

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
Departamento de Engenharia Agrícola  
Pós-Graduação em Engenharia Agrícola

**DISSERTAÇÃO**  
**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM ARMAZENAMENTO E**  
**PROCESSAMENTO DE PRODUTOS AGRÍCOLAS**

**CINÉTICA DE RESFRIAMENTO E CONGELAMENTO DOS**  
**FRUTOS DE CAJÁ (*Spondias lutea* L.)**

**MICHEL DA SILVA**

**Campina Grande – Paraíba**  
**Fevereiro de 2002**

**MICHEL DA SILVA**

**CINÉTICA DE RESFRIAMENTO E CONGELAMENTO DOS  
FRUTOS DE CAJÁ (*Spondias lutea* L.)**

**Dissertação apresentada ao Curso  
de Pós-Graduação em Engenharia  
Agrícola da Universidade Federal  
da Paraíba, em cumprimento às  
exigências para obtenção do grau de  
Mestre.**

**Orientadores:**

**Prof. Dr. Mario Eduardo Rangel Moreira Cavalcanti Mata**

**Profa. Dra. Maria Elita Duarte Braga**

**CAMPINA GRANDE- Pb**

**Fevereiro/2002**



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
COPEAG - PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA

PARECER FINAL DO JULGAMENTO DA DISSERTAÇÃO DO MESTRANDO

MICHEL DA SILVA

Título: Cinética de Resfriamento e Congelamento dos Frutos de Cajá  
(*Spondias Lutea* L.)

BANCA EXAMINADORA

PARECER

*Mario R M Cavalcanti*

Prof. Dr. Mario Eduardo R.M. Cavalcanti Mata  
Orientador

APROVADO

*Maria Elita Duarte Braga*

Prof. Dra. Maria Elita Duarte Braga  
Orientador

APROVADO

*Alexandre J M Queiroz*

Prof. Dr. Alexandre José de Melo Queiroz  
Examinador Interno

APROVADO

*Luis Gonzaga Sales Vasconcelos*

Prof. Dr. Luis Gonzaga Sales Vasconcelos  
Examinador Externo

APROVADO

FEVEREIRO/2002

DIGITALIZAÇÃO:  
SISTEMOTECA - UFCG

# **DEDICATÓRIA**

**A DEUS  
A ANTONIA ANA DA SILVA e  
MIGUEL GABRIEL DA SILVA,  
A MARIA ELESSANDRA**

**DEDICO**

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por tudo na vida.

A minha família e a Alessandra pelo carinho apoio e incentivo constante;

A CAPES pela concessão de bolsa;

Aos professores orientadores, Dr. Mario Eduardo e a Dra. Maria Elita, pelo apoio, orientação e amizade durante a realização deste trabalho;

Aos professores, Dr. Luis Gonzaga Sales Vasconcelos e Dr. Alexandre Queiroz pelas correções e sugestões que muito contribuíram para este trabalho;

Aos professores deste curso;

Aos colegas do curso em especial a Netinho, Alana Gonçalves, Nelson Gonçalves, Alessandra;

A secretária do curso de Pós-graduação em Engenharia Agrícola, Rivanilda, pelo carinho e amizade estabelecida;

Aos funcionários e alunos do Laboratório de Armazenamento e Processamento de Produtos Agrícolas;

A todos que contribuíram na realização deste trabalho.

## ÍNDICE

	<b>LISTA DE FIGURAS</b>	viii
	<b>LISTA DE TABELAS</b>	ix
	<b>SÍMBOLOS</b>	x
	<b>RESUMO</b>	xi
	<b>ABSTRACT</b>	xii
1	<b>INTRODUÇÃO</b>	1
2	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	4
2.1	Fruto cajá	4
2.2	Propriedades físicas	5
2.2.1	Circularidade	5
2.2.2	Esfericidade	7
2.2.3	Volume	9
2.2.4	Densidade (Massa específica)	12
2.2.5	Calor específico	13
2.2.6	Consistência	19
2.3	Características químicas	19
2.3.1	pH	19
2.3.2	Sólidos solúveis (°Brix)	21
2.4	Resfriamento e congelamento de frutas	22
2.4.1	Resfriamento de frutas	22
2.4.2	Congelamento de frutas	25
2.5	Cinética de resfriamento	26
2.5.1	Lei de Newton para resfriamento	27
2.5.1.1	Taxa de resfriamento	28
2.5.2	Lei de Fourier para resfriamento	30
2.5.3	Critério para escolha do método de solução dos problemas de transferência de calor	34
2.5.4	O fator de atraso (J)	35

2.5.5	Meio tempo de resfriamento	37
2.5.6	Cinética de congelamento	39
2.5.7	Difusividade térmica	44
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b>	<b>46</b>
3.1	Determinação das propriedades físicas	46
3.1.1	Consistência	46
3.1.2	Dimensões	47
3.1.3	Volume	47
3.1.4	Circularidade	48
3.1.5	Esfericidade	49
3.1.6	Massa específica	49
3.1.7	Calor específico	49
3.2	Determinação das características químicas	51
3.2.1	pH	51
3.2.2	Sólidos solúveis (°Brix)	51
3.3	Resfriamento e congelamento de frutas	52
3.3.1	Resfriamento de frutas	52
3.3.2	Congelamento de frutas	52
3.3.3	Tratamento matemático	54
3.3.4	Condutividade térmica	55
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>56</b>
4.1	Determinação das propriedades físicas	56
4.1.1	Dimensões	56
4.1.2	Características físicas	56
4.2	Características químicas	58
4.3	Cinética de resfriamento	59
4.4	Cinética de congelamento	62
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>67</b>
<b>6</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>69</b>
	<b>APÊNDICE A</b>	<b>78</b>
	<b>APÊNDICE B</b>	<b>92</b>

## LISTA DE FIGURAS

FIGURAS		PAGINA
Figura 1	Circularidade do objeto na posição de repouso pelo Método 1	06
Figura 2	Circularidade do objeto na posição de repouso pelo Método 2	06
Figura 3	Esfericidade do objeto	08
Figura 4	Aparato de medição de volume e densidade de produtos agrícolas	09
Figura 5	Aparelho para determinar o volume de um objeto irregular (produto agrícola)	10
Figura 6	Picnômetro de comparação a ar para determinar o volume de um objeto irregular	11
Figura 7	Sistema de amostras	18
Figura 8	Termograma de um calorímetro diferencial de varredura	18
Figura 9	Múltiplos tempos de meio de resfriamento necessários para dissipação de várias frações de calor inicial do produto.	39
Figura 10	Curva de congelamento de um produto alimentício (GRUDA e POSTOLSKI, 1986).	41
Figura 11	Formação de cristais de gelo no congelamento convencional (-18°C) e no congelamento a baixas temperaturas (-120°C)	43
Figura 12	Penetrômetro	47
Figura 13	Método do deslocamento de massa de água para o cálculo do volume e da massa específica.	48
Figura 14	Experimento de projeção das frutas	48
Figura 15	Calorímetro	51
Figura 16	Aparelho Kryostast Modelo N-180	53
Figura 17	Sistema de funcionamento do Kryostast	53
Figura 18	Curva de resfriamento do fruto cajá à temperatura 5° C com o termopar localizado a 7mm da epiderme	59
Figura 19	Curva de resfriamento do fruto cajá à temperatura 10° C com o termopar localizado a 7mm da epiderme	60
Figura 20	Curva de resfriamento do fruto cajá à temperatura 15° C com o termopar localizado a 7mm da epiderme	60
Figura 21	Curva de congelamento do fruto cajá à temperatura de -30 °C	63
Figura 22	Curva de congelamento do fruto cajá à temperatura de -60 °C	64
Figura 23	Curva de congelamento do fruto cajá à temperatura de -90 °C	64
Figura 1B	Corpo esférico em análise	92

## LISTA DE TABELAS

TABELAS		PAGINA
Tabela 1	Características químicas e rendimento do cajá	22
Tabela 2	Valores das características físicas, difusividade e condutividade térmica do melão de denominação comercial “espanhol” e “orange”	45
Tabela 3	Dimensões do fruto cajá	56
Tabela 4	Características físicas do fruto cajá	57
Tabela 5	Características químicas do fruto cajá	58
Tabela 6	Fator de atraso ( $J'$ ), raiz transcendental da equação de Fourier ( $\lambda$ ) e difusividade térmica ( $\alpha$ ) do resfriamento do fruto cajá às temperaturas de 5, 10 e 15°C	61
Tabela 7	Condutividade térmica do fruto cajá às temperaturas de 5, 10 e 15°C	62
Tabela 8	Fator de atraso ( $J'$ ), raiz transcendental da equação de Fourier ( $\lambda$ ) e difusividade térmica ( $\alpha$ ) das três fases do congelamento do fruto cajá as temperaturas de -30, -60 e -90°C	65
Tabela 9	Densidade, calor específico, difusividade térmica e condutividade térmica das três fases do congelamento do fruto cajá às temperaturas de -30, -60 e -90°C	66
Tabela 1A	Dados experimentais das curvas de resfriamento dos frutos de cajá a 5 °C.	78
Tabela 2A	Dados experimentais das curvas de resfriamento dos frutos de cajá a 10 °C.	79
Tabela 3A	Dados experimentais das curvas de resfriamento dos frutos de cajá a 15 °C.	80
Tabela 4A	Dados experimentais das curvas de ultracongelamento dos frutos de cajá a -30 °C .	81
Tabela 5A	Dados experimentais das curvas de ultracongelamento dos frutos de cajá a -60 °C .	82
Tabela 6A	Dados experimentais das curvas de ultracongelamento dos frutos de cajá a -90 °C .	83
Tabela 7A	Consistência dos frutos de cajá.	85
Tabela 8A	Dados das dimensões dos frutos de cajá em mm, utilizando o paquímetro.	86
Tabela 9A	Volume dos frutos de cajá, utilizando o método do fruto submerso.	87
Tabela 10A	Dados das dimensões da circunferência circunscrita e inscrita dos frutos de cajá em mm, utilizando o retroprojektor	88
Tabela 11A	Dados de esfericidade dos frutos de cajá	89
Tabela 12A	Dados da massa específica, para o fruto do cajá	90
Tabela 13A	°Brix dos fruto de cajá.	91

## SÍMBOLOS

$\phi$  e  $\psi$  = ângulos na longitude e latitude, respectivamente ( $^{\circ}$ )

$\rho$  = densidade ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )

$\alpha$  = difusividade térmica ( $\text{m}^2/\text{s}$ )

$\gamma$  = geração de calor interno

$C_p$  = calor específico ( $\text{J}/\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}$ )

$C_{p_a}$  = calor específico da amostra ( $\text{J}/\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}$ )

$C_{p_c}$  = calor específico do calorímetro ( $\text{J}/\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}$ )

$C_{p_w}$  = calor específico da água ( $\text{J}/\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}$ )

$k$  = condutividade térmica ( $\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$ )

$M_a$  = massa da amostra (kg)

$M_c$  = massa do calorímetro (kg)

$M_w$  = massa da água adicionada (kg)

$q$  = fluxo de calor ( $\text{W}/\text{m}^2$ )

$r$  = raio da esfera (m)

$T$  = temperatura ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)

$T$  = tempo (h, min ou s)

$T_a$  = temperatura inicial da amostra ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)

$T_e$  = temperatura de equilíbrio ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)

$T_w$  = temperatura inicial da água ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)

### Símbolos utilizados no apêndice B

$a$  = Constante

$B_i$  = Número de Biot

$C_p$  = Calor Específico ( $\text{J}/\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}$ )

$F_o$  = Número de Fourier

$K$  = Condutividade térmica ( $\text{W}/\text{m}\cdot^{\circ}\text{C}$ )

$\rho$  = Massa específica ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )

$R$  = Raio de variação (m)

$R$  = Raio total (m)

$T_{\infty}$  = Temperatura ambiente ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)

$T$  = Temperatura do fruto ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)

$T_0$  = Temperatura inicial ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)

$t$  = Tempo (h, min ou s)

## RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo determinar algumas características químicas (pH, sólidos solúveis) e físicas (volume, tamanho, circularidade, esfericidade, massa específica, calor específico, condutividade térmica e difusividade térmica) do cajá à diferentes temperaturas, bem como estudar a cinética de resfriamento dos frutos de cajá às temperaturas de 5, 10 e 15 °C e a cinética de congelamento dos frutos de cajá às temperaturas de -30, -60 e -90 °C. As curvas de resfriamento foram obtidas em câmaras de resfriamento a uma velocidade do ar de 50 m.min<sup>-1</sup> e as curvas de congelamento em um aparelho Kryostat N180 a uma velocidade do ar de congelamento de 35 m.min<sup>-1</sup>. Com base nos resultados obtidos pode-se concluir que: **a)** a circularidade média do cajá é de 69,53%, a esfericidade média de 69,99%, as dimensões médias do diâmetro maior e diâmetro menor do elipsóide são de 39,94 mm e 28,32mm, respectivamente, o raio que equivale a uma esfera de igual volume do objeto é, em média, de 15,86mm; o volume médio é de 16,10 cm<sup>3</sup> e sua consistência média de 2,50 kg.cm<sup>-2</sup>; **b)** Quanto às características químicas estudadas do cajá, o pH médio do fruto foi de 2,61 e o seu quantitativo de sólidos solúveis médio, de 14,72°Brix. Referente às propriedades termofísicas e a cinética de resfriamento do cajá conclui-se, também, que: **c)** a massa específica média para temperaturas acima do ponto de congelamento (5, 10 e 15°C) foi de 0,89 g.cm<sup>-3</sup> e o calor específico médio de 0,8402 cal.g<sup>-1</sup>.°C<sup>-1</sup>; a difusividade térmica variou de 1,39.10<sup>-7</sup>m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup> a 1,297.10<sup>-7</sup>m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup> e a condutividade térmica de 0,406 a 0,435 W.m<sup>-1</sup>.°C<sup>-1</sup>, ambas, em função da diminuição da temperatura de 15 para 5°C; **d)** o tempo necessário para o cajá ser resfriado às temperaturas de 15,10 e 5°C até uma razão de temperatura 0,1 foi de 22, 40 e 60 minutos, respectivamente. Quanto às conclusões referentes às propriedades termofísicas e a cinética de congelamento do cajá, pode-se dizer que: **e)** a difusividade térmica durante o congelamento variou de 2,8.10<sup>-7</sup>m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup> a 3,452.10<sup>-7</sup>m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup>, na Fase I do congelamento (resfriamento) e de 3,1082.10<sup>-7</sup>m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup> a 3,2539.10<sup>-7</sup>m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup> na Fase III do congelamento (pós-congelamento); **f)** a condutividade térmica durante o congelamento variou de 0,877 W.m<sup>-1</sup>.°C<sup>-1</sup> a 1,0802 W.m<sup>-1</sup>.°C<sup>-1</sup>, na Fase I do congelamento (resfriamento) e de 0,4608 W.m<sup>-1</sup>.°C<sup>-1</sup> a 0,3575 W.m<sup>-1</sup>.°C<sup>-1</sup> na Fase III do congelamento (pós-congelamento); **g)** o cajá levou 75 minutos para ser congelado (Fase II) à temperatura de -30°C, 44 minutos à temperatura de -60 °C e 40 minutos à temperatura de -90 °C.

## ABSTRACT

This present work had the objective to determine some chemical features (pH, soluble solid) and physicals (volume, dimensions, circularity, sphericity, specific mass and specific heat) of the caja fruit in different temperatures, and to study the kinetics of freezing the caja fruits in the temperature of  $-30$ ,  $-60$  and  $-90^{\circ}\text{C}$ . The curves of cooling were obtained in cooling cameras at  $50 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$  speed and the freezing curves in the Kryostat N180 at the air freezing speed of  $35 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$ . Based on the results, we can conclude that: a) the average circularity of caja is 69,53%, the average sphericity is 69,99% and the average dimensions of the bigger diameter and the smaller diameter are of 39,94 mm and 28,32 mm, respectively, the spoke that refers to the sphere with the same volume of the object is in average of 15,86 mm; and the average volume is of  $16,10 \text{ cm}^3$  and its average consistence is  $0,50 \text{ kg}\cdot\text{cm}^{-2}$ ; b) Referring to the chemical features studied from caja, its average pH is of 2,61 and its total soluble solids are of 14,72 °Brix. Talking about its thermophysicals properties and kinetics de cooling we can conclude that; c) The average specific mass for temperatures above the freezing mark ( $5,10$  and  $15^{\circ}\text{C}$ ) was of  $0,89 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$  and the average specific heat of  $0,8402 \text{ cal}\cdot\text{g}^{-1}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ ; the diffusivity thermal ranged from  $1,39 \times 10^{-7} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$  and the thermal conductivity from  $0,406$  to  $0,435 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$  both in function of the decreased temperature form  $15, 10$  to  $5^{\circ}\text{C}$ ; d) The necessary time for the caja fruit to be cooled in the temperatures of  $15, 10$  and  $5^{\circ}\text{C}$  until one rate temperature of  $0,1$  was de  $22,40$  and  $60$  minutes respectively. Talking to the conclusions referring to the thermophysicals and kinetics of freezing of the caja fruit, we can say that: e) The thermal diffusivity during the freezing from  $2,8\cdot 10^{-7} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$  to  $2,452\cdot 10^{-7} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ , in the Phase I of the cooling and from  $3,1082\cdot 10^{-7} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$  to  $3,2539\cdot 10^{-7} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$  in the Phase III of the freezing (post freezing); f) the thermal conductivity during the freezing ranged from  $0,877 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ , in the Phase I of the freezing (cooling) and from  $0,4608 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$  to  $0,3575 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$  in the Phase III of the freezing (post-freezing); g) the caja fruit took 75 minutes to be freezing (Phase II) in a temperature of  $-30^{\circ}\text{C}$ , 44 minutes in a temperature of  $-60^{\circ}\text{C}$  and 40 minutes in a temperature of  $-90^{\circ}\text{C}$ .

## 1. INTRODUÇÃO

A produção mundial de frutas tropicais vem crescendo em um ritmo considerável e a cada dia novos mercados são conquistados. De acordo com SCHOTTLER e HAMATSCHEK (1994), a atração por essas frutas é devido a sua aparência e o sabor exótico que elas detêm.

Por possuir um extenso território, o Brasil, tem-se destacado com um percentual significativo no volume de produção mundial de frutas, no entanto são insignificantes as quantidades de frutas exóticas nativas da região nordeste que são exportadas, como o cajá (*Spondias lutea* L.), umbu (*Spondias tuberosa* Arruda Câmara), ceriguela (*Spondias purpurea* L.), mangaba (*Hancornia speciosa* Muell), pitanga (*Eugenia uniflora* L.), Jaca (*Artocarpus integrifolia* L.), carambola (*Averrhoa carambola* L.), caju (*Anacardium occidentale* L.), graviola (*Annona muricata* L.), fruta-do-conde (*Annona squamosa* L.), embora já se tenha detectado e quantificado o possível mercado consumidor para esses produtos.

O cajá é uma fruta produzida na região nordeste onde existem poucos plantios comerciais e como tal, não é uma fruta contabilizada pelos órgãos oficiais de estatística como o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), no entanto, é consumida em todo o Nordeste e ultimamente vem sendo exportada para outras regiões do País na forma de polpa, onde já existe um mercado consumidor assegurado para seu consumo na forma de suco e sorvete.

O fruto, acima mencionado, e outros existentes na região nordeste do Brasil poderiam ganhar o mercado interno e externo se fossem adotadas políticas de produção e exportação dos frutos "in natura" bem como desses produtos processados nas formas de polpas, sucos, sucos concentrados, sorvetes, doces, compotas e geléias. Contudo, para que isso seja viabilizado, torna-se necessário um certo domínio tecnológico do processo produtivo em escala industrial além do conhecimento das alterações fisiológicas que ocorrem com cada produto durante o período pós-colheita, que se inicia com os cuidados indispensáveis na colheita, passando pelo manuseio do produto, transporte,

beneficiamento e armazenagem, não se desconhecendo, em cada uma dessas etapas, a inserção da cadeia do frio.

Mesmo com o domínio desses conhecimentos, dois fatores delimitam o consumo de um fruto "in natura", a sua sazonalidade e a sua perecibilidade.

A sazonalidade corresponde ao período de tempo em que as fruteiras produzem seus frutos, que, de um modo geral, para as frutas acima mencionadas, e mais especificamente para o cajá, varia entre 3 a 4 meses (novembro a fevereiro) durante o ano.

A perecibilidade dos frutos corresponde às alterações fisiológicas que ocorrem nos frutos depois de sua formação e crescimento na planta mãe.

Segundo BENNETT (1964) o processo de degradação dessas frutas inicia-se ao serem retiradas da planta mãe e o seu tempo de permanência como organismo vivo vai depender do gasto de energia que o fruto depende para permanecer vivo. Por esta razão alguns autores, entre eles ROCHA e SPAGNOL (S/D); LAJOLO (1979) e CHITARRA e CHITARRA (1990), mencionam que a armazenagem dos produtos se inicia durante o período de colheita e que a partir desse período os produtos só perdem qualidade. Portanto, após este período deve-se começar o controle de qualidade do produto iniciando-se também, neste período, a cadeia do frio que consiste em ir baixando a temperatura dos frutos que saem dos pomares até os setores de consumo.

Neste contexto, os frutos são inicialmente pré-resfriados e posteriormente resfriados. O pré-resfriamento consiste em baixar a temperatura dos frutos que estão à temperatura ambiente (temperatura de campo) para temperatura em torno de 15°C. Em nossa região a temperatura ambiente varia entre 23 a 32°C. De acordo com QUEIROZ (1994), o uso do pré-resfriamento permite o emprego de temperaturas inferiores às usadas no resfriamento, uma vez que o produto permanece pouco tempo sob aquela temperatura, não atingindo o equilíbrio térmico com o meio. Isto possibilita um abaixamento de temperatura rápido, favorecendo a preservação da qualidade inicial do produto.

Depois do pré-resfriamento dos frutos, esses são resfriados à temperaturas que dependem do produto e de sua sensibilidade ao frio. De um modo geral, essas temperaturas

variam entre 3 a 12°C e tem como objetivo aumentar o tempo de estocagem, proveniente de uma diminuição das atividades biológicas como respiração e transpiração, tendo como consequência um retardamento na alteração da consistência, cor e da maturação dos frutos.

Esses mecanismos de pré-resfriamento e resfriamento dos frutos não poderiam deixar de ser empregados em agroindústrias, que pretendem realizar a exploração do cajá como fruta de exportação, bem como para seu processamento na forma de suco, suco concentrado e sorvetes, entre outros. Entretanto, em alguns casos específicos e em alguns processos, torna-se necessário o congelamento das frutas com vistas a uma preservação mais severa da qualidade do produto. Esses casos ocorrem quando são adquiridos volumes de frutas acima da capacidade operacional das máquinas e o seu tempo de permanência nos armazéns, ou silos, ultrapassa o tempo de degradação aceitável do fruto. Esses casos são bastante comuns para frutos onde a safra é curta e bastante concentrada.

Assim, o conhecimento do comportamento do cajá quando submetido ao pré-resfriamento, resfriamento e congelamento para diferentes condições, são dados de extrema importância, pois permitem que uma agroindústria possa dimensionar adequadamente suas máquinas dentro de uma linha de processos.

Portanto, diante do exposto os objetivos do presente trabalho foram:

1. Determinar algumas características químicas (pH, sólidos solúveis) e físicas (volume, circularidade, esfericidade, massa específica, calor específico, condutividade térmica e difusividade térmica) do cajá a diferentes temperaturas.
2. Estudar a cinética de resfriamento dos frutos de cajá às temperaturas de 5, 10 e 15 °C.
3. Estudar a cinética de congelamento dos frutos de cajá às temperaturas de -30, -60 e -90 °C.

O fluxo de calor ( $q$ ) é a taxa de transferência de calor na direção ( $x$ ), e é proporcional ao gradiente de temperatura,  $dT/dx$ , nesta direção. A constante de proporcionalidade ( $k$ ) é uma propriedade de transporte conhecida como a condutividade térmica e é característica do material.

HELDMAN (1982), relata que a difusividade térmica pode ser expressa em função de outras propriedades térmicas, de tal forma que,

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (2.65)$$

em que,

$k$  → condutividade térmica

$\rho$  → densidade

$\alpha$  → difusividade térmica

$c_p$  → calor específico

Os materiais que têm uma difusividade térmica alta, podem ser aquecidos ou resfriados rapidamente, enquanto que substâncias com uma baixa difusividade térmica se aquecem ou resfriam lentamente. Assim, a difusividade térmica é uma propriedade importante quando se consideram situações de transferência de calor em estado não estacionário (LEWIS, 1993).

BHOWMIK et al. (1979) afirma que a difusividade térmica é necessária na determinação das curvas de temperatura de alimentos, durante processos de transferência de calor para a delimitação dos próprios procedimentos usados nestas operações.

Para descrever o resfriamento ou o congelamento do produto, diversos pesquisadores entre eles CALVELO, (1986); KASAHARA, (1986) tem recorrido às equações tradicionais de transferência de calor e suas diferentes soluções específicas para cada caso.

PAIVA et al. (1998) determinaram a difusividade térmica de duas variedades de melão (*Cucumis melo*, L) a uma temperatura de pré-resfriamento de 15°C e de resfriamento a 5°C, no centro dos melões. Na Tabela 2, estão os valores encontrados através da equação de transferência de calor para duas variedades de melões.

Tabela 2 - Valores das características físicas, difusividade e condutividade térmica do melão de denominação comercial “espanhol” e “orange”

Discriminação	Dimensões	Melão	
		“espanhol”	“orange”
Comprimento (C)	m	$200,06 \cdot 10^{-3}$	$145,00 \cdot 10^{-3}$
Largura (L)	m	$154,07 \cdot 10^{-3}$	$150,08 \cdot 10^{-3}$
Espessura (e)	m	$149,03 \cdot 10^{-3}$	$144,08 \cdot 10^{-3}$
Volume (V)	$m^3$	$3,207 \cdot 10^{-3}$	$2,189 \cdot 10^{-3}$
Raio da esfera equivalente (R)	m	$91,5 \cdot 10^{-3}$	$80,5 \cdot 10^{-3}$
Massa específica ( $\mu$ )	$kg \cdot m^{-3}$	1038,6	993,7
Fator de atraso (J)	adimensional	1,088	1,088074
Raiz da equação transcendental ( $M_i$ )	adimensional	0,920685	0,921052
Difusividade térmica (a)	$m^2 \cdot s^{-1}$	$0,3915 \cdot 10^{-6}$	$0,4462 \cdot 10^{-6}$
Condutividade térmica (K)	$J \cdot s^{-1} \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$	1,468	1,745

Fonte: PAIVA et al. (1998)

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 – Fruto cajá

O Cajá (*Spondias lutea* L.) tem sua origem na América e segundo alguns autores DUQUE, (1980) e CAVALCANTE, (1991), existe fortes evidências que a sua origem esteja na Amazônia. A cajazeira é da família das Anacardiáceas, sendo que o seu porte pode atingir mais de vinte metros de altura. De uma maneira geral a cajazeira tem um caule reto, cuja casca é quase sempre acinzentada, espessa e bastante fendida, tendo folhas alternas imparipenadas, grandes, compostas de 5 a 9 pares de folíolos. As flores são aromáticas e hermafroditas dispostas em grandes panículas terminais GOMES, (1989) e COSTA, (1998).

Segundo CAVALCANTE (1983) o fruto da cajazeira é uma drupa elipsóide de 3 a 4 cm de comprimento, casca lisa de cor amarela alaranjado, polpa escassa sucosa, doce acidulada e possui sabor e aroma acentuados.

De acordo com COSTA (1998) a cajazeira ocorre de forma nativa no Nordeste e de forma silvestre em toda a Amazônia. Na Paraíba é encontrada em varias regiões do Estado, principalmente na micro-região do brejo paraibano, onde convive com outras espécies da mata paraibana.

O cajá é comercializado na Paraíba de forma “in natura” mas o seu consumo de um modo geral, é feito na forma de suco e sorvete, sendo consumido, em menor escala, como doce.

Atualmente existe um grande interesse da indústria alimentícia pelo seu processamento na forma de polpa, suco concentrado e como passa, no entanto, a sua comercialização fica restrita a pequena produção existente, pois são poucos os plantios comerciais dessa fruteira. Contudo, já existem empresários implantando pomares dessa fruteira, mas com resultados de produção só para os próximos 5 anos, mas esta visão futura torna-se necessário desenvolver as diferentes tecnologias já.

## 2.2 – Propriedades físicas

Segundo MOHSENIN (1978), o estudo das propriedades físicas de um produto agrícola justifica-se na medida em que se pretende desenvolver uma exploração baseada em meios mecânicos. Desta maneira o tamanho de um produto, a sua forma e o seu volume, passam a ser algumas das características físicas que devem estar associadas à otimização de máquinas específicas ou do desempenho desses produtos em diversos meios. O mesmo autor levanta a questão do emprego de determinadas cartas para resolução de problemas de transferência de calor, onde nessas cartas três formas básicas são mencionadas: a) uma placa plana b) um cilindro e c) uma esfera. Portanto, para o uso dessas cartas, torna-se necessário considerar que o produto esteja próximo a uma dessas três formas.

Assim, a forma, o tamanho, a densidade e outras características físicas podem afetar o desempenho das máquinas de beneficiamento, resfriamento e congelamento de produtos agrícolas (SILVA, 1995).

### 2.2.1 - Circularidade

Segundo Curray citado por CAVALCANTI MATA (1984), a circularidade é um fator que nos indica o quão próximo está a área de um objeto de um círculo. O autor descreve duas formulas para circularidade, Figura 1 e 2, respectivamente.

#### Método 1

$$C = \frac{A_p}{A_c} 100 \quad (2.1)$$

em que,

C → circularidade, em percentagem.

$A_p$  → área projetada do produto ( $\text{cm}^2$ ).

$A_c$  → área do círculo que circunscreve a projeção do produto ( $\text{cm}^2$ ).

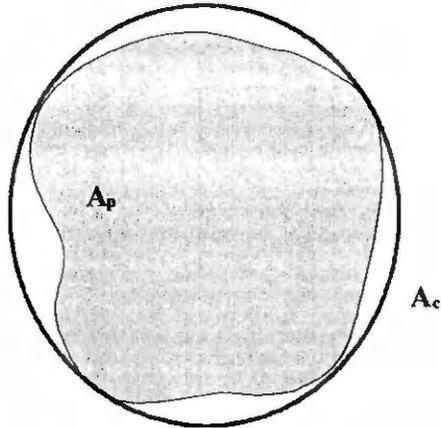


Figura 1 – Circularidade do objeto na posição de repouso pelo Método 1

**Método 2**

$$C = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{r_i}{R} \right) \quad (2.2)$$

em que,

$C$  → circularidade, em percentagem

$r$  → raio de curvatura, mostrado na figura 1

$R$  → raio da maior circunferência inscrita na projeção.

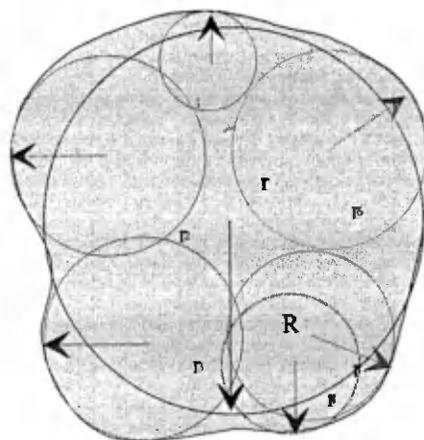


Figura 2 – Circularidade do objeto na posição de repouso pelo Método 2

### 2.2.2 - Esfericidade

A definição de esfericidade proposta por MOHSENIN (1978), baseia-se na característica isoperimétrica de uma esfera e sugere uma forma de estimar o grau de esfericidade de um objeto como:

$$\varphi = \frac{D_p}{D_c} 100 \quad (2.3)$$

em que,

$\varphi \rightarrow$  esfericidade

$D_p \rightarrow$  diâmetro de uma esfera de volume igual ao objeto

$D_c \rightarrow$  diâmetro da menor esfera que circunscribe a projeção do objeto.

Curry citado por QUEIROZ (1994), propõe as seguintes fórmulas.

#### Método 1

Considerando o objeto como uma elipsóide, pode ser visto na Figura 3, com volume dado por:

$$V_{\text{elip}} = 4\pi r_a r_b r_c / 3 \quad (2.4)$$

em que,

$r_a \rightarrow$  é o maior raio,

$r_b \rightarrow$  é o raio médio

$r_c \rightarrow$  o menor raio.

Considerando ainda  $a = 2 r_a$ ,  $b = 2 r_b$ ,  $c = 2 r_c$ , tem-se:

$$\varphi = \left( \frac{\text{Volume do sólido}}{\text{volume da esfera circunscrita}} \right)^{1/3} \quad (2.5)$$

$$\varphi = \left[ \frac{4/3\pi \left( \frac{a b c}{2 2 2} \right)}{4/3\pi \left( \frac{a}{2} \right)^3} \right]^{1/3} \quad (2.6)$$

$$\varphi = \sqrt[3]{\frac{a.b.c}{a^3}} \quad (2.7)$$

$$\varphi = \frac{(abc)^{1/3}}{a} \quad (2.8)$$

**Método 2**

$$\varphi = \frac{D_i}{D_c} \times 100 \quad (2.9)$$

em que,

$D_i$  → diâmetro da maior circunferência inscrita na projeção do objeto.

$D_c$  → menor diâmetro que circunscribe o objeto

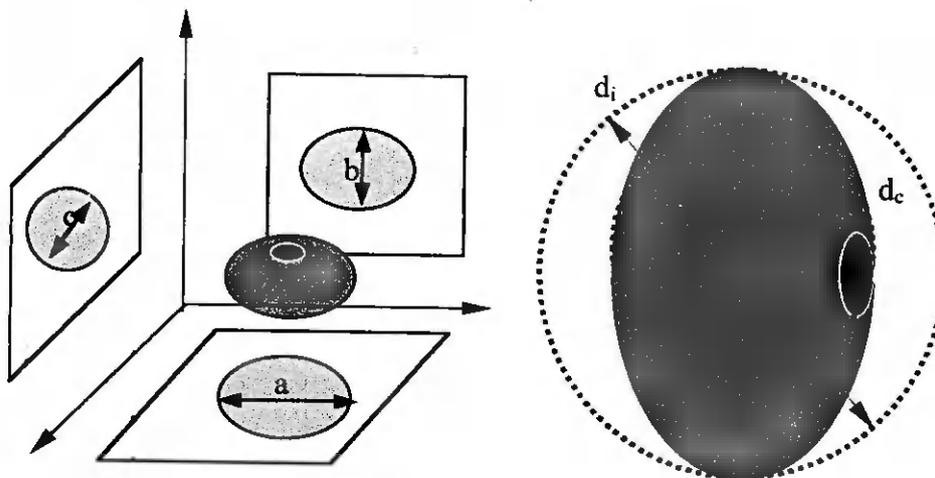


Figura 3 - Esfericidade do objeto

## 2.2.3 - Volume

MOHSENIN (1978) descreve vários métodos utilizados na determinação do volume de amostras, dentre eles podemos destacar um método no qual o volume é determinado pelo deslocamento de água, onde a fruta é primeiro pesada no ar, em seguida é forçada para dentro de um recipiente com água de peso já conhecido, Figura 4. A leitura, com a fruta submersa, menos o peso do recipiente mais água, é o peso da água deslocada, o qual é usado na equação 2.1 para o cálculo do volume.

$$Volume = \frac{massa\ de\ água\ deslocada}{massa\ específica\ da\ água} \quad (2.10)$$

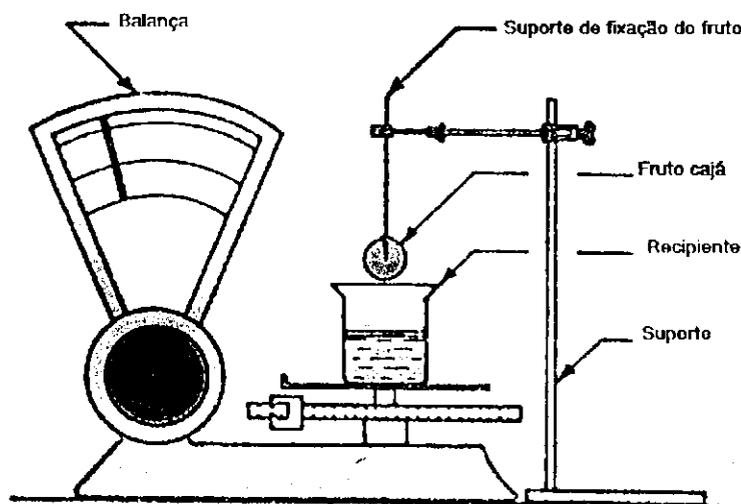


Figura 4 – Aparato de medição de volume e densidade de produtos agrícolas

Outro método foi proposto por GRIFFITHS & SMITH (1964), onde eles definiram o volume de um conjunto de eixos através de suas dimensões axiais usando a seguinte relação:

$$V = a_1^{b_1} . a_2^{b_2} . a_3^{b_3} . \dots . a_n^{b_n} \quad (2.11)$$

Onde V é o volume do exemplar,  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  são diâmetros internos do corpo, considerando-os como medidas do tamanho e  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ , são constantes que dependem do produto.

Para linearizar a expressão, aplica-se logaritmo em ambos os membros da Equação 2.11 obtendo-se a expressão 2.12.

$$\ln V = b_1 \ln a_1 + b_2 \ln a_2 + b_3 \ln a_3 + \dots + b_n \ln a_n \quad (2.12)$$

Outro procedimento utilizado para determinação do volume de um produto irregular foi descrito por GAVA (1979) e por CASTRO et al. (2000), onde os pesquisadores utilizaram um recipiente conectado a uma bureta graduada (5a). O método consistia em encher um recipiente com água destilada até o início da bureta graduada, onde se encontrava a marca zero. A torneira conectada ao recipiente permite fazer com que quando o recipiente estiver com um volume de água acima do zero da bureta, o equipamento seja calibrado para que a água fique na marca zero. Este procedimento é feito escoando-se a água com auxílio da torneira.

Depois do equipamento ser zerado, este é girado em 180° onde se abre a tampa do recipiente e introduz-se o produto de forma irregular no seu interior (Figura 5b). Em seguida, fecha-se a tampa e novamente gira-se o equipamento em 180° (Figura 5c). O volume introduzido no seu interior faz com que haja um deslocamento da água no interior da bureta, sendo que o volume lido na bureta, corresponde ao volume em cm<sup>3</sup> do objeto irregular.

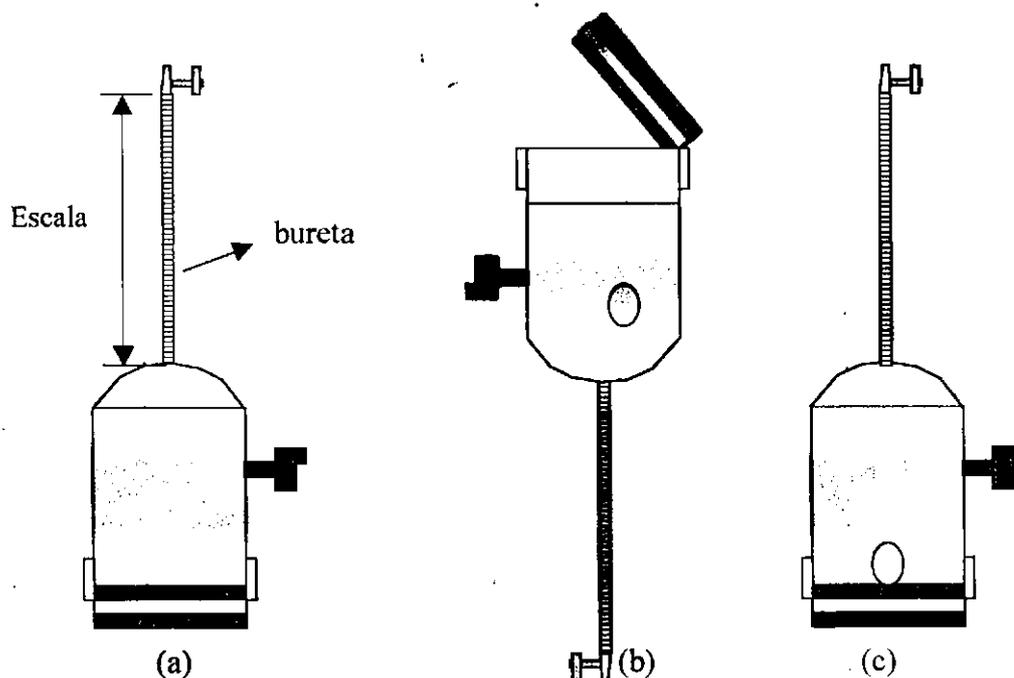


Figura 5 – Aparelho para determinar o volume de um objeto irregular (produto agrícola)

Os autores comentam que o volume do objeto corresponde ao real, se não houver absorção de água pelo objeto, ou se o objeto for recoberto por uma pequena película impermeabilizante, ou ainda se o procedimento for suficientemente rápido para que o objeto não absorva uma quantidade de água significativa. Os autores relatam ainda que se uma dessas três condições não for satisfeita provavelmente existirá um erro de medida de determinação de volume.

CAVALCANTI MATA & FERNANDES FILHO (1984), construíram um picnômetro de comparação a ar e determinaram o volume do objeto, Figura 6.

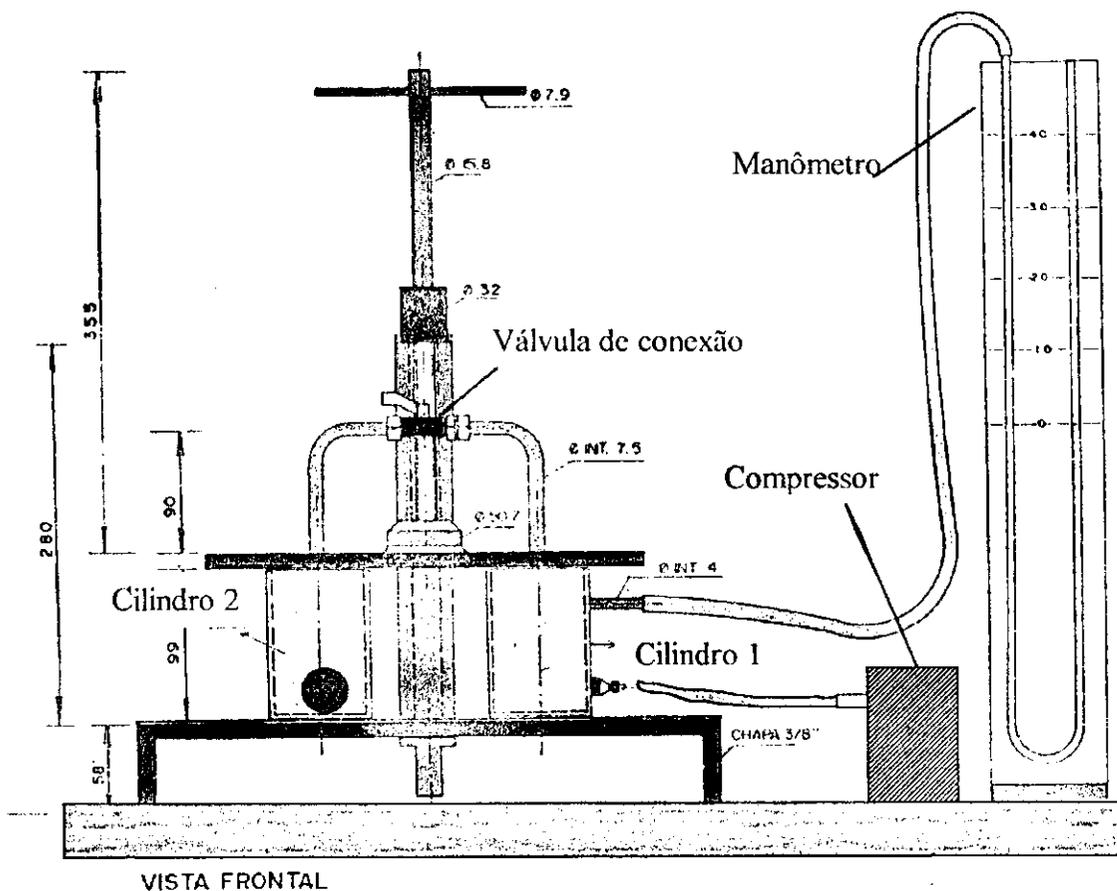


Figura 6 - Picnômetro de comparação a ar para determinar o volume de um objeto irregular

O procedimento para encontrar o volume do objeto irregular foi realizado da seguinte maneira. O aparelho foi constituído de dois cilindros de igual volume (359,53 cm<sup>3</sup>), sendo que o cilindro 1 estava conectado a um compressor a ar e no segundo cilindro foi colocado o objeto irregular. Com a válvula fechada injetou-se ar comprimido no

primeiro cilindro e mediu-se a pressão P1 no manômetro de mercúrio. Logo em seguida, abriu-se a válvula de comunicação entre os dois cilindros e mediu-se a pressão P2. O volume do objeto irregular foi obtido pela seguinte fórmula:

$$V = 359,53 \left[ 1 - \frac{P_1 - P_2}{P_2} \right] \quad (2.13)$$

em que,

V = Volume do objeto irregular, cm<sup>3</sup>

P1 = Pressão do Cilindro 1

P2 = Pressão do Cilindro 1 e 2 após a abertura da válvula

#### 2.2.4 – Densidade (Massa específica)

A densidade ou massa específica é obtida determinando-se a massa de cada unidade intacta do material e dividido pelo seu volume, incluindo o espaço poroso dentro de cada unidade do material (MOHSENIN, 1980).

Diversos modelos matemáticos foram desenvolvidos para calcular a densidade de alimentos, Riedel citado por GONÇALVES (2000), sugeriu o modelo que mede o índice de refração do suco, s, com erro de cerca de 2%, usando a seguinte relação:

$$\rho = \left( \frac{s^2 - 1}{s^2 + 2} \right) \left( \frac{62,4}{0,206} \right) 16,0185 \quad (2.14)$$

em que,

$\rho$  = densidade, kg.m<sup>-3</sup>

s = índice de refração

ALVARADO & ROMERO (1989), trabalhando com diversos sucos e polpa de frutas. Desenvolveram duas equações para o cálculo da massa específica, onde a mais simples é baseada, apenas, no teor de sólidos solúveis (°Brix), com um coeficiente de correlação de 0,995.

$$\rho = 996 + 4,173 B \quad (2.15)$$

em que,

B = sólidos solúveis totais, °Brix

O valor de B está limitado entre 5 e 30%.

A outra equação baseia-se no teor de sólidos solúveis e na temperatura, com coeficiente de correção de 0,982.

$$\rho = ((1002 + 4.61B) - 0.460T + 7.00110^{-3}BT^2 - 9.17510^{-5}T^3) \quad (2.16)$$

Tendo como limitações:

(T:0-80°C, X<sub>w</sub> : 20 – 95.2%)

CHOI & OKOS (1983), estudando as propriedades termofísicas do suco de tomate concentrado, utilizaram para o cálculo da massa específica, uma equação que depende apenas da temperatura (T). Segundo os mesmo autores, estas equações podem ser aplicadas a temperaturas que variam entre 20 e 150°C.

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_w x_w + \rho_s x_s \\ \rho_w &= 999,89 - 0,06033T - 0,003671T^2 \\ \rho_s &= 1469,3 - 0,5467T - 0,00695T^2 \end{aligned} \quad (2.17)$$

### 2.2.5 – Calor específico

O calor específico indica quanto calor é requerido para mudar a temperatura de um material e é independente da densidade.

De acordo com NEVES (1991) grande parte dos alimentos estão sujeitos a processos de aquecimento e resfriamento para melhorar ou manter características de aroma, sabor, textura e evitar o desenvolvimento de microorganismos. Nestes processos, também é necessário considerar os efeitos do calor sobre os constituintes químicos e

minimizar reações tais como perda de vitaminas e oxidantes, as quais podem reduzir o valor nutritivo dos alimentos (LEWIS, 1993).

Há uma forte correlação entre o calor específico e o conteúdo de água, especialmente a altos níveis de umidade (SWEAT, 1986). Por esse motivo, existem relações empíricas capazes de estimar o calor específico baseado no conteúdo de água. No caso de frutas, onde o conteúdo de água é elevado, os valores estimado aproximam-se mais dos valores experimentais. As equações apresentadas por KASAHARA (1986) são um exemplo:

$$C_p = 0,80W + 0,20 \text{ (acima do ponto de congelamento)} \quad (2.18)$$

$$C_p = 0,30W + 0,20 \text{ (abaixo do ponto de congelamento)} \quad (2.19)$$

em que:

$C_p$  → calor específico

$W$  → é a fração de água do alimento em base úmida (adimensional).

Nos processos de transferência de calor, os materiais biológicos têm uma variação de pressão muito pequena. Logo, utiliza-se o conceito de calor específico à pressão constante (MOHSENIN, 1980).

KARARIAN & HALL (1965), tem reconhecido a dificuldade de se medir o calor específico de materiais biológicos devido ao conteúdo de umidade do material e ao calor de absorção. Devido a estas dificuldades é que poucos valores de calor específico estão disponíveis na literatura.

Segundo SIMÕES (1997), muitos métodos utilizados para determinar o calor específico, baseiam-se no equilíbrio térmico estabelecido entre um primeiro corpo, que se pretende determinar o calor específico, e um segundo corpo de calor específico conhecido.

Existem dois métodos para determinar o calor específico de materiais biológicos: o método transiente ou método de mistura direta e o método estacionário. No método estacionário a amostra é colocada em uma pequena câmara por onde passa uma corrente elétrica, SIMÕES (1997).

Dois equipamentos são normalmente utilizados para determinação do calor específico: o calorímetro de mistura e o calorímetro diferencial de varredura (DSC), SWEAT (1986).

MOHSENIN (1980) cita que o método da mistura direta é bastante utilizado. Este método consiste em utilizar um recipiente isolado, de capacidade calorífica conhecida, com um líquido inerte. O cálculo do calor específico é feito através de um balanço global de massa e energia em um sistema isolado termicamente:

Calor perdido pela amostra = calor ganho pela água + calor ganho pelo calorímetro

$$Cp_a M_a (T_a - T_e) = Cp_w M_w (T_e - T_w) + Cp_c M_c (T_e - T_w) \quad (2.20)$$

$$Cp_a = \frac{Cp_w M_w (T_e - T_w) + Cp_c M_c (T_e - T_w)}{M_a (T_a - T_e)} \quad (2.21)$$

em que,

$Cp_a$  → calor específico da amostra

$M_a$  → peso da amostra

$T_a$  → temperatura inicial da amostra

$Cp_w$  → calor específico da água

$M_w$  → peso da água adicionada

$T_w$  → temperatura inicial da água

$Cp_c$  → calor específico do calorímetro

$M_c$  → peso do calorímetro

$T_e$  → temperatura de equilíbrio

A maior fonte de erro do método de mistura é a fuga da energia térmica do calorímetro e a energia adicionada por agitação. Além disso, podem ocorrer erros que resultam da perda ou ganho de calor da amostra para o ambiente, CHOI & OKOS (1986).

VIEIRA (1996) determinou o calor específico para o suco de laranja, utilizou uma metodologia em que a amostra não entra em contato direto com o líquido de capacidade calorífica conhecida, encontrando bons resultados quando comparados com a literatura.

O método de mistura foi utilizado por VIEIRA (1996) para determinar o calor específico do suco de laranja, por QUEIROZ (1994) para determinar o calor específico do umbu (*Spondias tuberosa* Arruda Câmara) e por JHA & PRASAD (1993) em nozes.

O'NEILL (1966) descreveu um método para determinação do calor específico utilizando o **Calorímetro Diferencial de Varredura (DSC)**. Esta metodologia é baseada na proporcionalidade entre o fluxo de calor da amostra e o calor específico instantâneo, quando este está sujeito a um programa linear de aumento de temperatura. Através do registro deste fluxo de calor em função da temperatura, e comparando com o fluxo de calor de um material de referência submetido às mesmas condições, o calor específico pode ser obtido em função da temperatura. Para validar este método, o autor determinou o calor específico de vários compostos conhecidos tais como o diamante, o grafite e o nitrato de prata e os comparou com os valores da literatura.

Segundo MOHSENIN (1980), a determinação do calor específico pelo calorímetro diferencial de varredura é baseado em pequenas medições de múltiplos efeitos térmicos produzidos durante o processo. O plotador do sistema produz um termograma mostrando os ganhos ou perdas de energia. Esse equipamento mostra o valor de temperatura acima do intervalo de temperatura selecionado. O interior da área do termograma é proporcional a energia absorvida ou liberada pela amostra durante o aquecimento ou resfriamento. O sistema (Figura 7) consiste de uma amostra padrão, S e uma substância de referência, R, em que uma temperatura de aquecimento ou de resfriamento é programada, sendo esta temperatura plotada em um gráfico, produzindo um termograma como mostrado na Figura 8.

A ordenada do termograma (Figura 8) representa o valor de evolução do calor, ou seja, a absorção  $dQ/dt$ . A abscissa do termograma fornece uma medida de temperatura em unidade de tempo. A linha inferior ou linha base é o termograma na ausência de uma amostra. Se  $d$  na Figura 8 é tido como um ponto de deflexão da linha base com uma amostra, então:

$$d = \beta \frac{dQ}{dt} \quad (2.22)$$

Onde  $\beta$  é uma constante de proporcionalidade. Reescrevendo a equação 2.22 como

$$d = \beta \frac{dQ}{dT} \cdot \frac{dT}{dt} \quad (2.23)$$

Assim o calor específico por definição se torna (O'NEILL, 1966):

$$C = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dt} \quad (2.24)$$

Substituindo-se  $dQ/dt$  da Equação 2.24 na Equação 2.22, tem-se:

$$d = \beta m C \frac{dT}{dt} \quad (2.25)$$

Conhecendo-se  $dt/d\theta$ , como a taxa de temperatura;  $m$ , como a massa da amostra, e  $d$ , como calor específico, então  $C$  pode ser determinado uma vez que a constante de proporcionalidade  $\beta$  é conhecida. Se um material de referência é usado, geralmente de calor específico conhecido, uma equação semelhante à Equação 2.26 pode ser escrita para esse material de referência, como segue:

$$d' = \beta m' C' \frac{dT}{d\theta} \quad (2.26)$$

em que  $d'$ ,  $m'$ ,  $C'$ , são os valores correspondentes ao material de referência.

Assim, durante o período examinado (período varrido), na Figura 8, a deflexão da linha base observada, será diretamente proporcional à capacidade calorífica da amostra. Portanto, a constante de proporcionalidade,  $\beta$ , é independente da capacidade calorífica  $C$  e  $C'$ , que resultará no seu cancelamento. Assim a equação se torna:

$$C = \left(\frac{d}{d'}\right) \left(\frac{m}{m'}\right) C' \quad (2.27)$$

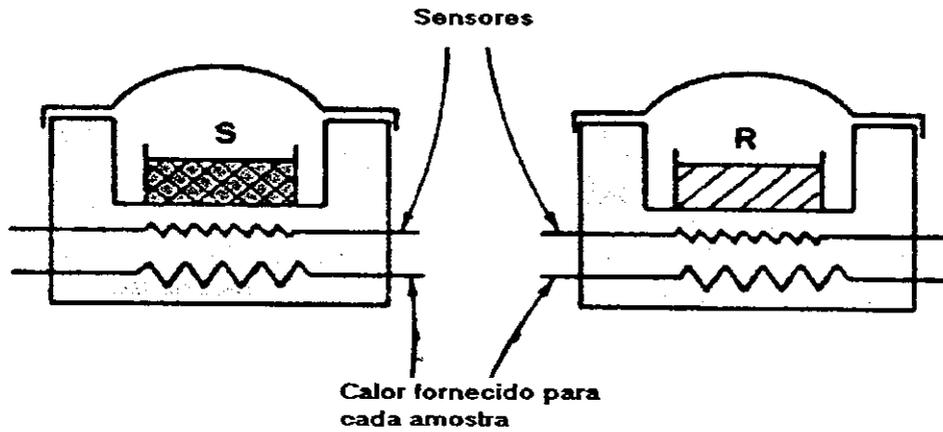


Figura 7 – Sistema de amostras

Termograma do  
Calorímetro Diferencial de Varredura

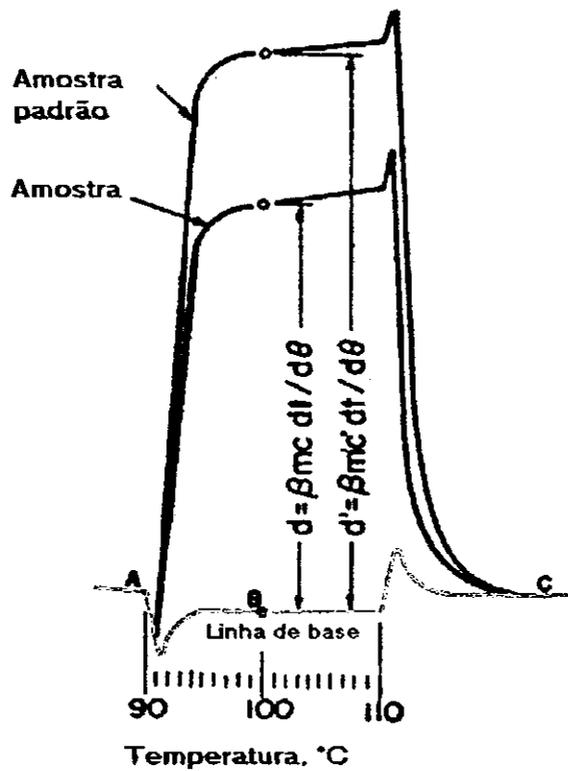


Figura 8 – Termograma de um calorímetro diferencial de varredura

MANOHAR et al. (1991) determinou o calor específico do suco de tamarindo, utilizando o método do calorímetro diferencial por varredura, sobre uma faixa de temperatura entre 308 a 348K e a diferentes concentrações, encontrando um valor de 3,32 kJ/kg K para uma temperatura de 308K e 20,2% de concentração. O valor do calor específico do suco de tamarindo diminuiu com o aumento da percentagem de sólidos e aumentou com o aumento da temperatura.

A precisão de medidas de calor específico feitas com o DSC foi estudado por TERESA et. al. (1995), que foi concluído que uma maior precisão é obtida nas medidas de  $C_p$ , quando se utiliza uma maior quantidade de amostra. Isto foi verificado fazendo experimento com três quantidades de amostras diferentes, e baixas taxas de aquecimento. Os autores compararam, também, os valores de  $C_p$  obtidos do DSC com valores obtidos por calorímetro adiabático e verificaram um desvio menor que 5% nas medidas.

#### **2.2.6 - Consistência**

CHITARRA & CHITARRA (1990) definem consistência como um conjunto de propriedades do alimento, composto por características físicas perceptíveis pelo tato e que se relacionam com a deformação, desintegração e escoamento do alimento, sob a aplicação de uma força. Ainda afirmam que são as substâncias pécticas os principais componentes químicos dos tecidos responsáveis pelas mudanças da consistência de frutos.

Dentre os aparelhos mais utilizados para determinar a resistência e consistência dos frutos pode-se destacar, o tenderômetro e o penetrômetro, sendo o último um dos mais utilizados, é constituído de uma haste, cuja extremidade representa uma ponta, a qual, através da compressão dá uma medida que equivale à força necessária para vencer a resistência dos tecidos da polpa (ITA, 1998).

### **2.3 – Características químicas**

#### **2.3.1 – pH**

É a medida da acidez da fruta ou de um alimento qualquer. Isto se deve ao fato de que os ácidos presentes nos alimentos, encontram-se parcialmente na forma molecular e,

parcialmente, na forma dissociada, que é a que apresenta as propriedades ácidas (FAPEP/SINE, 1997).

SEGUNDO LEITÃO (1980), o pH é uma característica intrínseca do alimento, de fundamental importância na limitação dos tipos de microorganismos capazes de se desenvolver e na maior ou menor facilidade de conservação.

O pH inferior a 4,3 é desejável aos produtos industrializados, pois confere maior resistência à contaminação microbiana, evitando o crescimento de patógenos, afirma DALMO et al. (1988), quando se referem à utilização industrial de frutas.

Para uma faixa de concentração de ácidos variando entre 0,5 e 2,5%, o pH aumenta com a redução de acidez. Uma pequena variação no valor do pH, é detectado no teste organoléptico, os teores de acidez, em geral, não excedem 1,5 a 2,0% com raras exceções, como limão que pode conter teor acima de 3%. No entanto, alguns frutos também podem apresentar acidez muito baixa. (CHITARRA e CHITARRA, 1990).

Vários fatores tornam importante a determinação do pH de um alimento, tais como: influência na palatabilidade, desenvolvimento de microorganismos, escolha da temperatura de esterilização, escolha da embalagem que será utilizada para o alimento, escolha do tipo de material de limpeza e desinfecção, escolha do equipamento com o qual se vai trabalhar na indústria, escolha de aditivos e vários outros (CHAVES, 1993).

Segundo CHITARRA (1998), as mudanças que ocorrem na concentração dos ácidos orgânicos durante o desenvolvimento, diferem para cada tipo de fruto. Em alguns frutos, ocorre um pico na acidez à medida que o fruto torna-se maduro, enquanto outros frutos apresentam decréscimo na acidez até o completo amadurecimento.

GONÇALVES (2000) encontrou pH de 4,16 para polpa do cajá fora adquiridas no comércio local, enquanto que MORORO (1998) encontrou valores pouco abaixo que foi de 2,4 a 2,8.

### 2.3.2 – Sólidos solúveis (°Brix)

Segundo CARVALHO et al. (1990) o °Brix é utilizado como indicativo da concentração de polpa de fruta e também indica o estado de maturação da fruta. Em frutas, os sólidos solúveis indicam o teor de açúcar já que esta participa na composição das frutas, em casos com até 80% dos sólidos solúveis. Com o amadurecimento da fruta, o amido é hidrolisado em açúcares complexos e os açúcares complexos em simples com isso o teor de sólidos solúveis das frutas vai se elevando, sendo possível considerar os sólidos solúveis como índice de maturação de frutas.

ARAÚJO (2000) determinou o °Brix da acerola por leitura direta em refratômetro manual da marca ATAGO e utilizando-se a tabela proposta por CARVALHO et al. (1990) para correção do °Brix para a temperatura da amostra.

A mesma metodologia foi usada por ALMEIDA (1999), para determinar o °Brix do umbu, utilizando a tabela para correção de temperatura proposta por ADOLFO LUFT (1976).

Segundo CHITARRA (1998), o teor de sólidos solúveis pode ser utilizado como uma medida indireta do grau de maturação, uma vez que estes aumentam de valor à medida que estes vão se acumulando no fruto. Os teores são muito variados com a espécie, cultivar, o estado de maturação e o clima, podendo encontrar-se numa faixa de 2 a 2,5% com valores médios entre 8 e 14%.

É a percentagem, em gramas, de sólidos que se encontram dissolvidos no suco ou polpa. No caso de frutas, esses sólidos aquo-solúveis são constituídos por açúcares (65 a 85% dos sólidos dissolvidos), ácidos orgânicos, sais minerais, vitamina C e do complexo B e outras substâncias aquo-solúveis (FAPEP/SINE-PB, 1997).

Na Tabela 1 encontram-se as principais características químicas do cajá determinados por MORORO, (1998).

**Tabela 1 - Características químicas e rendimento do cajá**

Rendimento (%)	45-50
PH	2,4-2,8
°Brix	8,4-13,5
Sólidos totais (%)	9,2-12,4
Cinzas (%)	0,4-0,6
Acidez (%)	0,9-1,7
Açúcares totais	6,9-12,1
Ácido ascórbico (mg/100g)	24,2-31,8

Fonte: MORORÓ (1998)

## 2.4 – Resfriamento e congelamento de frutas

### 2.4.1. - Resfriamento de frutas

A refrigeração de frutas consiste em retirar parte de sua energia e deixá-las a temperaturas que se situa entre 16 a 2,2°C, dependendo de cada fruto. PARSONS et al. (1972) defendem o resfriamento imediato após a colheita e a manutenção sob baixas temperaturas, como um procedimento essencial para o sucesso comercial de frutas frescas, pois as frutas tropicais, quando ficam sujeitas à altas temperaturas ambientais, ou quando são aquecidas, ainda mais e pela sua exposição direta ao sol, a sua condição de armazenabilidade pode ser reduzida drasticamente (GUILLOU, 1963).

De acordo com GUILLOU (1958) e Guilton citado por MOHSENIN (1980), as frutas e as hortaliças se deterioram em uma hora à temperatura de 32 °C, em um dia a 10°C ou em uma semana a 0 °C.

Portanto, segundo Benotti citando NEVES (1991), o objetivo do resfriamento de frutas é retardar os processos fisiológicos de respiração, além de retardar a ação dos agentes deteriorantes, pois, produtos sensíveis, colhidos em temperatura ambiente alta, podem respirar 20 ou 30 vezes mais rápido que aqueles armazenados sob temperatura

ótima de armazenagem. O resfriamento rápido logo após a colheita garante a qualidade e é uma garantia contra perdas e deterioração.

Mesmo levando-se em consideração que a refrigeração é um dos processos que reduz drasticamente a deterioração dos frutos, este processo continua mesmo quando o produto está sob refrigeração, assim o que se pode esperar da refrigeração é apenas um retardamento desse processo e não a sua inibição.

De acordo com KASAHARA (1986) durante a refrigeração de frutas e hortaliças, estas mantêm uma série de atividades fisiológicas, tais como respiração, transpiração, síntese e degradação de compostos orgânicos, entre outras coisas. Como consequência disto, se desprende energia em forma de calor e gradualmente se invertem as características do produto. Este último pode conduzir, salvo em condições adequadas, ao amadurecimento comercial do produto. Este é o caso geral das frutas.

KASAHARA (1986) e GUILLOU (1958) citam que o desejado é um prolongamento da vida útil do produto, mediante manutenção a uma temperatura inferior à do meio ambiente, o que permitiria um retardamento dos processos fisiológicos de respiração, tornando o amadurecimento mais lento e diminuindo a depreciação de origem bacteriológica.

KADER (1979) afirma que as taxas de reações químicas governadas pela lei de Vant'Hoff, aumentam de 2 a 3 vezes a cada aumento de 10 °C devido à ação catalítica de enzimas presentes no produto e que segundo GAVA (1979), quanto mais baixa for a temperatura, tanto mais reduzida será a ação química, enzimática e o crescimento microbiano e uma temperatura suficientemente baixa inibirá o crescimento de todos os microorganismos.

No entanto, há que se considerar que nem todas as frutas toleram temperaturas baixas, pois existem frutas que são sensíveis ao frio e, segundo BOTREL (1994), a sensibilidade da fruta aos distúrbios causados pelo frio está estritamente ligada à sua composição química. O autor relata também que as condições climáticas, estágios de maturação, tamanho do fruto e diferenças varietais exercem influência acentuada na

composição química da fruta, com conseqüente influência no grau de desordens causadas por baixas temperaturas.

BLEINROTH (1995) informa, também que é preciso observar o estágio de maturação dos frutos quando se pretende armazená-los a baixos níveis de temperatura, pois para o autor, de um modo geral, os frutos imaturos são mais susceptíveis ao frio, estando mais sujeitos aos danos fisiológicos do que os maduros.

MAAK (1957) estudando os problemas de deterioração em frutas e vegetais, constatou que os tecidos destes produtos permaneciam vivos e os seus processos vitais não sofriam interrupção após as colheitas. O autor afirma que estes processos podem ser controlados até certo ponto, por altas umidades relativas e baixas temperaturas, que reduzem as perdas de umidade, a atividade enzimática e dos microorganismos que provocam diminuição do tempo de armazenagem.

Além da respiração, a excessiva perda de água no produto pode causar o comprometimento da qualidade das frutas, tornando-as enrugadas, com colorações opacas, pouco firmes ou flácidas (PANTÁSTICO, 1975).

A perda de água tem efeitos marcantes sobre a fisiologia dos tecidos vegetais, antecipando a maturação e a senescência de frutas tropicais (YANG & HOFFMAN et al., 1984).

A grande maioria das espécies de frutas contém de 75 a 95% de água e a umidade relativa dos espaços intercelulares é muito próxima de 100%. Portanto, a tendência é quase sempre de o vapor d'água escapar dos tecidos, uma vez que a umidade relativa do ambiente é usualmente menor do que 100% (MITCHELL et al., 1972).

Segundo BENNETT (1964), os três métodos de resfriamento de frutas mais largamente empregados são o resfriamento a vácuo, a água e o ar. Destes, o sistema a ar apresenta as seguintes vantagens: limpeza, abundância, facilidade de manuseio, facilidade para adaptação e menor propensão a causar danos fisiológicos nos alimentos.

Devido à lentidão do resfriamento por convecção natural, o processo comercial é normalmente levado a efeito com circulação forçada do ar através do produto.

KUSHMAN & BALLINGER (1962), estudando o resfriamento de amoras em caixas de fibra plástica, obtiveram um meio tempo de resfriamento de 110 minutos quando usou um fluxo de ar de 0,02547 m<sup>3</sup> por 0,5 l de fruta; de 62 minutos quando utilizou 0,04811 m<sup>3</sup> por 0,5 l e de 43 minutos quando o fluxo foi de 0,09905 m<sup>3</sup> por 0,5 l.

BENNETT et al. (1966) estudando o resfriamento de citrus em caixas de 106 cm de lado por 66 cm de altura com ar forçado e uma vazão de 11.500 cfm concluíram que 75% do calor disponível em laranjas de tamanho médio e 65% do calor disponível em grape fruits, podem ser extraídos em 1,0 hora.

#### **2.4.2. - Congelamento de frutas**

Como as frutas são sazonais, torna-se impossível armazená-las por um período muito longo, assim, na maioria dos casos, quando os frutos não são processados, torna-se necessário congelá-los que é a maneira mais eficiente de conservar as características do produto, entretanto isto só é possível quando o produto recebe um valor agregado que compense o seu investimento em unidades frigoríficas.

De acordo com DOSSAT (1980), os fatores que regulam a qualidade máxima e a duração de armazenagem, de qualquer produto congelado são: a natureza e composição do produto a ser congelado, o cuidado usado na seleção, na manipulação e preparo do produto para congelamento, o método de congelamento e as condições de armazenamento.

Uma das principais considerações que deve ser feita no congelamento de frutas, é saber que ela tem uma grande quantidade de água, que varia em torno de 70 a 90 % em base úmida, e que a água é a maior parcela a ser congelada em uma fruta. Por esta razão, dentre outras, a água foi tão estudada nessas últimas décadas e descobriu-se no século passado que a formação dos cristais de gelo, no interior de uma célula, tem formatos diferentes em função da temperatura negativa empregada.

Segundo GRUDA e POSTOLSKI (1986) e HAJ-ISA (1994), um dos fatores que mais exerce influência sobre a qualidade de alimentos submetidos ao congelamento, é a velocidade com que é feito esse congelamento, pois o tamanho dos cristais de gelo depende da temperatura de congelamento. Os autores afirmam também que quanto menor for a temperatura de congelamento de uma fruta, menor será a formação do tamanho dos cristais de gelo e a forma desses cristais será mais arredondada. Se este processo não for feito, ao seja o congelamento for lento, parcelas das células das frutas serão rompidas fazendo com que, durante o descongelamento, um material exudado seja perdido diminuindo, dessa forma, o sabor e o aroma da fruta.

DIAS et al. (1987) reportaram que nas frutas e vegetais, totalmente congelados, a absorção de  $O_2$  é detida e os processos de respiração ocorrem lentamente, com desprendimento de  $CO_2$ . Por outro lado, a atividade enzimática e o desenvolvimento dos microrganismos são bloqueados, dando o efeito desidratante que a formação de gelo provoca.

Em relação às vantagens do congelamento rápido, TRESSLER & EVERS (1957) e HAJ-ISA (1994), explicaram que os cristais de gelo formados são muito menores e portanto é menor a destruição dos tecidos vegetais. Quando o período de congelamento é mais curto, existe menos tempo para a difusão de sais e para a separação de água em forma de gelo. O produto esfria-se rapidamente à temperaturas inferiores aquelas em que se verifica o desenvolvimento das bactérias, fungos e leveduras, diminuindo assim os riscos de decomposição durante este processo. A atividade das enzimas, oxidações, fermentações de desenvolvimento de microrganismos é reduzida ao mínimo.

Além disso, os mesmo autores acrescentam que estes produtos não perdem muito suas propriedades nutritivas e organolépticas. Não acontece a desnaturação das proteínas pelo frio e grande parte das vitaminas são conservadas. Obtém-se produtos mais saudáveis, pois não se contaminam durante a estocagem, transporte e distribuição, se mantidos a  $-18^{\circ}C$ . No caso das verduras congeladas, o tempo de cocção é mais curto e as perdas de cor são menores.

## 2.5 – Cinética de resfriamento

No resfriamento de frutos segundo MOHSENIN (1980) duas teorias basicamente são empregadas à Lei de resfriamento de Newton e Lei de resfriamento de Fourier.

### 2.5.1 Lei de Newton para resfriamento

A lei de Newton diz que quando um objeto está sendo resfriado de uma temperatura inicial  $T_i$ , sob certas condições, a resistência ao fluxo de calor pode ser considerada apenas devido à resistência da superfície do objeto. Essas certas condições são:

I – a condutividade térmica,  $K$ , é alta comparada com a condutância na superfície do produto,  $h$ , de modo que Biot ( $B_i$ ) =  $h/k$  é menor do que 0,2.

II – o declive de temperatura dentro do objeto é insignificante.

III – a temperatura da superfície, em momento algum, é apreciavelmente diferente da temperatura interna média.

Assim, se de fato, a condição I existe, as outras duas condições também existirão. Desta forma, sob essas condições ou suposições, o fluxo de calor pode ser dado pela Lei de Newton para resfriamento, como se segue:

$$dQ / dt = - hA (T - T_f) \quad (2.28)$$

em que,

$hA$  => condutância de superfície,

$T$  => temperatura em algum ponto do produto,

$T_f$  => temperatura do fluido ambiente que circunda o produto.

Substituindo  $Q$  na Equação 2.29 tem-se:

$$c_p \rho V \frac{dT}{dt} = -hA(T - T_f) \quad (2.29)$$

Para o resfriamento com temperatura ambiente constante de  $t_f = t_a$ , e para os limites de tempo de zero até temperatura inicial  $T_i$ ; para  $T =$  temperatura estabelecido em um ponto qualquer, a Equação 2.28 pode ser escrita como:

$$\int_{T_i}^T \frac{dT}{(T - T_a)} = -\frac{hA}{c_p \rho V} \int_0^t dt \quad (2.30)$$

A solução dessa equação diferencial fornece a Equação (2.31) ou (2.32);

$$\ln (T_i - T_a) / (T - T_a) = (hA / c_p \rho V)t \quad (2.31)$$

ou

$$(T - T_a) / (T_i - T_a) = \exp[(-hA / c_p \rho V)t] \quad (2.32)$$

que indica que, sob o resfriamento Newtoniano, a temperatura do produto cai exponencialmente com o tempo. Além disso, a equação exponencial mostra que o intervalo de tempo necessário para o produto ter uma mudança de temperatura é diretamente proporcional a sua resistência térmica de superfície,  $1/hA$ ; a seu calor específico,  $c_p$ ; a sua massa específica,  $\rho$ ; e a relação entre o volume e sua área superficial,  $V/A$ . A equação também indica que levará um tempo infinito para atingir a condição estacionária em equilíbrio térmico com o ambiente, quando  $T$  aproxima-se  $T_a$ . No entanto, isso é apenas uma necessidade matemática, porque na prática, para uma alta condutividade, como adotado no início, a diferença entre  $T$  e  $T_a$  será extremamente pequena depois de um curto intervalo de tempo.

### 2.5.1.1 Taxa de resfriamento

Se o resfriamento segue a lei de Newton, como dado pela equação diferencial, então essa equação pode ser usada para determinar a taxa de resfriamento de um produto. A taxa de esfriamento, algumas vezes é dita como o coeficiente de resfriamento e é igual ao parâmetro  $(hA/c_p \rho \cdot V)$  na equação diferencial. Ela é portanto, uma medição das características do sistema de resfriamento através da condutância,  $h$ , e das propriedades físicas do produto sendo resfriado na sua área de superfície,  $A$ , calor específico  $c_p$ , massa específica,  $\rho$ , e volume,  $V$ .

Segundo MOHSENIN (1980) existe vários métodos para determinar a taxa de resfriamento pela observação dos dados de tempo e temperatura. Quando a taxa de resfriamento para uma dada condição é conhecida, ela pode ser usada para determinar o tempo necessário para se alcançar uma dada temperatura ou a temperatura que será obtida em um determinado tempo.

O primeiro método para determinar a taxa de resfriamento é o uso da inclinação da curva de resfriamento ao graficar-se a razão de temperatura  $(T_i - T_a / T - T_a)$  na vertical, em escala log, e o tempo  $t$  na escala aritmética horizontal em um papel semi-log. Assim, se a mudança de temperatura seguir a forma exponencial da equação, então uma linha reta será obtida com a intercessão  $y$  e a inclinação da reta será a quantidade  $hA/c_p \cdot \rho \cdot V$ . Esse parâmetro, no caso do resfriamento pode ser obtido como a taxa de resfriamento TR. Com base nessa interpretação, a equação, pode então ser escrita como:

$$TR = \left[ \frac{\ln \left( \frac{T_i - T_a}{T - T_a} \right)}{t} \right] \quad (2.33)$$

Na prática  $\ln (T_i - T_a / T - T_a)$  é graficado com o tempo,  $t$ , para dar uma linha de resfriamento com declividade para baixo e para a direita, podendo-se escrever a equação, como:

$$-TR = \left[ \frac{\ln \left( \frac{T_i - T_a}{T - T_a} \right)}{t} \right] \quad (2.34)$$

em que o sinal menos, que precede TR, indica uma declividade negativa. As unidades de taxa de esfriamento TR, como vista pela equação positiva são  $^{\circ}C/^{\circ}C.h$ , que pode ser dita como grau de diferença de temperatura por grau de diferença de temperatura por hora de resfriamento.

O segundo método para calcular a taxa de esfriamento é o uso da média logarítmica da diferença de temperatura, entre o produto e o ambiente. A expressão média logarítmica para TR pode ser obtida reescrevendo a equação anterior da seguinte forma:

$$TR = \left[ \frac{(T_i - T)/t}{\frac{(T_i - T_a) - (T - T_a)}{\ln[(T_i - T_a)/(T - T_a)]}} \right] \quad (2.35)$$

O significado físico da Equação 2.35 pode ser melhor compreendida se ela for apresentada da seguinte forma:

$$TR = \frac{\text{Redução de temperatura / período de resfriamento}}{\text{Média logarítmica da diferença de temperatura entre o produto e o ambiente}} \quad (2.36)$$

Onde RT é redução de temperatura, DTI e DTF são, respectivamente, diferenças de temperatura inicial e final entre o produto e o ambiente.

$$TR = \frac{RT/t}{\frac{DTI - DTF}{\ln(DTI/DTF)}} \quad (2.37)$$

### 2.5.2 Lei de Fourier para resfriamento

No caso geral de resfriamento de alimentos e produtos agrícolas, a condutância da unidade de superfície  $h$ , é alta com relação à condutividade térmica  $k$ , de modo que a temperatura da superfície muda mais rápido do que a temperatura interna e existe uma diminuição apreciável de temperatura. Em tais casos as condições esboçadas por Newton para o resfriamento normalmente existem e novas condições são impostas, ou seja:

1. A condutância da superfície,  $h$ , é alta comparada com a condutividade térmica do sólido  $k$ , de modo que  $h/k > 0,2$ .
2. A diminuição de temperatura média  $dT/dx$  não é pequena e varia com o tempo.
3. A temperatura média do interior do corpo é muito diferente da temperatura da superfície do sólido.

Nessas condições, a Lei de Fourier para resfriamento deve ser utilizada.

A equação diferencial de Fourier para temperatura em corpos sólidos é derivada da conservação de energia para um elemento de espaço infinitesimal CHAPMAN, (1960); ROHSENOW, (1961); GROEBER et al., (1961). A taxa líquida de condução de calor no elemento mais a taxa de geração de calor interno é igual a taxa de aumento de energia interna. Para um material isotrópico, onde uma fonte interna de calor está presente e a condutividade térmica não é constante, a condução de calor é dada pela forma geral da equação de Fourier em termos das 3 coordenadas cartesianas x, y, z como segue (ROHSENOW, 1961):

$$\frac{\partial (k\partial T)}{\partial x} + \frac{\partial (k\partial T)}{\partial y} + \frac{\partial (k\partial T)}{\partial z} + q_i = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.38)$$

onde  $q_i$  denota a taxa interna de geração de calor em  $J/h.m^3$ . Se a condutividade térmica  $k$  é uniforme e constante, então;

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_i}{k} = \frac{\rho c_p}{k} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.39)$$

para um material sem fonte interna de calor, a equação em coordenadas retangulares reduz-se a

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (2.40)$$

onde  $\alpha = k/\rho.c_p$  é a difusividade térmica,  $m^2/h$ . Nessas equações a derivada parcial é usada, visto que  $T$  pode depender de  $x, y, z$ . Note-se que em tais casos como secagem de produtos agrícolas, a condutividade térmica não permanece constante, porque tem dependência direcional como também dependência de tempo devido à mudança de umidade no produto. Para uma lâmina infinita de espessura uniforme  $2x_m$ , a temperatura varia numa direção apenas e a equação reduz-se a:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] \quad (2.41)$$

A solução analítica dessa equação com a origem no centro e dois lados expostos ao resfriamento, foi dada por Shneider citado por MOHSENIN (1980). A equação é:

$$\frac{T - T_a}{T_i - T_a} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\text{sen } \lambda_n}{\lambda_n + \text{sen } \lambda_n \cos \lambda_n} \right) \exp \left[ -\frac{\lambda_n^2 \alpha}{x_m^2} t \right] \cos \left[ \lambda_n \frac{x}{x_m} \right] \quad (2.42)$$

onde:  $\lambda_n =$  as raízes de  $\lambda_n \text{tg } \lambda_n = \frac{hx_m}{k}$  (2.43)

em que

$x_m =$  meia espessura, m

$x =$  distância do centro, m

e o subscrito n representa o enésimo termo que corresponde a enésima solução da função.

Para obter solução para cilindros ou esferas, a equação de condução pode ser convertida para coordenadas polares ou esféricas ou pode ser derivada em termos dessas coordenadas. Assume-se, portanto, que para cada uma dessas formas, as propriedades térmicas  $h$ ,  $k$ , e  $c_p$  e a característica dimensional  $x$  ou  $r$  são constantes com a temperatura e o tempo. É também assumido que o corpo tem temperatura inicial uniforme e está exposto à mudanças na temperatura ambiente.

A equação de Fourier em coordenadas cilíndricas é comparável a equação anterior (2.38), e segundo Rohsenow (1961) é dada como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_i}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.44)$$

onde  $r$ ,  $\phi$  e  $z$  são distância radial, ângulo polar e distância axial, respectivamente. Para um material com nenhuma fonte interna de calor,  $q_i$ , e condutividade térmica constante,  $k$ , a equação de Fourier comparável à Equação 2.39 para um cilindro infinito é:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (2.45)$$

Mas, quando só existe o transporte de calor no sentido radial a Equação 2.45 reduz-se a:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \quad (2.46)$$

A solução analítica para um cilindro infinito ou para um cilindro finito com bordas isoladas é dada por:

$$\frac{T - T_a}{T_i - T_a} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n} \left( \frac{J_1(\lambda_n)}{J_0^2(\lambda_n) + J_1^2(\lambda_n)} \right) \exp \left[ -\frac{\lambda_n^2 \alpha}{r_m^2} t \right] J_0 \left[ \lambda_n \frac{r}{r_m} \right] \quad (2.47)$$

onde:  $\lambda_n$  = as raízes para os enésimos valores onde:

$$\lambda_n \frac{J_1(\lambda_n)}{J_0(\lambda_n)} = \frac{hr_m}{k} \quad (2.48)$$

onde  $r_m$  é o raio do cilindro,  $r$  é a distância do centro e  $J_1$  e  $J_0$  denotam a ordem da função de Bessel.

Para coordenadas esféricas, a equação de Fourier para condução é comparável a Equação 2.38 e pode ser escrita como:

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \sin \phi \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{\sin^2 \phi} \frac{\partial^2 T}{\partial \psi^2} \right] + \frac{q_i}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.49)$$

onde  $\phi$  e  $\psi$  são os ângulos referentes a longitude e latitude, respectivamente. Para um material sem geração de calor interna e condutividade térmica constante, a equação de Fourier para produto esféricas pode ser reduzida para:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \sin \phi \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{\sin^2 \phi} \frac{\partial^2 T}{\partial \psi^2} \right] \quad (2.50)$$

Se a temperatura não varia com  $\phi$  e  $\psi$ , então a Equação 2.50 é escrita como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \quad (2.51)$$

A solução analítica da Equação 2.50 foi dada por APACI (1966) e é deduzida no Apêndice B, sendo a sua solução final como:

$$\frac{T - T_a}{T_i - T_a} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\text{sen}(\lambda_n) - \lambda_n \cos(\lambda_n)}{\lambda_n - \text{sen} \lambda_n \cos \lambda_n} \right) \exp \left[ -\frac{\lambda_n^2 \alpha}{r_m^2} t \right] \left[ \frac{\text{sen} \left( \lambda_n \frac{r}{r_m} \right)}{\lambda_n \frac{r}{r_m}} \right] \quad (2.52)$$

onde

$$\frac{\lambda_n}{\text{tg} \lambda_n} = 1 - \frac{hr_m}{k} \quad (2.53)$$

Quando a temperatura é tomada no centro do produto à Equação 2.53 é simplificada para:

$$\frac{T - T_a}{T_i - T_a} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\text{sen}(\lambda_n) - \lambda_n \cos(\lambda_n)}{\lambda_n - \text{sen} \lambda_n \cos \lambda_n} \right) \exp \left[ -\frac{\lambda_n^2 \alpha}{r_m^2} t \right] \quad (2.54)$$

Visto que as soluções analíticas dessas equações, especialmente sem a ajuda de um computador, levam a somas tediosas de séries infinitas, as soluções estão disponíveis em forma de gráfico desenvolvido desde 1919. Para desenvolver as soluções gráficas, a Equação 2.54, por exemplo, pode ser representada pela seguinte forma:

$$\frac{T - T_a}{T_i - T_a} = f \left( \frac{\alpha t}{r_m^2}, \frac{hr_m}{k}, \frac{r}{r_m} \right) \quad (2.55)$$

### 2.5.3 Critério para escolha do método de solução dos problemas de transferência de calor

As leis de Newton e Fourier para resfriamento, leva em consideração uma série de condições que foi dada para cada uma das duas teorias, antes que elas pudessem ser aplicadas a um problema de resfriamento. O conjunto de condições fornecidas, para cada caso, foi baseado na magnitude do número Biot,  $h/k$ . De acordo com as propriedades do

corpo e do fluido ambiente, como também, das condições de fluxo do fluido que circunda o corpo, essa proporção pode ser muito grande, muito pequena ou de valor intermediário.

Quando  $h/k$  é muito pequeno (menos de 0,2) a temperatura do corpo é substancialmente uniforme. Essa condição pode ser realizada quando a condutividade,  $k$ , é tão grande que permite o calor fluir rapidamente por meio do corpo, com a variação de temperatura aproximando-se de zero. Também, uma pequena superfície unitária de condutância,  $h$ , dificulta o fluxo rápido de calor através da superfície, fazendo o corpo permanecer em temperatura uniforme. Do mesmo modo, quando o corpo é de tamanho pequeno há pouca distância na qual a temperatura pode ser alterada, o que também contribui para a condição de temperatura uniforme do corpo. Essa situação pode surgir para um pequeno objeto com condutividade térmica alta que esta envolta pelo ar parado.

Quando  $h/k$  é grande (mais de 10), raciocínio semelhante mostra que a diferença de temperatura entre a superfície e a fronteira é desprezível e que a maior mudança de temperatura ocorre da superfície do corpo ao centro. Um exemplo desse caso é um objeto grande com baixa condutividade térmica em um banho de líquido agitado.

O terceiro caso é quando a combinação de valores de  $h$ ,  $r$  e  $k$  leva a um valor de  $h/k$  intermediário, entre 0,2 e 10. Em tais condições, nem há mudança de temperatura da superfície do corpo para o fluido ambiente, como também não há mudança nas condições de fluxo de fluido em torno do corpo.

#### **2.5.4 O fator de atraso (J)**

Segundo BHOWMIK & HAYAKAWA (1979) o fator  $J$  representa o coeficiente de intersecção com o eixo vertical de temperatura na porção linearizada quando se grafica a curva de resfriamento de um corpo em um papel semi-log.

De forma geral a avaliação de  $J$ , pelo método gráfico apresenta pouca precisão, porém, a precisão é melhorada quando a curva de resfriamento apresenta uma porção favoravelmente reta. Outros dois fatores contribuem de forma considerável para a variação do valor de  $J$ . O primeiro, é quando a forma do produto não é exatamente definida, o traçado da reta torna-se mais sujeito a imprecisão, sendo que qualquer variação no traçado da linha, causa pequenas variações no valor de  $f$ , porém, grandes variações no valor de  $J$ . O

segundo é causado por erro na colocação dos termopares ou provocado por problema de condução que novamente vem exercer pequena influência no valor de  $f$ , mas com efeito crítico no valor de  $J$ . Desta forma  $J$  pode ser usado para o cálculo do número de Biot, entretanto no número Biot calculado usando o valor de  $f$  é mais confiável (KOPELMAN et al., 1966)

Quando a curva coincide com uma assíntota de linha reta e sendo os valores dos fatores  $J$  e  $f$  conhecidos, é possível plotar a curva de resfriamento de um produto representado em um gráfico monolog para longos períodos de tempo (SPAGNOL, 1989).

Havendo uma convergência rápida da série que é representada pela Equação 2.53, todos os termos após o primeiro tornam-se desprezíveis e o resultado conduz a solução obtida por Airton e Perry, citados por MOHSENIN (1980) em que se tem uma curva logarítmica simples da forma:

$$\frac{T - T_r}{T_i - T_r} = J \exp\left(-\frac{1}{f}t\right) \quad (2.56)$$

onde,

$$J = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\text{sen}(\lambda_n) - \lambda_n \cos(\lambda_n)}{\lambda_n - \text{sen} \lambda_n \cos \lambda_n} \right) \quad (2.57)$$

e

$$\frac{1}{f} = \frac{\lambda_n^2 \alpha}{r_n^2} \quad (2.58)$$

Onde  $J$  e  $1/f$ , representam, respectivamente, o fator de atraso e a taxa de resfriamento do objeto, obtida da inclinação da porção reta da curva de resfriamento.

O processo de aquecimento e resfriamento, em produtos biológicos, resulta em um coeficiente de filme muito maior que a condutividade térmica, conseqüentemente a troca de calor na superfície é muito mais rápida do que no interior do produto, o que resultando em um apreciável gradiente (MOHSENIN, 1980). Desta forma, a razão  $K/h$ ,

tende a zero, tornando viável a utilização das cartas de GURNEY e LURIE (1923), WILLIAMSON e ADAMS (1919) ou outras. Nestas cartas, utilizando-se o número de Fourier ( $F_o$ ) obtém-se a condutividade térmica.

$$F_o = \frac{kt}{\rho c_p r^2} \quad (2.59)$$

$$F_o = \frac{\alpha t}{r^2} \quad (2.60)$$

em que,

$t \Rightarrow$  Tempo de duração do processo, h;

$\rho \Rightarrow$  Massa específica do produto,  $\text{kg.m}^{-3}$ ;

$c \Rightarrow$  Calor específico do produto,  $\text{J.kg}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ ;

$r \Rightarrow$  raio do produto; m

$\alpha \Rightarrow$  difusividade térmica do produto,  $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ .

McADAMS (1954) desenvolveu equações para calcular o coeficiente de filme em cilindros e esferas imersos em água ou ar. Estas equações são definidas em função dos números de Reynolds, Nusselt ou Prandtl.

### 2.5.5 Meio tempo de resfriamento

GUILLOU (1958) estabeleceu um parâmetro matemático relacionado com a taxa de resfriamento, muito aceito por pesquisadores, que é o tempo no qual a diferença de temperatura entre o objeto e o meio é reduzida pela metade. Este conceito foi definido como o meio tempo de resfriamento ( $Z$ ) que, por definição, passou a ser a metade do tempo entre a temperatura do objeto e a temperatura de resfriamento do meio refrigerante.

No caso da aplicação da Lei de Newton para resfriamento, considerando-se o meio tempo de esfriamento como  $z$ , e substituindo-se na equação de Newton como  $t = z$  e  $(t - t_a) = \frac{1}{2} (t - t_a)$  a equação ficaria na seguinte conformação:

$$Z = \frac{\ln 2}{TR} \quad (2.61)$$

Se os dados de temperatura em função tempo estão disponíveis, pode-se então estimar o meio tempo de esfriamento  $z$ , somente pela observação dos dados de resfriamento. Esse método, porém, não é tão preciso quanto computado o meio tempo de esfriamento  $z$  pela taxa de resfriamento e o uso da equação anterior.

Para determinar a diferença de temperatura  $(t - t_a)$  em duas vezes o meio tempo de resfriamento,  $t = 2z$ , pode ser substituída a expressão  $TR$  da Equação 2.32 na Equação 2.60 e a expressão é dada por:

$$Z = \frac{(\ln 2)T}{\ln(T_i - T_a)/(T - T_a)} \quad (2.62)$$

Essa substituição denota que após  $2z$  horas, a diferença de temperatura é  $1/4$  da diferença de temperatura inicial. Semelhantemente, para  $t = 3z$  e  $t = 4z$ , as diferenças de temperatura virão a ser  $1/8$  e  $1/16$  da diferença de temperatura inicial, respectivamente. Essa relação pode ser escrita como;

$$(T - T_a) / (T_i - T_a) = (1/2)^n \quad (2.63)$$

onde  $n$  é o múltiplo dos tempos de resfriamento, isto é 1,2,3,4, etc.

A ilustração gráfica desse conceito é mostrada na Figura 9.

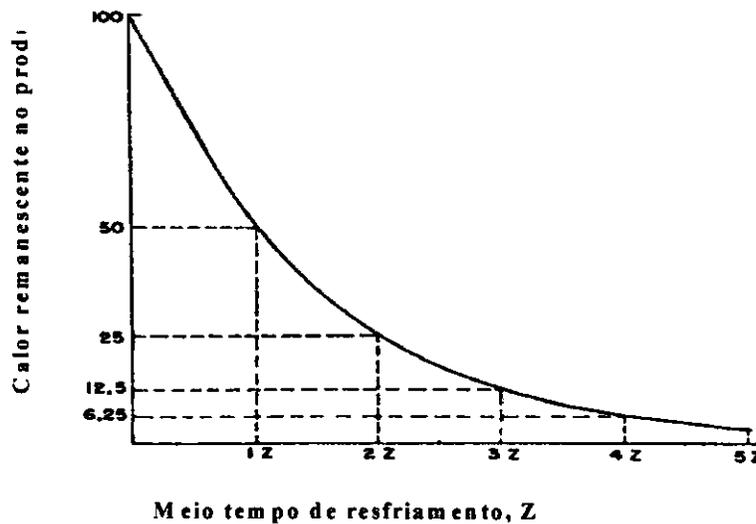


Figura 9 – Múltiplos tempos de meio de resfriamento necessários para dissipação de várias frações de calor inicial do produto.

Segundo PFLUG & BLAISDELL (1963) quando se trabalha com resfriamento de um produto, o Engenheiro ou Pesquisador, normalmente escolhe o fator Z, ou o fator f para seu estudo, estando esta escolha em conformidade com a sua conveniência. Entretanto, KUSHMAN (1962) menciona que quando se quer construir as curvas de resfriamento de um produto, a indústria de alimentos usa amplamente o fator f, representando o tempo para uma redução de 90% na temperatura do objeto, no entanto alguns pesquisadores preferem o uso do fator Z.

SPAGNOL (1989) em seus estudos, relacionou o meio tempo de resfriamento (Z) com a taxa de resfriamento (TR) e o fator de atraso (J): e obteve a seguinte expressão:

$$Z = \frac{\ln(2J)}{TR} \quad (2.64)$$

### 2.5.6 – Cinética de congelamento

Quando os alimentos não podem ser conservados apenas pelo seu resfriamento, torna-se necessário congelá-lo, pois a diminuição de temperatura provoca uma inibição das atividades biológicas, tanto no produto como dos seus microorganismos associados. No entanto, no processo de congelamento, alguns fatores têm que ser levados em

consideração, pois, ao se descongelar o produto este poderá não ser mais um organismo vivo, nem suas estruturas celulares serão as mesmas, em termos físicos, podendo algumas dessas células se desestruturar por ação da expansão da fração de água existente nos produtos alimentícios como frutas. Contudo, o congelamento ainda se apresenta como uma excelente opção para a indústria de processamento, nos períodos onde não existe safra, pois o produto final a ser produzido não é um produto “in natura” e sim um produto desestruturado, que tem como forma final uma polpa congelada, um sorvete, um frozen ou outros produtos alimentares processados.

Diante desses fatos, a cinética de congelamento é um parâmetro na indústria de alimentos, de grande importância econômica e operacional.

Segundo KASAHARA et al. (1986), uma forma prática de conhecer a evolução de um processo de congelamento, é através da variação de temperatura do alimento em função do tempo durante o processo. Segundo NEVES FILHO (1991), no caso de sistemas biológicos ou de alimentos, o processo torna-se extremamente complexo em função de um grande número de variáveis. No entanto, até que a temperatura da água, contida em vegetais, principie a congelar, depende do seu teor de sólidos solúveis.

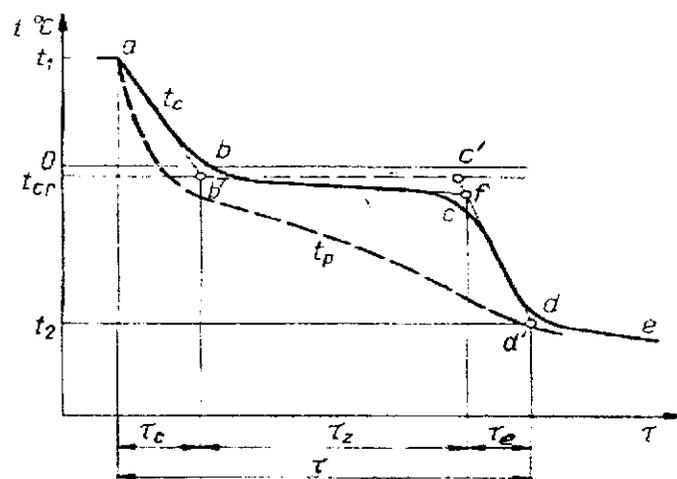
Os alimentos e os sistemas complexos em geral, geram curvas de congelamento típicas, por isso que não se congela a uma temperatura definida, a não ser que o produza através de um alimento. A existência de mais de um soluto, e a presença de diversas estruturas celulares, explicam em grande parte este fenômeno (KASAHARA et al., 1986).

Segundo Heldman, citado por KASAHARA et al. (1986), a progressiva variação da temperatura do alimento, em função do tempo de congelamento, tem diversas conotações e implicações em relação ao seu comportamento térmico. Durante o congelamento, a fração de água congelada muda continuamente com a temperatura, o qual explica, a permanente mudança que se percebe das propriedades térmicas. Segundo o mesmo autor, quando um processo de transferência calórica toma lugar em uma condição transiente, a propriedade térmica que tem especial importância é a difusividade térmica  $\alpha$ , por quanto este parâmetro nos permite estabelecer a rapidez com que o calor se difunde no produto que se congela, e conhecer o grau de dependência que existe, para uma localização dada ao produto, entre a temperatura e o tempo.

As propriedades termofísicas dependem em certo grau da temperatura, sendo importante conhecer estas propriedades para estimar os fenômenos de altas e baixas temperaturas. As propriedades termofísicas necessárias de conhecer são: densidade, calor específico e difusividade térmica. Estas propriedades têm grande mudança durante o congelamento, como consequência da diminuição da temperatura e da mudança de estado da água presente no produto, sendo necessário conhecê-las por ser em parâmetros que influem na velocidade e no tempo de congelamento (KASAHARA et al., 1986).

De acordo com GRUDA e POSTOLSKI (1986), a velocidade de congelamento de um produto alimentício depende dos seguintes fatores: método de congelamento, tamanho, composição química, propriedades físicas do produto e tipo de embalagem. Devido a estes fatores, a curva de congelamento decorre mais ou menos a linha horizontal que se desvia para cima ou para baixo. Em cada caso pode-se determinar as três etapas, que corresponde às fases do processo de congelamento. Na Figura 10, se expressa graficamente a curva típica do processo de congelamento de alimentos.

Na primeira fase, que corresponde ao tempo decorrido de a a b, se produz o resfriamento do produto a congelar, desde a temperatura inicial  $t_0$  até a temperatura crioscópica  $t_{cr}$ .



**Figura 10** – Curva de congelamento de um produto alimentício (GRUDA e POSTOLSKI, 1986).  $t_c$  – Temperatura do centro do produto;  $t_p$  – Temperatura da superfície do produto;  $t_1$  e  $t_2$  – Temperatura inicial e final do produto, respectivamente.  $a-b'-c'd'$  – Curva teórica de congelamento,  $a-b-c-d-e$  – Curva real de congelamento.

O tempo decorrido de b a c corresponde ao congelamento, esse estágio tende a decorrer horizontalmente, o suco celular aumenta como também aumenta a quantidade de água congelada, reduzindo constantemente o ponto crioscópico. Gerando assim uma curva diferente da horizontal, é o ponto que a curva começa bruscamente a cair (ponto c) onde se inicia uma nova fase, que é o pós-congelamento. Nesta fase de c a d, é o período de redução da temperatura, que corresponde na maioria dos alimentos a um congelamento de, aproximadamente, 73% da quantidade total de água. Como o congelamento prossegue em ambas as fases do processo de congelamento, e pós-congelamento, decorrem de maneira simultânea entre o estágio de c a d.

Como se pode observar é difícil no caso de congelamento, encontrar uma única equação que represente o fenômeno de congelamento, mesmo porque durante este processo existem mudanças de fase do alimento como um todo e de seus constituintes. Como já citado anteriormente, além das mudanças das propriedades termofísicas, há que se levar em consideração a temperatura de congelamento, pois esta passa também a ser um fator importante da cinética de congelamento, por que dependente dessa temperatura está o tamanho de formação dos cristais de gelo e a sua forma, que pode acarretar danos às estruturas celulares.

Segundo MONTEIRO FILHO (2001) um dos grandes problemas do congelamento está relacionado com a formação de cristais de gelo no interior das células do produto, o que provoca sua perda de qualidade. Normalmente, o congelamento convencional, traz maiores problemas que o congelamento criogênico ou a baixas temperaturas. MILLER et al. (1982) estudando produtos congelados convencionalmente e em nitrogênio líquido, armazenados por um período de 24 meses, determinou que ao longo do armazenamento, a qualidade do produto foi decrescendo, mas concluiu que, quando congelada em temperaturas muito baixas (nitrogênio líquido), apresentava uma melhor aparência desse produto do que quando congelado convencionalmente. Normalmente, alimentos submetidos à temperaturas muito baixas de congelamento, apresentam qualidade superior devido, principalmente, à dimensão, número, e localização dos cristais de gelo .

Nas Figuras 10A e 10B são mostrados a formação de cristais em congelamento convencional e em congelamento a baixas temperaturas (-120°C), respectivamente.



Figura 11 - Formação de cristais de gelo no congelamento convencional ( $-18^{\circ}\text{C}$ ) e no congelamento a baixas temperaturas ( $-120^{\circ}\text{C}$ )

Para descrever a cinética de congelamento de um produto, muitos autores CALVELO, (1986); KASAHARA, et al., (1986); FERNANDES FILHO, (2001) tem recorrido às equações tradicionais de transferência de calor, no entanto, a equação é aplicada para fase do processo. No caso específico de fruta, tem-se utilizado o resfriamento unidirecional radial, considerando o fruto como uma esfera de igual volume do fruto (raio equivalente), sendo que a equação utilizada neste caso é a Equação 2.51, descrita anteriormente.

### 2.5.7 – Difusividade térmica

Na análise da transferência de calor, é necessário usar muitas propriedades dos materiais. Conforme INCROPERA & WITT (1992), essas propriedades são, em geral, denominadas propriedades termofísicas e incluem duas categorias distintas, as propriedades de transportes e as propriedades termodinâmicas. As propriedades de transportes incluem os coeficientes de taxas de difusão, a condutividade térmica, entre outras. As propriedades termodinâmicas, por outro lado, referem-se a estados de equilíbrio do sistema. A densidade ( $\rho$ ) e o calor específico ( $C_p$ ) são duas destas propriedades que se usam intensamente na análise termodinâmica.

Quando um processo de transferência de calor satisfaz uma condição transiente, a propriedade térmica que mostra especial importância é a difusividade térmica ( $\alpha$ ), sendo que este parâmetro permite, por um lado, estabelecer a rapidez com que o calor se difunde no material que se esfria ao calor e por outro, conhecer o grau de dependência que existe, para uma situação dada ao produto, entre a temperatura e o tempo.

O fluxo de calor ( $q$ ) é a taxa de transferência de calor na direção ( $x$ ), e é proporcional ao gradiente de temperatura,  $dT/dx$ , nesta direção. A constante de proporcionalidade ( $k$ ) é uma propriedade de transporte conhecida como a condutividade térmica e é característica do material.

HELDMAN (1982), relata que a difusividade térmica pode ser expressa em função de outras propriedades térmicas, de tal forma que,

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (2.65)$$

em que,

$k$  → condutividade térmica

$\rho$  → densidade

$\alpha$  → difusividade térmica

$c_p$  → calor específico

Os materiais que têm uma difusividade térmica alta, podem ser aquecidos ou resfriados rapidamente, enquanto que substâncias com uma baixa difusividade térmica se aquecem ou resfriam lentamente. Assim, a difusividade térmica é uma propriedade importante quando se consideram situações de transferência de calor em estado não estacionário (LEWIS, 1993).

BHOWMIK et al. (1979) afirma que a difusividade térmica é necessária na determinação das curvas de temperatura de alimentos, durante processos de transferência de calor para a delimitação dos próprios procedimentos usados nestas operações.

Para descrever o resfriamento ou o congelamento do produto, diversos pesquisadores entre eles CALVELO, (1986); KASAHARA, (1986) tem recorrido às equações tradicionais de transferência de calor e suas diferentes soluções específicas para cada caso.

PAIVA et al. (1998) determinaram a difusividade térmica de duas variedades de melão (*Cucumis melo*, L) a uma temperatura de pré-resfriamento de 15°C e de resfriamento a 5°C, no centro dos melões. Na Tabela 2, estão os valores encontrados através da equação de transferência de calor para duas variedades de melões.

Tabela 2 - Valores das características físicas, difusividade e condutividade térmica do melão de denominação comercial “espanhol” e “orange”

Discriminação	Dimensões	Melão	
		“espanhol”	“orange”
Comprimento (C)	m	$200,06 \cdot 10^{-3}$	$145,00 \cdot 10^{-3}$
Largura (L)	m	$154,07 \cdot 10^{-3}$	$150,08 \cdot 10^{-3}$
Espessura (e)	m	$149,03 \cdot 10^{-3}$	$144,08 \cdot 10^{-3}$
Volume (V)	$m^3$	$3,207 \cdot 10^{-3}$	$2,189 \cdot 10^{-3}$
Raio da esfera equivalente (R)	m	$91,5 \cdot 10^{-3}$	$80,5 \cdot 10^{-3}$
Massa específica ( $\mu$ )	$kg \cdot m^{-3}$	1038,6	993,7
Fator de atraso (J)	adimensional	1,088	1,088074
Raiz da equação transcendental ( $M_i$ )	adimensional	0,920685	0,921052
Difusividade térmica (a)	$m^2 \cdot s^{-1}$	$0,3915 \cdot 10^{-6}$	$0,4462 \cdot 10^{-6}$
Condutividade térmica (K)	$J \cdot s^{-1} \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$	1,468	1,745

Fonte: PAIVA et al. (1998)

### **3 – MATERIAIS E MÉTODOS**

O trabalho foi desenvolvido no Laboratório de Armazenamento e Processamento de Produtos Agrícolas do Departamento de Engenharia Agrícola, da Universidade Federal da Paraíba.

Os frutos utilizados neste experimento foram adquiridos na central de abastecimento agrícola da cidade de Campina Grande – PB.

Os frutos, logo após serem adquiridos, foram transportados em caixas plásticas de 2 litros para o Laboratório de Armazenamento e Processamento de Produtos Agrícolas, sendo todo o transporte realizado à temperatura ambiente.

No laboratório procedeu-se uma lavagem e uma seleção dos frutos de cajá, dando-se preferência àqueles que apresentavam melhor aparência externa, casca íntegra, sem furos, rachaduras ou manchas causadas por agentes agressivos.

A escolha, quanto ao grau de maturação, foi decidido conforme preferência popular predominante, que busca um produto ligeiramente maduro, que tem casca amareladas e uma polpa firme.

#### **3.1 – Determinação das propriedades físicas**

##### **3.1.1 - Consistência**

Foi determinado utilizando um penetrômetro modelo FT-327, constituído de uma haste, cuja extremidade é uma ponta de 8mm de diâmetro (Figura 12).

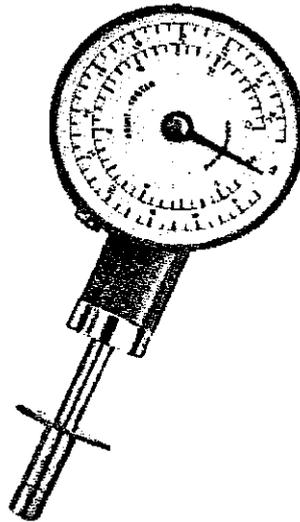


Figura 12 – Penetrômetro

O processo de medição foi feito segurando-se firmemente o fruto com uma das mãos e com a outra se inseria a ponta de 8 mm de diâmetro contra a superfície do fruto. A medida foi obtida pela força necessária para vencer a resistência dos tecidos até uma profundidade de 1,0mm.

A medida de consistência dos frutos de cajá foi realizada em 25 exemplares, tendo esses o mesmo padrão de maturidade.

### 3.1.2 - Dimensões

As medições de tamanho foram feitas utilizando-se um paquímetro MITUTOYO com divisões de 0,02 mm, sendo realizadas medidas nos três eixos mutuamente perpendiculares.

### 3.1.3 – Volume

O volume foi determinado pelo método de deslocamento de massa de água, como descrito por MOHSENIN (1978). Neste método são feitas 3 pesagens. A primeira pesagem é a massa da fruta, como pode ser visto na Figura 13 (a). A segunda pesagem, Figura 13 (b), é a massa de um recipiente contendo água. Por fim, sustentada por uma haste, a fruta é

forçada para dentro do recipiente com água, até sua total submersão sem, no entanto, tocar as superfícies do recipiente, neste momento, é feita a terceira pesagem, Figura 13 (c).

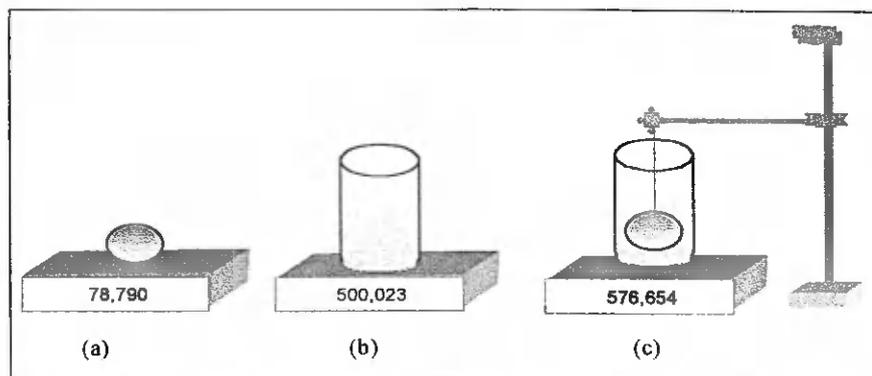


Figura 13 - Método do deslocamento de massa de água para o cálculo do volume e da massa específica.

A terceira leitura feita com a fruta submersa menos o peso do recipiente + água é o peso da água deslocada, a qual é usada na Equação 2.10 para o cálculo do volume.

### 3.1.4 - Circularidade

A circularidade foi determinada pela Equação 2.1, sendo que com o auxílio de um retroprojektor cada fruto de cajá foi projetado na posição natural de repouso, onde seus contornos foram desenhados em papel milimetrado, Figura 14, sendo também estabelecida uma escala entre o tamanho do objeto real e a sua projeção. Da relação entre a área projetada e a área do menor círculo que circunscribe o produto, foi determinada a circularidade do fruto de cajá.

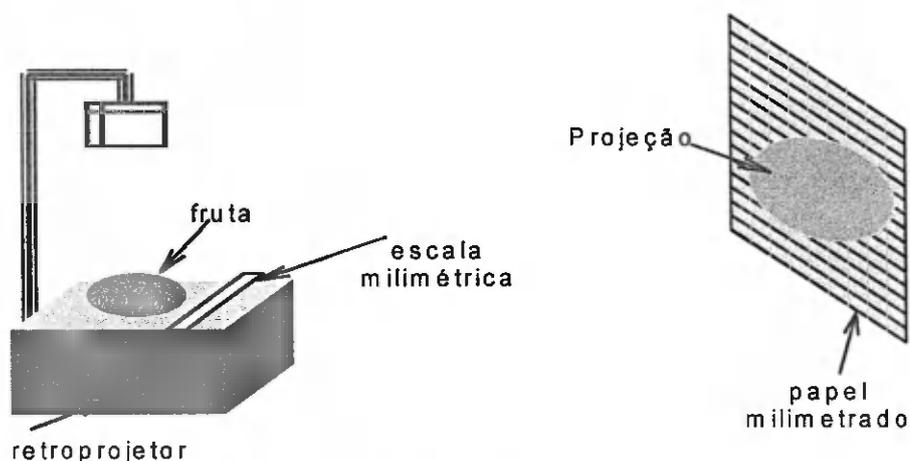


Figura 14 – Experimento de projeção das frutas

### 3.1.5 - Esfericidade

A esfericidade foi determinada a partir da projeção da fruta na posição de repouso e utilizando-se a seguinte fórmula:

$$\varphi = \frac{D_i}{D_c} 100\% \quad (3.1)$$

em que,

$D_i$  = Diâmetro da maior circunferência inscrita na projeção do objeto, em posição de repouso (m)

$D_c$  = Diâmetro da menor circunferência que circunscreve a projeção do objeto, em posição de repouso (m)

Um valor 100% indica que a partícula é exatamente esférica.

### 3.1.6 – Massa específica

A massa específica do fruto de cajá ( $\rho_{fruta}$ ) foi obtida pela relação entre a massa do fruto e determinando-se o seu volume.

$$\rho_{fruta} = \frac{m}{v} \quad (3.2)$$

em que

$\rho_{fruta}$  = massa específica,  $\text{kg.m}^{-3}$

$m$  = massa da fruta, kg

$v$  = volume da fruta,  $\text{m}^3$

### 3.1.7 – Calor específico

O calor específico do fruto cajá foi obtido pelo método das misturas, em um calorímetro (Figura 15), que consiste em determinar, inicialmente, a capacidade calorífica do calorímetro e em seguida o calor específico do fruto.

Para determinar a capacidade calorífica do calorímetro colocou-se aproximadamente 100,0 g de água destilada à temperatura ambiente ( $T_1$ ). Em seguida

adicionou-se outras 100,0 g de água destilada a uma temperatura fria ( $T_2$ ). O calorímetro foi agitado por 3 minutos, para atingir a temperatura de equilíbrio ( $T_3$ ). A capacidade calorífica do calorímetro foi obtida por meio da seguinte equação de balanço de calor:

$$c_1 m_1 (T_1 - T_3) + C_{cal} (T_1 - T_3) = c_2 m_2 (T_3 - T_2) \quad (3.3)$$

em que,

$c_1 = c_2$  = calor específico da água (1 cal/g°C)

$m_1$  = massa de água a temperatura ambiente, °C

$m_2$  = massa de água a temperatura fria, °C

$T_1$  = água a temperatura ambiente, °C

$T_2$  = água a temperatura fria, °C

$T_3$  = água a temperatura de equilíbrio da mistura, °C

$C_{cal}$  = capacidade calorífica do calorímetro (cal/°C)

Conhecida a capacidade calorífica do calorímetro ( $C_{cal}$ ), colocou-se no interior do calorímetro uma amostra de, aproximadamente, 100g de cajá a uma temperatura  $T_4$ . Fechou-se o calorímetro rapidamente e agitou-se o aparelho por 3 minutos para promover, no interior do calorímetro, um novo equilíbrio ( $T_5$ ). O calor específico do fruto cajá foi determinado seguindo-se a seguinte equação de equilíbrio termodinâmico:

$$m_f c_f (T_4 - T_5) = c_1 m_1 (T_5 - T_3) + c_{cal} (T_5 - T_3) \quad (3.4)$$

em que,

$c_1$  = calor específico da água, 1 cal/g°C

$m_f$  = massa do fruto, g

$m_a$  = massa total de água ( $m_1 + m_2$ ), g

$T_4$  = temperatura da amostra de cajá, °C

$T_5$  = temperatura de equilíbrio da mistura de cajá, °C

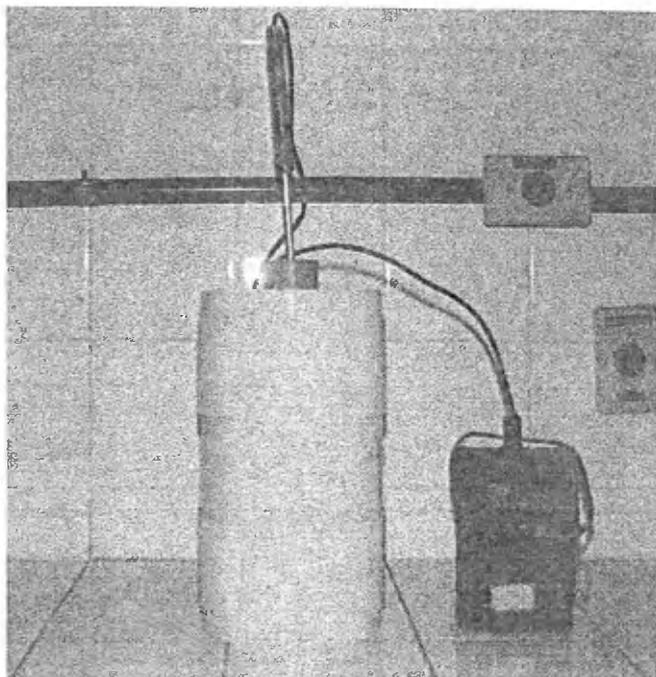


Figura 15 - Calorímetro

### 3.2 – Determinação das características químicas

#### 3.2.1 – pH

O pH foi determinado por meio do método eletrométrico, utilizando-se um potenciômetro de marca DIGEMED, tipo DMPH-2. Este aparelho exige uma calibração prévia em soluções padrão de pH já conhecido, ou seja, pH 4,0 e 7,0 a 20°C.

#### 3.2.2 – Sólidos solúveis (°Brix)

Para a análise dos sólidos solúveis, cada fruto foi cortado no sentido longitudinal, isto é, na posição da inserção do pedúnculo para o ápice, onde foi retirada uma porção de polpa. A porção da polpa retirada foi espremida até cair uma ou duas gotas sobre o prisma do refratômetro, do tipo manual, da marca ATAGO, com leitura direta no aparelho. Os resultados foram expresso em °Brix a 25°C.

### **3.3 – Resfriamento e congelamento de frutas**

#### **3.3.1 – Resfriamento de frutas**

Foram selecionados frutos, recém colhidos, dando-se preferência àqueles com melhor aparência para comercialização.

Para o resfriamento das frutas foram utilizadas câmaras de refrigeração, com temperaturas controladas a 5°C, 10°C e 15°C.

Em cada fruto foram colocados 2 termopares de 0,3mm, sendo que o primeiro foi introduzido logo depois da epiderme do fruto e outro no final da polpa. Estes termopares foram conectados a um registrador multicanal, marca Digi-sensi. Os dados de temperatura foram registrados a cada 5 minutos, para as temperaturas de 5 e 10°C, e a cada 2 minutos para a temperatura de 15°C. O término dos registros das temperaturas se deu quando o segundo termopar atingia à temperatura de resfriamento de cada câmara de resfriamento.

Todos os dados para obtenção da cinética de resfriamento foram realizados em triplicata.

#### **3.3.2 – Congelamento de frutas**

Esta operação foi realizada utilizando o aparelho Kryostat modelo N-180 (Figura 16) que permite controlar a temperatura em sua câmara entre -30 a -180 °C. O controle de cada temperatura é feito, pelo aparelho, em função da vazão mássica de um fluido refrigerante que, neste caso, é o nitrogênio líquido (Figura 17).

Para determinar a cinética de congelamento do fruto cajá, procedeu-se da mesma forma que o realizado na cinética de resfriamento, ou seja, em cada fruto foram colocados 2 termopares de 0,3mm conectados a um registrador multicanal marca Digi-sensi, sendo as localizações dos termopares em posições idênticas às adotadas durante o resfriamento do fruto.

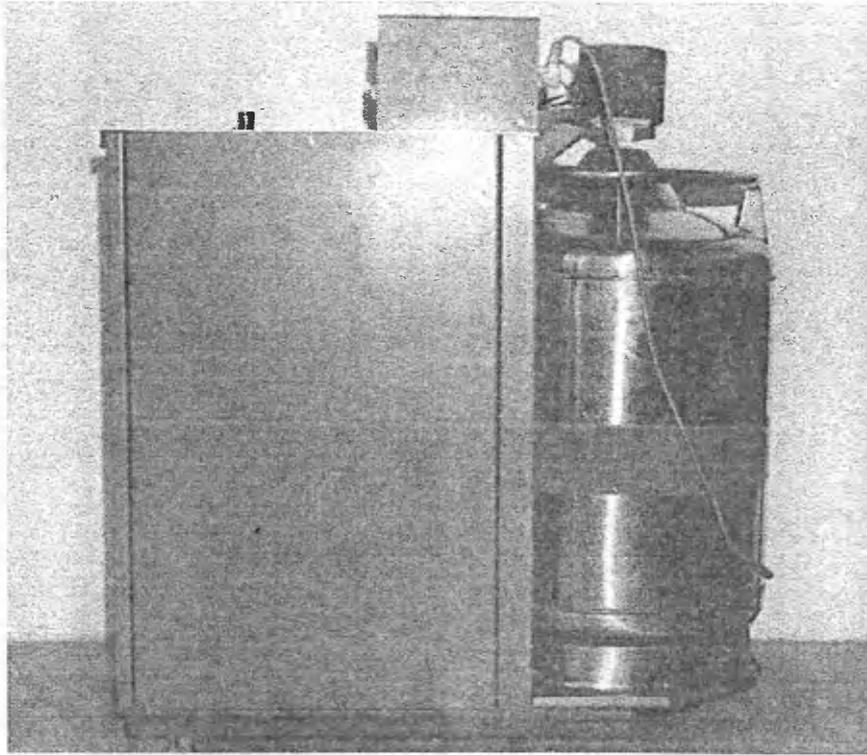


Figura 16 – Aparelho Kryostast Modelo N-180

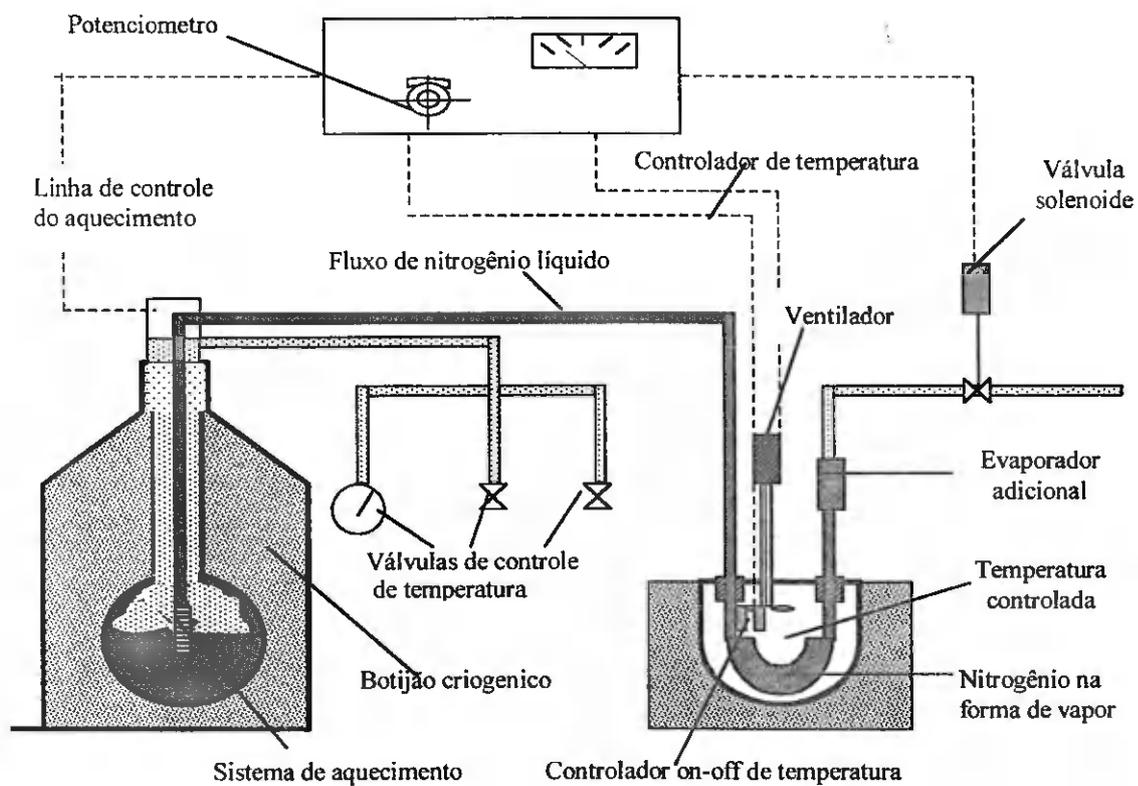


Figura 17 – Sistema de funcionamento do Kryostast.

Os dados de temperatura foram registrados a cada 2 minutos, para as temperaturas de  $-30$ ,  $-60^{\circ}\text{C}$  e  $-90^{\circ}\text{C}$ , até que o segundo termopar atingisse a temperatura próxima a de equilíbrio.

Todos os dados para obtenção da cinética de congelamento também foram realizados em triplicata.

### 3.3.3 – Tratamento matemático

Com os dados experimentais das curvas de resfriamento dos frutos cajá, foram obtidos os parâmetros fator de atraso ( $J$ ) e a difusividade térmica ( $\alpha$ ), utilizando-se a equação de Fourier de acordo com PLUG & e BLAISDELL (1963). A equação utilizada foi:

$$\psi(\eta, F_0) = 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[\text{sen}(\lambda_i) - \lambda_i \cos(\lambda_i)]}{\lambda_i (\lambda_i - \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_i))} e^{-\lambda_i^2 F_0} \frac{[\text{sen}(\lambda_i \eta)]}{\lambda_i \eta} \quad (3.5)$$

que foi transformada em:

$$\psi(\eta, F_0) = J' e^{-Kt} \quad (3.6)$$

onde o fator de atraso  $J'$  é dado por:

$$J' = 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[\text{sen}(\lambda_i) - \lambda_i \cos(\lambda_i)]}{\lambda_i (\lambda_i - \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_i))} \frac{[\text{sen}(\lambda_i \eta)]}{\lambda_i \eta} \quad (3.7)$$

e

$$F_0 = \frac{\alpha}{R^2} t \quad (3.8)$$

$$\eta = \frac{r}{R} \quad (3.9)$$

$$K = \frac{\lambda_1^2 \alpha}{R^2} \quad (3.10)$$

Para obtenção desses parâmetros foram utilizados os programas computacionais Statistica versão 5.0 e o Origin versão 5.0.

### 3.3.4. Condutividade térmica

A condutividade térmica do cajá foi determinada por meio da Equação 2.65, que relaciona a difusividade térmica com a densidade, calor específico e a condutividade térmica. Essa equação foi reorganizada isolando-se a condutividade térmica e ficou da seguinte forma:

$$k = \alpha \cdot \rho \cdot C_p$$

em que,

$k$  = condutividade térmica,  $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

$\rho$  = densidade,  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

$\alpha$  = difusividade térmica,  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

$c_p$  = calor específico,  $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 – Determinação das propriedades físicas

#### 4.1.1 - Dimensões

Na Tabela 3, encontram-se as dimensões médias de 25 frutos de cajá, onde se observa que o Diâmetro médio maior foi de 39,94 mm e o Diâmetro menor de 28,32 mm, considerando-se o cajá um esferóide, onde o raio médio é igual ao raio menor. Assim o cajá foi considerado um elipsóide biaxial com o raio equivalente a esfera de igual volume

obtido pela equação  $r_e = \frac{\sqrt[3]{ab^2}}{2}$ .

Tabela 3 – Dimensões do fruto cajá

	Média	Minimum	Maximum	Desvio Padrão
	(mm)	(mm)	(mm)	
Raio Equivalente	15,86	14,17	18,87	1,11
Diâmetro maior	39,94	33,00	46,60	2,58
Diâmetro menor	28,32	23,71	36,48	2,67

#### 4.1.2 – Características Físicas

Na Tabela 4, encontram-se os valores de circularidade, esfericidade, volume, massa específica, calor específico e consistência da fruta de cajá, determinados à temperatura de, aproximadamente, 23°C.

Observa-se, nesta Tabela, que o fruto cajá tem uma circularidade média de 69,53%; esfericidade média de 69,98 %; volume médio de 16,10 cm<sup>3</sup>; massa específica média de 0,89 g.cm<sup>-3</sup>; calor específico médio de 0,8402 cal.g<sup>-1</sup>.°C<sup>-1</sup> e consistência média de 2,50 kg.cm<sup>-2</sup>.

Tabela 4- Características físicas do fruto cajá

<b>CIRCULARIDADE (%)</b>			
Circularidade média	Minimum	Maximum	Desvio Padrão
69,53	62,11	78,89	4,7407
<b>ESFERICIDADE (%)</b>			
Esfericidade média	Minimum	Maximum	Desvio Padrão
69,987	61,73	87,03	5,65
<b>VOLUME (cm<sup>3</sup>)</b>			
Media para o Volume	Minimum	Maximum	Desvio Padrão
16,107	11,0775	19,1138	2,2060
<b>MASSA ESPECÍFICA (g.cm<sup>-3</sup>)</b>			
Massa específica média	Minimum	Maximum	Desvio Padrão
0,890	0,8475	0,9309	0,017
<b>CALOR ESPECÍFICO (cal/g°C)</b>			
Calor específico médio			
0,840	-	-	-
<b>CONSISTÊNCIA (kg.cm<sup>-2</sup>)</b>			
Consistência média	Minimum	Maximum	Desvio Padrão
2,50	1,55	3,45	0,4972

Ao analisar-se a Tabela 4, constata-se que o cajá é mais um elipsóide que um esferóide pois sua circularidade e esfericidade encontram-se em torno de 69%, bem inferior aos frutos caracterizados como esferóides, onde sua circularidade e esfericidade estão na ordem de 90%, como o obtido por QUEIROZ (1994) para umbu que foi em média de 92%.

É possível também observar que o fruto cajá, tem uma massa específica em torno de 0,89 g.cm<sup>-3</sup>, o que implica em dizer que o fruto é menos denso que a água, podendo ser um dado importante em técnicas de separação dos frutos, em sistemas de seleção por processos hidrodinâmicos, BRAGA (1997).

Com relação ao calor específico, o fruto de cajá tem valores próximos aos frutos com alto teor de umidade, que se aproximam de 1 cal.g<sup>-1</sup>.cm<sup>-3</sup>.

A consistência média desses frutos semi-maduros foi de 2,50 kg.cm<sup>-2</sup>, contudo foi o parâmetro de maior variação, como pode ser observado nos dados que constam da Tabela 7<sup>A</sup>, onde encontrou-se uma variação da consistência de 1,55 a 3,45 kg.cm<sup>-2</sup>.

#### 4.2 – Características químicas

Na Tabela 5, observa-se que o pH médio do fruto cajá foi de 2,63, valor este semelhante ao encontrado por COSTA (1998) que foi de 2,0, para o mesmo fruto. Já para a polpa de cajá GONÇALVES (2000) encontrou um valor de 4,16.

Nesta mesma tabela, encontra-se o valor médio de sólidos solúveis do fruto do cajá que foi de 14,72 °Brix, com desvio padrão 1,11. Este valor é superior ao valor encontrado por GONÇALVES (2000) para polpa do cajá e COSTA (1998) para o fruto cajá, que foram de 8,10 e 12,5 °Brix, respectivamente. Esta diferença pode ser atribuída ao estado de maturação do fruto, pois segundo CHITARRA e CHITARRA (1990) durante o processo de maturação e de amadurecimento as principais mudanças que ocorrem com o fruto são de ordem química.

Tabela 5 – Características químicas do fruto cajá

pH			
pH médio	Minimum	Maximum	Desvio Padrão
2,613	2,59	2,65	0,0321
SÓLIDOS SOLÚVEIS (°Brix)			
°Brix médio	Minimum	Maximum	Desvio Padrão
14,72	12,00	16,50	1,1128

#### 4.3 – Cinética de resfriamento

Nas Figuras 18, 19 e 20, encontram-se as curvas de resfriamento do fruto cajá a 7mm da sua epiderme (casca), constatando-se coeficientes de determinação acima de 99%,

às temperaturas de 5 e 15°C, o que indica um bom ajuste dos dados experimentais a equação de Fourier, utilizando o primeiro termo da série.

Dos dados obtidos desta cinética de resfriamento foram extraídos os valores do fator de atraso ( $J'$ ), a raiz transcendental da equação de Fourier ( $\lambda$ ) e a difusividade térmica ( $\alpha$ ), que se encontram na Tabela 6.

Os valores de difusividade térmica, como era de se esperar, diminuí com o aumento de temperatura e está na ordem de  $10^{-7}$ , um pouco superior aos valores obtidos por QUEIROZ (1994) para o fruto umbu, que foi da ordem de  $10^{-8}$ .

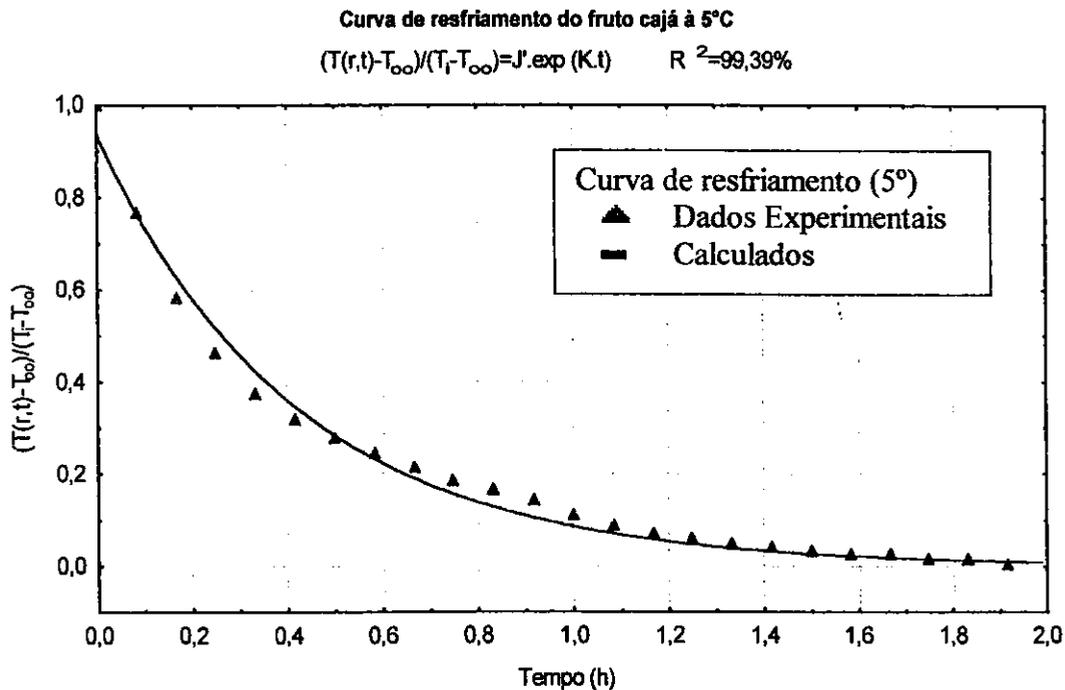


Figura 18 – Curva de resfriamento do fruto cajá à temperatura 5° C, com o termopar localizado a 7mm da epiderme

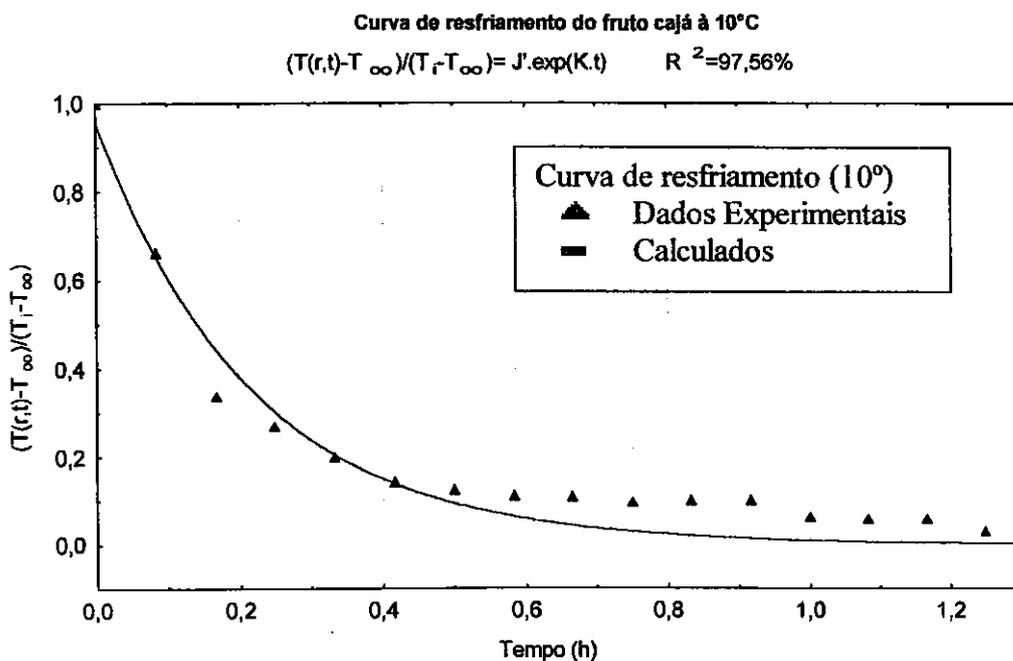


Figura 19 – Curva de resfriamento do fruto cajá à temperatura 10° C, com o termopar localizado a 7mm da epiderme

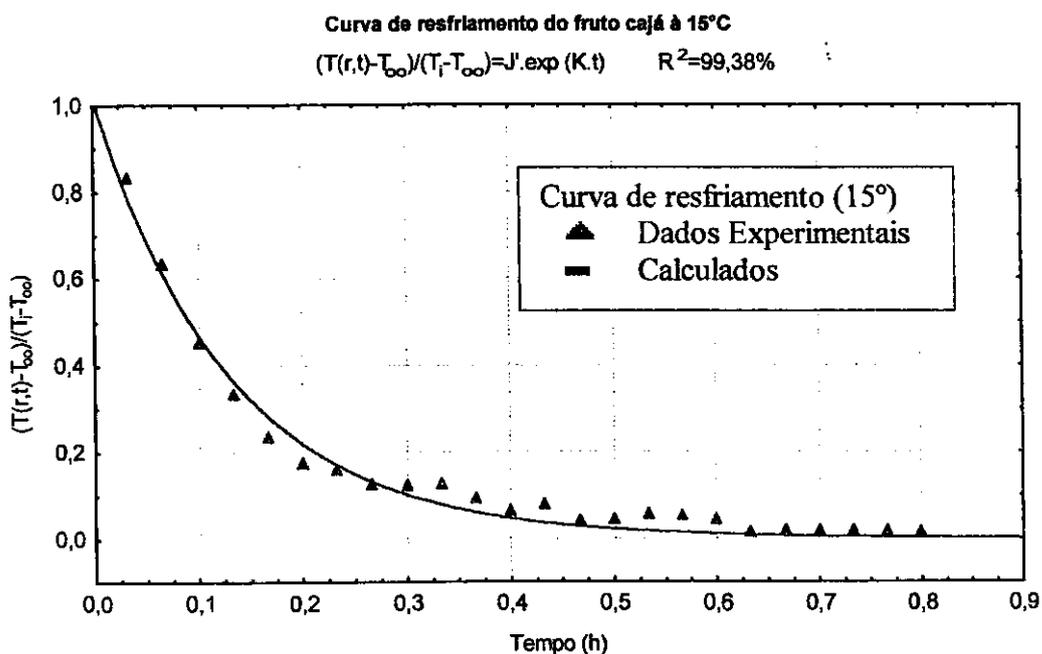


Figura 20 – Curva de resfriamento do fruto cajá à temperatura 15° C, com o termopar localizado a 7mm da epiderme

Tabela 6 – Fator de atraso ( $J'$ ) raiz transcendental da equação de Fourier ( $\lambda$ ) e difusividade térmica ( $\alpha$ ) do resfriamento do fruto cajá as temperaturas de 5, 10 e 15°C

Refrigeração $\eta = r/R = 0,5586$				
Temperatura (°C)	$\lambda$	$J'$	K	Difusividade térmica
5	0,1615	0,9935	-2,3853	$1,3900 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$
10	0,4841	0,9602	-4,6221	$1,3780 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$
15	0,6003	1,0173	-7,6902	$1,2971 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$

Com relação ao fator de atraso ( $J'$ ), observa-se que apenas a curva de resfriamento à temperatura de 15 °C tem um valor que expressa o conceito de fator de atraso que deve estar acima de 1, pois segundo SPAGNOL et al. (1989) o termo fator de atraso indica o tempo necessário para que o resfriamento ultrapasse o ciclo logarítmico. Os autores também informam que outro conceito pode ser expresso para o fator de atraso, como sendo o tempo necessário para que haja uma redução de 90% da temperatura no trecho reto da curva de resfriamento, relacionado à taxa de resfriamento. Com relação a estes conceitos observa-se que as curvas de resfriamento do fruto cajá às temperaturas de 5 e 10°C não ultrapassam o ciclo logarítmico.

Considerando-se que a massa específica e o calor específico do fruto cajá, não variam com a temperatura, conforme descrito por KASAHARA (1986) e GRUDA & POSTOLSKI (1986), que afirmam que para uma temperatura entre 1 e 100°C a variação de massa específica e calor específico dos produtos agrícolas, podem ser considerados desprezíveis, pôde-se então determinar a condutividade térmica do fruto cajá que encontra-se na Tabela 7.

Os valores encontrados de condutividade térmica diminuem com o aumento de temperatura e variaram de 0,406 a 0,435  $\text{W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ , valores estes próximos aos encontrados no Handbook ASHRAE (1989), para laranja que se encontram entre os valores de 0,410 a 0,490  $\text{W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$  e de MOHSENIN (1980) que encontrou um valor de 0,397  $\text{W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$  para uva.

Tabela 7 – Condutividade térmica do fruto cajá às temperaturas de 5, 10 e 15°C

CONDUTIVIDADE TÉRMICA $K = \alpha \cdot \rho \cdot c_p$ ( $W \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ )			
Temperatura ( $^\circ C$ )	Densidade ( $\rho$ )	Calor específico ( $c_p$ )	Condutividade térmica
5	890 $kg \cdot m^{-3}$	3,516 $J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$	0,435
10	890 $kg \cdot m^{-3}$	3,516 $J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$	0,431
15	890 $kg \cdot m^{-3}$	3,516 $J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$	0,406

#### 4.4 – Cinética de congelamento

Nas Figuras 21, 22 e 23 encontram-se as curvas de congelamento do fruto cajá a 7mm da sua epiderme (casca), para as temperaturas de -30, -60 e -90  $^\circ C$ , onde em todas as figuras, a Fase I corresponde ao período de resfriamento do fruto, a Fase II ao período de congelamento e a Fase III ao período de pós-congelamento.

Como se pode observar nessas figuras e na Tabela 8, na primeira Fase do processo de congelamento (resfriamento) o fator de atraso ( $J'$ ) está acima do ciclo logarítmico nas temperaturas de -30 e -60  $^\circ C$ , e na temperatura de -90  $^\circ C$ , um valor acima do ciclo logarítmico não se verifica, podendo este fator ser atribuído a rapidez do congelamento devido ao grande diferencial de temperatura existente entre a temperatura do fruto a ser congelado e a temperatura de congelamento.

Na Fase II, que corresponde ao congelamento em si do fruto, observa-se que o cajá a temperatura de -30 $^\circ C$ , leva 75 minutos para ser congelado; à temperatura de -60  $^\circ C$  44 minutos e a temperatura de -90  $^\circ C$  40 minutos.

Nesta fase de congelamento do fruto de cajá, observa-se nas Figuras 21 a 23 que existe uma inclinação da curva, o que teoricamente não deveria existir se o congelamento fosse lento, pois nessas condições, toda a energia seria utilizada para congelar o produto, ou seja, a energia seria utilizada para formar os cristais de gelo no interior do fruto. Como nas temperaturas estudadas o processo de congelamento se dá mais rapidamente, a inclinação da curva nessa fase nos fornece um indicativo que existem dois processos ocorrendo simultaneamente o congelamento e a abaixamento da temperatura da fração congelada, não sendo possível identificar só com os dados da curva essas parcelas.

Na terceira fase, que é de pós-congelamento, a difusão deixa de ser em líquido (86% base úmida) e passa a ser difusão em sólido, ou seja, no fruto de cajá já congelado. Na Tabela 8, encontra-se a difusividade média, que corresponde a uma média ponderada das Fases I e III. Constata-se também na Tabela 5, que nessas Fases I e III, a difusividade térmica do cajá aumenta com a diminuição de temperatura.

Observa-se ainda, na Tabela 8, que tanto durante o processo de resfriamento quanto no processo de pós-congelamento, a difusividade térmica do cajá encontra-se na mesma ordem de grandeza, o que indica que a difusividade térmica ocorre na fruta cajá, semelhantemente, durante o transporte de calor na fase líquida e na fase sólida.

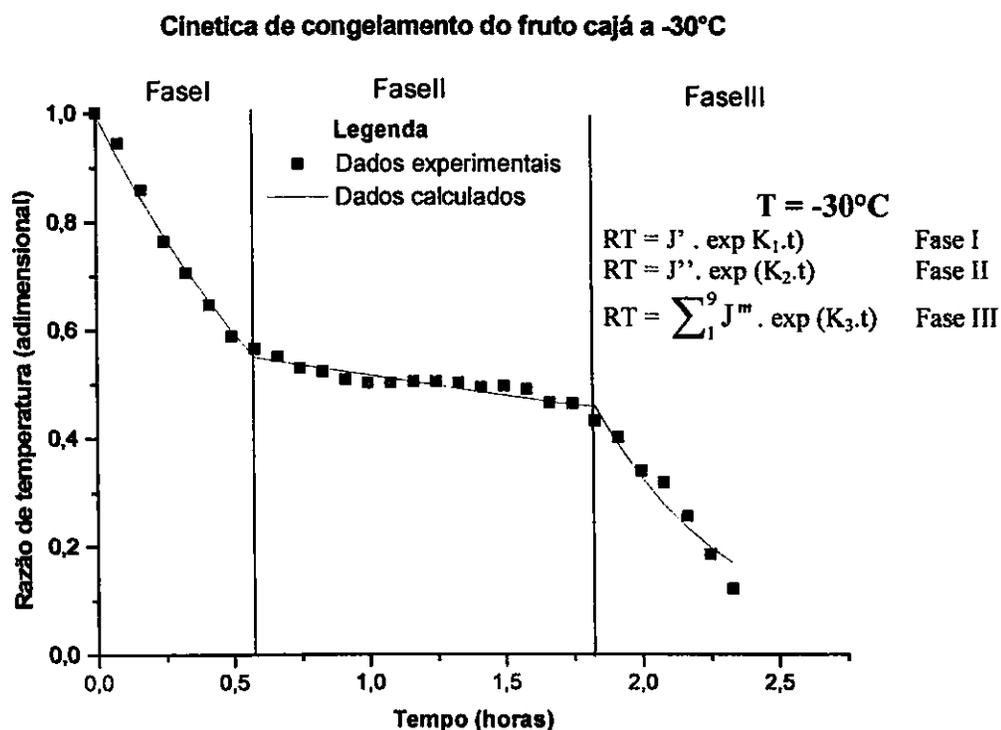


Figura 21 - Curva de congelamento do fruto cajá a temperatura de -30 °C

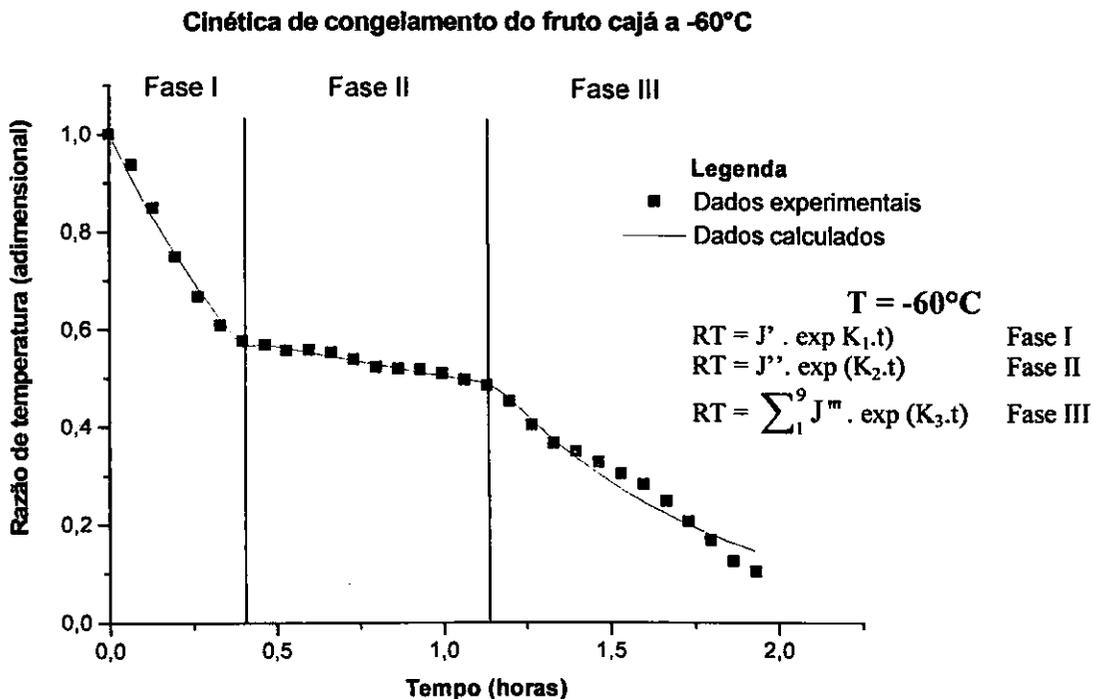


Figura 22 - Curva de congelamento do fruto cajá a temperatura de -60 °C

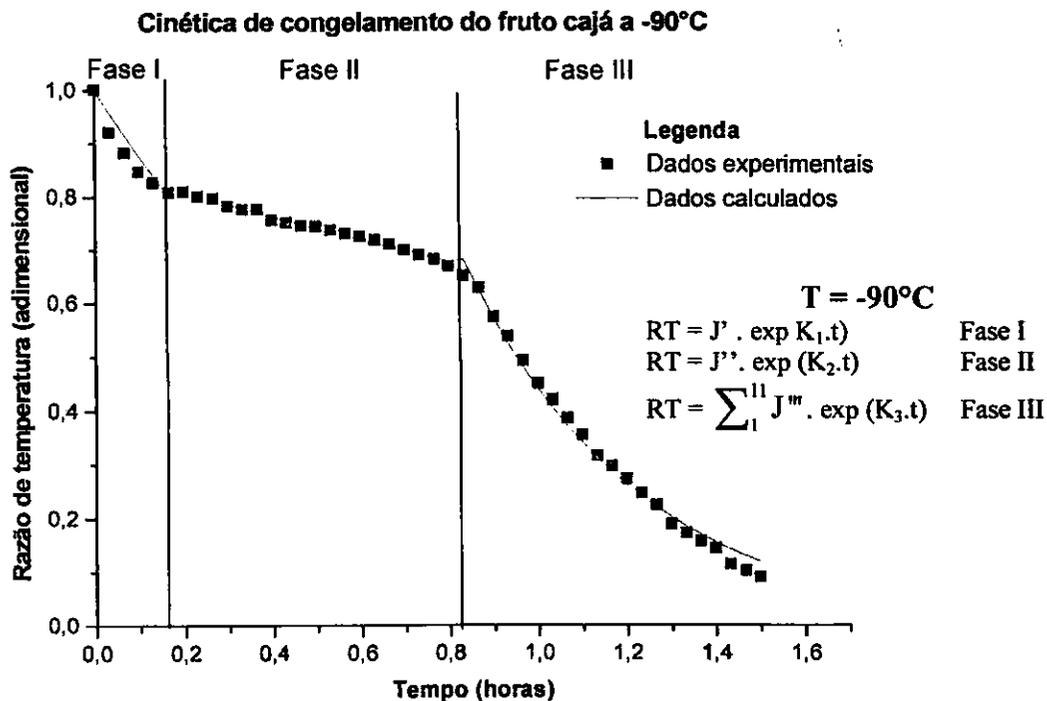


Figura 23 - Curva de congelamento do fruto cajá a temperatura de -90 °C

Tabela 8 – Fator de atraso ( $J'$ ) raiz transcendental da equação de Fourier ( $\lambda$ ) e difusividade térmica ( $\alpha$ ) das três fases do congelamento do fruto cajá as temperaturas de – 30, –60 e –90°C

Congelamento a –30°C $\eta = r/R = 0,5586$					
Fases	$\lambda$	$J'$	K	Difusividade Térmica	Difusividade térmica efetiva média
I	0,4743	1,0108	-9,0244	$2,8029 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	-
II	0,1444	0,6137	0,1729	$0,5793 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	-
III	0,2999	9,4317	-4,0010	$3,1082 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	-
					$2,9438 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$
Congelamento a –60°C $\eta = r/R = 0,5586$					
Fases	$\lambda$	$J'$	K	Difusividade Térmica	Difusividade térmica efetiva média
I	0,5515	1,0018	-1,4324	$3,2906 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	-
II	0,2279	0,6137	0,1729	$0,5088 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	-
III	0,5033	9,4317	-11,5654	$3,1901 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	-
					$3,2236 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$
Congelamento a –90°C $\eta = r/R = 0,5586$					
Fases	$\lambda$	$J'$	K	Difusividade Térmica	Difusividade térmica efetiva média
I	0,4701	0,9760	-10,9181	$3,4519 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	-
II	0,4576	0,9036	0,2967	$0,0993 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	-
III	0,4785	10,6191	-10,6117	$3,2539 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$	-
					$3,2935 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$

Fase I – Resfriamento; Fase II – Cristalização; Fase III – Pós-congelamento

Na Tabela 9, encontra-se a condutividade térmica para as três fases do congelamento, sendo que os dados de densidade e calor específico para o fruto abaixo do ponto de congelamento foram extraídos de CAVALCANTI MATA (2001) para os frutos de cajá. Constata-se nessa tabela, que a condutividade térmica é superior, na fase de resfriamento, ao da fase de congelamento. Observa-se, também, que na primeira fase, a condutividade térmica acompanha a difusividade térmica, ou seja, a condutividade aumenta com a diminuição de temperatura, no entanto, fato inverso ocorre o inverso na fase de congelamento, quando se verifica que a condutividade térmica diminui com a diminuição de temperatura.

Tabela 9 –Densidade, calor específico, difusividade térmica e condutividade térmica das três fases do congelamento do fruto cajá às temperaturas de  $-30$ ,  $-60$  e  $-90^{\circ}\text{C}$

Congelamento a $-30^{\circ}\text{C}$ $\eta = r/R = 0,5586$				
Fases	Densidade $\rho$ ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	Calor específico $c_p$ ( $\text{J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$ )	Difusividade Térmica $\alpha$ ( $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ )	Condutividade térmica $k$ ( $\text{W.m}^{-1}.\text{C}^{-1}$ )
I	890	3,516	$2,8029.10^{-7}$	0,8771
II	876	1,987	$0,5793.10^{-7}$	0,1008
III	864	1,716	$3,1082.10^{-7}$	0,4608
Congelamento a $-60^{\circ}\text{C}$ $\eta = r/R = 0,5586$				
Fases	Massa específica $\rho$ ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	Calor específico $c_p$ ( $\text{J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$ )	Difusividade Térmica $\alpha$ ( $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ )	Condutividade térmica $k$ ( $\text{W.m}^{-1}.\text{C}^{-1}$ )
I	890	3,516	$3,2906.10^{-7}$	1,0297
II	876	1,987	$0,5088.10^{-7}$	0,0886
III	842	1,590	$3,1901.10^{-7}$	0,4271
Congelamento a $-90^{\circ}\text{C}$ $\eta = r/R = 0,5586$				
Fases	Massa específica $\rho$ ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	Calor específico $c_p$ ( $\text{J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$ )	Difusividade Térmica $\alpha$ ( $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ )	Condutividade térmica $k$ ( $\text{W.m}^{-1}.\text{C}^{-1}$ )
I	890	3,516	$3,4519.10^{-7}$	1,0802
II	876	1,987	$0,0993.10^{-7}$	0,0173
III	820	1,340	$3,2539.10^{-7}$	0,3575

Fase I – Resfriamento; Fase II – Cristalização; Fase III – Pós-congelamento

## 5. CONCLUSÕES

Diante dos resultados obtidos, pode-se concluir que:

1 - Com relação às características físicas do cajá:

- a) a circularidade média é de 69,53% e a esfericidade média de 69,99%;
- b) as dimensões médias dos 2 eixos, diâmetro maior e diâmetro menor do elipsóide são de 39,94 mm e 28,32mm, respectivamente e o raio que equivale a uma esfera de igual volume do objeto é em média 15,86mm;
- c) volume médio do cajá foi de 16,10 cm<sup>3</sup> e a sua consistência média de 2,50 kg.cm<sup>-2</sup>.

2 - Referente às características químicas estudadas do cajá:

- a) o pH médio do fruto foi de 2,61 e o seu quantitativo de sólidos solúveis médio foi de 14,72°Brix

3 – Quanto às propriedades termofísicas e a cinética de resfriamento do cajá:

- a) a massa específica média para temperaturas acima do ponto de congelamento (5, 10 e 15°C) foi de 0,89 g.cm<sup>-3</sup> e o calor específico médio de 0,8402 cal.g<sup>-1</sup>.°C<sup>-1</sup>;
- b) a difusividade térmica acima do ponto de congelamento varia de 1,39.10<sup>-7</sup>m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup> a 1,297\*10<sup>-7</sup>m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup> e para a condutividade térmica de 0,406 a 0,435 W.m<sup>-1</sup>.°C<sup>-1</sup> em função, ambos, da diminuição da temperatura de 15 para 5°C;
- c) o tempo necessário para o cajá ser resfriado às temperaturas de 15,10 e 5°C até uma Razão de temperatura 0,1 foi de 22, 40 e 60 minutos, respectivamente.

4 – Quanto às propriedades termofísicas e a cinética de congelamento do cajá:

- a) a difusividade térmica, durante o congelamento, variou de 2,8.10<sup>-7</sup>m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup> a 3,452.10<sup>-7</sup>m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup>, na Fase I do congelamento (resfriamento) e de 3,1082.10<sup>-7</sup>m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup> a 3,2539.10<sup>-7</sup>m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup> na Fase III do congelamento (pós-congelamento);

- b) a condutividade térmica durante o congelamento variou de  $0,877 \text{ W.m}^{-1}\text{°C}^{-1}$  a  $1,0802 \text{ W.m}^{-1}\text{°C}^{-1}$ , na Fase I do congelamento (resfriamento) e de  $0,4608 \text{ W.m}^{-1}\text{°C}^{-1}$  a  $0,3575$  na Fase III do congelamento (pós-congelamento);
- c) O cajá levou 75 minutos para ser congelado (Fase II) à temperatura de  $-30\text{°C}$ , 44 minutos à temperatura de  $-60 \text{ °C}$  e 40 minutos à temperatura de  $-90 \text{ °C}$ .

## APÊNDICE A

Tabela 1A - Dados experimentais das curvas de resfriamento dos frutos de cajá a 5 °C.

Tempo	1ª Leitura		2ª Leitura		3ª Leitura		Media
	T(r,t) (°C)	RT	T(r,t) (°C)	RT	T(r,t) (°C)	RT	RT
0	21,1	1	22,7	1	23,1	1	1
5	17,1	0,751	18,6	0,768	19,2	0,784	0,767667
10	14,1	0,565	15,6	0,598	15,6	0,585	0,582667
15	11,9	0,428	14	0,508	13,2	0,453	0,463
20	10,3	0,329	12,4	0,418	11,8	0,375	0,374
25	9,3	0,267	11,6	0,372	10,8	0,320	0,319667
30	8,4	0,211	11	0,338	10,1	0,281	0,276667
35	7,8	0,173	10,9	0,333	9,2	0,232	0,246
40	7,3	0,142	10,5	0,310	8,6	0,198	0,216667
45	6,8	0,111	9,5	0,254	8,5	0,193	0,186
50	6,4	0,086	9,1	0,231	8,3	0,182	0,166333
55	6,1	0,068	8,4	0,192	8,2	0,176	0,145333
60	5,9	0,055	7,6	0,146	7,5	0,138	0,113
65	5,8	0,049	6,8	0,101	7,1	0,116	0,088667
70	5,6	0,037	6,4	0,079	6,7	0,093	0,069667
75	5,4	0,024	6,4	0,079	6,3	0,071	0,058
80	5,4	0,024	6,1	0,062	6,1	0,060	0,048667
85	5,3	0,018	5,9	0,050	6,1	0,060	0,042667
90	5,2	0,012	5,9	0,050	5,8	0,044	0,035333
95	5,1	0,006	5,6	0,033	5,7	0,038	0,025667
100	5,1	0,006	5,5	0,028	5,8	0,044	0,026
105	5,1	0,006	5,5	0,028	5,2	0,011	0,015
110	5	0	5,5	0,028	5,3	0,016	0,014667
115	5	0			5,2	0,011	0,003667
120	4,9	0					0
125	5	0					0

Tabela: 2A - Dados experimentais das curvas de resfriamento dos frutos de cajá a 10 °C.

Temp o	1ª Leitura		2ª Leitura		3ª Leitura		Médio
	T(r,t) (°C)	RT	T(r,t) (°C)	RT	T(r,t) (°C)	RT	RT
0	23,4	1	22,4	1	23,3	1	1
5	19,5	0,708	18,6	0,693	17,8	0,586	0,662333
10	16,4	0,477	15,3	0,427	11,4	0,105	0,336333
15	14	0,298	13,4	0,274	13,2	0,240	0,270667
20	13,2	0,238	12,4	0,193	12,2	0,165	0,198667
25	12,1	0,156	11,7	0,137	11,8	0,135	0,142667
30	11,7	0,126	11,6	0,129	11,6	0,120	0,125
35	11,6	0,119	11,4	0,112	11,4	0,105	0,112
40	11,4	0,104	11,3	0,104	11,5	0,112	0,106667
45	11,3	0,097	11,3	0,104	11,2	0,090	0,097
50	11,3	0,097	11,4	0,112	11,2	0,090	0,099667
55	11,3	0,097	11,4	0,112	11,2	0,090	0,099667
60	11,3	0,097			11,2	0,090	0,062333
65	11,2	0,089			11,2	0,090	0,059667
70	11,2	0,089			11,2	0,090	0,059667
75	11,2	0,089					0,029667

Tabela: 3A, Dados experimentais das curvas de resfriamento dos frutos de cajá a 15 °C.

Tempo	1ª Leitura		2ª Leitura		3ª Leitura		Media
	T(r,t) (°C)	RT	T(r,t) (°C)	RT	T(r,t) (°C)	RT	RT
0	23,4	1	24	1	24,5	1	1
2	22,4	0,880	22,6	0,844	22,4	0,778	0,834
4	20,7	0,678	20,8	0,644	20,5	0,578	0,633333
6	19,2	0,5	19,2	0,466	18,7	0,389	0,451667
8	18,7	0,440	18	0,333	17,2	0,231	0,334667
10	17,3	0,273	17,1	0,233	16,8	0,189	0,231667
12	16,8	0,214	16,6	0,177	16,3	0,136	0,175667
14	16,8	0,214	16,2	0,133	16,2	0,126	0,157667
16	16,2	0,142	16,1	0,122	16,1	0,115	0,126333
18	16,2	0,142	16	0,111	16,1	0,115	0,122667
20	16,2	0,142	16,1	0,122	16,1	0,115	0,126333
22	15,6	0,107	16	0,111	15,6	0,063	0,093667
24	15,6	0,071	15,7	0,077	15,4	0,042	0,063333
26	15,3	0,035	16,6	0,177	15,2	0,021	0,077667
28	15,3	0,035	15,6	0,066	15,2	0,021	0,040667
30	15,3	0,035	15,7	0,077	15,2	0,021	0,044333
32	15,4	0,047	15,8	0,088	15,3	0,031	0,055333
34	15,5	0,059	15,7	0,077	15,2	0,021	0,052333
36	15,5	0,059	15,5	0,055	15,2	0,021	0,045
38			15,4	0,044			0,014667
40			15,5	0,055			0,018333
42			15,5	0,055			0,018333
44			15,5	0,055			0,018333
46			15,5	0,055			0,018333
48			15,4	0,044			0,014667

Tabela: 4A, Dados experimentais das curvas de ultracongelamento dos frutos de cajá a  $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Temp o	1ª Leitura		2ª Leitura		3ª Leitura		Media
	T(r,t) (°C)	RT	T(r,t) (°C)	RT	T(r,t) (°C)	RT	RT
0	21,2	1	20,1	1	20	1	1
5	17,2	0,89655	16,4	0,98531	21,6	0,949	0,94362
10	13,4	0,82375	10,1	0,889	14,6	0,865	0,85925
15	8,7	0,691	6,3	0,813	9,5	0,785	0,763
20	5,5	0,67433	3,7	0,736	6,0	0,705	0,70511
25	3,2	0,62069	1,9	0,677	3,5	0,64	0,645897
30	1,7	0,60153	0,3	0,583	1,8	0,576	0,586843
35	0,2	0,57471	0,0	0,56	0,0	0,56	0,564903
40	0,0	0,57088	-1,0	0,54471	0,0	0,534	0,549863
45	-0,9	0,55172	-1,5	0,53	-1,0	0,506	0,52924
50	-1,3	0,565	-1,7	0,502	-1,4	0,502	0,523
55	-1,5	0,54023	-2,2	0,49	-1,6	0,495	0,50841
60	-1,9	0,53257	-2,6	0,48	-2,1	0,492	0,501523
65	-2,3	0,5249	-2,9	0,485	-2,5	0,492	0,500633
70	-2,5	0,52107	-3,1	0,495	-2,7	0,495	0,50369
75	-2,7	0,51724	-3,3	0,502	-2,9	0,493	0,50408
80	-2,9	0,51341	-4,5	0,502	-3,2	0,492	0,50247
85	-3,9	0,495	-3,8	0,495	-4,2	0,489	0,493
90	-3,3	0,50575	-4,3	0,495	-3,6	0,485	0,49525
95	-3,7	0,49808	-6,3	0,485	-4,0	0,488	0,49036
100	-5,5	0,443	-7,3	0,464	-6,0	0,485	0,464
105	-6,3	0,44828	-9,8	0,464	-6,9	0,478	0,463427
110	-8,5	0,40613	-12,2	0,4383	-9,3	0,44828	0,430903
115	-10,6	0,36782	-15,7	0,4121	-11,5	0,422	0,40064
120	-13,6	0,276	-18,2	0,3582	-14,8	0,387	0,3404
125	-15,8	0,2682	-22,1	0,31	-17,2	0,3751	0,317767
130	-19,2	0,20307	-27,9	0,2782	-21,0	0,2864	0,25589
135	-24,3	0,108	-32,3	0,21307	-26,4	0,233	0,18469
140	-28,1	0,07	-33,5	0,158	-30,6	0,133	0,120333

Tabela: 5A, Dados experimentais das curvas de ultracongelamento dos frutos de cajá a -60 °C .

Temp o	1ª Leitura		2ª Leitura		3ª Leitura		Media
	T(r,t) (°C)	RT	T(r,t) (°C)	RT	T(r,t) (°C)	RT	RT
0	21,5	1	22,1	1	21,9	1	1
4	19,3	0,914	17,6	0,9597	20,6	0,93685	0,93685
8	14,6	0,826	13,3	0,8673	16,2	0,84665	0,84665
12	9,7	0,729	8,8	0,76545	11,0	0,747225	0,747225
16	5,2	0,65	4,7	0,6825	7,8	0,66625	0,66625
20	2,4	0,595	2,2	0,634	5,3	0,589	0,606
24	1,3	0,586	1,2	0,579	3,9	0,56	0,575
28	-0,6	0,57471	-0,6	0,56	2,3	0,567355	0,567355
32	-1,6	0,57088	-1,5	0,54	1,5	0,55544	0,55544
36	-7,5	0,577	-3,0	0,553	0,3	0,54	0,556667
40	-10,6	0,565	-4,1	0,537	-0,2	0,551	0,551
44	-13,7	0,56	-5,1	0,514	-5,8	0,537	0,537
48	-16,8	0,53257	-10,7	0,511	-8,1	0,521785	0,521785
52	-19,9	0,5249	-13,1	0,511	-10,5	0,51795	0,51795
56	-23,0	0,52107	-15,5	0,511	-12,8	0,516035	0,516035
60	-26,1	0,51724	-17,8	0,498	-15,1	0,50762	0,50762
64	-29,2	0,492	-20,2	0,498	-17,5	0,495	0,495
68	-32,3	0,471	-22,6	0,49455	-19,8	0,482775	0,482775
72	-35,4	0,44	-24,9	0,462	-22,1	0,451	0,451
76	-38,5	0,393	-27,3	0,41265	-24,5	0,402825	0,402825
80	-41,6	0,356755	-29,6	0,374593	-26,8	0,365674	0,365674
84	-44,7	0,333421	-32,0	0,365	-29,1	0,34921	0,34921
88	-47,8	0,310087	-34,4	0,343	-31,5	0,326543	0,326543
92	-50,8	0,286752	-36,7	0,32	-33,8	0,303376	0,303376
96	-53,9	0,263418	-39,1	0,301	-36,2	0,275	0,279806
100	-54,0	0,240084	-41,5	0,275	-38,5	0,223	0,246028
104	-55,1	0,2	-43,8	0,23	-43,8	0,181	0,203667
108	-56,2	0,165	-46,2	0,197	-45,2	0,139	0,167
112	-58,1	0,098	-48,5	0,162	-48,5	0,11	0,123333
116	-60,5	0,082	-50,9	0,152663	-52,8	0,074	0,102888

Tabela: 6A, Dados experimentais das curvas de ultracongelamento dos frutos de cajá a -90 °C.

Temp	1ª Leitura		2ª Leitura		3ª Leitura		Media
	T(r,t) (°C)	RT	T(r,t) (°C)	RT	T(r,t) (°C)	RT	RT
0	23,2	1	23	1	23,8	1	1
2	17,9	0,912	18,80	0,923	19,6	0,9285	0,921167
4	13,1	0,873	13,76	0,884	17,8	0,8895	0,882167
6	8,8	0,838	9,24	0,849	12,4	0,8545	0,847167
8	3,9	0,799	4,10	0,832	9,6	0,8485	0,8265
10	1,1	0,777	1,16	0,815	7,1	0,834	0,808667
12	0,6	0,763	0,63	0,819	6,0	0,847	0,809667
14	-1,4	0,757	-1,51	0,809	4,3	0,835	0,800333
16	-3,0	0,754	-3,24	0,805	2,9	0,8305	0,7965
18	-4,9	0,754	-5,24	0,788	1,7	0,805	0,782333
20	-6,8	0,751	-7,17	0,782	1,0	0,7975	0,776833
22	-8,6	0,749	-9,11	0,782	0,4	0,7985	0,7765
24	-10,5	0,747	-11,04	0,758	0,0	0,7635	0,756167
26	-12,3	0,742	-12,97	0,753	-0,5	0,7585	0,751167
28	-14,1	0,737	-14,91	0,748	-6,0	0,7535	0,746167
30	-16,0	0,735	-16,84	0,746	-7,8	0,7515	0,744167
32	-17,8	0,728	-18,77	0,739	-9,6	0,7445	0,737167
34	-19,7	0,722	-20,71	0,733	-11,4	0,7385	0,731167
36	-21,5	0,716	-22,64	0,727	-13,4	0,7325	0,725167
38	-23,4	0,709	-24,58	0,72	-15,2	0,7255	0,718167
40	-25,2	0,701	-26,51	0,712	-17,1	0,7175	0,710167
42	-27,0	0,69	-28,44	0,701	-18,9	0,7065	0,699167
44	-28,9	0,68	-31,76	0,691	-20,8	0,6965	0,689167
46	-30,7	0,663	-33,88	0,685	-22,6	0,696	0,681333
48	-32,6	0,64	-36,01	0,673	-24,5	0,6895	0,6675
50	-34,4	0,611	-38,13	0,658	-26,3	0,6815	0,650167
52	-36,2	0,598	-40,26	0,634	-28,2	0,652	0,628
54	-38,1	0,569	-42,38	0,574	-30,0	0,5765	0,573167
56	-39,9	0,556	-44,51	0,533	-31,8	0,5215	0,536833
58	-41,8	0,511	-46,63	0,488	-33,7	0,4765	0,491833
60	-43,6	0,468	-48,76	0,445	-35,5	0,4335	0,448833
62	-45,5	0,429	-50,88	0,417	-37,4	0,411	0,419
64	-47,3	0,39	-53,01	0,384	-39,2	0,381	0,385
66	-49,1	0,356	-55,13	0,353	-41,1	0,3515	0,3535
68	-51,0	0,322	-57,26	0,313	-42,9	0,3085	0,3145
70	-52,8	0,296	-59,38	0,296	-44,7	0,296	0,296
72	-54,7	0,269	-61,51	0,272	-46,6	0,2735	0,2715
74	-56,5	0,246	-63,63	0,245	-48,4	0,2445	0,245167
76	-58,3	0,226	-65,76	0,222	-50,3	0,22	0,222667
78	-60,2	0,207	-67,88	0,184	-52,1	0,1725	0,187833
80	-62,0	0,191	-70,01	0,168	-54,0	0,1565	0,171833
82	-63,9	0,175	-72,13	0,152	-55,8	0,1405	0,155833
84	-65,7	0,162	-74,26	0,139	-57,6	0,1275	0,142833
86	-67,6	0,132	-76,38	0,109	-59,5	0,0975	0,112833

88	-69,4	0,12	-78,51	0,097	-61,3	0,0855	0,100833
90	-71,2	0,109	-80,64	0,086	-63,2	0,0745	0,089833
92	-73,1	0,101	-82,76	0,078	-65,0	0,0665	0,081833
94	-74,9	0,092	-84,89	0,069	-66,9	0,0575	0,072833
96	-76,8	0,083	-87,01	0,06	-68,7	0,0485	0,063833
98	-78,6	0,076	-89,14	0,053	-70,5	0,0415	0,056833
100	-80,4	0,069	-90,6	0,046	-74,4	0,0345	0,049833
102	-82,3	0,063			-76,2		0,027333
104	-84,1	0,058			-77,1		0,022333
106	-86,0	0,055			-79,9		0,020333
108	-87,8	0,048			-82,8		0,018
110	-89,7	0,045			-85,6		0,015

Tabela 7A - Consistência dos frutos de cajá.

Fruto	Penetrômetro		Média
	Teste1	Teste2	
1	2,80	2,10	2,45
2	2,40	2,00	2,20
3	2,30	1,70	2,00
4	2,70	3,00	2,85
5	1,50	1,60	1,55
6	2,00	1,40	1,70
7	2,40	2,00	2,20
8	3,00	2,80	2,90
9	2,50	1,90	2,20
10	3,00	3,00	3,00
11	2,10	2,50	2,30
12	2,00	2,80	2,40
13	2,10	2,90	2,50
14	3,00	2,60	2,80
15	3,10	3,80	3,45
16	3,00	2,70	2,85
17	3,10	3,80	3,45
18	3,00	2,80	2,90
19	2,30	2,40	2,35
20	2,30	2,10	2,20
21	3,40	3,30	3,35
22	2,60	2,10	2,35
23	1,90	2,50	2,20
24	2,30	2,00	2,15
25	2,10	2,50	2,30
		Média	2,50

Desvio padrão: 0,4972

Tabela: 8A, Dados das dimensões dos frutos de cajá em mm, utilizando o paquímetro.

Fruto	Dimensões dos frutos de cajá		
	Comp.	Espessura	Raio Eqv
1	42,10	29,01	16,42
2	40,50	30,20	16,65
3	41,30	32,20	17,49
4	40,10	28,60	16,01
5	38,30	27,18	15,24
6	36,11	26,30	14,62
7	41,09	28,40	16,06
8	41,39	31,00	17,07
9	45,60	23,71	14,74
10	39,59	28,50	15,90
11	42,00	25,40	15,02
12	40,39	36,48	18,87
13	41,00	30,00	16,65
14	37,33	27,09	15,07
15	39,40	31,00	16,79
16	40,70	28,55	16,07
17	42,40	29,00	16,46
18	39,00	26,00	14,88
19	33,00	26,70	14,33
20	37,50	26,22	14,77
21	38,60	27,70	15,47
22	40,00	26,10	15,05
23	42,50	27,70	15,97
24	36,38	25,00	14,17
25	42,30	30,00	16,82
Média	39,9432	28,3216	

Tabela: 9A, Volume dos frutos de cajá, utilizando o método do fruto submerso.

Fruto	X(g) no ar	Y(g) Becker+H <sub>2</sub> O	W(g) Becker+H <sub>2</sub> O+ Fruto Submerso	Z(g) = W - Y	V(cm <sup>3</sup> ) = Z/0,993
1	16,13	323,64	341,71	18,07	18,1974
2	17,19	323,53	342,44	18,91	19,0433
3	13,96	322,18	337,98	15,80	15,9114
4	11,21	322,48	334,90	12,42	12,5076
5	14,07	322,06	338,54	16,48	16,5962
6	17,13	321,94	340,92	18,98	19,1138
7	15,85	321,61	339,56	17,95	18,0765
8	12,62	321,52	335,63	14,11	14,2095
9	15,82	321,47	338,90	17,43	17,5529
10	13,14	321,24	335,78	14,54	14,6425
11	13,78	321,14	336,35	15,21	15,3172
12	14,02	320,90	336,86	15,96	16,0725
13	9,83	320,77	331,77	11,00	11,0775
14	11,66	320,63	334,11	13,48	13,5750
15	16,66	320,41	339,20	18,79	18,9225
16	14,53	320,20	335,70	15,50	15,6093
17	14,28	319,77	335,90	16,13	16,2437
18	16,66	319,61	338,03	18,42	18,5498
19	11,15	319,40	331,61	12,21	12,2961
20	14,36	319,31	335,48	16,17	16,2840
21	17,09	318,19	336,91	18,72	18,8520
22	13,90	318,94	334,30	15,36	15,4683
23	13,93	318,80	334,17	15,37	15,4783
24	14,80	318,61	334,85	16,24	16,3545
25	14,76	318,40	335,00	16,60	16,7170
Média	13,344	295,375	310,056	14,866	

Tabela: 10A, Dados das dimensões da circunferência circunscrita e inscrita dos frutos de cajá em mm, utilizando o retroprojektor.

Fruto	Circunscrita	Inscrita	Circularidade
1	106,70	72,70	68,13
2	100,90	79,60	78,89
3	96,60	72,60	75,16
4	96,60	65,40	67,70
5	78,00	56,90	72,95
6	97,70	72,90	74,62
7	100,90	72,80	72,15
8	96,60	62,90	65,11
9	100,40	68,20	67,93
10	95,60	59,80	62,55
11	94,60	68,70	72,62
12	94,30	70,30	74,55
13	83,30	57,60	69,15
14	99,50	62,90	63,22
15	104,30	72,60	69,61
16	98,50	63,50	64,47
17	92,10	57,20	62,11
18	99,50	65,10	65,43
19	99,50	72,60	72,96
20	84,00	59,90	71,31
		Média	69,53
Std.Dev.: 4,7407			

Tabela: 11A, Dados das esfericidades dos frutos de cajá.

Fruto	Vol(cm <sup>3</sup> )	Raio(cm)	De(cm)	Di(cm)	E(%)
1	18,1974	3,5000	7,0000	10,6700	65,6047
2	19,0433	3,5534	7,1068	10,0900	70,4345
3	15,9114	3,3468	6,6937	9,6600	69,2928
4	12,5076	3,0888	6,1776	9,6600	63,9504
5	16,5962	3,3942	6,7884	7,8000	87,0304
6	19,1138	3,5578	7,1156	9,7700	72,8312
7	18,0765	3,4922	6,9845	10,0900	69,2219
8	14,2095	3,2230	6,4460	9,6600	66,7285
9	17,5529	3,4582	6,9164	10,0400	68,8882
10	14,6425	3,2554	6,5108	9,5600	68,1046
11	15,3172	3,3047	6,6093	9,4600	69,8659
12	16,0725	3,3581	6,7162	9,4300	71,2217
13	11,0775	2,9663	5,9326	8,3300	71,2195
14	13,5750	3,1743	6,3486	9,9500	63,8048
15	18,9225	3,5459	7,0918	10,4300	67,9941
16	15,6093	3,3255	6,6511	9,8500	67,5234
17	16,2437	3,3700	6,7400	9,2100	73,1810
18	18,5498	3,5225	7,0449	9,9500	70,8032
19	12,2961	3,0713	6,1426	9,9500	61,7346
20	16,2840	3,3728	6,7455	8,4000	80,3040
Média					69,9870

Std.Dev.: 5,65

Tabela 12A - Dados da massa específica, para o fruto do cajá.

Fruto	Preal(g/cm <sup>3</sup> )= X/V
1	0,8862
2	0,9029
3	0,8770
4	0,8961
5	0,8475
6	0,8962
7	0,8770
8	0,8879
9	0,9010
10	0,8971
11	0,8998
12	0,8720
13	0,8875
14	0,8589
15	0,8803
16	0,9309
17	0,8793
18	0,8982
19	0,9069
20	0,8820
21	0,9065
22	0,8983
23	0,9002
24	0,9051
25	0,8827
Média	0,8903
Std.Dev.: 0,017	

Tabela 13A - °Brix dos fruto de cajá.

Fruto	°Brix
1	14,80
2	14,50
3	14,10
4	15,00
5	12,00
6	15,00
7	15,00
8	14,00
9	13,20
10	16,00
11	14,50
12	15,00
13	16,20
14	14,80
15	15,20
16	13,60
17	16,50
18	15,20
19	12,90
20	15,30
21	14,20
22	14,30
23	14,00
24	16,50
25	16,20
Média	14,72
Std.Dev.:	1,1128

## APÊNDICE B

A solução da equação de Fourier para um corpo esférico conforme é mostrado na Figura 1B é demonstrada da seguinte forma:

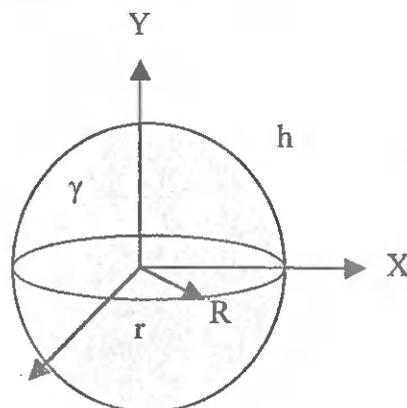


Figura 1B – Corpo esférico em análise

Como se trata de um problema transiente, a equação para resfriamento de uma esfera é:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \gamma \quad (\text{Eq. B1})$$

para  $t > 0$  e  $0 \leq r < R$

- Temos as seguintes condições iniciais:

$$P/ T(r,0) = T_0 \quad ; \quad 0 \leq r < R$$

- Condições de contorno

$$T(0,t) = \text{finito} \quad ; \quad t > 0$$

- Condição convectiva na superfície

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = h(T(R,t) - T_\infty) \quad (\text{Eq. B2})$$

Faz:

$$\eta = \frac{r}{R} \Rightarrow r = R\eta \quad (\text{Eq. B3})$$

Definindo o número de Fourier como:

$$F_o = \frac{kt}{\rho C_p R^2} \quad (\text{Eq. B4})$$

$$e \quad \psi(\eta, F_o) = \frac{T(r,t) - T_\infty}{T_o - T_\infty} \Rightarrow T(r,t) = (T_o - T_\infty)\psi(\eta, F_o) + T_\infty \quad (\text{Eq. B5})$$

Substituindo as Eq. (B5), (B4) e (B3),

$$\begin{aligned} \rho C_p (T_o - T_\infty) \frac{\partial \psi}{\partial t} &= \frac{k}{R^2 \eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( R^2 \eta^2 \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right) (T_o - T_\infty) + \gamma \\ \Rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial t} &= \frac{k}{\rho C_p R^2} \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^2 \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right) + \frac{\gamma R^2}{(T_o - T_\infty)} \end{aligned} \quad (\text{Eq. B6})$$

Faz:

$$a = \frac{\gamma R^2}{(T_o - T_\infty)} \quad (\text{Eq. B7})$$

Teremos:

$$\frac{\partial \psi}{\partial F_o} = \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^2 \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right) + a \quad \begin{array}{l} \text{com: } F_o > 0 \\ 0 \leq \eta < 1 \end{array} \quad (\text{Eq. B8})$$

Utilizando as Condições:

$$\psi(\eta, 0) = 1; \quad 0 \leq \eta < 1 \quad (\text{Eq. B9})$$

$$\psi(0, F_o) = \text{finito} \quad (\text{Eq. B10})$$

P/ Superfície:

$$-\frac{k}{R} (T_o - T_\infty) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} = h(T_o - T_\infty) \psi(1, F_o); \quad F_o > 0 \quad (\text{Eq. B11})$$

$$\text{Como: } B_i = \frac{hR}{k} \quad (\text{Eq. B12})$$

$$-\frac{\partial \psi}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} = B_i \psi(1, F_o) \quad (\text{Eq. B13})$$

- Deveremos procurar uma solução do tipo:

$$\psi(\eta, F_o) = \phi(\eta, F_o) + G(\eta) \quad (\text{Eq. B14})$$

- Levando a Eq(B14) na Eq(B8), Temos:

$$\frac{\partial \phi}{\partial F_o} = \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^2 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^2 \frac{\partial G}{\partial \eta} \right) + a \quad (\text{Eq. B15})$$

- Supondo que:  $\frac{\partial \phi}{\partial F_o} = \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^2 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right)$  com:  $F_o > 0$   $0 \leq \eta < 1$  (Eq. B16)

- Resulta:  $\frac{1}{\eta^2} \frac{d}{d\eta} \left( \eta^2 \frac{dG}{d\eta} \right) + a = 0$  com:  $0 \leq \eta < 1$  (Eq. B17)

- Levando a Eq(B14) nas condições (B9), (B10) e (B13), Teremos:

$\phi(\eta, 0) + G(\eta) = 1$  ;  $0 \leq \eta < 1$  (Eq. B18)

$\phi(0, F_o) + G(0) = 1$  ;  $F_o > 0$

$\phi(0, F_o) = \text{Finito}$  (Eq. B19)

$G(0) = \text{Finito}$  (Eq. B20)

$-\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} - \frac{\partial G}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} = B_i \phi(1, F_o) + B_i G(1)$  ;  $F_o > 0$  (Eq. B21)

- Supondo que:

$-\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} = B_i \phi(1, F_o)$  ;  $F_o > 0$  (Eq. B22)

$-\frac{\partial G}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} = B_i G(1)$  (Eq. B23)

- Solução da Eq(17) vem  $d \left( \eta^2 \frac{dG}{d\eta} \right) = -a\eta^2 d\eta$  (Eq. B24)

Integrando:

$\int d \left( \eta^2 \frac{dG}{d\eta} \right) = - \int a\eta^2 d\eta$  (Eq. B25)

$\eta^2 \frac{dG}{d\eta} = -a \frac{\eta^3}{3} + C_1$  (Eq. B26)

$dG = - \left( a \frac{\eta^3}{3} + C_1 \right) \frac{d\eta}{\eta^2}$  (Eq. B27)

$\int dG = - \int \left( a \frac{\eta^3}{3} + C_1 \right) \frac{d\eta}{\eta^2}$  (Eq. B28)

$G(\eta) = -a \frac{\eta^2}{6} + \frac{C_1}{\eta} + C_2$  (Eq. B29)

- Da Eq(B20) resulta  $C_1=0$

$G(\eta) = -a \frac{\eta^2}{6} + C_2$  (Eq. B30)

Impondo a condição Eq(B23) vem:

$$G(\eta) = -a \frac{\eta^2}{6} - \frac{a}{3B_i} + \frac{a}{6} \quad (\text{Eq. B30})$$

- Da identidade  $\frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^2 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial^2 (\eta \phi)}{\partial \eta^2}$  (Eq. B31)

- Derivando ambos os lados, Temos:

$$\frac{1}{\eta^2} \left( \frac{\partial(\eta^2)}{\partial \eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \eta^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \right) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial(\eta \phi)}{\partial \eta} \right) \quad (\text{Eq. B32})$$

$$\frac{1}{\eta^2} 2\eta \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial(\eta)}{\partial \eta} \phi + \eta \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \quad (\text{Eq. B33})$$

$$\frac{1}{\eta^2} 2\eta \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} = \frac{1}{\eta} \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial(\eta)}{\partial \eta} \right) \phi + \frac{\partial(\eta)}{\partial \eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \frac{\partial(\eta)}{\partial \eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \right] \quad (\text{Eq. B34})$$

Como:  $\frac{\partial(\eta)}{\partial \eta} = 1$  (Eq. B35)

$$\frac{\partial(1)}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{Eq. B36})$$

- Logo:  $\frac{2 \partial \phi}{\eta \partial \eta} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} = \frac{2 \partial \phi}{\eta \partial \eta} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2}$  (Eq. B37)

A Eq(B16) fica reduzida a:

$$\frac{\partial \phi}{\partial F_o} = \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta^2 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial(\eta \phi)}{\partial \eta} \right) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial^2 (\eta \phi)}{\partial \eta^2} \quad *(\eta) \quad (\text{Eq. B38})$$

$$\frac{\partial(\eta \phi)}{\partial F_o} = \frac{\partial^2 (\eta \phi)}{\partial \eta^2} \quad (\text{Eq. B39})$$

- Fazendo  $\eta \phi = \theta(\eta, F_o)$ ; da Eq. (B38) Resulta:

$$\frac{\partial \theta}{\partial F_o} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} \quad (\text{Prob. da placa plana infinita}) \quad (\text{Eq. B40})$$

- Cujas a solução é:  $\theta = e^{-\lambda^2 F_o} H(\eta)$  (Eq. B41)

- Substituindo na Eq(B14), vcm:  $\frac{d^2 H}{d\eta^2} + \lambda^2 H(\eta) = 0$  (Eq. B42)

- Cujas solução geral é:  $H(\eta) = A[\text{sen}(\lambda \eta)] + B[\text{cos}(\lambda \eta)]$  (Eq. B43)

- Logo:

$$\theta(\eta, F_o) = \eta \phi(\eta, F_o) = e^{-\lambda^2 F_o} \{ A[\text{sen}(\lambda \eta)] + B[\text{cos}(\lambda \eta)] \} \quad (\text{Eq. B44})$$

$$\theta(\eta, F_o) = e^{-\lambda^2 F_o} \left\{ \frac{A [\text{sen}(\lambda \eta)]}{\eta} + \frac{B [\text{cos}(\lambda \eta)]}{\eta} \right\} \quad (\text{Eq. B45})$$

- Aplicando limite com  $\eta \rightarrow 0$ , temos:

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\text{cos}(\lambda \eta)}{\eta} = \infty; \text{ P/ satisfazer a condi\c{c}o\~{e} Eq.(B19), Devemos Ter } B=0 \quad (\text{Eq. B46})$$

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(\lambda \eta)}{\eta} = \frac{0}{0}; \quad (\text{Eq. B47})$$

Como temos um limite indeterminado, podemos aplicar a regra de H'Lôpital.

$$\text{- Teremos: } \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{d\eta} [\text{sen}(\lambda \eta)]}{\frac{d\eta}{d\eta}} = \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\lambda \text{cos}(\lambda \eta)}{1} = \lambda \quad (\text{Eq. B48})$$

$$\text{- Assim: } \theta(\eta, F_o) = A e^{-\lambda^2 F_o} \frac{[\text{sen}(\lambda \eta)]}{\eta} \quad (\text{Eq. B49})$$

- Impondo a condi\c{c}o\~{e} da Eq. (B22), vem

$$A e^{-\lambda^2 F_o} \frac{\lambda \eta [\text{cos}(\lambda \eta)] - [\text{sen}(\lambda \eta)]}{\eta^2} \Big|_{\eta=1} = B_i A e^{-\lambda^2 F_o} \frac{[\text{sen}(\lambda \eta)]}{\eta} \Big|_{\eta=1} \quad (\text{Eq. B50})$$

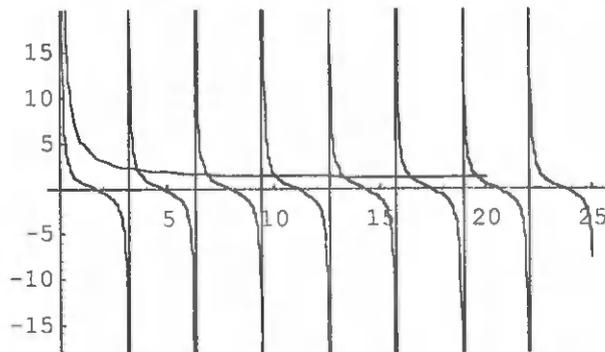
- Simplificando, vem:

$$\lambda \text{cos}(\lambda) - \text{sen}(\lambda) = B_i \text{sen}(\lambda) \quad (\text{Eq. B51})$$

$$\lambda = (1 - B_i) \frac{\text{sen}(\lambda)}{\text{cos}(\lambda)} = (1 - B_i) \text{tg}(\lambda) \quad (\text{Eq. B52})$$

$$\Rightarrow \frac{(1 - B_i)}{\lambda} = \frac{1}{\text{tg}(\lambda)} \quad (\text{Eq. B53})$$

Da Eq Transcendente os gráfcos em fun\c{c}o\~{e} de  $\lambda$



- Para cada auto-valor  $\lambda_m$  temos a auto-função:

$$\theta_i(\eta, F_o) = A_i e^{-\lambda_i^2 F_o} \frac{[\text{sen}(\lambda_i \eta)]}{\eta} \quad (\text{Eq. B54})$$

- A solução geral será: 
$$\theta_i(\eta, F_o) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i e^{-\lambda_i^2 F_o} \frac{[\text{sen}(\lambda_i \eta)]}{\eta} \quad (\text{Eq. B55})$$

- Levando as Eq. (B30) e (B55) em (B14) resulta:

$$\psi(\eta, F_o) = \phi(\eta, F_o) + G(\eta) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i e^{-\lambda_i^2 F_o} \frac{[\text{sen}(\lambda_i \eta)]}{\eta} + \frac{a}{6} \left( 1 - \eta^2 - \frac{2}{B_i} \right) \quad (\text{Eq. B56})$$

- Impondo a condição inicial temos:

$$\psi(\eta, 0) = 1 = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \frac{[\text{sen}(\lambda_i \eta)]}{\eta} + \frac{a}{6} \left( 1 - \eta^2 - \frac{2}{B_i} \right) \Rightarrow 1 - \frac{a}{6} \left( 1 - \eta^2 - \frac{2}{B_i} \right) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \frac{[\text{sen}(\lambda_i \eta)]}{\eta} \quad (\text{Eq. B57})$$

- As auto-funções  $\frac{[\text{sen}(\lambda_i \eta)]}{\eta}$  são ortogonais no intervalo  $0 \leq \eta < 1$ , com peso  $\eta^2$ , isto é:

$$I = \int_0^1 \left\{ \frac{[\text{sen}(\lambda_i \eta)]}{\eta} \frac{[\text{sen}(\lambda_j \eta)]}{\eta} \right\} \eta^2 d\eta = \int_0^1 [\text{sen}(\lambda_i \eta)] [\text{sen}(\lambda_j \eta)] d\eta \quad (\text{Eq. B58})$$

- Para  $i \neq j$ , e 
$$\begin{cases} \lambda_i = (1 - B_i) \text{tg}(\lambda_i) & \cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \text{sen}(a)\text{sen}(b) * (-1) \\ \lambda_j = (1 - B_j) \text{tg}(\lambda_j) & \frac{\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \text{sen}(a)\text{sen}(b)}{\cos(a-b) - \cos(a+b) = 2\text{sen}(a)\text{sen}(b)} \end{cases}$$

(Eq. B59)

temos:

$$\int_0^1 [\text{sen}(\lambda_i \eta)] [\text{sen}(\lambda_j \eta)] d\eta = \frac{1}{2} \int_0^1 [\cos(\lambda_i - \lambda_j) \eta - \cos(\lambda_i + \lambda_j) \eta] d\eta \quad (\text{Eq. B60})$$

$$\text{faz : } u = \eta(\lambda_i - \lambda_j)$$

$$\frac{du}{d\eta} = (\lambda_i - \lambda_j) \Rightarrow d\eta = \frac{du}{(\lambda_i - \lambda_j)} \quad (\text{Eq. B61})$$

$$\frac{1}{2} \int_0^1 \cos(u) \frac{du}{(\lambda_i - \lambda_j)} - \int_0^1 -\cos(u) \frac{du}{(\lambda_i + \lambda_j)} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\text{sen}(\lambda_i - \lambda_j)}{(\lambda_i - \lambda_j)} - \frac{\text{sen}(\lambda_i + \lambda_j)}{(\lambda_i + \lambda_j)} \right] = \quad (\text{Eq. B62})$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{\text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_j) - \cos(\lambda_i) \text{sen}(\lambda_j)}{(\lambda_i - \lambda_j)} - \frac{\text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_j) - \cos(\lambda_i) \text{sen}(\lambda_j)}{(\lambda_i + \lambda_j)} \right] = \quad (\text{Eq. B63})$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_j) \left( \frac{1}{(\lambda_i - \lambda_j)} - \frac{1}{(\lambda_i + \lambda_j)} \right) - \cos(\lambda_i) \text{sen}(\lambda_j) \left( \frac{1}{(\lambda_i - \lambda_j)} + \frac{1}{(\lambda_i + \lambda_j)} \right) \right] = \quad (\text{Eq. B64})$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_j) \left( \frac{2\lambda_j}{(\lambda_i^2 - \lambda_j^2)} \right) - \cos(\lambda_i) \text{sen}(\lambda_j) \left( \frac{2\lambda_i}{(\lambda_i^2 - \lambda_j^2)} \right) \right] = \quad (\text{Eq. B65})$$

$$= \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_j) \left( \frac{\lambda_j}{(\lambda_i^2 - \lambda_j^2)} \right) - \cos(\lambda_i) \text{sen}(\lambda_j) \left( \frac{\lambda_i}{(\lambda_i^2 - \lambda_j^2)} \right) = \quad (\text{Eq. B66})$$

$$= \frac{\lambda_j \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_j) - \lambda_i \cos(\lambda_i) \text{sen}(\lambda_j)}{(\lambda_i^2 - \lambda_j^2)} = \text{com } \lambda = (1 - B_i) \text{tg}(\lambda) \quad (\text{Eq. B67})$$

$$\quad (\text{Eq. B68})$$

$$= \frac{(1 - B_i) \text{sen}(\lambda_i) \text{sen}(\lambda_j) - (1 - B_i) \text{sen}(\lambda_i) \text{sen}(\lambda_j)}{(\lambda_i^2 - \lambda_j^2)} = 0 \quad (\text{Eq. B69})$$

$$\text{Logo: } \int_0^1 [\text{sen}(\lambda, \eta)] [\text{sen}(\lambda_j, \eta)] d\eta = 0 \quad (\text{Eq. B70})$$

- Para  $i=j$ , temos:

$$I = \frac{1}{2} \int_0^1 [1 - \cos(2\lambda_i \eta)] d\eta = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2\lambda_i} \text{sen}(2\lambda_i) \right) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{\lambda_i} \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_i) \right) \quad (\text{Eq. B71})$$

$$I = \frac{1}{2\lambda_i} (\lambda_i - \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_i)) \quad (\text{Eq. B72})$$

$$\int_0^1 \left\{ \frac{[\text{sen}(\lambda, \eta)] [\text{sen}(\lambda_j, \eta)]}{\eta} \right\} \eta^2 d\eta = \frac{1}{2\lambda_i} (\lambda_i - \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_i)) \delta_{ij} \quad (\text{Eq. B73})$$

- Da Eq.(B57), obtém-se

$$A_i = \frac{\int_0^1 \left[ 1 - \frac{a}{6} \left( 1 - \eta^2 - \frac{2}{B_i} \right) \right] \eta \text{sen}(\lambda_i \eta) d\eta}{\frac{1}{2\lambda_i} (\lambda_i - \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_i))} = \frac{2 \left( B_i \lambda_i^2 + \frac{2}{3} a \lambda_i^2 - a B_i \right)}{\lambda_i^3 (\lambda_i - \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_i))} \quad (\text{Eq. B74})$$

$$\psi(\eta, F_0) = 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\left( B_i \lambda_i^2 + \frac{2}{3} a \lambda_i^2 - a B_i \right)}{\lambda_i^3 (\lambda_i - \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_i))} e^{-\lambda_i^2 F_0} \frac{[\text{sen}(\lambda_i \eta)]}{\eta} + G(\eta) \quad (\text{Eq. B75})$$

- Se não houvesse geração interna de calor,  $\gamma=0$ :

$$A_i = \frac{\int_0^1 \eta \text{sen}(\lambda_i \eta) d\eta}{\frac{1}{2\lambda_i} (\lambda_i - \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_i))} = \frac{2\lambda_i \frac{\text{sen}(\lambda_i) - \lambda_i \cos(\lambda_i)}{\lambda_i^2}}{(\lambda_i - \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_i))} \quad (\text{Eq. B76})$$

$$A_i = \frac{2 [\text{sen}(\lambda_i) - \lambda_i \cos(\lambda_i)]}{\lambda_i (\lambda_i - \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_i))} \quad (\text{Eq. B77})$$

$$\psi(\eta, F_0) = 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[\text{sen}(\lambda_i) - \lambda_i \cos(\lambda_i)]}{\lambda_i (\lambda_i - \text{sen}(\lambda_i) \cos(\lambda_i))} e^{-\lambda_i^2 F_0} \frac{[\text{sen}(\lambda_i \eta)]}{\lambda_i \eta} \quad (\text{Eq. B78})$$

## Símbolos utilizados no apêndice B

- $\rho$ - Massa específica
- $C_p$ - Calor Específico
- $T$ - Temperatura do fruto
- $T_0$ - Temperatura inicial
- $T_\infty$ - Temperatura ambiente
- $F_0$ - Número de Furier
- $t$ - Tempo
- $R$ - Raio total
- $r$ - Raio de variação
- $K$ - Condutividade térmica
- $B_i$ - Número de Biot
- $a$ - Constantes