

UNIVERSIDADE FEDERAL DA CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Rede de Defeitos em Estrelas de Sólitons em Temperatura Finita

Waldson Marcelo dos Santos Silva

CAMPINA GRANDE

- dezembro/2010 -

UNIVERSIDADE FEDERAL DA CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Rede de Defeitos em Estrelas de Sólitons em Temperatura Finita

Waldson Marcelo dos Santos Silva

Dissertação realizada sob a orientação do Prof. Dr. Francisco de Assis Brito, apresentada à Unidade Acadêmica de Física em complementação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

CAMPINA GRANDE

- dezembro/2010 -

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

S586r Silva, Waldson Marcelo dos Santos.
Rede de defeitos em estrelas de sólitons em temperatura finita /
Waldson Marcelo dos Santos Silva. — Campina Grande, 2011.
50 f. : il. col.

Dissertação (Mestrado em Física)- Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia.
Referências.

Orientador: Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito.

1. Partículas Elementares. 2. Simetria $Z_2 \times Z_3$. 3. Rede de Paredes de Domínios em Estrelas de Sólitons. 4. Temperatura Finita. I. Título.

CDU – 539.12-12(043)

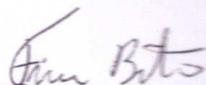
UFCG - BIBLIOTECA - CAMPUS I	
24-05-11	3031-11
doacas	

WALDSON MARCELO DOS SANTOS SILVA

REDE DE DEFEITOS EM ESTRELAS DE SÓLITONS EM TEMPERATURA FINITA

Dissertação aprovada em 22/12/2010

BANCA EXAMINADORA



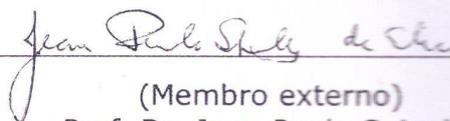
(Presidente)

Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito
Unidade Acadêmica de Física - UFCG



(Membro interno)

Prof. Dr. Fábio Leal de Melo Dahia
Unidade Acadêmica de Física - UFCG



(Membro externo)

Prof. Dr. Jean Paulo Spinelly
DF - UEPB

A Deus e à minha família.

Agradecimentos

Ao Prof. Francisco de Assis de Brito pela orientação estimulante, disponibilidade, paciência e atenção, tendo um papel fundamental no desenvolvimento deste trabalho, permitindo realizar um sonho.

Ao Prof. Rômulo Rodrigues, pelo incentivo que recebi em diversos momentos e pela sua contribuição na minha formação.

Aos professores da Unidade Acadêmica de Física da Universidade Federal de Campina Grande que contribuíram para a minha formação.

Aos meus familiares por toda uma vida de apoio, confiança e incentivo. Em especial, a minha mãe, que é a razão de tudo isso e a motivação de continuar buscando novos horizontes. Sem o apoio dela não chegarei a lugar algum e não serei ninguém. Te amo demais!

Aos funcionários e colegas de pós-graduação, Emanuel Cunha, Fernando Gama, Priscila Valdênia, Renato Pereira, Jardel Lucena, José de Arimateia, Kelder Calvacante, Marcio Siqueira, José Jacinto, Wellington Serafim, Aubery Vital e tantos outros, pela grata convivência durante minha permanência nesta Unidade.

À CAPES pelo suporte financeiro.

A todos que direta ou indiretamente possibilitaram a conclusão deste trabalho.

Resumo

Neste trabalho tratamos de soluções de paredes de domínios em modelos de campos escalares reais acoplados que envolve a simetria $Z_2 \times Z_3$ em um modelo não supersimétrico. Exploramos a idéia de uma rede de paredes de domínios aparecer na superfície de uma estrela de sóliton. Considerando isto para um ajuste fino satisfatório entre os parâmetros do modelo, podemos encontrar modo zero fermiônico na rede de paredes de domínios. Neste cenário a estrela de sóliton torna-se instável e decai em partículas livres antes do aparecimento de uma massa limite. Porém se os férmions não se ligarem à rede de paredes de domínios, a rede torna-se neutra, impondo um valor limite na carga da estrela de sóliton, aumentando ligeiramente a sua massa crítica. Usamos os efeitos de temperatura finita para controlar esses dois cenários.

Abstract

In this work we study domain wall solutions in models of coupled real scalar fields involving $Z_2 \times Z_3$ symmetry in a non supersymmetric model. We explore the idea of a network of domain walls appearing in a surface of a soliton star. Using a fine-tuning among the parameters of the model, we find a fermionic zero mode in the network of domain walls. In this scenario the soliton star becomes unstable and decays into free particles before the appearance of a mass limit. But if the fermions do not bind to the network of domain walls, the network becomes neutral, imposing a limit on the charge of the soliton star slightly increasing its critical mass. We use effects of finite temperature to control these scenarios.

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Quebra Espontânea de Simetria e Mecanismo de Higgs	3
2.1	Formalismo Lagrangeano em Teoria de Campos	3
2.2	Quebra Espontânea de Simetria	5
2.2.1	Campo Escalar Real	6
2.2.2	Campo Escalar Complexo	8
2.3	Mecanismo de Higgs	10
3	Defeitos Topológicos	12
3.1	A Teoria do Big Bang	12
3.2	A Era Inflacionária	13
3.3	Paredes de Domínios	15
3.4	Cordas Cóslicas	16
3.5	Monopolos	18
3.6	Paredes de Domínios com Estruturas Internas	19
4	Rede de Defeitos em Estrelas de Sólitons em Temperatura Finita	22
4.1	O Modelo	23
4.2	Rede Neutra em Estrelas de Sólitons Fermiônica	26
4.3	Modo Zero Fermiônico na Rede	29
4.4	Redes Carregadas em Estrelas de Sólitons Neutras	30
4.5	Redes de Paredes de Domínios em Temperatura Finita	31

Capítulo 1

Introdução

Defeitos topológicos surgem em teoria de campos como soluções clássicas das equações de movimento. Estes defeitos são classificados de acordo com a simetria do vácuo. Em modelos com simetria discreta Z_2 surgem o que chamamos de paredes de domínios. Quando a simetria presente é de gauge abeliana $U(1)$ obtemos as cordas cósmicas de Nielsen-Olesen [1, 2] e no caso da simetria de gauge não-abeliana $SU(2)$ aparecem os monopólos magnéticos de 't Hooft-Polyakov [3, 4]. Essas soluções são excitações não lineares da teoria, são estáveis, possuem energia localizada e são conhecidas como sólitons [5]. Os sólitons foram tratados em teorias de campos pela primeira vez por Skyrme [6] na investigação de um modelo sigma não-linear. Esses objetos topológicos têm encontrado aplicações na física moderna, principalmente na física da matéria condensada [7] e na cosmologia [8].

Neste trabalho vamos tratar de soluções tipo defeitos topológicos em modelos de teorias de campos escalares, com simetrias $Z_2 \times Z_2$ e $Z_2 \times Z_3$. Usaremos três campos escalares reais quando tratarmos da simetria $Z_2 \times Z_3$ em um modelo não-supersimétrico, com a qual trataremos da possibilidade de uma rede de defeito poder viver dentro de uma parede de domínios. O que ocorre é que a simetria Z_3 é espontaneamente quebrada dentro de uma parede de domínios o que favorece a formação de junções triplas e conseqüentemente de uma rede hexagonal dentro de uma parede planar. Outros tipos de formação de redes ocorrem quando a parede é curva. Especialmente no caso da simetria $Z_2 \times Z_3$, teremos um cenário interessante, explorando a idéia de uma rede de

paredes de domínios aparecer na superfície de uma estrela de sóliton. Usando este modelo é possível levá-lo para o contexto cosmológico. Observamos a possibilidade desses defeitos capturarem todos os férmions do interior da estrela tornando-a instável ou não, levando a diferentes cenários cosmológicos.

Temos que a estrela de sóliton apresenta uma dependência com a temperatura ao introduzirmos no nosso modelo $Z_2 \times Z_3$, efeitos de temperatura finita. Encontramos uma temperatura crítica, em que podemos observar como se realiza a formação dos defeitos (rede de paredes de domínios) em temperatura finita. Podemos investigar como a partir de uma dada temperatura a estrutura de uma estrela de sóliton pode ser afetada pelo ladrilhamento de outro objeto na sua superfície.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. No Capítulo 2, introduzimos o formalismo lagrangeano da teoria quântica de campos, o fenômeno da quebra espontânea de simetria, teorema de Goldstone e mecanismo Higgs. No Capítulo 3, exploramos alguns conceitos fundamentais sobre cosmologia, o Universo, a sua estrutura e evolução. Faremos uma breve descrição sobre defeitos topológicos no Universo primordial, mostrando que os mesmos surgem a partir de modelos teóricos que apresentam quebra espontânea de simetria e por fim mostrando a construção de paredes de domínios com e sem estruturas internas. No capítulo 4, exploramos as propriedades de um modelo no qual uma rede de paredes de domínios aparece na superfície de uma estrela de sóliton e introduzimos os efeitos de temperatura finita, investigando as temperaturas críticas de formação de cada defeito. Por fim, no Capítulo 5, apresentamos os nossos comentários finais. A convenção utilizada neste trabalho é $\hbar = c = k_B = 1$.

Capítulo 2

Quebra Espontânea de Simetria e Mecanismo de Higgs

Este capítulo introduz o formalismo lagrangeano da teoria quântica de campos, o fenômeno da quebra espontânea de simetria presente em sistemas físicos, introduzido na física de partículas com o intuito de descrever teorias de gauge massivas. Como veremos neste capítulo, o termo de massa para o campo de gauge não precisa ser introduzido de forma direta pois ele aparecerá espontaneamente com a quebra de simetria do sistema.

2.1 Formalismo Lagrangeano em Teoria de Campos

Em teoria de campos introduzimos a densidade lagrangeana \mathcal{L} que é uma função dos campos φ_i e de suas derivadas $\partial_\mu\varphi_i$, de onde obtemos a equação de Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi_i} - \partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)}\right) = 0. \quad (2.1.1)$$

De acordo com o spin das partícula a lagrangeana se modifica. Vamos agora analisar três casos usando o contexto de teoria quântica de campos.

1) Lagrangeana para um campo escalar de spin 0.

A lagrangeana para um campo escalar ϕ é dada por:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2, \quad (2.1.2)$$

Aplicando a equação acima na equação (2.1.1), obtemos a equação de movimento para o campo escalar ϕ , dada por:

$$\partial_\mu\partial^\mu\phi + m^2\phi = 0. \quad (2.1.3)$$

A equação acima é conhecida como equação de Klein-Gordon, que descreve partícula de spin 0 e massa m .

2) Lagrangeana para um campo spinorial de spin $\frac{1}{2}$ consideremos a seguinte lagrangeana para o campo ψ

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi, \quad (2.1.4)$$

onde tratamos o campo ψ e seu adjunto $\bar{\psi}$ ($\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger\gamma_0$). Aplicando a equação de Euler-Lagrange a $\bar{\psi}$, obtemos:

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\psi = 0. \quad (2.1.5)$$

A equação acima é a equação de Dirac que descreve uma partícula livre de spin $\frac{1}{2}$ e massa m . Agora se aplicarmos a equação de Euler-Lagrange a ψ obtemos a equação de Dirac para o campo adjunto:

$$i\partial_\mu\bar{\psi}\gamma^\mu + m\bar{\psi} = 0. \quad (2.1.6)$$

3) Lagrangeana para um campo vetorial de spin 1 com massa m .

Consideremos um campo vetorial A_μ , descrito pela lagrangeana

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m^2A^\nu A_\nu, \quad (2.1.7)$$

onde $F^{\mu\nu} = (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)$ é o tensor intensidade do campo de gauge, tal que podemos escrever(2.1.7), como:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) + \frac{1}{2}m^2A^\nu A_\nu. \quad (2.1.8)$$

Aplicando a equação de Euler-Lagrange (2.1.1) e o gauge de Lorentz $\partial_\mu A^\mu = 0$, temos

$$\partial_\mu(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) + m^2 A^\nu = 0 \quad \implies \quad \partial_\mu F^{\mu\nu} + m^2 A^\nu = 0. \quad (2.1.9)$$

Esta é a equação de Proca que descreve uma partícula de spin 1 e massa m . Nos três casos apresentados acima existem apenas campos livres, ou seja, as partículas que eles representam não sofrem interações nem se encontram na presença de qualquer fonte.

2.2 Quebra Espontânea de Simetria

A idéia da quebra espontânea de simetria teve início por volta de 1960, quando Nambu [10, 11] e Goldstone [12, 13] perceberam a importância deste fenômeno em física da matéria condensada. Em 1964, Higgs [14, 15] mostrou que a consequência da quebra espontânea de simetria em teorias de gauge era muito diferente de teorias que não apresentavam simetria de gauge. Weinberg [16] e Salam [17], a partir do trabalho de Glashow, utilizaram a idéia de Higgs em uma teoria de gauge $SU(2) \times U(1)$, onde descreveram satisfatoriamente a unificação das interações fracas e eletromagnéticas. Este sistema consolidou-se quando 't Hooft [18] provou que esta teoria era renormalizável. Como veremos neste capítulo, o termo de massa para o campo de gauge não precisa ser introduzido de forma direta, pois ele aparecerá espontaneamente com a quebra de simetria do sistema, conforme apontado por Higgs.

O fenômeno da quebra espontânea de simetria acontece quando o sistema dinâmico possui simetria, porém o seu estado fundamental não é invariante sob esta simetria. Quando este fenômeno ocorre em teoria que apresenta simetria contínua veremos bosons de Goldstone.

Porém quando a teoria apresenta simetria de gauge local, os bosons de Goldstone podem ser eliminados da teoria através de uma redefinição do campo de gauge. O que ocorre, portanto, é a eliminação do boson de Goldstone com o aparecimento de massa para o campo de gauge. Para isso vamos estudar dois casos, o primeiro trata de uma teoria de um campo escalar real e o segundo de um campo complexo.

2.2.1 Campo Escalar Real

Aqui investigamos a quebra espontânea de simetria no caso de uma teoria de um campo simples. Considere uma teoria de campos descrita pela densidade lagrangeana de um campo escalar real ϕ .

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi). \quad (2.2.10)$$

O primeiro termo representa a parte cinética e $V(\phi)$ é o potencial que especifica o sistema que desejamos investigar. Nesse caso podemos escrever a densidade de energia como:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\partial_0\phi)^2 + \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 + V(\phi). \quad (2.2.11)$$

Vamos escolher o potencial $V(\phi)$ como,

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\lambda^2(\phi^2 - a^2)^2, \quad (2.2.12)$$

onde λ é a constante de acoplamento e o valor da constante a é definida por:

$$a^2 = -\frac{\mu^2}{4\lambda^2}. \quad (2.2.13)$$

A equação de movimento para esta teoria é dada por

$$\partial_\mu\partial^\mu\phi - 2\lambda^2(\phi^2 - a^2)\phi = 0. \quad (2.2.14)$$

Note que se substituirmos as equações (2.2.12) e (2.2.13) em (2.2.10) a densidade lagrangeana é escrita da seguinte forma:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}\lambda^2\phi^4 + \frac{\mu^2}{4}\phi^2 + \frac{1}{32}\frac{\mu^4}{4}a^4. \quad (2.2.15)$$

Onde μ e λ são constantes reais. O terceiro termo é um termo de massa, o segundo termo é termo de interação e o último é um termo constante. Nesta seção vamos estudar a quebra espontânea de simetria, em que a lagrangeana é simétrica sob a ação

de um grupo, mas o estado fundamental, o de menor energia, não o é. O que pressupõe os estados de menor energia correspondem a valores de ϕ que minimizam o potencial escalar (2.2.12):

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = 2\lambda^2\phi(\phi^2 - a^2) = 0 \quad (2.2.16)$$

Então há duas situações possíveis:

i) Se $\mu^2 > 0$, o mínimo ocorre para $\phi = 0$, sendo a situação descrita pela, Figura (2.1), e não há quebra de simetria.

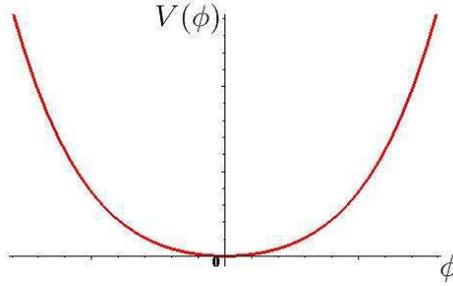


Figura 2.1: Mínimo do potencial para $\mu^2 > 0$.

ii) Se $\mu^2 < 0$, observamos que o potencial (2.2.12) apresenta dois mínimos, $\phi = \pm a$, e um máximo local para $\phi = 0$, sendo esta situação descrita pela Figura (2.2). Portanto há quebra de simetria.

Notamos ainda que a simetria original $\phi \rightarrow -\phi$, foi espontaneamente quebrada quando escolhemos o vácuo do sistema. Vamos agora estudar a física desse sistema escolhendo o vácuo $\phi = a$. Fazendo um deslocamento no campo tal que $\phi' = \phi - a$, podemos escrever o potencial $V(\phi)$ dado pela expressão (2.2.12) como:

$$V(\phi') = \frac{1}{2}\lambda^2[(\phi' + a)^2 - a^2]^2 \quad (2.2.17)$$

$$= \frac{1}{2}\lambda^2\phi'^4 + 2\lambda^2a\phi'^3 + 2\lambda^2a^2\phi'^2. \quad (2.2.18)$$

Da expressão acima para $V(\phi')$, podemos ver que o novo campo escalar ϕ' apresenta

uma massa positiva $m^2 = 2\lambda^2 a^2$. Assim concluímos que quando $\mu^2 < 0$, a massa do bóson escalar deve ser calculada no novo vácuo $\phi = a$ (ou $\phi = -a$).

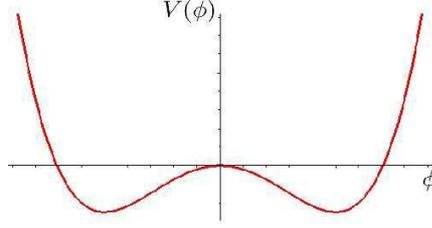


Figura 2.2: Mínimo do potencial para $\mu^2 < 0$.

2.2.2 Campo Escalar Complexo

A densidade lagrangeana para esta teoria é definida por:

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \bar{\varphi} \partial^\mu \varphi - V(|\varphi|), \quad (2.2.19)$$

onde $V(|\varphi|)$ é uma função polinomial em $|\varphi|^2 = (\bar{\varphi}\varphi)$ como está ilustrado na Figura (2.3), este potencial é conhecido como “chapéu Mexicano”. Para o grupo de simetria U(1) exibe um círculo de mínimos degenerados de raio ($|\varphi_0| = a$). Temos que o potencial $V(|\varphi|)$ é da forma:

$$V(|\varphi|) = \frac{1}{2} \lambda^2 (|\varphi|^2 - a^2)^2, \quad (2.2.20)$$

onde λ é uma constante real e a é dado por $a^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda^2}$, assim podemos escrever \mathcal{L} como:

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \bar{\varphi} \partial^\mu \varphi - \frac{1}{2} \lambda^2 (|\varphi|^2 - a^2)^2. \quad (2.2.21)$$

Note que esta teoria é invariante frente a uma transformação global U(1), $\varphi \rightarrow \varphi' = e^{i\Lambda} \varphi$, onde Λ é uma constante arbitrária. O estado fundamental é obtido minimizando o potencial (2.2.20):

$$\frac{\partial V}{\partial \varphi} = \lambda^2 (\bar{\varphi}_0 \varphi_0 - a^2) \bar{\varphi}_0 = 0, \quad (2.2.22)$$

$$= \lambda^2(\overline{\varphi_0}\varphi_0)\overline{\varphi_0} + \frac{\mu^2}{2}\overline{\varphi_0} = 0. \quad (2.2.23)$$

Então quando $\mu^2 > 0$, o mínimo do potencial ocorre para $\overline{\varphi_0} = \varphi_0 = 0$, não havendo, portanto, quebra espontânea de simetria. Para $\mu^2 < 0$ existe um máximo local para $\varphi = 0$ e um conjunto de mínimos em $|\varphi_0| = a$. Assim, o estado de mais baixa energia (vácuo) é infinitamente degenerado. Vamos analisar a física deste sistema nas

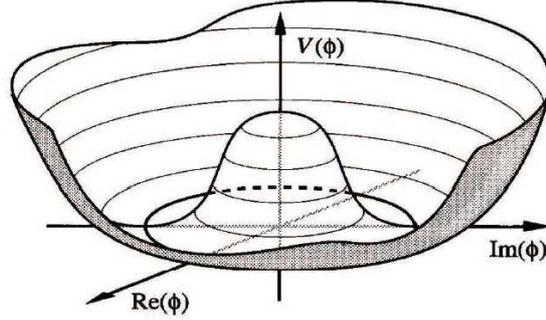


Figura 2.3: Gráfico que representa o potencial (2.2.20)

vizinhas do estado fundamental. Como no procedimento anterior para um campo escalar real escrevemos um novo campo φ como:

$$\varphi = a + \varphi' \rightarrow \varphi = a + \frac{\phi + i\chi}{\sqrt{2}}. \quad (2.2.24)$$

Então, substituindo a equação (2.2.24) na expressão (2.2.21) temos:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\chi)^2 - 2\lambda^2 a^2 \phi^2 - \sqrt{2}\lambda^2 a\phi(\phi^2 + \chi^2) - \frac{\lambda^2}{4}(\phi^2 + \chi^2)^2. \quad (2.2.25)$$

Da expressão acima podemos ver que o campo ϕ adquire uma massa dada por $m_\phi^2 = 2\lambda^2 a^2$ e o campo χ não tem massa, e assim representa o bóson de Goldstone. Por outro lado, a densidade de lagrangeana (2.2.25) não é mais invariante frente à transformação global U(1). Assim concluímos que, quando uma simetria contínua for quebrada espontaneamente, aparecem bósons escalares sem massa na teoria. Isto é sempre válido, de acordo com o teorema de Goldstone[19, 20].

2.3 Mecanismo de Higgs

O mecanismo de Higgs é um processo que gera espontaneamente massa para os campos de gauge. Mostraremos a seguir, um exemplo onde este fenômeno acontece para o caso abeliano. Considere a seguinte densidade lagrangeana de um campo escalar complexo $\bar{\varphi}$, acoplado minimalmente a um campo de gauge abeliano A_μ , definida por:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + D_\mu\bar{\varphi}D^\mu\varphi - \mu^2\bar{\varphi}\varphi - \lambda(\bar{\varphi}\varphi)^2. \quad (2.3.26)$$

Onde $D_\mu = (\partial_\mu + ieA_\mu)$ é a derivada covariante e $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ é o tensor intensidade do campo de gauge. Note que a densidade lagrangeana acima é invariante frente às transformações de gauge

$$\varphi \rightarrow \varphi' = e^{i\Lambda(x)}\varphi, \quad (2.3.27)$$

$$\bar{\varphi} \rightarrow \bar{\varphi}' = e^{-i\Lambda(x)}\bar{\varphi}, \quad (2.3.28)$$

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\Lambda(x). \quad (2.3.29)$$

Consideremos o caso em que esta teoria apresenta quebra espontânea de simetria de gauge, isto é, $\lambda > 0$ e $\mu^2 < 0$. Conforme já mostramos, esta teoria apresenta um círculo de estados fundamentais infinitamente degenerado. Procedendo de maneira análoga ao que foi feito, estudaremos o comportamento desta teoria na vizinhança de um estado específico de vácuo dado por:

$$\varphi_0 = a = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda^2}}, \quad (2.3.30)$$

tal que

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\sqrt{2}a + \phi + i\chi] \quad (2.3.31)$$

$$= a + \frac{\phi + i\chi}{\sqrt{2}}. \quad (2.3.32)$$

Substituindo a equação (2.3.32) na equação (2.3.26), obtemos:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{e^2a^2}{2}A_\mu A^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\chi)^2 - 4\lambda^2\phi^2 - eaA_\mu\partial^\mu\chi + \dots \quad (2.3.33)$$

O segundo termo da equação é proporcional a A_μ^2 , então ele indica que o campo vetorial A_μ que descreve a propagação do campo de gauge é massivo. O campo escalar ϕ também é massivo, porém o campo χ aparece sem massa. O campo χ pode ser eliminado da teoria, redefinindo o campo de gauge conforme mostremos a seguir. Veja que

$$\frac{e^2 a^2}{2} A_\mu A^\mu + \frac{1}{2} (\partial_\mu \chi)^2 - ea A_\mu \partial^\mu \chi = \frac{e^2 a^2}{2} \left[A_\mu - \frac{1}{ea} \partial_\mu \chi \right]^2, \quad (2.3.34)$$

Assim, definindo um novo campo

$$B_\mu = A_\mu - \frac{1}{ea} \partial_\mu \chi, \quad (2.3.35)$$

reescrevemos (2.3.34) como:

$$\frac{e^2 a^2}{2} A_\mu A^\mu + \frac{1}{2} (\partial_\mu \chi)^2 - ea A_\mu \partial^\mu \chi = \frac{e^2 a^2}{2} B_\mu B^\mu. \quad (2.3.36)$$

Por outro lado, o tensor de intensidade do campo de gauge pode ser escrito como:

$$M_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (2.3.37)$$

Substituindo (2.3.36) e (2.3.37) em (2.3.33) resulta

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} M_{\mu\nu} M^{\mu\nu} + \frac{e^2 a^2}{2} B_\mu B^\mu + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - 4\lambda^2 \phi^2 + \dots \quad (2.3.38)$$

Note que o campo de Goldstone χ foi eliminado da teoria.

Alguns resultados são importantes ressaltar aqui. Um deles está relacionado com o número de graus de liberdade que ele apresenta. Note que, iniciamos com um campo complexo $\bar{\varphi}$, com dois graus de liberdade, e um campo vetorial A_μ também com dois graus de liberdades (os dois modos independentes de polarização), totalizando quatro graus de liberdade. O resultado final é uma teoria com um grau de liberdade do campo escalar real ϕ e três graus de liberdade do campo vetorial massivo B_μ . O número de graus de liberdade é, então, preservado. Assim, concluímos que o fenômeno da quebra espontânea de simetria de gauge resulta no desaparecimento do bóson de Goldstone sem massa, em favor do aparecimento de um campo de gauge massivo.

Capítulo 3

Defeitos Topológicos

Neste capítulo, vamos introduzir os conceitos fundamentais acerca da cosmologia que definem o estudo quantitativo do Universo como um todo. Faremos um breve histórico sobre a teoria do Big Bang, para introduzirmos os conceitos de defeitos topológicos no Universo primordial. Por fim, apresentamos a construção de defeitos topológicos tipo parede de domínios com estruturas internas.

3.1 A Teoria do Big Bang

Em 1924, Edwin Powell Hubble (1889-1953) anunciou que em seus estudos as Galáxias pareciam estar se afastando da Terra. Ele também constatou que as Galáxias aumentavam a sua velocidade de afastamento em relação a Terra, quando mais afastadas se encontravam. Para ele o Universo parecia estar inchando como um balão sugerindo que se o Universo está se expandindo, então, ele já foi menor. Retrocedendo no tempo, o Universo deve ter tido um tamanho mínimo a partir do qual se expandiu. E para esta expansão ter começado, deve ter existido alguma força de intensidade inimaginável que o provocaria. Este início foi denominado Big Bang pelo físico Inglês Sir Fred Hoyle (1915-2001) no programa de radio BBC “The nature of things” [21]. Apesar da sua origem, a expressão “Big Bang” (grande explosão) perdeu sua forma pejorativa e tornou-se o nome científico ao acontecimento inicial pela qual acredita-se amplamente que o Universo tenha sofrido.

Olhando para trás no tempo em certo momento houve uma expansão silenciosa que se estima ter ocorrido entre 12 e 15 bilhões de anos no Universo, Figura (3.1).



Figura 3.1: Esquema de como se espera que tenha ocorrido o Big Bang e a evolução do Universo até os dias atuais.

Seguindo esta teoria, tudo o que existe no Universo surgiu de uma singularidade, que por definição não tem dimensão, com densidades e temperaturas extremamente elevadas, num estado de rápida expansão o qual preservou a homogeneidade na distribuição de massa e energia, dando origem a toda a matéria e energia que conhecemos hoje. Sendo formado principalmente por fótons e outras partículas elementares, que se criavam e aniquilavam todo instante. À medida que crescia perdia calor, neste contexto quando o Universo completou 500.000 anos, a sua temperatura era cerca de 10.000°C , veja Tabela (3.2). Com o transcorrer do tempo, as partículas também começaram a se diferenciar umas das outras. Tais partículas elementares foram se juntando e formaram os átomos de núcleos mais leves, como o Hidrogênio e o Hélio, e pouco a pouco os mais pesados. De acordo com a Figura (3.2), o Universo iniciou a era inflacionária a partir de 10^{-32} s após o Big Bang.

3.2 A Era Inflacionária

Conforme mencionado anteriormente na Tabela (3.2), o Universo passou pela Era inflacionária entre 10^{-38} s e 10^{-32} s, veja Figura (3.3). Ele aproximadamente dobrava de tamanho a cada 10^{-34} s. Estas bruscas mudanças causaram diversas quebra

Tempo (s)	Raio (m)	Temperatura (K)	Energia/partícula	Densidade de radiação	Evento
10^{-43}	10^{-35}	10^{32}	$10^{19} GeV$	$10^{123} GeV/m^3$	Escala de Planck
10^{-38}	10^{-29}	10^{29}	$10^{16} GeV$	$10^{111} GeV/m^3$	Grande Unificação e Inflação
10^{-12}	10^{-3}	10^{16}	$1 TeV$	$10^{59} GeV/m^3$	Unificação Eletrofraca
10^{-6}	10^3	10^{13}	$1 GeV$	$10^{47} GeV/m^3$	Formação dos Hádrons
1	10^8	10^{10}	$2 MeV$	$10^{37} GeV/m^3$	"Congelamento" dos Neutrinos e aniquilação dos e^+
10^2	10^{11}	10^9	$100 KeV$	$10^{31} GeV/m^3$	Formação dos núcleos leves
10^{13}	10^{22}	3×10^3	$0.3 eV$	$10^9 GeV/m^3$	Formação de átomos, estrelas e galáxias
5×10^{17}	10^{26}	2.7	$2 \times 10^{-4} eV$	$4 \times 10^{-4} GeV/m^3$	Atualmente

Figura 3.2: Indicando a evolução do Universo a partir do Big Bang.

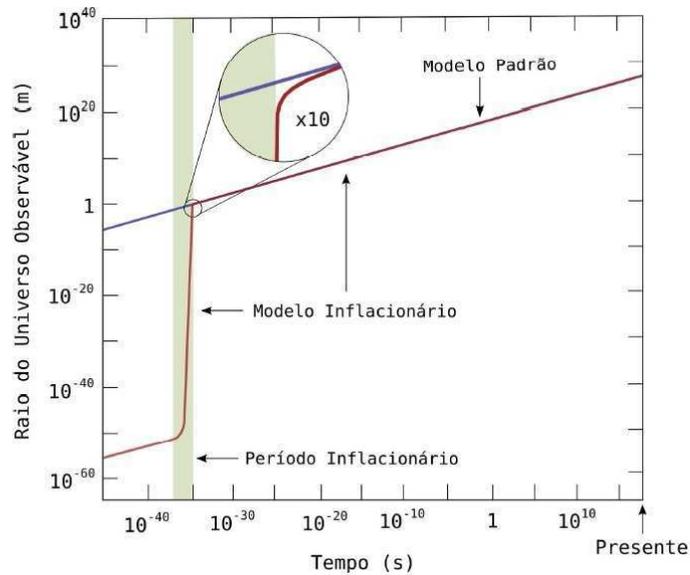


Figura 3.3: Representação do Universo na era inflacionaria[22].

espontâneas de simetria. Por esse motivo, o Universo precisava encontrar configurações que minimizassem sua energia. Por haver diversas possibilidades, formaram-se os defeitos topológicos, dos quais podemos citar três grandes grupos [23]:

1. Paredes de domínios;
2. Cordas cósmicas;
3. Defeito do tipo ponto também conhecido como monopolos;

Durante a transição de fase com quebra espontânea de simetria os defeitos topológicos são formados de acordo com o padrão simétrico quebrado.

3.3 Paredes de Domínios

Este defeito é caracterizado pela presença de uma região fechada, limitada ou não na forma de paredes. Em teoria de campos, para obtermos uma parede de domínios utilizamos uma densidade lagrangeana envolvendo um campo escalar dada por:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi - V(\phi), \quad \text{com } V(\phi) = \frac{\lambda}{4} (\phi^2 - \eta^2)^2. \quad (3.3.1)$$

onde η é uma constante com dimensão de energia e λ uma constante adimensional [24]. O potencial escalar é escolhido adequadamente para termos uma parede de domínios, tendo a forma apresentada na Figura (3.4). Assim como mencionamos anteriormente, $V(\phi)$ tem dois estados degenerados de vácuo dado nos pontos $\phi = \pm\eta$.

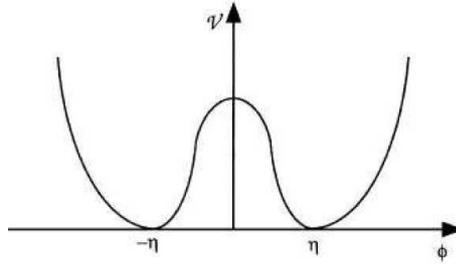


Figura 3.4: Representação do potencial.

Este modelo contempla uma transição de fase na temperatura crítica $T_c \sim \eta$. Para temperaturas acima da T_c , o sistema apresenta grandes flutuações em ϕ , entretanto a média destas flutuações é nula. Quando a temperatura está abaixo de T_c , o campo deve obrigatoriamente “escolher aleatoriamente” entre um dos mínimos, fazendo com que o valor médio das flutuações deixe de ser nulo. Deste modo podemos dizer que em T_c , o sistema sofre uma transição de fase com quebra espontânea de simetria.

Para $T > T_c$ há simetria de reflexão ($\phi \rightarrow -\phi$), e para $T < T_c$ esta simetria é espontaneamente quebrada. Como o sistema consiste de dois domínios, é razoável esperarmos que estejam separados de algum modo. Tal “fronteira caracteriza” uma

parede de domínios. No nosso exemplo, ϕ é uma função da variável espacial z , tal que a densidade lagrangeana nos conduz à seguinte equação de movimento:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0. \quad (3.3.2)$$

Substituindo o potencial $V(\phi)$ dado em (3.3.1) obtemos

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \lambda \phi (\phi^2 - \eta^2) = 0. \quad (3.3.3)$$

Uma solução que satisfaz esta equação diferencial é dada por:

$$\phi(z) = \eta \tanh(az) \quad (3.3.4)$$

onde $a = \sqrt{\frac{\lambda \eta^2}{2}}$. O gráfico desta solução é esquematizado na Figura (3.5). Observe que em $\phi(z \rightarrow -\infty) = -\eta$ e $\phi(z \rightarrow \infty) = \eta$. Esta solução é conhecida como parede de domínios, porque ela separa os dois estados de menor energia (os domínios) do campo ϕ , onde a espessura da parede é caracterizada pela grandeza $\Delta \simeq \frac{1}{a}$. Em outras palavras esta configuração de campo conecta os estados fundamentais $\phi = \pm \eta$ ($\phi = \eta$ em $z \rightarrow +\infty$ e $\phi = -\eta$ em $z \rightarrow -\infty$). Essa solução também costuma ser chamada de kink.

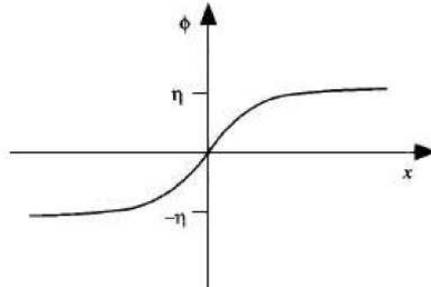


Figura 3.5: Solução tipo parede de domínios.

3.4 Cordas Cóslicas

Este tipo de defeito é caracterizado pela presença de uma região fina, como tubos fechados ou não, e comprimento limitado ou infinito, Figura (3.6).

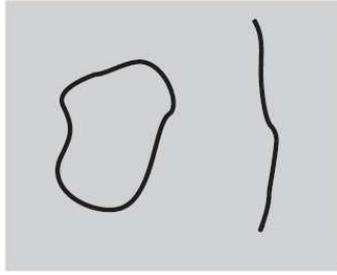


Figura 3.6: Representação de um defeito tipo corda cósmica.

Em teoria de campos consideramos um modelo de um campo escalar complexo, cuja densidade lagrangeana é dada por [25, 26].

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi^* - V(\phi), \quad \text{com } V(\phi) = \frac{\lambda}{2} (\phi \phi^* - \eta^2)^2. \quad (3.4.5)$$

Neste caso, o conjunto dos mínimos do potencial $V(\phi)$, Figura 3.7, como já foi discutido anteriormente, forma um círculo no plano complexo. Esta lagrangeana é invariante frente à transformação,

$$\phi = \eta e^{i\alpha}. \quad (3.4.6)$$

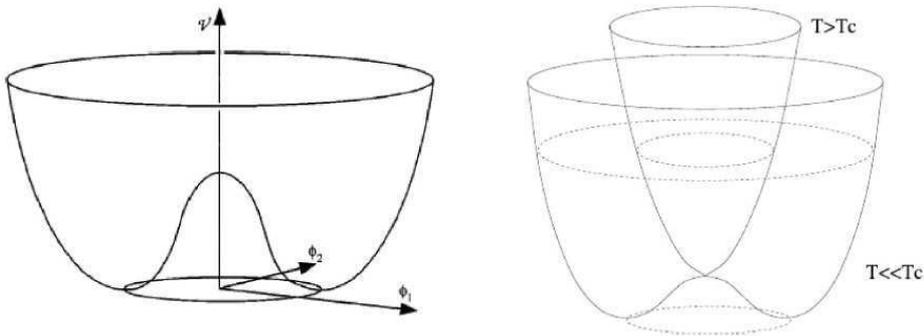


Figura 3.7: Representação do potencial complexo.

Neste contexto, o círculo é parametrizado com um ângulo α e apresenta invariância mediante transformações de fases globais ($\phi \rightarrow \phi e^{i\beta}$). Analogamente ao caso anterior, este campo também apresenta uma temperatura crítica $T_c \sim \eta$, na qual, ocorre uma transição de fase com quebra espontânea de simetria. Neste campo, a simetria é quebrada para a simetria circular $U(1)$ abaixo de T_c .

Assim como as paredes de domínio, as cordas cósmicas são topologicamente estáveis. Elas não podem desaparecer a menos que haja um antidefeito tipo corda, com exceção ao caso em que a corda cósmica forma uma região fechada. Esta região poderá reduzir seu raio interno até desaparecer por completo.

3.5 Monopolos

Este tipo de defeito é caracterizado pela presença de pequenos pontos com cargas magnéticas, Figura (3.8). Supõe-se que defeitos tipo monopolos tenham sido formado durante diversos tipos de transições de fases. Assim como os defeitos tipo paredes, os monopolos são extremamente densos. Para a escala de GUT (Grand Unified Theories), acredita-se que a massa de um monopolo tenha sido da ordem de 10^{16} GeV, gerando algo conhecido como “O problema dos monopolos”, já que os efeitos de tal densidade de massa deveriam ser observados atualmente. Desse modo, o problema dos monopolos foi a principal motivação para a teoria inflacionária, na qual a densidade dos monopolos poderia ter sido reduzida praticamente a zero [27].

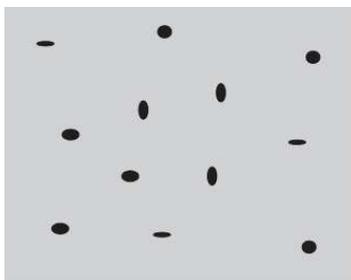


Figura 3.8: Representação de defeitos tipo monopolos.

Numa teoria de campos, se aumentarmos o número de componentes reais de ϕ para 3 e escolhermos o potencial como:

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4}(\phi^2 - \eta^2)^2, \quad \text{sendo} \quad \phi^2 = \sum_{k=1}^3 \phi_k^2. \quad (3.5.7)$$

obteremos uma densidade lagrangiana capaz de produzir defeitos pontuais por meio de quebra espontânea de simetria [26]. Neste caso, temos que os estados degenerados

de vácuo são os pontos de uma 2-esfera com equação $\sum_{k=1}^3 \phi_k^2 = \eta^2$. A simetria é do tipo $O(3)$. A extensão quadridimensional do potencial da equação (3.5.7), permite a existência de outros objetos conhecidos como “texturas globais”.

3.6 Paredes de Domínios com Estruturas Internas

Vamos agora estudar, a possibilidade de paredes de domínios aprisionarem outras paredes de domínios, (paredes com estrutura internas), [28, 29, 30, 31, 32, 33, 34]. Vamos ilustrar este efeito usando teorias com simetria $Z_2 \times Z_2$. Aqui a quebra espontânea da simetria Z_2 produz uma parede de domínios e a quebra espontânea da outra simetria Z_2 dentro dessa parede gera outra parede com uma dimensão inferior. Consideramos um modelo supersimétrico com dois campos escalares reais acoplados que possuem uma simetria discreta $Z_2 \times Z_2$, ou seja, $(\phi \rightarrow -\phi, \chi \rightarrow -\chi)$, dada por:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi - V(\phi, \chi). \quad (3.6.8)$$

Esses modelos, em geral, apresentam soluções de energia mínima, provenientes de equações diferenciais não lineares de primeira ordem que são chamadas soluções ou estados BPS (Bogomol’nyi-Prasad-Sommerfield) [35, 36]. Para isto, determinamos o superpotencial $W(\phi, \chi)$, cujo potencial escalar é descrito por uma forma quadrática deste superpotencial, ou seja

$$V(\phi, \chi) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial \phi} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial \chi} \right)^2. \quad (3.6.9)$$

O superpotencial se encontra no setor bosônico de uma teoria supersimétrica. Para termos simetrias $Z_2 \times Z_2$ devemos considerar o superpotencial da seguinte forma:

$$W(\phi, \chi) = \lambda \left(\frac{\phi^3}{3} - a^2 \phi \right) + \mu^2 \phi \chi^2. \quad (3.6.10)$$

O superpotencial foi escolhido adequadamente para termos paredes dentro de paredes.

Utilizando este superpotencial, temos que o potencial escalar é dado por:

$$V(\phi, \chi) = \frac{1}{2} \lambda^2 (\phi^2 - a^2)^2 + (2\mu^2 + \lambda\mu) \phi^2 \chi^2 - \lambda\mu a^2 \chi^2 + \frac{1}{2} \mu^2 \chi^4. \quad (3.6.11)$$

Utilizando o fato de nosso modelo ser supersimétrico, podemos investigar este problema usando o formalismo de primeira ordem, dado por:

$$\frac{dW}{d\phi} = \frac{d\phi}{dr} = \lambda(\phi^2 - a^2) + \mu\chi^2, \quad (3.6.12)$$

$$\frac{dW}{d\chi} = \frac{d\chi}{dr} = 2\mu\phi\chi. \quad (3.6.13)$$

Como o potencial é descrito em termos de quadrados da derivada do superpotencial, as configurações de campo que satisfazem $W_{\phi_i} \equiv \frac{\partial W}{\partial \phi_i} = 0$, para $i = 1, 2$ onde $\phi_1 = \phi$ e $\phi_2 = \chi$, são exatamente os mínimos globais do potencial escalar $V(\phi, \chi)$. Portanto, as soluções das equações (3.6.12) e (3.6.13) são $(\phi = \pm a, \chi = 0)$ e $(\phi = 0, \chi = \pm a\sqrt{\frac{\lambda}{\mu}})$. Utilizando apenas o primeiro par de vácuo, podemos obter soluções tipo sóliton conectando os mesmos dados por:

i) Tipo I:

$$\phi = -a \tanh(a\lambda r), \quad \chi = 0. \quad (3.6.14)$$

ii) Tipo II:

$$\phi = -a \tanh(2\mu ar), \quad \chi = \pm \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\mu} - 2\right)} \operatorname{sech}(2\mu ar). \quad (3.6.15)$$

O primeiro par de soluções representa uma parede de domínios sem estrutura como no caso da seção anterior. Enquanto que o segundo par representa uma parede de domínios com estrutura interna, quando o campo ϕ se aproxima de zero o campo χ desenvolve o seu valor máximo, como pode ser visto na Figura (3.9). Essas paredes também são conhecidas como paredes de Bloch.

Note que no regime de $\phi(t, x, y, r \rightarrow 0) \rightarrow 0$ e $\chi(t, x, y, r \rightarrow 0) \rightarrow \chi(t, x, y)$, ou seja, dentro da parede de Bloch em $r \sim 0$, o potencial escalar (3.6.11) aproxima-se de um potencial efetivo. Assim, podemos concluir que a dinâmica dentro da parede de domínios representada pelo campo ϕ é determinada pela densidade lagrangeana efetiva, dada por:

$$\mathcal{L}_{eff} = \frac{1}{2} \partial_\sigma \chi \partial^\sigma \chi - V_{eff}(\chi). \quad (3.6.16)$$

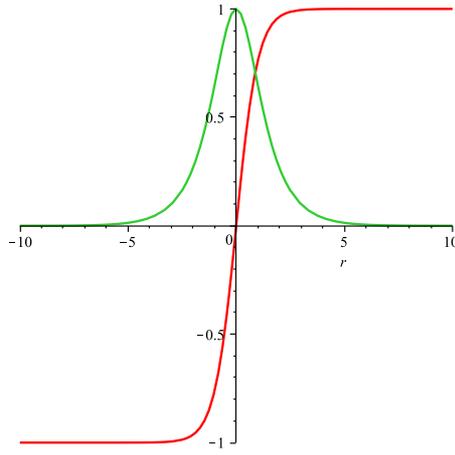


Figura 3.9: O campo χ (em verde) está localizado dentro da parede de domínios gerada pelo campo ϕ (em vermelho).

onde $\sigma = 0, 1, 2$ tal que $x^\sigma = (t, x, y)$ e o potencial efetivo é dado por:

$$V_{eff}(\chi) = \frac{1}{2}\mu^2 \left(\chi^2 - \frac{\lambda}{\mu} a^2 \right)^2. \quad (3.6.17)$$

Note que o campo χ também admite valores de vácuos $\chi = \pm \sqrt{\frac{\lambda}{\mu}} a$ dentro da parede gerada pelo campo ϕ . Temos, portanto, que esta lagrangeana efetiva descreve outras paredes de domínios. Podemos representar uma parede de domínios particular pelas soluções estáticas tipo kink/antikink, da forma:

$$\chi(x^i) = \pm a \sqrt{\frac{\lambda}{\mu}} \tanh \left(a \mu \sqrt{\frac{\lambda}{\mu}} x_i \right). \quad (3.6.18)$$

Como a parede externa se localiza ao longo do plano (x, y) , a parede interna deve estar localizada ao longo de alguma reta $x^i = ax + by$.

Em resumo, para uma teoria em $(3+1)$ dimensões as paredes de domínios descritas pelo campo ϕ são bidimensionais e as paredes de domínios produzidas pelo campo χ são unidimensionais.

Capítulo 4

Rede de Defeitos em Estrelas de Sólitons em Temperatura Finita

Vamos explorar a idéia de uma rede de paredes de domínios aparecer na superfície de uma estrela de sólíton. Em modelos de estrelas de sólitons é possível obter objetos com massa muito grande sem que aconteça o colapso gravitacional. Este assunto foi explorado pela primeira vez em [37, 38, 39]. Onde estas estrelas são sólitons não topológicos, os quais se tornam estáveis na presença de uma carga não-topológica (carga de Noether), seja de natureza bosônica ou fermiônica. Aqui investigamos como a estabilidade de uma estrela de sólíton pode ser afetada pelo alojamento de uma rede de defeitos na sua superfície, através da presença do modo zero normalizável na rede. A idéia é similar ao caso de defeito dentro de defeito. Para investigarmos o alojamento de uma rede de paredes de domínios em uma estrela de sólíton, consideramos uma parede esférica bi-dimensional [40, 41, 42], aprisionando segmentos de paredes, formando uma rede. Examinamos a idéia começando com um modelo apropriado descrito por três campos escalares reais de acordo com a referencia [43]. Por fim, para tornar o cenário mais realístico, introduzimos os efeitos de temperatura finita analisando como este novo elemento muda a dinâmica das paredes no contexto cosmológico.

4.1 O Modelo

A simetria tem tido um papel fundamental na compreensão da física de partículas. No caso do Modelo Padrão, as partículas elementares que interagem via forças nucleares forte e fraca são descritas pelos grupos $SU(2) \times SU(3)$. Temos, portanto, uma motivação para considerar um modelo que possui a simetria $Z_2 \times Z_3$, que é um subgrupo discreto (centro do grupo) de $SU(2) \times SU(3)$. Por esta razão introduzimos o modelo [43]:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi - V(\sigma, \phi, \chi) + i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi + m \bar{\psi} \psi - f \sigma \bar{\psi} \psi + \lambda (\phi + \chi) \bar{\psi} \psi. \quad (4.1.1)$$

O modelo contém três campos escalares reais acoplados via o potencial $V(\sigma, \phi, \chi)$. O campo spinorial está acoplado com os campos escalares via acoplamento de Yukawa $f \sigma \bar{\psi} \psi$ e $\lambda (\phi + \chi) \bar{\psi} \psi$ [44]. Onde o potencial foi escolhido para fornecer o padrão esférico da estrela de sóliton com uma rede de paredes de domínios na sua superfície, dado por:

$$V(\sigma, \phi, \chi) = \frac{1}{2} \mu^2 \sigma^2 (\sigma - \sigma_0)^2 + \lambda^2 (\phi^2 + \chi^2)^2 - \lambda^2 \phi (\phi^2 - 3\chi^2) + \left[\lambda \mu (\sigma - \frac{1}{2} \sigma_0)^2 - \frac{9}{4} \lambda^2 \right] (\phi^2 + \chi^2). \quad (4.1.2)$$

Vamos considerar que a simetria Z_2 é ligeiramente quebrada, sob a troca do campo escalar $\sigma \rightarrow \sigma - \frac{1}{2} \sigma_0$, produz uma parede de domínios externa levando-a a encruvar-se em direção ao falso vácuo estabilizando-se na forma esférica, cujo efeito é a formação da estrela de sólitons, onde o verdadeiro vácuo fica em toda região externa da estrela, e o falso vácuo na região interna. Os outros dois campos (ϕ, χ) com a simetria Z_3 , darão lugar a uma rede de paredes de domínios devido à quebra da simetria Z_3 , dentro da parede curva [45, 46]. Então $\sigma = 0$ e $\sigma = \sigma_0$, são os verdadeiro e falso vácuos correspondendo ao padrão da estrela de sóliton. O ponto chave é que devemos ver que na superfície da estrela de sóliton, $\sigma \simeq \frac{1}{2} \sigma_0$. Os campos (ϕ, χ) , presentes no potencial (4.1.2) desenvolvem vácuos com três fases distintas, contribuindo para formar junções

de paredes de domínios e então uma rede. Usando as equações de movimento, veremos que no falso ($\sigma = \sigma_0$) e verdadeiro ($\sigma = 0$) vácuos, os campos (ϕ, χ) são diferentes de zero. Fazendo os campos escalares $\phi, \chi = 0$ e o campo fermiônico $\psi = 0$, a teoria (4.1.1) - (4.1.2) será escrita da forma:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} \mu^2 \sigma^2 (\sigma - \sigma_0)^2. \quad (4.1.3)$$

Temos que o potencial escalar $V(\sigma)$, permite que o campo σ forme uma solução solitônica, que descreverá a estrela de sóliton, Figura 4.1.

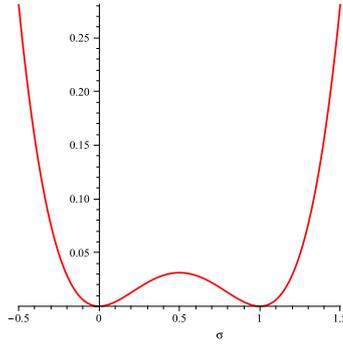


Figura 4.1: O potencial $V(\sigma)$ representando uma estrela de sóliton de falso vácuo $\sigma = \sigma_0 = 1$.

A equação de movimento para configuração estática de campo $\sigma = \sigma(r)$, onde a solução pode ser encontrada usando a seguinte equação diferencial de primeira ordem, é dada por:

$$\frac{d\sigma}{dr} = \mu \sigma (\sigma - \sigma_0) = W_\sigma, \quad (4.1.4)$$

onde $W = \mu \left(\frac{\sigma^3}{3} - \frac{\sigma^2 \sigma_0}{2} \right)$, é o superpotencial cujo potencial é escrito em termo do quadrado da derivada do seperpotencial, como $V(\sigma, 0, 0) = \frac{1}{2} W_\sigma^2$, onde $W_\sigma = \frac{\partial W}{\partial \sigma}$ [47].

A equação (4.1.4), pode ser integrada dando como solução:

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{2} \left[1 - \tanh \frac{\mu \sigma_0 (R - R_0)}{2} \right]. \quad (4.1.5)$$

Esta solução na superfície ($R \simeq R_0$) da estrela, o campo σ assume o valor $\frac{1}{2} \sigma_0$, que representa aproximadamente uma parede esférica com uma tensão superficial dada

por[48]:

$$t_h \simeq |W(\sigma_0) - W(0)| = \frac{1}{6}\mu\sigma_0^3. \quad (4.1.6)$$

No regime $\sigma \simeq \frac{1}{2}\sigma_0$, os campos escalares (ϕ, χ) com a simetria Z_3 , é um exemplo típico no qual os três vácuos estão defasados de 120° , que reproduzem o efeito de junções triplas de paredes, permitindo a formação de uma rede [49], veja Figura (4.2).



Figura 4.2: Representação de uma rede de paredes de domínios, dentro de uma parede curva, formando junções.

No limite de parede fina, ou seja quando a largura da parede é desprezível comparada com as dimensões dela, cada segmento da rede pode ser representado por uma parede de domínios (kink) da forma:

$$\phi(z) = -\frac{3}{4}, \quad (4.1.7)$$

$$\chi(z) = \frac{3}{4}\sqrt{3}\tanh\sqrt{\frac{27}{8}}\lambda(z - z_0). \quad (4.1.8)$$

Como o modelo possui uma simetria Z_3 , isto quer dizer que podemos escrever as soluções das junções como sendo rotações de 0° , 120° e 240° no plano (ϕ, χ) das soluções (4.1.7) e (4.1.8), são dadas em geral pela transformação $\phi'_a = \Lambda(\alpha_i)_{ab}\phi_b$:

para $\alpha_{23} = 0^\circ$

$$\phi_{2,3}(z) = -\frac{3}{4}, \quad (4.1.9)$$

$$\chi_{2,3}(z) = \pm\frac{3}{4}\sqrt{3}\tanh\left(\sqrt{\frac{27}{8}}\lambda(z - z_0)\right). \quad (4.1.10)$$

para $\alpha_{12} = 120^\circ$

$$\phi_{1,2}(z) = \frac{3}{8} \pm \frac{9}{8} \tanh \left(\sqrt{\frac{27}{8}} \lambda(z - z_0) \right), \quad (4.1.11)$$

$$\chi_{1,2}(z) = \frac{3}{8} \sqrt{3} \mp \frac{3}{8} \sqrt{3} \tanh \left(\sqrt{\frac{27}{8}} \lambda(z - z_0) \right). \quad (4.1.12)$$

para $\alpha_{13} = 240^\circ$

$$\phi_{1,3}(z) = \frac{3}{8} \mp \frac{9}{8} \tanh \left(\sqrt{\frac{27}{8}} \lambda(z - z_0) \right), \quad (4.1.13)$$

$$\chi_{1,3}(z) = \frac{3}{8} \sqrt{3} \mp \frac{3}{8} \sqrt{3} \tanh \left(\sqrt{\frac{27}{8}} \lambda(z - z_0) \right). \quad (4.1.14)$$

Como os segmentos foram obtidos fazendo uma rotação de 120° e 240° no plano (ϕ, χ) , a junção tripla agora pode ladrilhar a esfera com 12 pentágonos e 20 hexágonos, uma esfera ladrilhada dessa forma, gera uma estrutura esférica que lembra o fulereno, o buckyball composto por 60 átomos de carbono.

4.2 Rede Neutra em Estrelas de Sólitons Fermiônica

A parede esférica descrita pelo campo σ , são estruturas não topológicas as quais se tornam estáveis na presença de uma corrente de Noether conservada, seja de origem bosônica ou fermiônica. Aqui vamos discutir a possibilidade de termos estrelas de sólitons carregadas com férmions. Neste caso a massa do campo fermiônico vai efetivamente para zero, no falso vácuo, é este vácuo quem vai capturar os férmions deixando a rede neutra se admitirmos a condição:

$$m - f\sigma_0 = 0. \quad (4.2.15)$$

Isto vem dos termos de massa e de interação entre os campos escalares e fermiônicos, por meio de uma interação tipo Yukawa na densidade lagrangiana original (4.1.1). A estrela de sólitoon uma vez formada sofre a ação da componente normal da tensão

superficial, que faz a estrela expandir, como também a pressão do falso vácuo que faz a estrela colapsar em direção ao falso vácuo. Neste sentido a pressão do gás de Fermi deve cancelar a tensão superficial e a pressão do falso vácuo, tornando-a estável [38, 39, 50, 51]. Vamos considerar agora o efeito dos outros dois campos ϕ e χ . Independentemente do tipo de rede presente na superfície da estrela de sóliton a energia total será dada por $E = E_k + E_s + E_n$, onde vamos admitir que a priori os férmions estão no interior de uma esfera de falso vácuo de raio R , em (3+1)-dimensões, a qual representa a estrela de sóliton. Temos que a energia cinética dos férmions confinados na estrela é dada por:

$$E_k = \frac{Q}{R}, \quad \text{com } Q = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \right)^{\frac{5}{2}} \pi^{\frac{1}{3}} N^{\frac{4}{3}}, \quad (4.2.16)$$

onde N é o número de férmions e Q é uma carga de Noether. Tal que a energia na superfície da estrela de sóliton será definida por:

$$E_s = \alpha R^2, \quad \text{onde } \alpha = 4\pi t_h, \quad (4.2.17)$$

onde t_h é a tensão na superfície da estrela de sóliton. Por fim a energia da rede será:

$$E_n = \beta R, \quad \text{sendo } \beta = n\xi t_n, \quad (4.2.18)$$

onde n é um número, ξR o comprimento e $t_n = \left(\frac{27}{8}\right)\sqrt{\frac{3}{2\lambda}}$ é a tensão de cada segmento da rede e ξ é uma constante real. A energia total será, portanto, dada por:

$$E = \alpha R^2 + \frac{Q}{R} + \beta R. \quad (4.2.19)$$

O processo de colapso da estrela, portanto, está sujeito a minimização da sua energia total (4.2.19) usando $\frac{\partial E}{\partial R} = 0$, o qual permite obter o raio crítico:

$$R_0 = \frac{1}{6\alpha} \left[A^{\frac{1}{3}} + \frac{\beta^2}{A^{\frac{1}{3}}} - \beta \right], \quad (4.2.20)$$

onde

$$A = 54Q\alpha^2 - \beta^3 + 6\sqrt{3}\sqrt{Q(27Q\alpha^2 - \beta^3)}\alpha. \quad (4.2.21)$$

Notamos que neste cenário a carga Q deve ter um valor mínimo, para que um raio crítico exista. De fato,

$$Q \geq \left(\frac{\beta}{3}\right)^3 \frac{1}{\alpha^2}, \quad (4.2.22)$$

o qual não desaparece para $\beta \neq 0$. É importante ressaltar que no caso de estrela de sóliton padrão, temos $\beta = 0$. No limite de N grande a energia total da configuração será dada por:

$$E \sim \alpha R_0^2 = \alpha \left(\frac{Q}{2\alpha}\right)^{\frac{2}{3}} \sim N^{\frac{8}{9}}. \quad (4.2.23)$$

Notamos que o expoente de N é menor que um. Isto significa que para um valor de N muito grande, a energia do sóliton é sempre menor que a energia das partículas livres, $E \sim N$ [38, 39]. Assim, a estabilidade da estrela de sóliton é assegurada, conforme mostra a Figura 4.3. Este é o mesmo limite obtido em [37, 38]. Então concluímos que no limite de N grande a contribuição energética da rede neutra é desprezível (sem localização de férmions na mesma).

Vamos agora considerar a contribuição da rede no aparecimento de uma massa limite M_c . Neste cenário podemos estimar tal limite simplesmente comparando a equação do raio (4.2.20), com o raio de Schwarzschild $R_s = 2GM$. Notamos que o mínimo da energia (4.2.19) para um raio crítico (4.2.20) é a massa do sóliton dada por $M_c = 3\alpha R_0^2 + 2\beta R_0$, onde de acordo com a equação de Einstein $E = mc^2$, a massa é o mesmo que energia. Reescrevendo a carga em termos de R_0 , como $Q = (2R_0\alpha + \beta)R_0^2$. Agora, considerando $R_0 \sim R_s$ obtemos:

$$M_c \sim \frac{1}{12\alpha} \left(\frac{1 + 4\beta G}{G^2} \right), \quad (4.2.24)$$

$$\sim (48\pi t_h G^2)^{-1} + \left[12\pi \left(\frac{t_h}{t_n} \right) G \right]^{-1} (n\xi). \quad (4.2.25)$$

Onde n e ξ são referentes ao tipo de rede que estamos considerando. O número n contribui para número de segmentos da rede na superfície da estrela de sóliton. Notamos que, para $n = 0$ (sem rede), M_c se reduz ao primeiro termo, o qual é o mesmo termo encontrado em [37]. Fazendo agora $n \neq 0$, o último termo é positivo

e concluimos que a rede aumenta o valor padrão de M_c , deixando a estrela de sóliton mais pesada. Para uma escala de energia típica na ordem de GeV, quer dizer $\sigma_0 = 30\text{GeV}$ e $\lambda = \mu = 1$, encontramos os valores para as tensões $t_h = (\frac{1}{6})(30\text{GeV})^3$ e $t_n = 6\sqrt{\frac{3}{2}}(\frac{3}{4})^2(\text{GeV})^2$. Usando o fato de que $\sqrt{G} = l_p \simeq 10^{-33}\text{cm}$ (o comprimento de planck) e $M_\odot \sim 10^{33}g$ (massa do Sol) encontramos:

$$M_c \sim (30\text{GeV})^{-3}l_p^{-4} + (30\text{GeV})^{-1}l_p^{-2}(n\xi). \quad (4.2.26)$$

$$\sim (10^{15} + 10^{-23})M_\odot. \quad (4.2.27)$$

Com este resultado concluimos que usando este modelo de rede de paredes de domínios na superfície da estrela, não aumenta significativamente a massa da estrela de sóliton.

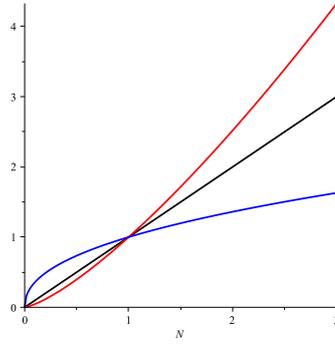


Figura 4.3: Regime de estabilidade da estrela de soliton (azul). Regime de partícula livre (preto) e regime de instabilidade da estrela de sóliton (vermelho).

4.3 Modo Zero Fermiônico na Rede

Discutiremos agora como se comporta o campo spinorial na rede, ou seja devemos achar a solução do modo zero fermiônico, exato e normalizável da equação de Dirac na presença de defeitos. Ajustaremos os parametros em nosso modelo, de tal forma que os férmions tentem migrar do falso vácuo para a rede. Isto é perfeitamente possível quando a massa efetiva dos férmions dentro da rede, que por sua vez está na superfície da estrela de sóliton vai para zero. Para isto, admitimos a condição dada por:

$$m - f\sigma_s - \lambda v_s = 0. \quad (4.3.28)$$

Note que isto vem dos termos de massa e de interação entre os campos escalares e fermiônicos, por meio de uma interação tipo Yukawa na lagrangeana original (4.1.1). Aqui $\sigma_s \simeq \frac{1}{2}\sigma_0$ é o valor do campo na superfície da estrela de sóliton e $v_s = \frac{3}{4}$ vem da soma dos valores de campo (ϕ, χ) dentro da rede. A massa efetiva dos férmions fica dada em termos das soluções (4.1.7) e (4.1.8), confinadas na superfície da estrela de sóliton, podendo ser escrita como:

$$M_F(z) = m - \frac{1}{2}f\sigma_0 - \left(\frac{3}{4}\right)\lambda \left[1 - \sqrt{3}\tanh\sqrt{\frac{27}{8}}\lambda(z - z_0)\right]. \quad (4.3.29)$$

Na equação acima vemos que $M_F(z_0)$ recupera o lado esquerdo da equação (4.3.28), permitindo concluir que a massa efetiva dos férmions preferem viver dentro da rede ($z \simeq z_0$), em vez do falso vácuo $\sigma = \sigma_0$. O modo zero dentro da rede é descrito por:

$$\psi(t, x, z) = e^{ix^\nu p_\nu} \exp\left(\pm \int_0^z M_F(x')dx'\right) \epsilon_\pm, \quad (4.3.30)$$

$$= e^{ix^\nu p_\nu} e^{\pm(m-f\sigma_s-\lambda v_s)z} \left[\cosh\sqrt{\frac{27}{8}}\lambda(z - z_0)\right]^{\pm\frac{1}{\sqrt{2}}} \epsilon_\pm, \quad (4.3.31)$$

onde usamos $\gamma^\nu p_\nu \psi = 0$ e $\gamma^z \epsilon = \pm i \epsilon_\pm$ para resolver a equação de Dirac para o modo zero ($\nu = 0, 1$). Além disso, z é a coordenada transversal a cada parede de domínios na superfície da estrela de sóliton e ϵ_\pm é uma constante de 2-spinores. Da equação (4.3.28), vemos que o segundo fator exponencial em (4.3.31) não contribui para o modo zero. Finalmente descobrimos que o único modo zero normalizável é dado por:

$$\psi(t, x, z) = e^{ix^\nu p_\nu} \left[\cosh\sqrt{\frac{27}{8}}\lambda(z - z_0)\right]^{\pm\frac{1}{\sqrt{2}}} \epsilon_\pm. \quad (4.3.32)$$

considerando apenas o expoente com sinal negativo. Isso mostra que há modo zero fermiônico quiral dentro de cada segmento da rede de paredes de domínios.

4.4 Redes Carregadas em Estrelas de Sólitons Neutras

Agora vamos supor que todos os férmions sintam uma forte força atrativa de forma que eles são forçados a migrar do falso vácuo para a rede na superfície da

estrela de s3lton. Neste caso, devemos substituir o g3s de fermi tridimensional por um g3s de fermi aproximadamente unidimensional, o qual se expande ao longo da rede, conservando o n3mero de f3rmions N . Assim a investiga33o ser3 similar 3 da se33o (4.2), substituindo a equa33o (4.2.19) por:

$$E = \alpha R^2 + \frac{\gamma}{R} + \beta R. \quad (4.4.33)$$

Onde fizemos a troca $Q \rightarrow \gamma$, tal que γ representa a carga atuando ao longo da rede, cujo valor 3 dado por $\gamma = \frac{\pi N^2}{4\xi}$, ent3o a express3o para o g3s de Fermi unidimensional [54] 3 definido por:

$$E = \frac{\pi N^2}{4L}. \quad (4.4.34)$$

Sendo que $L = d = \xi R$ 3 o comprimento dos segmentos da rede. No limite de N grande podemos usar a equa33o (4.2.23) para obtermos:

$$E \sim \alpha R_0^2 = \alpha \left(\frac{\gamma}{2\alpha} \right)^{\frac{2}{3}} \sim N^{\frac{4}{3}}. \quad (4.4.35)$$

Notamos que o expoente de N agora 3 maior que um. Isto significa que, para um valor de N muito grande, a energia do s3lton 3 sempre maior que a energia das part3culas livres. Assim, a estabilidade da estrela de s3lton n3o 3 mais assegurada.

4.5 Redes de Paredes de Dom3nios em Temperatura Finita

Para tornar o cen3rio mais real3stico introduzimos os efeitos da temperatura, considerando as corre33es t3rmicas que modificam o cen3rio cl3ssico adotado at3 agora. Vamos introduzir temperatura finita no nosso estudo sobre rede de paredes de dom3nios em estrelas de s3ltons, seguindo resultados conhecidos na literatura [55, 56, 57]. Para isso, usamos o potencial 3 temperatura finita dado por [28]:

$$V_T(\sigma, \phi, \chi) = V(\sigma, \phi, \chi) + \frac{T^2}{24} (V_{\sigma\sigma} + V_{\phi\phi} + V_{\chi\chi}). \quad (4.5.36)$$

Como vimos a existência de uma rede de paredes de domínios vivendo em uma parede de domínios curva, está relacionada à quebra espontânea da simetria $Z_2 \times Z_3$ do modelo. Agora vamos usar correções térmicas para restaurar a simetria e observar como se realiza a formação dessas redes de defeitos em temperatura finita. Fazendo uso da equação (4.5.36) e utilizando o potencial dado na equação (4.1.2), encontramos o novo potencial em temperatura finita, dada por:

$$\begin{aligned}
V_T(\sigma, \phi, \chi) = & \frac{1}{2}\mu^2\sigma^2(\sigma - \sigma_0)^2 + \lambda^2(\phi^2 + \chi^2)^2 - \lambda^2\phi(\phi^2 + 3\chi^2) + \lambda\mu\left(\sigma - \frac{1}{2}\sigma_0\right)^2(\phi^2 + \chi^2) \\
& - \frac{9}{4}\lambda^2(\phi^2 + \chi^2) + \frac{T^2}{24}[6\mu^2\sigma^2 - 6\mu^2\sigma\sigma_0 + \mu^2\sigma_0^2 + 2\lambda\mu\phi^2 + 2\lambda\mu\chi^2 + 16\lambda^2\phi^2 \\
& + 16\lambda^2\chi^2 + 4\lambda\mu\sigma^2 - 4\lambda\mu\sigma\sigma_0 + \lambda\mu\sigma_0^2 - 9\lambda^2]. \tag{4.5.37}
\end{aligned}$$

Notamos que para restaurarmos a simetria $Z_2 \times Z_3$, quebrada espontaneamente, é necessário que as componentes de massa dos campos, definidas por:

$$m_{\phi_i\phi_i}^2(T) = \left. \frac{\partial^2 V_T}{\partial \phi_i^2} \right|_{\phi_i=0} \quad i = 1, 2, 3 \quad \text{onde} \quad \phi_1 = \sigma, \quad \phi_2 = \chi \quad \text{e} \quad \phi_3 = \phi. \tag{4.5.38}$$

tornem-se positivas a partir de alguma temperatura crítica T^c , na qual $m_{\sigma\sigma}^2(T_\sigma^c) = 0$, $m_{\chi\chi}^2(T_\chi^c) = 0$ e $m_{\phi\phi}^2(T_\phi^c) = 0$. Podemos escrever as componentes $m_{\sigma\sigma}^2(T_\sigma^c)$, $m_{\chi\chi}^2(T_\chi^c)$ e $m_{\phi\phi}^2(T_\phi^c)$ em termos do potencial $V_T(\sigma, \phi, \chi)$ usando (4.5.37) para obtermos:

$$m_{\sigma\sigma}^2(T) = \bar{V}_{\sigma\sigma} + \frac{T^2}{24}(\bar{V}_{\sigma\sigma\sigma\sigma} + \bar{V}_{\phi\phi\sigma\sigma} + \bar{V}_{\chi\chi\sigma\sigma}), \tag{4.5.39}$$

$$m_{\phi\phi}^2(T) = \bar{V}_{\phi\phi} + \frac{T^2}{24}(\bar{V}_{\sigma\sigma\phi\phi} + \bar{V}_{\phi\phi\phi\phi} + \bar{V}_{\chi\chi\phi\phi}), \tag{4.5.40}$$

$$m_{\chi\chi}^2(T) = \bar{V}_{\chi\chi} + \frac{T^2}{24}(\bar{V}_{\sigma\sigma\chi\chi} + \bar{V}_{\phi\phi\chi\chi} + \bar{V}_{\chi\chi\chi\chi}). \tag{4.5.41}$$

Onde a barra indica que as derivadas devem ser calculadas nos pontos $\sigma = \frac{\sigma_0}{2}$, $\phi = 0$, $\chi = 0$. Os valores de temperaturas críticas para os quais as componentes de massa (4.5.39), (4.5.40) e (4.5.41) dos campos se anulam, são dadas por:

$$(T_\sigma^c)^2 = \frac{3\mu\sigma_0^2}{3\mu + 2\lambda}, \tag{4.5.42}$$

$$(T_\chi^c)^2 = \frac{27\lambda}{\mu + 8\lambda}, \tag{4.5.43}$$

$$(T_\phi^c)^2 = \frac{27\lambda}{\mu + 8\lambda}. \tag{4.5.44}$$

Neste novo contexto de temperatura finita os defeitos podem aparecer simultaneamente ou não. Este é exatamente o ponto que discutiremos a seguir. No caso das componentes de massa serem funções monotonicamente crescentes de T , temos que $T > T^c$ dão valores de temperatura para os quais as simetrias são restauradas. Assumindo tal monotonicidade nas expressões (4.5.39), (4.5.40) e (4.5.41) a seguir discutiremos três tipos de comportamento regidos por temperaturas diferentes.

1^o) Consideramos o campo $\phi = 0$ e a $(T_\sigma^c) < (T_\chi^c)$ e usando (T_σ^c) como referência. Para isso substituímos ($\mu = 1$, $\lambda = 2$ e $\sigma_0 = 1$), na equação (4.5.42) com isso obtemos o valor $T_\sigma^c = \frac{3}{7}$, podemos então observar a formação dos defeitos, em torno deste valor de temperatura crítica, nos intervalos:

i) $(T_\sigma^c) < T < (T_\chi^c)$, isto indica que neste regime existe a possibilidade de termos apenas um defeito gerado pelo campo χ .

ii) $T < (T_\sigma^c) < (T_\chi^c)$, a simetria é quebrada em ambos os setores, permitindo o aparecimento de ambos os tipos de defeitos (estrela de sóliton e rede), Figura 4.4.

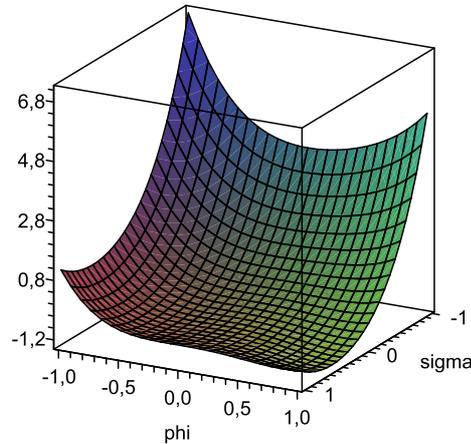


Figura 4.4: 1^o) Caso, situação ii) gráfico que representa o potencial $V_T(\sigma, \chi)$ para uma temperatura $T = T_\sigma^c - 2$.

iii) $(T_\sigma^c) < (T_\chi^c) < T$, na qual a simetria é completamente restaurada em ambos os setores, não permitindo, o aparecimento de qualquer defeito, Figura 4.5.

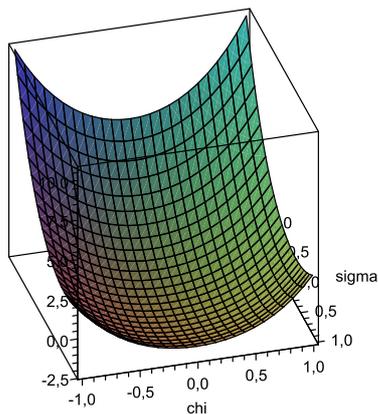


Figura 4.5: 1⁰) Caso, situação iii) gráfico que representa o potencial $V_T(\sigma, \chi)$ para uma temperatura $T = T_\sigma^c + 2$.

2⁰) Fazendo $\sigma = 0$ e a $(T_\chi^c) = (T_\phi^c)$ e usando como referência (T_χ^c) . Tal que substituímos ($\mu = 1$ e $\lambda = 2$) na equação (4.5.43) temos $T_\chi^c = \frac{54}{17}$, analisamos então a formação dos defeitos, em torno deste valor de temperatura crítica, nos intervalos:

i) $T < (T_\chi^c) = (T_\phi^c)$, quebrada em ambos os setores. Neste regime existe a possibilidade de termos defeitos formando a rede, Figura 4.6.

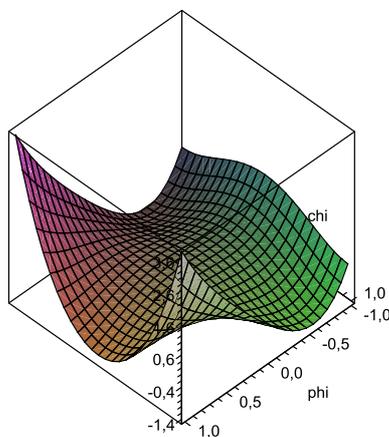


Figura 4.6: 2⁰) Caso, situação i) gráfico que representa o potencial $V_T(\phi, \chi)$ para uma temperatura $T = T_\chi^c - 2$.

ii) $(T_\chi^c) = (T_\phi^c) < T$, restaurada em ambos os setores. Neste regime existe a possibilidade de não termos nenhum defeito, Figura 4.7.

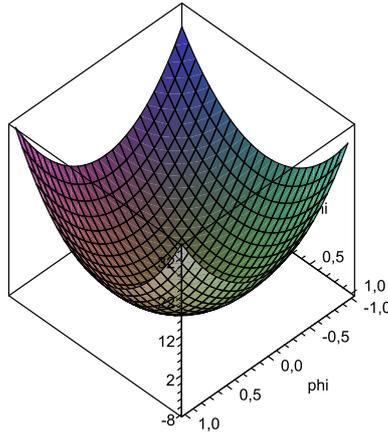


Figura 4.7: 2^o) Caso, situação ii) gráfico que representa o potencial $V_T(\phi, \chi)$ para uma temperatura $T = T_\chi^c + 2$.

3^o) E finalmente temos o caso idêntico ao primeiro, fazendo o campo $\chi = 0$ e $(T_\sigma^c) < (T_\phi^c)$, e usando (T_σ^c) como referência. Substituindo ($\mu = 1$ e $\lambda = 2$) na equação (4.5.44) temos como resultado $T_\sigma^c = \frac{3}{7}$, observamos a formação dos defeitos nos intervalos:

i) $(T_\sigma^c) < T < (T_\phi^c)$, isto indica que neste regime existe a possibilidade de termos apenas um defeito gerado pelo campo ϕ .

ii) $T < (T_\sigma^c) < (T_\phi^c)$, a simetria é quebrada em ambos os setores, permitindo o aparecimento de ambos os tipos de defeito.

iii) $(T_\sigma^c) < (T_\phi^c) < T$, na qual a simetria é completamente restaurada em ambos os setores, não permitindo o aparecimento de defeitos.

A situação *ii)* do primeiro e terceiro caso e a situação *i)* do segundo caso, são os mais ricos e interessantes por permitirem a co-existência de defeitos. Estes casos podem ser relacionados às contribuições para a cosmologia. A partir dos intervalos de temperaturas citadas acima, concluímos que a estrela de sóliton se forme a uma temperatura $T = T_\sigma^c$ crítica e rapidamente adquire fémions de alguma região do espaço exterior, e que também a rede de paredes surjam a uma temperatura $T = T_r^c = T_\phi^c = T_\chi^c$ críticas, como já foi provado é energeticamente favorável que os fémions migrem do falso

vácuo para a rede. Vamos supor que para $T_\sigma^c > T_r^c$, a estrela de sóliton pode começar seu processo de formação por colapso aproximando-se do raio de Schwarzschild, antes que apareça uma forte força devido ao modo zero fermiônico agindo na rede. Neste caso se a rede aparecer depois, todos os férmions vão se congelar com outros constituintes na estrela de sóliton devido a uma forte força gravitacional, como vimos na seção (4.2). Por outro lado, se $T_\sigma^c \sim T_r^c$, neste cenário a estrela de sóliton pode se formar juntamente com a rede em sua superfície. Mas, neste caso, os férmions serão todos capturados pela rede e portanto a estrela se torna instável e o decaimento em partículas livres se torna inevitável. Estes são dois cenários cosmológicos que poderão ser investigados com mais detalhes no futuro.

Capítulo 5

Comentários e Conclusões

Nesse trabalho utilizamos modelos de campos escalares reais e complexos, introduzidos no capítulo 2. Já no capítulo 3, realizamos um estudo sobre cosmologia procurando entender a evolução do Universo tais como formação de estruturas tipo defeitos topológicos e não-topológicos (estrelas de sólitons). É bem conhecido que diferentes tipos de objetos topológicos podem ter sido formados no Universo primitivo por um processo de transição de vácuo. Do ponto de vista formal de teoria de campos, estes defeitos topológicos surgem a partir de modelos teóricos que apresentam quebra espontânea de simetria. Nestes modelos a lagrangeana original é simétrica frente a um determinado grupo G , o qual é espontaneamente quebrado para outro menor H . Sendo o processo descrito por $G \Rightarrow H$. Esses defeitos podem ser classificados quanto às suas dimensões: defeitos pontuais tais como monopolos ($d=0$); defeitos lineares, tais como cordas cósmicas ($d=1$); e defeitos superficiais, tais como paredes de domínios ($d = 2$).

Finalmente usando modelo de campos escalares, num contexto não-supersimétrico, abordado no Capítulo 4, onde exploramos a idéia de uma rede de paredes de domínios, aparecer na superfície de uma estrela de sóliton, reproduzimos vários resultados que podem ter várias aplicações em teoria de campos, cosmologia ou mesmo na matéria condensada. Para tornar o cenário cosmológico mais realístico introduzimos os efeitos de temperatura finita, onde investigamos as temperaturas críticas para as quais cada um dos defeitos na teoria era formado. Para o futuro, temos a intenção de trabalhar

na linha de investigação que envolve a presença de redes de paredes de domínios condutoras e supercondutoras.

Bibliografia

- [1] R.Rajaraman, Solitons and Instantons North-Holland, Amsterdam, (1982).
- [2] A.Vilenkin and E.P.S. Shellard, Cosmic Strings and other Topological Defects, Cambridge University Press, Cambridge/UK, (1994).
- [3] G. t'Hooft, Nucl. Phys.**B 79**, 276 (1974).
- [4] A.M. Polyakov, JETP Lett.**20**, 194 (1974).
- [5] R. Jackiw, Rev. Mod. Phys. **49**, 681 (1977).
- [6] T.H.R. Skyrme, Proc. Roy. Soc. A **260**, 127 (1961).
- [7] A.H. Eschenfelder, Magnetic bubble technology Springer-Verlag, Berlin, (1981).
- [8] E.W. Kolb and M.S. Turner, The Early Universe Addison-Wesley, (1990).
- [9] H. Goldstein, Classical Mechanics, 2nd Edition-Wesley, (1980).
- [10] Y. Nambu, Phys.Rev.Lett.**4** 380 (1960) 380 .
- [11] Y. Nambu and G.Jona-Lasino, Phys.Rev.**19** (1961) 345.
- [12] J. Goldstone, Nuovo Cimento, **19** (1961) 154;
- [13] J. Goldstone, A. Salam and S. Weinberg, Phys.Rev.**127** (1962) 965.
- [14] P.W. Higgs, Phys.Lett.**12** (1964) 132;
- [15] P.W. Higgs, Phys.Rev. Lett. **13** (1964) 508; Phys.Rev. **145** (1966) 1156.

- [16] S. Weinberg, Phys.Rev. Lett. **19** (1967) 1264.
- [17] A. Salam in “Proceedings of the Eighth Nobel Symposium Edsvartholm.N.Svartholm,Almgvist and Wiksell,Stockholm, (1968).
- [18] G. ‘t Hooft, Nucl.Phys.**B35** (1971) 173.
- [19] J. Goldstone, Nuovo Cimento, **19** (1961) 154.
- [20] J. Goldstone, A. Salam and S. Weinberg,Phys.Rev.**127** (1962) 965.
- [21] <http://pt.wikipedia.org/wiki/BigBang>;
- [22] [http://byss.uoregon.edu/~js/images/inflation\(3\)](http://byss.uoregon.edu/~js/images/inflation(3)).
- [23] A.M. Srivastava, Pranama-J.Phys.,**53**,10691999.
- [24] T. Vachaspati, Lectures on Cosmic Topological Defects. Summer School on Astroparticle Physics and Cosmology,Trieste (2000).
- [25] T.W.B. Kibble, Aust.J.Phys.**50**,697 (1997).
- [26] T. Vachaspati, Lectures on Cosmic Topological Defects. Summer School on Astroparticle Physics and Cosmology,Trieste (2000).
- [27] A.M. Srivastava, Pranama-J.Phys.,**53**,1069 (1999).
- [28] F.A. Brito and D.Bazeia,Phys.Rev.**D56**, 7869 (1997).
- [29] J.D. Edelstein, M.L. Trobo, F.A. Brito and D. Bazeia, Phys. Rev. **57**, 7561 (1998).
- [30] D. Bazeia, H. Boschi-Filho and F.A. Brito, J. High Energy Phys. **4**, 028 (1999).
- [31] D. Bazeia and F.A. Brito, Phys. Rev. Lett. **84**, 1094 (2000).
- [32] D. Bazeia and F.A. Brito, Phys. Rev. **61**, 105019 (2000).
- [33] D. Bazeia and F.A. Brito, Phys. Rev. **D62**, 101701 (R) (2000).

- [34] F. A. Brito and D. Bazeia, Phys. Rev. **D64**, 065022 (2001).
- [35] M.K. Prasad and C.M. Sommerfield, Phys. Rev. Lett. **35**, 760 (1975).
- [36] E.B. Bogomol'nyi, Sov. J. Nucl. Phys. **24**, 449 (1976).
- [37] T.D. Lee, Phys. Rev. **D 35**, 3637 (1987).
- [38] T.D. Lee and Y. Pang, Phys. Rev. **D 35**, 3678 (1987).
- [39] R. Friedberg, T.D. Lee and Y. Pang, Phys. Rev. **D 35**, 3658 (1987).
- [40] M.B. Voloshin, I. Yu. Kobzarev and L.B. Okun, Sov. J. Nucl. Phys. **20** 644 (1975).
- [41] S. Coleman, Phys. Rev. **D 15**, 2929 (1977).
- [42] S. Coleman, Phys. Rev. **D16**, 1248 (1977).
- [43] D. Bazeia and F.A. Brito, Phys. Rev. **D62**, 101701(R) (2000).
- [44] R. Jackiw and C. Rebbi, Phys. Rev. **D 13**, 3398 (1976).
- [45] H.S.M. Coxeter, Regular Complex Polytopes, Second Edition Cambridge University Press, New York, (1991).
- [46] V.P. Frolov and D.V. Fursaev, Class. Quant. Grav. **18**, 1535 (2001).
- [47] D. Bazeia and F.A. Brito, Phys. Rev. **D 61**, 105019 (2000).
- [48] E.W. Kolb and M.S. Turner, The Early Universe Addison-Wesley, (1990).
- [49] D. Bazeia and F.A. Brito, Phys. Rev. Lett. **84**, 1094 (2000).
- [50] A.L. MacPherson and B.A. Campbell, Phys. Lett. **B 347**, 205 (1995).
- [51] J.R. Morris and D. Bazeia, Phys. Rev. **D 54**, 5217 (1996).
- [52] D. Bazeia and F.A. Brito, Phys. Rev. Lett. **84**, 1094 (2000).

- [53] K. Ito, M. Naganuma, H. Oda and N. Sakai, Nucl. Phys.**B5** 86, 231 (2000).
- [54] J.R. Morris, Int. J. Mod. Phys. **A 13**, 1115 (1998).
- [55] F. A. Brito and D. Bazeia, Phys. Rev. **D64**, 065022 (2001).
- [56] R. Jackiw, Phys.Rev. **D 9**, 1686 (1974).
- [57] L. Dolan and R. Jackiw, Phys. Rev. **D 9**, 3320 (1974).
- [58] D. Bazeia and F. A. Brito,Entrapment of a network of domain walls. hep-th/0005045.Aceito para publicação no Phys.Rev. D Rapid Communications.
- [59] veja, F.A. Brito, em Modelos que exibem junções e redes de defeitos,Tese de Doutorado, p.70, UFPB, (2000).
- [60] Q.Ouyang and H.L. Swinney, Nature 325, 610 (1991)
- [61] G. Ahlers, L.I. Berge and D.S. Cannell, Phys. Rev. Lett. **70**, 2339, (1993).
- [62] B.I. Halperin, in Physics of defects. Edited by R. Balian, M. Kleman, and J.P. Poirier North-Holland, Amsterdam, (1980)
- [63] D.R. Nelson, in it Phase Transitions and Critical Phenomena, Vol.7. Edited by C. Domb and M.S. Green Academic, London, (1983).
- [64] M. Quiros, The ICTP Series in Theoretical Phisycs- volume.15 World Scientific Singapore,(1999),p.222.
- [65] P.Ramond, Field Theory: A Modern Primer, Second Edition Addison- Wesley, (1989).