

Projeto de Controladores PID Por Moldagem de Malha Para Modelos Não-Paramétricos

Clarisse Pétua Bosman Barros

Dissertação de Mestrado apresentada à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande - Campus de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Instrumentação e Controle

José Sérgio da Rocha Neto, D.Sc.

Orientador

Péricles Rezende Barros, Ph.D

Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil

©Clarisse Pétua Bosman Barros, Agosto de 2018

**" PROJETO DE CONTROLADORES PID POR MOLDAGEM DE MALHA PARA
MODELOS NÃO-PARAMÉTRICOS"**

CLARISSE PÉTUA BOSMAN BARROS

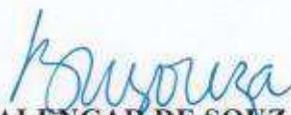
DISSERTAÇÃO APROVADA COM DISTINÇÃO EM 08/08/2018



JOSÉ SÉRGIO DA ROCHA NETO, D.Sc., UFCG
Orientador(a)



PÉRICLES REZENDE BARROS, Ph.D., UFCG
Orientador(a)



BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.Sc., UFCG
Examinador(a)



JAIDILSON JÓ DA SILVA, D.Sc., UFCG
Examinador(a)

CAMPINA GRANDE - PB

B277p

Barros, Clarisse Pétua Bosman.

Projeto de controladores PID por moldagem de malha para modelos não-paramétricos / Clarisse Pétua Bosman Barros. - Campina Grande, 2018.

116 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, 2018.

"Orientação: Prof. Dr. José Sérgio da Rocha Neto, Prof. Dr. Péricles Rezende Barros".

Referências.

1. Projeto de Controladores PID. 2. Processamento de Informação. I. Rocha Neto, José Sérgio da. II. Barros, Péricles Rezende. III. Título.

CDU 62-503.51(043)

Agradecimentos

Escrevo este texto em homenagem àqueles que contribuíram para a realização deste trabalho.

Inicialmente, agradeço aos meus pais, Péricles e Heliante, à minha irmã Fabrícia e ao meu irmão Pedro por todo o apoio e motivação ao longo de toda a minha vida e, em especial, aos dois últimos anos. Vocês são o que tenho de mais precioso.

Um agradecimento especial aos professores José Sérgio da Rocha Neto e Péricles Rezende Barros que me orientaram durante essa dissertação, pelo apoio e motivação por meio de críticas, sugestões e ensinamentos durante o desenvolvimento do trabalho. Vocês me ofereceram algo do mais valioso que existe: o conhecimento - a única coisa que ninguém pode tirar de mim.

Agradeço também aos colegas que viraram amigos do Laboratório de Instrumentação Eletrônica e Controle da UFCG pelos ensinamentos ao longo do convívio. Vocês fizeram meu dia-a-dia muito leve e divertido, compartilhamos desafios e me ajudaram a gostar ainda mais de meu trabalho. Todos são muito competentes e têm um futuro profissional incrível pela frente.

Por fim, agradeço aos meus amigos por todos os momentos maravilhosos e os conselhos valorosos. Amigos são a família que escolhemos e a felicidade da vida está nos momentos que aproveitamos.

Resumo

Existe uma necessidade de métodos para o projeto de controladores PID que sejam simples, mas que conduzam a sistemas em malha fechada que atendam às especificações de tempo e frequência de modo a serem aceitos no ambiente industrial.

Neste trabalho são descritos dois novos métodos para o projeto de controladores PID usando uma abordagem de programação linear para otimizar o desempenho, sujeito a restrições de robustez.

O primeiro método é baseado na moldagem da componente real da função de transferência ganho de malha.

O segundo método é baseado na moldagem de uma função de transferência ganho de malha de referência que forma uma região convexa no diagrama de Nyquist que contém e limita o ganho de malha projetado. A região convexa é aproximada por um conjunto de retas para a formulação de um problema de otimização linear. Também é apresentada uma especificação de desempenho opcional relacionada à frequência de cruzamento de ganho da malha projetada.

A classe de sistemas estáveis lineares de única entrada única saída invariantes no tempo é considerada e os problemas de otimização são propostos, resolvidos e analisados. As técnicas apresentadas ao longo deste trabalho são avaliadas em casos simulados para a verificação dos seus desempenhos.

Abstract

There is a need for methods for the design of PID controllers that are simple but lead to closed loop systems that match time and frequency specifications in order to be accepted in the industrial environment.

In this work are described two new methods to design PID controllers using linear programming approach for optimizing performance subject to robustness constraints.

The first method is based on the shaping of the real component of the loop gain transfer function.

The second method is based on the shaping of a reference loop gain transfer function which forms a convex region on the Nyquist diagram which contains and bounds the designed loop gain. The convex region is approximated by a set of lines in order to formulate a linear optimization problem. It is also presented an optional performance specification related to the crossover frequency of the designed loop gain.

The class of stable linear time-invariant single-input simple-output (SISO) systems is considered and the optimization problems are proposed, solved and analyzed. The techniques presented throughout in this work are evaluated on simulated cases to verify their performances.

Sumário

1	Introdução	9
1.1	Motivação	10
1.2	Objetivos	10
1.3	Contribuições	11
1.4	Revisão Bibliográfica	11
1.5	Organização do Texto	14
2	Sistemas de Controle: Estabilidade, Robustez e Desempenho	15
2.1	Introdução	15
2.2	Descrição do sistema	16
2.2.1	Descrição do sistema em malha fechada	16
2.2.2	Tipos de controladores considerados	18
2.3	Controle em malha fechada	19
2.3.1	Objetivos de controle	19
2.3.2	Estabilidade	22
2.3.3	Diagrama de Nyquist	25
2.3.4	Robustez	28
2.4	Especificações de projeto e critérios para avaliação	30
2.4.1	Especificações clássicas de projeto	30
2.4.2	Avaliação de projeto	31
2.5	Formulação do problema	33
2.5.1	Modelo da planta	33
2.5.2	Controlador PID	34
2.5.3	Critério de desempenho	34
2.5.4	Especificações de projeto e de robustez	35
2.5.5	O problema de controle	36
2.6	Conclusões	36

3	Moldagem de Malha Pela Componente Real	37
3.1	Introdução	37
3.2	Projeto do controlador	37
3.2.1	As restrições	37
3.2.2	O problema de otimização	39
3.3	Simulações	39
3.4	Conclusões	70
4	Moldagem de Malha Por Área Convexa	71
4.1	Introdução	71
4.1.1	Especificações de projeto e de robustez	72
4.1.2	Especificação adicional de desempenho	72
4.2	Projeto do controlador	72
4.2.1	Formulação das restrições	72
4.2.2	O problema de otimização	76
4.3	Simulações	77
4.4	Conclusões	102
5	Comparações	103
5.1	Método (GRASSI; TSAKALIS, 2000)	103
5.2	Comparações	105
5.3	Conclusões	114
6	Conclusões e Sugestões de Trabalhos Futuros	115
6.1	Conclusões	115
6.2	Sugestões de Trabalhos Futuros	116
	Referências Bibliograficas	117
A	Otimização Linear	121
A.1	Programação Linear	121
A.1.1	Método do Ponto Interior	123
A.1.2	Método Simplex Dual	123
A.2	Comparação	124
A.3	Conclusão	124

Lista de Tabelas

3.1	Exemplo 1. Dados das especificações para o projeto do sistema de primeira ordem com atraso	41
3.2	Exemplo 1. Projeto e características do sistema de controle projetado . . .	41
3.3	Exemplo 2. Dados das especificações para o projeto do sistema de segunda ordem com atraso	44
3.4	Exemplo 2. Projeto e características do sistema de controle projetado . . .	45
3.5	Exemplo 3. Dados das especificações para o projeto do sistema de terceira ordem	49
3.6	Exemplo 3. Projeto e características do sistema de controle projetado . . .	49
3.7	Exemplo 4. Dados das especificações para o projeto do sistema de quarta ordem	52
3.8	Exemplo 4. Projeto e características do sistema de controle projetado . . .	52
3.9	Exemplo 5. Dados das especificações para o projeto do sistema de quarta ordem	56
3.10	Exemplo 5. Projeto e características do sistema de controle projetado . . .	56
3.11	Exemplo 5a. Dados da referência do projeto 1 ($\omega_n = 0,6$ rad/s)	60
3.12	Exemplo 5a. Dados da referência do projeto 2 ($\omega_n = 1,0$ rad/s)	60
3.13	Exemplo 5a. Dados da referência do projeto 3 ($\omega_n = 1,4$ rad/s)	60
3.14	Exemplo 5a. Ganhos dos controladores PID	61
3.15	Dados obtidos para cada projeto - exemplo 5a	61
3.16	Exemplo 5b. Dados da referência do projeto 1 ($\xi = 0,5$)	65
3.17	Exemplo 5b. Dados da referência do projeto 2 ($\xi = 0,7$)	65
3.18	Exemplo 5b. Dados da referência do projeto 3 ($\xi = 0,9$)	65
3.19	Exemplo 5b. Ganhos dos controladores PID	66
3.20	Dados obtidos para cada projeto - exemplo 5b	66
4.1	Exemplo 1. Dados das especificações para o projeto do sistema de primeira ordem com atraso	79
4.2	Exemplo 1. Projeto e dados do projeto	79

4.3	Exemplo 2. Dados das especificações para o projeto do sistema de primeira segunda com atraso	83
4.4	Exemplo 2. Projeto e dados do projeto	83
4.5	Exemplo 3. Dados das especificações para o projeto do sistema de terceira ordem	87
4.6	Exemplo 3. Projeto e dados do projeto	87
4.7	Exemplo 3a. Projeto e dados do projeto sem restrição de desempenho . . .	91
4.8	Exemplo 3b. Projeto e dados do projeto alterando-se a constante de tempo do filtro	94
4.9	Exemplo 4. Dados das especificações para o projeto do sistema de quarta ordem	96
4.10	Exemplo 4. Projeto e dados do projeto	96
4.11	Exemplo 4a. Projeto e dados do projeto com $N_k = 5$ pontos	98
4.12	Exemplo 4b. Projeto e dados do projeto com $N_q = 5$ pontos	100
4.13	Exemplo 4c. Projeto e dados do projeto com $N_l = 5$ pontos	101
5.1	Exemplo 1. Dados da função de transferência de referência	105
5.2	Exemplo 1. Ganhos dos controladores projetados e especificações obtidas para cada projeto - sistema de primeira ordem com atraso	106
5.3	Exemplo 2. Dados da função de transferência de referência	110
5.4	Exemplo 2. Dados para os projetos	110
5.5	Exemplo 2. Ganhos dos controladores projetados e especificações obtidas para cada projeto - sistema de terceira ordem com atraso	110
A.1	Comparação entre métodos de otimização linear	125

Lista de Figuras

2.1	Diagrama de blocos de uma malha realimentada básica	16
2.2	Margens de estabilidade no diagrama de Nyquist para a curva de Nyquist L	26
2.3	O círculo M_S (tracejado) e o círculo M_T (traço-ponto) e a curva de Nyquist L (sólido) quando os critérios de robustez são cumpridos	27
2.4	Ilustração de que um ponto na curva de Nyquist da função de transferência de uma planta pode ser movido para outra posição com controle PID . . .	28
3.1	Ilustração gráfica das restrições	38
3.2	Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 1 .	42
3.3	Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T de referência (curva tracejada vermelha) e projetada (curva solida azul) - Exemplo 1	42
3.4	Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 1	43
3.5	Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 1	43
3.6	Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) - Exemplo 1	44
3.7	Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 2 .	45
3.8	Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha de referência \bar{L} (curva ponto-traço vermelha) e projetada L (curva solida azul) - Exemplo 2	46
3.9	Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T de referência (curva tracejada vermelha) e projetada (curva solida azul) - Exemplo 2	46
3.10	Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 2	47

3.11 Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 2 47

3.12 Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) - Exemplo 2 48

3.13 Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 3 . 49

3.14 Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T de referência (curva tracejada vermelha) e projetada (curva solida azul) - Exemplo 3 50

3.15 Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 3 50

3.16 Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 3 51

3.17 Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) - Exemplo 3 51

3.18 Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 4 . 53

3.19 Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T de referência (curva tracejada vermelha) e projetada (curva solida azul) - Exemplo 4 53

3.20 Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 4 54

3.21 Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 4 54

3.22 Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) - Exemplo 4 55

3.23 Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 5 . 57

3.24 Parte real da função de transferência de ganho de malha projetada (linha sólida azul) e da de referência (linha tracejada vermelha) em função da frequência (rad/s) - Exemplo 5 57

3.25 Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T de referência (curva tracejada vermelha) e projetada (curva solida azul) - Exemplo 5 58

3.26 Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 5 58

3.27 Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 5 59

3.28 Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) - Exemplo 5 59

3.29 Diagrama de Nyquist das funções de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva sólida azul escuro - todas estão sobrepostas) e projetadas $L(j\omega)$ para $\omega_n = 0,6$ rad/s (curva solida azul claro com círculos), $\omega_n = 1,0$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\omega_n = 1,4$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5a 62

3.30 Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha L para $\omega_n = 0,6$ rad/s (curva solida azul claro com círculos), $\omega_n = 1,0$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\omega_n = 1,4$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5a 62

3.31 Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T para as referências em curvas ponto-traço azul escuro: $\omega_n = 0,6$ (com estrela), $1,0$ (com losangos) e $1,4$ rad/s (com +), e para os sistemas projetados com $\omega_n = 0,6$ rad/s (curva solida azul claro com círculos), $\omega_n = 1,0$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\omega_n = 1,4$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5a 63

3.32 Diagrama de Bode da função sensibilidade S para $\omega_n = 0,6$ rad/s (curva solida azul claro com círculos), $\omega_n = 1,0$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\omega_n = 1,4$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5a 63

3.33 Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para os sistemas de malha fechada desejados (curvas ponto-traço azul escuro) para $\omega_n = 0,6$ rad/s (com estrelas), $\omega_n = 1,0$ rad/s (com losangos) e $\omega_n = 1,4$ rad/s (com +) e para o sistema de controle projetado (curva solida) para $\omega_n = 0,6$ rad/s (azul com círculos), $\omega_n = 1,0$ rad/s (laranja com quadrados) e $\omega_n = 1,4$ rad/s (amarelo com triângulos) - Exemplo 5a 64

3.34 Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado para $\omega_n = 0,6$ rad/s (curva solida azul com círculos), $\omega_n = 1,0$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\omega_n = 1,4$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5a 64

3.35 Diagrama de Nyquist das funções de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ em curva ponto-traço azul: $\xi = 0,5$ (com estrela), $\xi = 0,7$ (com losangos) e $\xi = 0,9$ (com +) e projetada $L(j\omega)$ para $\xi = 0,5$ rad/s (curva solida azul com círculos), $\xi = 0,7$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\xi = 0,9$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5b 67

3.36 Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha L para $\xi = 0,5$ rad/s (curva solida azul com círculos), $\xi = 0,7$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\xi = 0,9$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5b 67

3.37 Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T de referência em curvas ponto-traço azul: $\xi = 0,5$ (com estrelas), $\xi = 0,7$ (com losangos) e $\xi = 0,9$ e projetada para $\xi = 0,5$ rad/s (curva solida azul com círculos), $\xi = 0,7$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\xi = 0,9$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5b 68

3.38 Diagrama de Bode da função sensibilidade S para $\xi = 0,5$ rad/s (curva solida azul com círculos), $\xi = 0,7$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\xi = 0,9$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5b 68

3.39 Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para os sistemas de malha fechada desejados (curvas ponto-traço azul) para $\xi = 0,5$ rad/s (com estrelas), $\xi = 0,7$ rad/s (com losangos) e $\xi = 0,9$ e para o sistema de controle projetado (curva solida) para $\xi = 0,5$ rad/s (azul com círculos), $\xi = 0,7$ rad/s (laranja com quadrados) e $\xi = 0,9$ rad/s (amarela com triângulos) - Exemplo 5b 69

3.40	Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado com $\xi = 0,5$ rad/s (curva solida azul com círculos), $\xi = 0,7$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\xi = 0,9$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5b	69
4.1	Reta no diagrama de Nyquist com inclinação α e que intercepra o eixo real em $-b$	73
4.2	Ilustração gráfica das restrições relacionadas à especificação de robustez . .	74
4.3	Ilustração gráfica das restrições relacionadas à especificação de desempenho	76
4.4	Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 1 .	80
4.5	Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha L (curva solida azul) - Exemplo 1	80
4.6	Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T (curva solida azul) - Exemplo 1	81
4.7	Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 1	81
4.8	Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 1	82
4.9	Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 1	82
4.10	Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 2 .	84
4.11	Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha L (curva solida azul) - Exemplo 2	84
4.12	Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T (curva solida azul) - Exemplo 2	85
4.13	Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 2	85
4.14	Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 2	86

4.15	Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 2	86
4.16	Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 3	88
4.17	Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha L (curva solida azul) - Exemplo 3	88
4.18	Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T (curva solida azul) - Exemplo 3	89
4.19	Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 3	89
4.20	Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 3	90
4.21	Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 3	90
4.22	Diagrama de Bode da função sensibilidade de controle S_u (curva solida azul) - Exemplo 3	91
4.23	Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 3a	92
4.24	Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha L (curva solida azul) - Exemplo 3a	92
4.25	Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 3a	93
4.26	Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 3a	93
4.27	Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 3b	94

4.28	Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado no Exemplo 3 (curva solida azul), para o sistema de controle projetado no Exemplo 3b (curva solida com círculos amarela) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 3b	95
4.29	Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 3b	95
4.30	Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 4 .	97
4.31	Diagrama de Bode da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 4 .	97
4.32	Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 4	98
4.33	Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ para $N_k = 5$ (curva pontilhada azul) e para $N_k = 50$ (curva solida laranja)	99
4.34	Ilustração gráfica das restrições relacionadas à especificação de robustez com $N_q = 5$ pontos	100
4.35	Ilustração gráfica das restrições relacionadas à especificação de robustez com $N_q = 50$ pontos	100
4.36	Ilustração gráfica das restrições relacionadas à especificação de desempenho	101
5.1	Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos)- Exemplo 1	107
5.2	Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço azul) e para o sistema de controle projetado (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 1	108

5.3 Respostas a degraus na referência ($t = 0s$ - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30s$ - amplitude $-0,2$) para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço azul) e para o sistema de controle projetado (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 1 108

5.4 Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0s$ - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30s$ - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 1 109

5.5 Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 2 111

5.6 Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha L para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço azul) e para o sistema de controle projetado (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 2 112

5.7 Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço azul) e para o sistema de controle projetado (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 2 112

5.8 Respostas a degraus na referência ($t = 0s$ - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30s$ - amplitude $-0,2$) para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço azul) e para o sistema de controle projetado (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 2 113

5.9 Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0s$ - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30s$ - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 2 113

Capítulo 1

Introdução

O desenvolvimento da área de controle foi desencadeado por projetos de engenharia em diversas áreas, como telefonia, sistemas de potência, aeronáutica, marinha, exploração espacial e robótica (KUMAR et al., 2014). Aplicações industriais motivam e financiam as pesquisas e projetos em controle, sendo os controladores proporcional-integrativo (PI) e proporcional-integrativo-derivativo (PID) com maior impacto no setor industrial em relação a todas as outras tecnologias de controle existentes (SAMAD, 2017), aplicados em mais de 90% das malhas de controle até o ano de 2012 (JELALI, 2012).

A primeira regra de ajuste (fórmula) publicada para configurar os parâmetros do controlador foi definida em 1934 para o projeto de um controlador proporcional-derivativo (PD) para um processo caracterizado por um modelo com integrador mais atraso (CALLENDAR, 1934). Inicialmente, os projetos de controladores eram feitos por meio da escolha de parâmetros por tentativa e erro. Com o aparecimento de sistemas cada vez maiores e com maior quantidade de controladores, surgiu a necessidade da utilização de regras ou métodos para uma escolha sistemática dos mesmos.

O artigo (ZIEGLER; NICHOLS, 1942) contém metodologias para a escolha dos ganhos do controlador PID baseada nas respostas temporais a sinais teste da planta a ser controlada. O conjunto destas metodologias formam o método Ziegler-Nichols para projeto de controladores, o qual era o mais utilizado para malhas de única entrada única saída, pelo menos até 2001 (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2001). Este método, apesar de popular, é baseado em valores experimentais específicos e na maioria dos casos resulta em sistemas ou muito lentos ou rápidos e oscilatórios.

Existe uma grande quantidade de métodos para o projeto de controladores PID, estando um total de 1731 apresentados em (O'DWYER, 2009). Cada método tem o tipo de planta ao qual é recomendado, o tipo de modelo ou os dados da planta necessários, as especificações consideradas e os casos para os quais são melhores que outros em relação a critérios específicos.

Mesmo com a variedade de métodos, grande parte é aplicada apenas no ambiente acadêmico - fato verificado tanto pela popularidade ainda existente do método Ziegler-Nichols quanto pela causa mais comum de mal funcionamento de sistemas de controle ser a escolha errada dos ganhos de seus controladores (BAUER et al., 2016).

Uma das causas para a não utilização dos métodos mais atuais é a complexidade dos mesmos, seja pela necessidade de experimentos excessivos nas plantas ou pela alta capacidade técnica necessária para a aplicação. Métodos simples, com especificações diretas temporais e frequenciais, cuja aplicação pode ser feita com ferramentas comuns ou de escrita de código direta e com flexibilidade de formato de dados e modelos para a planta são os que podem ter maior aceitação no ambiente industrial e os melhores candidatos para mudanças neste ambiente conservador.

1.1 Motivação

A necessidade da criação ou adaptação de métodos para projeto de controladores PID que possam ser aplicados no ambiente industrial é a motivação deste trabalho.

Métodos que utilizam otimização linear, por sua facilidade de resolução e baixo custo computacional; flexibilidade no tipo de modelo utilizado para caracterização da dinâmica da planta; especificações em qualquer uma das margens de estabilidade e também a possibilidade de especificação do comportamento da resposta temporal do sistema em malha fechada; especificações incluídas de maneira direta e simples. Estas são algumas das características de métodos que teriam aceitabilidade no ambiente industrial.

1.2 Objetivos

Com este trabalho objetiva-se resolver o problema de projeto de controladores PID em plantas com modelos de única entrada única saída lineares e invariantes no tempo com:

- restrições frequenciais de desempenho;
- necessidade de garantia de margens de estabilidade;
- especificação do comportamento de resposta temporal desejado;
- condições e função de custo lineares para a resolução por otimização linear;
- especificações simples e diretas;
- flexibilidade do tipo de informações necessárias da planta.

1.3 Contribuições

As principais contribuições desta dissertação para a comunidade acadêmica e industrial são os dois novos métodos propostos para o projeto de controladores PID por moldagem de malha. Ambos são formulados como problemas de otimização linear e as especificações são baseadas em funções ganho de malha de referência de segunda ordem com atrasos. Para cada um dos métodos, um artigo foi publicado:

- moldagem da parte real: Barros, Clarisse P. B. and Barros, Péricles R. e Neto, José S. da R. "A linear programming approach for PID control loop shaping". Publicado no Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI 2017), 2017, Porto Alegre, Brasil;
- moldagem em região convexa: Barros, Clarisse P. B. and Barros, Péricles R. e Neto, José S. da R. "Loop Shaping for PID Controller Design Based on Time and Frequency Specifications". Publicado no 2018 IFAC Conference on Advances in Proportional-Integral-Derivative Control, 2018, Ghent, Bélgica.

1.4 Revisão Bibliográfica

Devido à quantidade de tipos de abordagens existentes para o projeto de controladores PID, apenas algumas técnicas formuladas como problemas de otimização com restrições para sistemas de única entrada e única saída estão revisadas. Essas têm a vantagem de capturarem fatores relacionados à desempenho e robustez (HAST et al., 2013) e a obterem o controlador que é ótimo em relação a um critério.

A técnica de moldagem de malha foi desenvolvida por Bode para o projeto de amplificadores de realimentação (BODE et al., 1945) e subsequentemente em (BOWER; SCHULTHEISS, 1958) e (HOROWITZ, 1963) adaptou-se para o projeto de sistemas de controle. Em (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2007) e (DOYLE; FRANCIS; TANNENBAUM, 2013) são apresentados métodos nos quais a moldagem é feita por tentativa e erro.

A ideia de minimização dos efeitos de perturbações de carga sob restrições de robustez foi a princípio apresentada em (SHINSKEY, 1990). Em (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1995) está apresentada a demonstração de que a integral do erro, uma métrica para o efeito de perturbações de carga, é igual a inversa do ganho integrativo para sistemas com controladores PI ou PID.

Moldagem de funções de transferência de malha aberta no diagrama de Nyquist por programação linear é proposta para o projeto de controladores de plantas estáveis, lineares e invariantes no tempo em (SAEKI, 2014) e (KARIMI; KUNZE; LONGCHAMP,

2006). Ambos apresentam problemas de otimização para a maximização da rejeição de perturbação por meio da maximização do ganho integral, sendo as restrições baseadas em equações de retas e suas propriedades de linearidade. Para o primeiro, são utilizados dados da resposta temporal do sistema e restringe-se o diagrama de Nyquist do projeto a uma região a direita de uma única reta perpendicular ao eixo real. Para o segundo utilizam-se modelos não paramétricos para as plantas e restringe-se o diagrama de Nyquist do projeto a uma região a direita e abaixo de uma única reta com possibilidade de escolha do ângulo entre a reta e o eixo real. Estes métodos garantem margens de ganho e de fase mínimas estabelecidas.

A partir do método apresentado em (KARIMI; KUNZE; LONGCHAMP, 2006), variações do mesmo e aplicações foram publicadas em outros artigos. Em (KARIMI; KUNZE; LONGCHAMP, 2007) o método é aplicado a um posicionador de eixo duplo; em (KUNZE; KARIMI; LONGCHAMP, 2007) o método é descrito com mais detalhes e estendido para controladores de ganhos parametrizados de ordem fixa, enquanto que em (KUNZE; KARIMI; LONGCHAMP, 2009) esta extensão é aplicada ao posicionador de eixo duplo e em (OLIVEIRA; KARIMI, 2012) à caldeiras de condensação de água.

O uso de restrições sobre o máximo da função sensibilidade foi inicialmente proposto em (PERSSON; ÅSTRÖM, 1993) e sobre o máximo das funções sensibilidade e sensibilidade complementar em (SCHEI, 1994); em (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006) é demonstrado que restrições para os valores nos máximos destas funções são equivalentes à restrição da curva de Nyquist da função ganho de malha para fora de círculos, que são restrições não convexas.

O problema de otimização para a maximização da rejeição de perturbação por meio da maximização do ganho integral juntamente com restrições nos máximos das funções sensibilidade para controladores do tipo PI é apresentado em (ÅSTRÖM; PANAGOPOULOS; HÄGGLUND, 1998). Como o problema de otimização é não convexo, para cada caso deve ser feito um estudo para a resolução. O problema é estendido para controladores PID em (PANAGOPOULOS; ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2002), com a adição de algumas dicas de como pode ser resolvido o problema de otimização não convexa para alguns casos.

Devido à dificuldade de resolução dos problemas de otimização não convexa, as restrições são reescritas utilizando-se propriedades geométricas do diagrama de Nyquist de modo a se obter um problema de otimização côncavo-convexo em (HAST et al., 2013) e (MERCADER et al., 2017), cuja resolução pode ser feita utilizando-se métodos de gradiente; também são adicionadas novas condições relacionadas a incertezas da planta e a curvatura da curva de Nyquist da função ganho de malha. No segundo artigo é feita a extensão para a possibilidade de minimização do custo de controle ao invés de maximização do ganho integral e a apresentação de um procedimento para a resolução do problema de

otimização côncavo-convexo que depende da resolução de uma sequência de problemas de otimização convexa.

Há ainda métodos de ajuste PID por moldagem de malha que minimizam as normas da diferença entre uma função de transferência ganho de malha desejada e a função de transferência ganho de malha projetada, possivelmente ponderada por outra função de transferência. Alguns desses métodos são apresentados em (GRASSI; TSAKALIS, 2000) e (GRASSI et al., 2001); para estes, as margens de estabilidade e máximos para funções sensibilidade não são garantidos.

Para se minimizar a norma da diferença entre uma função de transferência ganho de malha desejada e a projetada e também se garantir valor máximo para a função sensibilidade sem o problema de otimização ser não convexo, é proposta em (GALDOS; KARIMI; LONGCHAMP, 2007) a utilização de duas retas como restrições para se garantir o máximo da função sensibilidade, sendo uma para baixas frequências e outras para altas frequências. Um problema de otimização quadrática é formulado para a obtenção dos ganhos do controlador.

A partir do método proposto em (GALDOS; KARIMI; LONGCHAMP, 2007), variações, aperfeiçoamentos e aplicações do mesmo foram publicadas em outros artigos. Em (KARIMI; GALDOS; LONGCHAMP, 2008) e (KARIMI; GALDOS, 2010), propõe-se utilizar um conjunto de retas como restrição, sendo uma reta para cada frequência, limitando-se assim a função sensibilidade para um conjunto de frequências e não apenas um único valor máximo. Ampliou-se também a opção para a minimização da norma infinito ao invés da norma dois, obtendo-se um problema de otimização convexa. A adição de restrições em relação à rejeição de perturbações é feita em (KARIMI; EMEDI, 2013) e a aplicação do método para a obtenção de controladores empregues no amortecimento de oscilações em sistemas de energia elétrica é mostrada em (ABDLRAHEM et al., 2016) e (ABDLRAHEM et al., 2017) e na emissão de raios infravermelhos de um cubo refletor de canto em (THALMANN; REGAMEY; KARIMI, 2016).

Uma comparação entre métodos de ajuste para controladores PID por moldagem de malha e por minimização de normas é feita em (PANAGOPOULOS; ÅSTRÖM, 2000); em particular, é mostrado que as especificações em termos de máxima sensibilidade e máxima sensibilidade complementar estão relacionadas com a ponderação de normas. Em (KRISTIANSOON; LENNARTSON, 2006) são apresentadas condições e métricas para a comparação entre projetos de controladores PID.

1.5 Organização do Texto

No Capítulo 2 estão descritos os fundamentos teóricos necessários para o entendimento básico de desempenho e robustez de sistemas de controle em malha fechada e é formulado o problema de controle. No Capítulo 3 está apresentado o método de moldagem de malha pela componente real e exemplos da aplicação do mesmo para sistemas de primeira a quarta ordem, com e sem atrasos. No Capítulo 4 está apresentado o método de moldagem de malha por área convexa, o qual apresenta também a opção de especificação de desempenho direta, com exemplos da aplicação do mesmo para sistemas teste de controladores PID. No Capítulo 5 estão feitas comparações entre os métodos propostos e o método apresentado em (GRASSI; TSAKALIS, 2000). As conclusões e ideias para trabalhos futuros encontram-se no Capítulo 6. Por fim, no Apêndice A estão descritos os dois métodos para a resolução de problemas de otimização linear e os mesmos são comparados.

Capítulo 2

Sistemas de Controle: Estabilidade, Robustez e Desempenho

O tipo de modelo de plantas e a estrutura do sistema em malha fechada, juntamente com os principais conceitos de estabilidade, robustez e desempenho de sistemas de controle em malha fechada são apresentados neste Capítulo. O diagrama de Nyquist é definido, juntamente com as interpretações geométricas das margens de estabilidade e com o efeito de cada ganho do controlador PID na curva. O problema de controle a ser resolvido é então formulado e exposto; o conteúdo relatado é necessário para entendimento dos métodos apresentados ao longo da Dissertação.

2.1 Introdução

O projeto de sistemas de controle é um processo engenhoso que envolve inúmeras escolhas e decisões. As escolhas dependem das propriedades do sistema a ser controlado e dos requisitos que precisam ser satisfeitos pelo sistema controlado (BOSGRA; KWAKERNAAK; MEINSMA, 2008).

O projeto de controle envolve uma sequência bem definida. Inicialmente faz-se a caracterização dos limites do sistema, especificando-se assim o propósito do problema de controle e do sistema a ser controlado. Em seguida, são estabelecidos os tipos e a localização dos atuadores e sensores, especificando-se assim as entradas que controlam o sistema e as variáveis que estão disponíveis para o controle. Posteriormente, modelos são formulados para o comportamento dinâmico do sistema e para os sinais de perturbação e ruídos que afetam o sistema. Seguidamente, decide-se sobre a estrutura funcional e o caráter do controlador, juntamente com as especificações e atributos desejados ou exigidos do sistema de controle.

Terminadas estas etapas, tem-se a descrição do sistema a ser controlado, passando-se

ao projeto do controlador e ao entendimento do sistema em malha fechada. De acordo com o tipo de sistema e do controlador, existem conjuntos de métodos específicos que podem ser aplicados para a escolha dos valores dos parâmetros do controlador.

O projeto do controlador deve ser feito de modo que o sistema em malha fechada esteja de acordo com os objetivos e as especificações dadas. Estes objetivos e especificações podem ser expressos em termos da resposta em frequência ou resposta temporal a sinais específicos, e se referem à estabilidade, à robustez ou ao desempenho do sistema.

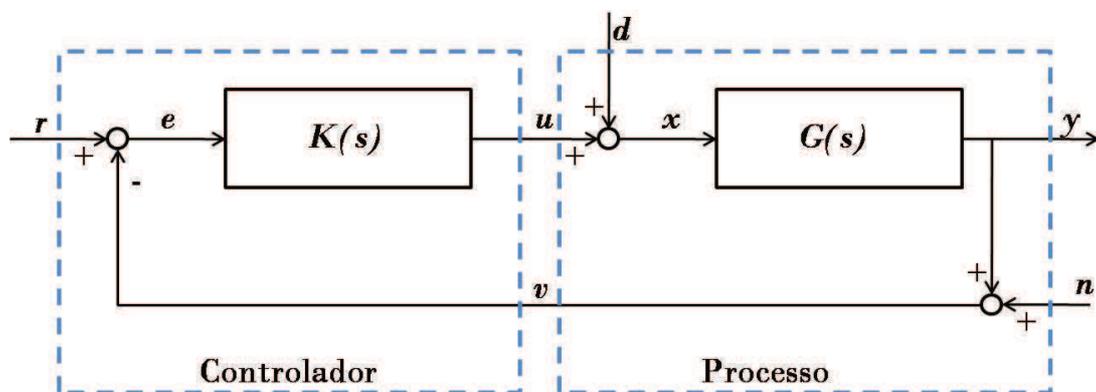
2.2 Descrição do sistema

A estrutura e as características dos sistemas de controle analisados e projetados nesta Dissertação são estabelecidas e descritas.

2.2.1 Descrição do sistema em malha fechada

A estrutura básica de malha realimentada com controlador utilizada como referência nesta dissertação é apresentada na Fig. 2.1, na forma de diagrama de blocos.

Figura 2.1: Diagrama de blocos de uma malha realimentada básica



Fonte: Elaborado pelo autor

Os sinais do diagrama tem as seguintes interpretações:

- r - entrada de comando ou sinal de referência;
- y - saída do processo;
- e - erro;
- v - entrada de medição ou sinal de medição;
- u - entrada da planta sem a perturbação de carga ou sinal de controle;

- d - perturbação externa ou perturbação de carga na planta;
- n - perturbação externa de saída que molda o ruído de medição do sensor;
- x - entrada do processo com a perturbação de carga.

As funções $G(s)$ e $K(s)$ representam as funções de transferência da planta e do controlador e são assumidas lineares.

A malha realimentada é influenciada por três sinais externos: a referência r , a perturbação na carga d e a perturbação externa de saída n que molda o ruído de medição do sensor .

Existem pelo menos três sinais, e , u e y , que são de grande interesse para o controle do sistema, pois representam, respectivamente, a qualidade, o esforço/custo e o resultado do controle.

Consideram-se que Y , V , U , D , N , R e E são as transformadas de *Laplace* de y , v , u , d , n , r e e , respectivamente. Como o sistema é assumido linear, as relações entre entradas e sinais de interesse podem ser expressas na forma de funções de transferência que, seguindo as relações obtidas a partir do diagrama de blocos da Fig. 2.1, são dadas por:

$$E(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + G(s)K(s)}R(s) - \frac{G(s)}{1 + G(s)K(s)}D(s) - \frac{1}{1 + G(s)K(s)}N(s), \quad (2.1)$$

$$U(s) = \frac{K(s)}{1 + G(s)K(s)}R(s) - \frac{K(s)G(s)}{1 + G(s)K(s)}D(s) - \frac{K(s)}{1 + G(s)K(s)}N(s), \quad (2.2)$$

$$Y(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + G(s)K(s)}R(s) + \frac{G(s)}{1 + G(s)K(s)}D(s) - \frac{K(s)G(s)}{1 + G(s)K(s)}N(s). \quad (2.3)$$

As relações entre entradas e variáveis de interesse são descritas por nove funções de transferência e para se capturar as propriedades da malha adequadamente é necessário se analisar as respostas de todas às variações nas entradas (DOYLE; FRANCIS; TANNENBAUM, 2013). Observa-se que apenas quatro funções de transferência,

$$\frac{K(s)G(s)}{1 + G(s)K(s)}, \quad (2.4)$$

$$\frac{K(s)}{1 + G(s)K(s)}, \quad (2.5)$$

$$\frac{G(s)}{1 + G(s)K(s)}, \quad (2.6)$$

$$\frac{1}{1 + G(s)K(s)}, \quad (2.7)$$

são necessárias para caracterizar completamente o sistema e são conhecidas como a "Gangue dos Quatro" (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006).

Outra maneira de se caracterizar o sistema do diagrama de blocos da Fig. 2.1 é por meio de funções sensibilidade. Define-se a função ganho de malha por

$$L(s) = K(s)G(s), \quad (2.8)$$

e as quatro funções sensibilidade por (KRISTIANSSON; LENNARTSON, 2006):

função sensibilidade

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)}, \quad (2.9)$$

função sensibilidade complementar

$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}, \quad (2.10)$$

função sensibilidade à perturbação

$$S_v(s) = \frac{G(s)}{1 + L(s)}, \quad (2.11)$$

função sensibilidade de controle

$$S_u(s) = \frac{K(s)}{1 + L(s)}. \quad (2.12)$$

Todas as relações entre sinais de entrada e sinais de interesse podem ser formuladas pelas quatro funções sensibilidade:

$$E(s) = S(s)R(s) - S_v(s)D(s) - S(s)N(s), \quad (2.13)$$

$$U(s) = S_u(s)R(s) - T(s)D(s) - S_u(s)N(s), \quad (2.14)$$

$$Y(s) = T(s)R(s) + S_v(s)D(s) - T(s)N(s). \quad (2.15)$$

2.2.2 Tipos de controladores considerados

O motivo mais comum para a introdução de controle por realimentação é o aprimoramento do desempenho de um sistema dinâmico na presença de incertezas e as metas de melhoria de desempenho incluem a atenuação de perturbações, a redução de sensibilidade, a redução de efeitos de não linearidades e a melhoria de rastreamento de comando (GREEN; LIMEBEER, 2012).

Métodos de projeto de controladores PID continua um tópico ativo. O maior motivo é que, em muitos casos, controladores PID bem sintonizados conseguem atingir resultados semelhantes com menor esforço durante sua sintonia (HUŠEK, 2014).

A pesquisa apresentada em (SAMAD, 2017), feita pelo comitê industrial da Federação Internacional de Controle Automático (IFAC), expõe que mesmo com todas as tecnologias de controle avançado existentes, nenhuma se compara até hoje com o controle PID em relação ao impacto no setor industrial.

Sendo assim, os métodos de projeto de controladores propostos e analisados nesta dissertação são do tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID), apresentando a seguinte formulação:

$$K(s) = K_p + K_i \frac{1}{s} + K_d \frac{s}{1 + T_f s}, \quad (2.16)$$

com T_f (conhecido) sendo a constante de tempo do filtro e K_p , K_i e K_d os ganhos proporcional, integral e derivativo do controlador, respectivamente.

Estabelecidas a estrutura e as considerações feitas em relação à malha fechada a ser sintonizada, segue-se aos objetivos e especificações que se deseja alcançar com a realimentação.

2.3 Controle em malha fechada

Na maioria das vezes o aperfeiçoamento do desempenho de um sistema é o principal objetivo de controle, desde que a estabilidade seja mantida. Em qualquer problema de projeto precisa-se estar atento às limitações fundamentais do sistema. Fontes típicas de limitações são a dinâmica do processo, não linearidades, perturbações e incertezas do processo.

É importante que seja feita uma avaliação do sistema em malha fechada projetado para assegurar que as especificações tenham sido satisfeitas e para a comparação entre projetos feitos com outros métodos e/ou outras especificações.

Nesta seção são apresentados os principais objetivos para um sistema em malha fechada, juntamente com os principais conceitos de estabilidade e robustez. O diagrama de Nyquist e as interpretações geométricas de robustez e desempenho são demonstradas, finalizando-se com a apresentação de especificações usuais de projeto e algumas métricas para a avaliação do controle em malha fechada.

2.3.1 Objetivos de controle

Os objetivos usuais no projeto de controladores são:

- resposta ao comando em malha fechada :

- rejeição de perturbações na carga;
- rastreamento do sinal de referência;
- atenuação de ruídos do sensor;
- estabilidade:
 - estabilidade de malha fechada;
 - estabilidade robusta;
- robustez da resposta em malha fechada:
 - redução da influência de não linearidades e incertezas.

Embora todos sejam importantes, cada processo tem um fator preponderante que define o objetivo principal do sistema de controle. Por exemplo, para problemas de controle de movimento, o rastreamento do sinal de referência é de maior foco, pois deseja-se que o sistema siga uma trajetória específica. Já em controle de processos químicos, a referência normalmente é mantida em valor constante por maior parte do tempo e a rejeição de perturbações na carga é de maior importância.

Além dos objetivos, em qualquer problema de projeto é importante estar atento às limitações fundamentais, conforme mencionado anteriormente. Não linearidades, saturação e taxa de saturação são bastante comuns e impõem limites em quão rápido e quanto as variáveis do processo podem mudar. Perturbações na carga e ruídos de medição limitam a precisão de controle de uma variável do processo.

Assim, de acordo com o objetivo principal de controle e com as limitações, funções específicas de transferência devem ser mantidas sob supervisão.

Resposta ao comando de malha fechada: rejeição de perturbações na carga

Quando o objetivo principal do controle é a compensação de perturbações na carga, a função de transferência mais importante para manter sob supervisão é a função sensibilidade à perturbação

$$G_{yv}(j\omega) = S_v(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)K(j\omega)}. \quad (2.17)$$

Assim, para atenuação de perturbações é necessário que $|S_v(j\omega)|$ seja pequeno nas frequências em que a atenuação da perturbação da carga é necessária; ou seja, quanto menor $|S_v(j\omega)|$, mais as perturbações na carga são atenuadas na frequência angular ω . Em geral, as perturbações de carga são de baixas frequências e deseja-se que $|S_v(j\omega)|$ tenha valores baixos para baixas frequências.

Para sistemas em que o controlador possui a ação integrativa, tem-se para baixas frequências

$$S_v(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)K(j\omega)} \approx \frac{1}{K(j\omega)} \approx \frac{j\omega}{K_i}. \quad (2.18)$$

Conseqüentemente, as perturbações de baixas frequências na carga são atenuadas por um fator ω/K_i , independentemente da característica da planta. Além disso, conclui-se que alto ganho integrativo implica em baixa sensibilidade a incertezas de parâmetros e, portanto, boa robustez.

Resposta ao comando de malha fechada: rastreo do sinal de referência

Quando o objetivo principal de controle é seguir a entrada de referência, a função de transferência mais importante para manter sob supervisão é a função sensibilidade

$$G_{er}(j\omega) = S(j\omega) = \frac{1}{1 + K(j\omega)G(j\omega)}. \quad (2.19)$$

Tem-se que quanto menor for $|S(j\omega)|$, menor vai ser o erro em relação ao sinal de referência em uma dada frequência angular ω . Como os sinais de referência são normalmente de baixa frequência, deseja-se ter $|S(j\omega)|$ pequeno para baixas frequências.

Para sistemas em que o controlador possui a ação integrativa, tem-se para baixas frequências

$$S(j\omega) = \frac{1}{1 + K(j\omega)G(j\omega)} \approx \frac{1}{K(j\omega)G(j\omega)} \approx G(j\omega)^{-1} \frac{j\omega}{K_i}. \quad (2.20)$$

Este critério frequentemente é utilizado como critério de desempenho geral para o projeto de controle, porém depende do modelo da planta e, quando usado na síntese de controladores, pode também resultar em um controlador em que os zeros cancelam os pólos da planta.

Como um valor baixo de $S_v(j\omega)$ normalmente implica em valores baixos de $S(j\omega)$, é prática comum utilizar o primeiro como critério de desempenho; além disso, sempre pode-se adicionar um pré-filtro para se obter a resposta a referência demandada.

Atenuação de ruídos do sensor

Uma consequência inevitável da utilização de realimentação é que os ruídos de medição são introduzidos no sistema, gerando ações de controle indesejáveis e variações nas variáveis do processo. Quando o objetivo principal de controle é a atenuação de ruídos do sensor, a função de transferência mais importante para manter sob supervisão é a função

sensibilidade complementar

$$G_{yn}(j\omega) = -T(j\omega). \quad (2.21)$$

Quanto mais rápido $T(s)$ decresce com a frequência, maior a proteção que o sistema em malha fechada tem contra perturbações de alta frequência.

Na maioria dos casos os ruídos dos sensores têm características de altas frequências. Como para frequências bem acima da banda de passagem tem-se $|G(j\omega)K(j\omega)| \ll 1$:

$$T(j\omega) = \frac{G(j\omega)K(j\omega)}{1 + G(j\omega)K(j\omega)} \approx G(j\omega)K(j\omega) \approx \frac{K_d}{T_f}G(j\omega). \quad (2.22)$$

Conseqüentemente, ruídos de altas frequências de sensores são atenuados por um fator K_d/T_f , concluindo-se que baixo ganho derivativo ou alta constante de tempo do filtro implicam em baixa sensibilidade a ruídos de medição.

Atividade de controle

As limitações para a atividade de controle são dadas pela amplitude permissível e taxa de variação permissível para o sinal de controle. Quando deseja-se manter o sinal de controle o menor possível, a função de transferência mais importante para manter sob supervisão é a função sensibilidade de controle

$$G_{ur}(s) = S_u(s) = \frac{K(j\omega)}{1 + K(j\omega)G(j\omega)}. \quad (2.23)$$

Para se prevenir entradas muito grandes u , S_u não pode ser muito grande. Para sistemas em que o controlador possui a ação derivativa com filtro, tem-se para altas frequências

$$S_u(j\omega) = \frac{K(j\omega)}{1 + K(j\omega)G(j\omega)} \approx K(j\omega) \approx \frac{K_d}{T_f}. \quad (2.24)$$

Este é o valor inicial da entrada para a resposta ao degrau no sinal de referência, o qual pode ser limitado de acordo com a capacidade do atuador da planta.

Como um valor baixo de $S_u(j\omega)$ implica em valores baixos de u , é prática comum a minimização ou imposição de limites para esta função.

2.3.2 Estabilidade

A estabilidade de um sistema está relacionada a como o sistema responde após perturbações. Considerando apenas uma variável de saída, o sistema pode responder de modo que a variável cresça continuamente, a variável decresça continuamente, a variável cresça de maneira oscilatória ou que a variável decresça de maneira oscilatória. Os sistemas em

que se tem o decrescimento, oscilatórios ou não, são denominados estáveis, e os outros, instáveis (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006).

Considerando-se apenas uma entrada e uma saída, tem-se que um sistema linear e invariante no tempo é dito estável se todas as raízes do denominador da função de transferência têm parte real negativa (ou seja, estão todos no lado esquerdo do plano complexo) e instável caso contrário (EMAMI-NAEINI; FRANKLIN; POWELL, 2002).

Existem tipos diferentes de estabilidade para sistemas em malha fechada, sendo os aqui analisados a estabilidade entrada-saída e a estabilidade interna.

No primeiro tipo de estabilidade, considera-se que um sistema é considerado estável de entrada-saída se as saídas do sistema são limitadas sempre que as entradas são limitadas (CHEN, 1998).

Para o segundo tipo, tem-se que um sistema é considerado internamente estável se os sinais internos do sistema u , y e v (Fig. 2.1) são limitados para todos os sinais de entrada externos limitados (DOYLE; FRANCIS; TANNENBAUM, 2013). A estabilidade interna é uma particularização da estabilidade entrada-saída para cada parte do sistema, considerando múltiplas entradas e saídas, e sempre que um sistema for internamente estável, também será estável de entrada e saída, enquanto que o contrário nem sempre é verdadeiro.

Matematicamente, para sistemas lineares e invariantes no tempo, se as nove funções de transferência de cada entrada para cada variável de interesse são estáveis (presentes nas equações Eq. 2.1, 2.2 e 2.3), então o sistema realimentado é dito internamente estável pois, se as entradas externas forem limitadas em amplitude, assim serão os sinais internos u , y e v .

Para a estabilidade entrada-saída, considerando a saída do sistema como sendo y e a entrada como sendo r , analisa-se apenas a função sensibilidade complementar (Eq. 2.3).

De acordo com (DOYLE; FRANCIS; TANNENBAUM, 2013), o sistema em malha fechada é internamente estável se e somente se as seguintes condições são verdadeiras:

1. a função de transferência $1 + G(s)K(s)$ não tem zeros em $\Re \geq 0$;
2. não existe cancelamento zero-pólo em $\Re \geq 0$ quando o produto $G(s)K(s)$ é formado.

Desta forma, a estabilidade entrada-saída equivale a estabilidade interna quando não se há cancelamento zero-pólo em $\Re \geq 0$ quando o produto $G(s)K(s)$ é formado.

Margens de Estabilidade

As margens de estabilidade são usadas para descrever a robustez do sistema a perturbações e para indicar o quão estável o sistema é, sendo as margens clássicas as de ganho, de fase e de atraso.

A margem de ganho g_m de um sistema é definida como a menor variação no ganho de uma função ganho de malha antes que o sistema em malha fechada fique instável. Esta margem é calculada baseada na menor frequência em que a fase da função ganho de malha é -180° . Assume-se que ω_{pm} representa esta frequência, chamada de frequência de cruzamento de fase. Portanto, a margem de ganho de um sistema é dada por (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006)

$$g_m = \frac{1}{|L(j\omega_{pm})|}. \quad (2.25)$$

Similarmente, a margem de fase ϕ_m é a mudança no valor da fase da função ganho de malha necessária para tornar instável o sistema em malha fechada no ponto com ganho unitário. Assume-se ω_{gm} como a frequência de cruzamento de ganho, menor frequência cuja função ganho de malha tem amplitude unitária. Portanto, a margem de fase é dada por (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006)

$$\phi_m = \pi + \arg L(j\omega_{gm}). \quad (2.26)$$

As margens de ganho e de fase são conhecidas como medidas clássicas do grau de estabilidade e valores razoáveis para a margem de fase estão entre 30° e 60° , enquanto que para a margem de ganho estão entre 2 e 5 (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006). Estas margens foram originalmente definidas para os casos em que o módulo da função ganho de malha assume valor unitário apenas para uma única frequência ou em que fase da função ganho de malha é -180° para apenas uma única frequência.

Outra margem de estabilidade relevante é a margem de atraso, definida como o menor atraso no tempo necessário para tornar instável o sistema em malha fechada. A margem de atraso é dada por (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2007)

$$\theta_m = \frac{\phi_m}{\omega_{pm}}. \quad (2.27)$$

Além das margens clássicas de estabilidade, que são estabelecidas em relação a uma função de transferência de malha aberta, existem margens de estabilidade definidas a partir de valores máximos de funções de transferência de malha fechada.

O máximo da função sensibilidade

$$\|S\|_\infty = \max_{\omega} |S(j\omega)| \leq M_S \quad (2.28)$$

tem sido aceito como uma medida de robustez. Valores comuns de M_S estão entre 1,0 e 2,0 (PANAGOPOULOS; ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2002)).

A interpretação gráfica de M_S no diagrama de Nyquist é apresentada na próxima

subseção e ilustra o porquê desta medida ser usada como margem de estabilidade. Além disso, quando o valor de M_S é especificado, limites mínimos para as margens de ganho (g_m) e de fase (ϕ_m) são garantidos (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2007):

$$g_m \geq \frac{M_S}{M_S - 1}, \quad (2.29)$$

$$\phi_m \geq 2 \arcsin \left(\frac{1}{2M_S} \right). \quad (2.30)$$

Demandas na margem de fase podem implicar em valores baixos para M_S que deixam o sistema lento. Quando há demandas de um amortecimento maior na resposta ao degrau ou aumento da margem de fase sem haver uma desaceleração na resposta do sistema, pode-se ser adicionada uma restrição na função sensibilidade complementar (KRISTIANSSON; LENNARTSON, 2006)

$$\| T \|_\infty = \max_{\omega} | T(j\omega) | \leq M_T, \quad (2.31)$$

de modo que margem de fase também pode ser garantida devido a (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2007):

$$\varphi_m \geq 2 \arcsin \left(\frac{1}{2M_T} \right). \quad (2.32)$$

A influência de M_T na função de transferência de ganho de malha nas proximidades da frequência de cruzamento da fase é insuficiente, não garantindo margem de ganho suficiente, motivo pelo qual M_T não pode ser utilizado sozinho como critério para robustez em médias frequências.

Outra medida de robustez é o máximo das funções sensibilidade

$$M_{ST} = \max_{\omega} (| S(j\omega) |, | T(j\omega) |), \quad (2.33)$$

que assume valores razoáveis entre 1, 200 e 2, 000, o que correspondem a margens de ganho entre 6 e 2 e margens de fase entre 49° e 29° (GARPINGER; HÄGGLUND; ÅSTRÖM, 2014).

2.3.3 Diagrama de Nyquist

O diagrama de Nyquist de uma função de transferência $H(s)$ consiste na curva no plano complexo formada pelos pontos que a função $H(s)$ assume variando-se o valor de s a partir da origem, subindo o eixo imaginário, girando para o lado direito do plano complexo seguindo um semicírculo de raio infinito, e subindo pelo eixo imaginário negativo até a origem (DOYLE; FRANCIS; TANNENBAUM, 2013).

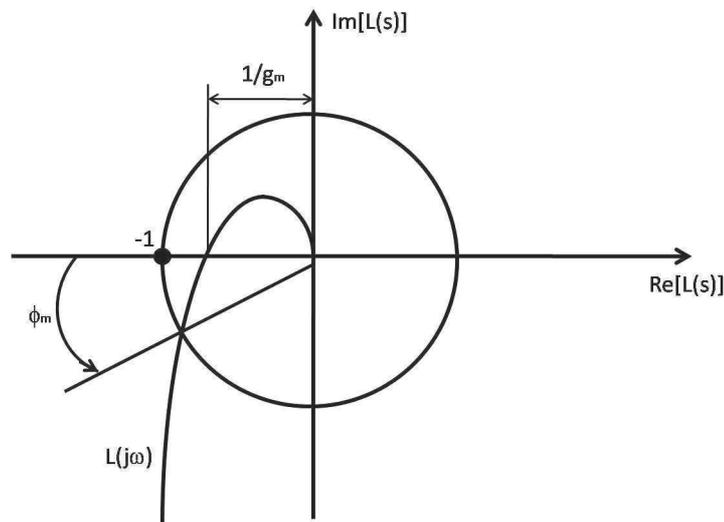
O critério de estabilidade de Nyquist garante que se n denota o número total de pólos

de $H(s) = K(s)G(s)$ (Fig. 2.1) com parte real positiva ou igual a zero, então o sistema em malha fechada é internamente estável se e somente se a curva de Nyquist não passa pelo ponto $(-1, 0)$ e o circunda exatamente n vezes no sentido anti-horário.

Margens de estabilidade

As margens de estabilidade de ganho e de fase têm uma interpretação geométrica simples no diagrama de Nyquist da função de transferência de malha, como exibido na Fig. 2.2. A margem de ganho é dada pelo inverso da distância do ponto mais próximo ao ponto crítico onde a função ganho de malha cruza o eixo real negativo e a margem de fase é o menor ângulo no círculo unitário entre o ponto crítico $(-1, 0)$ e a função ganho de malha. Ambas as margens podem ser substituídas por uma única margem, denominada margem de módulo s_m , que é definida como sendo a menor distância entre a curva de Nyquist e o ponto crítico $(-1, 0)$, tendo valores razoáveis entre 0,5 e 0,8 (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006).

Figura 2.2: Margens de estabilidade no diagrama de Nyquist para a curva de Nyquist L



Fonte: Elaborado pelo autor

Uma medida de robustez mais direta é a menor distância da curva de Nyquist ao ponto crítico $(-1, 0)$, chamada de margem de módulo s_m . O valor desta margem é justamente a inversa do máximo da função sensibilidade, $1/M_S$. Assim, o critério de robustez pode ser formulado por

$$\| S(s) \|_{\infty} = \frac{1}{\min_{\omega} | 1 + G(j\omega)K(j\omega) |} \leq M_S, \quad (2.34)$$

em que M_S é o máximo aceitável para o valor desta norma.

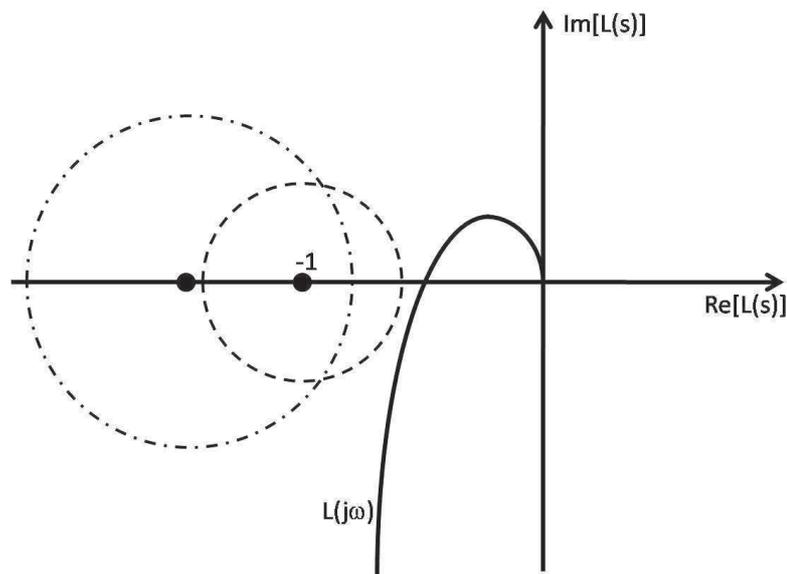
A combinação entre restrições em S e T garantem margem de fase aceitável, com M_T , e uma distância mínima no gráfico de Nyquist ao ponto crítico $(-1, 0)$, com M_S , sem que o sistema fique muito lento. As restrições em $\|S\|_\infty$ e $\|T\|_\infty$ correspondem a dois círculos no plano complexo. O centro C e raio R desses dois círculos são:

$$C_{M_S} = -1, \quad R_{M_S} = \frac{1}{M_S}, \quad (2.35)$$

$$C_{M_t} = \frac{-M_T^2}{M_T^2 - 1}, \quad R_{M_T} = \frac{1}{M_T^2 - 1}. \quad (2.36)$$

Observa-se ainda na Fig. 2.3 que o círculo M_S e o círculo M_T envolvem o ponto crítico $(-1, 0)$. Caso a curva de Nyquist da função ganho de malha seja traçada fora da região desses dois círculos, a estabilidade do sistema é garantida sob os índices de robustez especificados para M_S e M_T .

Figura 2.3: O círculo M_S (tracejado) e o círculo M_T (traço-ponto) e a curva de Nyquist L (sólido) quando os critérios de robustez são cumpridos



Fonte: Elaborado pelo autor

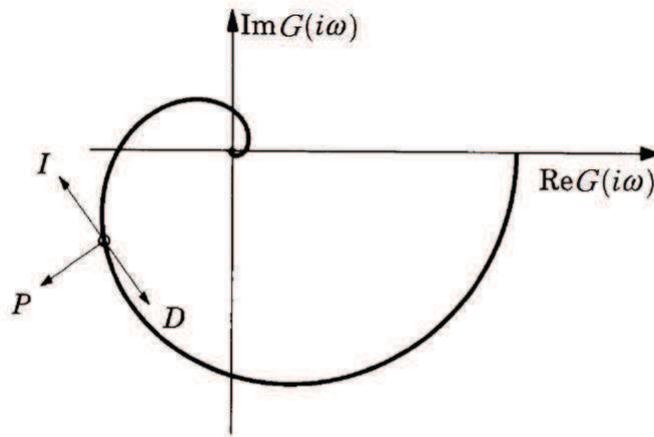
Ganhos do controlador PID

A ação derivativa introduz avanço de fase, levando a curva de Nyquist para longe do ponto crítico, enquanto que a ação integral, que introduz atraso de fase, leva a curva para próxima ao ponto crítico (Fig. 2.4). O processo de ajustar o controlador de modo a que a curva fique longe do ponto crítico $(-1, 0)$ leva a uma classe de métodos de projeto denominada moldagem de malha (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006).

Na Fig. 2.4 é apresentada uma ilustração de que um ponto na curva de Nyquist da

função de transferência de uma planta pode ser movido para outra posição com controle PID; o ponto marcado com um círculo pode mover nas direções $G(j\omega)$, $-jG(j\omega)$ e $jG(j\omega)$ com a mudança dos ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente.

Figura 2.4: Ilustração de que um ponto na curva de Nyquist da função de transferência de uma planta pode ser movido para outra posição com controle PID



Fonte: Retirado de (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006) (p. 163)

2.3.4 Robustez

Nenhum modelo matemático descreve exatamente um sistema físico e os parâmetros de processos variam com a mudança das condições de operação e o envelhecimento dos equipamentos (DOYLE; FRANCIS; TANNENBAUM, 2013). Para processos industriais, por exemplo, é comum a estimativa de modelos de primeira e segunda ordem e com atraso, não importando se a dinâmica real do processo é mais complexa.

A consideração dos erros de modelagem na análise do sistema projetado e, possivelmente, no próprio projeto do controlador, é importante para a prevenção de instabilidade e para a manutenção do desempenho do sistema. A robustez em relação à uma propriedade significa que a propriedade é mantida mesmo perante incertezas da planta; assim, a estabilidade robusta é a garantia de que o sistema será estável na presença de variações e incertezas.

As margens de estabilidade e o máximo das funções de sensibilidade são úteis para quantificar robustez, pois indicam quanto a dinâmica real da planta pode ser diferente da modelada em diversos aspectos.

A investigação de quão sensível a resposta ao sinal de referência muda com pequenas variações no processo pode ser feita com a análise da função de transferência da referência r à saída y , que é dada por $T(s) = \frac{K(s)G(s)}{1+K(s)G(s)}$. Considerando T como sendo uma função

de G e derivando a mesma em relação a G , obtêm-se

$$\frac{dT(s)}{dG(s)} = \frac{1}{1 + K(s)G(s)} \frac{K(s)G(s)}{(1 + K(s)G(s))G(s)} \Rightarrow \frac{dT(s)}{T(s)} = S(s) \frac{dG(s)}{G(s)}, \quad (2.37)$$

ou seja, o erro relativo da função de transferência de malha fechada T é igual ao produto da função sensibilidade S e o erro relativo da função de transferência da planta. Assim, para frequências em que S é pequeno, tem-se que o sistema em malha fechada é mais insensível a variações no processo, sendo esse um dos motivos pelo qual S é chamada de função sensibilidade.

Para analisar quanto a função de transferência que modela a planta pode ser diferente da dinâmica real ou quanto esta função pode alterar sem que o sistema fique instável, supõe-se que a função de transferência nominal da planta é $G(s)$ e que a função de transferência da planta perturbada (ou modelada) é de $\tilde{G}(s) = G(s) + \Delta G(s)$, com $\Delta G(s)$ estável. O sistema em malha fechada com controlador $K(j\omega)$ será estável se $\tilde{L}(j\omega) = K(j\omega)\tilde{G}(j\omega) = K(j\omega)G(j\omega) + K(j\omega)\Delta G(j\omega)$ for estável; ou seja, se a distância de $K(j\omega)G(j\omega)$ ao ponto crítico $(-1, 0)$ no diagrama de Nyquist for maior que o módulo de $K(j\omega)\Delta G(j\omega)$, para todo ω :

$$|K(j\omega)\Delta G(j\omega)| < |1 + K(j\omega)G(j\omega)|. \quad (2.38)$$

Desta forma, garante-se estabilidade robusta para uma incerteza ou perturbação $\Delta G(j\omega)$ se e somente se

$$|\Delta G(j\omega)| < \left| \frac{1 + K(j\omega)G(j\omega)}{K(j\omega)} \right| \Rightarrow \left| \frac{\Delta G(j\omega)}{G(j\omega)} \right| < \frac{1}{|T(j\omega)|}. \quad (2.39)$$

A Eq. 2.39 pode ser interpretada da seguinte maneira: o sistema em malha fechada permanece estável se o erro relativo do modelo

$$E_r(j\omega) = \left| \frac{\tilde{G}(j\omega) - G(j\omega)}{G(j\omega)} \right| = \left| \frac{\Delta G(j\omega)}{G(j\omega)} \right| \quad (2.40)$$

for menor que o inverso do módulo da função sensibilidade complementar para toda frequência ω . Quanto menor for o valor de $|T(j\omega)|$ para uma frequência ω , maior a incerteza permissível.

Ao se verificar o desempenho de um sistema, foi apresentado na subseção 2.3.1 que de acordo com o tipo de desempenho em foco, uma função específica de transferência deve ser analisada. Uma forma de se adicionar especificações de desempenho ao projeto de controle é a imposição de valores máximos para a função específica (referenciada por $F(s)$, podendo ser qualquer uma das funções sensibilidade) em cada ponto de frequência, o que pode ser feito com a definição de uma função de transferência de ponderação $W(s)$

e a desigualdade

$$|F(j\omega)| < \frac{1}{|W(j\omega)|} \Rightarrow |F(j\omega)W(j\omega)| < 1. \quad (2.41)$$

Isto posto, garante-se desempenho robusto de um tipo específico para uma incerteza ou perturbação $\Delta G(j\omega)$ se e somente se

$$|\tilde{F}(j\omega)W(j\omega)| < 1, \quad \forall \omega, \quad (2.42)$$

sendo $\tilde{F}(s)$ a função de transferência específica considerando-se $\tilde{G}(s)$ ao invés de $G(s)$.

Na literatura, é comum o uso da especificação de desempenho em relação ao rastreo do sinal de referência (DOYLE; FRANCIS; TANNENBAUM, 2013). Seja $W_1(s)$ a especificação de desempenho, procura-se projetar um controlador para o qual

$$|W_1(j\omega)S(j\omega)| < 1 \quad \forall \omega. \quad (2.43)$$

Reescrevendo a Eq. 2.43 na forma

$$\left| \frac{W_1(j\omega)}{1 + K(j\omega)G(j\omega)} \right| < 1 \Rightarrow |W_1(j\omega)| < |1 + K(j\omega)G(j\omega)|, \quad (2.44)$$

esta inequação tem a seguinte interpretação gráfica no diagrama de Nyquist: para toda frequência, o ponto $L(j\omega)$ deve estar fora do disco de centro $(-1, 0)$ e raio $|W_1(j\omega)|$.

2.4 Especificações de projeto e critérios para avaliação

Entendidos os fundamentais objetivos e propriedades de sistemas de controle em malha fechada, é necessário quantificar os requisitos e especificações para o projeto. Além disso, precisa-se de métricas para a avaliação e comparação entre diferentes controladores. Esta seção apresenta os principais requisitos e critérios de avaliação de projetos, que podem ser expressos em termos de valores temporais ou frequenciais.

2.4.1 Especificações clássicas de projeto

Temporal: resposta ao degrau

Especificações para rastreo do sinal de referência são normalmente expressas no domínio do tempo. Estas podem incluir requisitos em:

- tempo de subida (t_r): tempo que leva para a saída atingir pela primeira vez 90% de seu valor final;

- tempo de estabelecimento (t_s): tempo depois da aplicação do degrau em que a saída fica entre $\pm 5\%$ de seu valor final;
- sobre-sinal: valor de pico dividido pelo valor final, que normalmente deve ficar em 1,2 (20%) ou menos;
- taxa de decaimento: razão entre o segundo e o primeiro valor de pico, que normalmente é de 0,3 ou menos;
- deslocamento de tempo estacionário: diferença entre o valor final e o valor final desejado.

A análise da resposta ao degrau também é uma abordagem utilizada para avaliar o desempenho de um sistema de controle. Os tempos de subida e de estabelecimento são medidas da velocidade de resposta, enquanto que o sobre-sinal, a taxa de decaimento e o deslocamento de tempo estacionário estão relacionadas a qualidade da resposta.

Frequencial: resposta em frequência

Especificações podem ser dadas em relação às características desejadas para a função ganho de malha $L(s)$ ou para as funções sensibilidade $S(s)$ e sensibilidade complementar $T(s)$, sendo as mais comuns:

- valor mínimo da frequência de cruzamento de fase ω_{pm} ;
- valor máximo para a margem de ganho g_m ;
- valor máximo para a margem de fase ϕ_m ;
- valor máximo para a máxima sensibilidade M_S ;
- valor máximo para a máxima sensibilidade complementar M_T .

2.4.2 Avaliação de projeto

Além de todos os itens que foram citados como especificações poderem ser utilizados para a avaliação de projeto de controladores, existem outras formas de se medir quão bom o desempenho de um sistema é de acordo com um objetivo específico.

Integral do Erro Absoluto e a Integral do Erro

Uma forma clássica de avaliação de desempenho de malhas de controle em tempo contínuo é pelo cálculo de índices de desempenho baseados na integral do erro do sistema.

A Integral do Erro Absoluto (IAE - *Integral of Absolute Error*) é uma índice comumente utilizado para se caracterizar o desempenho em relação aos efeitos da perturbação no sistema de controle. O índice IAE é definido por (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006)

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt, \quad (2.45)$$

no qual o erro $e(t)$ é dado pela diferença entre o sinal de referência e o valor medido da variável do processo. Uma desvantagem do uso do IAE é que este requer a simulação do processo que deve ser precisa o suficiente para se ter o cálculo correto (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006). Além disso, dado que o critério é baseado em uma integral infinita, torna-se necessário fazer a simulação por um período longo de tempo.

A Integral do Erro (IE - *Integral of Error*) definida por (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006)

$$IE = \int_0^{\infty} e(t) dt. \quad (2.46)$$

é outro índice de desempenho comumente utilizado, pois é uma boa aproximação da IAE para sistemas pouco oscilatórios e, no caso de malhas não oscilatórias, assumem valores idênticos.

Por causa do valor da IE ser diretamente relacionada aos parâmetros do controlador PID, seu cálculo é simples e eficiente. Para o caso de uma perturbação de carga $d(t)$ em degrau unitário aplicada na entrada do processo, o valor do IE torna-se:

$$IE = \int_0^{\infty} e(t) dt = \frac{1}{K_i}. \quad (2.47)$$

Isto pode ser provado ao se assumir que a lei de controle é dada pela Eq. 2.16, que o erro inicial seja zero ($e(0) = 0$) e que uma perturbação em degrau unitário seja aplicada na entrada do processo. Assumindo que o sistema em malha fechada é estável e possui ação integral, o erro será zero no tempo infinito ($e(\infty) = 0$). Portanto,

$$u(\infty) - u(0) = K_i \int_0^{\infty} e(t) dt = 1, \quad (2.48)$$

$$IE = \int_0^{\infty} e(t) dt = \frac{1}{K_i}. \quad (2.49)$$

Assim, a integral do erro é inversamente proporcional ao ganho integral do controlador PID (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006).

Funções de custo

A avaliação de desempenho de malhas de controle em tempo contínuo pode ser feita por meio do cálculo de valores máximos de funções de custo. Como visto na subseção 2.3.1, de acordo com o objetivo principal desejado para o sistema, alguma das funções sensibilidades tem maior importância; o valor máximo que a função atinge é utilizado como métrica para o desempenho (KRISTIANSSON; LENNARTSON, 2006). Portanto, as seguintes funções de custo são utilizadas para cada critério de desempenho:

- rejeição de perturbações na carga: $J_p(\omega) = \| S_v \|_\infty = \max_\omega | S_v(j\omega) |$;
- rastreamento do sinal de referência: $J_r(\omega) = \| S \|_\infty = \max_\omega | S(j\omega) |$;
- atenuação de ruídos do sensor: $J_s(\omega) = \| T \|_\infty = \max_\omega | T(j\omega) |$;
- esforço do controle: $J_u(\omega) = \| S_u \|_\infty = \max_\omega | S_u(j\omega) |$;
- estabilidade: margens de estabilidade.

Os valores também são utilizados para a comparação entre diferentes controladores para uma mesma planta.

2.5 Formulação do problema

A classe de sistemas considerada para o projeto da malha fechada, a estrutura parametrizada linearmente do controlador PID e o objetivo principal de controle são apresentados nesta seção. Em seguida, o problema de controle a ser resolvido é exposto.

2.5.1 Modelo da planta

Considera-se a classe de sistemas lineares estáveis e invariantes no tempo com apenas uma entrada e uma saída representada pela função de transferência $G(s)$. É assumido que a resposta em frequência em um número finito N_k de pontos, $G(j\omega_k)$, $k = 1, \dots, N$, é conhecida e que pontos relevantes da resposta em frequência estão disponíveis. Pontos relevantes da resposta em frequência de um sistema de controle são pontos ao redor e próximos à frequência em que a função ganho de malha projetada tem módulo um (1). Por estes pontos não serem conhecidos antes do projeto, os mesmos são escolhidos baseando-se ou na frequência de cruzamento de uma função de transferência de referência escolhida ou na frequência da banda de passagem da própria planta.

Modelos não-paramétricos são tais que o sistema não é modelado na forma de uma expressão matemática, mas como uma tabela (ou gráfico) em função da frequência (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989); assim, o conhecimento de um número finito de pontos da

resposta em frequência da planta é considerado um **modelo não-paramétrico**. Como os modelos de domínio da frequência não têm a informação condensada em um pequeno conjunto de parâmetros, os erros dinâmicos não modelados são evitados e as informações quantitativas sobre a planta e a qualidade da medição são capturadas. Isto, juntamente com a facilidade de obtenção, são razões para usar este tipo de modelos (PINTELO; SCHOUKENS, 2012).

2.5.2 Controlador PID

A classe de controladores PID considerada é

$$K(s) = K_p + K_i \frac{1}{s} + K_d \frac{s}{1 + T_f s}, \quad (2.50)$$

com T_f (conhecido) sendo a constante de tempo do filtro e K_p , K_i e K_d os ganhos do controlador. A seguinte forma do controlador parametrizada linearmente será utilizada

$$K(s) = \rho^T \phi(s), \quad (2.51)$$

com

$$\rho^T = [K_p, K_i, K_d], \quad (2.52)$$

$$\phi(s) = \left[1, \frac{1}{s}, \frac{s}{1 + T_f s} \right]. \quad (2.53)$$

Seja $L(s) = K(s)G(s)$ a função de transferência da malha a ser projetada, sua resposta em frequência pode ser representada por

$$\begin{aligned} L(j\omega) &= K(j\omega)G(j\omega) = \rho^T \phi(j\omega)G(j\omega) \\ &= \rho^T \Re(\omega) + j\rho^T \Im(\omega), \end{aligned} \quad (2.54)$$

onde $\Re(\omega)$ e $\Im(\omega)$ são, respectivamente, as partes real e imaginária de $\phi(j\omega)G(j\omega)$.

2.5.3 Critério de desempenho

A integral do erro:

$$IE = \int_0^\infty e(t) dt, \quad (2.55)$$

e a integral do erro absoluto:

$$IAE = \int_0^\infty |e(t)| dt, \quad (2.56)$$

podem ser utilizadas para medições da rejeição de perturbações na carga para controladores com ação integral e, conseqüentemente, são índices utilizados para descrição de desempenho (HAST et al., 2013). Para sistemas bem comportados:

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \approx |IE|. \quad (2.57)$$

Um degrau unitário de perturbação aplicado à entrada de um sistema com um controlador com ação integral resulta em $IE = \frac{1}{K_i}$ (Eq. 2.49). Assim, maximizar K_i corresponde a minimizar IE e à otimização da rejeição em malha fechada à perturbações na carga.

2.5.4 Especificações de projeto e de robustez

Escolhe-se uma função de transferência ganho de malha de referência $\bar{L}(j\omega)$. Para uma especificação de função de transferência de malha fechada desejada expressa por:

$$\bar{T}(s) = \frac{\omega_n^2 e^{-\theta s}}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (2.58)$$

utiliza-se a função ganho de malha de referência:

$$\bar{L}(s) = \frac{\omega_n^2 e^{-\theta s}}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2(1 - e^{-\theta s})}, \quad (2.59)$$

com ω_n e ξ sendo, respectivamente, a especificação de projeto para a frequência natural e a taxa de amortecimento e com θ denotando o atraso no tempo.

Formulam-se as especificações da função de transferência ganho de malha baseando-se em um ganho de malha de referência com margens de robustez desejadas e derivadas de uma função de transferência de malha fechada com comportamento temporal desejado.

A partir da análise da sensibilidade à erros de modelagem, tem-se que o sistema em malha fechada será muito sensível à variações nos parâmetros se a banda de passagem da malha fechada é escolhida muito maior que a banda de passagem do sistema em malha aberta (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013). Por isso, de acordo com (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013), os pólos da equação característica de malha fechada são normalmente escolhidos de modo que os pólos dominantes tenham mesma ordem de magnitude que os da malha aberta. Assim, os valores sugeridos para ω_n são da mesma ordem de magnitude da frequência da banda de passagem da planta $G(j\omega)$, ω_{Gb} , e por isso os pontos de frequência relevantes da planta utilizados no projeto estão em torno dessa frequência.

A escolha do valor de ξ pode ser baseada no valor máximo desejado para o máximo da função de transferência de sensibilidade M_S , que é a especificação de robustez. A relação entre ambos para funções de transferência no formato da Eq. 2.58 com θ nulo é

(ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2013):

$$M_S = \|S\|_\infty = \sqrt{\frac{1 + 8\xi^2 + (1 + 4\xi^2)\sqrt{1 + 8\xi^2}}{1 + 8\xi^2 + (-1 + 4\xi^2)\sqrt{1 + 8\xi^2}}}. \quad (2.60)$$

O valor $\xi = 0,5$ gera $M_S = 1,5$. Valores sugeridos para M_S são entre 1,0 e 2,0 (PANAGOPOULOS; ÅSTRÖM; HAGGLUND, 2002).

Como o sistema em malha fechada tem pelo menos o mesmo atraso no tempo que a planta, o valor sugerido para θ é o atraso no tempo da planta.

2.5.5 O problema de controle

O problema de controle consiste em determinar um controlador para o qual o sistema em malha fechada esteja de acordo com as especificações de estabilidade e desempenho. Para o caso de controladores PID com formulação da Eq. 2.16, o projeto resume-se a escolha de valores para K_p , K_i , K_d e T_f . Apenas plantas com modelagem na classe de sistemas lineares e invariantes no tempo são consideradas.

2.6 Conclusões

Para a formulação do problema de controle, apresenta-se a estrutura do sistema juntamente com a formulação utilizada do controlador PID, contendo os valores K_p , K_i , K_d e T_f a serem escolhidos, e com a restrição das plantas para a classe de sistemas lineares e invariantes no tempo.

Funções de transferência específicas caracterizam cada objetivo de controle, estabelecendo-se que o foco para os projetos é a rejeição de perturbações na carga, o qual tem uma relação direta com o ganho integral do controlador.

Para a caracterização de estabilidade de sistemas, margens são definidas e o diagrama de Nyquist é descrito. Para a avaliação dos projetos feitos existem funções de custo e índices de desempenho, os quais também podem ser utilizados para a comparação entre diferentes técnicas empregues para a obtenção dos ganhos dos controladores.

Para finalizar, o problema de controle é proposto.

Capítulo 3

Moldagem de Malha Pela Componente Real

3.1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se um novo método para o projeto de controladores PID utilizando programação linear para a maximização da rejeição a perturbações sujeita a restrições de robustez. Este método está baseado na moldagem da componente real da função de transferência ganho de malha para um conjunto de frequências.

A principal contribuição do método proposto está na formulação das restrições, com base em (KARIMI; KUNZE; LONGCHAMP, 2007), com a adição de restrições para um conjunto de frequências que induzem desempenho relacionado ao comportamento temporal aproximado do sistema de malha fechada.

A classe de sistemas lineares estáveis e invariantes no tempo com apenas uma entrada e uma saída é considerada. O problema de otimização é proposto, com algumas sugestões para as variáveis de projeto, é resolvido para alguns exemplos e o sistema em malha fechado projetado é analisado.

3.2 Projeto do controlador

3.2.1 As restrições

Considerando a parte real da função de transferência de referência e de ganho de malha:

$$\Re_L(\omega) = \text{Re}\{\bar{L}(j\omega)\} \quad (3.1)$$

e

$$\rho^T \Re(\omega) = \text{Re}\{K(j\omega)G(j\omega)\}, \quad (3.2)$$

3.2.2 O problema de otimização

O objetivo de controle é minimizar o índice IE de desempenho sob as restrições da Eq. (3.3). O problema de otimização proposto para a obtenção dos ganhos do controlador é:

$$\begin{aligned} & \underset{\rho}{\text{maximizar}} && K_i \\ & \text{sujeito a} && \rho^T \Re(j\omega_k) \geq \Re_L(\omega_k) \\ & && \text{para todo } \omega_k \text{ considerado.} \end{aligned}$$

As frequências sugeridas para serem utilizadas na formulação das restrições é de aproximadamente uma década abaixo da frequência de cruzamento $\omega_{L_{gc}}$ e até uma década acima, estando o intervalo separado por um número N_k de frequências linearmente espaçadas. Se a função de ganho de malha atravessa o eixo imaginário positivo, como quando se tem atraso não nulo na especificação, a primeira frequência a qual isto ocorre, caso seja menor do que uma década acima da frequência de corte, deve ser utilizada como frequência máxima. Sugere-se a utilização de ao menos 20 pontos de frequência (valor baseado em experimentos).

A utilização dos pontos de frequências sugerido é justificada pelo fato de que, por o projeto considerar restrições para cada frequência, as frequências de cruzamento da função ganho de malha de referência e projetada são próximas.

Estabelecidas as condições para o uso do método de projeto proposto, juntamente com as especificações utilizadas para a aplicação do mesmo, as restrições consideradas e o problema de otimização linear proposto para a obtenção dos ganhos do controlador PID foram apresentados. Para melhor análise e entendimento do método, exemplos e simulações são apresentados na próxima seção.

3.3 Simulações

O projeto de controladores PID sugerido é mostrado por meio de exemplos e comparações. O número de pontos de avaliação N_k considerados da função de transferência de malha aberta e as frequências ω_k igualmente espaçadas entre um intervalo específico são estabelecidos para cada caso.

Um conjunto de exemplos de modelos teste surgidos em (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2000) é utilizado para o estudo e análise dos projetos de controle, o qual é composto por uma coletânea de plantas testes padrão utilizadas para a pesquisa e a avaliação de sistemas de controle PID, baseada em anos de experiência e estudos.

Após a escolha da função de transferência de referência para o ganho de malha, que contém o comportamento desejado, as restrições são formuladas para cada ω_k e o problema

de otimização para a maximização de K_i sujeito às restrições é formulado. O problema de otimização é resolvido utilizando programação linear e as soluções para cada caso correspondem aos ganhos do controlador. Em seguida, cada sistema em malha fechada obtido é analisado.

O método de programação linear simplex dual presente no *MatLab* é utilizado para a resolução dos problemas de otimização, com tolerância de 10^{-7} e número máximo de iterações possíveis igual a 85 (valores sugeridos pelo *MatLab*).

Exemplo 1. Sistema de primeira ordem com atraso

Considere a planta com função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)} e^{-0,2s}. \quad (3.4)$$

A frequência da banda de passagem da planta $G(j\omega)$ é $\omega_{Gb} = 1,000$ rad/s.

A função de transferência de referência $\bar{L}(s)$ utilizada para este exemplo é derivada da função de transferência de malha fechada com frequência natural ω_n igual a ω_{Gb} , que é 1,000 rad/s, e atraso no tempo θ igual a 0,200 s. A taxa de amortecimento utilizada ξ é de 0,700 para se garantir um máximo de pico da função de sensibilidade de $M_{LS} = 1,371$ (margem de módulo $s_{Lm} = 0,729$). A margem de ganho obtida é de $g_{Lm} = 8,351$ e a de fase é $\phi_{Lm} = 63,436^\circ$. Sua frequência da banda de passagem é $\omega_{Lb} = 0,796$ rad/s e sua frequência de cruzamento é $\omega_{Lgc} = 0,5889$ rad/s.

O intervalo de frequências considerado para a planta é de 0,059 a 8,830 rad/s (aproximadamente uma década abaixo da frequência de corte ω_{Lgc} até a frequência em que $\bar{L}(j\omega)$ função cruza o eixo imaginário), com $N_k = 20$ pontos de frequência linearmente espaçados.

O procedimento de programação linear proposto resulta nos ganhos do controlador PID:

$$K_p = 0,008 \quad K_i = 0,431 \quad K_d = 0,000. \quad (3.5)$$

Ou seja, um controlador PI. A constante do filtro derivativo utilizada é $T_f = 0,1$ s. A frequência de cruzamento do ganho de malha obtida é $\omega_{cg} = 0,400$ rad/s, com margem de ganho $g_m = 13,200$ e margem de fase $\phi_m = 64,047^\circ$.

A integral do erro IE para a resposta ao degrau unitário na referência é de 3,320, enquanto que para um degrau de $-0,200$ na perturbação de carga é de 0,463. Utiliza-se a notação 3,320/0,463 para expressar as integrais do erro para as situações descritas (como, por exemplo, na Tab. 3.1). De modo análogo, as integrais absolutas do erro IAE para a resposta ao degrau unitário na referência e para um degrau de $-0,200$ na perturbação de carga são dadas por 3,643/0,508.

Para a quantização do esforço de controle, o máximo da função sensibilidade de controle está calculado e é $M_{Su} = 1,026$.

Por a planta ter uma dinâmica de primeira ordem com atraso não dominante (atraso menor que a constante de tempo do sistema), o ganho de malha projetado tem dinâmica próxima da especificação e são obtidas curvas de Nyquist próximas (Fig. 3.2). As dinâmicas das funções de transferência de malha fechada T também são próximas por as condições serem feitas para cada frequência (Fig. 3.3). A frequência da banda de passagem da função de transferência de malha fechada T obtida é $\omega_b = 0,665$ rad/s. O máximo da função sensibilidade obtido é $M_S = 1,334$ e o da função sensibilidade complementar é $M_T = 1,000$.

As respostas temporais confirmam a proximidade de dinâmicas entre o sistema de referência e o projetado (Fig. 3.5).

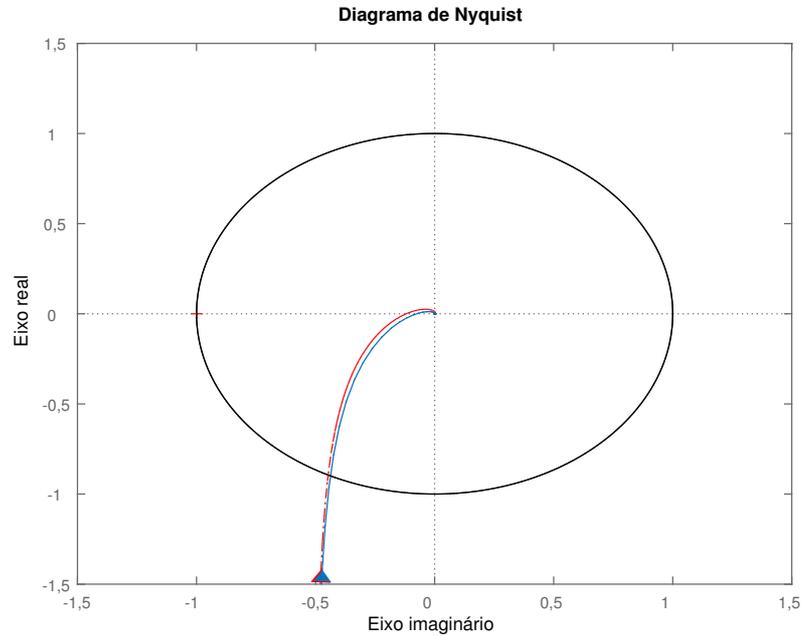
Tabela 3.1: Exemplo 1. Dados das especificações para o projeto do sistema de primeira ordem com atraso

Planta			Referência		
	ω_{Gb} (rad/s)		ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
	1,000		1,000	0,700	0,200
N_k	ω_{ki} (rad/s)	ω_{kf} (rad/s)	g_{Lm}	ϕ_{Lm} (°)	s_{Lm}
20	0,059	8,830	8,351	63,436	0,729
			ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_{LS}
			0,794	0,588	1,371

Tabela 3.2: Exemplo 1. Projeto e características do sistema de controle projetado

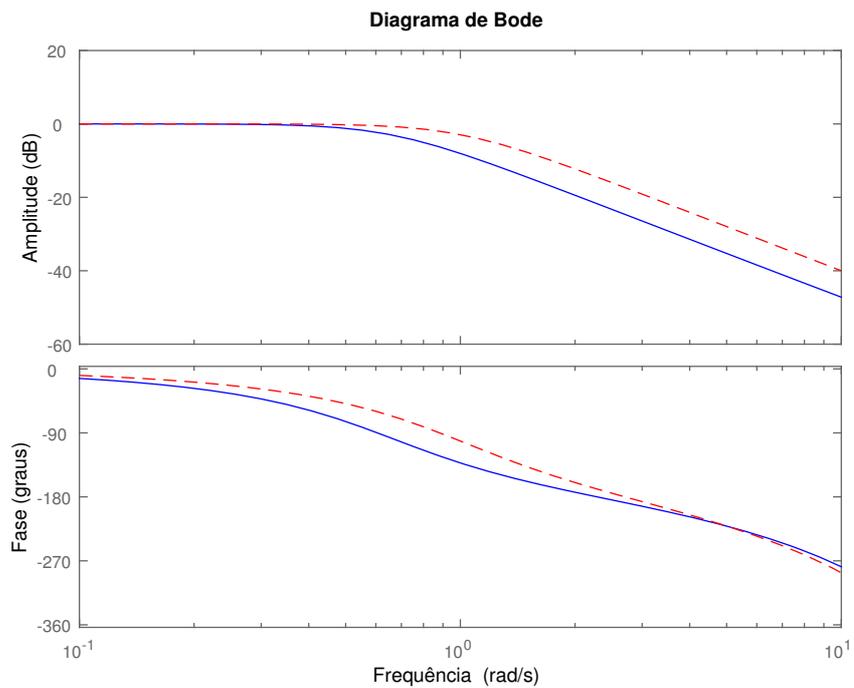
Controlador	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	0,008	0,431	0,000	0,100
Malha aberta	ω_{cg} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	s_m
	0,400	13,200	64,047	0,750
Malha fechada	ω_b (rad/s)	M_T	M_S	
	0,660	1,000	1,334	
Desempenho	IE	IAE	M_{Su}	
	3,320/0,463	3,643/0,508	1,026	

Figura 3.2: Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 1



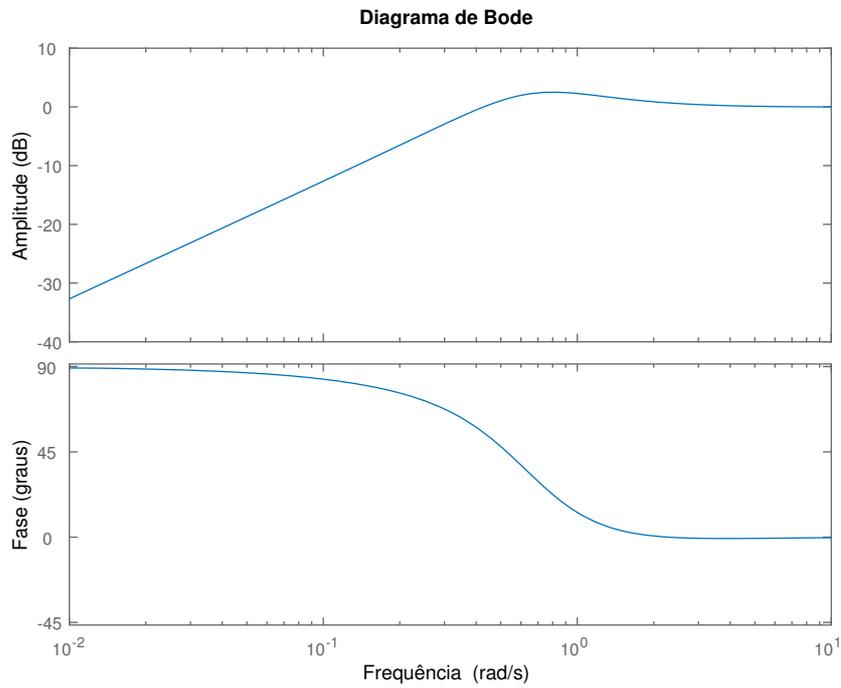
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.3: Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T de referência (curva tracejada vermelha) e projetada (curva solida azul) - Exemplo 1



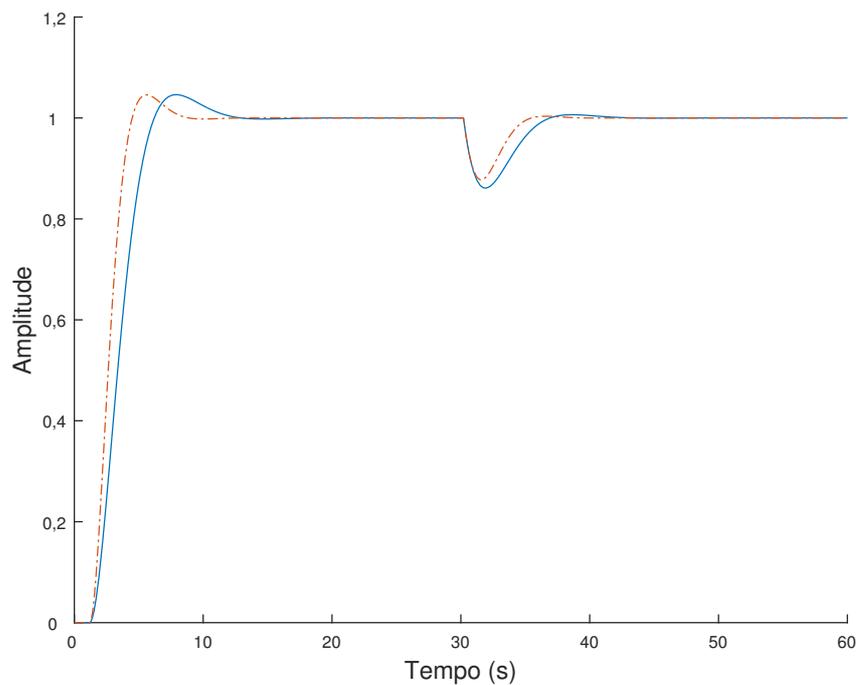
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.4: Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 1



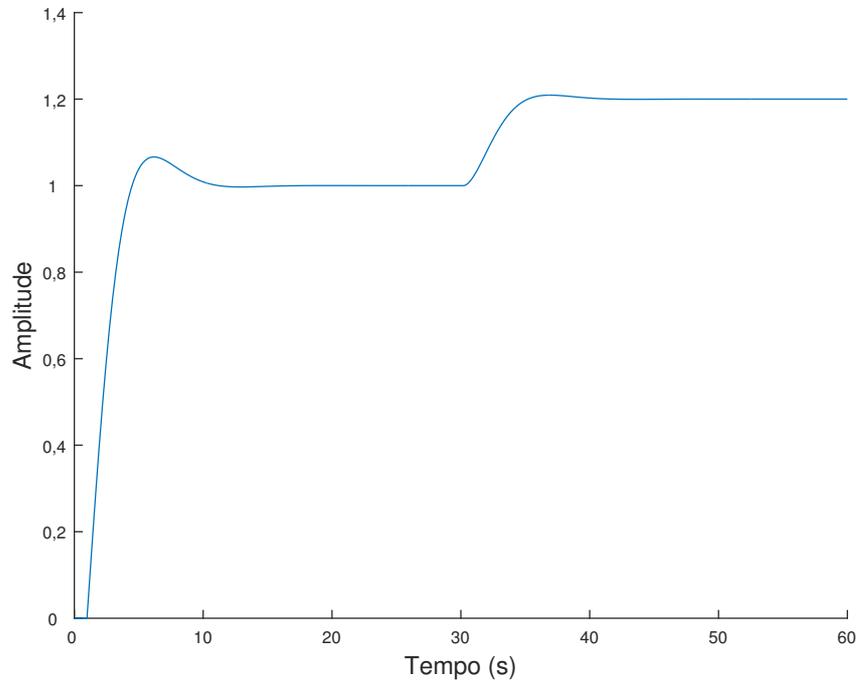
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.5: Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 1



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.6: Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) - Exemplo 1



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Exemplo 2. Sistema de segunda ordem com atraso

Considere a planta com função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^2} e^{-2s}. \tag{3.6}$$

Tabela 3.3: Exemplo 2. Dados das especificações para o projeto do sistema de segunda ordem com atraso

Planta			Referência		
N_k	ω_{k_i} (rad/s)	ω_{k_f} (rad/s)	ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
	ω_{Gb} (rad/s)				
	0,643		0,642	0,700	2,000
20	0,024	1,292	g_{Lm}	ϕ_{Lm} (°)	s_{Lm}
			2,567	60,449	0,583
			ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_{LS}
			0,352	0,244	1,715

O ganho de malha projetado (Tab. 3.4) tem dinâmica próxima da especificação (Tab. 3.3) e são obtidas curvas de Nyquist próximas (Fig. 3.7); como um pólo no ganho de malha

Tabela 3.4: Exemplo 2. Projeto e características do sistema de controle projetado

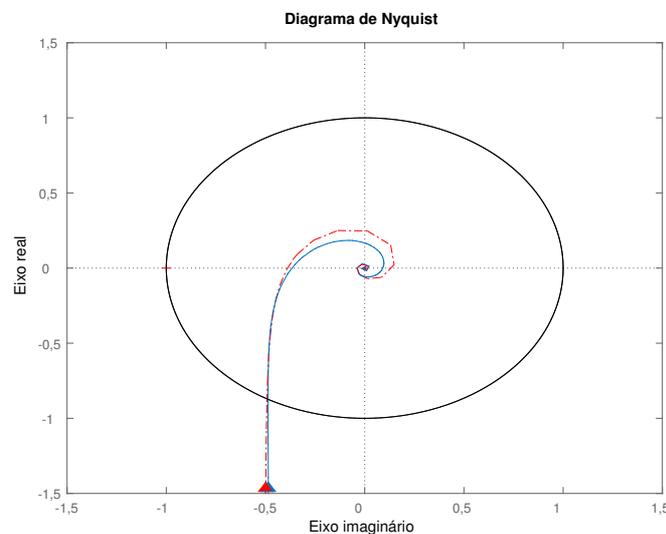
Controlador	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	0,444	0,232	0,063	0,100
Malha aberta	ω_{cg} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	s_m
	0,238	2,724	60,843	0,588
Malha fechada	ω_b (rad/s)	M_T	M_S	
	0,592	1,000	1,702	
Desempenho	IE	IAE	M_{Su}	
	5,319/0,863	5,716/0,904	1,086	

de referência está localizado em $-0,899$ e o outro em $0,000$, sem zeros, e no projetado estão em $-1,000$, $-1,000$, $-10,000$ e $0,000$, zeros em $-3,760$ e $0,570$, tem-se que na região da frequência de cruzamento do sistema (principal responsável pela dinâmica do sistema) o efeito do zero da função de referência é compensado no projeto com a localização de um zero antes dos pólos da planta e outro logo após, fazendo com que as dinâmicas de ambas sejam similares (Fig. 3.8).

A diferença maior ocorre para altas frequências devido às localizações dos atrasos nas funções de transferências serem diferentes (para a planta, tem-se apenas um atraso no numerador, enquanto que na especificação, tem-se um no numerador e outro no denominador) e também devido à presença do filtro da parte derivativa do controlador.

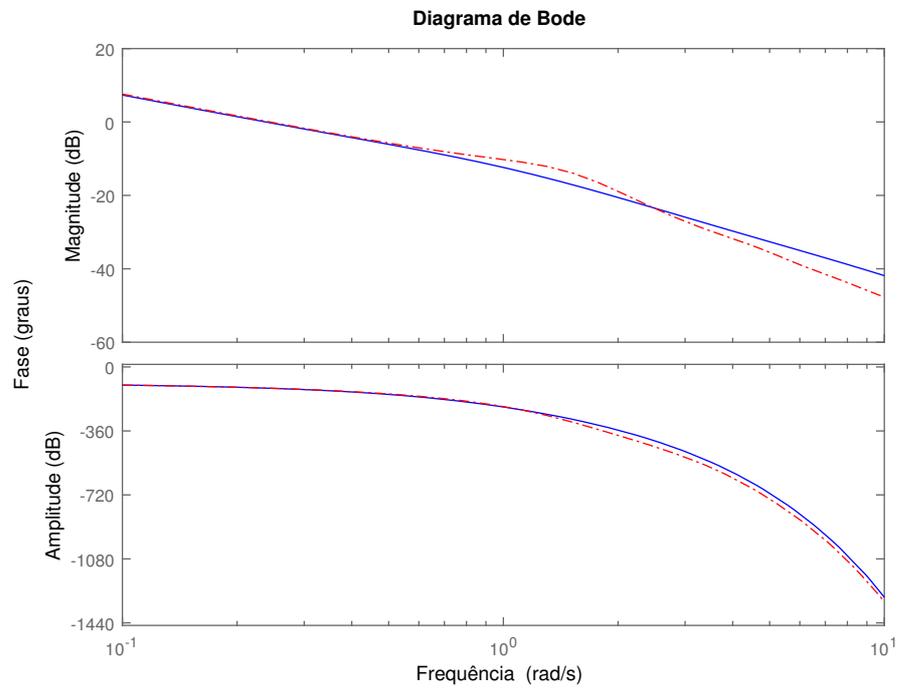
Por as dinâmicas das funções de transferência de malha fechada T serem próximas (Fig. 3.9), as respostas temporais a degraus também são (Fig. 3.11).

Figura 3.7: Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 2



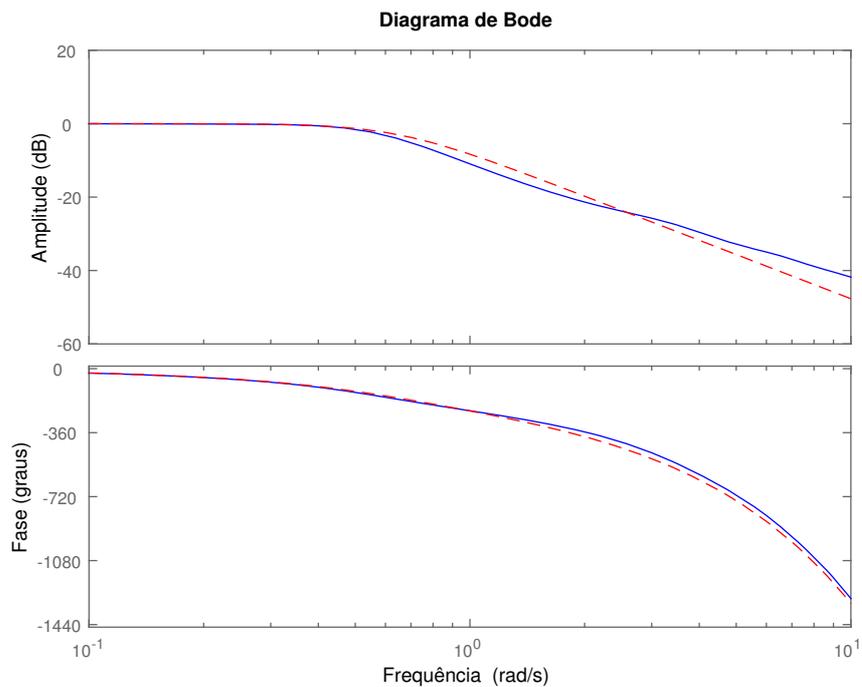
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.8: Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha de referência \bar{L} (curva ponto-traço vermelha) e projetada L (curva solida azul) - Exemplo 2



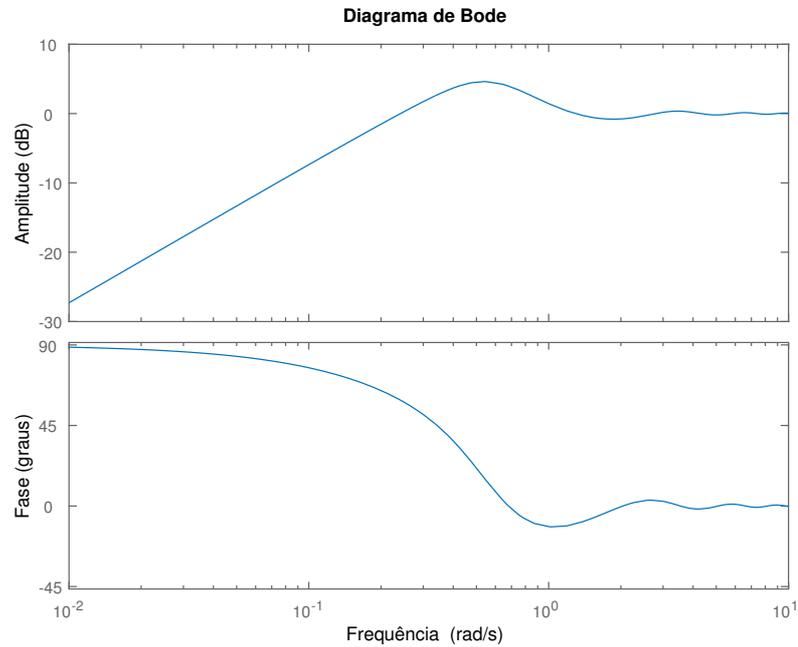
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.9: Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T de referência (curva tracejada vermelha) e projetada (curva solida azul) - Exemplo 2



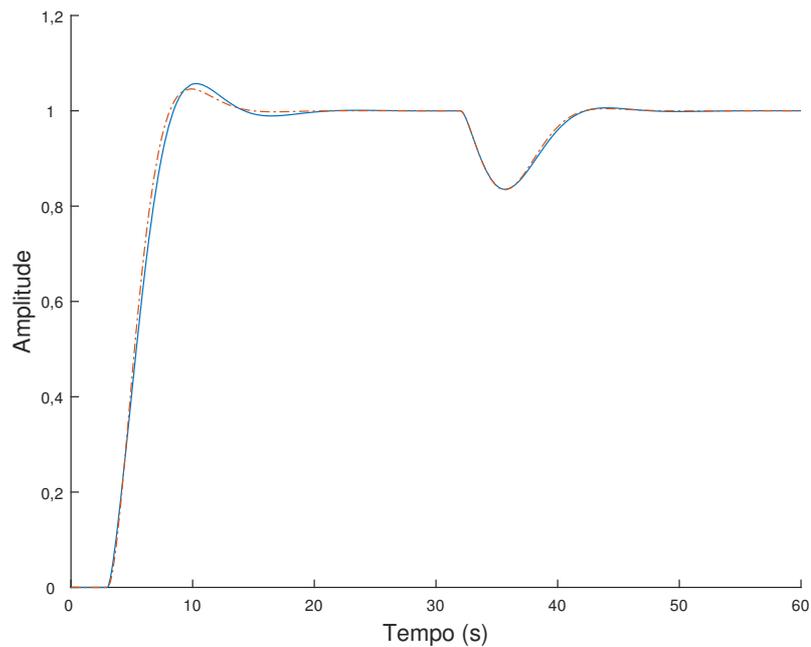
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.10: Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 2



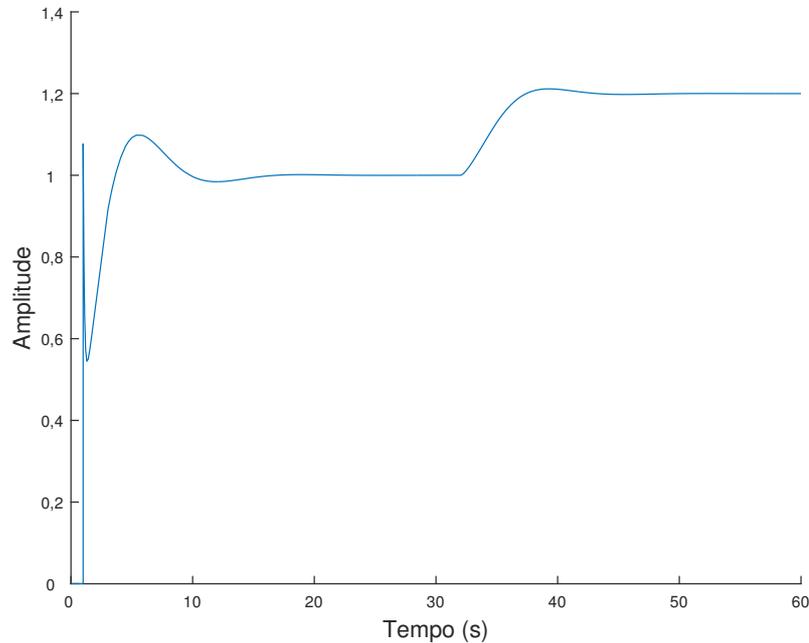
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.11: Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 2



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.12: Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) - Exemplo 2



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Exemplo 3. Sistema de terceira ordem

Considere a planta com função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^3}. \quad (3.7)$$

Como o sistema é de terceira ordem sem atraso, apresenta pontos de frequência com parte imaginária positiva. Para compensar o efeito do pólo a mais que a referência, pode-se aproximar de um dos pólos do mesmo para um atraso a ser adotado na referência por meio de: $\frac{1}{s+1} \approx e^{-s}$. Consequentemente, escolhe-se $\theta = 1$ s na especificação da referência. É recomendada, mas não é obrigatória, a compensação do efeito de pólos a mais.

O controlador obtido é do tipo PI (Tab. 3.6). Devido à grande diferença entre a estrutura das funções ganho de malha de referência e projetada (a primeira apresenta atrasos enquanto a segunda não), os diagramas de Bode das funções de transferência de malha fechada T de referência e projetada não são próximos para altas frequências (Fig. 3.14); a influência desta diferença é pouca para a resposta temporal (Fig. 3.16) devido à mudança de inclinação dos gráficos ocorrer em frequências próximas e às baixas amplitudes para altas frequências.

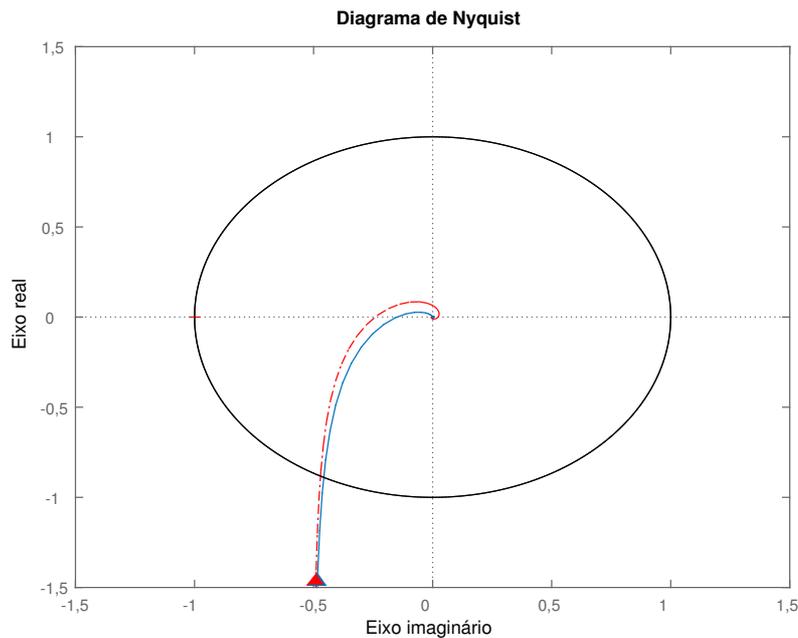
Tabela 3.5: Exemplo 3. Dados das especificações para o projeto do sistema de terceira ordem

Planta			Referência		
	ω_{Gb} (rad/s)		ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
	0,509		0,510	0,700	1,000
N_k	ω_{k_i} (rad/s)	ω_{k_f} (rad/s)	g_{Lm}	ϕ_{Lm} (°)	s_{Lm}
20	0,026	2,010	4,136	61,884	0,668
			ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_{LS}
			0,361	0,261	1,496

Tabela 3.6: Exemplo 3. Projeto e características do sistema de controle projetado

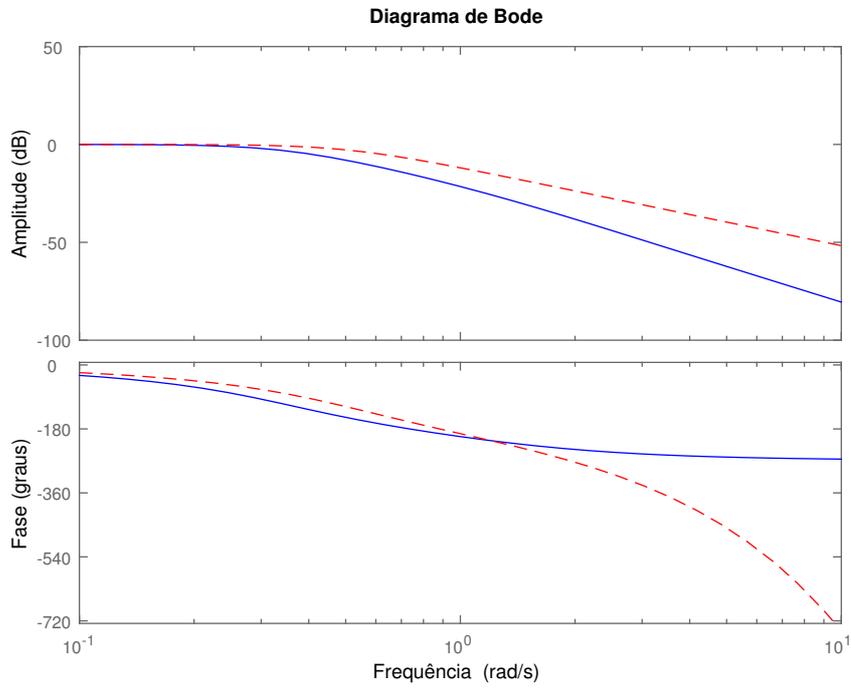
Controlador	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	0,093	0,200	0,000	0,100
Malha aberta	ω_{cg} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	s_m
	0,190	6,652	62,773	0,707
Malha fechada	ω_b (rad/s)	M_T	M_S	
	0,339	1,000	1,415	
Desempenho	IE	IAE	M_{Su}	
	5,999/1,004	6,656/1,108	1,019	

Figura 3.13: Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 3



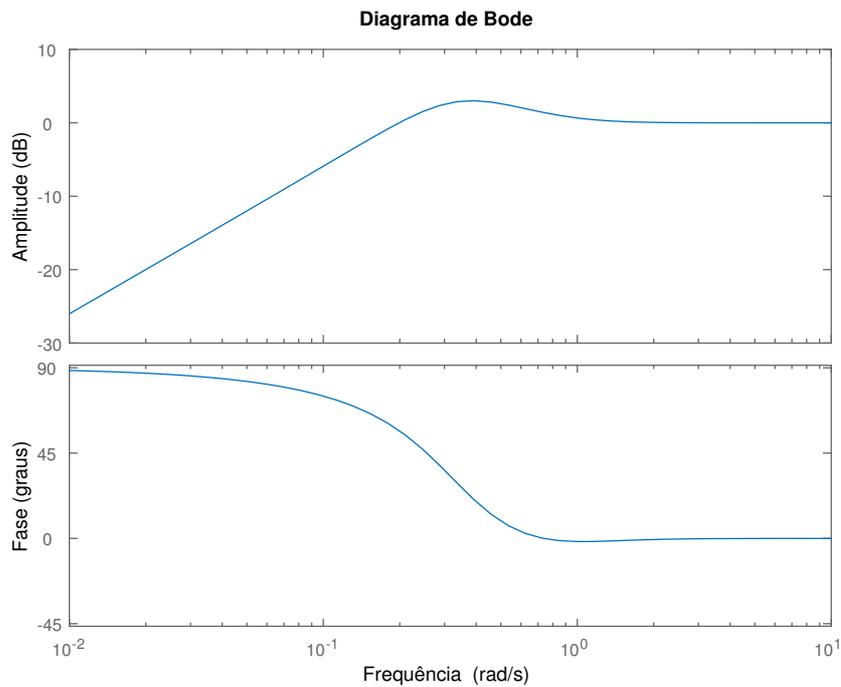
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.14: Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T de referência (curva tracejada vermelha) e projetada (curva solida azul) - Exemplo 3



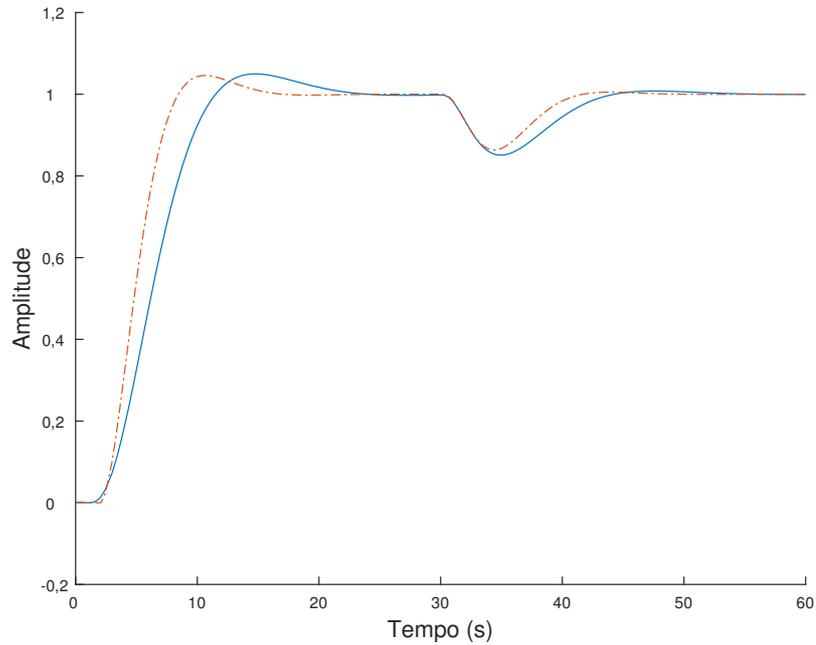
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.15: Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 3



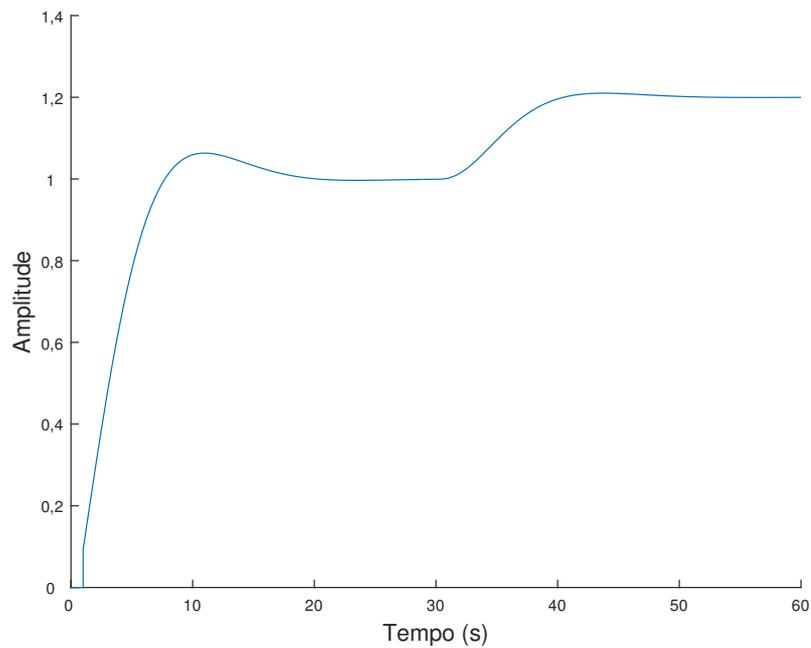
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.16: Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solid azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 3



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.17: Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solid azul) - Exemplo 3



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Exemplo 4. Sistema de quarta ordem

Considere a planta com função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)(0,2s + 1)(0,2^2s + 1)(0,2^3s + 1)}. \quad (3.8)$$

Esta planta apresenta quatro pólos espaçados exponencialmente.

Para este caso, a escolha do atraso para a especificação foi feita utilizando-se a aproximação para os dois pólos da planta menos significativos (ou seja, que contêm parte real negativa e com maior módulo), ou seja, $\theta = 0,040 + 0,008 = 0,048$. Os resultados obtidos são similares aos dos exemplos anteriores, mostrando que o projeto resulta em um sistema em malha fechada com margens de estabilidade e respostas temporais semelhantes às da especificação para plantas de ordem maior que 2 (Tab. 3.8).

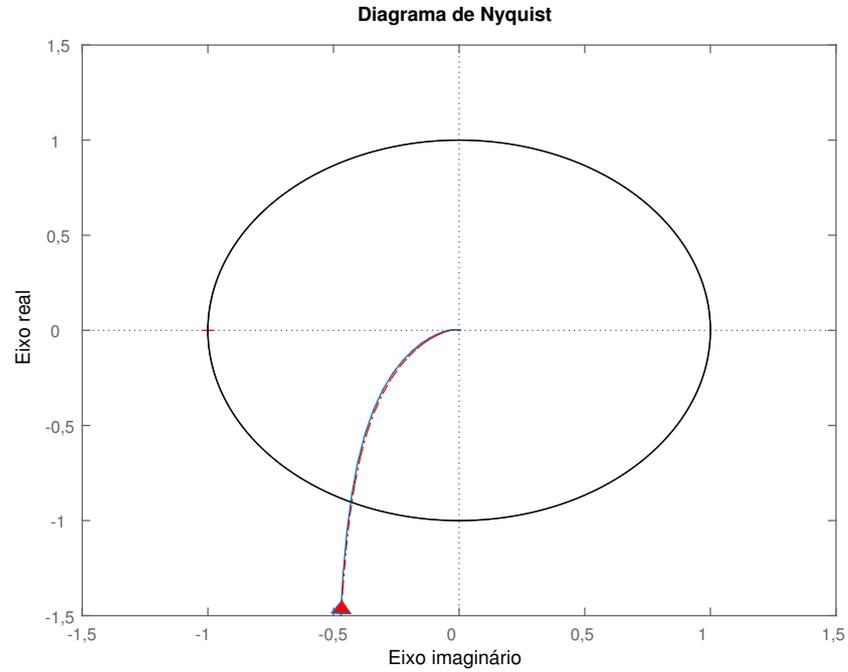
Tabela 3.7: Exemplo 4. Dados das especificações para o projeto do sistema de quarta ordem

Planta			Referência		
	ω_{Gb} (rad/s)		ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
	0,960		0,962	0,700	0,048
N_k	ω_{ki} (rad/s)	ω_{kf} (rad/s)	g_{Lm}	ϕ_{Lm} (°)	s_{Lm}
20	0,061	33,770	31,660	64,660	0,770
			ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_{LS}
			0,812	0,609	1,299

Tabela 3.8: Exemplo 4. Projeto e características do sistema de controle projetado

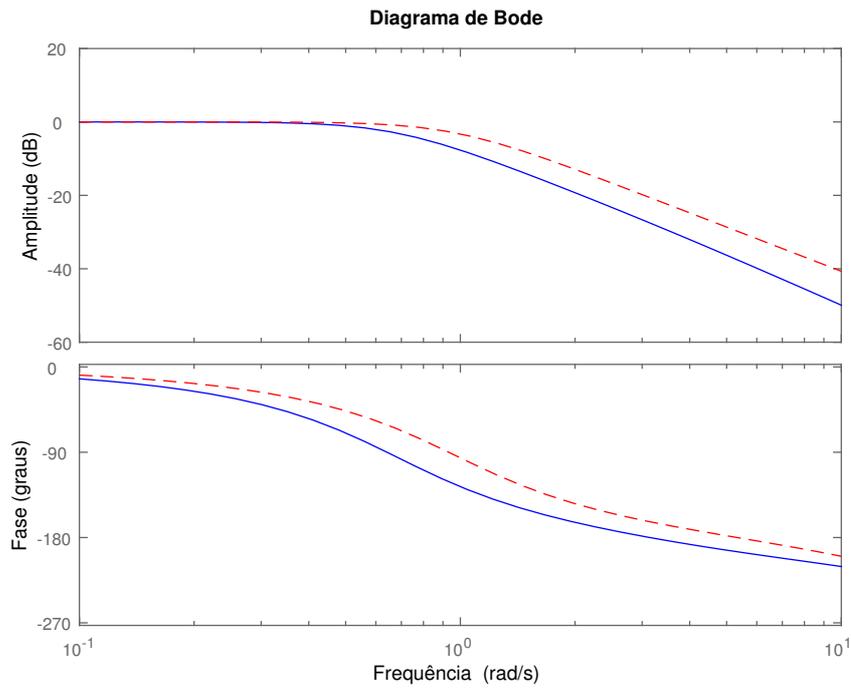
Controlador	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	0,062	0,459	0,000	0,100
Malha aberta	ω_{cg} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	s_m
	0,422	24,719	64,413	0,763
Malha fechada	ω_b (rad/s)	M_T	M_S	
	0,680	1,000	1,311	
Desempenho	IE	IAE	M_{Su}	
	3,174/0,440	3,491/0,484	1,032	

Figura 3.18: Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 4



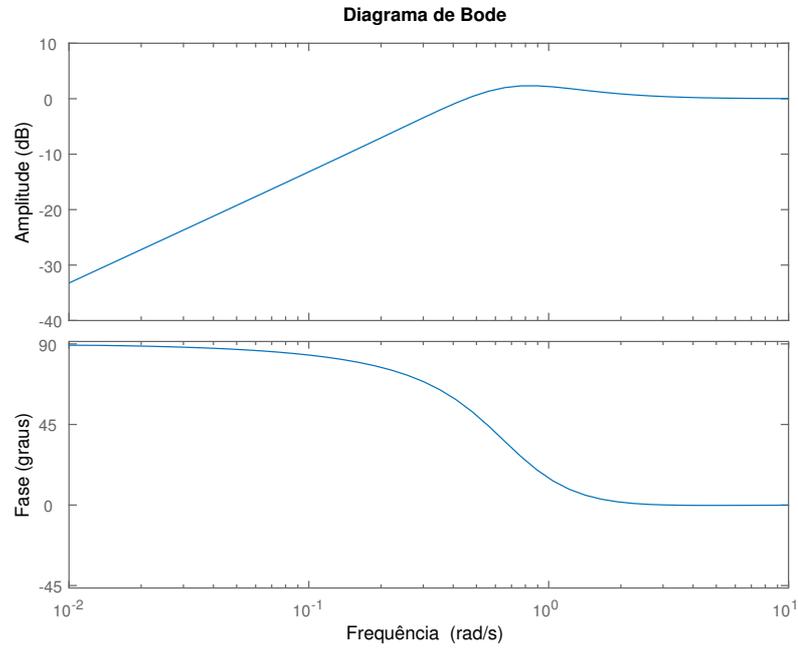
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.19: Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T de referência (curva tracejada vermelha) e projetada (curva solida azul) - Exemplo 4



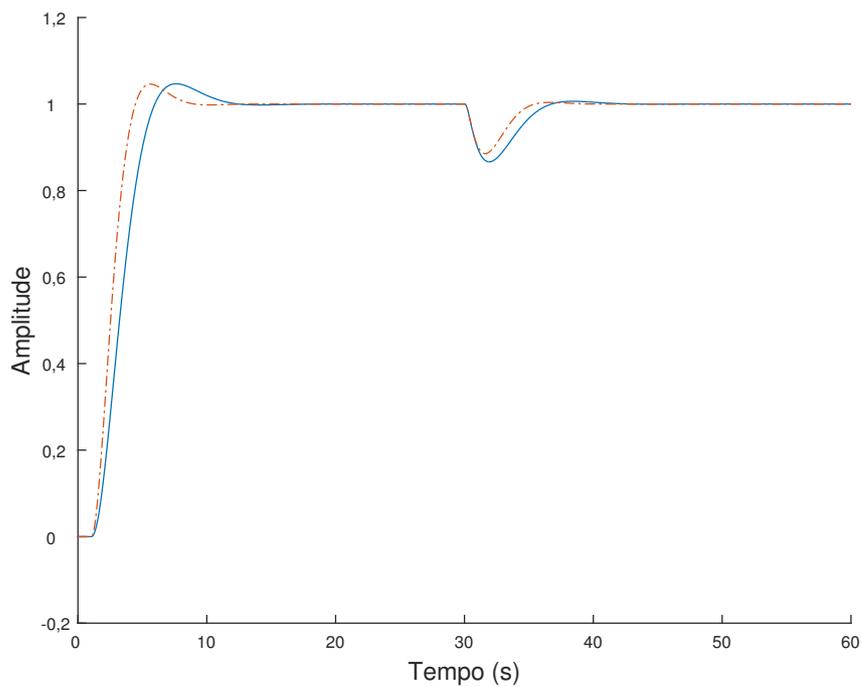
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.20: Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 4



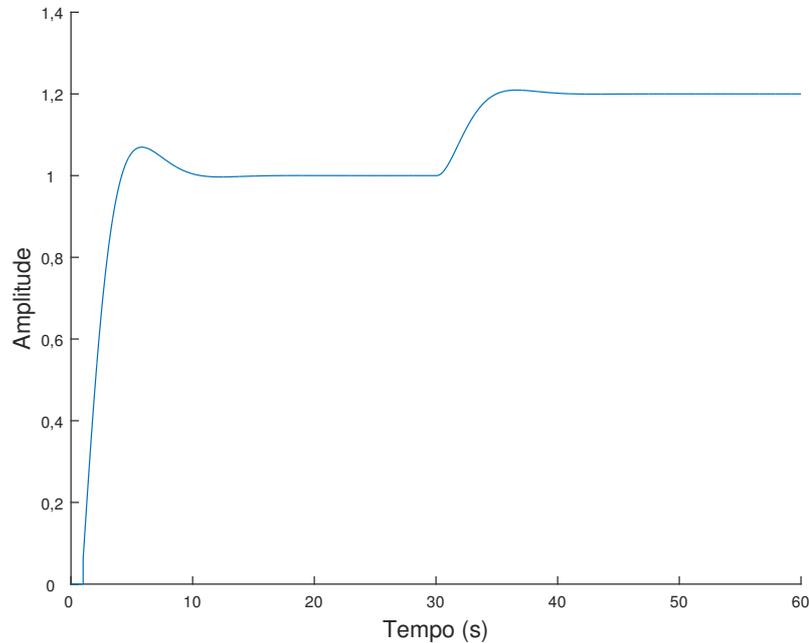
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.21: Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 4



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.22: Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) - Exemplo 4



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Exemplo 5. Sistema de quarta ordem

Considere a planta com função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}. \quad (3.9)$$

Para este exemplo, a função de transferência de referência utilizada é derivada da especificação sem a consideração da dinâmica da planta para a escolha dos parâmetros. A escolha dos parâmetros da especificação é feita a partir de uma função de transferência de malha fechada a qual contém o comportamento temporal desejado para a resposta ao degrau na referência do sistema em malha fechada.

O diagrama de Nyquist da função de referência e da obtida para a malha fechada são mostradas na Fig. 3.23. Observa-se que as margens impostas aproximam as respostas em frequência da referência e do ganho de malha projetado. Embora pareça que no gráfico as condições são violadas, isto não ocorre pois as restrições são baseadas nas frequências ω_k , como ilustrado na Fig. 3.24.

Do gráfico de Bode (Fig. 3.25) das funções de transferência projetada e de referência, observa-se que as restrições também impõem performance, pois ambos os gráficos apresentam valores similares em frequências aproximadas.

Na Fig. 3.27 é apresentada a resposta a um degrau unitário na referência, em $t = 0$ s, e um degrau de $-0,2$ na perturbação de carga, em $t = 30$ s. Observa-se que o sistema com controlador não apenas segue a referência, mas também rejeita perturbações degrau na carga. O sinal de controle necessário para se ter esta resposta temporal é apresentado na Fig. 3.28.

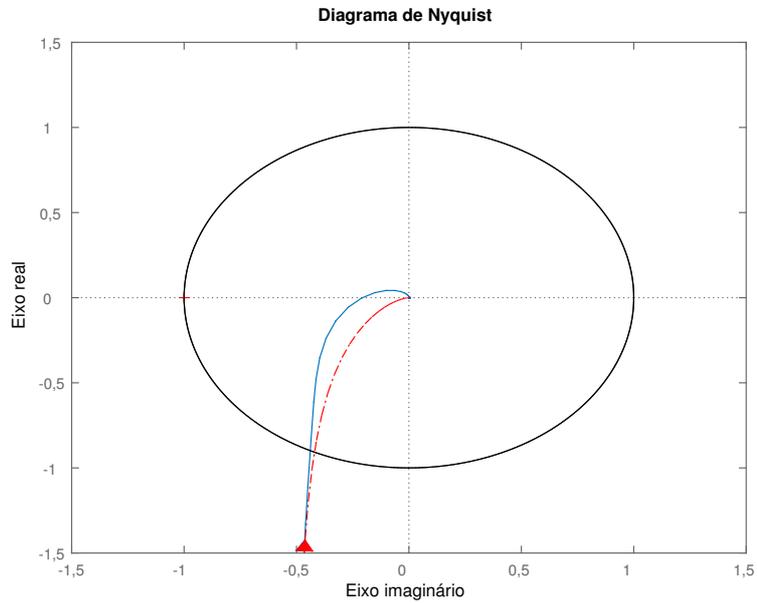
Tabela 3.9: Exemplo 5. Dados das especificações para o projeto do sistema de quarta ordem

Planta			Referência		
	ω_{Gb} (rad/s)		ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
	0,434		1,000	0,700	0,000
N_k	ω_{k_i} (rad/s)	ω_{k_f} (rad/s)	g_{Lm}	ϕ_{Lm} (°)	s_{Lm}
20	0,065	6,482	∞	65,156	0,783
			ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_{LS}
			0,861	0,648	1,276

Tabela 3.10: Exemplo 5. Projeto e características do sistema de controle projetado

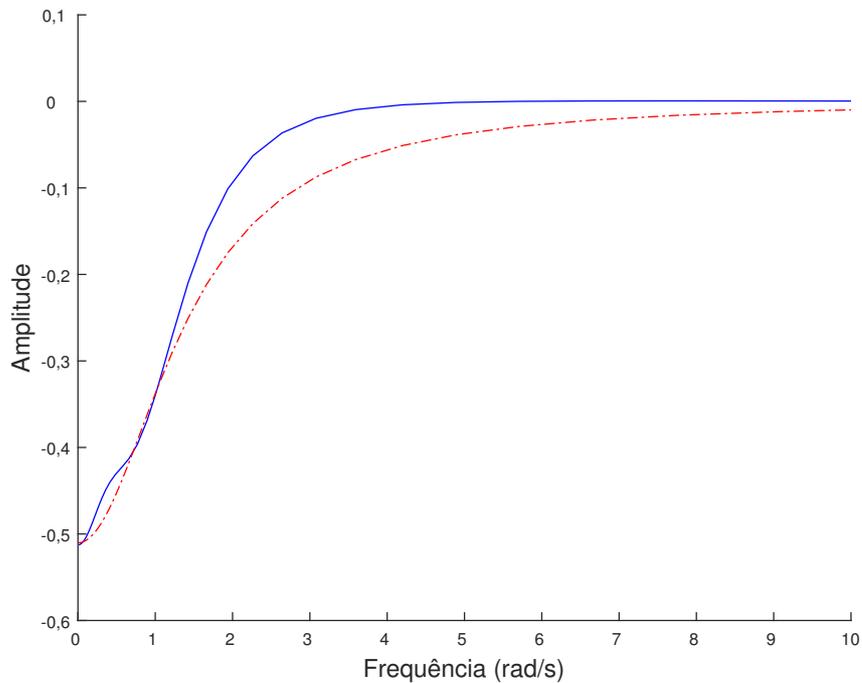
Controlador	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	1,249	0,440	1,111	0,100
Malha aberta	ω_{cg} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	s_m
	0,424	4,825	63,980	0,675
Malha fechada	ω_b (rad/s)	M_T	M_S	
	0,832	1,000	1,482	
Desempenho	IE	IAE	M_{Su}	
	3,271/0,454	3,495/0,462	12,360	

Figura 3.23: Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva sólida azul) - Exemplo 5



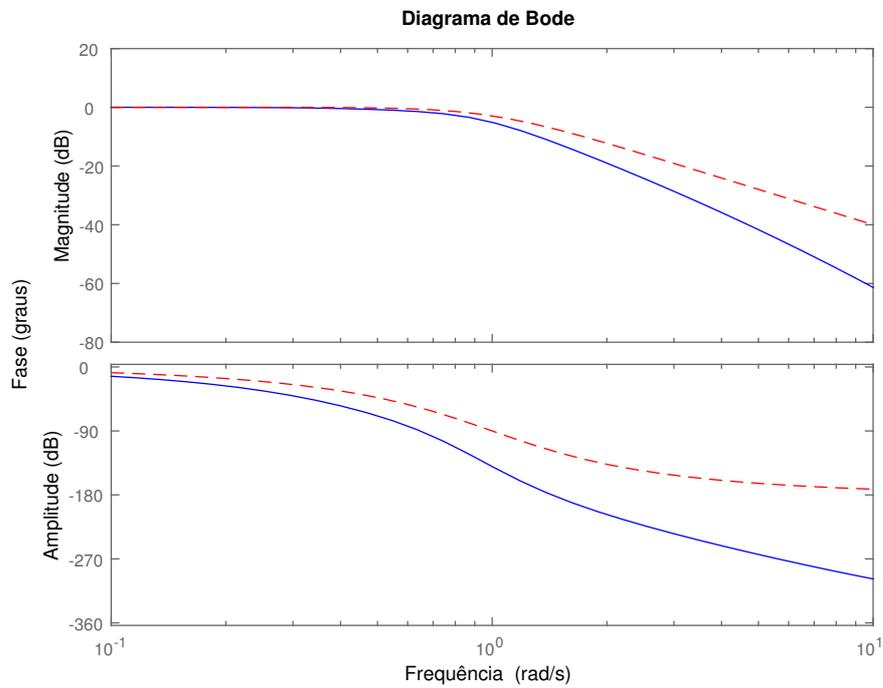
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.24: Parte real da função de transferência de ganho de malha projetada (linha sólida azul) e da de referência (linha tracejada vermelha) em função da frequência (rad/s) - Exemplo 5



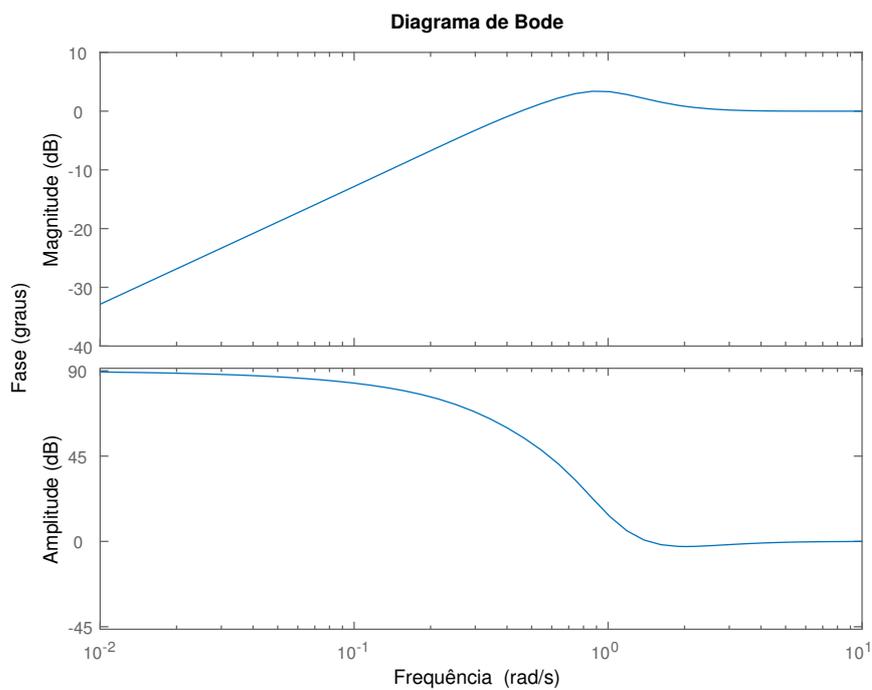
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.25: Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T de referência (curva tracejada vermelha) e projetada (curva solida azul) - Exemplo 5



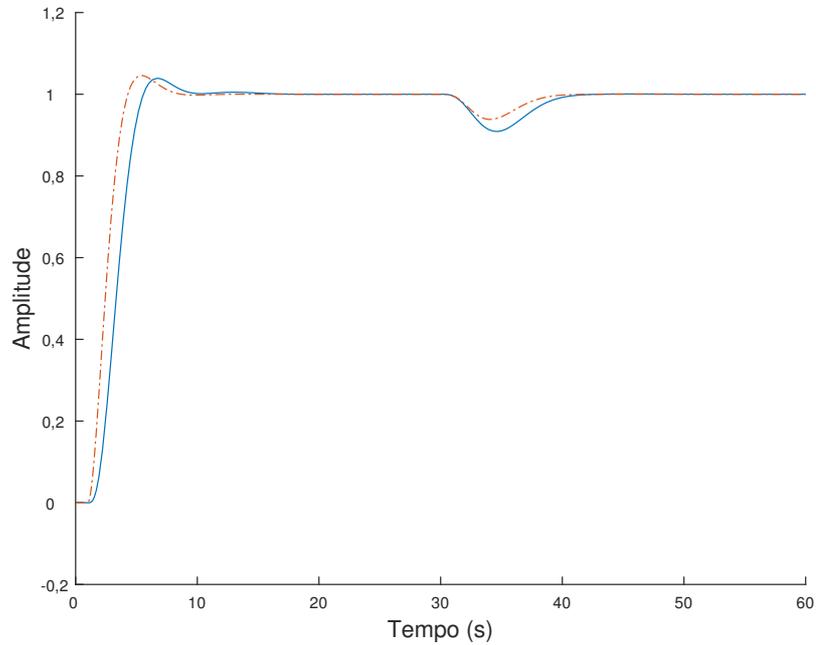
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.26: Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 5



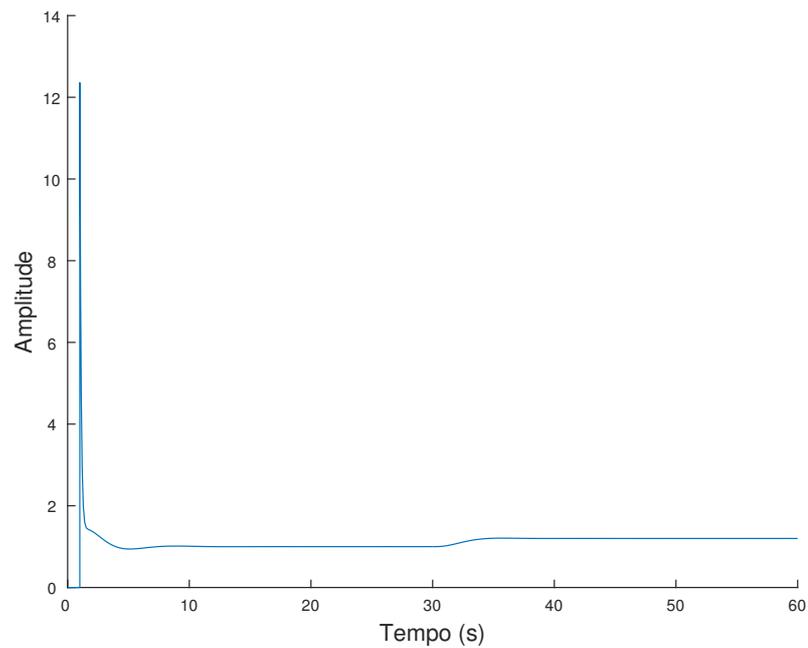
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.27: Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solidazul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 5



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.28: Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solidazul) - Exemplo 5



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Exemplo 5a. Sistema de quarta ordem com variações na frequência natural

Este exemplo apresenta os projetos de três controladores PID para a mesma planta do exemplo 5, sendo o valor da frequência natural ω_n da especificação a mudança entre cada projeto (a qual também resulta em mudança do intervalo de frequências considerado - Tab. 3.11, 3.12 e 3.13).

Para todos os projetos, as funções de transferência de referência utilizadas tem taxa de amortecimento de 0,700 (para se garantir um máximo de pico da função de sensibilidade de 1,276) e atraso no tempo nulo.

Tabela 3.11: Exemplo 5a. Dados da referência do projeto 1 ($\omega_n = 0,6$ rad/s)

ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
0,600	0,700	0,000
g_{Lm}	ϕ_{Lm} (°)	s_{Lm}
∞	65,156	0,784
ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_{LS}
0,518	0,390	1,276
N_k	ω_{k_i} (rad/s)	ω_{k_f} (rad/s)
20	0,039	3,889

Tabela 3.12: Exemplo 5a. Dados da referência do projeto 2 ($\omega_n = 1,0$ rad/s)

ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
1,000	0,700	0,000
g_{Lm}	ϕ_{Lm} (°)	s_{Lm}
∞	65,156	0,784
ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_{LS}
0,865	0,649	1,276
N_k	ω_{k_i} (rad/s)	ω_{k_f} (rad/s)
20	0,065	6,482

Tabela 3.13: Exemplo 5a. Dados da referência do projeto 3 ($\omega_n = 1,4$ rad/s)

ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
1,400	0,700	0,000
g_{Lm}	ϕ_{Lm} (°)	s_{Lm}
∞	65,156	0,784
ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_{LS}
1,205	0,908	1,276
N_k	ω_{k_i} (rad/s)	ω_{k_f} (rad/s)
20	0,091	9,075

Tabela 3.14: Exemplo 5a. Ganhos dos controladores PID

Projeto 1	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	0,787	0,324	0,584	0,100
Projeto 2	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	1,249	0,440	1,111	0,100
Projeto 3	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	1,480	0,499	1,338	0,100

Tabela 3.15: Dados obtidos para cada projeto - exemplo 5a

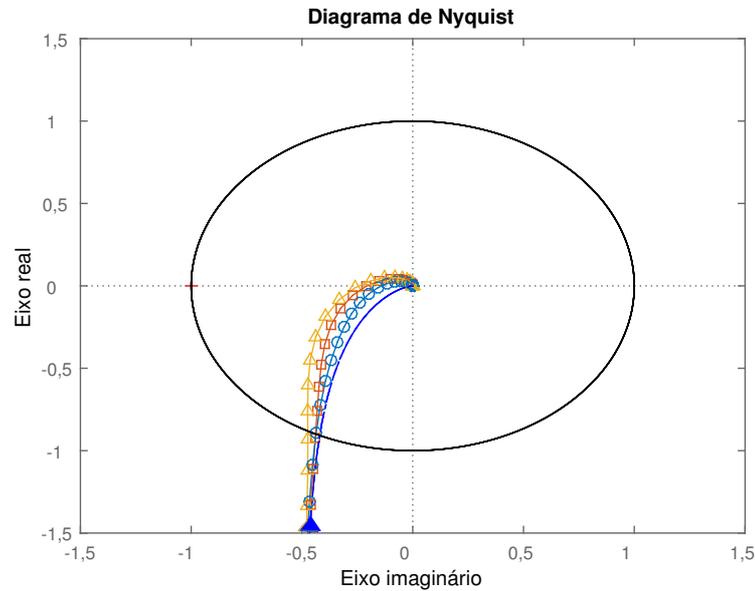
	ω_{cg} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	M_S	M_T	IE	tempo de subida (s)
Projeto 1	0,303	7,068	64,094	1,363	1,000	4,084/0,617	4,077
Projeto 2	0,424	4,825	63,980	1,482	1,000	3,271/0,454	2,698
Projeto 3	0,496	4,095	61,722	1,585	1,000	3,007/0,401	2,276

A alteração do valor de ω_n nas especificações não altera os valores das margens de estabilidade (para restrições sem atraso). Mesmo os diagramas de Nyquist das especificações tendo o mesmo formato, os diagramas para os sistemas projetados são diferentes (Fig. 3.29) pois as restrições são feitas para cada frequência.

Apenas com a análise do diagrama de Bode das funções de transferência ganho de malha L projetadas (Fig. 3.30) não é evidente o efeito da mudança nas especificações; as mudanças são mais evidentes no diagrama de Bode das funções de transferência de malha fechada, em que o aumento de ω_n na especificação resulta em um aumento da banda de passagem da malha fechada (Fig. 3.31).

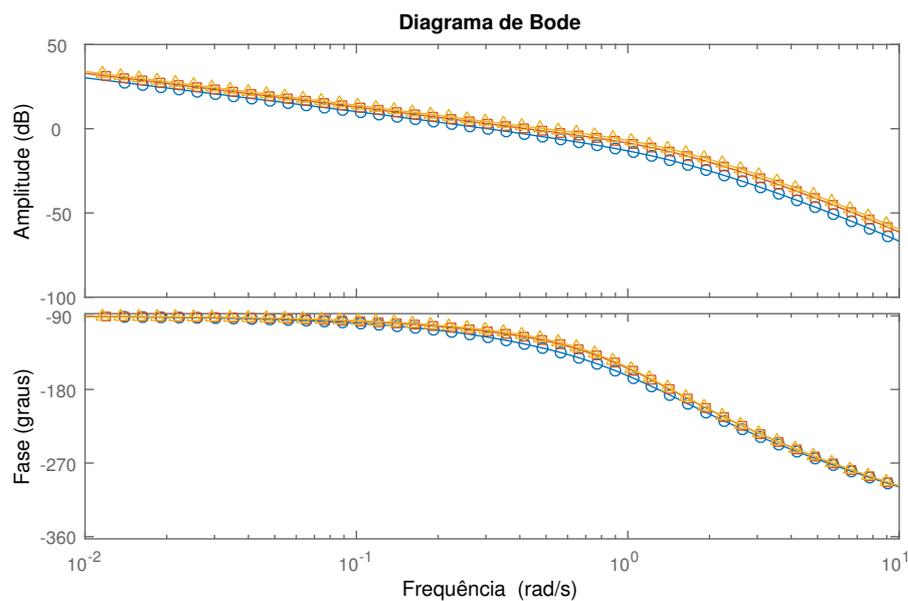
A variação nas frequências naturais das especificações resultam em variações nas respostas temporais tanto das especificações quanto dos projetos (Fig. 3.33); quanto maior ω_n , mais rápida a resposta do sistema à mudanças no sinal de referência e, para este caso, também é mais rápida a rejeição de perturbações na carga.

Figura 3.29: Diagrama de Nyquist das funções de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva sólida azul escuro - todas estão sobrepostas) e projetadas $L(j\omega)$ para $\omega_n = 0,6$ rad/s (curva sólida azul claro com círculos), $\omega_n = 1,0$ rad/s (curva sólida laranja com quadrados) e $\omega_n = 1,4$ rad/s (curva sólida amarela com triângulos) - Exemplo 5a



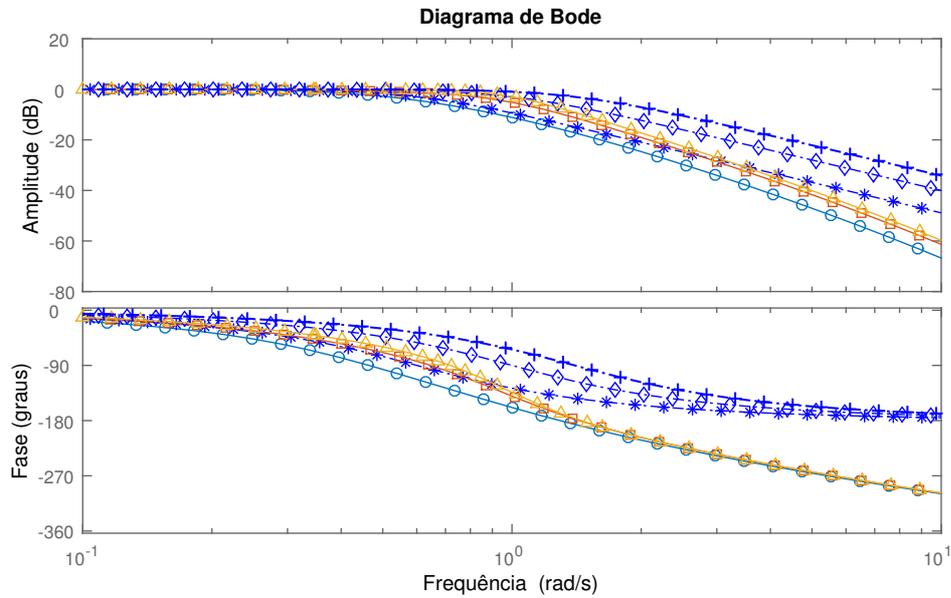
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.30: Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha L para $\omega_n = 0,6$ rad/s (curva sólida azul claro com círculos), $\omega_n = 1,0$ rad/s (curva sólida laranja com quadrados) e $\omega_n = 1,4$ rad/s (curva sólida amarela com triângulos) - Exemplo 5a



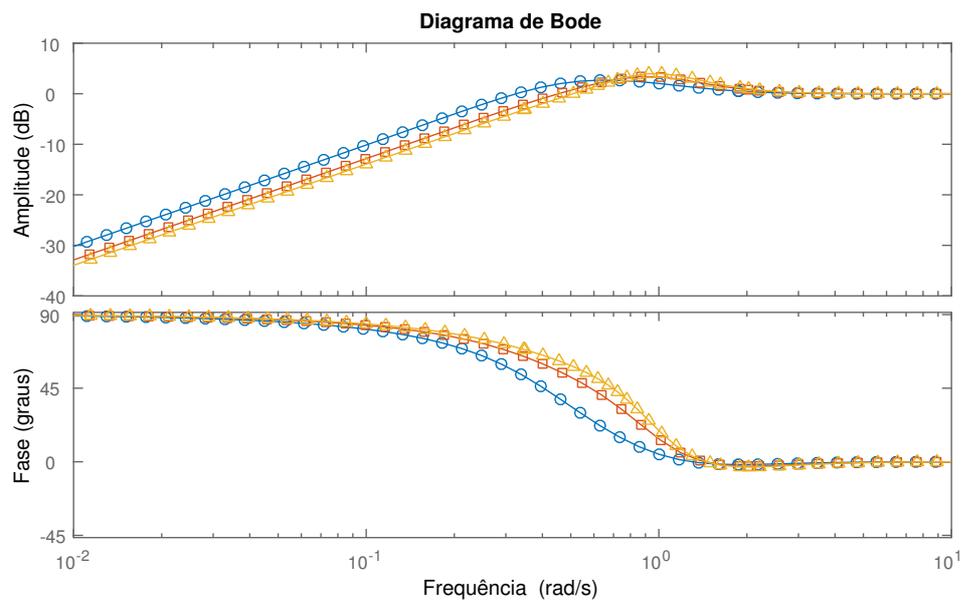
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.31: Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T para as referências em curvas ponto-traço azul escuro: $\omega_n = 0,6$ (com estrela), $1,0$ (com losangos) e $1,4$ rad/s (com +), e para os sistemas projetados com $\omega_n = 0,6$ rad/s (curva solida azul claro com círculos), $\omega_n = 1,0$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\omega_n = 1,4$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5a



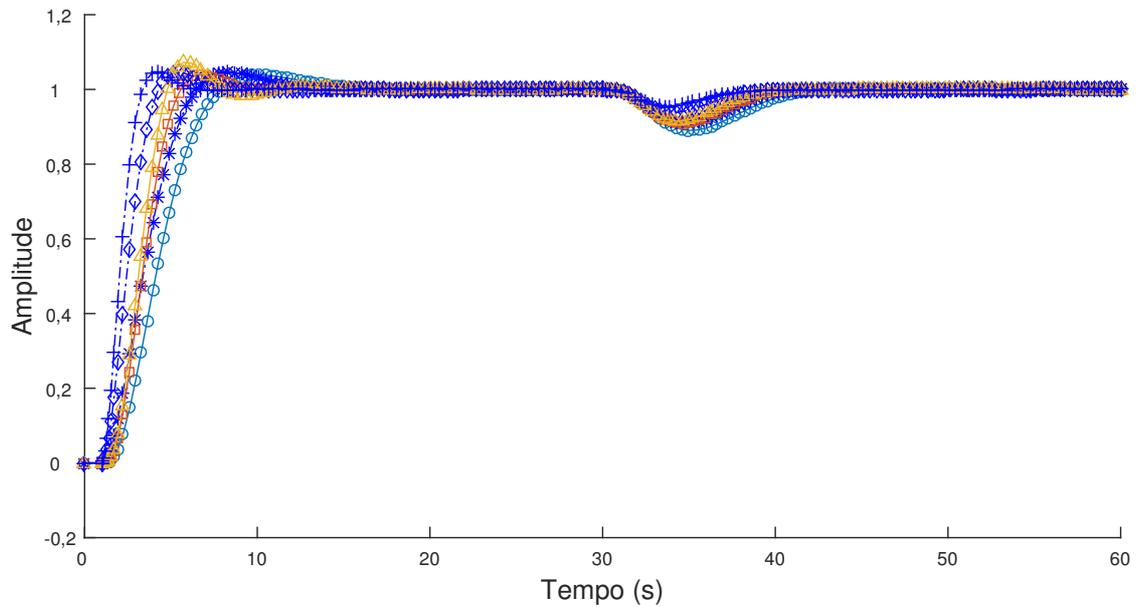
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.32: Diagrama de Bode da função sensibilidade S para $\omega_n = 0,6$ rad/s (curva solida azul claro com círculos), $\omega_n = 1,0$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\omega_n = 1,4$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5a



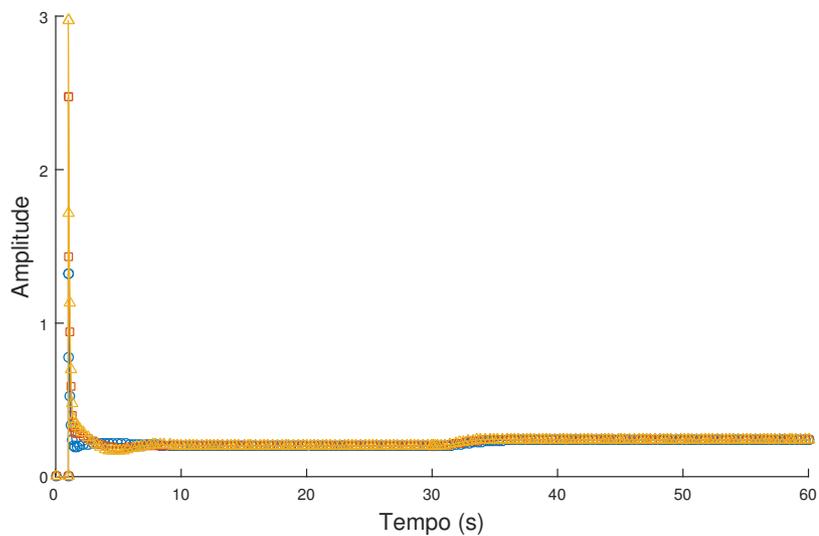
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.33: Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para os sistemas de malha fechada desejados (curvas ponto-traço azul escuro) para $\omega_n = 0,6$ rad/s (com estrelas), $\omega_n = 1,0$ rad/s (com losangos) e $\omega_n = 1,4$ rad/s (com +) e para o sistema de controle projetado (curva solida) para $\omega_n = 0,6$ rad/s (azul com círculos), $\omega_n = 1,0$ rad/s (laranja com quadrados) e $\omega_n = 1,4$ rad/s (amarelo com triângulos) - Exemplo 5a



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.34: Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado para $\omega_n = 0,6$ rad/s (curva solida azul com círculos), $\omega_n = 1,0$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\omega_n = 1,4$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5a



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Exemplo 5b. Sistema de quarta ordem com variações na taxa de amortecimento

Este exemplo apresenta os projetos de três controladores PID para a mesma planta do exemplo 5, sendo o taxa de amortecimento ξ da especificação a mudança entre cada projeto (a qual também resulta em mudança do intervalo de frequências considerado - Tab. 3.16, 3.17 e 3.18)).

Para todos os projetos, as funções de transferência de referência utilizadas tem frequência natural ω_n igual a 1,000 rad/s e atraso θ nulo.

Tabela 3.16: Exemplo 5b. Dados da referência do projeto 1 ($\xi = 0,5$)

ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
1,000	0,500	0,000
g_{Lm}	ϕ_{Lm} ($^\circ$)	s_{Lm}
∞	51,830	0,681
ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_{LS}
1,007	0,787	1,468
N_k	ω_{k_i} (rad/s)	ω_{k_f} (rad/s)
20	0,079	7,861

Tabela 3.17: Exemplo 5b. Dados da referência do projeto 2 ($\xi = 0,7$)

ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
1,000	0,700	0,000
g_{Lm}	ϕ_{Lm} ($^\circ$)	s_{Lm}
∞	65,156	0,784
ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_{LS}
0,865	0,649	1,276
N_k	ω_{k_i} (rad/s)	ω_{k_f} (rad/s)
20	0,065	6,482

Tabela 3.18: Exemplo 5b. Dados da referência do projeto 3 ($\xi = 0,9$)

ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
1,000	0,900	0,000
g_{Lm}	ϕ_{Lm} ($^\circ$)	s_{Lm}
∞	73,514	0,845
ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_{LS}
0,733	0,534	1,184
N_k	ω_{k_i} (rad/s)	ω_{k_f} (rad/s)
20	0,053	5,327

Tabela 3.19: Exemplo 5b. Ganhos dos controladores PID

Projeto 1	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	1,880	0,722	1,664	0,100
Projeto 2	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	1,249	0,440	1,111	0,100
Projeto 3	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	0,869	0,295	0,920	0,100

Tabela 3.20: Dados obtidos para cada projeto - exemplo 5b

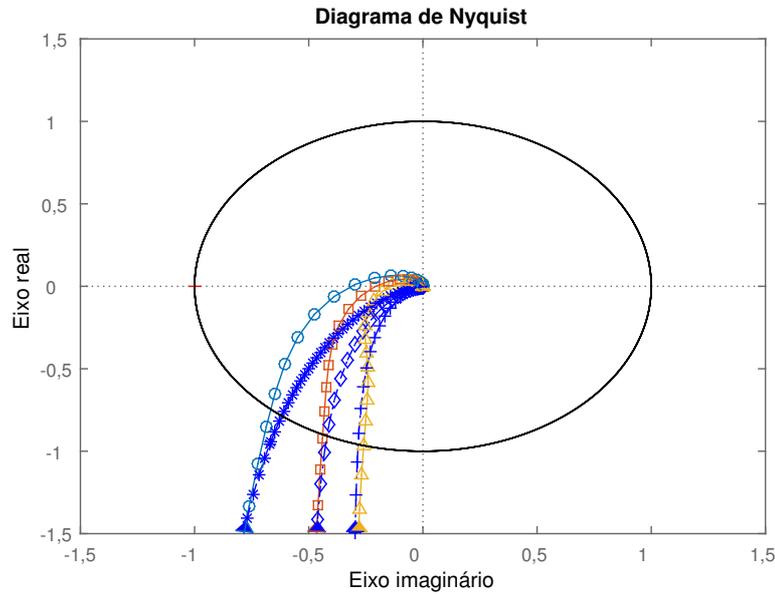
	ω_{gc} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	M_S	M_T	IE	tempo de subida (s)
Projeto 1	0,629	3,180	48,189	1,363	1,251	2,387/0,277	1,774
Projeto 2	0,424	4,825	63,980	1,482	1,000	3,271/0,454	2,698
Projeto 3	0,285	7,019	74,955	1,585	1,000	4,390/0,678	5,474

A variação do ξ tem como consequência direta a variação do máximo da função sensibilidade e na mínima distância entre a curva de Nyquist e o ponto crítico $(-1, 0)$ (Fig. 3.35); quanto maior o valor de ξ , maiores as margens de estabilidade.

A variação do ξ na função de transferência de malha fechada T tem como consequência o aumento dos picos e da curvatura da curva em torno da frequência ω_n ; o mesmo efeito é observado para os diagramas de Bode dos sistemas projetados (Fig. 3.37).

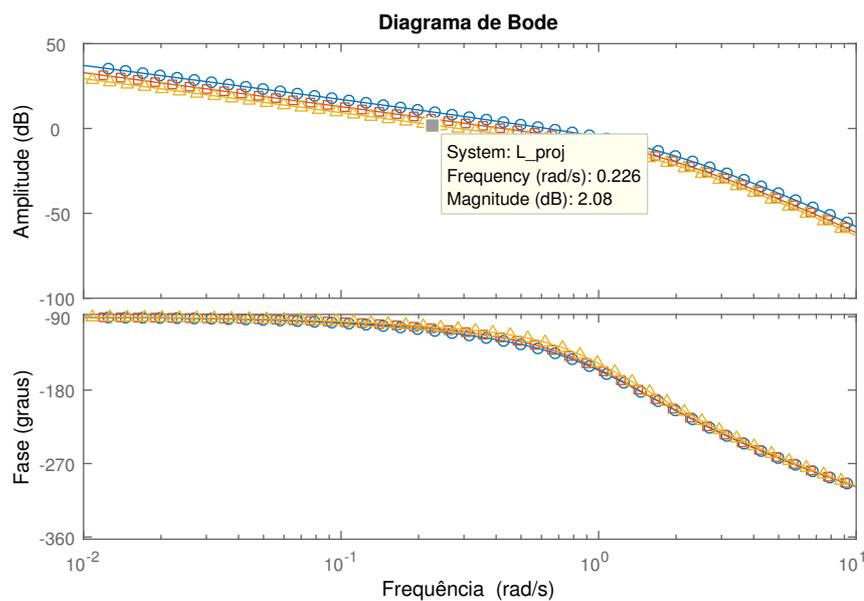
A variação nas taxas de amortecimento das especificações resultam em variações nas respostas temporais tanto das especificações quanto dos projetos (Fig. 3.33); quanto maior ξ , mais amortecida e mais lenta é a resposta do sistema a resposta do sistema à mudanças no sinal de referência e também é mais rápida a rejeição de perturbações na carga. Devido à diminuição das margens de estabilidade com a diminuição de ξ , as respostas dos sistemas tornam-se mais oscilatórias.

Figura 3.35: Diagrama de Nyquist das funções de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ em curva ponto-traço azul: $\xi = 0,5$ (com estrela), $\xi = 0,7$ (com losangos) e $\xi = 0,9$ (com +) e projetada $L(j\omega)$ para $\xi = 0,5$ rad/s (curva solida azul com círculos), $\xi = 0,7$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\xi = 0,9$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5b



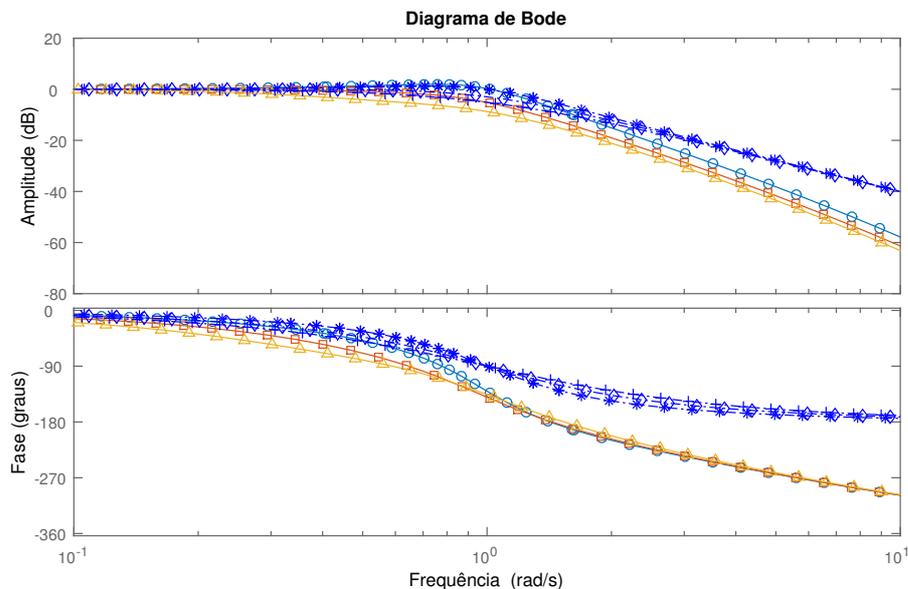
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.36: Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha L para $\xi = 0,5$ rad/s (curva solida azul com círculos), $\xi = 0,7$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\xi = 0,9$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5b



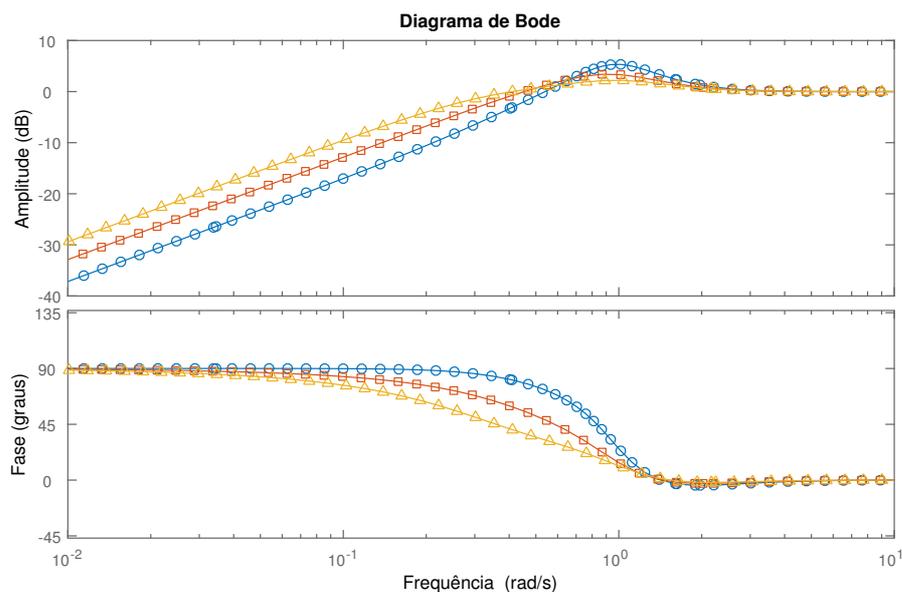
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.37: Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T de referência em curvas ponto-traço azul: $\xi = 0,5$ (com estrelas), $\xi = 0,7$ (com losangos) e $\xi = 0,9$ e projetada para $\xi = 0,5$ rad/s (curva solida azul com círculos), $\xi = 0,7$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\xi = 0,9$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5b



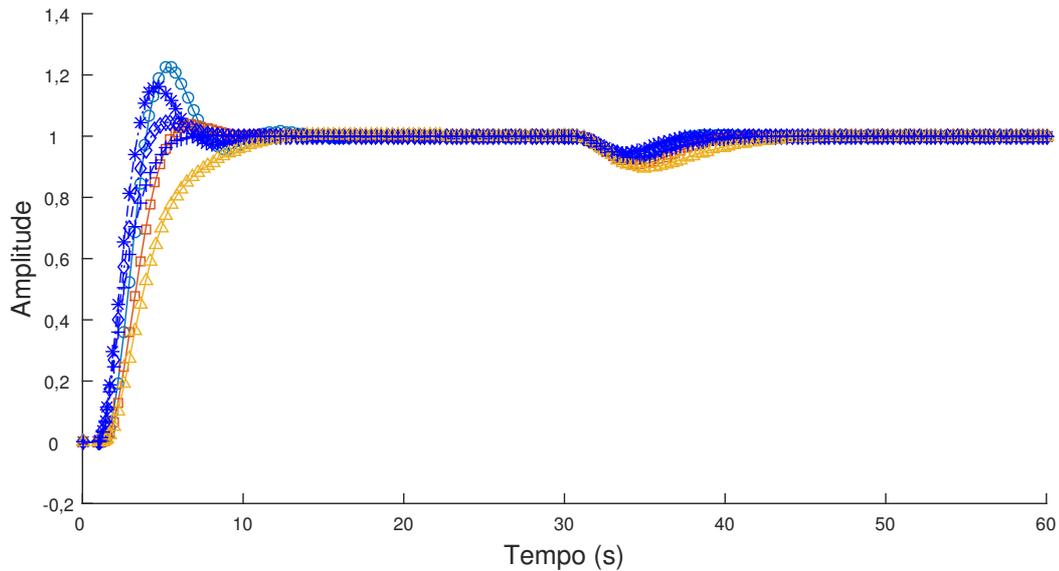
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.38: Diagrama de Bode da função sensibilidade S para $\xi = 0,5$ rad/s (curva solida azul com círculos), $\xi = 0,7$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\xi = 0,9$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5b



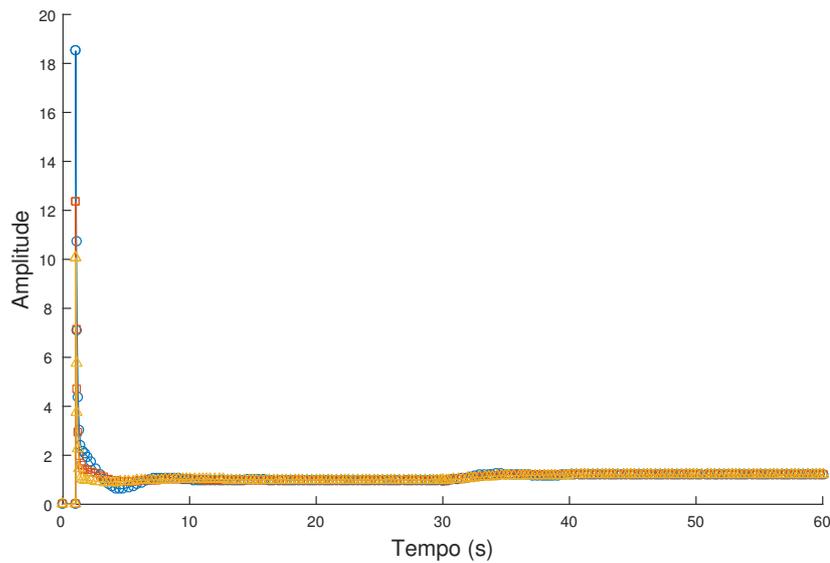
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.39: Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para os sistemas de malha fechada desejados (curvas ponto-traço azul) para $\xi = 0,5$ rad/s (com estrelas), $\xi = 0,7$ rad/s (com losangos) e $\xi = 0,9$ e para o sistema de controle projetado (curva solida) para $\xi = 0,5$ s (azul com círculos), $\xi = 0,7$ (laranja com quadrados) e $\xi = 0,9$ (amarela com triângulos) - Exemplo 5b



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 3.40: Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado com $\xi = 0,5$ rad/s (curva solida azul com círculos), $\xi = 0,7$ rad/s (curva solida laranja com quadrados) e $\xi = 0,9$ rad/s (curva solida amarela com triângulos) - Exemplo 5b



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

3.4 Conclusões

Nesse Capítulo é descrito o método para projeto de controlador PID baseado na moldagem da componente real da função de transferência ganho de malha.

O projeto é formulado como um problema de otimização linear e o objetivo de controle do método proposto é minimizar a integral de erro ou, equivalentemente, maximizar o ganho integral. Restrições de robustez são formuladas baseadas no formato da componente real de uma função de transferência de ganho de malha de referência em pontos específicos de frequência.

A execução do método de projeto proposto pode ser feita utilizando-se ferramentas padrões de otimização linear, é simples e necessita apenas da resposta em frequência do processo em alguns pontos.

Os exemplos expostos são de plantas com dinâmicas entre primeira e quarta ordem, podendo apresentar atrasos. Com a aplicação do método proposto são obtidos ganhos para os quais a resposta em frequência do sistema em malha fechada está de acordo com as restrições estabelecidas e aproxima-se da resposta da especificação; variações nas especificações levam a variações semelhantes da resposta em frequência do sistema projetado.

As respostas temporais do sistema em malha fechada obtido são tais que a variável controlada do mesmo segue variações na referência inclusive com o processo submetido a perturbações degraus na carga; respostas a degraus na referência ou na perturbação de carga são semelhantes às respostas da especificação.

Capítulo 4

Moldagem de Malha Por Área Convexa

4.1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se um novo método para o projeto de controladores PID utilizando programação linear para a maximização da rejeição a perturbações sujeita a restrições de robustez. Este método está baseado na moldagem de uma função de transferência ganho de malha de referência que forma uma região convexa no diagrama de Nyquist que contém e limita o diagrama de Nyquist da função de transferência ganho de malha projetada; conseqüentemente, valores mínimos para as margens de estabilidade são garantidos.

Além das restrições de robustez, apresenta-se uma especificação opcional de desempenho relacionada à frequência de cruzamento do ganho de malha projetado.

A principal contribuição do método proposto está na formulação das restrições, com base em (KARIMI; KUNZE; LONGCHAMP, 2007), com a adição de restrições compostas por conjunto de retas que não apenas especificam as margens de estabilidade, mas também o comportamento temporal aproximado do sistema de malha fechada.

A classe de sistemas lineares estáveis e invariantes no tempo com apenas uma entrada e uma saída é considerada. O problema de otimização é proposto, com algumas sugestões para as variáveis de projeto, é resolvido para alguns exemplos e o sistema em malha fechada projetado é analisado.

Outra maneira de formular o problema de otimização é como um problema de otimização convexa, utilizando-se ao invés de conjunto de retas, expressões não lineares que demarcam as regiões convexas, resolvendo-se usando algoritmos de programação convexa; os autores preferiram a forma apresentada por ser solucionável por ferramentas de software simples e pela facilidade da formulação das expressões que formam as restrições.

4.1.1 Especificações de projeto e de robustez

As especificações de projeto e de robustez usadas para o método proposto são dadas no formato de uma curva no plano complexo que forma uma região convexa que conterá o diagrama de Nyquist da função de transferência ganho de malha projetada. Observa-se que a curva pode ser utilizada para incluir as margens clássicas de estabilidade. Para este capítulo, escolhe-se uma função de transferência ganho de malha de referência $\bar{L}(j\omega)$.

4.1.2 Especificação adicional de desempenho

Para se impor desempenho, pode-se ser especificada uma frequência mínima de cruzamento ω_{Dgc} , que é a menor frequência em que a função de transferência ganho de malha $L(s)$ tem amplitude unitária. Esta especificação é opcional. Para este capítulo, a mínima frequência de cruzamento de ganho proposta é a frequência de cruzamento de ganho da função de transferência ganho de malha de referência $\bar{L}(j\omega)$, ω_{Lgc} , usada anteriormente para a especificação de robustez.

A escolha de uma frequência mínima de cruzamento tem como resultado a imposição de um valor máximo para a frequência de cruzamento da função ganho de malha projetada $L(s)$ igual a ω_{gc} ; conseqüentemente, o sistema em malha fechado projetado apresentará resposta temporal tão lenta quanto (ou mais lenta que) a resposta da especificação. A redução da velocidade de resposta é útil, por exemplo, em sistemas que contêm reações químicas nas quais é fixo o tempo de resposta necessário para a variável controlada.

4.2 Projeto do controlador

São apresentadas as restrições de base (restrições relacionadas à reta) que são utilizadas para formular o conjunto de retas para às restrições propostas e, em seguida, as restrições são formuladas para garantir-se robustez e desempenho. O problema de otimização para o projeto de controladores é formulado.

4.2.1 Formulação das restrições

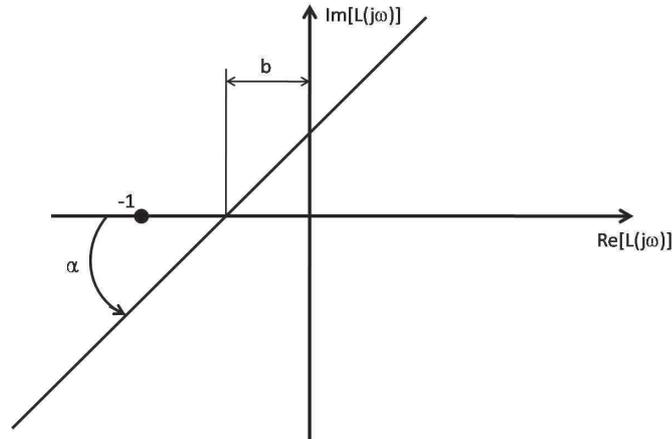
Restrições relacionadas a uma reta

Considera-se a função de transferência de ganho de malha como representada na Eq. 2.54; a fim de garantir que a curva Nyquist desta função fique abaixo e à direita de uma linha com inclinação α e que intercepte o eixo real em $-b$ (Fig. 4.1), a seguinte restrição é aplicada:

$$\rho(\cot\alpha \Im(\omega_k) - \Re(\omega_k)) \leq b, \quad (4.1)$$

para todo ω_k (ver (KARIMI; KUNZE; LONGCHAMP, 2007)).

Figura 4.1: Reta no diagrama de Nyquist com inclinação α e que intercepra o eixo real em $-b$



Fonte: Elaborado pelo autor

Restrições relacionadas às especificações de projeto e de robustez

Para garantir a robustez, é desejado ter a função de transferência ganho de malha em qualquer frequência ω dentro de uma região convexa que é determinada pela especificação de robustez. A região convexa proposta é delimitada pelo conjunto de retas obtidas pela interconexão de pontos de frequência no diagrama de Nyquist da função de transferência de ganho de malha de referência (Eq. 2.59), para uma faixa de frequências ω_q logaritmicamente espaçadas. É considerado um conjunto de retas em vez da própria curva para formular o problema de otimização como uma programação linear (Fig. 4.2).

Para a formulação das restrições para cada linha q , a distância entre a reta e a origem no eixo real, b_q , e a inclinação entre a linha e o eixo real, α_q , são obtidas usando dois pontos de frequência adjacentes da faixa de frequências logaritmicamente espaçadas consideradas no diagrama de Nyquist.

Assim, variando-se ω_q de ω_0 a ω_{N_q} , sendo o intervalo dividido em $(N_q + 1)$ pontos logaritmicamente espaçados, obtém-se:

$$a_q = \frac{Im(\bar{L}(j\omega_q)) - Im(\bar{L}(j\omega_{q-1}))}{Re(\bar{L}(j\omega_q)) - Re(\bar{L}(j\omega_{q-1}))}, \quad (4.2)$$

$$\alpha_q = \arctan(a_q), \quad (4.3)$$

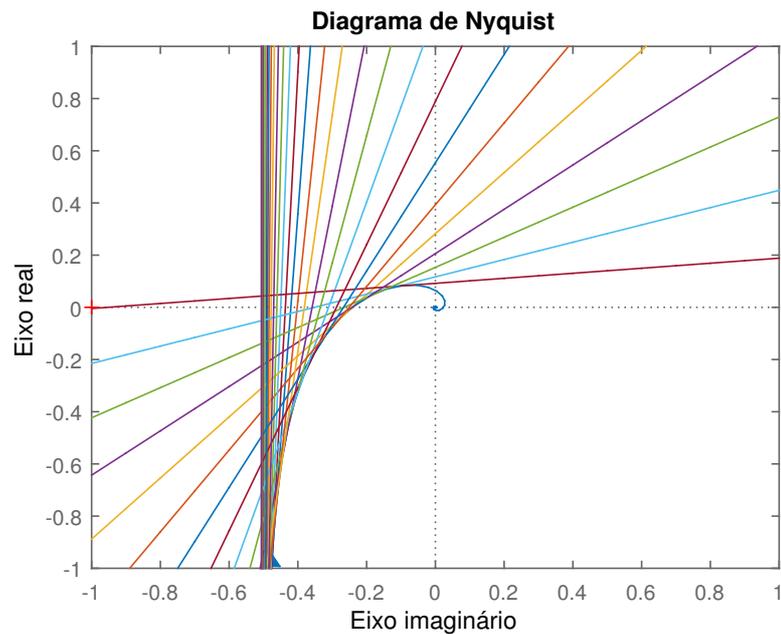
$$b_q = Im(\bar{L}(j\omega_q)) - a_q Re(\bar{L}(j\omega_q)). \quad (4.4)$$

As restrições são então dadas por:

$$\rho(\cot\alpha_q \Im(\omega_k) - \Re(\omega_k)) \leq b_q, \quad (4.5)$$

para q variando de 1 a N_q e para todo ω_k considerado.

Figura 4.2: Ilustração gráfica das restrições relacionadas à especificação de robustez



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Restrições relacionadas à especificação adicional de desempenho

Para garantir desempenho relacionado à frequência mínima de cruzamento de ganho (opcional), um conjunto de retas que formam uma aproximação de um círculo com raio 1 e centro na origem do diagrama Nyquist é usado como restrição para frequências maiores que este mínimo especificado. O procedimento é análogo ao explicado para a formulação de restrição de robustez.

É considerado um conjunto de retas em vez da própria curva para formular o problema de otimização como linear.

Assim, variando-se x_l de $x_0 = -1$ a $x_{N_l} = 0$, sendo o intervalo dividido em $(N_l + 1)$ pontos uniformemente espaçados (especificação apenas para o terceiro quadrante), obtém-se:

$$a_l = -\frac{\sqrt{1-x_l^2} - \sqrt{1-x_{l-1}^2}}{x_l - x_{l-1}}, \quad (4.6)$$

$$\alpha_l = \arctan(a_l), \quad (4.7)$$

$$b_l = - \left(\sqrt{1 - x_l^2} + a_l(-1 + x_l) \right) / a_l. \quad (4.8)$$

As restrições são então dadas por:

$$\rho(\cot\alpha_l \Im(\omega_k) - \Re(\omega_k)) \leq b_l, \quad (4.9)$$

para l variando de 1 a N_l e para $\omega_k \geq \omega_{Dgc}$.

Adicionalmente, variando-se x_l de $x_{N_l} = 0$ a $x_{2N_l} = 1$, sendo o intervalo dividido em $(N_l + 1)$ pontos uniformemente espaçados (especificação apenas para o quarto quadrante), obtém-se:

$$a_l = - \frac{\sqrt{1 - x_l^2} - \sqrt{1 - x_{l-1}^2}}{x_l - x_{l-1}}, \quad (4.10)$$

$$\alpha_l = \arctan(a_l), \quad (4.11)$$

$$b_l = - \left(\sqrt{1 - x_l^2} + a_l(-1 + x_l) \right) / a_l. \quad (4.12)$$

As restrições são então dadas por:

$$\rho(-\cot\alpha_l \Im(\omega_k) + \Re(\omega_k)) \leq b_l, \quad (4.13)$$

para l variando de $N_l + 1$ a $2N_l$ e para $\omega_k \geq \omega_{Dgc}$.

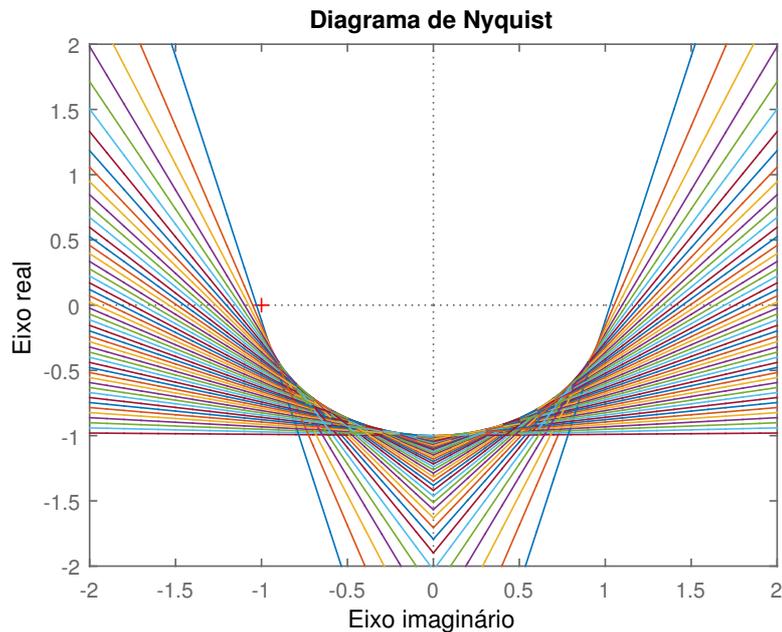
Na Fig. 4.3 é apresentado o conjunto de retas que formam as restrições para o terceiro e quarto quadrantes, como especificado anteriormente, considerando $N_l = 25$. Na maioria dos casos, não é necessária a formulação de restrições para o primeiro e segundo quadrante pois normalmente para frequências maiores a amplitude da função de transferência ganho de malha decai e o diagrama de Nyquist permanece dentro do círculo unitário. Caso seja necessário, o procedimento é análogo ao dos quadrantes apresentados.

Observações

A robustez é obtida pois em todas as frequências a função de transferência ganho de malha permanece distante do ponto $(-1, 0)$ com uma distância mínima definida pela região convexa formada por \bar{L} . Os valores máximos possíveis para os critérios clássicos de robustez margem de ganho e margem de fase (quando existir), bem como para a função de sensibilidade, também são definidos e são iguais aos de \bar{L} .

O desempenho relacionado à frequência de cruzamento de ganho é obtido no sentido de que em frequências maiores que ω_{LDgc} o diagrama de Nyquist permanece dentro do

Figura 4.3: Ilustração gráfica das restrições relacionadas à especificação de desempenho



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

círculo unitário centrado na origem.

4.2.2 O problema de otimização

O objetivo de controle é minimizar o índice de desempenho IE sob as restrições da Eq. 4.5 e possivelmente da Eq. 4.13. O problema de otimização proposto para a obtenção dos ganhos do controlador é:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\rho}{\text{maximizar}} && K_i \\
 & \text{sujeito a} && \rho (\cot\alpha_q \Im(\omega_k) - \Re(\omega_k)) \leq b_q \text{ para todo } \omega_k, \\
 & && \rho (\cot\alpha_l \Im(\omega_k) - \Re(\omega_k)) \leq b_l \text{ para } \omega_k \geq \omega_{Dgc}, \\
 & && \text{para todo } q \text{ e } l \text{ considerado.}
 \end{aligned}$$

As frequências sugeridas para serem usadas para formular os coeficientes de restrições α_q e b_q , relacionadas à especificação de robustez, estão em torno de uma década abaixo da frequência de cruzamento de ganho de $\bar{L}(j\omega)$ e até uma década acima, estando limitada à frequência em que o diagrama de Nyquist de $\bar{L}(j\omega)$ cruza o eixo real. A sugestão é feita com base em experimentos e justificada por serem os pontos de frequências no entorno e incluindo a frequência de cruzamento os que mais contribuem para a dinâmica do sistema.

Os valores de N_q e N_l dependem da precisão desejada para a região permitida para o diagrama de Nyquist e para o valor da frequência de cruzamento de ganho mínimo ω_{Dgc} ,

respectivamente. Sugere-se a utilização de pelo menos 10 pontos para cada formulação de restrições (valor baseado em experimentos).

As frequências sugeridas para serem usadas para formular as restrições estão em torno de uma década abaixo da frequência da largura da banda de passagem de $\bar{G}(j\omega)$ e até algumas décadas acima dela. Sugere-se a utilização de pelo menos $N_k = 10$ pontos de frequência para a formulação das restrições (valor baseado em experimentos).

4.3 Simulações

O projeto de controladores PID sugerido é mostrado por meio de exemplos. O número de pontos de avaliação considerados da função de transferência de malha aberta é definido para cada exemplo, estando as frequências ω_k logaritmicamente espaçadas entre um intervalo específico também estabelecido para cada caso.

Um conjunto de exemplos de modelos teste surgidos em (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2000) é utilizado para o estudo e análise dos projetos de controle, o qual é composto por uma coletânea de plantas testes padrão utilizadas para a pesquisa e a avaliação de sistemas de controle PID, baseada em anos de experiência e estudos.

Após a definição da função de transferência de referência para o ganho de malha, os coeficientes das restrições para as especificações de robustez e opcionalmente de desempenho são obtidos e o problema de otimização para maximizar K_i sujeito às restrições é formulado. Em seguida, o problema de otimização é resolvido utilizando programação linear e a solução, ρ , contém os ganhos do controlador PID.

O método de programação linear simplex dual presente no *MatLab* é utilizado para a resolução dos problemas de otimização, com tolerância de 10^{-7} e número máximo de iterações possíveis igual a 85 (valores sugeridos pelo *MatLab*).

Exemplo 1. Sistema de primeira ordem com atraso

Considere a planta com função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)} e^{-0,2s}. \quad (4.14)$$

A frequência da banda de passagem da planta $G(j\omega)$ é $\omega_{Gb} = 1,000$ rad/s; o intervalo de frequências ω_k considerado para a planta é de 0,100 a 9,978 rad/s (aproximadamente uma década a mais e uma a menos que ω_{Gb}), com $N_k = 20$ pontos de frequência logaritmicamente espaçados.

A função de transferência de referência utilizada para este exemplo é derivada da função de transferência de malha fechada com frequência natural ω_n igual a ω_{Gb} , que é

1,000 rad/s, e atraso no tempo θ igual a 0,200 s. A taxa de amortecimento ξ utilizada é de 0,700 para se garantir um máximo de pico da função de sensibilidade de $M_{LS} = 1,371$ (e uma margem de módulo de $s_{Lm} = 0,729$). A margem de ganho obtida é de $g_{Lm} = 8,351$ e a de fase é $\phi_{Lm} = 63,436^\circ$. Sua frequência da banda de passagem é $\omega_{Lb} = 0,796$ rad/s e sua frequência de cruzamento é $\omega_{Lgc} = 0,5889$ rad/s.

A extensão das frequências ω_q utilizadas para a obtenção dos coeficientes para as restrições de robustez é variando de 0,059 a 2,703 (de aproximadamente uma década abaixo da frequência de cruzamento de $\bar{L}(s)$ até a frequência em que $\bar{L}(j\omega)$ cruza o eixo real), com $N_q = 50$ pontos de frequência logaritmicamente espaçados.

Estabelece-se a mínima frequência de cruzamento de ganho permissível para a função de transferência ganho de malha projetada com a adição da especificação de desempenho com o número de pontos utilizados para a obtenção dos coeficientes para as restrições de desempenho de $N_l = 50$ e a mínima frequência de cruzamento de ganho permissível ω_{Dgc} igual a 0,588 rad/s.

O valor escolhido para a constante de tempo do filtro da componente derivativa é $T_f = 0,100$ s. O procedimento de programação linear proposto resulta nos ganhos do controlador PID

$$K_p = 0,515 \quad K_i = 0,857 \quad K_d = 0,200. \quad (4.15)$$

A frequência de cruzamento do ganho de malha obtida é $\omega_{cg} = 0,694$ rad/s; o valor é um pouco acima da mínima frequência de cruzamento de ganho permissível devido às aproximações de convexidade feitas ao se utilizar um conjunto de retas. Ao se aumentar o valor de N_l , valores mais próximos ao especificado são obtidos.

A margem de ganho obtida é $g_m = 5,935$, a de fase é $\phi_m = 72,857^\circ$ e de módulo é $s_m = 0,829$. Comparando com os valores das especificações, consta-se que as margens de fase e de módulo obtidas são maiores que as margens da especificação. A margem de ganho obtida não é maior que a da especificação devido a mesma ocorrer para altas frequências e não abranger os pontos de frequências utilizados no projeto.

Para a função ganho de malha projetada satisfazer a especificação de robustez, observa-se (Fig. 4.4) que a curva de Nyquist é deformada com uma mudança abrupta de direção, porém a mesma ocorre para altas frequências. O método de projeto desloca os zeros do controlador para altas frequências, de modo que o valor do módulo de L apresenta poucas variações apenas para altas frequências (Fig. 4.5).

Como as funções de malha fechada S e T dependem diretamente do valor de L , observa-se que também há poucas variações de amplitude em altas frequências (Fig. 4.7 e Fig. 4.6). A frequência da banda de passagem da função de transferência de malha fechada T obtida é $\omega_b = 0,865$ rad/s. O máximo da função sensibilidade complementar é $M_T = 1,000$ e o máximo da função sensibilidade obtido é de $M_S = 1,207$.

Como a frequência de cruzamento da especificação e do projeto são próximas e as deformidades no diagrama de Bode de T são pequenas e de altas frequências, a resposta temporal do sistema e da especificação é próxima (Fig. 4.8).

A integral do erro IE para a resposta ao degrau unitário na referência é de 2,169, enquanto que para um degrau de $-0,200$ na perturbação de carga é de 0,233. Utiliza-se a notação 2,169/0,233 para expressar as integrais do erro para as situações descritas (como, por exemplo, na Tab. 3.1). De modo análogo, as integrais absolutas do erro IAE para a resposta ao degrau unitário na referência e para um degrau de $-0,200$ na perturbação de carga são dadas por 2,400/0,257.

Para a quantização do esforço de controle, o máximo da função sensibilidade de controle está calculado e é $M_{Su} = 2,597$.

Todos os dados das especificações e do projeto estão apresentados em Tab. 4.1 e Tab. 4.2.

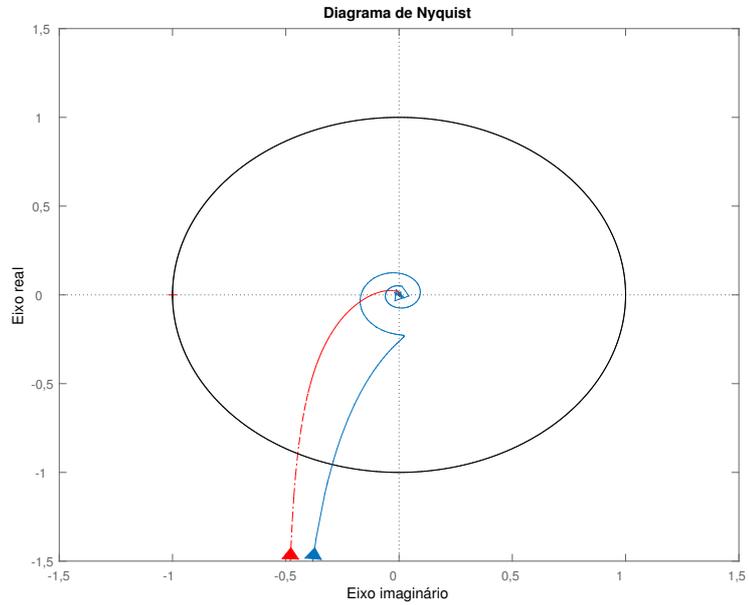
Tabela 4.1: Exemplo 1. Dados das especificações para o projeto do sistema de primeira ordem com atraso

Planta			Referência		
	ω_{Gb} (rad/s)		ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
	1,000		1,000	0,700	0,200
N_k	ω_{k_i} (rad/s)	ω_{k_f} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	s_m
20	0,100	9,978	8,351	63,436	0,729
			ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_S
			0,794	0,588	1,371
ω_{Dgc} (rad/s)	N_l		N_q	ω_{q_i} (rad/s)	ω_{q_f} (rad/s)
0,588	50		50	0,059	2,703
	Desempenho				

Tabela 4.2: Exemplo 1. Projeto e dados do projeto

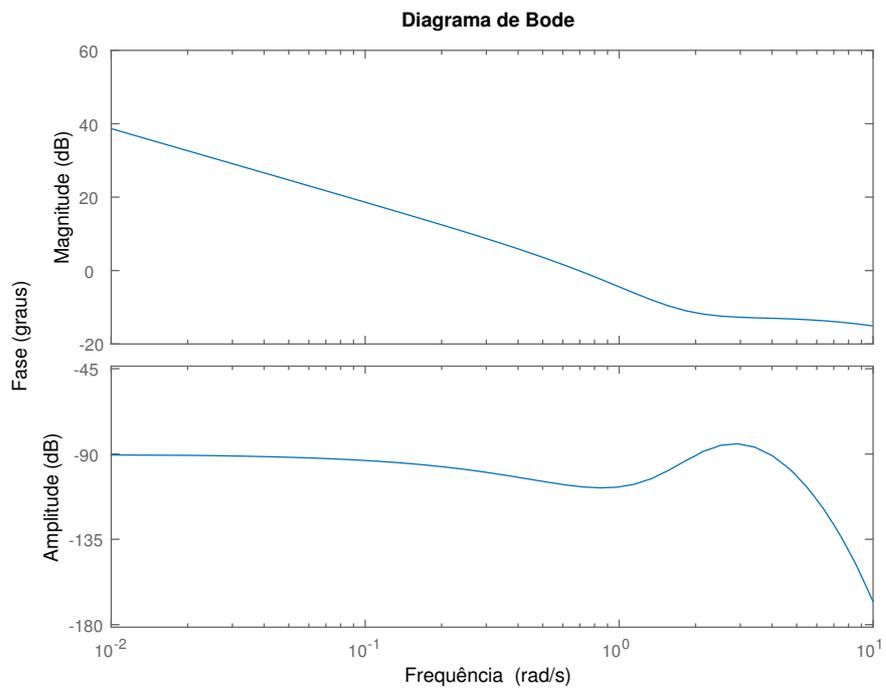
Controlador	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	0,515	0,857	0,200	0,100
Malha aberta	ω_{cg} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	s_m
	0,694	5,935	72,857	0,829
Malha fechada	ω_b (rad/s)	M_T	M_S	
	0,863	1,000	1,207	
Desempenho	IE	IAE	M_{Su}	
	2,169/0,233	2,400/0,257	2,597	

Figura 4.4: Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 1



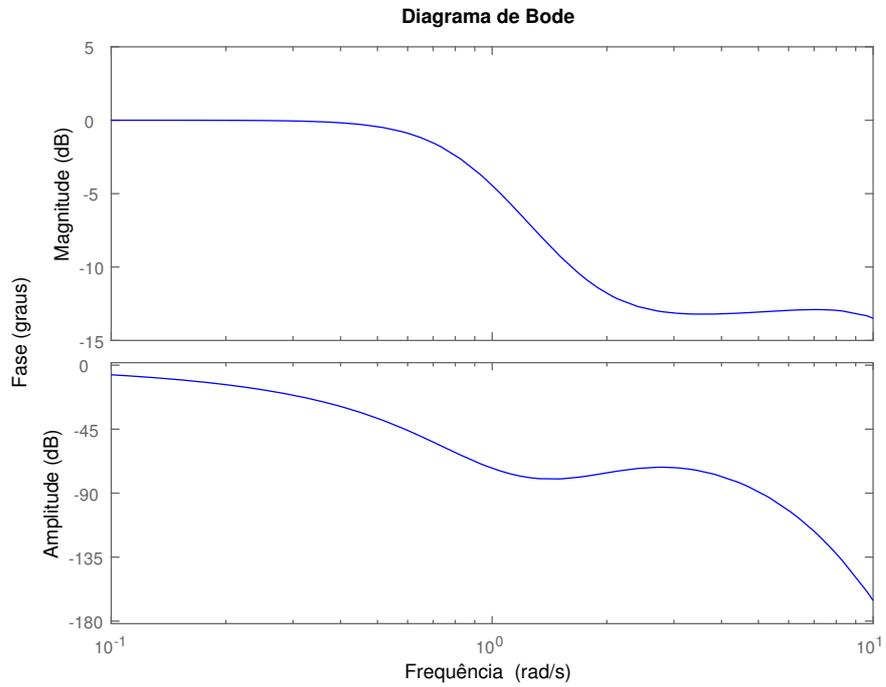
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.5: Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha L (curva solida azul) - Exemplo 1



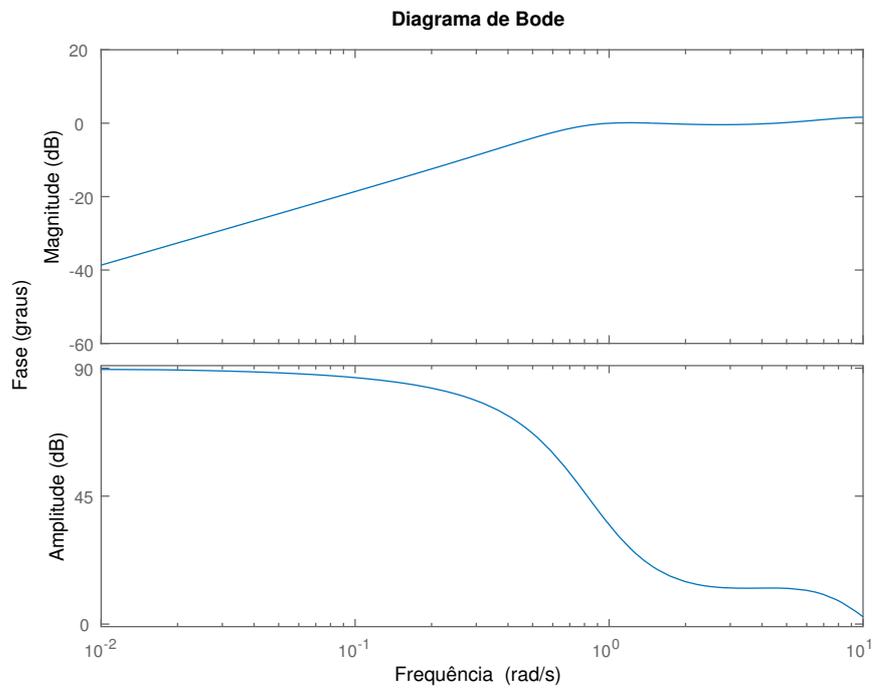
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.6: Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T (curva solida azul) - Exemplo 1



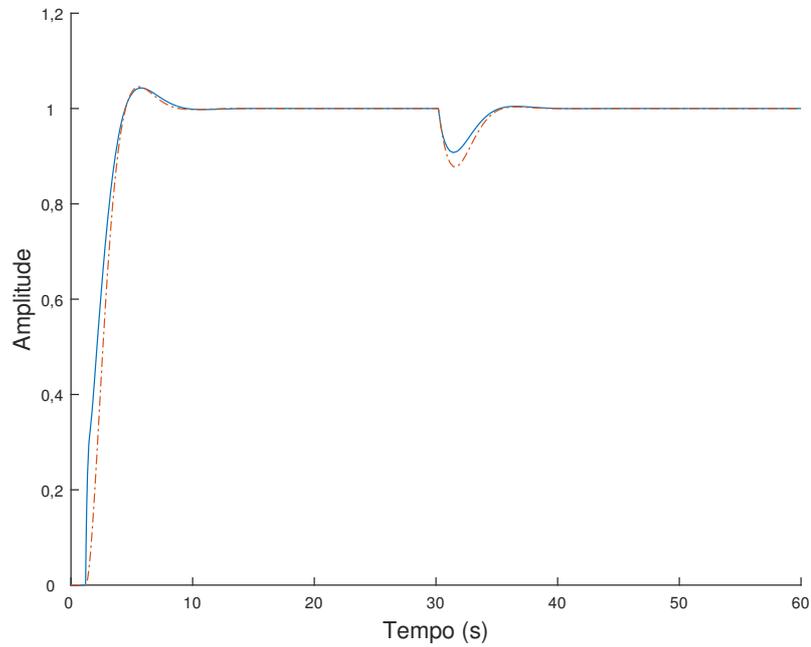
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.7: Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 1



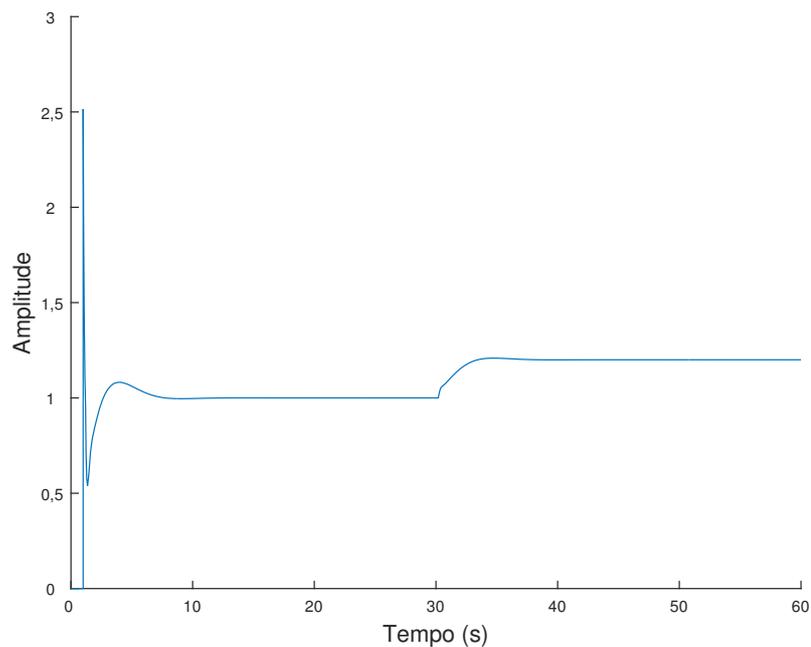
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.8: Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 1



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.9: Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 1



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Exemplo 2. Sistema de segunda ordem com atraso

Considere a planta com função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^2} e^{-2s}. \tag{4.16}$$

Tabela 4.3: Exemplo 2. Dados das especificações para o projeto do sistema de primeira segunda com atraso

Planta			Referência		
	ω_{Gb} (rad/s)		ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
	0,643		0,642	0,700	2,000
N_k	ω_{k_i} (rad/s)	ω_{k_f} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	s_m
20	0,064	6,423	2,567	60,449	0,583
			ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_S
			0,352	0,244	1,715
ω_{Dgc} (rad/s)	N_l		N_q	ω_{q_i} (rad/s)	ω_{q_f} (rad/s)
0,244	50		50	0,024	0,713

Tabela 4.4: Exemplo 2. Projeto e dados do projeto

Controlador	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	0,634	0,285	0,625	0,100
Malha aberta	ω_{cg} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	s_m
	0,275	2,601	64,147	0,612
Malha fechada	ω_b (rad/s)	M_T	M_S	
	0,566	1,000	1,635	
Desempenho	IE	IAE	M_{Su}	
	4,508/0,700	4,781/0,745	6,882	

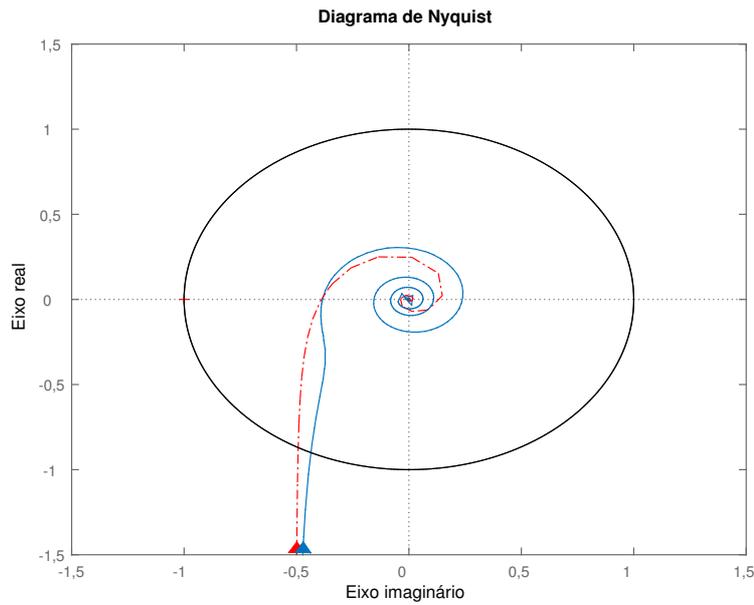
Como esperado, todas as margens obtidas são maiores que as da especificação.

Para a função ganho de malha projetada satisfazer a especificação de desempenho (Tab. 4.3), observa-se (Fig. 4.10) que a curva de Nyquist é levemente deformada nas frequências próximas da frequência mínima imposta. O método de projeto desloca os zeros do controlador para frequências menores que a frequência mínima, de modo a manter o valor do módulo de L com poucas variações em torno da frequência mínima (Fig. 4.11) e fazer com que a especificação seja satisfeita.

Como as funções de malha fechada S e T dependem diretamente do valor de L , observa-se que também há diminuição de inclinação da amplitude em torno da frequência mínima (Fig. 4.12 e Fig. 4.13); as oscilações em altas frequências são consequência do atraso da

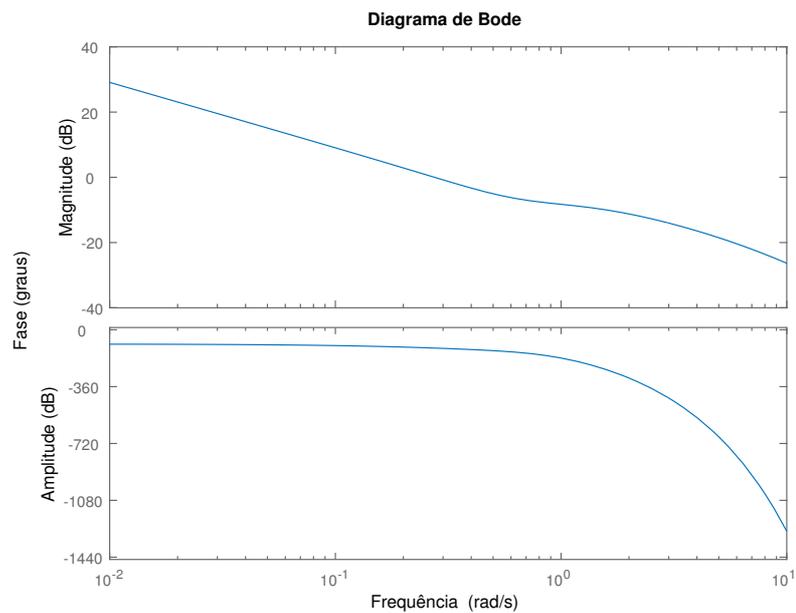
planta. A diminuição da inclinação resulta em uma resposta ao degrau na referência com algumas deformidades na curva, porém com tempos de resposta próximos ao da referência (Fig. 4.14).

Figura 4.10: Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 2



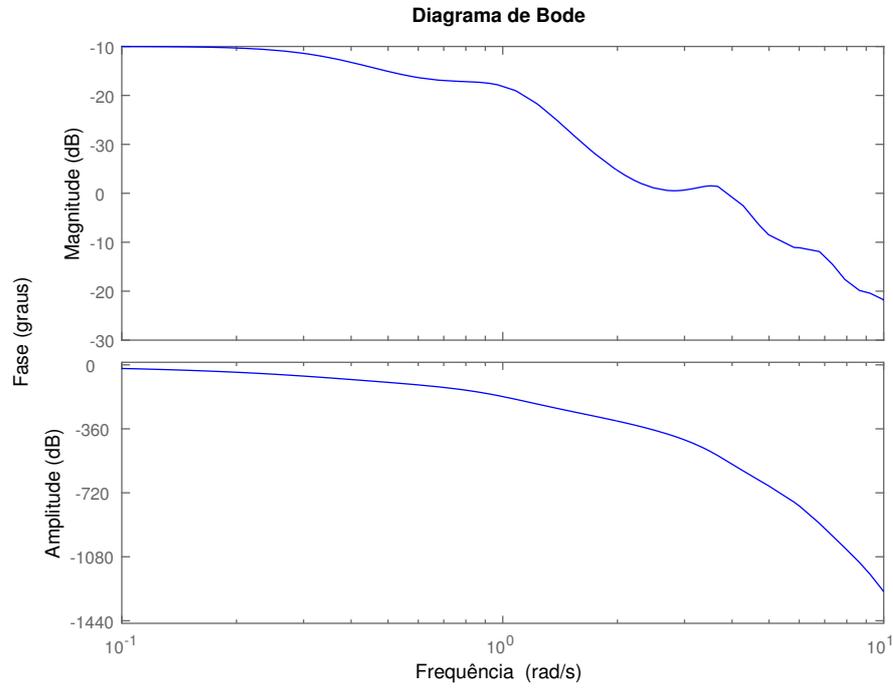
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.11: Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha L (curva solida azul) - Exemplo 2



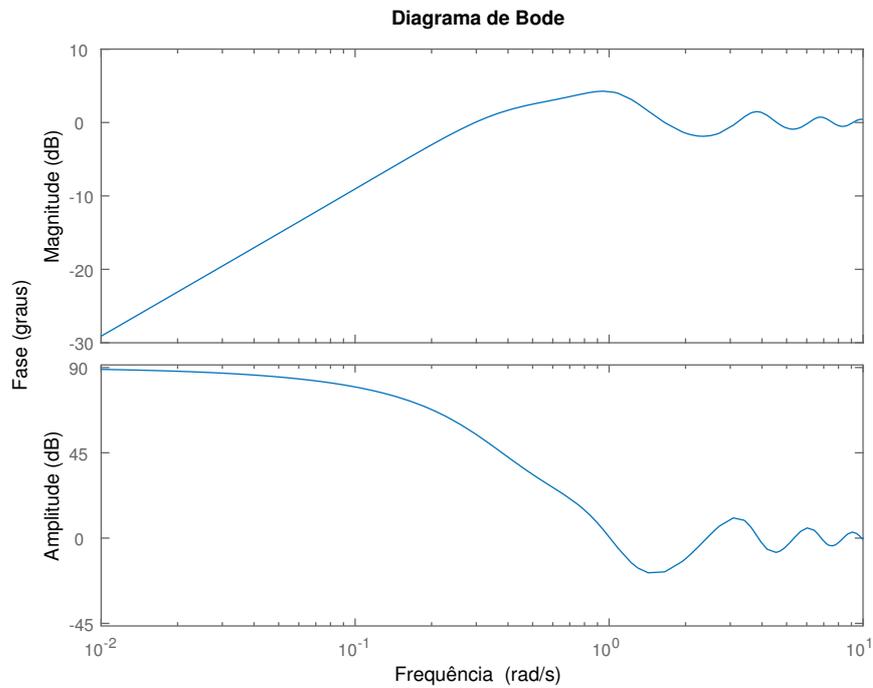
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.12: Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T (curva solida azul) - Exemplo 2



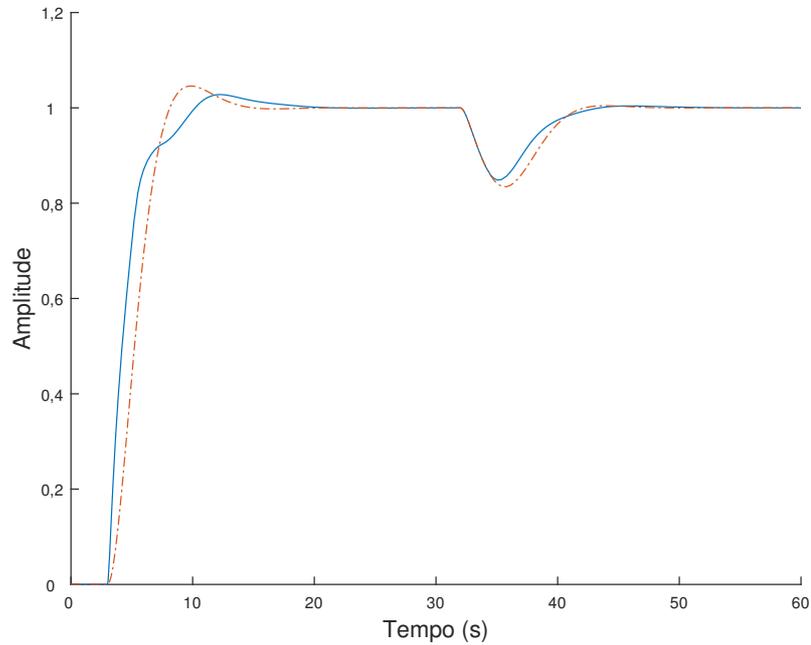
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.13: Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 2



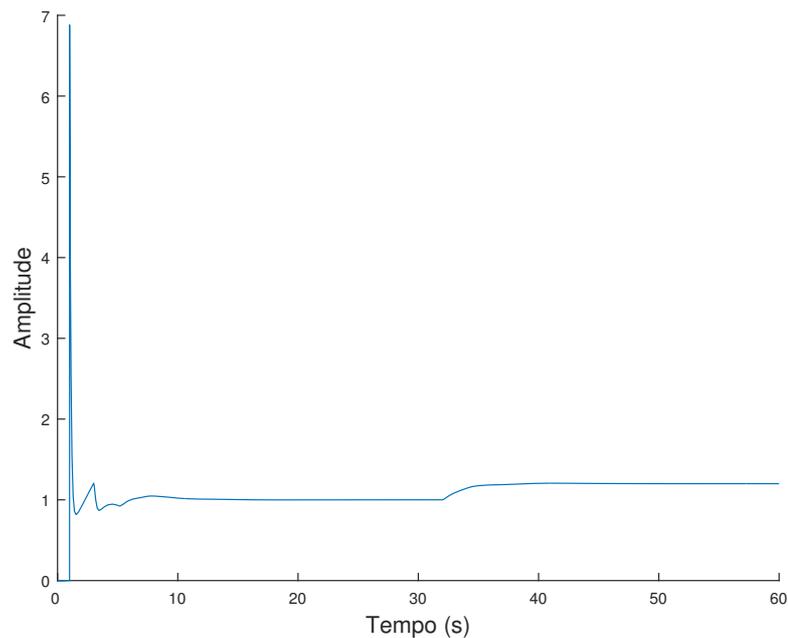
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.14: Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva sólida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 2



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.15: Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva sólida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 2



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Exemplo 3. Sistema de terceira ordem

Considere a planta com função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^3}. \tag{4.17}$$

Tabela 4.5: Exemplo 3. Dados das especificações para o projeto do sistema de terceira ordem

	Planta		Referência		
	ω_{Gb} (rad/s)		ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
	0,509		0,510	0,700	1,000
N_k	ω_{ki} (rad/s)	ω_{kf} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	s_m
20	0,051	5,091	4,136	61,884	0,668
	Desempenho		ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_S
ω_{Dgc} (rad/s)	N_l		0,361	0,261	1,496
50	0,261		N_q	ω_{qi} (rad/s)	ω_{qf} (rad/s)
			50	0,026	0,883

Tabela 4.6: Exemplo 3. Projeto e dados do projeto

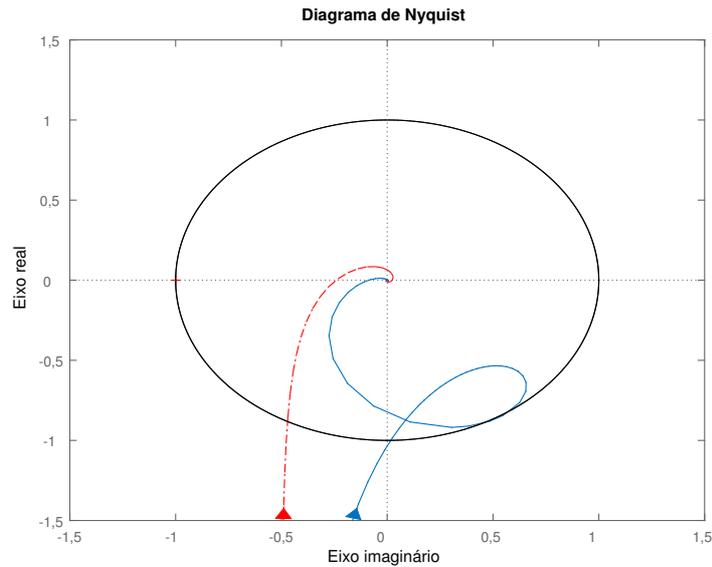
Controlador	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	0,801	0,443	3,029	0,100
Malha aberta	ω_{cg} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	s_m
	0,278	11,348	90,963	0,774
Malha fechada	ω_b (rad/s)	M_T	M_S	
	0,276	1,000	1,292	
Desempenho	IE	IAE	M_{Su}	
	3,245/0,462	4,114/0,614	31,092	

Para a função ganho de malha projetada satisfazer a especificação de desempenho (Tab. 4.5), observa-se (Fig. 4.16) que a curva de Nyquist é deformada nas frequências próximas à frequência mínima imposta. O método de projeto desloca os zeros do controlador para frequências menores que a frequência mínima, de modo a manter o valor do módulo de L com poucas variações em torno da frequência mínima (Fig. 4.17) e fazer com que a especificação seja satisfeita.

Como as funções de malha fechada S e T dependem diretamente do valor de L , observa-se que também há poucas variações de amplitude em torno da frequência mínima (Fig. 4.18 e Fig. 4.19). Isto resulta em uma resposta ao degrau na referência com algumas deformidades na curva, porém com tempos de resposta próximos ao da referência (Fig. 4.20).

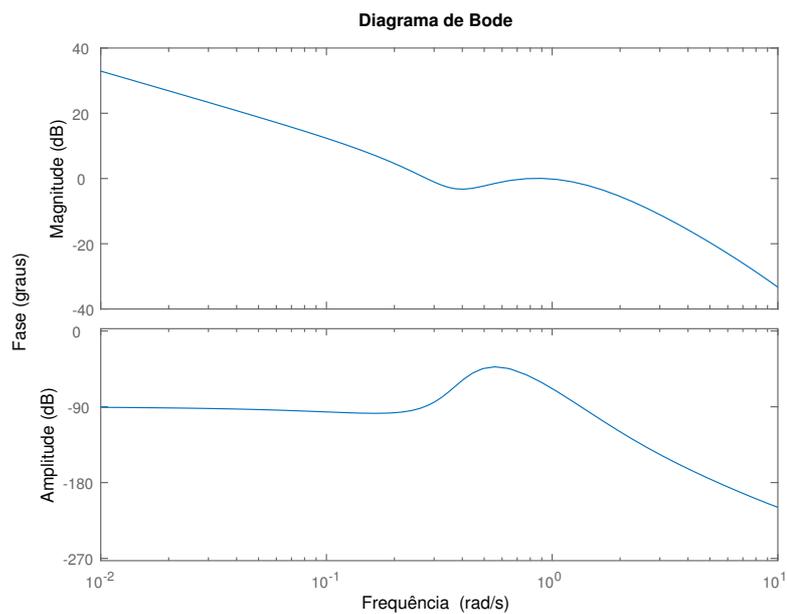
O sinal de controle para seguir o degrau unitário de referência atinge valor de pico alto (31,092 - Fig. 4.21), como era de se esperar por $M_{Su} = 31,092$ (Fig. 4.22 e Tab. 4.6); a causa disso é a relação entre o ganho derivativo do controlador e a constante de tempo do filtro, $T_f = 0,100$ s.

Figura 4.16: Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 3



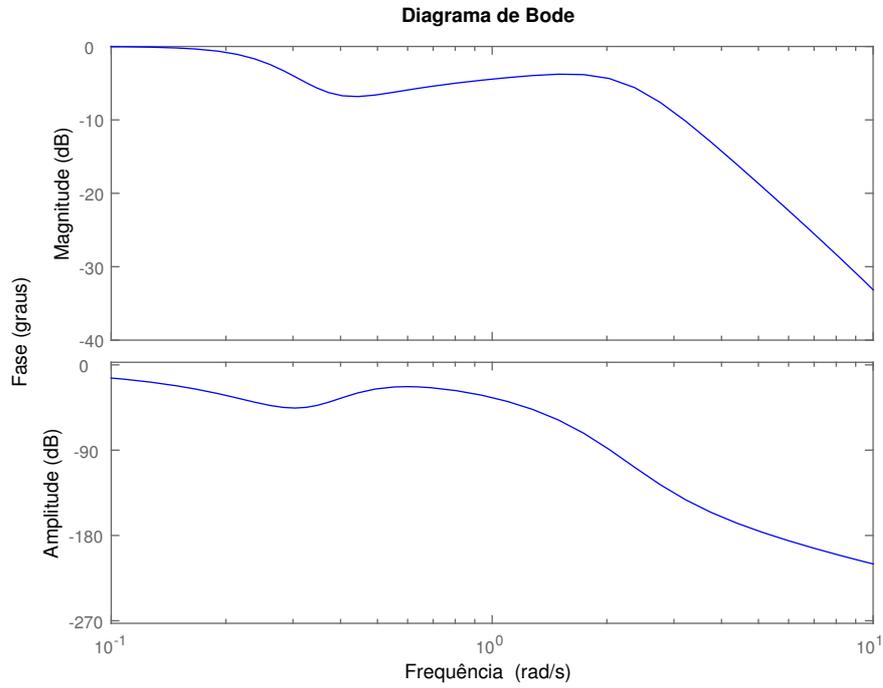
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.17: Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha L (curva solida azul) - Exemplo 3



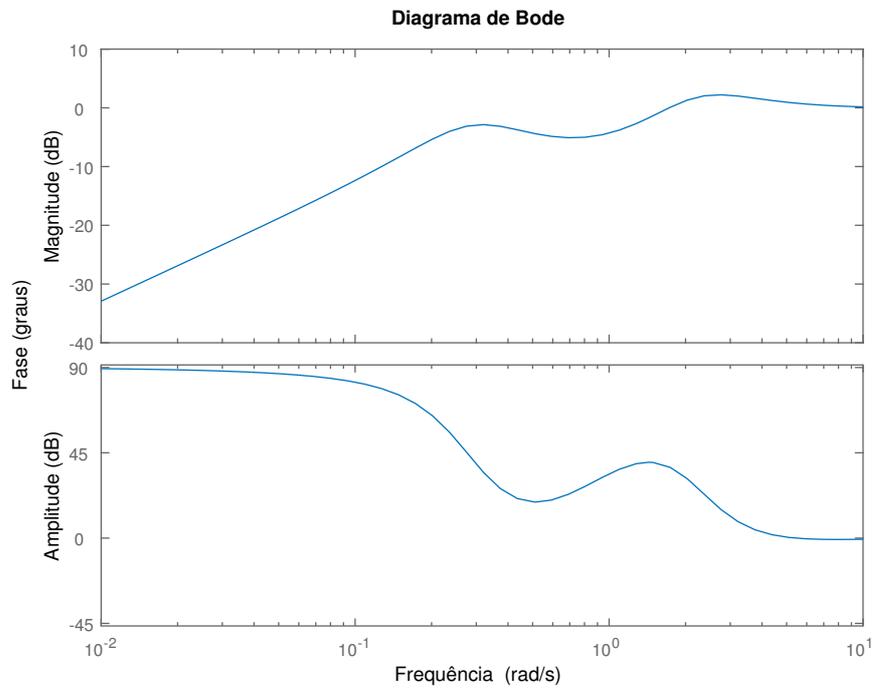
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.18: Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T (curva solida azul) - Exemplo 3



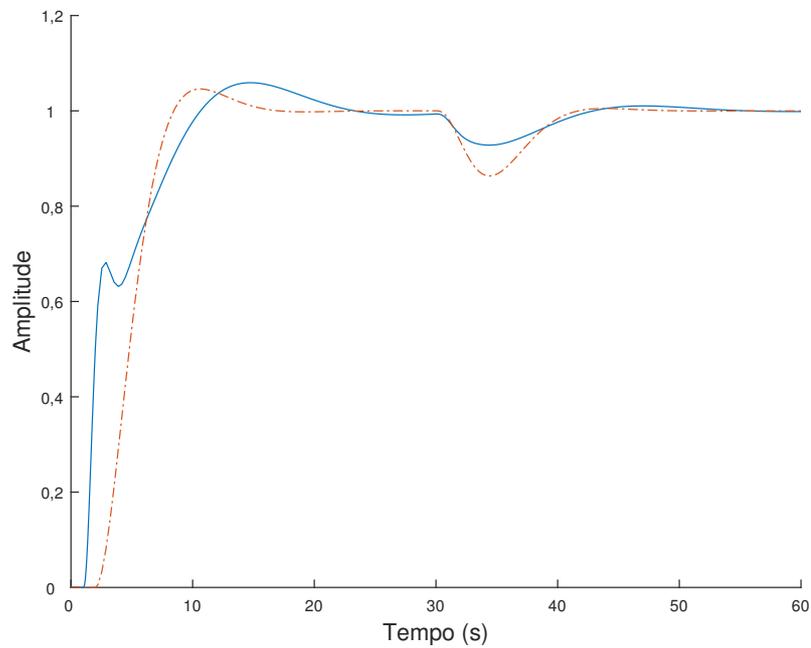
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.19: Diagrama de Bode da função sensibilidade S (curva solida azul) - Exemplo 3



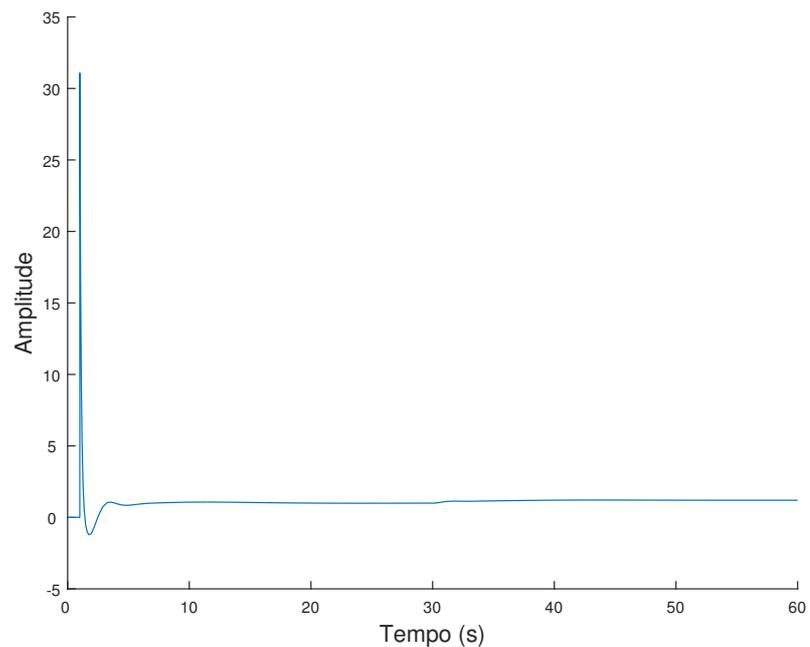
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.20: Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solidada azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 3



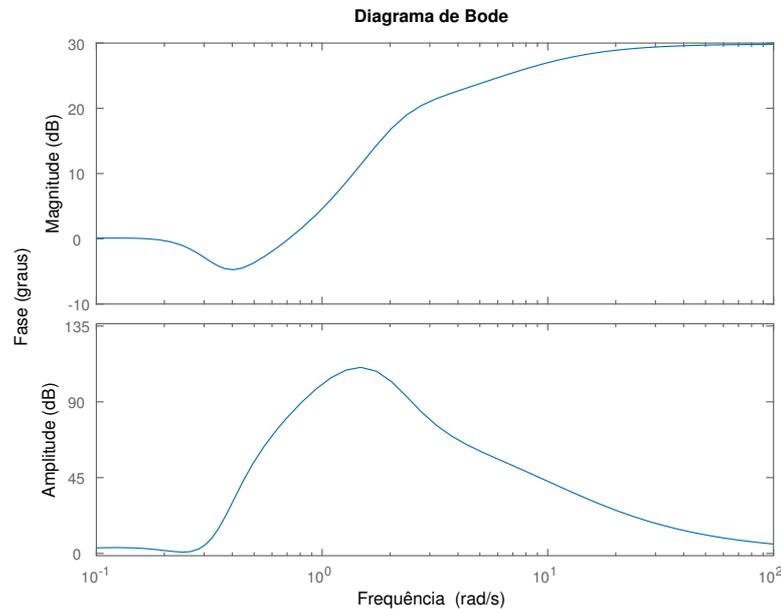
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.21: Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solidada azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 3



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.22: Diagrama de Bode da função sensibilidade de controle S_u (curva solida azul) - Exemplo 3



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Exemplo 3a. Sistema de terceira ordem e projeto sem restrição de desempenho

O projeto agora é feito sob as mesmas condições do exemplo anterior, tirando-se a especificação de desempenho.

Tabela 4.7: Exemplo 3a. Projeto e dados do projeto sem restrição de desempenho

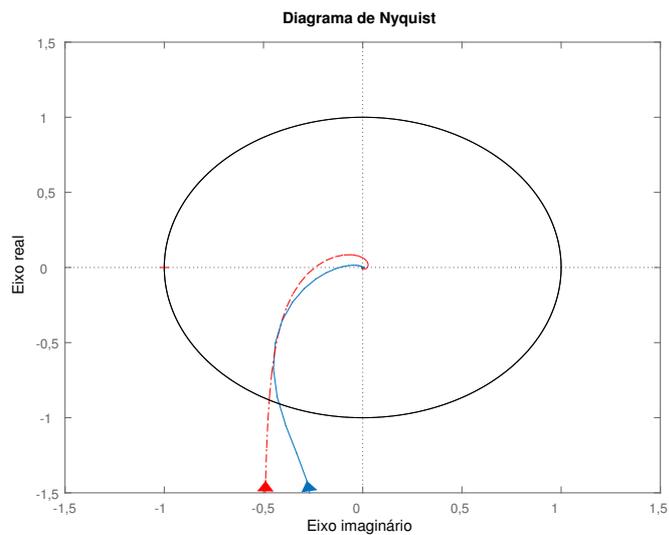
Controlador	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	2,722	1,078	2,616	0,100
Malha aberta	ω_{cg} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	s_m
	1,195	8,542	64,986	0,682
Malha fechada	ω_b (rad/s)	M_T	M_S	
	2,104	1,000	1,466	
Desempenho	IE	IAE	M_{Su}	
	1,934/0,185	2,052/0,192	28,884	

A curva de Nyquist do sistema projetado apresenta deformações apenas devido a especificação de robustez (Fig. 4.23), de modo que os zeros do controlador ficam em baixas frequências(Fig. 4.24).

A resposta temporal obtida para o sistema sem restrições de desempenho é mais rápida do que a da especificação, como pode ser observado analisando-se os valores das frequências de cruzamento para cada caso (Tab. 4.6 e Tab. 4.7), justamente devido a não haver restrição de um valor máximo para esta frequência.

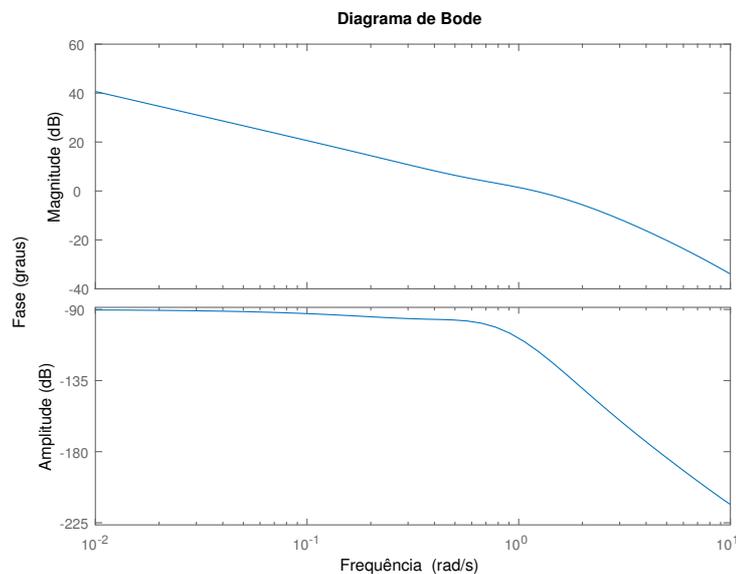
Observa-se que os valores de controle não dependem diretamente da especificação de desempenho da máxima frequência de cruzamento, pois os valores máximos para os sinais de controle são próximos (Fig. 4.21 e Fig. 4.26). Este é um indício de que ou o valor da constante do filtro não é apropriado (muito baixo) e não de que o valor escolhido para ω_{Dgc} é muito baixo.

Figura 4.23: Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 3a



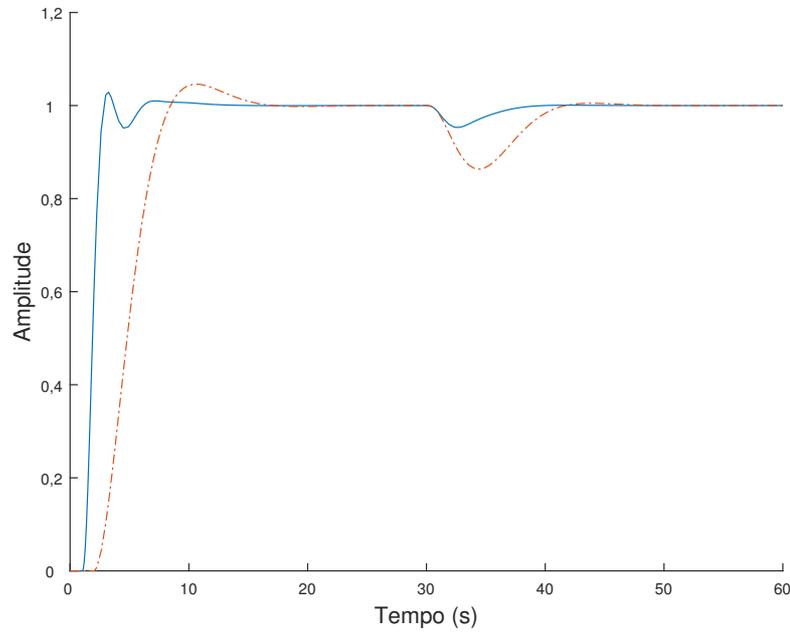
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.24: Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha L (curva solida azul) - Exemplo 3a



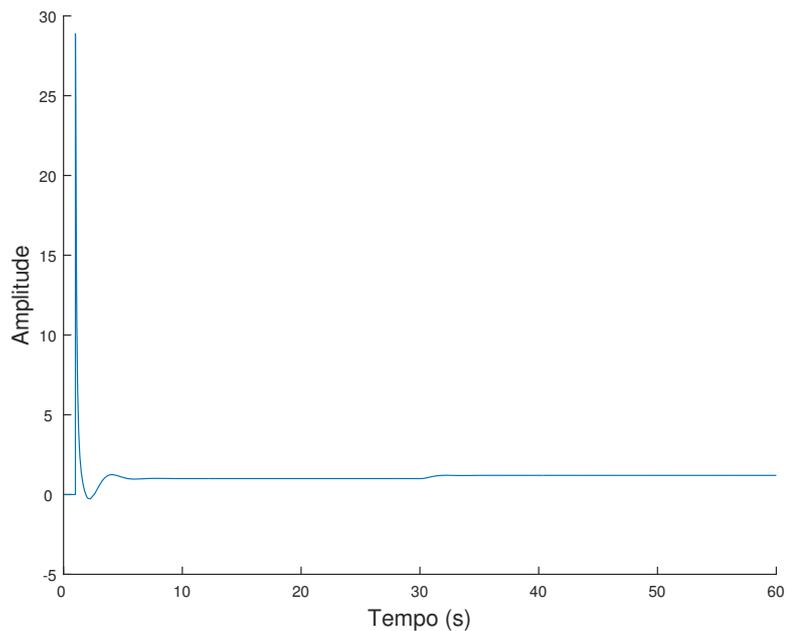
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.25: Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva sólida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 3a



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.26: Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva sólida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 3a



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Exemplo 3b. Sistema de terceira ordem e controlador com $T_f = 1,000$ s

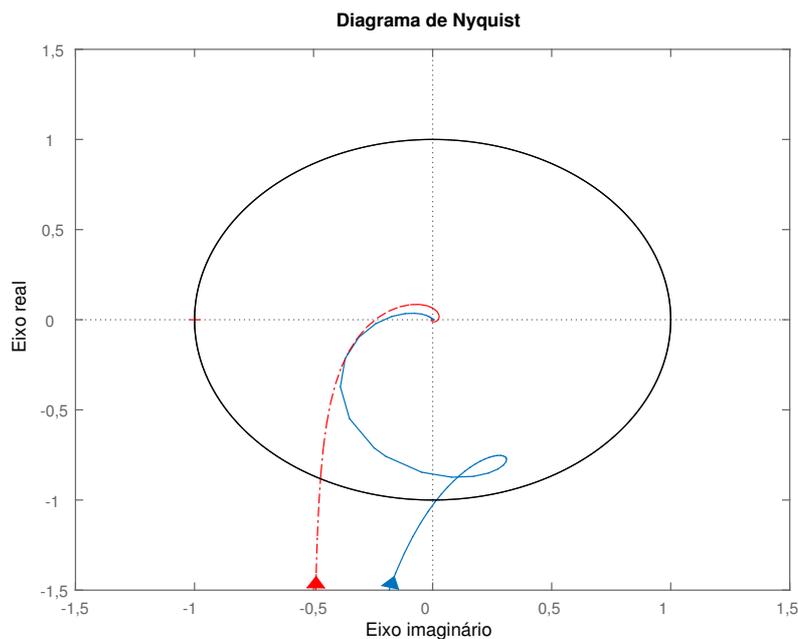
O projeto agora é feito sob as mesmas condições do Exemplo 3., mudando-se o valor de T_f de 0,100 para 1,000 s.

Tabela 4.8: Exemplo 3b. Projeto e dados do projeto alterando-se a constante de tempo do filtro

Controlador	K_p 0,643	K_i 0,391	K_d 2,535	T_f (s) 1,000
Malha aberta	ω_{cg} (rad/s) 0,278	g_m 4,828	ϕ_m (°) 90,953	s_m 0,668
Malha fechada	ω_b (rad/s) 0,275	M_T 1,000	M_S 1,497	
Desempenho	IE 3,529/0,540	IAE 4,267/0,677	M_{Su} 3,916	

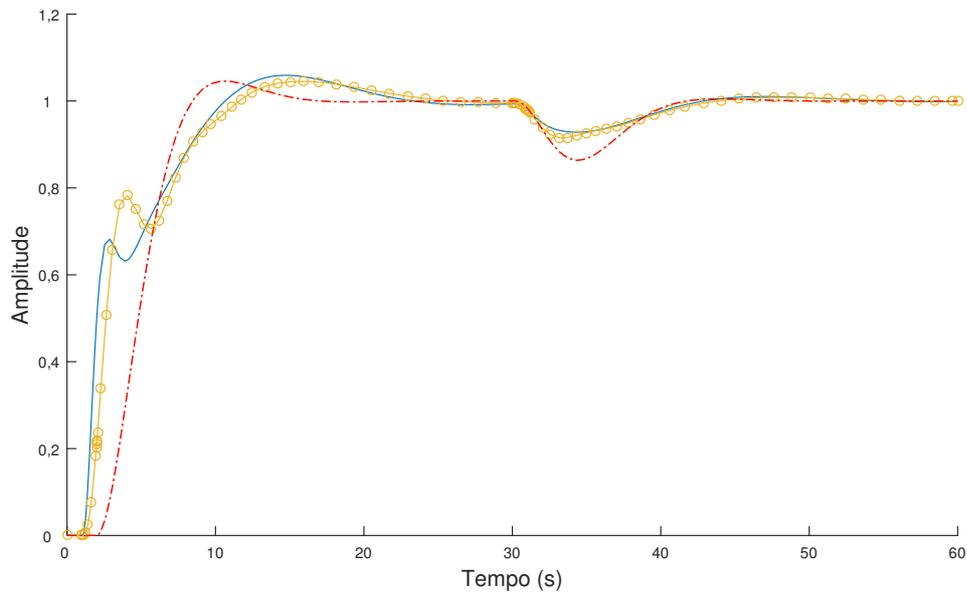
Aumentando-se em 10 vezes o valor de T_f , diminuiu-se em aproximadamente 10 vezes o valor do pico do sinal de controle (Fig. 4.21 e Fig. 4.29, respectivamente); o valor de M_{Su} também passou de 31,092 a 3,916 (Tab. 4.8).

Figura 4.27: Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva sólida azul) - Exemplo 3b



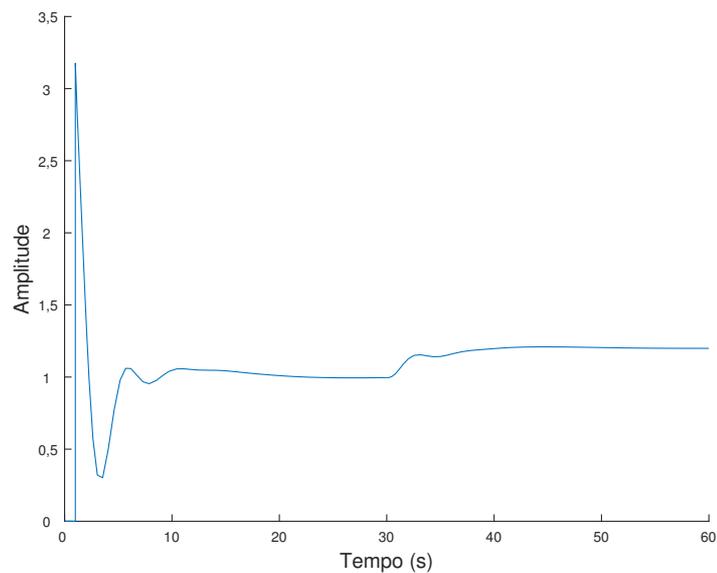
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.28: Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado no Exemplo 3 (curva solida azul), para o sistema de controle projetado no Exemplo 3b (curva solida com círculos amarela) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 3b



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.29: Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva solida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 3b



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Exemplo 4. Sistema de quarta ordem

Considere a planta com função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)(0,2s + 1)(0,2^2s + 1)(0,2^3s + 1)}. \quad (4.18)$$

Tabela 4.9: Exemplo 4. Dados das especificações para o projeto do sistema de quarta ordem

Planta			Referência		
	ω_{Gb} (rad/s)		ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
	0,960		0,962	0,700	0,048
N_k	ω_{ki} (rad/s)	ω_{kf} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	s_m
20	0,096	9,602	31,660	64,660	0,770
			ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_S
			0,812	0,609	1,299
ω_{Dgc} (rad/s)	N_l		N_q	ω_{qi} (rad/s)	ω_{qf} (rad/s)
0,609	50		50	0,061	5,330
	Desempenho				

Tabela 4.10: Exemplo 4. Projeto e dados do projeto

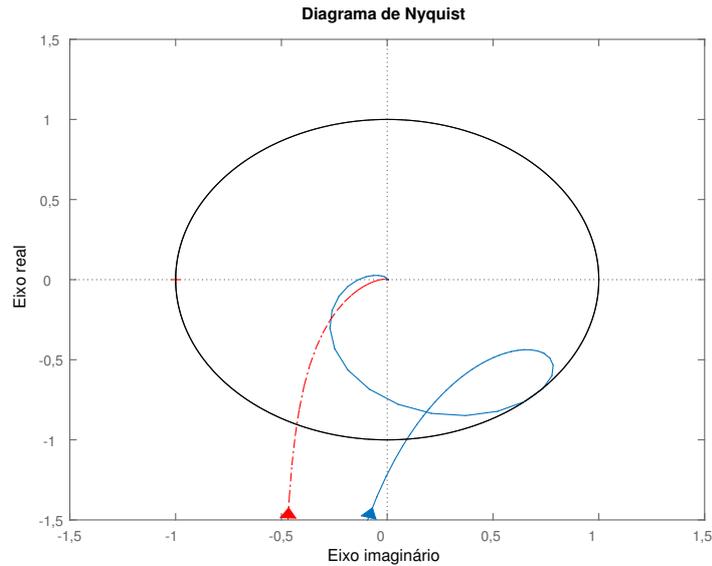
Controlador	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	0,852	1,106	1,283	0,100
Malha aberta	ω_{cg} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	s_m
	0,668	7,333	95,353	0,764
Malha fechada	ω_b (rad/s)	M_T	M_S	
	0,643	1,000	1,309	
Desempenho	IE	IAE	M_{Su}	
	1,902/0,183	2,262/0,242	14,091	

Para que a especificação de desempenho tenha sido respeitada (Tab. 4.9), a amplitude do ganho de malha projetado manteve-se com amplitude com poucas variações para frequências entre $\omega = 0,860$ e $\omega = 10$ rad/s e com grandes variações na fase (Fig. 4.31), o que no diagrama de Nyquist resulta na curva para valores após a frequência de cruzamento ω_{gc} perto do círculo de raio 1 e centro (0,0) do ganho de malha projetada (Fig. 4.30); esta manutenção do módulo no intervalo de frequências faz com que se tenha alta taxa da variação da variável de referência, porém por obter-se frequências de cruzamento próximas (diferença menor que 6%), a resposta temporal do sistema é próxima da resposta da especificação (Fig. 4.32).

Os resultados obtidos são semelhantes aos dos exemplos anteriores, mostrando-se que mesmo para sistemas com dinâmica mais complexa (quatro pólos espaçados exponencial-

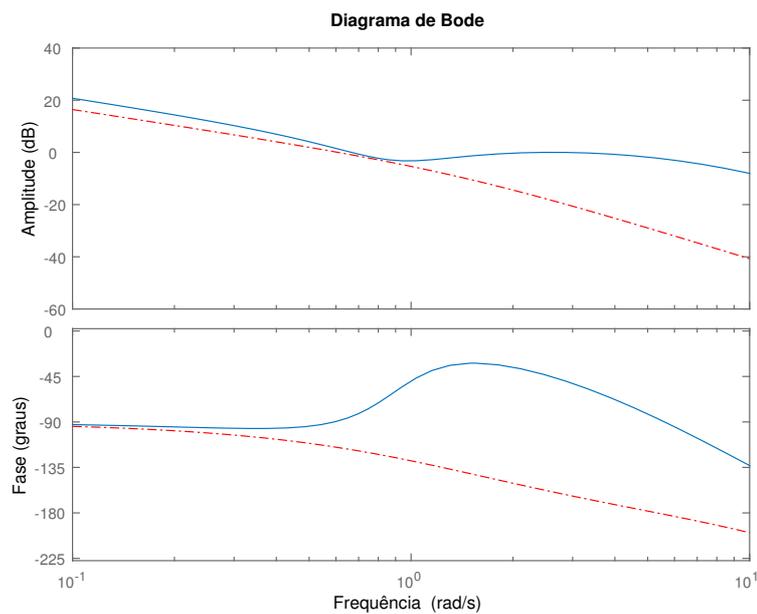
mente); o sistema em malha fechada obtido apresenta margens de estabilidade maiores ou iguais às da especificação (Tab.4.10 - com exceção apenas da margem de ganho por ela ser estabelecida em altas frequências) e o comportamento das respostas temporais à degraus na referência e na perturbação de carga são próximos do comportamento da especificação.

Figura 4.30: Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 4



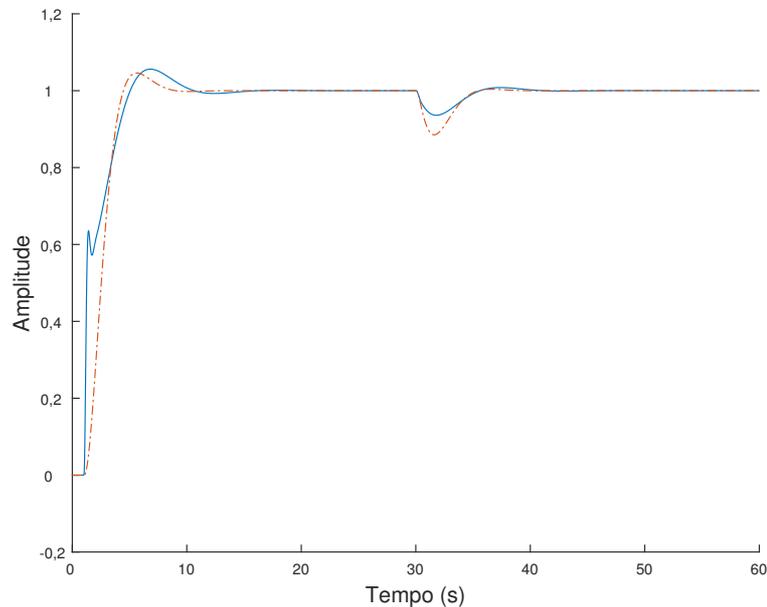
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.31: Diagrama de Bode da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curva solida azul) - Exemplo 4



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.32: Respostas a degraus na referência ($t = 0$ s - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30$ s - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curva sólida azul) e para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço vermelha) - Exemplo 4



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Para melhor entendimento do efeito da variação dos parâmetros N_k , N_q e N_l , apresentam-se os exemplos a seguir. Considerou-se a mesma planta do Exemplo 4 para todos os casos.

Exemplo 4a. Sistema de quarta ordem com $N_k = 5$ pontos

O intervalo de frequências considerado para a planta é de 0,096 a 9,602 rad/s, com $N_k = 5$ pontos de frequência logaritmicamente espaçados. Todos os outros parâmetros e especificações são os mesmos do Exemplo 4.

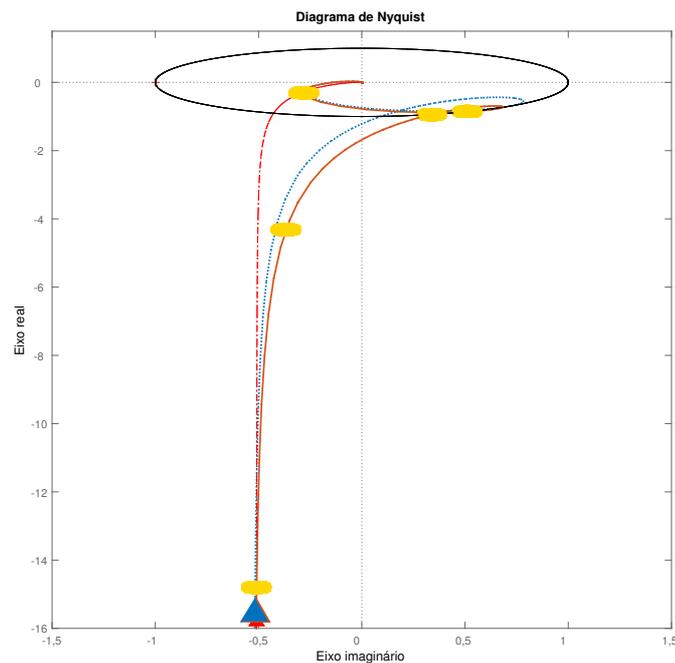
Tabela 4.11: Exemplo 4a. Projeto e dados do projeto com $N_k = 5$ pontos

Controlador	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
Malha aberta	ω_{cg} (rad/s)	g_m	ϕ_m ($^\circ$)	s_m
Malha fechada	ω_b (rad/s)	M_T	M_S	
Desempenho	IE	IAE	M_{Su}	

Quanto menor o número de pontos de frequência N_k utilizado para o projeto, menos informações sobre a dinâmica da planta são consideradas no projeto e maiores as chances

de pontos de frequência entre os considerados não satisfazerem as condições de robustez e desempenho. Por outro lado, observa-se que mesmo com a utilização de poucos pontos ($N_k = 5$ pontos) o projeto é próximo ao com a utilização de 50 pontos; os pontos em amarelo são os de frequência utilizados no projeto em que $N_k = 5$ (Fig. 4.33).

Figura 4.33: Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ para $N_k = 5$ (curva pontilhada azul) e para $N_k = 50$ (curva solida laranja)



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Exemplo 4b. Sistema de quarta ordem com $N_q = 5$ pontos

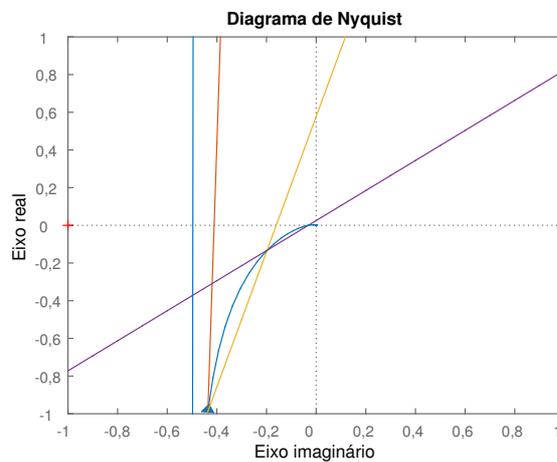
A extensão das frequências utilizadas para a obtenção dos coeficientes para as restrições de robustez é ω_q variando de 0,061 a 5,330 (de aproximadamente duas décadas abaixo da frequência de cruzamento de $\bar{L}(s)$ até sua frequência da banda de passagem ω_{Lb}), com $N_q = 5$ pontos de frequência logaritmicamente espaçados. Todos os outros parâmetros e especificações são os mesmos do Exemplo 4.

Comparando-se Fig. 4.34 com Fig. 4.35, observa-se que a diminuição da quantidade de pontos N_q resulta em restrições de robustez mais conservadoras que as da especificação pois a área permissível para o ganho de malha projetado diminui. Para este exemplo, não se observam variações visíveis no diagrama de Nyquist do ganho de malha projetado.

Tabela 4.12: Exemplo 4b. Projeto e dados do projeto com $N_q = 5$ pontos

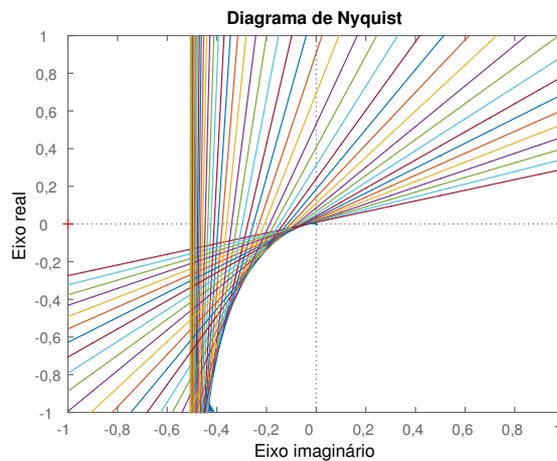
Controlador	K_p	K_i	K_d	T_f (s)
	0,810	1,071	1,126	0,100
Malha aberta	ω_{cg} (rad/s)	g_m	ϕ_m (°)	s_m
	0,668	8,273	91,986	0,787
Malha fechada	ω_b (rad/s)	M_T	M_S	
	0,657	1,000	1,270	
Desempenho	IE	IAE	M_{Su}	
	1,933/0,188	2,282/0,244	12,093	

Figura 4.34: Ilustração gráfica das restrições relacionadas à especificação de robustez com $N_q = 5$ pontos



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 4.35: Ilustração gráfica das restrições relacionadas à especificação de robustez com $N_q = 50$ pontos



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Exemplo 4c. Sistema de quarta ordem com $N_l = 5$ pontos

Estabelece-se a mínima frequência de cruzamento de ganho permissível para a função de transferência ganho de malha projetada com a adição da especificação de desempenho com o número de pontos utilizados para a obtenção dos coeficientes para as restrições de desempenho de $N_l = 5$ e a mínima frequência de cruzamento de ganho permissível ω_{gc} igual a 0,609 rad/s. Todos os outros parâmetros e especificações são os mesmos do Exemplo 4.

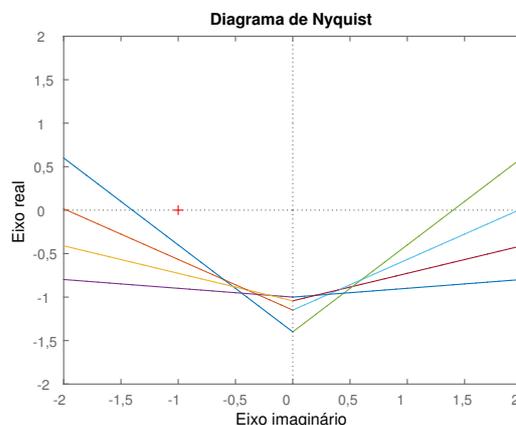
Tabela 4.13: Exemplo 4c. Projeto e dados do projeto com $N_l = 5$ pontos

Controlador	K_p 0,846	K_i 1,101	K_d 1,274	T_f (s) 0,100
Malha aberta	ω_{cg} (rad/s) 0,669	g_m 7,382	ϕ_m (°) 95,043	s_m 0,765
Malha fechada	ω_b (rad/s) 0,643	M_T 1,000	M_S 1,307	
Desempenho	IE 1,906/0,184	IAE 2,267/0,243	M_{Su} 13,975	

Comparando-se Fig. 4.36 com Fig. 4.3, observa-se que a diminuição da quantidade de pontos N_l resulta em restrições de desempenho menos conservadoras que as da especificação pois a área permissível para o ganho de malha para frequências superiores a ω_{Dgc} aumenta; isto resulta na possibilidade de obtenção de frequências de cruzamento maiores (porém próximas) que a especificação.

Para este exemplo, não se observam variações visíveis no diagrama de Nyquist do ganho de malha projetado.

Figura 4.36: Ilustração gráfica das restrições relacionadas à especificação de desempenho



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

4.4 Conclusões

O projeto de controlador PID robusto é formulado como um problema de otimização linear e o objetivo de controle do método proposto é minimizar a integral de erro ou, equivalentemente, maximizar o ganho integral. A função de transferência de ganho malha é finamente limitada por retas que formam uma região convexa, região a qual se propõe ser delimitada pelo gráfico de ganho de malha obtido a partir de uma função de transferência de malha fechada desejada.

A execução do método de projeto proposto pode ser feita utilizando-se ferramentas padrões de otimização linear, é simples e necessita apenas da resposta em frequência do processo em alguns pontos.

Observando-se os resultados das simulações, tem-se que com a aplicação do método proposto de projeto de controladores PID, são obtidos ganhos para os quais a resposta em frequência do sistema em malha fechada está de acordo com as restrições estabelecidas. As margens de estabilidade para os sistemas projetados são maiores ou iguais às da especificação (com exceção apenas da margem de ganho quando a mesma é estabelecida em altas frequências).

Quando adicionada a especificação de desempenho, as respostas temporais dos sistemas em malha fechada obtidos são próximas das respostas das especificações; a variável controlada do sistema segue variações na referência inclusive com o processo submetido a perturbações degraus na carga.

Capítulo 5

Comparações

Neste capítulo apresentam-se comparações entre os métodos propostos na dissertação, moldagem de malha pela componente real (Capítulo 3) e moldagem de malha por área convexa (Capítulo 4), e o método apresentado em (GRASSI; TSAKALIS, 2000). Todos os métodos têm em comum o uso de problema de otimização para calcular os ganhos do controlador PID e a utilização de uma função de transferência ganho de malha de referência (ou desejada).

Inicialmente apresenta-se o método de (GRASSI; TSAKALIS, 2000) e em seguida os três métodos estão aplicados a alguns exemplos, analisados e comparados. Este método foi escolhido para se ter uma comparação entre projetos com abordagens semelhantes, objetivando-se uma comparação justa.

5.1 Método (GRASSI; TSAKALIS, 2000)

Técnica de moldagem de malha para ajuste de controladores PID em que os parâmetros do controlador são ajustados de forma a minimizar a diferença entre a função de transferência ganho de malha projetada $L(j\omega)$ e a desejada $\bar{L}(j\omega)$. O problema é formulado no domínio da frequência como uma otimização convexa.

A minimização da diferença proposta é a minimização da norma infinito, ou seja, minimizar o valor absoluto de $L(j\omega) - \bar{L}(j\omega)$:

$$| L(j\omega) - \bar{L}(j\omega) |,$$

para todas as frequências ω . A notação para a norma infinito é $\| L(j\omega) - \bar{L}(j\omega) \|_\infty$.

Considera-se a classe de sistemas lineares estáveis e invariantes no tempo com apenas uma entrada e uma saída representada pela função de transferência $G(s)$. É assumido que a resposta em frequência em um número finito N_k de pontos, $G(j\omega_k)$, $k = 1, \dots, N$,

é conhecida em pontos relevantes da resposta em frequência os quais serão escolhidos baseando-se na frequência da banda de passagem da própria planta.

A classe de controladores PID considerada é

$$K(s) = K_p + K_i \frac{1}{s} + K_d \frac{s}{1 + T_f s}, \quad (5.1)$$

com T_f (conhecido) sendo a constante de tempo do filtro e K_p , K_i e K_d os ganhos do controlador.

A seguinte forma do controlador será utilizada

$$K(s) = \phi_{GR}(s) K_{num}^T, \quad (5.2)$$

com

$$K_{num} = [K_1, K_2, K_3], \quad (5.3)$$

$$\phi_{GR}(s) = \left[\frac{s}{1 + T_f s}, \frac{1}{1 + T_f s}, \frac{1}{s(1 + T_f s)} \right], \quad (5.4)$$

sendo $K_p = K_2 - K_3 T_f$, $K_i = K_3$ e $K_d = K_1 - K_2 T_f + K_3 T_f^2$.

A função de transferência ganho de malha projetada $L(j\omega)$ pode ser escrita na forma

$$L(j\omega) = G(j\omega)K(j\omega) = G(j\omega)\phi_{GR}(j\omega)K_{num}^T = F(j\omega)K_{num}^T, \quad (5.5)$$

em que $F(j\omega) = G(j\omega)\phi_{GR}(j\omega)$.

Assim, o objetivo de controle é minimizar a diferença entre a função de transferência ganho de malha projetada $L(j\omega)$ e a desejada $\bar{L}(j\omega)$. O problema de otimização proposto para a obtenção dos ganhos do controlador é:

$$\underset{K_{num}}{\text{minimizar}} \quad \| F(j\omega)K - L(j\omega) \|_\infty.$$

A frequência ω recebe valores no conjunto de números reais. Na prática, são escolhidos N_k pontos de frequência ω_k logaritmicamente espaçados. As frequências usadas para formular as restrições estão em torno de uma década abaixo da frequência da largura da banda de passagem de $G(j\omega)$ e até algumas décadas acima dela.

Para a resolução do problema de otimização convexa, utilizou-se a ferramenta *CVX* instalável no *MatLab*, a qual tem o procedimento de utilização e o método utilizado para a otimização explicado em (GRANT; BOYD; YE, 2008).

5.2 Comparações

Para todos os exemplos, utilizou-se $T_f = 0,100$ s.

Exemplo 1. Sistema de primeira ordem com atraso

Considere a planta com função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)} e^{-0,2s}. \quad (5.6)$$

Esta é a mesma planta considerada no Exemplo 1. dos Capítulos 3 e 4.

A função de transferência ganho de malha desejada é

$$\bar{L}(s) = \frac{e^{-0,2s}}{s^2 + 1,8s + 1 - e^{-0,2s}}, \quad (5.7)$$

e a mesma é utilizada para todos os projetos. Os dados sobre a mesma estão apresentados na Tab. 5.1.

Tabela 5.1: Exemplo 1. Dados da função de transferência de referência

Referência		
ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
1,000	0,900	0,200
g_m	ϕ_m (°)	s_m
10,553	71,016	0,792
ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_S
0,671	0,486	1,263

Para o projeto de moldagem de malha por área convexa, adicionou-se a especificação de desempenho da frequência mínima de corte igual a $\omega_{Dgc} = 0,486$ rad/s (com $N_l = 50$). Para os outros projetos não é necessária a adição de especificação de desempenho por as restrições e as minimizações serem feitas para cada frequência.

Para todos os projetos foram utilizados $N_k = 20$ pontos de frequência da planta, sendo que para o projeto pela componente real as frequências estão linearmente espaçadas de 0,049 a 4,860 rad/s (de uma década a menos a uma década a mais que a frequência de corte da especificação ω_{Lgc}); para os outros dois métodos, as frequências estão logaritmicamente espaçadas de 0,100 a 10,000 rad/s (de uma década a menos a uma década a mais que a frequência de cruzamento da planta $\omega_{Gb} = 1,000$ rad/s).

Para a especificação de robustez do projeto de moldagem por área convexa utilizou-se $N_q = 50$ pontos logaritmicamente espaçados de 0,049 a 2,986 rad/s (de uma década a

menos que a frequência de corte da especificação ω_{Lgc} até a frequência que o ganho de malha cruza o eixo imaginário).

Tabela 5.2: Exemplo 1. Ganhos dos controladores projetados e especificações obtidas para cada projeto - sistema de primeira ordem com atraso

	Componente real	Área convexa	(GRASSI; TSAKALIS, 2000)
K_p	0,012	0,399	0,196
K_i	0,298	0,624	0,506
K_d	0,000	0,149	0,000
T_f	0,100	0,100	0,100
ω_{cg} (rad/s)	0,286	0,544	0,466
g_m	21,263	7,869	32,613
ϕ_m ($^\circ$)	71,387	75,967	69,921
s_m	0,812	0,871	0,839
ω_b (rad/s)	0,424	0,669	0,673
M_T	1,000	1,000	1,000
M_S	1,231	1,149	1,192
IE	4,361/0,671	2,606/0,320	2,979/0,395
IAE	4,396/0,676	2,729/0,334	3,115/0,411
M_{Su}	1,000	1,923	1,003

Valores próximos para os máximos das funções sensibilidade e sensibilidade complementar foram obtidos, bem como para as margens de fase (Tab. 5.2). Para os projetos pela componente real e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) foram obtidos controladores do tipo PI.

A especificação adicional de desempenho para o projeto por área convexa impõe o formato da curva de Nyquist com mudança brusca de direcionamento da curva (Fig. 5.1) para frequências no entorno de 1,100 rad/s; por a mudança de direcionamento ocorrer para amplitudes de T menores que -10 dB (Fig. 5.2), a resposta do sistema em malha fechada à degraus na referência e na perturbação de carga é próxima ao da referência (Fig. 5.3). A margem de ganho não foi maior que a da referência por ocorrer em frequências acima das utilizadas no projeto (ocorreu para $\omega = 11,000$ rad/s).

O projeto por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) obtém o controlador PI o qual a função ganho de malha é a mais próxima possível da referência, que para este caso é praticamente a própria referência (Fig. 5.1). A resposta do sistema em malha fechada à degraus na referência e na perturbação de carga praticamente sobrepõe-se à da referência (Fig. 5.3).

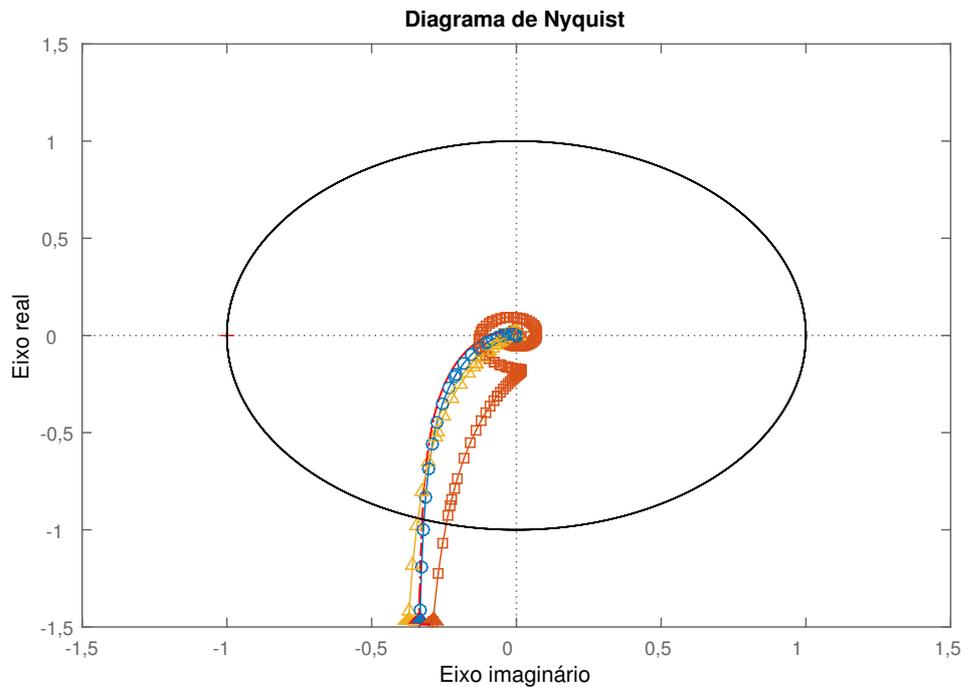
O sistema em malha fechada obtido com o projeto por parte real é mais lento que os outros, porém não apresenta sobre-sinal; é também o que apresenta variações mais lentas no sinal de controle (Fig. 5.4).

No método da moldagem por área convexa, as respostas temporais obtidas foram próximas das obtidas com (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (melhor aproximação frequencial

possível), utilizando-se um problema de otimização linear (cuja resolução pode ser feita com *softwares* simples como o *Microsoft Excel* da *Microsoft Office*). O projeto feito com moldagem de malha da parte real obteve um sistema mais lento e com margens de estabilidade melhores melhores que as da referência.

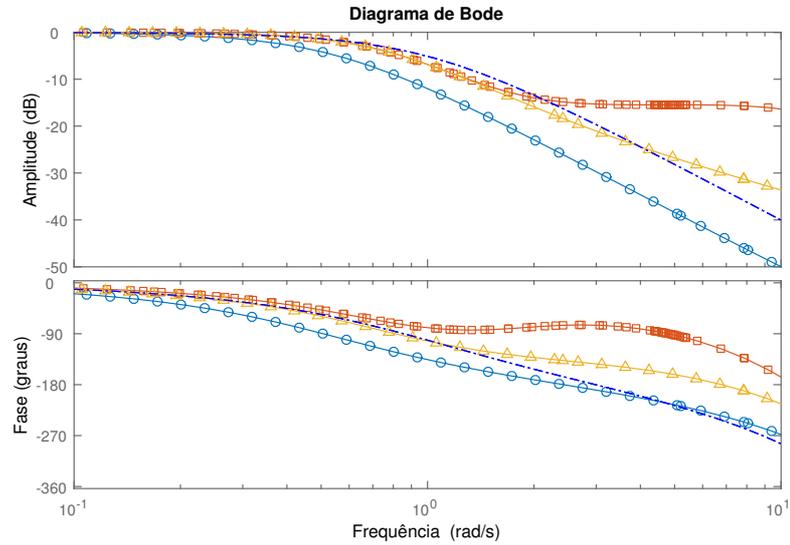
A integral do erro IE para o sistema obtido pelo método por área convexa é menor que o por (GRASSI; TSAKALIS, 2000), porém o esforço de controle (baseando-se em M_{Su}) é praticamente o dobro.

Figura 5.1: Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos)- Exemplo 1



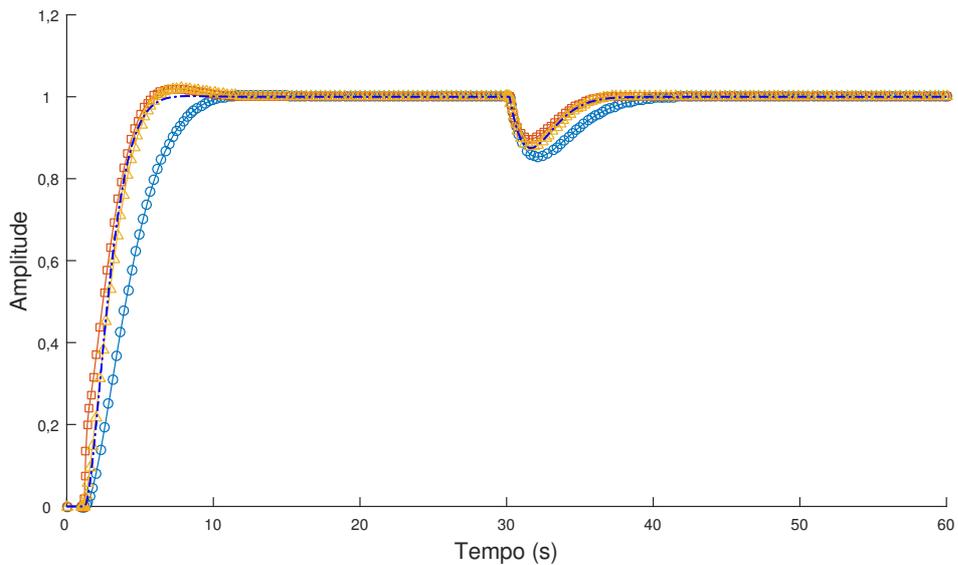
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 5.2: Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço azul) e para o sistema de controle projetado (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 1



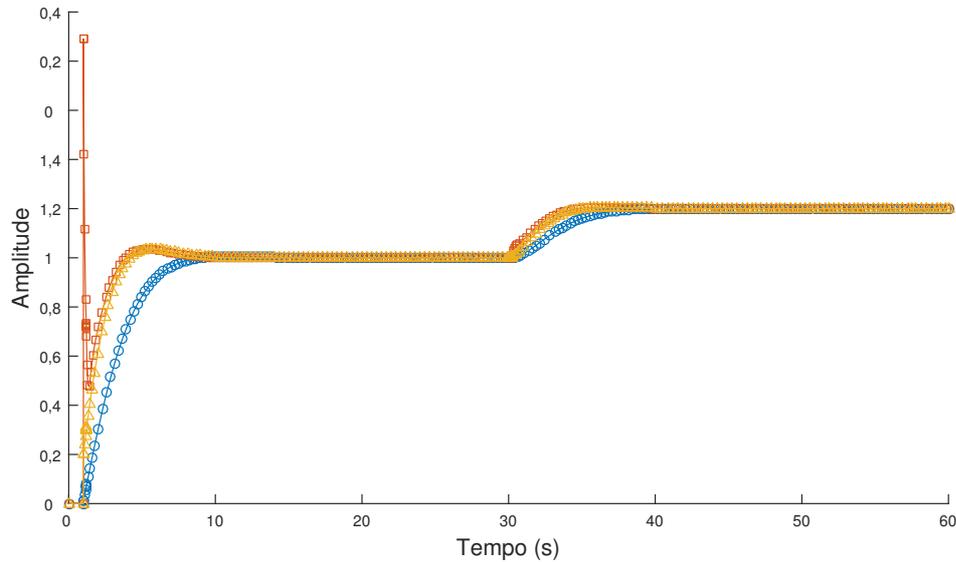
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 5.3: Respostas a degraus na referência ($t = 0s$ - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30s$ - amplitude $-0,2$) para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço azul) e para o sistema de controle projetado (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 1



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 5.4: Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0s$ - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30s$ - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 1



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Exemplo 2. Sistema de terceira ordem com atraso

Considere a planta com função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{(0,5s + 1)^3} e^{-2s}. \quad (5.8)$$

Sua frequência da banda de passagem é $\omega_{Gb} = 1,020$ rad/s.

A função de transferência ganho de malha desejada é

$$\bar{L}(s) = \frac{1,02^2 e^{-2s}}{s^2 + 1,428s + 1,02^2(1 - e^{-2s})}, \quad (5.9)$$

e a mesma é utilizada para todos os projetos. Os dados sobre a mesma estão apresentados na Tab. 5.3.

Para o projeto de moldagem de malha por área convexa, adicionou-se a especificação de desempenho da frequência mínima de corte igual a $\omega_{Dgc} = 3,064$ rad/s (com $N_l = 50$). As outras especificações e dados utilizados para os projetos encontram-se na Tab. 5.4.

Neste exemplo a melhor aproximação para a função ganho de malha em relação à referência para cada ponto de frequência apresenta margem de ganho menor que a da referência para frequência no intervalo das utilizadas para o projeto, especificamente para

Tabela 5.3: Exemplo 2. Dados da função de transferência de referência

Referência		
ω_n (rad/s)	ξ	θ (s)
1,020	0,700	2,000
g_m	ϕ_m (°)	s_m
2,239	60,136	0,544
ω_{Lb} (rad/s)	ω_{Lgc} (rad/s)	M_S
0,450	0,306	1,838

Tabela 5.4: Exemplo 2. Dados para os projetos

Componente real			Área convexa			(GRASSI; TSAKALIS, 2000)
N_k	ω_{k_i} (rad/s)	ω_{k_f} (rad/s)	N_k	ω_{k_i} (rad/s)	ω_{k_f} (rad/s)	N_k ω_{k_i} (rad/s) ω_{k_f} (rad/s)
20	0,031	1,525	20	0,102	10,184	20 0,102 10,184
			N_q	ω_{q_i} (rad/s)	ω_{q_f} (rad/s)	
			50	0,031	0,889	

Tabela 5.5: Exemplo 2. Ganhos dos controladores projetados e especificações obtidas para cada projeto - sistema de terceira ordem com atraso

	Componente real	Área convexa	(GRASSI; TSAKALIS, 2000)
K_p	0,549	0,577	0,661
K_i	0,300	0,310	0,295
K_d	0,305	0,450	0,169
T_f	0,100	0,100	0,100
ω_{cg} (rad/s)	0,309	0,311	0,342
g_m	2,266	2,188	1,790
ϕ_m (°)	60,407	62,079	61,142
s_m	0,545	0,541	0,429
ω_b (rad/s)	0,975	1,176	1,066
M_T	1,000	1,000	1,381
M_S	1,833	1,848	2,329
IE	4,335/0,665	4,233/0,644	4,388/0,675
IAE	4,564/0,694	4,390/0,672	5,271/0,789
M_{Su}	3,601	5,073	2,352

$\omega = 0,828$ rad/s (Fig. 5.5); além disso, o máximo da função sensibilidade é maior que o da referência (Tab. 5.5). A não garantia das margens de estabilidade é uma desvantagem deste método.

A melhor aproximação para cada frequência não implica necessariamente em melhor aproximação para as respostas temporais a degraus na referência e na perturbação de carga (Fig. 5.8). Por outro lado, mesmo o projeto feito por moldagem por parte não sendo a melhor aproximação feita para cada frequência, as margens de estabilidade são

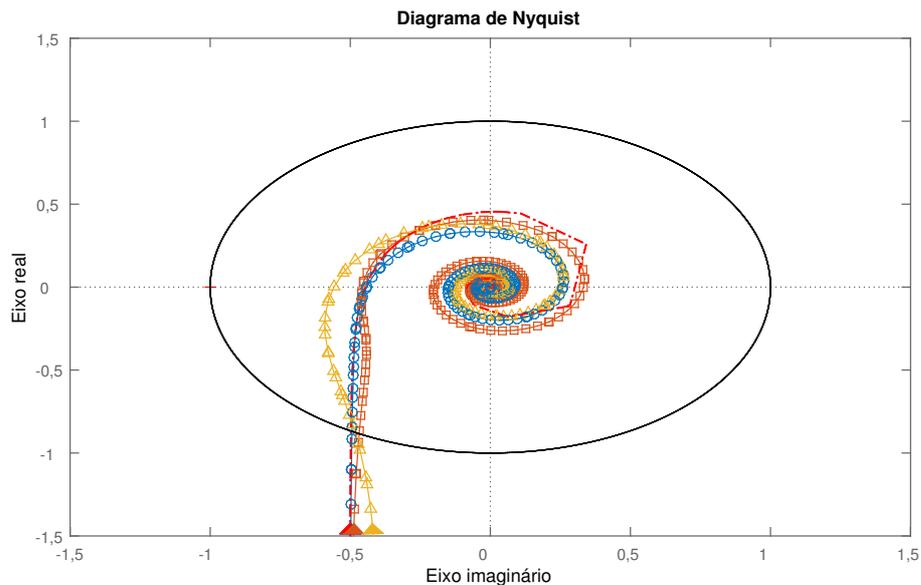
garantidas (pelo menos para as frequências consideradas no projeto) e a resposta temporal é mais próxima a da especificação.

Para o projeto por área convexa, as margens de estabilidade são garantidas, a resposta ao degrau na perturbação de carga sobrepõe a da especificação e o sobre-sinal para a resposta ao degrau na referência é menor.

Menores integrais do erro IE são obtidas para os projetos que baseiam-se na minimização da mesma, porém também são obtidos maiores esforços de controle baseando-se em M_{Su} (Tab. 5.5).

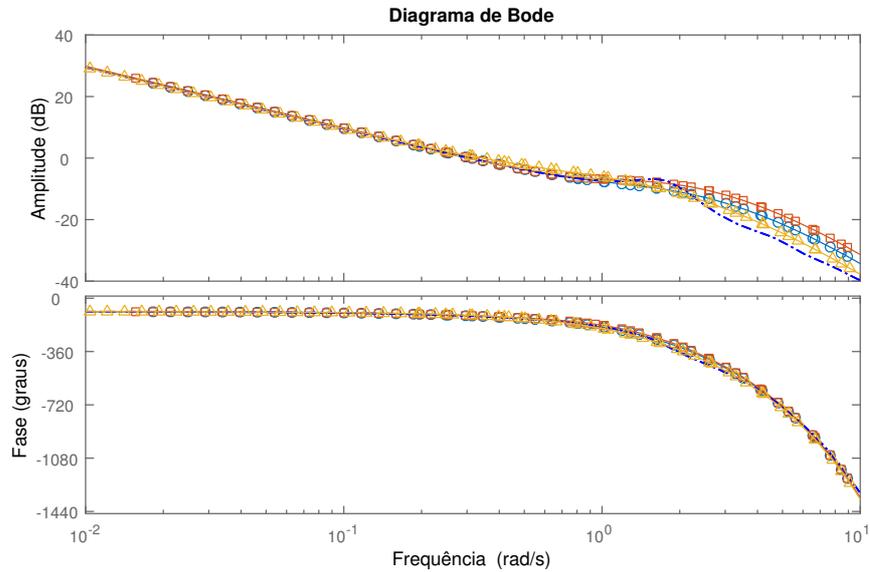
Na Fig. 5.8 a curva azul escuro ponto traço está sobreposta pela curva azul clara com círculos.

Figura 5.5: Diagrama de Nyquist da função de transferência de referência $\bar{L}(j\omega)$ (curva ponto-traço vermelha) e projetada $L(j\omega)$ (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 2



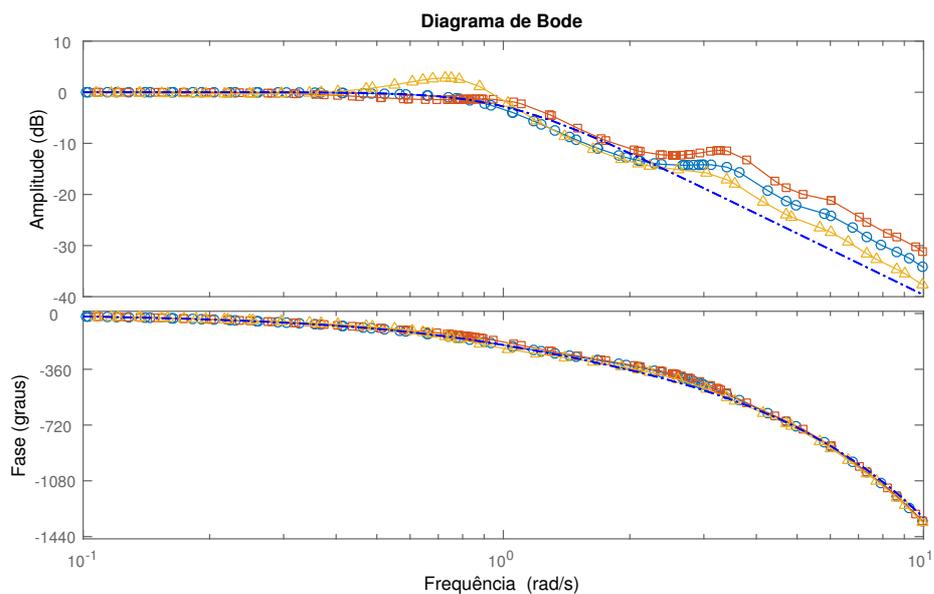
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 5.6: Diagrama de Bode da função de transferência ganho de malha L para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço azul) e para o sistema de controle projetado (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 2



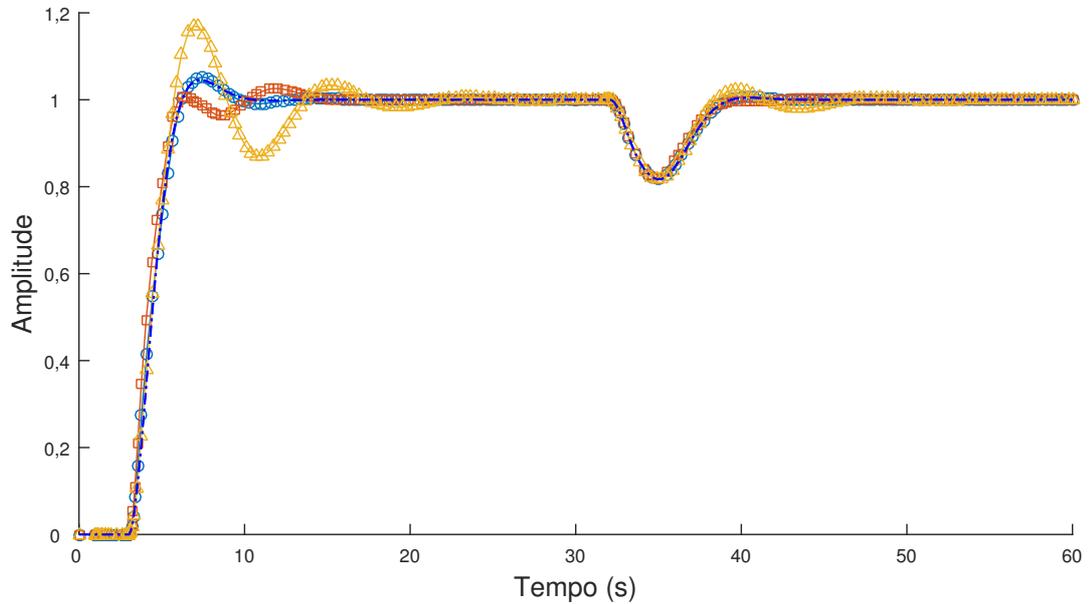
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 5.7: Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada T para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço azul) e para o sistema de controle projetado (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 2



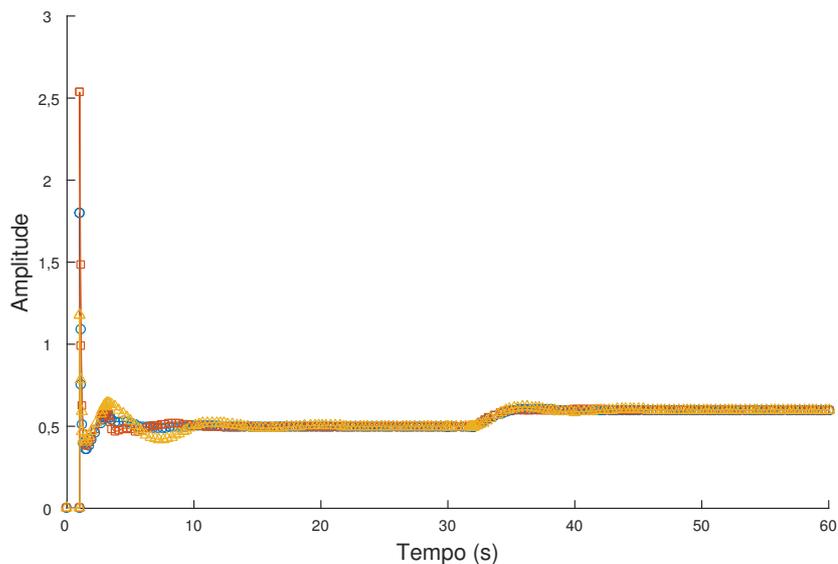
Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 5.8: Respostas a degraus na referência ($t = 0s$ - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30s$ - amplitude $-0,2$) para o sistema de malha fechada desejado (curva ponto-traço azul) e para o sistema de controle projetado (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 2



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

Figura 5.9: Sinal de controle para degraus na referência ($t = 0s$ - amplitude 1) e na perturbação de carga ($t = 30s$ - amplitude $-0,2$) para o sistema de controle projetado (curvas solidas) para a moldagem pela parte real (azul com círculos), por área convexa (laranja com quadrados) e por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) (amarela com triângulos) - Exemplo 2



Fonte: Elaborado pelo autor utilizando o *MatLab*

5.3 Conclusões

O projeto de controlador PID é feito utilizando-se três métodos diferentes para dois exemplos. Os métodos são os apresentados nesta dissertação, da moldagem de malha pela componente real (Capítulo 3) e da moldagem de malha por área convexa (Capítulo 4), e o método apresentado em (GRASSI; TSAKALIS, 2000).

Todos os projetos são feitos pela resolução de problemas de otimização, sendo os dois primeiros problemas de otimização linear e o último de convexa. Uma das vantagens da formulação de forma linear do problema é a disponibilidade de *softwares* mais acessíveis para sua resolução.

Os projetos propostos apresentam a garantia de margens de estabilidade maiores ou iguais às da especificação, enquanto que o de (GRASSI; TSAKALIS, 2000) não.

Observando-se os resultados das simulações, tem-se que a resposta frequencial do projeto feito utilizando-se (GRASSI; TSAKALIS, 2000) é a mais próxima possível da resposta da especificação, porém esta proximidade não garante respostas temporais também próximas.

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões de Trabalhos Futuros

6.1 Conclusões

Neste trabalho foram desenvolvidos dois métodos para o projeto de controladores PID para processos de única entrada e única saída estáveis e invariantes no tempo, porém considerando-se perturbações de carga. Os métodos são formulados como de problemas de otimização linear e utilizam uma função de transferência de referência de segunda ordem com possível atraso para a especificação.

Como passo inicial no desenvolvimento do trabalho, aspectos de estabilidade, robustez e desempenho, assim como a formulação do problema de controle, foram revisados no Capítulo 2. Com base nestes aspectos e no problema a ser resolvido, os métodos são formulados, desenvolvidos e analisados.

No Capítulo 3 está detalhado o método de moldagem de malha pela componente real, cujas restrições são estabelecidas para cada frequência e apenas para a componente real da função ganho de malha. Por as restrições serem formuladas desta maneira, desempenho e robustez semelhantes a da especificação são passados para o sistema projetado; outras características do método são comentadas a partir da análise de exemplos.

No Capítulo 4 está detalhado o método de moldagem de malha por área, cujas mesmas restrições de robustez são estabelecidas para todas as frequências; é apresentada uma especificação adicional de desempenho a qual pode-se estabelecer a mínima frequência de cruzamento para a função ganho de malha. As características do método são comentadas a partir da análise de exemplos. Para este método, as margens de estabilidade são garantidas maiores ou iguais as das especificações, com exceção apenas para a margem de ganho quando a mesma ocorre para frequências não utilizadas no projeto.

Os problemas de otimização linear são resolvidos utilizando-se o *MatLab* com as con-

figurações propostas no manual do *software*. Poderiam ser utilizadas outras ferramentas para a otimização, como por exemplo a *Excel Linear Programming* presente no *Microsoft Excel*.

A comparação entre os métodos propostos e também entre o método proposto em (GRASSI; TSAKALIS, 2000) é feita no Capítulo 5. Foi escolhido um método com especificações semelhantes às dos métodos propostos para uma comparação justa. Mesmo o projeto por (GRASSI; TSAKALIS, 2000) sendo a melhor aproximação para a função ganho de malha da especificação, o mesmo apresenta desvantagens em relação aos métodos propostos por não apresentar a garantia de margens de estabilidade maiores ou iguais às da especificação e por não ter necessariamente as respostas temporais também mais próximas.

6.2 Sugestões de Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros são sugeridos:

- expansão do método por área convexa para ajustar a constante do filtro da parte derivativa com iterações de modo a poder se escolher o valor máximo para o sinal de controle;
- análise da possibilidade de aplicação dos métodos para sistemas de fase não mínima e/ou instáveis;
- expansão do método para sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas;
- aplicação do método a sistemas reais.

Referências Bibliográficas

- ABDLRAHEM, A. et al. Fixed-order loop shaping robust controller design for parametric models to damp inter-area oscillations. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 88, p. 164–174, 2017.
- ABDLRAHEM, A. et al. Design of a fixed-order robust controller to damp inter-area oscillations in power systems. *Journal of Power and Energy Engineering*, Scientific Research Publishing, v. 4, n. 03, p. 61, 2016.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. *PID controllers: theory, design, and tuning*. [S.l.]: Instrument society of America Research Triangle Park, NC, 1995.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. Benchmark systems for pid control. *IFAC Proceedings Volumes*, Elsevier, v. 33, n. 4, p. 165–166, 2000.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. The future of pid control. *Control engineering practice*, Elsevier, v. 9, n. 11, p. 1163–1175, 2001.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. *Advanced PID control*. [S.l.]: ISA-The Instrumentation, Systems and Automation Society, 2006.
- ÅSTRÖM, K. J.; PANAGOPOULOS, H.; HÄGGLUND, T. Design of pi controllers based on non-convex optimization. *Automatica*, Elsevier, v. 34, n. 5, p. 585–601, 1998.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. *Computer-controlled systems: theory and design*. [S.l.]: Courier Corporation, 2013.
- BAUER, M. et al. The current state of control loop performance monitoring—a survey of application in industry. *Journal of Process Control*, Elsevier, v. 38, p. 1–10, 2016.
- BODE, H. W. et al. Network analysis and feedback amplifier design. van Nostrand, 1945.
- BOSGRA, O. H.; KWAKERNAAK, H.; MEINSMA, G. Design methods for control systems. *Notes for a Course of the Dutch Institute of Systems and Control, Winter term*, Citeseer, v. 2007, 2008.
- BOWER, J. L.; SCHULTHEISS, P. M. Introduction for the design of servomechanisms. Chapman and Hall, 1958.
- CALENDAR, A. Preliminary notes on automatic control. *ICI Alkali Ltd., Northwich, UK, Central File No. R. 525/15*, v. 3, 1934.
- CHEN, C.-T. *Linear system theory and design*. [S.l.]: Oxford University Press, Inc., 1998.

- DOYLE, J. C.; FRANCIS, B. A.; TANNENBAUM, A. R. *Feedback control theory*. [S.l.]: Courier Corporation, 2013.
- EMAMI-NAEINI, A.; FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D. *Feedback control of dynamic systems*. [S.l.]: Prentice Hall, 2002.
- FERRIS, M. C.; MANGASARIAN, O. L.; WRIGHT, S. J. *Linear programming with MATLAB*. [S.l.]: SIAM, 2007.
- GALDOS, G.; KARIMI, A.; LONGCHAMP, R. Robust loop shaping controller design for spectral models by quadratic programming. In: IEEE. *Decision and Control, 2007 46th IEEE Conference on*. [S.l.], 2007. p. 171–176.
- GARPINGER, O.; HÄGGLUND, T.; ÅSTRÖM, K. J. Performance and robustness trade-offs in pid control. *Journal of Process Control*, Elsevier, v. 24, n. 5, p. 568–577, 2014.
- GRANT, M.; BOYD, S.; YE, Y. *CVX: Matlab software for disciplined convex programming*. 2008.
- GRASSI, E.; TSAKALIS, K. Pid controller tuning by frequency loop-shaping: application to diffusion furnace temperature control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, IEEE, v. 8, n. 5, p. 842–847, 2000.
- GRASSI, E. et al. Integrated system identification and pid controller tuning by frequency loop-shaping. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, IEEE, v. 9, n. 2, p. 285–294, 2001.
- GREEN, M.; LIMEBEER, D. J. *Linear robust control*. [S.l.]: Courier Corporation, 2012.
- HAST, M. et al. Pid design by convex-concave optimization. In: IEEE. *Control Conference (ECC), 2013 European*. [S.l.], 2013. p. 4460–4465.
- HOROWITZ, I. M. *Synthesis of Feedback Systems*. [S.l.]: Academic Press, New York, 1963.
- HUŠEK, P. Pid controller design for hydraulic turbine based on sensitivity margin specifications. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 55, p. 460–466, 2014.
- JELALI, M. *Control performance management in industrial automation: assessment, diagnosis and improvement of control loop performance*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.
- KARIMI, A.; EMEDI, Z. H00 gain-scheduled controller design for rejection of time-varying narrow-band disturbances applied to a benchmark problem. *European Journal of Control*, Elsevier, v. 19, n. 4, p. 279–288, 2013.
- KARIMI, A.; GALDOS, G. Fixed-order h00 controller design for nonparametric models by convex optimization. *Automatica*, Elsevier, v. 46, n. 8, p. 1388–1394, 2010.
- KARIMI, A.; GALDOS, G.; LONGCHAMP, R. Robust fixed-order h00 controller design for spectral models by convex optimization. In: IEEE. *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on*. [S.l.], 2008. p. 921–926.

- KARIMI, A.; KUNZE, M.; LONGCHAMP, R. Robust pid controller design by linear programming. In: IEEE. *American Control Conference, 2006*. [S.l.], 2006. p. 6–pp.
- KARIMI, A.; KUNZE, M.; LONGCHAMP, R. Robust controller design by linear programming with application to a double-axis positioning system. *Control Engineering Practice*, Elsevier, v. 15, n. 2, p. 197–208, 2007.
- KRISTIANSSON, B.; LENNARTSON, B. Evaluation and simple tuning of pid controllers with high-frequency robustness. *Journal of Process Control*, Elsevier, v. 16, n. 2, p. 91–102, 2006.
- KUMAR, P. et al. Control: A perspective. *Automatica*, Elsevier, v. 50, n. 1, p. 3–43, 2014.
- KUNZE, M.; KARIMI, A.; LONGCHAMP, R. Gain-scheduled controller design by linear programming. In: IEEE. *Control Conference (ECC), 2007 European*. [S.l.], 2007. p. 5432–5438.
- KUNZE, M.; KARIMI, A.; LONGCHAMP, R. Gain-scheduled controller design by linear programming with application to a double-axis positioning system. *Institute of Electrical and Electronics Engineers, Tech. Rep*, 2009.
- MERCADER, P. et al. Robust pid design based on qft and convex–concave optimization. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, IEEE, v. 25, n. 2, p. 441–452, 2017.
- O'DWYER, A. *Handbook of PI and PID controller tuning rules*. [S.l.]: Imperial college press, 2009.
- OLIVEIRA, V. D.; KARIMI, A. Robust and gain-scheduled pid controller design for condensing boilers by linear programming. *IFAC Proceedings Volumes*, Elsevier, v. 45, n. 3, p. 335–340, 2012.
- PANAGOPOULOS, H.; ÅSTRÖM, K.; HAGGLUND, T. Design of pid controllers based on constrained optimisation. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, IET, v. 149, n. 1, p. 32–40, 2002.
- PANAGOPOULOS, H.; ÅSTRÖM, K. J. Pid control design and h_∞ loop shaping. *International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal*, Wiley Online Library, v. 10, n. 15, p. 1249–1261, 2000.
- PERSSON, P.; ÅSTRÖM, K. J. Dominant pole design—a unified view of pid controller tuning. In: *Adaptive Systems in Control and Signal Processing 1992*. [S.l.]: Elsevier, 1993. p. 377–382.
- PINTELON, R.; SCHOUKENS, J. *System identification: a frequency domain approach*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012.
- RAO, S. S. *Engineering optimization: theory and practice*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009.
- RESNICK, S. I.; PHENOMENA, H.-t. Springer series in operations research and financial engineering. Springer New York, 1987.

- SAEKI, M. Data-driven loop-shaping design of pid controllers for stable plants. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Wiley Online Library, v. 28, n. 12, p. 1325–1340, 2014.
- SAMAD, T. A survey on industry impact and challenges thereof [technical activities]. *IEEE Control Systems*, IEEE, v. 37, n. 1, p. 17–18, 2017.
- SCHEI, T. S. Automatic tuning of pid controllers based on transfer function estimation. *Automatica*, Elsevier, v. 30, n. 12, p. 1983–1989, 1994.
- SHINSKEY, F. How good are our controllers in absolute performance and robustness? *Measurement and Control*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 23, n. 4, p. 114–121, 1990.
- SINGIRESU, S. et al. *Engineering optimization: theory and practice*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1996.
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable feedback control: analysis and design*. [S.l.]: Wiley New York, 2007.
- SÖDERSTRÖM, T.; STOICA, P. *System identification*. Prentice-Hall, 1989.
- THALMANN, E.; REGAMEY, Y.-J.; KARIMI, A. High performance control of a corner cube reflector by a frequency-domain data-driven robust control method. In: IEEE. *American Control Conference (ACC), 2016*. [S.l.], 2016. p. 455–460.
- ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. Optimum settings for automatic controllers. *trans. ASME*, v. 64, n. 11, 1942.

Apêndice A

Otimização Linear

Introdução

Os problemas de otimização apresentados nesta dissertação são do tipo linear e a resolução dos mesmos é feita utilizando-se programação linear.

A.1 Programação Linear

Os métodos de programação linear utilizados para a resolução dos problemas de otimização propostos são o método do ponto interior e o método simplex dual, ambos presentes na ferramenta *linprog* do software Matlab (FERRIS; MANGASARIAN; WRIGHT, 2007). Existem variações dos métodos citados, mas nesta dissertação explicam-se e utilizam-se os referentes à ferramenta citada.

Antes da aplicação dos métodos é feito um pré-processamento, que consiste na simplificação e conversão do problema para uma forma padrão que é comum a ambos os métodos. Inicialmente, o problema de otimização consiste em

- minimizar $f_0^T x_0$;
- sujeito a $A_0 x_0 \leq b_0$, $A_{eq} x_0 = b_{eq}$, $l \leq x_0 \leq u_0$.

Observa-se que quando é desejado maximizar a função de custo, basta multiplicar cada termo de f_0^T por -1 .

No pré-processamento, os algoritmos iniciam com a tentativa de simplificar o problema por meio da remoção de redundâncias e simplificando restrições. Para isto, com o algoritmo se verifica

- se alguma variável tem limites inferior e superior iguais. Caso exista alguma variável nesta condição, verifica-se a viabilidade da variável e, caso viável, a substitui pelo seu valor e a mesma é removida do conjunto das variáveis a serem obtidas;

- se existe alguma restrição de igualdade que envolva apenas uma variável, a substitui pelo valor se viável e a remove conjunto das variáveis a serem obtidas;
- se alguma desigualdade envolver apenas uma variável, se a desigualdade for viável a mesma se torna um limite;
- observa-se se as restrições lineares e os limites são consistentes;
- observa-se se existe a matriz de restrições tem alguma coluna nula. Se sim, avalia-se viabilidade e, se verdadeira, deleta a coluna.

Caso o problema seja factível, tem-se que para finalizar o pré-processamento, as restrições de desigualdade $Ax_0 \leq b$ são transformadas em igualdade por meio da adição de variáveis de folga e as restrições $l \leq x_0$ são transformadas em $0 \leq x$ por meio da adição de valores que são incluídos em b_0 e u_0 . Ainda no pré-processamento, tem-se mais um passo que consiste na conversão dos limites superiores $x_0 \leq u$ em apenas limites inferiores, por meio da adição de variáveis de folga t . Assim, o problema após o pré-processamento consiste em

- minimizar $f^T x$;
- sujeito a $\bar{A}x = \bar{b}$, $x + t = u$ e $x, t \geq 0$.

O Lagrangiano para o problema obtido após o pré-processamento é dado por

$$L = f^T x - y^T (\bar{A}x - \bar{b}) - w^T (u - x - t) - v^T x, \quad (\text{A.1})$$

onde y , v e w são, respectivamente, os multiplicadores de Lagrange associados às igualdades lineares, limites inferiores e limites superiores.

As condições de otimalidade para este problema podem ser derivadas das condições de primeira ordem de *Karush-Kuhn-Tucker* (*KKT*). A convexidade do problema garante que estas condições são suficientes para um máximo global e as condições de segunda ordem de *KKT* não são necessárias porque, por o problema ser linear, o Hessiano do Lagrangiano é nulo (RESNICK; PHENOMENA, 1987). Assim, as condições de (*KKT*) para este problema são (FERRIS; MANGASARIAN; WRIGHT, 2007)

$$f - \bar{A}^T y - v + w = 0,$$

$$\bar{A}x = \bar{b},$$

$$x + t = u,$$

$$v_i x_i = 0, w_i t_i = 0,$$

$$x, v, w, t \geq 0.$$

A.1.1 Método do Ponto Interior

O método do ponto interior consiste na obtenção do ponto o qual satisfaz as condições de *Karush-Kuhn-Tucker (KKT)* (FERRIS; MANGASARIAN; WRIGHT, 2007). A obtenção do ponto de mínimo é feita por meio da obtenção das raízes das condições *KKT*, x^* , v^* , w^* e t^* , utilizando o algoritmo de Newton-Raphson (RAO, 2009).

Para selecionar o ponto inicial, x_0 , são seguidos os seguintes passos: Inicializa-se cada elemento do vetor com o valor 1, sendo o vetor de dimensão $n \times 1$, onde n é o número de elementos do vetor da função objetivo. Em seguida, convertem-se todos os componentes para terem limite mínimo de 0, adicionando-se os deslocamentos menos 1 ao ponto inicial e, se um componente i tem limite superior $u(i)$, então $x_0(i) = u(i)/2$. Converte-se então as variáveis para o formato obtido no pré-processamento e inicializam-se as variáveis de folga adicionadas da mesma maneira.

As condições de parada do algoritmo são quando o mesmo atinge um número máximo de iterações escolhidas pelo usuário ou quando todos os resíduos do método de Newton-Raphson são menores que uma tolerância escolhida.

A.1.2 Método Simplex Dual

O método simplex dual consiste, resumidamente, na aplicação do algoritmo clássico simplex em um problema dual. O problema de otimização primal considerado consiste exatamente no obtido no pré-processamento.

O problema dual é dado por

- maximizar $\bar{b}^T y - u^T w$
- sujeito a $\bar{A}y - w + z = f$, $z, w \geq 0$,

onde y e w consistem nas variáveis duais e z no dual das variáveis de folga. O problema dual é obtido a partir do Lagrangiano do problema primal e as condições de *KKT* para ambos os problemas é igual, sendo que os multiplicadores de Lagrange do problema primal são as variáveis ótimas do problema dual, enquanto que os multiplicadores de Lagrange do problema dual são as variáveis ótimas do problema primal.

O algoritmo é composto por mais duas fases: a obtenção de um ponto dual factível básico e a obtenção iterativa do ponto de máximo por meio do método simplex clássico.

Para a obtenção de uma solução básica factível, o algoritmo inicialmente transforma o problema para a forma canônica, por meio da redução pivotal do sistema de equações formado pela restrição de igualdade, adicionando em seguida variáveis artificiais para

adicionar a função de custo ao sistema. Resolvendo-se o sistema de forma direta, obtêm-se uma solução básica. Se a solução obtida for factível, passa-se para a segunda fase; caso contrário, troca-se a ordem das variáveis e repete-se a fase 1.

Na fase 2, aplica-se o algoritmo simplex, começando pelo ponto inicial obtido. A cada iteração, o algoritmo testa a condição de otimalidade do método simplex e o número de iterações e, caso a condição seja verdadeira ou se atinja o número máximo de iterações definido, o algoritmo para. Caso contrário, o algoritmo

1. Escolhe uma variável entre as variáveis não básicas, chamada variável de entrada, e a adiciona no seu lugar correspondente das variáveis básicas;
2. Escolhe uma variável entre as variáveis de básicas, que será denominada de variável de saída, e a mesma é removida das variáveis básicas;
3. Atualiza-se a solução e os valores objetivos e repete-se o procedimento.

O algoritmo escolhe as variáveis de entrada e de saída por meio da resolução de dois sistemas lineares enquanto mantém a solução factível.

O problema dual na forma apresentada é, em geral, computacionalmente mais eficiente de ser resolvido, pois normalmente resulta em um número menor de restrições e maior de variáveis adicionais para o problema de programação linear, o que diminui o esforço computacional (SINGIRESU et al., 1996).

A.2 Comparação

Os métodos simplex dual e do ponto interior foram empregues para a resolução dos problemas de programação linear de alguns exemplos dos Capítulos 3 e 4 para a obtenção dos ganhos dos controladores.

Os resultados obtidos foram iguais até 4 casas decimais para todos os exemplos. Na Tab. A.1 apresentam-se os números de iterações e tempos de convergência para cada exemplo e cada método.

A.3 Conclusão

Para cada exemplo o método simplex dual apresentou a mesma solução que a do ponto interior (pelo menos até 4 casas decimais), menores quantidades de iterações as quais não resultam necessariamente em menores tempos para a convergência.

Tabela A.1: Comparação entre métodos de otimização linear

Capítulo 3.				
	Método do ponto interior		Método simplex dual	
Exemplo	Número de iterações	Tempo (s)	Número de iterações	Tempo (s)
1	9	3,2429	6	10,7697
Exemplo 2	10	1,0506	7	1,2856
Exemplo 3	12	0,4537	7	0,6755
Exemplo 4	9	0,4668	4	0,9056
Capítulo 4.				
Exemplo	Número de iterações	Tempo (s)	Número de iterações	Tempo (s)
1	20	1,3295	10	1,6407
Exemplo 2	22	1,8662	9	0,4880
Exemplo 3	18	2,5143	12	1,5568
Exemplo 4	14	2,5538	9	1,5945