

UNIVERSIDADE FEDERAL DA CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CONFINAMENTO EM MATÉRIA TAQUIÔNICA

Wellington Romero Serafim Freire

CAMPINA GRANDE

- julho 2011 -

UNIVERSIDADE FEDERAL DA CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CONFINAMENTO EM MATÉRIA TAQUIÔNICA

Wellington Romero Serafim Freire

Dissertação realizada sob a orientação do Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito, apresentada à Unidade Acadêmica de Física em complementação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

CAMPINA GRANDE

-julho 2011 -

F866c Freire, Wellington Romero Serafim.
Confinamento em matéria taquiônica / Wellington Romero Serafim
Freire. – Campina Grande, 2011.
41 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2011.
"Orientação: Prof. Dr. Francisco de Assis Brito".
Referências.

1. Eletrodinâmica. 2. Campo Eletromagnético. 3. Matéria Taquiônica.
I. Brito, Francisco de Assis. II. Título.

CDU 537.8(043)

WELLINGTON ROMERO SERAFIM FREIRE

CONFINAMENTO EM MATÉRIA TAQUIÔNICA

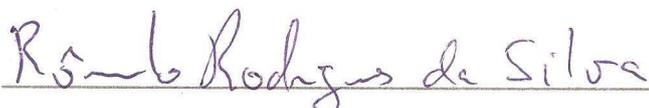
Dissertação aprovada em 22/07/2011

BANCA EXAMINADORA



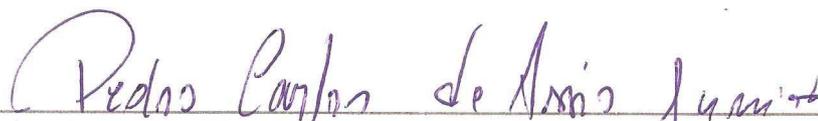
(Presidente)

Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito
Unidade Acadêmica de Física - UFCG



(Membro interno)

Prof. Dr. Rômulo Rodrigues da Silva
Unidade Acadêmica de Física - UFCG



(Membro externo)

Prof. Dr. Pedro Carlos de Assis Júnior
Departamento de Física - UEPB

A Deus e aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

-Ao Prof. Francisco de Assis de Brito, pela orientação, sugestão, estímulo e competência com que conduziu este trabalho.

-Aos Profs. Fábio Dahia, Rômulo Rodrigues, Eduardo Passos, Morgana Freire, Jossyl Amorim, José Suassuna, Daisy Almeida, pela colaboração que recebi durante a fase de preparação desta dissertação.

-A todos os professores desta Unidade Acadêmica que contribuíram direta ou indiretamente para minha formação.

-A meu irmão Péricles Romero pela elaboração das figuras presente nesta dissertação.

-Aos meus familiares, Pais: Romero e Conceição Serafim, irmãos: Erick, Clériston e Péricles, minha noiva Raphaella (grávida de Carolina Serafim minha filha) e cunhadas: Daniele e Juliana pelo apoio, confiança e incentivo.

-Aos colegas de pós-graduação Kennedy, Fábio Alves, Albery, Emanuel, Raoni, Analine e funcionários Alba, Dalva, Graça, Marcelo e Hélio da Unidade Acadêmica de Física pela grata convivência durante a minha permanência nesta Unidade.

-À CAPES pelo suporte financeiro.

-A todos que direta ou indiretamente possibilitaram a conclusão deste trabalho.

RESUMO

Neste trabalho estudamos o comportamento dos campos elétrico e magnético estáticos acoplados a uma função dielétrica com a intenção de obtermos um confinamento elétrico similar ao que acontece com o campo de glúons que ligam os quarks na matéria hadrônica. Para isso usamos o fenômeno da ‘anti-blindagem’ em um meio com dielétricos exóticos. Mostramos que a matéria taquiônica se comporta como um meio exótico cuja função dielétrica associada modifica as equações de Maxwell, afeta os campos e como consequência encontramos potenciais de confinamento e coulombiano em três dimensões espaciais. Observamos que o regime de confinamento coincide com o regime da condensação taquiônica, o que lembra o efeito do confinamento devido à condensação de monopólos magnéticos.

ABSTRACT

In this work we study the behavior of static electric and magnetic fields coupled to a dielectric function with intent to obtain an electrical confinement similar to what happens with the field of gluons that bind quarks in hadronic matter. For this we use the phenomenon of ‘anti-screening’ in a medium with exotic dielectric. We show that tachyon matter behaves like an exotic way whose associated dielectric function modifies the Maxwell’s equations and affects the fields which results in confining and Coulombian potentials in three spatial dimensions. We note that the confinement regime coincides with the tachyon condensation, which resembles the effect of confinement due to condensation of magnetic monopoles.

Sumário

1	Introdução	1
2	Eletrodinâmica e Condensação Taquiônica	3
2.1	Equações de Maxwell	3
2.2	Condensação taquiônica e o confinamento elétrico	7
3	Confinamento Elétrico em Meios com Anti-Blindagem	12
3.1	Interação entre cargas elétricas pontuais	13
3.2	Blindagem em meio dielétrico	14
3.3	“Anti-blindagem” em um meio dielétrico exótico	15
3.3.1	Confinamento em meios dielétricos exóticos	16
3.4	Equações de Maxwell modificadas por uma função dielétrica	17
4	Confinamento Elétrico em Matéria Taquiônica	25
4.1	Lagrangeana taquiônica com campos eletromagnéticos	25
4.2	Potencial de confinamento para o campo elétrico em uma dimensão espacial	27
4.3	Potenciais de confinamento e coulombiano para o campo elétrico em três dimensões	29
4.3.1	Potencial confinante	33
4.3.2	Energia potencial	34
4.3.3	Potencial coulombiano	35

Lista de Figuras

2.1	Potencial associado à estabilidade de um determinado sistema.	8
2.2	Potencial taquiônico associado à instabilidade de um determinado sistema.	8
2.3	Massa em função da velocidade. Regime taquiônico para $v > c$ ($c = 1$).	9
2.4	Representação dos comportamentos em cada ordem de correção (lado esquerdo). Potencial efetivo taquiônico (lado direito).	10
2.5	Condensação em $\phi = \pm\phi_0$ ($\phi_0 = \sqrt{2}/2$).	10
2.6	Potencial efetivo taquiônico tipo gaussiano.	11
2.7	Regimes de condensação tendendo ao infinito.	11
3.1	Duas cargas pontuais	13
3.2	Campo elétrico decrescente com o quadrado da distância	13
3.3	Energia potencial devido a cargas pontuais	14
3.4	Efeito de blindagem	15
3.5	Efeito da polarização	15
3.6	Função típica	16
3.7	Limite coulombiano	17
3.8	Confinamento	17
3.9	Confinamento de cargas	17
3.10	Coordenadas esféricas	20
4.1	O potencial escalar exponencial	27
4.2	O campo escalar	28
4.3	A função dielétrica	28

4.4	Campo elétrico constante	33
4.5	Potencial confinante	34
4.6	Representação em coordenadas esféricas do efeito do confinamento sobre os campos elétrico e magnético.	35
4.7	Condensação para $\phi \rightarrow \infty$	37
4.8	Condensação taquiônica	37

Capítulo 1

Introdução

O confinamento surge naturalmente na QCD (*Cromodinâmica quântica*) onde o campo de glúons e os quarks aparecem num estado confinado em baixas energias. Semelhantemente ao campo elétrico, associamos ao campo de glúons cargas denominadas “cargas de cores”. Em nossos estudos mostraremos que o fenômeno do confinamento em geral pode ser considerado como sendo um efeito de um meio dielétrico sobre os campos e as cargas tal como o efeito oposto ao da blindagem denominada “anti-blindagem”. Este parece ser o meio no qual vive a matéria hadrônica em três dimensões espaciais encontrarmos potenciais coulombiano e de confinamento, para descrever potenciais entre pares de quarks. Normalmente é usado o potencial de Cornell [1] $v_c(r) = -\frac{a}{r} + br$, onde a e b são constantes positivas, e r é a distância entre os quarks.

Na QED (*Eletrodinâmica quântica*), a carga elétrica efetiva aumenta quando a distância r entre um par de elétron- anti-elétron diminui. Por outro lado na QCD existe um efeito que cria uma carga de cor efetiva que diminui quando a distância entre um par de quark e anti-quark diminui. Este efeito da QCD é oposto ao efeito da QED. Assim é natural tentar entender este efeito em termos da própria QED em um meio “exótico” tal que seja criado um efeito de anti-blindagem em algum regime perto da escala da QCD.

Nesses termos admitimos que o campo elétrico agora é modificado por uma “função dielétrica”. Considere $E(r) \equiv \frac{q'(r)}{r^2} \equiv \frac{q}{G(r)r^2}$, onde $E(r)$ representa o campo elétrico devido a uma carga q imersa em um meio polarizável caracterizando uma “cor” aco-

plado a uma função dielétrica $G(r)$ onde o r representa a distância da blindagem (ou anti-blindagem) ou “polarização da moléculas”. O comportamento da blindagem na QED se manifesta de acordo com a carga efetiva elétrica ou seja, $q'(r \gg d) \leq 1$ ou $G(r \gg d) \geq 1$ e $q'(r \ll d) > 1$ ou $G(r \ll d) < 1$ sendo d o tamanho típico da blindagem produzida pela polarização das moléculas. Por outro lado na QCD o fenômeno da anti-blindagem se manifesta com a carga elétrica $q'(r \gg R) \gg 1$ ou $G(r \gg R) \ll 1$ e $q'(r < R) \rightarrow 1$ ou $G(r < R) \rightarrow 1$ sendo R o raio típico da anti-blindagem que é do tamanho típico dos hádrons. Como estamos interessados em confinamento vamos focar nosso interesse no último caso onde a função dielétrica $G(r)$ é claramente escolhida de tal forma que a blindagem na QCD fornece confinamento de cor em um par de quark. Observe que vamos continuar usando campos de gauge abelianos tal como em QED, mas agora $G(r)$ é “escolhida” adequadamente com o objetivo de proporcionar o confinamento. Vamos considerar apenas projeções abelianas quando esses campos são incorporados em um meio dielétrico de cor [2, 16]. Esses fatos são úteis para estudar confinamento de quarks e glúons dentro dos hádrons, usando uma fenomenologia de teoria de campos efetiva para a QCD [1, 3, 4, 5].

Existem formas diferentes de confinar o campo elétrico em um meio dielétrico com diferentes funções $G(r)$ visando obter confinamento. Em nosso caso a função $G(r)$ está associada à *condensação taquiônica* [6]. Em geral, o comportamento da função dielétrica G com respeito a r pode ser governado por algum campo escalar $\phi(r)$ na qual descreve a dinâmica do meio dielétrico em uma *matéria taquiônica*. Para isso, usamos uma lagrangeana para descrever tanto a dinâmica de gauge como a dinâmica de campos escalares associados à dinâmica taquiônica. No presente trabalho estudamos o confinamento de campos elétrico e magnético em uma e três dimensões espaciais.

Capítulo 2

Eletrodinâmica e Condensação Taquiônica

2.1 Equações de Maxwell

As quatro equações fundamentais que descrevem o eletromagnetismo são conhecidas como Equações de Maxwell. Essas equações relacionam campos elétricos \vec{E} e magnéticos \vec{B} na presença ou na ausência de fontes tipo as densidades de carga $\rho(\vec{x}, t)$ e corrente $\vec{j}(\vec{x}, t)$ em sua forma diferencial [7, 8]

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (\text{Lei de Gauss}) \quad (2.1.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{j}, \quad (\text{Ampère-Maxwell}) \quad (2.1.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (\text{Gauss Magnética}) \quad (2.1.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (\text{Faraday}) \quad (2.1.4)$$

Os campos podem existir mesmo em regiões com $\rho(\vec{x}, t)$ e $\vec{j}(\vec{x}, t)$ nulos. Nesse caso sem fontes, as equações apresentam uma simetria de dualidade $\vec{E} \rightarrow \vec{B}$ e $\vec{B} \rightarrow -\vec{E}$. Na presença de fontes, a simetria de dualidade considera a existência da densidades de carga e corrente, ou seja, é preciso considerar a existência de *monopolos magnéticos* [3] embora não tenham sido ainda observados na natureza.

Da equação de Ampère-Maxwell temos

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j} \quad (2.1.5)$$

tal que aplicando o operador $\vec{\nabla} \cdot$ em ambos os membros da equação termos

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J} \right) \quad (2.1.6)$$

pela identidade

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{F}) = 0 \quad (2.1.7)$$

a equação assume a seguinte forma

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J} \right) = 0 \quad (2.1.8)$$

nos dando como resultado a equação de continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0. \quad (2.1.9)$$

Podemos também escrever as Equações de Maxwell na forma global:

- Lei de Gauss

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho d^3x \quad (2.1.10)$$

que descreve o fluxo elétrico \vec{E} através de uma superfície fechada S .

- Lei da indução de Faraday

$$\oint_{L=\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S d\vec{S} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1.11)$$

que descreve o fluxo magnético variável em uma superfície fechada S gerando campo elétrico ou corrente elétrica ao longo de uma linha L a qual limita S .

- A inexistência de monopolo magnético

$$\int_S d\vec{S} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.1.12)$$

que descreve o fluxo de \vec{B} através de superfícies fechadas S , sendo nulo em superfícies fechadas se admitirmos a inexistência de monopolos magnéticos.

- Corrente de deslocamento de Maxwell

$$\oint_{L=\partial S} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_S d\vec{S} \cdot \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (2.1.13)$$

que descreve o campo magnético \vec{B} ao longo de uma linha fechada limitando uma superfície S devido à corrente através de S .

Os campos elétricos e magnéticos também podem ser escritos através do potencial vetor \vec{A} e do potencial escalar Φ , relacionados por

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}, \quad (2.1.14)$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (2.1.15)$$

Observamos que os campos \vec{E} e \vec{B} são invariantes se os potenciais Φ e \vec{A} sofrem simultaneamente as seguintes transformações

$$\vec{A} \longrightarrow \vec{A}' = \vec{A} - \vec{\nabla}\Lambda, \quad (2.1.16)$$

$$\phi \longrightarrow \phi' = \phi + \frac{\partial \Lambda}{\partial t}, \quad (2.1.17)$$

as quais levam a

$$\vec{B}' = \vec{\nabla} \times \vec{A}' = \vec{B} \quad (2.1.18)$$

$$\vec{E}' = -\vec{\nabla}\phi' - \frac{\partial \vec{A}'}{\partial t} = \vec{E} \quad (2.1.19)$$

Dizemos que os campos observáveis são *invariantes de gauge*. No formalismo covariante existe uma quantidade A^μ , chamada “potencial quadrivetor” cujas componentes são definidas como

$$A^\mu \equiv (A^0 = \Phi, A^i = \vec{A}). \quad (2.1.20)$$

A componente temporal desse quadrivetor corresponde ao potencial escalar e a parte espacial ao potencial vetor. A componente covariante é dada por

$$A_\mu = g_{\mu\nu} A^\nu \quad (2.1.21)$$

onde $A_\mu \equiv (\Phi, -\vec{A})$ e $g_{\mu\nu}$ é o tensor métrico.

Do potencial quadrivetor podemos definir um tensor de segunda ordem da forma

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.1.22)$$

Através da definição, percebemos que $F_{\mu\nu}$ é totalmente anti-simétrico, ou seja, ($F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu}$). Podemos escrever $F_{\mu\nu}$ em termos dos campos \vec{E} e \vec{B} da seguinte forma

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E^1 & -E^2 & -E^3 \\ E^1 & 0 & -B^3 & B^2 \\ E^2 & B^3 & 0 & -B^1 \\ E^3 & -B^2 & B^1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.1.23)$$

Deste tensor as equações de Maxwell com fontes passam a ser escritas em sua forma covariante

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu \quad (2.1.24)$$

onde $J^\nu = (\rho, \vec{J})$. A equação de continuidade na forma covariante fica dada por $\partial_\mu J^\mu = 0$.

As equações de Maxwell sem fontes são definidas através do tensor dual

$$*F^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} \varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} F_{\lambda\sigma} = \begin{pmatrix} 0 & -E^1 & -E^2 & -E^3 \\ E^1 & 0 & -B^3 & B^2 \\ E^2 & B^3 & 0 & -B^1 \\ E^3 & -B^2 & B^1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.1.25)$$

de onde se obtém a identidade

$$\partial_\mu *F^{\mu\nu} = 0 \quad (2.1.26)$$

O símbolo de Levi-Civita (ou pseudo-tensor) $\varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}$ é totalmente anti-simétrico e possui as seguintes propriedades com a permutação nos índices

$$\varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} = \begin{cases} -1 & \text{com índices ímpar} \\ 0 & \text{com índices repetidos} \\ 1 & \text{com índices par} \end{cases} \quad (2.1.27)$$

A densidade de lagrangeana que fornece as equações de Maxwell é:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - j_\mu A^\mu \quad (2.1.28)$$

ou

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(E^2 - B^2) - \rho\phi + \vec{j} \cdot \vec{A} \quad (2.1.29)$$

2.2 Condensação taquiônica e o confinamento elétrico

Nesta seção discutimos a relação entre os fenômenos da condensação taquiônica e do confinamento elétrico. Quando falamos em *táquions* (ou “tachyons”) nos referimos a partículas que possuem velocidade superior à da luz e estão associados a instabilidades. Assim como *monopólos magnéticos* nunca foram observados isolados na natureza, embora possam estar sempre interagindo com outros campos ou via auto-interações de ordem superior pra formar a *condensação taquiônica* [6, 18]. Em nossos estudos mostramos que o confinamento elétrico pode ocorrer na condensação taquiônica do mesmo modo como acontece com a *condensação de monopolos* [9].

Na condensação taquiônica, os táquions evoluem para um estado de mínima energia e passam a se apresentar como partículas reais as quais possuem velocidade menor que a da luz ($v < c$). Ilustramos como isso acontece da forma como segue.

Para ilustrarmos configurações taquiônicas usamos alguns tipos de potenciais escalares em teoria de campos.

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi = -\frac{\partial V}{\partial \phi} \quad (2.2.30)$$

Potenciais associados a estabilidades em um sistema descrito por um campo escalar ϕ são do tipo

$$V = \frac{1}{2}m^2\phi^2 \quad (2.2.31)$$

enquanto potenciais associados a instabilidades são dados por

$$V = -\frac{1}{2}m^2\phi^2 \quad (2.2.32)$$

De acordo com (2.2.31) m é massa da partícula não taquiônica. Na matéria taquiônica essa massa é um número complexo o que implica em velocidade superior à da luz. Podemos ver isso explicitamente através da manipulação da fórmula da massa relativística

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2.2.33)$$

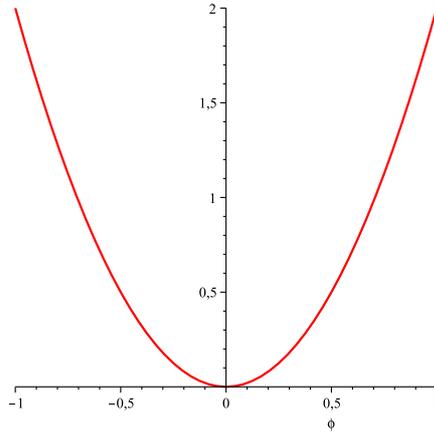


Figura 2.1: Potencial associado à estabilidade de um determinado sistema.

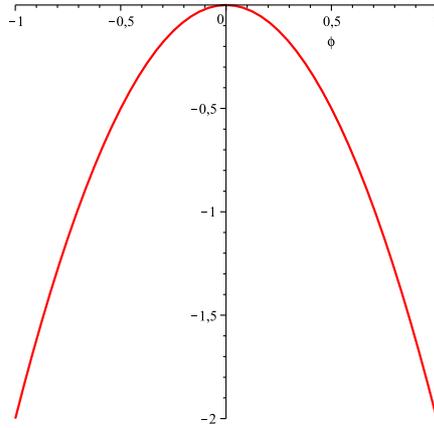


Figura 2.2: Potencial taquiônico associado à instabilidade de um determinado sistema.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{-\left(\frac{v^2}{c^2} - 1\right)}} \quad (2.2.34)$$

$$m = \frac{m_0}{i\sqrt{\frac{v^2}{c^2} - 1}} \quad (2.2.35)$$

$$m = \frac{-im_0}{\sqrt{\frac{v^2}{c^2} - 1}} \quad (2.2.36)$$

Note que a massa é complexa para $v > c$, o que implica em um regime taquiônico. Veja fig. (2.3). Táquions puros ou “sozinhos” não são aceitáveis fisicamente. No entanto, quando interagem com outros campos ou uns com os outros via auto-interações de ordem superior pode ocorrer a condensação taquiônica e os mesmos passam a ficar em um ponto de mínimo. Neste sentido táquions são aceitáveis e são compreendidos como partículas reais com $v < c$, descritas pelo potencial efetivo Eq.(2.2.38).

Agora vamos ilustrar com exemplos que podem ocorrer a condensação taquiônica. Primeiramente consideremos correções de terceira e quarta ordem do potencial taquiônico (2.2.32)

$$V_{eff} = -\frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{\sigma}{3!}\phi^3 + \frac{\lambda}{4!}\phi^4 + \dots \quad (2.2.37)$$

Na figura (2.4) é mostrado a contribuição das correções do potencial taquiônico onde encontramos um novo mínimo que é responsável pelo fenômeno da condensação. Note que em torno de um novo mínimo o potencial é aproximadamente dado por

$$V' \simeq \frac{1}{2}m'^2(\phi - \phi_0)^2 + V_0 \quad (2.2.38)$$

Agora a massa m' é real e portanto está associada a ponto de equilíbrio estável e depende dos parâmetros, σ e λ , como se vê abaixo $m' = f(\sigma, \lambda)$. Dizemos que agora existe a presença de uma partícula real devido ao novo mínimo gerado pelo fenômeno da condensação taquiônica em $\phi = \phi_0$. Se adicionarmos apenas termos pares obtemos mínimos simétricos degenerados ($\sigma = 0$)(ver Fig. 2.5). O potencial taquiônico agora se comporta localmente, ou seja, em torno desses mínimos da seguinte forma.

$$V'_+ \simeq \frac{1}{2}m'^2(\phi - \phi_0)^2 \quad (2.2.39)$$

ou

$$V'_- \simeq \frac{1}{2}m'^2(\phi + \phi_0)^2 \quad (2.2.40)$$

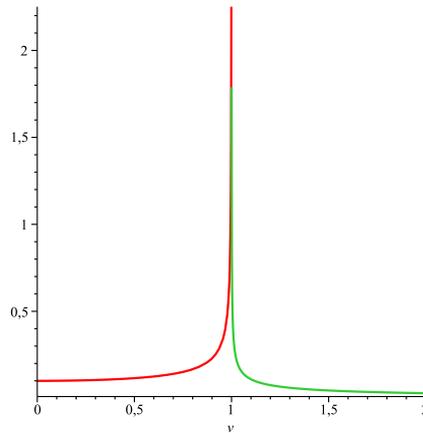


Figura 2.3: Massa em função da velocidade. Regime taquiônico para $v > c$ ($c = 1$).

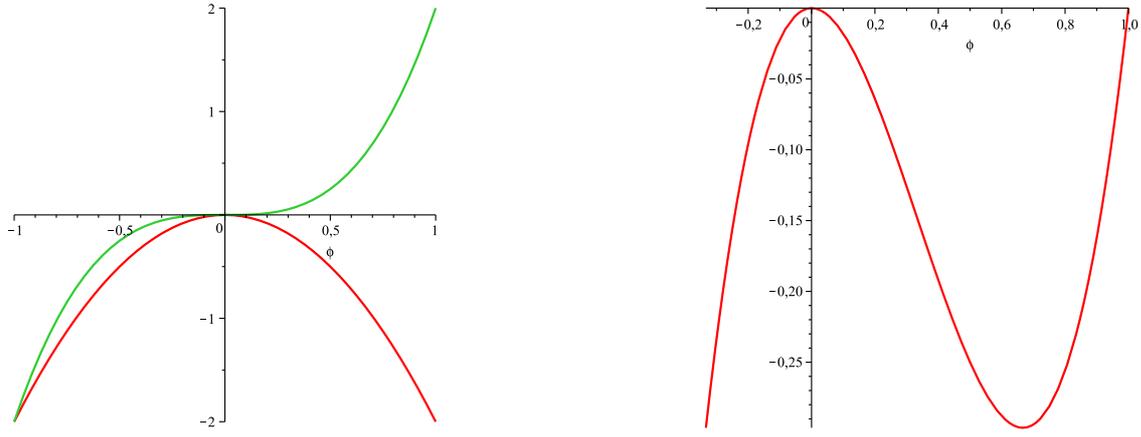


Figura 2.4: Representação dos comportamentos em cada ordem de correção (lado esquerdo). Potencial efetivo taquiônico (lado direito).

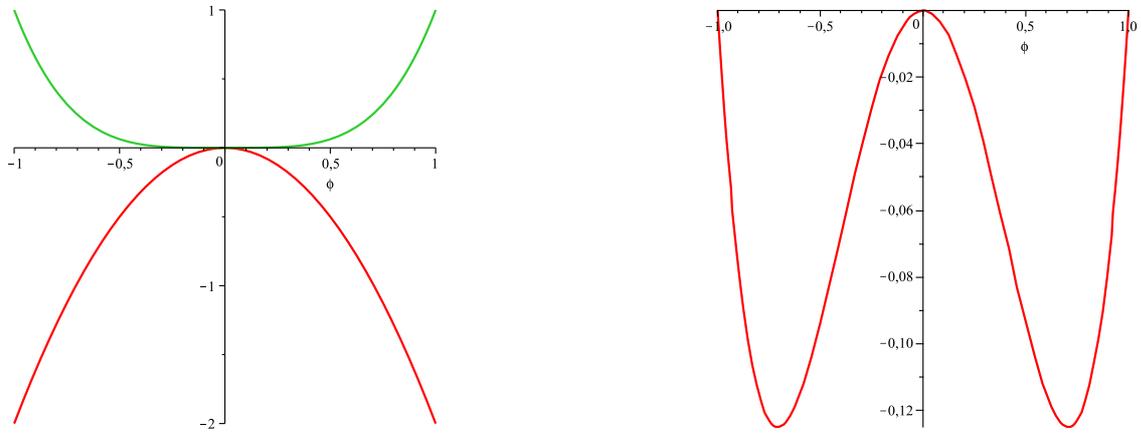


Figura 2.5: Condensação em $\phi = \pm\phi_0$ ($\phi_0 = \sqrt{2}/2$).

Num outro exemplo, adicionamos um conjunto de termos específicos ao potencial taquiônico para tomar a seguinte forma de uma sequência par.

$$V_{eff} = c \left(1 - \frac{1}{2} \frac{m^2 \phi^2}{\Lambda} + \frac{1}{8} \frac{m^4 \phi^4}{\Lambda^2} - \frac{1}{48} \frac{m^6 \phi^6}{\Lambda^3} + \frac{1}{384} \frac{m^8 \phi^8}{\Lambda^4} + \dots \right) \quad (2.2.41)$$

que converge para um *potencial gaussiano*, lembrando que ϕ dado em Mev,

$$V_{eff} = c \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{m^2 \phi^2}{\Lambda}\right), \quad (2.2.42)$$

onde, $\lambda = \text{Mev}^{-1}$ e $c = \text{Mev}^{-4}$. como mostrado na figura (2.6). Potenciais tipo exponenciais, mais usado na literatura, também podem ser construídos seguindo os mesmos procedimentos. Ao longo deste trabalho adotamos potenciais exponenciais da

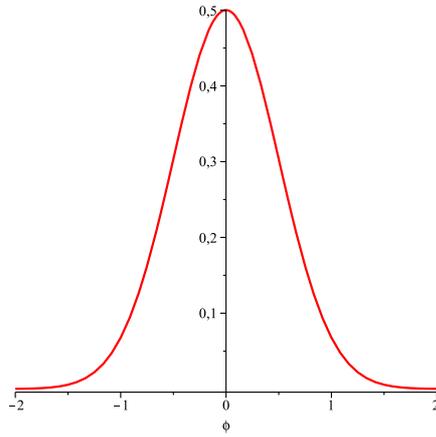


Figura 2.6: Potencial efetivo taquiônico tipo gaussiano.

forma

$$V_{eff} = c \exp(-\lambda\phi). \quad (2.2.43)$$

Podemos pensar nesses potenciais como potenciais com seus mínimos ϕ_0 tendendo ao infinito (ver Fig. 2.7) — uma consequência de um número infinito de termos de ordem superior com certas propriedades (2.2.42)-(2.2.43).

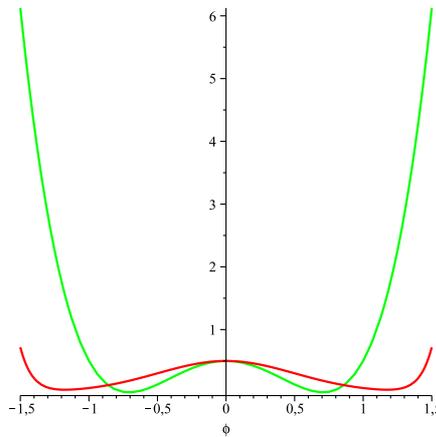


Figura 2.7: Regimes de condensação tendendo ao infinito.

Capítulo 3

Confinamento Elétrico em Meios com Anti-Blindagem

Neste capítulo, vamos investigar modificações da ação de Maxwell com o objetivo de se obter soluções para o campo elétrico e magnético confinados. Este efeito é obtido acoplado o termo de Maxwell com uma função que possui certas propriedades assintóticas. O comportamento dessa função é definido em termos de um campo escalar real com dinâmica própria. Usualmente em eletrodinâmica temos pelo menos dois exemplos de confinamento de campo elétrico: i) em uma dimensão espacial o potencial elétrico é sempre confinante e a energia potencial entre duas cargas cresce linearmente com a distância entre as cargas, ii) dois planos infinitos e carregados com cargas opostas também geram potencial confinante linear. Por outro lado, uma esfera ou uma partícula carregada em três dimensões espaciais produzem potenciais não-confinantes. Como sabemos, isto acontece porque a energia potencial entre esses objetos é inversamente proporcional à distância entre eles. No entanto, quando objetos carregados são imersos em meios dielétricos, as propriedades do campo elétrico pode mudar. Isto se deve ao fato de que a polarização do meio gera o fenômeno da blindagem sobre a carga imersa. Um comportamento similar acontece com o campo magnético quando imerso em materiais magnéticos.

Neste capítulo, vamos mostrar que quando objetos carregados são imersos em um meio dielétrico exótico com fenômenos de anti-blindagem, o fenômeno do confinamento

emerge mesmo para partículas carregadas em três dimensões espaciais. Fenômenos como esse são de interesse no estudo do confinamento de quarks e gluons (constituintes dos hádrons). Em baixas energias essas partículas aparecem na natureza numa fase confinada. O efeito de antibrindagem é um fenômeno natural da matéria hadrônica.

3.1 Interação entre cargas elétricas pontuais

Analisando a situação com duas cargas pontuais, separadas por uma distância r , observando as linhas de força “saindo” da carga negativa e “entrando” na positiva, a distância entre as linhas aumenta à medida em que elas se distanciam. O campo

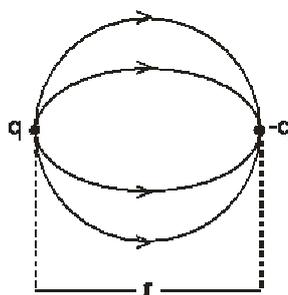


Figura 3.1: Duas cargas pontuais

elétrico de uma carga pontual é dado por

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \tag{3.1.1}$$

De acordo com (3.1.1), o campo elétrico tende a zero à medida em que a distância tende ao infinito. De maneira semelhante a energia potencial tende a zero quando a

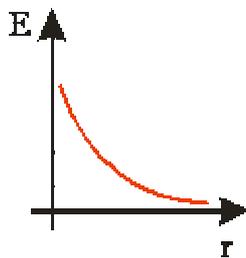


Figura 3.2: Campo elétrico decrescente com o quadrado da distância

separação r tende ao infinito. Neste caso não há confinamento de cargas.

$$U = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (3.1.2)$$

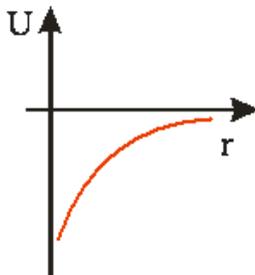


Figura 3.3: Energia potencial devido a cargas pontuais

3.2 Blindagem em meio dielétrico

Consideremos duas cargas opostas separadas por uma distância r . Tomemos como referência a carga positiva como a carga polarizadora e a carga negativa como a ‘carga teste’. A carga positiva polarizando as moléculas em torno da mesma gera uma blindagem no meio dielétrico de tal maneira que a carga negativa não consegue sentir totalmente o efeito da carga positiva (ver Fig. 3.4). Alternativamente, podemos afirmar que o campo elétrico gerado pela carga positiva torna-se mais fraco em um meio dielétrico, porém sua magnitude depende da posição r . Ou seja, a carga de teste pode sentir uma maior (ou menor) redução do campo se ela estiver suficientemente fora (ou dentro) da região de blindagem. Para governar este efeito definimos uma ‘função dielétrica’ $G(r)$. Na figura 3.5 podemos ver qualitativamente o efeito da blindagem da carga positiva devido à polarização do meio. Nela é mostrado o efeito de blindagem da carga devido à polarização no meio dielétrico. A carga efetiva $\frac{q}{G(r)}$ aumenta quando r diminui ($r \ll d$) e diminui quando r aumenta ($r \gg d$), onde d caracteriza o diâmetro das moléculas polarizadas.

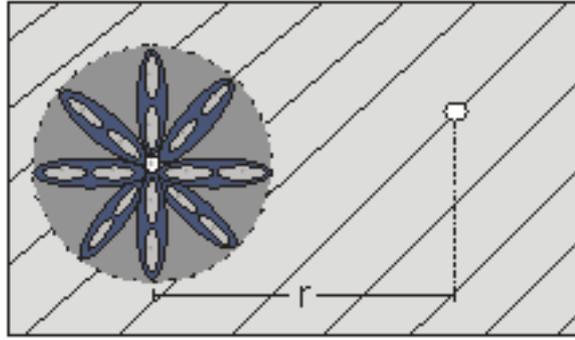


Figura 3.4: Efeito de blindagem

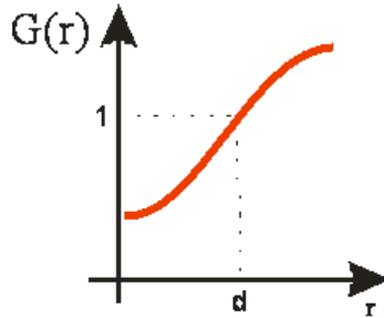


Figura 3.5: Efeito da polarização

3.3 “Anti-blindagem” em um meio dielétrico exótico

O fenômeno da anti-blindagem em meios materiais parece não ser observado. Entretanto este parece ser o caso da “Matéria Hadrônica”, na qual o efeito de blindagem é exatamente o oposto daquele descrito na seção anterior. Nela, duas ‘cargas de cor’ sentem o aumento do campo de gluons quando a distância r aumenta. Podemos entender este efeito como sendo igual ao de cargas elétricas imersas em um meio com efeito dielétrico oposto que chamamos de *dielétrico exótico*. Nele, a carga efetiva $\frac{q}{G(r)}$ aumenta quando ($r \gg R$) e diminui quando r diminui ($r \ll R$), onde R caracteriza o raio de “anti-blindagem”.

3.3.1 Confinamento em meios dielétricos exóticos

O campo elétrico de uma carga puntiforme em uma superfície fechada é obtida da seguinte forma

$$\oint E da = \frac{q}{\epsilon_0 G(r)} \quad (3.3.3)$$

$$4\pi r^2 E = \frac{q}{\epsilon_0 G(r)} \quad (3.3.4)$$

Assim,

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2 G(r)} \quad (3.3.5)$$

Escolhemos uma função $G(r)$ típica (ver Fig.3.6)

$$G(r) = \frac{1}{1 + ar^2} \quad (3.3.6)$$

Com isso, temos para o campo elétrico o seguinte comportamento

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r^2} + a \right]. \quad (3.3.7)$$

que possui os seguintes comportamentos assintóticos

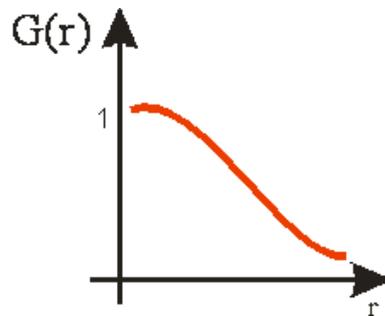


Figura 3.6: Função típica

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad \text{para } r \rightarrow 0 \quad (\text{limite coulombiano}) \quad (3.3.8)$$

e

$$E(r) = \frac{qa}{4\pi\epsilon_0}, \quad \text{para } \forall r \quad (\text{confinamento}) \quad (3.3.9)$$

Na figura 3.7 representamos o limite coulombiano enquanto a figura 3.8 mostra as linhas de força no fenômeno do confinamento.

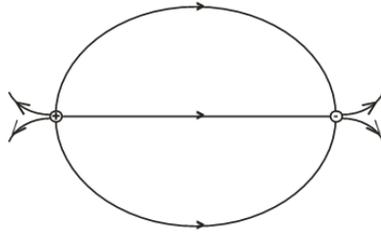


Figura 3.7: Limite coulombiano

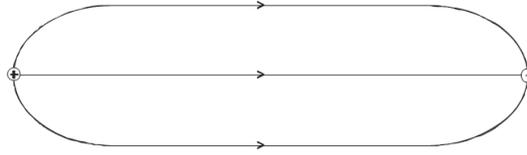


Figura 3.8: Confinamento

O potencial elétrico tende ao infinito quando a separação r tende ao infinito e é descrito pelo potencial de Cornell via relação $v(r) = \int \vec{E} d\vec{r}$:

$$v(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} + ar \right]. \quad (3.3.10)$$

O comportamento completo do potencial de Cornell está representado na figura 3.9.

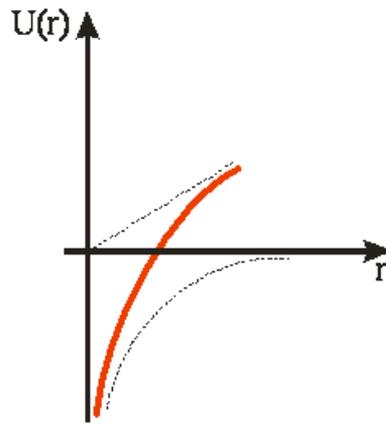


Figura 3.9: Confinamento de cargas

3.4 Equações de Maxwell modificadas por uma função dielétrica

Nesta seção aplicamos a teoria do eletromagnetismo para descrever o fenômeno do confinamento elétrico em um meio exótico. Em primeiro lugar escrevemos a lagrangeana

de Maxwell no vácuo e sem fontes

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (3.4.11)$$

As equações de movimento para o campo eletromagnético são dadas por

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = 0 \quad (3.4.12)$$

e

$$\partial_\mu {}^*F^{\mu\nu} = 0 \quad (3.4.13)$$

Mesmo na ausência de fontes as equações de movimento para o campo eletromagnético produzem como *soluções de vácuo* soluções estáticas esfericamente simétricas (campo coulombiano devido a uma carga puntual) e cilíndricas (campo magnético devido a uma corrente em fio retilíneo infinito) como veremos abaixo.

Para campos eletromagnéticos mergulhados em um meio dielétrico caracterizado pela função dielétrica $G(\phi)$, onde $\phi(r)$ é um campo escalar que governa a dinâmica do meio, temos a seguinte lagrangeana

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G(\phi)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (3.4.14)$$

As equações de movimento (3.4.12) são agora descritas por

$$\partial_\mu [G(\phi)F^{\mu\nu}] = 0, \quad (3.4.15)$$

sendo $\mu = 0, 1, 2, 3$. Desenvolvendo a componente $\nu = 0$, temos

$$\partial_0[G(\phi)F^{00}] + \partial_1[G(\phi)F^{10}] + \partial_2[G(\phi)F^{20}] + \partial_3[G(\phi)F^{30}] = 0 \quad (3.4.16)$$

Pela equação (2.1.23), temos

$$\partial_1[G(\phi)E^1] + \partial_2[G(\phi)E^2] + \partial_3[G(\phi)E^3] = 0 \quad (3.4.17)$$

ou simplesmente

$$\nabla \cdot [G(\phi)\vec{E}] = 0 \quad (3.4.18)$$

Agora desenvolvendo $\nu = 1$, temos

$$\partial_0[G(\phi)F^{01}] + \partial_1[G(\phi)F^{11}] + \partial_2[G(\phi)F^{21}] + \partial_3[G(\phi)F^{31}] = 0 \quad (3.4.19)$$

ou melhor

$$-\partial_0[G(\phi)E^1] + \partial_2[G(\phi)B^3] - \partial_3[G(\phi)B^2] = 0 \quad (3.4.20)$$

tal que podemos escrever

$$-\frac{\partial}{\partial t}[G(\phi)E^1] + (\nabla \times [G(\phi)\vec{B}])^1 = 0 \quad (3.4.21)$$

O mesmo pode ser feito para $\nu = 2$, ou seja

$$\partial_0[G(\phi)F^{02}] + \partial_1[G(\phi)F^{12}] + \partial_2[G(\phi)F^{22}] + \partial_3[G(\phi)F^{32}] = 0 \quad (3.4.22)$$

que logo fica dado por

$$-\partial_0[G(\phi)E^2] - \partial_1[G(\phi)B^3] + \partial_3[G(\phi)B^1] = 0 \quad (3.4.23)$$

de onde podemos escrever

$$-\frac{\partial}{\partial t}[G(\phi)E^2] + (\nabla \times [G(\phi)\vec{B}])^2 = 0 \quad (3.4.24)$$

Finalmente desenvolvendo $\nu = 3$, temos

$$\partial_0[G(\phi)F^{03}] + \partial_1[G(\phi)F^{13}] + \partial_2[G(\phi)F^{23}] + \partial_3[G(\phi)F^{33}] = 0 \quad (3.4.25)$$

ou seja

$$-\partial_0[G(\phi)E^3] + \partial_1[G(\phi)B^2] - \partial_2[G(\phi)B^1] = 0 \quad (3.4.26)$$

ou ainda

$$-\frac{\partial}{\partial t}[G(\phi)E^3] + (\nabla \times [G(\phi)\vec{B}])^3 = 0 \quad (3.4.27)$$

Somando as equações (3.4.21), (3.4.24), (3.4.27) temos a seguinte forma vetorial

$$-\frac{\partial}{\partial t}[G(\phi)\vec{E}] + \nabla \times [G(\phi)\vec{B}] = \vec{0} \quad (3.4.28)$$

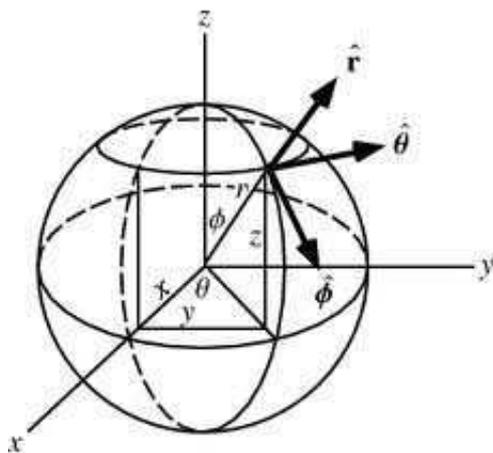


Figura 3.10: Coordenadas esféricas

é interessante notar que para $G(\phi) = 1$ da Eq.(3.4.28), obtemos a lei de Ampère-Maxwell, Eq.(2.1.2). Partindo da Eq. (3.4.18) vamos encontrar o campo elétrico \vec{E} modificado acoplado a uma função $G(\phi)$ trabalhando em coordenadas esféricas (ver Fig. 3.10)

$$\nabla \cdot [G(\phi)\vec{E}] = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 G(\phi) E_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(\sin \theta G(\phi) E_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}(G(\phi) E_\phi) = 0 \quad (3.4.29)$$

Admitindo que $E(r)$ e $\phi(r)$ são funções apenas de r e por consequência $G(\phi)$ segue a mesma condição, a equação acima assume a seguinte forma

$$\nabla \cdot [G(\phi)\vec{E}] = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 G(\phi) E_r) = 0 \quad (3.4.30)$$

Desta equação podemos obter as soluções de vácuo mencionadas acima. Para isso integramos essa equação diferencial. Primeiro, multiplicamos ambos os membros da equação por r^2 para obter

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^2 G(\phi) E_r) = 0 \quad (3.4.31)$$

Agora integrando em r , encontramos

$$\int \frac{\partial}{\partial r}(r^2 G(\phi) E_r) = \int 0 dr \quad (3.4.32)$$

$$r^2 G(\phi) E_r = \lambda \quad (3.4.33)$$

ou seja

$$E_r = \frac{\lambda}{r^2 G(\phi)} \quad (3.4.34)$$

Agora fica fácil interpretar a constante de integração $\lambda = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}$ para escrevermos o campo elétrico coulombiano modificado por uma função dielétrica $G(\phi)$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2 G(\phi)} \quad (3.4.35)$$

onde $E = |\vec{E}| = E_r$. Portanto observamos que a função dielétrica acoplada ao campo elétrico \vec{E} altera sua magnitude e depende da posição r . Com isso vamos também investigar a ação desta função sobre o campo magnético \vec{B} . Para isto partimos da Eq. (3.4.28) admitindo campos estáticos com dependência apenas radial tal que

$$\begin{aligned} \nabla \times [G(\phi)\vec{B}] = & \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta B_3(G(\phi))) - \overbrace{\frac{\partial}{\partial \varphi} B_2(G(\phi))}^0 \right] e_1 + \\ & \left[\frac{1}{r \sin \theta} \overbrace{\frac{\partial}{\partial \varphi} B_1(G(\phi))}^0 - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_3(G(\phi))) \right] e_2 + \\ & \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} r B_2(G(\phi)) - \overbrace{\frac{\partial}{\partial \theta} B_1(G(\phi))}^0 \right] e_3 = 0. \end{aligned} \quad (3.4.36)$$

Com isso nossa equação se reduz a

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{B}(G(\phi)) = & \left[\overbrace{\frac{1}{r \sin \theta} B_3(G(\phi)) \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta}^{I=0} \right] e_1 \\ & - \frac{1}{r} \left[\overbrace{\frac{\partial}{\partial r} (r B_3(G(\phi)))}^{II=0} \right] e_2 + \\ & + \frac{1}{r} \left[\overbrace{\frac{\partial}{\partial r} r B_2(G(\phi))}^{III} \right] e_3 = 0. \end{aligned} \quad (3.4.37)$$

onde admitimos que a componente $B_3 = 0$ por simetria cilíndrica da solução. Agora desenvolvemos o termo (III), multiplicando ambos os lados por r , tal que

$$\frac{\partial}{\partial r} \{r B_2[G(\phi)]\} = 0 \quad (3.4.38)$$

Integrando em r , temos

$$\int \frac{\partial}{\partial r}(rB_2(G(\phi)))dr = \int 0dr \quad (3.4.39)$$

ou seja

$$rB_2G(\phi) = c \quad (3.4.40)$$

ou ainda

$$B_2 = \frac{c}{rG(\phi)} \quad (3.4.41)$$

Assim o campo magnético

$$\vec{B} = B_1e_1 + B_2e_2 + B_3e_3 \quad (3.4.42)$$

fica dado da forma geral

$$\vec{B} = B_1(r)e_1 + \frac{c}{rG(\phi)}e_2. \quad (3.4.43)$$

que por imposição de simetria cilíndrica da solução podemos considerar $B_1(r) = 0$ tal que

$$\vec{B} = \frac{c}{rG(\phi)}\hat{\theta} \quad (3.4.44)$$

Identificando a constante de integração $c = \mu_0 i$, e usando o fato de que $B = |\vec{B}|$ temos

$$B = \frac{\mu_0 i}{rG(\phi)} \quad (3.4.45)$$

que é o campo magnético devido a uma corrente elétrica num fio retilíneo infinito. Concluimos, portanto, que a função dielétrica $G(\phi)$ acoplada ao campo magnético \vec{B} também afeta a sua magnitude dependendo da posição r .

Como adiantamos anteriormente a dinâmica do meio dielétrico deve ser governada pelo campo escalar ϕ . Uma consequência disto é que a função $G(\phi)$ deve acoplar essa dinâmica ao campo eletromagnético. A seguir escrevemos a lagrangeana completa para estudarmos a influência da dinâmica do meio dielétrico sobre a eletrodinâmica de Maxwell.

Vamos considerar uma dinâmica para o campo ϕ presente na função dielétrica $G(\phi)$, segundo a lagrangeana [10]

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G(\phi)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi) \quad (3.4.46)$$

O comportamento da função dielétrica $G(\phi)$ será apresentado como uma consequência das soluções das equações de movimento obtidas pela lagrangeana acima. As equações de movimento para o campo eletromagnético A_μ e o campo escalar ϕ , ou seja

$$\partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu A_\nu)} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\nu} = 0, \quad (3.4.47)$$

$$\partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0, \quad (3.4.48)$$

são dadas explicitamente pelas seguintes equações diferenciais

$$\partial_\mu [G(\phi)F^{\mu\nu}] = 0, \quad (3.4.49)$$

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} + \frac{1}{4} \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = 0. \quad (3.4.50)$$

Para efeito de ilustração, consideramos as equações de movimento para o meio dielétrico e o campo elétrico, em coordenadas esféricas

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\phi}{dr} \right) = \frac{\partial V}{\partial \phi} - \frac{1}{2} E^2 \frac{\partial G}{\partial \phi}, \quad (3.4.51)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 G(\phi) E) = 0. \quad (3.4.52)$$

Das discussões anteriores sabemos que para esta última equação encontramos o comportamento do campo elétrico da forma

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 G(\phi) r^2}. \quad (3.4.53)$$

Para encontramos regimes de confinamento a função dielétrica deve ter os seguintes comportamentos assintóticos:

$$G(\phi(r)) = 0 \quad \text{quando} \quad r \rightarrow \infty \quad (3.4.54)$$

$$G(\phi(r)) = 1 \quad \text{quando} \quad r \rightarrow 0 \quad (3.4.55)$$

Com isso observamos que ao acoplarmos uma função $G(\phi)$ ao campo elétrico \vec{E} com o objetivo de obter o confinamento, notamos claramente que essa função modifica o campo e o fenômeno do confinamento pode ser constatado.

Capítulo 4

Confinamento Elétrico em Matéria Taquiônica

Através da dinâmica de um campo escalar ϕ vamos obter uma função dielétrica $G(\phi)$. Consideramos que este campo, que se encontra presente na função dielétrica, possui dinâmica própria e que se acopla ao campo eletromagnético via $G(\phi)$. Quando igualamos a função dielétrica $G(\phi)$ ao potencial escalar $V(\phi)$ ou seja, $G(\phi)=V(\phi)$, obtemos um formalismo mais simples e melhor justificado para obtenção da função $G(\phi)$ e conseqüentemente do confinamento do campo eletromagnético. Usamos uma lagrangeana que descreve a dinâmica de táquions para mostrar que a consideração $G(\phi)=V(\phi)$ é legítima no limite de campo taquiônico fraco. Tal lagrangeana é comumente encontrada em teoria de cordas [6, 18]. O nosso trabalho mostra que no limite da condensação de táquions, ou seja, $G(\phi) = V(\phi) \longrightarrow 0$ com $\phi \longrightarrow \infty$, obtemos o confinamento do campo eletromagnético.

4.1 Lagrangeana taquiônica com campos eletromagnéticos

Por enquanto, por simplicidade, vamos considerar primeiramente os campos dependendo apenas da componente espacial x , ou seja

$$\phi = \phi(x), \quad A_\mu = A_\mu(x). \quad (4.1.1)$$

Assim as equações de movimento discutidas no capítulo anterior agora ficam dadas por

$$\frac{d}{dx}[G(\phi)E] = 0, \quad (4.1.2)$$

$$-\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{1}{4}\frac{\partial G}{\partial\phi}E^2 = 0, \quad (4.1.3)$$

onde usamos o fato de que $F^{01} = E$. Integrando (4.1.2), temos

$$G(\phi)E = q \quad \Longrightarrow \quad E = \frac{q}{G(\phi)}, \quad (4.1.4)$$

que substituindo na Eq.(4.1.3) temos

$$-\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi} - \frac{1}{4}\frac{\partial G(\phi)}{\partial\phi}\frac{q^2}{G(\phi)^2} = 0, \quad (4.1.5)$$

ou simplesmente

$$-\phi'' + \frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi} - \frac{1}{4}\frac{q^2}{G(\phi)^2}\frac{\partial G(\phi)}{\partial\phi} = 0 \quad (4.1.6)$$

Observamos que na equação acima devemos especificar, em princípio, o potencial $V(\phi)$ e a função $G(\phi)$. No entanto, podemos restringir essas escolhas considerando $G(\phi) = V(\phi)$. Como veremos abaixo esta escolha é legítima quando estamos trabalhando com uma lagrangeana que descreve a dinâmica de táquions representados pelo campo escalar ϕ .

Como é conhecido da teoria de cordas, a dinâmica de um campo taquiônico $T(x)$ acoplado com o campo elétrico $E(x)$ é dada por [6, 18]

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -V(T)\sqrt{1 - T'^2 + F_{01}F^{01}} \\ &= -V(T) \left[1 - \frac{1}{2}(T'^2 + F_{01}F^{01}) + \dots \right] \\ &= -V(T) + \frac{1}{2}V(T)(T'^2) - \frac{1}{2}V(T)F_{01}F^{01} + \dots \\ &= -V(\phi) + \frac{1}{2}\phi'^2 - \frac{1}{2}V(\phi)F_{01}F^{01} + \dots \end{aligned} \quad (4.1.7)$$

Na última equação (4.1.7) usamos o fato de que

$$V(T(\phi)) = \left(\frac{\partial\phi}{\partial T} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2}V(T)(T'^2) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\phi}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 = \frac{1}{2}\phi'^2, \quad (4.1.8)$$

onde $\phi = f(T)$, ou seja, $T = f^{-1}(\phi)$.

Note que comparando a equação (4.1.7) com a equação (3.4.46) percebemos a igualdade $G = V$ é legítima, de forma que podemos escrever

$$\begin{aligned}
 -\phi'' + \frac{\partial V}{\partial \phi} - \frac{q^2}{4} \frac{1}{V^2} \frac{\partial V}{\partial \phi} &= 0, \\
 -\phi'' + \frac{\partial V}{\partial \phi} - \frac{q^2}{4} \left(\frac{-\partial V^{-1}}{\partial \phi} \right) &= 0, \\
 \phi'' - \frac{\partial V}{\partial \phi} - \frac{q^2}{4} \frac{\partial V^{-1}}{\partial \phi} &= 0, \\
 \phi'' + \frac{\partial}{\partial \phi} \left[-V - \frac{q^2 V^{-1}}{4} \right] &= 0, \\
 \phi'' - \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \phi} &= 0.
 \end{aligned} \tag{4.1.9}$$

Note que agora só ficamos com a equação para o campo escalar

$$\phi'' = \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \phi} \tag{4.1.10}$$

com o potencial

$$\tilde{V} = V + \frac{q^2}{4} \frac{1}{V} \tag{4.1.11}$$

4.2 Potencial de confinamento para o campo elétrico em uma dimensão espacial

Como um exemplo, admitimos o potencial (ver Fig. 4.1):

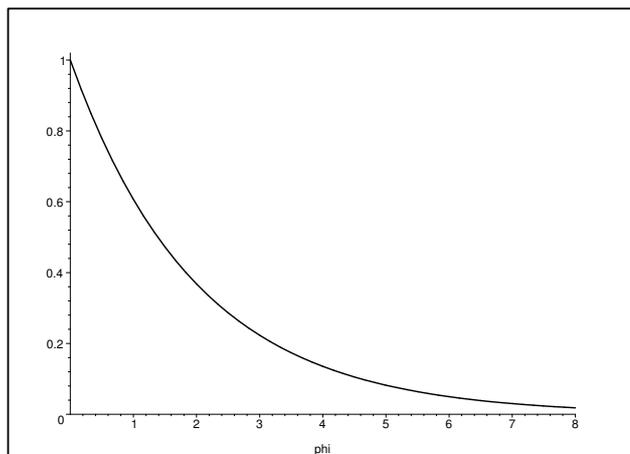


Figura 4.1: O potencial escalar exponencial

$$V = e^{-\alpha\phi}, \quad \text{tal que} \quad \tilde{V} = 2 \cosh(\alpha\phi) \quad (4.2.12)$$

para $q^2 = 4$. A solução da equação (4.1.9) para este tipo de potencial é dada por (ver Fig. 4.2).

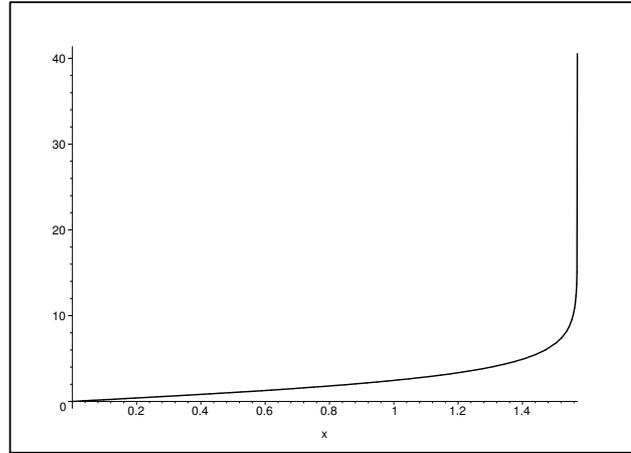


Figura 4.2: O campo escalar

$$\phi(x) = \frac{2}{\alpha} \arcsin[\tan(x)]. \quad (4.2.13)$$

Substituindo esta solução no potencial $V = e^{-\alpha\phi}$, obtemos a função dielétrica (ver Fig. 4.3).

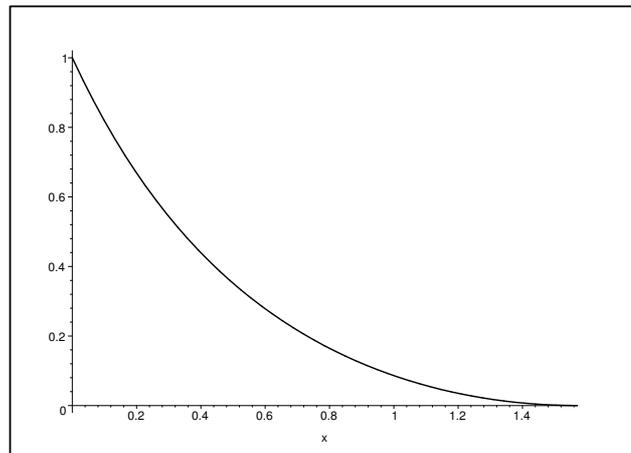


Figura 4.3: A função dielétrica

$$G(x) = V(x) = \frac{1}{(\tan(x) + |\sec(x)|)^2} \quad (4.2.14)$$

Portanto, o modelo reproduz bem o comportamento de confinamento do campo elétrico

$$E(x) = \frac{q}{G(x)} \quad (4.2.15)$$

Note que no limite $x \rightarrow \infty$ o campo elétrico diverge (“regime superconfinante”). Por outro lado, no limite $x \rightarrow 0$, o campo elétrico tende a um valor constante $E = q$ (“regime confinante”).

4.3 Potenciais de confinamento e coulombiano para o campo elétrico em três dimensões

Em uma dimensão vimos da Eq.4.1.3 que a equação de movimento para o campo escalar é dada por

$$-\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{1}{4} \frac{\partial G}{\partial\phi} E^2 = 0 \quad (4.3.16)$$

Em três dimensões a extensão é direta e dada da seguinte forma

$$-\nabla^2\phi + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{1}{4} \frac{\partial G}{\partial\phi} E^2 = 0 \quad (4.3.17)$$

usando o fato de que

$$\nabla^2\Psi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial\Psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial\Psi}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2\Psi}{\partial\varphi^2} \quad (4.3.18)$$

tal que para $\Psi \equiv \phi(r)$ ou seja, uma função apenas com dependência radial (‘simetria radial’) temos

$$\begin{aligned} & - \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) + \overbrace{\frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \right)}^0 + \overbrace{\frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2\phi}{\partial\varphi^2}}^0 \right] \\ & + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{1}{4} \frac{\partial G}{\partial\phi} E^2 = 0 \end{aligned} \quad (4.3.19)$$

ou melhor

$$- \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) \right] + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{1}{4} \frac{\partial G}{\partial\phi} E^2 = 0 \quad (4.3.20)$$

Lembrando que o campo elétrico é dado por

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 G(\phi) r^2} \quad (4.3.21)$$

e o substituindo em (4.3.20) temos

$$- \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) \right] + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{1}{4} \frac{\partial G}{\partial\phi} \left[\frac{q}{4\pi\epsilon_0 G(\phi) r^2} \right]^2 = 0 \quad (4.3.22)$$

Considere agora

$$\lambda = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \quad (4.3.23)$$

tal que nossa equação assume a seguinte forma

$$-\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)\right] + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{1}{4}\frac{\partial G}{\partial\phi}\left[\frac{\lambda}{G(\phi)r^2}\right]^2 = 0 \quad (4.3.24)$$

$$-\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)\right] + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{\lambda^2}{4}\frac{\partial G}{\partial\phi}\frac{1}{r^4G(\phi)^2} = 0 \quad (4.3.25)$$

Agora considerando $G(\phi)=V(\phi)$, temos

$$-\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)\right] + \frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi} + \frac{\lambda^2}{4}\frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi}\frac{1}{r^4V(\phi)^2} = 0 \quad (4.3.26)$$

Potenciais que descrevem a condensação taquiônica em teoria de cordas são do tipo que são zero no vácuo ou seja, quando $\phi \rightarrow \pm\infty$ tal que $V(\phi \rightarrow \pm\infty) = 0$. Para uma lagrangeana taquiônica Eq.(4.1.7) expandida polinomialmente, fica explicitamente claro que a função dielétrica $G(\phi)$ pode ser igual ao potencial $V(\phi)$. Assim, nossa função dielétrica aparece em um contexto de teoria de táquions. A seguir aplicamos esse formalismo para o caso de um potencial exponencial que preenche o requisito $V(\phi \rightarrow \pm\infty) = 0$.

$$\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi(r)}{\partial r}\right)\right] = \frac{\partial V(\phi(r))}{\partial\phi(r)} - \frac{\lambda^2}{4}\frac{\partial V(\phi(r))}{\partial\phi(r)}\frac{1}{r^4V(\phi(r))^2} \quad (4.3.27)$$

$$\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi(r)}{\partial r}\right)\right] = \frac{\partial}{\partial\phi(r)}\left[V(\phi(r)) - \frac{\lambda^2}{4}\frac{1}{r^4V(\phi(r))}\right] \quad (4.3.28)$$

Admitindo o potencial exponencial $V(\phi(r)) = e^{-\alpha\phi(r)}$ temos

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi(r)}{\partial r}\right) = \frac{\partial}{\partial\phi(r)}\left[e^{-\alpha\phi(r)} - \frac{\lambda^2}{4}\frac{1}{r^4e^{-\alpha\phi(r)}}\right] \quad (4.3.29)$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi(r)}{\partial r}\right) = \frac{\partial}{\partial\phi(r)}\left[e^{-\alpha\phi(r)} - \frac{\lambda^2}{4}\frac{e^{\alpha\phi(r)}}{r^4}\right] \quad (4.3.30)$$

Desenvolvendo os cálculos ficamos com

$$-\frac{1}{r^2}\left(2r\frac{\partial\phi(r)}{\partial r} + r^2\frac{\partial^2\phi(r)}{\partial r^2}\right) = \left[-\alpha e^{-\alpha\phi(r)} - \frac{\lambda^2}{4}\frac{\alpha e^{\alpha\phi(r)}}{r^4}\right] \quad (4.3.31)$$

$$\frac{2}{r}\frac{\partial\phi(r)}{\partial r} + \frac{\partial^2\phi(r)}{\partial r^2} = \alpha e^{-\alpha\phi(r)} + \frac{\lambda^2}{4}\alpha e^{\alpha\phi(r)}\frac{1}{r^4} \quad (4.3.32)$$

Como ϕ só depende de r , podemos escrever nossa equação em termos de derivada ordinária para termos simplesmente

$$\frac{d^2\phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d(\phi(r))}{dr} = \alpha e^{-\alpha\phi(r)} + \frac{\lambda^2}{4} \alpha e^{\alpha\phi(r)} \frac{1}{r^4} \quad (4.3.33)$$

Agora comparando o nosso resultado com o resultado da referência [11, 17] para o confinamento de quarks e gluons com N_c cores, ou seja

$$\frac{d^2\phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d(\phi(r))}{dr} = -\frac{g^2}{64\pi^2 f_\phi} \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) \exp\left(-\frac{\phi(r)}{f_\phi}\right) \frac{1}{r^4} \quad (4.3.34)$$

Comparando Eq.(4.3.34) e Eq.(4.3.33), notamos que se tornam idênticas quando o primeiro termo do segundo membro da equação Eq.(4.3.33).

$$\frac{d^2\phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d(\phi(r))}{dr} = \overbrace{\alpha e^{-\alpha\phi(r)}}^0 + \frac{\lambda^2}{4} \alpha e^{\alpha\phi(r)} \frac{1}{r^4} \quad (4.3.35)$$

de onde encontramos

$$\frac{d^2\phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d(\phi(r))}{dr} = \frac{\lambda^2}{4} \alpha e^{\alpha\phi(r)} \frac{1}{r^4} \quad (4.3.36)$$

Isto nos permite identificar nossa carga elétrica q em termos da carga de cor de quarks e gluons g da seguinte forma

$$-\frac{g^2}{64\pi^2 f_\phi} \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) = \alpha \frac{\lambda^2}{4} \quad (4.3.37)$$

Lembre-se que de Eq.(4.3.23) temos uma relação entre λ e q . De acordo com [11, 17], a solução confinante é dada por

$$\phi(r) = 2f_\phi \ln\left(\frac{r\phi}{r}\right) \quad (4.3.38)$$

Manipulando a Eq.(4.3.37) temos

$$-\frac{1}{f_\phi} \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) = \alpha \frac{\lambda^2}{4} \frac{64\pi^2}{g^2} \quad (4.3.39)$$

$$-\frac{1}{f_\phi} = \alpha \frac{\lambda^2}{4} \frac{64\pi^2}{g^2} \left(\frac{N_c}{N_c - 1}\right) \quad (4.3.40)$$

Agora identificando $\alpha = -\frac{1}{f_\phi}$, temos

$$\lambda^2 \frac{16\pi^2}{g^2} \left(\frac{N_c}{N_c - 1}\right) = 1 \quad (4.3.41)$$

$$\lambda = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(\frac{N_c - 1}{N_c}\right)} \quad (4.3.42)$$

Usando Eq.(4.3.23) podemos agora escrever

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0} = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(\frac{N_c - 1}{N_c}\right)} \quad (4.3.43)$$

$$q = \epsilon_0 g \sqrt{\left(\frac{N_c - 1}{N_c}\right)} \quad (4.3.44)$$

Substituindo (4.3.44) em (4.3.21), com $G(\tilde{\phi}(r)) \equiv G(r)$, temos

$$E(r) = \frac{\epsilon_0 g \sqrt{\left(\frac{N_c - 1}{N_c}\right)}}{4\pi\epsilon_0 G(r) r^2} \quad (4.3.45)$$

Cancelando os ϵ_0 temos

$$E(r) = \frac{g \sqrt{\left(\frac{N_c - 1}{N_c}\right)}}{4\pi G(r) r^2} \quad (4.3.46)$$

sendo $G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = \exp(-\alpha\phi(r))$, onde $\phi(r)$ é a solução confinante dada na Eq.(4.3.38) Esta solução foi primeiramente obtida em [11, 17] em teorias com soluções *dilatônicas*. Agora substituindo,

$$G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = \exp(-\alpha 2f_\phi \ln \frac{r_\phi}{r}) \quad (4.3.47)$$

e lembrando que $\alpha = -\frac{1}{f_\phi}$, temos

$$G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = \exp\left(-\left(-\frac{1}{f_\phi}\right) 2f_\phi \ln \frac{r_\phi}{r}\right) \quad (4.3.48)$$

Cancelando f_ϕ , chegamos ao seguinte resultado

$$G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = \exp\left(2 \ln \frac{r_\phi}{r}\right) \quad (4.3.49)$$

ou simplesmente

$$G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = \left(\frac{r_\phi}{r}\right)^2 \quad (4.3.50)$$

Substituindo na Eq.(4.3.46), temos o campo elétrico modificado por uma função G para um ‘meio confinante’, dado por

$$E(r) = \frac{g \sqrt{\left(\frac{N_c - 1}{N_c}\right)}}{4\pi \left(\frac{r_\phi}{r}\right)^2 r^2} \quad (4.3.51)$$

ou melhor

$$E(r) = \frac{g\sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)}}{4\pi r_\phi^2} \quad (4.3.52)$$

O campo elétrico é constante (ver Fig. 4.4) e que portanto implica que as linhas de força estão juntas o tempo todo, o que caracteriza um regime de confinamento devido a um meio anti-dielétrico representado pelo condensado ou ‘matéria taquiônica’. Veja discussões abaixo.

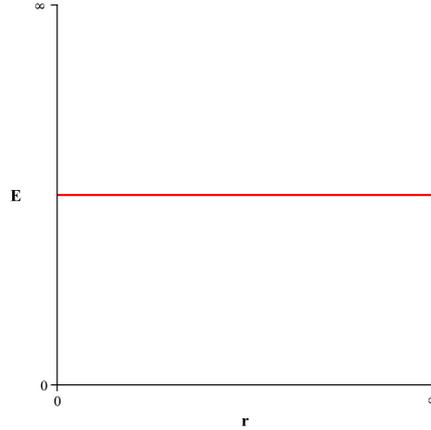


Figura 4.4: Campo elétrico constante

4.3.1 Potencial confinante

Integrando (4.3.52) conforme segue

$$v(r) = \int E(r)dr \quad (4.3.53)$$

encontramos o potencial confinante

$$v(r) = \frac{g\sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)}}{4\pi r_\phi^2}r + c \quad (4.3.54)$$

que é do tipo confinante linear (ver Fig. 4.5)

$$v(r) = \sigma r + c \quad (4.3.55)$$

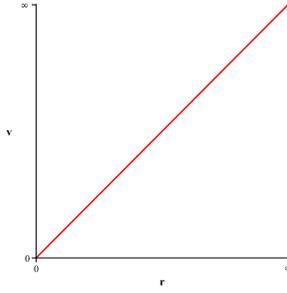


Figura 4.5: Potencial confinante

4.3.2 Energia potencial

A energia potencial elétrica entre duas cargas pontuais é dada simplesmente em termos o potencial e da carga

$$u(r) = qv(r) \quad (4.3.56)$$

ou seja

$$u(r) = \left(\epsilon_0 g \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \right) \left(\frac{g \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)}}{4\pi r_\phi^2} \right) r \quad (4.3.57)$$

$$u(r) = \frac{\epsilon_0 g^2 \left(1 - \frac{1}{N_c}\right)}{4\pi r_\phi^2} r \quad (4.3.58)$$

Portanto temos um o potencial de confinamento linear tipo aquele que descreve o confinamento de quarks e glúons

$$u(r) = \epsilon_0 g^2 \frac{r}{4\pi r_\phi^2} \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) \quad (4.3.59)$$

Note que o nosso tratamento é de uma teoria de gauge abeliana e portanto não possui todos os graus de liberdade adequados para descrever as cores dos glúons. Porém, como a própria expressão mostra no limite em que $N_c \rightarrow \infty$ a carga elétrica é idêntica à carga de cor. Este é o limite de 't Hooft (ou limite planar) onde vários gráficos de Feynman desaparecem e torna a teoria não-abeliana mais simples. Assim podemos entender nossa abordagem abeliana como sendo uma abordagem aproximada da teoria não-abeliana que descreve a QCD.

Encerrando esta subseção gostaríamos de fazer um último comentário a respeito do campo magnético. Embora em todo o cálculo da função dielétrica tenha sido considerado apenas o campo elétrico, podemos considerar um efeito da função dielétrica sobre o campo magnético sem que o mesmo reaja sobre tal função. Isso justifica a ausência do efeito do campo magnético (ausência de “backreactions”) nas equações que governam o campo elétrico e o campo escalar.

Substituindo nossa função $G(\phi)$ em Eq.(4.3.50), obtida do potencial confinante, na Eq.(3.4.45) e lembrando que $c = \mu_0 i$, encontramos

$$\vec{B} = \frac{c}{rG(\phi)} \hat{\theta} = \frac{\mu_0 i}{r \left(\frac{r_\phi}{r}\right)^2} = \frac{r\mu_0 i}{r_\phi^2} \quad (4.3.60)$$

Com isso mostramos a presença do efeito do confinamento elétrico sobre o campo magnético. Veja na Fig. 4.6 o efeito do confinamento em ambos os campos elétrico e magnético.

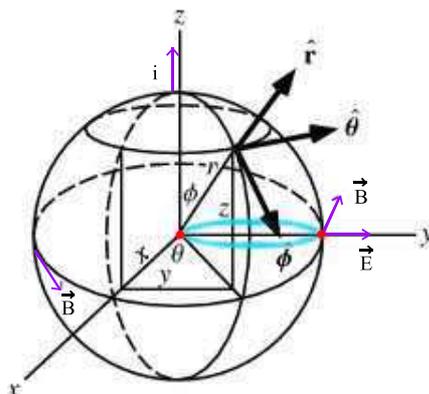


Figura 4.6: Representação em coordenadas esféricas do efeito do confinamento sobre os campos elétrico e magnético.

4.3.3 Potencial coulombiano

Vamos encontrar o potencial coulombiano partindo do campo elétrico da Eq.(4.3.46), com base na solução para o campo escalar [11, 17]

$$\phi(r) = 2f_\phi \ln \left(\frac{r + r_\phi}{r} \right) \quad (4.3.61)$$

Lembrando que $\alpha = -\frac{1}{f_\phi}$ e $G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = \exp(-\alpha(\phi(r)))$ obtemos

$$G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = \exp\left(\frac{1}{f_\phi} 2f_\phi \ln\left(\frac{r+r_\phi}{r}\right)\right) \quad (4.3.62)$$

Cancelando os f_ϕ , temos

$$G(\phi(r)) = \exp\left(2 \ln\left(\frac{r+r_\phi}{r}\right)\right) = \left(\frac{r+r_\phi}{r}\right)^2 \quad (4.3.63)$$

Substituindo este resultado na Eq.(4.3.46) encontramos

$$E(r) = \frac{g \sqrt{\left(\frac{N_c-1}{N_c}\right)}}{4\pi \left(\frac{r+r_\phi}{r}\right)^2 r^2} \quad (4.3.64)$$

ou simplesmente

$$E(r) = \frac{g \sqrt{\left(\frac{N_c-1}{N_c}\right)}}{4\pi (r+r_\phi)^2} \quad (4.3.65)$$

Integrando o campo em função de r , ou seja

$$v_c(r) = \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int E(r) dr \quad (4.3.66)$$

obtemos o potencial ‘coulombiano’ da seguinte forma

$$v_c(r) = -\frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \frac{1}{r+r_\phi} \quad (4.3.67)$$

A energia potencial é dada por

$$u(r) = qv_c(r) \quad (4.3.68)$$

Expressando a carga q em termos de g conforme definido acima encontramos

$$u(r) = -\epsilon_0 g^2 \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) \frac{1}{r+r_\phi} \quad (4.3.69)$$

Energia potencial tipo coulombiana para o campo elétrico que imita a energia de quarks e gluons no limite de altas energias ou $r \rightarrow 0$. Note, entretanto, que o potencial é suave em $r = 0$ diferentemente de um potencial coulombiano exato.

Finalmente, vamos comentar sobre a relação entre o confinamento e a condensação taquiônica. Com a condensação taquiônica no infinito (ver Fig. 4.7), o potencial taquiônico deve ser tipo

$$V = e^{-\alpha\phi} \quad (4.3.70)$$

Em nosso estudo temos um potencial desse tipo. Substituindo a solução explícita

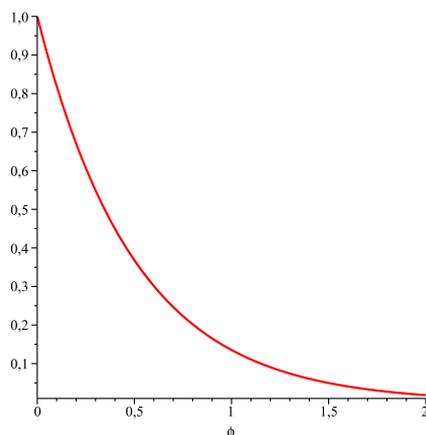


Figura 4.7: Condensação para $\phi \rightarrow \infty$

para $\phi(r)$ chegamos à forma

$$V(r) = e^{-\alpha\phi(r)} = \left(\frac{r\phi}{r}\right)^2 \quad (4.3.71)$$

Da equação (4.3.71) notamos que a condensação taquiônica acontecerá quando r

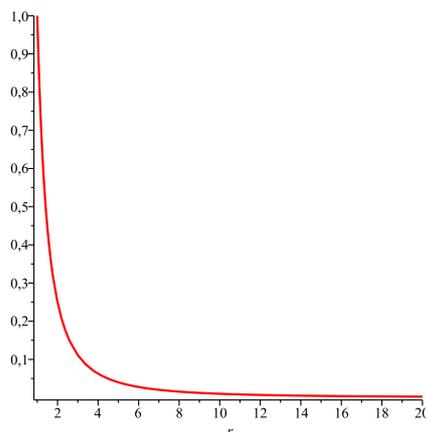


Figura 4.8: Condensação taquiônica

tender ao infinito (ver Fig. 4.8). Assim o campo elétrico acoplado a uma função

dielétrica $G(r) = V(r)$ nos dá um confinamento quando a mesma tende a zero no infinito. Como já vimos previamente o campo elétrico é escrito da forma

$$E = \frac{q^2}{4\pi G r^2} \quad (4.3.72)$$

e o potencial elétrico confinante é (ver Fig. 4.5)

$$v(r) = \sigma r + c \quad (4.3.73)$$

Podemos, portanto, concluir que o confinamento elétrico está associado à condensação taquiônica. Da teoria de 't Hooft - Mandelstan e Seiberg - Witten [9], a qual trata da dualidade entre o fenômeno do confinamento e o fenômeno da supercondutividade, sabemos que o confinamento elétrico também pode estar associado à condensação de monopolos magnéticos. Porém, táquions e monopolos magnéticos sozinhos (sem condensação) parecem terem sido excluídos durante a fase inflacionária do Universo.

Capítulo 5

Conclusões

Neste trabalho encontramos potenciais coulombiano e de confinamento para o campo elétrico que lembra aquele obtido para o confinamento de quarks e gluons. Nossa abordagem abeliana pode ser compreendida como uma aproximação da abordagem não-abeliana da QCD. O potencial coulombiano para o campo elétrico obteve o mesmo comportamento do potencial entre quarks em altas energias. O regime confinante do campo elétrico foi obtido considerando o mesmo imerso em um meio dielétrico exótico cuja função dielétrica descreve um comportamento de anti-blindagem. Em nosso estudo esse meio é descrito por uma matéria taquiônica descrita em termos de um potencial taquiônico cujos mínimos globais estão localizados no infinito. Relacionamos a condensação taquiônica com o confinamento elétrico. Desta forma a condensação taquiônica desempenha o mesmo papel que a condensação de monopolos no fenômeno do confinamento elétrico. Este último, trata-se da dualidade entre o confinamento e o fenômeno da supercondutividade.

Como perspectiva de estudo pretendemos estender nossa presente análise para o caso mais realístico que é considerar a teoria não-abeliana, o que tornará nossa análise mais próxima dos estudos em QCD. Uma outra possibilidade seria considerar esses estudos no contexto de dimensões extras ou teoria de branas.

Referências Bibliográficas

- [1] E.Eichten *et. al.*. Phys. Rev. Lett. **34**, 369 (1975).
- [2] L. Willets, “Nontopological Solutions” (Word Scientific, Singapore, 1998).
- [3] A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson, C.B. Thorn and V.F.Weisskopf, Phys. Rev. D **9**, 3471 (1974).
- [4] W. A. Bardeen, M.S. Chanowitz, S.D. Drell, M. Weinstein and T.-M. Yan, Phys, Rev. D **11**, 1094 (1975).
- [5] R. Friedberg and T.D. Lee, Phys. Rev. D **15**, 1664 (1977).
- [6] A. Sen, JHEP **0207**, 065 (2002) [arXiv:hep-th/0203265]; A. Sen, JHEP **0204**, 048 (2002) [arXiv:hep-th/0203211].
- [7] J. Frenkel, “Princípios da Eletrodinâmica Clássica,”Ed. Universidade de São Paulo(1996).
- [8] J. D. Jackson, *Classical Eletrodinamics* (Wiley, New York, 1998).
- [9] S. Mandelstam, Phys. Rep. **23C**, 145 (1976); G. 't Hooft, in Proceed. of Euro. Phys. Soc. 1975, ed. A. Zichichi; N. Seiberg and E. Witten, Nucl. Phys. **B426**, 19 (1994).
- [10] D. Bazeia, F. A. Brito, W. Freire and R. F. Ribeiro, Int. J. Mod. Phys. **A18**, 5627(2003).
- [11] R. Dick, Phys. Lett. B **409**(1997), 321.

- [12] A.A. Michelson E.W. Morley, AM. J. Sci. **42**, 333 (1887); Phil. Mag. **24**, 449 (1887).
- [13] R.J. Kennedy and Thorndike, Phys. Rev. **42**, 400 (1993).
- [14] L.H. Thomas, Nature **117**, 514 (1926).
- [15] L.H. Thomas, Thomas, Phil. Mag **3**, 1 (1927).
- [16] T.D. Lee, "Particles Physics and Indroduction To Field Theory"(Harwood Academic, New York, 1981).
- [17] R. Dick, Eur. Phys. J. C, 701(1999).
- [18] B. Zwiebach, "String Theory" (University Press, Cambridge, 2004).

UNIVERSIDADE FEDERAL DA CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CONFINAMENTO EM MATÉRIA TAQUIÔNICA

Wellington Romero Serafim Freire

CAMPINA GRANDE

- julho 2011 -

UNIVERSIDADE FEDERAL DA CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CONFINAMENTO EM MATÉRIA TAQUIÔNICA

Wellington Romero Serafim Freire

Dissertação realizada sob a orientação do Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito, apresentada à Unidade Acadêmica de Física em complementação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

CAMPINA GRANDE

-julho 2011 -

F866c Freire, Wellington Romero Serafim.
Confinamento em matéria taquiônica / Wellington Romero Serafim
Freire. – Campina Grande, 2011.
41 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2011.
"Orientação: Prof. Dr. Francisco de Assis Brito".
Referências.

1. Eletrodinâmica. 2. Campo Eletromagnético. 3. Matéria Taquiônica.
I. Brito, Francisco de Assis. II. Título.

CDU 537.8(043)

A Deus e aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

-Ao Prof. Francisco de Assis de Brito, pela orientação, sugestão, estímulo e competência com que conduziu este trabalho.

-Aos Profs. Fábio Dahia, Rômulo Rodrigues, Eduardo Passos, Morgana Freire, Jossyl Amorim, José Suassuna, Daisy Almeida, pela colaboração que recebi durante a fase de preparação desta dissertação.

-A todos os professores desta Unidade Acadêmica que contribuíram direta ou indiretamente para minha formação.

-A meu irmão Péricles Romero pela elaboração das figuras presente nesta dissertação.

-Aos meus familiares, Pais: Romero e Conceição Serafim, irmãos: Erick, Clériston e Péricles, minha noiva Raphaella (grávida de Carolina Serafim minha filha) e cunhadas: Daniele e Juliana pelo apoio, confiança e incentivo.

-Aos colegas de pós-graduação Kennedy, Fábio Alves, Albery, Emanuel, Raoni, Analine e funcionários Alba, Dalva, Graça, Marcelo e Hélio da Unidade Acadêmica de Física pela grata convivência durante a minha permanência nesta Unidade.

-À CAPES pelo suporte financeiro.

-A todos que direta ou indiretamente possibilitaram a conclusão deste trabalho.

RESUMO

Neste trabalho estudamos o comportamento dos campos elétrico e magnético estáticos acoplados a uma função dielétrica com a intenção de obtermos um confinamento elétrico similar ao que acontece com o campo de glúons que ligam os quarks na matéria hadrônica. Para isso usamos o fenômeno da ‘anti-blindagem’ em um meio com dielétricos exóticos. Mostramos que a matéria taquiônica se comporta como um meio exótico cuja função dielétrica associada modifica as equações de Maxwell, afeta os campos e como consequência encontramos potenciais de confinamento e coulombiano em três dimensões espaciais. Observamos que o regime de confinamento coincide com o regime da condensação taquiônica, o que lembra o efeito do confinamento devido à condensação de monopólos magnéticos.

ABSTRACT

In this work we study the behavior of static electric and magnetic fields coupled to a dielectric function with intent to obtain an electrical confinement similar to what happens with the field of gluons that bind quarks in hadronic matter. For this we use the phenomenon of ‘anti-screening’ in a medium with exotic dielectric. We show that tachyon matter behaves like an exotic way whose associated dielectric function modifies the Maxwell’s equations and affects the fields which results in confining and Coulombian potentials in three spatial dimensions. We note that the confinement regime coincides with the tachyon condensation, which resembles the effect of confinement due to condensation of magnetic monopoles.

Sumário

1	Introdução	1
2	Eletrodinâmica e Condensação Taquiônica	3
2.1	Equações de Maxwell	3
2.2	Condensação taquiônica e o confinamento elétrico	7
3	Confinamento Elétrico em Meios com Anti-Blindagem	12
3.1	Interação entre cargas elétricas pontuais	13
3.2	Blindagem em meio dielétrico	14
3.3	“Anti-blindagem” em um meio dielétrico exótico	15
3.3.1	Confinamento em meios dielétricos exóticos	16
3.4	Equações de Maxwell modificadas por uma função dielétrica	17
4	Confinamento Elétrico em Matéria Taquiônica	25
4.1	Lagrangeana taquiônica com campos eletromagnéticos	25
4.2	Potencial de confinamento para o campo elétrico em uma dimensão espacial	27
4.3	Potenciais de confinamento e coulombiano para o campo elétrico em três dimensões	29
4.3.1	Potencial confinante	33
4.3.2	Energia potencial	34
4.3.3	Potencial coulombiano	35

Lista de Figuras

2.1	Potencial associado à estabilidade de um determinado sistema.	8
2.2	Potencial taquiônico associado à instabilidade de um determinado sistema.	8
2.3	Massa em função da velocidade. Regime taquiônico para $v > c$ ($c = 1$).	9
2.4	Representação dos comportamentos em cada ordem de correção (lado esquerdo). Potencial efetivo taquiônico (lado direito).	10
2.5	Condensação em $\phi = \pm\phi_0$ ($\phi_0 = \sqrt{2}/2$).	10
2.6	Potencial efetivo taquiônico tipo gaussiano.	11
2.7	Regimes de condensação tendendo ao infinito.	11
3.1	Duas cargas pontuais	13
3.2	Campo elétrico decrescente com o quadrado da distância	13
3.3	Energia potencial devido a cargas pontuais	14
3.4	Efeito de blindagem	15
3.5	Efeito da polarização	15
3.6	Função típica	16
3.7	Limite coulombiano	17
3.8	Confinamento	17
3.9	Confinamento de cargas	17
3.10	Coordenadas esféricas	20
4.1	O potencial escalar exponencial	27
4.2	O campo escalar	28
4.3	A função dielétrica	28

4.4	Campo elétrico constante	33
4.5	Potencial confinante	34
4.6	Representação em coordenadas esféricas do efeito do confinamento sobre os campos elétrico e magnético.	35
4.7	Condensação para $\phi \rightarrow \infty$	37
4.8	Condensação taquiônica	37

Capítulo 1

Introdução

O confinamento surge naturalmente na QCD (*Cromodinâmica quântica*) onde o campo de glúons e os quarks aparecem num estado confinado em baixas energias. Semelhantemente ao campo elétrico, associamos ao campo de glúons cargas denominadas “cargas de cores”. Em nossos estudos mostraremos que o fenômeno do confinamento em geral pode ser considerado como sendo um efeito de um meio dielétrico sobre os campos e as cargas tal como o efeito oposto ao da blindagem denominada “anti-blindagem”. Este parece ser o meio no qual vive a matéria hadrônica em três dimensões espaciais encontrarmos potenciais coulombiano e de confinamento, para descrever potenciais entre pares de quarks. Normalmente é usado o potencial de Cornell [1] $v_c(r) = -\frac{a}{r} + br$, onde a e b são constantes positivas, e r é a distância entre os quarks.

Na QED (*Eletrodinâmica quântica*), a carga elétrica efetiva aumenta quando a distância r entre um par de elétron- anti-elétron diminui. Por outro lado na QCD existe um efeito que cria uma carga de cor efetiva que diminui quando a distância entre um par de quark e anti-quark diminui. Este efeito da QCD é oposto ao efeito da QED. Assim é natural tentar entender este efeito em termos da própria QED em um meio “exótico” tal que seja criado um efeito de anti-blindagem em algum regime perto da escala da QCD.

Nesses termos admitimos que o campo elétrico agora é modificado por uma “função dielétrica”. Considere $E(r) \equiv \frac{q'(r)}{r^2} \equiv \frac{q}{G(r)r^2}$, onde $E(r)$ representa o campo elétrico devido a uma carga q imersa em um meio polarizável caracterizando uma “cor” aco-

plado a uma função dielétrica $G(r)$ onde o r representa a distância da blindagem (ou anti-blindagem) ou “polarização da moléculas”. O comportamento da blindagem na QED se manifesta de acordo com a carga efetiva elétrica ou seja, $q'(r \gg d) \leq 1$ ou $G(r \gg d) \geq 1$ e $q'(r \ll d) > 1$ ou $G(r \ll d) < 1$ sendo d o tamanho típico da blindagem produzida pela polarização das moléculas. Por outro lado na QCD o fenômeno da anti-blindagem se manifesta com a carga elétrica $q'(r \gg R) \gg 1$ ou $G(r \gg R) \ll 1$ e $q'(r < R) \rightarrow 1$ ou $G(r < R) \rightarrow 1$ sendo R o raio típico da anti-blindagem que é do tamanho típico dos hádrons. Como estamos interessados em confinamento vamos focar nosso interesse no último caso onde a função dielétrica $G(r)$ é claramente escolhida de tal forma que a blindagem na QCD fornece confinamento de cor em um par de quark. Observe que vamos continuar usando campos de gauge abelianos tal como em QED, mas agora $G(r)$ é “escolhida” adequadamente com o objetivo de proporcionar o confinamento. Vamos considerar apenas projeções abelianas quando esses campos são incorporados em um meio dielétrico de cor [2, 16]. Esses fatos são úteis para estudar confinamento de quarks e glúons dentro dos hádrons, usando uma fenomenologia de teoria de campos efetiva para a QCD [1, 3, 4, 5].

Existem formas diferentes de confinar o campo elétrico em um meio dielétrico com diferentes funções $G(r)$ visando obter confinamento. Em nosso caso a função $G(r)$ está associada à *condensação taquiônica* [6]. Em geral, o comportamento da função dielétrica G com respeito a r pode ser governado por algum campo escalar $\phi(r)$ na qual descreve a dinâmica do meio dielétrico em uma *matéria taquiônica*. Para isso, usamos uma lagrangeana para descrever tanto a dinâmica de gauge como a dinâmica de campos escalares associados à dinâmica taquiônica. No presente trabalho estudamos o confinamento de campos elétrico e magnético em uma e três dimensões espaciais.

Capítulo 2

Eletrodinâmica e Condensação Taquiônica

2.1 Equações de Maxwell

As quatro equações fundamentais que descrevem o eletromagnetismo são conhecidas como Equações de Maxwell. Essas equações relacionam campos elétricos \vec{E} e magnéticos \vec{B} na presença ou na ausência de fontes tipo as densidades de carga $\rho(\vec{x}, t)$ e corrente $\vec{j}(\vec{x}, t)$ em sua forma diferencial [7, 8]

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (\text{Lei de Gauss}) \quad (2.1.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{j}, \quad (\text{Ampère-Maxwell}) \quad (2.1.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (\text{Gauss Magnética}) \quad (2.1.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (\text{Faraday}) \quad (2.1.4)$$

Os campos podem existir mesmo em regiões com $\rho(\vec{x}, t)$ e $\vec{j}(\vec{x}, t)$ nulos. Nesse caso sem fontes, as equações apresentam uma simetria de dualidade $\vec{E} \rightarrow \vec{B}$ e $\vec{B} \rightarrow -\vec{E}$. Na presença de fontes, a simetria de dualidade considera a existência da densidades de carga e corrente, ou seja, é preciso considerar a existência de *monopolos magnéticos* [3] embora não tenham sido ainda observados na natureza.

Da equação de Ampère-Maxwell temos

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j} \quad (2.1.5)$$

tal que aplicando o operador $\vec{\nabla} \cdot$ em ambos os membros da equação termos

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J} \right) \quad (2.1.6)$$

pela identidade

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{F}) = 0 \quad (2.1.7)$$

a equação assume a seguinte forma

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J} \right) = 0 \quad (2.1.8)$$

nos dando como resultado a equação de continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0. \quad (2.1.9)$$

Podemos também escrever as Equações de Maxwell na forma global:

- Lei de Gauss

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho d^3x \quad (2.1.10)$$

que descreve o fluxo elétrico \vec{E} através de uma superfície fechada S .

- Lei da indução de Faraday

$$\oint_{L=\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S d\vec{S} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1.11)$$

que descreve o fluxo magnético variável em uma superfície fechada S gerando campo elétrico ou corrente elétrica ao longo de uma linha L a qual limita S .

- A inexistência de monopolo magnético

$$\int_S d\vec{S} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.1.12)$$

que descreve o fluxo de \vec{B} através de superfícies fechadas S , sendo nulo em superfícies fechadas se admitirmos a inexistência de monopolos magnéticos.

- Corrente de deslocamento de Maxwell

$$\oint_{L=\partial S} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_S d\vec{S} \cdot \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (2.1.13)$$

que descreve o campo magnético \vec{B} ao longo de uma linha fechada limitando uma superfície S devido à corrente através de S .

Os campos elétricos e magnéticos também podem ser escritos através do potencial vetor \vec{A} e do potencial escalar Φ , relacionados por

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}, \quad (2.1.14)$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (2.1.15)$$

Observamos que os campos \vec{E} e \vec{B} são invariantes se os potenciais Φ e \vec{A} sofrem simultaneamente as seguintes transformações

$$\vec{A} \longrightarrow \vec{A}' = \vec{A} - \vec{\nabla}\Lambda, \quad (2.1.16)$$

$$\phi \longrightarrow \phi' = \phi + \frac{\partial \Lambda}{\partial t}, \quad (2.1.17)$$

as quais levam a

$$\vec{B}' = \vec{\nabla} \times \vec{A}' = \vec{B} \quad (2.1.18)$$

$$\vec{E}' = -\vec{\nabla}\phi' - \frac{\partial \vec{A}'}{\partial t} = \vec{E} \quad (2.1.19)$$

Dizemos que os campos observáveis são *invariantes de gauge*. No formalismo covariante existe uma quantidade A^μ , chamada “potencial quadrivetor” cujas componentes são definidas como

$$A^\mu \equiv (A^0 = \Phi, A^i = \vec{A}). \quad (2.1.20)$$

A componente temporal desse quadrivetor corresponde ao potencial escalar e a parte espacial ao potencial vetor. A componente covariante é dada por

$$A_\mu = g_{\mu\nu} A^\nu \quad (2.1.21)$$

onde $A_\mu \equiv (\Phi, -\vec{A})$ e $g_{\mu\nu}$ é o tensor métrico.

Do potencial quadrivetor podemos definir um tensor de segunda ordem da forma

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.1.22)$$

Através da definição, percebemos que $F_{\mu\nu}$ é totalmente anti-simétrico, ou seja, ($F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu}$). Podemos escrever $F_{\mu\nu}$ em termos dos campos \vec{E} e \vec{B} da seguinte forma

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E^1 & -E^2 & -E^3 \\ E^1 & 0 & -B^3 & B^2 \\ E^2 & B^3 & 0 & -B^1 \\ E^3 & -B^2 & B^1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.1.23)$$

Deste tensor as equações de Maxwell com fontes passam a ser escritas em sua forma covariante

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu \quad (2.1.24)$$

onde $J^\nu = (\rho, \vec{J})$. A equação de continuidade na forma covariante fica dada por $\partial_\mu J^\mu = 0$.

As equações de Maxwell sem fontes são definidas através do tensor dual

$${}^*F^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}F_{\lambda\sigma} = \begin{pmatrix} 0 & -E^1 & -E^2 & -E^3 \\ E^1 & 0 & -B^3 & B^2 \\ E^2 & B^3 & 0 & -B^1 \\ E^3 & -B^2 & B^1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.1.25)$$

de onde se obtém a identidade

$$\partial_\mu {}^*F^{\mu\nu} = 0 \quad (2.1.26)$$

O símbolo de Levi-Civita (ou pseudo-tensor) $\varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}$ é totalmente anti-simétrico e possui as seguintes propriedades com a permutação nos índices

$$\varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} = \begin{cases} -1 & \text{com índices ímpar} \\ 0 & \text{com índices repetidos} \\ 1 & \text{com índices par} \end{cases} \quad (2.1.27)$$

A densidade de lagrangeana que fornece as equações de Maxwell é:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - j_\mu A^\mu \quad (2.1.28)$$

ou

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(E^2 - B^2) - \rho\phi + \vec{j} \cdot \vec{A} \quad (2.1.29)$$

2.2 Condensação taquiônica e o confinamento elétrico

Nesta seção discutimos a relação entre os fenômenos da condensação taquiônica e do confinamento elétrico. Quando falamos em *táquions* (ou “tachyons”) nos referimos a partículas que possuem velocidade superior à da luz e estão associados a instabilidades. Assim como *monopólos magnéticos* nunca foram observados isolados na natureza, embora possam estar sempre interagindo com outros campos ou via auto-interações de ordem superior pra formar a *condensação taquiônica* [6, 18]. Em nossos estudos mostramos que o confinamento elétrico pode ocorrer na condensação taquiônica do mesmo modo como acontece com a *condensação de monopolos* [9].

Na condensação taquiônica, os táquions evoluem para um estado de mínima energia e passam a se apresentar como partículas reais as quais possuem velocidade menor que a da luz ($v < c$). Ilustramos como isso acontece da forma como segue.

Para ilustrarmos configurações taquiônicas usamos alguns tipos de potenciais escalares em teoria de campos.

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi = -\frac{\partial V}{\partial \phi} \quad (2.2.30)$$

Potenciais associados a estabilidades em um sistema descrito por um campo escalar ϕ são do tipo

$$V = \frac{1}{2}m^2\phi^2 \quad (2.2.31)$$

enquanto potenciais associados a instabilidades são dados por

$$V = -\frac{1}{2}m^2\phi^2 \quad (2.2.32)$$

De acordo com (2.2.31) m é massa da partícula não taquiônica. Na matéria taquiônica essa massa é um número complexo o que implica em velocidade superior à da luz. Podemos ver isso explicitamente através da manipulação da fórmula da massa relativística

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2.2.33)$$

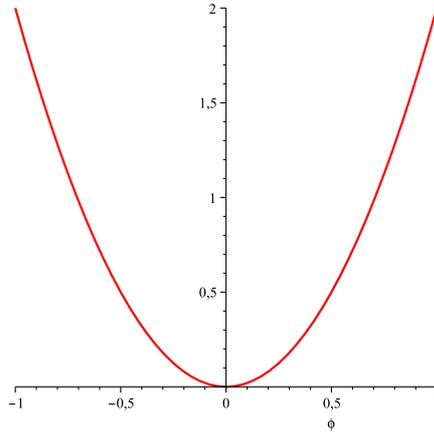


Figura 2.1: Potencial associado à estabilidade de um determinado sistema.

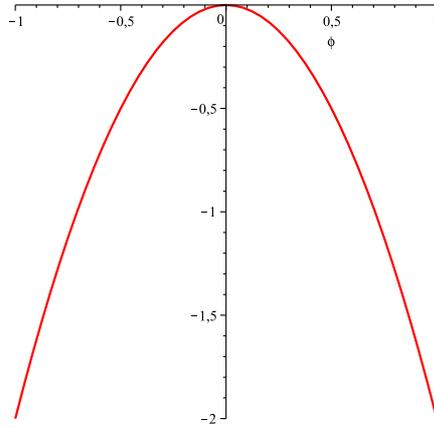


Figura 2.2: Potencial taquiônico associado à instabilidade de um determinado sistema.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{-\left(\frac{v^2}{c^2} - 1\right)}} \quad (2.2.34)$$

$$m = \frac{m_0}{i\sqrt{\frac{v^2}{c^2} - 1}} \quad (2.2.35)$$

$$m = \frac{-im_0}{\sqrt{\frac{v^2}{c^2} - 1}} \quad (2.2.36)$$

Note que a massa é complexa para $v > c$, o que implica em um regime taquiônico. Veja fig. (2.3). Táquions puros ou “sozinhos” não são aceitáveis fisicamente. No entanto, quando interagem com outros campos ou uns com os outros via auto-interações de ordem superior pode ocorrer a condensação taquiônica e os mesmos passam a ficar em um ponto de mínimo. Neste sentido táquions são aceitáveis e são compreendidos como partículas reais com $v < c$, descritas pelo potencial efetivo Eq.(2.2.38).

Agora vamos ilustrar com exemplos que podem ocorrer a condensação taquiônica. Primeiramente consideremos correções de terceira e quarta ordem do potencial taquiônico (2.2.32)

$$V_{eff} = -\frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{\sigma}{3!}\phi^3 + \frac{\lambda}{4!}\phi^4 + \dots \quad (2.2.37)$$

Na figura (2.4) é mostrado a contribuição das correções do potencial taquiônico onde encontramos um novo mínimo que é responsável pelo fenômeno da condensação. Note que em torno de um novo mínimo o potencial é aproximadamente dado por

$$V' \simeq \frac{1}{2}m'^2(\phi - \phi_0)^2 + V_0 \quad (2.2.38)$$

Agora a massa m' é real e portanto está associada a ponto de equilíbrio estável e depende dos parâmetros, σ e λ , como se vê abaixo $m' = f(\sigma, \lambda)$. Dizemos que agora existe a presença de uma partícula real devido ao novo mínimo gerado pelo fenômeno da condensação taquiônica em $\phi = \phi_0$. Se adicionarmos apenas termos pares obtemos mínimos simétricos degenerados ($\sigma = 0$)(ver Fig. 2.5). O potencial taquiônico agora se comporta localmente, ou seja, em torno desses mínimos da seguinte forma.

$$V'_+ \simeq \frac{1}{2}m'^2(\phi - \phi_0)^2 \quad (2.2.39)$$

ou

$$V'_- \simeq \frac{1}{2}m'^2(\phi + \phi_0)^2 \quad (2.2.40)$$

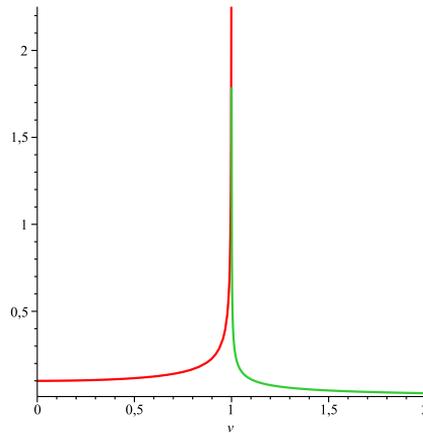


Figura 2.3: Massa em função da velocidade. Regime taquiônico para $v > c$ ($c = 1$).

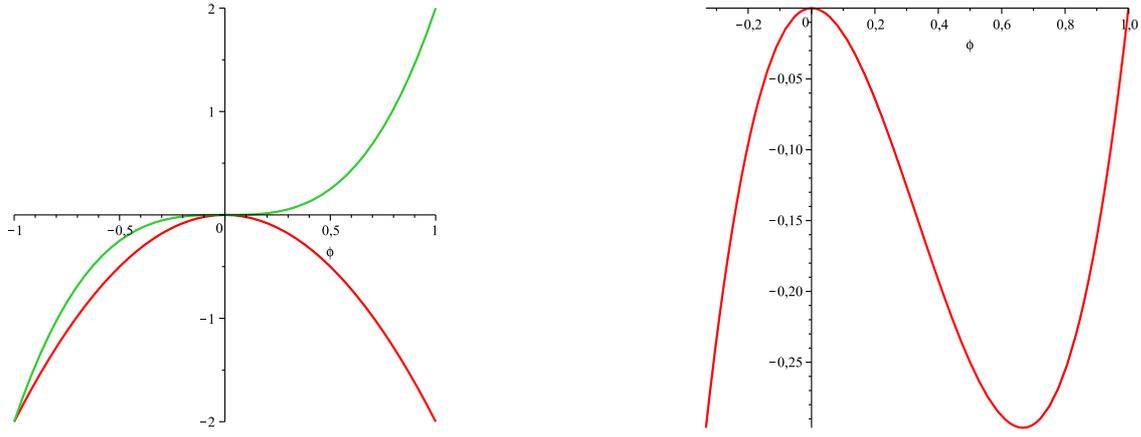


Figura 2.4: Representação dos comportamentos em cada ordem de correção (lado esquerdo). Potencial efetivo taquiônico (lado direito).

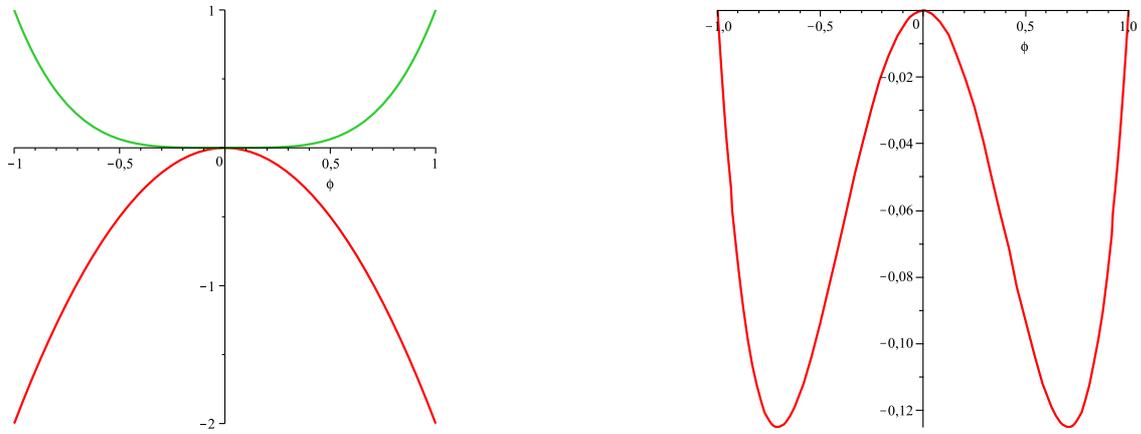


Figura 2.5: Condensação em $\phi = \pm\phi_0$ ($\phi_0 = \sqrt{2}/2$).

Num outro exemplo, adicionamos um conjunto de termos específicos ao potencial taquiônico para tomar a seguinte forma de uma sequência par.

$$V_{eff} = c \left(1 - \frac{1}{2} \frac{m^2 \phi^2}{\Lambda} + \frac{1}{8} \frac{m^4 \phi^4}{\Lambda^2} - \frac{1}{48} \frac{m^6 \phi^6}{\Lambda^3} + \frac{1}{384} \frac{m^8 \phi^8}{\Lambda^4} + \dots \right) \quad (2.2.41)$$

que converge para um *potencial gaussiano*, lembrando que ϕ dado em Mev,

$$V_{eff} = c \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{m^2 \phi^2}{\Lambda}\right), \quad (2.2.42)$$

onde, $\lambda = \text{Mev}^{-1}$ e $c = \text{Mev}^{-4}$. como mostrado na figura (2.6). Potenciais tipo exponenciais, mais usado na literatura, também podem ser construídos seguindo os mesmos procedimentos. Ao longo deste trabalho adotamos potenciais exponenciais da

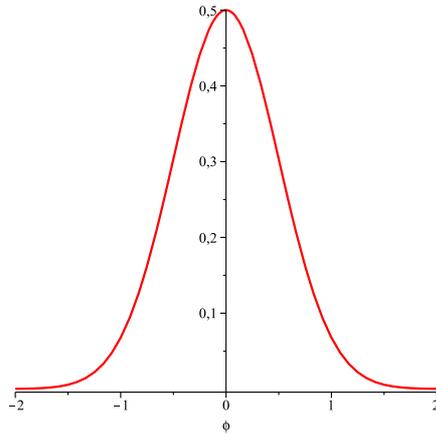


Figura 2.6: Potencial efetivo taquiônico tipo gaussiano.

forma

$$V_{eff} = c \exp(-\lambda\phi). \quad (2.2.43)$$

Podemos pensar nesses potenciais como potenciais com seus mínimos ϕ_0 tendendo ao infinito (ver Fig. 2.7) — uma consequência de um número infinito de termos de ordem superior com certas propriedades (2.2.42)-(2.2.43).

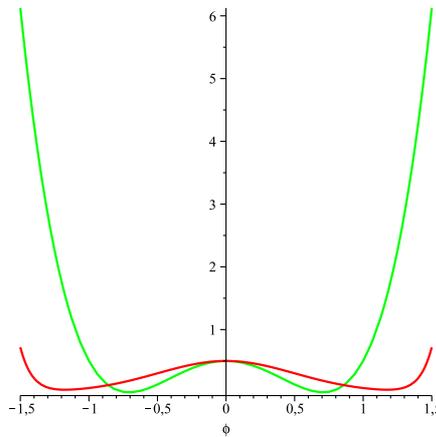


Figura 2.7: Regimes de condensação tendendo ao infinito.

Capítulo 3

Confinamento Elétrico em Meios com Anti-Blindagem

Neste capítulo, vamos investigar modificações da ação de Maxwell com o objetivo de se obter soluções para o campo elétrico e magnético confinados. Este efeito é obtido acoplando o termo de Maxwell com uma função que possui certas propriedades assintóticas. O comportamento dessa função é definido em termos de um campo escalar real com dinâmica própria. Usualmente em eletrodinâmica temos pelo menos dois exemplos de confinamento de campo elétrico: i) em uma dimensão espacial o potencial elétrico é sempre confinante e a energia potencial entre duas cargas cresce linearmente com a distância entre as cargas, ii) dois planos infinitos e carregados com cargas opostas também geram potencial confinante linear. Por outro lado, uma esfera ou uma partícula carregada em três dimensões espaciais produzem potenciais não-confinantes. Como sabemos, isto acontece porque a energia potencial entre esses objetos é inversamente proporcional à distância entre eles. No entanto, quando objetos carregados são imersos em meios dielétricos, as propriedades do campo elétrico pode mudar. Isto se deve ao fato de que a polarização do meio gera o fenômeno da blindagem sobre a carga imersa. Um comportamento similar acontece com o campo magnético quando imerso em materiais magnéticos.

Neste capítulo, vamos mostrar que quando objetos carregados são imersos em um meio dielétrico exótico com fenômenos de anti-blindagem, o fenômeno do confinamento

emerge mesmo para partículas carregadas em três dimensões espaciais. Fenômenos como esse são de interesse no estudo do confinamento de quarks e gluons (constituintes dos hádrons). Em baixas energias essas partículas aparecem na natureza numa fase confinada. O efeito de antibrindagem é um fenômeno natural da matéria hadrônica.

3.1 Interação entre cargas elétricas pontuais

Analisando a situação com duas cargas pontuais, separadas por uma distância r , observando as linhas de força “saindo” da carga negativa e “entrando” na positiva, a distância entre as linhas aumenta à medida em que elas se distanciam. O campo

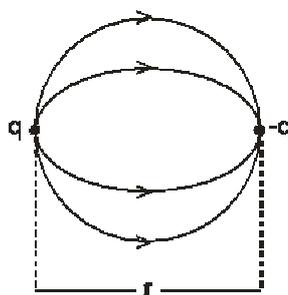


Figura 3.1: Duas cargas pontuais

elétrico de uma carga pontual é dado por

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (3.1.1)$$

De acordo com (3.1.1), o campo elétrico tende a zero à medida em que a distância tende ao infinito. De maneira semelhante a energia potencial tende a zero quando a

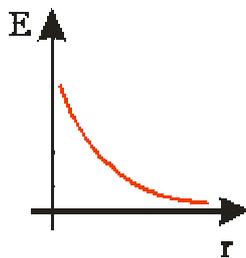


Figura 3.2: Campo elétrico decrescente com o quadrado da distância

separação r tende ao infinito. Neste caso não há confinamento de cargas.

$$U = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (3.1.2)$$

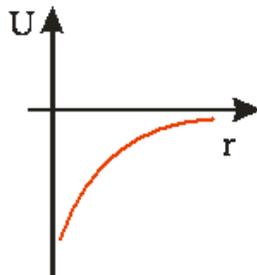


Figura 3.3: Energia potencial devido a cargas pontuais

3.2 Blindagem em meio dielétrico

Consideremos duas cargas opostas separadas por uma distância r . Tomemos como referência a carga positiva como a carga polarizadora e a carga negativa como a ‘carga teste’. A carga positiva polarizando as moléculas em torno da mesma gera uma blindagem no meio dielétrico de tal maneira que a carga negativa não consegue sentir totalmente o efeito da carga positiva (ver Fig. 3.4). Alternativamente, podemos afirmar que o campo elétrico gerado pela carga positiva torna-se mais fraco em um meio dielétrico, porém sua magnitude depende da posição r . Ou seja, a carga de teste pode sentir uma maior (ou menor) redução do campo se ela estiver suficientemente fora (ou dentro) da região de blindagem. Para governar este efeito definimos uma ‘função dielétrica’ $G(r)$. Na figura 3.5 podemos ver qualitativamente o efeito da blindagem da carga positiva devido à polarização do meio. Nela é mostrado o efeito de blindagem da carga devido à polarização no meio dielétrico. A carga efetiva $\frac{q}{G(r)}$ aumenta quando r diminui ($r \ll d$) e diminui quando r aumenta ($r \gg d$), onde d caracteriza o diâmetro das moléculas polarizadas.

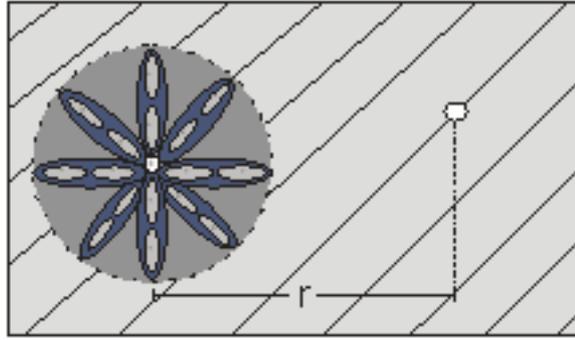


Figura 3.4: Efeito de blindagem

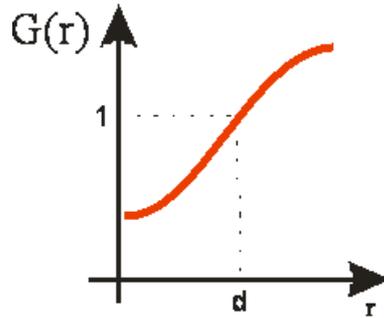


Figura 3.5: Efeito da polarização

3.3 “Anti-blindagem” em um meio dielétrico exótico

O fenômeno da anti-blindagem em meios materiais parece não ser observado. Entretanto este parece ser o caso da “Matéria Hadrônica”, na qual o efeito de blindagem é exatamente o oposto daquele descrito na seção anterior. Nela, duas ‘cargas de cor’ sentem o aumento do campo de gluons quando a distância r aumenta. Podemos entender este efeito como sendo igual ao de cargas elétricas imersas em um meio com efeito dielétrico oposto que chamamos de *dielétrico exótico*. Nele, a carga efetiva $\frac{q}{G(r)}$ aumenta quando ($r \gg R$) e diminui quando r diminui ($r \ll R$), onde R caracteriza o raio de “anti-blindagem”.

3.3.1 Confinamento em meios dielétricos exóticos

O campo elétrico de uma carga puntiforme em uma superfície fechada é obtida da seguinte forma

$$\oint E da = \frac{q}{\epsilon_0 G(r)} \quad (3.3.3)$$

$$4\pi r^2 E = \frac{q}{\epsilon_0 G(r)} \quad (3.3.4)$$

Assim,

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2 G(r)} \quad (3.3.5)$$

Escolhemos uma função $G(r)$ típica (ver Fig.3.6)

$$G(r) = \frac{1}{1 + ar^2} \quad (3.3.6)$$

Com isso, temos para o campo elétrico o seguinte comportamento

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r^2} + a \right]. \quad (3.3.7)$$

que possui os seguintes comportamentos assintóticos

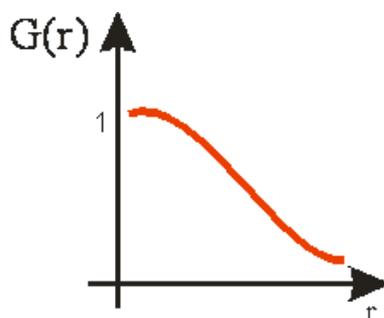


Figura 3.6: Função típica

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad \text{para } r \rightarrow 0 \quad (\text{limite coulombiano}) \quad (3.3.8)$$

e

$$E(r) = \frac{qa}{4\pi\epsilon_0}, \quad \text{para } \forall r \quad (\text{confinamento}) \quad (3.3.9)$$

Na figura 3.7 representamos o limite coulombiano enquanto a figura 3.8 mostra as linhas de força no fenômeno do confinamento.

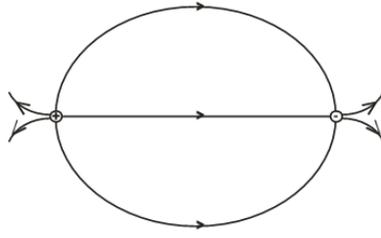


Figura 3.7: Limite coulombiano

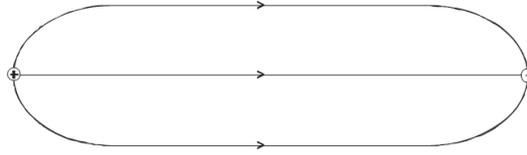


Figura 3.8: Confinamento

O potencial elétrico tende ao infinito quando a separação r tende ao infinito e é descrito pelo potencial de Cornell via relação $v(r) = \int \vec{E} d\vec{r}$:

$$v(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} + ar \right]. \quad (3.3.10)$$

O comportamento completo do potencial de Cornell está representado na figura 3.9.

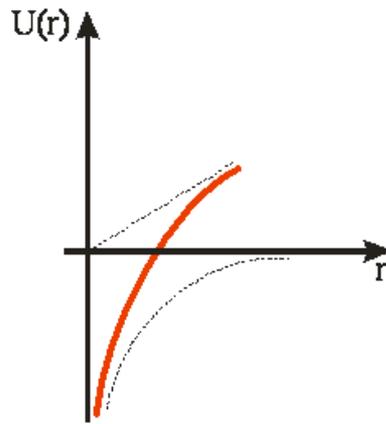


Figura 3.9: Confinamento de cargas

3.4 Equações de Maxwell modificadas por uma função dielétrica

Nesta seção aplicamos a teoria do eletromagnetismo para descrever o fenômeno do confinamento elétrico em um meio exótico. Em primeiro lugar escrevemos a lagrangeana

de Maxwell no vácuo e sem fontes

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (3.4.11)$$

As equações de movimento para o campo eletromagnético são dadas por

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = 0 \quad (3.4.12)$$

e

$$\partial_\mu {}^*F^{\mu\nu} = 0 \quad (3.4.13)$$

Mesmo na ausência de fontes as equações de movimento para o campo eletromagnético produzem como *soluções de vácuo* soluções estáticas esfericamente simétricas (campo coulombiano devido a uma carga puntual) e cilíndricas (campo magnético devido a uma corrente em fio retilíneo infinito) como veremos abaixo.

Para campos eletromagnéticos mergulhados em um meio dielétrico caracterizado pela função dielétrica $G(\phi)$, onde $\phi(r)$ é um campo escalar que governa a dinâmica do meio, temos a seguinte lagrangeana

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G(\phi)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (3.4.14)$$

As equações de movimento (3.4.12) são agora descritas por

$$\partial_\mu [G(\phi)F^{\mu\nu}] = 0, \quad (3.4.15)$$

sendo $\mu = 0, 1, 2, 3$. Desenvolvendo a componente $\nu = 0$, temos

$$\partial_0[G(\phi)F^{00}] + \partial_1[G(\phi)F^{10}] + \partial_2[G(\phi)F^{20}] + \partial_3[G(\phi)F^{30}] = 0 \quad (3.4.16)$$

Pela equação (2.1.23), temos

$$\partial_1[G(\phi)E^1] + \partial_2[G(\phi)E^2] + \partial_3[G(\phi)E^3] = 0 \quad (3.4.17)$$

ou simplesmente

$$\nabla \cdot [G(\phi)\vec{E}] = 0 \quad (3.4.18)$$

Agora desenvolvendo $\nu = 1$, temos

$$\partial_0[G(\phi)F^{01}] + \partial_1[G(\phi)F^{11}] + \partial_2[G(\phi)F^{21}] + \partial_3[G(\phi)F^{31}] = 0 \quad (3.4.19)$$

ou melhor

$$-\partial_0[G(\phi)E^1] + \partial_2[G(\phi)B^3] - \partial_3[G(\phi)B^2] = 0 \quad (3.4.20)$$

tal que podemos escrever

$$-\frac{\partial}{\partial t}[G(\phi)E^1] + (\nabla \times [G(\phi)\vec{B}])^1 = 0 \quad (3.4.21)$$

O mesmo pode ser feito para $\nu = 2$, ou seja

$$\partial_0[G(\phi)F^{02}] + \partial_1[G(\phi)F^{12}] + \partial_2[G(\phi)F^{22}] + \partial_3[G(\phi)F^{32}] = 0 \quad (3.4.22)$$

que logo fica dado por

$$-\partial_0[G(\phi)E^2] - \partial_1[G(\phi)B^3] + \partial_3[G(\phi)B^1] = 0 \quad (3.4.23)$$

de onde podemos escrever

$$-\frac{\partial}{\partial t}[G(\phi)E^2] + (\nabla \times [G(\phi)\vec{B}])^2 = 0 \quad (3.4.24)$$

Finalmente desenvolvendo $\nu = 3$, temos

$$\partial_0[G(\phi)F^{03}] + \partial_1[G(\phi)F^{13}] + \partial_2[G(\phi)F^{23}] + \partial_3[G(\phi)F^{33}] = 0 \quad (3.4.25)$$

ou seja

$$-\partial_0[G(\phi)E^3] + \partial_1[G(\phi)B^2] - \partial_2[G(\phi)B^1] = 0 \quad (3.4.26)$$

ou ainda

$$-\frac{\partial}{\partial t}[G(\phi)E^3] + (\nabla \times [G(\phi)\vec{B}])^3 = 0 \quad (3.4.27)$$

Somando as equações (3.4.21), (3.4.24), (3.4.27) temos a seguinte forma vetorial

$$-\frac{\partial}{\partial t}[G(\phi)\vec{E}] + \nabla \times [G(\phi)\vec{B}] = \vec{0} \quad (3.4.28)$$

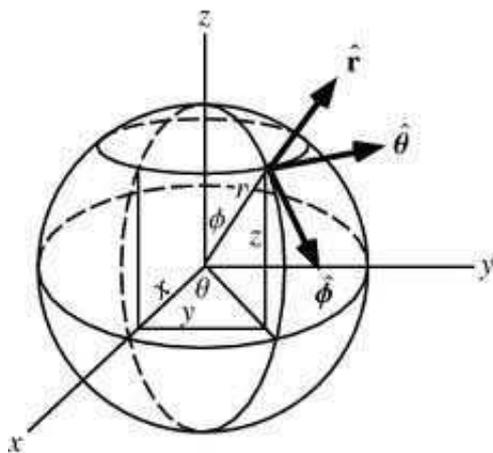


Figura 3.10: Coordenadas esféricas

é interessante notar que para $G(\phi) = 1$ da Eq.(3.4.28), obtemos a lei de Ampère-Maxwell, Eq.(2.1.2). Partindo da Eq. (3.4.18) vamos encontrar o campo elétrico \vec{E} modificado acoplado a uma função $G(\phi)$ trabalhando em coordenadas esféricas (ver Fig. 3.10)

$$\nabla \cdot [G(\phi)\vec{E}] = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 G(\phi) E_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(\sin \theta G(\phi) E_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}(G(\phi) E_\phi) = 0 \quad (3.4.29)$$

Admitindo que $E(r)$ e $\phi(r)$ são funções apenas de r e por consequência $G(\phi)$ segue a mesma condição, a equação acima assume a seguinte forma

$$\nabla \cdot [G(\phi)\vec{E}] = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 G(\phi) E_r) = 0 \quad (3.4.30)$$

Desta equação podemos obter as soluções de vácuo mencionadas acima. Para isso integramos essa equação diferencial. Primeiro, multiplicamos ambos os membros da equação por r^2 para obter

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^2 G(\phi) E_r) = 0 \quad (3.4.31)$$

Agora integrando em r , encontramos

$$\int \frac{\partial}{\partial r}(r^2 G(\phi) E_r) = \int 0 dr \quad (3.4.32)$$

$$r^2 G(\phi) E_r = \lambda \quad (3.4.33)$$

ou seja

$$E_r = \frac{\lambda}{r^2 G(\phi)} \quad (3.4.34)$$

Agora fica fácil interpretar a constante de integração $\lambda = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}$ para escrevermos o campo elétrico coulombiano modificado por uma função dielétrica $G(\phi)$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2 G(\phi)} \quad (3.4.35)$$

onde $E = |\vec{E}| = E_r$. Portanto observamos que a função dielétrica acoplada ao campo elétrico \vec{E} altera sua magnitude e depende da posição r . Com isso vamos também investigar a ação desta função sobre o campo magnético \vec{B} . Para isto partimos da Eq. (3.4.28) admitindo campos estáticos com dependência apenas radial tal que

$$\begin{aligned} \nabla \times [G(\phi)\vec{B}] = & \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta B_3(G(\phi))) - \overbrace{\frac{\partial}{\partial \varphi} B_2(G(\phi))}^0 \right] e_1 + \\ & \left[\frac{1}{r \sin \theta} \overbrace{\frac{\partial}{\partial \varphi} B_1(G(\phi))}^0 - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_3(G(\phi))) \right] e_2 + \\ & \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} r B_2(G(\phi)) - \overbrace{\frac{\partial}{\partial \theta} B_1(G(\phi))}^0 \right] e_3 = 0. \end{aligned} \quad (3.4.36)$$

Com isso nossa equação se reduz a

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{B}(G(\phi)) = & \left[\overbrace{\frac{1}{r \sin \theta} B_3(G(\phi)) \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta}^{I=0} \right] e_1 \\ & - \frac{1}{r} \left[\overbrace{\frac{\partial}{\partial r} (r B_3(G(\phi)))}^{II=0} \right] e_2 + \\ & + \frac{1}{r} \left[\overbrace{\frac{\partial}{\partial r} r B_2(G(\phi))}^{III} \right] e_3 = 0. \end{aligned} \quad (3.4.37)$$

onde admitimos que a componente $B_3 = 0$ por simetria cilíndrica da solução. Agora desenvolvemos o termo (III), multiplicando ambos os lados por r , tal que

$$\frac{\partial}{\partial r} \{r B_2[G(\phi)]\} = 0 \quad (3.4.38)$$

Integrando em r , temos

$$\int \frac{\partial}{\partial r}(rB_2(G(\phi)))dr = \int 0dr \quad (3.4.39)$$

ou seja

$$rB_2G(\phi) = c \quad (3.4.40)$$

ou ainda

$$B_2 = \frac{c}{rG(\phi)} \quad (3.4.41)$$

Assim o campo magnético

$$\vec{B} = B_1e_1 + B_2e_2 + B_3e_3 \quad (3.4.42)$$

fica dado da forma geral

$$\vec{B} = B_1(r)e_1 + \frac{c}{rG(\phi)}e_2. \quad (3.4.43)$$

que por imposição de simetria cilíndrica da solução podemos considerar $B_1(r) = 0$ tal que

$$\vec{B} = \frac{c}{rG(\phi)}\hat{\theta} \quad (3.4.44)$$

Identificando a constante de integração $c = \mu_0 i$, e usando o fato de que $B = |\vec{B}|$ temos

$$B = \frac{\mu_0 i}{rG(\phi)} \quad (3.4.45)$$

que é o campo magnético devido a uma corrente elétrica num fio retilíneo infinito. Concluimos, portanto, que a função dielétrica $G(\phi)$ acoplada ao campo magnético \vec{B} também afeta a sua magnitude dependendo da posição r .

Como adiantamos anteriormente a dinâmica do meio dielétrico deve ser governada pelo campo escalar ϕ . Uma consequência disto é que a função $G(\phi)$ deve acoplar essa dinâmica ao campo eletromagnético. A seguir escrevemos a lagrangeana completa para estudarmos a influência da dinâmica do meio dielétrico sobre a eletrodinâmica de Maxwell.

Vamos considerar uma dinâmica para o campo ϕ presente na função dielétrica $G(\phi)$, segundo a lagrangeana [10]

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G(\phi)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi) \quad (3.4.46)$$

O comportamento da função dielétrica $G(\phi)$ será apresentado como uma consequência das soluções das equações de movimento obtidas pela lagrangeana acima. As equações de movimento para o campo eletromagnético A_μ e o campo escalar ϕ , ou seja

$$\partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu A_\nu)} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\nu} = 0, \quad (3.4.47)$$

$$\partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0, \quad (3.4.48)$$

são dadas explicitamente pelas seguintes equações diferenciais

$$\partial_\mu [G(\phi)F^{\mu\nu}] = 0, \quad (3.4.49)$$

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} + \frac{1}{4} \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = 0. \quad (3.4.50)$$

Para efeito de ilustração, consideramos as equações de movimento para o meio dielétrico e o campo elétrico, em coordenadas esféricas

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\phi}{dr} \right) = \frac{\partial V}{\partial \phi} - \frac{1}{2} E^2 \frac{\partial G}{\partial \phi}, \quad (3.4.51)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 G(\phi) E) = 0. \quad (3.4.52)$$

Das discussões anteriores sabemos que para esta última equação encontramos o comportamento do campo elétrico da forma

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 G(\phi) r^2}. \quad (3.4.53)$$

Para encontramos regimes de confinamento a função dielétrica deve ter os seguintes comportamentos assintóticos:

$$G(\phi(r)) = 0 \quad \text{quando} \quad r \rightarrow \infty \quad (3.4.54)$$

$$G(\phi(r)) = 1 \quad \text{quando} \quad r \rightarrow 0 \quad (3.4.55)$$

Com isso observamos que ao acoplarmos uma função $G(\phi)$ ao campo elétrico \vec{E} com o objetivo de obter o confinamento, notamos claramente que essa função modifica o campo e o fenômeno do confinamento pode ser constatado.

Capítulo 4

Confinamento Elétrico em Matéria Taquiônica

Através da dinâmica de um campo escalar ϕ vamos obter uma função dielétrica $G(\phi)$. Consideramos que este campo, que se encontra presente na função dielétrica, possui dinâmica própria e que se acopla ao campo eletromagnético via $G(\phi)$. Quando igualamos a função dielétrica $G(\phi)$ ao potencial escalar $V(\phi)$ ou seja, $G(\phi)=V(\phi)$, obtemos um formalismo mais simples e melhor justificado para obtenção da função $G(\phi)$ e conseqüentemente do confinamento do campo eletromagnético. Usamos uma lagrangeana que descreve a dinâmica de táquions para mostrar que a consideração $G(\phi)=V(\phi)$ é legítima no limite de campo taquiônico fraco. Tal lagrangeana é comumente encontrada em teoria de cordas [6, 18]. O nosso trabalho mostra que no limite da condensação de táquions, ou seja, $G(\phi) = V(\phi) \longrightarrow 0$ com $\phi \longrightarrow \infty$, obtemos o confinamento do campo eletromagnético.

4.1 Lagrangeana taquiônica com campos eletromagnéticos

Por enquanto, por simplicidade, vamos considerar primeiramente os campos dependendo apenas da componente espacial x , ou seja

$$\phi = \phi(x), \quad A_\mu = A_\mu(x). \quad (4.1.1)$$

Assim as equações de movimento discutidas no capítulo anterior agora ficam dadas por

$$\frac{d}{dx}[G(\phi)E] = 0, \quad (4.1.2)$$

$$-\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{1}{4}\frac{\partial G}{\partial\phi}E^2 = 0, \quad (4.1.3)$$

onde usamos o fato de que $F^{01} = E$. Integrando (4.1.2), temos

$$G(\phi)E = q \quad \Longrightarrow \quad E = \frac{q}{G(\phi)}, \quad (4.1.4)$$

que substituindo na Eq.(4.1.3) temos

$$-\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi} - \frac{1}{4}\frac{\partial G(\phi)}{\partial\phi}\frac{q^2}{G(\phi)^2} = 0, \quad (4.1.5)$$

ou simplesmente

$$-\phi'' + \frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi} - \frac{1}{4}\frac{q^2}{G(\phi)^2}\frac{\partial G(\phi)}{\partial\phi} = 0 \quad (4.1.6)$$

Observamos que na equação acima devemos especificar, em princípio, o potencial $V(\phi)$ e a função $G(\phi)$. No entanto, podemos restringir essas escolhas considerando $G(\phi) = V(\phi)$. Como veremos abaixo esta escolha é legítima quando estamos trabalhando com uma lagrangeana que descreve a dinâmica de táquions representados pelo campo escalar ϕ .

Como é conhecido da teoria de cordas, a dinâmica de um campo taquiônico $T(x)$ acoplado com o campo elétrico $E(x)$ é dada por [6, 18]

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -V(T)\sqrt{1 - T'^2 + F_{01}F^{01}} \\ &= -V(T) \left[1 - \frac{1}{2}(T'^2 + F_{01}F^{01}) + \dots \right] \\ &= -V(T) + \frac{1}{2}V(T)(T'^2) - \frac{1}{2}V(T)F_{01}F^{01} + \dots \\ &= -V(\phi) + \frac{1}{2}\phi'^2 - \frac{1}{2}V(\phi)F_{01}F^{01} + \dots \end{aligned} \quad (4.1.7)$$

Na última equação (4.1.7) usamos o fato de que

$$V(T(\phi)) = \left(\frac{\partial\phi}{\partial T} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2}V(T)(T'^2) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\phi}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 = \frac{1}{2}\phi'^2, \quad (4.1.8)$$

onde $\phi = f(T)$, ou seja, $T = f^{-1}(\phi)$.

Note que comparando a equação (4.1.7) com a equação (3.4.46) percebemos a igualdade $G = V$ é legítima, de forma que podemos escrever

$$\begin{aligned}
 -\phi'' + \frac{\partial V}{\partial \phi} - \frac{q^2}{4} \frac{1}{V^2} \frac{\partial V}{\partial \phi} &= 0, \\
 -\phi'' + \frac{\partial V}{\partial \phi} - \frac{q^2}{4} \left(\frac{-\partial V^{-1}}{\partial \phi} \right) &= 0, \\
 \phi'' - \frac{\partial V}{\partial \phi} - \frac{q^2}{4} \frac{\partial V^{-1}}{\partial \phi} &= 0, \\
 \phi'' + \frac{\partial}{\partial \phi} \left[-V - \frac{q^2 V^{-1}}{4} \right] &= 0, \\
 \phi'' - \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \phi} &= 0.
 \end{aligned} \tag{4.1.9}$$

Note que agora só ficamos com a equação para o campo escalar

$$\phi'' = \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \phi} \tag{4.1.10}$$

com o potencial

$$\tilde{V} = V + \frac{q^2}{4} \frac{1}{V} \tag{4.1.11}$$

4.2 Potencial de confinamento para o campo elétrico em uma dimensão espacial

Como um exemplo, admitimos o potencial (ver Fig. 4.1):

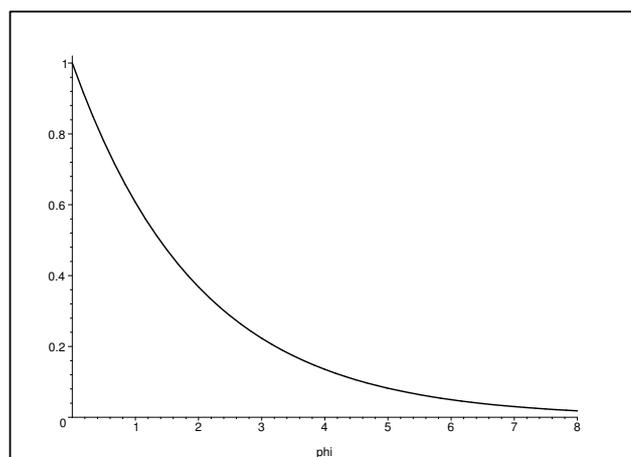


Figura 4.1: O potencial escalar exponencial

$$V = e^{-\alpha\phi}, \quad \text{tal que} \quad \tilde{V} = 2 \cosh(\alpha\phi) \quad (4.2.12)$$

para $q^2 = 4$. A solução da equação (4.1.9) para este tipo de potencial é dada por (ver Fig. 4.2).

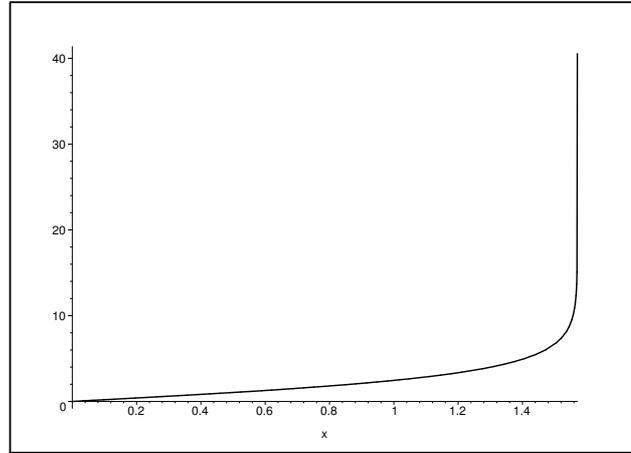


Figura 4.2: O campo escalar

$$\phi(x) = \frac{2}{\alpha} \arcsin[\tan(x)]. \quad (4.2.13)$$

Substituindo esta solução no potencial $V = e^{-\alpha\phi}$, obtemos a função dielétrica (ver Fig. 4.3).

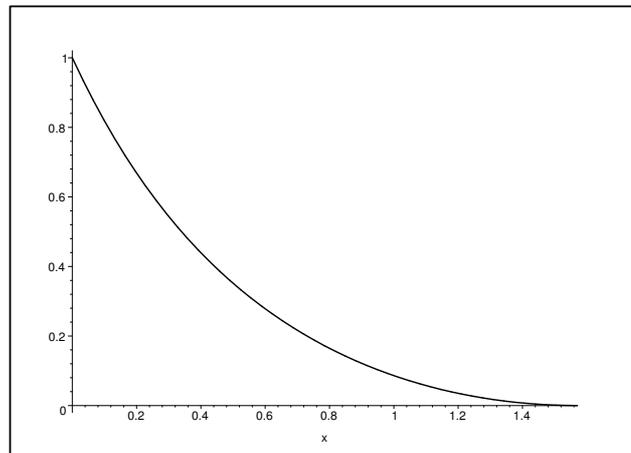


Figura 4.3: A função dielétrica

$$G(x) = V(x) = \frac{1}{(\tan(x) + |\sec(x)|)^2} \quad (4.2.14)$$

Portanto, o modelo reproduz bem o comportamento de confinamento do campo elétrico

$$E(x) = \frac{q}{G(x)} \quad (4.2.15)$$

Note que no limite $x \rightarrow \infty$ o campo elétrico diverge (“regime superconfinante”). Por outro lado, no limite $x \rightarrow 0$, o campo elétrico tende a um valor constante $E = q$ (“regime confinante”).

4.3 Potenciais de confinamento e coulombiano para o campo elétrico em três dimensões

Em uma dimensão vimos da Eq.4.1.3 que a equação de movimento para o campo escalar é dada por

$$-\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{1}{4} \frac{\partial G}{\partial\phi} E^2 = 0 \quad (4.3.16)$$

Em três dimensões a extensão é direta e dada da seguinte forma

$$-\nabla^2\phi + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{1}{4} \frac{\partial G}{\partial\phi} E^2 = 0 \quad (4.3.17)$$

usando o fato de que

$$\nabla^2\Psi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial\Psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial\Psi}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2\Psi}{\partial\varphi^2} \quad (4.3.18)$$

tal que para $\Psi \equiv \phi(r)$ ou seja, uma função apenas com dependência radial (‘simetria radial’) temos

$$\begin{aligned} & - \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) + \overbrace{\frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \right)}^0 + \overbrace{\frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2\phi}{\partial\varphi^2}}^0 \right] \\ & + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{1}{4} \frac{\partial G}{\partial\phi} E^2 = 0 \end{aligned} \quad (4.3.19)$$

ou melhor

$$- \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) \right] + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{1}{4} \frac{\partial G}{\partial\phi} E^2 = 0 \quad (4.3.20)$$

Lembrando que o campo elétrico é dado por

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 G(\phi) r^2} \quad (4.3.21)$$

e o substituindo em (4.3.20) temos

$$- \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) \right] + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{1}{4} \frac{\partial G}{\partial\phi} \left[\frac{q}{4\pi\epsilon_0 G(\phi) r^2} \right]^2 = 0 \quad (4.3.22)$$

Considere agora

$$\lambda = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \quad (4.3.23)$$

tal que nossa equação assume a seguinte forma

$$-\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)\right] + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{1}{4}\frac{\partial G}{\partial\phi}\left[\frac{\lambda}{G(\phi)r^2}\right]^2 = 0 \quad (4.3.24)$$

$$-\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)\right] + \frac{\partial V}{\partial\phi} + \frac{\lambda^2}{4}\frac{\partial G}{\partial\phi}\frac{1}{r^4G(\phi)^2} = 0 \quad (4.3.25)$$

Agora considerando $G(\phi)=V(\phi)$, temos

$$-\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)\right] + \frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi} + \frac{\lambda^2}{4}\frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi}\frac{1}{r^4V(\phi)^2} = 0 \quad (4.3.26)$$

Potenciais que descrevem a condensação taquiônica em teoria de cordas são do tipo que são zero no vácuo ou seja, quando $\phi \rightarrow \pm\infty$ tal que $V(\phi \rightarrow \pm\infty) = 0$. Para uma lagrangeana taquiônica Eq.(4.1.7) expandida polinomialmente, fica explicitamente claro que a função dielétrica $G(\phi)$ pode ser igual ao potencial $V(\phi)$. Assim, nossa função dielétrica aparece em um contexto de teoria de táquions. A seguir aplicamos esse formalismo para o caso de um potencial exponencial que preenche o requisito $V(\phi \rightarrow \pm\infty) = 0$.

$$\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi(r)}{\partial r}\right)\right] = \frac{\partial V(\phi(r))}{\partial\phi(r)} - \frac{\lambda^2}{4}\frac{\partial V(\phi(r))}{\partial\phi(r)}\frac{1}{r^4V(\phi(r))^2} \quad (4.3.27)$$

$$\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi(r)}{\partial r}\right)\right] = \frac{\partial}{\partial\phi(r)}\left[V(\phi(r)) - \frac{\lambda^2}{4}\frac{1}{r^4V(\phi(r))}\right] \quad (4.3.28)$$

Admitindo o potencial exponencial $V(\phi(r)) = e^{-\alpha\phi(r)}$ temos

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi(r)}{\partial r}\right) = \frac{\partial}{\partial\phi(r)}\left[e^{-\alpha\phi(r)} - \frac{\lambda^2}{4}\frac{1}{r^4e^{-\alpha\phi(r)}}\right] \quad (4.3.29)$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi(r)}{\partial r}\right) = \frac{\partial}{\partial\phi(r)}\left[e^{-\alpha\phi(r)} - \frac{\lambda^2}{4}\frac{e^{\alpha\phi(r)}}{r^4}\right] \quad (4.3.30)$$

Desenvolvendo os cálculos ficamos com

$$-\frac{1}{r^2}\left(2r\frac{\partial\phi(r)}{\partial r} + r^2\frac{\partial^2\phi(r)}{\partial r^2}\right) = \left[-\alpha e^{-\alpha\phi(r)} - \frac{\lambda^2}{4}\frac{\alpha e^{\alpha\phi(r)}}{r^4}\right] \quad (4.3.31)$$

$$\frac{2}{r}\frac{\partial\phi(r)}{\partial r} + \frac{\partial^2\phi(r)}{\partial r^2} = \alpha e^{-\alpha\phi(r)} + \frac{\lambda^2}{4}\alpha e^{\alpha\phi(r)}\frac{1}{r^4} \quad (4.3.32)$$

Como ϕ só depende de r , podemos escrever nossa equação em termos de derivada ordinária para termos simplesmente

$$\frac{d^2\phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d(\phi(r))}{dr} = \alpha e^{-\alpha\phi(r)} + \frac{\lambda^2}{4} \alpha e^{\alpha\phi(r)} \frac{1}{r^4} \quad (4.3.33)$$

Agora comparando o nosso resultado com o resultado da referência [11, 17] para o confinamento de quarks e gluons com N_c cores, ou seja

$$\frac{d^2\phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d(\phi(r))}{dr} = -\frac{g^2}{64\pi^2 f_\phi} \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) \exp\left(-\frac{\phi(r)}{f_\phi}\right) \frac{1}{r^4} \quad (4.3.34)$$

Comparando Eq.(4.3.34) e Eq.(4.3.33), notamos que se tornam idênticas quando o primeiro termo do segundo membro da equação Eq.(4.3.33).

$$\frac{d^2\phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d(\phi(r))}{dr} = \overbrace{\alpha e^{-\alpha\phi(r)}}^0 + \frac{\lambda^2}{4} \alpha e^{\alpha\phi(r)} \frac{1}{r^4} \quad (4.3.35)$$

de onde encontramos

$$\frac{d^2\phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d(\phi(r))}{dr} = \frac{\lambda^2}{4} \alpha e^{\alpha\phi(r)} \frac{1}{r^4} \quad (4.3.36)$$

Isto nos permite identificar nossa carga elétrica q em termos da carga de cor de quarks e gluons g da seguinte forma

$$-\frac{g^2}{64\pi^2 f_\phi} \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) = \alpha \frac{\lambda^2}{4} \quad (4.3.37)$$

Lembre-se que de Eq.(4.3.23) temos uma relação entre λ e q . De acordo com [11, 17], a solução confinante é dada por

$$\phi(r) = 2f_\phi \ln\left(\frac{r\phi}{r}\right) \quad (4.3.38)$$

Manipulando a Eq.(4.3.37) temos

$$-\frac{1}{f_\phi} \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) = \alpha \frac{\lambda^2}{4} \frac{64\pi^2}{g^2} \quad (4.3.39)$$

$$-\frac{1}{f_\phi} = \alpha \frac{\lambda^2}{4} \frac{64\pi^2}{g^2} \left(\frac{N_c}{N_c - 1}\right) \quad (4.3.40)$$

Agora identificando $\alpha = -\frac{1}{f_\phi}$, temos

$$\lambda^2 \frac{16\pi^2}{g^2} \left(\frac{N_c}{N_c - 1}\right) = 1 \quad (4.3.41)$$

$$\lambda = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(\frac{N_c - 1}{N_c}\right)} \quad (4.3.42)$$

Usando Eq.(4.3.23) podemos agora escrever

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0} = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(\frac{N_c - 1}{N_c}\right)} \quad (4.3.43)$$

$$q = \epsilon_0 g \sqrt{\left(\frac{N_c - 1}{N_c}\right)} \quad (4.3.44)$$

Substituindo (4.3.44) em (4.3.21), com $G(\tilde{\phi}(r)) \equiv G(r)$, temos

$$E(r) = \frac{\epsilon_0 g \sqrt{\left(\frac{N_c - 1}{N_c}\right)}}{4\pi\epsilon_0 G(r) r^2} \quad (4.3.45)$$

Cancelando os ϵ_0 temos

$$E(r) = \frac{g \sqrt{\left(\frac{N_c - 1}{N_c}\right)}}{4\pi G(r) r^2} \quad (4.3.46)$$

sendo $G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = \exp(-\alpha\phi(r))$, onde $\phi(r)$ é a solução confinante dada na Eq.(4.3.38) Esta solução foi primeiramente obtida em [11, 17] em teorias com soluções *dilatônicas*. Agora substituindo,

$$G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = \exp(-\alpha 2f_\phi \ln \frac{r_\phi}{r}) \quad (4.3.47)$$

e lembrando que $\alpha = -\frac{1}{f_\phi}$, temos

$$G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = \exp\left(-\left(-\frac{1}{f_\phi}\right) 2f_\phi \ln \frac{r_\phi}{r}\right) \quad (4.3.48)$$

Cancelando f_ϕ , chegamos ao seguinte resultado

$$G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = \exp\left(2 \ln \frac{r_\phi}{r}\right) \quad (4.3.49)$$

ou simplesmente

$$G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = \left(\frac{r_\phi}{r}\right)^2 \quad (4.3.50)$$

Substituindo na Eq.(4.3.46), temos o campo elétrico modificado por uma função G para um ‘meio confinante’, dado por

$$E(r) = \frac{g \sqrt{\left(\frac{N_c - 1}{N_c}\right)}}{4\pi \left(\frac{r_\phi}{r}\right)^2 r^2} \quad (4.3.51)$$

ou melhor

$$E(r) = \frac{g\sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)}}{4\pi r_\phi^2} \quad (4.3.52)$$

O campo elétrico é constante (ver Fig. 4.4) e que portanto implica que as linhas de força estão juntas o tempo todo, o que caracteriza um regime de confinamento devido a um meio anti-dielétrico representado pelo condensado ou ‘matéria taquiônica’. Veja discussões abaixo.

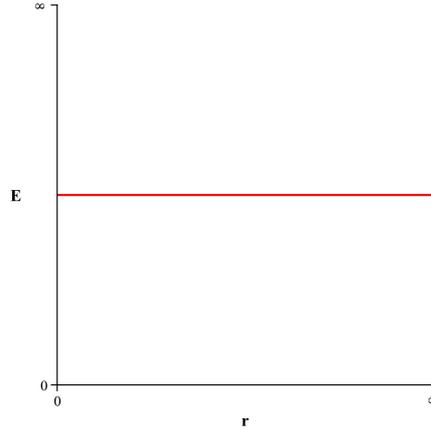


Figura 4.4: Campo elétrico constante

4.3.1 Potencial confinante

Integrando (4.3.52) conforme segue

$$v(r) = \int E(r)dr \quad (4.3.53)$$

encontramos o potencial confinante

$$v(r) = \frac{g\sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)}}{4\pi r_\phi^2}r + c \quad (4.3.54)$$

que é do tipo confinante linear (ver Fig. 4.5)

$$v(r) = \sigma r + c \quad (4.3.55)$$

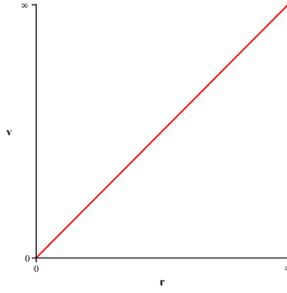


Figura 4.5: Potencial confinante

4.3.2 Energia potencial

A energia potencial elétrica entre duas cargas pontuais é dada simplesmente em termos o potencial e da carga

$$u(r) = qv(r) \quad (4.3.56)$$

ou seja

$$u(r) = \left(\epsilon_0 g \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \right) \left(\frac{g \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)}}{4\pi r_\phi^2} \right) r \quad (4.3.57)$$

$$u(r) = \frac{\epsilon_0 g^2 \left(1 - \frac{1}{N_c}\right)}{4\pi r_\phi^2} r \quad (4.3.58)$$

Portanto temos um o potencial de confinamento linear tipo aquele que descreve o confinamento de quarks e glúons

$$u(r) = \epsilon_0 g^2 \frac{r}{4\pi r_\phi^2} \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) \quad (4.3.59)$$

Note que o nosso tratamento é de uma teoria de gauge abeliana e portanto não possui todos os graus de liberdade adequados para descrever as cores dos glúons. Porém, como a própria expressão mostra no limite em que $N_c \rightarrow \infty$ a carga elétrica é idêntica à carga de cor. Este é o limite de 't Hooft (ou limite planar) onde vários gráficos de Feynman desaparecem e torna a teoria não-abeliana mais simples. Assim podemos entender nossa abordagem abeliana como sendo uma abordagem aproximada da teoria não-abeliana que descreve a QCD.

Encerrando esta subseção gostaríamos de fazer um último comentário a respeito do campo magnético. Embora em todo o cálculo da função dielétrica tenha sido considerado apenas o campo elétrico, podemos considerar um efeito da função dielétrica sobre o campo magnético sem que o mesmo reaja sobre tal função. Isso justifica a ausência do efeito do campo magnético (ausência de “backreactions”) nas equações que governam o campo elétrico e o campo escalar.

Substituindo nossa função $G(\phi)$ em Eq.(4.3.50), obtida do potencial confinante, na Eq.(3.4.45) e lembrando que $c = \mu_0 i$, encontramos

$$\vec{B} = \frac{c}{rG(\phi)} \hat{\theta} = \frac{\mu_0 i}{r \left(\frac{r_\phi}{r}\right)^2} = \frac{r\mu_0 i}{r_\phi^2} \quad (4.3.60)$$

Com isso mostramos a presença do efeito do confinamento elétrico sobre o campo magnético. Veja na Fig. 4.6 o efeito do confinamento em ambos os campos elétrico e magnético.

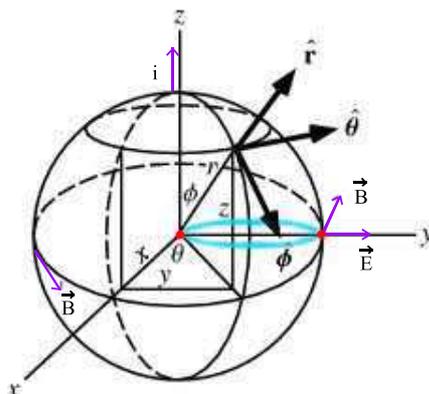


Figura 4.6: Representação em coordenadas esféricas do efeito do confinamento sobre os campos elétrico e magnético.

4.3.3 Potencial coulombiano

Vamos encontrar o potencial coulombiano partindo do campo elétrico da Eq.(4.3.46), com base na solução para o campo escalar [11, 17]

$$\phi(r) = 2f_\phi \ln \left(\frac{r + r_\phi}{r} \right) \quad (4.3.61)$$

Lembrando que $\alpha = -\frac{1}{f_\phi}$ e $G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = \exp(-\alpha(\phi(r)))$ obtemos

$$G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = \exp\left(\frac{1}{f_\phi} 2f_\phi \ln\left(\frac{r+r_\phi}{r}\right)\right) \quad (4.3.62)$$

Cancelando os f_ϕ , temos

$$G(\phi(r)) = \exp\left(2 \ln\left(\frac{r+r_\phi}{r}\right)\right) = \left(\frac{r+r_\phi}{r}\right)^2 \quad (4.3.63)$$

Substituindo este resultado na Eq.(4.3.46) encontramos

$$E(r) = \frac{g \sqrt{\left(\frac{N_c-1}{N_c}\right)}}{4\pi \left(\frac{r+r_\phi}{r}\right)^2 r^2} \quad (4.3.64)$$

ou simplesmente

$$E(r) = \frac{g \sqrt{\left(\frac{N_c-1}{N_c}\right)}}{4\pi (r+r_\phi)^2} \quad (4.3.65)$$

Integrando o campo em função de r , ou seja

$$v_c(r) = \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int E(r) dr \quad (4.3.66)$$

obtemos o potencial ‘coulombiano’ da seguinte forma

$$v_c(r) = -\frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \frac{1}{r+r_\phi} \quad (4.3.67)$$

A energia potencial é dada por

$$u(r) = qv_c(r) \quad (4.3.68)$$

Expressando a carga q em termos de g conforme definido acima encontramos

$$u(r) = -\epsilon_0 g^2 \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) \frac{1}{r+r_\phi} \quad (4.3.69)$$

Energia potencial tipo coulombiana para o campo elétrico que imita a energia de quarks e gluons no limite de altas energias ou $r \rightarrow 0$. Note, entretanto, que o potencial é suave em $r = 0$ diferentemente de um potencial coulombiano exato.

Finalmente, vamos comentar sobre a relação entre o confinamento e a condensação taquiônica. Com a condensação taquiônica no infinito (ver Fig. 4.7), o potencial taquiônico deve ser tipo

$$V = e^{-\alpha\phi} \quad (4.3.70)$$

Em nosso estudo temos um potencial desse tipo. Substituindo a solução explícita

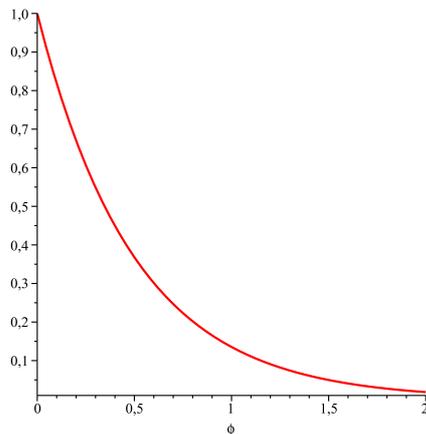


Figura 4.7: Condensação para $\phi \rightarrow \infty$

para $\phi(r)$ chegamos à forma

$$V(r) = e^{-\alpha\phi(r)} = \left(\frac{r\phi}{r}\right)^2 \quad (4.3.71)$$

Da equação (4.3.71) notamos que a condensação taquiônica acontecerá quando r

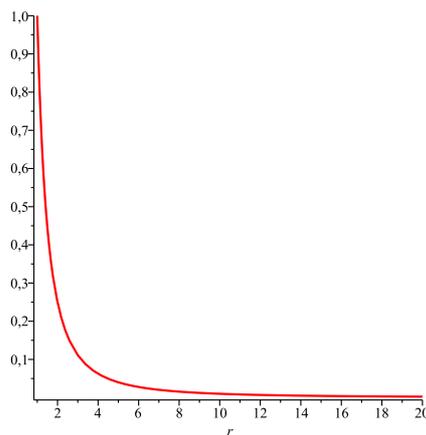


Figura 4.8: Condensação taquiônica

tender ao infinito (ver Fig. 4.8). Assim o campo elétrico acoplado a uma função

dielétrica $G(r) = V(r)$ nos dá um confinamento quando a mesma tende a zero no infinito. Como já vimos previamente o campo elétrico é escrito da forma

$$E = \frac{q^2}{4\pi Gr^2} \quad (4.3.72)$$

e o potencial elétrico confinante é (ver Fig. 4.5)

$$v(r) = \sigma r + c \quad (4.3.73)$$

Podemos, portanto, concluir que o confinamento elétrico está associado à condensação taquiônica. Da teoria de 't Hooft - Mandelstan e Seiberg - Witten [9], a qual trata da dualidade entre o fenômeno do confinamento e o fenômeno da supercondutividade, sabemos que o confinamento elétrico também pode estar associado à condensação de monopolos magnéticos. Porém, táquions e monopolos magnéticos sozinhos (sem condensação) parecem terem sido excluídos durante a fase inflacionária do Universo.

Capítulo 5

Conclusões

Neste trabalho encontramos potenciais coulombiano e de confinamento para o campo elétrico que lembra aquele obtido para o confinamento de quarks e gluons. Nossa abordagem abeliana pode ser compreendida como uma aproximação da abordagem não-abeliana da QCD. O potencial coulombiano para o campo elétrico obteve o mesmo comportamento do potencial entre quarks em altas energias. O regime confinante do campo elétrico foi obtido considerando o mesmo imerso em um meio dielétrico exótico cuja função dielétrica descreve um comportamento de anti-blindagem. Em nosso estudo esse meio é descrito por uma matéria taquiônica descrita em termos de um potencial taquiônico cujos mínimos globais estão localizados no infinito. Relacionamos a condensação taquiônica com o confinamento elétrico. Desta forma a condensação taquiônica desempenha o mesmo papel que a condensação de monopolos no fenômeno do confinamento elétrico. Este último, trata-se da dualidade entre o confinamento e o fenômeno da supercondutividade.

Como perspectiva de estudo pretendemos estender nossa presente análise para o caso mais realístico que é considerar a teoria não-abeliana, o que tornará nossa análise mais próxima dos estudos em QCD. Uma outra possibilidade seria considerar esses estudos no contexto de dimensões extras ou teoria de branas.

Referências Bibliográficas

- [1] E.Eichten *et. al.* Phys. Rev. Lett. **34**, 369 (1975).
- [2] L. Willets, “Nontopological Solutions” (Word Scientific, Singapore, 1998).
- [3] A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson, C.B. Thorn and V.F.Weisskopf, Phys. Rev. D **9**, 3471 (1974).
- [4] W. A. Bardeen, M.S. Chanowitz, S.D. Drell, M. Weinstein and T.-M. Yan, Phys, Rev. D **11**, 1094 (1975).
- [5] R. Friedberg and T.D. Lee, Phys. Rev. D **15**, 1664 (1977).
- [6] A. Sen, JHEP **0207**, 065 (2002) [arXiv:hep-th/0203265]; A. Sen, JHEP **0204**, 048 (2002) [arXiv:hep-th/0203211].
- [7] J. Frenkel, “Princípios da Eletrodinâmica Clássica,”Ed. Universidade de São Paulo(1996).
- [8] J. D. Jackson, *Classical Eletrodinamics* (Wiley, New York, 1998).
- [9] S. Mandelstam, Phys. Rep. **23C**, 145 (1976); G. 't Hooft, in Proceed. of Euro. Phys. Soc. 1975, ed. A. Zichichi; N. Seiberg and E. Witten, Nucl. Phys. **B426**, 19 (1994).
- [10] D. Bazeia, F. A. Brito, W. Freire and R. F. Ribeiro, Int. J. Mod. Phys. **A18**, 5627(2003).
- [11] R. Dick, Phys. Lett. B **409**(1997), 321.

- [12] A.A. Michelson E.W. Morley, AM. J. Sci. **42**, 333 (1887); Phil. Mag. **24**, 449 (1887).
- [13] R.J. Kennedy and Thorndike, Phys. Rev. **42**, 400 (1993).
- [14] L.H. Thomas, Nature **117**, 514 (1926).
- [15] L.H. Thomas, Thomas, Phil. Mag **3**, 1 (1927).
- [16] T.D. Lee, "Particles Physics and Indroduction To Field Theory"(Harwood Academic, New York, 1981).
- [17] R. Dick, Eur. Phys. J. C, 701(1999).
- [18] B. Zwiebach, "String Theory" (University Press, Cambridge, 2004).

G934m Guerra, Thiago Brito Gonçalves.
O modelo de Stoner-Wohlfarth com temperatura e interação entre as nanopartículas magnéticas / Thiago Brito Gonçalves Guerra. – Campina Grande, 2013.
73 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2013.
"Orientação: Prof. Dr. Lincoln Rodrigues Sampaio de Araújo".
Referências.

1. Magnetismo. 2. Nanopartículas. 3. Modelo de Stoner-Wohlfarth.
4. Gráficos de Henkel. 5. Teoria de Campo Médio. I. Araújo, Lincoln Rodrigues Sampaio de. II. Título.

CDU 537.6(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**O MODELO DE STONER-WOHLFARTH COM
TEMPERATURA E INTERAÇÃO ENTRE
AS NANOPARTÍCULAS MAGNÉTICAS**

Thiago Brito Gonçalves Guerra

CAMPINA GRANDE - PB

Fevereiro - 2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**O MODELO DE STONER-WOHLFARTH COM
TEMPERATURA E INTERAÇÃO ENTRE
AS NANOPARTÍCULAS MAGNÉTICAS**

Thiago Brito Gonçalves Guerra

Dissertação realizada sob a orientação do Prof. Dr. Lincoln Rodrigues Sampaio de Araújo, apresentada à Unidade Acadêmica de Física em complementação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

CAMPINA GRANDE - PB

Fevereiro - 2013

*Dedico este trabalho aos meus pais,
Mauricio e Bernadete e às minhas
irmãs Elaine e Aline que mesmo
enfrentando muitas dificuldades,
me ajudaram a priorizar
a educação.*

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Lincoln Rodrigues Sampaio de Araújo , pela orientação, sugestão, estímulo, paciência e competência com que conduziu este trabalho.

Aos Profs. Adriano Albuquerque, Cleverson Figueiras, Danieverton Moretti, Francisco Brito e Rômulo Rodrigues pelo conhecimento compartilhado durante o mestrado.

Aos professores constituintes da Banca Examinadora.

Aos meus pais Mauricio e Bernadete e as minhas irmãs Alaine e Aline que enfrentaram comigo todos os obstáculos.

Aos demais familiares.

Aos colegas Cicero Alecio, Járdel Lucena, Júlio César, Luis Eduardo, Marcílio Veras, Mikael Souto, Pablo Rafael, Pablo Sampaio, Raoni Moreira e Romeu Castro por tudo que passamos juntos, pois cada um sabe o tamanho de sua contribuição.

Aos demais colegas de pós-graduação, graduação, funcionários e demais professores da Unidade Acadêmica de Física pela grata convivência durante a minha permanência nesta Unidade.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro.

*A mente que se abre a uma nova ideia
jamais voltará ao seu tamanho original.*

Albert Einstein

RESUMO

O nanomagnetismo tem sido extensamente estudado nos últimos anos, devido principalmente às suas diversas possibilidades de aplicações. Bastante destaque tem sido dado às nanopartículas magnéticas. Nesse contexto, o presente trabalho se propõe a apresentar e generalizar o primeiro modelo empregado para descrever o magnetismo de pequenas partículas, que foi desenvolvido por Stoner e Wohlfarth em 1948, conhecido como modelo de Stoner-Wohlfarth. Nele considera-se uma pequena partícula magnética com único domínio, anisotropia uniaxial, mantida a $T = 0$ K e não interagente. Neste caso, a energia de troca entre os spins da partícula é constante e não desempenha qualquer papel na minimização da energia. Conseqüentemente há uma competição entre a energia de anisotropia da partícula e o efeito do campo aplicado. Com este modelo, pode-se estudar o comportamento da magnetização de uma única partícula, bem como de um arranjo de partículas em função do campo aplicado (curva de histerese). Com isso, é possível obter informações importantes como o campo coercivo e a magnetização remanente. A generalização do modelo envolveu a inclusão do efeito da temperatura no sistema, através do modelo de relaxação de Arrhenius-Néel e o cálculo do efeito das interações magnéticas (dipolar ou troca) entre as partículas, através do modelo de aproximação de campo médio. Por fim, usaremos os gráficos de Henkel para analisar a existência da interação, e as curvas de δM para obtermos informações sobre o tipo e a intensidade delas.

Palavra-chave: Magnetismo, Nanopartículas, Modelo de Stoner-Wohlfarth, Gráficos de Henkel, Teoria de campo médio.

ABSTRACT

The nanomagnetism has been extensively studied in recent years, due mainly to its various possibilities of applications. Enough emphasis has been given to the magnetic nanoparticles. In this context, the present study aims to present and generalize the first model used to describe the magnetism of small particles, which was developed by Stoner and Wohlfarth in 1948, known as the Stoner-Wohlfarth model. It is considered a small single-domain magnetic particle, uniaxial anisotropy, maintained at $T = 0$ K and not interacting. In this case, the energy exchange between the spins of the particle is constant and plays no role in energy minimization. Consequently there is a competition between anisotropy energy of the particle and the effect of the applied field. With this model, one can study the behavior of magnetization of a single particle, as well as an arrangement of particles as a function of the applied field (hysteresis curve). With this, it is possible to obtain important information as the coercive field and the remanent magnetization. The generalization of the model involved the inclusion of the effect of temperature in the system, through relaxation model of Arrhenius-Néel and calculating the effect of magnetic interactions (dipolar or Exchange) between the particles, by means of mean field approximation model. Finally, we will use the graphics of Henkel to analyze the existence of the interaction, and the curves of δM to get information about the type and the intensity of them.

Keywords: Magnetism, Nanoparticles, Stoner-Wohlfarth model, Henkel, Mean field theory.

Conteúdo

Lista de Figuras	iii
1 Introdução	1
2 Fundamentação Teórica	4
2.1 Conceitos básicos de magnetismo	4
2.2 Classificação dos materiais magnéticos	5
2.3 Interações entre partículas magnéticas	8
2.3.1 Interação dipolar	8
2.3.2 Interação de troca	8
2.4 Anisotropia magnética	9
2.4.1 Anisotropia magnetocristalina	9
2.4.2 Anisotropia de forma	10
2.5 Domínios magnéticos	13
2.5.1 Parede de domínio	13
2.5.2 Estruturas de domínios simples e suas energias	14
2.5.3 Largura da parede de domínio	15
2.5.4 Partículas com único domínio	17
3 O modelo de Stoner-Wohlfarth	20
3.1 A partícula de Stoner-Wohlfarth	20
3.2 A energia de uma partícula de SW	21
3.3 O campo crítico	22
3.4 A magnetização no modelo de Stoner-Wohlfarth	25
3.4.1 A magnetização de uma única partícula	26
3.4.2 Ciclo de histerese para uma única partícula	26
3.4.3 A magnetização de um arranjo de partículas com orientação aleatória	29
3.4.4 Ciclo de histerese para um arranjo de partículas	29
3.5 Gráficos de Henkel de partículas ferromagnéticas com único domínio . .	31
3.5.1 A remanência da magnetização	32
3.5.2 A remanência da desmagnetização	32
3.5.3 Relações entre as curvas de remanência para sistemas de partículas uniaxiais não interagentes	33
3.5.4 Gráficos de Henkel para o modelo de SW	34

4	Generalização do modelo de Stoner-Wohlfarth	37
4.1	O modelo de relaxação de Arrhenius-Néel	37
4.1.1	Modelo de Garcia-Otero	39
4.1.2	Modelo de Crew	40
4.2	Coercividade de um sistema de partículas idênticas alinhadas e não interagentes	43
4.3	Curvas de histerese para uma única partícula em uma temperatura $T > 0$	44
4.4	Curvas de histerese para um arranjo de partículas em uma temperatura $T > 0$	46
4.5	Interações magnéticas entre nanopartículas	53
4.5.1	Interação entre partículas magnéticas: A teoria de campo médio no modelo de SW	53
4.5.2	Gráficos de Henkel para sistemas de partículas interagentes usando a teoria de campo médio	56
5	Conclusões	61
A	O campo crítico	63
B	Solução da equação diferencial	66
	Bibliografia	68

Lista de Figuras

2.1	Curvas de M-H para materiais: (a) diamagnético (DM), (b) paramagnético (PM), (c) partículas ferromagnéticas (FM) (multidomínios e único domínio) ou (d) superparamagnética (SPM) (adaptado de [11]).	6
2.2	Ciclo de histerese típico de um material FM e alguns pontos importantes como: o campo coercivo H_c e magnetização remanente M_r e a magnetização de saturação M_s (adaptado de [13]).	7
2.3	Magnetização para diferentes direções cristalográficas de um único cristal de ferro, níquel e cobalto (adaptado de [20]).	9
2.4	Esferoide prolato (adaptado de [21]).	11
2.5	Esferoide com polos de superfície (adaptado de [26]).	12
2.6	Parede de domínio 180° (a) e 90° (b) [20].	14
2.7	Uma parede 180° de Bloch (a) e de Néel (b) [27].	14
2.8	A formação de domínios em um cristal [28].	14
3.1	Sistema de coordenadas para uma partícula elipsoidal com o eixo de anisotropia formando um ângulo θ e a magnetização formando um ângulo ϕ com a direção de campo aplicado (adaptado de [36]).	21
3.2	O astróide de Stoner-Wohlfarth [13]	23
3.3	Os campos críticos de uma nanopartícula Co 3 nm, medido usando μ -SQUID, sendo comparados com o obtido para a anisotropia hexagonal (a) ou cúbico (b)[7].	24
3.4	A variação do campo crítico h_{cri} com o θ	24
3.5	Relação entre energia reduzida η , o campo h e o campo crítico para $\theta = 30^\circ$	25
3.6	Curvas de histerese para um esferoide prolato para alguns ângulos entre o eixo fácil e a direção do campo aplicado obtida por SW (adaptado de [36]).	27
3.7	Curvas de histerese para uma partícula com a forma de um esferoide prolato com diferentes orientações θ	27
3.8	Os campos h_{cri} , h_c e a m_r em função de θ	28
3.9	Curva de histerese para um arranjo de partículas prolato esferoidal, monodomínios, orientadas ao acaso, e que invertem a magnetização por rotação coerente. A magnetização do arranjo é representada por $\cos(\phi)$, e h é o campo reduzido.	30
3.10	Explicação de como medir a remanência da magnetização $M_R(h)$ e a remanência da desmagnetização $M_D(h)$ (Adaptado de [43]).	33

3.11	A remanência da magnetização $M_R(h)$ e a remanência da desmagnetização $M_D(h)$ para o modelo de SW.	35
3.12	Os dois tipos de remanência para um sistema de partículas idênticas de SW orientada aleatoriamente. A remanência da magnetização reduzida $m_r(h)$ e a remanência da desmagnetização reduzida $m_d(h)$	35
3.13	Gráfico de Henkel para o modelo de SW.	36
4.1	Energia reduzida em função de ϕ	37
4.2	Barreira de energia reduzida Δe_1 entre o mínimo ϕ_1 e máximo ϕ_2	41
4.3	Barreira de energia reduzida Δe_2 entre o mínimo ϕ_3 e máximo ϕ_2	42
4.4	Ciclo de histerese de uma única partícula com $\theta = 0^\circ$ para algumas t_r	44
4.5	Campo coercivo de uma única partícula com $\theta = 0^\circ$ para algumas t_r	45
4.6	Comparando o ciclo de histerese de uma única partícula usando o modelo de Stoner-Wohlfarth (válido para $T = 0$ K) para alguns valores de θ com o obtido usando o modelo 1 para uma temperatura de 300 K.	46
4.7	Ciclo de histerese de um arranjo de partículas orientadas aleatoriamente para algumas temperaturas reduzidas usando o modelo 1.	47
4.8	Parte do ciclo de histerese de um arranjo de partículas orientadas aleatoriamente para várias temperaturas reduzidas usando o modelo 1.	48
4.9	O campo coercivo em função da temperatura reduzida para o modelo 1.	48
4.10	O gráfico mostra os dados de H_C em função de T para algumas amostras com diferentes proporções. As linhas sólidas são ajustadas para uma lei $T^{3/4}$ [48].	49
4.11	Ciclo de histerese para algumas temperaturas reduzidas usando o modelo 2.	50
4.12	Parte do ciclo de histerese para algumas t_{r2} usando o modelo 2.	50
4.13	O campo coercivo em função da temperatura reduzida para o modelo 2.	51
4.14	Comparação entre os ciclos de histerese usando os modelos 1 e 2.	52
4.15	Ciclo de histerese com interação entre partículas usando a teoria de campo médio.	55
4.16	Campo coercivo em função de α	55
4.17	Magnetização remanente em função de α	56
4.18	Curvas da remanência da magnetização M_R para alguns α positivos.	57
4.19	Curvas da remanência da desmagnetização M_D para alguns α positivos.	58
4.20	Gráficos de Henkel para α positivos.	58
4.21	Curvas dos desvios da relação de Wohlfarth δM para α positivos.	59
4.22	Gráficos de Henkel para α negativos.	59
4.23	Curvas dos desvios da relação de Wohlfarth δM para α negativos.	60

Capítulo 1

Introdução

A nanociência e a nanotecnologia têm atraído nos últimos anos bastante interesse da comunidade científica, tanto devido aos desafios relacionados à compreensão de suas propriedades físicas e químicas, quanto às diversas possibilidades de aplicações tecnológicas.

Vivemos a era da nanotecnologia, por isso é cada vez mais necessário compreendermos os fenômenos que têm sido descobertos em materiais com tal escala. Os materiais nanométricos ou nanomateriais, correspondem a filmes finos, nanofios e às nanopartículas que possuem respectivamente uma, duas e três dimensões nanométricas. Bastante destaque tem sido dado nas últimas décadas às nanopartículas magnéticas devido principalmente às potenciais aplicações tecnológicas [1, 2, 3].

Nanopartículas magnéticas são utilizadas como componentes ativos dos ferrofluidos, na gravação magnética, nos discos rígidos, em materiais biomédicos, em catalisadores e em ímãs permanentes. Mídias magnéticas feitas a partir dessas nanopartículas prometem ter um densidade de armazenamento de dados muito maior do que os discos rígidos dos computadores mais avançados. A possibilidade de controlar o movimento de um conjunto de nanopartículas magnéticas com o fato dos campos magnéticos penetrarem os tecidos humanos sem obstáculo permitem que nanopartículas transportem e distribuam pacotes, tais como fármacos anticancerígenos para uma área-alvo do corpo humano, dentre outras aplicações [4, 5].

O primeiro estudo sistemático para entender o magnetismo de pequenas partículas, foi desenvolvido por Stoner e Wohlfarth (SW) em 1948, conhecido como modelo de SW ou modelo de rotação coerente, ele é usado para o caso simples em que a anisotropia é uniaxial e de segundo grau. Este modelo é baseado em duas hipóteses: temperatura zero e nenhuma interação entre partículas. Dentro deste modelo estático, o plano definido pelo eixo fácil e o campo magnético aplicado também contém a magnetização. Portanto, o problema é reduzido a um problema 2D. O modelo também pode ser aplicado para estudar as curvas de magnetização de um conjunto de nanopartículas com uma distribuição aleatória dos eixos de anisotropia [6, 7].

Neste trabalho vamos usar o modelo de SW para estudar o comportamento da magnetização de uma única partícula em função do campo aplicado bem como de um arranjo de partículas e com isso obter informações importantes tais como o campo coercivo e a magnetização remanente. Inicialmente sem levarmos em consideração a existência de temperatura e interação, usaremos os gráficos de Henkel para esses sistemas. Posteriormente mostraremos como inserir temperatura no modelo de SW e com isso estudaremos a dependência térmica do campo coercivo tanto de uma única partícula quanto de um conjunto de partículas. Além disso, vamos inserir interações entre as partículas usando a teoria de campo médio e mostraremos como o campo coercivo e a magnetização remanente mudam com o parâmetro adimensional de campo médio. Por fim, construiremos gráficos de Henkel e as curvas de δM para analisarmos a existência da interação, o tipo e sua intensidade usando a teoria de campo médio. A inclusão destes parâmetros no modelo de Stoner-Wohlfarth permitem o estudo de outros efeitos em arranjos de nanopartículas e sua aplicação em sistemas reais.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. No Capítulo 2, introduzimos os conceitos básicos sobre magnetismo e nanopartículas magnéticas. No Capítulo 3, apresentamos o modelo de Stoner-Wohlfarth acrescentando algumas informações ao mesmo. No Capítulo 4, inserimos temperatura e interação no modelo de Stoner-

Wohlfarth. Construimos gráficos de Henkel para analisarmos a existência da interação, o tipo e sua intensidade. Por fim, no Capítulo 5 apresentamos os nossos comentários finais.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

2.1 Conceitos básicos de magnetismo

Os fenômenos magnéticos são amplamente utilizados no desenvolvimento de novas tecnologias, desde sistemas de geração e distribuição de energia a sistemas de conversão eletromecânica, eletrônicos, telecomunicações, informática até a medicina [8].

Existem três quantidades importantes para a descrição macroscópica do magnetismo na matéria: o campo magnético \vec{H} , a indução magnética \vec{B} e a magnetização \vec{M} .

Campos magnéticos são gerados por correntes elétricas. No vácuo, a indução magnética é diretamente proporcional ao campo magnético, sendo a constante de proporcionalidade a permeabilidade magnética do vácuo, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}. \quad (2.1.1)$$

Microscopicamente, a magnetização surge da ordenação dos momentos magnéticos atômicos. Ela é definida como a quantidade de momentos magnéticos $\vec{\mu}_i$ por unidade de volume V do material,

$$\vec{M} = \sum_i \frac{\vec{\mu}_i}{V}. \quad (2.1.2)$$

Portanto, para que haja magnetização é preciso que hajam momentos magnéticos, e que estes, em média apontem para a mesma direção [9, 10].

Dentro de um material magnético \vec{B} e \vec{H} podem diferir em magnitude e direção devido a \vec{M} , a relação entre essas três quantidades é:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}). \quad (2.1.3)$$

2.2 Classificação dos materiais magnéticos

Os materiais magnéticos podem ser convenientemente classificados em termos de sua suscetibilidade magnética χ_m , que descreve a magnetização induzida num material pela aplicação de um campo. Essas grandezas estão relacionadas por:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}. \quad (2.2.4)$$

A maioria dos materiais exibe pouco magnetismo e mesmo assim, só na presença de um campo aplicado, estes materiais são classificados como:

- Diamagnético (DM) – Não possui momento magnético intrínseco, χ_m é pequena e negativa (varia entre -10^{-6} a -10^{-3}). Ou seja, o momento magnético induzido pela aplicação de campo magnético externo é contrário e proporcional ao campo que o causou;
- Paramagnético (PM) – Possui momento magnético intrínseco não interagente entre si. Na ausência de campo magnético nestes materiais a magnetização é nula, e possui χ_m que varia de $(10^{-6}$ a $10^{-1})$.

No entanto, alguns materiais apresentam estados magnéticos ordenados mesmo sem a aplicação de nenhum campo, abaixo de uma temperatura crítica, alguns destes são classificados como:

- Ferromagnético (FM) – Apresenta uma alta magnetização espontânea, que está relacionada ao fato destes possuírem momentos magnéticos intrínsecos altamente interagentes que se alinham paralelamente entre si;

- Superparamagnético (SPM) – Para partículas muito pequenas a barreira de energia ($\Delta E_B = KV$) é comparável a energia térmica $K_B T$ a magnetização é facilmente invertida por flutuações térmicas, onde K_B é a constante de Boltzmann. Para ($K_B T \gg KV$) (altas temperaturas ou pequenos volumes), o sistema irá comportar-se como um PM, embora os momentos não sejam os atômicos, mas, grandes grupos de momentos dentro da partícula. Esse sistema é chamado de superparamagnético [11, 8].

A figura 2.1 mostra as respostas magnéticas associadas com algumas classes de materiais magnéticos:

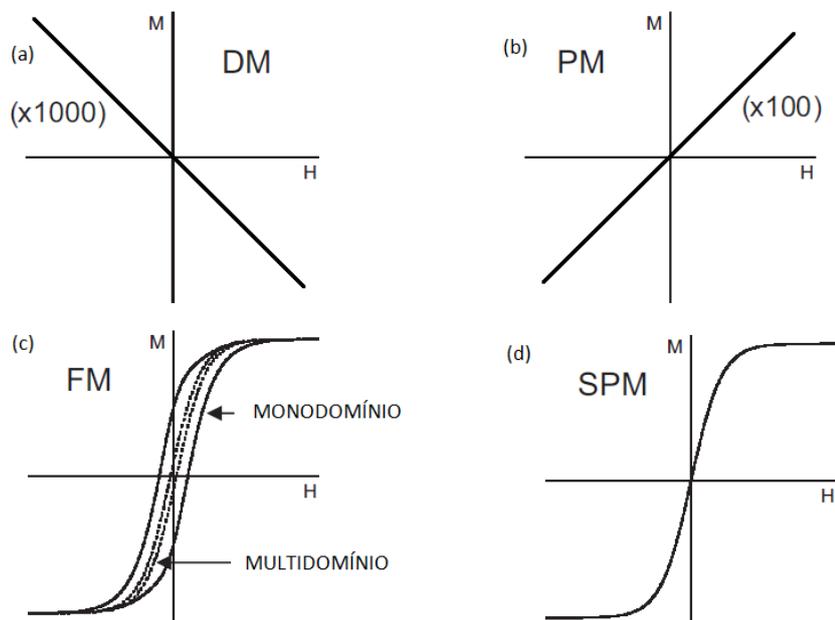


Figura 2.1: Curvas de M-H para materiais: (a) diamagnético (DM), (b) paramagnético (PM), (c) partículas ferromagnéticas (FM) (multidomínios e único domínio) ou (d) superparamagnética (SPM) (adaptado de [11]).

Os materiais FM frequentemente apresentam histerese, que é um processo de irreversibilidade na magnetização, relacionada geralmente com impurezas que aprisionam as paredes de domínio magnético, ou ainda, com defeitos intrínsecos tais como a anisotropia magnética da rede cristalina. Essa irreversibilidade dá origem a curvas abertas chamadas ciclos de histerese, com a magnetização se aproximando de um valor de sa-

turação para valores altos do campo. O conceito de histerese está ligado a sistemas não lineares onde o comportamento depende tanto do estado atual quanto de sua história [12].

Os ciclos de histerese também dependem do tamanho das partículas. Em partículas grandes (da ordem de μm ou mais) existe um estado de multidomínios e o ciclo de histerese é estreito, enquanto que, em partículas menores há um estado de único domínio e o ciclo de histerese é largo. Para tamanhos ainda menores (da ordem de dezenas de nm ou menos) podemos ter o superparamagnetismo (SPM) figura 2.1 (d) [11].

A figura 2.2 mostra alguns pontos importantes de um ciclo de histerese para um material FM.

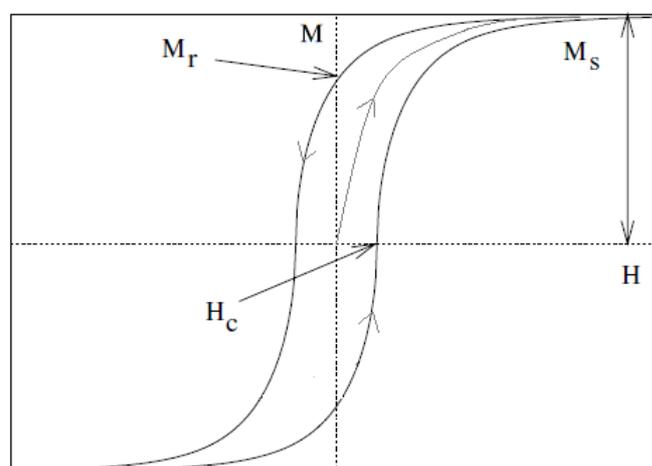


Figura 2.2: Ciclo de histerese típico de um material FM e alguns pontos importantes como: o campo coercivo H_c e magnetização remanente M_r e a magnetização de saturação M_s (adaptado de [13]).

As principais características do ciclo de histerese são:

- O campo coercivo (H_c) é o valor do campo para o qual a magnetização se anula;
- A magnetização de saturação (M_s) é atingida quando todos os momentos magnéticos estão alinhados ao longo da direção do campo, resultando no maior valor que a magnetização pode assumir;
- A magnetização remanente (M_r) é o valor residual da magnetização quando o

campo é reduzido para zero [13].

2.3 Interações entre partículas magnéticas

Existem diferentes tipos de interações entre partículas magnéticas, dependendo da distância, as principais interações são: a dipolar e a de troca (exchange).

2.3.1 Interação dipolar

A energia de dois momento magnéticos $\vec{\mu}_i$ e $\vec{\mu}_j$ separados por uma distância \vec{r} é dada por,

$$E_{dip} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left[\vec{\mu}_i \cdot \vec{\mu}_j - \left(\frac{3}{r^2} \right) (\vec{\mu}_i \cdot \vec{r}) (\vec{\mu}_j \cdot \vec{r}) \right]. \quad (2.3.5)$$

Essa interação é de longo alcance, anisotrópica, depende da separação e do grau de alinhamento mútuo entre os momentos magnéticos [14, 15, 16].

A energia dessa interação pode ser facilmente estimada assumindo que $\mu_i = \mu_j = 1\mu_B$ e $r = 1\text{Å}$, fazendo essa aproximação chegamos a uma energia de aproximadamente 0.1 meV. A temperatura correspondente a essa energia ($E = K_B T$) é muito inferior a 1 K. Portanto, sua intensidade é muito fraca para explicar as altas temperaturas de ordenamento de muitos materiais magnéticos (algumas em torno de 1000 K) [17].

2.3.2 Interação de troca

A interação de troca foi primeiro tratada por Heisenberg em 1928, para interpretar a origem dos campos moleculares extremamente grandes que atuam nos materiais ferromagnéticos e é a maior interação magnética [18, 19].

Ela é responsável pelos spins estarem alinhados paralelamente nos materiais FM ou antiparalelo nos AF. A energia dessa interação é dada por:

$$E_{ex} = -2J\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j. \quad (2.3.6)$$

onde J é a integral de troca.

No caso dos materiais FM $J > 0$, a energia de troca é mínima quando todos os spins estão paralelos. No caso dos materiais AF, $J < 0$ [20].

2.4 Anisotropia magnética

É fato experimental que alguns monocristais de materiais FM possuem um ou vários eixos chamados de eixos fáceis, ao longo do qual a magnetização prefere alinhar-se, e o eixo difícil ou duro. Para que haja uma mudança da magnetização para uma direção diferente do eixo fácil, será necessário a aplicação de um campo magnético externo [18, 19].

A figura 2.3 mostra diferentes comportamentos da magnetização em função do campo quando este é aplicado em diferentes direções cristalográficas:

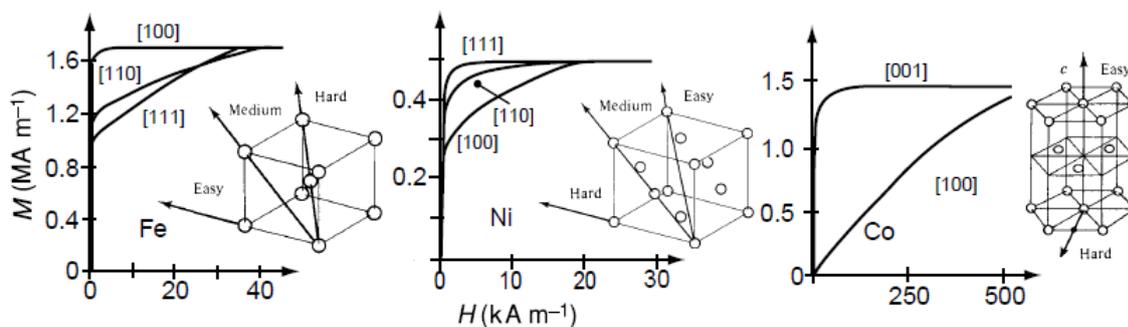


Figura 2.3: Magnetização para diferentes direções cristalográficas de um único cristal de ferro, níquel e cobalto (adaptado de [20]).

O termo anisotropia magnética é usado para descrever a dependência interna da energia na direção da magnetização espontânea. Basicamente, as duas principais fontes de anisotropia magnética são: a interação dipolar magnética e a interação spin-órbita [22].

2.4.1 Anisotropia magnetocristalina

A anisotropia magnetocristalina ou cristalina é o tipo mais importante de anisotropia. Sua origem física está na interação entre os orbitais eletrônicos e o spin do elétron, denominada interação spin-órbita.

A interação spin-órbita cria o magnetismo orbital e acopla o sistema de spin com a rede cristalina. Os elétrons dos orbitais estão ligados à estrutura cristalográfica, devido à sua interação com os spins faz com que estes prefiram alinhar-se a eixos cristalográficos bem definidos. Ou seja, existem direções no espaço em um material magnético que é mais fácil para magnetizar que em outras, essas direções são chamadas de eixos fáceis. Isto resulta em uma energia total que depende da orientação relativa da magnetização aos eixos cristalinos. A forma mais simples de anisotropia cristalina é a uniaxial [23, 19].

Para sistemas com simetria uniaxial, a energia cristalina uniaxial E_c de acordo com [24], pode ser escrita de forma aproximada como:

$$E_c(\theta) = KV \text{sen}^2(\theta) + K_1V \text{sen}^4(\theta) + \dots \quad (2.4.7)$$

onde θ é o ângulo entre a magnetização e o eixo fácil.

Normalmente, no caso de partículas de materiais FM com único domínio e anisotropia uniaxial, a maioria dos cálculos são realizados desprezando K_1 e os outros coeficientes de ordem superior, uma vez que estes são desprezíveis comparado com K . Assim, a energia cristalina uniaxial pode ser escrita como,

$$E_c(\theta) = KV \text{sen}^2(\theta). \quad (2.4.8)$$

onde K é a constante de anisotropia uniaxial de segunda ordem [7]. Esta expressão descreve dois mínimos locais de energia ($\theta = 0$ e π) separados por uma barreira de energia $\Delta E = KV$ ($\theta = \pi/2$).

2.4.2 Anisotropia de forma

Este tipo de anisotropia é encontrada em elipsoides, filmes finos e cilindros longos, entre outros. Entre as fontes mais importantes da anisotropia de forma está a interação dipolar magnética que é uma interação de longo alcance, que detecta os limites exteriores da amostra [25, 11].

Considerando uma amostra sem nenhuma orientação preferencial e, conseqüentemente, sem anisotropia cristalina, se ela possui forma esférica, um campo aplicado constante irá magnetizá-la da mesma forma em qualquer direção. Mas, se ela possuir a forma de um esferoide prolato (ver figura 2.4), será mais fácil magnetizá-lo ao longo do eixo maior do que ao longo do menor.

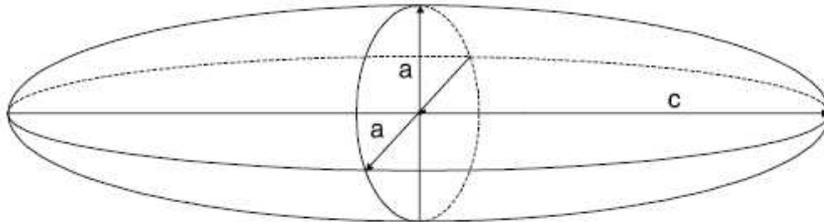


Figura 2.4: Esferoide prolato (adaptado de [21]).

Isto surge devido ao campo de desmagnetização, que é menor na direção do eixo longo, porque os polos induzidas na superfície da amostra estão mais afastados [21, 14].

De acordo com [26], a energia potencial magnetostática pode ser escrita como:

$$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}, \quad (2.4.9)$$

onde \vec{B} inclui o campo externo \vec{H}_0 (ou $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}_0$) e o campo de desmagnetização \vec{H}_d do corpo que é proporcional à magnetização que ele cria.

O campo total interno dentro de um material magnetizado é,

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_d. \quad (2.4.10)$$

Sendo,

$$\vec{\mu} = V\vec{M}, \quad (2.4.11)$$

e usando as equações (2.4.10) e (2.4.11) podemos escrever a equação (2.4.9) como:

$$E = -\mu_0 V \vec{M} \cdot \vec{H}_0 - \frac{1}{2} \mu_0 V \vec{M} \cdot \vec{H}_d. \quad (2.4.12)$$

Esses dois termos geralmente são separados e recebem nomes diferentes. O primeiro termo é denominado de energia Zeeman ou do campo magnético,

$$E_H = -\mu_0 V \vec{M} \cdot \vec{H}_0. \quad (2.4.13)$$

O segundo termo é denominado de energia magnetostática ou desmagnetizante,

$$E_d = -\frac{1}{2} \mu_0 V \vec{M} \cdot \vec{H}_d, \quad (2.4.14)$$

O fator 1/2 decorre do fato que esta energia está relacionada a uma interação dipolar, e nesta interação, cada dipolo interage com o dipolo anterior e também com o posterior, assim, ela é contada duas vezes e \vec{H}_d é dado por,

$$\vec{H}_d = -N \vec{M}. \quad (2.4.15)$$

onde N é o tensor de desmagnetização.

A figura 2.4 mostra os polos de superfície, o campo de desmagnetização para um esferoide com a magnetização \vec{M}_s fazendo um ângulo θ , em relação ao eixo z .

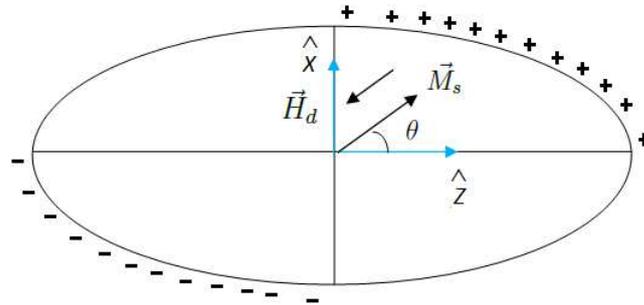


Figura 2.5: Esferoide com polos de superfície (adaptado de [26]).

Podemos escrever a magnetização \vec{M}_s , para esse caso como:

$$\vec{M}_s = M_s \sin(\theta) \hat{x} + M_s \cos(\theta) \hat{z}. \quad (2.4.16)$$

Cada componente da magnetização está ao longo de um eixo e possui um campo de desmagnetização antiparalelo associado [26]. Portanto, podemos escrever:

$$\vec{H}_d = -N_x M_s \sin(\theta) \hat{x} - N_z M_s \cos(\theta) \hat{z}, \quad (2.4.17)$$

substituindo as equações (2.4.16) e (2.4.17) em (2.4.14) podemos escrever,

$$E_d = \frac{1}{2}\mu_0 V M_s^2 (N_x \sin^2 \theta + N_z \cos^2 \theta). \quad (2.4.18)$$

Tanto a energia magnetostática para um esferoide, dada pela equação (2.4.18), quanto a energia de anisotropia uniaxial dada pela equação (2.4.8), podem ser unidas até primeira ordem como:

$$E_d = \frac{1}{2}\mu_0 V M_s^2 (N_x - N_z) \sin^2 \theta, \quad (2.4.19)$$

onde o termo constante da energia foi omitido (redefinido como zero da energia).

A equação (2.4.19) pode ser escrita como,

$$E_d = \Delta E \sin^2 \theta, \quad (2.4.20)$$

onde ΔE é a barreira de energia efetiva da anisotropia e $K = \frac{1}{2}\mu_0 M_s^2 (N_x - N_z)$ a constante de anisotropia uniaxial. Dizemos que a anisotropia é uniaxial para um esferoide, quando o eixo de fácil magnetização está paralelo ao eixo maior [14, 26].

2.5 Domínios magnéticos

Em 1907 P. Weiss propôs que os materiais ferromagnéticos são divididos em pequenas regiões uniformemente magnetizadas que apresentam uma orientação paralela de todos os momentos magnéticos chamadas de domínios magnéticos. Dentro de cada domínio a magnetização local atinge o valor de saturação, mas, nem sempre as direções da magnetização de domínios magnéticos diferentes são paralelas. Entre dois domínios adjacentes existe uma fronteira chamada de parede de domínio [17, 23].

2.5.1 Parede de domínio

As paredes de domínio podem ser classificadas de acordo com o ângulo entre a magnetização de cada domínio.

Uma parede de domínio 180° separa domínios com magnetizações opostas figura 2.6 (a), a parede 90° separa domínios com magnetizações perpendiculares, conforme mostra a figura 2.6 (b) [20].

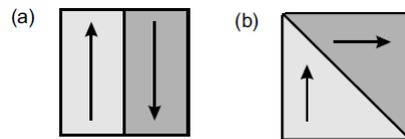


Figura 2.6: Parede de domínio 180° (a) e 90° (b) [20].

O tipo mais comum de parede 180° é a parede de Bloch na qual a magnetização rotaciona em planos paralelo ao plano da parede figura 2.7 (a). Outra configuração possível é a parede de Néel na qual a rotação da magnetização ocorre em um plano que é perpendicular ao plano da parede de domínio como mostra a figura 2.7 (b) [23, 27].

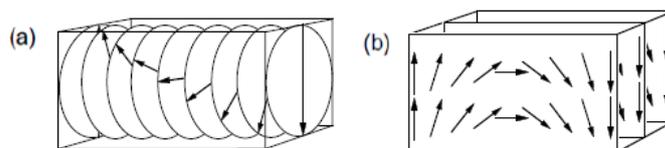


Figura 2.7: Uma parede 180° de Bloch (a) e de Néel (b) [27].

2.5.2 Estruturas de domínios simples e suas energias

Podemos compreender a origem dos domínios considerando a figura 2.8:

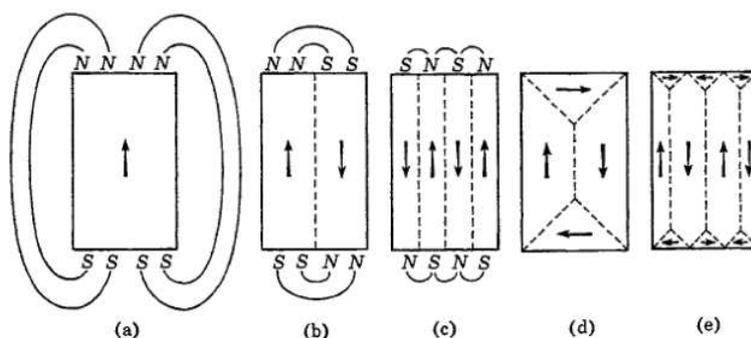


Figura 2.8: A formação de domínios em um cristal [28].

Em (a) temos um único cristal largo de um material com anisotropia uniaxial e um único domínio, magnetizado espontaneamente paralelo ao eixo fácil. Nesse estado, há uma alta densidade de polos na superfície e um alto valor de energia magnética associado tanto com o campo interno quanto com o externo obtidos a partir desses polos.

Em (b), a energia magnética é reduzida a aproximadamente à metade do valor inicial, dividindo o cristal em dois domínios magnetizados em direções opostas. Isso ocorre porque os polos norte e sul ficam mais próximos um do outro, diminuindo assim a extensão espacial do campo e seus fatores de desmagnetização [26].

Em (c), com N domínios, a magnetização é reduzida a aproximadamente $1/N$ da energia magnética de (a), por causa da redução do campo externo da amostra.

Em (d) e (e) a energia magnética é nula. A componente da magnetização normal à parede é contínua e, portanto, não existe nenhum campo magnético externo associado à magnetização.

A formação de domínios é sempre o resultado da possibilidade de reduzir a energia de um sistema, passando de uma configuração uniforme, com uma alta energia magnética, para uma configuração de domínio com uma energia magnética menor. Mas esta divisão em domínios cada vez menores não pode manter-se indefinidamente, porque cada parede formada no cristal tem uma certa largura e energia. Eventualmente um tamanho de domínio de equilíbrio deve ser alcançado [21, 28].

2.5.3 Largura da parede de domínio

As duas energias mais importantes que afetam a largura da parede de domínio são a energia de troca e a energia de anisotropia magnetocristalina [23].

Em um material ferromagnético há um custo de energia para girar spins vizinhos. A energia de troca entre dois spins é dada por:

$$E_{ex} = -2JS_2 \cdot \vec{S}_2 = -2JS^2 \cos(\theta). \quad (2.5.21)$$

Se $\theta = 0$ sua energia é,

$$E_{ex} = -2JS^2, \quad (2.5.22)$$

O custo de energia para ter $\theta \neq 0$ é de aproximadamente,

$$E_{ex} = JS^2\theta^2, \quad (2.5.23)$$

onde usamos $\cos(\theta) = 1 - \theta^2/2$ para $\theta \ll 1$.

Em uma parede de Bloch, spins giram sobre N sítios por um ângulo π (ver figura 2.7 (a)). Assim o custo de energia de uma linha de spins é igual a N contribuições de $JS^2\theta^2$ onde $\theta = \pi/N$, ou seja,

$$E_{ex} = \frac{JS^2\pi^2}{N}. \quad (2.5.24)$$

Numa parede de Bloch temos planos de spins e por isso estamos interessados na energia por unidade de área da parede E_{ex}^{BW} ,

$$E_{ex}^{BW} = JS^2 \frac{\pi^2}{Na^2}. \quad (2.5.25)$$

onde a é o espaçamento da rede. Essa energia tende para zero quando $N \rightarrow \infty$, ou seja, quanto mais grossa a parede menor o aumento de energia, conseqüentemente, a parede de domínio tende para um comprimento infinito. A outra energia que contribui para a formação da parede é a energia de anisotropia magnetocristalina [17].

A densidade de energia magnetocristalina uniaxial é dada por,

$$E_c = K \text{sen}^2(\theta), \quad (2.5.26)$$

tomando $K > 0$ os spins preferem alinhar-se ao longo de $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$. Somando a contribuição de cada um dos N spins e substituindo a soma por uma integral, a energia será:

$$E_c = \sum_{i=1}^N K \text{sen}^2(\theta_i) \approx \frac{N}{\pi} \int_0^\pi K \text{sen}^2(\theta) d\theta = \frac{1}{2}NK, \quad (2.5.27)$$

a contribuição da energia por unidade de área da parede (E_c^{BW}) pode então ser escrita como:

$$E_c^{BW} = \frac{1}{2}aNK. \quad (2.5.28)$$

que tende a comprimir a parede e torná-la menor [17].

A energia total da parede de Bloch é dada por:

$$E^{BW} = JS^2 \frac{\pi^2}{a^2} \frac{1}{N} + \frac{1}{2} aNK, \quad (2.5.29)$$

encontramos a configuração de equilíbrio utilizando $dE^{BW}/dN = 0$,

$$0 = \frac{dE^{BW}}{dN} = \frac{1}{2} aK - JS^2 \frac{\pi^2}{a^2} \frac{1}{N^2}, \quad (2.5.30)$$

o que leva a um valor de N dado por,

$$N = \pi S \sqrt{\frac{2J}{a^3 K}}, \quad (2.5.31)$$

de modo que a largura da parede de Bloch é,

$$\delta = Na = \pi S \sqrt{\frac{2J}{Ka}}. \quad (2.5.32)$$

Em termos do parâmetro A a largura da parede de domínio δ pode ser escrita como:

$$\delta = \pi \sqrt{\frac{A}{K}}, \quad (2.5.33)$$

com,

$$A = \frac{2JS^2}{a}. \quad (2.5.34)$$

2.5.4 Partículas com único domínio

Uma partícula terá único domínio (monodomínio) quando ela for menor do que a largura da parede de domínio, o que impossibilita a divisão da partícula em dois domínios. Uma outra forma de saber se as partículas possuem um ou mais domínios se dá através da análise da energia da parede.

À medida que as dimensões de um material FM são reduzidas, a energia para a formação da parede torna-se grande em comparação com a energia magnetostática. As condições para a formação de domínios e, portanto, de paredes de domínio, tornam-se progressivamente menos favoráveis até que um tamanho crítico é atingido, abaixo do

qual a subdivisão em domínios não é mais energeticamente favorável, então a amostra torna-se único domínio [29, 30].

Uma partícula de um material FM deverá consistir de um único domínio magnético abaixo de um tamanho crítico. As primeiras estimativas dos tamanhos críticos dessas partículas foram feitas por Kittel [29]. Um raio de aproximadamente 10–1000 nm foi estimado para uma amostra esférica de um material FM comum.

De acordo com a referência [14] o raio crítico r_c , abaixo do qual uma partícula possui único domínio é dado por,

$$r_c \approx 9 \frac{\sqrt{AK}}{\mu_0 M_s^2}, \quad (2.5.35)$$

onde A e K são respectivamente as constantes de troca e de anisotropia uniaxial. A tabela 1 mostra o raio crítico para alguns materiais magnéticos.

Tabela 1: Raio crítico para partículas terem único domínio [14].

Material	Raio crítico (nm)
<i>Fe</i>	15
<i>Fe₃O₄</i>	30
<i>Co</i>	35
<i>Ni</i>	55
<i>SmCo₅</i>	750

Dependendo do tamanho, as partículas apresentam diferentes comportamentos magnéticos. Em particular, apresentam diferentes mecanismos para a reversão da direção da magnetização sob efeito de um campo magnético externo.

Nas partículas com monodomínios, o campo externo faz a magnetização girar, e esta rotação para ocorrer precisa vencer a anisotropia magnética.

Para as partículas magnéticas com vários domínios ou multidomínios, a reversão da magnetização se dá preferencialmente por nucleação e deslocamento das paredes de domínios, como nas amostras volumosas [3].

Existem na literatura alguns modelos que estudam os processos de magnetização em sistemas de partículas, os quais podem ser divididos de maneira não muito rigorosa em

modelos físicos e matemáticos. Entre os modelos físicos o mais elementar é conhecido como modelo de Stoner-Wohlfarth (SW) [36]. A atratividade do modelo SW pode ser atribuída ao seu forte apelo à intuição física.

O outro modelo bem conhecido foi proposto por Néel em 1949 [34] e desenvolvido por Brown em 1963 [35]. Nele a qualquer temperatura finita, o momento magnético da partícula pode superar a barreira de energia da anisotropia por ativação térmica [14, 33].

Capítulo 3

O modelo de Stoner-Wohlfarth

O modelo de Stoner-Wohlfarth (também chamado de modelo de rotação coerente), desenvolvido pelos físicos teóricos Edmund Clifton Stoner e Peter Erich Wohlfarth no final dos anos 40, descreve a reversão da magnetização de uma nanopartícula com único domínio. Nele considera-se uma partícula de um material magnético ideal que chamaremos de partícula de Stoner-Wohlfarth [31].

3.1 A partícula de Stoner-Wohlfarth

Uma partícula de SW apresenta as seguintes características:

- Possui único domínio magnético;
- Tem a forma de um elipsoide;
- O eixo fácil da partícula coincide com o eixo de anisotropia;
- Apresenta anisotropia de forma;
- Possui rotação coerente da magnetização;
- A magnetização apresenta um valor de saturação constante em módulo, mas, que pode mudar sua orientação dependendo do campo magnético aplicado;

- As direções da magnetização se mantêm no plano definido pela direção do campo aplicado e do eixo fácil;
- Nenhum elemento exterior impede a rotação;
- A partícula gira para a direção em que sua energia é mínima;
- A partícula não é influenciada pelas interações de troca e dipolar;
- Não leva em conta a temperatura ($T=0$ K);

No modelo de SW, os cálculos foram feitos para partículas elipsoidais, porque a forma de um elipsoide inclui outras formas de partículas de interesse físico, tais como: esferoide, esferas e discos. Além disso, o problema é tratado em termos da anisotropia de forma, uma vez que, a maioria das outras formas de interesse podem ser incluída [14, 32, 33, 36, 37]

Seus cálculos exerceram uma importante influência na teoria dos materiais magnéticos permanentes como os ímãs, porque alguns destes materiais consistem de únicos domínios.

3.2 A energia de uma partícula de SW

O sistema de coordenadas do modelo de SW é mostrado na figura 3.1. Neste caso,

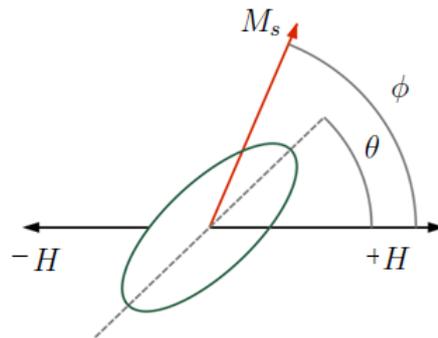


Figura 3.1: Sistema de coordenadas para uma partícula elipsoidal com o eixo de anisotropia formando um ângulo θ e a magnetização formando um ângulo ϕ com a direção de campo aplicado (adaptado de [36]).

a energia de troca entre os spins da partícula é constante e não desempenha qualquer

papel na minimização da energia. Há uma competição apenas entre a energia de anisotropia e o efeito do campo aplicado. A energia de uma partícula isolada com único domínio e volume V é, portanto, a soma dos termos da energia de anisotropia e de Zeeman:

$$E = KV \sin^2(\phi - \theta) - M_s H V \cos(\phi) \quad (3.2.1)$$

onde definimos θ como o ângulo que o campo magnético aplicado \vec{H} faz com o eixo fácil e ϕ o ângulo entre o momento magnético, que tem módulo $\mu = M_s V$, e o eixo fácil [38, 7, 31].

É conveniente expressar os parâmetros de forma adimensional, dividindo a equação (3.2.1) por $2KV$, obtemos a energia reduzida η , que pode ser expressa como:

$$\eta = \frac{E}{2KV} = -\frac{1}{4} \cos(2(\phi - \theta)) - h \cos(\phi) \quad (3.2.2)$$

onde $h = H/H_A = M_s H/2K$ é o campo reduzido e $H_A = 2K/M_s$ é o campo de anisotropia [13].

A orientação de equilíbrio da magnetização para um dado h e θ fixo, será tal que η seja mínima em relação a ϕ [33], que pode ser encontrada a partir de:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \phi} = 0, \quad (3.2.3)$$

e

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial \phi^2} \geq 0. \quad (3.2.4)$$

3.3 O campo crítico

Neste modelo outra grandeza importante é o campo em que as partículas sofrem saltos irreversíveis na direção da magnetização ao mudar o campo aplicado, essa grandeza é chamada de campo crítico. Uma mudança irreversível na magnetização está associada com o vetor magnetização da partícula em movimento entre um mínimo e o outro [2, 39].

Para um determinado valor de θ , o valor crítico de h que denotaremos por h_{cri} , pode ser calculado a partir das condições para um ponto de mínimo na curva da energia reduzida usando as equações (3.2.3) e (3.2.4) [2, 36].

O campo crítico h_{cri} é dado por:

$$h_{cri} = \frac{(1 - w^2 + w^4)^{\frac{1}{2}}}{(1 + w^2)}, \quad (3.3.5)$$

com,

$$w = \tan^{\frac{1}{3}}(\theta).$$

Para maiores detalhes dos cálculos ver apêndice A. Ela pode também ser reescrita alternativamente em termos das componentes do campo crítico como:

$$h_{cri} = (\cos(\theta)^{2/3} + \text{sen}(\theta)^{2/3})^{-3/2}, \quad (3.3.6)$$

ela resulta em uma curva conhecida como astróide de Stoner-Wohlfarth, dada por:

$$h_x^{2/3} + h_z^{2/3} = 1. \quad (3.3.7)$$

A figura (3.2) mostra o astróide de Stoner-Wohlfarth. Recentemente ele foi determinado experimentalmente, como mostra a figura (3.3):

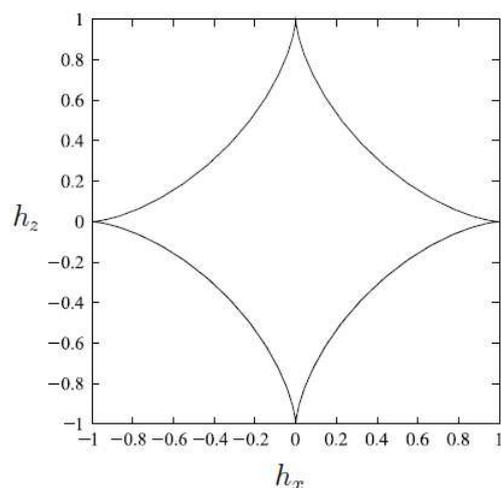


Figura 3.2: O astróide de Stoner-Wohlfarth [13]

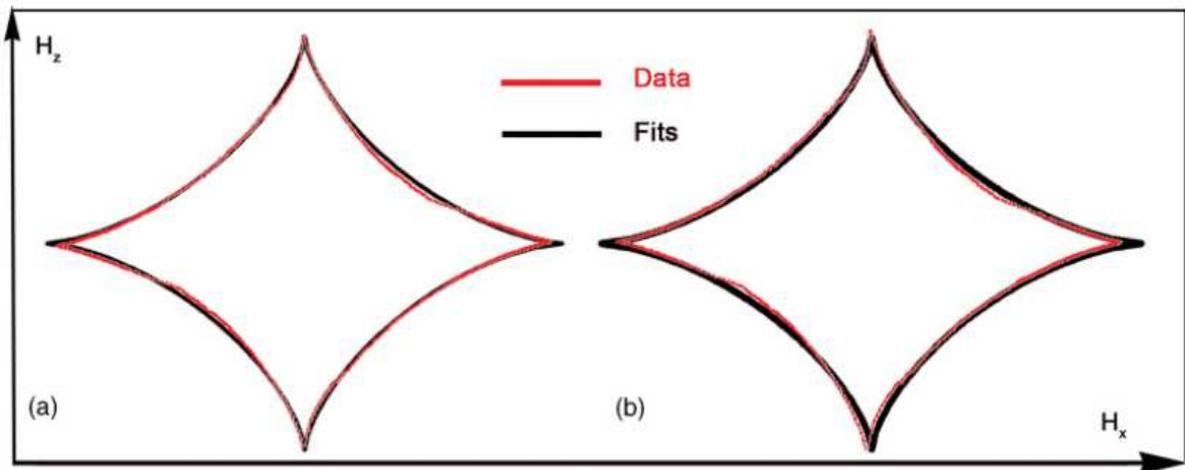


Figura 3.3: Os campos críticos de uma nanopartícula Co 3 nm, medido usando μ -SQUID, sendo comparados com o obtido para a anisotropia hexagonal (a) ou cúbico (b)[7].

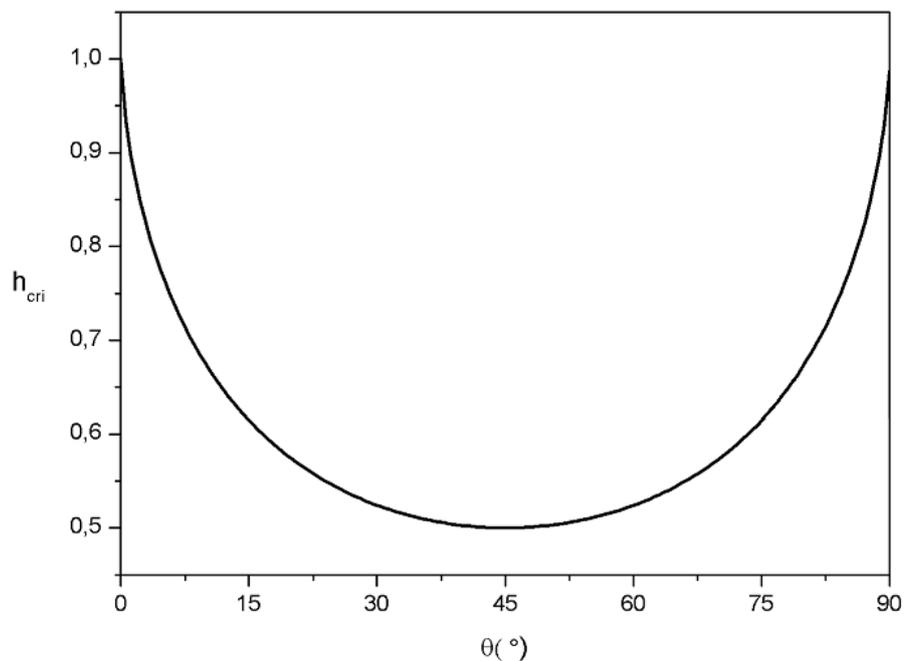


Figura 3.4: A variação do campo crítico h_{cri} com o θ .

Como visto na equação (3.3.5), o campo crítico depende apenas do ângulo entre o eixo fácil e a direção do campo aplicado e seu menor valor é 0.5 (ver figura 3.4).

A figura 3.5 mostra a energia reduzida para $\theta = 30^{\circ}$ e para alguns valores particulares de h , nesse caso $h_{cri} \approx 0.52$.

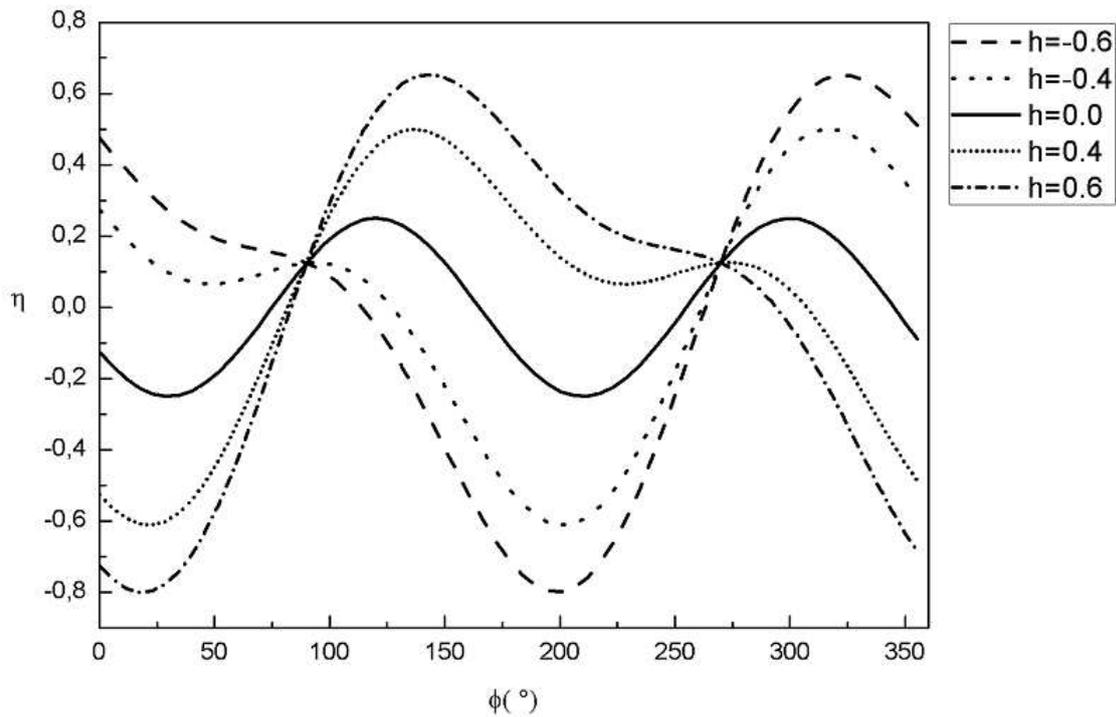


Figura 3.5: Relação entre energia reduzida η , o campo h e o campo crítico para $\theta = 30^\circ$.

Para valores do módulo do campo reduzido abaixo do campo crítico, existem dois mínimos de energia, enquanto que, para valores acima do campo crítico temos apenas um mínimo. À medida que aumentamos o campo na direção positiva, o segundo mínimo vai desaparecendo. Por outro lado, a medida que aumentamos na direção negativa, o primeiro mínimo é quem deixa de existir, como mostra a figura 3.5.

O desaparecimento do primeiro (ou segundo) mínimo com a aplicação do campo está associado com o salto irreversível da magnetização da partícula. Mais adiante, usaremos esta propriedade da partícula de SW para calcular as remanências da magnetização M_R e a da desmagnetização M_D e construir os gráficos de Henkel para um arranjo de partículas magnéticas.

3.4 A magnetização no modelo de Stoner-Wohlfarth

Um cálculo de grande interesse nesse modelo é o da componente da magnetização na direção do campo (curvas de histerese) para uma única e para um conjunto de

partículas não interagentes, uma vez que, essas curvas nos permite obter informações importantes como o campo coercivo e a magnetização remanente.

3.4.1 A magnetização de uma única partícula

No caso de uma única partícula, a componente da magnetização de saturação na direção do campo aplicado, que denotaremos por M , de acordo com a figura 3.1, será dada por,

$$M = M_s \cos(\phi_{min}), \quad (3.4.8)$$

onde ϕ_{min} é obtido a partir da minimização da energia equação (3.2.2). Devemos lembrar que, se $h < h_{cri}$, haverá dois mínimos, e a magnetização da partícula dependerá da sua história magnética, ou seja, da direção da magnetização antes da aplicação do campo h .

Definimos a magnetização reduzida m como,

$$m \equiv \frac{M}{M_s} = \cos(\phi_{min}). \quad (3.4.9)$$

3.4.2 Ciclo de histerese para uma única partícula

Da figura 3.5, percebemos que podemos ter um ou dois valores mínimos para η . O primeiro ϕ para o qual a energia reduzida é mínima, que denotaremos de ϕ_1 , é quem determina a direção estável da magnetização de uma única partícula no modelo de SW.

Com isso, a equação (3.4.9) pode ser reescrita como:

$$m(h, \theta) = \cos(\phi_1). \quad (3.4.10)$$

Portanto, dado (h, θ) , encontra-se ϕ_1 para o qual η é mínima e consequentemente a magnetização reduzida, fazendo isso para alguns valores de $\theta = 0^\circ, 10^\circ, 45^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ fixos e para $-1.2 \leq h \leq 1.2$, Stoner-Wohlfarth obtiveram a figura 3.6:

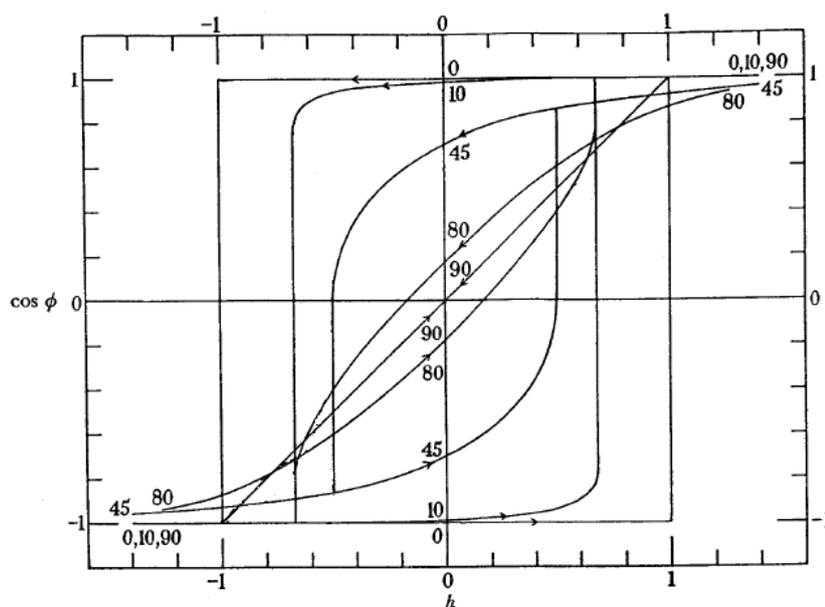


Figura 3.6: Curvas de histerese para um esferoide prolato para alguns ângulos entre o eixo fácil e a direção do campo aplicado obtida por SW (adaptado de [36]).

Reproduzimos essas curvas de histerese bem como algumas outras que não foram inseridas no modelo de SW, a figura 3.7 mostra algumas delas.

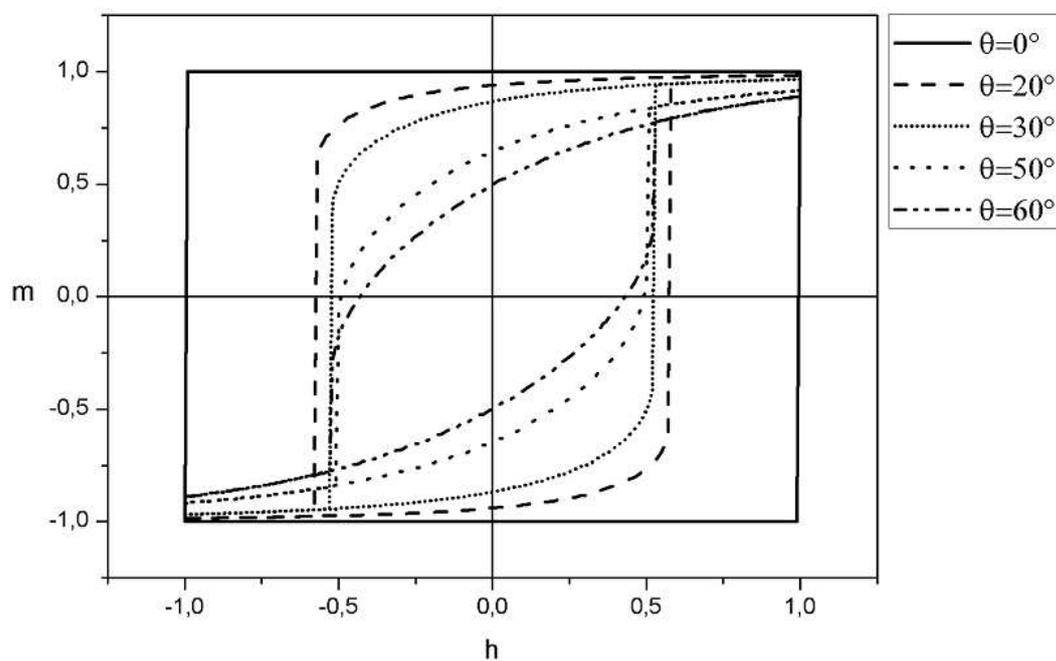


Figura 3.7: Curvas de histerese para uma partícula com a forma de um esferoide prolato com diferentes orientações θ .

A figura 3.7 nos mostra que, a medida que reduzimos o campo na direção negativa,

exite um valor dele para o qual a magnetização dá um salto. Isso ocorre para valores do módulo do campo maiores que o valor do campo crítico, pois o primeiro mínimo desaparece e a magnetização salta para o segundo mínimo (ver figura 3.4).

Com isso podemos obter h_c e m_r em função de θ como pode ser observado na figura 3.8.

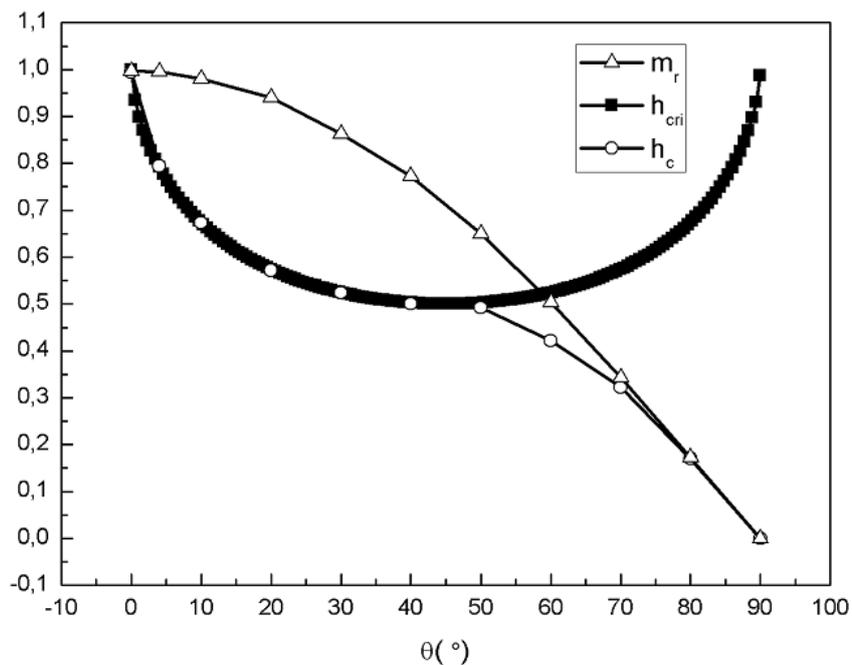


Figura 3.8: Os campos h_{cri} , h_c e a m_r em função de θ .

Na figura 3.8, observamos que as mudanças dos campos coercivos com θ possui uma relação direta com os campos críticos. Para θ pequenos (entre 0° e 45°) os valores dos campos coercivos coincidem com os dos campos críticos (ver figura 3.4).

Para θ grandes (acima de 45°) observamos grandes mudanças dos campos crítico e também dos campos coercivos, mas, eles não coincidem.

3.4.3 A magnetização de um arranjo de partículas com orientação aleatória

O valor médio de uma variável aleatória contínua x que denotaremos por \bar{x} é dado por,

$$\bar{x} = \frac{\int x f(x) dx}{\int f(x) dx} = \int x f(x) dx, \quad (3.4.11)$$

onde $f(x)$ é a densidade de probabilidade [40].

Se tivermos um conjunto de partículas semelhantes na forma de elipsoides, com os eixos facéis orientados aleatoriamente para uma direção positiva do campo e para um h particular, de acordo com [36], a magnetização média será dada por:

$$\overline{\cos(\phi)} = \frac{\int_0^{\pi/2} 2\pi \cos(\phi) \text{sen}(\theta) d\theta}{\int_0^{\pi/2} 2\pi \text{sen}(\theta) d\theta}, \quad (3.4.12)$$

ou melhor,

$$\overline{\cos(\phi)} = \int_0^{\pi/2} \cos(\phi) \text{sen}(\theta) d\theta. \quad (3.4.13)$$

A integração de 0 a $\pi/2$ é escolhida devido à simetria uniaxial do campo de desmagnetização da partícula. Além disso, a orientação ao acaso das partículas é representada na integral pela função de distribuição $f(\theta) = \text{sen}(\theta)$, ou seja, existem $\text{sen}(\theta)d\theta$ partículas com uma orientação entre θ e $\theta + d\theta$ no arranjo.

3.4.4 Ciclo de histerese para um arranjo de partículas

A integral da equação (3.4.13) pode ser reescrita numericamente como:

$$\overline{\cos(\phi)} = \sum_{\theta_i=0}^{\theta_i=\pi/2} \cos(\phi_i) \text{sen}(\theta_i) \Delta\theta \quad (3.4.14)$$

onde $\Delta\theta = \theta_{i+1} - \theta_i$ é o passo de varredura em θ .

Agora para um dado valor de h existem partículas com várias orientações possíveis entre 0 e $\pi/2$ e a contribuição de todas elas deve ser considerada. Resolvendo numericamente a equação (3.4.14) para uma série de valores de h entre 1 e -1, obtivemos

a curva de histerese mostrada na figura 3.9. A curva inicial é a média das partes crescente e decrescente.

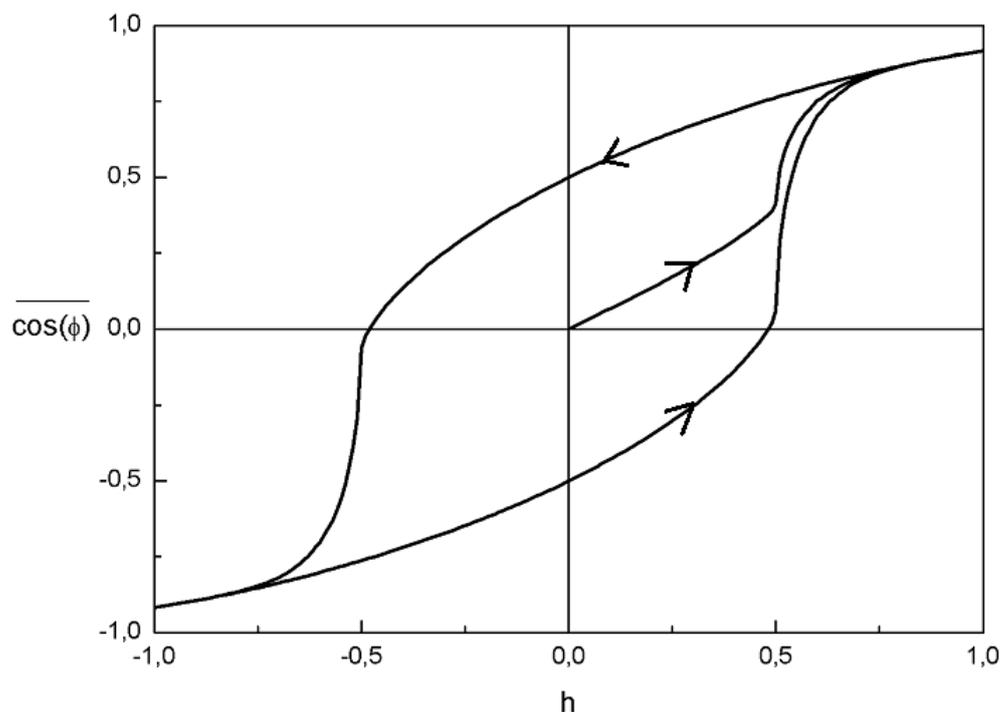


Figura 3.9: Curva de histerese para um arranjo de partículas prolato esferoidal, monodomínios, orientadas ao acaso, e que invertem a magnetização por rotação coerente. A magnetização do arranjo é representada por $\overline{\cos(\phi)}$, e h é o campo reduzido.

A figura 3.9 nos mostra que no estado desmagnetizado, os momentos magnéticos do arranjo de partículas apontam aleatoriamente em todas as direções, por isso que nesse estado a magnetização total é nula.

A curva inicial representa a evolução das partículas quando partimos do estado desmagnetizado, ou seja, na primeira vez em que elas foram submetidas ao campo magnético externo. Se as partículas forem colocadas em uma região em que existe um campo magnético h à medida que a intensidade do campo magnético aumenta, os momentos magnéticos tendem a seguir a orientação do campo externo o que produz a magnetização do material, que cresce até certo limite, conhecido como magnetização de saturação. Este é um processo que exige gastos de energia ao usar o campo externo h para orientar os momentos magnéticos das partículas.

Se o campo for retirado, as partículas não retornam imediatamente à condição inicial, na qual a magnetização é nula. Quando o campo externo é nulo, elas ainda exibem uma magnetização, denominada magnetização remanente. Ou seja, no retorno rumo à magnetização nula, as partículas não devolvem imediatamente toda a energia que gastamos no processo inicial. Parte dessa energia fica temporariamente armazenada e será devolvida após um breve intervalo.

Para levar as partículas ao estado de magnetização nula, é necessário inverter o campo externo e aumentar sua intensidade até um valor conhecido como campo coercivo ou coercividade. A magnetização atinge o valor nulo quando o campo externo atinge esse valor [41].

Se continuarmos aumentando a intensidade do campo na direção negativa os momentos magnéticos irão se orientar na direção do campo até atingirem a saturação na direção oposta. Reduzindo o campo externo negativo para zero a magnetização não retorna para o valor nulo, mas, para uma magnetização remanente negativa. Se continuarmos aumentando o campo na direção positiva a magnetização vai diminuindo até voltar a ser nula e se continuarmos aumentando o campo finalmente ela atingirá a saturação novamente.

Além de Stoner e Wohlfarth, Rhodes também calculou a curva de histerese de um conjunto de partículas não interagentes, cujos eixos fáceis são orientado aleatoriamente no espaço ele também observou que o ciclo de histerese para esse caso é caracterizado por apresentar uma remanência reduzida $m_r = 0.5$ e um campo coercivo $h_c = 0.48$ [14].

3.5 Gráficos de Henkel de partículas ferromagnéticas com único domínio

Entre as técnicas experimentais para a determinação das propriedades magnéticas de sistemas compostos por partículas magnéticas, o uso das curvas de remanência está

se tornando um dos mais preferidos. A principal razão é que o ciclo de histerese é consequência dos processos reversíveis e irreversíveis, enquanto a remanência é uma consequência natural da irreversibilidade no processo de magnetização.

O uso dos gráficos de Henkel tem sido uma ferramenta muito útil para analisar o tipo e a intensidade da interação entre sistemas de partículas magnéticas e é amplamente utilizado na literatura.

É comumente aceito que sistemas não interagentes apresentam em geral gráficos de Henkel lineares, enquanto os sistemas que interagem apresentam gráficos curvos. Nos gráficos de Henkel as duas principais curvas de remanências que devem ser medidas são: a remanência da magnetização e a remanência da desmagnetização [42, 43].

3.5.1 A remanência da magnetização

Para medirmos a remanência da magnetização, o ponto de partida é uma amostra totalmente desmagnetizada depois de resfria-la até a temperatura de interesse em um campo magnético zero. Quando a temperatura é atingida, um pequeno campo externo h é aplicado e depois de certo tempo é desligado e a remanência da magnetização $M_R(h)$ é medida. O processo é repetido, aumentando o campo h até que a amostra atinja a saturação e a remanência da magnetização atinja o valor de saturação, $M_R(\infty)$.

3.5.2 A remanência da desmagnetização

A remanência da desmagnetização é semelhante a $M_R(h)$, mas, inicialmente a amostra está em um estado saturado a uma temperatura fixa, e um pequeno campo externo h é aplicado na direção oposta. Depois de algum tempo, o campo é desligado e a remanência da desmagnetização $M_D(h)$ é medida. Isso é repetido, aumentando o campo h , até atingir a saturação na direção oposta [42].

A figura 3.10 ilustra como essas quantidades devem ser medidas.

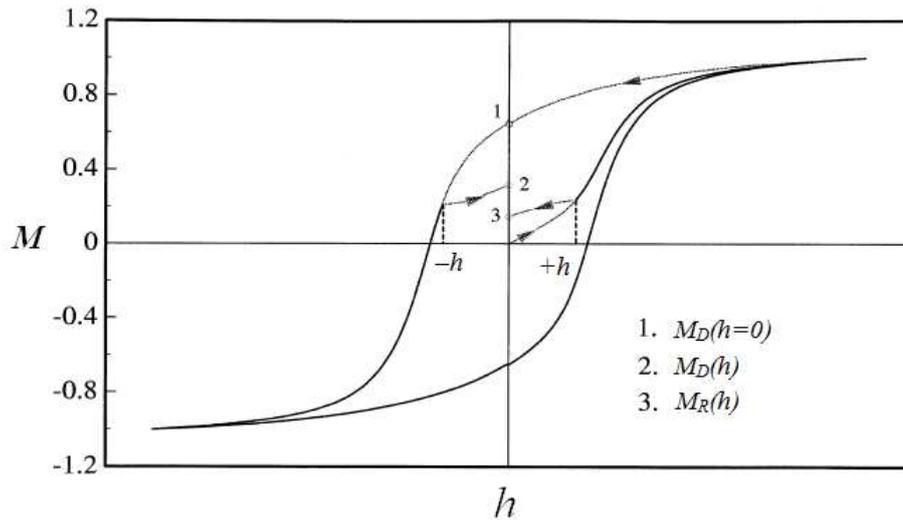


Figura 3.10: Explicação de como medir a remanência da magnetização $M_R(h)$ e a remanência da desmagnetização $M_D(h)$ (Adaptado de [43]).

3.5.3 Relações entre as curvas de remanência para sistemas de partículas uniaxiais não interagentes

No modelo SW não é difícil obter a relação entre as diferentes medições de remanência. Começando com um sistema de partículas alinhadas com os seus eixos fáceis formando um ângulo arbitrário θ com o campo aplicado é imediatamente visto que [42]:

- Se $h \leq h_{cri}$:

$$M_{R_\theta}(h) = 0, \quad (3.5.15)$$

- Se $h > h_{cri}$:

$$M_{R_\theta}(h) = M_{R_\theta}(\infty), \quad (3.5.16)$$

sendo $M_{R_\theta}(h)$ a magnetização remanente do sistema alinhado e h_{cri} seu campo crítico, ambas as quantidades depende da orientação θ do eixo fácil em relação ao campo. Da mesma forma temos que,

- Se $|h| \leq h_{cri}$:

$$M_{D_\theta}(h) = M_{R_\theta}(\infty), \quad (3.5.17)$$

- Se $|h| > h_{cri}$:

$$M_{D_\theta}(h) = -M_{R_\theta}(\infty), \quad (3.5.18)$$

As expressões acima para cada orientação θ podem ser resumidas como [42]:

$$M_{D_\theta}(h) = M_{R_\theta}(\infty) - 2M_{R_\theta}(h). \quad (3.5.19)$$

Para um sistema de partículas não interagentes orientadas aleatoriamente, a magnetização total é a soma das magnetizações para cada orientação. As expressões acima não são válidas somente para sistemas alinhados, mas para todos os tipos de distribuição de orientação, ou seja,

$$M_D(h) = M_R(\infty) - 2M_R(h). \quad (3.5.20)$$

essa é a relação de Wohlfarth [44].

A figura 3.11 mostra $M_R(h)$ e $M_D(h)$ para o modelo de SW. A relação entre as duas curvas de remanência podem ser obtidas diretamente com um gráfico simples. Dividindo a equação (3.5.20) por $M_R(\infty)$ obtemos,

$$m_d(h) = 1 - 2m_r(h), \quad (3.5.21)$$

onde usamos as letras minúsculas $m_d(h)$ e $m_r(h)$ para denotar a magnitude reduzida da remanência da desmagnetização $M_D(h)/M_R(\infty)$ e da remanência da magnetização e $M_R(h)/M_R(\infty)$ respectivamente.

3.5.4 Gráficos de Henkel para o modelo de SW

Para o caso do modelo de Stoner-Wohlfarth as dependências de $m_d(h)$ e $m_r(h)$ com o campo são mostradas na figura 3.12. Ela nos mostra que não ocorre nenhuma alteração até $h = 0.5$ porque os campos aplicados são menores que os campos críticos tanto para $m_r(h)$ e $m_d(h)$. Até este campo, as mudanças na magnetização são reversíveis. Além disso, para um dado θ o menor valor que o campo crítico pode assumir é 0.5 (ver figura 3.4), então só podemos ter $h > h_{cri}$ para $h > 0.5$.

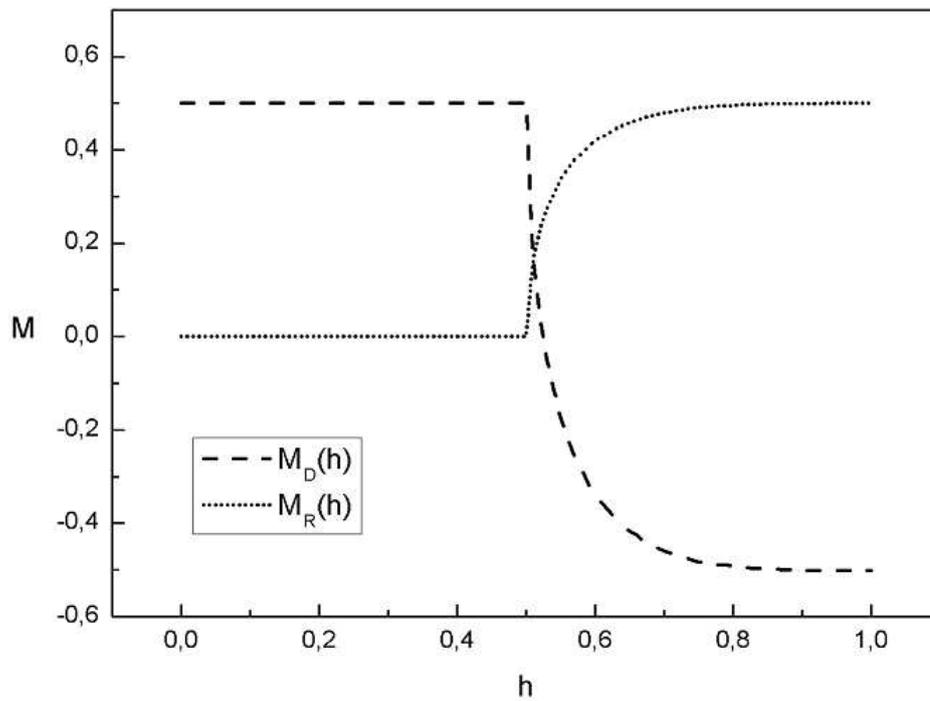


Figura 3.11: A remanência da magnetização $M_R(h)$ e a remanência da desmagnetização $M_D(h)$ para o modelo de SW.

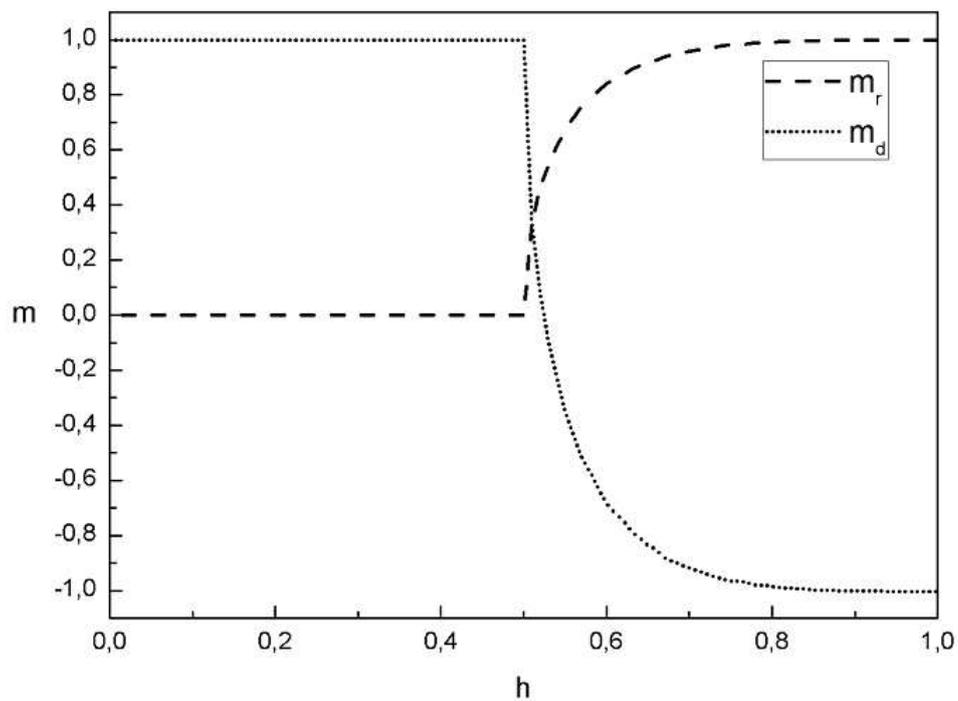


Figura 3.12: Os dois tipos de remanência para um sistema de partículas idênticas de SW orientada aleatoriamente. A remanência da magnetização reduzida $m_r(h)$ e a remanência da desmagnetização reduzida $m_d(h)$.

Embora Wohlfarth já tivesse obtido as relações entre estes diferentes modos de obtenção da magnetização remanente, foi Henkel quem primeiro propôs o gráfico $m_d(h)$ em função de $m_r(h)$, que é agora chamado de gráfico de Henkel. O gráfico de Henkel para o modelo de Stoner-Wohlfarth deve resultar em uma linha reta [2].

A figura 3.13 mostra o gráfico de Henkel para o modelo de Stoner-Wohlfarth.

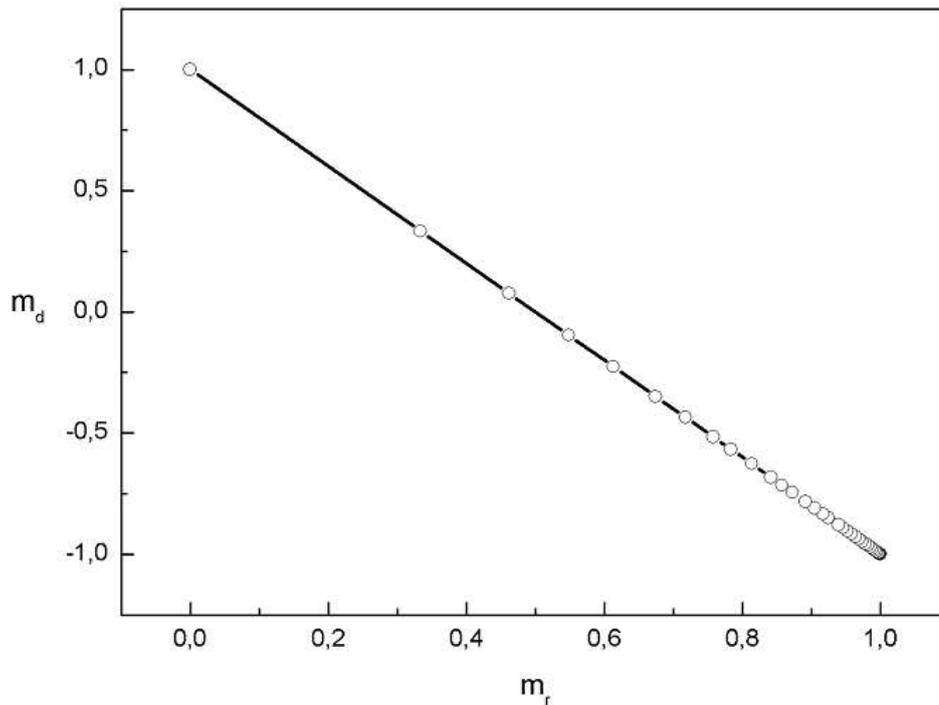


Figura 3.13: Gráfico de Henkel para o modelo de SW.

A figura 3.13 nos mostra de fato que o gráfico de Henkel é uma linha reta, uma vez que, no modelo de Stoner-Wohlfarth consideramos um conjunto de partículas uniaxiais com único domínio e não interagentes.

Capítulo 4

Generalização do modelo de Stoner-Wohlfarth

4.1 O modelo de relaxação de Arrhenius-Néel

Analisando a curva da energia reduzida em função de ϕ para $h = 0.4$ e $\theta = 30^\circ$ (figura 4.1), percebemos que existem dois mínimos em ϕ_1 e ϕ_3 separados por uma barreira de energia (máximo em ϕ_2).

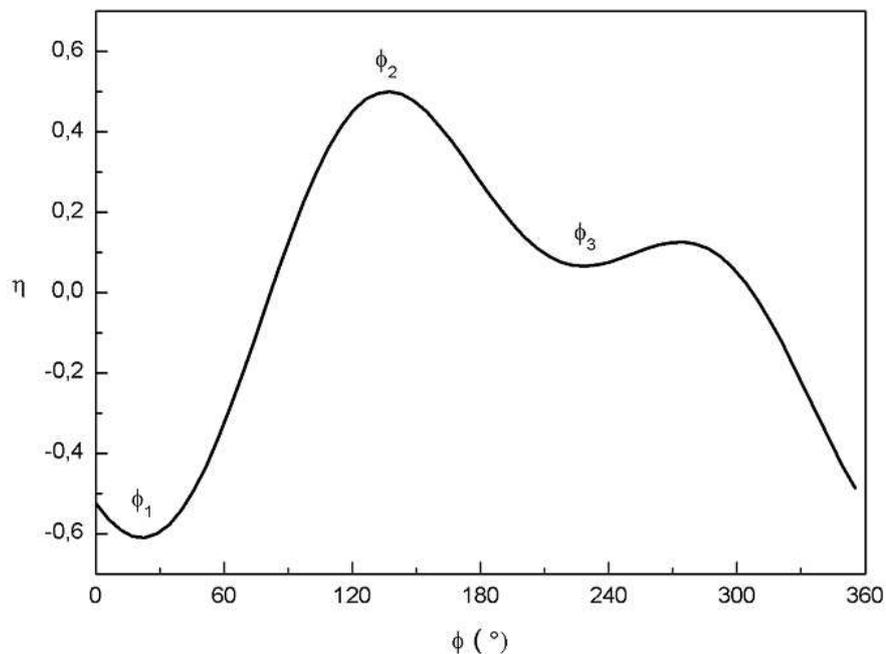


Figura 4.1: Energia reduzida em função de ϕ .

À temperatura zero, as orientações de equilíbrio da magnetização em função do campo aplicado foram calculadas por Stoner e Wohlfarth. A presença de mínimos locais e globais na curva da energia, separados por uma barreira de energia, origina a histerese da partícula [45].

No modelo de SW, a direção da magnetização permanece estável, mas, isso só será verdade se nenhuma perturbação externa levá-la sobre a barreira de energia. A agitação térmica pode proporcionar tal perturbação [2].

Utilizando o modelo de relaxação de Néel, vamos estudar a transição entre esses mínimos de energia, levando em consideração que a agitação térmica pode fazer com que a magnetização salte de ϕ_1 para ϕ_3 .

A física estatística nos permite colocar essa situação em termos matemáticos. De acordo com a lei de Arrhenius-Néel, quando existem duas posições de equilíbrio diferentes, a constante de tempo (ou tempo de relaxação) τ entre os estados de equilíbrio, que é essencialmente o tempo médio para a partícula reverter o momento magnético de um estado de equilíbrio até outro, é dado por [2, 3, 7]:

$$\frac{1}{\tau} = f_0 e^{-\frac{\Delta E}{K_B T}}. \quad (4.1.1)$$

onde $f_0 = 10^9 \text{ s}^{-1}$ é a de frequência de tentativas, ΔE a barreira de energia, K_B é a constante de Boltzmann e T é a temperatura.

Quando o tempo de medida é da mesma ordem de magnitude que o tempo de relaxação, então torna-se possível observar efeitos dinâmicos. Em medidas de magnetometria tradicionais, o tempo de medida é da ordem de 100 s. A substituição deste valor para o tempo de relaxação na equação (4.1.1) nos permite definir a temperatura de bloqueio, que separa o estado ferromagnético convencional do estado superparamagnético, onde a agitação térmica se sobrepõe à barreira de energia. Observe:

$$\ln(\tau) = \ln(f_0^{-1} e^{\frac{\Delta E}{K_B T}}) \rightarrow \frac{\Delta E}{K_B T} = \ln\left(\frac{\tau}{f_0^{-1}}\right) \rightarrow \Delta E \approx 25 K_B T. \quad (4.1.2)$$

Na ausência de campo magnético aplicado, a barreira de energia é $\Delta E = KV$, então, da equação (4.1.2) podemos escrever a temperatura de bloqueio como:

$$T_B = \frac{KV}{25K_B}. \quad (4.1.3)$$

Ela define a transição entre o estado ferromagnético bloqueado ($T < T_B$) e o estado superparamagnético ($T > T_B$) [7].

Quando a barreira de energia é igual ao fator de energia térmica, (escolhida por nós para ser $25K_B T$ correspondente a $\tau = 100$ s), o salto irreversível acontece. Isto significa que, no salto, a barreira de energia é proporcional à temperatura. Assim podemos definir a temperatura reduzida t_r como sendo [2]:

$$t_r = \Delta e_k = \frac{\Delta E}{2KV} = \frac{25K_B T}{2KV} = \frac{1}{2} \frac{T}{T_B}. \quad (4.1.4)$$

4.1.1 Modelo de Garcia-Otero

De acordo com o modelo de García-Otero e co-autores [2], que chamaremos de modelo 1, a magnetização de uma partícula de SW para uma dada temperatura reduzida em um dado campo magnético é obtida calculando os ângulos ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 para os quais temos energias reduzidas mínimas (ϕ_1 e ϕ_3) e máxima (ϕ_2). Com isso obtemos a barreira de energia reduzida:

$$\Delta e_1 = \eta(h, \theta, \phi_2) - \eta(h, \theta, \phi_1). \quad (4.1.5)$$

Para uma dada partícula de SW em um dado campo magnético h , sua magnetização é dada por:

- Se $\Delta e_1 > t_r$, a magnetização reduzida será dada por:

$$m(\phi) = \cos(\phi_1), \quad (4.1.6)$$

- Se $\Delta e_1 \leq t_r$, a magnetização reduzida será dada por:

$$m(\phi) = \cos(\phi_3), \quad (4.1.7)$$

A partir desta consideração, é possível calcular as curvas de histerese para uma única ou um arranjo de partículas SW em diferentes temperaturas.

Para o caso de um arranjo de partículas SW com uma orientação aleatória dos eixos fáceis, a magnetização reduzida média para um dado campo aplicado será dada por:

$$\bar{m} = \int_0^{\pi/2} m(\phi) \sin(\theta) d\theta, \quad (4.1.8)$$

onde $m(\phi)$ depende da relação entre Δe_1 e t_r e é dada pela equação (4.1.6) ou (4.1.7).

A equação (4.1.8) pode ser reescrita numericamente como:

$$\bar{m} = \sum_{\theta_i=0}^{\theta_i=\pi/2} m(\phi) \sin(\theta_i) \Delta\theta. \quad (4.1.9)$$

4.1.2 Modelo de Crew

Vimos, no gráfico da energia reduzida da figura 4.1, dois valores mínimos diferentes da energia. Assim, vamos definir duas probabilidades. Seja τ_1 a constante de tempo para ativação da magnetização indo de ϕ_1 para ϕ_3 , e τ_2 como sendo a constante de tempo para ativação da magnetização indo de ϕ_3 para ϕ_1 . Assim, $1/\tau_1$ é a fração de partículas indo de ϕ_1 para ϕ_3 e $1/\tau_2$ é a fração de partículas indo de ϕ_3 para ϕ_1 em um evento termicamente ativado.

De acordo com o modelo de Crew e co-autores [46] que chamaremos de modelo 2, a fração de partículas P no mínimo de energia em ϕ_1 é governada pela equação diferencial,

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{1}{\tau_1}P + \frac{1}{\tau_2}(1 - P), \quad (4.1.10)$$

A solução dessa equação é da forma (ver apêndice B):

$$P(t) = \frac{R}{Q} + \left(P(0) - \frac{R}{Q} \right) e^{-Qt}. \quad (4.1.11)$$

onde $R = \frac{1}{\tau_2}$, $Q = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}$ e $K = P(0) - \frac{R}{Q}$. $P(0)$ é o valor de P em $t = 0$ e R/Q o valor de P em t infinito ou no equilíbrio térmico.

Aplicando a equação (4.1.1) para essa situação obtemos:

$$\tau_1 = f_0^{-1} e^{\left(\frac{\Delta E_1}{K_B T}\right)}, \quad (4.1.12)$$

$$\tau_2 = f_0^{-1} e^{\left(\frac{\Delta E_2}{K_B T}\right)}. \quad (4.1.13)$$

onde ΔE_1 e ΔE_2 são as barreiras de energias.

As equações (4.1.12) e (4.1.13) podem ser reescritas em termos das grandezas reduzidas equação (4.1.4) como:

$$\tau_1 = f_0^{-1} e^{\left(\frac{25\Delta e_1}{t_r}\right)}, \quad (4.1.14)$$

$$\tau_2 = f_0^{-1} e^{\left(\frac{25\Delta e_2}{t_r}\right)}. \quad (4.1.15)$$

onde Δe_1 e Δe_2 representam as barreiras de energia reduzidas, dadas por:

$$\Delta e_1 = \eta(h, \theta, \phi_2) - \eta(h, \theta, \phi_1), \quad (4.1.16)$$

$$\Delta e_2 = \eta(h, \theta, \phi_2) - \eta(h, \theta, \phi_3). \quad (4.1.17)$$

Calculando essas barreiras de energias como função do campo aplicado para diferentes orientações da partícula, obtemos as figuras 4.2 e 4.3:

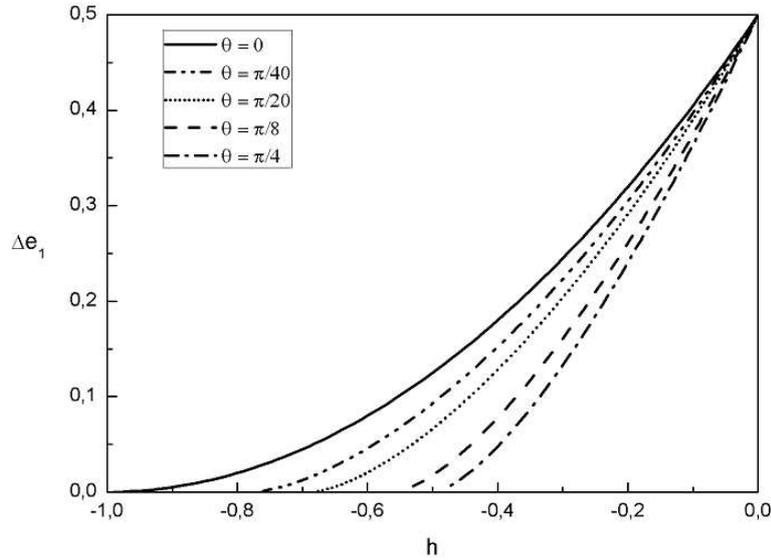


Figura 4.2: Barreira de energia reduzida Δe_1 entre o mínimo ϕ_1 e máximo ϕ_2 .

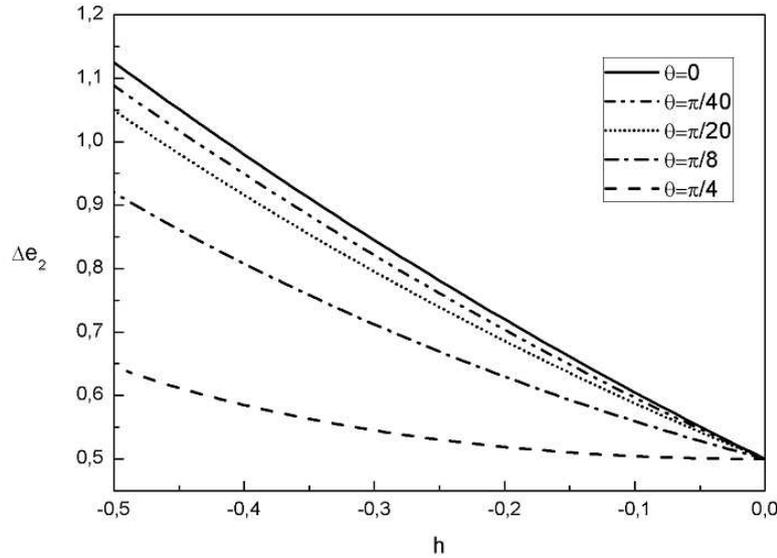


Figura 4.3: Barreira de energia reduzida Δe_2 entre o mínimo ϕ_3 e máximo ϕ_2 .

Estas curvas nos mostram que, a medida que aumentamos h , a barreira de energia Δe_1 aumenta, enquanto que a barreira de energia Δe_2 diminui, uma vez que h vai tendendo para um h_{cri} .

Conhecendo Δe_1 e Δe_2 para uma dada t_{r2} , podemos encontrar τ_1 e τ_2 e consequentemente $P(h, t, \theta)$. Conhecendo estas probabilidades é possível calcular a magnetização total para uma única partícula com uma dada orientação θ e um determinado valor de h , da seguinte maneira:

$$m_{total}(h, t, \theta) = P(h, t, \theta) \cos(\phi_1) + (1 - P(h, t, \theta)) \cos(\phi_3), \quad (4.1.18)$$

A magnetização total média para um arranjo de partículas orientadas ao acaso será portanto:

$$\bar{m} = \int_0^{\pi/2} m_{total}(h, t, \theta) \sin(\theta) d\theta = \sum_{\theta_i=0}^{\theta_i=\pi/2} m_{total}(h, t, \theta_i) \sin(\theta_i) \Delta\theta \quad (4.1.19)$$

A curva de histerese é calculada numericamente. Para um determinado valor de (h, θ) e t_{r2} , primeiro calculam-se os mínimos e o máximo de energia. De posse desses valores, calculamos as barreiras de energia reduzidas (Δe_1 e Δe_2) e, posteriormente, $P(h, t, \theta)$. Para calcular $P(h, t, \theta)$ precisamos de $P(0)$ que na saturação é $P(0) = 1$ ou

no estado desmagnetizado, quando $P(0) = 1/2$. Usamos $P(0)$ para um determinado valor de h como sendo o valor de $P(h, t, \theta)$ calculado no campo anterior. Fazendo isso para diferentes valores de θ e somando a contribuição de cada um deles usando as equações (4.1.18) e (4.1.19) podemos encontrar a magnetização total do arranjo. O uso desta aproximação para $P(0)$ do campo anterior é válida quando a magnetização não varia muito para um dado campo magnético em comparação com o campo aplicado anteriormente.

4.2 Coercividade de um sistema de partículas idênticas alinhadas e não interagentes

No caso de partículas com o eixo de anisotropia paralelo ao campo magnético aplicado ($\theta = 0^\circ$) a energia da partícula de SW torna-se:

$$E = KV \sin^2(\phi) - M_s H V \cos(\phi). \quad (4.2.20)$$

A barreira de energia pode ser calculada resolvendo $\partial E / \partial \phi = 0$ e $\partial^2 E / \partial \phi^2$ para $\theta = 0^\circ$, a partir das posições de mínimos e máximos e após algumas manipulações algébricas chegamos a [47, 6]:

$$\Delta E = KV \left(1 - \frac{H}{H_A} \right)^2. \quad (4.2.21)$$

O campo crítico coincide com o campo coercivo H_c para $\theta [0, \pi/4]$, e para ($\theta = 0^\circ$), o campo crítico também é igual ao campo de anisotropia H_A [2].

Portanto, podemos escrever a equação (4.2.21) em termos do campo coercivo reduzido como:

$$h_c = \left(1 - \left(\frac{\Delta E}{KV} \right)^{1/2} \right) \quad (4.2.22)$$

usando as equações (4.1.2) e (4.1.4):

$$h_c = \left(1 - \left(\frac{25K_B T}{KV} \right)^{1/2} \right) = \left(1 - (2t_r)^{1/2} \right). \quad (4.2.23)$$

portanto, o campo coercivo diminui proporcionalmente a $(t_r)^{1/2}$ ou $(T)^{1/2}$.

Este tipo de dependência da coercividade é amplamente aceita para qualquer sistema de partículas idênticas, alinhadas ao campo, com único domínio e não interagente.

O cálculo analítico da coercividade para um arranjo de partículas SW orientadas ao acaso não é trivial. Assim, é comum recorrer ao cálculo numérico da histerese para este sistema.

4.3 Curvas de histerese para uma única partícula em uma temperatura $T > 0$

Apartir das equações (4.1.6) e (4.1.7) do modelo 1, podemos calcular o ciclo de histerese para uma única partícula com uma orientação θ entre o eixo fácil e o campo aplicado levando em consideração a temperatura reduzida.

A figura 4.4 mostra o ciclo de histerese para uma única partícula de SW, com o eixo fácil paralelo ao campo aplicado ($\theta = 0^\circ$), para diferentes valores de t_r .

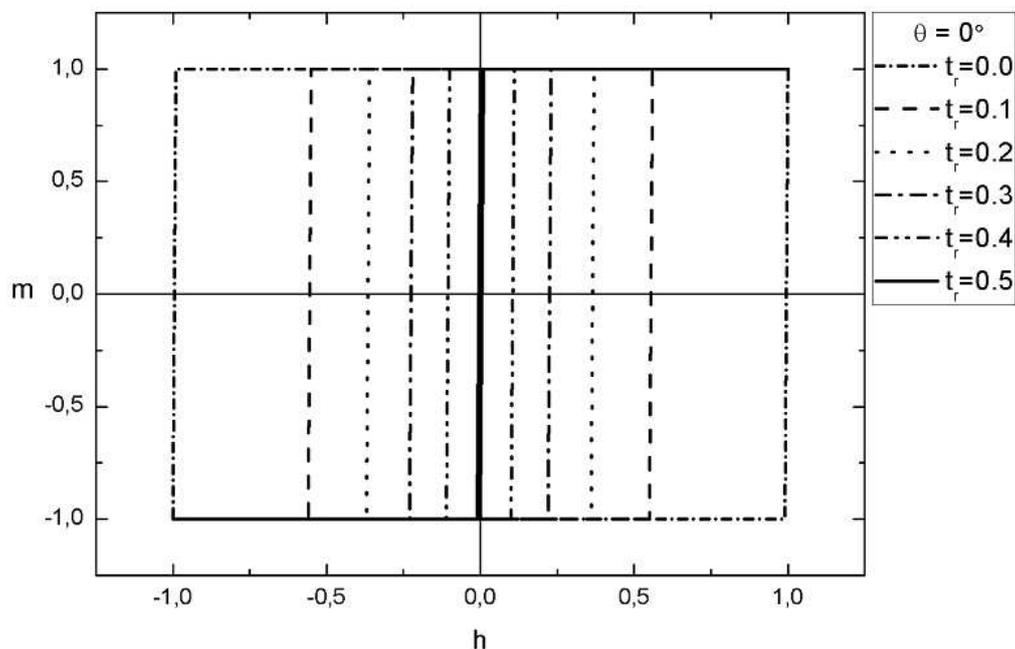


Figura 4.4: Ciclo de histerese de uma única partícula com $\theta = 0^\circ$ para algumas t_r .

É possível observar que a coercividade da partícula diminui a medida que a temperatura aumenta. Este comportamento é esperado, uma vez que a temperatura favorece o salto irreversível da magnetização sobre a barreira de energia, o que implica em um menor h_c .

A figura 4.5 ilustra o comportamento de h_c em função de t_r .

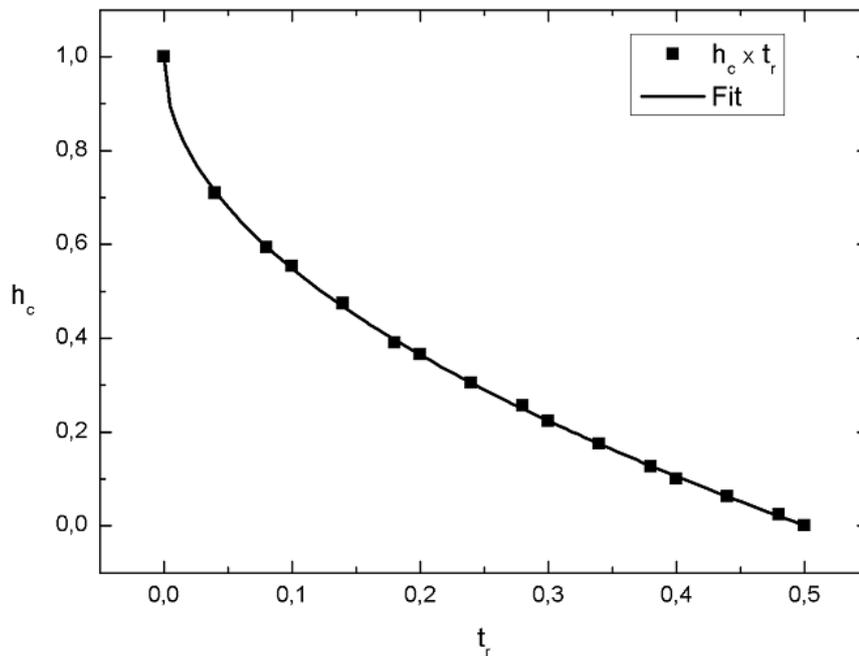


Figura 4.5: Campo coercivo de uma única partícula com $\theta = 0^\circ$ para algumas t_r .

Se fizermos um ajuste da curva de h_c em função de t_r , devemos obter o mesmo comportamento $t_r^{1/2}$ calculado na equação (4.2.23). Fazendo o ajuste obtemos:

$$h_c = 1 - (2t_r)^{1/2}. \quad (4.3.24)$$

Podemos notar que este tipo de dependência está consistente com a equação (4.2.23) obtida analiticamente.

Podemos também comparar o ciclo de histere para uma única partícula obtido por SW para $T = 0$ K para alguns ângulos entre o eixo fácil e o campo aplicado com aqueles obtidos a uma temperatura T qualquer. Para o caso de uma única partícula com um volume de $2.7 \times 10^{-17} \text{ cm}^3$ e constante de anisotropia $3.3 \times 10^6 \text{ erg/cm}^3$ a 300

K, podemos calcular as curvas de magnetização versus campo aplicado para diferentes ângulos de orientação do eixo fácil em relação ao campo como mostra a figura 4.6.

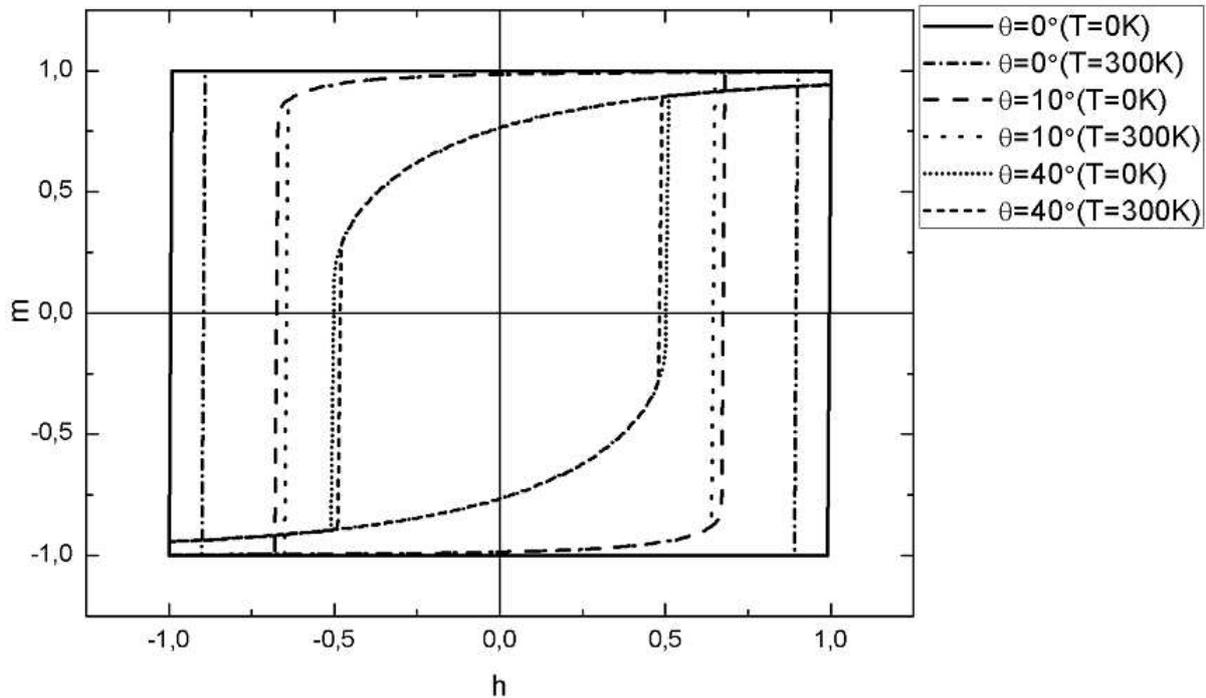


Figura 4.6: Comparando o ciclo de histerese de uma única partícula usando o modelo de Stoner-Wohlfarth (válido para $T = 0$ K) para alguns valores de θ com o obtido usando o modelo 1 para uma temperatura de 300 K.

Da figura 4.6 percebemos que a medida que aumentamos o ângulo θ entre o eixo fácil e o campo aplicado, a 0 K e 300 K, as diferenças entre as coercividades para um mesmo ângulo vão diminuindo. Veremos mais adiante que isto está associado à mudança de comportamento de h_c em função da temperatura de $t_r^{1/2}$ para partículas alinhadas para $t_r^{3/4}$ de um arranjo de partículas orientadas ao acaso.

4.4 Curvas de histerese para um arranjo de partículas em uma temperatura $T > 0$

Para um arranjo de partículas, o cálculo da magnetização para um dado campo magnético h e temperatura t_r deve ser feito levando em conta a contribuição de todas as orientações possíveis, como explicado nas seções 4.1.1 (modelo 1) e 4.1.2 (modelo

2).

A figura 4.7 mostra o ciclo de histerese de um conjunto de partículas com eixos fáceis orientados aleatoriamente para alguns valores particulares de t_{r1} usando o modelo 1 e a equação (4.1.9). É possível observar que as curvas de histerese são simétricas em relação ao eixo de coordenadas, e principalmente, que a coercividade do arranjo diminui com o aumento da temperatura reduzida.

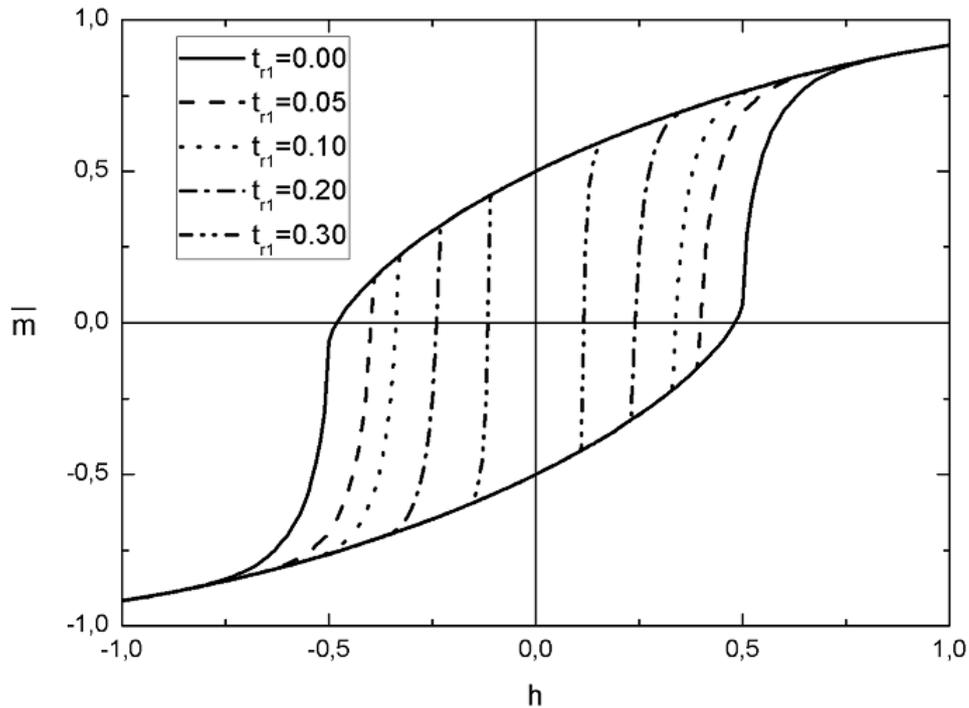


Figura 4.7: Ciclo de histerese de um arranjo de partículas orientadas aleatoriamente para algumas temperaturas reduzidas usando o modelo 1.

A figura 4.8, mostra parte do laço de histerese para várias t_{r1} , calculados partindo de $h = 1.0$ até $h = -1.0$. Com isso, é possível extrair dados como h_c , m_r e m_s para diferentes temperaturas, e inferir a cerca da inversão da magnetização deste tipo de sistema. Também podemos observar que m_r e m_s praticamente não variam com a temperatura, assim, iremos investigar o comportamento de h_c versus t_r para o modelo 1.

Extraindo os valores dos campos coercivos reduzidos para cada temperaturas reduzidas, obtemos a figura 4.9.

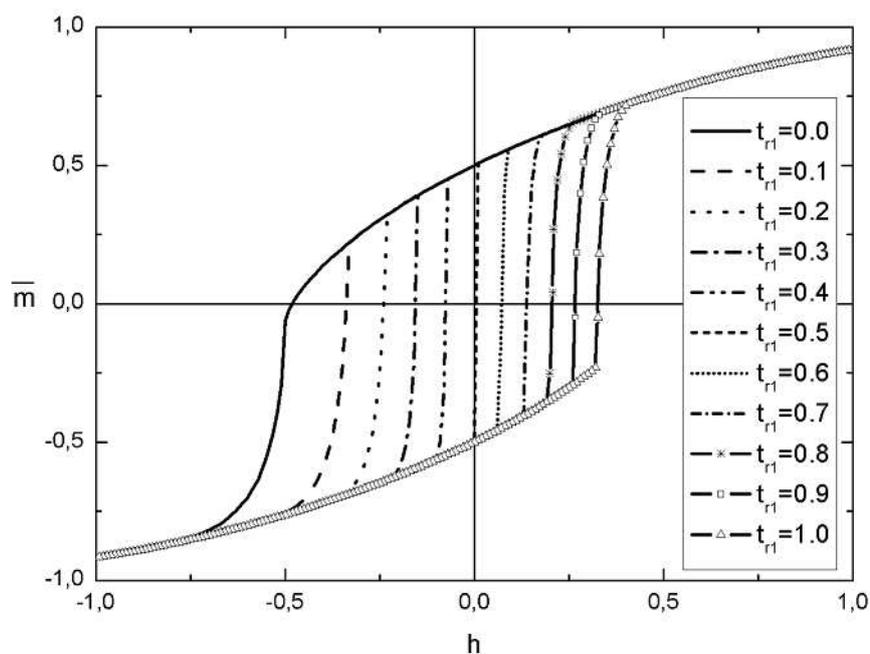


Figura 4.8: Parte do ciclo de histerese de um arranjo de partículas orientadas aleatoriamente para várias temperaturas reduzidas usando o modelo 1.

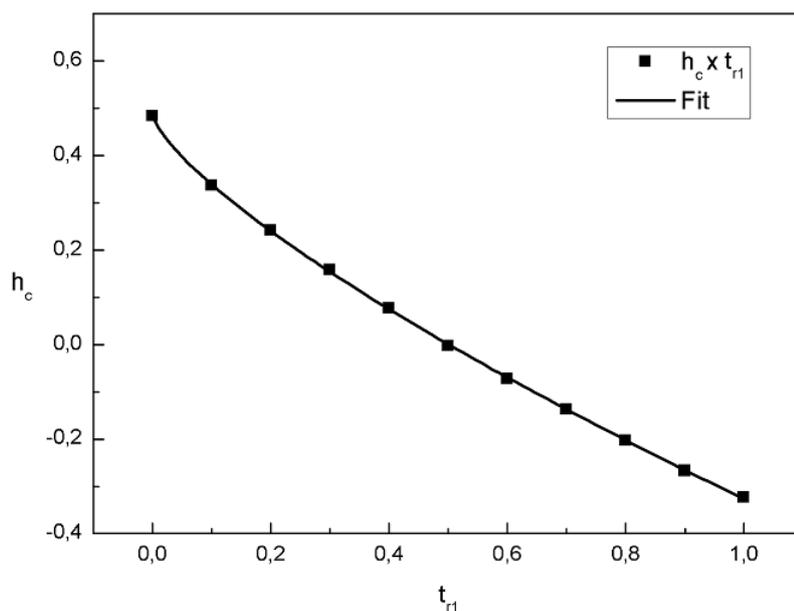


Figura 4.9: O campo coercivo em função da temperatura reduzida para o modelo 1.

É importante notarmos que, para temperaturas reduzidas maiores que 0.5, temos o surgimento de campos coercivos negativos. Este comportamento não é comum para sistemas de partículas magnéticas reais, principalmente aqueles onde as partículas são

não interagentes. Assim, podemos dizer que o modelo 1 falha nesse regime de temperatura $t_{r1} > 0.5$. Porém, foi possível analisar a curva da figura 4.9 para temperaturas $t_{r1} < 0.5$. Um ajuste desta curva foi feito, tendo sido observado o seguinte comportamento:

$$h_c = 0.48 - 0.81t_{r1}^{3/4} \quad (4.4.25)$$

O comportamento $t_r^{3/4}$ da coercividade é observado em sistemas reais, como por exemplo na referência [48], para um arranjo de nanopartículas de FeCo imersas em uma matriz de MnO (paramagnético para $T > 120$ K). Além disso para $t_r = 0$, ou seja, $T = 0$ K, obtemos o campo coercivo do modelo de SW.

A figura (4.10) nos mostra a relação experimental entre H_C e T para um arranjo de nanopartículas de *FeCo* imersas em uma matriz de *MnO*.

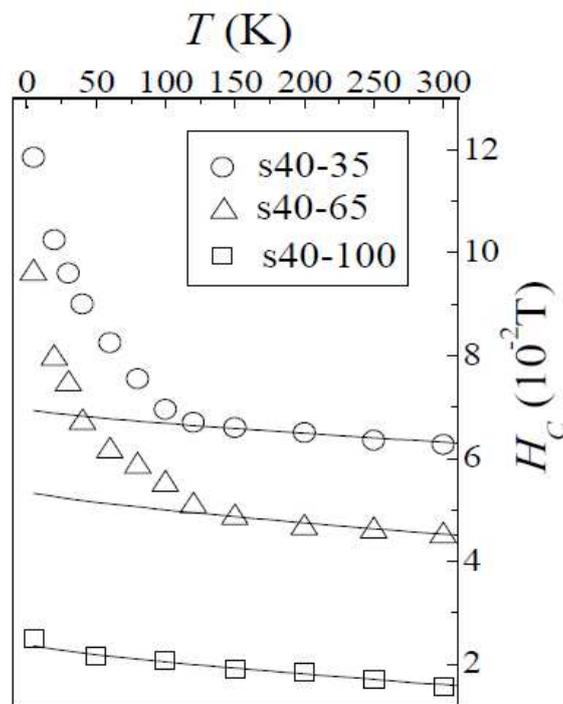


Figura 4.10: O gráfico mostra os dados de H_C em função de T para algumas amostras com diferentes proporções. As linhas sólidas são ajustadas para uma lei $T^{3/4}$ [48].

A figura 4.11 mostra o ciclo de histerese para um arranjo de partículas SW não interagentes em diferentes temperaturas usando o modelo 2.

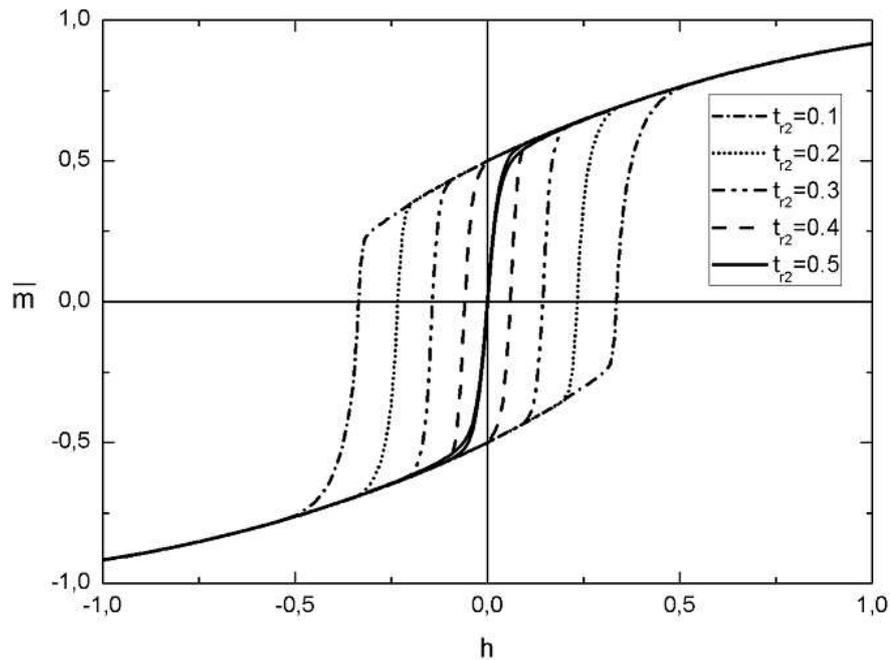


Figura 4.11: Ciclo de histerese para algumas temperaturas reduzidas usando o modelo 2.

A figura 4.12, mostra parte do laço de histerese para várias t_{r2} .

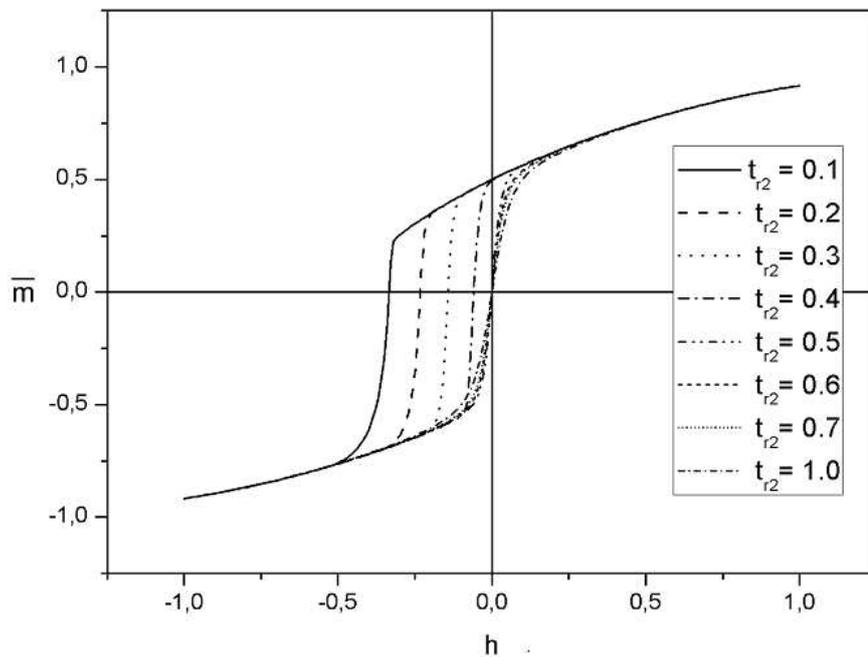


Figura 4.12: Parte do ciclo de histerese para algumas t_{r2} usando o modelo 2.

Novamente, é observado que a coercividade para este sistema diminui com o au-

mento da temperatura, semelhante ao comportamento observado no modelo 1. Quando observamos as curvas de histerese para $t_{r2} > 0.5$ (ver figura 4.12), percebemos que a coercividade tende a zero nessa região, e não se torna negativa, como ocorre para o modelo 1. A figura 4.13 mostra o comportamento de h_c em função da t_{r2} .

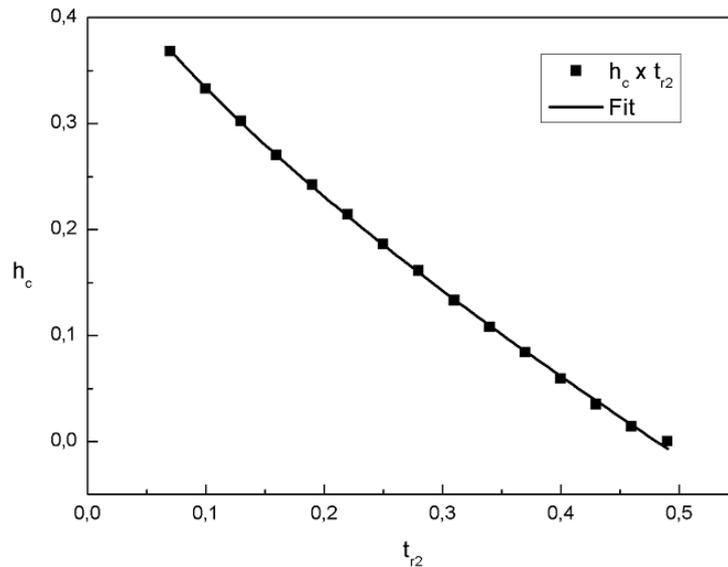


Figura 4.13: O campo coercivo em função da temperatura reduzida para o modelo 2.

Para $h_c < 0.5$, fizemos um ajuste da curva e obtivemos o seguinte comportamento:

$$h_c = 0.48 - 0.83t_{r2}^{0.73} \quad (4.4.26)$$

Este comportamento é semelhante àquele obtido pelo modelo 1 para um arranjo de partículas não interagentes orientadas ao acaso. Novamente, para $t_{r2} = 0$, obtemos o campo coercivo do modelo de Stoner-Wohlfarth tradicional.

Analisando a figura 4.12 percebemos que o campo coercivo não possui valores negativos para temperaturas reduzidas acima de 0.5 e sim campos coercivos nulos, característicos do regime superparamagnético. Realmente, devemos lembrar que a temperatura reduzida t_r pode ser definida em termos da temperatura de bloqueio superparamagnética, onde $t_r = (1/2)T/T_B$. Assim, quando $T = T_B$, então, $t_r = 0.5$, justificando o limite que separa os regimes ferromagnético daquele superparamagnético

do sistema de partículas.

Embora as equações que mostram a dependência térmica do campo coercivo para o modelo 1 equação (4.4.25) e para o modelo 2 equação (4.4.26) sejam bastante próximas, os dois modelos apresentam um comportamento bastante diferente para altas temperaturas.

A figura 4.14 compara os ciclos de histerese usando os dois modelos. Para pequenas temperaturas reduzidas, os modelos se aproximam bastante, mas, a medida que aumentamos a temperatura, eles vão se diferenciando.

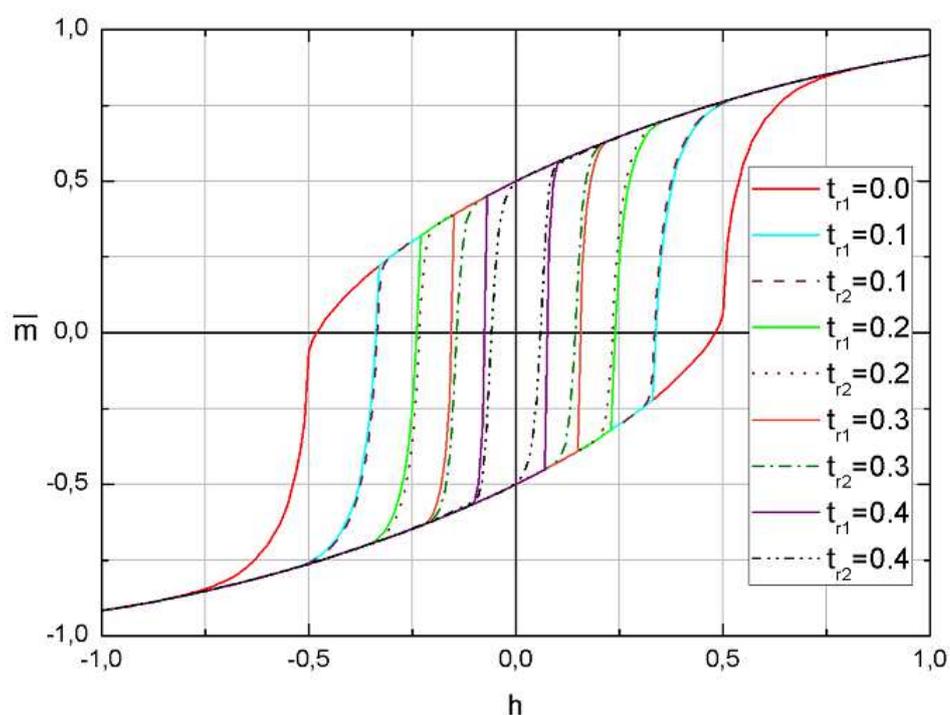


Figura 4.14: Comparação entre os ciclos de histerese usando os modelos 1 e 2.

Um ponto onde eles assumem comportamentos bem diferentes é para temperaturas reduzidas maiores que 0.5. No modelo 1 para tais temperaturas surgem campos coercivos negativos enquanto que no modelo 2 surgem campos coercivos nulos. Além disso, as curvas que representam uma mudança irreversível na magnetização de um mínimo para outro no modelo 2 são mais suaves que no modelo 1.

A principal diferença entre o modelo 1 e o modelo 2 está em como se dá o salto

da magnetização sobre a barreira de energia. No modelo 1, há uma comparação entre a energia térmica e a energia da barreira: se $t_r > \Delta E$, o salto ocorre. Assim, para temperaturas muito altas, a magnetização inverte mesmo para campos ainda positivos. Já no modelo 2, o salto sobre a barreira se dá baseado em uma probabilidade de transição, que depende, entre outras coisas, da população de partículas nos mínimos 1 e 2, tornando mais suave o salto sobre a barreira e a curva de histerese.

4.5 Interações magnéticas entre nanopartículas

O estudo das interações magnéticas entre nanopartículas tem recebido bastante interesse da comunidade científica nos últimos anos, devido a necessidade da compreensão de tais interações que se tornaram importantes quando se aumenta por exemplo a densidade de armazenamento magnético de dados.

4.5.1 Interação entre partículas magnéticas: A teoria de campo médio no modelo de SW

Uma das primeiras explicações do ferromagnetismo foi dada por P. Weiss em 1907, quando postulou a existência de um campo molecular que fazia os momentos magnéticos moleculares se alinharem.

A interação de cada momento magnético atômico com todos os outros vizinhos é substituída por um campo médio de origem molecular adicionado ao campo externo aplicado.

A mecânica quântica, desde então, mostrou que a interação entre os momentos magnéticos atômicos é devido à interação de troca. No entanto, numa escala maior, Jiles e Atherton [49] postularam a existência de um campo médio de interação, que oferece um meio de aproximar as interações reais [50, 15].

O campo médio é uma boa escolha para contabilizar o efeito macroscópico da interação entre partículas do tipo Stoner-Wohlfarth. O campo que as partículas estão

submetidos é chamado de campo efetivo h_{ef} dado por,

$$h_{ef} = h + \alpha M \quad (4.5.27)$$

onde h é o campo externo aplicado, α é um parâmetro adimensional de campo médio representando a interação entre os domínios, o qual pode ser determinado experimentalmente para materiais isotrópicos, e M é a magnetização total [49, 51].

O principal problema nesse modelo consiste no cálculo da magnetização que depende do campo efetivo, e este, do campo aplicado e da própria magnetização.

Uma maneira de resolver esse problema consiste em assumirmos que a magnetização do arranjo de partículas seja calculado inicialmente para o campo máximo h_{max} , depois para o campo $h_{max} - \Delta h$ (onde Δh é o passo na varredura do campo), e assim sucessivamente até o campo $-h_{max}$.

Dessa maneira, é possível usar a aproximação que a magnetização usada no cálculo do campo efetivo $h_{ef} = h + \alpha M$ seja igual a magnetização calculada para o campo externo anterior.

A magnetização para o campo h_{max} é igual à magnetização de saturação, que é conhecida para o modelo de SW. Assim, é importante usar este ponto de partida para o cálculo da histerese do arranjo de partículas interagentes usando o modelo de campo médio.

Se o tamanho do passo do campo Δh não é muito grande, então, a mudança da magnetização entre os passos do campo será pequena e a aproximação pode ser usada.

Com isso podemos encontrar a magnetização total de um arranjo de partículas inserindo a interação entre partículas por meio da teoria de campo médio.

Fazendo isso para alguns parâmetros adimensional de campo médio α obtemos as curvas de histerese mostrada na figura 4.15. Com isso, podemos obter informações importantes como a dependência do campo coercivo e a magnetização remanente em função de α , como mostram as figuras 4.16 e 4.17.

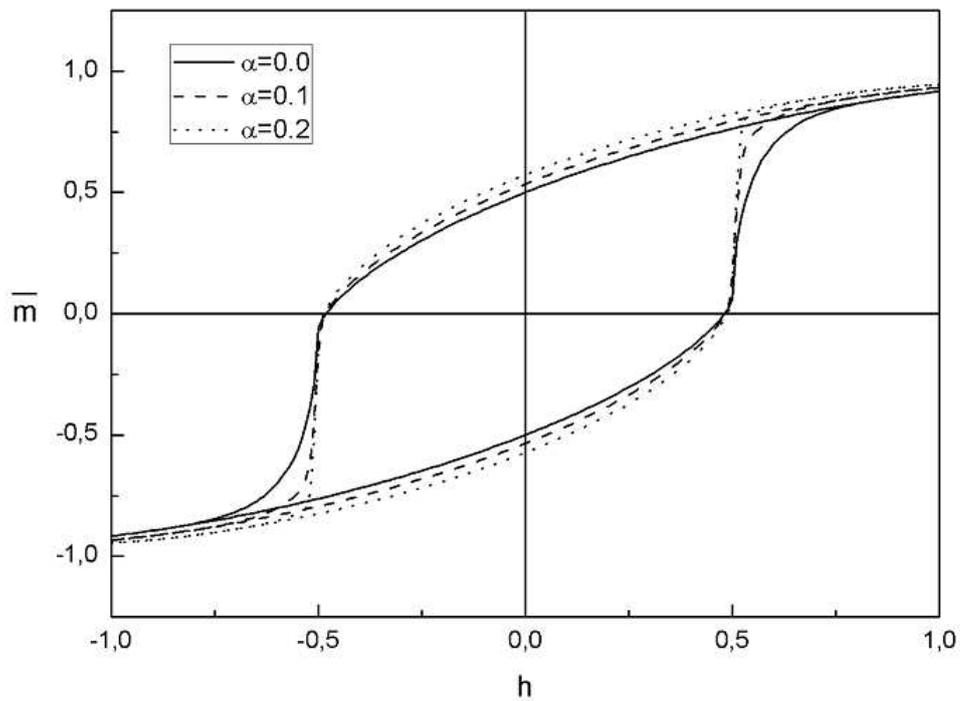


Figura 4.15: Ciclo de histerese com interação entre partículas usando a teoria de campo médio.

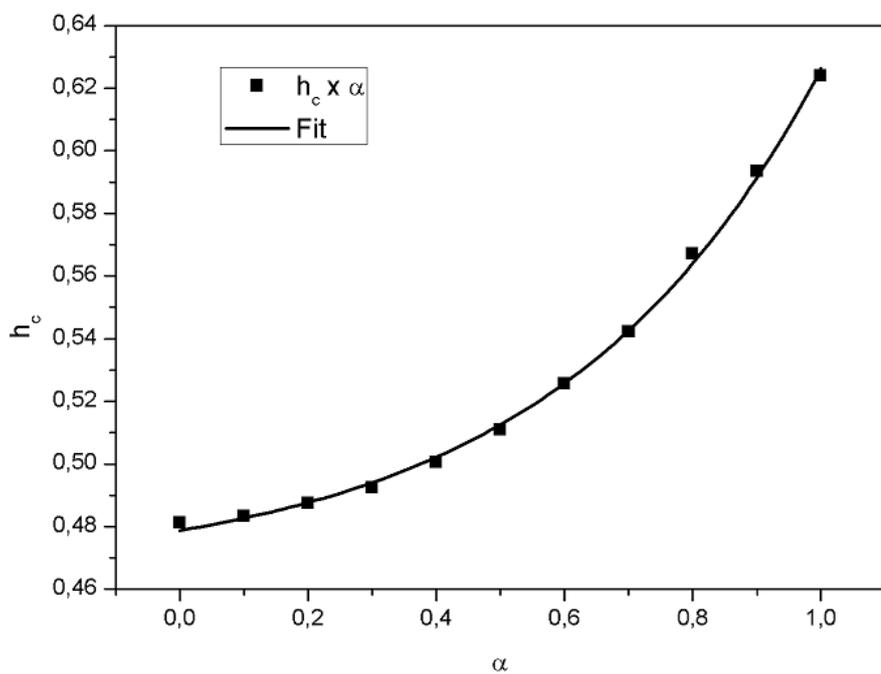


Figura 4.16: Campo coercivo em função de α .

Fazendo um ajuste da curva para o campo coercivo obtemos:

$$h_c = 0.47 + 0.01e^{(2.42\alpha)} \quad (4.5.28)$$

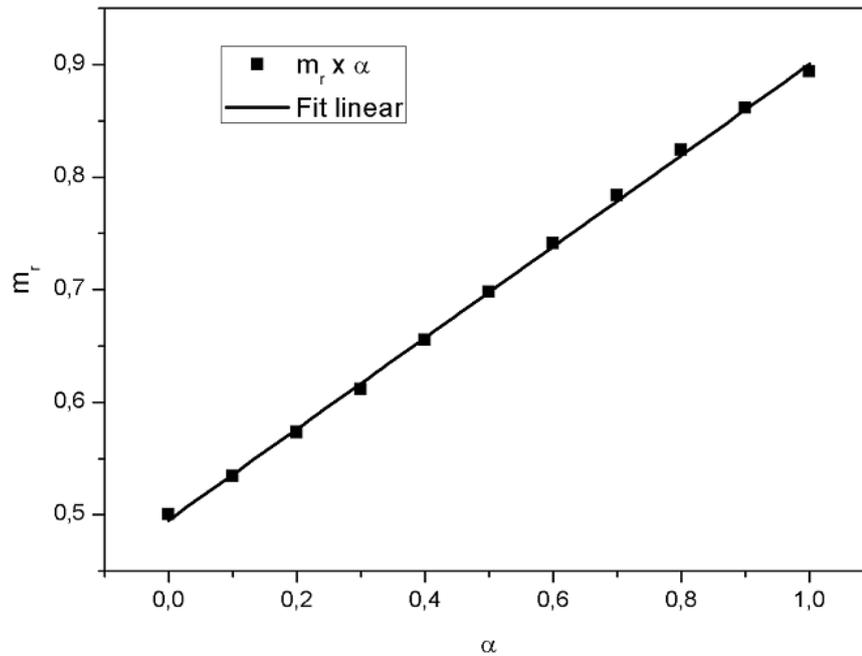


Figura 4.17: Magnetização remanente em função de α .

enquanto que para a magnetização remanente obtemos:

$$m_r = 0.50 + 0.40\alpha \quad (4.5.29)$$

Percebemos que:

- Para $\alpha = 0$ os valores de h_c e m_r coincidem com os valores obtidos usando o modelo de SW sem interação (figura 3.9), o que mostra a consistência do nosso modelo;
- Para pequenos α (até 0.3) os campos coercivos praticamente não mudam, mas, a partir desse ponto percebemos maiores variações do campo coercivo;
- A magnetização remanente varia linearmente com α ;

4.5.2 Gráficos de Henkel para sistemas de partículas interagentes usando a teoria de campo médio

Uma maneira bastante conhecida para estudar as interações entre nanopartículas magnéticas é através do uso dos gráficos de Henkel [52]. Vimos que os gráficos de

Henkel são usados para dar informações acerca da existência ou não de interações entre partículas magnéticas.

Quando o sistema é não interagente, a relação de Wohlfarth apresenta um comportamento linear, associado a um balanço entre o processo de magnetização e desmagnetização do sistema. A presença de interações entre as partículas causa um desbalanço na relação Wohlfarth, que pode ser do tipo a favorecer a remanência da magnetização (interação de troca) ou da desmagnetização (interação dipolar) entre as partículas.

Informações mais detalhadas sobre o tipo e intensidade das interações são mais visíveis quando se usa gráficos de δM , onde:

$$\delta M = m_d(h) - [1 - 2m_r(h)]. \quad (4.5.30)$$

Portanto, os desvios da relação de Wohlfarth podem ser notados nas curvas de δM .

Valores positivos de δM são interpretados como indicativo da interação de troca entre partículas, enquanto que os valores negativos de δM indicam que a interação é predominantemente dipolar [44].

Para alguns α positivos obtemos as curvas de remanência da magnetização M_R e da desmagnetização M_D , como mostram as figuras 4.18 e 4.19:

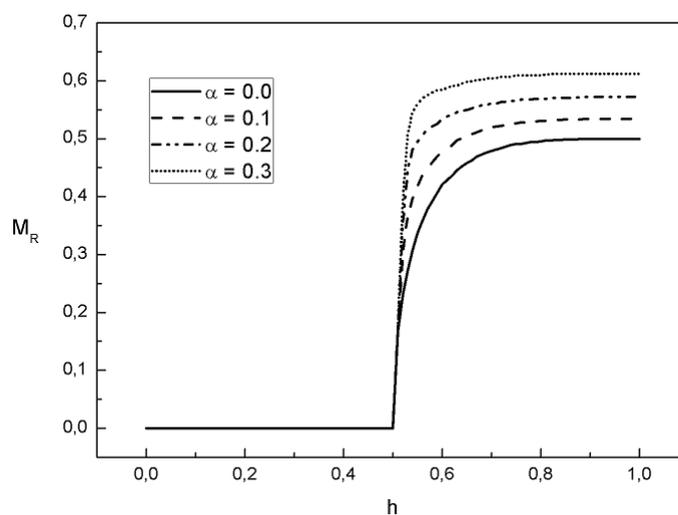


Figura 4.18: Curvas da remanência da magnetização M_R para alguns α positivos.

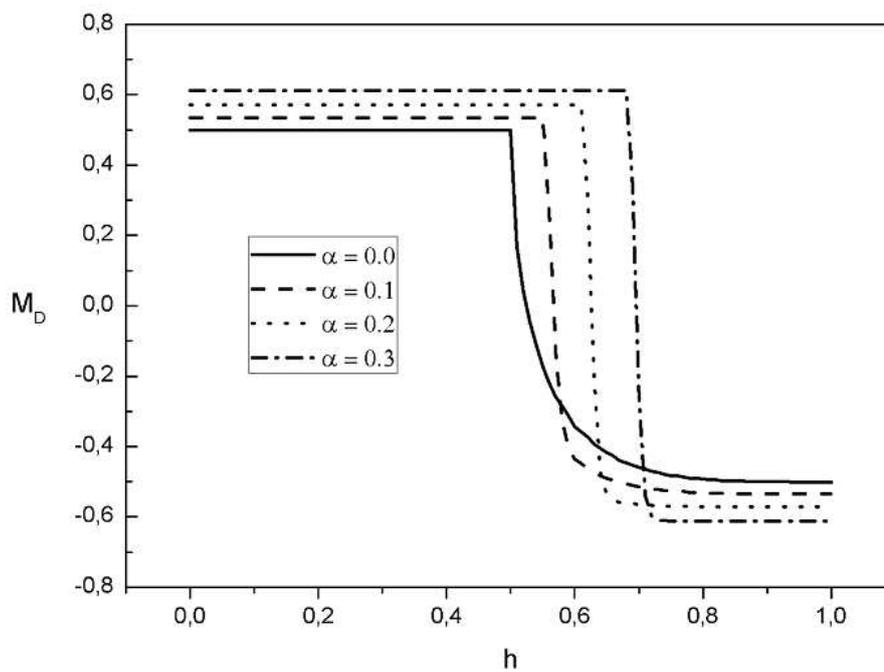


Figura 4.19: Curvas da remanência da desmagnetização M_D para alguns α positivos.

Para alguns α positivos obtemos os seguintes gráficos de Henkel e curvas de δM (figuras 4.20 e 4.21):

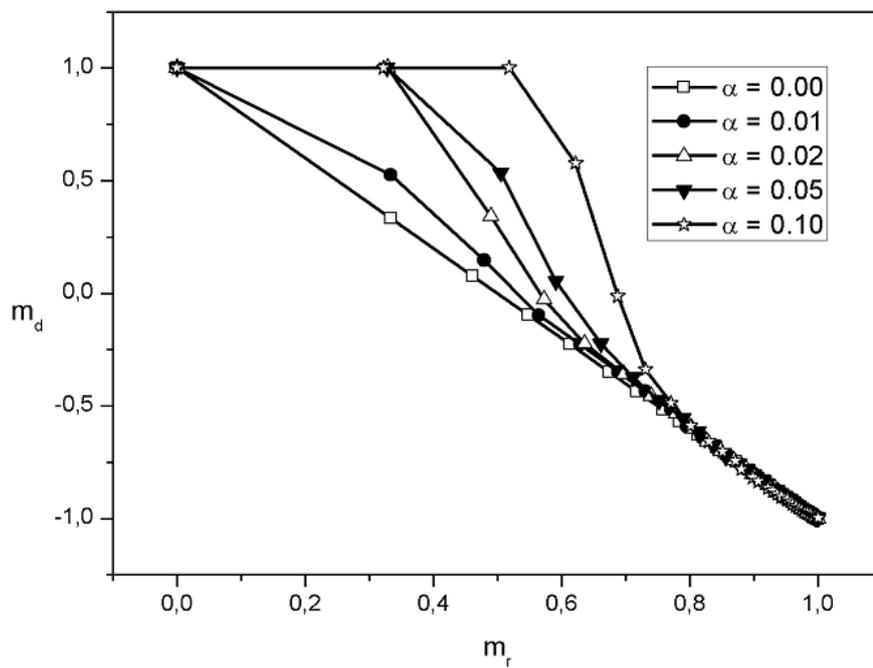


Figura 4.20: Gráficos de Henkel para α positivos.

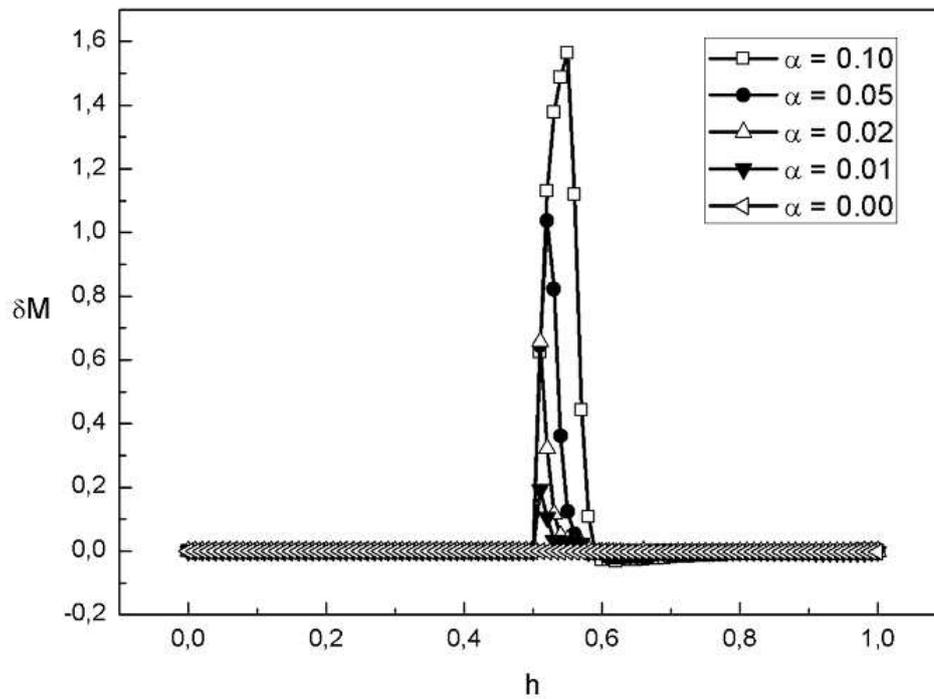


Figura 4.21: Curvas dos desvios da relação de Wohlfarth δM para α positivos.

Para alguns α negativos obtemos os seguintes gráficos de Henkel e curvas de δM (figuras 4.22 e 4.23):

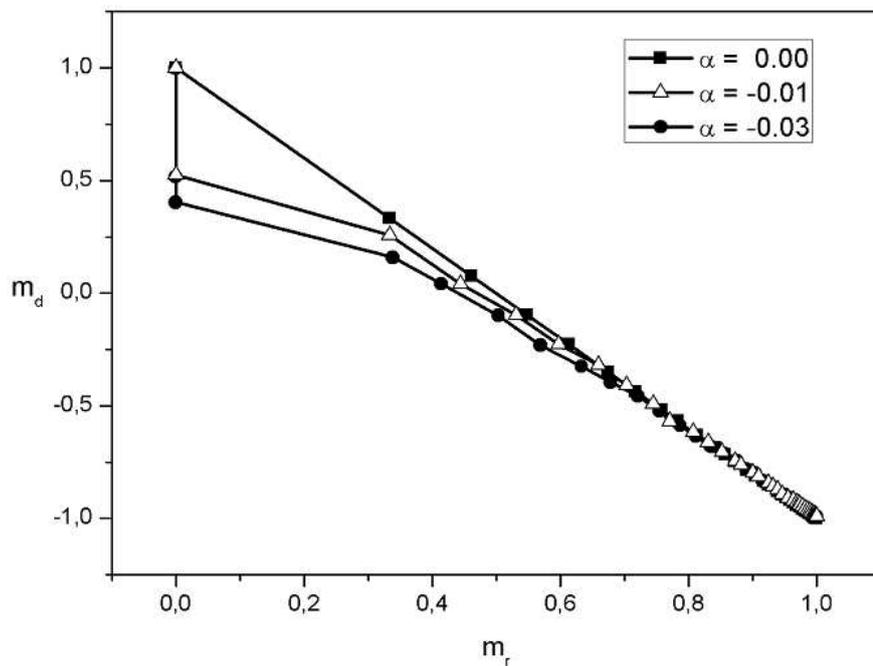


Figura 4.22: Gráficos de Henkel para α negativos.

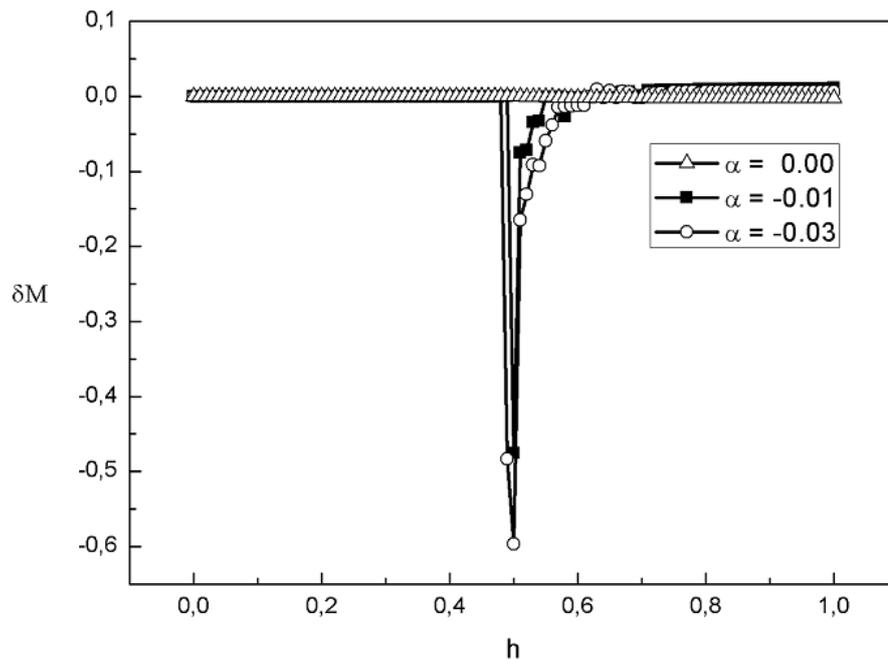


Figura 4.23: Curvas dos desvios da relação de Wohlfarth δM para α negativos.

A figura 4.20 confirma a existência da interação uma vez que o gráfico de Henkel curva-se para cima e a figura 4.21 nos revela que a interação predominante entre as partículas é a de troca.

A figura 4.22 confirma a existência da interação pois o gráfico de Henkel curva-se para baixo e a figura 4.23 nos mostra que a interação predominante entre as partículas é a de dipolar, uma vez que observamos uma curva de δM negativa.

Capítulo 5

Conclusões

Uma contribuição importante foi a generalização do modelo de SW para incluir temperatura, usando a lei de Arrhenius-Néel para permitir saltos da magnetização sobre barreiras de energia por agitação térmica, e interação entre as partículas usando modelo de campo médio.

A fim de compreender bem o sistema com o qual estamos lidando, apresentamos as curvas de histerese para uma única e para um arranjo de partículas SW não interagentes. Foram determinadas propriedades como coercividade, magnetização remanente. Também, estudamos o campo crítico em função do ângulo de orientação do eixo fácil em relação ao campo. Gráficos de Henkel foram feitos para o sistema de partículas SW não interagentes, com o cálculo das magnetizações remanentes m_r e m_d . A relação entre m_r e m_d obtida foi uma reta, conhecida como a relação de Wohlfarth.

A inclusão da temperatura no sistema se deu através de dois modelos, a saber: modelo de Garcia-Otero (modelo 1) e modelo de Crew (modelo 2). Ambos os modelos são baseados na lei de relaxação de Arrhenius-Neel. A diferença entre eles está no critério para o salto irreversível da magnetização sobre a barreira. Ficou demonstrado que o modelo 1 apresenta uma falha para temperaturas reduzidas maiores que 0.5 ($t_r = 0.5$ equivale a $T = T_B$, a temperatura de bloqueio superparamagnética), quando exhibe h_c negativo nessa região de temperatura. É importante lembrar que, no regime superparamagnético, a coercividade é esperada ser nula. Já o modelo 2 apresentou

uma tendência a zero para a coercividade quando t_r é maior que 0.5, que foi mais condizente com sistemas reais. Ambos os modelos apresentaram comportamento para h_c do tipo $t_r^{3/4}$ para partículas orientadas ao acaso, no regime $t_r < 0.5$, resultado este reconhecido na literatura tanto teoricamente quanto via sistemas de partículas reais.

A última parte do trabalho se deu com a inclusão de interações magnéticas no modelo de SW. Para tal, foi usado o modelo de campo médio, que considera que a interação de cada partícula magnética com todas as outras ao seu redor é substituída por um campo médio proporcional à magnetização total que é adicionado ao campo externo aplicado. A constante de proporcionalidade α pode ser positiva ou negativa, a fim de simular interação de troca ou interação dipolar, respectivamente, entre as partículas.

Foram calculadas curvas de histerese para valores de α positivos e negativos. Foi observado que a interação altera os valores tanto de h_c quanto de m_r . Além disso, foram calculados gráficos de Henkel e curvas de δM para valores positivos e negativos de α . Foi observado que os melhores resultados se deram para valores pequenos de α , devido às limitações da aproximação de campo médio usada. As curvas de δM apresentaram valores positivos para valores positivos de α , associados à interação de troca entre as partículas. As curvas de δM apresentaram valores negativos para valores negativos de α , associados à interação dipolar entre as partículas. Estes resultados são condizentes com outros resultados teóricos e experimentais acerca da investigação das interações magnéticas entre partículas magnéticas SW.

Apêndice A

O campo crítico

A energia reduzida equação (3.2.2) é dada por:

$$\eta = \frac{E}{2KV} = -\frac{1}{4} \cos(2(\phi - \theta)) - h \cos(\phi). \quad (\text{A.1})$$

A orientação de equilíbrio da magnetização para um dado campo será tal que η seja mínima em relação a ϕ , que pode ser encontrada a partir de [33]:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \phi} = 0, \quad (\text{A.2})$$

e

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial \phi^2} \geq 0. \quad (\text{A.3})$$

que resulta em,

$$\frac{\partial \eta}{\partial \phi} = \frac{1}{2} \text{sen}(2(\phi - \theta)) + h \text{sen}(\phi) = 0, \quad (\text{A.4})$$

e

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial \phi^2} = \cos(2(\phi - \theta)) + h \cos(\phi) \geq 0. \quad (\text{A.5})$$

Uma grandeza importante é o campo em que as partículas sofrem saltos irreversíveis na direção da magnetização ao mudar o campo aplicado, essa grandeza é chamada de campo crítico. Uma mudança irreversível na magnetização está associada com o vetor magnetização da partícula em movimento entre um mínimo e o outro [2, 39].

Para um determinado valor de θ , o valor crítico de h que denotaremos por h_{cri} , pode ser calculado a partir das condições para um ponto de mínimo na curva da energia reduzida equações (A.2) e (A.3) [2, 36]. As três quantidades h_{cri} , ϕ e θ então relacionadas pelas equações simultâneas (A.2) e (A.3) (com o sinal de igualdade); eliminando uma qualquer podemos obter uma relação entre as outras duas é mais simples eliminar h .

Da equação (A.5) com o sinal de igualdade, isolando h :

$$h = -\frac{\cos(2(\phi - \theta))}{\cos(\phi)}, \quad (\text{A.6})$$

e substituindo na equação (A.4), obtemos:

$$\tan(2(\phi - \theta)) = 2 \tan(\phi), \quad (\text{A.7})$$

mas, da figura 3.1 vemos que $\phi = \theta + \psi$, logo podemos escrever

$$\tan(2\phi) = 2 \tan(\theta + \psi), \quad (\text{A.8})$$

usando as identidades trigonométricas,

$$\tan(2\psi) = \frac{2 \tan(\psi)}{1 - \tan^2 \psi}, \quad (\text{A.9})$$

e

$$\tan(\theta + \psi) = \frac{\tan(\theta) + \tan(\psi)}{1 - \tan(\theta) \tan(\psi)}, \quad (\text{A.10})$$

podemos escrever a equação (A.8) como,

$$\frac{2 \tan(\psi)}{1 - \tan^2(\psi)} = 2 \left[\frac{\tan(\theta) + \tan(\psi)}{1 - \tan(\theta) \tan(\psi)} \right], \quad (\text{A.11})$$

ou ainda,

$$\tan(\psi) - \tan(\theta) \tan^2(\psi) = \tan(\theta) - \tan(\theta) \tan^2(\psi) + \tan(\psi) - \tan^3(\psi), \quad (\text{A.12})$$

então,

$$\tan^3(\psi) = \tan(\theta), \quad (\text{A.13})$$

é conveniente escrever,

$$\tan^{\frac{1}{3}}(\theta) = \tan(\psi) = w, \quad (\text{A.14})$$

o valor de ϕ pode ser escrito como,

$$\phi = \theta + \psi = \theta + \tan^{-1}(w), \quad (\text{A.15})$$

a equação (A.11), pode ser reescrita usando as equações (A.10) e (A.14) como,

$$\tan(\phi) = w/(1 - w^2). \quad (\text{A.16})$$

com as três quantidades h_{cri} , ϕ e θ existem basicamente seis relações dando uma qualquer explicitamente em termos de uma segunda. Estas relações podem ser obtidas fazendo várias manipulações. As relações entre h_{cri} e θ são [36]:

$$h_{cri} = \frac{(1 - w^2 + w^4)^{\frac{1}{2}}}{(1 + w^2)}. \quad (\text{A.17})$$

com,

$$w = \tan^{\frac{1}{3}}(\theta).$$

Apêndice B

Solução da equação diferencial

A fração de partículas P no mínimo de energia em ϕ_1 é governada pela equação diferencial,

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{1}{\tau_1}P + \frac{1}{\tau_2}(1 - P), \quad (\text{B.1})$$

essa equação pode ainda ser escrita como,

$$\frac{dP}{dt} + \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}\right)P = \frac{1}{\tau_2}, \quad (\text{B.2})$$

chamando,

$$Q = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2},$$

e

$$R = \frac{1}{\tau_2},$$

a equação (B.2), pode ser reescrita como:

$$\frac{dP}{dt} + QP = R. \quad (\text{B.3})$$

A solução geral $P(t)$ dessa equação é a soma da solução da parte homogênea P_h com a solução particular P_p ,

$$P(t) = P_h + P_p. \quad (\text{B.4})$$

A solução da parte homogênea é obtida fazendo $R = 0$,

$$\frac{dP}{dt} + QP = 0 \rightarrow \frac{dP}{dt} = -QP \rightarrow \int_K^P \frac{dP}{P} = - \int_t^0 Q dt, \quad (\text{B.5})$$

logo,

$$\ln\left(\frac{P}{K}\right) = -Qt \rightarrow P_h = Ke^{-Qt}. \quad (\text{B.6})$$

A solução particular é obtida fazendo $P = C$ na equação (B.3) onde C é uma constante, com isso obtemos:

$$QC = R \rightarrow C = \frac{R}{Q} \rightarrow P_p = \frac{R}{Q}, \quad (\text{B.7})$$

substituindo as equações (B.6) e (B.7) na equação (B.4),

$$P(t) = \frac{R}{Q} + Ke^{-Qt}, \quad (\text{B.8})$$

analisando o valor de P em $t = 0$,

$$P(0) = \frac{R}{Q} + K \rightarrow K = P(0) - \frac{R}{Q}, \quad (\text{B.9})$$

e o valor P em t infinito ou no equilíbrio térmico $P(\infty) = R/Q$, logo:

$$P(t) = \frac{R}{Q} + \left(P(0) - \frac{R}{Q}\right) e^{-Qt}. \quad (\text{B.10})$$

Bibliografia

- [1] FALLEIROS, J. P. B.; BRANDL, A. L.; FONSECA, A. R. A. Aplicações da nanotecnologia no diagnóstico e tratamento de câncer. **Nucleus**, v.8, n.1, p. 151-170, abr. 2011.
- [2] GARCÍA-OTERO, J.; GARCÍA-BATISTA, A. J.; RIVAS, J. Influence of temperature on the coercive field of non-interacting fine magnetic particles. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 189, p. 377-383, 1998.
- [3] GUIMARÃES, A. P. Propriedades Magnéticas de Sistemas Granulares. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, Fortaleza, v. 22, n. 3, p. 382-386, jun. 2000.
- [4] KODOMA, R. H. Magnetic nanoparticles. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 200, p. 359-372, mar. 1999.
- [5] REISS, G; HÜTTEN, A. Magnetic nanoparticles: Applications beyond data storage. **Nature materials**, v. 4, p. 725-726, out. 2005.
- [6] GUIMARÃES, A. P. **Principles of nanomagnetism**. New York: Springer, 2009. 233 p.
- [7] TAMION, A. et al. Efficient hysteresis loop simulations of nanoparticle assemblies beyond the uniaxial anisotropy **Physical Review B**, v. 85, n. 13, p. 134430, abr. 2012.
- [8] RIBEIRO, G. A. P. As Propriedades Magnéticas da Matéria: Um primeiro con-

- tato. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Carlos, v. 22, n. 3, p. 299-305, set. 2000.
- [9] RODRÍGUEZ, G. J. B. O Porque de Estudarmos os Materiais Magnéticos. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, Porto Alegre, v. 20, n. 4, p. 315-320, dez. 1998.
- [10] OLIVEIRA, I. S.; JESUS, V. L. B. **Introdução à Física do Estado Sólido**. 1.ed. São Paulo: Livraria da Física, 2005.
- [11] PANKHURST, Q. A. et al. Applications of magnetic nanoparticles in biomedicine. **Journal of Physics D: Applied Physics**, v. 36, p. 167-182, jun. 2003.
- [12] ALMEIDA, M. P.; COSTA, U. M. S. Exemplo de Histerese com um Sistema de Massa-Mola. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, Fortaleza, v. 22, n. 1, p. 49-53, mar. 1999.
- [13] TANNOUS, C.; GIERALTTOWSKI, J. The Stoner-Wohlfarth model of ferromagnetism. **European Journal of Physics**, v. 29, p. 475-478, mar. 2008.
- [14] BEDANTA, S.; KLEEMANN, W. Supermagnetism. **Journal of Physics D: Applied Physics**, v. 42, p. 1-29, dez. 2009.
- [15] NOVAK, Miguel A. **Introdução ao magnetismo**. Disponível em: <<http://www.cbpf.br/labmag/miguel.pdf>>. Acesso em 22 de ago. 2012.
- [16] HANSEN, M.F.; MØRUP, K. Models for the dynamics of interacting magnetic nanoparticles. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 184, p. 262-274, 1998.
- [17] BLUNDELL, S. **Magnetism in Condensed Matter**. New York: Oxford University Press, 2001. 251 p.

- [18] CHIKAZUMI, S. **Physics of Ferromagnetism**. Second Edition. New York: Oxford University Press, 1997. 668 p.
- [19] STÖHR, J.; SIEGMANN, H.C. **Magnetism: From Fundamentals to Nanoscale Dynamics**. USA: Springer, 2006. 821 p.
- [20] COEY, J. M. D. **Magnetism and Magnetic Materials**. New York: Cambridge University Press, 2009. 663 p.
- [21] CULLITY, B. D. **Introduction to magnetic materials**. Second Edition. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009. 550 p.
- [22] JONHSON, M.T. et al. Magnetic anisotropy in metallic multilayers. **Rep. Prog. Phys**, v. 59, p. 1409-1458, jul. 1996.
- [23] GETZLAFF, M. **Fundamentals of Magnetism**. New York: Springer, 2008. 384 p.
- [24] WANG, X. et al. Torque method for the theoretical determination of magnetocrystalline anisotropy. **Physical Review B**, v. 54, n. 2, p. 61-64, jul. 1996.
- [25] DUBOWIK, J. Shape anisotropy of magnetic heterostructures. **Physical Review B**, v. 54, n. 2, p. 1088-1091, jul. 1996.
- [26] DUNLOP, D. J. & ÖZDEMİR, O. **Rock Magnetism: Fundamentals and frontiers**. New York: Cambridge University Press, 1997. 595 p.
- [27] HUBERT, A.; SCHÄFER, R. **Magnetic Domains: The Analysis of Magnetic Microstructures**. New York: Springer, 2009. 707 p.
- [28] KITTEL, C. **Introdução à Física do Estado Sólido**. 8.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. 578 p.
- [29] KITTEL, C. Theory of the Structure of Ferromagnetic Domains in Films e Small Particles **Physical Review**. v. 70, n. 11, p. 965-971, dez. 1946.

- [30] TEBBLE, R. S.; CRAIK, D. J. Magnetic Domains. **Rep. Prog. Phys.** v. 24, n. 116, p. 116-167, 1961.
- [31] THIRION, C.; WERNSDORFER, W.; MAILLY, D. Switching of magnetization by nonlinear resonance studied in single nanoparticles. **Nature Materials.** v.2, p. 524-527, ago. 2003.
- [32] HOYO, Alfredo De Blas Del. **Modelización de la histérese magnética y su aplicación al cálculo numérico en máquinas eléctricas.** 2005. 627 f. Tese (Doutorado de Engenharia Elétrica) - Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Politécnica de Cataluña, [2005].
- [33] MAYERGOYZ, Isaak. **Mathematical Models of Hysteresis and Their Applications.** 2.ed. New York: Academic Press, 2003.
- [34] NÉEL, L. Theory of magnetic viscosity of fine grained ferromagnetics with application to baked clays. **Ann. Geophys.** v. 5, n. 99. 1949.
- [35] BROWN, W. F. Thermal fluctuations of a single-domain particle. **Physical Review.** v. 130, n. 5, p. 1677-1686, dez. 1963.
- [36] STONER, E. C.; WOHLFARTH E. P. A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London,** v. 240, n. 826, p. 599-642, mai. 1948.
- [37] SZABÓ, Z. ; IVÁNYI, A. Computer-aided simulation of Stoner Wohlfarth model. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials,** v. 216, p. 33-36, mar. 2000.
- [38] MAJETICH, S. A.; SACHAN, M. Magnetostatic interactions in magnetic nanoparticle assemblies: energy, time and length scales. **Journal of Physics D: Applied Physics,** v. 39, p. 407-422, out. 2006.

- [39] CREW, D. C. **An investigation of the magnetic viscosity parameter and reversible magnetisation**. 1997. 72 f. Tese em física - Department of Mechanical and Materials Engineering. University of Western Australia, 1997.
- [40] ARFKEN, G. B. **Física Matemática: Métodos matemáticos para físicos**. 6. ed. Rio de Janeiro: Campus/Elsevier, 2007. 912 p.
- [41] DOS SANTOS, C. A. Histerese magnética: perdas e ganhos. **Ciência Hoje Online**, Rio de Janeiro, 15 dez. 2009. Disponível em: <<http://cienciahoje.uol.com.br/colunas/do-laboratorio-para-a-fabrica/histerese-magnetica-perdas-e-ganhos>>. Acesso em: 31 jan. 2013.
- [42] GARCÍA-OTERO, J.; PORTO, M.; RIVAS, J. Henkel plots of single-domain ferromagnetic particles. **Journal of applied physics**, v. 87, n. 10, p. 7376-7381, 2000.
- [43] THAMM, S. ; HESSE, J. The remanence of a Stoner-Wohlfarth particle ensemble as function of the demagnetisation process. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 184, p. 245-255, dez. 1998.
- [44] GAO, R. W. et al. Hard magnetic property and $\delta M(H)$ plot for sintered NdFeB magnet. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 208, p. 239-243, 2000.
- [45] FRANCO, V.; CONDE, A. Thermal effects in a Stoner-Wohlfarth model and their influence on magnetic anisotropy determination. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 278, p. 28-38, 2004.
- [46] CREW, D. C. et al. Measurement of magnetic viscosity in a Stoner-Wohlfarth material. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 163, p. 299-312, 1996.

- [47] DORMANN, J. L.; FIORANI, D. TRONC, E. Magnetic relaxation in fine-particle systems. **Advances in chemical physics**. v.98, p. 283-484, 1997.
- [48] ARAÚJO, L. R. S. **Propriedades magnéticas do nanocompósito (Fe_{1-x}Cox)_y(MnO)_{1-y}**. 2009. 129 f. (Tese de doutorado em física) - Departamento de Física. Universidade Federal de Pernambuco, 2009.
- [49] JILES, D. C.; ATHERTON, D. L. Theory of ferromagnetic hysteresis. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 61, p. 48-60, jan. 1986.
- [50] ATHERTON, D. L.; A Mean Field Stoner-Wohlfarth Hysteresis Model. **IEEE Transactions on Magnetics** , v. 26, n. 6, p. 3059-3063, nov. 1990.
- [51] ZHONG, J. J. et al. A 3-D vector magnetization model with interaction field. **IEEE Transactions on magnetics**, v. 41, n.5, p. 1496-1499, mai. 2005.
- [52] HENKEL, O. Remanenzverhalten und wechselwirkungen in hartmagnetischen Teilchenkollektiven. **Phys. stat. sol.**, v. 3, n. 919, p. 919-929, 1964.