UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA

PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA APLICADA A OTIMIZAÇÃO DE PADRÕES DE CULTURAS IRRIGADAS

ALEXANDRE ROSTAND PEREIRA MENDES

CAMPINA GRANDE - PB
1996

ALEXANDRE ROSTAND PEREIRA MENDES

PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA APLICADA A OTIMIZAÇÃO DE PADRÕES DE CULTURAS IRRIGADAS

Dissertação submetida a Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Agricola da Universidade Federal da Paraíba em cumprimento das exigências para obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc).
- Área de Concentração: Irrigação e Drenagem.

ORIENTADORES: HUGO ORLANDO CARVALLO GUERRA
JOSÉ DANTAS NETO

CAMPINA GRANDE - PB
JUNHO - 1996

M538p Mendes, Alexandre Rostand Pereira
Programacao matematica aplicada a otimizacao de padroes de culturas irrigadas / Alexandre Rostand Pereira Mendes. - Campina Grande, 1996.
73 f.

Dissertacao (Mestrado em Engenharia Agricola) - Universidade Federal da Paraiba, Centro de Ciencias e Tecnologia.

1. Irrigacao 2. Engenharia Rural 3. Drenagem - Irrigacao 4. Cultura Irrigada 5. Dissertacao - Engenharia Agricola I. Guerra, Hugo Orlando Carvallo II. Dantas Neto, Jose III. Universidade Federal da Paraiba - Campina Grande (PB)

CDU 631.67(043)

PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA APLICADA A OTIMIZAÇÃO DE PADRÕES DE CULTURAS IRRIGADAS

ALEXANDRE ROSTAND PEREIRA MENDES

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 20/06/96

HUGO ORLANDO CARVALLO GUERRA
Presidente da Banca Examinadora

JOSÉ DANTAS NETO
Examinador

ROSIRES CATÃO CURI
Examinadora

CAMPINA GRANDE - PB
JUNHO - 1996

A minha mãe Jercienne da Silva Pereira, e as minhas irmãs,

OFEREÇO.

Com muito amor, à minha esposa Adriana Melo Gaião Pereira e às minhas filhas Adrielle Gaião Pereira e Danielle Gaião Pereira

DEDICO.

AGRADECIMENTOS

A Universidade Federal da Paraíba, através do Departamento de Engenharia Agrícola.

Aos Profs. Drs. Hugo Orlando Carvallo Guerra e José Dantas Neto, pela eficiente e criteriosa orientação bem como pela amizade e incentivo durante o período da elaboração do trabalho.

A coordenação do curso de Pós-graduação em Engenharia Agrícola, ao Prof. Dr. Pedro Dantas Fernandes.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro durante a vigência da bolsa.

Ao Prof. Eduardo Andrade Veloso do Departamento de Sistemas, pela orientação na condução dos trabalhos.

Aos colegas da Pós-graduação pela vivência e companheirismo ao longo do curso.

Aos funcionários do Laboratório de Irrigação e Salinidade, pela amizade e aplicada consideração.

A todos a queles que, direta ou indiretamente, colaboraram para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

Página

LISTA DE QUADROS

RESUMO

Um trabalho foi conduzido para avaliar e comparar três modelos matemáticos de otimização: programação linear padrão, linear separável e não-linear. A função objetivo dos modelos foi otimizar a alocação de áreas irrigáveis com diferentes culturas tendo como restrições os recursos terra, água e mercado, visando a maximização dos retornos financeiros.

O modelo de programação não-linear proporcionou maiores retornos financeiros e sendo assim é o mais recomendado para este tipo de otimização. Embora o modelo de programação linear separável tenha proporcionado retornos financeiros semelhantes ao da programação não-linear, sua formulação e interpretação é complexa. O modelo de programação linear padrão estipulou requerimentos de irrigação maiores que os outros dois modelos, o qual diminuiu a área irrigada e consequentemente teve os menores retornos.

ABSTRACT

A work was conducted to evaluate and compare three optimization mathematical models: the standard linear programming, the separable linear programming and the-non-linear programming. The objective function for all the models was to optimize the allocation of irrigated areas with differents crops under several areas, water and market conditions, looking for the maximization of the proft.

The non-linear programming model furnished the highest profit and therefore it is reccomended for the optimization work. Although the separable linear programming offered an utility similar to the non-linear model its fomulation and interpretation is complex. The standard linear program presented the highest crop-water requirements, the smallest cultivated area and therefore the lowest utility.

INTRODUÇÃO

Um dos principais problemas que frequentemente acontece na agricultura irrigada é a baixa eficiência com que são utilizados os recursos disponíveis e principalmente a água de irrigação. Por outro lado, o aumento da escassez de água nas zonas semi-áridas alertam para urgente necessidade de racionalizar o uso desta. Assim, é indispensável o conhecimento das relações funcionais entre a água e o rendimento das culturas. Além da preocupação de racionalizar o uso da água, existe a necessidade de selecionar padrões de culturas economicamente viáveis para uma determinada região e disponibilidade de recursos.

Quando o agricultor procura otimizar sua decisão, entre as diferentes alternativas disponíveis, ele deve escolher a mais eficiente na utilização dos recursos produtivos e que satisfaça certos objetivos pré-estabelecidos. Nas situações em que a tomada de decisões está relacionada à alocação de recursos escassos, são necessários métodos eficientes que auxiliem o planejador no processo decisório. Para resolver este tipo de problema, os modelos de programação matemática são atualmente os mais indicados, capazes de quantificar de maneira ótima o uso de recursos limitados (água, terra, capital, mão-de-obra, etc...), maximizando algum índice de desempenho ou minimizando alguma medida de custo.

A pesquisa operacional tem vasta aplicação na otimização de recursos hídricos associados com sistemas de produção em agricultura irrigada. Essa aplicação vai desde a identificação de parâmetros ótimos para projetos (para maximização de benefícios ou minimização de custos), até a determinação de políticas operacionais ideais para alocação de recursos escassos.

O objetivo do presente trabalho é utilizar e resolver modelos matemáticos de programação que utilizem racionalmente os recursos disponíveis e proporcionem padrões irrigados ótimos que forneçam os melhores retornos econômicos, compará-los e recomendar o mais adequado para diferentes cenários hidroagrícolas.

REVISÃO DE LITERATURA

2.1. PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA NA AGRICULTURA IRRIGADA

Para descrever resultados de experimentos na agricultura e relacionar-los com idéias e teorias existentes, é amplamente sabido que a matemática não é somente uma ferramenta adequada senão que se constitui na única forma de fazê-lo. Os modelos matemáticos contribuem de diversas formas para compreender a relação entre a matemática e as práticas agrícolas (FRANCE & THORNLEY, 1984). Entre estes modelos , a programação matemática ocupa o lugar mais importante.

O termo programação não se refere a programação de computadores; trata-se essencialmente de um sinônimo de planejamento, apesar de estar fortemente associado à utilização dos mesmos . Ela é empregada para fazer o planejamento de atividades com o propósito de obter um resultado ótimo, isto é, um resultado capaz de atingir a melhor meta específica entre as alternativas viáveis (HILLIER & LIEBERMAN, 1988).

2.2. TIPOS DE PROGRAMAÇÃO MATEMATICA

Existem várias formas de programação matemática sendo as mais importantes a Programação linear e a Programaçãso não-linear (HILLIER & LIEBERMAN, 1988).

2.2.1. Programação Linear

A programação linear foi desenvolvida nos últimos trinta anos para resolver problemas relacionados com planejamento e investimento na indústria e no governo. É utilizado para alocar recursos da melhor forma possível visando um objetivo determinado. Aplicações típicas na agricultura incluem: alocação de terras para determinadas cultura, decisões na quantidade de insumos a aplicar, cálculo da quota de rações ofertadas aos animais, planejamento da mão-de-obra, maquinário, etc.(FRANCE & THORNLEY, 1984).

De acordo com ALBUQUERQUE FILHO (1986), o uso da programação linear exige um conhecimento de todos os fatores que possam influenciar o funcionamento do sistema a ser otimizado. No caso de projetos de irrigação, os seguintes fatores estão entre os que mais comumente afetam a operação e os custos dos sistemas, influindo diretamente nos seus benefícios: a) Disponibilidade de recursos naturais (solo/água) adequados; b) Disponibilidade de capital; c) Políticas operacionais adequadas (quando e quanto irrigar); d) Uso de insumos, fertilizantes e defensivos agricola; e) Disponibilidade de mão-de-obra; f) Disponibilidade de equipamentos apropriados; g) Comercialização da produção (armazenamento, preços, etc.); h) Enérgia e custo compatível; i) Restrições legais (concessões), e outros.

Para BALTRA (1982), os modelos de programação linear nos projetos de irrigação podem ser utilizados nos seguintes tipos de planejamento agronômico:

I) Otimização de planos de culturas, para otimização dos recursos. podendo-se utilizar como função econômica : a) Maximização do lucro; b) Minimização do uso da mão-de-obra; c) Otimização do uso da água; e d) Otimização do uso das máquinas agrícolas. O modelo usa as restrições: a) Volume de água disponível; b) Demanda de água pelas culturas; c) Custos de produção; d) disponibilidade de terra; e) Receita líquida; e f) Custos de mercado;

II) Determinação de lâminas e intervalos de irrigação;

III) Previsões meteorológicas;

IV) Transporte de grãos.;

V) Potencial de bacias de captação e balanços hídricos.

Muitos trabalhos tem sido desenvolvidos no sentido de selecionar culturas a serem plantadas em uma determinada área, em condições limitantes de água. Técnicas de programação linear tem sido usadas para resolução de tais problemas (WINDSOR & CHOW, 1971; TRAVA et al., 1977; BALTRA, 1982; ANDERSON et al., 1985; ALBUQUERQUE FILHO, 1986).

Problemas de planejamento da irrigação em culturas já instaladas no campo, também podem ser resolvidos pela programação linear, mas requerem uma formulação diferente. TRAVA et. al. (1977) desenvolveram um modelo cujo objetivo foi minimizar os custos relacionados à mão-de-obra em sistemas de irrigação de várias culturas e tipos de solo, sujeito à restrições de disponibilidade diária de água e ao requerimento de água das culturas.

Os principais tipos de programação linear são (HILLIER & LIEBERMAN,1988):

a) Padrão; b) Inteira; c) Dinâmica; d) Inteira mista; e)Separável.

2.2.1.1. Programação linear padrão

Um problema de programação linear padrão envolve a maximização ou minimização de uma função linear de várias variáveis, denominada função objetivo, sujeita a um conjunto de restrições. As variáveis não podem ser negativas, contudo, uma variável negativa pode ser expressa como a diferença entre duas variáveis positivas. Todo problema de programação linear caracteriza-se pelo estabelecimento de relações lineares, ou seja, todas as equações envolvidas são necessariamente representadas por variáveis expressas no primeiro grau. A linearidade não é tão restritiva quanto pode parecer. Significa que os coeficientes utilizados expressam um comportamento constante, ou representam uma relação linear (FRIZZONE, 1991)

As restrições, expressas por inequações, permitem que não se exija o uso integral dos recursos disponíveis e que o nível de qualquer atividade explorada ou produto, seja igual ou maior do que zero. Dessa forma, assegura-se que a quantidade utilizada de recursos seja menor ou igual a quantidade disponível e que a produção seja maior ou igual a zero.

Um problema de Programação Linar Padrão pode ser abordado de seguinte forma: considere n variáveis não-negativas X_j (j = 1, 2, 3, ... , n) e uma função linear Z destas variáveis que deve ser maximizada.

$$\text{Max } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + ... + C_nX_n \qquad (1)$$

sujeito à um conjunto de restrições para as variáveis X_j:

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + ... + a_{1n}X_n \leq b_1 \qquad (2)$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + ... + a_{2n}X_n \leq b_2 \qquad (3)$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + ... + a_{mn}X_{mn} \leq b_m \qquad (4)$$

$$X_1 \geq 0 ; \quad X_2 \geq 0 , ... , X_n \geq 0 \qquad (5)$$

As restrições dadas pelas inequações 2 , 3 e 4 são chamadas restrições funcionais e representam o uso total do recurso. As restrições do tipo $X_j \geq 0$ são as de não-negatividade. As variáveis X_j (j = 1, 2, 3, ... , n) são as n variáveis de decisão e as constantes de entrada a_{ij}, b_i e c_j, são chamadas constantes ou parâmetros do modelo. Qualquer situação cuja formulação matemática se ajuste a esse modelo é um problema de programação linear padrão.

O procedimento padrão para resolver problemas de programação linear é através do método simplex. Este é um método eficiente e é usado rotineiramente para resolver uma grande variedade de problemas de planejamento desde que eles se enquadrem no critério de linearidade. Considerando que é muito mais conveniente lidar com equações do que com relações de desigualdade o primeiro passo para estabelecer o método simplex é converter as restrições funcionais de desigualdades em restrições equivalentes de igualdade. As restrições de não-negatividade podem ser deixadas como desigualdades porque são usadas apenas indiretamente pelo algoritmo. Isto é feito introduzindo-se variáveis de folga.

DANTAS NETO (1994) conduziu um estudo otimizando padrões irrigados através do uso de programação linear padrão. Para isto ele utilizou lâminas de irrigação fixas .

2.2.1.2. Programação linear inteira

Em muitos problemas práticos as variáveis de decisão apenas fazem sentido se tiverem valores inteiros. Portanto, apesar desta restrição adicional de que as variáveis de decisão tenham que ter valores inteiros, tem-se desenvolvido procedimentos para obter-se soluções para este caso de problemas de programação linear. Mesmo que a solução ótima de programação linear seja arrendodada com sucesso, restará ainda outra falha. Não existe garantia de que esta solução aproximada seja a solução ótima inteira. Na verdade, ela pode em termos do valor da função objetivo, estar longe do ótimo.

Os problemas de programação inteira surgem frequentemente porque em algumas situações que envolvem planejamentos algumas ou todas as variáveis de decisão têm que estar restritas a valores inteiros. Existem também muitas aplicações que envolvem decisões sim-ou-não, as quais podem ser representadas por variáveis binárias (0-1). Estes problemas que envolvem programação linear inteira, em geral, são mais difíceis do que aquelas do tipo linear padrão. Por isso os algoritmos disponíveis para a programação linear inteira são, geralmente, muito menos eficientes que o método simplex (PUCCINI & PIZZOLATO.1987).

2.2.1.3. Programação linear dinâmica

A programação dinâmica é uma técnica matemática de utilidade frequente para se tomar uma sequência de decisões inter-relacionadas. Ela fornece um procedimento sistemático para determinar a combinação de decisões que maximizaria a eficácia geral (WAGNER. 1986).

Em contraste com a programação linear padrão, não existe uma formulação matemática padrão para o problema de programação dinâmica. Ao contrário, a programação dinâmica é um tipo geral de abordagem para a solução de problemas, e as equações particulares usadas têm que ser desenvolvidas para se ajustarem a cada situação em particular. Por isso, é necessário um certo grau de engenhosidade e discernimento, diante da estrutura geral dos problemas de programação dinâmica, para se reconhecer quando um problema pode ser resolvido pelos procedimentos de programação dinâmica e como isso seria feito. Provavelmente, essas habilidades podem ser melhor desenvolvidas através da exposição a uma ampla variedade de aplicações da programação dinâmica e do estudo das características que são comuns a todas estas situações. (WAGNER, 1986).

A programação dinâmica é uma técnica muito útil para tomar uma sequência de decisões inter-relacionadas. Ela requer a formulação de uma relação recursiva apropriada para cada problema individualmente. Entretanto, ela consegue uma grande economia computacional, em comparação com o uso da enumeração exaustiva, para encontrar a melhor combinação de decisões, especialmente para problemas de larga escala (HILLIER & LIEBERMAN, 1988).

WINDSOR & CHOW (1971) usaram um modelo de programação linear para selecionar o tipo de cultura, a área de terra a ser alocada a cada uma destas culturas, o sistema e a intensidade de irrigação para a produção. Foi definido o conjunto de variáveis de decisão X_{jlmn} representando o número de hectares da cultura n na área j, usando o nível de irrigação l e o sistema de irrigação m. A solução foi selecionar o X_{jlmn} que maximizasse o lucro líquido total, para várias combinações de recursos considerando a resposta de produção da cultura e seus respectivos custos. Foi usada a programação dinâmica para estimar as produções da cultura para a ótima alocação de água por unidade de área.

2.2.1.4. Programação linear inteira mista

Problema geral de programação linear inteira mista, onde algumas das variáveis estão restritas a valores inteiros (porém não necessariamente apenas 0 e 1), porém as restantes são variáveis contínuas comuns. Na forma de minimização, este problema é:

$$\text{Minimizar} \quad Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j.$$

Sujeito a

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \geq b_i \text{, para } i = 1, 2, \ldots, m.$$

e $\qquad X_j$ seja inteiro, para $j = 1, 2, \ldots, I$ $(I \leq n)$

$X_j \geq 0$, para $j = 1, 2, ..., m$.

(Quando I = n, este se torna o problema de programação linear inteira pura)

A Programação inteira mista também é util por incorporar certos tipos especiais de restrições ou funções a um problema que, de outro modo, se ajustaria ao formato linear (ou programação matemática).

Um método para otimizar a posição de sistemas de irrigação, tipo pivô central em áreas de geometria irregular, foi apresentada por ANDERSON et al. (1985). No método, a área irrigada é aproximada por uma matriz de pontos discretos e as possíveis locações dos pivôs, bem como a lâmina de água aplicada, são avaliados para cada ponto. A estratégia foi maximizar o número de pivôs que podem ser colocados na área, sem permitir sobreposição. A solução foi obtida com a utilização da programação linear inteira mista.

2.2.1.5. Programação linear separável

A programação linear separável constitui um problema de programação não-linear, pois contém na função objetivo uma função não-linear (Y_j). Entretanto, esta função pode ser linearizada, através da técnica de linearização por partes e o modelo tratado como um problema de programação linear separável.

Para FRIZZONE (1991), em programação separável ao aproximar-se uma função não-linear por um conjunto de segmentos de reta, não se fica restrito a funções do segundo grau, como em programação quadrática, nem se está limitado às restrições lineares.

ALLEN (1986), desenvolveu um modelo matemático que fornece subsídio para manejo e planejamento de projetos de irrigação do ponto de vista da maximização dos lucros. Resultados de regressão indicam que todas as relações e custos podem ser aproximados por segmentos lineares desde que o comprimento destes permaneçam curtos. Os modelos resultantes parecem ser aplicáveis e realistas para análise de sensibilidade dos sistemas.

Aplicações mais complexas da programação separável podem ser feitas para formulações de modelos que incorporam na função objetivo, funções de resposta de diferentes culturas, com o propósito de determinar a quantidade ótima de água a ser utilizada em cada cultivo, a área a ser destinada a cada atividade e os custos de oportunidade, conhecendo-se um conjunto de restrições (FRIZZONE, 1991; POMAREDA ,1978; KUMAR & KHEPAR ,1980; DANTAS NETO ,1994), desenvolveram e aplicaram um modelo desta natureza. O modelo utilizou funções de resposta não lineares aproximadas por funções linearizadas por partes. A função objetivo consistiu em maximizar a renda líquida total da exploração agrícola, num determinado período.

2.2.2. Programação não-linear

A programação não-linear, na sua formulação é semelhante a programação linear, consiste em uma função objetivo e um conjunto de restrições. A programação não-linear, caracteriza-se por não ter os requesitos de linearidade e convexidade que a programação linear exige. O modelo matemático geral pode ser representado da seguinte forma (CARVALLO, 1994):

Maximizar ou Minimizar

$$Z = f(x) \qquad (6)$$

sujeito às restrições

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j \leq b_i \qquad (7)$$

Onde:

Z - Função objetivo que define o resultado a otimizar;

X_j - Nível ótimo da atividade j (j=1, 2, 3, ..., n);

a_{ij} - Coeficientes técnicos que se supõe constantes, e que indicam as quantidades disponíveis de recursos i (i=1, 2, 3, ... ,m), utilizado por unidade da atividade j;

b_i - Parâmetro do modelo que representa a quantidade do recurso i, disponível para as n atividades ($b_i \geq 0$).

A programação não-linear, determina pontos de máximo e mínimo (extremos), para funções restritivas e não-restritivas. Os problemas não restritivos só necessitam de uma função objetivo, enquanto que os restritivos devem ter suas restrições expressa em forma de equações ou desigualdades.

CHIANG (1982) considera a programação linear um progresso em relação ao contexto da otimização clássica, uma vez que as restrições podem entrar no problema na forma de desigualdades e, assim, faz-se explicitamente a introdução das condições de não-negatividade no mesmo. Entretanto, a necessidade de confinar a função objetivo e as restrições a um modelo linear pode, às vezes, ser uma limitação significativa. Desta forma, um progresso adicional seria uma estrutura de otimização que pudesse trabalhar com funções objetivo e restrições em forma de desigualdades que não sejam lineares, sendo que tal estrutura é encontrada na programação não-linear.

Segundo HILLIER & LIEBERMAN (1988), os problemas práticos de otimização frequentemente envolvem comportamento não-linear que deve ser levado em consideração.Às vezes é possível reformular estas relações não-lineares para ajustar o problema a um formato de programação linear.

Em contraste com o método simplex para programação linear, não existe nenhum algoritmo genérico eficiente que possa ser usado para resolver todos os problemas de programação não-linear. Na verdade, alguns destes problemas não podem ser resolvidos por nenhum método, de maneira muito satisfatória. Entretanto, tem havido um progresso considerável para algumas classes importantes de problemas, incluindo programação quadrática e programação convexa. Para estes casos, existe disponível uma variedade de algoritmos que são usados com alguma frequência e que têm demonstrado um desenpenho razoavelmente bom

HILLIER & LIEBERMAN (1988) afirmam ainda, que a programação não-linear difere da programação linear em pelo menos cinco aspectos, alguns deles relacionados entre si, ou seja: o campo de escolha abrange toda a região possível, não somente o conjunto de seus pontos extremos; o número de restrições que são exatamente satisfeitas (e as condições de não-negatividades) pode ser igual ao número de variáveis de escolha; um deslocamento contínuo em uma direção uniforme pode não conduzir a valores continuamente crescentes (ou decrescentes) da função objetivo; a região viável pode não ser um conjunto convexo; um ótimo local pode não ser um ótimo global.

Segundo GIL & OLITA. (1988) os modelos de programação não-linear podem ser resolvidos utilizando os programas computacionais já desenvolvidos e disponíveis no mercado. Com a crescente utilização desses modelos a otimização dos sistemas de irrigação passou a abranger, também, a escolha da melhor configuração do equipamento na área a ser irrigada, bem como a melhor condição operacional (por exemplo, a definição do número de unidades operacionais operando simultaneamente).

2.3 - INCORPORAÇÃO DA FUNÇÃO DE RESPOSTA DAS CULTURAS A ÁGUA, AOS MODELOS DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

A técnica da programação matemática tem sido amplamente utilizada para a ótima alocação de recursos escassos.Contudo,em áreas irrigadas poucos modelos usam as funcões de resposta das culturas á água de irrigação para racionalizar o uso da água (DANTAS NETO, 1994).

Para YARON & BRESLER (1983), o elemento básico para análise econômico em áreas irrigadas é a função resposta da água em relação à produtividade das culturas, já que a planta responde diferentemente a conteúdos e regimes de umidade do solo, durante o período de crescimento da planta, resultando em mudanças correspondentes na produção das culturas irrigadas. Segundo YARON & BRESLER (1983), estudos empíricos de programação linear no planejamento de áreas irrigadas tem mostrado que a incorporação de função de resposta da cultura à água, tende a aumentar os ganhos e o valor do produto marginal da água, quando comparado a situações onde não existe flexibilidade na aplicação da lâmina de água.

DANTAS NETO (1994) utilizou as funções de produção das culturas com relação à água para otimizar a receita líquida de um projeto de irrigação, via programação linear padrão e separável. Foram utilizados um modelo com lâminas de água fixas (programação linear padrão) e um modelo com lâminas de água alternativas (programação linear sepáravel). Este último consistiu em um somatório de funções convexas de variáveis individuais. Foram selecionados os valores ótimos das variáveis de decisão, as quais foram as áreas para as culturas mais cultivadas na região do projeto, de acordo com os níveis de disponibilidade de água estudados.

Segundo MUSICK & DUSEK (1971) , os primeiros estudos de função de resposta, realizados por De Wit e por Arkley, apontavam uma relação linear entre o rendimento e a água utilizada pelas plantas. Reconhecem, entretanto, que experimentos posteriores (Holzapfel, 1990) indicam ser esta relação não-linear, mesmo que em experiências realizadas tenham encontrado que os tratamentos com baixos rendimentos poderiam ser representados por uma relação linear.

Segundo HARGREAVES & SAMANI (1984) e ENGLISH (1990) a relação produção-água aplicada pode ser considerada linear até aproximadamente 50% da quantidade de água aplicada (Wm) que resulta na produção máxima. Para maiores quantidades de água aplicada, a função começa a decrescer refletindo não só perdas de água decorrentes do não aproveitamento da mesma pelas plantas como também uma queda da produção devido provavelmente à condições de umidade do solo superiores às adequadas para uma produção máxima.

A curva de água aplicada f(W) estará próxima da reta da evapotranspiração f(ET) para baixos níveis de aplicação de água, mas se afasta progressivamente da mesma para maiores níveis de aplicação de água. (Fig. 1)

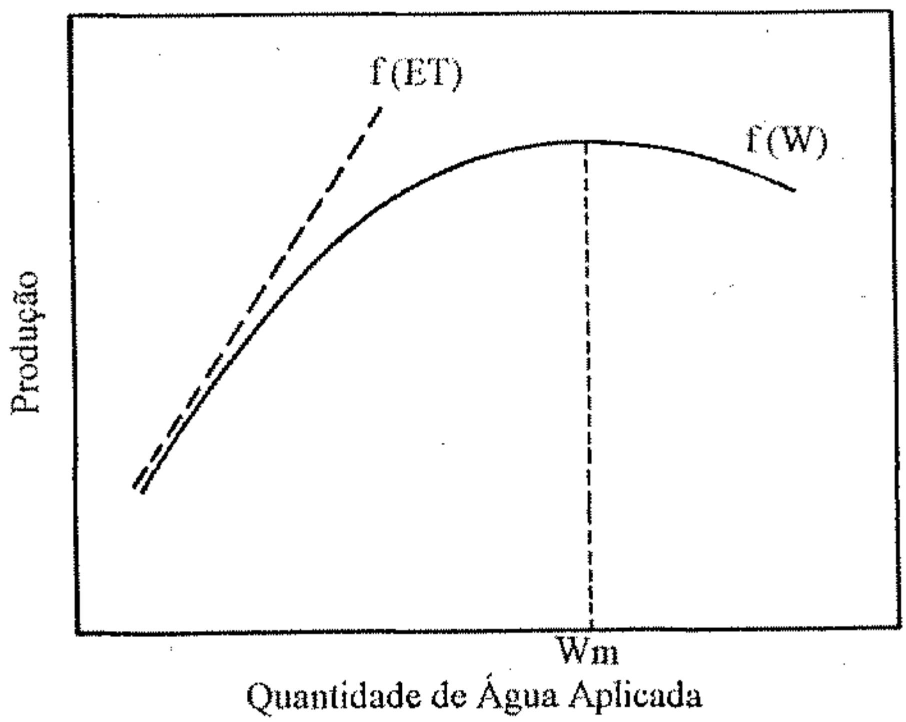

FIGURA 1 - Função de resposta de uma cultura à água.

Enquanto a evapotranspiração (ET) é o parâmetro mais diretamente associado com a produção (Y), a lâmina (W) representa a água necessária e aplicada, ou seja, o dado de maior interesse para os planejadores. Ainda que W seja uma das três fontes de água da qual se deriva a ET, as outras duas existentes (água disponível no solo e a precipitação) devem ser previamente definidas. A soma destas três fontes representa, segundo STEWART & HAGAN (1973), o termo suprimento de água para a produção.

Durante muitos anos, pesquisas tentando relacionar produção de culturas e uso de água, têm sido guiadas, de maneira implícita, por várias noções do que constitui o desejável nível do uso de água. Conforme VAUX JR. & PRUITT (1983), três definições gerais podem ser identificadas: a) os trabalhos de técnicos voltados para a produção são frequentemente dirigidos com o objetivo de estabelecer o nível de água necessário para se obter a máxima produção por hectare; este objetivo particular fica implícito que a água não deve ser fator limitante; b) outra corrente de pensamento encontrada na literatura de irrigação é a de máxima eficiência do uso da água, a qual ocorre quando a produção da cultura por unidade de água é maximizada; c) a água para ser usada eficientemente deverá ser aplicada até o ponto onde o preço da última unidade de água utilizada é igual ao valor de venda obtido como resultado desta aplicação.

Porém, quando a água é o fator limitante, o volume economizado pela irrigação com déficit, pode ser utilizado para irrigar uma quantidade adicional de terra, aumentando a renda da empresa. Este aumento potencial na renda corresponde ao custo de oportunidade da água (ENGLISH , 1990). O objetivo é encontrar o nível de água que maximiza a renda líquida por unidade de volume de água.

Onde o suprimento de água é limitado, o custo de oportunidade pode ser uma importante consideração no manejo da água. Tomando a seguinte função de resposta:

$$Y_i = f(N1, N2, ..., Nj, W) \quad (8)$$

onde há j outros insumos (N) e água (W), e assumindo que a função de resposta da cultura para a água é independente de outros insumos, tem-se:

$$Y_i = f_i(W) \quad (9)$$

Do ponto de vista agronômico, o ótimo nível de água a ser usado é onde a produtividade marginal da água é igual a zero, isto é quando $f_i'(W) = 0$, onde $f_i'(W)$ corresponde a derivada da função de resposta da cultura á água em relação a lâmina aplicada.

Considerando fatores econômicos, a situação é diferente . Se o objetivo econômico é a maximização da renda líquida e o preço da água é expresso por Pw, então a função de renda líquida por unidade de área (R) será (POMAREDA, 1978; FRIZZONE, 1986):

$$R = P_i f_i(W) - P_W . W \quad (10)$$

onde:

P_i - Preço do produto

P_W - Preço do fator W (água)

a qual é maximizada quando:

$$dR/dW = P_i f_i'(W) - P_W = 0 \quad (11)$$

A equação pode ser rearranjada assim:

$$P_w = f_i(W).P_i \qquad (12)$$

onde:

$f_i(W).P_i$ - valor da produtividade marginal do fator W.

Esta equação implica que o ótimo nível de uso de água é o ponto onde seu preço é igual ao valor da produtividade marginal. Isto basicamente difere da equação $f_i(W)=0$ na qual o preço da água aumenta relativamente ao preço do produto. O ótimo econômico implica em níveis baixos de uso da água.

MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. CARACTERÍSTICAS DA ÁREA

Para a utilização dos modelos considerou-se uma área de 1000 ha e uma disponibilidade de água de 6.966.000 m^3. A área apresenta as características do Projeto Senador Nilo Coelho que está localizado no sub médio São Francisco estendendo-se sua superfície agrícola ao longo do rio, na sua margem esquerda desde a barragem de Sobradinho,no Município de Casa Nova, Estado da Bahia, até o Município de Petrolina, Estado de Pernambuco, circundando o perímetro urbano da Cidade de Petrolina

A área do projeto encontra-se dentro do polígono das secas, com um clima estépico de inverno seco, muito quente. A precipitação média anual é de 400 mm, sendo que a estação chuvosa ocorre geralmente de Janeiro a Abril, mas a distribuição é bastante irregular, podendo qualquer mês do ano ser completamente seco, o que restringe o desenvolvimento das culturas sem o uso da irrigação. A temperatura média anual é de 28°C, sendo que as médias mensais variam pouco através do ano.

3.2. CULTURAS UTILIZADAS

As culturas utilizadas neste trabalho foram as seis mais tradicionalmente cultivadas pelos colonos do projeto Senador Nilo Coelho: melancia, cebola, pimentão, tomate, banana e aspargo.

O QUADRO 1 mostra as funções de resposta da cultura à água para as culturas utilizadas no trabalho. A informação foi obtida dos trabalhos de DANTAS NETO (1994) e CARVALLO (1994). As Figuras 1 a 6 do APÊNDICE I apresentam as Curvas de Resposta à Água de Irrigação para a melancia , cebola, pimentão, tomate ,banana e aspargo, respectivamente.

QUADRO 1. Função de resposta das culturas à água.

CULTURA	EQUAÇÕES	COEF. DE DETERMINAÇÃO R^2
	POLINOMIAL QUADRÁTICA	
1 - melancia	$Y = -2301.15+81.0895W-0.0457W^2$	0.88
2 - cebola	$Y = -115910+378.924W-0.2299W^2$	0.62
3 - tomate	$Y = -23000+271.9355279W-0.239484W^2$	0.98
4 - banana	$Y = -36848+63.250411W-0.010975W^2$	0.99
5 - aspargo	$Y = -1411.375+9.925W-0.0018W^2$	0.90
	EXPONENCIAL QUADRÁTICA	
6 - pimentão	$Y = 9453.68EXP(6.744244*10^{-4} W-4.421719*10^{-7} W^2)$	0.98

Y - Produtividade (Kg/ha)

W - Lâmina de água (mm)

3.3. INSTRUMENTO ANALÍTICO

A técnica analítica utilizada foi a programação matemática, por ser um procedimento amplamente empregado para a solução de problemas referentes à otimização do uso dos recursos. Os modelos utilizados no presente trabalho foram a programação linear padrão (modelo com lâminas fixas) a programação linear separável (modelo com lâminas alternativas) e a programação não-linear.

3.3.1. Programação linear padrão (Modelo com lâminas de água fixas)

A função objetivo neste modelo para a área irrigada foi especificada como a maximização dos retornos líquidos anuais, RL, sujeito às restrições de disponibilidade de água e outros insumos.

Matematicamente :

$$MAX\ RL = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \left(P_i Y_i - C_{ij}\right) X_{ij} \qquad (13)$$

Tendo como restrições:

$$\sum_{i=1}^{n} W_i X_i \leq W_T \qquad (i=1, \ldots, n) \qquad (14)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} X_{ij} \leq A_{S1} \qquad (i=1, \ldots, n; j=1, \ldots, m) \qquad (15)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} X_{ij} \leq A_{S2} \qquad (i=1, \ldots, n; j=1, \ldots, m) \qquad (16)$$

$$X_{ij} \geq 0$$

Onde:

i - Número inteiro representando a cultura (i=1, 2, ... , n);

j - Número inteiro representando o período de plantio (j=1, 2, ... , m);

P_i - Preço unitário do produto da i-ésima cultura;

X_{ij} - Área cultivada com a i-ésima cultura e j é o período de plantio;

Y_i - $f(W_i)$, produtividade obtida da cultura i, quando aplicado W_i unidades de água;

C_{ij} - Custos de insumos utilizados pelas culturas i é o número da cultura e j é o período de plantio;

W_i - Quantidade de água por unidade de área para irrigar a i-ésima cultura de produtividade Y_i;

W_T - Quantidade total de água disponível;

A_{S1} - Área disponível para o 1° Semestre;

A_{S2} - Área disponível para o 2° Semestre.;

O modelo utilizado é apresentado no APÊNDICE II

3.3.2. Programação linear separável (Modelo com lâminas de água alternativas)

Este modelo é uma formulação de programação linear, exceto a função objetivo a qual pode torna-se linear por aproximação da função de resposta em segmentos lineares. O problema foi formulado como um modelo modificado de programação separável. A função objetivo é separável em, um somatório de funções convexas de variáveis individuais. O modelo consistiu de funções de resposta não-lineares, aproximadas por funções lineares por partes, conforme esquematizados na Fig. 2. Cada função de resposta foi dividida, em K segmentos lineares onde K é um número inteiro (1, 2, ... ,s).

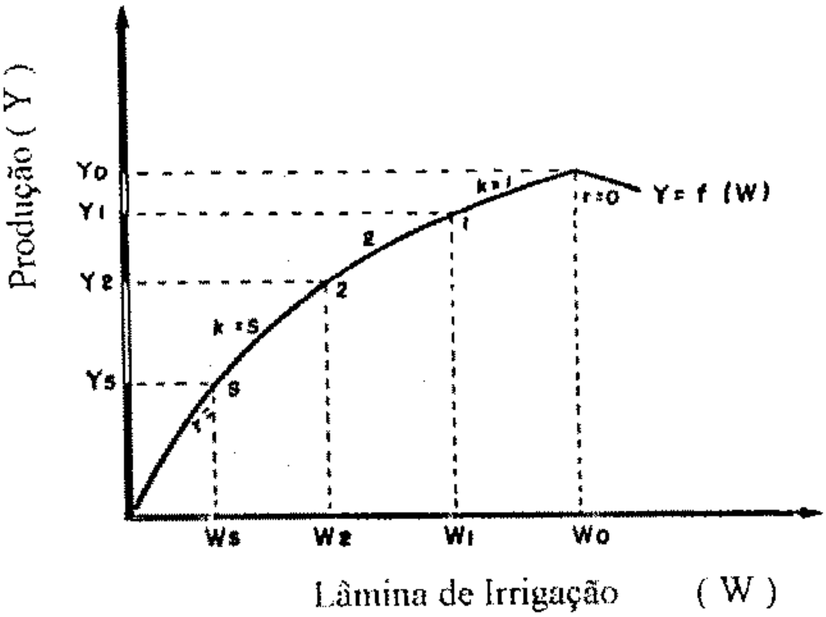

FIGURA 2 - Função de resposta linear por partes.

Uma redução na quantidade de água usada de W_0 para W_K , isto é, ΔW_{iK}, implica numa redução da produção de Y_0 para Y_K, ou seja, ΔY_{iK} . Dois pontos de referência foram considerados na função de resposta:

1º- (W_0 , Y_0), que se refere ao ponto relacionado à produção máxima e o correspondente uso de água;

2º- (W_S, Y_S), que se refere ao ponto relacionado à produção mínima e o correspondente uso de água. Valores de produção inferiores a Y_S não são considerados.

O nível ótimo de água a ser usado deve ser encontrado em algum ponto entre S e 0, onde o valor do produto marginal se iguala ao preço da água. Para cada uma das funções foram determinados ΔW_{ik} e ΔY_{ik}, que representam respectivamente, os balanços de água e produção para a cultura i no segmento K.

Considerando-se os segmentos lineares em que foi dividida a função de resposta da cultura à água e as equações 13, 14, 15 e 16, desenvolveu-se um modelo cuja função objetivo consistiu em maximizar a renda líquida total da exploração agrícola RL, ou seja;

$$MAX\ RL = \left[\sum_{i=1}^{n} X_{io} Y_{io} - \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{s} X_{iK} \Delta Y_{iK} \right] P_i - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{s} X_{ij} (X_{io} - X_{iK}) C_{ij} \qquad (17)$$

Tendo como restrições:

$$\sum_{i=1}^{n} X_{io} W_{io} - \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{s} X_{iK} \Delta W_{iK} \leq w_T \qquad (i=1, \ldots, n; k=1, \ldots, s) \qquad (18)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{s} X_{ij} (X_{io} - X_{iK}) \leq A_{S1} \qquad (i=1, \ldots, n; j=1, \ldots, m; k=1, \ldots, s) \qquad (19)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{s} X_{ij} (X_{io} - X_{iK}) \leq A_{S2} \qquad (i=1, \ldots, n; j=1, \ldots, m; k=1, \ldots, s) \qquad (20)$$

$$X_{iK} - X_{io} \leq 0 \quad (i=1, \ldots, n; k=1, \ldots, s) \qquad (21)$$

$$X_i \leq X_{max} \qquad (22)$$

$$X_i \geq X_{min} \qquad (23)$$

$$X_{io} \geq 0 \quad (i=1, \ldots, n; k=1, \ldots, s) \qquad (24)$$

$$X_{iK} \geq 0 \quad (i=1, \ldots, n; k=1, \ldots, s) \qquad (25)$$

Onde a equação 17 é uma função objetivo linear; a equação 18 é uma restrição da disponibilidade de água, as equações 19 e 20 são restrições quanto à necessidade de área total disponível à irrigação; as inequações 22 e 23 são restrições de áreas máximas e mínimas cultivadas com a cultura i, representando exigências de mercado, comercialização e capacidade de estocagem e as inequações 24 e 25 são restrições de não-negatividades.

O modelo foi decomposto basicamente em quatro blocos de atividades: atividades de produção, funções de resposta, atividades de venda do produto e atividades de insumos adquiridos. As atividades de produção foram expressas por Y_i (i= 1, ... , n). Conforme observa-se na Fig. 2 estas atividades têm valor máximo disponível em (W_O , Y_O).

As funções de resposta da cultura à água foram incluídas no modelo usando-se o segundo grupo de atividades. Cada função de resposta tem S segmentos. O ΔW_{ik} para a i-ésima cultura e o k-ésimo segmento indicam uma economia de água quando a produtividade decresce de uma quantidade ΔY_{ik} . Todo o volume de água economizado foi contabilizado no balanço de água e o decréscimo na produtividade registrado no balanço de produção.

O QUADRO 2, apresenta as lâminas de água mínimas (W_S), máximas (W_O) e as respectivas produções (Y_S, Y_O) para cada uma das culturas utilizadas, obtidas a partir das respectivas funções de resposta à água. O QUADRO 3, apresenta os balanços de água e produtividade com os respectivos incrementos de renda líquida para as mesmas culturas. A informação fornecida pelos QUADROS 2 e 3 é necessária para a execução do modelo de Programação linear separável. .
O modelo matemático utilizado é apresentado no APÊNDICE III. Os Quadros 1 a 6 do APÊNDICE IV por sua vez serviram para a elaboração dos QUADROS 2 e 3.

A coluna K corresponde aos números de segmentos em que foram divididas as funções de resposta. ΔW e ΔY correspondem à diferença entre duas lâminas consecutivas e suas respectivas produtividades, fazendo com que ocorram incrementos de renda líquida ΔRL, que podem apresentar valores nulos, positivos ou negativos.

QUADRO 2. Lâminas de água mínimas e máximas para cada cultura estudada e respectivas produtividades.

Culturas	Lâmina mínima W (mm)	Produção mínima Y(Kg/ha)	Lâmina máxima W (mm)	Produção máxima Y(Kg/ha)
Melancia	350	20482	887	33670
Cebola	475	12208	824	40227
Pimentão	400	11535	763	12226
Tomate	400	47457	568	54196
Banana	1000	15427	2900	54278
Aspargo	800	5388	2757	12270

QUADRO 3. Balanços de água e de Produtividade com os respectivos incrementos de renda líquida, para as culturas utilizadas.

K	ΔW (mm)	ΔY (Kg/ha)	ΔRL (US$)	ΔW (mm)	ΔY (Kg/ha)	ΔRL (US$)	ΔW (mm)	ΔY (Kg/ha)	ΔRL (US$)
	CULTURAS								
	Melancia			Cebola			Pimentão		
1	27	34	- 4	4	4	0	23	3	-6
2	30	116	1	5	16	2	30	12	-6
3	40	282	12	10	64	10	30	22	-4
4	40	710	24	15	184	33	30	31	-4
5	50	741	47	40	1095	208	50	74	-2
6	50	970	64	50	2178	423	50	100	2
7	100	2625	184	75	5573	1095	50	125	6
8	100	3539	257	75	8160	1612	50	150	10
9	100	4453	331	75	10745	2130	50	174	13
K	Tomate			Banana			Aspargo		
1	8	14	- 1	50	7	- 12	37	2	-8
2	10	62	2	50	62	- 2	60	15	0
3	10	108	7	100	289	26	60	27	14
4	20	362	23	200	1236	171	100	75	46
5	20	553	39	200	2114	328	100	110	84
6	20	746	55	200	2992	487	400	802	698
7	20	936	69	300	6135	1026	400	1378	1274
8	30	1790	134	400	11251	1922	400	1928	1824
9	30	2195	168	400	14765	2553	400	2545	2441

3.3.3. Programação não-linear

A função objetivo RL, pode ser representada pela seguinte equação.

$$MAX\ RL = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \left(P_i\, Y_i - C_{ij}\right) X_{ij} \qquad (26)$$

Onde:

RL - Função objetivo que define a maximização dos retornos líquidos anuais;

P_i. Preço unitário do produto da i-ésima cultura;

X_{ij} - Área cultivada com a i-ésima cultura e no j-ésimo período de plantio;

Y_i - Produtividade obtida da cultura i;

Cij -Custos de insumos utilizados, i é o número da cultura e j é o período de plantio.

Os custos de produção C_{ij} podem ser separados em dois tipos:

- Custo da água de irrigação (C_W), em US$.mm/ha.

- Custo de produção exceto o custo da água, em US$/ha.

Restrições:

a - Disponibilidade de água

As restrições de disponibilidade de água é a soma de todos os requerimentos brutos de água das culturas que podem ser menores ou iguais a disponibilidade total de água (W_T).

Matematicamente, as restrições são formuladas da seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} W_i X_{ij} \leq W_T \quad (i = 1, 2, \ldots, n;\ j = 1, 2, \ldots, m) \qquad (27)$$

Onde:

W_i - Quantidade de água por unidade de área para irrigar a i-ésima cultura de produtividade Y_i;

X_{ij} - Área cultivada com a i-ésima cultura e no j-ésimo período de plantio;

W_T - Quantidade total de água disponível.

b - Disponibilidade de área

As restrições de disponibilidade de área é estabelecida de acordo com o período de plantio da cultura no 1° e 2° semestres.

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} X_{ij} \leq A_{S1} \qquad (28)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} X_{ij} \leq A_{S2} \qquad (29)$$

Onde:

X_{ij} - área cultivada com a i-ésima cultura e no j-ésimo período de plantio (i=1, 2...,n;j=1,2, ... ,m);

A_{S1} - área disponível para o 1° Semestre

A_{S2} - área disponível para o 2° Semestre

O modelo utilizado é apresentado no APÊNDICE V.

3.4. SOLUÇÃO ÓTIMA DO PROBLEMA

Os modelos de programação linear estudados foram resolvidos com o software desenvolvido pela Easten Software Product, Inc., de nome Linear Programming-88 (LP-88), o qual tem como propósito geral resolver sistemas de equações e inequações lineares utilizando para isto o algoritmo interativo " método simplex revisado ".

Para solucionar o modelo de programação não-linear utilizou-se o módulo MINOS do "software" GAMS (General Albebric Modeling System), que permite a resolução de sistemas de equações e inequações não-lineares. Os algaritmos básicos utilizados pelo GAMS/MINOS são: o método de Newton, o método do Gradiente Reduzido e o método de Lagrange. As caracteristicas e aplicações do programa GAMS são encontradas em BROOKE et al. (1988). O módulo GAMS/MINOS resolve problemas que apresentam equações não lineares na função objetivo e nas restrições, admite variáveis inteiras lineares.

Na construção dos custos foi assumido que o produtor é dono da terra , assim o custo do mesmo não é incluído. Os custos indiretos (administração, impostos, taxas, etc...) também não são incluídos devido a que não são de relevancia no processo de escolha das alternativas de produção. Os custos de produção foram obtidos utilizando preços de compra e/ou contratação de serviços. O preço dos produtos correspondem ao preço no momento da colheita. Custos e preços foram expressos em doláres americanos a cotação de US$ 1,00 = R$ 1,00.

3.5 . ANÁLISES DE SENSIBILIDADE

Como os coeficientes técnicos dos modelos de programação matemática estão sujeitos a variação, é de grande interesse analisar o comportamento dos modelos para diferentes cenários hidroagrícolas. Isto é feito através da análise de sensibilidade ou pós-otimização. Especificamente, determinaram-se:

a) Os intervalos dos coeficientes técnicos nos quais a solução ótima encontrada não muda,

b) Outras alternativas ótimas quando são implementadas as seguintes mudanças:

- a disponibilidade de água de irrigação é reduzida em 50%
- a disponibilidade de água de irrigação é aumentada em 50%
- a disponibilidade de água de irrigação é aumentada em 100%
- o custo da água de irrigação aumenta em 100%
- o custo da água de irrigação aumenta em 200%
- o custo da água de irrigação aumenta em 300%
- os custos de produção são reduzidos em 50%
- os custos de produção aumentam em 50%
- os preços dos produtos são reduzidos em 50%
- os preços dos produtos aumentam em 50%

RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. OTIMIZAÇÃO

O QUADRO 4, apresenta os padrões ótimos e os retornos financeiros, obtidos através do uso da programação linear padrão, separável e não-linear.

QUADRO 4. Padrões ótimos e retornos financeiros determinados pelos modelos de programação linear padrão , separável e não-linear.

	MODELO		
Culturas	Linear padrão	Linear separável	Não-linear
	ÁREA CULTIVADA (ha)		
Melancia	100	100	100
Cebola	200	200	200
Pimentão	50	50	50
Tomate	400	400	400
Banana	50	58	54
Aspargo	12	100	100
1º Semestre	312	408	404
2º Semestre	562	658	654
TOTAL	812	908	904
Retorno financeiro: (US$)	2.984.401	3.457.345	3.471.603

Observa-se que as áreas cultivadas com melancia, cebola, pimentão e tomate são iguais nos três modelos, havendo diferença apenas na alocação de área para a banana e o aspargo em que a programação linear padrão colocou uma menor área em produção. Isto, como será explicado posteriormente se deve a que os modelos de programação linear separável e não-linear utilizaram lâminas de água menores e portanto conseguiram irrigar uma área maior. Da mesma forma, o QUADRO 4 mostra que nem toda a área disponível para produção (1000 ha) foi utilizada o qual desde já pareceria indicar que a água disponível não foi suficiente.

O QUADRO 5, apresenta o consumo de água total para as culturas utilizadas através do uso dos três modelos. Observa-se que os três modelos escolheram padrões que utilizassem toda a água disponível para irrigação. Isto confirma o indicado anteriormente com respeito a um provável deficit de disponibilidade de água. Se tivesse havido uma maior disponibilidade de água seguramente os modelos teriam incorporado uma área maior ao cultivo.

QUADRO 5. Consumo d'água anual (m^3) estimado para os modelos estudados.

	MODELOS		
Culturas	Linear padrão	Linear separável	Não-linear
Melancia	887000	450000	406090
Cebola	1648000	1580000	1571700
Pimentão	381500	200000	200000
Tomate	2272000	1920000	1903780
Banana	1450000	1216000	1086270
Aspargo	327500	1600000	1798160
Consumo	6966000	6966000	6966000

O QUADRO 6, apresenta os requerimentos ótimos de água das culturas (lâminas ótimas), os rendimentos esperados e os preços sombras da água para os modelos linear padrão, separável e não-linear.

QUADRO 6. Lâminas de água (W) em mm.ha e produtividades (Y) em Kg/ha e preços sombras para os modelos estudados.

	MODELOS					
	Linear padrão		Linear separável		Não-linear	
Culturas	W	Y	W	Y	W	Y
Melancia	887	33670	450	24935	406	23088
Cebola	824	40227	790	39959	786	39893
Pimentão	763	12226	400	11535	400	11535
Tomate	568	54196	480	52351	476	52310
Banana	2900	54278	2100	47578	1991	45578
Aspargo	2757	12270	1600	9861	1798	10674
Preço Sombra da água (US$/mm.ha)	3.25		3.28		3.26	

Comparando os requerimentos de água escolhidos pelos modelos, observa-se que aqueles fornecidos pelo modelo de programação linear padrão (lâminas fixas) são sempre superiores a queles fornecidos pelos outros dois modelos. Isto ocorre porque o 1° modelo usa a lâmina máxima para formular a função objetivo, enquanto que os demais modelos apresentam a flexibilidade de se usar uma maior variabilidade de lâminas d'água aplicadas. Já as lâminas ótimas estimadas pelos modelos linear separável e não-linear são semelhantes. Por outro lado, o fato de escolher a lâmina máxima não significa a obtenção dos rendimentos economicamente mais eficientes quando se considera um conjunto de áreas de diferentes tamanhos e diferentes culturas. Isto pode ser percebido ao se analisar o retorno financeiro fornecido pelo modelo linear padrão.

Os requerimentos médios de água das culturas e seus respectivos rendimentos médios, segundo DOOREMBOS & KASSAM (1979), são apresentados no QUADRO 7.

QUADRO 7. Requerimentos médios de água e produções médias das culturas.

Cultura	Requerimentos de água (mm)	Produção (Ton/ha)
melancia	400 - 600	25 - 35
cebola	350 - 550	35 - 45
pimentão	600 - 900	10 - 15
tomate	400 - 600	45 - 65
banana	1200 - 2200	40 - 60
aspargo	1600 - 2000	12 - 15

Comparando os requerimentos de água e as produtividades obtidas com os três modelos com aqueles fornecidos pela bibliografia destaca-se novamente o fato das altas lâminas escolhidas pelo modelo linear padrão, muito superior as reportadas por DOOREMBOS & KASSAM (1979). Já os modelos linear separável e não-linear escolheram lâminas compatíveis com as reportadas pela bibliografia. Com relação as produções ocorre o mesmo, embora dentro dos limites de produção fornecidos pela bibliografia, sempre as produções escolhidas pelo modelo linear padrão foram superiores as produções fornecidas pelos outros dois modelos, o que é obvio já que este modelo utiliza o valor da lâmina d'água que fornece a máxima produção de acordo com as funções de produções não-lineares.

Análise dos QUADRO 4, 5 e 6 permitem concluir que o modelo de programação não-linear é o mais adequado principalmente considerando que o retorno financeiro, função objetivo, (US$ 3.471.603) é superior aos retornos obtidos com os modelos linear padrão (US$ 2.984.401) e separável

(US$ 3.457.345). Este resultado é consequência da forma matemática como os modelos simulam a função de resposta da cultura à água. O modelo linear padrão não incorpora a função de resposta das culturas, as quais são não-lineares, traça uma reta entre as produções mínima e máxima e utiliza esta última para formular a função objetivo. Como as funções de resposta das culturas à água são quadráticas e exponencial (QUADRO 1), o modelo pode obter resultados em termos de rendimentos que não são necessariamente os mais econômicos e eficientes. Já o modelo linear separável utiliza as curvas das funções de resposta das culturas à água, só que a divide em segmentos de curva e lineariza cada segmento. Assim o modelo torna uma função não-linear em uma linear por parte. Com este tipo de aproximação o modelo pode tirar vantagem de uma maior flexibilidade na escolha das lâminas que o modelo linear padrão. O modelo não-linear, que trabalha com funções não-lineares trabalha com precisão percorrendo toda a curva (ponto a ponto) para escolher a lâmina ótima, apresentou, como era esperado, os melhores resultados.

O valor do preço sombra da água de irrigação apresentado no QUADRO 6, indica que no caso de se dispor de mais de 696600 mm.ha, cada mm.ha de água a mais aumentará o valor da função objetivo (retorno financeiro) em 3.25; 3.28 e 3.26 US$/mm.ha para os modelos de programação linear padrão, separável e não-linear respectivamente. Por outro lado, a cada mm.ha a menos, o valor da função objetivo é reduzido em igual valor.

4.2. Análise de sensibilidade da solução ótima

Identificada a solução ótima do problema procedeu-se a análise da função objetivo a qual é muito útil para se observar o comportamento das variáveis pertinentes ao problema. A análise de sensibilidade para os retornos unitários traduz a estabilidade da solução ótima com relação aos preços das atividades. Considerando que o modelo não-linear apresentou a maior renda liquida, O

QUADRO 8 apresenta a análise de sensibilidade conduzida para este modelo. Para os modelos linear padrão e separável, as análises são apresentadas nos QUADRO 7 e 8 do APÊNDICE IV . No QUADRO 8, na primeira coluna são apresentadas as culturas incluídas no padrão ótimo. Na segunda coluna aparece a área cultivada com as culturas. Na terceira coluna se apresenta o retorno financeiro por hectare de cada cultura e as quarta e quinta colunas contêm os limites dos valores mínimo e máximo dos rendimentos líquidos por cultura do modelo que podem ser assumidos como coeficientes das mesmas, sem que a solução básica atual seja alterada.

QUADRO 8. Análise de sensibilidade da função objetivo do modelo não-linear.

Variável	Área Cultivada (ha)	Retorno unitário (US$/ha)	Mínimo (US$)	Máximo (US$)
melancia	100	991,00	nenhum	1.323,14
cebola	200	6.244,00	2.560,30	nenhum
pimentão	50	737,30	nenhum	1.303,30
tomate	400	2.406,00	1.550,60	nenhum
banana	54	6.487,00	4.862,53	8.468,95
aspargo	100	7.648,00	5.858,20	nenhum

Observa-se que a cultura melancia apresenta um retorno unitário de 991,00 US$/ha e que não existe valor mínimo ou seja qualquer valor abaixo de 991,00 US$/ha a área cultivada com melancia permanecerá no padrão ótimo, isto por força da restrição com relação ao valor máximo até 1.323,14 US$/ha a cultura permanecerá na solução ótima do modelo, valores acima modificarão o padrão escolhido pelo modelo ou seja aumentará a área cultivada com melancia. Já para a cultura da banana que apresenta um retorno unitário de 6.487,00 US$/ha o modelo fixa os valores mínimo e máximo para que a área cultivada escolhida pelo modelo não se modifique , mínimo de 4.862,53 US$/ha e máximo de 8.468,95 US$/ha. Os valores neste intervalo não modificarão a área da cultura devido restrição imposta para o modelo alterando apenas o valor da função objetivo; valores abaixo do mínimo diminuirá a área cultivada e acima aumentará modificando o padrão ótimo. O aspargo apresenta um retorno unitário de 7.648,00 US$/ha com um valor mínimo de 5.858,20 US$/ha. Valores abaixo do mínimo modificarão o padrão ótimo de cultivo. A área para o cultivo do aspargo diminuirá. Para valores acima, a área destinada a cultura não mudará.

4.2.1. Análise de sensibilidade dos recursos água e área plantada.

No QUADRO 9, são apresentados os resultados da análise de sensibilidade dos recursos água e área plantada para o modelo não-linear. Na primeira coluna encontram-se as culturas utilizadas, na segunda coluna (Quantidade utilizada), está relacionada a quantidade do recurso associada a cada restrição, utilizada pelo modelo não-linear. A terceira coluna (Quantidade de folga), corresponde ao valor associado à variável de folga da restrição, ou seja, a quantidade do recurso não utilizada pelas atividades. Na quarta coluna (Preço sombra), são relacionados os preços sombras dos recursos, ou seja, aqueles com folga igual a zero. A quinta e sexta colunas apresentam os valores mínimos e máximos que podem ser utilizado pelas restrições sem que a solução básica atual seja alterada.

A análise de sensibilidade do recurso área cultivada apresentada no QUADRO 9, para o modelo não-linear, mostra que as áreas cultivadas com melancia, pimentão e banana, apresentam valores sombras negativos, isto significa que a entrada dessas culturas na solução ótima, forçada pelas

QUADRO 9. Análise de sensibilidade para os recursos água e área plantada para o modelo não-linear.

Recurso	Quantidade utilizada	Quantidade de folga	Preço sombra	Variação mínimo	Variação máximo
Água (mm.ha)	696600	0	3,26	687480	1384330
		Área (ha)			
melancia	100	0	-331,00	0	112
cebola	200	0	3.684,00	0	212
pimentão	50	0	-566,00	0	73
tomate	400	0	855,00	0	419
banana	54	0	- 4,58	nenhum	54
aspargo	100	0	1.790,00	0	105
1° semestre	405	595	0,00	405	nenhum
2° semestre	655	345	0,00	655	nenhum

restrições, acarreta redução na receita líquida. Caso a restrição área mínima plantada com melancia, que tem como limite mínimo 100 ha, tivesse seu valor aumentado para 101 ha (uma unidade a mais por se tratar de uma restrição do tipo maior ou igual), os rendimentos econômicos (função objetivo) seriam reduzidos em 331,00 US$/ha. A análise de sensibilidade do recurso água do modelo não-linear como mostra o QUADRO 9, o modelo utilizou toda a água disponível (696600 mm.ha), apresentando preço sombra de US$/mm.ha 3,26 verifica-se que a redução unitária da água total (1mm.ha) de 696600 mm.ha a 687480 mm.ha, diminuirá o valor da função objetivo em US$/mm.ha 3,26, sem alterar as variáveis básicas da solução ótima. Por outro lado, cada unidade adicional de água de 696600 mm.ha a 1384330 mm.ha, aumentará o valor da função objetivo na mesma quantidade de unidades monetária.

4.3. Análise de sensibilidade do modelo de Programação não-linear.

O QUADRO 10, apresenta a análise de sensibilidade do modelo de programação não-linear para os diferentes cenários hidroagrícolas testados.

Quando a disponibilidade de água diminui em 50% (464400mm.ha) o modelo que já tem necessidades de água maiores que as disponíveis se vê obrigado a diminuir a área cultivada de 904 para 552 ha. Mantém as áreas cultivadas com melancia, cebola e pimentão nos limites impostos pelas restrições e reduz as áreas plantadas com tomate, banana e aspargo. Realmente o modelo deveria diminuir a área plantada com banana que tem as maiores necessidades de água (1991 mm). No entanto existe a restrição que a mínima área plantada com banana deve ser 50 ha e assim a redução é apenas de 54 para 50 ha. Em seguida vem o aspargo com requerimentos de 1798 mm. Como não há restrição quanto a área mínima para o aspargo o modelo não recomenda o aspargo. Reduz a área plantada com tomate e não reduz a da cebola, devido ao maior preço desta última. Para esta redução da disponibilidade de água a renda liquida é reduzida em 45%. Quando a disponibilidade de água aumenta em 50% o modelo aumenta a área plantada com tomate de 152 para 400 ha. O resto da água é utilizada na irrigação da banana que apresenta os maiores requerimentos de água . Neste caso a renda liquida aumenta em 32,69%. Quando a disponibilidade de água aumenta em 100% o modelo somente aumenta a área cultivada com banana para o máximo (400 ha). Não aumenta a área plantada com pimentão devido o fato de esta ter menor rentabilidade que a banana. A água disponível é completamente utlizada. A renda liquída aumenta em 65,36%. Observa-se que quando a disponibilidade de água aumenta em 50% e 100%, em ambos os casos utiliza-se toda a água disponível.

QUADRO 10. Análise de sensibilidade do modelo de programação não-linear.

CONDIÇÃO	ÁREA CULTIVADA (ha)							RETORNO FINANCEIRO (US$)
	Melancia	Cebola	Pimentão	Tomate	Banana	Aspargo	Total	
Padrão Ótimo	100	200	50	400	54	100	904	3.471.603
Água disponível								
redução 50%	100	200	50	152	50	0	552	1.904.762
aumento 50%	100	200	50	400	229	100	1079	4.606.305
aumento 100%	100	200	50	400	400	100	1250	5.740.761
Custo da água								
aumento 100%	100	200	50	400	54	100	904	3.290.486
aumento 200%	100	200	50	400	54	100	904	3.109.371
aumento 300%	100	200	50	400	54	100	904	2.928.255
Custo de Produção								
redução 50%	100	200	50	400	65	100	915	4.174.279
aumento 50%	100	200	50	400	50	100	900	2.774.264
Preço do produto								
redução 50%	100	200	50	0	220	0	570	1.031.270
aumento 50%	100	200	50	400	62	100	912	5.999.536

Para um aumento do custo da água de 100%, aumento não muito importante considerando-se o baixo custo atual da água, o efeito não foi muito importante e a redução da renda líquida foi unicamente de 5,21%. Um aumento do custo da água de 200% e 300% reduz a renda líquida em 10,43 e 15,65%, respectivamente. Embora o custo da água foi aumentado drasticamente, o modelo ainda utiliza a mesma distribuição de áreas que o modelo padrão, indicando assim que efetivamente o custo da água é baixo e que o aumento desta não influi na escolha do padrão ótimo.

A variação dos custos de produção afetam de forma relevante a renda líquida do projeto. Quando estes diminuem em 50% a renda líquida aumenta em 20,24%, quando aumentam em 50% a renda líquida diminui em 20,09%. Devido a restrição de água para irrigação, embora se disponha de maiores recursos financeiros, a área não pode ser aumentada. Quando os custos aumentam, o modelo simplismente reduz a renda líquida, não reduz a área pois não há restrição de capital.

A redução dos preços dos produtos afeta enormemente a viabilidade econômica do projeto. Quando os preços dos produtos diminuem 50%, o modelo elimina do projeto imediatamente o aspargo que tem os maiores custos de produção. Também elimina a tomate que além de ter altos custos de produção, seu preço seguramente não compensa sua implantação. Para melhorar a renda líquida, aumenta a área plantada com banana. O modelo poderia aumentar a área plantada com cebola, no entanto a restrição de no máximo de 200 ha o impede. O aumento dos preços dos produtos em 50% mantém praticamente inalterado a distribuição de áreas, quando comparados com o padrão, significando isto que o padrão ótimo de área cultivada é adequado e sólido. O aumento de renda líquida é de 72,81%.

CONCLUSÕES

Os resultados apresentados e discutidos permitem obter as seguintes conclusões:

1. Os três modelos de programação matemática desenvolvidos para maximizar a renda líquida da área em estudo permitiram a obtenção de soluções ótimas para o problema.
2. O modelo de programação não-linear,originou o padrão que apresentou o maior retorno financeiro A distribuição das areas irrigadas foi: 100 ha de melancia; 200 ha de cebola; 50 ha de pimentão; 400 ha de tomate; 54 ha de banana e 100 ha de aspargo.
3. A água disponível utilizada foi o fator mais limitante em todos os modelos estudados.
4. O modelo de programação linear padrão (lâminas fixas), utilizou lâminas de irrigação maiores do que os demais modelos utilizados no estudo.
5. A análise de sensibilidade do modelo de programação não-linear confirma o que o molelo é muito sensível a disponibilidade de água.
6. O modelo de programação linear separável (lâminas alternativas), apresentou rendas liquidas similares em relação ao modelo de programação não-linear. No entanto como ainda os rendimentos financeiros foram inferiores e sua formulação e interpretação é mais complexa em relação ao modelo não-linear, recomenda-se a utilização deste último na otimização de áreas irrigadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE FILHO, J. L. Pesquisa operacional aplicada à agricultura irrigada. IN: CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM IRRIGAÇÃO, 1986, Campina Grande. 27p. (mimeografado).

ALLEN, R. G. Sprinkler irrigation project design with production functions. J. Irrig. Drain. Eng. v. 112, p. 305 - 321, 1986.

ANDERSON, C. , ROCHESTER, E. W. , HARDY, W. E. 1985. Position Selection of Center Pivot irrigation systens using linear programing. Trans. ASAE. v. 28, p. 1551 - 1556.

BALTRA, C. O. 1982. A utilização da informática na irrigação. ITEM, Irrigação e Tecnologia Moderna Brasilia. N° 28: p 13 - 15.

BROOKE, A; D. KENDRICK AND A. MEEARAUS. GAMS. A User's Guide. The Scientific Press, Redwood City. California. 1988. 289 p.

CARVALLO , HUGO O. Optimização del manejo del riego a nivel predial. Uso de funciones de producción y programación no lineal. Concepción - Chile. Universidad de Concepción. 1994. 82p.(monografia de Pós-Doutorado).

CHIANG. A. C. Matemática para economistas. São Paulo. Mcgraw-Hill. 1982. 684 p.

DANTAS NETO, J. Modelos de decisão para otimização do padrão de cultivo, em áreas irrigadas, baseados nas funções de resposta das culturas à água, Botucatu,-SP. Universidade Estadual de São Paulo. 1994. 125 p. (Monografia de Doutorado)

DOOREMBOS, J. & KASSAM, A. H. Yield response to water. FAO, Irrigation and Drainage paper,33, Roma, 194p, 1979.

EASTEN SOFTWARE PRODUCTS. Linear programming for the IBM PC: LP88 Version 7.03: User's manual. Alexandria, 1988. 109 p.

ENGLISH, M. J.1990. Deficit irrigation: analitical framework J. Irrig. Drain. Eng. . (116) 3:. 339 - 412.

FRANCE, J. & J. H. M. THORNLEY. Mathematical models in Agriculture. Butterworth & Co. Ldd. England. 1984.

FRIZZONE, J. A. Funções de resposta do feijoeiro (Phaseolus vulgaris L.) ao uso de nitrogênio e lâmina de irrigação. Piracicaba: USP. 1986. 133p. Tese (Doutorado em Irrigação e Drenagem)- Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, 1986.

FRIZZONE, J. A. Planejamento otimizado da irrigação. In: Dourado Neto, D. Saad, A. M. , van-Lier, q. j. Curso de agricultura irrigada. Piracicaba: Escola Superior de agricultura" Luiz de Queiroz" . Universidade de São Paulo. 1991. p. 1 - 26.

GIL, O. F. & OLITTA, A. F. L. Água na agricultura do pimentão (Capsicum annum L.) irrigado por gotejamento. Anais do: Concresso Nacional de Irrigação e Drenagem, Florianopólis-SC. 1988. . p.982 - 993.

HARGREAVES, G. H. , SAMANI, Z. A.1984. Economics considerations of deficit irrigation. J. Irrig. Drain. Eng. ,v. 110, p. 343 - 358. .

HILLIER, F. S. LIEBERMAN, G. J. Introdução à pesquisa operacional. São Paulo: EDUSP, 1988. 805 P.

HOLZAPFEL, E. A.; MARIÑO, M. A.; VALENZUELA, A. Drip irrigation nonlinear optimization model. J. Irrig. Drain Eng.116(4): 479-96, 1990.

KUMAR, R. KHEPAR, S. D.1980. Decision models for optimal cropping patterns in irrigations based on crop water production functions. Agric. water manage. , v.3, p. 65 - 76 .

MUSICK, J. T. , DUSEK, D. A.1971. Grain sorghum response to number, timing and size of irrigations in the southern high plains. Trans. ASAE , v. 14, p. 401 -404.

POMAREDA, C. 1978. Economic analysis of irrigation production functions: an application of linear programming. Water Resour. Bull. , , v. 14, p. 24 - 34.

PUCCINI, A. L. PIZZOLATO, N. D. Programação linear.Livros Técnicos Científicos, LTC. Rio de Janeiro . 1987. 972p.

STEWART, J. I. , HAGAN, R. M. 1973. Functions to predict effects of crop water deficits. J. Irrig. Drain. Eng. , 99:421 - 439.

TRAVA, J., HEERMAN, D. F.; LABADIE, J. W.1977. Optimal on-farm allocation of irrigation water. Transactions of ASAE, v.20, n.1, p. 85 -8.

VAUX JR. , H. J. , PRUITT, W. O. 1983. Crop-Water Production functions. Adv. Irrig. , v.2. p. 61 - 97.

WAGNER, H. M. Principles of operations research-with aplication to managerial decisions. Englewood Cliffs - Hall Inc.,1986. 937p.

WINDSOR, J. S.; CHOW, V. T. 1971 Model for farm irrigation in humid areas. Journal of Irrigation and Drainage Division., 97 (IR3), p. 369-85.

YARON, D. , BRESLER, E.1983. Economic analysis of on-for irrigation using response functions of crops . Adv. Irrig., . 2,; p. 223 - 255..

APÊNDICES

APÊNDICE I

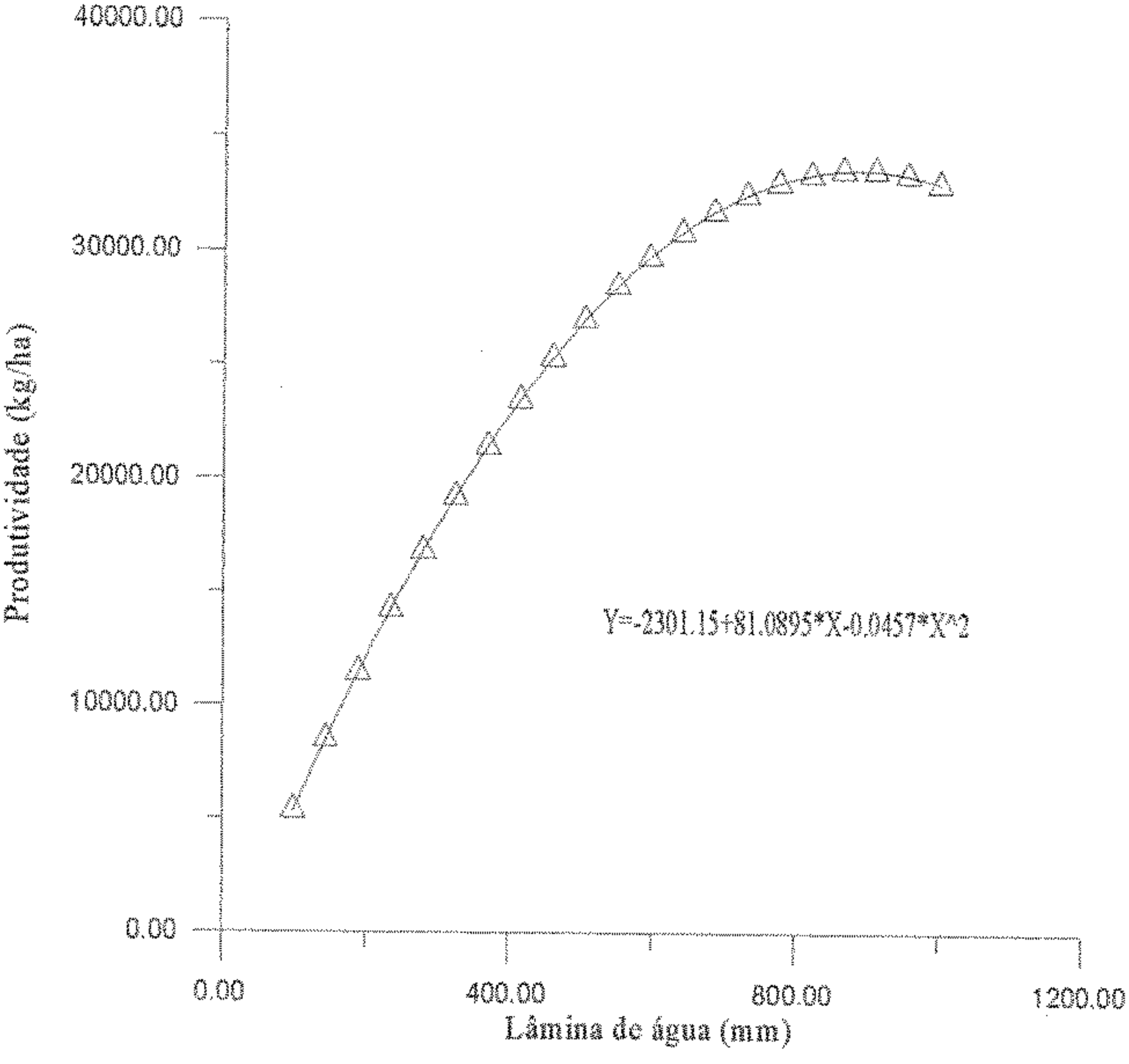

FIGURA 1. FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DA MELANCIA

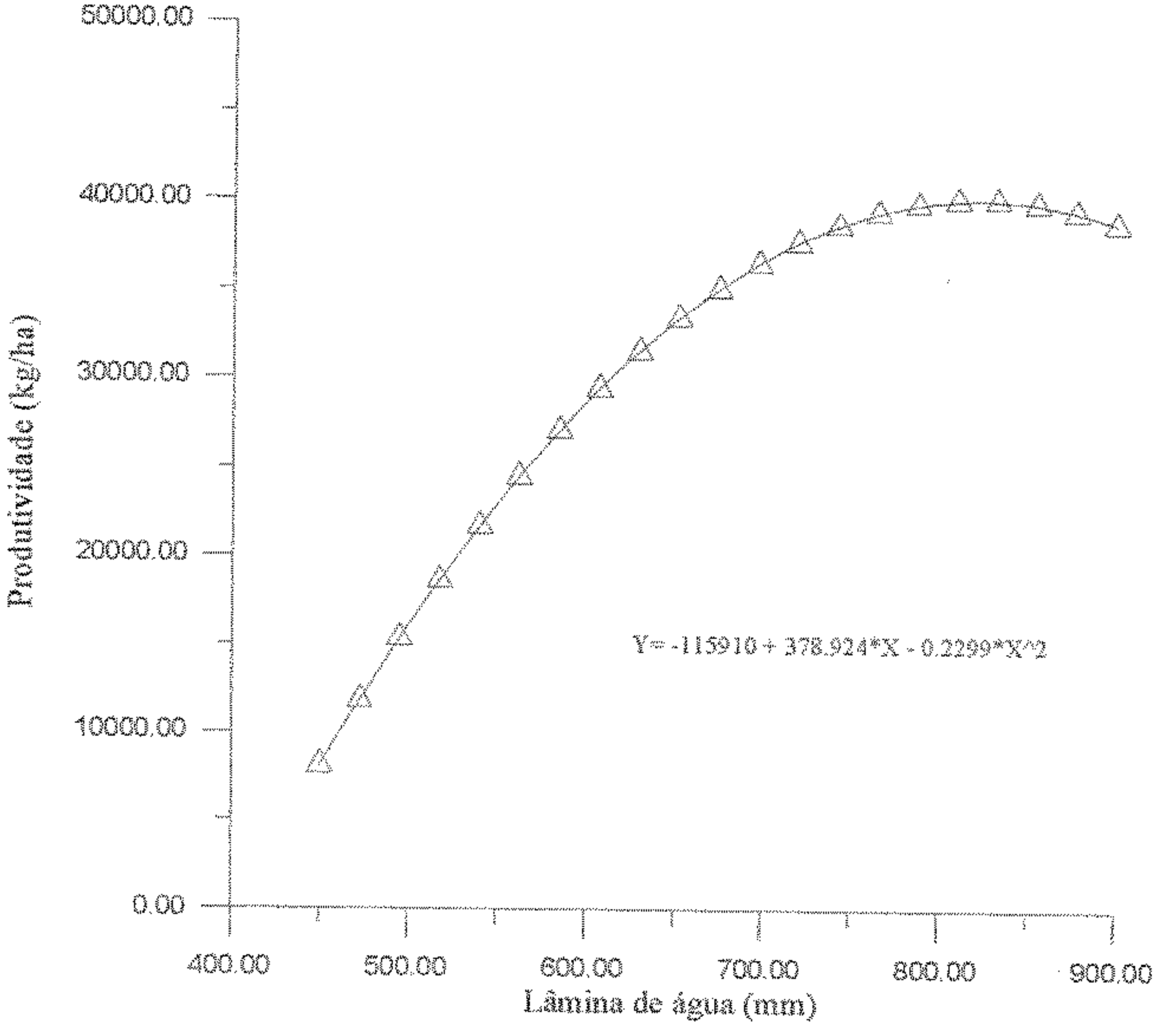

FIGURA 2. FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DA CEBOLA

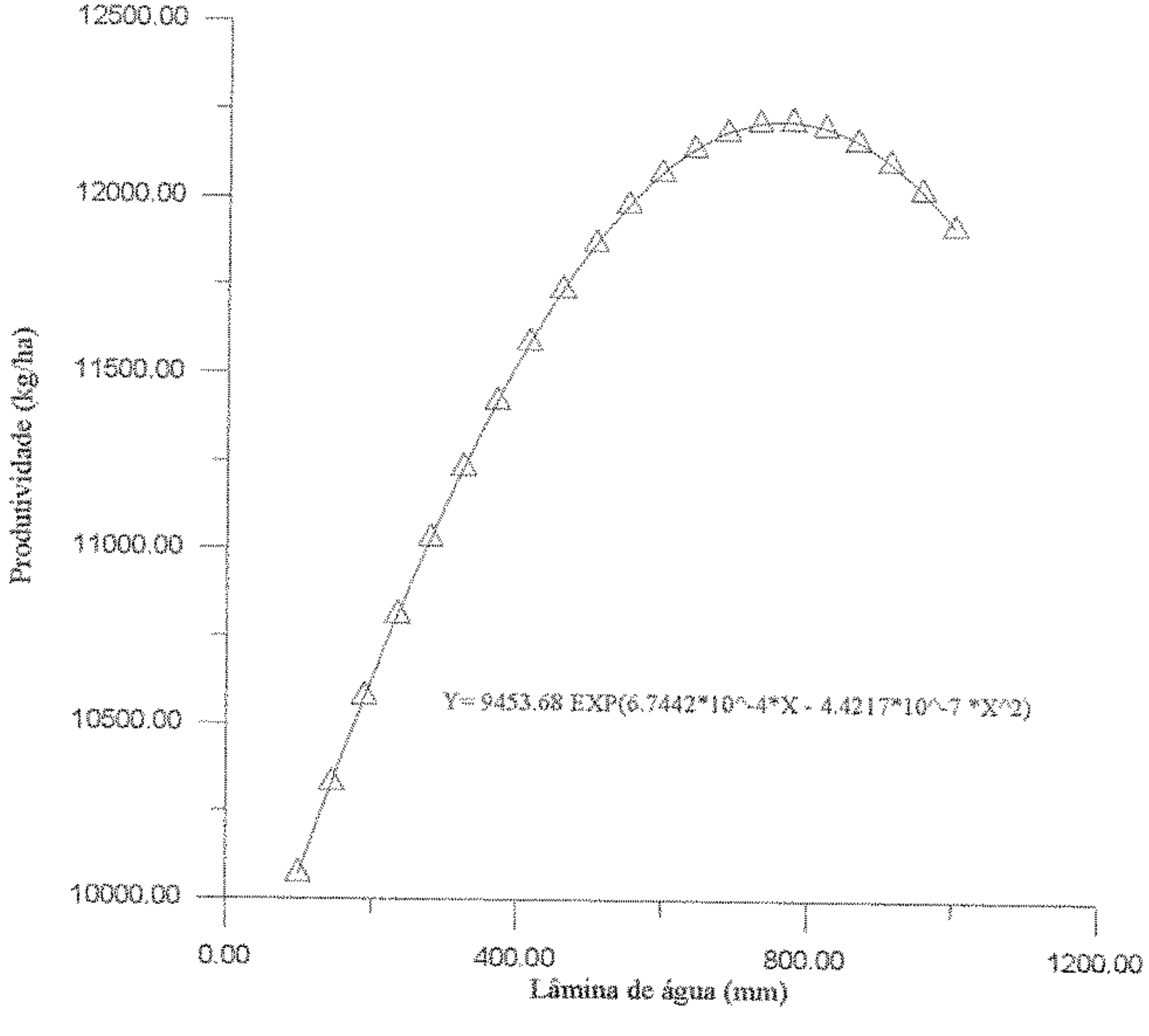

FIGURA 3. FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DO PIMENTÃO

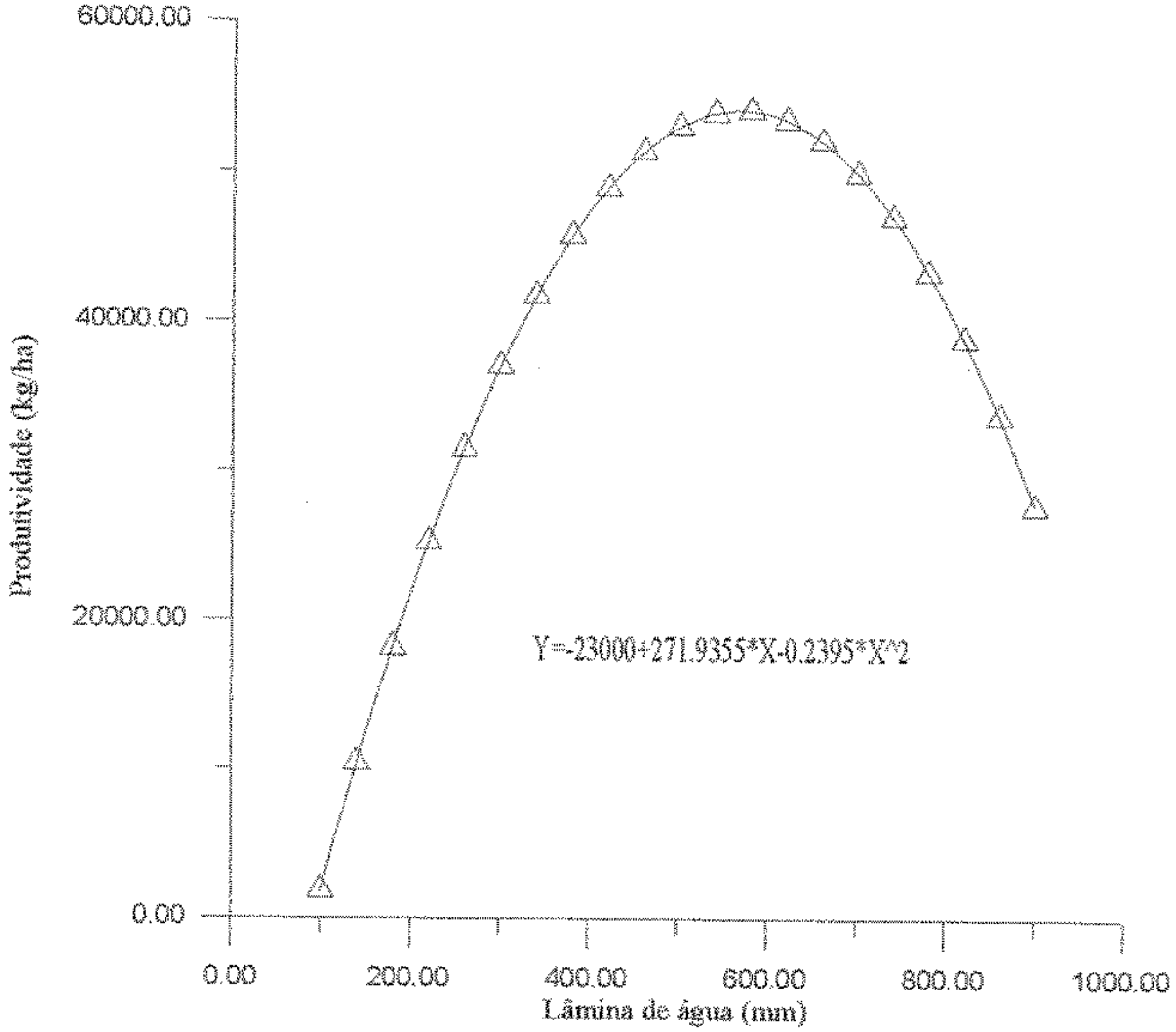

FIGURA 4. FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DA TOMATE

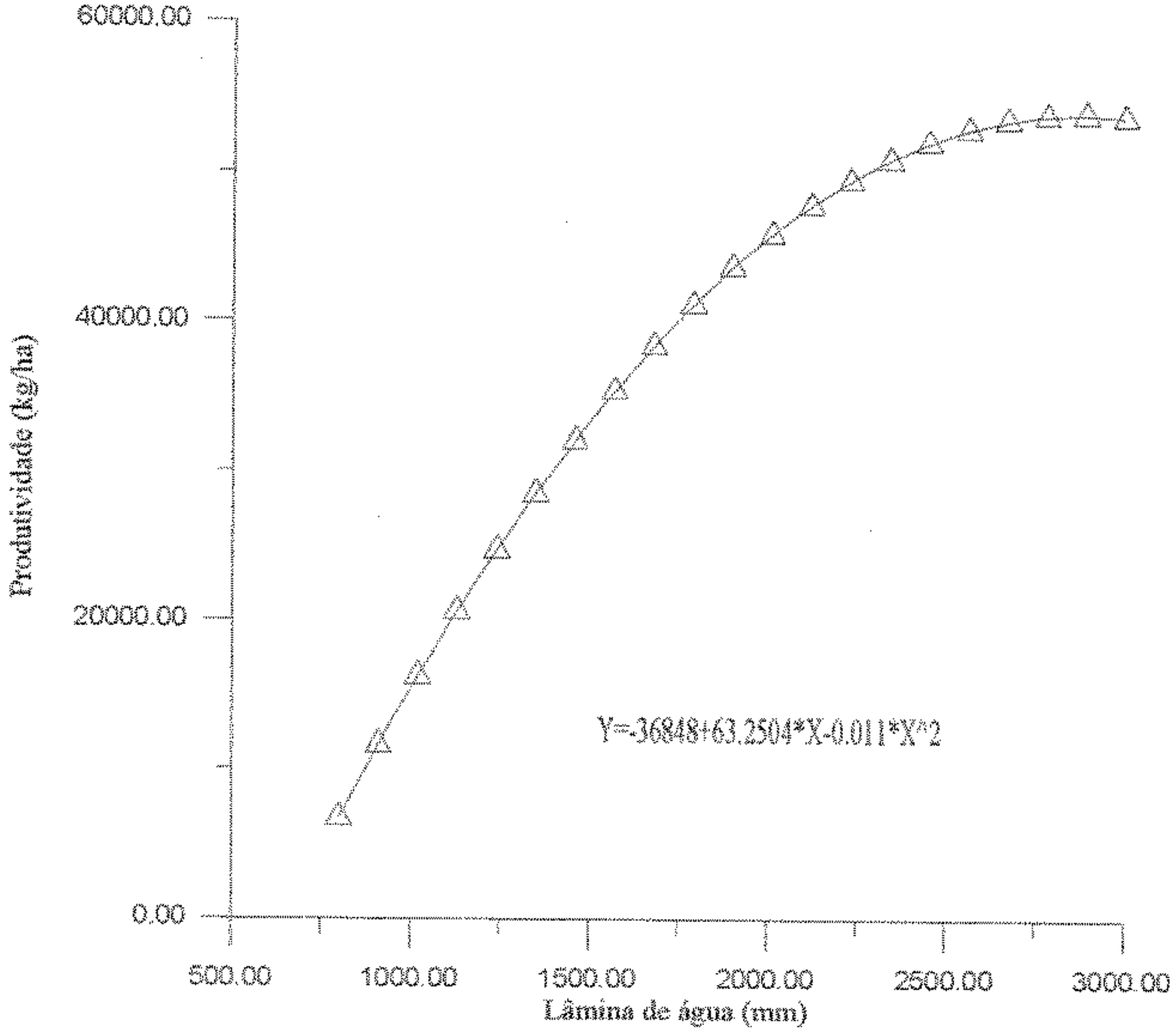

FIGURA 5. FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DA BANANA

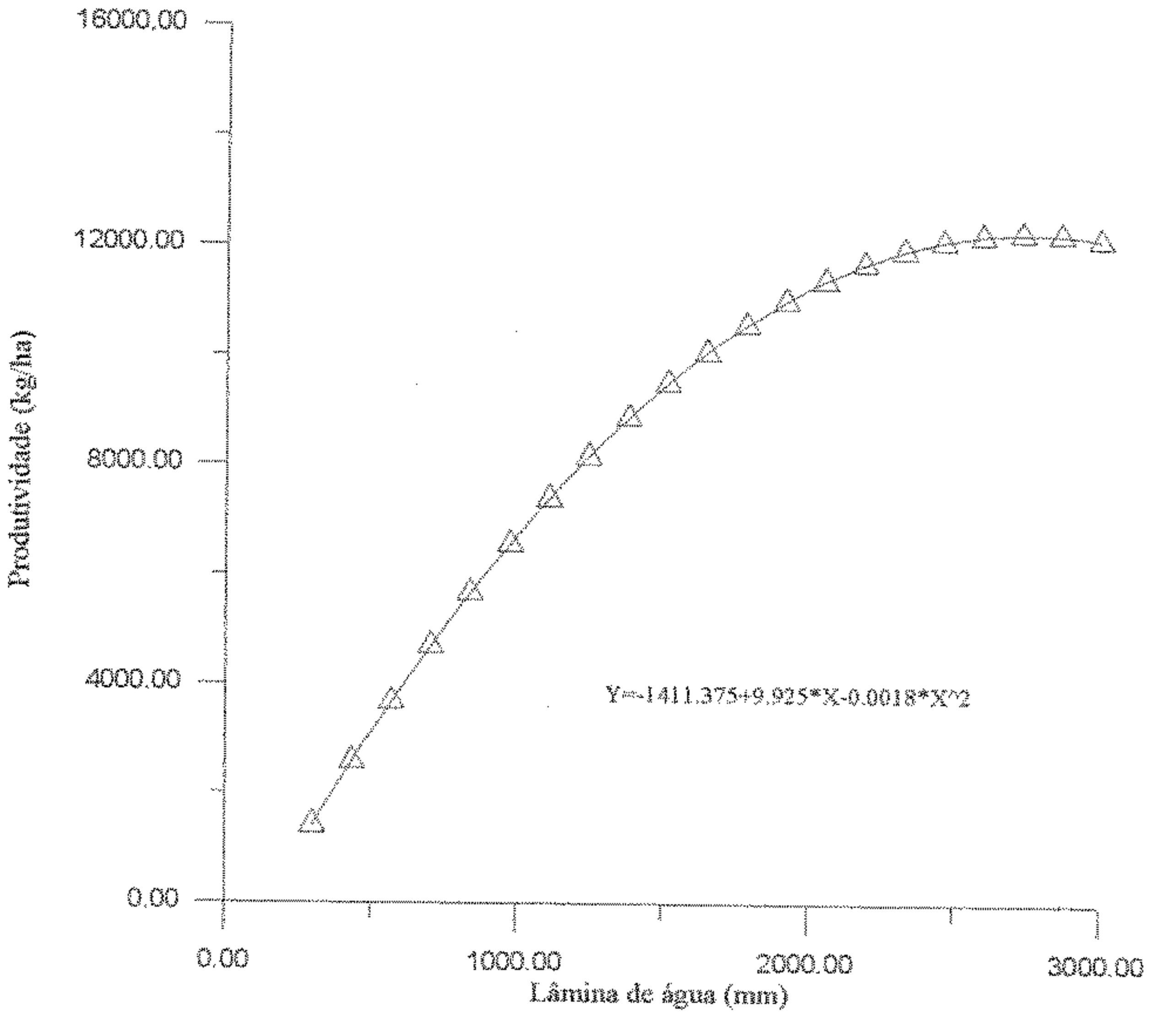

FIGURA 6. FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DO ASPARGO

APÊNDICE II

MODELO COM LÂMINAS DE ÁGUA FIXAS

O modelo apresenta a seguinte função objetivo.

$$MAX\ RL = 1713\,M + 6301C + 747\,P + 2543\,T + 7816\,B + 9054\,A \qquad (1)$$

Onde:

MAX RL - Maximização de RL (LUCRO);

M - Área plantada com melancia, em (ha);

C - Área plantada com cebola, em (ha);

P - Área plantada com pimentão, em (ha);

T - Área plantada com tomate, em (ha);

B - Área plantada com banana, em (ha);

A - Área plantada com aspargo, em (ha).

As culturas Banana e Aspargo são permanentes portanto tem o ciclo de produção de aproximadamente 1 ano, por isto elas entram com valores iguais nas restrições SMS1 e SMS2.

O modelo está sujeito às restrições de:

A) Área:

NOME:	INEQUAÇÃO	
SMS1	$C + P + B + A \leq 1000$	(2)
SMS2	$M + T + B + A \leq 1000$	(3)

NOME	EQUAÇÃO	
BSS1	$C + P + B + A - STS1 = 0$	(4)
BSS2	$M + T + B + A - STS2 = 0$	(5)

Onde:

SMS1 - Área máxima plantada no 1° semestre;

SMS2 - Área máxima plantada no 2° semestre;

BSS1 - Balanço de área para o 1° semestre;

BSS2 - Balanço de área para o 2° semestre;

STS1 - Área total do 1° semestre;

STS2 - Área total do 2° semestre;

As restrições asseguram que as áreas cultivadas com cada cultura sejam iguais as irrigadas com essas culturas. As restrições de área (2 a 5), significam que a combinação de culturas no 1° e 2° semestre tem que ocupar uma área menor ou igual a disponível.

NOME:	EQUAÇÃO	
BSM	$M - STM = 0$	(6)
BSC	$C - STC = 0$	(7)
BSP	$P - STP = 0$	(8)
BST	$T - STT = 0$	(9)
BSB	$B - STB = 0$	(10)
BSA	$A - STA = 0$	(11)

onde: BSM, BSC, ... , BSA - Balanço de área (6 a 11), para a melancia, cebola, ... , aspargo, servem apenas para indicar as áreas alocadas as diferentes culturas e período do ano. Elas não tem influência na solução do problema.

B) ÁGUA:

$$W_{TOTAL} \quad 887\,M + 824\,C + 763\,P + 568\,T + 2900\,B + 2757\,A \leq V_{AD} \qquad (12)$$

Onde:

W_{TOTAL} - É o volume de água total anual disponível no projeto;

V_{AD} - Volume de água disponível, em mm.ha.

C) PRODUÇÃO DAS CULTURAS

NOME:	INEQUAÇÃO	
MINM	$M \geq 100$	(13)
MAXC	$C \leq 200$	(14)
MINP	$P \geq 50$	(15)
MAXT	$T \leq 400$	(16)
MINB	$B \geq 50$	(17)
MAXA	$A \leq 100$	(18)

As equações 13 a 18 representam as várias restrições à produção das diferentes culturas, ou seja, por condições de mercado, consumo interno, capacidade de processamento ou problemas regionais. Os valores de cada restrição foram estimados em função da resposta média esperada por ha.

O significado destas restrições resume-se em:

MINM - Área mínima em ha, a ser plantada com melancia no 2° semestre. Causa da restrição : Mercado;

MAXC - Área máxima, em ha, a ser plantada com cebola no 1° semestre. Causa da restrição: Resistência locais a utilização da aspersão na irrigação da cultura.

MINP - Área mínima, em ha, a ser plantada com pimentão no 1° semestre. Causa da restrição: Capacidade de processamento industrial local.

MAXT - Área máxima, em ha, a ser plantada com tomate no 2° semestre. causa da restrição: Mercado e capacidade de processamento da indústria local;

MINB - Área mínima, em ha, a ser plantada com banana durante todo ano. Causa da restrição: Mercado e capacidade de processamento da indústria local.

MAXA - Área máxima, em ha, a ser plantada com aspargo durante todo ano. Causa da restrição: Mercado e capacidade de processamento da indústria local.

APÊNDICE III

MODELO COM LÂMINAS DE ÁGUA ALTERNATIVAS

O modelo é representado pelas seguintes equações:

MAX RL = 797 MX9 + 331 MX8 + 257 MX7 + 184 MX6 + 64 MX5 + 47 MX4 + 24 MX3 + 12 MX2 + MX1 - 4 MX0 + 788 CX9 + 2130 CX8 + 1612 CX7 + 1095 CX6 + 423 CX5 + 208 CX4 + 33 CX3 + 10 CX2 + 2 CX1 + 737 PX9 + 13 PX8 + 10 PX7 + 6 PX6 + + 2 PX5 - 2 PX4 - 4 PX3 - 4 PX2 - 6 PX1 - 6 PX0 + 2047 TX9 + 168 TX8 + 134 TX7 + 69 TX6 + 55 TX5 + 39 TX4 + 23 TX3 + 7 TX2 + 2 TX1 - TX0 + 1317 BX9 + 2553 BX8 + 1922 BX7 + 1026 BX6 + 487 BX5 328 BX4 + 171 BX3 + 26 BX2 - 2 BX1 - 12 BX0 + 2680 A X9 + 2441 AX8 + 1824 AX7 + 1274 AX6 + 698 AX5 + 84 AX4 + 46 AX3 + 14 AX2 - 8 AX0

Onde:

MAX RL - Maximização de RL (LUCRO);

MX0, MX1, ... , MX9: Áreas plantadas com melancia em (ha);

CX0, CX1 , ... , CX9: Áreas plantadas com cebola em (ha);

PX0, PX1 , ... PX9: Áreas plantadas com pimentão em (ha);

TX0, TX1 , ... , TX9: Áreas plantadas com tomate em (ha);

BX0, BX1 , ... , BX9: Áreas plantadas com banana em (ha);

AX0, AX1 , ... , AX9 : Áreas plantadas com aspargo em (ha).

No modelo com lâminas alternativas, as culturas poderão ser irrigadas com diferentes lâminas que estão representadas pelos índices (9, 8, ... , 0). Os números maiores designam lâminas menores e vice-versa. Assim, MX9 significa área plantada com melancia e irrigada com lâmina mínima, ou seja 350 mm. Por outro lado MX0 significa área plantada com melancia e irrigada com lâmina máxima, 887 mm. As lâminas de água disponíveis às diversas culturas encontram-se nos QUADROS 1 a 6 do APÊNDICE IV.

Os coeficientes técnicos das atividades produtivas, áreas plantadas com as diversas culturas estudadas, representam os incrementos da renda líquida entre duas lâminas de irrigação consecutivas conforme observa-se nos QUADROS 3 a 4 e 1 a 6 do APÊNDICE IV.

O modelo está sujeito às seguintes restrições de:

A) ÁREA:

NOME:	INEQUAÇÃO
SMS1	$CX9 + PX9 + BX9 + AX9 \leq 1000$
SMS2	$MX9 + TX9 + BX9 + AX9 \leq 1000$
NOME:	**EQUAÇÃO**
BSS1	$CX9 + PX9 + BX9 + AX9 - STS1 = 0$
BSS2	$MX9 + TX9 + BX9 + AX9 - STS2 = 0$
BSM	$MX9 - STM = 0$
BSC	$CX9 - STC = 0$
BSP	$PX9 - STP = 0$
BST	$TX9 - STT = 0$
BSB	$BX9 - STB = 0$
BSA	$BX9 - STA = 0$
NOME:	**INEQUAÇÃO**
M1	$MX8 - MX9 \leq 0$

M2	$MX7 - MX8 \leq 0$
M3	$MX6 - MX7 \leq 0$
M4	$MX5 - MX6 \leq 0$
M5	$MX4 - MX5 \leq 0$
M6	$MX3 - MX4 \leq 0$
M7	$MX2 - MX3 \leq 0$
M8	$MX1 - MX2 \leq 0$
M9	$MX0 - MX1 \leq 0$
C1	$CX8 - CX9 \leq 0$
C2	$CX7 - CX8 \leq 0$
C3	$CX6 - CX7 \leq 0$
C4	$CX5 - CX6 \leq 0$
C5	$CX4 - CX5 \leq 0$
C6	$CX3 - CX4 \leq 0$
C7	$CX2 - CX3 \leq 0$
C8	$CX1 - CX2 \leq 0$
C9	$CX0 - CX1 \leq 0$
P1	$PX8 - PX9 \leq 0$
P2	$PX7 - PX8 \leq 0$
P3	$PX6 - PX7 \leq 0$
P4	$PX5 - PX6 \leq 0$
P5	$PX4 - PX5 \leq 0$

P6	$PX3 - PX4 \leq 0$
P7	$PX2 - PX3 \leq 0$
P8	$PX1 - PX2 \leq 0$
P9	$PX0 - PX1 \leq 0$
T1	$TX8 - TX9 \leq 0$
T2	$TX7 - TX8 \leq 0$
T3	$TX6 - TX7 \leq 0$
T4	$TX5 - TX6 \leq 0$
T5	$TX4 - TX5 \leq 0$
T6	$TX3 - TX4 \leq 0$
T7	$TX2 - TX3 \leq 0$
T8	$TX1 - TX2 \leq 0$
T9	$TX0 - TX1 \leq 0$
B1	$BX8 - BX9 \leq 0$
B2	$BX7 - BX8 \leq 0$
B3	$BX6 - BX7 \leq 0$
B4	$BX5 - BX6 \leq 0$
B5	$BX4 - BX5 \leq 0$
B6	$BX3 - BX4 \leq 0$
B7	$BX2 - BX3 \leq 0$
B8	$BX1 - BX2 \leq 0$
B9	$BX0 - BX1 \leq 0$

A1	$AX8 - AX9 \leq 0$
A2	$AX7 - AX8 \leq 0$
A3	$AX6 - AX7 \leq 0$
A4	$AX5 - AX6 \leq 0$
A5	$AX4 - AX5 \leq 0$
A6	$AX3 - AX4 \leq 0$
A7	$AX2 - AX3 \leq 0$
A8	$AX1 - AX2 \leq 0$
A9	$AX0 - AX1 \leq 0$

As inequações M1 a A9 asseguram que, considerando-se cada cultura separadamente a área irrigada com determinada lâmina de irrigação deve ser menor ou igual àquela área irrigada com uma lâmina imediatamente inferior. Se tomarmos como exemplo a inequação $MX8 - MX9 \leq 0$ ou $MX8 \leq MX9$; ou seja, a área plantada com melancia com lâmina 8 (450mm) deve ser menor ou igual a área irrigada com a lâmina 9 (350mm). Isto quer dizer que é impossível aplicar 450 mm sem antes aplicar 350 mm.

B) ÁGUA

W_T 350 MX9 + 100 MX8 + 100 MX7 + 100 MX6 + 50 MX5 + 50 MX4 + 40 MX3 +40 MX2 + 30 MX1 + 27 MX0 + 475 CX9 + 75 CX8 + 75 CX7 +75 CX6 + 50 CX5 +40 CX4 + 15 CX3 + 10 CX2 + 5 CX1 + 4 CX0 + 400 PX9 + 50 PX8 + 50 PX7 +50 PX6 + 50 PX5 + 50 PX4 + 30 PX3 + 30 PX2 + 30 PX1 + 23 PX0 + 400 TX9 + 30 TX8 + 30 TX7 +

$$20\,TX6 + 20\,TX5 + 20\,TX4 + 20\,TX3 + 10\,TX2 + 10\,TX1 + 8\,TX0 + 1000\,BX9 + 400\,BX8 + 400\,BX7 + 300\,BX6 + 200\,BX5 + 200\,BX4 + 200\,BX3 + 100\,BX2 + 50\,BX1 + 50\,BX0 + 800\,AX9 + 400\,AX8 + 400\,AX7 + 400\,AX6 + 400\,AX5 + 100\,AX4 + 100\,AX3 + 60\,AX2 + 60\,AX1 + 37\,AX0 \leq V_{AD}$$

Os coeficientes de requerimento de cada cultura irrigada estão apresentados no QUADRO 3 dos Materiais e Métodos..

O significado destas restrições, bem como seus valores, estão descritos no modelo de lâminas de água fixas.

C) PRODUÇÃO DAS CULTURAS

NOME:	INEQUAÇÃO
MINM	$MX9 \geq 100$
MAXC	$CX9 \leq 200$
MINP	$PX9 \geq 50$
MAXT	$TX9 \leq 400$
MINB	$BX9 \geq 50$
MAXA	$AX9 \leq 100$

Onde:

MX9, ... , AX9 são áreas plantadas e irrigadas apartir da lâmina mínima. O significado destas restrições, bem como dos seus valores estão descritos no modelo de lâminas de água fixas.

APÊNDICE IV

QUADRO. 1 Custos e rendimentos da melancia com a função de resposta à água discretizada.

r	Lâmina (W) (mm)	Produtividade (Y) (Kg/ha)	Custo da Água (US$/ha)	Custo Total (US$/ha)	Renda Bruta (US$/ha)	Renda Líquida (US$/ha)
0	887	33670	230.62	980.62	2.693,60	1.713
1	860	33636	223,60	973,60	2.691,12	1.717
2	830	33520	215.80	965,80	2.681,60	1.716
3	790	33238	205,40	955,40	2.659,04	1.704
4	750	32810	195,00	945,00	2.624,80	1.680
5	700	32069	182,00	932,00	2.565,52	1.633
6	650	31099	169,00	919,00	2.487.92	1.569
7	550	28474	143,00	893,00	2.277,92	1.385
8	450	24935	117,00	867,00	1.994,80	1.128
9	350	20482	91,00	841,00	1.638,56	797

Preço médio unitário: (US$/kg) = 0,08

Preço médio da água: (US$/mm.ha) = 0,26

Custo de produção, exceto custo da água:(US$/ha) = 750

QUADRO. 2 Custos e rendimentos da cebola com a função de resposta à água discretizada.

r	Lâmina (W) (mm)	Produtividade (Y) (Kg/ha)	Custo da Água (US$/ha)	Custo Total (US$/ha)	Renda Bruta (US$/ha)	Renda Líquida (US$/ha)
0	824	40227	214,24	1.744,24	8.045,40	6.301
1	820	40223	213,00	1.743,20	8.044,60	6.301
2	815	40207	211,90	1.741,90	8.041,40	6.299
3	805	40143	209,30	1.739,30	8.028,60	6.289
4	790	39959	205,40	1.735,40	7.991,80	6.256
5	750	38864	195,00	1.725,00	7.772,80	6.048
6	700	36686	182,00	1.712,00	7.337,20	5.625
7	625	31113	162,50	1.692,50	6.222,60	4.530
8	550	22953	143,00	1.673,00	4.590,60	2.918
9	475	12208	123,50	1.653,50	2.441,60	788

Preço médio unitário: (US$/ha) = 0,20

Preço médio da água: (US$/mm.ha) = 0,26

Custo de produção, exceto o custo da água: (US$/ha) = 1.530

QUADRO. 3 Custos e rendimentos do pimentão com a função de resposta à água discretizada.

r	Lâmina (W) (mm)	Produtividade (Y) (Kg/ha)	Custo da Água (US$/ha)	Custo Total (US$/ha)	Renda Bruta (US$/ha)	Renda Líquida (US$/ha)
0	763	12226	198,38	1.087,38	1.833,90	746
1	740	12223	192,40	1.081,40	1.833,45	752
2	710	12211	184,60	1.073,60	1.831,65	758
3	680	12189	176,80	1.065,80	1.828,35	762
4	650	12158	169,00	1.058,00	1.823,70	766
5	600	12084	156,00	1.045,00	1.812,60	768
6	550	11984	143,00	1.032,00	1.797,60	766
7	500	11859	130,00	1.019,00	1.778,85	760
8	450	11709	117,00	1.006,00	1.756,35	750
9	400	11535	104,00	993,00	1.730,25	737

Preço médio unitário: (US$/Kg) = 0,15

Preço médio da água: (US$/mm.ha) = 0,26

Custo de produção, exceto o custo da água: (US$/ha) = 889

QUADRO. 4 Custos e rendimentos da tomate com a função de resposta à água discretizada.

r	Lâmina (W) (mm)	Produtividade (Y) (Kg/ha)	Custo da Água (US$/ha)	Custo Total (US$/ha)	Renda Bruta (US$/ha)	Renda Líquida (US$/ha)
0	568	54196	147,68	1.792,68	4.335,68	2.543
1	560	54182	145,60	1.790,60	4.334,56	2.544
2	550	54120	143,00	1.788,00	4.329,60	2.542
3	540	54012	140,40	1.785,40	4.320,96	2.535
4	520	53650	135,20	1.780,20	4.292,00	2.512
5	500	53097	130,00	1.775,00	4.247,76	2.473
6	480	52351	124,80	1.769,80	4.188,08	2.418
7	460	51415	119,60	1.764,60	4.113,20	2.349
8	430	49652	111,80	1.756,80	3.972,16	2.215
9	400	47457	104,00	1.749,00	3.796,56	2.047

Preço médio unitário: (US$/kg) = 0,08

Preço médio da água:(US$/mm.ha) = 0,26

Custo de produção, exceto o custo da água: (US$/ha) = 1.645

QUADRO. 5 - Custos e rendimentos da banana com a função de resposta à água discretizada.

r	Lâmina (W) (mm)	Produtividade (Y) (Kg/ha)	Custo da Água (US$/ha)	Custo Total (US$/ha)	Renda Bruta (US$/ha)	Renda Líquida (US$/ha)
0	2900	54278	754	1.954,00	9.770,04	7.816
1	2850	54271	741	1.941,00	9.768,78	7.828
2	2800	54209	728	1.928,00	9.757,62	7.830
3	2700	53920	702	1.902,00	9.705,60	7.804
4	2500	52684	650	1.850,00	9.483,12	7.633
5	2300	50570	598	1.798,00	9.102,60	7.305
6	2100	47578	546	1.746,00	8.564,04	6.818
7	1800	41443	468	1.668,00	7.459,74	5.792
8	1400	30192	364	1.564,00	5.434,56	3.870
9	1000	15427	260	1.460,00	2.776,86	1.317

Preço médio unitário: (US$/kg) = 0,18

Preço médio da água: (US$/mm.ha) = 0,26

Custo de produção, exceto o custo da água: (US$/ha) = 1.200

QUADRO. 6 Custos e rendimentos do aspargo com a função de resposta à água discretizada.

r	Lâmina (W) (mm)	Produtividade (Y) (Kg/ha)	Custo da Água (US$/ha)	Custo Total (US$/ha)	Renda Bruta (US$/ha)	Renda Líquida (US$/ha)
0	2757	12270	716,82	3.216,82	12.270	9.053
1	2720	12.268	707,20	3.207,20	12.268	9.061
2	2660	12.253	691,60	3.191,60	12.253	9.061
3	2600	12.226	679,00	3.179,00	12.226	9.047
4	2500	12.151	650,00	3.150,00	12.151	9.001
5	2400	12.041	624,00	3.124,00	12.041	8.917
6	2000	11.239	520,00	3.020,00	11.239	8.219
7	1600	9.861	416,00	2.916,00	9.861	6.945
8	1200	7.933	312,00	2.812,00	7.933	5.121
9	800	5.388	208,00	2.708,00	5.388	2.680

Preço médio unitário: (US$/Kg) = 1,00

Preço médio da água: (US$/mm.ha) = 0,26

Custo de Produção, exceto o custo da água: (US$/ha) = 2.500

QUADRO. 7 Análise de sensibilidade da função objetivo do modelo de lâminas fixas.

Variável	Área Cultivada (ha)	Retorno unitário (US$/ha)	Mínimo (US$)	Máximo (US$)
Melancia	100	1.713,00	nenhum	2.912,91
Cebola	200	6.301,00	2.706,02	nenhum
Pimentão	50	747,00	nenhum	2.505,70
Tomate	400	2.543,00	1.865,31	nenhum
Banana	50	7.816,00	nenhum	9.523,61
Aspargo	12	9.054,00	7.430,60	12.343,40

QUADRO. 8 Análise de sensibilidade da função objetivo do modelo de lâminas alternativas.

Variável	Área Cultivada (ha)	Retorno unitário (US$/ha)	Mínimo (US$)	Máximo (US$)
Melancia	100	1.128,00	324,67	1.794,00
Cebola	200	6.256,00	2.903,13	nenhum
Pimentão	50	737,00	nenhum	1.298,67
Tomate	400	2.418,00	1.402,40	nenhum
Banana	58	6.818,00	6.368,83	5.900,00
Aspargo	100	6.945,00	3.001,67	nenhum

APÊNDICE V

MODELO DE PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR

O modelo é apresentado da seguinte forma:

ESCALARES:

PC1	PREÇO DA MELANCIA	(US$. KG)/0.08/
PC2	PREÇO DA CEBOLA	(US$.KG)/0.20/
PC3	PREÇO DO PIMENTÃO	(US$.KG)/0.15/
PC4	PREÇO DA TOMATE	(US$.KG)/0.08/
PC5	PREÇO DA BANANA	(US$.KG)/0.18/
PC6	PREÇO DO ASPARGO	(US$.KG)/1.00/
AC1	I COEF. DE REGRESSÃO DA MELANCIA/ -2301.15/	
BC1	II COEF.DE REGRESSÃO DA MELANCIA/81.0895/	
CC1	III COEF. DE REGRESSÃO DA MELANCIA/-0.0457/	
CW	CUSTO DA ÁGUA (US$.MM.HA)/0.26/	
AC2	I COEF. DE REGRESSÃO DA CEBOLA/-115910/	
BC2	II COEF. DE REGRESSÃO DA CEBOLA/378.924/	
CC2	III COEF. DE REGRESSÃO DA CEBOLA/-0.2299/	
AC3	I COEF. DE REGRESSÃO DO PIMENTÃO/9453.68/	
BC3	II COEF. DE REGRESSÃO DO PIMENTÃO/6.744224E-4/	
CC3	III COEF. DE REGRESSÃO DO PIMENTÃO/-4.421719E-7/	
AC4	I COEF. DE REGRESSÃO DA TOMATE/-23000/	
BC4	II COEF. DE REGRESSÃO DA TOMATE/271.9355279/	

CC4	III COEF. DE REGRESSÃO DA TOMATE/-0.239484/
AC5	I COEF. DE REGRESSÃO DA BANANA/-36848/
BC5	II COEF. DE REGRESSÃO DA BANANA/63.250411/
CC5	III COEF. DE REGRESSÃO DA BANANA/-0.010975/
AC6	I COEF. DE REGRESSÃO DO ASPARGO/-1411.375/
BC6	II COEF. DE REGRESSÃO DO ASPARGO/9.92511/
CC6	III COEF. DE REGRESSÃO DO ASPARGO/-0.001781625/
CPECW12	CUSTO DE PRODUÇÃO DA MELANCIA(US$)/750/
CPECW21	CUSTO DE PRODUÇÃO DA CEBOLA(US$)/1530/
CPECW31	CUSTO DE PRODUÇÃO DO PIMENTÃO(US$)/889/
CPECW42	CUSTO DE PRODUÇÃO DA TOMATE(US$)/1645/
CPECW5	CUSTO DE PRODUÇÃO DA BANANA(US$)/1200/
CPECW6	CUSTO DE PRODUÇÃO DO ASPARGO(US$)/2500/
VAD	VOLUME DE ÁGUA DISPONÍVEL (MM.HA)/696600/
STS1	ÁREA TOTAL DO 1º SEMESTRE (HA)/1000/
STS2	ÁREA TOTAL DO 2º SEMESTRE 2 (HA)/1000/;

VARIÁVEIS:

A12	ÁREA PLANTADA COM MELANCIA NO 2º SEMESTRE
A21	ÁREA PLANTADA COM CEBOLA NO 1º SEMESTRE
A31	ÁREA PLANTADA COM PIMENTÃO NO 1º SEMESTRE
A42	ÁREA PLANTADA COM TOMATE NO 2º SEMESTRE

A5 ÁREA PLANTADA COM BANANA NO 1º E 2º SEMESTRES

A6 ÁREA PLANTADA COM ASPARGO NO 1º E 2º SEMESTRES

WC12 LÂMINA DE ÁGUA DA MELANCIA NO 2º SEMESTRE

WC21 LÂMINA DE ÁGUA DA CEBOLA NO 1º SEMESTRE

WC31 LÂMINA DE ÁGUA DO PIMENTÃO NO 1º SEMESTRE

W42 LÂMINA DE ÁGUA DA TOMATE NO 2º SEMESTRE

WC5 LÂMINA DE ÁGUA DA BANANA NO 1º E 2º SEMESTRES

WC6 LÂMINA DE ÁGUA DO ASPARGO NO 1º E 2º SEMESTRES

Z RENDA LÍQUIDA

EQUAÇÕES:

ASMS1 ÁREA MÁXIMA DO 1º SEMESTRE

SMS2 ÁREA MÁXIMA DO 2º SEMESTRE

BSS1 BALANÇO DE ÁREA DO 1º SEMESTRE

BSS2 BALANÇO DE ÁREA DO 2º SEMESTRE

WT ÁGUA TOTAL

MINA12 ÁREA MÍNIMA PLANTADA COM MELANCIA NO 2º SEMESTRE

MINA31 ÁREA MÍNIMA PLANTADA COM PIMENTÃO NO 2º SEMESTRE

MINA5 ÁREA MÍNIMA PLANTADA COM BANANA NO 1º E 2º SEMESTRES

MAXA21 ÁREA MÁXIMA PLANTADA COM CEBOLA NO 1º SEMESTRE

MAXA6 ÁREA MÁXIMA PLANTADA COM ASPARGO NO 1º E 2º SEMESTRES

F O FUNÇÃO OBJETIVO;

```
F.O..         Z=E=(PC1*(AC1+BC1*WC12+CC1*(WC12**2))-(WC12*CW+CPECW12))*A12
                +(PC2*(AC2+BC2*WC21+CC2*(WC21**2))-(WC21*WC+CPECW21))*A21
                +(PC3*(AC3*EXP(BC3*WC31+CC3*(WC31**2)))-(WC31*CW+CPECW31)*
                A31 + (PC4*(AC4+BC4*WC42+CC4*(W42**2)) - (WC42*WC+CPECW42))*
                A42+  (PC5*(AC5+BC5*WC5+CC5*(WC5**2))- (WC5*WC+CPECW5))*A5
                (PC6*(AC6+BC6*WC6+CC6*(WC6**2))-(WC6*WC+CPECW6))*A6;


SMS1..     A21 + A31 + A5 + A6=L=1000;

SMS2..     A12 + A42 + A5 + A6=L=1000;

BSS1..     A21 + A31 + A5 + A6=L=STS1;

BSS2..     A12 + A43 + A5 + A6=L=STS2;

WT..       (WC12*A12 ) + (WC21*A21) + (WC31*A31) + (WC42*A42) + (WC5*A5) +
           (WC6*A6)=L=VAD;

MINA12..  A12=G=100;

MINA31..  A31=G=50;

MINA5..   A5=G=50;

MAX21..   A21=L=200;

MAX42..   A42=L=400;

MAXA6..   A6=L=100;


LIMITES DAS VARIÁVEIS:


WC12.LO=350.00;

WC12.UP=887.00;
```

```
WC21.LO=475.00;
WC21.UP=824.00;
WC31.LO=300.00;
WC31.UP= 763.00;
WC42.LO=400.00;
WC42.UP=568.00;
WC5.LO=1000.00;
WC5.UP=2900.00;
WC6.LO=800.00;
WC6.UP=2757.00;
A12.LO=100.00;
A12.UP=1000.00;
A21.LO=0.00;
A21.UP=200.00;
A31.LO=50.00;
A31.UP=1000.00;
A42.LO=0.00;
A42.UP=400.00;
A5.LO=50.00;
A5.UP=1000.00;
A6.LO=0.00;
A6.UP=100.00;
```

VALORES INICIAIS:

A12.L=10.00;

A21.L=10.00;

A31.L=10.00;

A42.L=10.00;

A5.L=10.00;

A6.L=10.00;