



Universidade Federal de Campina Grande – UFCG
Centro de Engenharia Elétrica e Informática
Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Superfície Seletiva em Frequência Inspirada na Espiral de Fibonacci com Resposta Multibanda Proximamente Espaçada

Maciel Alves de Oliveira

Campina Grande, Paraíba, Brasil

Setembro de 2022

Maciel Alves de Oliveira

Superfície Seletiva em Frequência Inspirada na Espiral de Fibonacci com Resposta Multibanda Proximamente Espaçada

Tese de Doutorado submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Universidade Federal de Campina Grande
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de
Campina Grande — PPgEE

Orientadores:

Prof. Dr. Alexandre Jean René Serres — UFCG

Prof. Dr. Antônio Luiz Pereira de Siqueira Campos — UFRN

Campina Grande, Paraíba, Brasil

Setembro de 2022

- O48s Oliveira, Maciel Alves de.
Superfície Seletiva em Frequência Inspirada na Espiral de Fibonacci com Resposta Multibanda Proximamente Espaçada / Maciel Alves de Oliveira. – Campina Grande, 2022.
91 f.: il. color.
- Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, 2022.
"Orientação: Prof. Dr. Alexandre Jean René Serres".
- Referências.
1. Eletrônica e Telecomunicações. 2. Bioinspirado. 3. Superfície Seletiva em Frequência. 4. Espiral de Fibonacci. 5. FSS em Cascata. 6. Multibanda. I. Serres, Alexandre Jean René. II. Título.
- CDU 621.391(043)

Maciel Alves de Oliveira

Superfície Seletiva em Frequência Inspirada na Espiral de Fibonacci com Resposta Multibanda Proximamente Espaçada

Tese de Doutorado submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Aprovado em 14 de setembro de 2022

BANCA EXAMINADORA

Prof. D.Sc. Alexandre Jean René Serres, UFCG – Orientador

Prof. D.Sc. Antonio Luiz Pereira de Siqueira Campos, UFRN – Orientador

Prof. Dr. Raimundo Carlos Silvério Freire, UFCG – Presidente da Comissão

Prof. Dr. Edmar Candeia Gurjao, UFCG – Membro Interno

Prof. D.Sc. Alfredo Gomes Neto, IFPB – Membro Externo

Prof. Dr. Marcos Tavares De Melo, UFPE – Membro Externo

Campina Grande - PB, setembro de 2022



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
POS-GRADUACAO EM ENGENHARIA ELETRICA
Rua Aprigio Veloso, 882, - Bairro Universitario, Campina Grande/PB, CEP 58429-900

REGISTRO DE PRESENÇA E ASSINATURAS

1. ATA DA DEFESA PARA CONCESSÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS, NO DOMÍNIO DA ENGENHARIA ELÉTRICA, REALIZADA EM 14 DE SETEMBRO DE 2022 (Nº 351)

CANDIDATO(A): **MACIEL ALVES DE OLIVEIRA**. COMISSÃO EXAMINADORA: RAIMUNDO CARLOS SILVÉRIO FREIRE, Dr., UFCG, Presidente da Comissão, ALEXANDRE JEAN RENÉ SERRES, D. Sc., UFCG, ANTONIO LUIZ PEREIRA DE SIQUEIRA CAMPOS, D.Sc., UFRN, Orientadores, EDMAR CANDEIA GURJÃO, D.Sc., UFCG, ALFREDO GOMES NETO, D.Sc., IFPB, MARCOS TAVARES DE MELO, Dr., UFPE. TÍTULO DA TESE: Superfície Seletiva em Frequência Bioinspirada em com Resposta Multibanda Proximamente Espaçada. ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Processamento da Informação. HORA DE INÍCIO: **08h30** – LOCAL: **Sala Virtual**, conforme o artigo 5º da PORTARIA SEI Nº 01/PRPG /UFCG/GPR, DE 09 DE MAIO DE 2022). Em sessão pública, após exposição de cerca de 45 minutos, o(a) candidato(a) foi arguido(a) oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo demonstrado suficiência de conhecimento e capacidade de sistematização, no tema de sua tese, obtendo conceito APROVADO. Face à aprovação, declara o(a) presidente da Comissão, achar-se o examinado, legalmente habilitado(a) a receber o Grau de Doutor em Ciências, no domínio da Engenharia Elétrica, cabendo a Universidade Federal de Campina Grande, como de direito, providenciar a expedição do Diploma, a que o(a) mesmo(a) faz jus. Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata, que é assinada por mim, Filipe Emmanuel Porfírio Correia, e os membros da Comissão Examinadora presentes. Campina Grande, 14 de Setembro de 2022.

FILIFE EMMANUEL PORFÍRIO CORREIA
Secretário

RAIMUNDO CARLOS SILVÉRIO FREIRE, Dr., UFCG
Presidente da Comissão e Examinador Interno

ALEXANDRE JEAN RENÉ SERRES, D.Sc., UFCG
Orientador

ANTONIO LUIZ PEREIRA DE SIQUEIRA CAMPOS, D.Sc., UFRN
Orientador

EDMAR CANDEIA GURJÃO, D.Sc., UFCG
Examinador Interno

ALFREDO GOMES NETO, D.Sc., IFPB
Examinador Externo

MARCOS TAVARES DE MELO, Dr., UFPE.
Examinador Externo

MACIEL ALVES DE OLIVEIRA
Candidato

2 - APROVAÇÃO

2.1. Segue a presente Ata de Defesa de Tese de Doutorado do candidato MACIEL ALVES DE OLIVEIRA, assinada eletronicamente pela Comissão Examinadora acima identificada.

2.2. No caso de examinadores externos que não possuam credenciamento de usuário externo ativo no SEI, para igual assinatura eletrônica, os examinadores internos signatários **certificam** que os examinadores externos acima identificados participaram da defesa da tese e tomaram conhecimento do teor deste documento.



Documento assinado eletronicamente por **FILIFE EMMANUEL PORFIRIO CORREIA, SECRETÁRIO (A)**, em 15/09/2022, às 11:50, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **RAIMUNDO CARLOS SILVERIO FREIRE, PROFESSOR 3 GRAU**, em 15/09/2022, às 14:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **Alfredo Gomes Neto, Usuário Externo**, em 15/09/2022, às 15:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **EDMAR CANDEIA GURJAO, PROFESSOR 3 GRAU**, em 16/09/2022, às 08:37, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **ALEXANDRE JEAN RENE SERRES, COORDENADOR DE POS-GRADUACAO**, em 29/09/2022, às 14:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **Maciel Alves de Oliveira, Usuário Externo**, em 05/12/2022, às 23:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufcg.edu.br/autenticidade>, informando o código verificador **2730277** e o código CRC **D3AE2F7D**.

Resumo

Neste trabalho de tese é apresentada uma superfície seletiva em frequência (FSS) em cascata bioinspirada, com resposta em frequência do tipo banda tripla, com ressonâncias proximamente espaçadas, estabilidade angular e independência de polarização. A geometria do elemento da FSS proposta é uma espiral de Fibonacci segmentada. As razões entre as frequências de ressonância são muito próximas, 1,5 da primeira para a segunda banda e 1,4 da terceira para a segunda. A simulação da FSS é realizada usando o software HFSS. Foram realizadas simulações das estruturas propostas, para um melhor entendimento do comportamento da resposta em frequência das FSSs. A análise paramétrica inicial permitiu obter as dimensões físicas, que possibilitaram a aplicação da estrutura proposta em sistemas de comunicações modernos. Nas simulações variando o parâmetro w , largura da fita da espiral, observou-se que à medida em que se aumenta a área metálica na célula unitária, provoca-se um deslocamento para frequências de ressonância mais altas e, simultaneamente, um aumento na largura de banda. Esse aumento na largura da fita da espiral, pode servir como um parâmetro de ajuste das frequências de ressonância ou mesmo das larguras de banda. Inicialmente, foi realizada uma simulação da FSS bioinspirada com uma camada. Observou-se uma ressonância para a polarização horizontal e duas ressonâncias para polarização vertical. As estruturas com apenas uma camada não apresentaram independência de polarização ou estabilidade angular. Assim, foi proposto o cascadeamento das duas estruturas, uma FSS com a espiral normal e outra FSS com a espiral girada para a direita em 90° , com um espaçamento de ar de 18mm entre elas. Esse espaçamento influencia o comportamento eletromagnético da FSS, podendo ser usado para melhorar a independência de polarização, por exemplo. Obteve-se uma resposta em frequência multibanda com três frequências de ressonância, operando em bandas comerciais como ISM e 5G.

Palavras-chave: Bioinspirado; superfície seletiva em frequência; espiral de Fibonacci; FSS em cascata; multibanda.

Abstract

In this thesis work, a cascade bioinspired frequency selective surface (FSS) is presented, with a tri-band frequency response, with closely spaced resonances, angular stability and polarization independence. The element geometry of the proposed FSS is a segmented Fibonacci spiral. The ratios between the resonance frequencies are very close, 1.5 from the first to the second resonance and 1.4 from the third to the second resonance. FSS simulation is performed using the HFSS software. Simulations of the proposed structures were carried out, for a better understanding of the frequency response behavior of the FSSs. The initial parametric analysis allowed obtaining the physical dimensions, which allowed the application of the proposed structure in modern communication systems. In simulations varying the parameter w , width of the spiral strip, it was observed that as the metallic area in the unit cell increases, a displacement to higher resonant frequencies is caused and, simultaneously, an increase in the width of band. This increase in the width of the spiral strip can be used as a parameter for adjusting the resonant frequencies or even the bandwidths. Initially, a simulation of the bioinspired FSS with one layer was performed. One resonance was observed for horizontal polarization and two resonances for vertical polarization. Structures with only one layer did not show polarization independence or angular stability. Thus, it was proposed to cascade the two structures, one FSS with the normal spiral and another FSS with the spiral rotated to the right by 90° , with an air gap of 18mm between them. This gap influences the electromagnetic behavior of the FSS and can be used to improve polarization independence, for example. A multiband frequency response was obtained with three resonant frequencies, operating in commercial bands such as ISM and 5G.

Keywords: Bioinspired; frequency selective surface; Fibonacci spiral; cascading FSS; multiband.

Lista de Figuras

Figura 2.1. FSS elemento tipo <i>patch</i> quadrado [próprio autor].....	22
Figura 2.2. Quatro categorias de FSS e suas respostas características (a) Rejeita-faixa, (b) Passa-faixa, (c) Passa-baixas, (d) Passa-altas [1]. A parte condutiva é representada pela cor cinza.	22
Figura 2.3. FSS de elementos de arranjo complementares e as respostas em frequência. O elemento <i>patch</i> exibe uma resposta capacitiva, rejeita-faixa, enquanto o elemento de arranjo de abertura mostra uma resposta indutiva, passa-faixa [1].....	24
Figura 2.4. Os quatro principais grupos de elementos FSS (adaptado de [1]).	25
Figura 2.5. Exemplo de FSS em cascata.	27
Figura 2.6. Sistema para medição de uma FSS [58].....	31
Figura 2.7. Sistema para medição de uma FSS com material absorvedor, câmara anecóica [58].	31
Figura 2.8. Sistema de medição de uma FSS com lentes gaussianas [58].	32
Figura 2.9. FSS da porta do forno de micro-ondas [59].....	32
Figura 2.10. Radome [65].....	33
Figura 2.11. Ilustração da janela seletiva em frequência [66].....	34
Figura 2.12. FSS apresentada em [70]: (a) Fotografia da folha triangular da planta <i>Oxalis</i> , (b) célula unitária, (c) Fotografia do protótipo FSS.	35
Figura 2.13. Projeto de FSS complementar. (a) <i>patch</i> (superior) e (b) <i>slot</i> (inferior) elementos FSS, (c) célula de unidade FSS complementar [71].	36
Figura 2.14. Design da geometria FSS: (a) espiral de Fibonacci, (b) Visão frontal do elemento FSS proposto,.....	36
Figura 2.15. A geometria celular unitária da FSS e sua câmara fluida [73].....	37
Figura 2.16. Geometria da espiral arquimediana de quatro e oito braços	37
Figura 3.1. Espiral de Fibonacci [próprio autor].	40

Figura 3.2. (a) Corte de uma concha <i>nautilus</i> , (b) Brócolis romanesco, (c) Ciclone extratropical, (d) Galáxia.....	41
Figura 3.3. (a) Célula unitária/Características da curva espiral (b) FSS em cascata/Vista superior.	42
Figura 3.4. Célula unitária, HFSS [próprio autor].....	43
Figura 3.5. Portas <i>Floquet</i> [próprio autor].	44
Figura 3.6. Medições: (a) configuração e (b) protótipos construídos.....	45
Figura 4.1. Primeira frequência de ressonância versus a variação de (a).....	49
Figura 4.2. Primeira frequência de ressonância versus a variação de (b).....	50
Figura 4.3. Respostas em frequência, polarização H: S ₂₁ (dB) versus Frequência (GHz) das variações de (w) em mm.....	53
Figura 4.4. Respostas em frequência, polarização V: S ₂₁ (dB) versus Frequência (GHz) das variações de (w) em mm.....	54
Figura 4.5. Respostas em frequência de transmissão, H pol. e V pol., para espiral em posição normal.	55
Figura 4.6. FSS em cascata.	56
Figura 4.7. Resposta em frequência da FSS em cascata.....	57
Figura 4.8. Distribuição de densidade de corrente superficial para o campo elétrico na polarização vertical.....	57
Figura 4.9. Distribuição de densidade de corrente superficial para o campo elétrico na polarização horizontal.....	58
Figura 4.10. Comparação entre resultados simulados e medidos para FSS com espiral na posição normal.....	59
Figura 4.11. Comparação entre resultados simulados e medidos para FSS com espiral girada 90° para a direita.	59
Figura 4.12. Comparação entre os resultados simulados e medidos para a estrutura proposta.	60
Figura 4.13. Resultados medidos para incidência oblíqua e polarização horizontal.....	61
Figura 4.14. Resultados medidos para incidência oblíqua e polarização vertical.	61

Lista de Tabelas

Tabela 2.1. Geometrias e circuitos equivalentes [56].....	29
Tabela 2.1 — Comparação entre trabalhos atuais e a estrutura proposta.	38
Tabela 4.1. Resultados da frequência de ressonância em função de a e b.....	50
Tabela 4.2. Variação de w em (mm).....	51
Tabela 4.3. Resultados da primeira frequência para a variação de (w).	52
Tabela 1.1. População de coelhos de Fibonacci.	72

Lista de Abreviaturas e Siglas

- BW – *Bandwidth* (Largura de Banda)
- CNC – *Computer Numeric Control* (Controle Numérico Computadorizado)
- dB – Decibel
- EBG – *Electromagnetic Band Gap* (Lacuna da Banda Eletromagnética)
- EM – *Eletromagnetic* (Eletromagnético)
- EMI – *Eletromagnetic Interference* (Interferência Eletromagnética)
- FDTD – *Finite Difference Time Domain* (Diferenças Finitas no Domínio do Tempo)
- FEM – *Finite-Element Method* (Método dos Elementos Finitos)
- FR4 – Fibra de vidro
- FSS – *Frequency Selective Surfaces* (Superfícies Seletivas em Frequência)
- GHz – Gigahertz
- HFSS – *High Frequency Structure Simulator*
- ISM – *Industrial, Scientific, Medical* (Industrial, Científico e Médico)
- LNBF – *Low Noise Block Feedhorn* (Conversor de Baixo Ruído)
- mm – Milímetro
- MCE – *Método do Circuito Equivalente*
- MoM – *Method of Moments* (Método dos Momentos)
- RCS – *Radar Cross Section* (Seção Transversal de Radar)
- RF – *Radio Frequency* (Radiofrequência)
- RFID – *Radio-Frequency IDentification* (Identificação por Radiofrequência)
- TE – *Transverse Electric* (Transversal Elétrico)
- TM – *Transverse Magnetic* (Transversal Magnético)
- TVRO – *Television Receive-Only* (TV aberta Recebida por Satélite)
- UFCG – Universidade Federal de Campina Grande
- WCIP – *Wave Concept Iterative Procedure* (Método Iterativo das Ondas)
-

WiMAX – *Worldwide Interoperability for Microwave Access* (Interoperabilidade Mundial para Acesso de Micro-Ondas)

WLAN – *Wireless Local Area Network* (Rede de Área Local sem Fio)

Lista de Símbolos

ε – Permissividade elétrica

(x, y, z) – Coordenadas espaciais

f_r – Frequência de ressonância

h – Espessura do substrato

$^\circ$ – Ângulo em graus

r – Raio

S_{21} – Coeficientes de transmissão em decibéis

θ – Ângulo

λ – Comprimento de onda

Sumário

INTRODUÇÃO	17
1.1. <i>Motivação</i>	18
1.2. <i>Objetivos</i>	19
1.2.1. <i>Objetivo Geral</i>	19
1.2.2. <i>Objetivos específicos</i>	20
1.3. <i>Contribuições</i>	20
1.4. <i>Organização do texto</i>	20
SUPERFÍCIES SELETIVAS EM FREQUÊNCIA	21
2.5. <i>Classificação</i>	23
2.5.1. <i>Formas geométricas dos elementos</i>	24
2.5.2. <i>Ativas e passivas</i>	26
2.5.3. <i>FSS multicamadas</i>	26
2.6. <i>Métodos de análise e caracterização</i>	27
2.6.1. <i>Métodos de análise</i>	27
2.6.2. <i>Técnicas de medição</i>	30
2.7. <i>Aplicações</i>	32
2.8. <i>Estado da arte</i>	35
2.9. <i>Síntese do Capítulo</i>	38
MATERIAIS E MÉTODOS	39
3.1. <i>Estrutura Proposta para a FSS Multicamada</i>	39
3.2. <i>Caracterização</i>	42
3.2.1. <i>Numérica</i>	42
3.1.1. <i>Experimental</i>	44

3.1.	<i>Síntese do Capítulo</i>	45
RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS		47
4.1.	<i>Resultados numéricos</i>	47
4.2.	<i>Simulações variando os parâmetros a e b</i>	48
4.2.1.	<i>Resultados das frequências de ressonância em função de (a)</i>	48
4.2.2.	<i>Resultados das frequências de ressonância em função de (b)</i>	49
4.2.3.	<i>Resultados das frequências de ressonância em função de (a) e (b)</i>	50
4.3.	<i>Simulações variando o parâmetro w</i>	51
4.4.	<i>Simulação da estrutura proposta</i>	54
4.5.	<i>Resultados Experimentais</i>	58
CONSIDERAÇÕES FINAIS		62
5.1.	<i>Conclusões</i>	62
5.2.	<i>Trabalhos futuros</i>	64
<i>REFERÊNCIAS</i>		65
APÊNDICE A		71
1.1.	<i>Sequência de Fibonacci</i>	71
1.2.	<i>Propriedades da sequência de Fibonacci</i>	73
1.3.	<i>Proporção Áurea</i>	75
1.3.1.	<i>O ângulo dourado</i>	78
1.4.	<i>Espiral de Fibonacci</i>	79
1.4.1.	<i>Espiral dourada</i>	81
1.4.2.	<i>A espiral de Fibonacci</i>	83
1.5.	<i>A Sequência de Fibonacci na natureza</i>	85
REFERÊNCIAS		90

1

CAPÍTULO

Introdução

Em telecomunicações, a comunicação sem fio consiste na transferência de dados e informações sem a utilização de cabos. Hoje em dia há uma diversidade espacial e em frequência das comunicações sem fio, o que impõe um contínuo desafio aos engenheiros no projeto de dispositivos e equipamentos que suportem operações multibanda. Esse desafio se torna ainda maior com as adversidades encontradas no canal de comunicação sem fio, que dificultam a transmissão de informação nesse meio. Um dos maiores prejuízos ao público consumidor de produtos e serviços de telecomunicações é a degradação do sinal ou até mesmo a interrupção da comunicação, em decorrência de interferências. As interferências em equipamentos de telecomunicação sem fio podem ter várias causas. A interferência pode ser produzida por outro transceptor ou transmissor de radiofrequência de outro sistema de telecomunicação, operando no mesmo canal ou em um canal adjacente, próximo ao canal em uso e isso pode ser tecnicamente tratado, no caso de faixas de frequência não licenciadas.

O filtro eletromagnético é um tema bastante estudado em eletromagnetismo (EM). Um dispositivo que se comporta como um filtro para ondas eletromagnéticas são as superfícies seletivas em frequência (*Frequency Selective Surface* — FSS). Essas estruturas são formadas

por arranjos periódicos de elementos *patch* condutor ou abertura, ou uma combinação deles. As FSS com elementos *patches* possuem características rejeita-faixa, enquanto as FSS com elementos de abertura possuem características passa-faixa [1].

Superfícies seletivas em frequência têm sido investigadas há décadas devido a inúmeras aplicações, incluindo micro-ondas, ondas milimétricas e espectro de frequência de tera-Hertz, variando as aplicações mais tradicionais em aviões, sistemas de antenas, foguetes, mísseis e radomes de antenas [1], a aplicações mais recentes como identificação por radiofrequência (RFID) [2], lentes [3], proteção contra interferência eletromagnética (EMI) [4], entre outras.

Algumas dessas aplicações podem exigir que essas estruturas tenham respostas de bandas de ressonância múltiplas próximas, insensibilidade ao ângulo de incidência, bem como independência de polarização. No entanto, FSS com geometrias tradicionais podem não apresentar essas características, simultaneamente. Para projetar uma FSS com todas essas características, algumas técnicas e métodos foram desenvolvidos ao longo dos anos, como estruturas em cascata, elementos fractais, elementos convolucionados ou elementos combinados [5] – [9]. Nesse contexto, a investigação dos efeitos produzidos utilizando geometrias bioinspiradas no projeto de células unitárias de superfícies seletivas em frequência pode ser de grande interesse, para o desenvolvimento científico e tecnológico, dada a possibilidade de melhorar características de diversos dispositivos e circuitos utilizados em altas frequências.

O termo bioinspirado tem sido definido como o uso de sistemas biológicos análogos para desenvolver soluções, para problemas de engenharia [10]. Isso pode ser expandido para incluir sistemas naturais não biológicos, como o design inspirado na natureza [11]. Assim, projetos inspirados na natureza podem não se assemelhar nem superficial ou morfológicamente aos seus homólogos naturais, mas sim funcionar ou se comportar como tal. O estudo de geometrias bioinspiradas pode fornecer estruturas com respostas que podem permitir uma ampla gama de aplicações e contribuir significativamente para o aprimoramento da FSS.

1.1. Motivação

A pesquisa em FSS multibanda tem sido motivada pela coexistência de diferentes sistemas de comunicação sem fio, que operam em várias bandas de frequências próximas, bem como sistemas que usam mais de uma banda de modo simultâneo. Motivado por este requisito, diferentes abordagens de projetos de FSS multibanda são investigados. Existem técnicas para

projetar FSS multibanda, tais como, FSS em camadas. Esta categoria de FSS foi usada pela primeira vez em projetos multibanda em [12]. Outras técnicas como perturbação periódica de células [13], elemento fractal [14], estrutura complementar [15], elementos combinados ou multirressonantes [16], matrizes indutivas e capacitivas multicamadas [17], FSS de camada única com diferentes elementos em uma célula periódica [18] e tecnologia de guia de onda integrado ao substrato (SIW) [19], foram aplicadas para projetar FSS com característica multibanda. No entanto, as estruturas convencionais de múltiplas bandas têm bandas de operação amplamente espaçadas. Recentemente, várias estruturas FSS com ressonâncias próximas foram propostas [20] – [28].

Devido à exigência do uso eficiente do espectro eletromagnético, as alocações de faixas de frequência dos sistemas de comunicação sem fio são estreitamente espaçadas, portanto, o problema da compatibilidade eletromagnética surge quando esses sistemas multifrequência e multipadrão operam em locais contíguos, produzindo níveis elevados de interferência eletromagnética. Esses sistemas podem se beneficiar de FSSs multibanda com bandas de transmissão próximas, que fornecem isolamento adequado da banda, para evitar a interferência eletromagnética entre os sistemas ou subsistemas operando em bandas de frequência localizadas próximas, pois com pequenas alterações nos parâmetros estruturais das FSSs é possível alcançar o controle dos coeficientes de transmissão e reflexão das estruturas, justificando o projeto e desenvolvimento de novas geometrias aplicadas a diferentes padrões e sistemas. Assim, este trabalho propõe uma FSS em cascata, com geometria bioinspirada para a célula unitária, baseado na espiral de Fibonacci, que apresenta uma resposta em frequência do tipo banda tripla, com ressonâncias próximas, estabilidade angular e independência de polarização.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo Geral

Considerando o que foi exposto, este trabalho tem como objetivo geral investigar o efeito da variação de parâmetros da geometria bioinspirada na espiral de Fibonacci, em superfícies seletivas em frequência, para projetar FSS em cascata, visando a obtenção de resposta multibanda, com frequências proximamente espaçadas.

1.2.2. Objetivos específicos

Para atingir o objetivo geral desta pesquisa, elencam-se os seguintes objetivos específicos:

- ✓ Analisar o comportamento da espiral de Fibonacci em uma célula unitária de FSS;
- ✓ Propor uma FSS para a composição da estrutura em cascata, que opere como filtro, e atenda operação com frequências ressonâncias próximas;
- ✓ Avaliar as respostas EM das estruturas a fim de se verificar a capacidade de atender os objetivos a partir da variação dos seus parâmetros geométricos, tais como: dimensão dos elementos condutores e distância entre as FSS.

1.3. Contribuições

- ✓ Apresentar uma configuração de FSS em cascata capaz de atender quatro objetivos distintos (resposta multibanda, ressonâncias próximas, estabilidade angular e independência de polarização), apenas com a variação dos parâmetros de projeto;

1.4. Organização do texto

Após contextualizar a motivação e o objetivo do estudo, a presente Tese está organizada em 5 capítulos, descritos a seguir:

- ✓ Capítulo 1 introduz a temática de superfícies seletivas em frequência com ênfase na descrição dos motivos e objetivos da Tese.
 - ✓ Capítulo 2 discorre sobre a fundamentação teórica de FSS, assim como suas características de operação, formas geométricas mais comuns, técnicas de medição e aplicações das superfícies seletivas em frequência.
 - ✓ Capítulo 3 aborda a metodologia aplicada ao trabalho, métodos empregados para encontrar a configuração em cascata das FSS, que atenda os objetivos do projeto, assim como materiais utilizados.
 - ✓ Capítulo 4 descreve os resultados obtidos, assim como os testes de estabilidade angular e de independência da polarização.
 - ✓ Capítulo 5 dispõe sobre as conclusões do estudo desenvolvido, bem como a análise dos resultados obtidos.
-

2

CAPÍTULO

Superfícies Seletivas em Frequência

A sigla FSS vem do termo em inglês *Frequency Selective Surfaces* que em português significa superfícies seletivas em frequência. Conforme a definição em [1], a FSS é “um arranjo periódico de elementos idênticos dispostos em um substrato dielétrico como um arranjo unidimensional ou bidimensional,” na Figura 2.1 é ilustrada uma FSS bidimensional. Um arranjo periódico bidimensional de elementos metálicos tipo *patch* ou *slot*, abertura, é chamada superfície seletiva de frequência devido à propriedade de filtragem de frequência apresentada por essa estrutura [1], semelhantes aos dos filtros de frequência em circuitos tradicionais de radiofrequência (RF).

Quando elementos idênticos são organizados em um arranjo infinito de uma, duas ou três dimensões, uma superfície periódica é formada [1]. Uma estrutura periódica pode ser obtida como uma combinação de réplica infinita de uma célula unitária deslocada por vetores de translação. Um vetor de translação é uma categoria de transformação que move uma figura no plano de coordenadas de um local para outro. Conforme o número de vetores utilizados na translação uma estrutura periódica pode ser uni, bi ou tridimensional. Especificamente, uma estrutura periódica unidimensional é comumente um arranjo uniforme linear de elementos idênticos [29]; estruturas periódicas bidimensionais são tipicamente organizadas na forma de

elementos de arranjo planar em uma grade com periodicidade dupla [30]; e estruturas periódicas tridimensionais são dispostas em uma grade com periodicidade tripla [31].

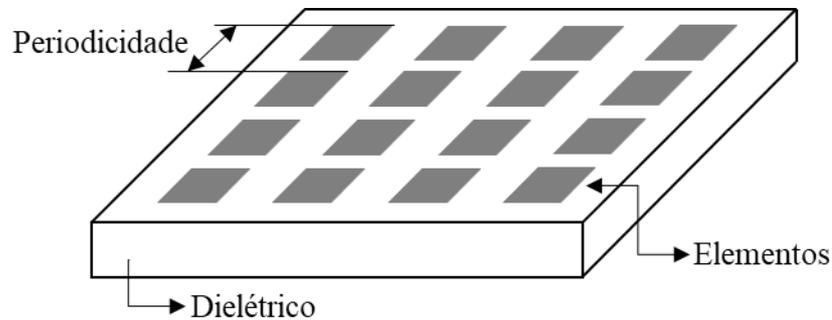


Figura 2.1. FSS elemento tipo *patch* quadrado [próprio autor].

Superfícies seletivas em frequência atuam como uma barreira para ondas EM que se propagam em um meio, basicamente controlando o fluxo de energia eletromagnética. As características de filtragem da FSS podem ser categorizadas em quatro tipos, incluindo passa-baixas, passa-altas, rejeita-faixa e passa-faixa, Figura 2.2. As figuras 2.2a e 2.2b são fisicamente um par complementar, eletromagneticamente, as propriedades de transmissão de uma, correspondem às propriedades de reflexão da outra. As figuras 2.2a e 2.2c pertencem à categoria de elemento *patch*, e as figuras 2.2b e 2.2d à categoria de *slots* ou aberturas.

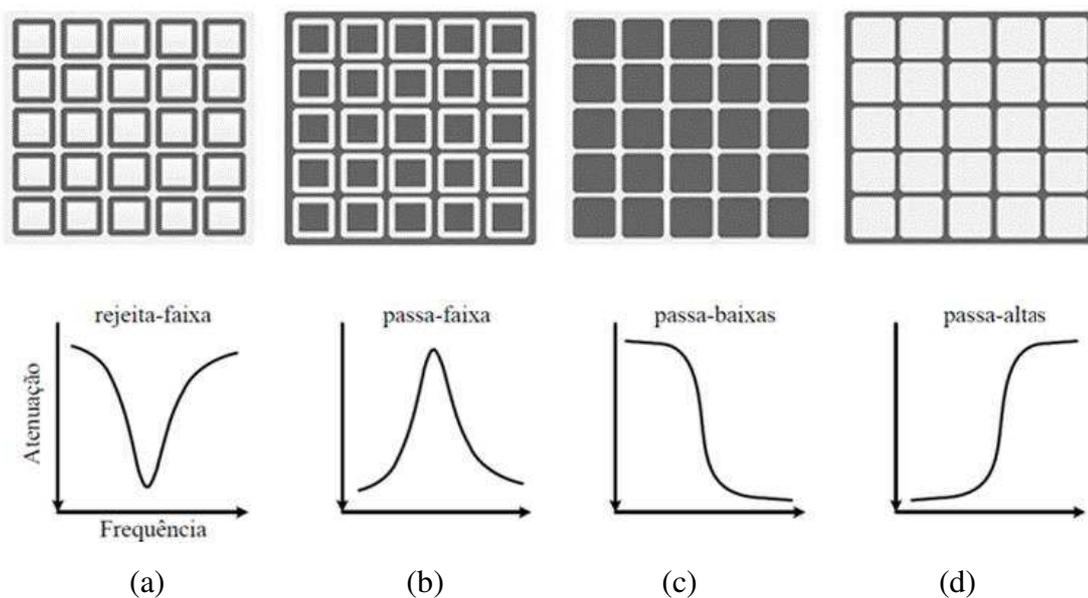


Figura 2.2. Quatro categorias de FSS e suas respostas características (a) Rejeita-faixa, (b) Passa-faixa, (c) Passa-baixas, (d) Passa-altas [1]. A parte condutiva é representada pela cor cinza.

Existem vários fatores que regem o desempenho e a resposta em frequência das FSSs, dos quais os fatores críticos são: a categoria do elemento, sua geometria, a periodicidade do arranjo, o ângulo de incidência da onda plana e o dielétrico sobre o qual a FSS é impressa [1], [32], [33].

As definições e discussões sobre FSS são apresentadas por Munk em [1]. Munk, explica como uma FSS pode refletir algumas faixas de frequência, enquanto transmite outras. Quando as ondas EM incidem em uma FSS, elas induzem correntes elétricas superficiais nos elementos do arranjo. Caso a frequência da onda incidente seja próxima ou igual à frequência de ressonância do arranjo, essas correntes superficiais induzidas podem funcionar como fontes EM e irradiar essa energia na direção de reflexão. Os campos incidentes combinados com os campos refletidos e transmitidos compõem o campo resultante no entorno da FSS. Consequentemente, uma resposta em frequência desejada pode ser obtida por arranjos devidamente projetados.

O estudo das superfícies seletivas em frequência e suas interações com ondas eletromagnéticas receberam atenção em meados da década de 1960, devido a potenciais aplicações militares. No entanto, o princípio básico subjacente à física da estrutura FSS é diretamente evoluído da investigação de grades de difração em ótica, usada para decompor um feixe de luz não monocromática em suas ordens espectrais, desenvolvida pelo físico *Rittenhouse*, em meados do século XVIII. O primeiro trabalho conceitual sobre “superfícies periódicas” foi patenteado por *Marconi e Franklin* em 1919, era uma grade refletora parabólica usando um arranjo de dipolos ressonantes para uso em telegrafia e telefonia sem fio [1], [44 – 50], mas o nome “*Frequency Selective Surfaces (FSS)*” foi patenteado por *Yee* em 1993 [34]. As FSSs são objeto de estudos extensivos e, devido à sua seletividade em frequência, são utilizadas em diversas aplicações: absorvedores de superfície de alta impedância [35], óptica [36], refletores [37], [38], radomes [39], filtros [1], sensores [40], absorvedores para sistemas de radar, satélite e antena [1], etc.

2.5. Classificação

Em geral, as superfícies seletivas em frequência podem ser categorizadas em dois grandes grupos primários: elementos do tipo *patch* e elementos do tipo *slot*, abertura. Como uma visão geral da FSS, dois arranjos planares complementares são ilustradas na Figura 2.3. Embora esses arranjos possam ser projetados para ter diferentes comportamentos em relação à frequência, o arranjo de *patches* é comumente referido como uma superfície com um

comportamento capacitivo e atua como filtro de rejeita-faixa dada a sua resposta em frequência. Em contraste, a estrutura complementar, o arranjo de aberturas, tem uma resposta indutiva, atuando assim, como um filtro passa-faixa [1].

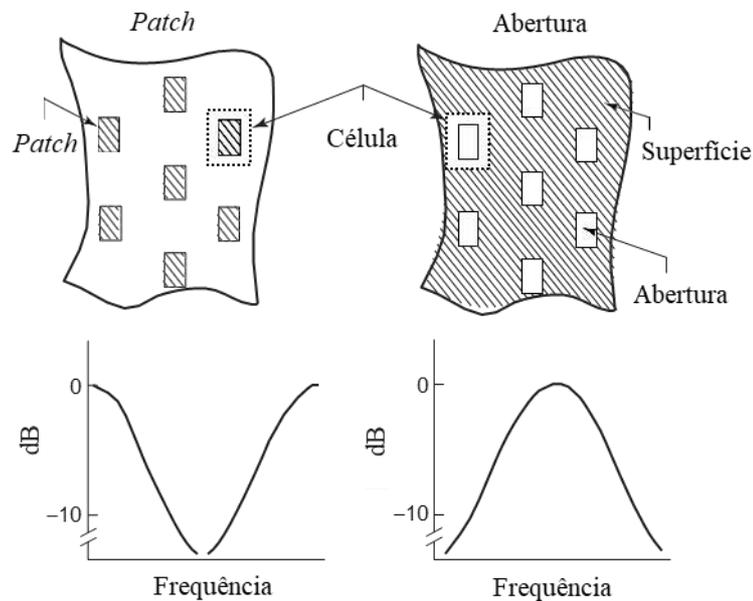


Figura 2.3. FSS de elementos de arranjo complementares e as respostas em frequência. O elemento *patch* exibe uma resposta capacitiva, rejeita-faixa, enquanto o elemento de arranjo de abertura mostra uma resposta indutiva, passa-faixa [1].

2.5.1. Formas geométricas dos elementos

Ao longo dos anos, muitos elementos de superfícies seletivas em frequência foram introduzidos para as FSSs rejeita-faixa e/ou passa-faixa. A seleção de um elemento adequado é um dos parâmetros mais importantes a se considerar, pois a geometria do elemento pode fornecer as características desejadas para a FSS [41].

Munk categorizou as geometrias dos elementos da FSS em quatro tipos básicos de grupos [1], Figura 2.4. Isso inclui o Grupo-I: N-polos conectados pelo centro, por exemplo, dipolo, tripolo, Cruz de Jerusalém; Grupo-II: geometrias em espiras, por exemplo, circular, quadrada, hexagonais. Grupo-III: elementos de interiores sólidos, *patch*, diversas geometrias como as mais básicas quadrado, círculo, retângulo, e o Grupo-IV formado por combinações entre um ou mais elementos dos grupos anteriores.

Essas geometrias são formas tradicionais que a FSS pode usar, enquanto esses arranjos são de elementos *patch*, elementos complementares de abertura também podem ser imaginados

para essas geometrias. No entanto, é importante observar que os elementos *patch* e abertura não são complementares perfeitos um do outro. Não se pode projetar um filtro rejeita-faixa com elementos *patches*, e convertê-lo em uma configuração de abertura idêntica e esperar obter um filtro passa-faixa oposto idêntico [1].

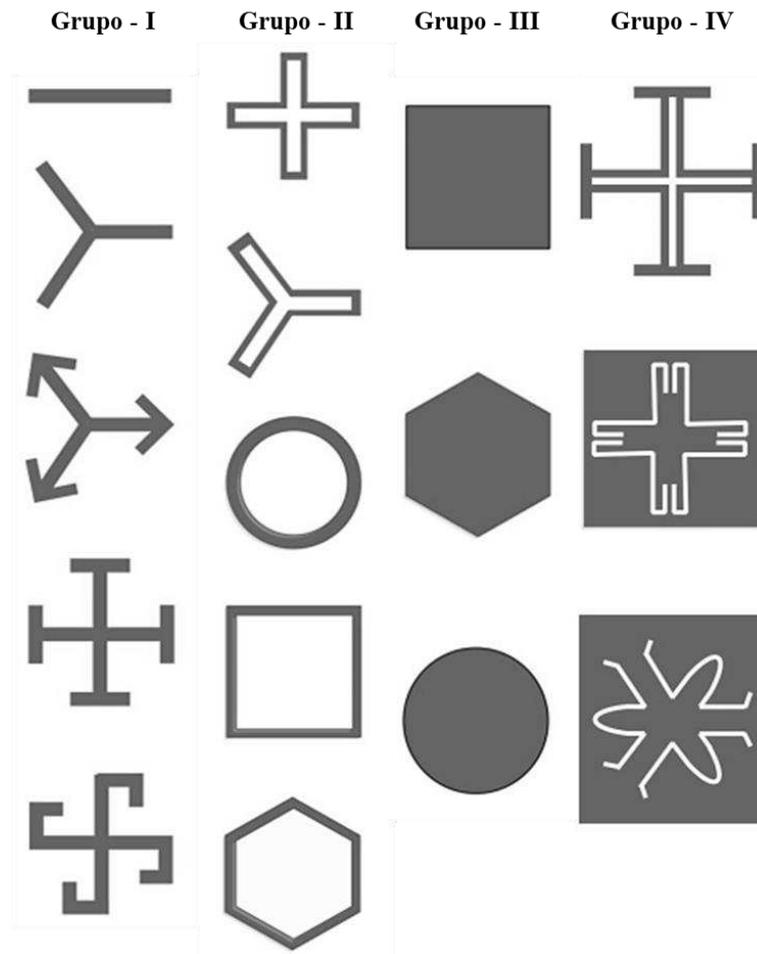


Figura 2.4. Os quatro principais grupos de elementos FSS (adaptado de [1]).

O grupo I, consiste em formas de elementos como dipolos, tripolos e cruz de Jerusalém. Esses elementos conectados pelo centro ressoarão se o “braço” do elemento tiver comprimento igual a metade de um comprimento de onda [42]. Já para os elementos como espirais, grupo II, normalmente, a FSS atinge a ressonância quando seu comprimento total é cerca de um comprimento de onda, seu tamanho costuma ser menor que um terço do comprimento de onda [43].

O grupo III, composto por elementos de interior sólido é usado em combinações com elementos complementares. A dimensão para essa categoria de elementos é cerca de meio

comprimento de onda. No grupo IV, a forma do elemento consiste na combinação de qualquer uma das formas de elementos dos grupos I, II e III. Então pode ter infinitas combinações e variações de elementos. Convencionalmente, o atributo geral das FSSs é que elas atingem a ressonância na frequência desejada somente quando o tamanho do *patch* ou *slot* na célula unitária se torna na ordem da metade do comprimento de onda.

2.5.2. *Ativas e passivas*

As FSSs podem ser classificadas consoante a maneira pela qual são excitadas. Fundamentalmente, o arranjo periódico pode ser excitado de duas maneiras: por uma onda plana incidente, ou por geradores individuais conectados a cada elemento.

Na FSS ativa, os geradores de tensão devem ter a mesma amplitude e variação de fase linear ao longo de cada elemento do arranjo para poder ser classificado como uma superfície periódica [1]. No caso de uma FSS passiva, uma parte de onda incidente é transmitida na direção de propagação (E^t) e a outra parte é refletida na direção especular (E^r). Sob condições de ressonância e sem geração de lóbulos secundários, a amplitude do sinal refletido deve ser igual a E^i enquanto $E^t = 0$. O coeficiente de reflexão especular é definido conforme expresso na Equação 2.1.

$$\Gamma = \frac{E^r}{E^i} \quad 2.1$$

Sendo E^r e E^i geralmente referenciados ao plano do arranjo. Da mesma maneira, o coeficiente de transmissão é definido conforme expresso na Equação 2.2.

$$\tau = \frac{E^t}{E^i} \quad 2.2$$

2.5.3. *FSS multicamadas*

A resposta de filtragem de uma FSS ressonante de camada única, geralmente, possui um fator limitante de operação, largura de banda estreita e/ou ausência de múltiplas bandas. Uma das técnicas mais comuns para aumentar a largura de banda e melhorar a resposta de filtragem é adicionar camadas com a inclusão de espaçamentos dielétricos. As FSSs em cascata, Figura 2.5, são estruturas com duas ou mais superfícies periódicas uma após a outra, separadas por placas dielétricas, ou apenas o ar entre elas. Com a estrutura em cascata pode-se obter uma

característica de filtro com banda passante plana e uma transição mais rápida da banda passante para a de rejeição, *roll-off* [1]. Além disso, pode proporcionar estabilidade angular e/ou atribuir características multibanda. No entanto, é importante observar que altera de maneira significativa o peso e o volume da FSS.

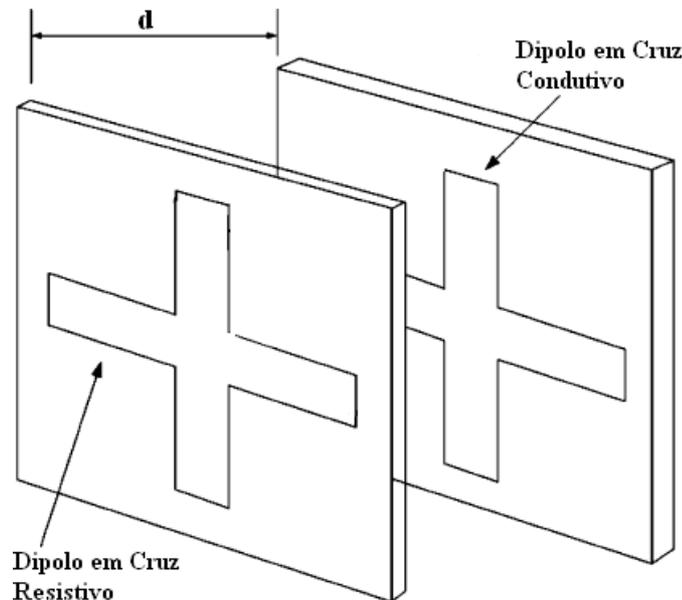


Figura 2.5. Exemplo de FSS em cascata.

A forma do elemento e a configuração do arranjo, incluindo o acoplamento entre camadas, são parâmetros importantes para alcançar o desempenho necessário em uma aplicação específica. A análise de FSS em cascata pode ser feita por métodos de onda completa, usando softwares comerciais, ou métodos aproximados como matriz de espalhamento generalizada [44].

2.6. Métodos de análise e caracterização

2.6.1. Métodos de análise

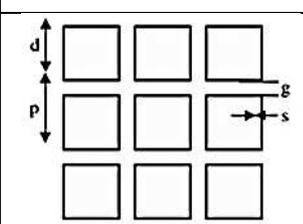
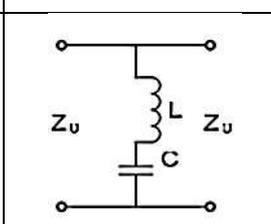
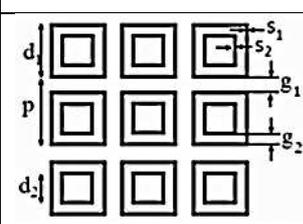
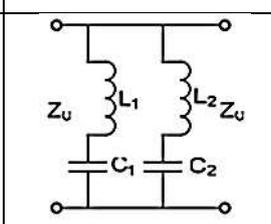
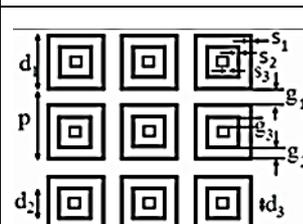
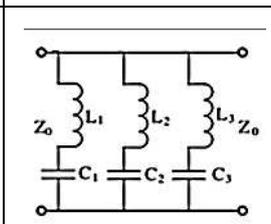
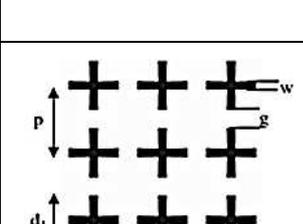
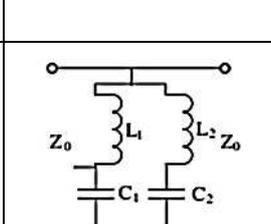
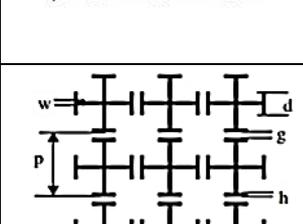
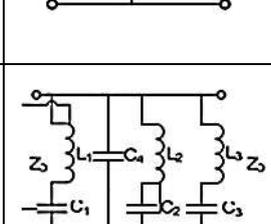
Na literatura observa-se que vários métodos foram desenvolvidos para prever as características de frequência das FSS, como: Modelo do Circuito Equivalente, Método dos Momentos (*MoM — Method of Moments*), Método dos Elementos Finitos (*FEM — Finite-Element Method*), Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (*FDTD — Finite Difference Time Domain*), Método Iterativo das Ondas (*WCIP — Wave Concept Iterative Procedure*). A FSS também pode ser modelada por simuladores eletromagnéticos

comerciais, dos quais os mais comumente empregados são *CST Microwave Studio*, *ANSYS HFSS* e *Ansoft Designer*, fundamentado nos métodos de integral finita, FEM e MoM, respectivamente.

Um dos primeiros métodos aplicados para resolver os problemas envolvendo as FSS foi a expansão modal, normalmente usada para guias de ondas, que permite uma análise capaz de fornecer detalhes das respostas em frequências e da polarização [45]. Após o método de expansão modal, surgiu o método do circuito equivalente (MCE) sendo um dos utilizados em análises de FSS, pois esse método usa uma abordagem de aproximação quase-estática para calcular os componentes do circuito e permite uma resposta de cálculo rápido [46 – 49].

Embora o software de simulação analise as geometrias projetadas com precisão, muitas vezes é preciso entender a física das geometrias projetadas. Fisicamente, quando uma célula unitária de uma FSS é irradiada pela onda EM ela pode ser convertida em um circuito ressonante equivalente [50]. A FSS de espira quadrada é uma das mais simples de analisar usando modelo do circuito equivalente. A indutância e a capacitância equivalentes são visualizadas para diferentes estruturas de FSS na Tabela 2.1.

Tabela 2.1. Geometrias e circuitos equivalentes [51].

FSS	Circuito	Circuito Equivalente	Indutância Equivalente	Capacitância Equivalente
Espiral Quadrada Simples			$\frac{X_L}{Z_0} = \frac{d}{p} F(p, 2s, \lambda)$	$\frac{B_e}{Z_0} = 4 \frac{d}{p} F(p, g, \lambda)$
Espiral Quadrada Dupla			$\left(\frac{X_L}{Z_0}\right)_1 = F(p, s_1, \lambda)$ $\left(\frac{X_L}{Z_0}\right)_2 = F(p, s_2, \lambda)$	$\left(\frac{B_e}{Z_0}\right)_1 = 4F(p, g_1, \lambda)$ $\left(\frac{B_e}{Z_0}\right)_2 = 4F(p, g_2, \lambda)$
Espiral Quadrada Tripla			$\left(\frac{X_L}{Z_0}\right)_1 = F(p, s_1, \lambda)$ $\left(\frac{X_L}{Z_0}\right)_2 = F(p, s_2, \lambda)$ $\left(\frac{X_L}{Z_0}\right)_3 = F(p, s_3, \lambda)$	$\left(\frac{B_e}{Z_0}\right)_1 = 4F(p, g_1, \lambda)$ $\left(\frac{B_e}{Z_0}\right)_2 = 4F(p, g_2, \lambda)$ $\left(\frac{B_e}{Z_0}\right)_3 = 4F(p, g_3, \lambda)$
Dipolo cruzado			$\frac{X_L}{Z_0} = \frac{d}{p} F(p, w, \lambda)$	$B_g = 4 \frac{w}{p} F(p, g, \lambda)$ $B_d = 4 \frac{d}{p} F(p, p - w, \lambda)$
Cruz de Jerusalém			$\frac{X_L}{Z_0} = \frac{d}{p} F(p, w, \lambda)$	$B_g = 4 \frac{d}{p} F(p, g, \lambda)$ $B_d = 4 \frac{(2h + g)}{p} F(p, p - d, \lambda)$

O Método dos Momentos (MoM) é baseada no trabalho de *Harrington* que aplicou tal método em campos eletromagnéticos no início da década de 1960 [52]. O MoM pode ser utilizado para a solução das equações do operador das correntes ou campos induzidos definidos em uma superfície irradiada. As características das FSSs, ou seja, as propriedades de transmissão e reflexão, podem ser extraídas dessas soluções [30]. É uma técnica numérica

amplamente utilizada para problemas eletromagnéticos, como arranjos em fases, descontinuidades de guias de onda, antenas e filtros.

O método de Elemento Finito (FEM) é normalmente aplicado para estruturas de domínio delimitado. O método FEM investiga as características de dispersão da FSS no domínio da frequência e inicializa com a forma de equação diferencial parcial da equação de Maxwell. Já o FEM é facilmente adaptado a geometrias complexas [53], no entanto, as soluções das equações FEM requerem uma alta capacidade de cálculo computacional.

O método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo, FDTD, investiga as características de dispersão da FSS no domínio do tempo e abrange uma ampla faixa de frequência em uma única simulação. Este é um dos vários métodos de cálculo que visam resolver numericamente as equações diferenciais de Maxwell, que descrevem a propagação, transmissão e dispersão de ondas eletromagnéticas em todos os meios e estão geralmente sujeitas a condições de contorno [54]. A análise detalhada da FSS com método FDTD é investigada em [55]. Uma vantagem importante do método FDTD é não haver a necessidade de qualquer conversão matricial para resolver os problemas. No entanto, no FDTD, a carga de dados pode ser excessiva, visto que o armazenamento a qualquer momento instantâneo é necessário. Essa técnica possibilita a análise de categorias de elementos tanto circulares como retangulares, bem como a análise de perdas dielétricas e/ou magnéticas e o estudo de estruturas não homogêneas [45].

O Método Iterativo das Ondas ou WCIP (*Wave Concept Iterative Procedure*), trata-se de outro método usado na análise de FSS, que apresenta uma reduzida necessidade de esforço computacional e flexibilidade quanto à forma da estrutura planar [56], [57].

2.6.2. Técnicas de medição

Uma técnica de medição é ilustrada na Figura 2.6. Tal sistema de medição recorre a duas antenas cornetas de ganhos padronizados como transmissora e receptora. As antenas são separadas por uma distância de modo que a onda incidente esteja na região de campo distante. A medição é feita usando-se um medidor de campo e um gerador de varredura, o que pode ser substituído por um analisador vetorial de redes.

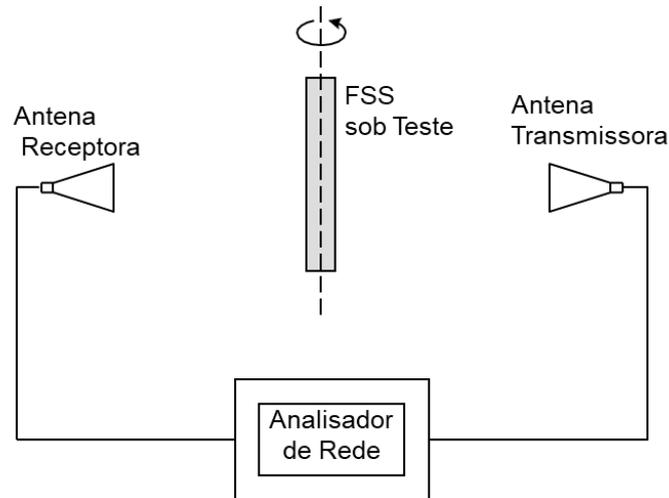


Figura 2.6. Sistema para medição de uma FSS [58].

Outra possibilidade é montar o sistema anterior dentro de uma câmara anecoica, Figura 2.7. Os absorvedores da câmara anecoica eliminam as reflexões no solo e nas paredes da câmara, enquanto os absorvedores na estrutura eliminam as difrações nas bordas da FSS, dessa maneira torna a medição mais precisa [45].

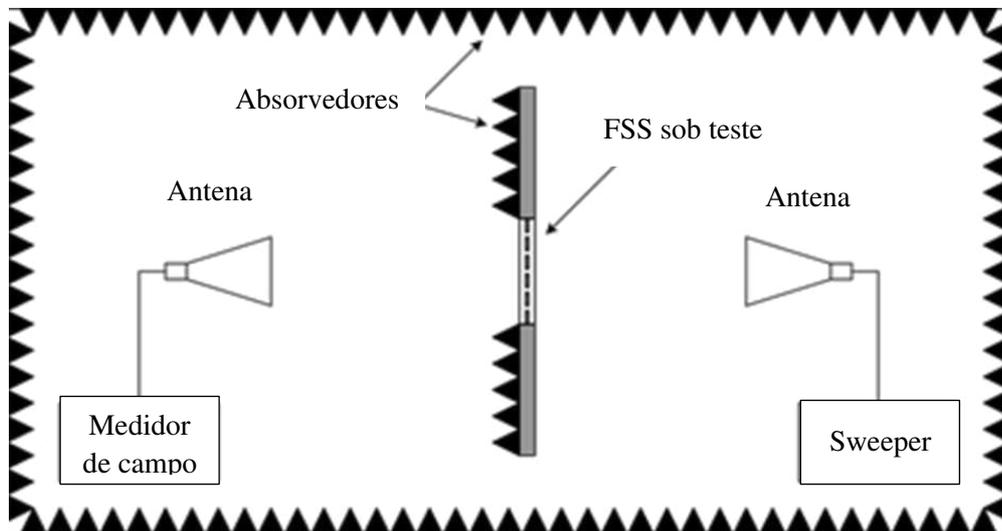


Figura 2.7. Sistema para medição de uma FSS com material absorvedor, câmara anecoica [58].

Outra configuração de medição é o uso de antenas cornetas e lentes, ilustrado na Figura 2.8. Esse modo pode ser usado para medições, que exigem uma maior precisão, do desempenho de transmissão e reflexão de ondas na FSS. Essas lentes dielétricas transformam a onda esférica das cornetas em um feixe colimado de ondas planas.

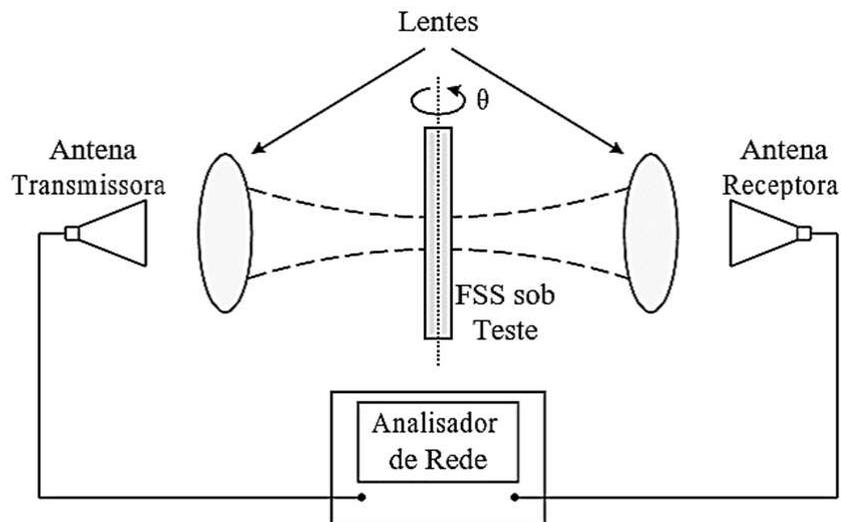


Figura 2.8. Sistema de medição de uma FSS com lentes gaussianas [58].

2.7. Aplicações

Originalmente introduzido como filtros espaciais, as superfícies seletivas em frequência são utilizadas em uma variedade de aplicações. Um exemplo de blindagem eletromagnética na vida diária é o forno de micro-ondas, Figura 2.9. O forno de micro-ondas tem um anteparo metálico perfurado na porta. Esse anteparo consiste em um arranjo periódico que reflete a energia na frequência de 2,45 GHz. O princípio de funcionamento consiste em deixar passar a faixa de frequência da luz visível e rejeitar a de micro-ondas.

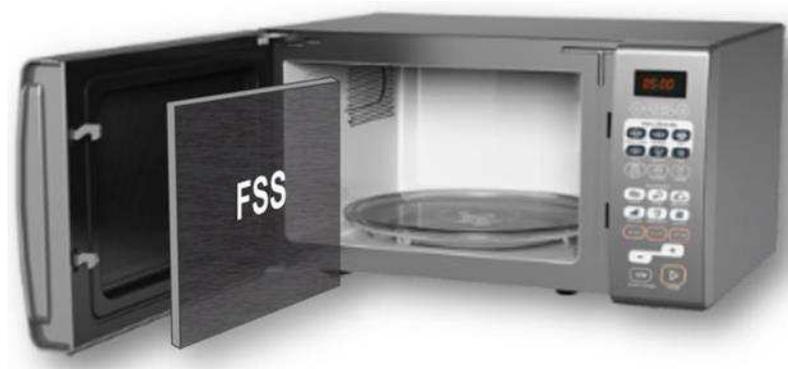


Figura 2.9. FSS da porta do forno de micro-ondas [59].

Para proteger os dispositivos e circuitos de recepção sem fio dos efeitos de campo irradiante, pode ser necessária uma blindagem eletromagnética e o uso de FSS é uma dessas

abordagens [60]. Em uma FSS, consistindo de uma camada de metalização de dipolos cruzados dispostos em substrato FR-4 e na outra face do mesmo dielétrico foram impressos anéis circulares [61], observou-se uma blindagem eficiente em duas bandas de comunicação, banda X e banda Ka. Em [62], uma superfície seletiva em frequência reconfigurável, com um par de espiras quadradas juntas, fornece blindagem eletromagnética para bandas WiMAX (3,5 GHz), WLAN (5 GHz) e ISM/WiMAX (5,8 GHz).

A estabilidade angular é necessária em aplicações como radar, radomes (Figura 2.10) entre outras. Para reduzir a seção transversal do radar (RCS) há a necessidade de um ângulo de incidência estável para o qual a resposta em frequência permanece a mesma. Para melhorar a estabilidade angular, Liu *et al.* [63] relatam uma técnica de compensação de largura de banda. Este método fornece filtragem de frequência estável para ângulos de incidência e polarização. Em [64], os autores propuseram uma superfície seletiva em frequência para maior estabilidade angular. Duas espiras cruzadas foram combinadas, para formar a estrutura proposta. Observa-se que essa FSS tem melhores resultados para a incidência de polarizações TE ou TM devido à sua simetria rotacional e uma ótima estabilidade angular de 0° a 85° , ocorrendo apenas um desvio de 0,08 GHz.



Figura 2.10. Radome [65].

Outro uso de FSS em um moderno sistema de comunicação são as janelas seletivas em frequência, Figura 2.11 [66]. Usar uma camada fina de metal na janela tornou-se popular, devido às suas propriedades de isolamento térmico. Essas janelas são comumente conhecidas

como janelas eficientes de energia ou de baixa emissividade e transparentes para a parte visível do espectro EM.

As FSS também são usadas no projeto de absorvedores e refletores. Um absorvedor analógico de circuito consiste em uma tela periódica feita de material resistivo, apoiada por um plano de terra, para obter uma largura de banda maior, para uma dada espessura do que o obtido na maioria dos outros absorvedores [1].

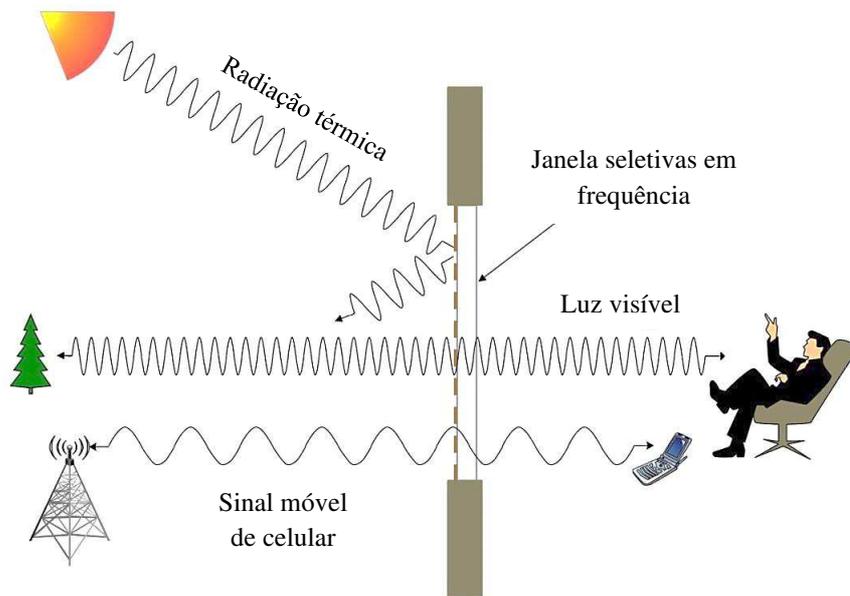


Figura 2.11. Ilustração da janela seletiva em frequência [66].

2.8. Estado da arte

Nesta seção, apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre trabalhos disponíveis sobre o tema abordado nesta tese. Recentemente, aumentou o interesse da comunidade científica de telecomunicações em projetar dispositivos eletromagnéticos a partir de analogias biológicas ou naturais. Cientistas e engenheiros são inspirados pela natureza para melhorar a funcionalidade e as aplicações comerciais. Na natureza, numerosas espécies e objetos encontrados seguem a chamada Proporção Áurea e Números de Fibonacci [67 – 70]. Tais proporções e padrões podem melhorar o desempenho dos sistemas [16].

Em [70], uma geometria bioinspirada é proposta para o desenvolvimento de um FSS inovadora. A forma escolhida para a geometria da célula unitária foi baseada na folha triangular da planta *Oxalis*, que possui três eixos de simetria com folhas que parecem triângulos. A frequência de operação foi próxima a 3,5 GHz. A FSS proposta não mostrou independência de polarização e a estabilidade angular não foi discutida.

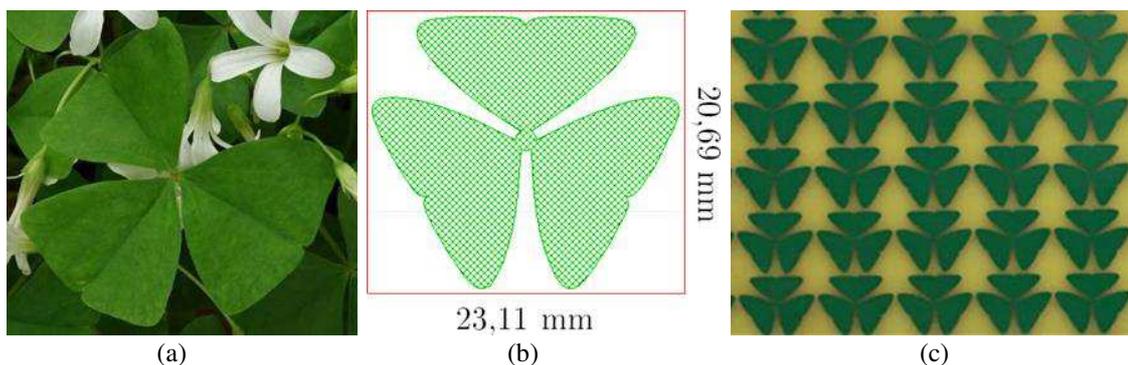


Figura 2.12. FSS apresentada em [70]: (a) Fotografia da folha triangular da planta *Oxalis*, (b) célula unitária, (c) Fotografia do protótipo FSS.

Em [71], os autores analisaram uma FSS complementar, para aplicações de blindagem eletromagnética. A geometria do elemento da FSS foi baseada na espiral de Fibonacci fechada combinada com uma espiral quadrada. A FSS complementar obteve uma resposta em frequência multibanda, com duas bandas de rejeição em 6,5 GHz e 15,4 GHz e com uma banda de transmissão em 9,85 GHz. A estrutura mostrou estabilidade angular, mas os autores não mostraram independência de polarização.

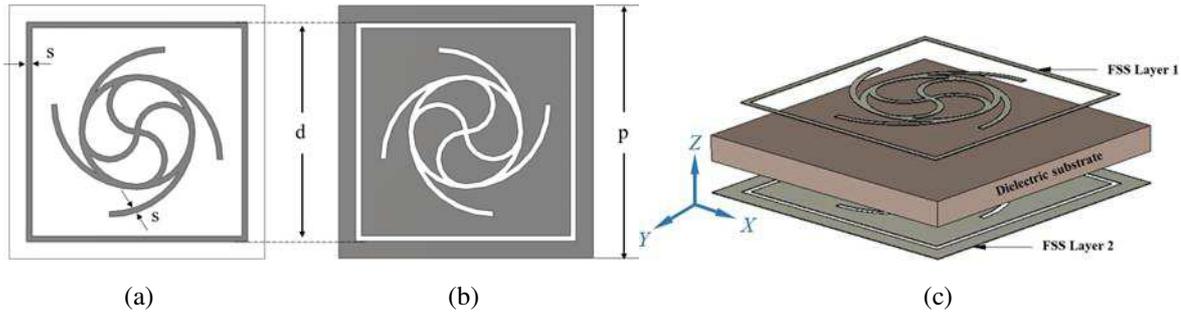


Figura 2.13. Projeto de FSS complementar. (a) *patch* (superior) e (b) *slot* (inferior) elementos FSS, (c) célula de unidade FSS complementar [71].

Outro estudo baseado na espiral de Fibonacci foi apresentado em [72]. Uma dupla ressonância foi obtida usando o efeito combinado da espira quadrada com a espiral de Fibonacci. O mesmo padrão é impresso em ambos os lados do substrato e acoplado graças a caminhos metálicos (vias) para formar um elemento 2,5 D. A estrutura proposta apresenta características passa-faixa, na faixa de frequência de 9,5 a 12,58 GHz. Além disso, a FSS proposta apresenta estabilidade angular até 60° e independência de polarização.

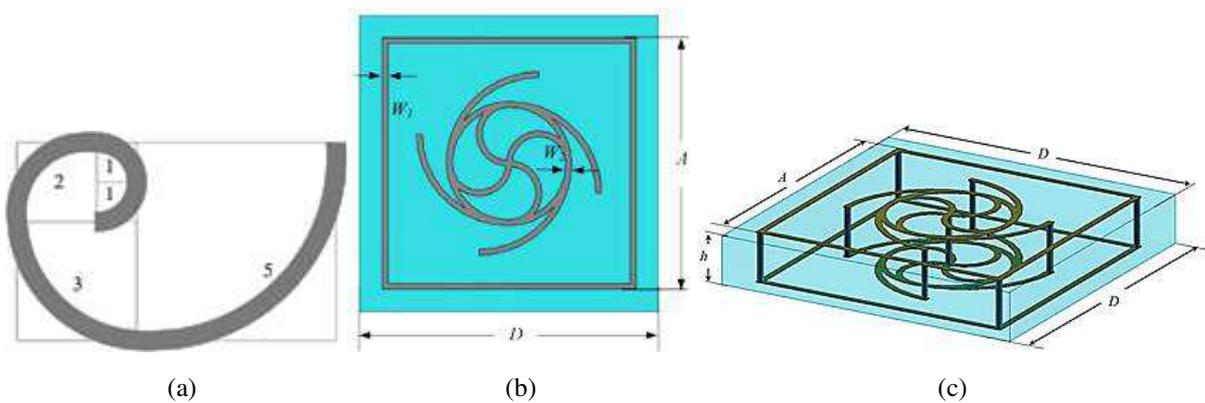


Figura 2.14. Design da geometria FSS: (a) espiral de Fibonacci, (b) Visão frontal do elemento FSS proposto, (c) célula unitária [72].

Uma geometria baseada na espiral de Arquimedes foi proposta em [73]. A FSS usa uma espiral de quatro braços. Cada braço termina em um semicírculo com um raio igual à metade da largura do braço e um processo semelhante é feito no centro da espiral. A frequência ressonante inicial é de 3,91 GHz e cada camada adicionada ao superstrato da FSS diminui a frequência ressonante, chegando a 2,94 GHz. Os autores não discutiram a independência de polarização, nem a estabilidade angular.

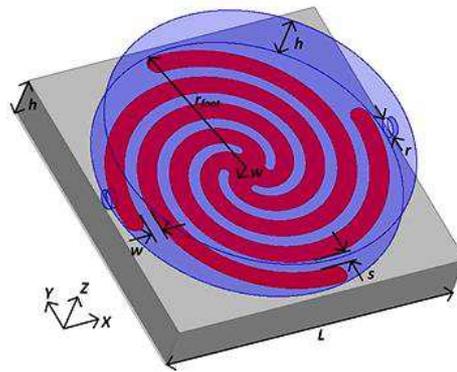


Figura 2.15. A geometria celular unitária da FSS e sua câmara fluida [73].

Em [74], são apresentadas estratégias para projetar FSS com resposta em frequência do tipo banda dupla, com base em espirais de Arquimedes de quatro e oito braços. Os comprimentos individuais dos braços espirais são usados como um parâmetro de projeto inicial. O estudo não investigou estabilidade angular ou independência de polarização.

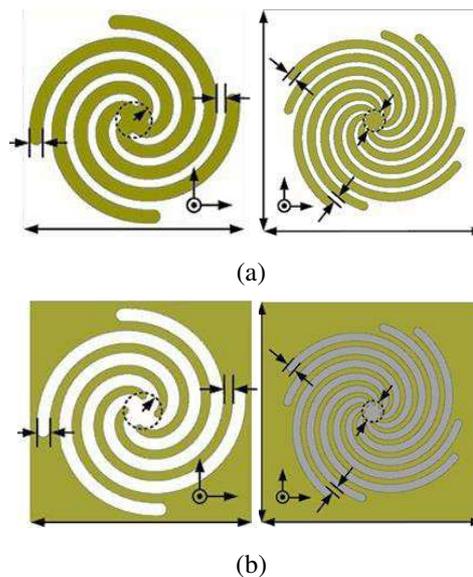


Figura 2.16. Geometria da espiral arquimediana de quatro e oito braços
(a) Topologia da espiral metálica, (b) Topologia da espiral de abertura [74].

Elementos de espirais segmentadas para o projeto FSS foram apresentados em [75]. A FSS possui uma resposta em frequência multibanda, operando na faixa de 2 a 18 GHz. O número e a frequência das ressonâncias são uma função do desenho da geometria espiral. O espectro de transmissão também é função do ângulo de inclinação, do ângulo de rotação da espiral e da polarização da antena receptora. A estrutura não apresentou estabilidade angular ou independência de polarização.

Este trabalho propõe uma FSS em cascata, com um segmento da espiral de Fibonacci como elemento da célula unitária. As FSSs usam a mesma geometria, mas são giradas em 90° entre eles. As duas FSSs em cascata fornecem uma resposta em frequência com três bandas ressonantes próximas, estabilidade angular e independência de polarização. Na Tabela I, é listada uma comparação entre nosso trabalho e trabalhos mais recentes encontrados na literatura.

Tabela 2.1 — Comparação entre trabalhos atuais e a estrutura proposta.

Referência	Geometria	Independência de polarização	Estabilidade angular
[70]	Folha triangular da planta Oxalis	—	Até 30°
[71]	Espiral de Fibonacci fechada Combinado entre quadrado e ciclo	—	Até 60°
[72]	Espiral de Fibonacci fechada combinado com um quadrado ciclo	Sim	Até 60°
[73]	Espiral de Arquimedes	—	—
[74]	Espiral de Arquimedes	—	—
[75]	Segmento da espiral de Fibonacci	—	—
Este trabalho	Segmento da espiral de Fibonacci	Sim	Até 45°

2.9. Síntese do Capítulo

Neste capítulo, foi apresentada os fundamentos teóricos do projeto de superfícies seletivas em frequência, para uma compreensão fundamental dos princípios elementares, propriedades de filtragem e compreensão física. As ressonâncias e o mecanismo de funcionamento dessas estruturas são baseados na geometria do elemento, condutividade, material do substrato, polarização da onda plana e ângulos de incidência. Essas estruturas têm sido investigadas ao longo dos anos para uma variedade de aplicações com base em seus diversos desempenhos de filtragem. Outrossim, foram brevemente discutidos os métodos de análise de FSS, assim como os tipos de técnicas de medição comumente utilizadas para validar os métodos computacionais. Por fim, o estado da arte foi apresentado.

3

CAPÍTULO

Materiais e Métodos

Este capítulo descreve a metodologia, técnicas de projeto, simulação, construção e medição do projeto da superfície seletiva em frequência proposta nesta Tese. O método de projeto baseia-se, em primeiro lugar, na escolha da geometria e na definição dos parâmetros a modelar.

3.1. Estrutura Proposta para a FSS Multicamada

Neste trabalho, pretendeu-se avançar nos estudos de superfícies seletivas em frequência investigando o uso de geometrias bioinspiradas, no desenvolvimento de FSS com bandas de ressonância próximas, estabilidade angular e independência de polarização. Para isso, a espiral de Fibonacci segmentada foi escolhida para a geometria da célula unitária. A espiral de Fibonacci pode ser gerada a partir da equação polar:

$$r = ae^{b\theta} \quad 2.3$$

em que r é o raio de cada volta da espiral, a e b são constantes arbitrárias que dependem da espiral em particular, θ é o ângulo de rotação conforme a curva gira em espiral, e é a base do logaritmo natural [5], [76], [77].

A constante a determina o primeiro raio, ou seja, a distância do primeiro ponto, do início da espiral à origem. Já a constante b , que multiplica o ângulo θ , determina se esse ângulo será mais aberto ou não, se as curvas da espiral crescerão se distanciando ou não, umas das outras.

Esse padrão de crescimento da curva é observado na natureza, Figura 3.2, em plantas, em certas flores, animais, nas conchas de moluscos, teias de aranha, galáxias espirais, na arquitetura (escadas em hélice, por exemplo). Entre suas outras propriedades interessantes, cada raio de seu centro intercepta cada volta da espiral em um ângulo constante, equiangular, representado na equação por b [78] – [80].

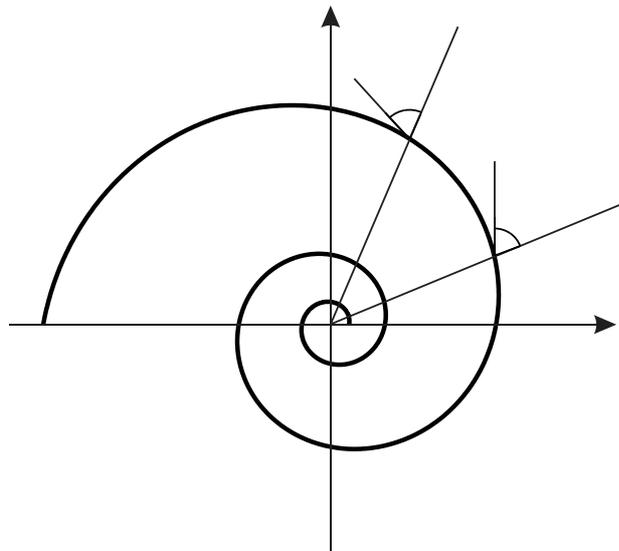


Figura 3.1. Espiral de Fibonacci [próprio autor].

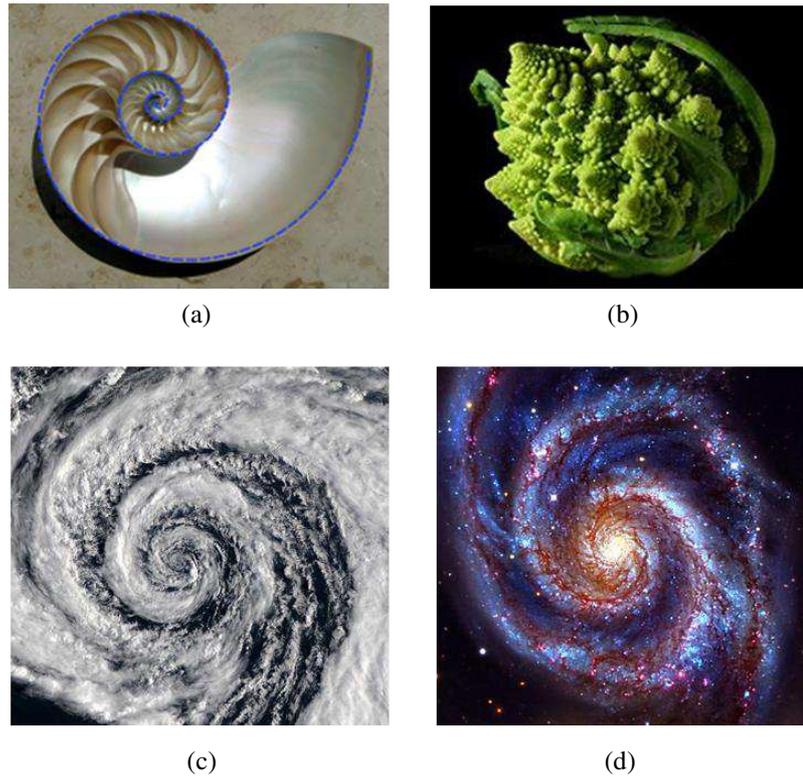


Figura 3.2. (a) Corte de uma concha *nautilus*, (b) Brócolis romanesco, (c) Ciclone extratropical, (d) Galáxia.

A Figura 3.3 ilustra a geometria do elemento condutor da célula unitária e a configuração em cascata da FSS proposta nesta Tese. A forma do elemento condutor é um segmento da espiral de Fibonacci, gerada pela Equação 3.1, definidos valores para a , b , θ . No caso, de θ optou-se por uma variação até 5π , para gerar uma espiral com duas espirais e meia. Os parâmetros a e b foram definidos após um estudo paramétrico realizado por meio de caracterização numérica.

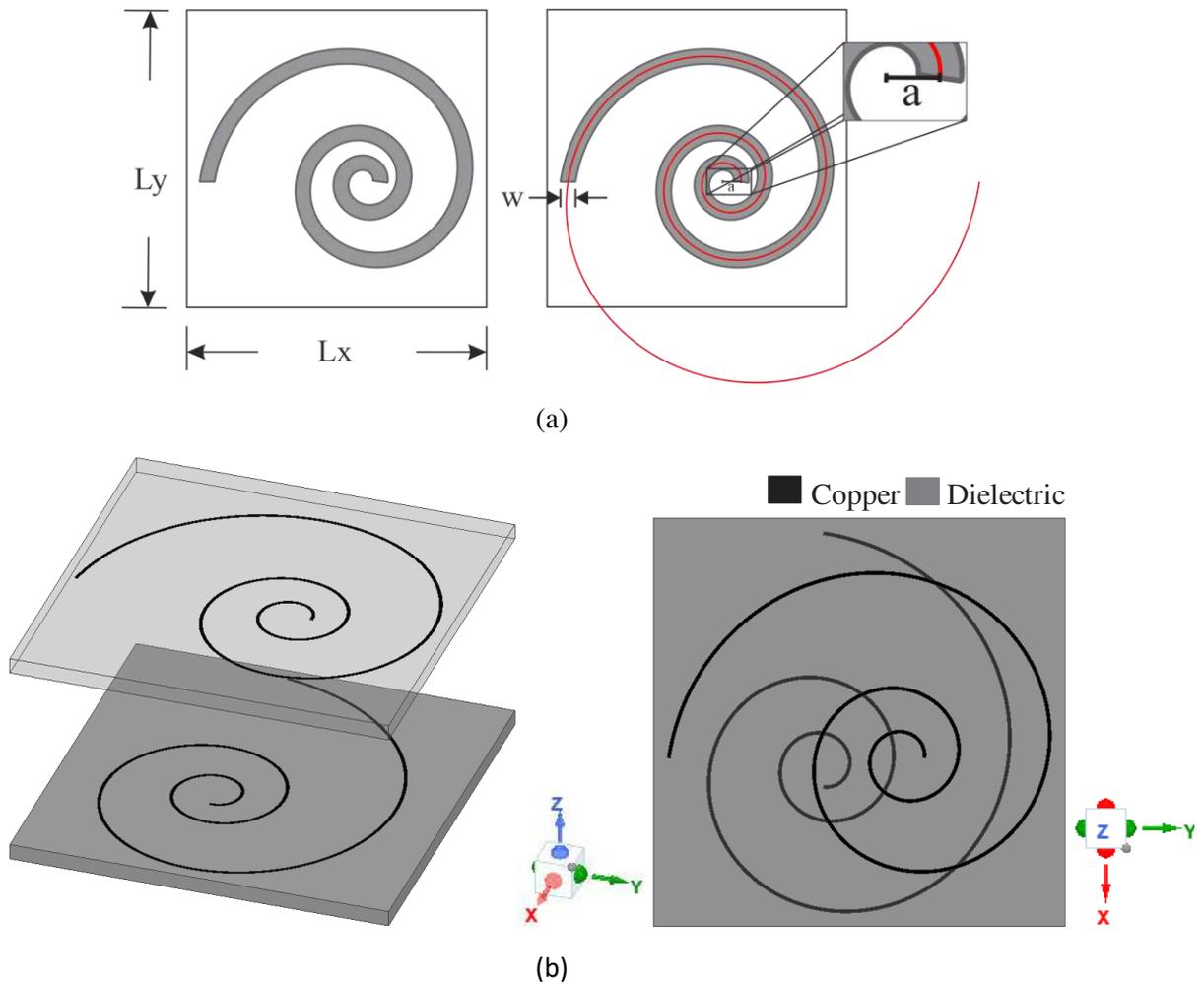


Figura 3.3. (a) Célula unitária/Características da curva espiral (b) FSS em cascata/Vista superior.

3.2. Caracterização

3.2.1. Numérica

Uma superfície seletiva em frequência usa uma combinação de indutância e capacitância sobre um dielétrico, para criar uma estrutura com uma resposta seletiva em frequência. Devido à natureza periódica das estruturas FSS, aproximações finitas de arranjos são aplicáveis. Utilizando o modelo de célula unitária, Figura 3.4, o desempenho de uma FSS, sob condições infinitas de arranjo, pode ser determinado utilizando softwares de simulação eletromagnética como ANSYS, Inc[®], CST Studio[®].

Nesta pesquisa, foi utilizado o ANSYS HFSS, que usa uma ferramenta de onda completa. É um software especializado em simulação eletromagnética que utiliza métodos de

discretização e resolução na forma integral, tal como o Método dos Elementos Finitos (FEM).

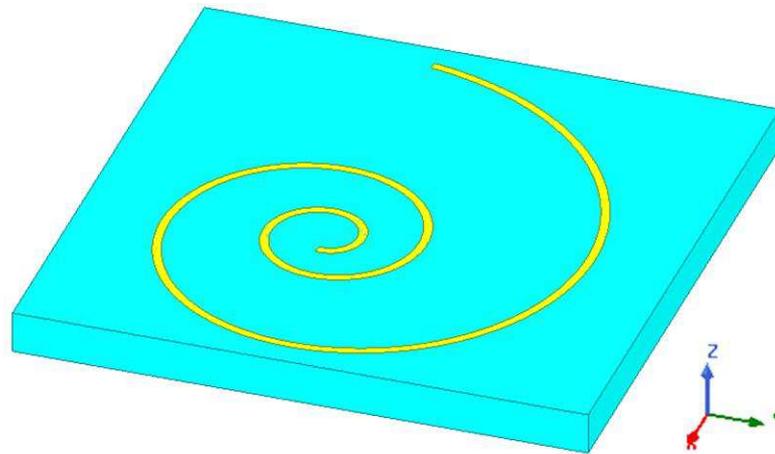


Figura 3.4. Célula unitária, HFSS [próprio autor].

As condições de periodicidade são usadas na simulação para deduzir o comportamento da estrutura a partir da sua célula unitária. Para determinar as condições de periodicidade, são criadas portas de *Floquet* nas faces superior e inferior da caixa, com as condições de contorno da simulação, conforme ilustrado na Figura 3.5. Na configuração das portas é definido o número de modos que será considerado na simulação. A adição de modos refina o resultado, mas, em simultâneo, aumenta o tempo de simulação, portanto a análise da influência dos parâmetros foi conduzida com os Modos TE_{00} e TM_{00} .

No projeto das superfícies seletivas em frequência, as estruturas das FSSs foram assumidas como arranjos planos e infinitos. No HFSS, o arranjo foi simulado usando condições de contorno de célula unitária e a busca por parâmetros, que consigam atender aos requisitos de frequências da banda central, foi priorizada. Uma inspeção da influência dos parâmetros é realizada tentando colocar as frequências de ressonância próximas a frequências de interesse, por exemplo, 3,5 GHz. Para o projeto da FSS bioinspirada, foi considerado um material dielétrico de fibra de vidro (FR4) com características dielétricas como permissividade 4,4, tangente de perdas de 0,02 e espessura, $h = 1,52$ mm. A largura da fita espiral foi $w = 0,3$ mm. A periodicidade de superfície seletiva de frequência foi $P = 35$ mm. Para este tamanho de célula, as constantes a e b da espiral são 1,8 e 0,155, respectivamente, e θ variando até 5π .

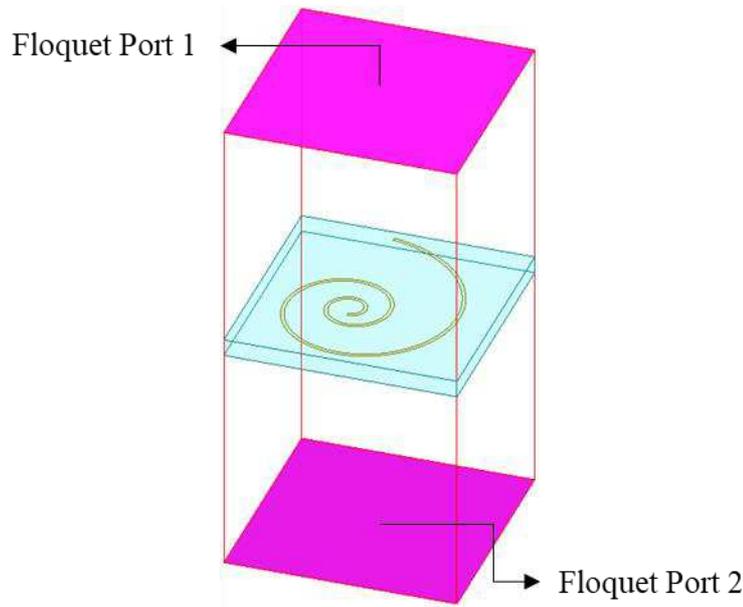


Figura 3.5. Portas *Floquet* [próprio autor].

O HFSS tem a vantagem de simular para uma única frequência no limite da malha e também para múltiplas frequências em uma varredura. O volume computacional é discretizado em uma malha e os parâmetros S são calculados. Nesta pesquisa, uma malha tetraédrica foi utilizada para simulações rápidas e precisas.

3.1.1. Experimental

A medição da transmissão de ondas planas através da FSS foi realizada, usando o método do espaço livre, para validar os resultados numéricos dos protótipos. A configuração da medição consistiu em um analisador de redes vetorial (modelo N5230A da Keysight) e antenas cornetas de banda ultralarga (modelo SAS-571 da A. H. Systems, operando de 700 MHz a 18 GHz). Para medição de incidência normal, as antenas foram conectadas ao analisador de rede e colocadas a uma distância de 1,3 m do protótipo. Para medições de ângulo oblíquo, o suporte da FSS foi girado para o ângulo de interesse. A configuração real do experimento e os protótipos podem ser visualizados na Figura 3.6.

A resposta de transmissão medida foi normalizada para uma janela aberta e, então, as FSSs e a estrutura proposta foram colocadas na janela para medir a transmissão através delas. O dispositivo sob teste (DUT) foi inserido em uma estrutura de metal com uma janela medindo 200×200 mm, conforme ilustrado na Fig. 5(b).



(a)



(b)

Figura 3.6. Medições: (a) configuração e (b) protótipos construídos.

3.1. Síntese do Capítulo

Neste capítulo, apresentou-se a caracterização do projeto composto pelas geometrias e parâmetros estruturais das FSS investigadas neste trabalho. Foi incluída uma breve discussão sobre a modelagem da FSS usando a ferramenta comercial de simulação eletromagnética,

ANSYS HFSS. Esta abordagem permitiu estudo paramétrico do desempenho das estruturas FSS. As condições de contorno da célula unitária foram baseadas no princípio de *Floquet*, de modo que cada célula unitária em uma FSS infinita contém as mesmas correntes e campos. Para demonstrar a validade dos protótipos, foi utilizada uma técnica de medição de espaço livre.

4

CAPÍTULO

Resultados Numéricos e Experimentais

Neste capítulo serão relatados os resultados numéricos e experimentais do uso da geometria espiral de Fibonacci em superfícies seletivas de frequência, FSS. Os resultados numéricos foram obtidos utilizando o software de simulação comercial ANSYS HFSS. Os resultados experimentais foram obtidos no Laboratório de Micro-ondas do GTEMA/IFPB.

4.1. Resultados numéricos

A FSS proposta nesta pesquisa é composta por duas FSSs de camada única bioinspiradas na espiral de Fibonacci. No entanto, para se obter essa estrutura em cascata, foram realizadas simulações variando os parâmetros w , largura da espiral, e os parâmetros a e b da equação que gera a espiral, $r = ae^{b\theta}$. Inicialmente, foram feitas as simulações variando a e b .

4.2. Simulações variando os parâmetros a e b

Esta seção analisa o impacto que a variação de cada parâmetro tem nas frequências de ressonância da estrutura. As simulações indicam um aumento ou diminuição nas frequências de ressonância, de acordo com a variação dos parâmetros. Os parâmetros escolhidos foram as constantes a e b . O parâmetro a foi variado de 1,6 a 2,5, com um passo de 0,05, com um total de 19 variações. Para b , foram considerados 10 valores, 0,135 a 0,180, variando a cada 0,005. Para cada valor de a foram feitas simulações para todos os valores de b e vice-versa, sendo um total de 190 simulações. Em seguida foi feita uma análise dos parâmetros a e b em relação às frequências de ressonâncias.

Como comentado anteriormente para as simulações foi considerado um material FR4 com espessura, $h = 1,52$ mm, espessura do cobre, $t = 0,035$ mm, largura da espiral $w = 0,3$ mm e θ variado de 0 a 5π .

4.2.1. Resultados das frequências de ressonância em função do parâmetro a

Devido ao número de resultados, serão analisados nesta seção apenas as frequências de ressonância para a polarização H. No entanto, as frequências da polarização V, seguem as mesmas tendências de variações. Na Figura 4.1, é possível visualizar o comportamento da primeira frequência de ressonância em função da constante a . Observa-se que há uma redução exponencial da frequência de ressonância com relação à constante a . Isso porque o aumento dessa constante ocasiona um aumento do comprimento da exponencial e , conseqüentemente, um aumento do comprimento elétrico da geometria da célula unitária da FSS, ocasionando essa redução na frequência. Naturalmente ocorre o mesmo para as frequências da polarização V. Observando-se o gráfico, pode-se notar que para o $a = 1,6$ a frequência variou de 3,10 GHz (para b igual a 0,1) até 4,7 GHz com $b = 1,80$, uma faixa de variação de cerca de 1,6 GHz e esse alcance de sintonia fica ligeiramente menor à medida que a aumenta. Para $a = 2,50$ mm fica com 1 GHz de variação, 2,05 a 3,05 GHz.

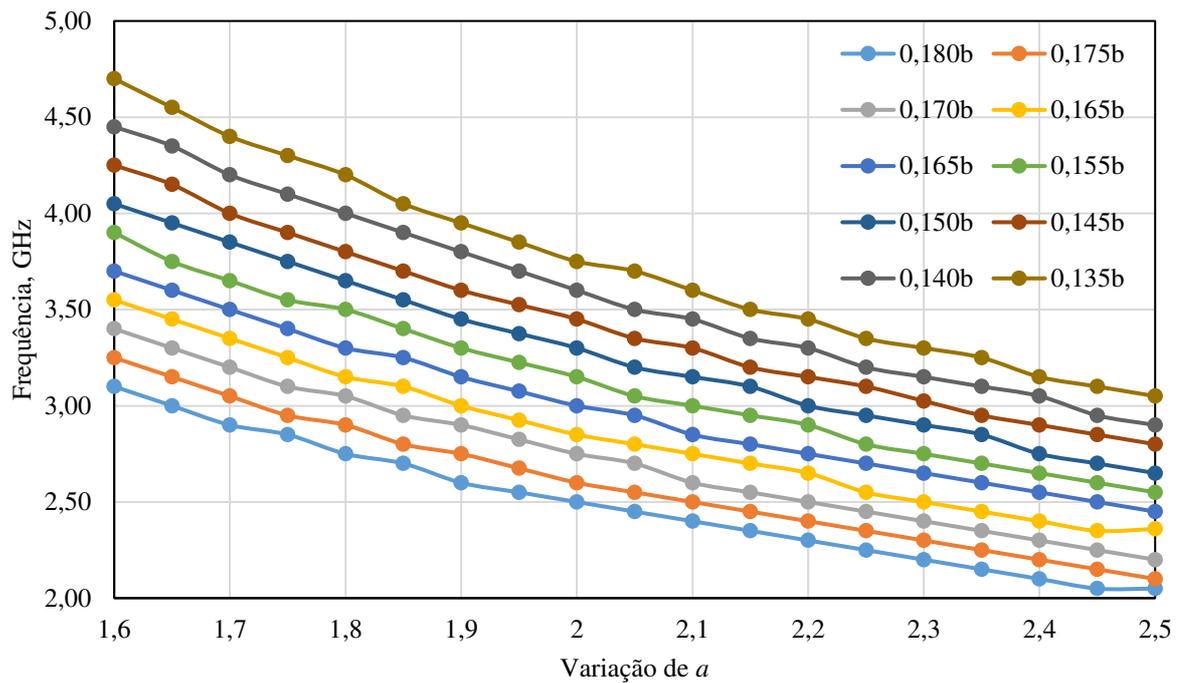


Figura 4.1. Primeira frequência de ressonância versus a variação de (a) .

4.2.2. Resultados das frequências de ressonância em função do parâmetro b

Na Figura 4.2 é possível visualizar o gráfico da primeira frequência de ressonância em função da constante b . Da mesma forma que a constante a , o aumento da constante b produz um aumento no comprimento da espira. Entretanto, pequenas variações de b produzem aumentos maiores que variações de a . Esse aumento do comprimento da espira causa um aumento do comprimento elétrico da geometria da célula unitária da FSS, ocasionando a redução das frequências de ressonância. Apesar das curvas se assemelharem a linhas retas, o comportamento também é exponencial. Observa-se que também existe uma dependência das frequências de ressonância com relação à variável b . As frequências de ressonância diminuem gradativamente à medida que o valor de b aumenta.

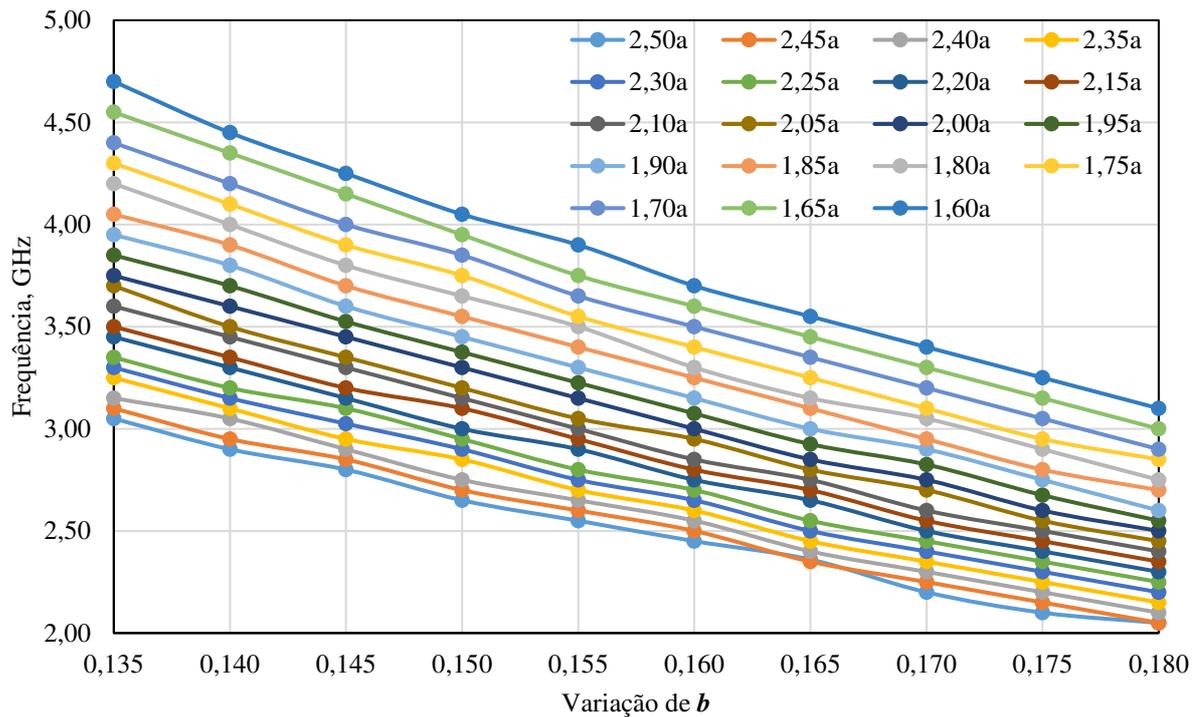


Figura 4.2. Primeira frequência de ressonância versus a variação de (b).

4.2.3. Resultados das frequências de ressonância em função de a e b

A relação entre os parâmetros a e b tem uma influência nas frequências de ressonância da FSS. Configurá-los adequadamente determina o deslocamento das frequências e como elas podem ser deslocadas. Elaborou-se a Tabela 4.1, a qual é apresentada a relação entre essas frequências e os parâmetros a e b .

Tabela 4.1. Resultados da frequência de ressonância em função de a e b .

$a \backslash b$	0,180	0,175	0,170	0,165	0,160	0,155	0,150	0,145	0,140	0,135
1,60	3,10	3,25	3,40	3,55	3,70	3,90	4,05	4,25	4,45	4,70
1,70	2,90	3,05	3,20	3,35	3,50	3,65	3,85	4,00	4,20	4,40
1,80	2,75	2,90	3,05	3,15	3,30	3,50	3,65	3,80	4,00	4,20
1,90	2,60	2,75	2,90	3,00	3,15	3,30	3,45	3,60	3,80	3,95
2,00	2,50	2,60	2,75	2,85	3,00	3,15	3,30	3,45	3,60	3,75
2,10	2,40	2,50	2,60	2,75	2,85	3,00	3,15	3,30	3,45	3,60
2,20	2,30	2,40	2,50	2,65	2,75	2,90	3,00	3,15	3,30	3,45
2,30	2,20	2,30	2,40	2,50	2,65	2,75	2,90	3,03	3,15	3,30
2,40	2,10	2,20	2,30	2,40	2,55	2,65	2,75	2,90	3,05	3,15
2,50	2,05	2,10	2,20	2,36	2,45	2,55	2,65	2,80	2,90	3,05

4.3. Simulações variando o parâmetro w

Nessas simulações, a espessura da fita da espiral (w) foi variada de 0,1 a 1,5 mm, Tabela 4.2, os parâmetros a e b ficaram fixos em 1,8 e 1,55, respectivamente, e θ variado de 0 a 5π . O limite para w , nesse caso, é 1,5 mm, pois, para $w = 1,6$ mm as espiras mais internas se sobrepõem umas às outras, fechando e formando um círculo.

Como pode ser visto na Tabela 4.2, foram 15 variações para w , sendo assim, para uma melhor visualização os resultados foram plotados em dois gráficos para cada polarização. Para a polarização H, na Figura 4.3, pode-se observar que à medida em que a espessura w aumenta há um aumento na frequência de ressonância, variando de 3,4 a 3,7 GHz. Analisando a largura de banda em -10 dB para a frequência de ressonância da polarização H, Tabela 4.3, percebe-se que há um aumento de até 37,5% da espiral com a espessura mais fina $w = 0,1$ para a mais larga $w = 1,5$ mm. Isso ocorre porque com o aumento de w , há uma redução na indutância da espira, produzindo esse aumento na frequência de ressonância. Por outro lado, o aumento de w produz uma redução na resistência elétrica da espira, o que leva ao aumento da largura de banda. Percebe-se ainda que o efeito é mais acentuado com w variando de 0,1 mm a 0,8 mm. Depois o efeito é menor, ocorrendo uma saturação. Na Figura 4.4 observa-se os resultados para a polarização V.

Tabela 4.2. Variação de w em (mm)

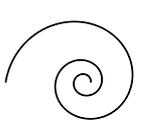
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
							
0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	
							

Tabela 4.3. Resultados da primeira frequência para a variação de (w).

W (mm)	Fr₁ (GHz)	S₂₁ (dB)	BW (GHz)
0,1	3,40	-17,66	0,25
0,2	3,45	-18,18	0,25
0,3	3,50	-18,00	0,26
0,4	3,50	-18,25	0,27
0,5	3,55	-18,51	0,27
0,6	3,55	-18,07	0,30
0,7	3,60	-18,25	0,32
0,8	3,62	-18,28	0,33
0,9	3,64	-19,74	0,33
1	3,65	-20,02	0,34
1,1	3,66	-19,75	0,35
1,2	3,66	-19,57	0,37
1,3	3,68	-18,91	0,37
1,4	3,70	-18,45	0,38
1,5	3,70	-17,33	0,40

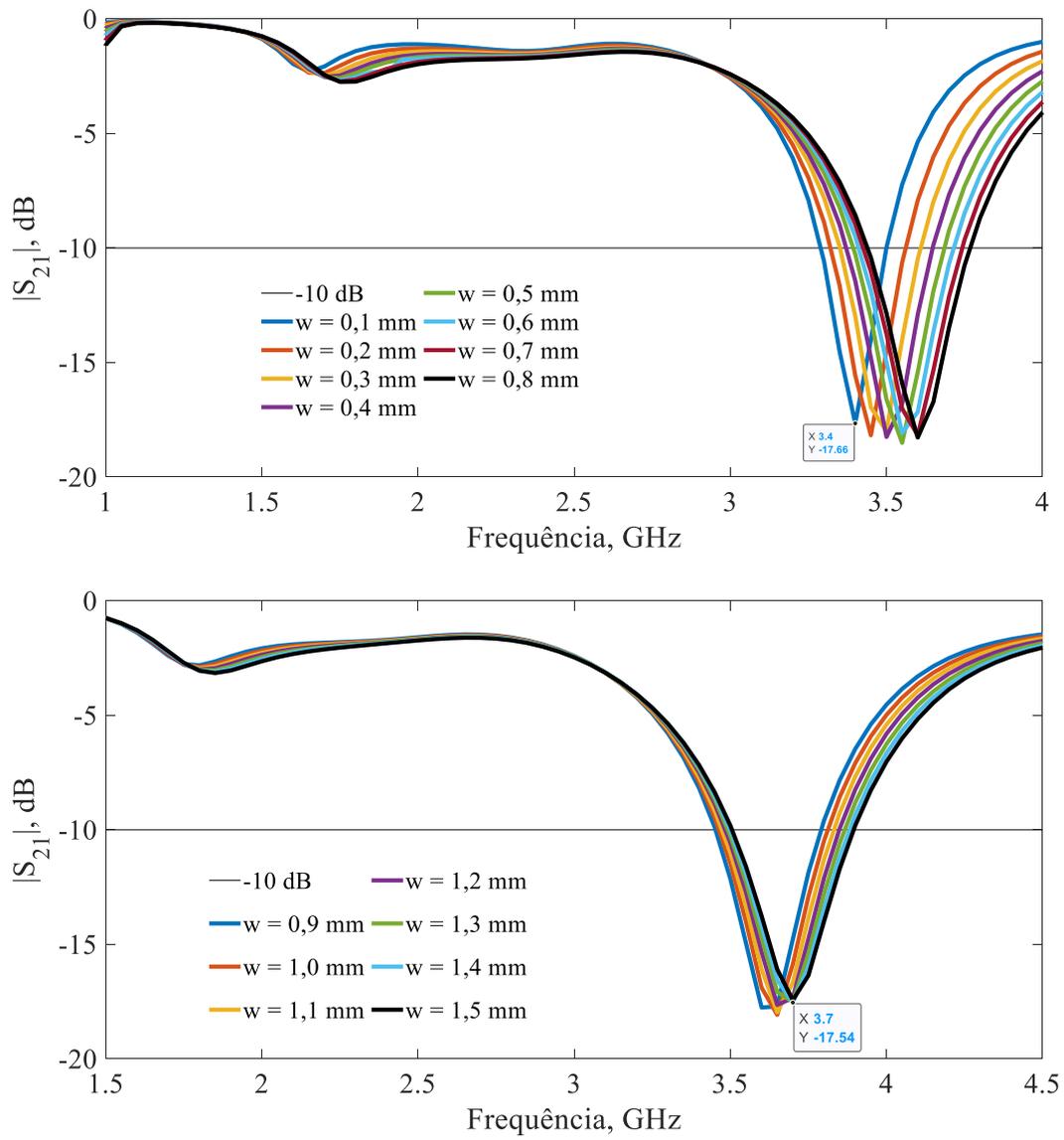


Figura 4.3. Respostas em frequência, polarização H: $|S_{21}|$ (dB) versus Frequência (GHz) das variações de w em mm.

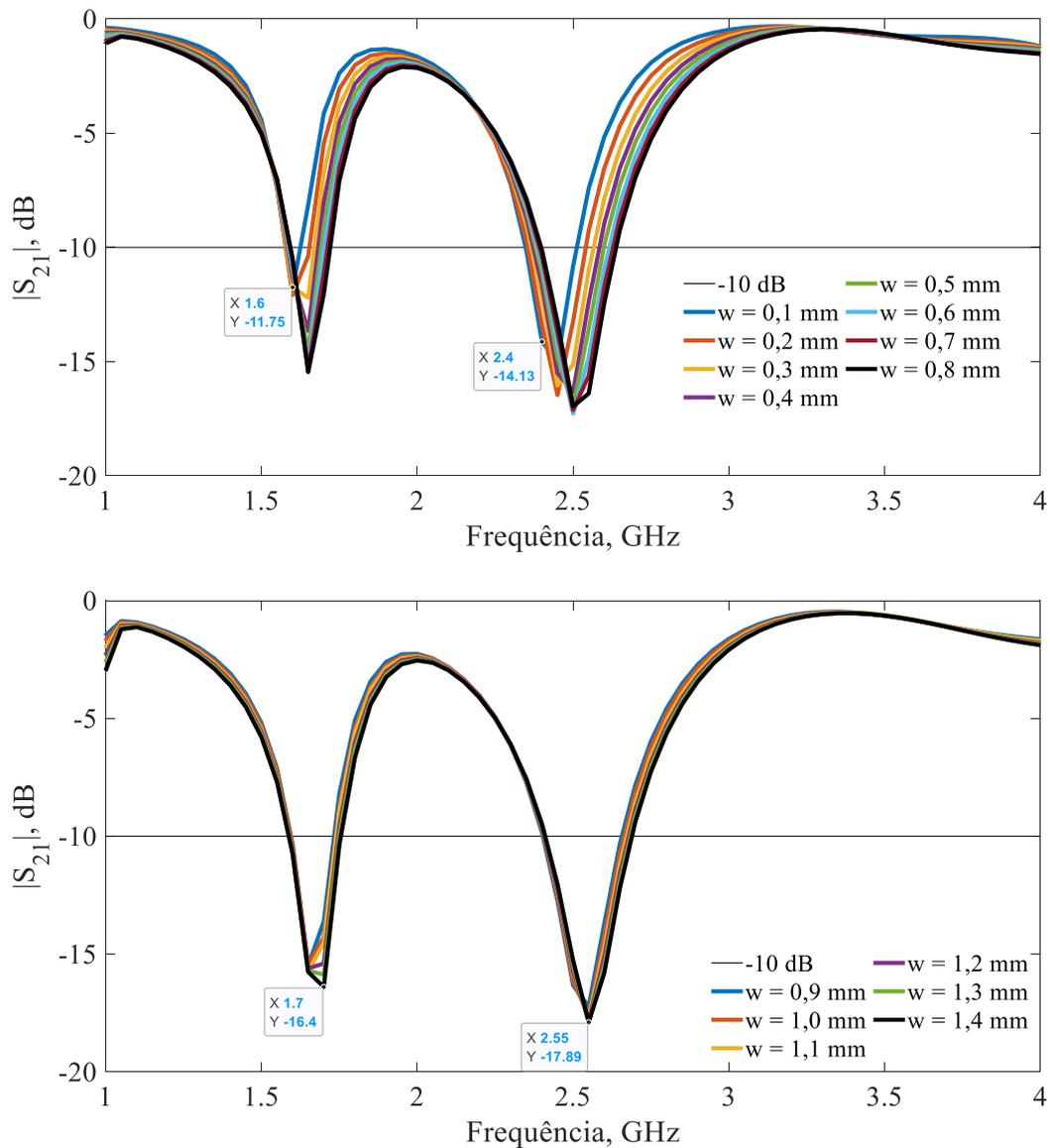


Figura 4.4. Respostas em frequência, polarização V: $|S_{21}|$ (dB) versus Frequência (GHz) das variações de (w) em mm.

4.4. Simulação da estrutura proposta

Após essa extensa análise paramétrica, foram escolhidos os parâmetros a , b e w , de modo que as frequências de 2,5 GHz e 3,5 GHz fossem atendidas, visando aplicações em WLAN e 5G. Além dessas frequências, a frequência de 1,65 GHz também aparece na ressonância. A largura da fita da espira foi $w = 0,3$ mm. A periodicidade escolhida da FSS foi $P = 35$ mm. Para este tamanho de célula, as constantes a e b da espira foram 1,8 e 0,155,

respectivamente. A variável θ foi de 0 a 5π .

Inicialmente, foi realizada uma simulação da FSS bioinspirada com uma camada. Os resultados estão ilustrados na Figura 4.5. Pode-se observar uma ressonância para a polarização horizontal (H pol.) em 3,5 GHz e largura de banda de 270 MHz. Para polarização vertical (V pol.), ocorrem duas ressonâncias. A primeira ressonância está em 1,65 GHz, com largura de banda de 70 MHz e a segunda ressonância está em 2,48 GHz, com largura de banda de 200 MHz. Girando a espiral 90 graus para a direita, ocorre exatamente o oposto, a resposta de polarização horizontal tem duas ressonâncias sendo a primeira ressonância em 1,65 GHz, com largura de banda de 70 MHz e a segunda ressonância em 2,48 GHz, com largura de banda de 200 MHz, e na polarização vertical, há uma única ressonância em 3,5 GHz e largura de banda de 270 MHz.

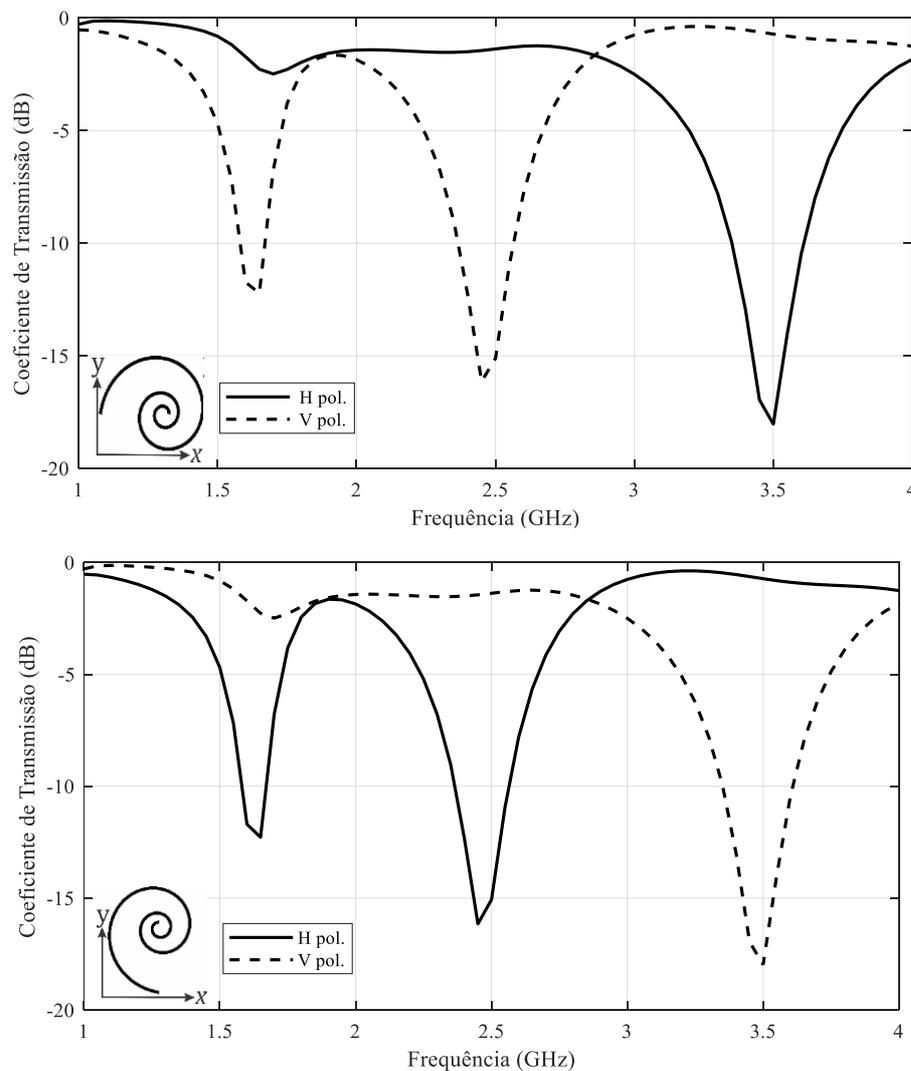


Figura 4.5. Respostas em frequência de transmissão, H pol. e V pol., para espiral em posição normal.

Estruturas com apenas uma camada não apresentaram independência de polarização ou estabilidade angular. Além disso, como as respostas das estruturas se mostraram complementares, foi decidido cascatear as duas estruturas, uma FSS com a espiral normal e outra FSS com a espiral girada para a direita em 90° graus. A estrutura em cascata proposta é ilustrada na Figura 4.6. A estrutura consiste em duas camadas com uma distância de 18 mm entre elas. Para a estrutura em cascata, obteve-se resposta em frequência multibanda. O coeficiente de transmissão sob a incidência normal da FSS em cascata proposta pode ser visto na Figura 4.7. A FSS fornece ressonâncias de rejeição de banda nas frequências de 1,63 GHz, 2,45 GHz e 3,51 GHz seletividade multibanda. O cascateamento produziu um efeito desprezível nas frequências de ressonância, bem como nas larguras de banda. Isso foi devido ao valor da separação, ocasionando pouco acoplamento entre as estruturas. Além disso, as três bandas são próximas, com uma razão de frequência de 1,5 e 1,4 entre a segunda e a primeira banda e a terceira e a segunda bandas, respectivamente.

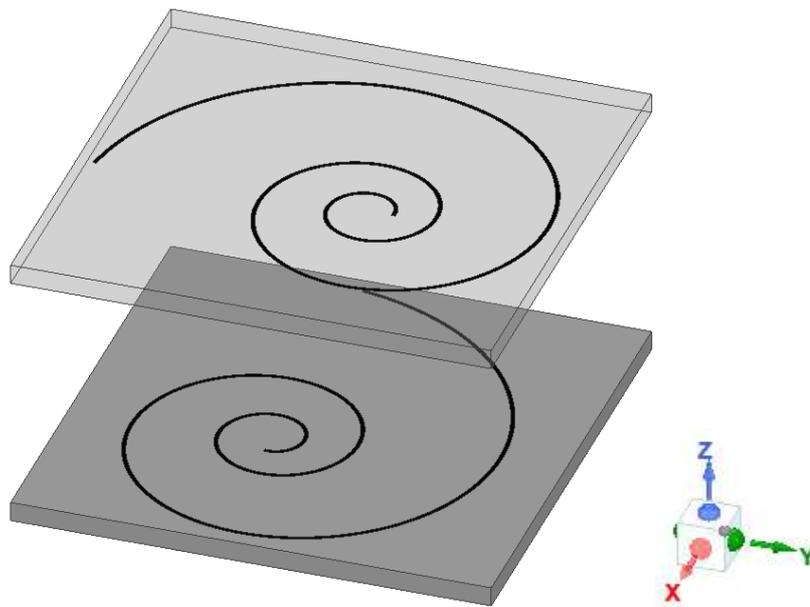


Figura 4.6. FSS em cascata.

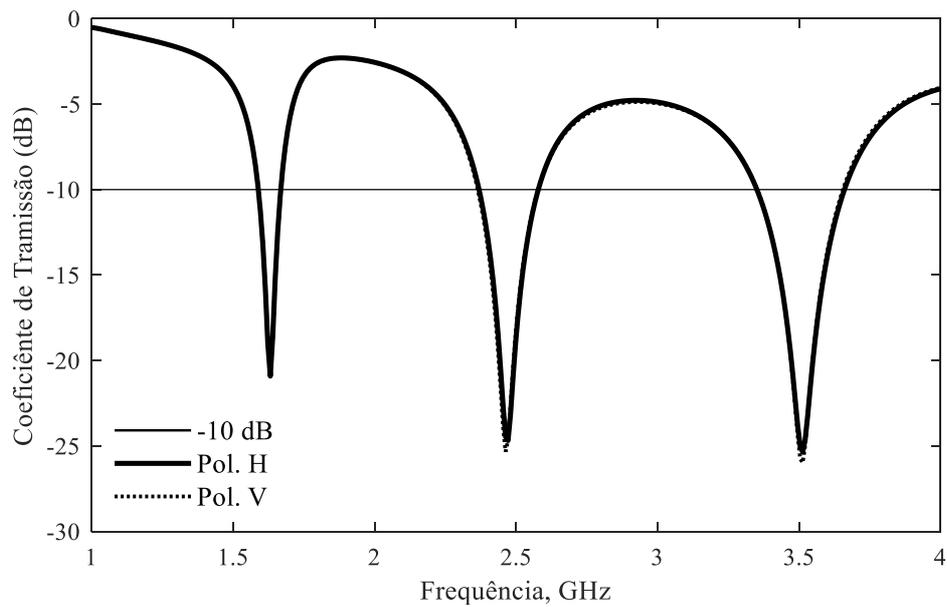


Figura 4.7. Resposta em frequência da FSS em cascata.

A Figura 4.8 mostra os campos elétricos na FSS em cascata, para polarização vertical e a Figura 4.9 mostra os campos elétricos na FSS em cascata, para polarização horizontal, para 2,45 GHz e incidência normal. Como pode-se ver, para polarização vertical, os campos são mais intensos na FSS superior, e para polarização horizontal, os campos são mais intensos na FSS inferior. Isso justifica a resposta complementar dos FSSs.

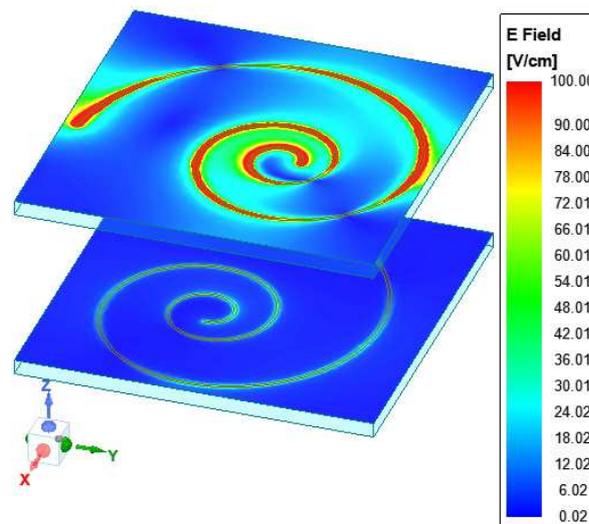


Figura 4.8. Distribuição de densidade de corrente superficial para o campo elétrico na polarização vertical.

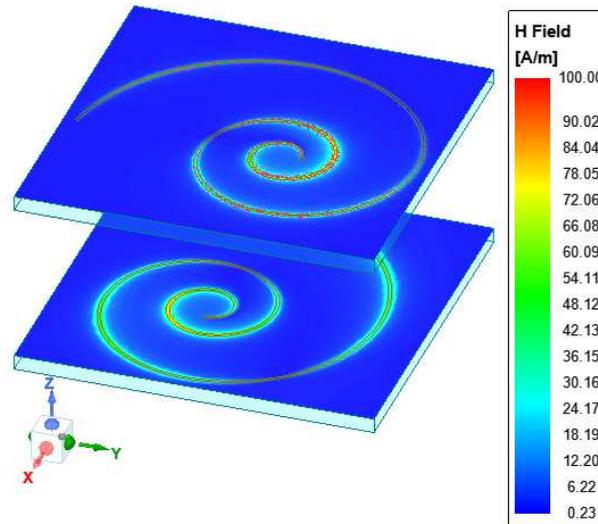


Figura 4.9. Distribuição de densidade de corrente superficial para o campo elétrico na polarização horizontal.

4.5. Resultados Experimentais

Para validar os resultados numéricos, protótipos das FSSs foram construídos e cascadeados. A Figura 4.10 ilustra a comparação entre os resultados simulados e medidos para a polarização H. Os resultados simulados demonstram que a primeira frequência de ressonância ocorre em 1,65 GHz, e a banda de rejeição em -10 dB vai de 1,60 GHz a 1,67 GHz. A segunda frequência de ressonância ocorre em 2,45 GHz e a banda de parada de -10dB vai de 2,37 GHz para 2,57 GHz. Os resultados medidos mostram que a primeira frequência de ressonância ocorre em 1,70 GHz, e a banda de rejeição em -10dB vai de 1,64 GHz a 1,71 GHz. A segunda frequência de ressonância ocorre em 2,46 GHz e a banda de rejeição de -10 dB vai de 2,35 GHz para 2,58 GHz. Há uma boa concordância entre os resultados.

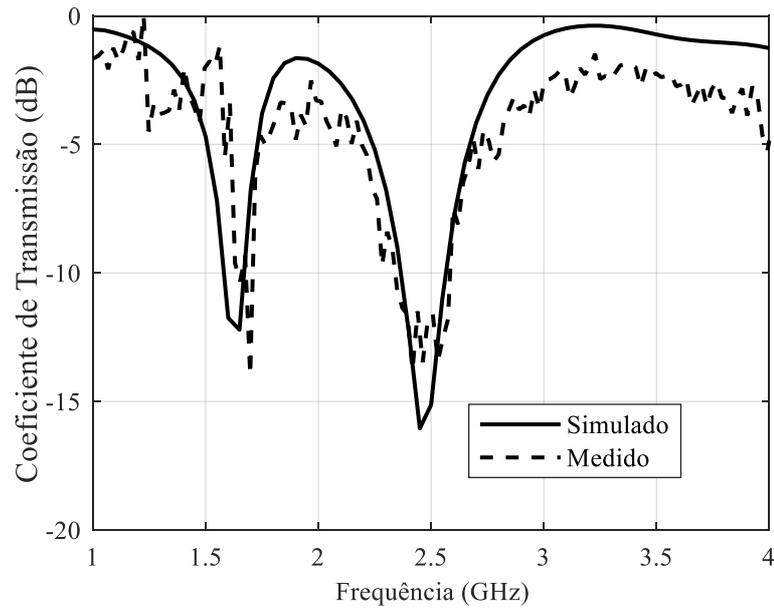


Figura 4.10. Comparação entre resultados simulados e medidos para FSS com espiral na posição normal.

A segunda medição é da FSS com a espiral girada 90° para a direita. A Figura 4.11 demonstra a comparação entre os resultados simulados e medidos para a polarização V. Os resultados simulados demonstram que a frequência de ressonância ocorre em 3,50 GHz, e a banda de rejeição em -10 dB vai de 3,35 GHz para 3,62 GHz. Os resultados medidos mostram que a frequência de ressonância ocorre em 3,50 GHz e a banda de parada de -10 dB vai de 3,36 GHz a 3,66 GHz. Novamente, observa-se uma boa concordância entre os resultados.

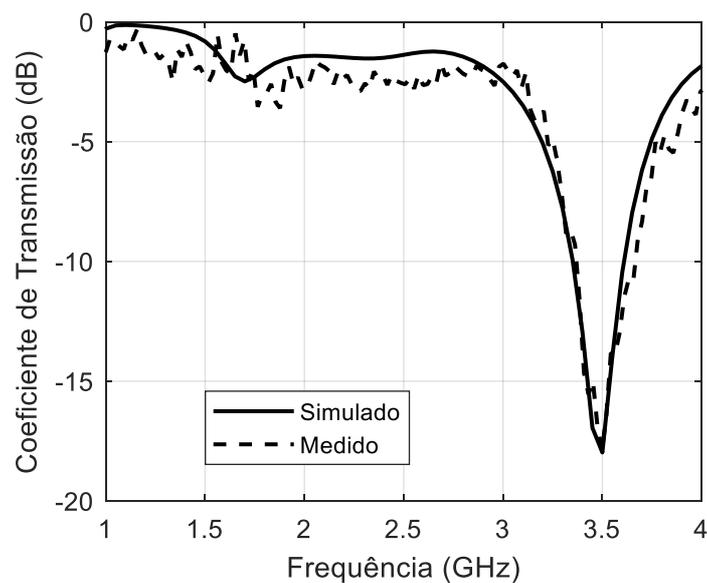


Figura 4.11. Comparação entre resultados simulados e medidos para FSS com espiral girada 90° para a direita.

A terceira medição é da estrutura proposta, com as duas FSS em cascata e separados por 18 mm de ar, essa distância permite que a FSS em cascata obtenha uma resposta com independência de polarização. Na Figura 4.12 é possível observar a comparação entre os resultados simulados e medidos. Os resultados simulados mostram que a primeira frequência de ressonância ocorre em 1,63 GHz, e a banda de rejeição em -10 dB vai de 1,59 GHz a 1,67 GHz. A segunda frequência de ressonância ocorre em 2,46 GHz e a banda de parada em -10dB vai de 2,36 GHz para 2,58 GHz. A terceira ressonância ocorre em 3,51 GHz, e a banda de parada em -10dB vai de 3,35 GHz para 3,65 GHz. Os resultados medidos demonstram que a primeira frequência ressonante ocorre em 1,63 GHz, e a banda de rejeição em -10 dB vai de 1,59 GHz a 1,68 GHz. A segunda frequência de ressonância ocorre em 2,49 GHz e a banda de rejeição em -10dB vai de 2,36 GHz para 2,59 GHz. A terceira ressonância ocorre em 3,48 GHz, e a banda de parada de -10dB vai de 3,26 GHz para 3,68 GHz. Há uma boa concordância entre os resultados.

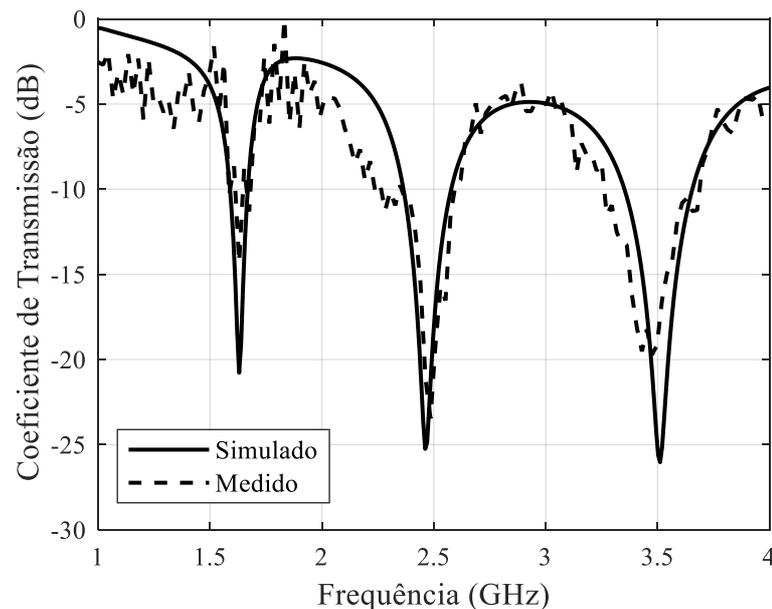


Figura 4.12. Comparação entre os resultados simulados e medidos para a estrutura proposta.

Nas Figura 4.13 e Figura 4.14 pode-se ver os resultados medidos para polarização vertical e horizontal, respectivamente, com incidência oblíqua. Os ângulos de incidência variam de 0° a 45° . Os resultados medidos mostram que as frequências de ressonância e as larguras de banda não sofrem degradações, em ambos os casos, para diferentes ângulos de incidência, confirmando a estabilidade angular e independência de polarização.

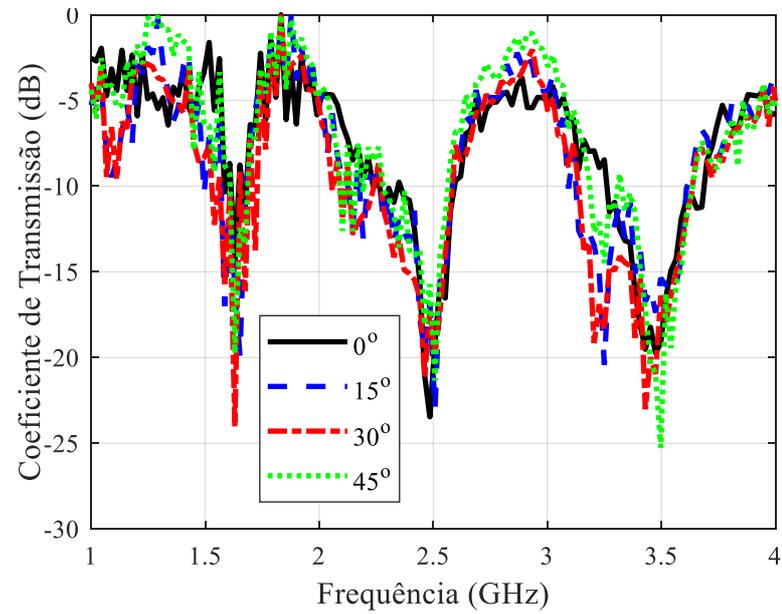


Figura 4.13. Resultados medidos para incidência oblíqua e polarização horizontal.

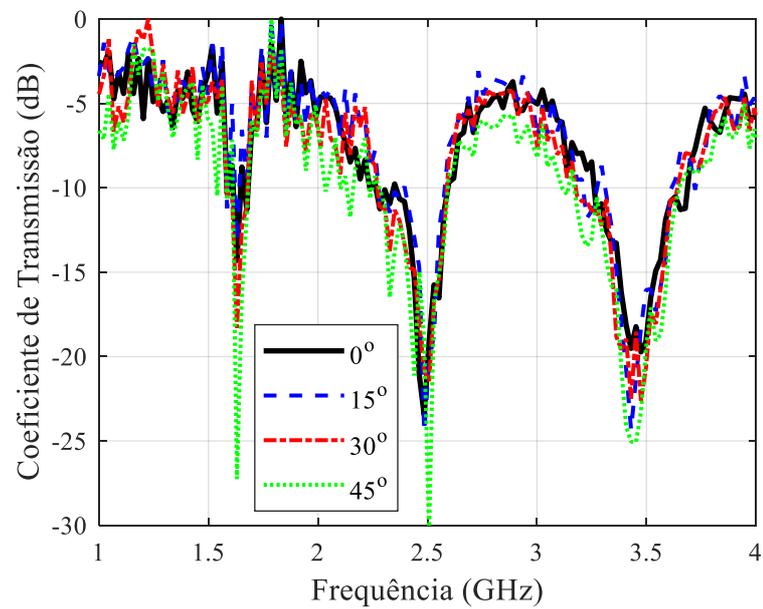


Figura 4.14. Resultados medidos para incidência oblíqua e polarização vertical.

5

CAPÍTULO

Considerações Finais

5.1. Conclusões

Neste trabalho de tese, realizou-se uma pesquisa considerando a hipótese que ao projetar superfícies seletivas em frequência buscando inspiração na natureza, poderia fornecer estruturas com respostas que podem permitir uma ampla gama de aplicações e contribuir significativamente para o aprimoramento da FSS. Nesse contexto, investigou-se o projeto de FSS em cascata com o elemento bioinspirado na espiral de Fibonacci. Foram realizadas simulações envolvendo um estudo das estruturas propostas, para um melhor entendimento do comportamento da resposta em frequência das FSSs em relação a suas dimensões físicas.

A análise paramétrica inicial permitiu chegar as dimensões físicas que possibilitaram a aplicação da estrutura proposta em comunicações. As configurações da FSS em espiral foram estudadas conforme a parametrização de dimensões físicas do elemento, assim, como largura da fita da espiral e parâmetros da equação polar que gera a espiral. O ângulo da onda incidente na FSS também, foi variado para investigar a estabilidade. Nas simulações variando o

parâmetro w , largura da fita da espiral, observou-se que à medida que aumenta a área metálica na célula unitária, provoca-se um deslocamento na frequência de ressonância e, ao mesmo tempo, um aumento na largura de banda. Esse aumento na largura da fita da espiral, pode servir como um parâmetro de ajuste para a frequência de ressonância ou mesmo a largura de banda, já que houve um aumento significativo de até 37,5% na largura de banda.

Para a FSS em cascata, inicialmente, foi realizada uma simulação da FSS bioinspirada com uma camada. Observou-se uma ressonância para a polarização horizontal em 3,5 GHz e para polarização vertical, ocorrem duas ressonâncias, 1,65 GHz e 2,45 GHz. As estruturas com apenas uma camada não apresentaram independência de polarização ou estabilidade angular. Assim, foi decidido cascatear às duas estruturas, uma FSS com a espiral normal e outra FSS com a espiral girada para a direita em 90° graus, devido às respostas complementares dessas FSSs, com uma distância de 18 mm de ar entre elas. Essa distância influencia o comportamento eletromagnético da FSS, podendo ser usada para melhorar a independência de polarização, por exemplo.

Para a estrutura em cascata proposta, obteve-se uma resposta em frequência multibanda com três frequências de ressonâncias, a primeira em 1,63 GHz, a segunda frequência de ressonância ocorre em 2,46 GHz e a terceira em 3,48 GHz. Sendo uma FSS tri-banda bioinspirada com frequências ressonantes muito próximas. As razões de separação entre as frequências de ressonância foram de 1,5 da primeira para a segunda banda e 1,4 da terceira para a segunda banda. Essas respostas próximas foram possíveis devido à estrutura FSS bioinspirada. Observou-se uma boa concordância entre os resultados simulados e medidos. A geometria escolhida mostra uma boa estabilidade angular, independência de polarização, ressonâncias próximas. Características, essas, importantes para os atuais sistemas de telecomunicações modernos.

5.2. Trabalhos futuros

Como sugestão para a continuidade desta pesquisa, destacam-se:

- ✓ Empregar técnicas de otimização para projetar FSS com espiral de Fibonacci, de acordo com as frequências desejadas;
 - ✓ Utilizar um modelo racional algébrico, para obtenção de equações de projeto das frequências de ressonância da FSS, com espiral de Fibonacci;
 - ✓ Aplicar redes neurais para síntese de FSS com espiral de Fibonacci para obtenção de frequências de ressonância próximas;
 - ✓ Investigar outras geometrias inspiradas na natureza, visando a obtenção de frequências de ressonância próximas;
 - ✓ Aplicar técnicas de projeto de FSS, visando faixas de passagem com baixas perdas e inserção, para FSS com frequências de ressonância próximas.
-

REFERÊNCIAS

- [1] B. A. Munk, *Frequency Selective Surfaces – Theory and Design*, New York: John Wiley and Sons, Inc., 2000.
 - [2] E. Pelton e B. Munk, “A streamlined metallic radome,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, p. 799–803, 1974.
 - [3] F. Costa, S. Genovesi, A. Monorchio e M. G., “A robust differential-amplitude codification for chipless RFID,” *IEEE Microw. Wirel. Compon. Lett.*, p. 832–834, 2015.
 - [4] D. Pozar, “Flat lens antenna concept using aperture coupled microstrip patches,” *Electron. Lett.*, p. 2109–2111, 1996.
 - [5] M. Neto, J. Araújo, R. Mota, F. Barros, F. Ferreira, G. Cavalcante e B. Castro, “Design and Synthesis of an Ultra Wide Band FSS for mmWave Application via General Regression Neural Network and Multiobjective Bat Algorithm,” *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications*, pp. 530-544, 2019.
 - [6] L. Y-Y e W.-L. chen, “Dual-Polarized Multiband Frequency Selective Surface With Miniaturized Hilbert Element,” *Microwave and Optical Technology Letters*, 2013.
 - [7] B. Sanz-Izquierdo, E. Parker, J.-B. Robertson e J. C. Batchelor, “Single and Dual Polarized Convolutional Frequency Selective Structures,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 58, no. 3, 2010.
 - [8] L. Mingyun, M. H e Z. W, “Design of multi-band frequency selective surfaces using multi-periodicity combined elements,” *Journal of Systems Engineering and Electronics*, p. 675–680, vol. 20, no. 4, 2009.
 - [9] D. H. Kim e J. I. Choi, “Design of a Multiband Frequency Selective Surface,” *ETRI Journal*, vol. 28, no. 4, 2006.
 - [10] B. Bhushan, “Biomimetics: bioinspired hierarchical-structured surfaces for green science and technology,” em *Berlin, Germany: Springer, 2012. C. R. Darwin, On the origin of species*, London, UK: John Murray, 1859., 1859.
 - [11] S. Vajda, *Fibonacci and Lucas numbers, and the golden section: theory and applications*, New York, NY:: Halsted Press, 1989.
 - [12] J. C. Vardaxoglou, A. Hossainzadeh e A. Stylianou, “Scattering from two layer FSS with dissimilar lattice geometries,” *IEE Proc. H. Microw. Antennas Propag.*, vol. 140, n° 1, pp. 59-61, 1993.
-

-
- [13] R. A. Hill e B. A. Munk, "The effect of perturbing a frequency selective surface and its relation to the design of a dual-band surface," *IEEE Trans Antennas Propag.*, vol. 44, n° 3, p. 368–374, 1996.
- [14] D. H. Werner e D. Lee, "Design of dual-polarised multiband frequency selective surfaces using fractal elements," *Electron. Lett.*, vol. 36, n° 6, p. 487–488, 2000.
- [15] X.-D. Hu e et al, "A miniaturized dual-band frequency selective surface (FSS) with closed loop and its complementary pattern," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 8, p. 1374–1377, 2009.
- [16] T. K. Wu e S. W. Lee, "Multiband frequency selective surface with multi-ring patch elements," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 42, n° 11, p. 1484–1490, 1994.
- [17] M. Gao, S. M. A. Abadi e N. Behdad, "A dual-band, inductively-coupled miniaturized-element frequency selective surface with higher-order bandpass response," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 64, n° 8, p. 3729–3734, 2016.
- [18] L. Mingyun, H. Minjie e W. Zhe, "Design of multi-band frequency selective surfaces using multi-periodicity combined elements," *J. Syst. Eng. Electron.*, vol. 20, n° 4, p. 675–680, 2009.
- [19] G. Q. Luo, W. Hong, H. J. Tang, J. X. Chen e K. Wu, "Dual-band frequency-selective surfaces using substrate-integrated waveguide technology," *IET Microw. Antennas Propag.*, vol. 1, n° 2, p. 408–413, 2007.
- [20] S. Çimen, "Novel closely spaced planar dual-band frequency-selective surface," *IET Microw. Antennas Propag.*, vol. 7, n° 11, pp. 894-899, 2013.
- [21] C.-N. Chiu e W.-Y. Wang, "A Dual-Frequency Miniaturized-Element FSS With Closely Located Resonances," *IEEE ANTENNAS AND WIRELESS PROPAGATION LETTERS*, vol. 12, pp. 163-165, 2013.
- [22] R. a. M. K. Sivasamy, "A novel dual-band angular independent FSS with closely spaced frequency response," *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.*, vol. 25, n° 5, p. 298–300, 2015.
- [23] F. Huang e et al, "Very closely located dual-band frequency selective surfaces via identical resonant elements," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 14, p. 414–417, 2015.
- [24] N. Liu, X.-J. Sheng, J.-J. Fan e D. Guo, "An Angular Stable Dual-Band Frequency Selective Surface with Closely Spaced Resonances," *Progress In Electromagnetics Research Letters*, vol. 70, pp. 1-6, 2017.
- [25] W. Yin, H. Zhang, T. Zhong e X. Min, "A Miniaturized Dual-Band FSS with Closely Spaced Resonances Using 2.5-Dimension Structure," *De Gruyter*, pp. 1-5, 2018.
- [26] P. Sharma, S. Kumar, M. B. Mahajan e R. Jyoti, "Closely Spaced Tri Resonance Wide Band FSS for S/Ku/Ka Band," em *IEEE Indian Conference on Antennas and Propagation (InCAP)*, 2018.
- [27] S. B. Paiva, V. P. S. Neto and A. G. D'Assunção, "A New Compact, Stable, and Dual-Band Active Frequency Selective Surface with Closely Spaced Resonances for Wireless Applications at 2.4 and 2.9 GHz," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 62, no. 3, pp. 691-697, June 2020.
- [28] S. Wu, M. Chen, C. Wang e X. Wu, "A Novel Tri-band Frequency Selective Surface," em *Journal of Physics: Conference Series (ICAITA 2020)*, Dalian, China, 2020.
-

-
- [29] G. Goussetis, A. P. Feresidis and P. Kosmas, "Efficient Analysis, Design, and Filter Applications of EBG Waveguide with Periodic Resonant Loads," *IEEE Trans. Microw. Theory and Tech.*, vol. 54, no. 11, 2006.
- [30] R. Mittra, C. H. Chan and T. Cwik, "Techniques for analyzing frequency selective surfaces-a review," *Proceedings of the IEEE*, vol. 76, pp. 593- 615, 1988.
- [31] N. Liu, H. Guo, L. Fu, S. Kaiser, H. Schweizer and H. Giessen, "Three Dimensional photonic metamaterials at optical frequencies," *Nature materials* 7, pp. 31-37, 2008.
- [32] F. Costa, S. Genovesi and A. Monorchio, "On the bandwidth of high-impedance frequency selective surfaces," *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.*, vol. 8, p. 1341–1344, 2009.
- [33] A. Raiva, F. Harackiewicz e J. Lindsey, *Frequency Selective Surfaces: Design of Broadband Elements and New Frequency Stabilization Techniques*, Carbondale, IL, USA: Southern Illinois University at Carbondale School of Technology, 2003.
- [34] J. S. Yee, "Frequency Selective Surface (FSS)". U.S. Patent Patent 5,208,603, 1993.
- [35] F. Costa, A. Monorchio and G. Manara, "Analysis and Design of Ultra Thin Electromagnetic Absorbers Comprising Resistively Loaded High Impedance Surfaces," *IEEE Trans. on Antennas and Prop.*, vol. 58, pp. 1551-1558, Mar. 2010.
- [36] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Method*, Macmillan: New York, 1968.
- [37] C. H. Tsao and R. Mittra, "Spectral-domain analysis of frequency selective surfaces Spectral-domain analysis of frequency selective surfaces," *IEEE Trans. Antennas Propagat*, Vols. AP-32, no. 5, pp. 478-486, 1984.
- [38] V. D. Agrawal and F. Pelow, "Design of a dichroic Casegrain subreflector," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vols. AP-27, no. 4, pp. 466-473, 1979.
- [39] S. W. Lee, "Scattering by dielectric loaded screen," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vols. AP-19, no. 5, pp. 656-665, 1971.
- [40] C. Debus and P. H. Bolivar, "Frequency Selective Surfaces for High-Sensitivity Terahertz Sensors," in *Conference on Lasers and Electro-Optics*, 2007.
- [41] S. Islam, J. Stiens and G. Poesen, "Effect of inter-element spacings variation on the performance of linear grounded frequency selective surface arrays in W-band," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 52, no. 1, pp. 155-160, 2010.
- [42] C. Balanis, *Modern Antenna Handbook*, Inc, John Wiley & Sons, 2008.
- [43] S. Celozzi, R. Araneo and G. Lovat, *Electromagnetic Shielding*, John Wiley & Sons, Inc, 2008.
- [44] R. H. C. Maniçoba, *Estudo do Acoplamento entre Superfícies Seletivas de Frequência Assimétrica em Estruturas de Muticamadas*, UFRN: Tese de Doutorado, 2012.
- [45] A. L. S. Campos, "Superfícies Seletivas em Frequência, Análise e Projeto", Natal, RN: IFRN Editora, 2008, p. 196.
-

-
- [46] I. Anderson, "On the theory of self-resonant grids," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 54, no. 10, pp. 1725-1731, 1975.
- [47] R. Mittra, C. H. Chan e T. Cwik, "Techniques for analyzing frequency selective surfaces - a review," *Proceedings of the IEEE*, vol. 76, nº 12, pp. 1593-1615, 1988.
- [48] A. L. P. S. Campos, *Análise do Espalhamento em Superfícies Seletivas em Frequência com Multicamadas Dielétricas Anisotrópicas*, Campina Grande, PB: Tese de Doutorado, 2002.
- [49] N. Marcuvitz, *Waveguide handbook*, New York: McGraw-Hill, 1951.
- [50] K. Tao, B. Li, Y. Tang, M. Zhang and Y. Bo, "Analysis and implementation of 3D bandpass frequency selective structure with high frequency selectivity," *Electronics Letters*, vol. 53, no. 5, pp. 324-326, 2017.
- [51] D. D. Singh, A. Kumar, S. Meena and V. Agarwala, "Analysis of Frequency Selective Surfaces for Radar Absorbing Materials," *Progress In Electromagnetics Research B*, vol. 38, p. 297-314, 2012.
- [52] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, New York: IEEE Press, 1993.
- [53] I. Bardi, R. Remski, D. Perry and Z. Cendes, "Plane Wave Scattering From Frequency-Selective Surfaces by the Finite-Element Method," *IEEE Transactions On Magnetics*, vol. 38, no. 2, pp. 641-644, 2002.
- [54] A. Taflove and S. Hagness, *Computational electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, Boston: Artech House, 2000.
- [55] K. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 14, no. 3, pp. 302-307, 1966.
- [56] M. Titaouine, A. G. Neto, H. Baudrand e F. Djahli, "WCIP Method Applied to active frequency selective surfaces," *Journal of Microwaves and Optoelectronics*, vol. 6, p. 1 – 16, 2007.
- [57] M. Titaouine, A. G. Neto, H. Baudrand e F. Djahli, "Determination of methalic ring FSS scattering characteristics using WCIP method," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 50, p. 1324 – 1328, 2008.
- [58] M. Silva, *Superfícies Seletivas em Frequências — FSS: Concepção e Projeto de Absorvedores Planares de Micro-ondas para Aplicação em WLAN, WIMAX e Radar*, Campinas, Brasil, Tese: Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, 2014.
- [59] J. S. Souza, *Análise de Superfície Seletiva em Frequência Baseada na Geometria Anéis Trapezoidais Abertos*, João Pessoa-PB, Brasil: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, 2018.
- [60] U. Farooq, M. F. Shafique and M. J. Mughal, "Polarization Insensitive Dual Band Frequency Selective Surface for RF Shielding Through Glass Windows," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 1, 2019.
- [61] I. S. Syed, Y. Ranga, L. Matekovits, K. P. Esselle and S. G. Hay, "A Single-Layer Frequency-Selective Surface for Ultrawideband Electromagnetic Shielding," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 56, no. 6, pp. 1404-1411, 2014.
-

-
- [62] S. Sivasamy, B. Moorthy, M. Kanagasabai, V. R. Samsingh and M. G. N. Alsath, "A Wideband Frequency Tunable FSS for Electromagnetic Shielding Applications," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 60, no. 1, 2018.
- [63] N. Liu, X. Sheng, C. Zhang and D. Guo, "Design of Frequency Selective Surface Structure With High Angular Stability for Radome Application," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 17, no. 1, 2018.
- [64] T. Hong, W. Xing, Q. Zhao, Y. Gu and S. Gong, "Single-Layer Frequency Selective Surface With Angular Stability Property," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 17, no. 4, pp. 547-551, 2018.
- [65] Collins, "www.collinssteeplejacks.com/," COLLINS, 2020. [Online]. Available: <https://www.collinssteeplejacks.com/radomes-80-countries/>. [Accessed 10 Jan 2021].
- [66] A. L. Antti V. Räsänen, Radio Engineering for Wireless Communication and Sensor Applications, Boston: Artech House, 2003.
- [67] M. Livio, The golden ratio: the story of phi, the world's most astonishing number, New York, NY: Broadway Books, 2002.
- [68] A. Posamentier and I. Lehmann, The fabulous Fibonacci numbers, New York, NY: Prometheus Books, 2007.
- [69] G. Bixler and B. Bhushan, "Fluid drag reduction and efficient self-cleaning with rice leaf and butterfly wing bioinspired surfaces," *Nanoscale*, no. 5, p. 7685–7710, 2013.
- [70] M. Mesquita, A. D'Assunção and J. B. B. Y. M. Oliveira, "A New Conductive Ink for Microstrip Antenna and Bioinspired FSS Designs on Glass and Fiberglass Substrates," *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications*, vol. 18, no. 2, pp. 227-, 2019-245.
- [71] V. k. Kanth and S. Raghavan, "Hybrid Complementary FSS Element based on Fibonacci Spiral for Triple-band EMI Shielding Application," in *2019 IEEE 5th Global Electromagnetic Compatibility Conference (GEMCCON)*, Bangalore, India, 2019, pp. 1-4.
- [72] K. Varikintla and R. Singaravelu, "Design of a novel 2.5D frequency selective surface element using Fibonacci spiral for radome application," in *2018 Asia-Pacific Microwave Conference (APMC)*, Kyoto, 2018, pp. 1289-1291.
- [73] M. S. Kelley and G. H. Huff, "Fluidic Tuning of a Frequency Selective Surface based on a Four-Arm Archimedean Spiral," in *2013 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI)*, Orlando, FL, 2013, pp. 468-469.
- [74] M. Kelley and G. Huff, "Dual-band frequency selective surfaces based on multi-arm sub-wavelength Archimedean spirals," *ELECTRONICS LETTERS*, vol. 51, no. 19, p. 1476–1478, 2015.
- [75] D. K. Wickenden e a. et, "Polarization Properties of Frequency-Selective Surfaces Comprised of Spiral Resonators," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 55, n° 9, pp. 2591-2597, 2007.
- [76] E. H. Lockwood, Book of Curves, Cambridge: Cambridge University Press, 1961.
-

- [77] D. J. Darling, The universal book of mathematics: from Abracadabra to Zeno's paradoxes, John Wiley and Sons. p. 188., 2004.
- [78] G. J. Chin, "Organismal Biology: Flying Along a Logarithmic Spira," *Science*, vol. 290, no. 5498, p. 1857;, 2000.
- [79] G. Bertin and C. C. Lin, Spiral structure in galaxies: a density wave theory, MIT Press, 1996.
- [80] I. Hargittai and C. A. Pickover, Spiral Symmetry, Salem, USA: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 1992.
-

APÊNDICE A

Fibonacci

O matemático Leonardo de Fibonacci é mais conhecido pela sequência de números que leva o seu nome, Fibonacci. Essa sequência é encontrada e utilizada na natureza, artes, música e arquitetura. Embora seu trabalho seja bastante conhecido, pouco se sabe sobre a sua vida. Apesar de a data e o local de seu nascimento não serem precisos, é provável que ele tenha nascido por volta do ano 1170, perto da cidade de Pisa, Itália. O nome Fibonacci significa “da casa de Bonacci (filho de Bonacci)”, seu pai, Guilielmo Bonacci, era comerciante. No entanto, ele seria conhecido como Leonardo Pisano, ou Leonardo de Pisa, em referência à cidade onde nasceu [1-3].

1.1. Sequência de Fibonacci

Com o seu livro *Liber Abaci* (1202), Fibonacci foi um dos primeiros estudiosos a introduzir o sistema *numérico decimal* ao mundo ocidental (chamado no livro “*modus indorum*”, já que foi originalmente usado por matemáticos indianos). No décimo segundo capítulo, Fibonacci também introduz um método para a obtenção de uma sequência numérica, que, posteriormente, seria lembrada pelo nome “Sequência de Fibonacci” [2], [4].

Em *Liber Abaci*, além de se referir aos números indo-arábicos, hoje conhecidos como Algarismos Árabicos, também incluía uma grande coleção de problemas endereçados aos comerciantes, no que se diz respeito aos preços dos produtos, cálculo do lucro comercial, conversão de moedas nas várias moedas em uso nos estados do Mediterrâneo, bem como outros problemas de origem chinesa [2]. Entre eles, o que originou a sequência de Fibonacci, que é o seguinte: “Quantos pares de coelhos nascerão em um ano, a partir de um único par, se cada mês

cada casal parir um novo par que se tornará reprodutivo a partir do segundo mês?” [5]. Supondo que nenhum coelho morrerá, a solução de Fibonacci afirma que no primeiro mês haveria apenas um par; no segundo mês haveria um casal adulto e um casal de filhotes; no terceiro mês, haveria dois pares adultos e um casal de filhotes; e assim por diante. Quando o número total de coelhos para cada mês é listado, um após o outro, obtém-se assim a sequência de Fibonacci. Para resolver esse problema, a Tabela 1.1 foi elaborada:

Tabela 1.4. População de coelhos de Fibonacci.

Mês	Jan	Fev	Maç	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Jan
Filhote	1	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89
Adulto	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144
Total	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233

Definindo os números de Fibonacci F_n como o número total de pares de coelhos no início do n ésimo mês. O número de pares de coelhos no início do 13.º mês, $F_{13} = 233$, pode ser considerado a solução para o problema de Fibonacci. Um exame mais aprofundado dos números de Fibonacci listados na Tabela 1.1, revela que esses números satisfazem a relação de recursão [2], [6]:

$$F_n = F_{n-2} + F_{n-1} \quad 1.1$$

Essa relação de recursão fornece o próximo número de Fibonacci como a soma dos dois números anteriores, ou seja, é uma sequência de números inteiros, começando por 0 e 1, na qual, cada termo subsequente corresponde a soma dos dois anteriores [7]. Para iniciar a recursão, precisamos especificar F_1 e F_2 . No problema do coelho de Fibonacci, o mês inicial começa com apenas um par de coelhos, de modo que $F_1 = 1$. E esse par inicial de coelhos é recém-nascido, filhotes, e leva um mês para poderem acasalar, então $F_2 = 1$. Os primeiros números de Fibonacci, lidos na tabela, são fornecidos por [2], [6], [8], [9]:

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, \dots, F_n, \dots$$

Fibonacci não comenta sobre a natureza recursiva dessa sequência, em que cada termo sucessivo só pode ser encontrado executando operações em termos anteriores. Somente em

1877 o matemático Édouard Lucas publicou uma série de estudos sobre essa sequência, que ele alegou ter encontrado no *Liber Abaci* e que, em homenagem ao autor, chamou de “sequência de Fibonacci” [10]. *Kepler* já observava que a razão entre dois números consecutivos em sequência tende à seção ou razão áurea, no entanto, é a partir de 1830 que houve um grande aumento no interesse por essa sequência. De fato, notou-se que os números apareciam como números das espirais das brácteas e em uma grande variedade de outros casos foram observados onde essa sequência poderia ser encontrada.

Em 1843, o matemático francês *Jacques-Philippe-Marie Binet* (1786 – 1856) desenvolveu uma fórmula para encontrar qualquer número de Fibonacci sem ter que encontrar nenhum dos números anteriores na sequência. Pois, encontrar o quinto número de Fibonacci não é difícil. No entanto, encontrar o quinquagésimo é muito mais complicado, pois o processo envolve encontrar e somar os 49 termos anteriores. Esta fórmula encontra o enésimo número de Fibonacci usando um número chamado proporção áurea, $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, e seu inverso [2], [8]:

$$F_n = \left[\varphi^n - \left(\frac{1}{\varphi} \right)^n \right] = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right] \quad 1.2$$

1.2. Propriedades da sequência de Fibonacci

Estudos mais detalhados dos números que compõem a sequência de Fibonacci descobriram padrões e propriedades matemáticas. O próprio Fibonacci não faz nenhuma menção a esses padrões em seu livro, mas as propriedades a seguir foram descobertas ao longo de anos de estudos dos números da sequência [2], [11], [12].

✓ A soma dos n primeiros números de Fibonacci é:

$$\sum_{i=1}^n F_i = F_{n+2} - 1 \quad 1.3$$

Por exemplo, considere os primeiros oito números de Fibonacci, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21.

Com $n = 6$ em (9.1), tem-se:

$$\sum_{i=1}^6 F_i = 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 20,$$

e

$$F_{n+2} - 1 = 20$$

- ✓ A soma dos quadrados dos números de Fibonacci é igual ao produto do último número considerado e o que o segue:

$$\sum_{i=1}^n F_i^2 = F_n F_{n+1} \quad 1.4$$

- ✓ Dois números de Fibonacci consecutivos são primos entre si, isto é:
 $MDC(F_{n+1}, F_n) = 1$;

- ✓ Multiplicar qualquer número de Fibonacci por dois e subtrair o próximo número na sequência resultará na resposta sendo o número duas casas antes do original:

$$2F_n - F_{n+1} = F_{n-2};$$

- ✓ A soma dos primeiros n números de índice pares e ímpares, respectivamente:

$$\sum_{i=1}^n F_{2i} = F_{2n+1} - 1; \quad \sum_{i=1}^n F_{2i-1} = F_{2n};$$

- ✓ O produto de qualquer número de Fibonacci multiplicado pelo número duas casas depois dele será um a mais ou um a menos que o quadrado do número de Fibonacci entre os dois. Quando o número a ser elevado ao quadrado é um número de Fibonacci posicionado par, um é adicionado, e quando é posicionado ímpar, um é subtraído:

$$F_{n-1}F_{n+1} = F_n \pm 1;$$

- ✓ O produto de dois números de Fibonacci separados por uma posição é igual ao quadrado do número de Fibonacci encontrado entre eles diminuído ou aumentado em uma unidade: $F_{n-1}F_{n+1} = F_n^2 + (-1)^n$;

- ✓ A soma alternada dos números de Fibonacci, genericamente, é:

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + \dots + (-1)^{n+1}F_n = 1 + (-1)^{n+1}F_{n-1}.$$

Para essa relação os números de índice par têm sinal negativo e os de índice ímpar estão com o sinal positivo, porém, o sinal desse número de Fibonacci dependerá do sinal da última parcela dessa soma;

- ✓ A soma dos quadrados dos n primeiros números da sequência de Fibonacci é dada pela relação: $F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + \dots + F_n^2 = F_n \cdot F_{n+1}$ para $n \gg 1$;

- ✓ O número de Fibonacci de ordem $n + m$, para cada $n, m \in N$, é válido:

$$F_{n+m} = F_{n+1} F_m + F_n F_{m-1};$$

- ✓ O número de Fibonacci de ordem $2n$: $F_{2n} = F_{n-1} F_n + F_n F_{n+1} = F_n(F_{n-1} + F_{n+1})$;

- ✓ A soma dos quadrados de dois números consecutivos de Fibonacci é igual ao número de Fibonacci cujo índice é a soma dos índices dos dois números iniciais:

$$F_n^2 + F_{n+1}^2 = F_{2n+1};$$

- ✓ Quando o quadrado de um número de Fibonacci é subtraído do quadrado do número duas casas depois dele, o resultado é um número de Fibonacci:

$$F_n^2 + F_{n-2}^2 = F_{2n-2}$$

- ✓ A diferença de quadrados de números consecutivos de ordem par e ordem ímpar:

$$F_{n+1}^2 - F_{n-1}^2 = F_{2n};$$

- ✓ Quando quaisquer quatro números consecutivos na sequência de Fibonacci são considerados, a diferença dos quadrados dos dois números no meio é igual ao produto dos dois números externos: $F_{n+1}^2 - F_n^2 = F_{n-1} F_{n+2}$;

- ✓ Para quaisquer três números de Fibonacci consecutivos, subtrair o cubo do menor da soma dos cubos dos dois maiores resultará em outro número de Fibonacci:

$$F_{n+1}^3 + F_{n+2}^3 - F_n^3 = F_{3n+3}$$

- ✓ A soma de seis números consecutivos de Fibonacci é divisível por 4:

$$F_n + F_{n+1} + F_{n+2} + F_{n+3} + F_{n+4} + F_{n+5} = 4 \cdot F_{n+4} \text{ para } n > 0;$$

- ✓ Somando quaisquer dez números de Fibonacci consecutivos sempre resultará em um número que é divisível por onze:

$$F_n + F_{n+1} + F_{n+2} + F_{n+3} + F_{n+4} + F_{n+5} + F_{n+6} + F_{n+7} + F_{n+8} + F_{n+9} = 11 \cdot F_{n+11}$$

para $n > 0$;

- ✓ Se quaisquer dois números de Fibonacci consecutivos forem elevados ao quadrado e depois somados, o resultado será um número de Fibonacci, que formará uma sequência de números de Fibonacci alternativos.

Essas são propriedades particulares dos números de Fibonacci, embora sua origem esteja em um problema muito simples sobre a proliferação de coelhos, eles têm aplicações que vão muito além. À medida que operações matemáticas são realizadas nos números da sequência de Fibonacci, mais padrões e propriedades matemáticas são descobertas.

1.3. Proporção Áurea

A etimologia do termo, *proporção áurea* começou quando Luca Pacioli usou o termo 'divino' para descrever essa proporção em seu livro, *De Divina Proportione* (1509). Da Vinci,

logo depois, usou o termo *sectio aurea*, seção áurea, para descrever a proporção. No entanto, só em 1835, quando Martin Ohm, cunhou o termo *goldener schnitt*, “seção áurea”, em seu livro *Die Reine Elementar-Mathematik*. A razão média e extrema de Euclides foi desenvolvida por Ohm em uma interpretação matemática mais próxima do que temos hoje: Divisão de uma linha AB em um ponto C tal que $AB \cdot BC = AC^2$. No início do século XX, Mark Barr denominou a Proporção Áurea de phi, em homenagem ao escultor grego Fídias (em grego Φειδίας; Atenas, 480 a.C. — 430 a.C.), que fez desse número uma característica fixa de suas obras. O uso de phi, ou as letras gregas, Φ e ϕ , são comumente usados como um ponto de referência ao discutir as propriedades da Proporção Áurea [8], [9], [13], [14]. Numericamente, a Proporção Áurea pode ser encontrada resolvendo para x na proporção padrão ou φ :



Figura 1. 1. A proporção áurea.

Com referência à Figura 1.1, dois números positivos x e y , com $x > y$ são considerados na proporção áurea se a proporção entre o número maior e o número menor for a mesma que a proporção entre sua soma e o número maior, isso é [15]:

$$\frac{x}{y} = \frac{x + y}{x} \quad 1.5$$

Denotando $\varphi = \frac{x}{y}$ como a proporção áurea, a relação, Equação 1.5, torna-se:

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi} \quad 1.6$$

ou equivalentemente φ é a raiz positiva da equação quadrática

$$\varphi^2 - \varphi = 0 \quad 1.7$$

A aplicação direta da fórmula quadrática resulta em:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618$$

O negativo da raiz negativa da equação quadrática, Equação 1.5, é o chamado conjugado (ϕ) da proporção áurea φ , e é igual a

$$\phi = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \approx 0,618$$

A relação entre o conjugado de proporção áurea ϕ e a proporção áurea φ é dada por

$$\phi = \varphi - 1$$

ou usando a Equação 1.6,

$$\phi = \frac{1}{\varphi}$$

A relação de recursão para os números de Fibonacci é dada pela Equação 1.1 ($F_n = F_{n-2} + F_{n-1}$). Dividindo por rendimentos F_n , temos

$$\frac{F_{n+1}}{F_n} = 1 + \frac{F_{n-1}}{F_n} \quad 1.8$$

Assumindo que a proporção de dois números de Fibonacci consecutivos se aproxima de um limite quando $n \rightarrow \infty$. Defina $\lim_{n \rightarrow \infty} F_{n-1}/F_n = \alpha$ de modo que $\lim_{n \rightarrow \infty} F_n/F_{n-1} = 1/\alpha$. Tomando o limite, Equação 1.6, torna-se $\alpha = 1 + 1/\alpha$, a mesma identidade satisfeita pela razão áurea. Portanto, se o limite existe, a razão de dois números de Fibonacci consecutivos deve se aproximar da razão áurea para n maiores [2], [4], ou seja,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = \varphi$$

A proporção áurea φ é um número irracional não periódico com muitas propriedades. Em particular, φ é o único número não natural cujo recíproco (inverso multiplicativo) e quadrado mantêm sua parte decimal inalterada [2], [8].

$$\varphi = 1.618033989$$

$$\varphi^2 = 2.618033989$$

$$\frac{1}{\varphi} = 0.618033989$$

Por outro lado, se um número de Fibonacci for dividido pelo número seguinte de Fibonacci, o resultado será próximo ao recíproco de φ . Novamente, quanto maiores os dois números usados, mais perto o resultado será do recíproco de φ [8], [9].

1.3.1. O ângulo dourado

O ângulo dourado é o ângulo que divide um círculo em porções do ângulo central correspondentes à proporção áurea. Esse ângulo dourado, é encontrado quando 360° é multiplicado pelo recíproco de φ , e esse resultado é então subtraído de 360° [2], [16]. Esse ângulo também é definido como o ângulo agudo g que divide a circunferência de um círculo em dois arcos com comprimentos na proporção áurea, Figura 1.2.

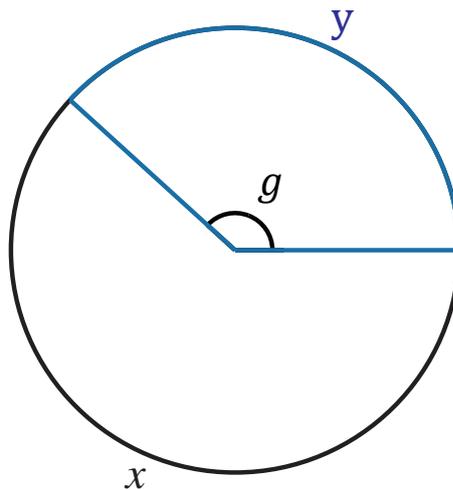


Figura 1. 2. O ângulo dourado g é determinado requerendo $x/y = \varphi$.

A proporção áurea φ e o conjugado da proporção áurea ϕ satisfazem $\varphi = \frac{x}{y}$, $\phi = \frac{y}{x}$.

Com $\varphi = 1 + \phi$. Pode-se determinar o ângulo dourado escrevendo

$$\frac{g}{2\pi} = \frac{y}{x+y} = \frac{\phi}{1+\phi} = \frac{\phi}{\varphi} = \phi^2$$

e como $\phi^2 = 1 + \phi$, obtém-se: $g = 2\pi(1 + \phi) = 2,39996323$. Expresso em graus, $g \approx 137,5^\circ$.

1.4. Espiral de Fibonacci

Devido à relação entre os números de Fibonacci e a proporção áurea, a espiral de Fibonacci eventualmente converge para a espiral dourada. Antes disso, é preciso saber como construir um retângulo dourado e como isso leva à imagem de quadrados em espiral. Um retângulo dourado é um retângulo cujos comprimentos laterais estão na proporção áurea. Em uma construção clássica, primeiro desenha-se um quadrado. Em segundo lugar, desenha-se uma linha do ponto médio de um lado até um canto do lado oposto. Terceiro, desenha-se um arco do canto até uma extensão do lado com o ponto médio. Quarto, completa-se o retângulo. O procedimento é ilustrado na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** [8], [15], [17], [18].

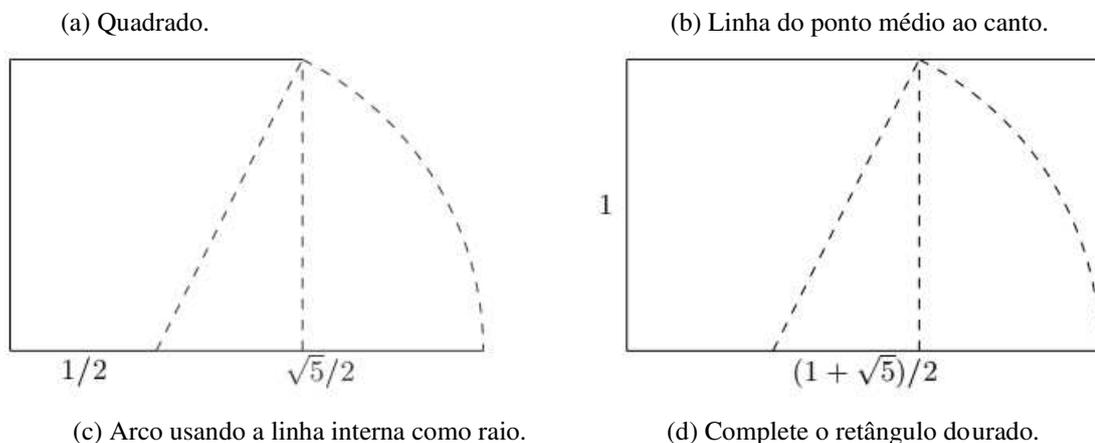


Figura 1.3. Construção clássica do retângulo dourado.

Para se construir um retângulo dourado de comprimento $L = \varphi$ e largura $W = 1$, um retângulo menor foi anexado a um quadrado unitário, conforme ilustrado na Figura 1.4. O retângulo menor tem comprimento vertical $L = 1$ e largura horizontal $W = \varphi - 1$, mas como $\varphi - 1 = \frac{1}{\varphi}$, o retângulo menor satisfaz $\frac{L}{W} = \varphi$, portanto, também é um retângulo dourado.

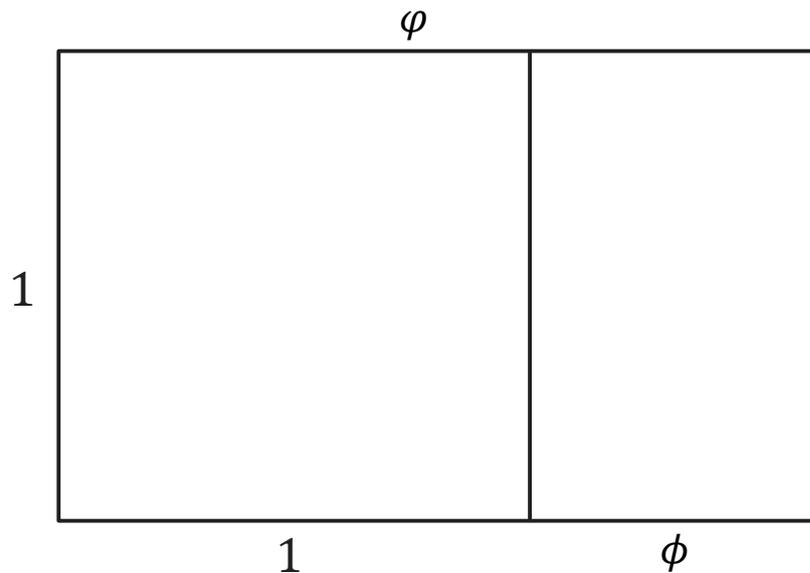


Figura 1.4. Dois retângulos dourados. O retângulo completo e o retângulo próximo ao quadrado são retângulos dourados. Aqui, $\phi = \varphi - 1 = \frac{1}{\varphi}$.

Este retângulo dourado menor pode novamente ser subdividido em um quadrado ainda menor e um retângulo dourado, e este processo pode ser continuado e infinito. Em cada subdivisão, o comprimento do quadrado é reduzido por um fator de $\phi = \frac{1}{\varphi}$. As subdivisões podem ser feitas no sentido horário ou anti-horário. No sentido horário, o quadrado é posicionado primeiro à esquerda, depois no topo, depois na direita e, em seguida, na parte inferior do retângulo e assim por diante. Eventualmente, obtemos a Figura 1.5, onde os comprimentos laterais de alguns dos quadrados são escritos em seus centros como potências de φ . Observe que cada retângulo dourado na Figura 1.4 é uma cópia em escala reduzida do todo. Objetos contendo cópias em escala reduzida de si mesmos são chamados de autossemelhantes [4], [6], [19].

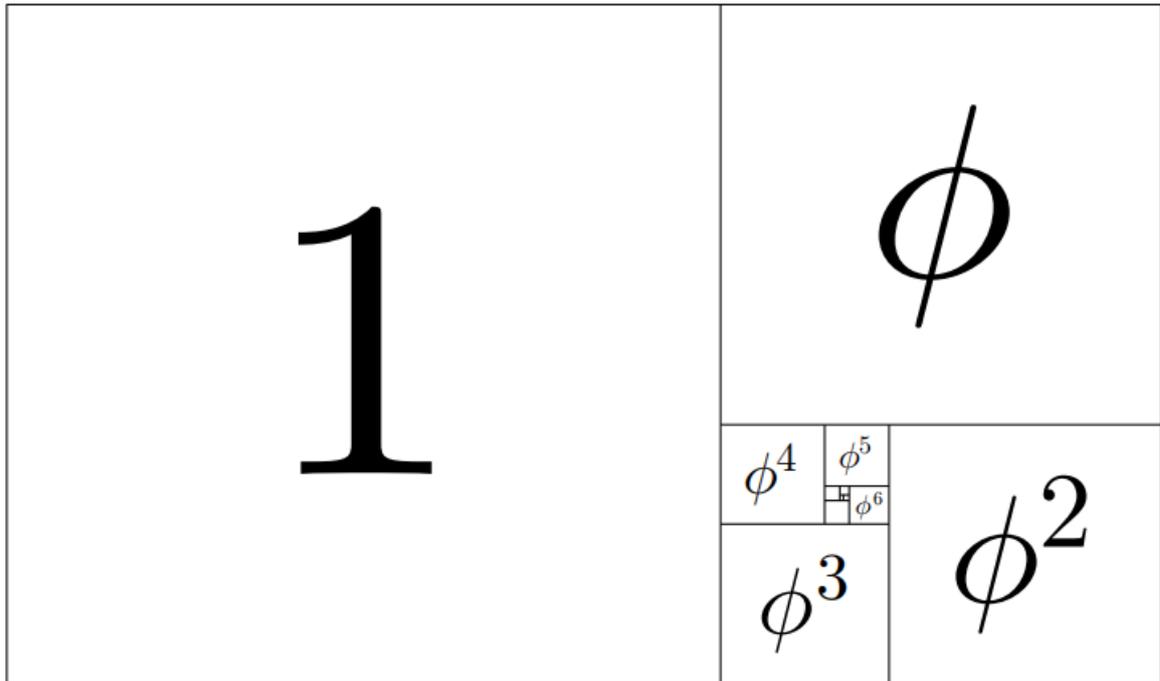


Figura 1.5. Quadrados em espiral. Os comprimentos laterais dos quadrados são os números em seus centros.

1.4.1. Espiral dourada

A espiral dourada, também conhecida como espiral logarítmica, é uma espiral cuja forma permanece a mesma, embora continue a crescer em tamanho. Quando o comprimento aumenta, o raio também aumenta proporcionalmente, de modo que a forma real da espiral permanece inalterada. Esta espiral também é conhecida como espiral equiângulo porque sua curva intercepta cada vetor de raio do centro da espiral no mesmo ângulo constante [1], [19]. A espiral dourada é um caso especial da espiral logarítmica mais geral, cujo raio r é dado por:

$$r = ae^{b\theta} \quad 1.9$$

Onde θ é o ângulo polar usual e a e b são constantes. Jacob Bernoulli estudou essa espiral e deu-lhe o nome de *spira mirabilis*, ou espiral milagrosa, pedindo que fosse gravada em sua lápide com a inscrição “*Eadem mutata resurgo*”, traduzido como “Embora mudado, eu me levanto o mesmo.” [13], [18].

A espiral dourada é uma espiral logarítmica cujo raio aumenta ou diminui por um fator da razão áurea ϕ a cada um quarto de volta, isto é, quando θ aumenta em $\frac{\pi}{2}$. A espiral dourada, portanto, satisfaz a equação:

$$r = a\varphi^{b\theta/\pi} \quad 1.10$$

Na figura dos quadrados em espiral no retângulo dourado, Figura 3.3, a dimensão de cada quadrado sucessivo diminui por um fator de φ , com quatro quadrados compondo cada volta completa da espiral. Deve então ser possível inscrever uma espiral dourada dentro da figura de quadrados em espiral [18], [19]. Colocando o ponto central da espiral no ponto de acumulação de todos os quadrados e ajustamos o parâmetro a de forma que a espiral dourada passe pelos cantos opostos dos quadrados [3]. A espiral dourada resultante é ilustrada na Figura 1.6.

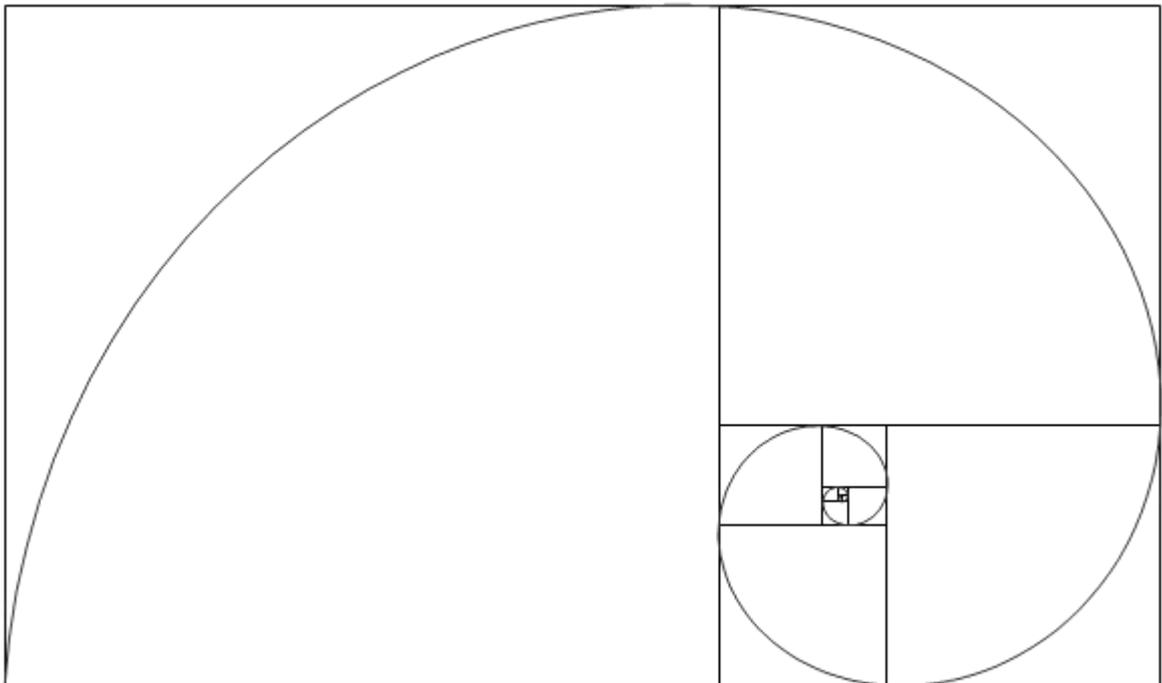


Figura 1.6. A espiral dourada. O ponto central é onde os quadrados se acumulam.

O ponto de acumulação de todos os quadrados em espiral é o ponto de intersecção das linhas diagonais, perpendiculares entre si, dos dois maiores retângulos dourados, conforme ilustrado na Figura 1.7. Esse ponto de intersecção marca o centro de uma espiral dourada, onde a origem do sistema de coordenadas é considerada o canto inferior esquerdo do maior retângulo dourado. Partindo de qualquer ponto da espiral, é preciso dar a volta ao centro um número infinito de vezes antes de chegar ao ponto. No entanto, a distância total percorrida por este

caminho é finita e seu valor é igual a $\frac{r}{\cos x}$, onde r é o comprimento do segmento que une o ponto de partida a acumulação [2], [4], [6].

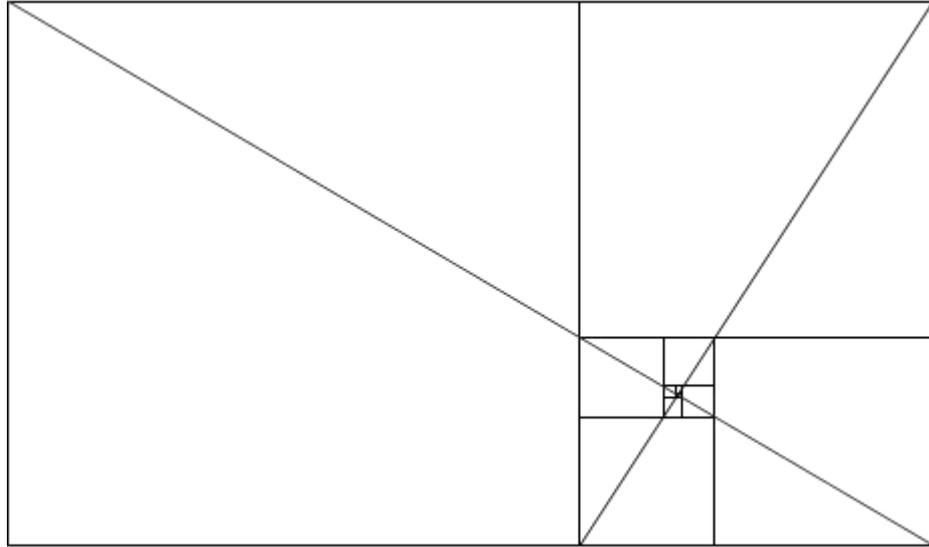


Figura 1.7. A intersecção das linhas diagonais marca o ponto de acumulação de todos os retângulos dourados e localiza o centro da espiral dourada.

1.4.2. A espiral de Fibonacci

Considere a soma dos números de Fibonacci ao quadrado, Equação 1.4 ($\sum_{i=1}^n F_i^2 = F_n F_{n+1}$). Essa identidade pode ser interpretada como uma fórmula de área. O lado esquerdo é a área total dos quadrados com os lados dados pelos primeiros n números de Fibonacci; o lado direito é a área de um retângulo com os lados F_n e F_{n+1} . Por exemplo, considere $n = 2$. A identidade da Equação 3.4 afirma que a área de dois quadrados unitários é igual à área de um retângulo construído colocando os dois quadrados unitários lado a lado [2], [4], conforme ilustrado na Figura 1.8(a).

Para $n = 3$, pode-se posicionar outro quadrado de comprimento lateral dois, diretamente abaixo dos primeiros dois quadrados unitários. Agora, a soma das áreas dos três quadrados é igual à área de um retângulo 2 por 3, conforme ilustrado na Figura 1.8(b). A identidade, Equação 1.4, para n maior torna-se evidente continuando a colocar o plano em blocos com quadrados de comprimentos laterais dados por números de Fibonacci consecutivos [8], [9].

A Figura 1.9 ilustra o resultado obtido dos quadrados usando os primeiros seis números de Fibonacci, onde um quarto de círculo é desenhado dentro de cada quadrado, reproduzindo assim a espiral de Fibonacci.

Considere a grande semelhança entre a espiral dourada na Figura 1. 6 e a espiral de Fibonacci na Figura 1.9. Ambas as figuras contêm quadrados em espiral, no entanto, na Figura 1.9 os quadrados espiralam para fora e na Figura 1. 6 os quadrados espiralam para dentro. Como a proporção de dois números de Fibonacci consecutivos se aproxima da proporção áurea, a espiral de Fibonacci, à medida que sai em espiral, acabará por convergir para a espiral dourada [2], [11].

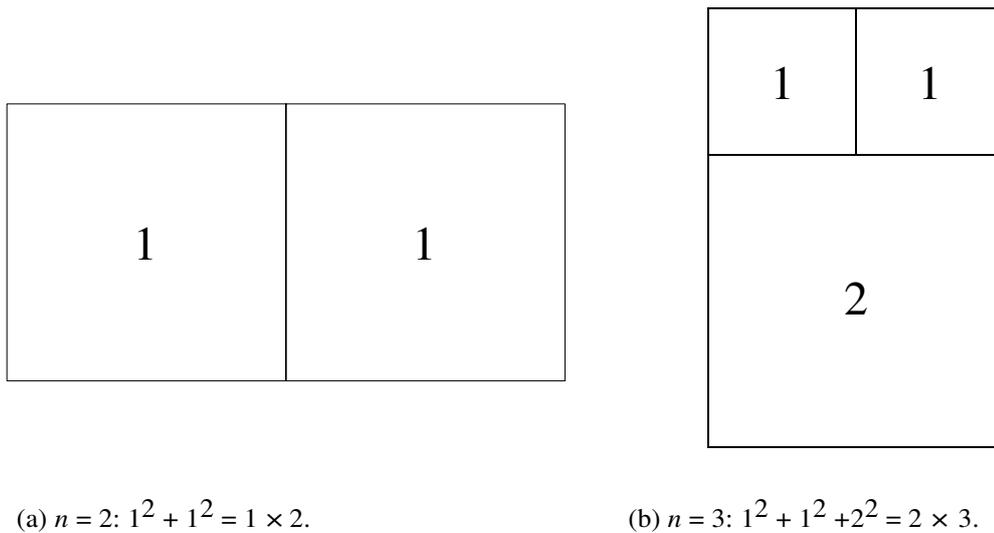


Figura 1.8. Ilustrando a soma dos números de Fibonacci ao quadrado. Os números centrais representam os comprimentos laterais dos quadrados.

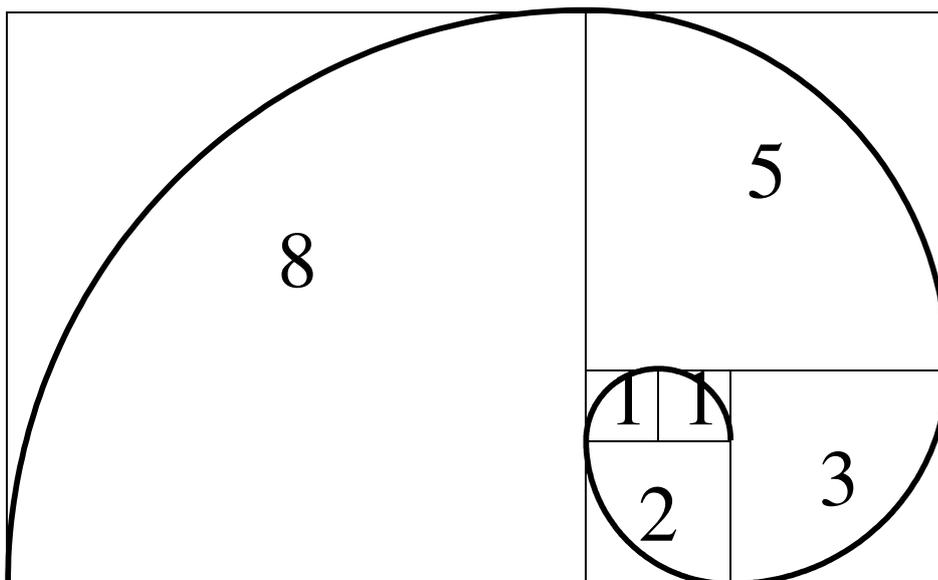


Figura 1.9. A soma dos números de Fibonacci ao quadrado para $n = 6$. A espiral de Fibonacci é desenhada.

A espiral dourada, como os números de Fibonacci, é frequentemente encontrada na natureza, no mundo vegetal e animal. A mesma forma é observada na casca do feijão, os gaviões se aproximam de suas presas em uma espiral logarítmica, os braços das galáxias e os ciclones tropicais são espirais logarítmicas e também pode ser visto no arranjo das folhas de algumas plantas.

1.5. A Sequência de Fibonacci na natureza

Ao examinar as estruturas e formas de várias plantas, animais e humanos, os estudiosos notaram que os números de Fibonacci aparecem em dimensões ao longo de toda a natureza. A filotaxia é a forma característica e constante de cada espécie de planta, segundo a qual as folhas se inserem nos ramos, ou segundo a qual as sementes se distribuem em algumas flores [2]. A filotaxia estuda o arranjo de folhas, ramos, flores ou sementes nas plantas com o objetivo principal de evidenciar a existência de padrões regulares. Os vários arranjos dos elementos naturais seguem regularidades matemáticas. *D'arcy Thompson* observou que o reino vegetal tem uma preferência por números particulares e por certas geometrias em espiral, e que tais números e geometrias estão relacionadas [10].

Os números particulares que se repetem no mundo vegetal são os números da sequência de Fibonacci, encontrados no número de espirais formadas por sementes de girassóis, couves-flores, brócolis e flores. A Figura 1.10 ilustra um exemplo de filotaxia espiral na cabeça de um girassol, observe as espirais aparentes na flor que se irradiam do centro para a borda. Essas espirais parecem girar no sentido horário e anti-horário. Ao contá-las, encontram-se 21 espirais no sentido horário e 34 no sentido anti-horário. Os números 21 e 34 são números consecutivos de Fibonacci.

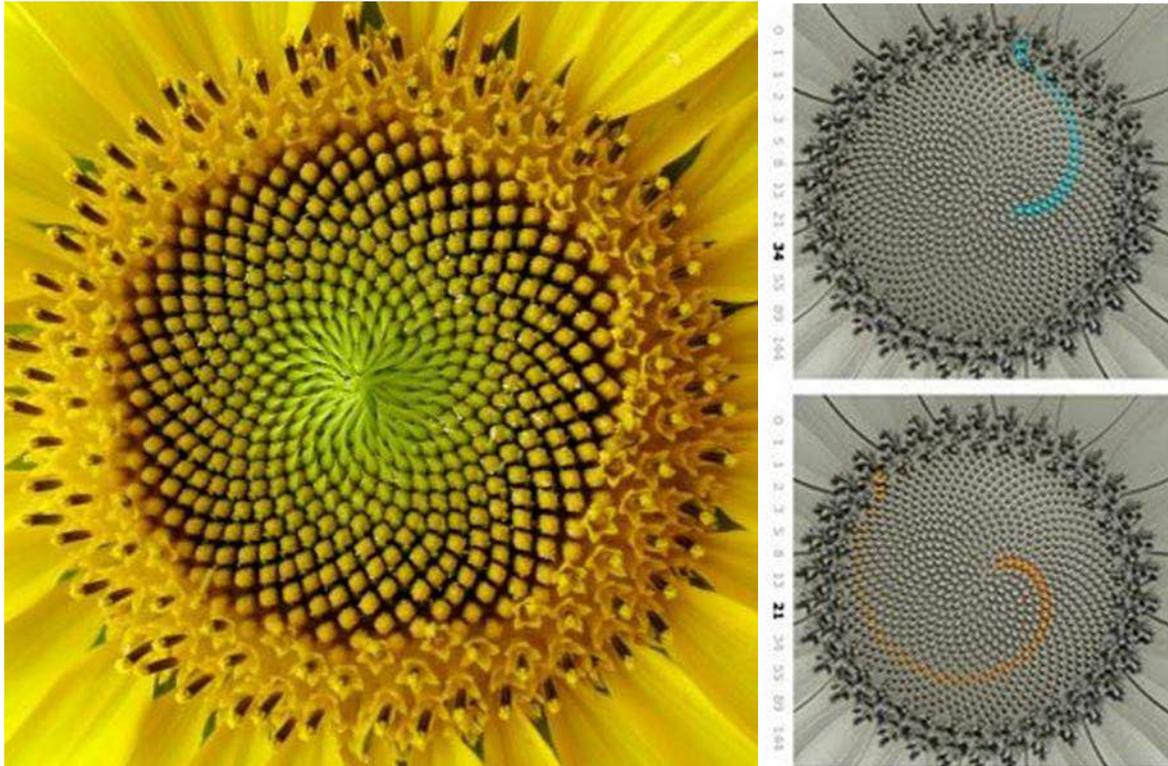


Figura 1.10. Espirais na cabeça girassol

A filotaxia não aparece apenas como uma regularidade no crescimento das plantas, mas também diz respeito à disposição das folhas no caule. Pode-se observar uma planta que não foi podada e partindo da folha mais baixa, subindo ao longo do caule, contando o número de rotações em torno dela, até chegar à folha cuja direção é igual à folha inicial, Figura 1.11. O número de rotações será um número de Fibonacci, e também o número de folhas encontradas no caminho até chegar à folha final pertencerá à sequência de Fibonacci [6].

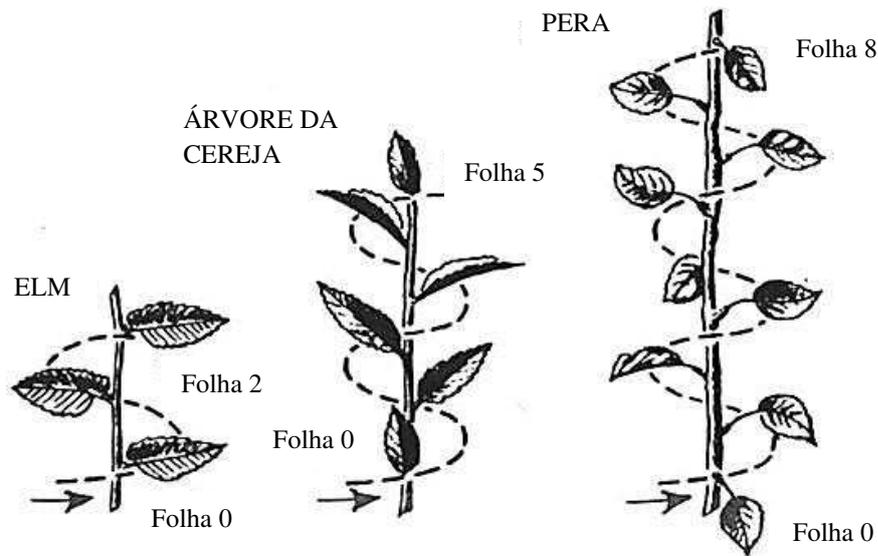


Figura 1.11. Disposição das folhas no caule

No abacaxi também há ocorrência de números de Fibonacci, Figura 1.12. Ele é coberto por escamas hexagonais, conhecidas como brácteas. Essas brácteas formam espirais em direções diferentes. Oito espirais aumentam em uma taxa média em uma segunda direção e treze espirais aumentam abruptamente na terceira direção [2]. Portanto, um abacaxi tem 8 diagonais em um sentido e 13 no sentido inverso, a relação entre elas quase sempre pertencem à sequência de Fibonacci.

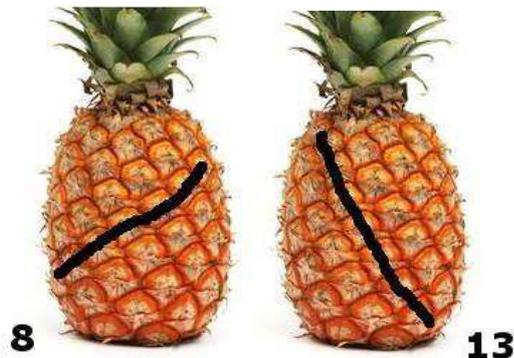


Figura 1.12. Espiral de Fibonacci em abacaxi.

Outro exemplo simples em que é possível encontrar a sequência de Fibonacci na natureza é dado pelo número de pétalas de flores, Figura 1.13. A maioria tem três (como lírios e íris), cinco (párnassia, quadris de rosa) ou oito (cósmea), 13 (margaridas), 21 (chicória), 34, 55 ou 89 (asteráceo). No entanto, a filotaxia do número de Fibonacci não está presente em todas as plantas, há exceções a essas regularidades, mas a maioria envolve a duplicação dos números

de Fibonacci, ou a sequência de Lucas, que tem o mesmo mecanismo de adição, mas começa com números diferentes [1], [18].



Figura 1.13. Flores: Íris, 3 pétalas; parnassia, 5 pétalas; cosmea, 8 pétalas.

Os números de Fibonacci também se manifestam no reino animal. Essa sequência de números, que surgiu pela primeira vez em um problema sobre a reprodução de coelhos, também aparece em outros animais. Uma das aparições da sequência de Fibonacci no reino animal está na espiral que indica o crescimento animal. Um dos melhores exemplos da espiral dourada pode ser encontrado na concha do *nautilus*. À medida que o *nautilus* cresce, a câmara em que vive deve necessariamente ficar maior também, embora (mantendo) a forma. À medida que a casca aumenta de tamanho, o raio de cada câmara sucessiva também é aumentado, embora os ângulos de intersecção entre cada raio e a parede externa da casca permaneçam os mesmos. Isso resulta em câmaras com formato semelhante, mas aumentam de tamanho sequencialmente, criando uma espiral equiângula que exhibe proporções de Fibonacci [19], [20], [21].

Essa espiral pode ser encontrada em muitos outros lugares em todo o reino animal, como bicos de papagaio, presas de elefante, a cauda de um cavalo-marinho e os chifres de carneiro selvagem. Outras manifestações da espiral incluem teias de aranha, garras de gato, os padrões de crescimento de muitas conchas e o caminho de um inseto conforme se aproxima de uma fonte de luz. Todas essas espirais possuem as características básicas da espiral dourada, já que todas aumentam de tamanho, mantendo a forma, e a maioria exhibe as proporções de Fibonacci em suas espirais [19], [20], [21].



Figura 1.14. Montagem de imagens ilustrando exemplos da proporção áurea na natureza. Exemplos incluem cabeça de girassol, pétalas de flores, conchas, chifres.

Esses exemplos ilustram casos em que os números de Fibonacci são encontrados na natureza. As manifestações dos números de Fibonacci e da proporção áurea são aparentemente infinitas e podem ser encontradas em todos os lugares. Flocos de neve são construídos conforme a proporção áurea. As agulhas de pinheiro costumam crescer em grupos de 2, 3 ou 5. O número de segmentos na maioria das vagens das plantas é um número de Fibonacci. Essas manifestações ocorrem com muita frequência para ser puro acaso ou coincidência. Em vez disso, eles indicam a natureza matemática de um mundo formado com ordem e precisão [8], [16], [17].

Referências

- [1] S. Vajda, Fibonacci and Lucas numbers, and the golden section: theory and applications, New York, NY: Halsted Press, 1989.
 - [2] A. Posamentier and I. Lehmann, The fabulous Fibonacci numbers, New York, NY: Prometheus Books, 2007.
 - [3] R. Wittkower, "The changing concept of proportion," *Daedalus*, no. 89, p. 199–215., 1960.
 - [4] R. Knott e D. A. Quinney, "The life and numbers of Fibonacci," 4 Nov. 2013. [Online]. Available: <https://plus.maths.org/content/life-and-numbers-fibonacci>. [Acesso em 15 Abril 2021].
 - [5] D. Lokenath, "A short history of the Fibonacci and golden numbers with their applications," *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, vol. 43, n° 3, pp. 337-367, 2011.
 - [6] K. Devlin, The man of numbers: Fibonacci's arithmetic revolution, New York, NY: Walker, 2011.
 - [7] M. B. David, Elementary Number Theory, McGraw-Hill Companies, Inc, 2010.
 - [8] M. Akhtaruzzaman e A. A. Shafie, "Geometrical Substantiation of Phi, the Golden Ratio and the Baroque of Nature, Architecture, Design and Engineering," *International Journal of Arts*, vol. 1, n° 1, pp. 1-22, 2011.
 - [9] D. H. Fowler, "A Generalization of the Golden Section," *Fibonacci Quarterly*, vol. 20, n° 2, pp. 146-158, 1982.
 - [10] M. Emmer, *Matematica e cultura 2007*, Italia: Springer, 2007, pp. 227-240.
 - [11] T. H. Garland, *Fascinating Fibonacci: Mystery and magic in numbers*, Palo Alto, CA: Dale Seymour, 1987.
 - [12] K. H. Rosen, *Discrete mathematics and its applications*, New York, NY: McGraw-Hill, 2012.
 - [13] L. Livio, *The Golden Ratio: The Story of Phi, the World's Most Astonishing Number*, Broadway Books, 2003.
 - [14] D. Jarvis e T. L. Adans, "Math Roots: Mathematics and Visual Arts: Exploring the Golden Ratio," *Mathematics Teaching in Middle School*, vol. 12, n° 8, pp. 2-19, 2007.
 - [15] G. Markowsky, "The College Mathematics Journal," *Mathematical Association of America*, vol. 23, n° 1, pp. 2-19, 1992.
 - [16] J. A. Adam, *Mathematics in nature: Modeling patterns in the natural world*, Princeton, NJ: Princeton University Press, 2003.
 - [17] T. Brunes, *The Secrets of Ancient Geometry: And Its Use*, Copenhagen: Rhodos, 1967.
 - [18] K. Elam, *Geometry of Design, Studies in Proportion and Composition*, Princeton Architectural Press, 2011.
-

- [19] I. Hargittai and C. A. Pickover, *Spiral Symmetry*, Salem, USA: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 1992.
- [20] G. J. Chin, " ORGANISMAL BIOLOGY: Flying Along a Logarithmic Spira," *Science*, vol. 290, no. 5498, p. 1857;, 2000.
- [21] G. Bertin and C. C. Lin, *Spiral structure in galaxies: a density wave theory*, MIT Press, 1996.
-
