

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA

CENTRO DE CIENCIAS E TECNOLOGIA

CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELETRICA

ALGORITMO PARA TROCA DE PARAMETROS EM CONTROLADORES  
ADAPTATIVOS POR MICROCOMPUTADOR

REGINALDO CORTELETTI

CAMPINA GRANDE  
DEZEMBRO - 1989

REGINALDO CORTELETTI

ALGORITMO PARA TROCA DE PARAMETROS EM CONTROLADORES  
ADAPTATIVOS POR MICROCOMPUTADOR

Dissertação apresentada ao Curso de MESTRADO  
EM ENGENHARIA ELEETRICA da Universidade  
Federal da Paraíba, em cumprimento às  
exigências para obtenção do Grau de Mestre.

AREA DE CONCENTRAÇÃO: PROCESSAMENTO DA IMFORMAÇÃO

MISAEEL ELIAS DE MORAIS

ORIENTADOR

CAMPINA GRANDE

DEZEMBRO - 1989

DIGITALIZAÇÃO:  
SISTEMOTECA - UFCG

CONTROLADOR ADAPTATIVO POR MICROPROCESSADOR

REGINALDO CORTELETTI

DISSERTAÇÃO APROVADA 27.12.89



MISAEEL ELIAS DE MORAIS, Dr. Ing., UFPB  
Orientador



WELLINGTON SANTOS MOTA, Ph.D., UFPB  
Componente da Banca



RAIMUNDO CARLOS SILVERIO FREIRE, Dr., UFPB  
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB  
DEZEMBRO - 1989

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente as pessoas que de um modo especial estão presentes em minha vida.

- A meus pais, Firmino e Dalciza, Mônica e irmãs, Marli e Regina, pelo incentivo e carinho a mim dedicados.

Agradeço também ao professor Misael Elias de Moraes pela oportunidade a mim conferida de trabalhar sob a sua orientação no período de desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço, sinceramente, aos colegas Euclério B. Ornellas, João Viana e Kleber Freire da Silva pelas discussões frutíferas e tempo a mim dedicados.

## RESUMO

Na implementação de sistemas de controle adaptativos é necessário se obter troca de parâmetros livre de perturbações. Neste trabalho apresenta-se um algoritmo que tem como objetivo melhorar este problema. Alguns resultados de simulações são apresentados com a finalidade de ilustrar a ação do algoritmo que tanto pode ser aplicado a sistemas SISO quanto a sistemas MIMO.

## ABSTRACT

In practical adaptive control system, it is desirable to make parameters changes without transients. In this work a simple but efficient algorithm to improve transients parameters change is presented. Some results of simulations are presented in order to illustrate the efficiency of this scheme. The algorithm can be used both in SISO and MIMO systems.

## LISTA DE SÍMBOLOS

- A(T) - Matriz de Transferência no domínio de tempo discreto.
- A - Matriz de transferência no domínio de tempo contínuo.
- B<sup>\*</sup> - Matriz de acoplamento (caso contínuo).
- B - Matriz de acoplamento (caso discreto).
- C - Matriz de saída.
- H - Matriz de ganhos do observador de Kalman.
- I - Matriz identidade.
- J - Índice de desempenho
- Q - Matriz peso, da saída para controle, da equação de Riccati.
- R - Matriz peso, da entrada do controlador, da equação de Riccati.
- S - Transformada de Laplace da derivada.
- X - Vetor de estados.
- Indica derivada em relação ao tempo.
- Y - Vetor de saída.
- Z[.] - Transformada Z.

## INDICE

|  |    |
|--|----|
| I-INTRODUÇÃO .....   | 1  |
| II- CONTROLADORES ADAPTATIVOS .....                                  | 4  |
| II.1- Retrospectiva .....  | 6  |
| II.2- Técnicas Adaptativas .....                                     | 7  |
| II.2.1- Técnica Adaptativa Referência-Modelo<br>(MRAS) .....         | 8  |
| II.2.2- Controlador Auto-Ajustável (STR) .....                       | 11 |
| II.2.3- Técnica Adaptativa Tabela de Ganhos<br>(Gain Schedule) ..... | 12 |
| III- CONTROLADORES DIGITAIS .....                                    | 15 |
| III.1- Introdução .....  | 15 |
| III.2- Algoritmos de Controle .....                                  | 16 |
| III.2.1- Representação Generalizada em Espaço<br>de Estados .....    | 16 |
| III.2.2- Sistemas em Espaço de Estados com<br>"Termo Atual" .....    | 17 |
| III.2.3- Função de Transferência .....                               | 17 |
| III.2.4- Estruturas .....  | 18 |
| III.2.4.1- Estrutura Direta .....                                    | 19 |
| III.2.4.2- Estrutura em Cascata .....                                | 19 |
| III.2.4.3- Estrutura em Paralelo .....                               | 20 |
| III.2.4.4- Estruturas em Espaço de Estados .....                     | 20 |
| III.2.5- Estimadores e Realimentação de Estado .....                 | 21 |
| III.2.6- Filtros FIR .....   | 24 |
| III.2.7- Não Linearidades .....                                      | 25 |



|  |    |
|--|----|
| III.2.8- Implicações do Tempo de Processamento .....                                     | 25 |
| III.3- Discretização de Sistemas Contínuos .....   | 26 |
| III.3.1- Seleção do Período de Amostragem .....  | 27 |
| III.3.2- Métodos de Discretização de Sistema<br>Contínuos .....                          | 28 |
| III.4- Hardware-Tecnologia e Implementação .....   | 31 |
| III.4.1- Aplicações Iniciais .....   | 31 |
| III.4.2- Chips-Disponibilidade .....   | 33 |
| III.5- Efeitos da Quantização e Arredondamento em<br>Sistemas de Controle Discreto ..... | 38 |
| III.5.1- Quantização dos Coeficientes do<br>Controlador .....                            | 39 |
| III.5.2- Quantização de Variáveis .....  | 39 |
| III.6- Escalonamento .....   | 39 |
| III.7- Linguagem de Programação .....  | 40 |
| III.8- Conclusão .....   | 40 |
| IV- PID - O CONTROLADOR PADRÃO DO SETOR<br>INDUSTRIAL .....                              | 42 |
| IV.1- Introdução .....   | 42 |
| IV.2- Implementação de Controladores PID<br>Digitais .....                               | 43 |
| IV.3- Métodos de Ajuste de Controladores PID .....                                       | 46 |
| IV.3.1- Método de Ziegler & Nichols .....  | 46 |
| IV.3.2- Método de Takahashi .....  | 49 |
| IV.3.3- Método de Horng et al. ....  | 52 |
| IV.3.4- Método de Kraus et al. ....  | 54 |

|  |    |
|--|----|
| V- METODO PROPOSTO PARA TROCA DE PARAMETROS          |    |
| EM CONTROLADORES ADAPTATIVOS .....                   | 57 |
| V.1- Introdução .....                                | 57 |
| V.2 - Modelo do Controlador Utilizado                |    |
| para Simulações .....                                | 57 |
| V.3- Realização do chaveamento de parâmetros por     |    |
| correção dos dos estados $X(k)$ do controlador ..... | 58 |
| V.3.1- Observador de Kalman .....                    | 59 |
| V.3.2- Procedimento para Adaptação .....             | 63 |
| VI- Conclusão .....                                  | 67 |
| REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS .....                     | 68 |

## 1- INTRODUÇÃO

A partir da proposta inicial deste trabalho passou-se a levantar uma bibliografia que fornecesse um conhecimento básico para o projeto de sistemas de controle digitais.

A maioria das técnicas empregadas no projeto de sistemas de controle são baseadas no conhecimento da planta e seu ambiente. Em muitos casos estas informações não são disponíveis. A razão é que a planta pode ser muito complexa ou que as relações básicas não são completamente entendidas, ou ainda que o processo e as perturbações podem modificar-se com as condições de operação. Diferentes metodologias existem para superar estas dificuldades.

Uma maneira de contornar o problema é através da utilização de técnicas de identificação para a obtenção do modelo do processo e seu ambiente, através de experimentos práticos. O controlador projetado é então baseado no modelo resultante. Outra possibilidade é o ajuste dos parâmetros do controlador durante a operação da planta, o que pode ser feito manualmente para controladores apenas se um número mínimo de parâmetros tiverem que ser ajustados. Ajustes manuais são, portanto, não muito fáceis de se executar se mais de três parâmetros tiverem de ser ajustados.

Portanto é necessário algum tipo de ajuste automático de parâmetros. Controladores com parâmetros ajustados automaticamente são conhecidos na literatura como Controladores Adaptativos. Este tipo de controlador tem-se

tornado um elemento com aplicação cada vez mais acentuada devido, principalmente, ao advento do microprocessador.

O estudo de controladores adaptativos além de se encontrar em uma fase de desenvolvimento, sua implementação necessita de um conhecimento multi áreas. O advento do microprocessador tornou possível aos pesquisadores a implementação a preços razoáveis deste tipo de controlador motivando assim, um grande número de pesquisas nesta área.

Os primeiros estudos realizados na área de controle adaptativo datam de fins dos anos 50. Até fins dos anos 70 estudos na área de controladores adaptativos foram relegados a segundo plano devido principalmente às experiências frustrantes na implementação prática deste tipo de controlador, causadas pela falta de um hardware adequado.

A grande maioria dos processos apresentam parâmetros não lineares no tempo, como por exemplo o controle automático de reações químicas por microcomputador. As variações ocorridas neste tipo de processo têm um comportamento não linear. Se as não linearidades forem muito acentuadas, teremos que dispor de um controlador capaz de responder a uma faixa extensa de operação, o que é facilmente obtido utilizando-se um controlador que tenha vários pontos de operação. Este é um caso típico de controlador discreto adaptativo no qual, a definição do novo ponto de operação significa o chaveamento de novos parâmetros para o controlador.

A troca dos parâmetros provoca no sinal de saída perturbações indesejáveis. O objetivo deste trabalho é a elaboração de um algoritmo para reduzir estas perturbações e que possa ser aplicado a malha de controle com múltiplas variáveis.

O estudo de controladores adaptativos encontra-se interligado à diversas áreas afins tais como: Teoria de estabilidade, identificação, controle por computador, otimização, sistemas amostrados, controle estocástico, engenharia de software, etc.

As técnicas de implementação de controladores adaptativos são apresentadas na seção II, pontos que devem ser levados em consideração na implementação de controladores digitais são apresentadas na seção III, métodos de ajuste de controladores PID são apresentados na seção IV. Na seção V apresenta-se o algoritmo proposto e simulações digitais para estudo de validação do algoritmo. Finalmente na seção VI apresenta-se conclusões a respeito do algoritmo proposto.

## 11- CONTROLADORES ADAPTATIVOS

Adaptação é uma característica inerente a seres vivos. Para estes, adaptação significa modificação em sua estrutura fisiológica e/ou comportamental que irá possibilitar a sua sobrevivência às mudanças ocorridas em seu meio ambiente.

Adaptação em sistemas de controle significa a capacidade do sistema de preservar-se diante de mudanças no comportamento do processo causadas por fadiga, envelhecimento, erros causados por aproximações no projeto do sistema, modificações no ambiente, erros e falhas de componentes secundários do sistema.

Controladores são normalmente projetados para trabalhar em uma faixa restrita de operação, o que significa que o processo pode apenas apresentar pequenas variações em torno de seu ponto de operação.

Sistemas de controle mais complexos onde as plantas a serem controladas apresentem grandes variações em sua dinâmica, mudanças em sua estrutura e ambiente, necessitam de um controlador capaz de operar em uma faixa extensa de trabalho.

Um controlador para operar em uma faixa extensa de trabalho tem que possuir parâmetros ajustáveis de acordo com as condições de operação da planta. Definindo-se para cada faixa de operação um determinado conjunto de parâmetros para o controlador.

Para controlar condições de funcionamento não previsíveis do processo, que não possam ser ajustadas por controladores com parâmetros fixos; necessita-se de um tipo especial de controlador que responda satisfatoriamente a uma faixa extensa de operação - Um Controlador Adaptativo.

No início dos anos 80 reaparece o interesse pelo estudo de controladores adaptativos motivado principalmente por desenvolvimentos na teoria de controle, principalmente na década de 60, e grande disponibilidade de hardware a baixo preço.

Atualmente alta qualidade e baixo custo de produção são fatores que determinam a competitividade de um produto no mercado.

Controladores adaptativos encontram aqui uma grande motivação para sua utilização, mesmo para sistemas que poderiam utilizar controladores com parâmetros fixos, pois controladores adaptativos trabalham sempre com seus parâmetros próximos de seus valores ótimos, fornecendo assim um produto final de alta qualidade, diminuição do consumo de matéria prima, energia e aumento na taxa de produção.

As vantagens apresentadas acima devem-se ao fato do erro médio de operação do processo, controlado por controladores adaptativos apresentarem um desvio médio de operação inferior se comparada às plantas controladas por controladores convencionais.

## II.1- Retrospectiva

Para caracterizar a evolução do estudo de controladores adaptativos apresenta-se a seguir resumo de trabalhos desenvolvidos nas últimas três décadas.

Um dos primeiros campos de estudo a verificar a necessidade de um controlador que funcionasse em uma faixa extensa de operação foi a aviação. As condições de funcionamento a que são submetidas as aeronaves impedem a aplicação de controladores convencionais pois apresentam variações dinâmicas da ordem de, por exemplo, 50:1 no ganho aerodinâmico, 7:1 na frequência natural não amortecida além de grandes variações no fator de amortecimento. Estas características são levantadas no trabalho apresentado por P. N. Nikiforuk (1963) em um sistema para controle automático de voo. O sistema adaptativo projetado utilizou elementos analógicos, sendo os parâmetros ajustados por um servomecanismo. A Simulação deste sistema foi realizada utilizando-se computador analógico. Resultados satisfatórios foram obtidos.

Gupta (1974) apresenta um sistema de controle analógico adaptativo que fazia identificação on line do ganho do processo. O sistema apresentado tinha como proposta o controle do fluxo em controle de processo onde atrasos na medição das variações no ganho impedem a aplicação de controladores com parâmetros fixos.



Cicarelli et al. (1985) apresenta um sistema de controle adaptativo utilizando microcomputadores. Menciona-se que a estrutura do controlador proposto pode ser aplicado à sistemas que requerem baixa taxa de amostragem, i. e., sistemas para controle de temperatura, pressão e fluxo que necessitam de taxas de amostragem da ordem de 350[ms] a 15[s].

As características do software e hardware para implementação em tempo real são apresentadas. Para sistemas que apresentam limitações no tempo de processamento, arquitetura paralela foi sugerida, exigindo-se portanto alta tecnologia na área de sistemas digitais para o projeto de controladores adaptativos.

A partir das primeiras estruturas de controladores adaptativos, i. e., Gain Schedule, Self Tuning (STR) e Model Reference (MRAS), houve uma proliferação de diferentes estruturas para se representar controladores adaptativos.

Uma extensa referência bibliográfica a respeito do desenvolvimento de controladores adaptativos é encontrada em Aseltine (1958), J. T. Tou (1959), Tsytkin (1966), Lindorf (1973), Landau (1974) e Astrom (1983, 1987).

## 11.2- Técnicas Adaptativas

Todas as técnicas utilizadas em controladores adaptativos necessitam, no mínimo, das seguintes unidades:

... Uma malha principal contendo o controlador e a

planta.

... Uma malha secundária que definirá o método de correção dos parâmetros do controlador.

Apresenta-se a seguir apenas as estruturas básicas de controladores adaptativos e filosofia de operação, devido a impossibilidade de se mencionar a infinidade de propostas que surgiram a partir das três técnicas adaptativas originalmente propostas.

#### 11.2.1- Técnica Adaptativa Referência-Modelo (MRAS)

Esta técnica foi desenvolvida inicialmente por Whitaker et al. (Landau, 1974). Em sua configuração básica o sistema possui uma malha principal com realimentação contendo o processo e o controlador, uma malha secundária contendo o modelo do processo e o sistema para ajuste dos parâmetros do controlador.

Para este sistema temos a seguinte representação em equação de estado para o modelo:

$$X_m(t) = A_m X_m + B_m^* U(t)$$

$$Y_m(t) = C X_m(t)$$

e para o processo

$$X(t) = A(t)X(t) + B^*(t)U(t)$$

$$Y(t) = CX(t)$$

onde a presença do índice m indica que os termos referem-se

a matrizes e vetores do modelo do processo e a sua ausência indica que os termos referem-se a matrizes e vetores do processo.

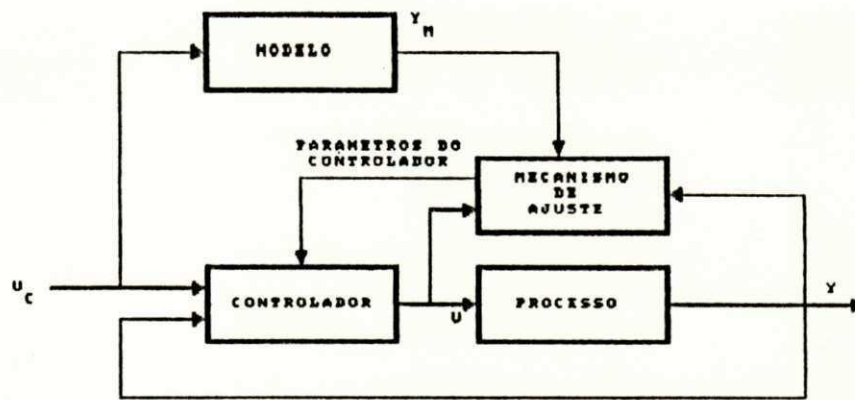
O princípio de funcionamento desta técnica é a seguir descrito.

O modelo de referência fornece em sua saída a resposta desejada para o processo ( $Y_m(t)$ ). A função do sistema adaptativo é minimizar o erro entre a saída do processo  $y(t)$  e a do modelo  $Y_m$ , utilizando um índice de desempenho predeterminado, i.e., fazer com que a diferença  $e = y(t) - y_m(t)$  seja mínima.

A sequência de passos que definem a operação de sistemas MRAS é:

- ... Comparação da resposta do modelo e da planta;
- ... Verificação do índice de desempenho:
  - . se necessário adaptação, continue, se não retorne ao primeiro passo.
- ... Cálculo dos parâmetros do controlador;
- ... Ajuste dos parâmetros do controlador;
- ... Retorna ao primeiro passo.

A configuração básica de sistemas MRAS é apresentada pela figura 2.1.



Fif. 2.1- Configuração básica do sistema MRAS

Para a classe de aplicações nas quais os parâmetros da planta e do modelo são satisfatoriamente conhecidos, é possível uma aproximação linear para o projeto das matrizes de controle, tal que a ação de controle garanta a minimização de um índice de desempenho em termos de diferença entre os estados do modelo e os estados da planta.

Quando os parâmetros da planta são desconhecidos ou variações importantes de seus parâmetros ocorrerem pode-se ainda utilizar a técnica MRAS. Landau (1974). Adaptação utilizando esta técnica pode ser obtida através da síntese de um sinal para controle, ajuste dos parâmetros do controlador ou ainda através da combinação destes dois métodos.

Aplicação desta técnica encontra-se desde a utilização em pilotos automáticos de voo para aeronaves, veículos marítimos, veículos aeroespaciais e controle de motores. Uma survey das aplicações desta técnica encontram-se em Landau(1974) e Lindorf (1973).

### 11.2.2- Controlador Auto-Ajustável (STR)

Outro método de ajuste de parâmetros de controladores o qual é composto de duas malhas, uma principal contendo o processo e o controlador e a outra contendo o sistema de adaptação constituem o sistema STR como demonstra a figura 2.2.

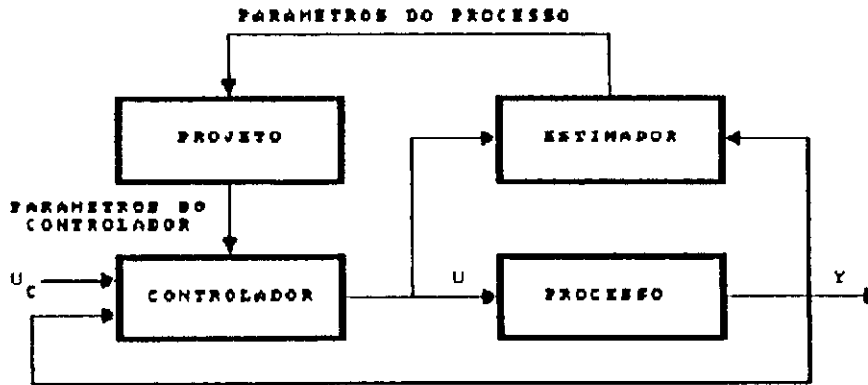


Fig. 2.2- Configuração básica do sistema STR.

Neste tipo de controlador faz-se necessária as seguintes seqüências de operações:

- ... Estimação dos parâmetros do processo, utilizando um método adequado (Astrom, 1971);
- ... Cálculo dos novos parâmetros do controlador, utilizando-se um algoritmo adequado e dados fornecidos pelo estimador de estados;
- ... Modificação dos parâmetros do controlador;
- ... Retorna ao primeiro passo.

O primeiro trabalho desenvolvido utilizando a técnica STR foi apresentado por Kalman (Astrom, 1983). Atualmente esta técnica vem recebendo grande atenção devido a resultados obtidos e pela facilidade de implementação oferecida pelos microcomputadores além da disponibilidade de métodos de estimação que podem ser implementados on line.

### 11.2.3- Técnica Adaptativa Tabela de Ganhos (Gain Schedule)

Controladores adaptativos utilizando esta técnica constituem-se basicamente de uma malha interna contendo o processo e o controlador, uma malha externa, aberta contendo a estratégia de cálculo dos parâmetros do controlador utilizando variáveis auxiliares obtidas por sensores localizados estrategicamente no processo. O nome tabela de ganhos deve-se ao fato de os primeiros controladores utilizando esta técnica apenas modificarem ganhos do controlador. Como um dos primeiros trabalhos utilizando esta técnica pode-se citar Hodham (1957), que desenvolveu um sistema automático de controle de voo para aeronaves de combate. A figura 2.3 apresenta um sistema Gain Schedule em sua configuração básica.

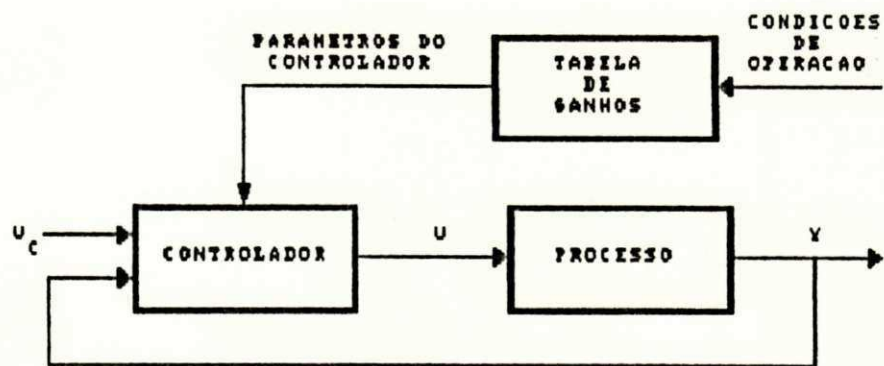


Fig. 2.3- Configuração básica do sistema Tabela de Ganhos.

Os parâmetros do controlador que irão compor a tabela de ganhos são obtidos através de exaustivas simulações com o controlador tendo que satisfazer a um índice de desempenho pré-estabelecido para cada condição de operação.

Uma vantagem desta técnica de adaptação é a possibilidade de se obter rápidas trocas dos parâmetros do controlador, sendo portanto adequada a processos que requerem respostas rápidas para as variações ocorridas em sua dinâmica.

Uma desvantagem é que os parâmetros são trocados por uma compensação em malha aberta, o que não possibilita uma rápida correção se os parâmetros na tabela forem escolhidos erroneamente.

A escolha de uma determinada técnica de adaptação dependerá da velocidade requerida para cada planta em particular. Pelas características expostas anteriormente, pode-se concluir que a técnica STR pode apenas ser aplicada a sistemas que possuem pequenas variações em sua dinâmica e

que estas sejam lentas. A técnica Tabela de Ganhos é considerada como sendo a que oferece a troca de parâmetros mais rápida, mas em contrapartida, esta troca é feita em malha aberta, podendo o sistema operar com parâmetros diferentes de seus valores ótimos quando ocorrer uma escolha errônea destes na tabela. Ocupando o espaço entre as duas técnicas mencionadas, encontra-se a técnica Referência-Modelo, que não é tão veloz quanto Tabela de Ganhos, mas pode ser empregada em sistemas que possuem variações dinâmicas superiores às que podem ser atendidas pela técnica STR.

A seguir apresenta-se os requerimentos básicos necessários a implementação de controladores digitais.



### III- CONTROLADORES DIGITAIS

#### III.1- Introdução

A aplicação de controladores digitais tem-se tornado uma prática comum nos últimos anos principalmente devido aos baixos preços dos componentes possibilitado pelo desenvolvimento da tecnologia da microeletrônica, que chegou à integração em larga escala (VLSI).

Controladores digitais podem ser aplicados a sistemas contínuos ou discretos no tempo. Nos sistemas de controle digitais, os sinais de entrada são primeiramente amostrados, quantizados e então, codificados, i.e., transformados para uma forma que o computador possa assimilar. O computador então interpreta e processa os dados utilizando um algoritmo, fornecendo uma saída digital que deve novamente ser transformada para a forma analógica.

Devido ao comportamento não ideal de componentes e aos erros inerentes ao funcionamento de dispositivos tais como conversores analógico para digital, teremos que lidar com um sistema que é contaminado por várias fontes de ruído.

A seguir, apresenta-se uma breve retrospectiva da utilização de computadores em controle, mencionando-se em seguida algumas considerações que devem ser analisadas na implementação de controladores digitais.

### III.2- Algoritmos de Controle

Devido à complexidade de muitos sistemas de controle, que englobam outras unidades como observadores e filtros, muitas variáveis físicas que devem ter seu significado preservado, são perdidas em uma representação global do sistema. O que pode ser evitado utilizando-se uma estrutura de controle modularizada Hanselmann (1987).

De uma maneira geral, controladores podem ter uma entrada/uma saída (SISO), múltiplas entradas/múltiplas saídas (MIMO), múltiplas entradas/uma saída (MISO), uma entrada/múltiplas saídas (SIMO).

Para a implementação do algoritmo do controlador, apresenta-se a seguir alguma das representações possíveis para a estrutura do controlador.

#### III.2.1- Representação Generalizada em Espaço de Estado

Sistemas discretos lineares podem ter seu comportamento dinâmico representado pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} X(k+1) &= CX(k)+BU(k) \\ Y(k) &= CX(k)+DU(k) \end{aligned} \tag{3.1}$$

Alguns problemas como saturação de atuadores podem levar o sistema a instabilidade pois o modelo acima pode apenas representar sistemas lineares.

Astrom (1984) demonstra que este problema pode ser contornado através da utilização de uma função de saturação

para a saída do controlador.

### III.2.2- Sistemas em Espaço de Estados com "Termo Atual"

Hanselmann (1987) menciona que sistemas podem depender da entrada atual além da anterior, isto é:

$$X(k+1) = AX(k) + B_1 U(k+1) + B_0 U(k)$$

$$Y(k) = CX(k) + DU(k)$$

Esta dependência é causada por métodos de discretização de controladores analógicos.

Pode-se fazer a seguinte transformação para se obter a representação final do controlador:

$$X^*(k) = X(k) - B_1 U(k)$$

Chega-se a:

$$X^*(k+1) = AX^*(k) + [AB_1 + B_0]U(k)$$

$$Y(k) = CX^*(k) + [CB_1 + D]U(k)$$

que é a representação generalizada em espaço de estados.

### III.2.3- Função de Transferência

Sistemas de controle são geralmente apresentados sob forma de função de transferência, apesar desta não ser a melhor estrutura para se implementar algoritmos de controle, i. e., o mesmo necessita de grande número de memória,

elevado tempo de computação e apresenta baixa precisão numérica para computadores de tamanho de palavra reduzida. Até mesmo para sistemas SISO há problemas se utilizarmos a função de transferência na implementação do algoritmo de controle, isto é se tivermos o sistema:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{a_0 + a_1 Z^{-1} + \dots + a_n Z^{-n}}{1 + b_1 Z^{-1} + \dots + b_m Z^{-m}}$$

dai chega-se a forma recursiva:

$$Y(k) = -b_1 Y(k-1) - b_2 Y(k-2) - \dots - b_m Y(k-m) + a_0 U(k) + a_1 U(k-1) + \dots + a_n U(k-n)$$

A seguir alguns algoritmos são apresentados, destacando-se suas limitações do ponto de vista de implementação.

#### III.2.4- Estruturas

Na definição da estrutura para implementação do software ou hardware do controlador, devemos levar em consideração os seguintes pontos:

- Estrutura que será menos sensível a erros;
- Possibilidade da estrutura para sistemas MIMO;
- Número de elementos necessários para adição, multiplicação e de atraso;
- Maior velocidade de resposta.

A seguir, algumas características de diversas estruturas são apresentadas.

#### III.2.4.1- Estrutura Direta

Para implementação da estrutura direta deve-se levar em consideração alguns problemas desta, tais como, sensibilidade a erros de arredondamento na representação dos coeficientes do controlador, podendo levar o sistema à instabilidade; estrutura muito sensível a altos ganhos e a grandes ruídos de quantização. Como vantagem, pode-se mencionar a sua facilidade de implementação e possibilidade de ser utilizada para sistemas multivariáveis (MIMO).

#### III.2.4.2- Estrutura em Cascata

A função de transferência desta estrutura é expressada como o produto dos elementos de primeira e segunda ordem que foram obtidos pela fatoração da função de transferência original.

Esta estrutura apresenta duas desvantagens que podem limitar a sua utilização: representa apenas sistemas de uma entrada e uma saída (SISO) e apresenta um tempo de resposta que é proporcional à ordem do sistema quando este apresentar o termo de alimentação direta na malha do sistema de controle (termo DU na eq. (3.1)). A vantagem desta estrutura é permitir uma distribuição ótima de polos e zeros nos

elementos de primeira e segunda ordem Hanselmann(1987).

#### **III.2.4.3- Estrutura em Paralelo**

Nesta estrutura, a função de transferência é fatorada e apresenta-se como uma soma de blocos de primeira e segunda ordens.

Como vantagens, pode-se citar a possibilidade de ser utilizada em sistemas MIMO, não apresentar atrasos de resposta, e ser uma das estruturas de melhor desempenho do ponto de vista de imunidade a ruído (Katz, 1981).

#### **III.2.4.4- Estruturas em Espaço de Estados**

Várias configurações são possíveis para esta estrutura como a forma canônica controlável, observável, forma de Jordam etc.

Esta estrutura é muito sensível a erros, requer maior esforço computacional até para sistemas de baixa ordem (Hanselmann, 1987). A vantagem desta estrutura é poder representar sistemas MIMO.

Para o caso de sistemas MIMO, a representação em equação de estado tem muitas vantagens em relação à representação por matriz de transferência. Isermann (1981) cita como exemplo processos que são representados por estruturas com um número mínimo de parâmetros e partes não controláveis e não observáveis do processo representadas separadamente.

Para se definir qual a estrutura a ser utilizada, pode-se fazer uma análise da resposta da estrutura, do ponto de vista de imunidade a ruído, como demonstra Katz (1981).

### III.2.5- Estimadores e Realimentação de Estado

Variáveis de estado, em sistemas de controle, podem ter seu acesso restringido pela impossibilidade de construção de sensores além de dificuldades físicas oferecidas ao acesso a estas variáveis.

Um processo que pode ser representado pela equação dinâmica

$$\begin{aligned} X(k+1) &= AX(k)+BU(k) \\ Y(k) &= CX(k) + DU(k) \end{aligned} \tag{3.2}$$

Se este processo for observável, sendo que apenas os valores das entradas  $U(k)$  e saída  $Y(k)$  possam ser medidos, os estados  $x_i(k)$  do processo podem ser determinados através de observadores.

Um processo é dito observável se qualquer estado de  $X(k)$  poder ser obtido a partir da entrada  $U(k)$  e da saída  $Y(k)$ , em um intervalo de tempo finito. Para sistemas reais os estados de  $X(k)$  são obtidos a partir de medidas passadas.

A condição para que um sistema seja observável é: Posto  $[C \ AC \ AC^2 \ \dots \ AC^{(n-1)}] = n$  onde  $n$  é a ordem da matriz  $A$ . Se a condição acima for satisfeita, todos os estados do sistema serão observáveis.

Partindo do presuposto que o sistema é observável, pode-se calcular os estados através do seguinte método recursivo (Ackermann, 1985).

Da equação (3.2) chega-se:

$$\begin{aligned}
 Y(0) &= CX(0)+DU(0) \\
 Y(1) &= CAX(0)+CBU(0)+DU(1) \\
 Y(2) &= CA^2X(0)+CABU(0)+CBU(1)+DU(2) \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 Y(n-1) &= CA^{(n-1)}X(0)+CA^{(n-2)}BU(0)+\dots+DU(n-1) \quad (3.3)
 \end{aligned}$$

Na forma matricial a equação acima pode ser escrita como:

$$Y = QX(0)+HU \quad (3.4)$$

Onde:

$$Y = \begin{bmatrix} Y(0) \\ Y(1) \\ Y(2) \\ \vdots \\ Y(n-1) \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} U(0) \\ U(1) \\ U(2) \\ \vdots \\ U(n-1) \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{(n-1)} \end{bmatrix}$$

e

$$H = \begin{bmatrix} D & 0 & \dots & \dots & 0 \\ CB & D & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{n-2}B & \dots & CB & D & \vdots \end{bmatrix}$$

de (3.3), chega-se:

$$X(0) = Q^{-1}(Y-HU) \quad (3.5)$$



de (3.2), recursivamente:

$$X(k+1) = AX(k) + BU(k)$$

$$X(k+2) = A^2X(k) + ABU(k) + BU(k)$$

⋮

$$X(k+n) = A^nX(k) + A^{(n-1)}BU(k) + \dots + ABU(k+n-2) + BU(k+n-1)$$

$$X(k+n) = A^nX(k) + [A^{(n-1)}B \ A^{(n-2)}B \ \dots \ BU_{n-1}(k)] U_{n-1}(k) \quad (3.6)$$

onde:

$$U_{(n-1)}(k) = \begin{bmatrix} U(k) \\ U(k+1) \\ \vdots \\ U(k+n-1) \end{bmatrix}$$

Se a cada instante de amostragem for necessário o valor atualizado do estado, haverá um aumento considerável na capacidade de computação que será ainda mais crítico se for necessário um número mínimo de dados superior à ordem do sistema, i.e.,  $n > m$  para cálculo dos estados.

Tendo em vista a dificuldade anterior, faz-se necessário a utilização de um método de estimação mais eficiente.

A vantagem do método anterior é que as variáveis de estado corretas são obtidas após  $n$  instantes da primeira perturbação na entrada. A desvantagem é que o método é sensível a erro (Astrom, 1984). Para contornar os problemas anteriores há métodos disponíveis como os apresentados por Kalman (1960), Luenberger (1966, 1967),

Astrom (1971) e outros que podem ser utilizados para resolver os requerimentos de um estimador implementável.

### III.2.6- Filtros FIR

Filtros com Resposta Finita ao Impulso (filtros FIR) são aqui mencionados devido às possibilidades de sua utilização com fins de filtragem propriamente dita e possível utilização como elemento de controle em algumas configurações (Hanselmann, 1987). A utilização de filtros FIR em vez de Filtros com Resposta Infinita ao Impulso (filtros IIR) se deve aos seguintes pontos Rabiner(1975):

- Podem ser projetados para as necessidades de resposta em frequência preestabelecidas com uma resposta de fase completamente linear;
- FIR na forma não recursiva são sempre estáveis;
- ruídos de quantização são inerentes e, de grande influência em filtros IIR enquanto que em filtros FIR não recursivo, o efeito de quantização é desprezível;
- Precisão nos coeficientes para frequências de corte abrupta é um problema para filtros IIR, o que pode ser feito com menor rigor com filtros FIR de mesma característica.

Tem-se a seguinte função de transferência para filtros FIR na forma não recursiva (Williams, 1988):

$$Y(z) = H(z) = a_1 + a_2 Z^{-1} + \dots + a_n Z^{-n}$$

Tem-se uma variedade de publicações a respeito de métodos de implementação de filtros digitais como Rabner et al. (1975), que apresenta as bases teóricas para implementação do software e hardware.

### III.2.7- Não Linearidades

Para os algoritmos de controle de sistemas lineares expostos anteriormente, necessitamos apenas realizar multiplicações e adições de coeficientes, o que é facilmente realizado em software ou hardware.

Objetivando facilitar o projeto do controlador, pode-se linearizar os sistemas de controle, que em sua grande maioria são não lineares (não linearidades de sensores, atuadores e do processo em si). Para a linearização de sistemas discretos apresenta-se em H. G. Lee et al. (1987) alguns trabalhos que recentemente apareceram na literatura.

### III.2.8- Implicações do Tempo de Processamento

Durante um intervalo entre duas amostras, i. e., ( $T_k$  e  $T_{k+1}$ ), tem-se que executar as operações de conversão analógica para digital (conversão A/D), conversão digital para analógica (conversão D/A), além das operações aritméticas presentes no algoritmo de controle. Estas operações certamente implicam na necessidade de um intervalo

de tempo necessário para executá-las tendo que ser no máximo igual ao período de amostragem.

O tempo gasto para executar-se as operações de um algoritmo de controle depende da estrutura utilizada para representar o sistema e como estão organizadas as sequências de operações no algoritmo.

Astrom (1984) propõe duas metodologias para minimizar o tempo de computação expondo suas vantagens e desvantagens. Em Hanselmann (1987), há uma síntese das diferentes metodologias encontradas na literatura para resolver o problema de tempo de computação em sistemas operando em tempo real.

### **III.3- Discretização de Sistemas Contínuos**

As grandes facilidades oferecidas pelos sistemas de controle digitais motivam a substituição de sistemas analógicos já existentes. Estas substituições poderiam levar a um aumento no custo da substituição se fosse necessário reprojeter todo o sistema de controle, o que é contornado fazendo-se a discretização do sistema já existente.

As técnicas de discretização também possibilitam o aproveitamento da larga experiência acumulada e dos desenvolvimentos teóricos atingidos na área de controladores analógicos .

A equivalência entre a resposta do sistema discretizado para o analógico depende da taxa de amostragem requerida e

do método de discretização utilizado.

A seguir apresenta-se alguns métodos para a escolha do período de amostragem e discretização de sistemas contínuos.

### III.3.1- Seleção do Período de Amostragem

Um dos pontos mais importantes no projeto de sistemas de controle digitais é a seleção do período de amostragem sendo que, a escolha inadequada do período de amostragem compromete totalmente o sistema de controle projetado.

Métodos comumente encontrados na literatura para a escolha do período de amostragem são a seguir apresentados.

Assumindo que a margem de fase pode ser diminuída de 5 a 15 graus, tem-se o seguinte método prático de escolha da taxa de amostragem (Astrom, 1984):

$$T_w \approx 0.15 \text{ a } 0.5$$

onde  $w$  é a maior frequência, em rad/s, presente no sistema contínuo no tempo e  $T$  o período de amostragem.

Katz (1981) apresenta outro método prático para a escolha da frequência de amostragem onde esta é escolhida tendo o valor dez vezes a largura de faixa do sistema de controle. Esta escolha é baseada nas características requeridas para transitórios.

Hanselmann (1987) menciona que utilizando frequências de três a dez vezes a maior frequência presente no sistema sempre obteve resultados satisfatórios.

Astrom (1984) referindo-se ao início das implementações de Sistemas de Controle Direto (DDC) diz que tempos de amostragens em controle de processos podem ser tomados relativamente longos devido às características dos mesmos. Por exemplo, para fluxo teríamos T variando de 1 a 3[s], para nível de 5 a 10[s], para pressão de 1 a 5[s], temperatura de 10 a 20[s].

Além destes métodos para a escolha do período de amostragem pode-se utilizar o seguinte (Astrom, 1984).

$$T/L \cong 0.005 \text{ a } 0.25$$

onde L é o tempo de resposta do processo e T o período de amostragem.

### III.3.2- Métodos de Discretização de Sistemas Contínuos

Há vários métodos para se converter sistemas analógicos para digitais sendo que, o mais satisfatório, segundo Astrom (1984), é o que emprega o método denominado "Aproximação de Tustin."

Desde que  $Z = \exp(Ts)$ , os diferentes métodos surgem da expansão em série de potência de  $\exp(Ts)$  originando os seguintes métodos:

$$S = \frac{(Z-1)}{T} \quad (\text{Método de Euler})$$

ou ainda

$$S = \frac{(Z-1)}{(Z+1)T} \quad (\text{Backward Diference})$$

$$S = \frac{2*(Z-1)}{T(Z+1)}$$

(Método de Tustin ou  
Transformação Bilinear)

utilizando segurador de ordem zero, tem-se para uma dada função de transferência:

$$G(z) = \frac{(Z-1)Z(G(s))}{Z S}$$

para Ramp Invariant, tem-se:

$$G(z) = \frac{(Z-1)^2 Z(G(s))}{TZ S^2}$$

As transformações anteriores são aplicadas a sistemas descritos no domínio da frequência em s, sendo que estas aproximações provocam distorções de frequências. Astrom (1984) apresenta uma solução para este problema: fazer uma pré distorção contrária à provocada pelo método de transformação utilizado.

Para sistemas descritos em espaço de estados, i. e.:

$$X(t) = AX(t) + B*U(t)$$

$$Y(t) = CX(t)$$

apresenta-se o seguinte método de discretização (Bulher, 1985).

Sendo T o período de amostragem, chega-se a:

$$X[(K+1)T] = A(T)X(K) + BU(KT)$$

$$Y(KT) = CX(KT)$$

onde:

$$A(T) = e^{AT}$$

Para o cálculo de  $e^{AT}$  Moler (1978) e Sinha (1983) apresentam uma diversidade de métodos.

Sendo  $A(T)$  calculada por:

$$A(T) = I + AT + (AT)^2/2! + (AT)^3/3! + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} (AT)^i / i! \quad (3.7)$$

para o cálculo do vetor B, tem-se:

$$F(t) = \int_0^t A(\tau) d\tau = \int_0^t e^{A\tau} d\tau = \int_0^t \sum_{i=0}^{\infty} A^i \tau^i / i! d\tau = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A^i t^{(i+1)}}{(i+1)!}$$

Para o caso particular  $t = T$ , tem-se:

$$F(T) = T \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(AT)^i}{(i+1)!}$$

Obtendo-se a seguinte solução para a matriz transição de estados e a matriz  $F(T)$ :

$$\begin{aligned} F(T) &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A^i T^{(i+1)}}{(i+1)!} = A^{-1} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(AT)^{(i+1)}}{(i+1)!} = A^{-1} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(AT)^i}{i!} \\ &= A^{-1} \left[ \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(AT)^i}{i!} - I \right] = A^{-1} [A(T) - I] \end{aligned} \quad (3.8)$$

Desde que B é obtido pela relação:

$$B = \int_{kT}^{(k+1)T} A(\tau) B^* d\tau = \int_{kT}^{(k+1)T} A(\tau) d\tau B^* = F(T) B^*$$

Finalmente, chega-se a:

$$B = A^{-1} [A(T) - I] B^* \quad (3.9)$$



Além da escolha adequada do método de discretização, deve-se prestar uma atenção especial na escolha do período de amostragem utilizando adequadamente os métodos anteriormente mencionados. Isto devido a plantas que possuem autovalores complexos  $s_1 = a + j\omega_1$  e  $s_2 = a + j\omega_2$  com partes reais iguais e o período de amostragem escolhido tal que  $(\omega_1 - \omega_2)T = \pm q \times 2\pi$ ,  $q = 1, 2, 3, \dots$ , e pares complexos conjugados  $s_{1,2} = a \pm j\omega$  e um período de amostragem escolhido tal que  $T = q \times \pi / \omega$  leva a um mapeamento de polos na mesma posição no sistema discreto, tornando o sistema incontrolável para as condições acima mencionadas (Ackermann, (1985)).

### III.4- Hardware-Tecnologia e Implementação

#### III.4.1- Aplicações Iniciais

As primeiras aplicações de computadores para fins de controle encontra-se na aeronáutica, no controlador de voo projetado pela Hughes Aircraft Company e o sistema Transac desenvolvido pela Philco Corporation.

Um exemplo de compactação nos primeiros hardwares desenvolvidos é o sistema que ocupava um espaço de 135 centímetros quadradas que tinha a capacidade de tomar centenas de decisões e pilotar jatos interceptadores da decolagem ao pouso.

Devido a necessidade de mecânica fina, sistemas usando computadores para o comando de máquinas ferramentas foram projetados. A partir daí, a utilização de computadores foi

se espalhando pelo campo de controle de processo, sendo que o primeiro computador projetado para esta finalidade foi o RW-300, projetado pela Thompson Romo Worldridge, Inc. Este equipamento podia operar com 96 sinais pneumáticos, 64 sinais térmicos e 32 elétricos de entrada, 4 sinais pneumáticos e 32 sinais elétricos de saída. Estes sistemas operavam em modo supervisor também com operadores ou como setpoint, sempre associado a equipamentos analógicos.

Computadores típicos dos anos 50 executavam adições em 1[ms], multiplicações em 20[ms] apresentando um tempo médio entre falhas (MTBF) para a unidade central de processamento de 50 a 100 horas.

No início dos anos 60 a companhia Chemical Industries na Inglaterra fez um dos trabalhos pioneiros na substituição por completo da instrumentação analógica para controle de processos por computador - o Ferranti Argus 200 - que tinha capacidade de medir 224 variáveis e controlar 120 válvulas diretamente. Nesta época um computador já realizava somas em 100 microsegundos, multiplicações em 1[ms] tendo uma MTBF por volta de 100 horas.

As necessidades de mercado cada vez maiores para computadores, provocaram um rápido desenvolvimento tecnológico, sendo que até o final dos anos 60 e início dos anos 70 já havia no mercado computadores dedicados para controle de processo com comprimento de palavra de 16 bits, memória RAM de 8 a 124 palavras. O modelo CDC 1700 é um computador típico desta época apresentando tempo para

adições de 2 microsegundos, multiplicações em 7 microsegundos e uma MTBF de aproximadamente 20000 horas.

Até este período, computadores só eram utilizados para grandes sistemas de controle devido ao alto custo dos mesmos. Em meados dos anos 70 um sistema exigia quantias em torno de US\$100.000,00 o que impossibilitava o emprego em larga escala de computadores em controle.

Devido ao grande desenvolvimento no campo da microeletrônica no fim dos anos 70 e princípio dos anos 80, houve uma acentuada queda de preços dos componentes, o que possibilitou o emprego em larga escala de computadores em controle, sendo que chips dedicados para este fim, como por exemplo microcontroladores, podem ser comprados a preços em torno de US\$50,00 a unidade.

#### III.4.2- Chips-Disponibilidade

O grande desenvolvimento da tecnologia VLSI possibilitou um declínio tão grande nos preços de componentes que, atualmente deve-se levar em conta, no custo do projeto de controladores, o preço da mão de obra especializada e sua disponibilidade pois, a formação de recursos humanos para desenvolver o software de suporte foi relegado a segundo plano.

O desenvolvimento do software de suporte implica em um preço relativamente alto, o que levou os fabricantes a optarem em fornecer ao mercado chips que podem ser

programados em linguagens de alto nível como Pascal, BASIC, FORTRAN e C, além da linguagem Assembler.

Alguns fabricantes fornecem chips com algoritmos comumente utilizados em processamento digital de sinais (DSP) implementados tais como filtros digitais e Transformada Rápida de Fourier (FFT).

Atualmente há no mercado chips dedicados, que possuem um número reduzido de instruções, e de propósitos gerais, com elevado número de instruções. Na fabricação destes chips tem-se duas filosofias de projeto que são: RISC (Computador com reduzido número de instruções) fornecendo os chips dedicados e CISC (computador com elevado número de instruções) fornecendo os chips de propósitos gerais.

Na construção dos chips dos controladores tem-se ainda que definir qual a arquitetura a ser utilizada (Hanselmann, 1987) se, a de Von Newmam, Harvard, Systólica etc.

Na escolha do hardware deve-se levar em consideração não apenas a velocidade de processamento mas a desempenho do sistema como um todo. Características como largura de faixa do barramento, tempo de resposta de periféricos a interrupções, taxa de transferência de dados, compatibilidade e disponibilidade de hardware de suporte além do preço e disponibilidade de compiladores para linguagem de alto nível, que define a facilidade de implementação do software.

Para se fazer uma análise superficial da desempenho do microprocessador ou microcontrolador pode-se recorrer ao

seguinte cálculo do tempo de execução do programa.

$$T = N \times I \times C$$

onde,  $T$  é o tempo de execução do programa,  $I$  é o número médio de clock por instrução, que é função da arquitetura utilizada,  $N$  o número de instruções do programa, que é função da arquitetura e do compilador e  $C$  o período do clock, que é função da tecnologia do hardware utilizado.

O método descrito acima não leva em consideração o tempo de acesso à memória, tempo de resposta de periféricos e tempo de resposta a interrupções requeridas por outro dispositivo. Portanto faz-se necessária uma descrição completa de todo o sistema para uma análise completa de seu desempenho.

Para obter-se alta velocidade, em hardware, encontra-se no mercado microcontroladores e processadores digitais de sinais que fornecem alta velocidade de processamento, dispondo de um número reduzido de instruções se comparados a microprocessadores que são utilizados para propósitos gerais e possuem um número maior de instruções, menor velocidade de processamento mas, em contrapartida, fornecem maior flexibilidade. Tratando-se ainda de velocidade, pode-se implementar o sistema em arquitetura paralela, que fornece alta desempenho a baixos custos possibilitando ainda uma configuração modular ao sistema. Velocidade de um bilhão de instruções por segundo já foi atingida utilizando esta arquitetura em um projeto desenvolvido pela Escore

Computer Corporation. A limitação para esta arquitetura encontra-se no desenvolvimento do software, que é de difícil desenvolvimento, e a não padronização de uma linguagem própria para esta arquitetura.

Processadores digitais de sinais são aplicados largamente no projeto de filtros digitais e Transformada Rápida de Fourier devido a grande velocidade de processamento destes componentes.

Cita-se a seguir alguns chips utilizados em processamento digital de sinal.

A Motorola está no mercado com a série DSP9600, possuindo comprimento de palavra de 32 bits, executando 13.3 milhões de operações por segundo (13 MIPS), 1034 pontos para Transformada Rápida de Fourier (FFT) em menos de 2[ms], 40 milhões de operações em ponto flutuante por segundo (40 Mflops) com um tempo de 75[ns] para o tempo de execução de cada instrução. A versão DSP9001 pode acessar 66.66 milhões de endereços externos por segundo, possibilidade de programação em linguagem C, possibilitando ainda que os registradores da ALU sejam configurados para tamanhos de palavras variando de 56 a 96 bits. O conjunto de instruções implementado é o IEEE 754 de 1985 apresentando precisão simples ou precisão simples com aritmética de ponto flutuante, possuindo 40 Mflops. A Texas Instruments fabrica a série TMS320, a NCR o modelo NCR45spds, a Philips com a família DSP501X. A Zoran o modelo VR34161, que fornece uma biblioteca em linguagem de alto nível em ROM, incluindo

dedicados enquanto, para os de propósitos gerais, encontra-se as grandes indústrias. Portanto, a escolha de um determinado chip será definida pelas necessidades de cada projeto em particular, tendo uma grande chance de serem atendidas por um chip em particular, devido a grande disponibilidade de modelos com diversidade de características.

### **III.5- Efeitos da Quantização e Arredondamento em Sistemas de Controle Discreto**

Em um sistema de controle discreto, os efeitos da quantização e arredondamento são encontrados em diversos pontos do sistema, como por exemplo, os erros na quantização das variáveis de entrada e saída do processo, arredondamentos nas operações aritméticas e nos coeficientes do controlador.

Alguns efeitos, como por exemplo, ciclos limites, causados por não linearidades que aparecem em sistemas discretos, causados por arredondamentos e erros das quantizações podem levar o sistema a instabilidade.

Estudos efetuados por Knowes et al. (1965), Ushio (1987), Bennett e Prashu demonstram as consequências dos erros causados por arredondamento e quantização em sistemas discretos, como em controladores e filtros digitais.

### III.5.1- Quantização dos Coeficientes do Controlador

Erros de quantizações de coeficientes do controlador podem ser considerados desprezíveis se comparados às aproximações feitas na modelagem do processo (Hanselmann,1987).

### III.5.2- Quantização de Variáveis

Pelo fato de se ter comprimento de palavra finita em computador, faz-se necessária uma aproximação do valor de variáveis, através de truncamento ou arredondamento. Há uma diversidade enorme com que se pode representar números binários. Duas das formas mais comumente utilizadas são as representações em ponto flutuante e ponto fixo. As vantagens e desvantagens de cada uma destas representações, além de uma extensa referência bibliográfica são apresentadas em Hanselmann (1987).

### III.6- Escalonamento

A necessidade de escalonamento é principalmente justificada quando se utiliza aritmética de ponto fixo, tendo como finalidade evitar overflow e diminuir os efeitos de quantização.

Escalonamentos podem ser feitos em variáveis de entrada e saída, no vetor de estados e produtos escalares. Hanselmann (1987) menciona alguns métodos de escalonamento.



### III.7- Linguagem de Programação

Em sistemas de controle onde alta velocidade não se faz necessária, pode-se utilizar linguagens de alto nível.

Alguns chips dedicados, como os apresentados anteriormente, fornecem alta velocidade em linguagens de alto nível, o que antes era possível apenas utilizando-se linguagem de máquina.

Uma boa metodologia seria utilizar linguagem de alto nível nas partes do software que não são críticas, do ponto de vista de velocidade; e linguagem assembler nas partes que requerem maior velocidade.

A maior dificuldade na programação encontra-se em sistemas com arquitetura paralela, devido a não existência de uma linguagem padronizada para este fim.

A linguagem de programação a ser utilizada dependerá basicamente, da velocidade de processamento requerida e do compilador disponível.

### III.8- Conclusão

Pelos pontos expostos anteriormente nota-se que várias áreas da engenharia e matemática são necessárias para o projeto de controladores digitais, o que implica numa tarefa difícil.

Uma ferramenta que auxilia enormemente o engenheiro de controle é a utilização de computadores digitais para simulação do comportamento de sistemas de controle antes

destes entrarem em operação, sendo que atualmente projetos auxiliados por computador tem-se tornado uma rotina (Macfarlane et alii, 1989).

Alguns dos problemas que aparecem no projeto de controladores digitais foram expostos, mencionando-se várias fontes que interessados em se aprofundar no assunto podem recorrer.

## IV- PID - O CONTROLADOR PADRÃO DO SETOR INDUSTRIAL

### IV.1- Introdução

Problemas de controle podem ser resolvidos na grande maioria dos casos utilizando-se um controlador bem conhecido - O controlador PID. Este controlador é formado, basicamente, pelas seguintes unidades:

- Componente proporcional, onde a saída é diretamente proporcional à entrada por um fator  $K_p$  de proporcionalidade.
- Componente integral, onde a saída é obtida pela integração da entrada em função do tempo multiplicando-se o resultado por uma constante de integração  $K_i$ ;
- Componente derivativa, onde a saída é obtida pela derivação da entrada, em relação ao tempo, multiplicando-se o resultado por uma constante de derivação  $K_d$ .

A equação no domínio do tempo para um controlador ideal contendo as unidades apresentadas anteriormente é.

$$y(t) = K_p * u(t) + K_i \int_0^t u(t) dt + K_d d/dt(u(t)) \quad (4.1)$$

onde  $u(t)$  e  $y(t)$  são respectivamente a entrada e saída do controlador. No domínio da frequência têm-se:

$$Y(S) = [K_p + K_i * 1/S + K_d * S] * U(S) \quad (4.2)$$

Limitações práticas impedem a implementação analógica direta de (4.1) e (4.2) (por exemplo limitações no ganho de amplificadores operacionais).

#### IV.2- Implementação de Controladores PID Digitais

Todos os métodos desenvolvidos para o projeto de controlador PID analógicos podem ser utilizados no projeto de controladores PID digitais. Isto é possível desde que se faça uma discretização que preserve aproximadamente as características do controlador analógico projetado a priori. Para a discretização existem diferentes métodos que podem ser empregados. Sendo uma das possíveis representações discretas do controlador PID fornecida pela transformação de Tustin onde:

$$S = \frac{2(Z-1)}{T(Z+1)} \quad (4.3)$$

Aplicando em

$$G_{p,d}(s) = Y(s)/U(s) = k_p + k_i \cdot 1/S + k_d \cdot S \quad (4.4)$$

tem-se:

$$G_{p,d}(z) = k_p + k_i \frac{T(Z+1)}{2(Z-1)} + k_d \frac{2(Z-1)}{T(Z+1)} \quad (4.5)$$

Uma outra estrutura de controlador PID muito utilizada (Ackermann, 1985) é:

$$G_{p,d}(s) = k_p + k_i \cdot 1/S + k_d \cdot \frac{S}{1+t_d S} \quad (4.6)$$

Aplicando-se a transformada de Tustin em (4.6), tem-se:

$$G_{p,d}(z) = k_p + k_i \frac{T(Z+1) + k_d 2(Z-1)}{2(Z-1) T[2t_s(Z-1) + (Z+1)]} \quad (4.7)$$

Uma representação apropriada para implementação analógica ou digital que leva em consideração as limitações impostas ao projeto do controlador analógico é fornecida pela seguinte equação (Bulher, 1979).

$$G_{p,d}(S) = Y(S)/U(S) = \frac{K_p(1+ST_m)(1+ST_v)}{(1+ST_a)(1+ST_b)(1+ST_c)} \quad (4.8)$$

A figura 4.1 representa a Resposta harmônica de um controlador PID definido pela equação (4.8) onde a condição de ganho finito para amplificadores operacionais foi levada em consideração na obtenção do controlador PID analógico. Os parâmetros  $T_a$ ,  $T_m$ ,  $T_v$ ,  $T_b$  e  $T_c$  são escolhidos observando-se as características exigidas para a resposta harmônica e transitória do processo.

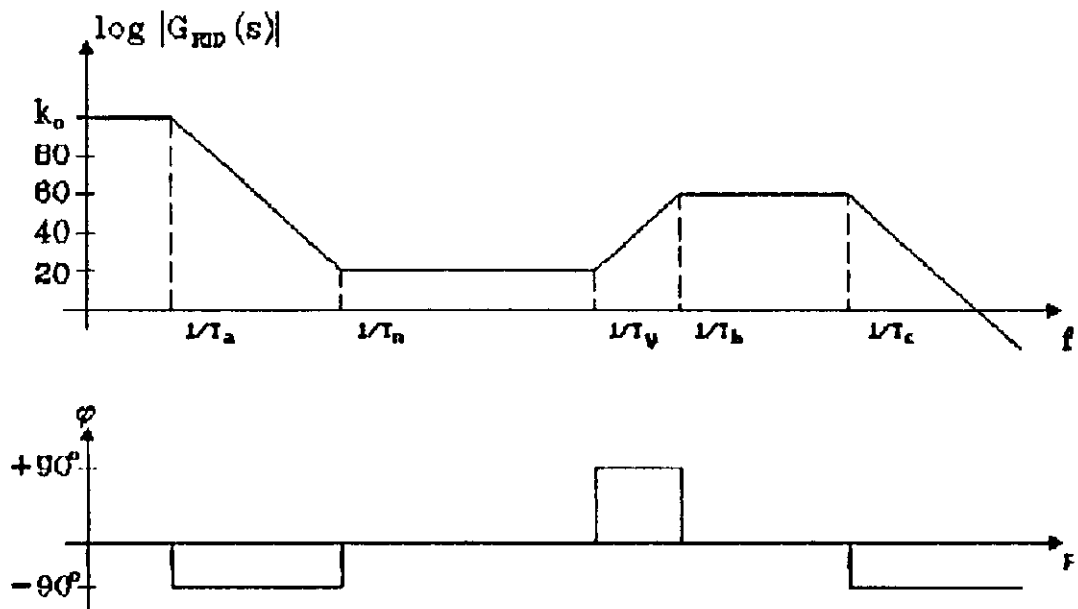


Fig. 4.1- Resposta harmônica de um controlador PID descrito pela equação 4.8.

Esta estrutura de controlador PID foi utilizada por Blodow (1986) para testes de um algoritmo para eliminação de transitórios em controladores adaptativos.

No domínio do tempo tem-se a seguinte equação para a representação do controlador:

$$\ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_2 y = b_1 \ddot{u} + b_2 \dot{u} + b_3 u \quad (4.9)$$

Em equação de estado tem-se:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + b \cdot u(t) \quad (4.10)$$

Na forma canônica, obtém-se Chen (1984):

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 0 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + b_1 \cdot u(t) \\ \dot{x}_2 &= 0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3 + b_2 \cdot u(t) \\ \dot{x}_3 &= -a_3 \cdot x_1 - a_2 \cdot x_2 - a_1 \cdot x_3 + b_3 \cdot u(t) \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$y(t) = CX; \quad C = [1 \ 0 \ 0]$$

cuja representação matricial é:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= AX(t) + b \cdot u(t) \\ y(t) &= CX(t) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Onde  $u(t)$  e  $y(t)$  são respectivamente a entrada e saída do controlador. Utilizando-se o método de discretização apresentado pelas equações (3.7, 3.8 e 3.9) e com segurador de ordem zero Obtendo-se:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= a_{11}(T) x_1(k) + a_{12}(T) x_2(k) + a_{13}(T) x_3(k) + b_1 u(k) \\ x_2(k+1) &= a_{21}(T) x_1(k) + a_{22}(T) x_2(k) + a_{23}(T) x_3(k) + b_2 u(k) \\ x_3(k+1) &= a_{31}(T) x_1(k) + a_{32}(T) x_2(k) + a_{33}(T) x_3(k) + b_3 u(k) \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$y(k) = CX(k); \quad C = [1 \ 0 \ 0]$$

Para o projeto de controladores PID, tanto digitais quanto analógicos, existem vários métodos para o cálculo dos parâmetros do controlador. A seguir apresenta-se alguns destes métodos.

#### **IV.3- Métodos de Ajuste de Controladores PID.**

O ajuste de controladores PID teve como um dos primeiros métodos o desenvolvido por Ziegler & Nichols (Takahashi et alii, 1971). Desde que o controlador PID teve grande aceitação na indústria, os métodos de ajuste proliferaram.

##### **IV.3.1- Método de Ziegler & Nichols.**

Como um dos primeiros métodos para ajuste ótimo de controladores tem-se o método de Ziegler & Nichols (Takahashi et al., 1971).

Dois procedimentos são mencionados, sendo um baseado na forma do sinal da resposta do processo sob ação de uma entrada degrau unitário e o outro baseado na informação obtida no limite de estabilidade com o processo sob uma ação de controle proporcional.

Através da obtenção de dois parâmetros o primeiro método calcula as constantes proporcional, integral e derivativa do controlador. Sendo estes parâmetros, L e R, obtidos da curva de resposta ao degrau, como demonstra a figura 4.2.

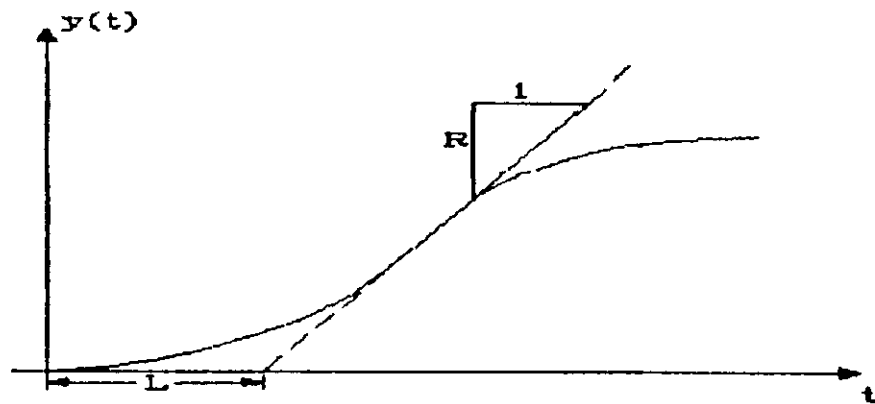


Fig. 4.2- Resposta do sistema ao degrau unitário

Onde  $R$  é a inclinação máxima da tangente da resposta ao degrau unitário do processo e  $L$  é o tempo de resposta do processo.

Para o cálculo dos valores ótimos do controlador Ziegler & Nichols propuseram as seguintes fórmulas de cálculo:

$$K_p = 1/RL; \text{ para controlador P}$$

$$K_p = 0.9/RL \text{ e } T_i = 3.3L; \text{ para controlador PI}$$

$$K_p = 1.2/RL, T_i = 2L \text{ e } T_d = 0.5L; \text{ para controlador PID}$$

Onde  $K_p$ ,  $T_i$  e  $T_d$  são respectivamente o ganho do controlador, constante de tempo de integração e constante de tempo derivativa. Sendo a função de transferência do controlador dada por:

$$G(s) = K_p (1 + L/T_i S + T_d S)$$

A figura 4.3 demonstra o segundo princípio utilizado, para o cálculo do controlador, por Ziegler & Nichols.



Canho ajustado para limite  
de estabilidade

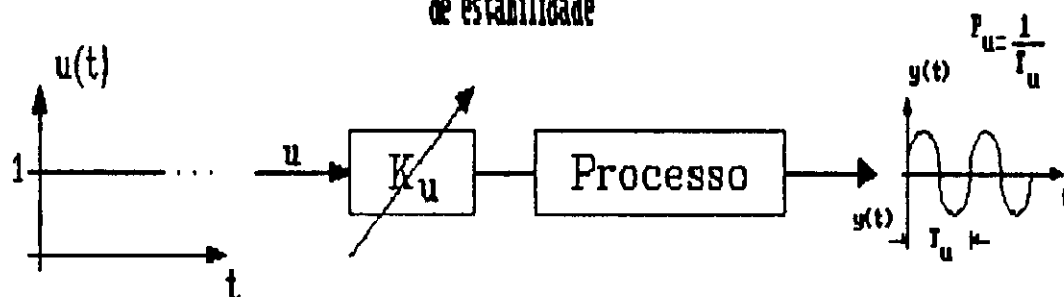


Fig. 4.3- Resposta do sistema ao degrau unitário para a condição de ganho máximo  $K_u$ .

Calculando-se os parâmetros do controlador a partir de:

$$K_p = 0.5 \cdot K_u; \text{ para controlador P}$$

$$K_p = 0.45 \cdot K_u, T_i = 0.43 \cdot P_u; \text{ para controlador PI}$$

$$K_p = 0.6 \cdot K_u, T_i = 0.5 \cdot P_u \text{ e } T_d = 0.125 \cdot P_u; \text{ para controlador PID.}$$

Onde  $K_u$  representa o ganho máximo permitido para o sistema oscilar na condição de estabilidade e  $P_u$  a frequência de oscilação da saída do processo para a condição de ganho máximo.

O índice de desempenho utilizado para a minimização do erro foi o IAE (Integrated absolute error) dado pela fórmula.

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$$

Ziegler & Nichols observaram que a resposta dos processos apresentavam uma diminuição de 1/4 na amplitude da resposta para a frequência natural não amortecida

utilizando os procedimentos propostos.

#### IV.3.2- Método de Takahashi

As regras de ajustes desenvolvidos por Takahashi (1971) para sistemas DDC (Direct digital control) são extensões dos métodos de Ziegler & Nichols para o caso de controlador PID digital. Neste caso, além dos parâmetros L e R tem-se que levar em consideração o efeito do período de amostragem no cálculo dos parâmetros do controlador. Este método de ajuste tem um comportamento tal que, quando se escolhe um período de amostragem tendendo para zero as fórmulas "...convergiriam para as conhecidas fórmulas de ajuste de Ziegler & Nichols."

Para fins de análise utilizou-se o seguinte procedimento para se chegar ao controlador PID digital.

Partindo-se do controlador PID no domínio do tempo, i.e.:

$$u(t) = K_p \left( e(t) + 1/T_i \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{d}{dt} e(t) \right)$$

com

$$e(t) = r(t) - g(t)$$

Onde  $r(t)$  e  $g(t)$  são respectivamente o sinal de referência e a resposta do sistema.

Considerando-se um período de amostragem  $T$ , simplificando-se a notação obtém-se:

$$e(K) = e(KT); u(K) = u(kT); r(K) = r(KT); g(K) = g(KT)$$

para  $K=1,2,3, \dots$

chega-se a:

$$U(K) = K_p (e(K)+1/T, (e(0)/2+e(1)/2+\dots+e(K-1)/2+e(K)/2)+T_d/T * [e(K)-e(k-1)])$$

Onde foi considerado uma aproximação trapezoidal para o termo integral e uma diferença de primeira ordem para o termo derivativo.

Para implementação em computador digital é conveniente uma forma recursiva, logo têm-se:

$$U(K) = U(K)-U(K-1) = K_p (e(K)-e(K-1)+1/T, [e(K-1)/2+e(K)/2])T+T_d/T[e(K)-2e(K-1)+e(K-2)])$$

desde que:

$$e(k)=r(K) - g(K) \text{ e } r(k)=r(k-1)=r(k-2)$$

tem-se:

$$U(K) = K_p ([g(K-1)-g(k)]+[r(K)-(g(K-1)/2+g(K))]T/T, +T_d/T[2g(K-1)-g(K-2)-g(K)])$$

Em uma fórmula mais explícita, temos:

$$u(K) = K_p^* (g(K-1)-g(K)+K_i [r(K)-g(K)+K_d (2g(K-1)-g(K-2)-g(K))])$$

Onde

$$K_p^* = K_p - (1/2)K_i ; K_i = K_p T/T_i \text{ e } K_d = K_p T_d/T$$

A equação para o controlador PID digital apresentada acima para sua implementação algorítmica é conhecida por Velocity Algorithm.

Utilizando-se um índice de desempenho quadrático para o erro (ISE), i. e.:

$$J = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt$$

Partindo-se do primeiro método descrito por Ziegler & Nichols para obtenção dos parâmetros R e L, chegou-se as seguintes fórmulas para o cálculo dos parâmetros do controlador:

$$K_p = 1/R(L+T); \quad \text{para o controlador P}$$

$$K_p = 0.9/R[L+(1/2)T] - (1/L)K_i; \quad \text{para o controlador PI}$$

$$K_i = 0.27/R[L+0.5T]$$

$$K_p = 1.2/R(L+T) - (1/L)K_i;$$

$$K_i = 0.6T/R[L+(1/2)T]^2; \quad \text{para o controlador PID}$$

$$K_d = 0.5/RT \text{ ou } K_d = 0.6/RT.$$

Utilizando-se o segundo método de Ziegler & Nichols, para obtenção de parâmetros Ku e Pu, chega-se a:

$$K_p = (1/2)Ku; \quad \text{para o controlador P}$$

$$K_p = 0.45Ku - 0.5K_i; \quad \text{para o controlador PI}$$

$$K_i = 0.54(Ku/Pu)T.$$

e finalmente

$$K_p = 0.6Ku - (1/2)K_i;$$

$$K_i = 1.2(Ku/Pu)T; \quad \text{para o controlador PID}$$

$$K_d = (3/40)(KuPu/T).$$

Sendo este método portanto uma extensão do método de Ziegler & Nichols para o caso dos controladores PID digitais.

#### IV.3.3- Método de Horng et al.

O desenvolvimento deste trabalho é baseado em propriedades de polinômios ortogonais discretos. Os parâmetros do controlador PID são determinados através da solução de um conjunto de equações lineares utilizando o método de mínimos quadrados.

Especificações para a resposta em malhas fechadas tais como overshoot, tempo de acomodação e tempo de resposta podem ser satisfeitos.

Para um processo de orden n com função de transferência definida por:

$$G_p(Z) = \frac{b_{n-1}Z^{n-1} + b_{n-2}Z^{n-2} + \dots + b_1Z^1 + b_0}{Z^n + a_{n-1}Z^{n-1} + a_{n-2}Z^{n-2} + \dots + a_1Z + a_0} \quad (4.14)$$

Sendo um controlador PID

$$G_{p+id}(Z) = K_p + \frac{K_i T(Z+1)}{2(Z-1)} + \frac{K_d(Z-1)}{TZ} \quad (4.15)$$

obtem-se a seguinte função de transferência para o sistema:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G_{p+d}(z)G_p(z)}{1+G_{p+d}G_p(z)}$$

Recorrendo-se a propriedade de polinômios ortogonais discretos, pode-se especificar os valores para a saída  $Y^*$ , ou seja:

$$Y^*(K) = [Y_0^* \quad Y_1^* \quad Y_2^* \dots Y_{n-1}^*] \quad (4.16)$$

Onde  $Y_i^*$  são valores desejados para a saída em cada instante  $i$  até  $n-1$ .

Após uma elaborada manipulação matemática obteve-se a seguinte forma compacta:

$$KQ = S$$

onde:

$$K = [K_2 \quad K_1 \quad K_0] \quad (4.17)$$

Sendo que:

$$\begin{aligned} K_2 &= K_p + (T_0/2K_1) + K_d/T; \\ K_1 &= T/2K_1 - 2K_d/T - K_p \\ K_0 &= K_d/T \end{aligned} \quad (4.18)$$

Para se obter os valores otimizados de  $K$ , tem-se que obter valores minimizados de

$$J = [KQ - S][KQ - S]^T \quad (4.19)$$

Para a estimação de  $K$  recorreu-se ao método dos mínimos

quadrados, chegando-se a:

$$K = SQ^T(Q Q^T)^{-1} \quad (4.20)$$

Se a matriz  $[Q Q^T]$  for não singular, os valores especificados de  $Y^*$  poderão ser obtidos através do cálculo de  $K$  pela equação (4.20). Se a matriz  $[Q Q^T]$  não possuir inversa, isto implica que para o processo em consideração os valores  $Y^*$  especificados para a saída não podem ser fornecidos por nenhum controlador PID utilizando este método. Repete-se o procedimento até que, definindo-se um  $Y^*$  apropriado, a matriz  $[Q Q^T]$  possua inversa; resultando de (4.18) e (4.20) os valores dos parâmetros para o controlador PID.

#### IV.3.4- Método de Kraus et al.

O método de ajuste proposto por Kraus et al. é baseado na técnica de reconhecimento da forma (Pattern recognition). Uma tendência atual para pesquisas neste campo tem-se verificado principalmente no Japão. Nos Estados Unidos, uma das primeiras patentes utilizando esta técnica, no projeto de controladores, foi requerida pela Foxboro Co. para um controlador inteligente denominado Exact. Neste controlador o usuário tem apenas que definir a resposta desejada através da seleção do amortecimento e overshoot permitido pelo processo.

Como o controlador é de Propósito geral, i.e.,

independente da planta, este não requer um modelo da planta na qual será incorporado. Segundo Kraus et al. um controlador auto ajustável deve possuir as seguintes características:

- Permitir rápida inicialização;
- Redução de pessoal especializado;
- Operar na presença de ruído, variações dinâmicas, tempo de atraso da resposta, trocas nas variáveis de referência e perturbações na carga;
- Manter ajuste para as condições atuais de funcionamento;
- Reduzir gastos na operação do sistema.

O procedimento para se obter este controlador é omitido provavelmente devido a sigilo industrial, sendo mencionado apenas que "As regras de ajustes são baseadas nas corriqueiramente utilizados por engenheiros de controle experientes".

Através de testes em quatorze diferentes processos submetidos a variações de carga, sinal de referência, variações no tempo de resposta, não linearidades, ruídos e variações na dinâmica dos processos obteve-se respostas satisfatórias comprovando a robustez do método de ajuste.

Pode-se ainda citar, para concluir, os métodos desenvolvidos por Ohta et al. (1986), Gawthrop (1984),



Yahagi (1973), Rivera et al. (1986) e Luyben (1986).

Procurou-se neste capítulo fornecer algumas idéias a respeito do projeto do controlador PID, motivado principalmente pela larga utilização de controladores PID na indústria (aproximadamente 90 [%] dos controladores atualmente utilizados em controle de processos são do tipo PID). Uma atenção especial foi dada ao levantamento de técnicas de ajuste dos controladores PID.

## V- METODO PROPOSTO PARA TROCA DE PARAMETROS EM CONTROLADORES ADAPTATIVOS

### V.1- Introdução

Para a troca de parâmetros de controladores On Line existem dois problemas envolvidos (Astron-1984): Um diz respeito a programação em tempo real e o outro, um problema algorítmico, i.e., pode haver transitórios quando os parâmetros do controlador são trocados no algoritmo de controle.

A seguir será tratado apenas o problema de transitórios na troca dos parâmetros de controladores digitais adaptativos, apresentando-se um método para a eliminação deste problema.

### V.2 - Modelo do Controlador Utilizado para Simulações

Sendo o controlador PID considerado padrão para o setor industrial, nada mais conveniente do que fazer um estudo baseado em seu modelo.

A configuração PID proposta por Bulher (1979) tanto pode ser implementada por componentes analógicos quanto digitais pois, nesta modelagem, foi levada em consideração a característica de ganho finito para amplificadores operacionais. Os gráficos de amplitude e fase do controlador são representados de maneira assintótica pela figura 4.1.

O controlador fornece resultados satisfatórios para

faixa de operação linear. Desde que a maioria dos processos a serem controlados varia de um modo não linear com o tempo tem-se que fazer uma linearização do processo para que o controlador proposto possa ser empregado. O procedimento é considerar a operação do sistema como tendo uma variação linear em torno de um ponto de trabalho, i.e., o trajeto não linear é aproximado por vários seguimentos de reta. O controlador necessitará portanto ter vários pontos de operação definidos para cada seguimento de reta.

Para cada ponto de trabalho é necessário a definição de uma equação do tipo (4.13) para o controlador, resultando desta condição:

$$X(K+1) = A_i(T)X(KT) + b_i u(Kt) \quad (5.1)$$

Onde  $A_i$  e  $b_i$  quando modificados para  $A_{i+1}$  e  $b_{i+1}$  irão definir o novo ponto de operação,  $i+1$ , para o controlador. Com  $i=1, \dots, n$ . Onde  $n$  define o número de pontos de trabalho do controlador em torno do qual o processo é linearizado. O número  $n$  depende do grau da não linearidade do processo.

### **V.3- Realização do chaveamento de parâmetros por correção dos estados $X(k)$ do Controlador**

A proposta do método exposto a seguir é a elaboração de um algoritmo para realizar a troca de parâmetros em controladores adaptativos de tal modo que o transitório, presente no momento da adaptação, seja removido. O algoritmo

trabalhará baseado em equação de estado, podendo tanto ser aplicado a sistemas SISO quanto a sistemas MIMO.

### V.3.1- Observador de Kalman

Partindo-se da representação de um sistema dinâmico como descrito pela equação (5.2).

$$\begin{aligned} X(k+1) &= AX(k)+BU(k) \\ Y(k) &= CX(k) \end{aligned} \tag{5.2}$$

Para este sistema pode-se implementar um observador de tal modo que os estados  $x_i(k)$  do observador possam ser estimados a partir das entradas e saídas do processo, obtendo-se um observador como o definido pela equação (5.3)

$$X_o(k+1) = FX_o(k)+GU(k)+HY(k) \tag{5.3}$$

Luemberguer (Ackermann, 1985) demonstra que F, G e H podem ser escolhidas tal que  $X_o(k)$  aproxima-se assintoticamente de  $X(k)$ .

Supondo que uma perturbação tenha afetado o processo (eq. 5.2) mas não o modelo (eq. 5.3) o que acarretaria uma condição inicial onde  $X_o(k) \neq X(k)$  ocasionando um erro:

$$X_e(k) = X(k)-X_o(k) \tag{5.4}$$

Subtraindo-se a equação (5.3) da equação (5.2), chega-se a:

$$X_e(k+1) = FX_e(k)+(A-F-HC)X(k)+(B-G)U(k) \tag{5.5}$$

O erro  $X_w(k+1)$  pode ser levado assintoticamente para zero desde que se obtenha uma equação (5.5) estável, i. e., através da escolha das matrizes F e G, tal que:

$$F = A - HC \quad (5.6)$$

$$G = B \quad (5.7)$$

Resultando daí um sistema assintoticamente estável do tipo:

$$X_w(k+1) = (A - HC)X_w(k) \quad (5.8)$$

A escolha de  $G=B$  garante que os estados de  $X_w(k)$  não serão controlados por  $U(k)$ , i. e., se  $X_w(k)$  tiver se tornado zero, então a influência da entrada não mais produzirá erro  $X_w(k)$ .

Com as condições (5.6) e (5.7) a eq. (5.3) torna-se:

$$\begin{aligned} X_o(k+1) &= (A - HC)X_o(k) + BU(k) + HY(k) \\ &= AX_o(k) + BU(k) + H(Y(k) - CX_o(k)) \\ X_o(k+1) &= AX_o(k) + BU(k) + HCX_w(k) \end{aligned} \quad (5.9)$$

O sistema resultante é um observador de ordem n para a planta definida pela equação (5.2), i. e., um modelo do processo governado pelo erro  $X_w(k)$ . A figura 5.1 apresenta a estrutura do observador resultante.

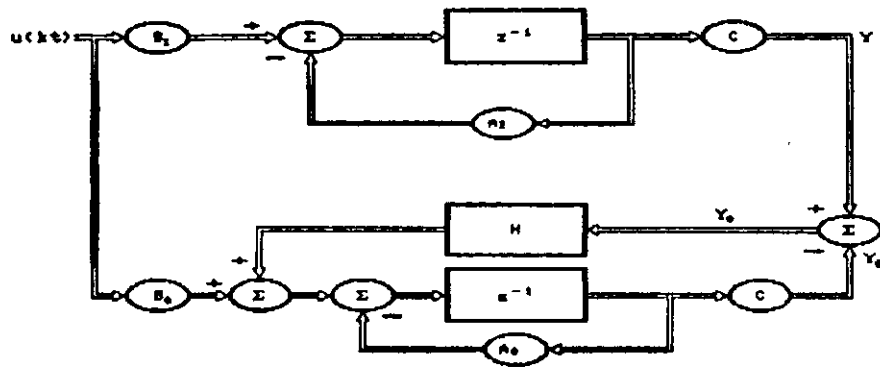


Fig. 5.1- Estrutura do observador de Kalman de ordem n.

A diferença  $CX_e(k)$  entre o valor pré calculado  $Y_0(k)$  e o valor  $Y(k)$  tornar-se-á zero se os estados do observador e da planta forem idênticos. O observador será então apenas um modelo da planta o qual é governado por  $U(k)$ .

Se o sistema for observável então pode-se definir a dinâmica para a equação do erro pela escolha adequada da matriz de ganhos  $H$ . Pode-se definir pólos reais ou complexos como zeros do polinômio característico da equação (5.8), i. e.:

$$\begin{aligned} Q(z) &= q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_{n-1} z^{n-1} + z^n \\ &= (z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_n) \end{aligned} \quad (5.10)$$

para  $A$ ,  $C$  e  $Q$  fornecidos, determina-se a matriz de ganhos  $H$  do observador tal que:

$$\text{Det}(ZI - A + HC) = Q(z) \quad (5.11)$$

A solução da eq. (5.10) para  $H$  corresponde basicamente a

alocação de pólos para o caso de sistemas multivariáveis, i. e., para o caso de realimentação de estados  $U(k)=-KX(k)$ , sendo  $K$  escolhido tal que:

$$\text{Det}(ZI-A-BK) = P(z) \quad (5.12)$$

Este sistema é similar (leia-se dual em relação ao problema de estimação) ao representado pela eq. (5.10) desde que se modifique  $A$  para  $A^T$ ,  $B$  para  $C^T$  e  $K$  por  $H^T$ , chegando-se a:

$$\text{Det}(ZI-A^T+C^T H^T) = Q(z)$$

Além do método de alocação de pólos para obtenção da matriz de ganhos  $H$ , pode-se utilizar uma função de custo quadrática (que tem seu dual em controle no problema de realimentação ótima de estados).

O problema da minimização de transitórios na saída de controladores adaptativos no momento da troca de parâmetros é aqui solucionado a partir da definição de uma função de custo quadrática tal que os valores da saída para controle  $Y(k)$  sejam selecionadas de acordo com as necessidades especificadas para transitórios, overshoot, etc. O que é possível de se obter desde que se utilize uma função custo quadrática do tipo apresentada por Mota (1981), i. e.:

$$J = \sum_{i=0}^{\infty} [Y^T Q_c Y + U^T R U]$$

Onde  $Q_c$  e  $R$  são matrizes diagonais.

A resposta para este problema de otimização é obtido pela resolução da equação de Riccati (Ackermann, 1985).

Desde que  $Y(k)=CX(k)$ , obtém-se:

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [X^T Q X + U^T R U]$$

Onde:

$$Q = C^T Q_c C$$

A saída  $Y(k)$  para controle é verificada através de simulações para várias matrizes  $R$  e  $Q$ . Se a saída  $Y(k)$  não estiver de acordo com a exigida, uma nova tentativa é feita através da escolha de novos valores para as matrizes  $R$  e  $Q$  para obtenção do valor adequado da matriz de ganhos  $H$ . O algoritmo utilizado para solução da equação de Riccati encontra-se em Jacquot (1981).

### V.3.2- Procedimento para Adaptação

Se, no instante da adaptação, o vetor  $X(KT)$  na equação (5.1) não sofrer nenhuma correção além das causadas pela atualização dos parâmetros do controlador PID, a saída ficará afetada por transitório. Deve-se eliminar este transitório através da correção das condições do vetor de estado  $X(KT)$  no momento da adaptação.

O método a ser apresentado baseia-se na estrutura do observador de Kalman no qual utilizando-se um índice de desempenho quadrático para o cálculo da matriz de ganhos  $H$  do observador.

A eliminação de transitórios será obtida pela escolha



adequada dos valores iniciais das matrizes de penalização R e Q da equação de Riccati discreta (Jaquot 1981). Onde no modelo do sistema tem-se:

$$X(k+1) = A_1 X(k) + B_1 U(k)$$

$$Y(k) = C X(k)$$

Representa os estados antes da troca dos parâmetros do controlador e a saída para controle.

$$X_{\omega}(k+1) = A_1 X(k) + B_1 U(k) + H(Y(k) - Y_{\omega}(k))$$

$$Y_{\omega}(k) = C X_{\omega}(k)$$

Representa os estados e a saída para controle corrigidos do controlador para evitar transitórios.

A eliminação de transitórios é obtida através da correção adequada de  $X_{\omega}(k+1)$  no instante de adaptação como indica o algoritmo apresentado na figura 5.2, retardando-se a atualização de  $A_{\omega}$  e  $B_{\omega}$  para  $A_{i+1}$  e  $B_{i+1}$  até que o erro  $Y(k) - Y_{\omega}(k)$  seja minimizado tal que a saída  $Y_{\omega}(k)$  para controle não mais apresente transitórios.

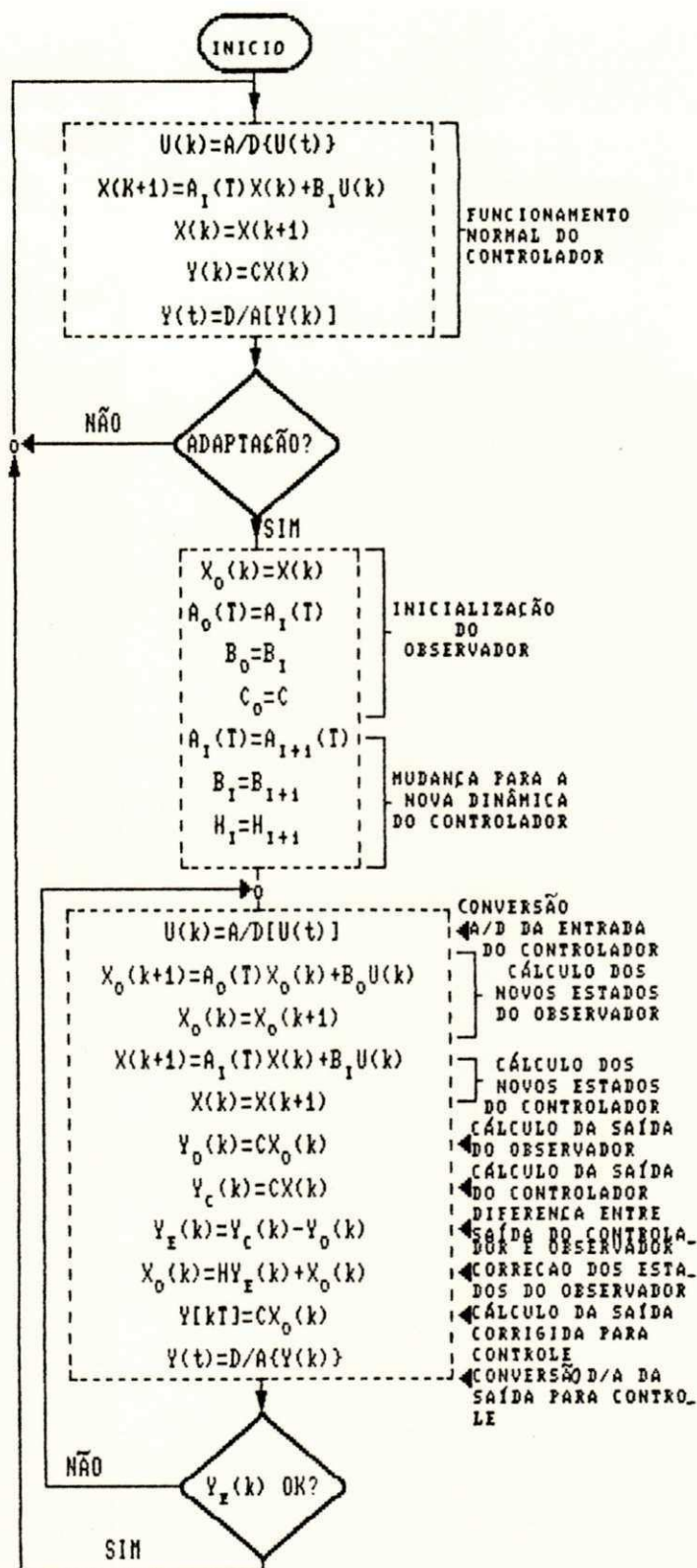
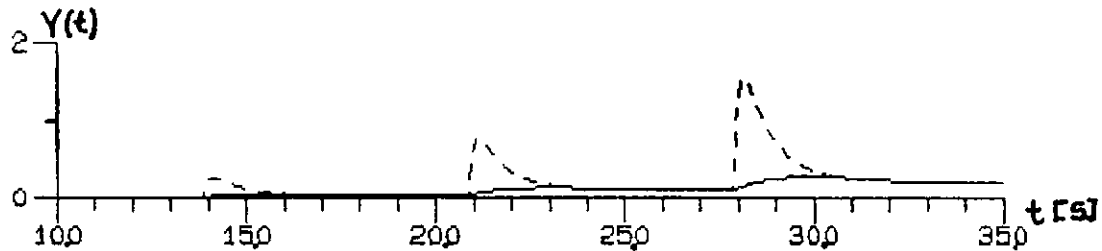
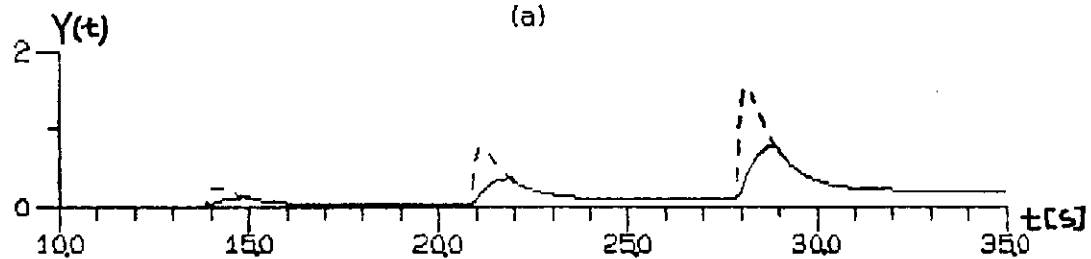


Fig. 5.2- Algoritmo para adaptação de parâmetros em controladores adaptativos.

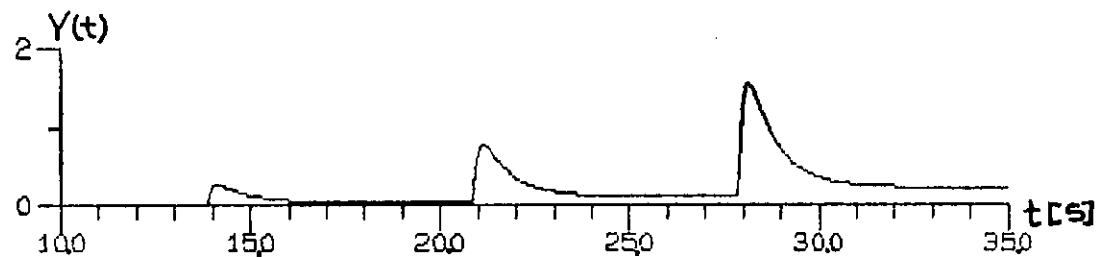
Resultados de Simulações são apresentadas nas figuras 5.3 a, b e c utilizando diferentes valores iniciais para as matrizes R e Q para a solução da equação de Riccati que fornecerá o valor ótimo para a matriz de ganhos H.



(a)



(b)



(c)

Fig. 5.3 - Simulações para diferentes valores iniciais das matrizes Q e R da equação de Riccati.

Como se pode observar (fig. 5.3) o efeito do método utilizado para a troca de parâmetros do controlador atua com uma ação smoothing sobre a saída do controlador fornecendo assim, uma saída para controle livre de transitórios.

## VI- Conclusão

As saídas obtidas pelas simulações apresentadas comprovam a validade do algoritmo proposto, desde que se faça a escolha adequada dos valores iniciais das matrizes R e Q. Os valores das matrizes peso R e Q onde se verificou os melhores resultados, de acordo com os valores previamente especificados para a saída de controle, corresponderam ao caso em que R possuía valores bem superiores a Q com melhor passagem quando a matriz Q era nula e  $R=100$ . O pior caso ocorreu quando R era aproximadamente igual a zero e a matriz Q possuía os valores de seus elementos diagonais iguais a 100.

Quando for necessária uma ação de controle antecipativa, como por exemplo ação derivativa, o algoritmo não poderá ser aplicado devido a sua ação smoothing sobre a saída para controle.

O problema de transitórios foi solucionado utilizando o conceito inverso ao aplicado em controle para observadores, i. e., o observador acompanhar o mais rápido possível, através da atualização de seus estados, as mudanças ocorridas no processo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- ACKERMANN, J. Sampled-Data Control Systems. Berlin, Springer, 1985.
- ASELTINE, J. A. et al. A survey of adaptive control systems. IRE Trans. Automatic Control Systems, December, pp. 102-108, 1958.
- ASTROM, K. J. ; EYKHOFF, P. System identification-A survey. Automatica, 5:123-162, 1971.
- ; WITTENMARK, B. On self tuning regulators. Automatica, 9:185-199, 1973.
- . Theory and applications of adaptive control-A survey. Automatica, 19:471-486, 1983.
- ; WITTENMARK, B. Computer Controlled System:Theory and Design. New York, Prentice-Hall, 1984.
- . Adaptive feedback control. IEEE Proc., 75:185-217, 1987.
- ; WITTENMARK, B. Adaptive control. New York, Addison-Wesley, 1989.
- BENNETT, W. R. Spectral of quantized signal. Fotocópia.

- BLODOW, F. Realisierung der geschalteten adaption digitaler regler im zustandsraum mit microrechnern. Automatisierungstechnik, 34:124-128, 1986.
- BULHER, H. Electronique de régulation et de commande. Paris, Dunod, 1979.
- BULHER, H. Réglages échantillonnés. v. 1, Paris, Presses Polytechniques rommondes, 1985.
- CHEN, C. T. Linear Systems Theory and Design, New York, Holt-Rinehart and Wiston, 1984.
- CICCARELLA, G. F. et al. Microcomputer implementation of adaptive controllers for continuous sytems. Microcomputer Applications, 4(3):78-83, 1985.
- GAUTHROP, P. J. Self-Tuning pid controllers: algorithms and implementations. IEEE Trans. Automatic Control. AC-31(3):201-209, mar. 1986.
- GUPTA, S. R. et al. An analog adaptive controller for on-line identification and control of a first-order process with time-varying gain. ISA Trans., 13(1):59-69, 1974.
- HANSELMANN, H. Implementation of digital controllers. Automatica. 23(1):7-32, 1987.
- HORNG, I. et al. Digital pid controller design via general discrete orthogonal polynomials. Int. Journal of Control, 47(1):187-192, 1988.

- ISERMAN, R. Digital control system. Berlin, Springer, 1981.
- JACQUOT, R. G. Modern digital control systems. New York, Marcel Dekker, 1981.
- KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. Trans. ASME, Journal of Basic Engineering, 82:35-45, 1960.
- KATZ, P. Digital control using microprocessors. New York, Prentice-Hall, 1981.
- KNOWLES, J. B. et al. Effects of finite-word-length computer in sampled-data feedback system. IEE Proc., 112(6):1195-1207, June 1965.
- KNOWLES, J. B. et al. Finite word-length effects in multirate direct digital control systems. IEE Proc. 112(12):2376-2384, Dec. 1965.
- KRAUS, T. W. et al. Self-tuning pid controllers uses pattern recognition approach. Control Engineering. pp. 101-111, June 1985.
- LANDAU, I. D. A survey of model reference adaptive techniques-Theory and applications. Automatica, 10:353-379, 1974.
- LEE, H. G. Linearization of discrete-time systems. Int. Journal of Control, 45(5):1803-1822, 1987.

- LINDORF, D. P. et al. Survey of adaptive control using Liapunov design. Int. Journal of Control, 18(5):897-904, 1973.
- LUEMBERGER, D. G. Observers for multivariable systems. IEEE Trans. Automatic Control, AC-11(2):190-197, april 1966.
- LUEMBERGER, D. G. Canonical forms for linear multivariable systems. IEEE Trans. Automatic Control, AC-12(2):290-293, June 1967.
- LUYBEN, W. L. Simple method for tuning SISO pid control parameters in multivariable systems. Ing. Eng. Chem. Process Des. Dev. 25:654-660, 1986.
- MACFARLANE, A. G. J. et al. Future design environments for control engineering. Automatica. 25(2):165-176, 1989.
- MOLER, C. et al. Nineteen dubious ways to compute the exponential of a matrix. Fotocópia.
- MOTA, W. S. Optimal Control Techniques in the Design of Power System Stabilizers. Tese de Doutorado, Waterloo, Universidade de Waterloo, 1981.
- NIKIFORUK, P. N. et al. Self-zeroing self adaptive control system. IEEE Proc. 110(2):2280-2284, dec. 1963.
- OHTA, H. et al. A new optimization method of pid control parameters for automatic tuning by process computer. Fotocópia.



PRASHU, V. K. Some considerations of error bounds in digital systems. Fotocópia.

RABINER, L. R. ; GOLD, B. Theory and application of digital signal processing. New York, Prentice Hall, 1975.

RIVERA, D. E. et al. Internal model control. 4-PID controller design. Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev. no. 25, pp. 252-265, 1986.

SINHA, N. K. et al. Discrete time approximation of multivariable continuous-time systems. IEEE Proc. 130(3):103-110, may 1983.

TAKAHASHI, Y. et al. Parametereinstellung bei linearen DDC-algorithmen. Verlag R. Oldenbourg, 19:237-284, Jargang 1971.

TOU, J. T. Digital and sampled-data control systems. New York, MacGraw-Hill, 1959.

TSYPKIN, Y. Z. Adaptation, training and self-organization in automatic control systems. Automation Remote Control. 27(1):134-172, jan. 1966.

USHIO, T. Chaotic rounding error in digital control systems. IEEE Trans. Circ. and Systems. CAS-34(2):133-138, feb. 1987.

WILLIAMS, A. B. ; TAYLOR, F. J. Electronic Filter Design Handbook. New York, MacGraw-Hill, 1988.