles interpretem de maneira r®pida e eEciente.

Ao explorar duas atividades sobre unidades de medidas, os autores propÞem a utiliza´²o de gr®Ecos de colunas, solicitando uma coleta de dados na sala de aula, a ser feita pelo aluno, como mostram as Eguras 3.1 e 3.2 a seguir.


LER E CONSTRUIR TABELAS E GRÁFICOS

1. Consiga uma fita métrica para medir a altura de cinco colegas.

a. Complete a tabela. Resposta do aluno.

Nome do colega	Altura
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	

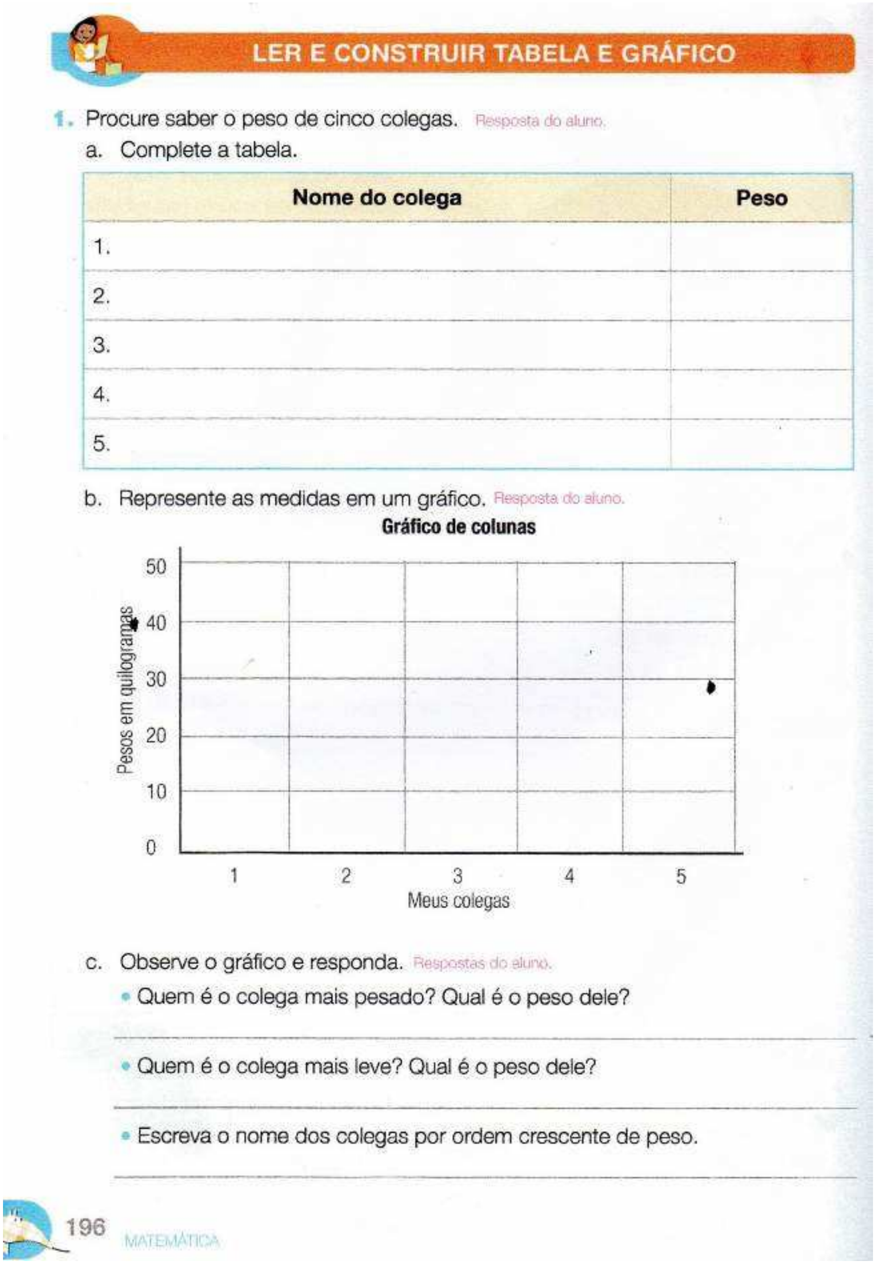
b. Represente as medidas em um gráfico. Resposta do aluno.

c. Observe o gráfico e responda. Respostas do aluno.

- Quem é o colega mais alto? Qual é a altura dele?
- Quem é o colega mais baixo? Qual é a altura dele?
- Escreva o nome dos colegas por ordem crescente de altura.

184 MATEMÁTICA

Figura 3.1: Coleta das medidas das alturas.
Fonte: Ferreira e Pereira [13], p. 184.



LER E CONSTRUIR TABELA E GRÁFICO

1. Procure saber o peso de cinco colegas. Resposta do aluno.

a. Complete a tabela.

Nome do colega	Peso
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	

b. Represente as medidas em um gráfico. Resposta do aluno.

c. Observe o gráfico e responda. Respostas do aluno.

- Quem é o colega mais pesado? Qual é o peso dele?
- Quem é o colega mais leve? Qual é o peso dele?
- Escreva o nome dos colegas por ordem crescente de peso.

196 MATEMÁTICA

Figura 3.2: Coleta das medidas do peso.
Fonte: Ferreira e Pereira [13], p. 196.

Nota-se que em ambas as atividades os autores pedem que o estudante realize uma coleta de dados com os colegas da sala de aula. Observa-se que no gr®Eco de colunas, os autores sugerem medidas mßltiplas de 10, por¶m existem alunos que n² o pesem ou me´am o que determinam algumas dessas medidas mßltiplas de 10, por exemplo 37 kg e 104 cm. Para que um aluno registre tais dados, ele precisar®da orienta´² o mais cuidadosa do professor.

Outro ponto que vale observar ¶ que, na maioria das escolas, o professor das s¶ries iniciais do Ensino Fundamental tem o curso pedagÆgico, onde, em geral, os conceitos matem®ticos n² o s² o muito aprofundados. Desta forma, mesmo o livro estando de acordo com os

PCNš, seria adequado que os autores nas prÆximas edi´Þes do livro orientassem melhor os professores sobre o que relatamos no par®grafo anterior para que as atividades possam ser melhor exploradas em sala de aula.

Analisando outro livro did®tico, veriEcou-se que no livro Projeto Buriti ([14], p. 98), os autores n² o exploraram a probabilidade. No entanto, ao falar sobre A Multiplica´² o, na Unidade 4, os autores associaram a multiplica´² o com as possibilidades de um evento e tamb¶m associaram a multiplica´² o com o princºpio multiplicativo em um tÆpico denominado por eles como Combinando as possibilidades. Achamos que essa foi uma boa atitude dos autores. Constate o fato na Egura 3.3.


Combinando possibilidades

Vamos conhecer

Caio foi comprar um sorvete com cobertura. Ele pode escolher sorvete de creme ou de chocolate, e a cobertura pode ser de caramelo, baunilha, morango ou framboesa.

- Se Caio quiser 1 sorvete de chocolate com 1 sabor de cobertura, quais opções ele terá?
  Chocolate com caramelo, chocolate com baunilha,
  chocolate com morango e chocolate com framboesa.
- Quantas opções diferentes com 1 sabor de sorvete e 1 sabor de cobertura Caio tem para escolher?
  Caio tem 2 opções de escolha para o sorvete e
  4 opções de escolha para a cobertura.
  Multiplicação ▸ 2 × 4 = 8
  Caio tem 8 opções diferentes com 1 sorvete e 1 cobertura para escolher.

98 noventa e oito

Figura 3.3: Combinando as possibilidades
Fonte: Livro Projeto Buriti [14], p.98.

Nota-se que os autores do livro Projeto Buriti utilizaram uma situa´² o problema, com um exemplo adequado para que os alunos fossem capazes de compreender o tÆpico. Al¶m disso, fez uma excelente escolha ao falar possibilidades. § pertinente deixar claro para os leitores deste trabalho que, para nÆs, possibilidades s² o os possºveis resultados de um experimento, enquanto a palavra probabilidade est® relacionado ¯ chance de uma possibilidade ocorrer, est® relacionado a uma medida. Observamos, tamb¶m, que os autores abordaram a situa´² o de duas formas: descrevendo os possºveis resultados e utilizando o Prºncipio Multiplicativo de maneira bem simples, ideal para um aluno do 3º ano.

Um outro ponto interessante foi que os autores deste livro Projeto Buriti, na parte destinada ao aprofundamento do professor, ressalta:

> ...o racºocºnio combinatÆrio ¶ fundamental na resolu´² o de um grande nßmero de problemas pr®ticos de contagem...

Com isso os autores aErmam ao professor que tal raciocºnio ¶ extremamente importante e o mesmo n² o deve dar ¸ nfase a fÆrmulas prontas que envolvem contagem.

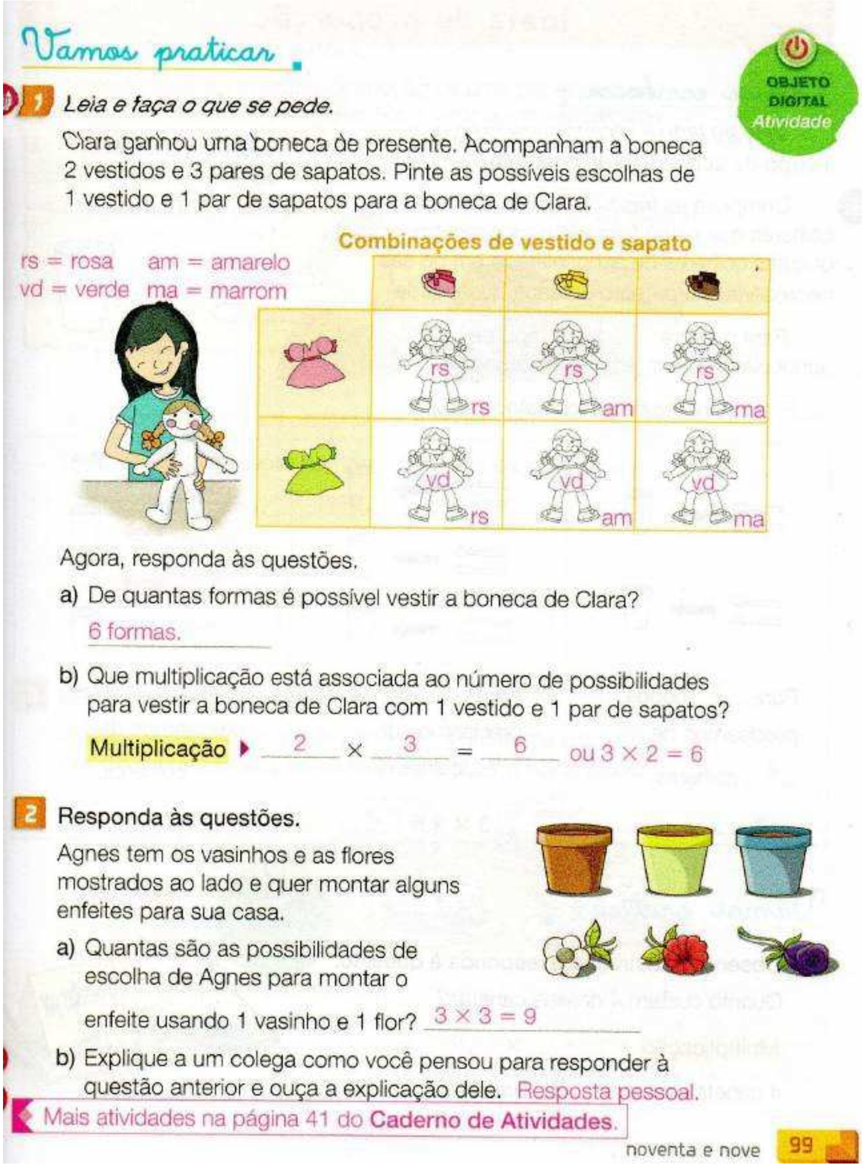
Ainda conforme o autor:

> ...um modo de evidenciar o raciocºnio multiplicativo exigido por essa atividade ¶ explicar que para cada sabor de sorvete, pode ser escolhido 1 entre 4 sabores de cobertura; portanto, se h® 2 op´Þes de sabor de sorvete e ser² o 2 vezes 4 (ou seja, 8) combina´Þes de 1 sabor de sorvete com 1 sabor de cobertura.

Com essa aErma´² o, os autores tentam esclarecer que a compreens² o do Princºpio Multiplicativo talvez n² o seja simples para o aluno e tamb¶m n² o seja claro para um professor. Mas eles esclarecem tal situa´² o, ao explorar quais s² o as possibilidades para depois discutir quantas elas s² o e como ¶ possºvel cont®-las, expondo assim a forma da contagem.

Depois da exposi´² o do problema, os autores do livro sugerem exercºcios, procurando refor´ar as possibilidades e o Princºpio Multiplicativo, associando, inclusive, o uso das tabelas. Conforme observa-se na Egura 3.4.

ApÆs an®lise da atividade constante na Egura 3.4, ¶ possºvel aErmar que os autores est² o de acordo com os PNCš, como tamb¶m com a BNCC, e tratam o assunto muito adequadamente para o pßblico ao qual o livro se destina.



Vamos praticar

1 Leia e faça o que se pede.

Clara ganhou uma boneca de presente. Acompanham a boneca 2 vestidos e 3 pares de sapatos. Pinte as possíveis escolhas de 1 vestido e 1 par de sapatos para a boneca de Clara.

OBJETO DIGITAL Atividade

rs = rosa am = amarelo
vd = verde ma = marrom

Combinações de vestido e sapato

	rs rs	rs am	rs ma
	vd rs	vd am	vd ma

Agora, responda às questões.

a) De quantas formas é possível vestir a boneca de Clara? 6 formas.

b) Que multiplicação está associada ao número de possibilidades para vestir a boneca de Clara com 1 vestido e 1 par de sapatos?

Multiplicação ▸ 2 × 3 = 6 ou 3 × 2 = 6

2 Responda às questões.

Agnes tem os vasinhos e as flores mostrados ao lado e quer montar alguns enfeites para sua casa.

a) Quantas são as possibilidades de escolha de Agnes para montar o enfeite usando 1 vasinho e 1 flor? 3 × 3 = 9

b) Explique a um colega como você pensou para responder à questão anterior e ouça a explicação dele. Resposta pessoal.

Mais atividades na página 41 do Caderno de Atividades.

noventa e nove 99

Figura 3.4: Combinando as possibilidades
Fonte: Livro Projeto Buriti [14], p.99.

3.4.2 An®lise da apresenta´² o de Probabilidade em livro did®tico para alunos do 5º ano

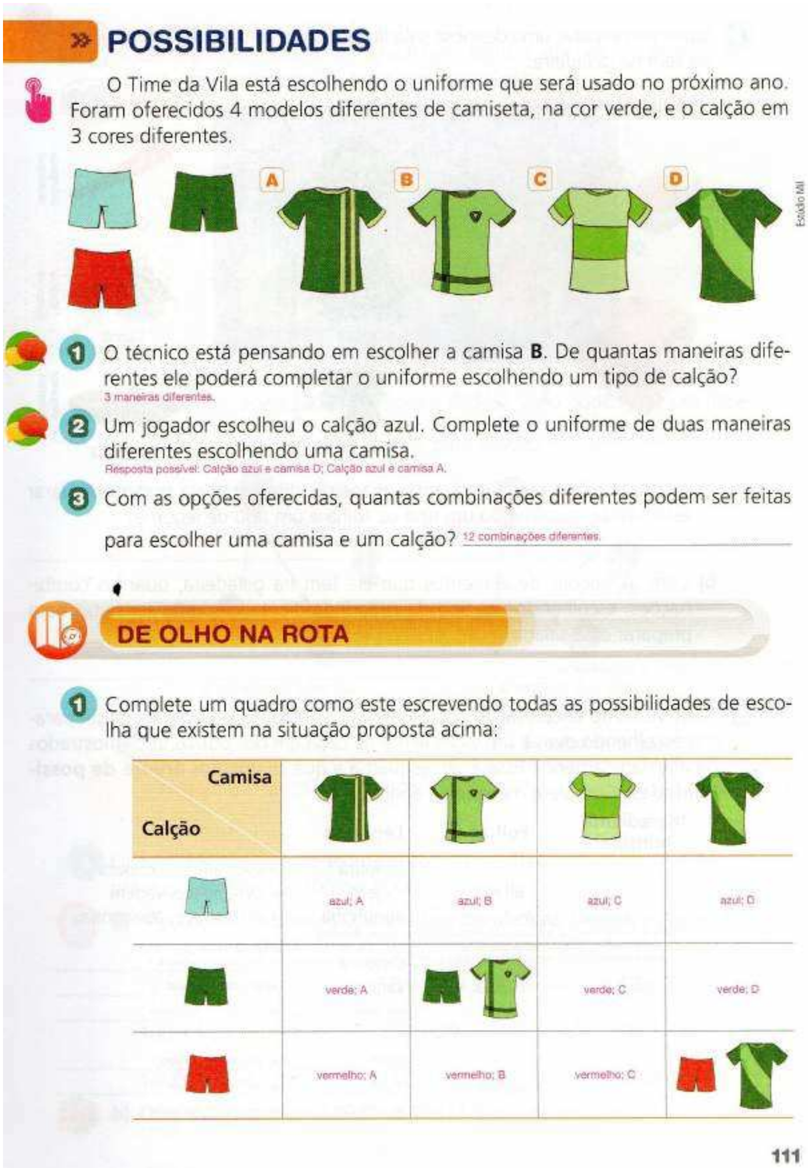
VeriEcamos que o livro A aventura do Saber, de autoria de Iracema Mori [8], do 5º ano, da editora Leya aborda em duas unidades distintas o tema Probabilidade.

No capºtulo 8 a autora fala sobre Possibilidades, trazendo ilustra´Þes que ajudam na compreens² o do tema, trabalhando-o de duas formas diferentes: a primeira realizando perguntas para melhor compreens² o; e na segunda, construindo uma tabela de dupla entrada, conforme veriEca-se na Egura 3.5. Sobre capºtulo 8 o autor aErma que:

...retoma-se a ideia de combina´Þes (possibilidades) associada ¯ multipica´² o.

...nessas atividades eles exercitam o c®lculo do total de combina´Þes.

Com essas palavras o autor procura associar o Princºpio Multiplicativo com a contagem do nßmero de eventos favor®veis. Em nossa opini² o, o Princºpio Multiplicativo tem ideia bem simples, mas acreditamos que n² o seja simples para o aluno do 5º ano compreend¸-lo plenamente sem bastante exercºcio que possa pratic®lo. Explorar o problema com questionamentos seria uma sugest² o para a melhor compreens² o do Princºpio nesta fase de aprendizagem do aluno.



» POSSIBILIDADES

O Time da Vila está escolhendo o uniforme que será usado no próximo ano. Foram oferecidos 4 modelos diferentes de camiseta, na cor verde, e o calção em 3 cores diferentes.

A B C D

1 O técnico está pensando em escolher a camisa **B**. De quantas maneiras diferentes ele poderá completar o uniforme escolhendo um tipo de calção?
3 maneiras diferentes.

2 Um jogador escolheu o calção azul. Complete o uniforme de duas maneiras diferentes escolhendo uma camisa.
Resposta possível: Calção azul e camisa D; Calção azul e camisa A.

3 Com as opções oferecidas, quantas combinações diferentes podem ser feitas para escolher uma camisa e um calção? 12 combinações diferentes.

DE OLHO NA ROTA

1 Complete um quadro como este escrevendo todas as possibilidades de escolha que existem na situação proposta acima:

Camisa / Calção				
	azul; A	azul; B	azul; C	azul; D
	verde; A		verde; C	verde; D
	vermelho; A	vermelho; B	vermelho; C	

111

Figura 3.5: Possibilidades
Fonte: Mori,I. [8], p.111

Acompanhando-se com a Egura 3.5 maneira que sugeriríamos para fazer os questionamentos da seguinte forma:

1. Escolhendo o cal´²o de cor azul e um modelo de camisa, de quantas maneiras poder°amos formar o uniforme do time?

2. Escolhendo o cal´²o de cor verde e um modelo de camisa, de quantas maneiras poder°amos formar o uniforme do time?

3. Escolhendo o cal´²o de cor vermelha e um modelo de camisa, de quantas maneiras poder°amos formar o uniforme do time?

4. Escolhendo o cal´²o e um modelo de camisa, de quantas maneiras poder°amos formar o uniforme do time?

Note que, com os questionamentos sugeridos, o aluno pode construir gradativamente o espa´o amostral para cada cor de cal´²o, e assim a chegar ao conceito de possibilidades, tendo como base a escolha de uma cor para o cal´²o.

Um outro fato interessante ¶ que a autora solicita no problema 3, do livro A aventura do Saber, que o aluno exponha todos os resultados poss°veis de um experimento, utilizando algo extremamente valioso para determinar probabilidades, a ®rvore das possibilidades, conforme observa-se na Egura 3.6.

Observa-se que a autora apresenta um ramo inicial da ®rvore das possibilidades, passando a ideia central para o aluno constru°-la. Com isso o aluno conseguir®, com a ajuda do professor concluir a ®rvore, observando a forma como foi proposta o ramo inicial. Apesar da ®rvore das possibilidades n²o ser citada pela BNCC nem pelos PCN's, neste ano de ensino, acreditamos que foi uma excelente iniciativa a autora ter exposto para os alunos essa ferramenta matem®tica, utilizada na resolu´²o de problemas que envolvem a Probabilidade.

2 Joana vai preparar uma deliciosa salada para o jantar. Veja que ingredientes ela tem na geladeira:

a) Joana escolheu ovo. De quantas maneiras diferentes ela poderá preparar essa salada, escolhendo um tipo de folha e um tipo de legume?

9 maneiras diferentes.

b) Com as opções de alimentos que ela tem na geladeira, quantas combinações, escolhendo um tipo de cada ingrediente, poderão ser feitas para preparar essa salada?

18 combinações diferentes.

3 Observe como encontrar as combinações de salada que poderão ser preparadas escolhendo ovos e um ingrediente de cada um dos outros tipos mostrados na atividade anterior. Esse é um esquema a que chamamos **árvore de possibilidades**. Complete o esquema abaixo.

112

Figura 3.6: Ξrvore das possibilidades.
Fonte: Mori,I. [8], p. 112.

No cap°tulo 13, nas p®ginas 218 ¯ 220 do livro A aventura do Saber, conforme observa-se na Egura 3.7, a autora retoma a no´² o de probabilidade com o tema Explorando Probabilidades, atendendo os objetivos da BNCC para este ano de ensino. Ressaltamos um ponto bem positivo que, por meio da abordagem feita pela autora, veriEcamos que o objetivo da situa´² o problema e da quest² o ¶ que o aluno seja capaz de identiEcar eventos que tenham maior chance de ocorrer.

EXPLORANDO PROBABILIDADES

Samuel e Sofia jogam um dado. Cada um dá um palpite sobre a face que estará virada para cima quando o dado parar. Observe a cena e depois responda às questões a seguir.

1. Dê sua opinião: quem tem mais chances de acertar? Explique sua resposta.
Resposta pessoal. Espera-se que o aluno perceba que as chances são iguais, porque em um dado a quantidade de números pares é igual à de números ímpares.

2. Jogando um dado, é mais provável que saia um número maior que 2 ou um número maior que 4? Explique sua resposta.
Resposta esperada: é mais provável que saia um número maior que 2, porque no dado há quatro números maiores que 2 e apenas dois números maiores que 4.

3. Jogue um dado e anote o resultado obtido na face superior no quadro ao lado. Depois, responda: algum resultado aconteceu mais vezes que outro? Explique sua resposta.

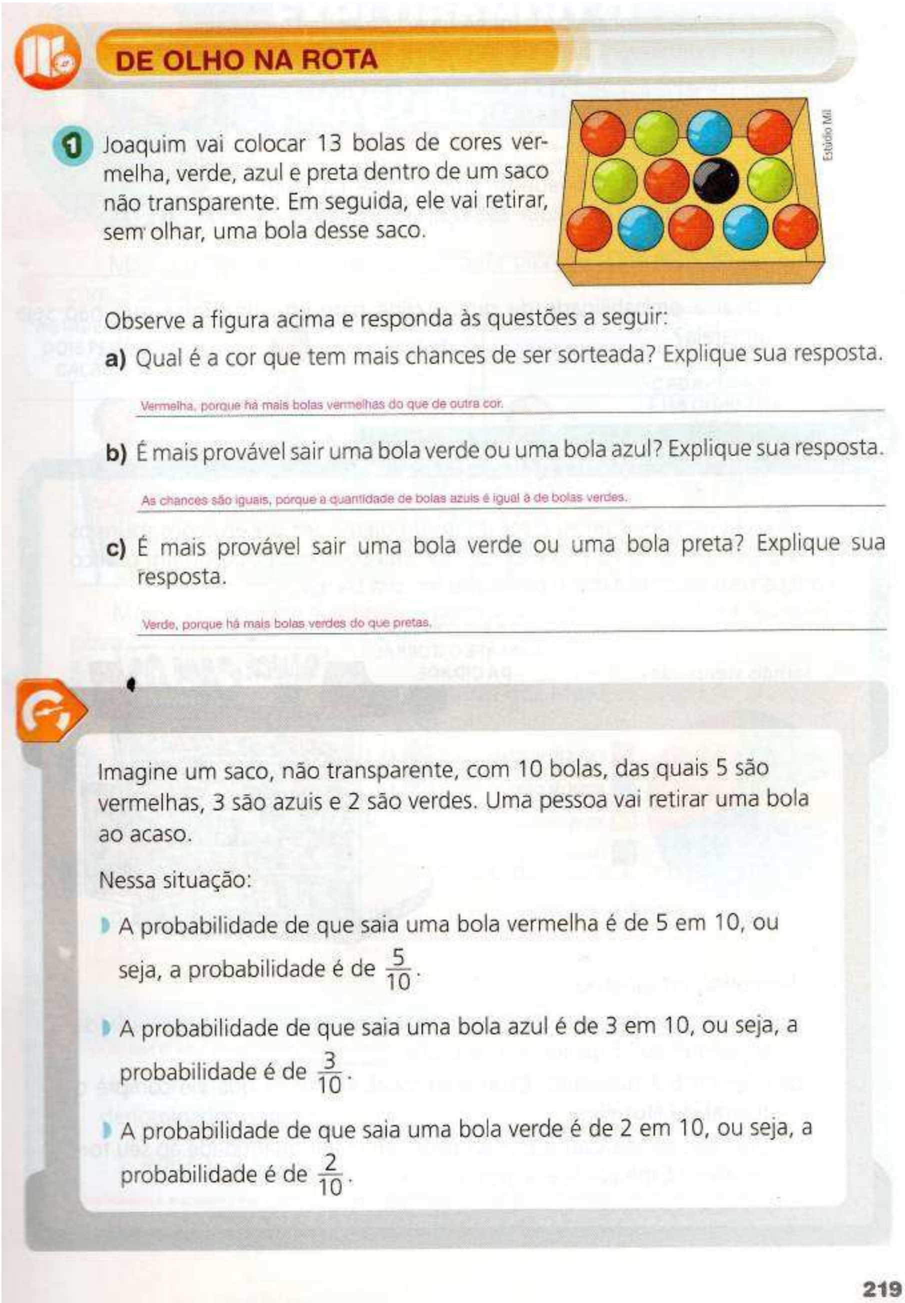
Menor que 4	4	Maior que 4

Resposta pessoal.

218

Figura 3.7: Explorando as probabilidades.
Fonte: Mori, I. [8], p. 218

Outro ponto positivo apresentado no manual do professor contido no livro A aventura do Saber, ¶ que a autora esclarece que probabilidade ¶ o nßmero que quantiEca a chance de um evento ocorrer. J ®atrav¶s da Egura 3.8, observamos que o autor na se´²o "De olho na rota" relaciona as chances de um evento ocorrer com a sua probabilidade, conforme sugere a BNCC.



DE OLHO NA ROTA

1 Joaquim vai colocar 13 bolas de cores vermelha, verde, azul e preta dentro de um saco não transparente. Em seguida, ele vai retirar, sem olhar, uma bola desse saco.

Estúdio Mil

Observe a figura acima e responda às questões a seguir:

a) Qual é a cor que tem mais chances de ser sorteada? Explique sua resposta.

Vermelha, porque há mais bolas vermelhas do que de outra cor.

b) É mais provável sair uma bola verde ou uma bola azul? Explique sua resposta.

As chances são iguais, porque a quantidade de bolas azuis é igual à de bolas verdes.

c) É mais provável sair uma bola verde ou uma bola preta? Explique sua resposta.

Verde, porque há mais bolas verdes do que pretas.

Imagine um saco, não transparente, com 10 bolas, das quais 5 são vermelhas, 3 são azuis e 2 são verdes. Uma pessoa vai retirar uma bola ao acaso.

Nessa situação:

- A probabilidade de que saia uma bola vermelha é de 5 em 10, ou seja, a probabilidade é de $\frac{5}{10}$.
- A probabilidade de que saia uma bola azul é de 3 em 10, ou seja, a probabilidade é de $\frac{3}{10}$.
- A probabilidade de que saia uma bola verde é de 2 em 10, ou seja, a probabilidade é de $\frac{2}{10}$.

219

Figura 3.8: Probabilidades.
Fonte: Mori, I.[8], p.219.

3.5 Análise da apresentação de Probabilidade em livros didáticos para alunos dos 8º e 9º anos

A escolha dos três livros didáticos analisados para os alunos destes anos foi feita observando os seguintes pontos:

- Livros adotados na Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araújo Souza - EMEFEAS - Montadas - PB. Escola na qual foram aplicadas as atividades propostas neste trabalho, que serão apresentados no próximo capítulo;

- Acesso dos professores a outras coleções de diferentes editoras.

Deve ser esclarecido que as três obras analisadas, pertenciam ao Guia do PNLD (2014) [5]. O ano de 2016 é o último ano de vigência destas coleções, já para os próximos três anos o Ministério da Educação lançou um Guia do PNLD (2017)[6] . Neste guia, o MEC informa quais coleções podem ser adotadas pelas escolas públicas, e versões atualizadas das coleções Matemática - Vontade de saber [19] e Matemática - Ideias e desafios [11], permanecem como sugestões de coleções a serem adotadas pelas escolas. Já a versão atualizada da coleção Radix - Raiz do conhecimento [15] não consta neste guia, ou seja, para os próximos três anos a coleção não estará disponível para as escolas públicas.

3.5.1 Análise da apresentação de Probabilidade no livro Vontade de saber Matemática

A coleção Vontade de saber Matemática (Sousa e Pataro [19]) é adotada pela escola EMEFEAS, escola na qual foram aplicadas as atividades propostas neste trabalho. É uma obra em 4 volumes para alunos do 6º ao 9º ano, organizada pela editora FTD. Joamir Roberto de Souza e Patricia Rosana Moreno Pataro são os autores da obra. Em particular, foi analisada a 2ª edição, publicada no ano de 2012, seu registro no ISBN é 978 85 322 8154 8.

Analisamos o 3º volume desta coleção, destinada aos alunos do 8º ano. A obra está organizada em 13 capítulos. Ao final de cada capítulo o autor traz as seções Refletindo sobre o capítulo, Explorando o tema, Revisão e Testes.

A Probabilidade é abordada em um tópico no capítulo 9, intitulado Tratamento da informação. Para a teoria, os autores utilizaram duas páginas (211 e 212) e, para os exercícios, três páginas.

Com relação aos aspectos visuais da coleção, estes podem ser considerados adequados. Em decorrência do tamanho da fonte, os alunos podem visualizar facilmente a teoria. Apresenta, ainda, figuras para ajudar na visualização do problema, o colorido dessas figuras desperta a aten´² o do aluno, al¶m disso, o papel utilizado ¶ de boa qualidade e tem uma boa impress² o gr®Eca.

Para explorar o conteßdo Probabilidade, os autores utilizam um vocabul®rio simples, de f®cil compreens² o pelos alunos. Os autores iniciam a abordagem utilizando um exemplo simples. No entanto, acreditamos que seria mais conveniente, os autores iniciarem a explora´² o do conteßdo informando aos alunos que eles podem usar a probabilidades para tomar decisÞes, estimulando os alunos a estudar probabilidade.

Os autores utilizam um exemplo simples de probabilidade, envolvendo caixa de papel² o e bolas de cores e quantidades variadas, para que o aluno compreenda que ao ser retirada ao acaso, cada bola tem chances diferentes, algumas tem maiores chances de sair outras menores chances. Neste exemplo inicial os autores aproveitam para diferenciar possibilidade de probabilidade, conforme Egura 3.9:

> O número de possíveis resultados que podemos obter é chamado **possibilidade**, e a chance que uma possibilidade tem de ocorrer chamamos **probabilidade**.

Figura 3.9: Possibilidades e probabilidade.
Fonte: Sousa e Pataro [19], p. 211.

Ao apresentar as deEni´Þes sobre possibilidades e probabilidades os autores cometem um erro conceitual. Em nossa opini² o a palavra nßmero, usada pelos autores est®inadequada para o momento, visto que possibilidades formam o espa´o amostral, ¶ o conjunto de todos os possºveis resultados de um experimento. Al¶m disso os autores associaram probabilidade ¯ palavra chance, mas chance ¶ a oportunidade dada a algu¶m, enquanto probabilidade ¶ um nßmero real, a medida de uma chance.

> A probabilidade de ocorrer um acontecimento é um número real entre 0 e 1, ou seja, entre 0% e 100%.

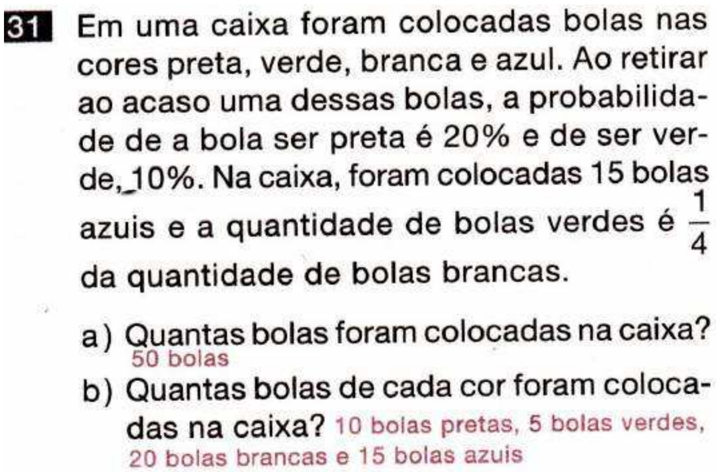
Figura 3.10: Varia´² o de uma probabilidade.
Fonte: Sousa e Pataro [19], p. 212.

Observa-se, na Egura 3.10 que os autores utilizam a express² o ou seja em um momento inoportuno. Entendemos que a express² o ou seja ¶ usada para explicar algo que j®foi dito, neste caso o fato ¶ que a probabilidade ¶ um nßmero, entre 0 at¶ 1, que pode ser representada na forma decimal, fracion®ria ou como porcentagem.

Em seguida, os autores trazem para os alunos um pouco da histÆria da probabilidade, citando alguns estudiosos desse tema. Um aspecto positivo ¶ o fato do manual do professor apresentar a biograEa desses estudiosos, para o aprofundamento e conhecimento do professor.

Com rela´²o aos exerc°cios, os autores trazem uma quantidade razo®vel de questÞes. De modo geral, pode-se aErmar que os exerc°cios s²o interessantes, que est²o de acordo com a teoria abordada. Al¶m disso, no manual do professor, para algunas questÞes, s²o apresentadas orienta´Þes para a abordagem das mesmas em sala de aula. No entanto, vale comentar sobre tr¸s exerc°cios espec°Ecos.

1. Quest²o 31. Vide Egura 3.11 - Essa quest²o ¶ interessante, nela ¶ dada a probabilidade de serem retiradas as bolas de uma caixa e pede que o aluno determine a quantidade de bolas de determinadas cores. Para essa quest²o os autores n²o Ezeram recomenda´Þes no manual do professor, e tamb¶m n²o trazem exemplos semelhantes. No manual do professor, que acompanha o livro, os autores fazem coment®rios sobre a resolu´²o de algumas questÞes. No entanto n²o faz nenhum coment®rio sobre essa quest²o 31 que, em nossa opini²o, mereceria algumas palavra explicativas. Dessa forma, no manual do professor, achamos que deveria ser feito algum coment®rio sobre essa quest²o, pois a mesma ¶ calculada de maneira inversa, de tr®s para frente. Com rela´²o ¯ reda´²o desta quest²o, o autor aErma que foram colocadas 15 bolas azuis, mas n²o expÞe o momento em que ocorre a a´²o. Assim o aluno poder® interpretar a quest²o de duas maneiras distintas: a primeira interpreta´²o seria que na caixa havia bolas azuis, na qual n²o sabe-se a quantidade e em seguida foi colocada mais 15 bolas azuis e a segunda interpreta´²o seria que na caixa foi colocada apenas as 15 bolas azuis.



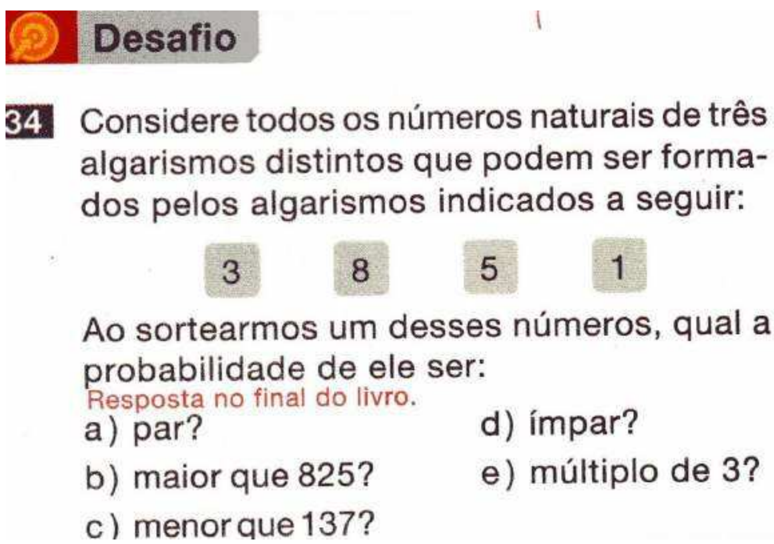
31 Em uma caixa foram colocadas bolas nas cores preta, verde, branca e azul. Ao retirar ao acaso uma dessas bolas, a probabilidade de a bola ser preta é 20% e de ser verde, 10%. Na caixa, foram colocadas 15 bolas azuis e a quantidade de bolas verdes é $\frac{1}{4}$ da quantidade de bolas brancas.

a) Quantas bolas foram colocadas na caixa? 50 bolas

b) Quantas bolas de cada cor foram colocadas na caixa? 10 bolas pretas, 5 bolas verdes, 20 bolas brancas e 15 bolas azuis

Figura 3.11: Quest²o 31.
Fonte: Sousa e Pataro [19], p. 214.

2. Quest² o 34. Vide Egura 3.12 - Nesta quest² o, os autores a nomeiam como DesaEo. De fato, ¶ uma quest² o mais elaborada, que exige um pouco mais de racioc°nio por parte do aluno, incluindo tamb¶m uma boa no´² o sobre nßmeros. Acreditamos que ao ver a palavra desaEo, o aluno antes de tentar resolv¸ -la, pode julgar-se incapaz, sem tentar solucion®la. Nessa quest² o, tamb¶m n² o s² o apresentadas orienta´Þes para o professor. Com rela´² o a reda´² o da quest² o, os alunos podem compreender o enunciado. Por¶m, falta o verbo na pergunta, uma reda´² o que sugerir°amos seria "...qual ¶ a probabilidade...".



Desafio

34 Considere todos os números naturais de três algarismos distintos que podem ser formados pelos algarismos indicados a seguir:

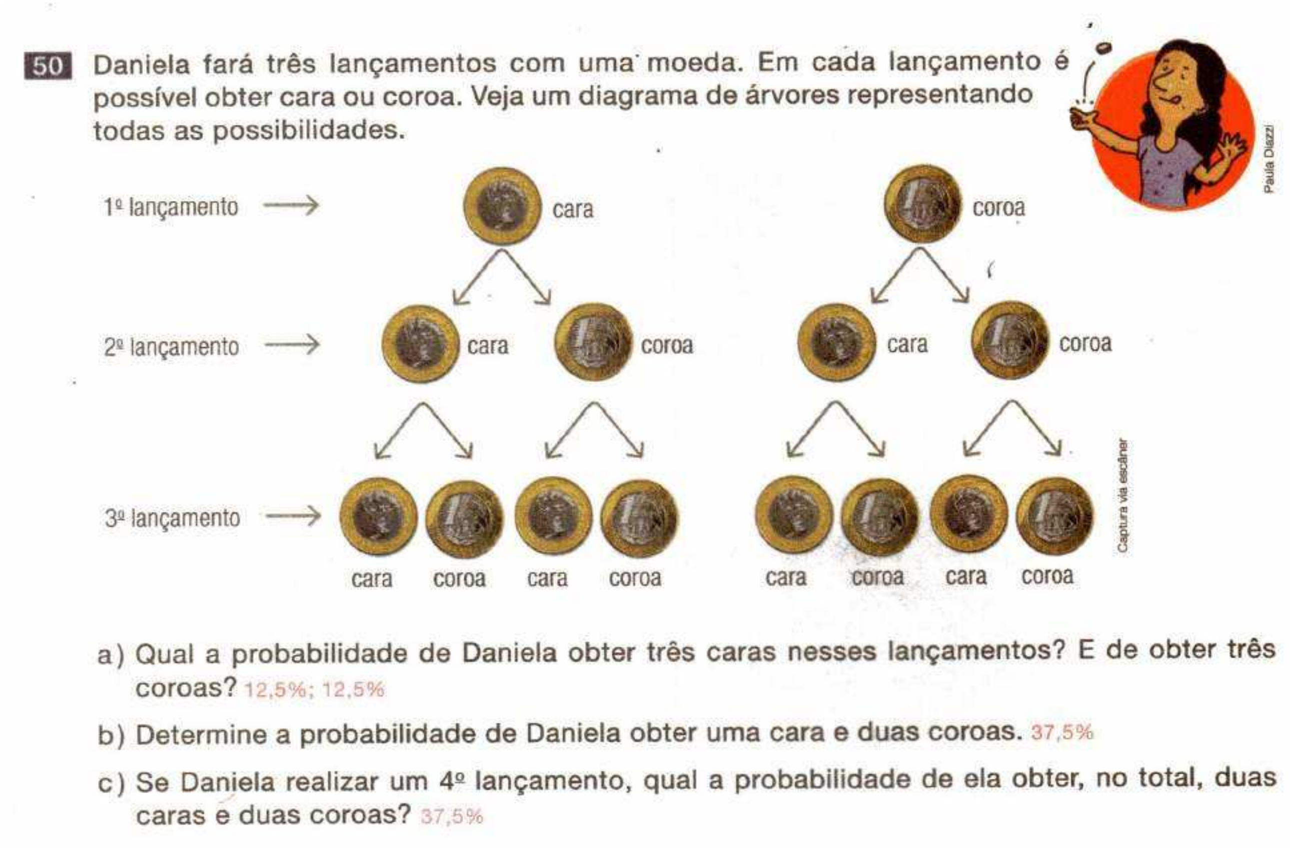
3 8 5 1

Ao sortearmos um desses números, qual a probabilidade de ele ser:
Resposta no final do livro.

a) par?
b) maior que 825?
c) menor que 137?
d) ímpar?
e) múltiplo de 3?

Figura 3.12: Quest² o 34.
Fonte: Sousa e Pataro [19], p. 214.

3. Quest² o 50. Vide Egura 3.13- Essa quest² o ¶ bastante interessante. Nela ¶ explorada a ®rvore das possibilidades e, mesmo n² o tendo falado anteriormente sobre a ®rvore das possibilidades, os autores expÞem a situa´² o de maneira clara para o aluno. A ßnica oberva´² o a ser feita ¶ que essa quest² o foi colocada na parte destinada ¯ revis² o do cap°tulo. Frequentemente, o professor n² o costuma explorar essas questÞes, sempre deixando a crit¶rio do aluno, que muitas vezes n² o acha importante resolv¸ -las. Por ter sido explorada a ®rvore das possibilidades, ferramenta matem®tica importante no c®lculo das probabilidades, seria oportuno que estivesse colocada junto das questÞes no exerc°cio, para que, desta forma, fosse mais prov®vel o aluno resolv¸ -la. Com rela´² o a reda´² o da quest² o, os alunos podem compreender o enunciado. Por¶m, falta o verbo na pergunta feita nos itens a e c, a reda´² o sugerida seria "...qual ¶ a probabilidade...".



50 Daniela fará três lançamentos com uma moeda. Em cada lançamento é possível obter cara ou coroa. Veja um diagrama de árvores representando todas as possibilidades.

a) Qual a probabilidade de Daniela obter três caras nesses lançamentos? E de obter três coroas? 12,5%; 12,5%

b) Determine a probabilidade de Daniela obter uma cara e duas coroas. 37,5%

c) Se Daniela realizar um 4º lançamento, qual a probabilidade de ela obter, no total, duas caras e duas coroas? 37,5%

Figura 3.13: Questão 50.
Fonte: Sousa e Pataro [19], p. 222.

Conforme já foi dito na introdução deste capítulo, os livros são adotados nas escolas públicas por três anos e o ano de 2016 é o último ano do PNLD - 2014. Do decorrer destes três anos, a coleção Vontade de Saber Matemática [SOUSA e PATARO] foi reeditada, tendo algumas alterações. A versão atualizada dessa coleção é uma das coleções sugeridas pelo Guia do PNLD - 2017 [6]. Ao longo desta pesquisa, tivemos acesso à versão atualizada da coleção, versão que pode ser adotada nas escolas públicas nos próximos três anos. Na versão atualizada da coleção foi possível analisar a nova abordagem sobre probabilidade feita pelos autores.

No terceiro volume da coleção, na versão atualizada, na parte teórica teve uma única alteração, os autores retiraram a história da Probabilidade. A figura 3.14 apresenta a parte retirada pelos autores.

A sistematização acerca dos estudos das probabilidades teve seu início no século XV, com a obra *Summa*, do frade italiano Luca Pacioli (c. 1445–1509).

No entanto, somente em 1654, a partir de uma correspondência entre os matemáticos Blaise Pascal (1623–1662) e Pierre de Fermat (1601–1665), é que se considera o início das bases da **teoria das probabilidades**. A princípio, essa teoria visava tratar de assuntos relacionados a jogos de azar. Contudo, no decorrer dos anos foram dadas a ela muitas outras aplicações.

Em 1657, o matemático holandês Christiaan Huygens (1629–1695) escreveu o primeiro tratado formal da teoria das probabilidades, baseado na correspondência entre Pascal e Fermat.

Obra do artista Jacopo de Barbari retratando Luca Pacioli e Leonardo da Vinci.

Blaise Pascal.

Pierre de Fermat.

No século XVIII, com o crescimento dos negócios envolvendo seguros, diversos outros matemáticos foram atraídos à aplicação da teoria das probabilidades nesse campo. Pode-se destacar as contribuições dos matemáticos Leonhard Euler (1707-1783), Pierre-Simon Laplace (1749-1827), Jakob Bernoulli (1654-1705), Abraham De Moivre (1667-1754), entre outros.

212

Figura 3.14: Parte histÆrica retirada.
Fonte: Sousa e Pataro [19], p. 212.

Nota-se que a parte retirada n²o interfere na aprendizagem real sobre o tema, e este assunto poder®ser exposto pelo professor. Outro ponto de mudan´a na abordagem sobre Probabilidade foi a ordem das questÞes. Por¶m essas altera´Þes n²o trazem mudan´as expressivas para os aluno.

Algo signiEtivo na vers²o atualizada desta cole´²o Vontade de Saber Matem®tica[20], encontra-se no 2º volume. Na vers²o do livro vigente, que ¶ a vers²o do Guia do PNLD -2014, o autor aborda probabilidade apenas no 8º ano, que corresponde ao 3º volume. J®na vers²o atualizada da cole´²o, o tema tamb¶m ¶ abordado no 2º volume, que est®destinado aos alunos do 7º ano. Nele, os autores diferenciam possibilidades de probabilidade. Al¶m disso, os referidos autores apresentam o ensino da probabilidade de forma gradativa, comen´ando no 7º ano e aperfei´oando no 8º ano. Conforme j®foi estudado no 2º capºtulo, isso ¶ o que sugere a BNCC e os PCNš.

Vale observar que, esta cole´²o atualizada, n²o foi adotada pela escola EMEFEAS para o tri¸nio (2017 - 2019).

3.5.2 An®lise da apresenta´²o de Probabilidade no livro Matem®tica - Ideias e DesaEos

A cole´²o Matem®tica - Ideias e DesaEos ¶ uma obra em 4 volumes para alunos do 6º ao 9º ano, publicada pela editora Saraiva. Obra de Iracema Mori e de Dulce Satiko Onaga. Em particular foi analisada a 17ª edi´²o, publicada no ano de 2012, seu registro no ISBN ¶ 978 85 021 6161 0.

A cole´²o est® organizada em onze unidades. Ao Enal de cada unidade os autores trazem duas se´Þes: a primeira ¶ a se´²o Leitura + e a segunda Revis²o acumulativa e testes.

A probabilidade ¶ abordada no 4º volume da cole´²o, em um tÆpico da unidade 7, intitulado Tratamento da informa´²o, os autores utilizaram duas p®ginas (203 e 204) para a teoria e duas para os exercºcios.

A an®lise foi realizada no 4º volume da cole´²o Matem®tica - Ideias e DesaEos, destinada para os alunos do 9º ano. Essa foi a ßnica cole´²o em que o tema Probabilidade foi explorado no 9º ano. No 2º capºtulo deste trabalho, foi destacado que a BNCC[1] sugere o ensino de Probabilidade no 8º ano, por¶m n²o podemos aErmar que os autores equivocaram-se ao explorar o tema no 9º ano, pois, de acordo com os PCNš [3], tamb¶m estudado no 2º capºtulo, o ensino de Probabilidade deve ser abordado no 4º ciclo de Ensino Fundamental, que corresponde a exatamente o 8º e 9º anos.

Com rela´²o aos aspectos visuais, a cole´²o, ¶ bastante satisfatÆria. O tamanho da fonte utilizada facilita a visualiz²o da teoria, as Eguras ajudam na visualiza´²o do problema, o colorido das Eguras chama a aten´²o do aluno, al¶m disso, o papel utilizado ¶ de boa qualidade e tem uma boa impress²o gr®Eca. No entanto, o tamanho reduzido da fonte nos exercºcios e o espa´amento curto entre as linhas, s²o pontos a serem avaliados em uma prÆxima edi´²o.

Os autores iniciam a abordagem do tema, motivando o aluno para o estudo da Probabilidade, lembrando que em v®rias situa´Þes recorre-se a sorte para tomar alguma decis²o. Notamos que, nessa abordagem os autores utilizam muitos termos especºEcos, tais como: aleatÆria, moeda viciada e leis do acaso. Acreditamos que a utiliza´²o desses termos, nesse ano de ensino, n²o ¶ recomendado, por se tratar de uma linguagem formal.

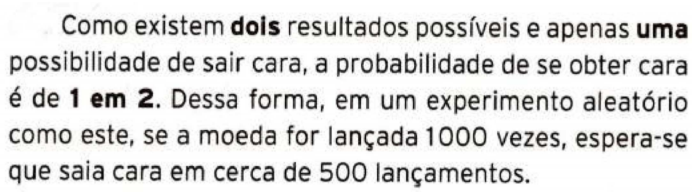

Como existem **dois** resultados possíveis e apenas **uma** possibilidade de sair cara, a probabilidade de se obter cara é de **1 em 2**. Dessa forma, em um experimento aleatório como este, se a moeda for lançada 1000 vezes, espera-se que saia cara em cerca de 500 lançamentos.

Figura 3.15: Lei dos Grandes Nßmeros.
Fonte: Mori e Onaga [9], p. 204.

Al¶m dos termos bastante t¶cnicos, os autores ainda tentam exemplicar a Lei dos Grandes Nßmeros, sem citar a mesma, conforme observa-se na Egura 3.15.

No 2º cap°tulo, observamos que, segundo a BNCC [1], a Lei dos Grandes Nßmeros poder® ser estudada por alunos do 6º ano de ensino, mas acreditamos que essa n² o seja de f®cil compreens² o para os alunos, o que ressalta-se mais uma vez como um tema a ser apresentado com bastante cuidado.

ApÆs ter citado um exemplo envolvendo a Lei dos Grandes Nßmeros, os autores iniciam a explora´² o da ®rvore das possibilidades, como v¸ -se na Egura 3.16, eles utilizaram o mesmo exemplo inicial.

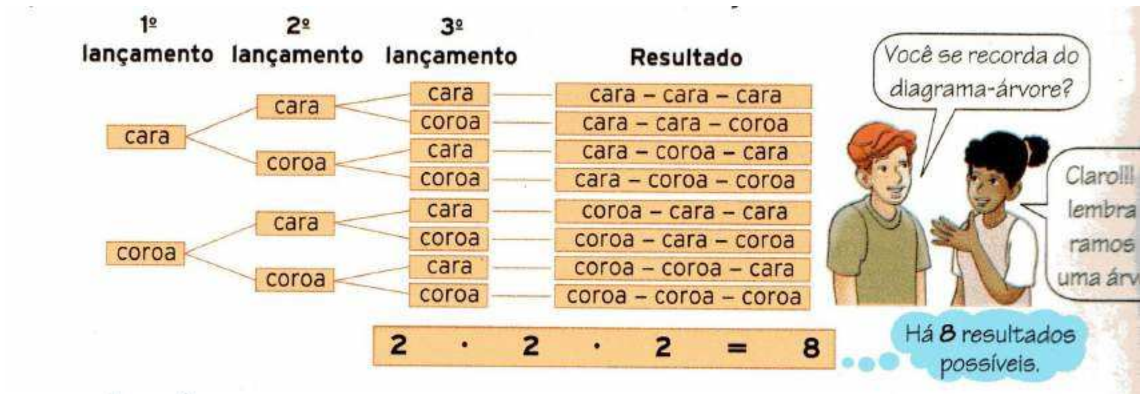


Figura 3.16: Ξrvore das possibilidades.
Fonte: Mori e Onaga [9], p. 204.

Os autores durante a abordagem, n² o apresentaram uma deEni´² o formal de probabilidade para o aluno. Acreditamos que seria importante a apresenta´² o da deEni´² o.

No manual do professor, que acompanha o livro, os autores apenas expÞem diretamente seus objetivos com a abordagem:

> "Resolver situa´Þes problemas que envolvam o racioc°nio combinatÆrio e a determina´² o das chances de sucesso de certo evento em um experimento, por meio de uma raz² o."

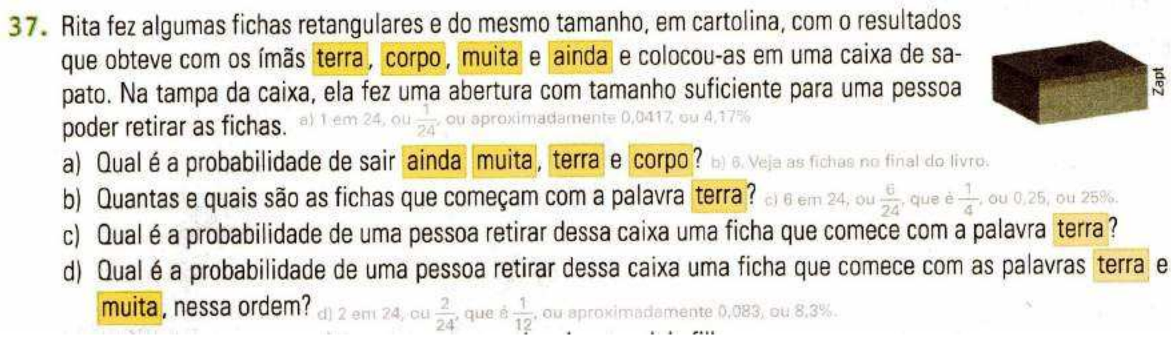
O exerc°cio proposto pelos autores da cole´² o Matem®tica - Ideias e DesaEos cont¸ m oito questÞes. Poder°amos chamar algumas delas de "questÞes cl®ssicas", pois, o enunciados delas envolvem lan´amentos de moedas, dados e etc. No entanto com propriedade, nas questÞes 36 e 37 eles utilizaram a ideia de selos conforme vemos nas Eguras 3.17 e 3.18. Em nossa opini² o, os itens dessas questÞes poderiam ser agrupadas em uma ßnica quest² o. Com rela´² o a reda´² o, no item b da quest² o 36, os autores usaram a express² o diagrama-®rvore, eles poderiam trocar essa express² o por ®rvore das possibilidades, que ¶ mais usada.

36. Rita adora colecionar coisas: selos, miniaturas de carro, ímãs de geladeira...
Sua coleção de ímãs com palavras e partes de frases é muito interessante.
Com ela, Rita vai deixando recados, mensagens e até poemas para a família.

a) De quantas maneiras diferentes Rita poderá colocar as palavras que estão no quadro uma ao lado da outra? 6
Observe parte do resultado:

b) Acrescentando o ímã com a palavra muita, quantos resultados ela obterá? Dê sua resposta desenhando um diagrama-árvore. 24

Figura 3.17: Questþes 36.
Fonte: Mori e Onaga [9], p. 205.



37. Rita fez algumas fichas retangulares e do mesmo tamanho, em cartolina, com o resultados que obteve com os ímãs terra, corpo, muita e ainda e colocou-as em uma caixa de sapato. Na tampa da caixa, ela fez uma abertura com tamanho suficiente para uma pessoa poder retirar as fichas. a) 1 em 24, ou $\frac{1}{24}$, ou aproximadamente 0,0417, ou 4,17%

a) Qual é a probabilidade de sair ainda muita, terra e corpo? b) 6. Veja as fichas no final do livro.

b) Quantas e quais são as fichas que começam com a palavra terra? c) 6 em 24, ou $\frac{6}{24}$, que é $\frac{1}{4}$, ou 0,25, ou 25%.

c) Qual é a probabilidade de uma pessoa retirar dessa caixa uma ficha que comece com a palavra terra?

d) Qual é a probabilidade de uma pessoa retirar dessa caixa uma ficha que comece com as palavras terra e muita, nessa ordem? d) 2 em 24, ou $\frac{2}{24}$, que é $\frac{1}{12}$, ou aproximadamente 0,083, ou 8,3%.

Figura 3.18: Questþes 37.
Fonte: Mori e Onaga [9], p. 206.

Enquanto a maioria dos autores relaciona a probabilidade aos jogos de loteria, os autores da cole´²o Matem®tica - Ideias e desaEos inovaram, pois apresentaram a rela´²o entre a probabilidade a hereditariedade gen¶tica, abordando a probabilidade de um casal ter Elhos homens, realizando uma ponte com outras disciplinas, conforme podemos constatar na Egura 3.19. Visto que os PCNš e a BNCC sugerem a interdisciplinariedade, isso ¶ um ponto muito positivo para a cole´²o.

Leitura +

Apesar de a **Leitura +** ser opcional, estude a possibilidade de explorar a que segue, pois os alunos costumam ter grande interesse pelo tema abordado. Ele poderá ser integrado com outras disciplinas, especialmente com Ciências, que costuma tratar desse assunto no 8º ano.

Possibilidades, chances e hereditariedade

A humanidade sempre se preocupou com a **herança genética**.

Os membros das gerações sucessivas são parecidos com seus ancestrais ou diferentes deles por várias razões. De qualquer forma, todo indivíduo carrega informações genéticas de seus ascendentes.

Bill Bachmann/Alamy/Other Images

Por volta de 1850, o monge austríaco Gregor Mendel formulou as **leis básicas da hereditariedade**, mas a importância de suas descobertas só foi reconhecida cerca de 50 anos mais tarde.

Um dos aspectos mais importantes do seu trabalho se refere à metodologia inovadora e pouco utilizada na época: a **metodologia experimental**. Mendel usava uma grande amostra de indivíduos e registrava a frequência dos diferentes tipos de descendentes que ocorriam na 1ª e 2ª geração. Assim, ele procurava **identificar padrões** para poder propor **regras** que **regessem a herança**.

Tony Stone

Gregor Mendel (1822-1884)

Assim, a **probabilidade** de esse casal ter um filho geneticamente:

$\boxed{+}\boxed{-}$, isto é, **igual a eles**, é de **2 em 4** ou $\frac{2}{4}$, que é $\frac{1}{2}$ ou **50%**;

$\boxed{+}\boxed{+}$ é de **1 em 4** ou $\frac{1}{4}$ ou **0,25**, que é **25%**;

$\boxed{-}\boxed{-}$ é de **1 em 4** ou $\frac{1}{4}$ ou **0,25**, que é **25%**.

Quando as duas características, $\boxed{+}$ e $\boxed{-}$, estão presentes, se $\boxed{+}$ é dominante sobre $\boxed{-}$, $\boxed{+}$ prevalece. Dessa forma, são três as possibilidades de esse casal ter um filho com a característica $\boxed{+}$ predominante: $\boxed{+}\boxed{+}$, $\boxed{+}\boxed{-}$ e $\boxed{-}\boxed{+}$. Portanto, a probabilidade, nesse caso, é de **3 em 4**, ou $\frac{3}{4}$, ou **0,75**, ou **75%**. E a probabilidade de ter um filho $\boxed{-}\boxed{-}$ é de **1 em 4**, ou $\frac{1}{4}$, ou **0,25**, ou **25%**.

Tratamento da informação 207

Figura 3.19: Probabilidade e hereditariedade gen¶tica.
Fonte: Mori e Onaga [9], p.207.

A cole´²o Matem®tica - Ideias e desaEos [11] foi reeditada e tamb¶m foi uma das cole´Þes sugeridas pelo Guia do PNLD - 2017 [6]. Durante a elabora´²o desse trabalho, foram realizadas observa´Þes, na nova abordagem sobre Probabilidade feita pelos autores, para as edi´Þes que poder² o ser adotadas nas escolas pßblicas no tri¸ nio (2017-2019).

Na referida cole´² o o tema continua sendo abordado no 9º ano. A parte teÆrica n² o teve mudan´as relevantes, por¶m a visualiza´² o foi melhorada e como tamb¶m o aspecto do livro Ecou bem melhor.

Outro ponto de mudan´a relevante na vers² o atualizada da cole´² o, Matem®tica - Ideias e desaEos [10], encontra-se no 3º volume, destinado aos alunos do 8º ano. Na vers² o do Guia do PNLD (2014) [5], os autores abordam Probabilidade apenas no 9º ano, que corresponde ao 4º volume. J® na vers² o atualizada da cole´² o, vers² o do Guia do PNLD (2017) [6], a abordagem do tema Probabilidade surge no 3º volume, que est® destinado aos alunos do 8º ano. Neste volume, os autores expÞem as no´Þes dos termos t¶cnicos que haviam sido apresentados, de uma ßnica vez, na vers² o vigente no 9º ano tornando tamb¶m o aprendizado de n°vel gradativo come´ando no 8º ano e aperfei´oando no 9º ano como sugerem a BNCC e os PCNš. Al¶m disso, explica probabilidade de forma simples tornando a cole´² o mais agrad®vel. Apenas um ponto que destacar°amos: mesmo tendo realizado tais altera´Þes, percebe-se que os autores continuam um pouco formais com os termos da probabilidade, pois poderiam utilizar uma linguagem mais acess°vel para o aluno, como por exemplo, substituir o termo espa´o amostral pelo termo as possibilidades.

3.5.3 An®lise do livro Projeto Radix - Raiz do conhecimento

O Projeto Radix - Raiz do conhecimento [15] ¶ uma obra em 4 volumes para alunos do 6º ao 9º ano, organizada pela editora Scipione, tendo obras para cinco mat¶rias (Portugu¸ s, Matem®tica, Ci¸ ncias, HistÆria e GeograEa). O Projeto Radix: Matem®tica ¶ de autoria de Jackson da Silva Ribeiro. Foi analisada a 3ª edi´² o, 1ª impress² o, publicada no ano de 2013, seu registro no ISBN ¶ 978 85 262 9175 1.

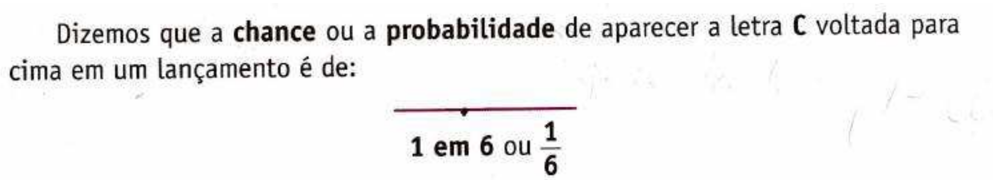
Em particular, foi analisado o 3º volume desta cole´² o, destinada aos alunos do 8º ano. A obra est® organizada em quinze cap°tulos, distribu°dos em oito mÆdulos. Ao Em de cada cap°tulo o autor traz as se´Þes Complementando e Algo a + e ao Em do mÆdulo traz as se´Þes Atividades de revis² o e Lendo Textos. Na se´² o Complementando s² o apresentados exerc°cios extras sobre o assunto abordado no cap°tulo. Na se´² o Algo a + o livro traz um texto informativo, com uma aplica´² o no cotidiano do aluno, a partir do assunto abordado no cap°tulo. E nas se´Þes Atividades de revis² o e Lendo Textos o autor tamb¶m apresenta um texto informativo, com uma aplica´² o no cotidiano do aluno a partir do assunto abordado no mÆdulo.

A Probabilidade ¶ abordada em um tÆpico no cap°tulo 7 do mÆdulo 4. Para o desenvolvimento da teoria, o autor usou uma p®gina (119) e para os exerc°cios foram destinadas as duas p®ginas seguintes (120 e 121).

A cole´² o est® adequada com rela´² o aos aspectos visuais. Com o tamanho da fonte utilizada visualiza-se facilmente a teoria, as Eguras ajudam na visualiza´² o do problema, o colorido das Eguras que chama a aten´² o do aluno, al¶m disso, o papel utilizado ¶ de boa qualidade e tem uma boa impress² o gr®Eca.

O exemplo inicial apresentado pelo autor ¶ bastante interessante e criativo, visto que se trata de uma nova ideia de explorar a probabilidade de um dado (objeto) cuja probabilidade ¶ diferente de $\frac{1}{6}$.

O autor n² o deEne probabilidade, mas estabelece que chance e probabilidade s² o as mesmas coisas. Observa-se esse fato na Egura 3.20.


Dizemos que a **chance** ou a **probabilidade** de aparecer a letra **C** voltada para cima em um lançamento é de:

1 em 6 ou $\frac{1}{6}$

Figura 3.20: Chance ou probabilidade.
Fonte: Ribeiro [15], p. 119

O conectivo ou para o aluno, sugere a ideia de que chance e probabilidade s² o sin×nimos, mas observamos anteriormente, na p®gina 33, que essas situa´Þes s² o bem distintas.

Al¶m disso, ele expÞe a probabilidade de duas formas diferentes, por¶m a representa´² o na forma de porcentagem n² o foi utilizada em nenhum momento.

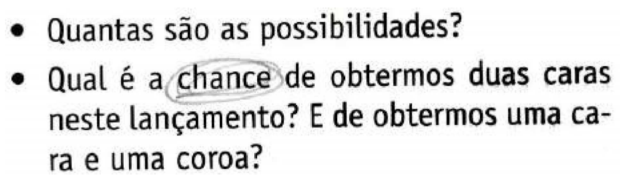
Em rela´² o ¯ parte teÆrica, o autor do livro explorou pouco o tema, apresentando apenas um exemplo, explorado de uma ßnica forma. Em nossa opini² o, o livro poderia deEnir formalmente probabilidade, citar que a probabilidade de um evento est® associada a um nßmero, entre 0 e 1, e que a probabilidade poderia ser representada em sua forma decimal, fracion®ria ou porcentagem.

As questÞes sugeridas no livro Radix - A raiz do conhecimento pelo autor s² o relevantes, envolvem contagem e outros conteßdos matem®ticos, inclusive apresentam em seus exerc°cios, questÞes que foram destinadas ao Exame Nacional do Ensino M¶dio (ENEM). Outro fato ¶ que em determinadas questÞes o autor utiliza a palavra chance, uma sugest² o que damos ¶ que se use a palavra probabilidade.

Observe nas Eguras 3.21, 3.22 e 3.23 alguns exemplos da palavra usada pelo autor no exerc°cio.

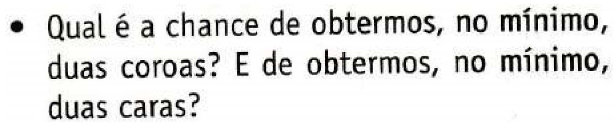

Qual é a chance de se retirar, ao acaso, uma bolinha azul? E uma bolinha verde?

Figura 3.21: Chance.
Fonte: Ribeiro [15], p. 120



- Quantas são as possibilidades?
- Qual é a chance de obtermos duas caras neste lançamento? E de obtermos uma cara e uma coroa?

Figura 3.22: Chance.
Fonte: Ribeiro [15], p. 121



- Qual é a chance de obtermos, no mínimo, duas coroas? E de obtermos, no mínimo, duas caras?

Figura 3.23: Chance.
Fonte: Ribeiro [15], p. 121

§ louv®vel que, com rela´²o ¯ aplica´²o do tema no cotidiano, o autor explora os jogos de loteria, explicando como funciona cada um dos cinco jogos, al¶m disso, determina as probabilidades de uma pessoa acertar cada um desses jogos. Conforme observa-se na Eguras 3.24 e 3.25.

Como uma sugest²o, um aspecto did®tico que poderia ser melhorado no livro Radix- A raiz do conhecimento, seria a confec´²o do manual do professor.

A cole´²o Radix - Raiz do conhecimento, atualizada, n²o foi disponibilizada pelo MEC para as escolas pßblicas para os prÆximos tr¸s anos, sendo assim essa obra n²o pertence ao Guia do PNLD (2017) [7], mas a cole´²o continua pertencendo ao guias das escolas particulares. Vale ressaltar que os livros sugeridos pelo Guia do PNLD (2017) podem tamb¶m ser adotados por escolas particulares.

módulo 4

algo a +

As chances de acertar na loteria

Professor(a): Algumas peças publicitárias foram reproduzidas propositadamente com finalidade didática, porém com o devido cuidado autoral de não recomendar qualquer tipo de produto ou empresa nestas e nas demais imagens do livro.

Nas lotéricas em todo o Brasil, podemos realizar apostas em várias loterias oferecidas pela Caixa Econômica Federal. Uma parte dos recursos arrecadados com as apostas é destinada a áreas como educação, esporte, seguridade social e cultura. Em 2010, as loterias da Caixa foram patrocinadoras oficiais do Comitê Paraolímpico Brasileiro.

Édson Silva/Folhapress

p/ Idosos Gestantes e Deficientes 06

ATENÇÃO

É proibido fumar neste local.

Caixa Preferencial

A lotérica é a unidade que comercializa todas as loterias federais. Além disto, tem autorização para recebimento de faturas de água, luz, telefone etc.

Veja algumas destas loterias e as probabilidades de acerto de cada uma delas.

LOTOFÁCIL

Loterias CAIXA

Captura via escâner

LOTOFÁCIL

Nesta loteria, o jogador deve apostar, no mínimo, em 15 números de um total de 25, podendo escolher até 18.

É premiado o apostador que acertar 11, 12, 13, 14 ou os 15 números sorteados. A probabilidade de acertar 11 números é de $\frac{1}{11}$ e de acertar os 15 números é de $\frac{1}{3\,268\,760}$.

124

Figura 3.24: Jogos de loteria.
Fonte: Ribeiro [15], p. 124

MEGA-SENA

Nesta loteria, o jogador deve apostar, no mínimo, em 6 números de um total de 60, podendo escolher até 15.

É premiado o apostador que acertar 4, 5 ou 6 números.

A probabilidade de acertar os 6 números em uma aposta mínima é de $\frac{1}{50\,063\,860}$.

LOTECA

Nesta outra loteria, o apostador deve marcar o seu palpite para as 14 partidas de futebol dos campeonatos.

A probabilidade de acertar os 14 jogos em uma aposta mínima é de $\frac{1}{2\,391\,485}$.

LOTOMANIA

Ao apostar na lotomania, o jogador deve escolher 50 números de um total de 100.

É premiado o jogador que acertar 16, 17, 18, 19, 20 ou nenhum número. O prêmio máximo da loteria é dado ao jogador que acertar 20 ou nenhum número.

A probabilidade de acertar uma destas combinações em uma aposta mínima é de $\frac{1}{11\,372\,635}$.

QUINA

Nesta loteria, o jogador deve apostar, no mínimo, em 5 números de um total de 80, podendo escolher até 7. É premiado o apostador que acertar 3, 4 ou 5 números. A probabilidade de acertar os 5 números em uma aposta mínima é de $\frac{1}{24\,040\,016}$.

1. O que é feito com parte dos recursos arrecadados com as apostas feitas nas loterias? É destinada a áreas como educação, esporte, seguridade social e cultura.
2. Em qual das loterias citadas no texto o apostador tem maior probabilidade de ganhar? E em qual tem menor probabilidade? loteca; mega-sena

125

Figura 3.25: Jogos de loteria.
Fonte: Ribeiro [15], p. 125

Capºtulo 4

Sequ¸ ncia did®tica

4.1 O que se entende por Sequ¸ ncia did®tica

No capºtulo 2 desse trabalho, foi visto que, de acordo com os PCNš e a BNCC, os conteßdos e exemplos a serem ministrados pelo professor em sala de aula devem estar relacionados com a sua realidade e a dos alunos.

No capºtulo 3, analisou-se os tÆpicos referentes ¯ Probabilidade em tr¸ s livros did®ticos, observou-se que, alguns pontos necessitavam de uma abordagem mais acentuada, uma melhor explora´² o do tema e mais motiva´² o, para que e por que estudar a probabilidade.

Al¶m dos PCNš, BNCC e dos conteßdos abordados nos livros did®ticos, n² o podemos esquecer que o aluno traz consigo conhecimentos adquiridos sobre diversos assuntos, os quais precisam ser aperfei´oados ou at¶ modiEcados, atrav¶s de uma interven´² o escolar, pois esses conhecimentos jamais dever² o ser descartados pelo professor em sala de aula.

Para que esses conhecimentos adquiridos sejam valorizados, o professor deve conhecer a realidade social da comunidade na qual o aluno est® inserido, para que na sala de aula os alunos possam perceber aplica´Þes de conceitos no seu cotidiano. Vale salientar que ¶ necess®rio um planejamento adequado das atividades para que o aluno compreenda melhor o conteßdo a ser ensinado pelo professor.

O professor deve ser um mediador e n² o um ditador de verdades absolutas, deve orientar o aluno de modo que, o aluno construa seus conceitos com base sÆlida e seja capaz de tomar suas prÆprias decisÞes, tendo consci¸ ncia da responsabilidade ao tomar cada decis² o.

Para ocorrer uma aprendizagem relevante nos conteßdos de Matem®tica, uma das estrat¶gias de ensino ¶ a Sequ¸ ncia did®tica. Mas o que ¶ a Sequ¸ ncia did®tica? Para que serve? Como construir uma Sequ¸ ncia did®tica?

No artigo Caminhos da pr®tica pedagÆgica, Pannuti (2004) [12] aErma que:

> A sequ¸ ncia did®tica ¶ uma outra modalidade organizativa que se constitui numa s¶rie de a´Þes planejadas e orientadas com o objetivo de promover uma aprendizagem especºEca e deEnida. Estas a´Þes s² o sequ¸ ncias de forma a oferecer desaEos com o grau de complexidade crescente,

> para que as crian´as possam colocar em movimento suas habilidades, superando-as e atingindo novos nºveis de aprendizagem.

O educador franc¸s Yves Chevallard (1991) [4], fez um estudo aprofundado sobre a sequ¸ncia did®tica, em seu livro La Transposition Didactique chama sequ¸ncia did®tica de "transposi´²o did®tica". Nele, Chevallard defende a ideia que a transposi´²o did®tica ¶ composta por tr¸s partes distintas e interligadas: o savoir savant (saber do s®bio), que no caso ¶ o saber elaborado pelos cientistas; o savoir a ensigner (saber a ensinar), que ¶ a parte especºEca aos professores e que est® diretamente relacionada ¯ did®tica e ¯ pr®tica de condu´²o de sala de aula; e por ßltimo o savoir ensign¶ (saber ensinado), aquele que foi absorvido pelo aluno mediante as adapta´Þes e as transposi´Þes feitas pelos cientistas e pelos professores.

Portanto, tendo por base as considera´Þes acerca da sequ¸ncia did®tica, pode-se aErmar que o uso dessa estrat¶gia de ensino aprendizagem ¶ relevante para orientar o professor na condu´²o de suas aulas e no planejamento de suas a´Þes, pois nosso objetivo maior ¶ atingir o saber ensinado.

J® de acordo com Cerqueira[16] a sequ¸ncia did®tica...

> ...¶ tamb¶m o planejamento detalhado de todas as a´Þes e interven´Þes que devem ocorrer na sala de aula. § evidente que, para o professor fazer este planejamento detalhado de suas a´Þes, o mesmo dever® saber o nºvel de aprendizagem da turma, dever® ter um diagnÆstico inicial da turma.

Para Cerqueira a sequ¸ncia did®tica tem etapas que devem ser bem deEnidas. Dessa forma...

> "...ao elaborar sua sequ¸ncia did®tica o professor deve ser cuidadoso, pois para cada etapa da sua sequ¸ncia did®tica deve conter objetivos bem claros a serem atingidos. Al¶m disto, ao elaborar esta estrat¶gia o professor sempre deve partir do simples para o complexo, para que o aluno construa gradativamente o conhecimento; identiEcar os conhecimentos para o qual deseja trabalhar, a Em de que outros temas n²o interEram sobre o que foi planejado; o mesmo deve prever possºveis problemas e preparar interven´Þes adequadas para solucionar as mesmas; sempre que for possºvel testar se a sequ¸ncia did®tica proposta ¶ vi®vel, caso tenha necessidade a mesma pode ser modiEcada, e em qualquer momento esta poder® ser alterada; deve validar o resultados encontrados."

Com base nesses dois autores construºmos uma sequ¸ncia did®tica para o estudo da probabilidade.

Uma sequ¸ncia did®tica pode ser aplicada em diferentes nºveis de ensino, por isso as atividades propostas foram aplicadas em turmas do 8º ano e 9º ano e ser²o apresentadas nas prÆximas se´Þes. A escolha dos anos ocorreu por se tratar dos anos nos quais a autora desta disserta´²o leciona e a das turmas ocorreu observando os seguintes pontos:

1. Na escola, existem no turno manh² duas turmas de 8º ano, A e B, cada uma com 26 alunos. Os alunos da turma do 8º ano A aparentam ter mais senso crºtico, eles argumentam suas ideias e questionam o que ¶ solicitado e repassado para eles. Desta forma, escolhendo a turma A, acredit®vamos que os alunos iriam questionar de maneira mais propositiva a estrat¶gia que foi apresentada e oferecida para eles.

2. Na escola, existem no turno manh² duas turmas de 9º ano , A e B, cada uma com 29 alunos. Os alunos da turma do 9º ano A t¸ m um senso extremamente crºtico e s² o muitos participativos. Da mesma forma, escolhendo a turma A, acredit®vamos que os alunos iriam questionar de maneira mais propositiva a estrat¶gia que foi apresentada e oferecida para eles.

Como toda sequ¸ ncia did®tica deve ser avaliada, apÆs Enalizar as disputas que ocorreram em duas atividades foram entregues question®rios constantes nas subse´Þes das respectivas atividades. O objetivo dos alunos era responder ao question®rio e veriEcar se est² o assimilando a teoria, e as respostas foram analisadas coletivamente apÆs cada disputa.

Al¶m dos question®rios, foi aplicado um exercºcio de veriEca´² o da aprendizagem, apÆs aplica´² o de todas as atividades, com o objetivo de avaliar se as atividades tiveram ¸ xito, se o rendimento escolar (nota) foi inferior, igual ou superior aos presentes nos documentos escolares (cadernetas), antes da aplica´¯ o das sequ¸ ncias did®ticas.

4.1.1 Objetivos a serem atingindos pela sequ¸ ncia did®tica proposta

Ao Enalizar a aplica´² o das atividades esperava-se que os alunos tivessem capacidade para, n² o em ordem cronolÆgica:

Diferenciar possibilidade de probabilidades;

Observar que determinados eventos t¸ m maior ou menor probabilidade de ocorrer;

Determinar a probabilidade de um evento;

Usar a probabilidade para tomar decisÞes corretamente;

Compreender que a probabilidade de um evento ¶ dado por um nßmero entre 0 e 1;

IdentiEcar o espa´o amostral;

Compreender a Lei dos Grandes Nßmeros.

Al¶m deste objetivos referentes ao ensino da Probabilidade, esperavamos que as atividades despertasem nos alunos o interesse e prazer pela mat¶ria de matem®tica.

Com o propÆsito de veriEcar se as atividades propostas atingiram seus objetivos, o cap°tulo 5 ser®destinado¯ an®lise da aplica´² o das quatro atividades e an®lise dos resultados obtidos no exerc°cio de veriEca´² o nas duas turmas.

4.1.2 Material utilizado para as atividades propostas para o 8º e 9º ano

Para o desenvolvimento da proposta da sequ¸ ncia did®tica foram necess®rios os seguintes materiais, para cada turma de alunos:

6 cubos;

A planiEca´² o de dois cubos;

Pl®sticos adesivos com quatro cores distintas (azul, amarela, verde e vermelha);

40 bolas pl®sticas ou de isopor;

Duas urnas ou duas caixas de papel² o representando as urnas.

Os cubos foram constru°dos em papel kraft, sua aresta mede 13 cm, para marcar cada aresta foi utilizada caneta e, para colar, a cola cascorez, com os pl®sticos adesivos foram feitos 48 c°rculos de cada cor com 9 cm de di° metro e 48 letras A, 48 letras B, 48 letras C e 48 letras D. As letras foram constru°das usando a fonte arial black no tamanho 200. Observe as Eguras 4.1 e 4.2.

Figura 4.1: PlaniEca´² o do cubo com os c°rculos.

Figura 4.2: PlaniEca´² o do cubo com as letras.

Na Egura 4.3 consta os moldes dos cºrculos e das letras, caso o professor e leitor deseje o molde de forma mais acess°vel.

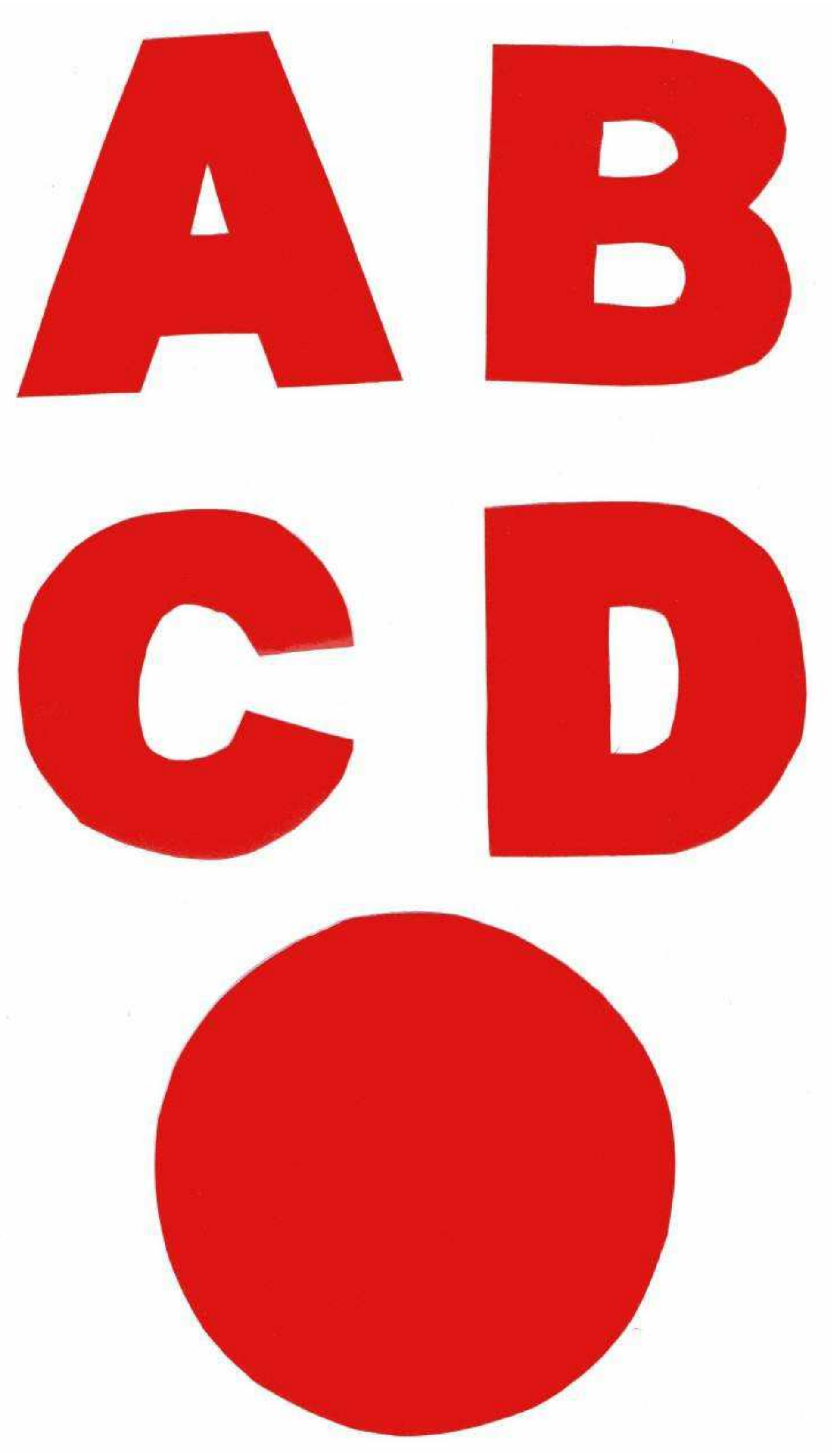


Figura 4.3: Molde dos cºrculos e das letras.

As urnas foram construºdas em papel kraft com dimensÞes de 24cm de comprimento, 21 cm de largura e 32 cm de altura. Na urna foi feito na tampa um furo circular com 9 cm de di° metro utilizando um estilete, conforme observa-se nas Eguras 4.4, 4.5 e 4.6.

Figura 4.4: Construindo a urna

Figura 4.5: Furando a tampa da urna com estilete.

Figura 4.6: Urna construºda.

As bolas utilizadas foram de pl®stico e lisas, semelhantes ¯s que s²o utilizadas em se´Þes de Esioterapia, que podem ser encontradas no com¶rcio. Ver Egura 4.7.

Figura 4.7: Bolas coloridas

No entanto, caso o professor deseje as bolas com um valor mais acessºvel, o mesmo poder®utilizar bolas de isopor de 80mm tendo pintado com tinta guache de cores diferentes a metade da quantidade para diferenci®-las. Ver Egura 4.8.

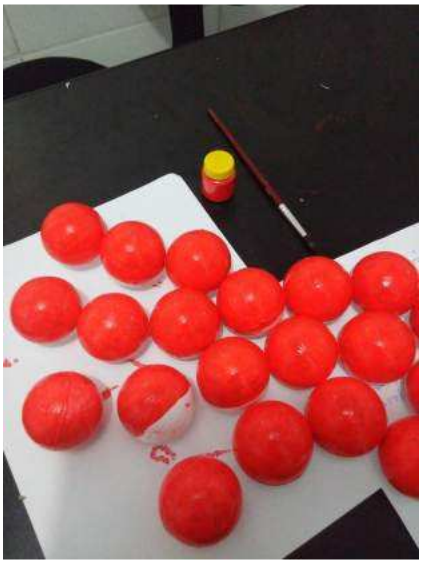


Figura 4.8: Pintando as bolas com tinta guache.

4.2 Proposta de uma sequ¸ ncia did®tica para o ensino de probabilidade

As atividades foram desenvolvidas em conformidade com o que foi exposto anteriormente sobre "O que se entende por sequ¸ ncia did®tica", constante na se´² o 4.1 desse mesmo capºtulo. Uma sequ¸ ncia did®tica deve valorizar o conhecimento pr¶vio do aluno, sendo assim, ao construir esta sequ¸ ncia de atividades, consideramos que os alunos t¸ m no´² o de poliedros e s² o capazes de identiEcar as faces do cubo. Observamos tamb¶m que, segundo a Base Nacional Curricular Comum [1], no 6º ano do Ensino Fundamental o aluno j® deve ser capaz de reconhecer as faces de poliedros. No entanto, sempre que for aplicar uma atividade de uma sequ¸ ncia did®tica, a primeira se´² o deste capºtulo ainda nos sugere, que se tenha um diagnÆstico inicial dos alunos com os quais a atividade ser® desenvolvida.

Deve ser esclarecido que os alunos alvo desse projeto tinham no´Þes sobre poliedros. Isso pode ser aErmado com seguran´a. No entanto, caso os alunos n² o tenham esta no´² o, o professor poder® aproveitar o momento para explanar sobre os poliedros e seus elementos: faces, arestas, diagonais, nomes, etc. Fica como sugest² o, a confec´² o de alguns poliedros e apresenta´² o dos mesmos para seus alunos.

4.2.1 Primeira atividade

Tempo sugerido: uma aula de 45 minutos
Assunto: Probabilidade

Para essa atividade foram necess®rios dois cubos e suas planiEca´Þes. No primeiro cubo foram colocadas duas faces com c°rculos da cor vermelha, duas faces com c°rculos da cor verde e duas faces com c°rculos da cor amarela. No segundo cubo, uma face tem um c°rculo com a cor amarela, em duas faces c°rculos com a cor verde e em tr¸s faces os c°rculos com a cor vermelha. Para melhor compreens²o do assunto Probabilidade, essa atividade foi dividida em dois momentos.

*1° momento

Figura 4.9: Primeiro cubo e sua planiEca´²o.

Foi Exada no quadro a planiEca´²o do primeiro cubo, conforme a Egura 4.9 para que o aluno visualizasse melhor cada face do cubo. Inicialmente foram feitas as seguintes perguntas aos alunos.

a) Quais as cores dos c°rculos nas diversas faces?

Com essa pergunta esperava-se que os alunos fossem capazes de identiEcar o espa´o amostral, informando a cor contida em cada face.

b) Em quantas faces temos a cor amarela?

c) Em quantas faces temos a cor verde?

d) Em quantas faces temos a cor vermelha?

Com as perguntas b, c e d esperava-se que os alunos tivessem a capacidade de perceber que cada cor apareceu a mesma quantidade de vezes (duas) nas faces do cubo.

e) Como voc¸s representariam, por meio de um nßmero fracion®rio, a quantidade de c°rculos na cor amarela nas faces do cubo sobre o total de faces do cubo?

f) Como voc¸s representariam, por meio de um nßmero fracion®rio, a quantidade de c°rculos na cor verde nas faces do cubo sobre o total de faces do cubo?

Com as perguntas e e f desejava-se que os alunos fossem capazes de representar o nßmero fracion®rio relacionado com o total das partes com o todo envolvido.

Em seguida foi entregue a um dos alunos o primeiro cubo "montado", informando-os que o cubo encontrava-se com as mesmas cores e quantidades da planiEca´²o. Em seguida foram realizadas as seguintes perguntas a turma:

g) Quando um aluno lan´ar o cubo, todas as cores t¸m a mesma chance de ocorrer?

Esperava-se que os alunos respondessem SIM, pois existe a mesma quantidade de cada cor no cubo.

h) Como voc¸ representaria, por meio de um nßmero, essa chance de sair uma face com a cor amarela?

i) Como voc¸ representaria, por meio de um nßmero, essa chance de sair uma face com a cor verde?

Com as perguntas h e i esperava-se que os alunos retormassem o nßmero fracion®rio encontrado nas questÞes e e f. Nesse momento, foi informado aos alunos que essa chance ¶ a probabilidade de, em um lan´amento, sair as cores amarela e verde nas faces do cubo. Tamb¶m foi explicado que a probabilidade esta relacionada a um nßmero que pode ser representado na forma fracion®ria, decimal ou atrav¶s de porcentagem. Nesse momento foi poss°vel expor uma deEni´²o para probabilidade.

Uma situa´²o importante, para deixar em evid¸ncia, foi o fato de que todas as tr¸s cores t¸m a mesma probabilidade, visto que na quarta atividade buscou-se explorar a Lei dos Grandes Nßmeros e nessa primeira atividade esperava-se que, al¶m dessa percep´²o os alunos compreendessem e fossem capazes de calcular probabilidades.

*2º momento

ApÆs este momento foi Exado no quadro a planiEca´²o do segundo cubo, representado conforme a Egura 4.10.

Figura 4.10: Segundo cubo e sua planiEca´² o.

Observando que, com a abordagem feita no primeiro cubo, os alunos j®t¸ m uma no´² o sobre probabilidade, assim foram feitos os seguintes questionamentos sobre o segundo cubo:

a) Quais as cores dos cºrculos nas faces do cubo?

Com essa pergunta esperava-se que os alunos fossem capazes de identiEcar o espa´o amostral, informando todas as cores que est² o nas faces do cubo.

b) Em quantas faces temos a cor amarela?

c) Em quantas faces temos a cor verde?

d) Em quantas faces temos a cor vermelha?

Com as perguntas b, c e d esperava-se que os alunos fossem capazes de perceber que as cores apareceram em quantidades diferentes nas faces do cubo.

e) Sabendo que a "chance"de um evento ocorrer ¶ a probabilidade desse evento, qual ¶ a probabilidade de sair uma face de cor amarela em um lan´amento do cubo?

f) Sabendo que a "chance"de um evento ocorrer ¶ a probabilidade desse evento, qual ¶ a probabilidade de sair uma face de cor verde em um lan´amento do cubo?

g) Sabendo que a "chance"de um evento ocorrer ¶ a probabilidade desse evento, qual ¶ a probabilidade de sair uma face de cor amarela em um lan´amento do cubo?

Com as perguntas e, f e g esperava-se que os alunos fossem capazes de representar por meio de um nßmero, a probabilidade de sair as cores amarela, verde e vermelha em um lan´amento.

h) Essas probabilidades s² o iguais?

Nessa pergunta o resultado desejado era que os alunos compreendessem que, com quantidades diferentes de cºrculos, tamb¶m devemos ter probabilidades diferentes.

Assim, ao concluir essa sequ¸ncia de perguntas da atividade esperava-se que os alunos j®tivessem capacidade para:

IdentiEcar o espa´o amostral;

Diferenciar possibilidades e probabilidades;

Observar que determinados eventos t¸m maior ou menor probabilidade (chance) de ocorrer;

Determinar a probabilidade de um evento.

Acreditamos que ser® poss°vel os alunos atingirem esses objetivos, relacionando os questionamentos feitos pelo professor no primeiro momento com os questionamentos feitos pelo professor no 2º momento, pois no 1º momento da atividade os alunos podem relacionar cada uma das seis faces do cubo a uma cor, determinando o espa´o amostral e as possibilidades. Al¶m disso, ao questionar os alunos no 1º momento sobre a representa´²o fracion®ria de uma quantidade de c°rculos de determinada cor sobre o total de faces do cubo, os alunos podem relacionar esse nßmero fracion®rio com a probabilidade de, ao lan´ar o dado, sair a mesma cor questionada no 2º momento. Ainda, podem determinar quais cores t¸m maiores chances de sair ao relacionar a quantidade de cores de cada c°rculo questionada no 1º momento, com a chance dessa cor sair ser maior ou menor, questionada no 2º momento .

4.2.2 Segunda atividade

Tempo sugerido: duas aulas de 45 minutos cada.
Assunto abordado: Probabilidade
Para a execu´²o dessa segunda atividade, os resultados esperados eram que os alunos fossem capazes de:

Observar que determinados eventos t¸m maior ou menor probabilidade (chance) de ocorrer;

Usar a probabilidade para tomar decisÞes corretamente;

Determinar a probabilidade de um evento.

Para esta atividade foram necess®rios 4 cubos e a turma foi dividida em quatro equipes. Duas equipes receberam um cubo em papel kraft e 24 adesivos em forma de c°rculos e coloridos, sendo 6 c°rculos amarelos, 6 c°rculos verdes, 6 c°rculos vermelhos e 6 c°rculos azuis, as outras duas equipes receberam um cubo em papel kraft e 24 adesivos em forma de letras, sendo 6 letras A, 6 letras B, 6 letras C e 6 letras D.

Com o objetivo de organizar o material e n² o perder tempo durante a aula, a sugest² o ¶ que o professor forme kits com as quantidades de cada letra e c°rculo separados, conforme as Eguras 4.11, 4.12 e 4.13.

Figura 4.11: Kit formado por c°rculos.

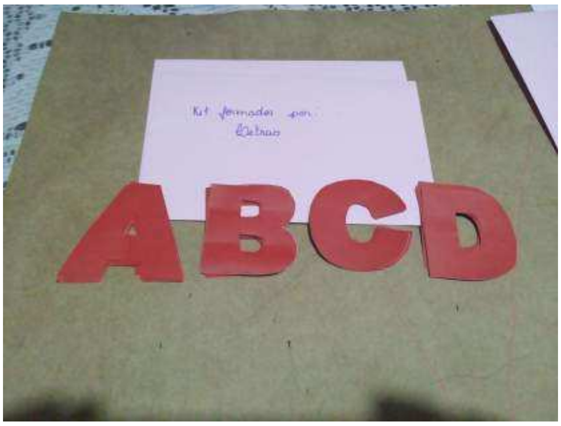


Figura 4.12: Kit formado por letras.

Figura 4.13: Cubos para colar os adesivos.

Foram usados nessa atividade dois tipos de adesivos, cºrculos e letras para determinar as equipes advers®rias.

Houve uma brincadeira entre equipes que tinha recebido o mesmo tipo de adesivo. Essas equipes foram orientadas a colocar em cada uma das faces um adesivo, de modo que ao lan´ar o cubo a equipe advers®ria n²o descobrisse a cor ou letra do adesivo da face que Ecou voltada para cima. § importante esclarecer para os alunos, que eles n²o precisam se preocupar com a posi´²o das cores dos cºrculos, pois estas posi´Þes n²o inZuenciam nos resultados obtidos.

ApÆs cada equipe construir seu cubo, o mesmo foi entregue para a equipe advers®ria, para que a equipe pudesse analisar o cubo. Devolvidos os cubos foi iniciada a brincadeira. A equipe vencedora ¶ aquela que acertar o maior nßmero de faces da equipe advers®ria.

Com essa atividade o aluno pode, usando os adesivos, colorir o dado de qualquer maneira, pode usar uma ßnica cor, duas, tr¸s ou as quatro cores. Assim eles observar²o que existem v®rias possibilidades de colorir o cubo ou de colocar as letras. Al¶m disso, o objetivo era que o aluno fosse capaz de compreender que a melhor op´²o para colar os adesivos, ou seja, a maior chance da equipe advers®ria n²o acertar, seria que sua equipe colocasse adesivos de todas as cores, sendo que duas cores eles deveriam repetir cada uma em duas faces e as outras duas cores eles repetiriam uma vez (por exemplo duas faces verde, duas faces vermelha, uma face amarela e uma face azul), e no caso dos adesivos das letras segue o mesmo raciocºnio (por exemplo duas faces com a letra A, duas faces com a letra B, uma face com a letra C e uma face com a letra D).

Um fato importante que deve ser comentado ¶ com rela´²o ao nßmero de cores e letras (quatro). Observou-se que se fossem entregues aos alunos duas ou tr¸s cores (e letras), eles poderiam ter sido inZuenciados a colorir o dado de maneira uniforme e se fossem duas cores entregues aos alunos, eles poderiam pintar tr¸s faces de uma cor e as outras tr¸s faces da outra cor, caso fossem entregues tr¸s cores os alunos poderiam pintar duas faces de uma mesma cor, outras duas faces de outra cor e as ßltimas duas faces da terceira cor. Se tivessem sido entregues seis cores, terºamos um dado normal. Dessa forma optamos por uma quantidade de quatro cores. Com rela´²o ¯ quantidade de letras, segue o mesmo raciocºnio, por¶m a utiliza´²o de letras, aos inv¶s de nßmeros, ¶ o fato que com nßmeros lembraria a eles um jogo de dado normal, e eles j®est²o habituados. Assim, a utiliza´²o das letras pra eles seria algo diferente. Outro objetivo aos utilizarmos letras e cores de cºrculos, ¶ que os alunos fossem capazes de perceber que, independentemente de ter sido utilizado letras ou cores de cºrculos para identiEcar as faces do cubo, o raciocºnio probabilºstico envolvido no jogo ¶ o mesmo.

Encerrada a brincadeira, os alunos responderam aos question®rios constantes na prÆxima subse´²o.

4.3.2.1 Question®rios

O objetivo dos alunos responderem ao question®rio ¶ veriEcar se os mesmos est² o assimilando a teoria. Na prÆxima se´² o constam os coment®rios de cada quest² o, os quais o professor far®em sala de aula, caso os alunos tenham dßvidas e diEculdades para responder.

Question®rio aplicado aos alunos que usaram cºrculos para identiEcar as faces do cubo.

Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araßjo Sousa - EMEFEAS
Professora mestranda: Poliana Ribeiro Disciplina: Matem®tica
S¶rie: 8ª e 9ª Turna: A Turno: Manh²
Aluno: ____________________

Question®rio

1. Quantas faces tem o cubo?
2. IdentiEque como voc¸ coloriu cada uma das seis faces do cubo.
3. Existe em seu dado a possibilidade de alguma das quatro cores n² o sair apÆs ser lan´ado?
4. Em quantas faces voc¸ usou a cor amarela? E a cor azul?
5. Em quantas faces voc¸ usou a cor verde? E a cor vermelha?
6. Todas as cores t¸ m a mesma chance de ocorrer? Qual tem maior chance? E a menor chance?
7. Qual ¶ a probabilidade de sair a cor vermelha no lan´amento?
8. Qual ¶ a probabilidade de n² o sair a cor vermelha no lan´amento?
9. Qual ¶ a probabilidade de sair a cor a azul no lan´amento?
10. Qual ¶ a probabilidade de n² o sair a cor azul no lan´amento?
11. Some as probabilidades encontradas nos itens 7 e 8.
12. Some as probabilidades encontradas nos itens 9 e 10.
13. Que interpreta´² o voc¸ faz sobre os valores encontrados nos item 11 e 12?
14. Em um dado, onde todas as faces t¸ m a cor vermelha, qual ¶ a probabilidade, ao ser lan´ado sair uma face de cor vermelha? E qual ¶ a probabilidade de sair, neste dado uma face com a cor azul?

Question®rio aplicado aos alunos que usaram letras para identiEcar as faces do cubo.

Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araßjo Sousa - EMEFEAS
Professora mestranda: Poliana Ribeiro Disciplina: Matem®tica
S¶rie: 8ª e 9ª Turna: A Turno: Manh²
Aluno: ______________________________

Question®rio

1. Quantas faces tem o cubo?
2. IdentiEque como voc¸ letrou cada uma das seis faces do cubo.
3. Existe em seu dado a possibilidade de alguma das quatro letras utilizadas n² o sair apÆs ser lan´ado?
4. Em quantas faces voc¸ usou a letra A? E a letra B?
5. Em quantas faces voc¸ usou a letra C? E a letra D?
6. Todas as letras t¸ m a mesma chance de ocorrer? Qual tem maior chance? E a menor chance?
7. Qual ¶ a probabilidade de sair a letra A no lan´amento?
8. Qual ¶ a probabilidade de n² o sair a letra A no lan´amento?
9. Qual ¶ a probabilidade de sair a letra C no lan´amento?
10. Qual ¶ a probabilidade de n² o sair a letra C no lan´amento?
11. Some as probabilidades encontradas nos itens 7 e 8.
12. Some as probabilidades encontradas nos itens 9 e 10.
13. Que a interpreta´² o voc¸ faz sobre este valor encontrado nos itens 11 e 12?
14. Em um dado, onde todas as faces t¸ m a letra C, qual ¶ a probabilidade, ao ser lan´ado, sair uma face com a letra C? E qual ¶ a probabilidade de sair, neste dado, uma face com a letra D?

4.3.2.2 Coment®rios sobre as questÞes presentes nos question®rios.

ApÆs Enalizar a brincadeira com a turma, foram entregues question®rios para os alunos responderem. Foi estabelecido um tempo de 20 minutos para o professor fazer a socializa´²o das respostas com a turma. Caso haja dßvida ou diEculdade o professor pode orientar o aluno em qualquer momento da atividade.

Vale salientar a import°ncia do aluno ser capaz de calcular probabilidades, pois na 4ª atividade ser® explorada a Lei dos Grandes Nßmeros.

O primeiro ponto que o professor deve deixar claro para o aluno, neste momento da atividade, ¶ o fato de que, independentemente da equipe ter usado letras ou c°rculos em seu cubo, os resultados encontrados deveriam ser os mesmos, pois se trata de uma mesma quantidade (quatro possibilidades de cores, quatro possibilidades de letras em um total de seis faces).

Em cada item do question®rio o professor deve realizar alguns coment®rios com seus alunos, construindo o conhecimento probabil°stico. Veja este exemplo:

1. Quantas faces tem o cubo?

   Nada a comentar.

2. IdentiEque como voc¸ letrou cada uma das seis faces do cubo.

   IdentiEque como voc¸ coloriu cada uma das seis faces do cubo.

   Neste quest²o, o professor deve deixar claro que, embora tendo apenas quatro cores o espa´o amostral ¶ seis e identiEcar com os alunos, pelo menos de uma equipe, o espa´o amostral.

3. Existe em seu dado a possibilidade de alguma das quatro letras n²o sair apÆs ser lan´ado?

   Existe em seu dado a possibilidade de alguma das quatro cores n²o sair apÆs ser lan´ado?

   Nesta quest²o, o professor deve comentar com os alunos que, caso ele n²o tivesse colocado uma determinada cor ou letra no seu cubo, ao ser lan´ado, n²o existiria a possibilidade desta cor ou letra sair.

4. Em quantas faces voc¸ usou a letra A? E a letra B?

   Em quantas faces voc¸ usou a cor amarela? E a cor azul?

5. Em quantas faces voc¸ usou a letra C? E a letra D?

   Em quantas faces voc¸ usou a cor verde? E a cor vermelha?

   Nas questÞes 4 e 5, o professor deve estimular os alunos ao ato de contar, os casos favor®veis e poss°veis

6. Todas as letras têm a mesma chance de ocorrer? Qual tem maior chance? E a menor chance?

   Todas as cores têm a mesma chance de ocorrer? Qual tem maior chance? E a menor chance?

   Nesta questão, o professor deve esclarecer para o aluno que, de acordo com a quantidade que eles escolheram, determinadas cores e letras têm maior chance ou menor chance. Caso os alunos alterem essas quantidades as probabilidades também devem ser alteradas.

7. Qual é a probabilidade de sair a letra A no lançamento?

   Qual é a probabilidade de sair a cor vermelha no lançamento?

   Nesta questão, o professor deve verificar se os alunos conseguem calcular a probabilidade de um evento. Caso haja dificuldade o professor deverá calcular essa probabilidade, explicando detalhadamente para seus alunos como calculá-la. Além disso, o professor deve representar para os alunos as diferentes formas de representar uma probabilidade (como um número fracionário, decimal ou por meio de porcentagem).

8. Qual é a probabilidade de não sair a letra A no lançamento?

   Qual é a probabilidade de não sair a cor vermelha no lançamento?

   Neste caso pode-se obter a probabilidade pelo complementar de ocorrer o evento. No entanto, no 8º e 9º anos de ensino, os PCN's e a BNCC não recomendam o ensino da probabilidade do complementar de um evento. Dessa forma o professor deve alertar o aluno para o fato de que, não ocorrer um evento implica na realidade ocorrer o seu complementar. Assim a probabilidade de não sair uma determinada letra ou cor pode ser calculada como sair qualquer uma das outras letras ou cores.

9. Qual é a probabilidade de sair a letra C no lançamento?

   Qual é a probabilidade de sair a cor a azul no lançamento?

10. Qual é a probabilidade de não sair a letra C no lançamento?

    Qual é a probabilidade de não sair a cor azul no lançamento?

    Para as questões 9 e 10 o professor deve manter o mesmo raciocínio das questões 7 e 8 respectivamente.

11. Some as probabilidades encontradas nos itens 7 e 8.

12. Some as probabilidades encontradas nos itens 9 e 10.

    Nas questões 11 e 12 o professor deve orientar os alunos com relação a soma de frações, números decimais e de porcentagens.

13. Que interpreta´² o voc¸ faz sobre este valor encontrado no item 11 e 12?

    § fato que a probabilidade do complementar de um evento n² o ¶, segundo os referenciais educacionais, assunto para este ano de ensino, mas o professor poder®expor esta no´² o informalmente e usar termos como: estes eventos se "completam", e a soma das probabilidades dever®ser igual a 1.

14. Em um dado, onde todas as faces t¸ m a letra C, qual ¶ a probabilidade, ao ser lan´ado de sair uma face com a letra C? E qual ¶ a probabilidade de sair neste dado uma face com a letra D?

15. Em um dado, onde todas as faces tem a cor vermelha, qual ¶ a probabilidade, ao ser lancado de sair uma face de cor vermelha? E qual ¶ a probabilidade sair neste dado uma face com a cor azul?

    Neste momento, o professor dever® reaErmar para os alunos que a probabilidade ¶ dada atrav¶s de um nßmero entre 0 e 1. A probabilidade ser®zero caso n² o exista a possibilidade de um evento ocorrer e caso o evento ocorra com certeza esta ser®igual a 1.

4.2.3 Terceira atividade

Tempo sugerido: duas aulas de 45 minutos cada.
Assunto abordado: Probabilidade
Com esta atividade espera-se que o aluno seja capaz de:

Observar que determinados eventos t¸ m maior ou menor probabilidade (chance) de ocorrer;

Usar a probabilidade para tomar decisÞes corretamente;

Determinar a probabilidade de um evento.

Nessa atividade utilizamos o sorteio de bolas em uma urna, essa ¶ uma situa´² o cl®ssica no ensino da Probabilidade. Pensando nisso, para esta atividade a turma foi dividida em duas equipes: a primeira recebeu uma urna com 20 bolas, sendo 10 vermelhas e 10 verdes e a segunda recebeu uma outra urna com 20 bolas, sendo 10 roxas e 10 amarelas. Um fato importante a observar ¶ que, para esta atividade pensou-se em utilizar caixa de sapato, por¶m, como j®foi citado anteriormente toda sequ¸ ncia did®tica deve ser testada antes de ser aplicada aos alunos, e ao testar com a caixa de sapato foi observado que os alunos conseguiam ver as bolas e retiravam apenas aquela cor de bola que lhes fosse conveniente. Sendo assim, foram constru°das duas urna nas dimensÞes citadas na se´² o 4.2.2, conforme a Egura 4.14, de modo que os alunos n² o conseguissem visualizar as bolas que seriam retiradas. Deve ser observado que o professor poder®utilizar qualquer outra "caixa de papel² o", desde que os alunos n² o sejam capazes de observar as bolas.

Figura 4.14: Urna e bolas coloridas.

Solicite que cada equipe escolha 10 bolas entre as 20, para colocar na urna de modo que diEculte a equipe advers®ria adivinhar a cor da bola que ser®sorteada.

Espera-se que o aluno seja capaz de perceber que a melhor op´² o de escolha ¶ que as equipes coloquem 5 bolas de cada cor. Caso a equipe aumente o nßmero de bolas de uma determinada cor, a probabilidade de sair essa cor de bola aumenta. Com rela´² o ¯ equipe que tentar®adivinhar, esperamos que a mesma perceba que na urna, a probabilidade de ter 5 bolas de uma cor e 5 bolas na outra cor, ¶ maior. Do mesmo modo, para a outra equipe, a probabilidade de ter 5 bolas amarela e 5 bolas roxa, ¶ maior. Vence a equipe que adivinhar mais cores de bolas retiradas da urna.

ApÆs a brincadeira ¶ determinada a vitÆria de uma das equipes, os question®rios que est² o nas subse´Þes 4.3.3.1 e 4.3.3.2 devem ser entregues para os alunos e d®se um tempo de 15 minutos para eles responderem e o professor realizar a socializa´² o.

4.3.3.1 Question®rio 1

Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araßjo Sousa - EMEFEAS
Professora mestranda: Poliana Ribeiro   Disciplina: Matem®tica
S¶rie: 8ª e 9ª   Turma: A   Turno: Manh²
Aluno: ____

Question®rio 1

Tendo 20 bolas, sendo 10 bolas da cor verde e 10 bolas da cor vermelha, coloque na urna somente 10 bolas de modo que:

a) A probabilidade de retirar uma bola verde seja igual ¯ de retirar uma bola vermelha. Qual ¶ essa probabilidade?

b) A probabilidade de retirar uma bola verde seja maior do que a de retirar uma bola vermelha. Qual ¶ essa probabilidade?

c) A probabilidade de retirar uma bola verde seja m®xima. Qual ¶ essa probabilidade?

d) Tendo bolas de ambas as cores na urna, a probabilidade de retirar uma bola verde seja m®xima. Qual ¶ essa probabilidade?

4.3.3.2 Question®rio 2

Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araßjo Sousa - EMEFEAS
Professora mestranda: Poliana Ribeiro Disciplina: Matem®tica
S¶rie: 8ª e 9ª Turma: A Turno: Manh²
Aluno: ____

Question®rio 2

Tendo 20 bolas, sendo 10 bolas da cor roxa e 10 bolas da cor amarela, coloque na urna somente 5 bolas de modo que:

a) A probabilidade de retirar uma bola roxa seja igual ¯ de retirar uma bola amarela. Qual ¶ essa probabilidade?

b) A probabilidade de retirar uma bola roxa seja menor do que a de retirar uma bola amarela. Qual ¶ essa probabilidade?

c) A probabilidade de que uma bola roxa n² o seja retirada . Qual ¶ essa probabilidade?

d) Tendo bolas de ambas as cores na urna, a probabilidade de retirar uma bola roxa seja minºma. Qual ¶ essa probabilidade?

4.3.3.3 - Comentando as questões presentes nos questionários

Para garantir que os objetivos propostos para essa atividade sejam alcançados, durante a socialização das questões o professor deve, quando for necessário, intervir na argumentação de cada questão de modo que no:

Questionário 1

O aluno seja capaz de perceber que na questão:

a) A probabilidade de retirar uma bola verde seja igual à de retirar uma bola vermelha. Qual é essa probabilidade?

   Para que a probabilidade de retirar uma bola branca seja igual à de retirar uma bola vermelha é necessário que tenha a mesma quantidade de bolas brancas e vermelhas. Além disto esta probabilidade pode ser representada como:

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad 0;5 \quad \text{ou} \quad 50\%$$

b) A probabilidade de retirar uma bola verde seja maior do que de retirar uma bola vermelha. Qual é essa probabilidade?

   Existem mais de uma possibilidade da probabilidade de retirar uma bola verde seja maior do que a de retirar uma bola vermelha, pois nas urnas podem ser colocadas:

   6 bolas verdes e 4 bolas vermelhas

   7 bolas verdes e 3 bolas vermelhas

   8 bolas verdes e 2 bolas vermelhas

   9 bolas verdes e 1 bola vermelha

   10 bolas verdes e 0 bola vermelha.

c) A probabilidade de retirar uma bola verde seja máxima. Qual é essa probabilidade?

   Para que probabilidade de retirar uma bola verde seja máxima, é necessário que essa seja igual a 1 e para isso na urna deve conter apenas bolas na cor verde.

d) Tendo bolas de ambas as cores na urna, a probabilidade de retirar uma bola verde seja máxima. Qual é essa probabilidade?

Sabendo que a urna cont¶m bolas de ambas as cores, para a probabilidade de retirar uma bola verde seja m®xima, ¶ necess®rio que existam nove bolas da cor desejada e a probabilidade ¶ representa como

$$\frac{9}{10} = 0;9 = 90\%$$

Question®rio 2

O aluno seja capaz de perceber que na quest² o:

a) A probabilidade de retirar uma bola roxa seja igual ¯ de retirar uma bola amarela. Qual ¶ essa probabilidade?

   A probabilidade de retirar uma bola roxa ser igual ¯ de retirar uma bola amarela ¶ zero, pois na urna deveria ter a mesma quantidade de bolas roxas e bolas amarelas, o que ¶ impossºvel pois na urna sÆexistem 5 bolas.

b) A probabilidade de retirar uma bola roxa seja menor do que a de retirar uma bola amarela. Qual ¶ essa probabilidade?

   Existem mais de uma possibilidade da probabilidade de retirar uma bola roxa seja menor do que a de retirar uma bola amarela, pois nas urnas podem ser colocadas:

   0 bola roxa e 5 bolas amarela

   1 bola roxa e 4 bolas amarela

   2 bolas roxa e 3 bolas amarela.

c) A probabilidade de que uma bola roxa n² o seja retirada . Qual ¶ essa probabilidade?

   Para que n² o seja retirada uma bola roxa ¶ necess®rio que n² o tenha uma bola roxa na urna. E essa probabilidade ¶ zero.

d) Tendo bolas de ambas as cores na urna, a probabilidade de retirar uma bola roxa seja minºma. Qual ¶ essa probabilidade?

   Sabendo que na urna cont¶m bolas de ambas as cores, para a probabilidade de retirar uma bola roxa seja minºma, ¶ necess®rio que exista apenas uma bola da cor desejada. E essa probabilidade ¶ representa como

$$\frac{1}{5} = 20\%:$$

4.2.4 Quarta atividade

Tempo sugerido: uma aula de 45 minutos
Assunto: Lei dos Grandes Nßmeros
Com esta atividade espera-se que o aluno seja capaz de:

Compreender a Lei dos Grandes Nßmeros;

Aplicar corretamente a Lei dos Grandes Nßmeros.

Essa ßltima atividade ¶ simples, por¶m acredita-se que seu objetivo n²o seja f®cil de ser alcan´ado. Nela abordaremos a Lei dos Grandes Nßmeros, pois a BNCC [1] sugere que no 6º ano essa lei j® tenha sido trabalhada.

Para a aplica´²o desta atividade ¶ necess®rio um cubo em que tr¸s faces tenham c°rculos da cor amarela e nas outras tr¸s faces c°rculos na cor azul. Conforme a Egura 4.15.

Figura 4.15: Cubo.

A turma deve ser dividida em duas equipes e cada uma dever® ter um representante. Inicialmente, ser® mostrado o cubo ¯s equipes, deixando claro que a quantidade de faces com c°rculos amarelos ¶ a mesma quantidade de faces com c°rculos azuis. Neste momento, apÆs calcular probabilidades na 1ª, 2ª e 3ª atividades, espera-se que o aluno j® seja capaz de calcular a probabilidade de sair um c°rculo azul em um lan´amento e esta probabilidade ¶ $\frac{1}{2}$ e calcular a probabilidade de sair um c°rculo amarelo em um lan´amento e esta ¶ $\frac{1}{2}$.

Observando que a probabilidade ¶ a mesma, uma equipe dever® escolher uma das cores, assim a segunda equipe Ecar®, automaticamente, com a outra cor. Tendo cada equipe sido representada por uma cor de cºrculo, um cubo ser® lan´ado v®rias vezes, esperamos que seja lan´ado por no mºnimo 30 vezes. Vence a equipe que, apÆs os v®rias lan´amentos, sua cor ocorra o maior nßmero de vezes. Podendo tamb¶m inverter a ordem, ou seja, vence a equipe que, apÆs os v®rias lan´amentos, sua cor ocorra o menor nßmero de vezes.

Cada resultado obtido no lan´amento ser® anotado em tabela pelo representante da equipe. O modelo da tabela consta na se´²o 4.3.4.1. O professor tamb¶m dever® anotar os resultados, a Em de corrigir possºveis erros na anota´²o dos representantes da equipe. No Em da brincadeira, pode-se veriEcar que a quantidade de vezes que saiu amarela estar® bem prÆxima ou igual ¯ quantidade de vezes que saiu a cor azul. Deve-se tamb¶m observar que a probabilidade de cada cor sair ¶ $\frac{1}{2}$, ou seja, metade.

Feito isso deve ser informado aos alunos que esse fato ¶ conhecido como a Lei dos Grandes Nßmeros, que segundo a BNCC[1] pode ser declarada da seguinte forma:

> "Se um experimento aleatÆrio for realizado com um grande nßmero de tentativas, os resultados obtidos tendem ¯ probabilidade calculada."

Assim, com esta atividade espera-se que o aluno seja capaz de compreender que, se um experimento aleatÆrio for realizado em um grande nßmero de tentativas, os resultados obtidos tendem ¯ probabilidade calculada.

4.3.4.1 Tabela para anota´² o dos resultados

Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araßjo Sousa - EMEFEAS
Professora mestranda: Poliana Ribeiro Disciplina: Matem®tica
S¶rie: 8ª e 9ª Turna: A Turno: Manh²
Aluno: ______________________________

Tabela para anota´² o dos resultados

	amarelo	azul
1º lan´amento		
2º lan´amento		
3º lan´amento		
4º lan´amento		
5º lan´amento		
6º lan´amento		
7º lan´amento		
8º lan´amento		
9º lan´amento		
10º lan´amento		
11º lan´amento		
12º lan´amento		
13º lan´amento		
14º lan´amento		
15º lan´amento		
16º lan´amento		
17º lan´amento		
18º lan´amento		
19º lan´amento		
20º lan´amento		
21º lan´amento		
22º lan´amento		
23º lan´amento		
24º lan´amento		
25º lan´amento		
26º lan´amento		
27º lan´amento		
28º lan´amento		
29º lan´amento		
30º lan´amento		
Total		

4.3 Avalia´² o das atividades propostas

De acordo com a se´² o 4.1 deste capºtulo, toda sequ¸ ncia did®tica precisa de uma avalia´² o, por isso essa a sequ¸ ncia did®tica proposta sugere na prÆxima na subse´² o 4.3.1 um exercºcio de veriEca´² o da aprendizagem para ser aplicado aos alunos apÆs Enalizar as atividades.

Al¶m disso, ao realizar a an®lise de tr¸ s livros did®ticos de matem®tica constante no 3º capºtulo, observamos que algumas questÞes dos livros eram bastante interessantes para serem trabalhadas com os alunos.

Assim, selecionamos cinco questÞes para o exercºcio de veriEca´² o, sendo quatro delas dos livros abaixo citados:

Vontade de saber Matem®tica [19]

Projeto Radix - Raiz do conhecimento [15]

Da mesma maneira que as atividades, a an®lise deste exercºcio de veriEca´² o ser® realizada no capºtulo 5.

4.3.1 Exercício de Verificação

Escola Municipal de Ensino Fundamental Erasmo de Araújo Sousa - EMEFEAS
Professora mestranda: Poliana Ribeiro Disciplina: Matemática
Série: 8ª e 9ª Turna: A Turno: Manhã
Aluno: ______________________________

Exercício de verificação

1. (Sousa[19], p.213) Observe o dodecaedro e sua planificação:

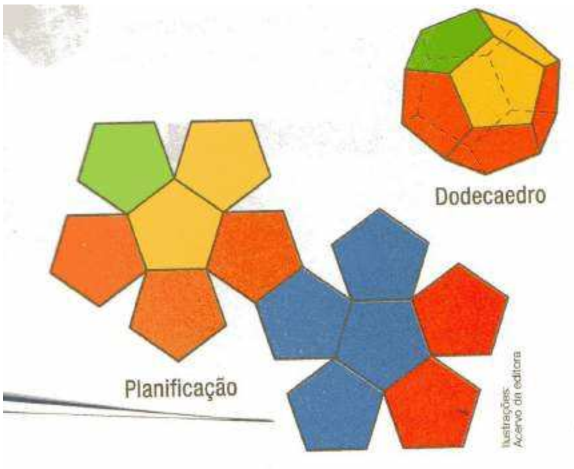


Figura 4.16: Dodecaedro.

Responda:

a) Quantas faces possui um dodecaedro?

b) Por meio de números fracionários e porcentagem, escreva a probabilidade de que, ao lançar esse dodecaedro, fique voltada para cima:

uma face vermelha

uma face laranja

uma face verde

c) No lançamento desse dodecaedro, qual é a cor da face que possui maior probabilidade de ficar voltada para cima? Qual é essa probabilidade?

2. (OBMEP) Carolina tem três cartões brancos numerados de 1 a 3 e três cartões pretos, também numerados de 1 a 3. Ela escolheu, ao acaso, um cartão branco e um preto. Qual é a probabilidade de a soma dos números dos cartões escolhidos ser par?

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{5}{9}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{2}{3}$

e) $\frac{3}{4}$

3. (RADIX [15], p.123) Uma roleta possui 36 casas numeradas de 1 a 36. Sabendo que foi sorteado um nßmero par, qual a probabilidade deste nßmero ser o 18?

4. (Sousa[19], p.221) O professor de artes realizou uma pesquisa com os alunos de uma turma, acerca das prefer¸ ncias musicais e o resultado obtido foi registrado na lousa.

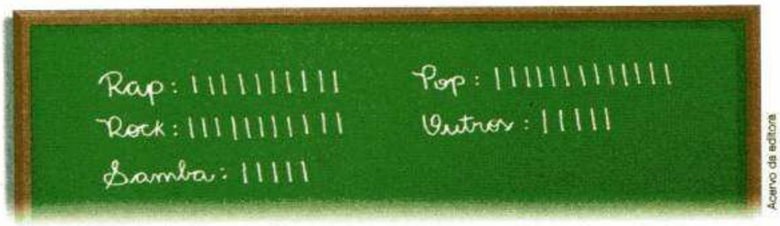


Figura 4.17: Lousa.

Sorteado aleatoriamente um dos alunos desta turma, qual a probabilidade de a prefer¸ ncia musical desse aluno:

a) ser rap?

b) ser rock?

c) ser samba?

d) ser pop?

e) n² o ser pop?

5. (Sousa[19], p.214) Em uma caixa foram colocadas bolas nas cores preta, verde, branca e azul. Ao retirar ao acaso uma dessas bolas, a probabilidade de a bola ser preta ¶ 20% e de ser verde, 10%. Na caixa, foram colocadas 15 bolas azuis e a quantidade de bolas verdes e $\frac{1}{4}$ da quantidade de bolas brancas. Responda:

a) Quantas bolas foram colocadas na caixa?

b) Quantas bolas de cada cor foram colocadas na caixa?

Capºtulo 5

An®lise da atividades propostas - Probabilidade n² o ¶ certeza

Inicialmente, deixaremos registrados dois coment®rios feitos pelos alunos em sala de aula.

1. "A senhora deveria fazer mais aulas assim", fala a aluna Y.
2. "Professora tem alguma coisa errada, todos nÆs aqui estamos entendo matem®tica", fala a aluna K.

Com esses dois coment®rios, feitos pelas alunas e tamb¶m com a participa´² o dos alunos na aplica´² o das atividades, podemos aErmar que a proposta da sequ¸ ncia did®tica apresentada despertou o interesse dos alunos pelas aulas de matem®tica.

Para uma melhor compreens² o dos resultados e problemas encontrados durante a aplica´² o das atividades, abordaremos cada um deles detalhadamente. Para efeito de facilidade de leitura, reproduziremos as perguntas das atividades.

5.1 Descri´² o da 1ª atividade - Como pode?

Essa atividade foi dividida em dois momentos. No primeiro momento foi apresentado aos alunos um cubo que cont¶m em duas faces cºrculos da cor vermelha, duas faces cºrculos cor verde e duas faces cºrculo da cor amarela e sua planiEca´² o.

ApÆs observar o primeiro cubo, os alunos deveriam responder as seguintes perguntas:

a) Quais as cores dos cºrculos nas diversas faces?

b) Em quantas faces temos a cor amarela?

c) Em quantas faces temos a cor verde?

d) Em quantas faces temos a cor vermelha?

e) Como voc¸ s representariam, por meio de um nßmero fracion®rio, a quantidade de c°rculos na cor amarela na face do cubo sobre o total de faces do cubo?

f) Como voc¸ s representariam, por meio de um nßmero fracion®rio, a quantidade de c°rculos na cor verde na face do cubo sobre o total de faces do cubo?

g) Um determinado aluno, ao lan´ar o cubo, todas as cores t¸ m a mesma chance de ocorrer?

h) Como voc¸ representariam, por meio de um nßmero, essa chance de sair a face com a cor amarela?

i) Como voc¸ representariam, por meio de um nßmero, essa chance de sair a face com a cor verde?

No segundo momento, foi apresentado um cubo que tinha uma face com c°rculo amarelo, duas faces c°rculo verde e em tr¸ s faces com c°rculos vermelhos e sua planiEca´² o. Para o segundo cubo os alunos deveriam responder as seguintes perguntas:

a) Quais as cores dos c°rculos nas diversas face?

b) Em quantas faces temos a cor amarela?

c) Em quantas faces temos a cor verde?

d) Em quantas faces temos a cor vermelha?

e) Sabendo-se que a "chance"de um evento ocorrer ¶ a probabilidade deste evento, qual ¶ a probabilidade de sair a face de cor vermelha em um lan´amento do cubo?

f) Sabendo-se que a "chance"de um evento ocorrer ¶ a probabilidade deste evento, qual ¶ a probabilidade de sair a face de cor verde em um lan´amento do cubo?

g) Sabendo-se que a "chance"de um evento ocorrer ¶ a probabilidade deste evento, qual ¶ a probabilidade de sair a face de cor amarela em um lan´amento do cubo?

h) Estas probabilidades s² o iguais?

5.1.1 An®lise da 1ª atividade na turma do 8º ano

Sugerimos para esta atividade o tempo de uma aula, com dura´² o de 45 minutos, no entanto, a mesma foi realizada em 30 minutos. A Egura 5.1 registra um momento da aplica´² o desta atividade na turma do 8º ano.

Figura 5.1: Lançamento do cubo.

Observamos que os alunos responderam todas as questões conforme o desejado, apenas um aluno demonstrou dificuldade para expressar por meio de um número fracionário o número de faces com círculos vermelhos dividido pelo número total de faces da planificação do cubo do 1º momento da atividade. O planificação a qual o aluno relatou ter dificuldade podem ser visualizados na figura 5.2. Podemos observar que o número fracionário solicitado é $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Figura 5.2: Cubo e planificação.

Ao realizar a contagem mais detalhada, o aluno relatou ter compreendido como expressar as fra´Þes correspondentes a cada situa´² o.

Ao comentar sobre como calcular uma probabilidade e as tr¸ s formas de representar, alguns alunos observaram que a soma dos eventos deveria ser igual a 100% desmonstrando terem conhecimento sobre probabilidade.

Ao explorar com os alunos os itens $e; f; g$ e h do segundo question®rio, eles determinaram facilmente a probabilidade por meio de um nßmero fracion®rio, compreenderam que para determinar a probabilidade na forma decimal, basta efetuar a divis² o dos termos do nßmero fracion®rio e tamb¶m compreenderam a representa´² o atrav¶s da porcentagem.

Os alunos compreenderam que a probabilidade ao lan´ar o cubo sair a face com:

com c°rculo amarelo ¶ $\frac{1}{6} = 0;17 = 17\%$

com c°rculo verde ¶ $\frac{2}{6} = 0;33 = 33\%$

com c°rculo vermelho ¶ $\frac{3}{6} = 0;50 = 50\%$

Neste momento o aluno "M"e "G" Ezeram os seguintes coment®rios:

M: "Professora somando tudo tem que dar 100%?"

G: "E se agente somar e n² o der 100 est®errado?"

Nota-se que estes dois coment®rios s² o important°ssimos, pois fazem os alunos observarem seus prÆprios resultados, corrigindo os poss°veis erros.

5.1.2 An®lise da 1ª atividade na turma do 9º ano

Para esta atividade recomendamos o tempo de uma aula, com dura´² o de 45 minutos, no entanto, a atividade foi realizada em 30 minutos. A Egura 5.3 registra um momento em que a atividade estava sendo aplicada na turma do 9º ano.

Figura 5.3: Lan´amento do cubo.

Observamos que os alunos responderam todas as questÞes conforme o desejado e que tamb¶m conseguiram atingir os objetivos propostos para essa atividade.

Dois fatos relevantes ocorreram durante o desenvolvimento da atividade, que devem ser abordados. O primeiro deles, refere-se ao fato de alguns alunos confundiram probabilidade e possibilidade. Neste momento esclarecemos para os alunos que possibilidade s² o os poss°veis resultados que podem ocorrer em um experimento, enquanto a probabilidade est® associada a um nßmero, a chance de uma determinada possibilidade ocorrer.

O segundo fato interessante ocorreu em um determinado momento quando era desenvolvida a brincadeira com o segundo cubo. Nele a probabilidade de sair a face amarela do cubo ao lan´®lo ¶ de 17%, a probabilidade de sair a face verde ¶ 33% e a face vermelha ¶ de 50%. Ocorreu que, em cinco lan´amentos, obteve-se o seguinte resultado:

vermelho, amarelo, amarelo, verde, amarelo

Percebemos que, embora a face amarela tenha menor chance de sair e a face vermelha maior chance de sair, ocorreu em cinco lan´amentos justamente o contr®rio. Neste momento uma aluna "F" questionou:

"Por qu¸? Como pode?"

Recomendamos dar respostas simples para esses questionamentos como falamos a seguir:

"Probabilidade ¶ a medida de uma chance de um determinado evento ocorrer, mas tamb¶m existe a chance do evento n² o ocorrer, e o mais prov®vel n² o ocorreu."

E aErmamos que:

"Probabilidade n² o ¶ uma certeza, ¶ a medida de uma chance."

5.2 Descri´² o da 2ª atividade - "Por isso que voc¸ s perderam!"

Para esta atividade cada turma foi dividida em 4 equipes, em seguida foi entregue para cada equipe um cubo e um kit formado por adesivos na forma de letras ou cºrculos. Cada equipe coloriu ou letrou seu cubo, de modo, que ao lan´ar o cubo, a equipe advers®ria n² o descubrisse a cor ou letra do adesivo da face que Ecou voltada para cima.

Encerrada a brincadeira entregamos o question®rio aos alunos, para responderem de acordo com o cubo de sua equipe.

Question®rio para os alunos que utilizaram cºrculos para identiEcar as faces do cubo.

1. Quantas faces tem o cubo?
2. IdentiEque como voc¸ coloriu cada uma das seis faces do cubo.
3. Existe em seu dado a possibilidade de alguma das quatro cores n² o sair, ao ser lan´ado?
4. Em quantas faces voc¸ usou a cor amarela? E a cor azul?
5. Em quantas faces voc¸ usou a cor verde? E a cor vermelha?
6. Todas as cores t¸ m a mesma chance de ocorrer? Qual tem maior chance? E a menor chance?
7. Qual ¶ a probabilidade de sair a cor a vermelha no lan´amento?
8. Qual ¶ a probabilidade de n² o sair a cor vermelha no lan´amento?
9. Qual ¶ a probabilidade de sair a cor a azul no lan´amento?
10. Qual ¶ a probabilidade de n² o sair a cor azul no lan´amento?
11. Some as probabilidades encontradas nos itens 7 e 8.
12. Some as probabilidades encontradas nos itens 9 e 10.
13. Que interpreta´² o voc¸ faz sobre este valor encontrado nos itens 11 e 12?

14. Em um dado, onde todas as faces tem a cor vermelha, qual ¶ a probabilidade, ao ser lan´ado, sair uma face de cor vermelha? E qual ¶ a probabilidade de sair, neste dado, uma face com a cor azul?

Question®rio para os alunos que utilizaram letras para identiEcar as faces do cubo.

1. Quantas faces tem o cubo?
2. IdentiEque como voc¸ letrou cada uma das seis faces do cubo.
3. Existe em seu dado a possibilidade de alguma das quatro letras utilizadas n²o sair ao ser lan´ando?
4. Em quantas faces voc¸ usou a letra A? E a letra B?
5. Em quantas faces voc¸ usou a letra C? E a letra D?
6. Todas as letras t¸m a mesma chance de ocorrer? Qual tem maior chance? E a menor chance?
7. Qual ¶ a probabilidade de sair a letra A no lan´amento?
8. Qual ¶ a probabilidade de n²o sair a letra A no lan´amento?
9. Qual ¶ a probabilidade de sair a letra C no lan´amento?
10. Qual ¶ a probabilidade de n²o sair a letra C no lan´amento?
11. Some as probabilidades encontradas nos itens 7 e 8.
12. Some as probabilidades encontradas nos itens 9 e 10.
13. Que interpreta´²o voc¸ faz sobre este valor encontrado nos itens 11 e 12?
14. Em um dado, onde todas as faces tem a letra C, qual ¶ a probabilidade, ao ser lan´ado, sair uma face com a letra C? E qual ¶ a probabilidade de sair, neste dado, uma face com a letra D?

5.2.1 An®lise da 2ª atividade na turma do 8º ano

Para esta atividade sugerimos um tempo correspondente a duas aulas, totalizando 90 minutos, no entanto a atividade foi realizada em 100 minutos.

Inicialmente, a turma foi dividida em 4 equipes conforme planejado, mas um aluno se recusou a participar da atividade, ele permaneceu na sala observando a aplica´²o com os colegas. As Eguras 5.4 e 5.5 mostram duas das quatro equipes, construindo seu cubo.

Figura 5.4: Equipe construindo seu cubo.

Figura 5.5: Equipe construindo seu cubo.

Nesta turma apenas uma equipe n² o identiEcou conforme o esperado. Veja como cada equipe letrou ou coloriu seu cubo:

1. 1ª equipe - 1 face com c°rculo azul, 1 face com c°rculo vermelha, 2 faces com c°rculos amarelas, 2 faces com c°rculos verdes.

2. 2ª equipe - 2 faces com c°rculos azuis, 1 face com c°rculo vermelha, 2 faces com c°rculo amarelas, 1 face com c°rculo verde.

3. 3ª equipe - 2 faces com letra A, 2 faces com a letra B, 1 face com a letra C e 1 face com a letra D.

4. 4ª equipe - 3 faces com letra A, 1 face com a letra B, 1 face com a letra C e 1 face com a letra D.

A brincadeira foi iniciada, sem interferir no modo de pensar dos alunos e encerrou-se com um momento de alegria e descontra´² o. Ao t¶rmino da brincadeira entregamos os question®rios para os alunos, tamb¶m, foi entregue um question®rio ao aluno que recusou a participar da brincadeira que se juntou-se a uma equipe e respondeu o question®rio.

Nas Eguras 5.6 e 5.7 temos, em cada Egura, uma equipe respondendo o question®rio de acordo com seu cubo.

Figura 5.6: Equipe respondendo o question®rio de acordo com seu cubo.

Figura 5.7: Equipe respondendo o questionário de acordo com seu cubo.

Transcorrido o tempo de 15 minutos, percebemos que as equipes já haviam respondido o questionário e começamos a socialização das questões.

De modo geral a socialização do questionário com os alunos foi conforme esperávamos, mas ao socializar com os alunos a segunda questão, que perguntava a eles, como cada equipe letrou ou coloriu o cubo, o aluno "G" fez a seguinte observação com relação ao cubo da 4ª equipe, que continha três letras A:

"Por isso que vocês perderam."

Neste momento interrogamos a equipe para saber por que eles escolheram colocar três letras A no cubo. O aluno F, membro da equipe, respondeu:

"Entendemos errado."

Um outro membro da equipe logo acrescentou:

"A gente achou que o dado seria o nosso."

Buscando compreender o raciocínio da equipe, fizemos alguns questionamentos e com base neles observamos que a equipe não compreendeu a atividade, por falta de atenção. Por isso eles acharam que deveriam acertar a letra do cubo construído por eles, assim optaram colocar três letras A, com o objetivo de aumentar a chance de sair letra A nos lançamentos.

A equipe conErmou que iriam escolher apenas a letra A em todos os lan´amentos durante a brincadeira.

A resolu´² o coletiva do question®rio n² o aconteceu conforme prevista, os alunos tiveram diEculdade nas questÞes 8, 10, 11 e 13 em ambos os question®rios.

Nas questÞes 8 e 10 os alunos tiveram diEculdade em interpretar a express² o n² o sair. Esclarecemos para eles que n² o sair a letra A, por exemplo, pode ser vista como sair a letra B, ou sair a letra C, ou sair a letra D, sendo assim poderia sair qualquer das outras tr¸ s letras. Ent² o deveriam contar as faces que n² o tem a letra A, feito isso eles logo compreenderam a quest² o 10. J ®para os alunos que utilizaram cºrculos para colorir, falamos que n² o sair a face com o cºrculo vermelho, por exemplo, pode ser vista como sair a face com cºrculo verde, ou sair face com o cºrculo amarelo, ou sair a face com o cºrculo azul, sendo assim poderia sair qualquer das outras tr¸ s cores, logo perceberam que deveriam contar as faces que n² o tem a cor vermelha.

Na quest² o 11, os alunos somaram de forma incorreta as fra´Þes. Sabemos que, para efetuar uma soma de fra´Þes que tenham os denominadores iguais, devemos somar os numeradores e repetir o denominador, os alunos ao efetuarem a soma tamb¶m somaram os denominadores. Observando que as opera´Þes envolvendo fra´Þes n² o ¶ o foco deste trabalho, explicamos para eles a maneira de somar corretamente fra´Þes, cujos denominadores s² o iguais. Vale observar que esse ¶ um erro comum cometido pelos alunos do Ensino Fundamental.

Com rela´² o ¯ quest² o 13, os alunos tiveram grande diEculdade em compreender e aceitar que a probabilidade ¶ uma medida que varia de 0 at¶ 1. Depois da aula, dois alunos nos procuraram e falaram que n² o haviam compreendido a varia´² o de probabilidade. Diante dessa diEculdade, achamos conveniente, na aula seguinte, abordar os seguintes casos para os cubos que utilizavam letras para identiEcar as faces com os alunos:

0 faces com a letra C cuja probabilidade ¶

$$\frac{0}{6} = 0 = 0\%$$

1 faces com a letra C cuja probabilidade ¶

$$\frac{1}{6} = 0;17 = 17\%$$

2 faces com a letra C cuja probabilidade ¶

$$\frac{2}{6} = 0;33 = 33\%$$

3 faces com a letra C cuja probabilidade ¶

$$\frac{3}{6} = 0;50 = 50\%$$

4 faces com a letra C cuja probabilidade ¶

$$\frac{4}{6} = 0;67 = 67\%$$

5 faces com a letra C cuja probabilidade ¶

$$\frac{5}{6} = 0;83 = 83\%$$

6 faces com a letra C cuja probabilidade ¶

$$\frac{6}{6} = 1 = 100\%$$

De mesma forma, Ezemos para os alunos que utilizaram cºrculos para colorir

0 faces com cºrculo vermelho cuja probabilidade ¶

$$\frac{0}{6} = 0 = 0\%$$

1 faces com cºrculo vermelho cuja probabilidade ¶

$$\frac{1}{6} = 0;17 = 17\%$$

2 faces com cºrculo vermelho cuja probabilidade ¶

$$\frac{2}{6} = 0;33 = 33\%$$

3 faces com cºrculo vermelho cuja probabilidade ¶

$$\frac{3}{6} = 0;50 = 50\%$$

4 faces com cºrculo vermelho cuja probabilidade ¶

$$\frac{4}{6} = 0;67 = 67\%$$

5 faces com cºrculo vermelho cuja probabilidade ¶

$$\frac{5}{6} = 0;83 = 83\%$$

6 faces com cºrculo vermelho cuja probabilidade ¶

$$\frac{6}{6} = 1 = 100\%$$

Realizadas as análises desses casos, os alunos compreenderam e aceitaram tal variação. Fica como sugestão, incluir no questionário uma tabela com cada um dos casos acima, para os alunos responderem e facilitar a compreensão da variação de probabilidade.

Outro ponto importante, foi o fato que os alunos só determinaram todas as probabilidades pedidas na forma fracionária. Quando questionados por usarem apenas a forma fracionária, eles justificaram afirmando que o questionário não determinou qual das três formas deveriam determiná-las, por não gostarem de dividir escolheram a forma fracionária. Em face disso, deixamos como sugestão que, ao solicitar a probabilidade no questionário, o professor peça aos seus alunos que também usem na forma de porcentagem para expressá-la, que é a mais usada.

5.2.2 Análise da 2ª atividade na turma do 9º ano

Para esta atividade sugerimos um tempo correspondente a duas aulas, totalizando 90 minutos, no entanto ela foi realizada em 100 minutos.

Inicialmente, dividimos a turma em 4 equipes como planejado e observamos que as equipes tomaram as decisões coletivamente. Conforme figura 5.8.

Figura 5.8: Divisão da turma.

Nesta turma, as 4 equipes identiEcaram o cubo conforme esperado. As Eguras 5.9 e 5.10 mostram duas equipes identiEcando as faces dos cubos. Veja como cada equipe letrou ou coloriu seu cubo:

1. 1ª equipe - 1 face com cºrculo azul, 1 face com cºrculo vermelha, 2 faces com cºrculos amarelas, 2 faces com cºrculos verdes.

2. 2ª equipe - 2 faces com cºrculos azuis, 1 face com cºrculo vermelha, 2 faces com cºrculo amarelas, 1 face com cºrculo verde.

3. 3ª equipe - 2 faces com letra A, 2 faces com a letra B, 1 face com a letra C e 1 face com a letra D.

4. 4ª equipe - 3 faces com letra A, 1 face com a letra B, 1 face com a letra C e 1 face com a letra D.

Figura 5.9: Equipe construindo seu cubo.

Figura 5.10: Equipe construindo seu cubo.

Iniciamos a brincadeira, sem interferir no modo de pensar dos alunos e encerramos a brincadeira observando que os alunos estavam alegres a descontraºdos. Ao t¶rmino da brincadeira entregamos os question®rios para os alunos. As Eguras 5.11 e 5.12 mostram duas equipes respondendo o question®rio de acordo com seu cubo.

Figura 5.11: Equipe respondendo o question®rio de acordo com seu cubo.

Figura 5.12: Equipe respondendo o question®rio de acordo com seu cubo.

Transcorrido o tempo de 17 minutos, observamos que as equipes j®haviam terminado de responder, iniciamos assim a socializa´²o do question®rio.

De modo geral a socializa´²o do question®rio com os alunos ocorrreu conforme o desejado. No entanto, da mesma maneira que os alunos da turma do 8ª ano, as quatro equipes formadas na turma do 9º ano tamb¶m tiveram diEculdade em interpretar a express²o n²o sair. Essa diEculdade, em interpretar a express²o, foi facilmente compreendida pelos alunos com a nossa interven´²o, que Ezemos as seguintes perguntas ¯s quatro equipes coletivamente.

1. Se eu lan´ar o cubo e sair a face verde, posso aErmar que n²o saiu vermelha?
2. Se eu lan´ar o cubo e sair a face azul, posso aErmar que n²o saiu vermelha?
3. Se eu lan´ar o cubo e sair a face amarela, posso aErmar que n²o saiu vermelha?
4. Sabendo que n²o saiu a face vermelha, pode sair quais as outras cores nas faces do cubo?

Com rela´²o ¯s demais perguntas do question®rio, os alunos n²o tiveram diEculdades em responder e as probabilidades foram determinadas na forma fracion®ria, segundo eles pela facilidade de determinar as fra´Þes.

5.3 Descri´² o da 3ª atividade - D®um golpe

Lembrando que para esta atividade cada turma foi dividida em duas equipes. Para cada equipe foi entregue uma sacola pl®stica contendo 20 bolas, sendo 10 bolas de uma determinada cor (roxa ou amarela) e as outras 10 bolas de outra cor (verde ou vermelha) e uma urna. Foi solicitado ¯s equipes que colocassem, apenas, 10 bolas na urna das 20 bolas da sacola de modo que ao ser retirada uma bola, diEcultasse a possibilidade da equipe advers®ria adivinhar a cor da bola que seria retirada.

5.3.1 An®lise da 3ª atividade na turma do 8º ano

Para esta atividade sugerimos um tempo de duas aulas, totalizando 90 minutos, no entanto ela foi realizada em 65 minutos.

A aplica´² o da atividade foi bastante proveitosa, observamos que os alunos tentaram em equipe, encontrar a melhor op´² o para colocarem as bolas nas urnas e Ecaram preocupados para a equipe advers®ria n² o saber ou ver como estava sendo colocada as bolas na urna. O envolvimento dos alunos com a atividade foi total, o aluno que se recusou a participar da atividade anterior, nessa atividade se envolveu completamente. As Eguras 5.13 e 5.14 mostram um momento em que os alunos de uma equipe retiravam uma bola da urna da outra equipe.

Figura 5.13: Retirando as bolas da urna.

Cada equipe retirou 13 vezes bolas da urna, apÆs Enalizar a terceira bola retirada por cada equipe, uma aluna reclamou, pois sua equipe n² o havia acertado ainda, nenhuma bola e a equipe advers®ria j® tinha acertado 2 cores de bolas retiradas. A aluna Ecou bastante "brava", pois caso continuasse, a equipe advers®ria a acertar, a mesma perderia. Sendo assim, sugiro ao professor ressaltar com os alunos a import° ncia de ter espºrito esportivo, esclarecendo que o importante ¶ a assimila´² o do conteßdo, ou seja, que o aluno consiga atingir os objetivos da atividade.

Com o Em da brincadeira, apÆs ser constatada a vitÆria de uma das equipes, solicitamos ¯s equipes que informassem as quantidades de cada cor de bola colocada nas urnas. Al¶m disso, foi perguntado aos alunos por que colocaram essas quantidades de bolas de cada cor na urna.

A 1ª equipe colocou na urna 5 bolas da cor verde e 5 bolas da cor vermelha, conforme o esperado. A equipe optou por colocar quantidades iguais para que ambas as cores de bolas tivessem a mesma chance de sair. J® a 2ª equipe optou por colocar 6 bolas na cor roxa e 4 bolas da cor amarela, tentando diEcultar o pensamento da equipe advers®ria, Ecou claro que eles perceberam que, fazendo isso, a bola da cor roxa teria mais probabilidade de ser retirada, mesmo assim, deixaram quantidades desiguais.

Figura 5.14: Retirando as bolas da urna.

Encerrada a brincadeira, entregamos os question®rios para os alunos contidos na se´² o 4.3.3.1 e destinado para eles um tempo de 15 minutos para cada equipe. Apenas uma equipe encontrou diEculdade referente ao item B do question®rio que pergunta:

A probabilidade de retirar uma bola roxa seja menor do que de retirar uma bola amarela. Qual ¶ essa probabilidade?

Nessa pergunta a equipe n²o percebeu que a mesma admitia mais de uma resposta, visto que na urna poderia ter:

1. 0 bola roxa cuja probabilidade ¶ $\frac{0}{5} = 0\%$
2. 1 bola roxa cuja probabilidade ¶ $\frac{1}{5} = 20\%$
3. 2 bolas roxa cuja probabilidade ¶ $\frac{2}{5} = 40\%$

ApÆs a interven´²o a equipe assimilou a resposta.

5.3.2 An®lise da 3ª atividade na turma do 9º ano

Para esta atividade sugerimos um tempo correspondente a duas aulas, totalizando 90 minutos, no entanto ela foi realizada em 65 minutos.

A aplica´²o da atividade foi bastante proveitosa, observamos que os alunos tentaram coletivamente encontrar a melhor op´²o para colocarem as bolas nas urnas, Ecaram preocupados para a equipe advers®ria n²o saber ou ver como estava sendo colocada as bolas na urna. O envolvimento dos alunos com a atividade foi total. A Egura 5.15, ¶ poss°vel observar os alunos colocando as bolas na urna.

Figura 5.15: Colocando as bolas da urna.

Cada equipe retirou 14 vezes bolas da urna. A Egura 5.16 mostra um momento em que uma aluna retirava uma bola da urna. Com o Em da brincadeira, apÆs ser constatada a vitÆria de uma das equipes, solicitamos ¯s equipes que informassem as quantidades de cada cor de bola colocada nas urnas. Al¶m disso, foi perguntado aos alunos por que colocaram essas quantidades de bolas de cada cor na urna.

Figura 5.16: Retirando uma bola da urna.

A primeira equipe, ao explicar a brincadeira, citou que a melhor op´²o seria 5 e 5, mas colocou na urna, 7 bolas da cor roxa e 3 bolas da cor amarela. A equipe optou por colocar essas quantidades para confundir o racioc°nio da equipe advers®ria. Uma aluna falou:

"Quer°amos dar um golpe."

Com rela´²o ¯s escolhas das cores n²o tiveram nenhuma raz²o especial.

J®a segunda equipe optou por colocar 6 bolas da cor verde e 4 bolas da cor vermelha, tentando diEcultar o pensamento da equipe advers®ria, que j®havia feito a observa´²o que a melhor op´²o seria 5 e 5. Al¶m disso, relatou que escolheu a cor verde, para por maior quantidade de bola, por acreditar que a equipe advers®ria escolheria mais a cor vermelha, por ser uma cor mais forte e vibrante.

Aproveitando o momento que a segunda equipe falou sobre a escolha das cores, questionamos como eles Ezeram a escolha da cor da bola retirada da urna. A equipe aErmou que, ao retirar bolas da urna pela terceira vez, observou que haviam sa°do duas bolas roxas e uma amarela, suspeitando que havia uma maior quantidade de bolas roxas na urna, tiveram certeza que havia mais bolas roxas na urna apÆs a 4ª retirada. Para a primeira equipe a escolha da bola foi feita de forma aleatÆria, sem nenhuma observa´²o.

Encerrada a brincadeira, entregamos os question®rios para os alunos, aqueles apresentados na se´²o 4.3.3.1 e destinamos para cada equipe um tempo de 15 minutos respond¸-los. A Egura 5.17 mostra alguns alunos respondendo o question®rio.

Figura 5.17: Respondendo os question®rios.

De modo geral, os alunos responderam corretamente o seu question®rio, sem nenhuma diEculdade. Mas determinaram a probabilidade apenas na forma fracion®ria, por acharem mais f®cil.

5.4 Descri´²o da 4ª atividade - "Quase a metade"

Para esta atividade foi utilizado um cubo contendo tr¸s faces com cºrculos na cor azul e tr¸s faces com cºrculos na cor amarela. Inicialmente, os alunos observaram que, ao lan´ar o cubo, ambas as cores (azul e amarela) t¸m a mesma probabilidade de sair e esta probabilidade ¶ $\frac{1}{2}$ ou 50% cada uma. A turma foi dividida em duas equipes, cada uma Ecou com uma das cores do cubo e foi escolhido de cada uma um representante. Os representantes das equipes anotaram os resultados para conErmar qual equipe vencedora.

Este representante anotou os resultados de cada lan´amento para que no Em da brincadeira, a equipe vencedora fosse aquela que estivesse representada pela cor que mais saiu.

5.4.1 An®lise da 4ª atividade na turma do 8º ano

Para esta atividade sugerimos o tempo correspondente de uma aula, totalizando 45 minutos, no entanto ela foi realizada em 30 minutos.

Nessa turma, refor´amos que nas atividades, o que importa ¶ o conhecimento repassado por ela.

A turma percebeu, rapidamente, que a probabilidade de, ao lan´ar o cubo, sair a cor azul ou amarela era $\frac{1}{2}$. Novamente, toda a turma participou alegremente. A Egura 5.17 mostra uma equipe lan´ando o dado.

Figura 5.18: Equipe lan´ando os dados.

No Em dos 30 lan´amentos saºram 14 faces amarelas e 16 faces azuis. Foram realizadas perguntas para os alunos observaram que estes resultados estavam prÆximos da metade, visto que $\frac{1}{2}$ ou 50% pode ser interpretado como a metade. Logo em seguida falamos que isso n² o ¶ uma coincid¸ ncia, esse fato ¶ conhecido como Lei dos Grandes Nßmeros.

Daº enunciamos para eles a Lei dos Grandes Nßmeros da seguinte forma:

"Se um experimento for realizado em um grande nßmero de tentativas, os resultados obtidos tendem ¯ probabilidade calculada"

Feito isto os alunos n² o tiveram diEculdade em compreender essa lei.

5.4.2 An®lise da 4ª atividade na turma do 9º ano

Para esta atividade sugerimos o tempo correspondente de uma aula, totalizando 45 minutos, no entanto ela foi realizada em 30 minutos.

A turma percebeu, rapidamente, que a probabilidade de, ao lan´ar o cubo, sair a cor azul ou amarela era $\frac{1}{2}$. Nessa atividade, toda a turma participou com muita alegria. A Egura 5.18 mostra uma das equipes lan´ando o dado.

Figura 5.19: Equipe lan´ando os dados.

No Em dos 30 lan´amentos sairam, novamente, 14 amarelos e 16 azuis. Ao falar o resultado, rapidamente, uma aluna comentou:

"Quase a metade"

Foi perguntado ¯ turma:

"Realmente quase a metade. Voc¸ s acham que isto foi coincid¸ ncia?"

A turma Ecou em sil¸ ncio. Diante do sil¸ ncio comentamos que o fato n² o foi coincid¸ ncia, pois ¶ conhecido como Lei dos Grandes Nßmeros.

Explicando da seguinte forma:

"A probabilidade de sair ao lan´ar o cubo a face com cºrculo azul ou amarelo ¶ $\frac{1}{2}$, e um meio pode ser interpretado como sendo a metade."

Acreditamos que essa lei n² o ¶ de f®cil compreens² o. Diante da diEculdade, citamos para a turma, outro exemplo, observe:

Exemplo 6 Se um cubo tivesse 2 faces vermelhas, 2 faces azul e 2 faces amarelas. As cores t¸ m todas as mesmas chances de sair, e esta probabilidade ¶ $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Se lan´armos este cubo 30 vezes, temos que $\frac{1}{3}$ de 30 ¶ igual a 10, ent² o deverºamos obter 10 faces vermelhas, 10 faces azuis e 10 faces amarelas.

Neste momento uma aluna questionou:

"Mas poderºamos obter 11 vermelhas, 9 azuis e 10 amarelas?"

AErmamos para toda a turma que ¶ possºvel, pois esse resultados tendem a se aproximarem da probabilidade calculada, se aproximam de 10. Observamos que, ao usar a palavra aproximam para substituir tendem, a compreens² o da turma acerca da Lei dos Grandes Nßmeros foi maior. Dessa forma sugerimos que, ao explorar essa lei, o professor use a aproxima´² o para melhorar a compreens² o.

5.5 Desempenho das turmas

Conforme o que foi observado nos capºtulos anteriores, toda sequ¸ ncia did®tica sugere uma avalia´² o. A an®lise a seguir refere-se ao desempenho obtido por cada uma das turmas e teve como base o exercºcio de veriEca´² o sugerido no capºtulo anterior, na se´² o 4.4.1.

Aplicamos o exercºcio de veriEca´² o ao Enalizar as quatro atividades propostas. O exercºcio foi resolvido em sala de aula por cada aluno individualmente, sem que fosse permitido o aluno consultar qualquer tipo de material escolar, por exemplo, o livro did®tico. Cada uma das cincos questÞes sugeridas do exercºcio foi corrigida valendo 2,0 pontos, caso a quest² o tenha sido respondida corretamente. As questÞes que tinham mais de um item a ser respondido, os 2,0 pontos foram distribuºdos igualmente de acordo com o nßmero de itens por quest² o.

Para uma melhor compreens² o dos resultados obtidos, a tabela 5.1 expÞe as notas obtidas pelos alunos do 8º ano no exercºcio de veriEca´² o proposta neste trabalho no capºtulo 4, os quais foram identiEcados com os cÆdigos de A01 at¶ A22.

Tabela 5.1 - Notas dos alunos do 8º ano.

Aluno	Nota
A01	2,6
A02	7,6
A03	5,0
A04	5,8
A05	9,0
A06	7,4
A07	7,0
A08	6,2
A09	9,6
A10	7,0
A11	7,0
A12	7,2
A13	6,4
A14	8,0
A15	6,0
A16	7,6
A17	8,4
A18	7,0
A19	7,0
A20	6,6
A21	9,0
A22	8,0

Fonte: Arquivo pessoal do professor.

Observamos que a nota m¶dia da turma referente ¯ aplica´²o do exerc°cio de veriEca´²o proposto no cap°tulo 4 foi 7,02. Dessa forma, conclu°mos que a turma assimilou o conteßdo mantendo a m¶dia da escola e superando a m¶dia da turma obtida na mat¶ria de matem®tica, que no 1º bimestre foi 6,30, conforme consta nos documentos escolares.

A tabela 5.2 apresentada expÞe as notas obtidas pelos alunos do 9º ano no exerc°cio de veriEca´²o proposto neste trabalho no cap°tulo 4, os quais foram identiEcados com os cÆdigos de B01 at¶ B21.

Tabela 5.2 - Notas dos alunos do 9º ano.

Aluno	Nota
B01	6,8
B02	9,0
B03	9,0
B04	10,0
B05	9,4
B06	10,0
B07	6,4
B08	7,0
B09	8,0
B10	8,4
B11	4,0
B12	9,8
B13	9,4
B14	8,4
B15	9,8
B16	5,0
B17	9,6
B18	10,0
B19	5,6
B20	5,4
B21	6,6

Fonte: Arquivo pessoal do professor.

Observe que na tabela 5.2 a nota m¶dia da turma, referente a aplica´² o do exercºcio de veriEca´² o proposto no capºtulo 4 foi 7,98. Dessa forma, concluºmos que a turma assimilou o conteßdo, mantendo a m¶dia da escola, superando a m¶dia da turma obtida na mat¶ria de matem®tica no 1º bimestre que foi 7,54, conforme consta nos documentos escolares.

Capºtulo 6

ConclusÞes

A partir do que foi exposto nesta disserta´²o, concluºmos que, para as bases educacionais, ¶ necess®rio uniformizar a educa´²o pßblica e, particularmente, a uniformiza´²o do ensino da Probabilidade ¶ um ponto que exige aten´²o especial, pois esse ¶ um dos objetivos, apresentados nos Par°metros Curriculares Nacionais (PCNˇs) e na Base Nacional Curricular Comum (BNCC).

Os PCNˇs, fundamentam-se na Lei de Diretrizes e Bases da Educa´²o Nacional, est²o divididos em 8 (oito) ®reas de conhecimentos, nas quais est®inclusa a ®rea de conhecimento da Matem®tica. Cada ®rea de conhecimento est®dividida em quatro ciclos, e cada ciclo ¶ constituºdo por duas s¶ries de ensino. Mesmo precisando ser atualizado, os PCNˇs ainda orientam a educa´²o b®sica brasileira, indicando crit¶rios de avalia´²o das aprendizagens fundamentais a serem realizadas em cada ciclo, e tamb¶m sugerindo orienta´Þes did®ticas para o professor.

Com o objetivo de atualizar e reformar a educa´²o b®sica como um todo, o Minist¶rio da Educa´²o lan´ou recentemente a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), que ¶ formada pelo conhecimento fundamental ao qual todo estudante deve ter acesso na escola para que seus direitos ¯ aprendizagem esteja garantido.

Mesmo tendo caracterºsticas distintas, os PCNˇs e BNCC, mant¶m na sua ess¸ncia semelhan´as. Ambos defendem um conhecimento construºdo de forma crescente, do simples ao complexo, gradativamente. Al¶m disso, ambos valorizam o conhecimento pr¶vio do aluno, sugerem que se observe e explore os conteßdos de acordo com a realidade de cada aluno e ainda valorizem a sua cultura.

Al¶m dos dois referenciais, PCNˇs e BNCC, o livro did®tico adotado pela escola serve tamb¶m como base para os professores. Em nossas an®lises dos livros did®ticos pudemos veriEcar que, no geral, os livros cumprem seu papel, a menos de alguns detalhes que citamos nessas an®lises no Capºtulo 3.

Sabendo que uma an®lise deve ser uniforme, consideramos os seguintes elementos como suporte teÆrico para fazermos nossa an®lise do ensino da Probabilidade em livros did®ticos de Matem®tica::

1. Aspectos visuais.
2. Conceituação.
3. Exploração do Princípio Fundamental da Contagem.
4. Atividades propostas.
5. Interdisciplinariedade.
6. Orientações didáticas ao professor.
7. Manipulações de fórmulas.

Com relação à análise que fizemos de alguns livros do Ensino Fundamental I, concluímos que os autores abordaram a probabilidade em suas obras em consonância com os PCN's e a BNCC. Já com a análise dos livros do Ensino Fundamental II, alguns fatos chamaram nossa atenção e os pontuamos a seguir:

Em nossa opinião, o tópico referente ao ensino da Probabilidade, analisado no livro do 9º ano da coleção Matemática - Ideias e desafios, poderia ter sido abordado com termos menos técnicos. O emprego de formalismo na exposição da teoria e a utilização dos termos técnicos, podem resultar em uma abordagem que pode se tornar não recomendável para alunos de séries iniciais. Esta coleção foi a única a abordar o tema Probabilidade no volume do 9º ano, as demais coleções abordaram o tema no volume do 8º ano, conforme sugere a BNCC. Porém ao abordar o tema no 9º ano, os autores foram coerentes com os PCN's;

O tópico referente ao ensino da Probabilidade analisado no livro do 8º ano da coleção Radix - Raiz do Conhecimento, começa com um exemplo bem original e criativo que, apesar de cumprir seu papel, poderia ser melhor e mais detalhadamente explorado pelo autor, resultando em uma abordagem mais completa. Um ponto que sentimos falta no livro e que consta nos PCN's e na BNCC, foi: Indicar a probabilidade de um evento por meio de uma razão, verificando que a soma das probabilidades de todos os resultados individuais é igual a 1;

Concluímos, referente ao ensino da Probabilidade, analisado no livro do 8º ano da coleção Vontade de Saber Matemática, que essa coleção traz o tópico Probabilidade de forma bastante satisfatória e esta coleção é justamente a adotada pela escola. Nesta coleção podem ser encontradas muitas informações sobre Probabilidade em níveis adequados para os alunos. Além disso, o conteúdo e os exercícios propostos conseguem atingir os objetivos dos PCN's e da BNCC.

Outra conclus² o importante ¶ o fato que nenhum livro ser®o ideal, perfeito para todos os alunos. O Brasil ¶ um pa°s culturalmente rico, com uma diversidade enorme, assim ¶ imposs°vel o autor escrever um ßnico livro, que esteja de acordo com a realidade de todos os alunos, respeitando e valorizando cada cultura.

Al¶m disso, quando o aluno vem para a escola, ele j® traz consigo conhecimentos adquiridos sobre diversos assuntos, que precisam ser aperfei´oados ou at¶ modiEcados por meio de uma interven´² o escolar. Esses conhecimentos jamais dever² o ser descartados pelo professor em sala de aula, eles devem ser valorizados e usados paralelamente ao livro did®-tico.

Para valorizar esse conhecimento e tornar as aulas de matem®tica mais agrad®veis para os alunos ¶ necess®rio um planejamento adequado das atividades a serem desenvolvidas e orientadas pelo professor, de modo que o aluno construa seus conceitos com base sÆlida e seja capaz de tomar suas prÆprias decisÞes, tendo consci¸ ncia da responsabilidade ao tomar cada decis² o.

Conclu°mos que uma forma do professor organizar as atividades ¶ construindo uma sequ¸ ncia did®tica, que ¶ o planejamento detalhado de todas as a´Þes e interven´Þes que devem ocorrer na sala de aula. § claro que, para fazer esse planejamento, o professor dever® saber o n°vel de aperndizagem de seus alunos, caso necess®rio poder® ser feito um diagnÆs-tico preliminar da turma.

Ao elaborar sua sequ¸ ncia did®tica o professor sempre deve: partir do simples para o complexo, para que o aluno construa gradativamente seu conhecimento; cada etapa deve conter objetivos bem claros a serem atingidos; identiEcar os conhecimentos com os quais deseja trabalhar para que outros temas n² o interEram sobre o que foi planejado; o planeja-mento deve prever poss°veis problemas e preparar interven´Þes adequadas para solucionar os mesmos; sempre que for poss°vel, testar se a sequ¸ ncia did®tica proposta ¶ vi®vel, caso tenha necessidade, a mesma pode ser modiEcada; al¶m disso toda sequ¸ ncia did®tica poder® ser reavaliada.

Tendo em mente o que ¶ uma sequ¸ ncia did®tica, para que serve e como constru°-la, apresentamos uma proposta did®tica composta por quatro atividades que foram aplicadas aos alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental. Ao Enalizar a aplica´² o das atividades, concluimos que os alunos foram capazes de:

Diferenciar possibilidades e probabilidades;

Observar que determinados eventos t¸ m maior ou menor probabilidade (chance) de ocorrer;

Determinar a probabilidade de um evento;

Usar a probabilidade para tomar decisÞes corretamente;

Compreender que a probabilidade de um evento est®associada a um nßmero entre 0 at¶ 1;

IdentiEcar o espa´o amostral;

Compreender a Lei dos Grandes Nßmeros.

Conclu°mos ainda, com a atividade prosposta, que ambas as turmas assimilaram o conteßdo, mantendo a m¶dia da escola e superando a m¶dia obtida na mat¶ria de matem®tica no 1° bimestre, conforme consta nos documentos da escola. Al¶m disso, os objetivos de cada atividade foram atingindos e despertaram no aluno o prazer pela mat¶ria de matem®tica.

Refer¸ncias Bibliogr®Ecas

[1] BRASIL, Base Nacional Curricular Comum (BNCC), Minist¶rio da Educa´² o, Brasºlia disponºvel em http://basenacionalcomum.mec.gov.br. Acessado em 04/03/2016

[2] BRASIL, Par°metros Curriculares Nacionais para o primeiro e segundo ciclo do ensino fundamental, Minist¶rio da Educa´² o, Brasºlia, 1997.

[3] BRASIL, Par°metros Curriculares Nacionais para o terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental, Minist¶rio da Educa´² o, Brasºlia, 1998.

[4] CHEVALLARD,Y. La transposiciÆn did®ctica: del saber sabio al saber ense¿ado Buenos Aires, Aique, 1991.

[5] Guia nacional do Plano Nacional do Livro Did®tico - 2014

[6] Guia nacional do Plano Nacional do Livro Did®tico 2017

[7] LIMA, E. L.,Exames de Textos: An®lise de livros de Matem®tica para Ensino M¶dio, SBM, 2001

[8] MORI, I. A aventura do saber - 5º ano, 1ª ed., S² o Paulo: Ed. Leya

[9] MORI, I., ONAGA, D. S.; Matem®tica - Ideias e desaEos- 9º ano, 17ª ed., volume 3, S² o Paulo, SARAIVA, 2013.

[10] MORI, I., ONAGA, D. S.; Matem®tica - Ideias e desaEos- 8º ano, 18ª ed., volume 3, S² o Paulo, SARAIVA, 2016.

[11] MORI, I., ONAGA, D. S.; Matem®tica - Ideias e desaEos- 9º ano, 18ª ed., volume 4, S² o Paulo, SARAIVA, 2016.

[12] PANNUTI, M.R.V, Caminhos da pr®tica pedagÆgica. TVE Brasil. Rio de Janeiro. Disponivel de <http;//tvebrasil.com.br/SAUTO/boletins2004/ei/text1.htm> acessado em 15/04/2016.

[13] PEREIRA, A. A, FERREIRA, I., LIRA, R. I. Aprender com alegria - Integrado - 3º ano, 1ª ed., S² o Paulo: Ed. Leya.

[14] Projeto Buriti matem®tica /Organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; vol. 3, 3ª ed., S² o Paulo: Moderna, 2013

[15] RIBEIRO, J., Cole´² o Projeto Radix Raiz do conhecimento. 3ª Ed. S² o Paulo: Scipione, 2013.

[16] Revista Nova Escola. Dispon°vel em: http://revistaescola.abril.com.br/fundamental-2/palavra-especialista-demerval-santos-cerqueira-conexao-atividades-didaticas-matematica-752650.shtml?page=1. Acessado em 04/04/2016.

[17] SOUSA, J., PATARO, P. M.; Cole´² o Vontade de Saber Matem®tica - 6º ano, 2ª ed., S² o Paulo, FTD, 2012.

[18] SOUSA, J., PATARO, P. M.; Cole´² o Vontade de Saber Matem®tica - 7º ano, 2ª ed., volume 2, S² o Paulo, FTD, 2012.

[19] SOUSA, J., PATARO, P. M.; Cole´² o Vontade de Saber Matem®tica - 8º ano, 2ª ed., volume 3, S² o Paulo, FTD, 2012.

[20] SOUSA, J., PATARO, P. M.; Cole´² o Vontade de Saber Matem®tica - 7º ano, 3ª ed., volume 2, S² o Paulo, FTD, 2015.

[21] SOUSA, J., PATARO, P. M.; Cole´² o Vontade de Saber Matem®tica - 8º ano, 3ª ed., volume 3, S² o Paulo, FTD, 2015.