



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA AGROALIMENTAR
UNIDADE ACADÊMICA DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA AMBIENTAL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**OTIMIZAÇÃO DO CUSTO DE LAJES FORMADAS POR VIGOTAS
TRELIÇADAS CONSIDERANDO DIFERENTES MATERIAIS DE
ENCHIMENTO**

PRISCILA LEITE PAIXÃO

POMBAL – PB

2023

PRISCILA LEITE PAIXÃO

OTIMIZAÇÃO DO CUSTO DE LAJES FORMADAS POR VIGOTAS
TRELIÇADAS CONSIDERANDO DIFERENTES MATERIAIS DE
ENCHIMENTO

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Unidade Acadêmica de
Ciências e Tecnologia Ambiental da
Universidade Federal de Campina Grande,
como parte dos requisitos necessários
para obtenção do título de Engenheiro
Civil.

Orientador(a): Prof. Me. Eric Mateus
Fernandes Bezerra

POMBAL – PB

2023

P149o Paixão, Priscila Leite.

Otimização do custo de lajes formadas por vigotas treliçadas considerando diferentes materiais de enchimento / Priscila Leite Paixão. – Pombal, 2023.

39 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia Agroalimentar, 2023.

“Orientação: Prof. Me. Eric Mateus Fernandes Bezerra”.

Referências.

1. Lajes treliçadas. 2. Excel - Ferramenta Solver. 3. Algoritmos genéticos. 4. Otimização estrutural. I. Bezerra, Eric Mateus Fernandes. II. Título.

CDU 69.056.53 (043)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA AGROALIMENTAR
UNIDADE ACADÊMICA DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA AMBIENTAL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO.

PRISCILA LEITE PAIXÃO

**OTIMIZAÇÃO DO CUSTO DE LAJES FORMADAS POR VIGOTAS TRELIÇADAS
CONSIDERANDO DIFERENTES MATERIAIS DE ENCHIMENTO**

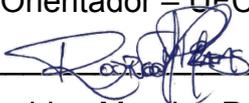
Trabalho de Conclusão de Curso da discente Priscila Leite Paixão **APROVADO** no dia 10 de fevereiro de 2023 pela comissão examinadora composta pelos membros abaixo relacionados como requisito para obtenção do título de ENGENHEIRA CIVIL pela Universidade Federal de Campina Grande

Registre-se e publique-se.



Prof. Me. Eric Mateus Fernandes Bezerra

(Orientador – UFCG)



Prof. Me. Rodrigo Mendes Patrício Chagas

(Membro Interno – UFCG)



Prof. Dr. Jerfson Moura Lima

(Membro Externo – UFC)

AGRADECIMENTOS

À minha mãe, minha primeira educadora, que plantou em mim o valor da educação e me prestou o melhor ensino do meu ser. Obrigada pela sua entrega, compreensão e paciência durante todo este processo.

Ao meu pai, que não chegou à conclusão desta etapa, mas que me ajudou com sua vida e com a sua ida, pois na sua ausência eu precisei crescer e ser mais forte.

À minha irmã que sempre esteve presente incentivando-me. Obrigada pelo zelo e cuidado e por compreender meus momentos de entrega total a este projeto.

Ao meu sobrinho que me ajudou mesmo sem entender que o fazia. Os dias poderiam ter sido muito pesados sem ter por perto a sua presença.

A Helvécio Pereira, parceiro de classe que nunca sequer dividiu uma sala de aula comigo, mas que segurou minha mão em momentos decisivos. Embora distante, me motivou a permanecer firme. Obrigada pela sua direção, paciência e pronto auxílio.

Aos amigos de graduação, Camila Fragoso, Mel Gibson e Nathany Nóbrega, que foram essenciais e me ajudaram em tantos momentos. À Naiara Lopes e Camilla Ricarte pelo companheirismo e apoio durante a vivência na universidade.

Aos amigos, Délis Benevides, Diego Neves, Germano Dantas, Gilberto Segundo e Vytória Freitas, por serem meus companheiros de vida e por me oferecerem diariamente suporte em forma de riso e amor, tornando este percurso acadêmico mais afável.

À classe docente que cumpriu com maestria o seu papel em meu aprendizado pessoal e profissional, servindo-me de inspiração. Desta ampla classe, destaco a importância do professor José Roberto, Lilianne Pereira, Rick Anderson, Eduardo Moraes, Rodrigo Chagas, Leovegildo Douglas e Eric Mateus. Professores que conseguiram despertar o melhor de mim e entregaram-me, além de conhecimento, humanidade.

Ao meu orientador, já citado, Eric Mateus, por toda ajuda, direcionamento, paciência, compreensão, otimismo e participação tão assídua. De certo que, apenas pelas suas contribuições, este estudo se tornou possível e refletiu bons resultados. Embora palavras de agradecimento sejam vãs diante de todo o significado que gerou aos meus estudos e, principalmente, à minha vida, te agradeço pela tranquilidade em mim depositada ao saber que estaria presente do início e para além deste projeto. Infinitamente, obrigada.

Aos professores participantes da banca examinadora, Rodrigo Chagas e Jerfon Lima, pela disponibilidade, e pelas valiosas colaborações e sugestões.

À Universidade Federal de Campina Grande, o ambiente que despertou em mim grandes medos, mas, também, a incansável coragem em enfrentá-los.

Aos técnicos e auxiliares administrativos pelo valioso trabalho, por estarem a cargo das necessidades dos alunos, permeando toda nossa trajetória acadêmica.

A Deus que até aqui me ajudou e sustentou. Nenhum medo teria sido vencido, nenhum conhecimento assimilado, nenhum objetivo alcançado, não fosse pela sua infinita graça. Obrigada pelo presente que me confere com a conclusão deste.

Estendo meus agradecimentos a todos que não citei nomes, mas que participaram ativamente comigo na construção deste projeto. A minha história acadêmica é feita de um somatório de participações que eu jamais excluiria ou esqueceria.

Foi um prazer dividir com todos vocês esta jornada.

Otimização do custo de lajes formadas por vigotas treliçadas considerando diferentes materiais de enchimento

Cost optimization of lattice-reinforced joist slabs considering different infill blocks

Priscila Leite Paixão, e-mail: priscilalpaixao@gmail.com

Eric Mateus Fernandes Bezerra, e-mail: eric.mateus@professor.ufcg.edu.br

RESUMO

O uso de lajes treliçadas cresceu exponencialmente devido a sua eficiência estrutural e ao seu processo construtivo célere e econômico. Entretanto, o dimensionamento desse sistema estrutural depende de muitas variáveis, fato que torna a qualidade da solução dependente da experiência do projetista. Nesse contexto, este estudo tem como objetivo apresentar um método de otimização realizado através da ferramenta *Solver* do Excel para o processo de dimensionamento de lajes treliçadas formadas por vigotas pré-fabricadas visando minimizar os custos com materiais. As variáveis de projeto adotadas são: tipos de enchimento e treliça; altura da mesa de concreto; resistência característica do concreto à compressão; e diâmetro da armadura adicional. A metodologia proposta, bem como os resultados obtidos, podem ser utilizados para subsidiar projetos estruturais com um menor custo de materiais, respeitando as restrições impostas pelas normas NBR 6118:2014 e NBR 14589-1:2016.

Palavras-chave: Otimização estrutural; *Solver*; Algoritmos Genéticos; lajes treliçadas.

ABSTRACT

The use of lattice slabs has grown exponentially due to their structural efficiency and their swift and economical construction process. However, the designing of it's system depends on many variables, what makes the quality of the solution strictly dependent on the designer's experience. In this context, this study aims to present an optimization method using Excel's tool *Solver* for the design process of latticed slabs formed by prefabricated joists in order to minimize material costs. The design variables adopted are: types of infill and lattice; concrete screed height; characteristic compressive strength of concrete; and diameter of additional rebars. The proposed methodology, as well as the results obtained, can be used to subsidize structural projects with a lower cost of materials, respecting the restrictions imposed by the NBR 6118:2014 and NBR 14589-1:2016 standards.

Keywords: Structural optimization; *Solver*; Genetic Algorithms; latticed joist.

1. INTRODUÇÃO

A industrialização e racionalização nos processos produtivos ligados à construção civil tem trazido nas últimas décadas inúmeras mudanças para o setor, desde a concepção de projetos até nos modelos dos elementos estruturais. A busca, principalmente, pelo incremento da produtividade e redução de custos, norteia a tomada de decisão de projetistas que, cada vez mais, passam a ser menos dependentes de suas experiências para dar margem às ferramentas computacionais.

A laje é um dos elementos estruturais que apresentam evoluções construtivas devido à crescente busca por soluções estruturalmente eficientes e econômicas, tendo em vista que estas possuem uma parcela relevante no custo total e no peso próprio das estruturas em concreto armado. Segundo Franca e Fusco (1997), as lajes maciças contribuem, comumente, com cerca de dois terços do volume total de concreto da estrutura. Embora o sistema construtivo de lajes maciças seja a alternativa mais convencional, devido a fatores como simples execução, consolidação nos cálculos de dimensionamento e dispensa de mão-de-obra especializada, este sistema tem-se mostrado pouco eficiente devido à baixa produtividade, alto consumo de materiais e, ainda, ao seu caráter inteiramente artesanal, que torna a qualidade e segurança do produto questionáveis.

Diante da necessidade de técnicas construtivas mais sustentáveis, que ofereçam um produto de maior qualidade e dispensem maiores gastos com materiais, surgem as lajes nervuradas. Dentre estas, destacam-se as lajes formadas por vigotas treliçadas, cada vez mais empregadas em edificações residenciais e comerciais de pequeno e médio porte. Os principais fatores que justificam a sua alta competitividade no mercado são: a economia de concreto e a redução do peso próprio da estrutura. Somados aos benefícios estruturais, tem-se os benefícios inerentes à técnica da pré-fabricação como, por exemplo: a rápida montagem, economia com mão-de-obra, canteiro de obra mais enxuto e a redução de fôrmas e de escoramentos.

Embora o sistema de lajes treliçadas apresente inúmeras vantagens, seu dimensionamento nos moldes convencionais, no qual há um alto número de variáveis envolvidas e muitas alternativas a serem avaliadas no intuito de atender às exigências de projeto, impede o projetista de ter a certeza de que está extraíndo a melhor solução em termos de geometria do elemento, conjunto de materiais e redução de custos. Outro fator agravante é a exigência de agilidade na execução de projetos, fato que resulta em poucas tentativas de melhora da solução proposta e, conseqüentemente, na adoção de alternativas que atendam aos requisitos de segurança e utilização, mas que, necessariamente, não são soluções ótimas. Em contrapartida, é possível encontrar a melhor solução estrutural em um curto espaço de tempo através da utilização de técnicas de otimização.

A otimização se configura em uma ferramenta promissora para concepção de projetos, pois consegue extrair o melhor rendimento possível de uma determinada medida de desempenho por meio de uma busca racional conduzida por algoritmos numéricos, anulando a subjetividade inerente ao processo tradicional (BEZERRA, 2017). Seu uso corrobora com projetos mais eficientes e, conseqüentemente, com o melhor desempenho das edificações, além de promover a sustentabilidade na construção.

Correia, Bono e Bono (2019) apontam a otimização matemática como ferramenta de auxílio ao projetista nas tomadas de decisões que vão desde a definição do pré-dimensionamento até o dimensionamento final dos elementos estruturais, eliminando o procedimento tradicional de tentativa e erro. No contexto de lajes treliçadas, Castilho e Lima (2006) afirmam que a busca por uma solução otimizada é importante para manter a competitividade desse sistema, levando-se em conta a constante variação no preço dos insumos.

Dentre os diversos *softwares* com os quais é possível resolver problemas de otimização, tem-se o *Solver*, ferramenta empregada na planilha de cálculos do *Excel*. Devido sua facilidade de uso e dispensa de conhecimentos específicos em programação, muitas pesquisas de otimização de elementos estruturais foram desenvolvidas utilizando este *software* e podem ser vistas nos trabalhos de Castilho e Lima (2006), Kripka, Bordignon e Pravia (2010), Kripka e Guerra (2010), Ferreira, Lima e Delalibera (2017), Machado (2017), Correia, Bono e Bono (2019), Bezerra et. al. (2022), entre outros.

Diante deste cenário, o presente estudo tem como objetivo principal desenvolver um modelo de otimização para minimizar os custos com materiais de lajes nervuradas de concreto armado formadas por vigotas trelaçadas. Com isso, pretende-se mostrar uma metodologia para desenvolver projetos otimizados de lajes trelaçadas por meio da ferramenta *Solver* do *Excel*.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Lajes são elementos estruturais laminares amplamente utilizados na construção civil para compor os pisos e tetos das edificações, mas também aparecem como lajes de escadas, fundo e tampa de reservatório de água. São responsáveis por receber as ações verticais provenientes dos usuários e/ou dos componentes dispostos sobre estas. Além disso, em uma análise de estabilidade global, as lajes têm a função de ligação entre os pórticos e pilares-parede (VIZOTO; SARTORTI, 2010), fato que permite com que as ações horizontais sejam transmitidas entre os pórticos da estrutura e esta tenha sua estabilidade garantida.

Devido à importância deste elemento no comportamento global da estrutura, associada às novas exigências arquitetônicas, racionalização nos métodos construtivos e à crescente preocupação com os impactos ambientais negativos causados pelos processos tradicionais, muitos estudos foram desenvolvidos e contribuíram para o surgimento de elementos estruturais alternativos mais eficientes, a exemplo das lajes nervuradas.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), lajes nervuradas são definidas como “lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos esteja localizada nas nervuras, entre as quais pode ser colocado material inerte”. Ao discretizar a zona tracionada em nervuras, há uma ampla economia em volume de concreto e uma consequente redução do peso próprio da estrutura, fato que dispensa mais gastos com as fundações.

De acordo com Bezerra (2017), as lajes nervuradas tendem a ser uma alternativa mais adequada do que as maciças quando se deseja vencer grandes vãos. Carvalho e Pinheiro (2013) explicam que, em grandes vãos, normalmente, apenas uma pequena parcela do concreto de uma laje maciça é comprimida. Desse modo, a maior parte do concreto da seção não contribui na resistência aos esforços de flexão que atuam na laje, tornando-se, portanto, desnecessário. Diante disso, lajes nervuradas podem obter uma maior rigidez em relação às maciças de mesmo peso. Ressalta-se ainda que o aumento da rigidez, acompanhado por um aumento na altura da laje, promove uma redução no consumo de aço.

As lajes nervuradas podem ser unidirecionais ou bidirecionais, e são classificadas quanto ao sistema construtivo em: moldadas no local e pré-moldadas. Sobre os elementos que constituem as lajes nervuradas formadas por vigotas pré-moldadas, tem-se, basicamente, os elementos lineares dispostos espaçadamente em uma direção, elementos de enchimento e concreto moldado no local. Os elementos de enchimento são constituídos de peças inertes maciças ou vazadas, tais como: lajotas de EPS (Poliestireno Expandido) e lajotas cerâmicas, e são dispostos de forma intercalada nos espaços entre as nervuras.

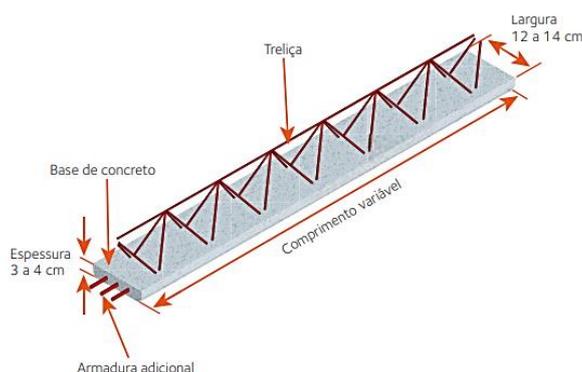
Não possuem função estrutural, mas, juntos com as vigotas, cumprem o papel de fôrma para o concreto, dispensando o uso de assoalho de madeira.

Das lajes nervuradas, as pré-moldadas dividem-se em: nervuradas com vigotas, lajes alveolares e duplo "T" (ou π). As pré-moldadas com vigotas podem ser do tipo trilho ou treliçada, em concreto armado ou protendido.

2.1. Lajes treliçadas

Segundo Costa (2006), as lajes pré-fabricadas com vigotas treliçadas são lajes nervuradas formadas de elementos pré-fabricados do tipo treliça espacial metálica, que trabalha como armadura de combate ao momento fletor e distribuição dos esforços, e é fundida (parcialmente) em uma base de concreto (também denominada sapata), que pode ou não estar associada a elementos de enchimento. Conforme a NBR 14859-1 (ABNT, 2016), que trata dos requisitos de lajes pré-fabricadas, as vigotas pré-fabricadas são formadas por concreto estrutural e executadas industrialmente sob rigorosas condições de controle de qualidade dentro ou fora do local de utilização definitivo da estrutura. Ainda de acordo com esta norma, deve-se alojar à vigota, quando necessário, armadura complementar passiva inferior de tração, que deve estar totalmente englobada pelo concreto da nervura.

Figura 1 - Vigota pré-fabricada treliçada em perspectiva.



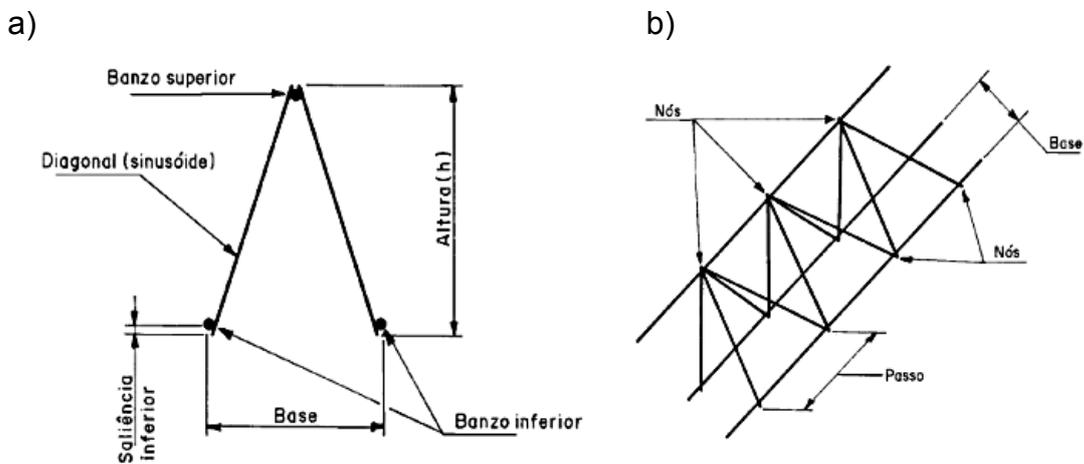
(Fonte: Adaptado de ArcelorMitall, 2010)

As vigotas de concreto com armação treliçada surgiram como um avanço das tipo trilho por apresentarem melhor aderência com o concreto da mesa (BEZERRA, 2017). Embora as flechas sejam apontadas, frequentemente, como um fator limitante a esse sistema, é possível que seja feita a inserção de nervuras transversais ou perpendiculares para que se obtenha a redução dessas deformações (MACHADO, 2017). Segundo Carvalho e Pinheiro (2013), a versão da NBR 6118 de 1980 trazia a obrigatoriedade do uso destas quando o vão fosse superior à 4 m. Contudo, a NBR 6118 (ABNT, 2014) eliminou a obrigatoriedade do uso destas, sendo, portanto, facultada ao projetista seu emprego.

A armadura treliçada pré-fabricada, segundo a NBR 14859-3 (2017), é constituída por dois fios de aço paralelos na base (banzo inferior) e um fio de aço no topo (banzo superior), interligados por eletrofusão aos dois fios de aço diagonais (sinusóides), com espaçamento regular. Lopes (2015) detalha as funções dos fios de aço que compõem a treliça: os fios do banzo inferior são necessários para resistir às tensões de tração por ação dos momentos fletores positivos enquanto que o fio do banzo superior é empregado apenas por facilidade de fabricação e também para limitar as aberturas de fissuras na vigota que podem surgir durante seu transporte. O autor acrescenta que as diagonais da treliça podem

funcionar como armadura de cisalhamento, e proporcionam uma excelente ligação entre o concreto da vigota e o concreto moldado no local.

Figura 2 – a) seção da treliça b) perspectiva da treliça



(Fonte: ABNT NBR 14859-3:2017)

2.2. Análise estrutural de lajes nervuradas unidirecionais

Nas lajes nervuradas, o conjunto nervura e mesa tem o formato próximo ao de um T. Por esta razão, para o cálculo do dimensionamento, as nervuras formadas pelas vigotas treliçadas podem ser consideradas como vigas isoladas de seção T. Ressalta-se que este formato confere à laje treliçada uma boa resistência a momentos fletores positivos, dado que a mesa, região a ser comprimida, detém o maior volume de concreto do conjunto enquanto a nervura, região com menor volume desse material, é tracionada. Para absorção de momentos fletores negativos, entretanto, esse sistema de lajes torna-se pouco eficiente. A Figura 3 apresenta uma seção típica de uma laje treliçada com dimensões das vigotas pré-fabricadas, dos elementos de enchimento e da capa de concreto moldada no local.

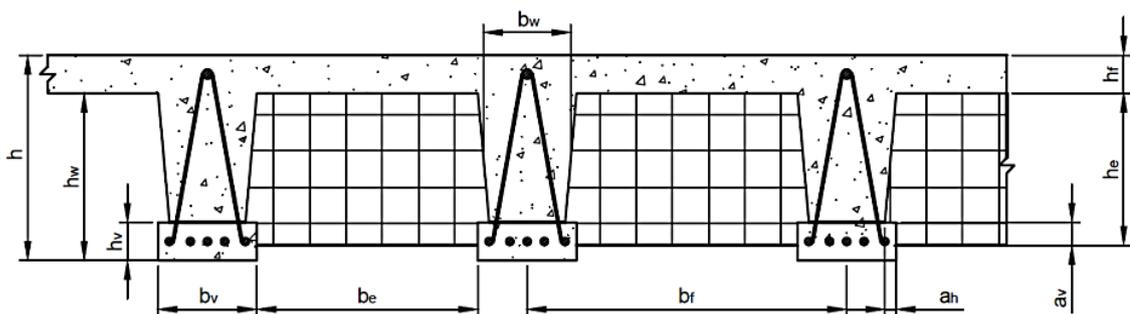


Figura 3 – Seção típica de laje treliçada e suas principais dimensões. (Fonte: Machado, 2017)

Onde:

- b_v = largura da base de concreto da vigota;
- a_h = encaixe horizontal do elemento de enchimento;
- b_e = largura do elemento de enchimento;
- b_f = distância do intereixo;
- b_w = largura média da seção;
- a_v = encaixe vertical do elemento de enchimento;

h_e = altura do elemento de enchimento;
 h_f = altura da capa de concreto moldado no local;
 h_w = altura da alma da seção;
 h_v = altura da base de concreto da vigota;
 h = altura total da laje.

Como citado anteriormente, para o dimensionamento, adota-se o conjunto mesa e nervura como uma seção T, devendo-se, pois, desconsiderar as inclinações nas superfícies laterais da nervura, conferindo a esta uma seção retangular, como mostra a Figura 4.

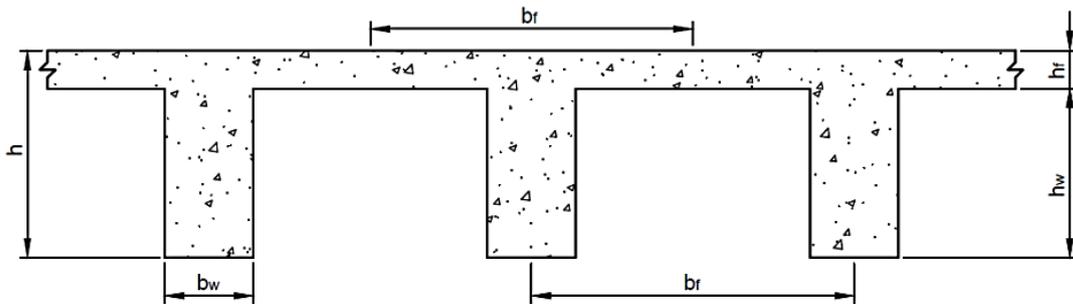


Figura 4 – Seção T adotada para o dimensionamento de laje treliçada. (Fonte: Machado, 2017)

As dimensões indicadas são obtidas utilizando as seguintes equações:

$$b_f = b_v + b_e \quad (1)$$

$$b_w = b_v - a_h \quad (2)$$

$$h_w = h_e + (h_v - a_v) \quad (3)$$

$$h = h_f + h_w \quad (4)$$

2.2.1. Definição das ações

As ações que incidem nas lajes são compostas de cargas verticais, permanentes e acidentais, e cargas horizontais. Entretanto, neste estudo, estas últimas não foram consideradas tendo em vista que as lajes treliçadas são predominantemente empregadas em edificações de pequeno a médio porte, nas quais as ações horizontais pouco influenciam.

Para determinar o valor do peso linear distribuído sobre a nervura, o carregamento obtido por metro quadrado, tanto de cargas permanentes como acidentais, deve ser multiplicado pelo valor do entreixo (b_r). Para o cálculo do peso próprio da laje são considerados os volumes de concreto, material de enchimento e revestimento do piso, também os seus respectivos pesos específicos. A determinação destas cargas é expressa pelas seguintes fórmulas:

$$g_1 = A \cdot \gamma_c \quad (5)$$

$$g_2 = (b_f \cdot h - A) \cdot \gamma_{ee} \quad (6)$$

$$g_3 = g_{rev} \cdot b_f \quad (7)$$

Em que A é a área da seção transversal:

$$A = b_f \cdot h_f + b_w \cdot h_w \quad (8)$$

Obtendo-se a carga permanente total por:

$$g = g_1 + g_2 + g_3 \quad (9)$$

Onde:

g_1 = peso próprio do concreto armado, por nervura;

g_2 = peso próprio do elemento de enchimento, por nervura;

g_3 = peso próprio do revestimento do piso, por nervura;

g = ação permanente total, por nervura;

γ_c = peso específico do concreto;

γ_{ee} = peso específico do elemento de enchimento considerando os vazios;

g_{rev} = carga de revestimento superior e inferior.

As cargas verticais acidentais são definidas de acordo com o tipo de uso da edificação e têm seus valores apresentados na norma NBR 6120 (ABNT, 2019). Seu peso sobre a nervura é dado por:

$$q = Carga \cdot b_f \quad (10)$$

Onde:

$Carga$ = ação variável, por metro quadrado;

b_f = ação variável, por nervura.

2.2.2. Esforços internos e flecha elástica

As lajes formadas por vigotas pré-moldadas seguem prescrições tanto da NBR 6118 (ABNT, 2014), como da norma específica para lajes pré-fabricadas, NBR 14859-1 (ABNT, 2016).

Para obtenção dos esforços internos e da flecha elástica, pode-se considerar as lajes treliçadas unidirecionais como vigas simplesmente apoiadas. Sendo assim, uma nervura de comprimento L submetida a uma carga P uniformemente distribuída, terá momento fletor máximo ($M_{m\acute{a}x}$), força cortante máxima ($V_{m\acute{a}x}$) e flecha elástica máxima ($\delta_{m\acute{a}x}$) dados por:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{PL^2}{8} \quad (11)$$

$$V_{m\acute{a}x} = \frac{PL}{2} \quad (12)$$

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{5}{384} \frac{PL^4}{EI} \quad (13)$$

Em que:

I = momento de inércia da seção transversal, calculado de acordo com o estágio em que a seção se encontra;

E = módulo de elasticidade longitudinal.

O módulo de elasticidade longitudinal E pode ser adotado, para valores de f_{ck} variando de 20 MPa a 50 MPa, como o módulo de deformação secante, obtido, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), por:

$$E = \alpha_i (\alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}}), \text{ para } f_{ck} \text{ de 20 MPa a 50 MPa;} \quad (14)$$

Em que α_E assume diferentes valores a depender do tipo de agregado, sendo: 1,2 para agregado graúdo de basalto e diabásil; 1,0 para granito e gnaisse; 0,9 para calcário; e 0,7 para arenito.

e α_i é dado por:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (15)$$

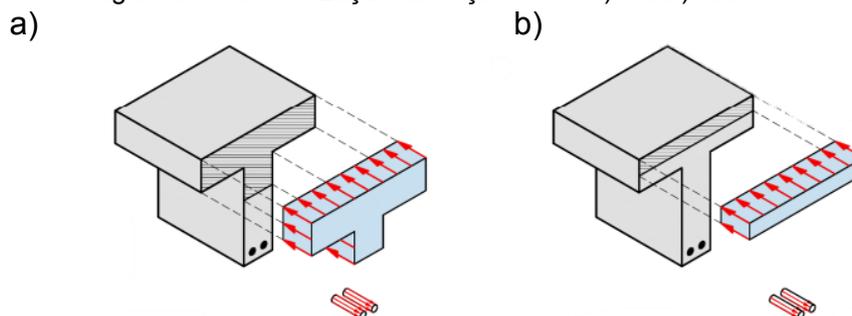
2.3. Dimensionamento no estado-limite último (ELU)

2.3.1. Armadura de flexão

O cálculo da área de aço requerida é feito para cada nervura a partir do equilíbrio das resultantes das tensões de tração e compressão de uma seção T sujeita à flexão simples. Em seguida, é feita uma verificação da resistência às tensões de cisalhamento.

O início do dimensionamento consiste em determinar a altura da linha neutra. Se esta estiver posicionada na mesa da laje, o dimensionamento será feito para uma seção retangular (Figura 5-a). Caso sua posição esteja na nervura, o dimensionamento é feito considerando uma seção T (Figura 5-b), na qual mesa e parte da nervura são comprimidas.

Figura 5 - Caracterização da seção como a) T e b) falso T.



(Fonte: Bezerra, 2017)

É possível identificar em qual seção a linha neutra estará posicionada pela analogia entre a altura útil (d) e a altura útil de comparação (d_0), a qual é dada por um valor teórico de altura útil que leva a posição fictícia da linha neutra à posição da interface entre mesa e nervura. Clímaco (2016) apresenta a seguinte equação para este cálculo:

$$d_0 = \frac{M_d}{0,85 f_{cd} b_f h_f} + \frac{h_f}{2} \quad (16)$$

Onde:

M_d = Momento fletor máximo de cálculo na nervura;
 f_{cd} = Resistência à compressão de cálculo do concreto

Se $d > d_0$, significa que a linha neutra está posicionada na mesa e o cálculo será feito para uma seção retangular. Para este caso, o momento fletor adimensional (k_{Md}) será:

$$k_{Md} = \frac{M_d}{d^2 f_{cd} b_f} \quad (17)$$

Sendo a posição relativa da linha neutra (k_x) determinada por:

$$k_x = 1,25 - 1,9174 \sqrt{0,425 - k_{Md}} \quad (18)$$

Por recomendação da NBR 6118 (ABNT, 2014), item 14.6.4.3, k_x deverá ser menor ou igual a 0,45, para concretos com f_{ck} menor ou igual a 50 MPa, e menor ou igual a 0,35, para f_{ck} superior a 50 e menor ou igual a 90 MPa. Dessa forma, a peça apresentará uma ruptura dúctil e a deformação na armadura será maior do que a deformação de escoamento de cálculo do aço (f_{yd}), podendo ser determinada a área de aço requerida ($A_{s,req}$):

$$A_{s,req} = \frac{M_d}{(1 - 0,4 k_x) d f_{yd}} \quad (19)$$

Nos casos em que $d < d_0$, significa que a linha neutra está posicionada na nervura e o cálculo será feito para uma seção T. Nessas condições, recomenda-se separar o momento absorvido pelas abas (M_1) do momento absorvido pela nervura (M_2). A parcela do momento fletor equilibrada pelo concreto comprimido nas abas é dada por:

$$M_1 = 0,85 f_{cd} h_f (b_1 - b_w) (d - 0,5 h_f) \quad (20)$$

Com M_2 dado por

$$M_2 = M_d - M_1 \quad (21)$$

o momento fletor adimensional absorvido pela alma será:

$$k_{Md} = \frac{M_2}{d^2 f_{cd} b_w} \quad (22)$$

De posse de k_{Md} , obtém-se k_x pela equação (17), e a área de aço será determinada por:

$$A_{s,req} = \frac{M_1}{(d - 0,5 h_f) f_{yd}} + \frac{M_2}{(1 - 0,4 k_x) d f_{yd}} \quad (23)$$

A área de aço requerida deve atender a um limite mínimo igual a:

$$A_{s,min} = \rho_{min} (b_w h_w + b_f h_f) \quad (24)$$

Sendo ρ_{min} a taxa de armadura mínima, dada por (ARAÚJO, 2014):

$$\rho_{min} = \frac{0,078 f_{ck}^{2/3}}{f_{yd}} \geq 0,15\% \quad (25)$$

A área de aço também precisa ser limitada a uma taxa máxima de 4% da seção bruta do concreto.

2.3.2. Verificação ao cisalhamento

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), item 19.4.1, a armadura transversal é desnecessária quando o valor da força cortante resistente de cálculo (V_{Rd1}) for superior à força cortante solicitante de cálculo (V_{Sd}).

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} k (1,2 + 40 \rho_1) b_w d \quad (26)$$

Sendo:

$$\tau_{Rd} = 0,0375 f_{ck}^{2/3}, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa;} \quad (27)$$

$$k = |1,6 - d| \geq 1, \text{ com } d \text{ em metros} \quad (28)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d} \leq 0,02 \quad (29)$$

Em que A_{s1} é a área de aço da armadura de tração.

Além disso, é necessário verificar se não haverá esmagamento das bielas comprimidas, isto é, V_{Sd} precisa ser menor do que V_{Rd2} , dado por:

$$V_{Rd2} = 0,5 \alpha_{v1} f_{cd} b_w 0,9 d \quad (30)$$

Onde:

$$\alpha_{v1} = \left(0,7 - \frac{f_{ck}}{200}\right) \leq 0,5, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa.} \quad (31)$$

A armadura de flexão empregada na mesa também tem a função de distribuir melhor as cargas concentradas, além de controlar a fissuração e o efeito de retração do concreto. Seu valor mínimo é dado por:

$$A_{s_{mesa_{min}}} = \rho_{min} h_f \quad (32)$$

2.4. Estado-limite de serviço (ELS)

2.4.1. Verificação do estado-limite de deformações excessivas (ELS-DEF)

Para a verificação do Estado Limite de Deformação Excessiva (ELS-DEF), é necessário determinar a deflexão máxima na nervura, que por sua vez, depende do momento de inércia na seção transversal (Equação 13). A flecha total máxima (δ) será dada

pela soma da flecha imediata (δ_i) com a flecha diferida (δ_d), e irá variar conforme a peça apresente fissuração (Estádio II) ou não (Estádio I).

Para identificar em qual estágio o elemento se encontra, é feita uma comparação entre o momento que atua na seção crítica (M) e o momento que gera uma tensão de tração igual à resistência do concreto à tração (f_{ctm}). Esta comparação resulta no momento de fissuração (M_r), e é expresso por:

$$M_r = \frac{1,2 f_{ctm} I_I}{x_I} \quad (33)$$

sendo f_{ctm} a resistência do concreto à tração média igual a:

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3}, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa.} \quad (34)$$

I_I o momento de inércia da seção transversal no estágio I, dado por:

$$I_I = \frac{b_f h_f^3}{12} + b_f h_f \left(\frac{h_f}{2} + h_w - x_I \right)^2 + \frac{b_w h_w^3}{12} + b_w h_w \left(\frac{h_w}{2} - x_I \right)^2 \quad (35)$$

E x_I é o centroide da seção:

$$x_I = \frac{0,5 b_w h_w^2 + b_f h_f h_w + 0,5 h_f^2 b_f}{A} \quad (36)$$

Quando o momento solicitante (M) for menor ou igual ao momento de fissuração (M_r), a peça encontra-se no Estádio I e terá o momento de inércia calculado pela Equação 35. Entretanto, se o momento solicitante for superior ao momento de fissuração, o concreto apresentará fissuras e, devido a isto, estará no Estádio II. Neste último caso, o momento de inércia seria obtido desconsiderando a parcela do concreto tracionado (Estádio II puro), fato que confere ao elemento flechas mais acentuadas. Entretanto, como a verificação da fissuração é obtida para a seção crítica do elemento, e tendo em vista que o momento fletor varia ao longo do vão, seções adjacentes à crítica podem estar íntegras. Neste contexto, o momento de inércia poderá ser calculado através da fórmula da inércia média (I_m), proposta por Branson (1968 *apud* BEZERRA, 2017):

$$I_m = I_I \left(\frac{M_r}{M} \right)^3 + I_{II} \left[1 - \left(\frac{M_r}{M} \right)^3 \right] \quad (37)$$

Sendo I_{II} o momento de inércia da seção no Estádio II.

A determinação do momento de inércia em peças com seção T no Estádio II dependerá da posição em que a linha neutra se encontra nesse estágio (x_{II}), determinada por:

$$x_{II} = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4a_1 a_3}}{2a_1} \quad (38)$$

Sendo:

$$a_1 = \frac{b_w}{2} \quad (39)$$

$$a_2 = h_f(b_f - b_w) + \eta A_s \quad (40)$$

$$a_3 = -d \eta A_s - \frac{h_f^2}{2}(b_f - b_w) \quad (41)$$

Em que η é igual ao coeficiente de homogeneização da seção, obtido pela razão entre o módulo de elasticidade do aço ($E_s = 210$ GPa) e o módulo de elasticidade do concreto (E_c).

A linha neutra estará posicionada na mesa se $x_{II} < h_f$, sendo o momento de inércia determinado por:

$$I_{II} = \frac{b_f x^3}{3} + \eta A_s (d - x_{II})^2 \quad (42)$$

Se $x_{II} > h_f$, a linha neutra estará posicionada na alma da seção e

$$I_{II} = \frac{(b_f - b_w) h_f^3}{12} + \frac{b_w x_{II}^3}{3} + (b_f - b_w) h_f \left(x_{II} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \eta A_s (d - x_{II})^2 \quad (43)$$

A flecha imediata (δ_i) pode ser entendida como o máximo deslocamento transversal que a peça sofre ao serem removidos os escoramentos ou imediatamente após a introdução de um carregamento permanente. Porém, também é necessário determinar o deslocamento diferido no tempo, causado pelos efeitos de fluência e retração do concreto, tendo em vista que seus valores geralmente são superiores aos deslocamentos instantâneos. Portanto, a flecha total máxima (δ) é dada por:

$$\delta = \delta_i (1 + \alpha_f) \quad (44)$$

Onde α_f é o coeficiente de fluência, dado por:

$$\alpha_f = \frac{\xi(t) - \xi(t_0)}{1 + 50 \rho'} \quad (45)$$

Sendo:

ξ = coeficiente em função do tempo;

ρ' = taxa de armadura de compressão.

t = tempo, em meses, em que se deseja o valor da flecha diferida; e

t_0 = idade, em meses, em que será feita a aplicação da carga de longa duração.

$\xi(t) = 2$ para $t > 70$ meses. Quando $t \leq 70$ meses, é dado por:

$$\xi(t) = 0,68(0,996^t) t^{0,32} \quad (46)$$

Em situações mais usuais, a flecha total para aceitabilidade sensorial visual não deve ser maior que $L/250$, valor estabelecido na Tabela 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), com (δ_i) obtida para uma combinação quase permanente das ações.

2.4.2. Verificação do estado-limite de vibrações excessivas (ELS-VE)

Outra verificação feita usualmente é a da aceitabilidade sensorial para vibrações sentidas no piso. A NBR 6118 (ABNT, 2014) permite que essa verificação seja feita através da comparação entre a flecha imediata, calculada considerando apenas a carga acidental, e o limite $L/350$. Entretanto, para uma análise mais criteriosa das vibrações, é considerado o cálculo da frequência da estrutura. O item 23.3 da mesma norma recomenda que o valor da frequência natural da estrutura (f) e da frequência crítica de excitação (f_{cri}), que depende da destinação da respectiva edificação, devam ter uma divergência de pelo menos 20%. Isto é:

$$f > 1,2f_{cri} \quad (47)$$

A Tabela 23.1 da referida norma apresenta valores para frequência crítica a depender do uso da edificação. Na ausência de um valor para edificações residenciais, a frequência crítica adotada neste trabalho será a mesma para escritórios (4,0 Hz).

Como a laje nervurada unidirecional pode ser analisada como viga, sua frequência natural (f) poderá ser calculada, de acordo com Nunes et al. (2019), pela seguinte equação:

$$f = R \sqrt{\frac{E_d I g}{w L^4}} \quad (48)$$

Onde:

R = constante que varia de acordo com o tipo de viga e sua vinculação, adotando o valor de 1,57, para elementos simplesmente apoiados;

E_d = módulo de elasticidade dinâmico, que pode ser considerado o módulo de elasticidade estático E acrescido em 20%, em N/m^2 ;

I = momento de inércia da seção bruta de concreto, em m^4 ;

g = aceleração da gravidade, em m/s^2 ;

w = carregamento distribuído sobre a nervura, em N/m ;

L = comprimento do vão, em m .

2.5. Otimização

Cardoso et al. (2022) define o processo de otimização como a busca de maximizar ou minimizar uma determinada função objetivo, dentro de um domínio que contém os valores aceitáveis das variáveis que serão processadas, de forma que as restrições impostas sejam satisfeitas. Esta busca é feita através de algoritmos de otimização que, de modo iterativo, conseguem aprimorar determinada solução a partir das informações encontradas em cada análise (CARRARO, 2015). Dessa forma, consegue-se extrair o melhor rendimento da função objetivo.

Na engenharia estrutural, a otimização pode ser entendida como um processo que proporciona uma melhor configuração da estrutura em termos de desempenho e forma; melhor *layout* e posicionamento dos elementos; melhores conjuntos de material, topologia, geometria e/ou dimensões transversais para diferentes sistemas estruturais; e redução dos custos existentes (PAYÁ-ZAFORTEZA et al., 2010).

A procura pela melhor solução dentre as disponíveis acontece por meio de um “método de busca sistemática, fundamentado num modelo matemático bem definido,

através da definição de funções objetivo, parâmetros e restrições” (MEDEIROS; KRIPKA, 2012, p. 20). Silva e Rodrigues (2019) apresentam algumas definições referentes aos ítems de um problema de otimização:

- Função objetivo: pode ser entendida como um critério numérico que se deseja extremizar (maximizar ou minimizar) e se relaciona a um dado conjunto de variáveis de projeto;
- Variáveis de projeto: são parâmetros que descrevem o projeto e sofrem alterações durante todo o processo de otimização até que se obtenha a solução ótima. Podem ser do tipo contínuas ou discretas;
- Restrições de projeto: são um conjunto de requisitos especificados e condições que devem ser satisfeitas para que o projeto seja aceitável. Em geral, são equações ou inequações das variáveis de projeto que descrevem situações de projeto que devem ser atendidas.

Existem várias técnicas utilizadas em problemas de otimização, contudo, para obter uma escolha assertiva, é necessário conhecer as características, tanto do problema a ser resolvido, quanto dos algoritmos a serem utilizados, e identificar qual possui o desempenho mais eficiente para um determinado caso. Basicamente, os algoritmos usados para a solução de um problema de otimização podem ser determinísticos ou estocásticos.

Segundo Vélez (2015), os métodos determinísticos consistem na associação de algoritmos que, normalmente, fazem uso do cálculo de derivadas e baseiam-se em informações do gradiente da função objetivo na busca do extremo global. Apesar de apresentar grande rapidez e ser eficiente para problemas unimodais contínuos, o autor apresenta duas principais desvantagens do método: a solução encontrada tem uma grande probabilidade de ser um extremo local (que pode não ser o extremo global); e, quando a função não é contínua, a derivação torna-se complexa. Outras desvantagens do método é a necessidade do cálculo de gradientes, que na maioria das vezes requer grande custo matemático (MORAIS; PAMPLONA, 2022), e a alta dependência em valores de partida inseridos antes da execução do código.

Os métodos estocásticos, por sua vez, são métodos probabilísticos que usam somente a avaliação da função objetivo e são inspirados em fenômenos da natureza (BEZERRA, 2017). Devido ao seu caráter estocástico, os resultados obtidos apresentam variações a cada execução do código, possibilitando ao algoritmo explorar o domínio, distanciando-se de mínimos locais e encontrando o ótimo global (CARRARO, 2015). A garantia de que se encontrará a solução ótima em ambos os métodos se dá a um número suficiente de iterações.

Devido às limitações de métodos determinísticos, a implementação de métodos de otimização estocásticos tem crescido consideravelmente (TORMEN et al., 2020). A exemplo destes, o método do Algoritmo Genético (AG), o qual se baseia em mecanismos de evolução de populações de seres vivos e tem sido amplamente utilizado na otimização das mais variadas estruturas trazendo resultados satisfatórios (MACHADO, 2017).

De acordo com Bezerra (2017), os algoritmos evolucionários podem ser aplicados em funções objetivos não-convexas e não-diferenciáveis, com variáveis contínuas ou discretas, diferentemente dos métodos determinísticos. Contudo, por trabalharem com probabilidade, não garantem, em uma única aplicação, a obtenção da solução ótima. Além disso, exige maior tempo de processamento devido ao seu caráter robusto.

Devido ao crescente interesse no emprego de lajes nervuradas, muitas pesquisas referentes à otimização desses elementos têm sido desenvolvidas, dentre elas, os estudos de Forni (2005), Castilho e Lima (2007), Albuquerque, El Debs e Melo (2010), Ferreira (2016), Machado (2017), Bezerra (2017) e Nunes (2018).

3. METODOLOGIA

A metodologia de projeto exposta na seção 2.2. se limita à análise de lajes nervuradas unidirecionais simplesmente apoiadas. Nesta análise, as lajes são consideradas como um conjunto de vigotas de seção T isoladas. Ressalta-se que a utilização de nervuras transversais não foi considerada neste modelo por não ser mais uma recomendação da NBR 6118 (ABNT, 2014). Convém destacar, porém, que seu uso, para o modelo simplificado de vigas isoladas, não geraria impacto nos esforços, resultando apenas como peso adicional às lajes, tal como o revestimento.

A rotina de cálculo foi desenvolvida por meio de planilha eletrônica, enquanto a otimização foi feita por meio de Algoritmos Genéticos (AGs) presentes no suplemento *Solver* do *Excel*.

O *Solver* possui três algoritmos de otimização: LP Simplex, utilizado para problemas lineares; o método Gradientes Reduzidos Generalizados (GRG), utilizado para problemas não-lineares uniformes; e o método *Evolutionary* (que é um algoritmo genético), aplicado quando o problema é não-linear e não uniforme. Neste estudo, o algoritmo utilizado é o método probabilístico *Evolutionary*. Segundo Castilho e Lima (2007), algoritmos evolucionários têm sido usados com sucesso para resolver uma variedade de problemas de engenharia. Para este trabalho, foram adotados os mesmos valores de Correia, Bono e Bono (2019) para os parâmetros do algoritmo (tamanho da população de 100 indivíduos e taxa de mutação de 0,075).

Com base nos estudos de Ferreira, Lima e Delalibera (2017), para utilização do método no *Excel*, formula-se o problema de otimização adotando algumas etapas de procedimento:

- 1) Definição da função a ser otimizada (objetivo);
- 2) Definição das variáveis de projeto;
- 3) Adição das restrições;
- 4) Configuração das opções e parâmetros do *Solver*;
- 5) Avaliação dos resultados parciais; e
- 6) Interpretação dos resultados finais.

A função objetivo neste trabalho, escrita em função das variáveis de projeto, consiste em minimizar o custo das lajes treliçadas do ponto de vista do consumo de material. Sendo assim, a função custo é dada pelo somatório da multiplicação do volume de concreto (V_C), peso de aço (P_S), quantidade de material de enchimento (n_{laj}) e do comprimento linear de treliça (n_{tr}), pelos respectivos custos unitários desses materiais. Portanto, a função que quantifica o custo é dada por:

$$f(x) = V_C C_C + P_S C_S + n_{laj} C_{laj} + n_{tr} C_{tr} \quad (49)$$

Sendo C_C , C_S , C_{laj} e C_{tr} os custos unitários por: metro cúbico de concreto, quilo de aço, número de lajetas e metro de treliças, respectivamente;

V_C é dado por:

$$V_C = L_x L_y h - h_w L_x (b_f - b_w) n_v \quad (50)$$

Sendo L_x e L_y , respectivamente, o menor e o maior vão da laje; e n_v o número de vazios (espaço entre vigotas), dado pelo arredondando para o inteiro inferior da razão de L_y por

b_f . Ressalta-se que o volume do concreto que compõe a base da vigota treliçada está englobado nesse quantitativo.

P_s é dado por:

$$P_s = \gamma_s n_b C_x A_s \quad (51)$$

Sendo γ_s o peso específico do aço (7850 kg/m^3); n_b o número de barras de armadura adicional; C_x o comprimento das barras na direção x; e A_s a área de aço da barra escolhida;

A quantidade de lajotas pode ser obtida fazendo:

$$n_{laj} = n_v \left(\frac{L_x}{C_e} \right) \quad (52)$$

E o comprimento de treliça é dado por:

$$n_{tr} = (n_v + 1)C_x \quad (53)$$

Para este estudo, foram considerados sete tipos de resistência característica do concreto à compressão; cinco tamanhos de bitolas para armadura adicional de tração; nove tipos de materiais de enchimento, compreendidos em lajotas cerâmicas e de EPS; e três casos de armadura treliçada: TR-08644, TR-12645 e a TR-16745.

Os custos unitários dos materiais citados, e que foram usados no problema de otimização, estão presentes na Tabela 1 e foram extraídos do relatório de insumos e composições do SINAPI (Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil) para o Estado da Paraíba, como também através de consulta de mercado na cidade de Fortaleza, Estado do Ceará. Considera-se, para esta e demais tabelas, a nomenclatura CER para designar as lajotas em material cerâmico, e EPS para designar às de poliestireno expandido (isopor), esta designação é seguida pelas dimensões referentes à altura, largura e comprimento do material de enchimento representadas, respectivamente, por h_e , b_e e C_e , e são dadas em centímetros. Ressalta-se que nos custos referentes ao concreto, está incluso o serviço de bombeamento do material.

Tabela 1 – Custos unitários dos materiais para laje treliçada

CONCRETO		
Fonte	f_{ck}	Preço (R\$/m³)
01524 SINAPI 11/2022	20 MPa	466,38
01527 SINAPI 11/2022	25 MPa	481,19
01525 SINAPI 11/2022	30 MPa	495,99
11145 SINAPI 11/2022	35 MPa	510,80
34479 SINAPI 11/2022	40 MPa	525,60
34481 SINAPI 11/2022	45 MPa	549,19
34483 SINAPI 11/2022	50 MPa	586,77

AÇO		
Fonte	Bitola	Preço (R\$/kg)
00032 SINAPI 11/2022	6,3 mm	9,70
00033 SINAPI 11/2022	8,0 mm	9,76
00034 SINAPI 11/2022	10,0 mm	9,20

43055 SINAPI 11/2022	12,5 mm	7,97
43055 SINAPI 11/2022	16,0 mm	7,97
LAJOTA		
Fonte	Tipo ($h_e/b_e/c_e$)	Preço (R\$/und.)
Fortaleza 01/2023	EPS 08/33/100	9,00
Fortaleza 01/2023	EPS 08/40/100	10,91
Fortaleza 01/2023	EPS 12/33/100	13,50
Fortaleza 01/2023	EPS 12/40/100	16,37
Fortaleza 01/2023	EPS 16/33/100	18,00
Fortaleza 01/2023	EPS 16/40/100	21,82
Fortaleza 01/2023	CER 08/30/19	1,40
Fortaleza 01/2023	CER 12/30/19	2,24
Fortaleza 01/2023	CER 16/30/19	4,20
TRELIÇA		
Fonte	Tipo	Preço (R\$/m)
Fortaleza 01/2023	TR 08644	5,34
Fortaleza 01/2023	TR 12645	7,47
Fortaleza 01/2023	TR 16745	8,70

Fonte: Autor, 2023.

As variáveis de projeto adotadas para este estudo são quatro, indicadas por: x_1 , representando o tipo do enchimento, determinado pelo material e as suas dimensões, e que está associado a um tipo de treliça (conforme mostra a Tabela 2); x_2 representando a espessura da capa de concreto (h_f); x_3 representando a resistência do concreto à compressão (f_{ck}); e x_4 indicando o diâmetro das barras da armadura adicional de tração (\emptyset). Outras variáveis que representam a resposta do sistema foram assumidas como parâmetros de entrada, tais como: vãos (L_x e L_y) e sobrecarga (q), que são alterados para dada análise; e a carga permanente de revestimento (g_{sg}) e cobertura da armadura (c), que têm seus valores fixos.

Por questões práticas, todas as variáveis foram assumidas como discretas. A Tabela 2 apresenta o espaço de busca das variáveis, bem como o incremento usado para definir a lista que contém os seus valores.

Tabela 2 – Espaço de busca das variáveis

Variáveis	Domínio	Incremento
x_1 : Enchimento ($h_e/b_e/c_e$) + Treliça	EPS 08/33/100 +TR 08644	-
	EPS 08/40/100 +TR 08644	-
	EPS 12/33/100 +TR 12645	-
	EPS 12/40/100 +TR 12645	-
	EPS 16/33/100 +TR 16745	-
	EPS 16/40/100 +TR 16745	-
	CER 08/30/19 +TR 08644	-
	CER 12/30/19 +TR 12645	-
	CER 16/30/19 +TR 16745	-
x_2 : h_f (cm)	{4; 4,5; ...;20}	5
x_3 : f_{ck} (MPa)	{20; 25; ...;50}	5
x_4 : \emptyset (mm)	{6.3; 8.0; ...;16}	-

Fonte: Autor, 2023.

Os algoritmos implementados no *Solver* retornam apenas valores contínuos para as variáveis de projeto. Devido a isso, estas variáveis foram tratadas para que a otimização fosse realizada considerando os dados discretos presentes na lista de valores pré-definidos de cada variável, indicados na Tabela 2. A partir desse tratamento, é que são efetuadas as verificações necessárias. Então, para o caso da variável x_2 , os dados contínuos passaram por um arredondamento para múltiplos de 5 cm. As demais variáveis, x_1 , x_3 e x_4 , funcionam como variáveis auxiliares. Sendo assim, cada valor contínuo que o *Solver* retorna para estas variáveis de projeto, é associado um valor discreto presente na lista da variável auxiliar que, por sua vez, indica a que valor de outra variável está associado. Por exemplo, para a variável que indica o diâmetro das barras (\emptyset), há 5 valores pré-definidos. Dessa forma, a cada diâmetro possível de ser escolhido é associado um valor da variável auxiliar x_4 , que varia de 0 a 4, como mostra a Tabela 3. Deste modo, quando a variável x_4 assumir, por exemplo, um valor igual a 0, a rotina de cálculo implementada na planilha retornará um diâmetro igual a 6.3 mm.

Tabela 3 – Valores de x_4 associados ao diâmetro \emptyset das barras

x_4	0	1	2	3	4
\emptyset	6,3 mm	8,0 mm	10,0 mm	12,5 mm	16,0 mm

Fonte: Autor, 2023.

As restrições adotadas no modelo de otimização proposto visam atender aos requisitos e prescrições das normas NBR 6118 (ABNT, 2014) e NBR 14859-1 (ABNT, 2016) de modo que se obtenha o correto funcionamento da estrutura. São elas que determinam a viabilidade dos valores encontrados no processo de otimização. Na Tabela 4, são apresentadas as restrições referentes aos limites inferiores e superiores (restrições laterais) das variáveis de projeto (independentes) e na Tabela 5, estão as restrições das variáveis dependentes.

Tabela 4 – Restrições laterais das variáveis de projeto

Variáveis contínuas	Variáveis discretas
$0 \leq x_1 \leq 9$: Enchimento+Treliça	$x_1 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
$0,04 \leq x_2 \leq 0,20$: m	$x_2 = \{0.04, 0.045, 0.050, 0.055, \dots, 0.20\}$
$0 \leq x_3 \leq 6$: MPa	$x_3 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$0 \leq x_4 \leq 4$: mm	$x_4 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

Fonte: Autor, 2023.

Ressalta-se que as restrições de projeto foram normalizadas, passando a ter, portanto, a mesma ordem de grandeza. Deste modo, a visualização do atendimento ou não da restrição é facilmente obtida, além da apresentação de qual ou quais variáveis tornam-se ativas em cada código. A normalização consiste em representar as restrições da seguinte forma:

$$X \leq X_{lim} \rightarrow \frac{X}{X_{lim}} - 1 \leq 0 \quad \text{ou} \quad X \geq X_{lim} \rightarrow \frac{X_{lim}}{X} - 1 \leq 0 \quad (54)$$

Tabela 5 – Restrições das variáveis dependentes

Restrição	Descrição
$g_1 = \frac{k_x}{0,45} - 1 \leq 0$	Para garantir a ductilidade;
$g_2 = \frac{A_{s,min}}{A_s} - 1 \leq 0$	A armadura requerida deve ser igual ou superior a armadura mínima;
$g_3 = \frac{n_{b,ner}}{2} - 1 \leq 0$	A quantidade de barras de armadura adicional na vigota está limitada a duas barras;
$g_4 = \frac{\tau_{wd}}{\tau_{Rd1}} - 1 \leq 0$	A tensão de cisalhamento solicitante de cálculo deve ser inferior à tensão de cisalhamento resistente de cálculo;
$g_5 = \frac{\delta_{t,qp}}{\delta_{lim}} - 1 \leq 0$	Para combinação de carga quase permanente, a flecha total deve ser menor que a limite;
$g_6 = \frac{\delta_{t,vib}}{\delta_{lim,vib}} - 1 \leq 0$	Para cargas acidentais, a flecha total deve ser menor que a flecha limite;
$g_7 = \frac{f_{cri}}{f} - 1 \leq 0$	A frequência crítica deverá ser menor que a frequência natural;
$g_8 = \frac{CF}{\frac{L_x}{350}} - 1 \leq 0$	O valor da contraflecha deve ser inferior a $L_x/350$.

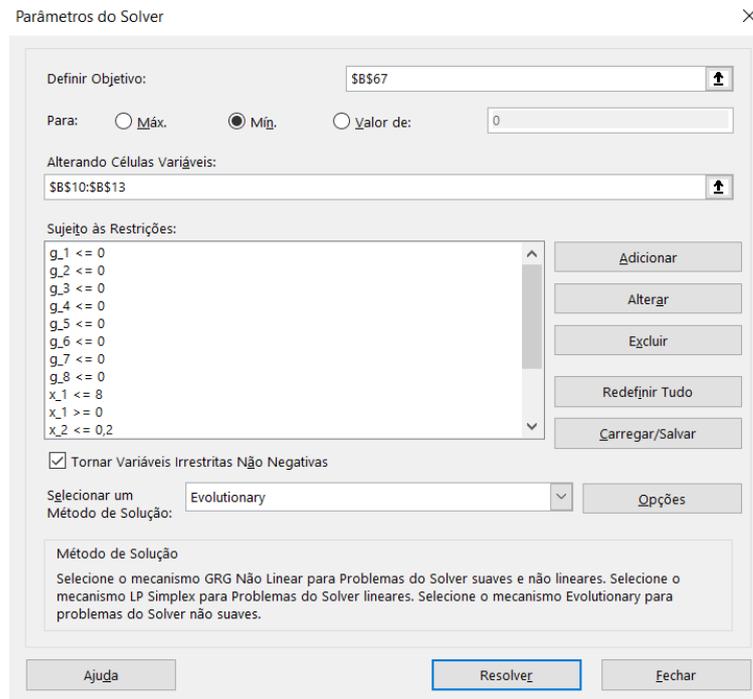
Fonte: Autor, 2023.

Das restrições apresentadas na Tabela 5, a restrição g_8 , referente à contraflecha, é acionada apenas quando a flecha total, para combinação quase permanente, superar o seu valor limite. Segundo a norma NBR 6118 (ABNT, 2014), os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pelo uso de contraflechas com um desvio no plano de, no máximo, $L/350$. Ressalta-se, ainda, que a restrição g_3 trata-se apenas de uma restrição construtiva adotada para este estudo.

Determinadas a função objetivo, as variáveis de projeto e as restrições, definem-se os parâmetros do *Solver*. Essa etapa consiste em informar a célula que contém a função objetivo (função que calcula o custo); posteriormente, definir o objetivo que se deseja alcançar com esta função (maximizar, minimizar ou igualar a um valor); informar as células que contêm as variáveis de projeto; inserir as restrições; e selecionar o método de otimização adequado ao problema, como apresenta a Figura 6. No botão “opções” podem ser configurados os parâmetros do algoritmo adotado. Após a execução do código, obtém-se a função custo minimizada. A Figura 7 apresenta as etapas do dimensionamento otimizado implementado no *Excel*, descritas a seguir. Inicialmente, a partir dos dados de entrada e da solução inicial para as variáveis de projeto, e após estas receberem o devido tratamento para valores discretos, calculam-se o vão efetivo e o carregamento. Em seguida, são determinados os esforços solicitantes na laje. Com estes esforços, é calculada a armadura de flexão. Na sequência, é feita a verificação ao cisalhamento e demais verificações dos Estados Limites de Serviço (ELS): Deformações Excessivas (ELS-DEF) e Vibrações Excessivas (ELS-VE). Posteriormente, aplica-se o método de otimização. Se a solução for ótima, o processo de busca é interrompido, retornando valores ótimos para as variáveis de projeto. Caso contrário, a solução inicial é modificada até que a solução ótima

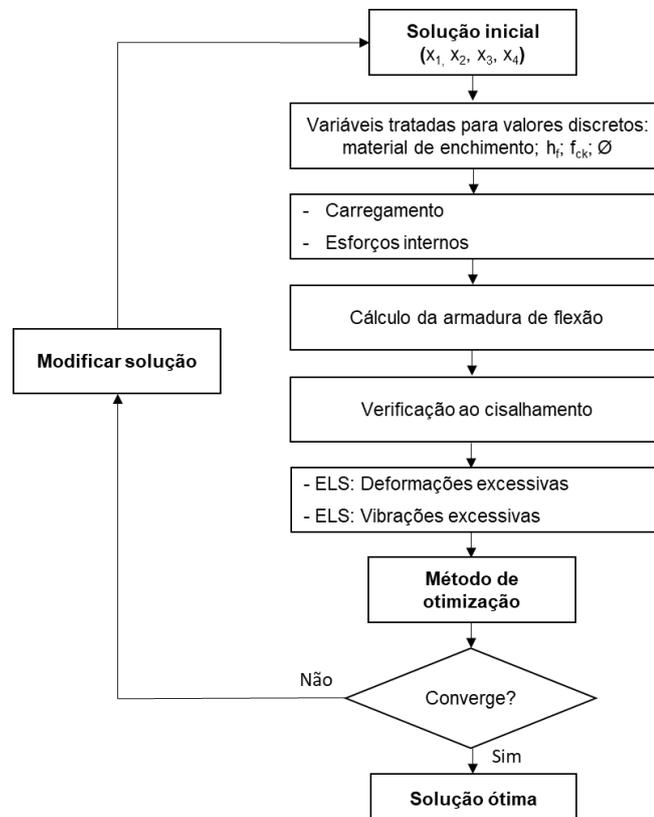
seja encontrada. Vale ressaltar que, devido ao algoritmo *Evolutionary* ser probabilístico, foram testados, em média, cinco pontos de partida diferentes para as variáveis x_1 , x_2 , x_3 e x_4 , para observar se a solução ótima convergia ao mesmo valor de custo.

Figura 6 - Inserção de parâmetros do Solver.



(Fonte: Autor, 2023).

Figura 7 – Fluxograma do processo de projeto ótimo.



(Fonte: Autor, 2023).

Após a definição do modelo de otimização e sua implementação, foram obtidas soluções otimizadas de lajes para diferentes vãos (2 a 7 metros) e para sobrecargas acidentais que comumente estão presentes em edificações residenciais ou de pequeno porte (0,5, 1,0, 1,5 e 2,0 kN/m²). Em todos os casos analisados foi considerado que: as lajes treliçadas são apoiadas em seus quatro bordos sobre vigas com 20 cm de largura; o maior vão da laje (L_y) tem o dobro do comprimento do menor (L_x); o cobrimento da armadura é de 15 mm; e a carga de revestimento é de 1,0 kN/m².

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção será feita a apresentação e análise das soluções do problema de otimização, obtidas a partir da metodologia apresentada no item anterior. Os resultados consistem em valores ótimos para as variáveis de projeto, número de barras para armadura adicional (n°_{barras}), razão entre altura da laje e o vão (h/L_x), peso próprio, custo/m² do elemento estrutural e restrições.

4.1. Otimização sem uso de contraflecha

A Tabela 6 apresenta os resultados da otimização quando se aplica uma sobrecarga de 0,5 kN/m² nas lajes. Como observado, para vãos de até 4 m, obtêm-se menores custos utilizando a lajota cerâmica como material de enchimento. Em muitos casos, o algoritmo opta por elevar a resistência do concreto e a rigidez da seção a ter que utilizar a lajota de EPS para o vão de 4 m. Por outro lado, para vãos superiores a 4 m, a lajota de EPS apresenta maior vantagem, dada a possibilidade de aumento dos valores de b_e . Também foi possível notar que as melhores soluções conferiram às lajes uma altura de aproximadamente 4% do vão, respeitando um valor mínimo de 12 cm.

Tabela 6 - Resultados da otimização com variação de vãos e utilizando sobrecarga de 0,5 kN/m²

Sobrecarga: 0,5 kN/m ²								
Material de enchimento: EPS e cerâmico								
Vão (m)	Enchimento ($h_e/b_e/c_e$) +Treliça	h_f (cm)	f_{ck} (MPa)	$\phi_{adic.}$ (mm)	n°_{barras}	h/L_x (%)	Peso (kN/m ²)	Custo (R\$/m ²)
2	CER 08/30/19+TR 08644	4	20	-	0	6,00	1,69	60,17
3	CER 08/30/19+TR 08644	4	30	6.3	1	4,00	1,72	66,71
4	CER 08/30/19+TR 08644	7	45	8.0	1	3,75	2,43	89,41
5	EPS 12/33/100+TR 12645	5	50	6.3	2	3,40	1,89	110,41
6	EPS 16/33/100+TR 16745	5	50	10.0	1	3,50	2,1	131,48
7	EPS 08/40/100+TR 08644	19,5	45	12.5	2	3,93	5,09	183,63

Restrições

Vão (m)	Ductilidade (g_1)	Flexão (g_2)	Detalhamento (g_3)	Cisalhamento (g_4)	δ_{visual} (g_5)	$\delta_{vibração}$ (g_6)	Frequência (g_7)
2	-0,948	0,000	-1,000	-0,622	-0,857	-0,965	-0,817
3	-0,921	-0,281	-0,500	-0,583	-0,226	-0,906	-0,631
4	-0,933	-0,147	-0,500	-0,611	-0,118	-0,912	-0,547
5	-0,939	-0,315	0,000	-0,663	-0,004	-0,889	-0,471
6	-0,942	-0,367	-0,500	-0,649	-0,012	-0,898	-0,427
7	-0,910	-0,215	0,000	-0,342	-0,044	-0,940	-0,356

Fonte: Autor, 2023.

A Tabela 7 traz os resultados da otimização considerando uma sobrecarga acidental de 1,0 kN/m² para os vãos em análise. A partir desta, é possível notar que, assim como no caso da sobrecarga de 0,5 kN/m², a lajota cerâmica traz maior economia para vãos de até 4 m, enquanto o EPS apresenta maior vantagem para vãos superiores a este. Em relação à espessura da capa (h_f), esta atingiu seu valor mínimo (4 cm) para os vãos de até 5 m e teve seu valor máximo (20 cm) para o vão de 7 m. Para a altura da laje, repetiu-se a solução de 4% do vão, respeitando um valor mínimo de 12 cm.

Tabela 7 - Resultados da otimização com variação de vãos e utilizando sobrecarga de 1,0 kN/m²

Sobrecarga: 1,0 kN/m²								
Material de enchimento: EPS e cerâmico								
Vão (m)	Enchimento ($h_e/b_e/c_e$) +Treliça	h_f (cm)	f_{ck} (MPa)	$\phi_{adic.}$ (mm)	n^o_{barras}	h/L_x (%)	Peso (kN/m ²)	Custo (R\$/m ²)
2	CER 08/30/19+TR 08644	4	20	-	0	6,00	1,69	60,17
3	CER 08/30/19+TR 08644	4	30	6.3	1	4,00	1,72	66,71
4	CER 12/30/19+TR 12645	4	35	8.0	1	4,00	2,11	90,55
5	EPS 16/40/100+TR 16745	4	35	10.0	1	4,00	1,7	114,51
6	EPS 16/33/100+TR 16745	6	50	12.5	1	3,67	2,33	142,36
7	EPS 08/40/100+TR 08644	20	45	12.5	2	4,00	5,21	186,37

Restrições							
Vão (m)	Ductilidade (g_1)	Flexão (g_2)	Detalhamento (g_3)	Cisalhamento (g_4)	δ_{visual} (g_5)	$\delta_{vibração}$ (g_6)	Frequência (g_7)
2	-0,940	0,000	-1,000	-0,563	-0,849	-0,929	-0,803
3	-0,909	-0,379	-0,500	-0,530	-0,120	-0,811	-0,604
4	-0,922	-0,443	-0,500	-0,541	-0,060	-0,827	-0,540
5	-0,934	-0,457	-0,500	-0,526	-0,123	-0,809	-0,487
6	-0,937	-0,382	-0,500	-0,602	-0,022	-0,823	-0,415
7	-0,905	-0,252	0,000	-0,301	-0,080	-0,887	-0,348

Fonte: Autor, 2023

A Tabela 8 traz os resultados otimizados das variáveis de projeto considerando uma sobrecarga acidental de 1,5 kN/m². É possível notar que, assim como no caso anterior, o valor de h_f converge para o seu valor mínimo (4 cm) para vãos de até 5 m e tende a atingir valores superiores em maiores vãos. Novamente, para este caso, as soluções conferiram às lajes altura de 4% do vão, respeitando um valor mínimo de 12 cm.

Tabela 8 - Resultados da otimização com variação de vãos e utilizando sobrecarga de 1,5 kN/m²

Sobrecarga: 1,5 kN/m²
Material de enchimento: EPS e cerâmico

Vão (m)	Enchimento ($h_e/b_e/c_e$) +Treliça	h_f (cm)	f_{ck} (MPa)	$\phi_{adic.}$ (mm)	n° barras	h/L_x (%)	Peso (kN/m ²)	Custo (R\$/m ²)
2	CER 08/30/19+TR 08644	4	20	-	0	6,00	1,69	60,17
3	CER 08/30/19+TR 08644	4	30	6.3	1	4,00	1,72	66,71
4	CER 12/30/19+TR 12645	4	40	6.3	2	4,00	2,11	93,81
5	EPS 16/40/100+TR 16745	4	35	10.0	1	4,00	1,7	114,51
6	EPS 16/33/100+TR 16745	7	50	12.5	1	3,83	2,57	148,23
7	CER 08/30/19+TR 08644	20	45	12.5	2	4,00	5,62	188,07

Restrições

Vão (m)	Ductilidade (g ₁)	Flexão (g ₂)	Detalhamento (g ₃)	Cisalhamento (g ₄)	δ_{visual} (g ₅)	$\delta_{vibração}$ (g ₆)	Frequência (g ₇)
2	-0,932	0,000	-1,000	-0,504	-0,842	-0,894	-0,790
3	-0,897	-0,454	-0,500	-0,479	-0,019	-0,717	-0,578
4	-0,924	-0,458	0,000	-0,539	-0,176	-0,761	-0,532
5	-0,925	-0,522	-0,500	-0,475	-0,026	-0,714	-0,453
6	-0,933	-0,387	-0,500	-0,558	-0,050	-0,768	-0,408
7	-0,893	-0,331	0,000	-0,308	-0,001	-0,837	-0,321

Fonte: Autor, 2023

A Tabela 9 apresenta resultados otimizados semelhantes aos anteriores dada uma sobrecarga de 2,0 kN/m². O uso da lajota cerâmica é indicado para vãos de até 4 m e o EPS para vãos superiores a este. A altura da capa tende ao seu valor mínimo, exceto para vãos superiores a 5 m. A solução para espessura da laje aponta para 4% do vão, (excetuando-se o vão de 6 m).

Tabela 9 - Resultados da otimização com variação de vãos e utilizando sobrecarga de 2,0 kN/m²

Sobrecarga: 2,0 kN/m²
Material de enchimento: EPS e cerâmico

Vão (m)	Enchimento ($h_e/b_e/c_e$) +Treliça	h_f (cm)	f_{ck} (MPa)	$\phi_{adic.}$ (mm)	n° barras	h/L_x (%)	Peso (kN/m ²)	Custo (R\$/m ²)
2	CER 08/30/19+TR 08644	4	20	-	0	6,00	1,69	60,17
3	CER 08/30/19+TR 08644	4	35	8.0	1	4,00	1,72	71,32
4	CER 12/30/19+TR 12645	4	40	10.0	1	4,00	2,11	96,12
5	EPS 16/40/100+TR 16745	4	45	12.5	1	4,00	1,7	119,96
6	EPS 16/33/100+TR 16745	10	40	12.5	1	4,33	3,28	157,42
7	EPS 08/40/100+TR 08644	20	45	12.5	2	4,00	5,31	193,39

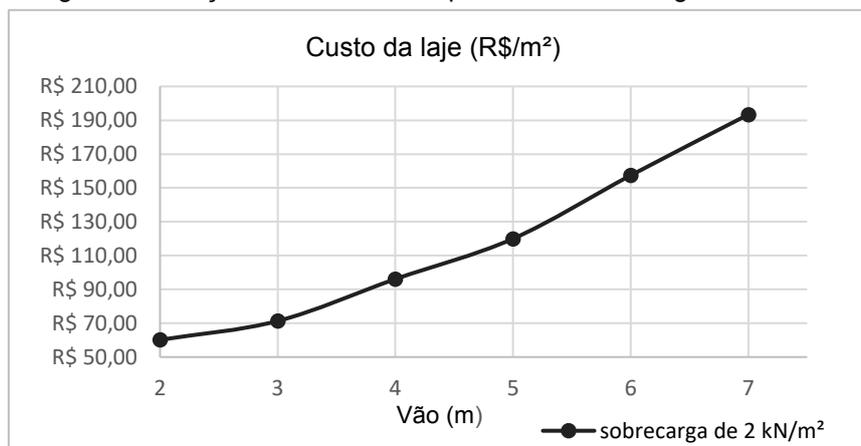
Restrições

Vão (m)	Ductilidade (g ₁)	Flexão (g ₂)	Detalhamento (g ₃)	Cisalhamento (g ₄)	δ_{visual} (g ₅)	$\delta_{vibração}$ (g ₆)	Frequência (g ₇)
2	-0,924	0,000	-1,000	-0,445	-0,834	-0,859	-0,778
3	-0,901	-0,466	-0,500	-0,486	-0,154	-0,655	-0,573
4	-0,915	-0,512	-0,500	-0,500	-0,093	-0,681	-0,507
5	-0,926	-0,534	-0,500	-0,475	-0,132	-0,648	-0,445
6	-0,920	-0,375	-0,500	-0,426	-0,008	-0,754	-0,413
7	-0,891	-0,345	0,000	-0,308	-0,052	-0,784	-0,315

Fonte: Autor, 2023.

A flecha total para a combinação quase permanente mostrou-se como restrição ativa em todos os casos de vãos superiores a 2 m, indicando que o estado de deformação excessiva consiste em um fator limitante no projeto de lajes treliçadas. Vale salientar que, embora o algoritmo tenha encontrado soluções para o vão de 7 m, nota-se que as lajes treliçadas podem não ser uma solução econômica para esta situação, visto que o valor a espessura da capa de concreto (h_f) tende a atingir o valor dado como limite superior (20 cm) para esta variável, demandando um alto volume de concreto moldado *in loco* e um consequente aumento no peso próprio da estrutura. A Figura 7 apresenta o custo por m^2 de laje para todos os vãos em análise com uma sobrecarga de 2 kN/m^2 . O custo do m^2 da laje tem um aumento significativo à medida que o vão também aumenta. Ressalta-se que a tendência é semelhante para as demais sobrecargas utilizadas neste estudo.

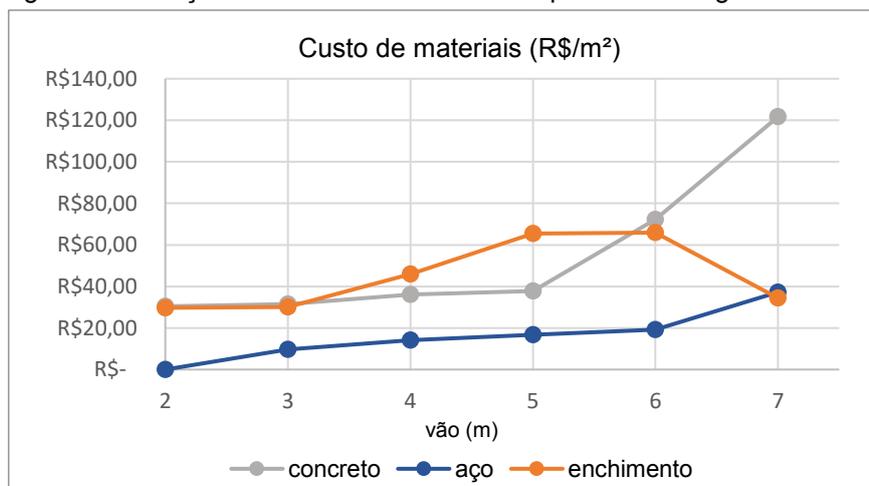
Figura 7- Relação Custo/ m^2 x Vão para uma sobrecarga de 2 kN/m^2 .



(Fonte: Autor, 2023)

A Figura 8 apresenta os custos com aço, concreto moldado *in loco* e material de enchimento (EPS e cerâmico) por m^2 de laje para uma sobrecarga de $2,0\text{ kN/m}^2$. Nota-se que o material de enchimento tem grande influência no custo final do elemento até vãos de 5 m. Entretanto, quando os vãos superam este valor, o concreto passa a contribuir com maiores custos em relação aos demais materiais.

Figura 8 – Relação custo dos materiais x Vão para sobrecarga de 2 kN/m^2 .



(Fonte: Autor, 2023)

Com base na análise dos dados, é notória a redução dos custos utilizando-se o enchimento em material cerâmico para vãos de até 4 m. Porém, ao ser feita uma análise

global da estrutura, o EPS pode apresentar maiores vantagens devido ao seu peso específico ser muito inferior ao do material cerâmico, o que resulta em um alívio no peso próprio da estrutura e a consequente redução de gastos com fundações, pilares e vigas, além de permitir o aumento de intereixo (b_f), o que acarreta uma maior distância entre nervuras, resultando em um menor volume de concreto e menor número de vigotas treliçadas. Somado a estes benefícios, tem-se uma maior rapidez na construção desse sistema também devido ao seu baixo peso, o que traz agilidade no seu transporte e na confecção da laje. Diante disso, a utilização do EPS mostra-se uma solução competitiva para lajes treliçadas, tanto que a comercialização da lajota cerâmica, com alturas de 12 e 16 cm, encontra-se escassa (para o momento desta pesquisa e para a região onde foram coletados os custos). Neste contexto, com o intuito de auxiliar projetistas com o pré-dimensionamento deste tipo de laje, a Tabela 10 apresenta os resultados ótimos das variáveis de projeto considerando apenas o EPS como material de enchimento e vãos até 6 m.

Tabela 10 – Tabela para pré-dimensionamento de laje treliçadas utilizando EPS

Sobrecarga de 0,5 kN/m²						
Vão (m)	Enchimento ($h_e/b_e/c_e$) +Treliça	h_f (cm)	f_{ck} (MPa)	$\Phi_{adic.}$ (mm)	n^o_{barras}	h/L_x (%)
2	EPS 08/40/100+TR 08644	4	20	6.3	1	6
3	EPS 08/40/100+TR 08644	4	30	6.3	1	4
4	EPS 08/33/100+TR 08644	6	45	8.0	1	3,5
5	EPS 12/33/100+TR 12645	5	50	6.3	2	3,4
6	EPS 16/33/100+TR 16745	5	50	10.0	1	3,5
Sobrecarga de 1,0 kN/m²						
Vão (m)	Enchimento ($h_e/b_e/c_e$) +Treliça	h_f (cm)	f_{ck} (MPa)	$\Phi_{adic.}$ (mm)	n^o_{barras}	h/L_x (%)
2	EPS 08/40/100+TR 08644	4	20	6.3	1	6
3	EPS 08/33/100+TR 08644	4	25	6.3	1	4
4	EPS 12/40/100+TR 12645	4,5	30	8.0	1	4,13
5	EPS 16/40/100+TR 16745	4	35	10.0	1	4
6	EPS 16/33/100+TR 16745	7,5	45	12.5	1	3,92
Sobrecarga de 1,5 kN/m²						
Vão (m)	Enchimento ($h_e/b_e/c_e$) +Treliça	h_f (cm)	f_{ck} (MPa)	$\Phi_{adic.}$ (mm)	n^o_{barras}	h/L_x (%)
2	EPS 08/40/100+TR 08644	4	20	6.3	1	6
3	EPS 08/40/100+TR 08644	4	30	8.0	1	4
4	EPS 12/33/100+TR 12645	4	30	8.0	1	4
5	EPS 16/40/100+TR 16745	4	35	10.0	1	4
6	EPS 16/33/100+TR 16745	7	50	12.5	1	3,83
Sobrecarga de 2,0 kN/m²						
Vão (m)	Enchimento ($h_e/b_e/c_e$) +Treliça	h_f (cm)	f_{ck} (MPa)	$\Phi_{adic.}$ (mm)	n^o_{barras}	h/L_x (%)
2	EPS 08/40/100+TR 08644	4	20	6.3	1	6
3	EPS 08/40/100+TR 08644	4,5	30	8.0	1	4,17
4	EPS 12/40/100+TR 12645	4	40	10.0	1	4
5	EPS 16/40/100+TR 16745	4	40	12.5	1	4
6	EPS 16/33/100+TR 16745	10	40	12.5	1	4,33

Fonte: Autor, 2023.

4.2. Soluções ótimas de projeto considerando o uso de contraflecha

Devido às deformações excessivas apresentarem-se como fator limitante no dimensionamento de lajes treliçadas unidirecionais, o método de otimização foi refeito considerando o uso de contraflecha para os casos em que a flecha total, para combinação quase permanente, foi superior ao seu valor limite. Conforme estabelecido pela NBR 6118 (ABNT, 2014), a contraflecha foi limitada ao valor máximo de $L_x/350$.

A Tabela 11 mostra os valores otimizados quando se usa a compensação da contraflecha nas lajes com sobrecarga de $0,5 \text{ kN/m}^2$. O material cerâmico segue apresentando maior economia para vãos de até 4 m e o EPS para vãos superiores a este. Nota-se uma redução nos valores de h_f para todos os vãos superiores a 3 m, que conferiu às lajes menores alturas, redução no peso próprio e nos custos/m². A redução destes torna-se mais expressiva em vãos superiores a 3 m.

Tabela 11 - Resultados da otimização para sobrecarga de $0,5 \text{ kN/m}^2$ considerando o uso de contraflecha
Sobrecarga: $0,5 \text{ kN/m}^2$

Material de enchimento: EPS e cerâmico								
Vão (m)	Enchimento ($h_e/b_e/c_e$) +Treliça	h_f (cm)	f_{ck} (MPa)	$\Phi_{adic.}$ (mm)	n° barras	h/L_x (%)	Peso (kN/m ²)	Custo (R\$/m ²)
2	CER 08/30/19+TR 08644	4	20	-	0	6,00	1,69	60,17
3	CER 08/30/19+TR 08644	4	25	6.3	1	4,00	1,72	65,80
4	CER 08/30/19+TR 08644	5	50	8.0	1	3,25	1,97	81,06
5	EPS 12/40/100+TR 12645	4	50	10.0	1	3,20	1,53	101,38
6	EPS 16/33/100+TR 16745	4	40	10.0	1	3,33	1,86	120,87
7	EPS 08/40/100+TR 08644	16,5	35	12,5	2	3,50	4,38	160,15

Restrições

Vão (m)	Ductilidade (g ₁)	Flexão (g ₂)	Detalhamento (g ₃)	Cisalhamento (g ₄)	δ_{visual} (g ₅)	$\delta_{vibração}$ (g ₆)	Frequência (g ₇)	Contraflecha (g ₈)
2	-0,948	0,000	-1,000	-0,622	-0,857	-0,965	-0,817	-1,000
3	-0,905	-0,283	-0,500	-0,529	-0,352	-0,895	-0,611	-0,417
4	-0,926	-0,326	-0,500	-0,643	-0,207	-0,871	-0,484	-0,125
5	-0,937	-0,414	-0,500	-0,640	-0,057	-0,852	-0,422	-0,300
6	-0,924	-0,515	-0,500	-0,604	-0,039	-0,863	-0,358	-0,125
7	-0,867	-0,442	0,000	-0,262	-0,007	-0,894	-0,193	0,000

Fonte: Autor, 2023.

A Tabela 12 apresenta valores otimizados quando é aplicada uma sobrecarga de $1,0 \text{ kN/m}^2$. O material de enchimento cerâmico, além de apresentar-se mais econômico para vãos de até 4 m, também foi empregado para o vão de 7 m. A altura (h_e) apresentou redução para os vãos de 4 e 5 m, que culminou no aumento da resistência do concreto para estes casos. Houve também uma redução na altura da capa de concreto para os vãos de 6 e 7 m, o que contribuiu para uma maior redução do custo/m². A altura das lajes, assim como o peso próprio e custo/m² também apresentam queda, sobretudo, em vãos superiores a 3 m.

Tabela 12 - Resultados da otimização para sobrecarga de 1,0 kN/m² considerando o uso de contraflecha
Sobrecarga: 1,0 kN/m²

Material de enchimento: EPS e cerâmico

Vão (m)	Enchimento ($h_e/b_e/c_e$) +Treliça	h_f (cm)	f_{ck} (MPa)	$\Phi_{adic.}$ (mm)	n^o_{barras}	h/L_x (%)	Peso (kN/m ²)	Custo (R\$/m ²)
2	CER 08/30/19+TR 08644	4	20	-	0	6,00	1,69	60,17
3	CER 08/30/19+TR 08644	4	25	6.3	1	4,00	1,72	65,80
4	CER 08/30/19+TR 08644	5	50	6.3	2	3,25	1,97	83,30
5	EPS 12/33/100+TR 12645	4	50	10.0	1	3,20	1,65	106,85
6	EPS 16/40/100+TR 16745	4,5	45	12.5	1	3,42	1,85	123,63
7	CER 08/30/19+TR 08644	16,5	40	12.5	2	3,50	4,78	164,49

Restrições

Vão (m)	Ductilidade (g ₁)	Flexão (g ₂)	Detalhamento (g ₃)	Cisalhamento (g ₄)	δ_{visual} (g ₅)	$\delta_{vibração}$ (g ₆)	Frequência (g ₇)	Contraflecha (g ₈)
2	-0,940	0,000	-1,000	-0,563	-0,849	-0,929	-0,803	-1,000
3	-0,891	-0,381	-0,500	-0,469	-0,242	-0,790	-0,582	-0,417
4	-0,915	-0,412	0,000	-0,605	-0,090	-0,743	-0,448	-0,125
5	-0,924	-0,487	-0,500	-0,631	-0,170	-0,733	-0,397	-0,300
6	-0,927	-0,528	-0,500	-0,545	-0,010	-0,739	-0,329	-0,125
7	-0,865	-0,466	0,000	-0,319	-0,035	-0,813	-0,185	0,000

Fonte: Autor, 2023.

A Tabela 13 apresenta os resultados ótimos quando é aplicada uma sobrecarga de 1,5 kN/m² e o uso de contraflecha nas lajes. Não houve diferença na escolha do material de enchimento, entretanto, para o vão de 4 m, o material cerâmico teve uma redução no valor de h_e , e apesar de h_f e f_{ck} terem sofrido um aumento, conseguiu-se reduzir o custo do m² do elemento em relação ao mesmo sistema sem a aplicação de contraflecha. A altura das lajes, peso próprio e custo/m² também sofreram redução a partir do vão de 4 m.

Tabela 13 - Resultados da otimização para sobrecarga de 1,5 kN/m² considerando o uso de contraflecha
Sobrecarga: 1,5 kN/m²

Material de enchimento: EPS e cerâmico

Vão (m)	Enchimento ($h_e/b_e/c_e$) +Treliça	h_f (cm)	f_{ck} (MPa)	$\Phi_{adic.}$ (mm)	n^o_{barras}	h/L_x (%)	Peso (kN/m ²)	Custo (R\$/m ²)
2	CER 08/30/19+TR 08644	4	20	-	0	6,00	1,69	60,17
3	CER 08/30/19+TR 08644	4	25	6.3	1	4,00	1,72	65,8
4	CER 08/30/19+TR 08644	5,5	45	10.0	1	3,38	2,09	85,73
5	EPS 16/40/100+TR 16745	4	25	10.0	1	4,00	1,70	112,38
6	EPS 16/33/100+TR 16745	4	45	12.5	1	3,33	1,86	127,71
7	CER 08/30/19+TR 08644	16,5	40	12.5	2	3,50	4,78	164,49

Restrições

Vão (m)	Ductilidade (g ₁)	Flexão (g ₂)	Detalhamento (g ₃)	Cisalhamento (g ₄)	δ_{visual} (g ₅)	$\delta_{vibração}$ (g ₆)	Frequência (g ₇)	Contraflecha (g ₈)
2	-0,932	0,000	-1,000	-0,504	-0,842	-0,894	-0,790	-1,000
3	-0,875	-0,456	-0,500	-0,412	-0,146	-0,685	-0,555	-0,417
4	-0,899	-0,468	-0,500	-0,537	-0,017	-0,633	-0,422	-0,125
5	-0,894	-0,566	-0,500	-0,344	-0,018	-0,652	-0,397	-0,300
6	-0,912	-0,596	-0,500	-0,551	-0,077	-0,617	-0,295	-0,125
7	-0,855	-0,504	0,000	-0,285	-0,021	-0,719	-0,156	0,000

Fonte: Autor, 2023.

Os resultados ótimos para uma sobrecarga de 2,0 kN/m² nas lajes são apresentados na Tabela 14. Devido ao uso de contraflecha, o algoritmo optou pela redução da altura b_e nos vãos de 4 e 5 m. Devido a isso, houve um aumento na altura da capa de concreto e no peso próprio, para estes vãos, superiores aos casos sem o uso da contraflecha. Para o vão de 7 m, entretanto, houve um aumento no valor de h_e e redução de h_f . Em todas as soluções em que o material de enchimento foi o EPS, o valor da largura b_e convergiu para o seu maior valor (40 cm), o que resulta no aumento do intereixo (b_f) das lajes.

Tabela 14 - Resultados da otimização para sobrecarga de 2,0 kN/m² considerando o uso de contraflecha

Sobrecarga: 2,0 kN/m²
Material de enchimento: EPS e cerâmico

Vão (m)	Enchimento ($h_e/b_e/c_e$) +Treliça	h_f (cm)	f_{ck} (MPa)	$\phi_{adic.}$ (mm)	n° barras	h/L_x (%)	Peso (kN/m ²)	Custo (R\$/m ²)
2	CER 08/30/19+TR 08644	4	20	-	0	6,00	1,69	60,17
3	CER 08/30/19+TR 08644	4	25	8.0	1	4,00	1,72	69,49
4	CER 08/30/19+TR 08644	7,5	30	10.0	1	3,88	2,55	91,66
5	EPS 12/40/100+TR 12645	6	45	12,5	1	3,60	2,00	114,33
6	EPS 16/40/100+TR 16745	4,5	50	10.0	2	3,42	1,85	134,44
7	EPS 12/40/100+TR 12645	16	30	12.5	2	4,00	4,44	174,64

Restrições

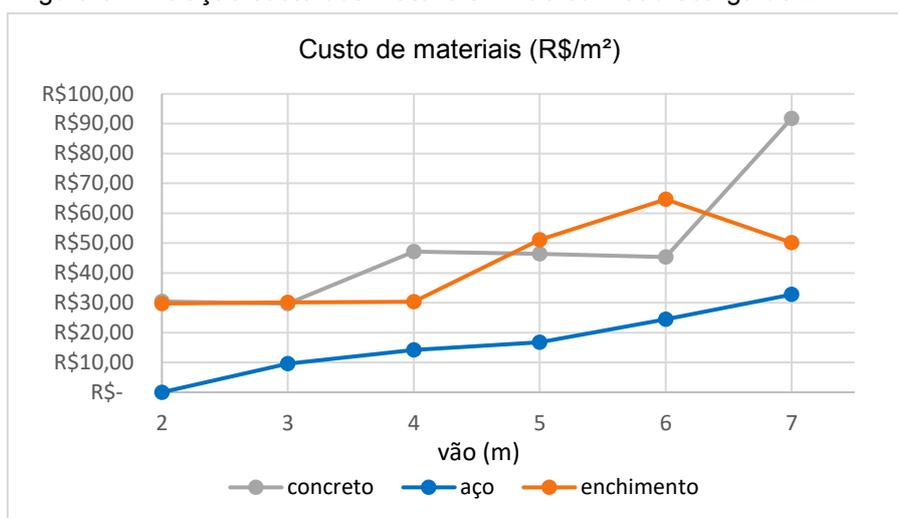
Vão (m)	Ductilidade (g ₁)	Flexão (g ₂)	Detalhamento (g ₃)	Cisalhamento (g ₄)	δ_{visual} (g ₅)	$\delta_{vibração}$ (g ₆)	Frequência (g ₇)	Contraflecha (g ₈)
2	-0,924	0,000	-1,000	-0,445	-0,834	-0,859	-0,778	-1,000
3	-0,860	-0,515	-0,500	-0,358	-0,065	-0,521	-0,529	-0,417
4	-0,867	-0,493	-0,500	-0,346	-0,131	-0,598	-0,423	-0,125
5	-0,912	-0,502	-0,500	-0,467	-0,011	-0,556	-0,357	-0,300
6	-0,917	-0,599	0,000	-0,497	-0,046	-0,492	-0,272	-0,125
7	-0,852	-0,529	0,000	-0,066	-0,031	-0,636	-0,159	0,000

Fonte: Autor, 2023.

Em todos os casos, a restrição ativa segue sendo a flecha para combinação quase permanente, porém, com o uso da contraflecha, houve um aumento na sua tolerância. A contraflecha atingiu o seu limite para todos os casos com vão de 7 m. As restrições referentes ao cisalhamento e a frequência tornaram-se moderadamente ativas para sobrecargas de 1,5 e 2,0 kN/m². Em relação à altura da capa de concreto das lajes, os vãos de 6 e 7 m apresentaram redução em todos os casos nos quais foram empregados o uso da contraflecha, entretanto, o vão de 7 m continua sendo uma alternativa pouco econômica dado o alto volume de concreto requerido.

A Figura 9 apresenta os custos com aço, concreto moldado *in loco* e material de enchimento por m² de laje para uma sobrecarga de 2,0 kN/m². Nota-se que houve um aumento da contribuição do concreto moldado *in loco* no custo das lajes com vão igual a 3 m. O material de enchimento continua com grande influência no custo final do elemento em vãos de 5 e 6 m.

Figura 9 – Relação custo dos materiais x Vão com sobrecarga de 2 kN/m².



(Fonte: Autor, 2023)

A Tabela 15 apresenta o percentual referente a redução do custo/m² de laje para os respectivos valores de vão e sobrecarga (Q) ao ser previsto o uso de contraflecha. Nota-se que não há redução de custos consideráveis em vãos inferiores a 4 m, entretanto, pode-se obter uma redução superior a 14 % para o vão de 6 m.

Tabela 15 – Redução de custo/m² de laje com uso de contraflecha

vão (m)	Q = 0,5 (kN/m ²)	Q = 1,0 (kN/m ²)	Q = 1,5 (kN/m ²)	Q = 2,0 (kN/m ²)
2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	1,36%	1,36%	1,36%	2,57%
4	9,34%	8,01%	8,61%	4,64%
5	8,18%	6,69%	1,86%	4,69%
6	8,07%	13,16%	13,84%	14,60%
7	12,79%	11,74%	12,54%	9,70%

Fonte: Autor, 2023.

De igual modo ao apresentado em 4.1, foi desenvolvida uma tabela (Tabela 16) como ferramenta de auxílio na concepção estrutural de lajes treliçadas utilizando o EPS como material de enchimento e considerando o uso de contraflechas.

Tabela 16 – Tabela para pré-dimensionamento de lajes treliçadas considerando o uso de contraflecha

Sobrecarga de 0,5 kN/m²						
Vão (m)	Enchimento (h _e /b _e /c _e) +Treliça	h _f (cm)	f _{ck} (MPa)	Φ _{adic.} (mm)	n ^o _{barras}	h/L _x (%)
2	EPS 08/40/100+TR 08644	4	20	6.3	1	6
3	EPS 08/40/100+TR 08644	4	25	6.3	1	4
4	EPS 08/33/100+TR 08644	4	50	6.3	2	3
5	EPS 12/40/100+TR 12645	4	50	10.0	1	3,2
6	EPS 16/33/100+TR 16745	4	40	10.0	1	3,33
Sobrecarga de 1,0 kN/m²						
Vão (m)	Enchimento (h _e /b _e /c _e) +Treliça	h _f (cm)	f _{ck} (MPa)	Φ _{adic.} (mm)	n ^o _{barras}	h/L _x (%)
2	EPS 08/40/100+TR 08644	4	20	6.3	1	6
3	EPS 08/40/100+TR 08644	4,5	20	6.3	1	4,17
4	EPS 08/33/100+TR 08644	4	50	10.0	1	3
5	EPS 12/33/100+TR 12645	4	50	10.0	1	3,2
6	EPS 16/40/100+TR 16745	4	50	12.5	1	3,33
Sobrecarga de 1,5 kN/m²						
Vão (m)	Enchimento (h _e /b _e /c _e) +Treliça	h _f (cm)	f _{ck} (MPa)	Φ _{adic.} (mm)	n ^o _{barras}	h/L _x (%)
2	EPS 08/40/100+TR 08644	4	20	6.3	1	6
3	EPS 08/40/100+TR 08644	4	25	8.0	1	4
4	EPS 08/33/100+TR 08644	5	45	10.0	1	3,25
5	EPS 12/40/100+TR 12645	5	50	12.5	1	3,4
6	EPS 16/33/100+TR 16745	4	45	12.5	1	3,33
Sobrecarga de 2,0 kN/m²						
Vão (m)	Enchimento (h _e /b _e /c _e) +Treliça	h _f (cm)	f _{ck} (MPa)	Φ _{adic.} (mm)	n ^o _{barras}	h/L _x (%)
2	EPS 08/40/100+TR 08644	4	20	6.3	1	6
3	EPS 08/33/100+TR 08644	4,5	20	6.3	1	4,17
4	EPS 08/40/100+TR 08644	6	40	12.5	1	3,5
5	EPS 12/40/100+TR 12645	6	45	12.5	1	3,6
6	EPS 16/40/100+TR 16745	4,5	50	10.0	2	3,42

Fonte: Autor, 2023.

A Tabela 17 traz o percentual da redução no custo/m² em lajes que tem o EPS como material de enchimento e considerando o uso de contraflecha.

Tabela 17 – Redução do custo/m ² de laje com uso de contraflecha				
vão (m)	Q = 0,5 (kN/m ²)	Q = 1,0 (kN/m ²)	Q = 1,5 (kN/m ²)	Q = 2,0 (kN/m ²)
2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	1,31%	2,39%	1,26%	2,71%
4	7,15%	9,00%	7,92%	5,78%
5	8,18%	6,69%	2,51%	4,69%
6	8,07%	15,88%	13,84%	14,60%

Fonte: Autor, 2023.

5. CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo principal desenvolver um modelo de otimização para o dimensionamento de lajes treliçadas unidirecionais isoladas, de forma que o custo com materiais fosse minimizado. Para tanto, utilizou-se a ferramenta *solver* do Excel e, por meio do algoritmo *Evolucionary*, foi feita uma busca dos valores ótimos para as variáveis de projeto de modo que as restrições impostas pelas normas NBR 6118:2014 e NBR 14589-1:2016 fossem atendidas.

Conforme visto no capítulo de discussão de resultados, observou-se que o tipo de material de enchimento, bem como a altura da capa de concreto (h_f), impacta fortemente na redução/aumento dos custos das lajes. Na maioria dos casos analisados, o algoritmo retornou o valor mínimo para a espessura da mesa de concreto, contribuindo consideravelmente com a redução do volume de concreto moldado *in loco* e, conseqüentemente, com a redução do peso próprio da estrutura.

Tratando-se do material de enchimento, as lajes de até 4 m de vão são mais econômicas utilizando-se as lajotas cerâmicas, entretanto, à medida que o vão aumenta, a preferência do algoritmo tende ao EPS, dada a possibilidade de serem geradas lajes com maiores valores de entreixo (b_f), o que resulta em menores quantidades de nervuras e também na redução do volume de concreto moldado *in loco* e no número de vigotas treliçadas.

Em muitos casos, a lajota cerâmica é tida como solução ótima devido ao seu menor custo unitário em relação ao EPS. Entretanto, merece destaque o impacto que o peso adicional pelo uso das lajotas cerâmicas gera nos demais elementos da estrutura (vigas, pilares e fundações), o que faz com que, em uma análise global, o EPS possa ser mais vantajoso.

Quando o espaço de busca da variável de material de enchimento (x_1) foi limitado, excluindo o material cerâmico, as lajes obtiveram aumento do entreixo, o que causou uma redução no número de nervuras, porém, tornou-se necessário o uso de armadura adicional até para o vão de 2 m, fato que não ocorreu quando se utilizou material cerâmico, que confere às lajes menores valores de entreixos.

Os resultados obtidos na aplicação do método apontam a flecha total para a combinação quase permanente como restrição mais ativa para todos os casos com vãos superiores a 2 m, fato que confirma a tendência dos projetos de lajes treliçadas, principalmente quando são armadas em uma direção e consideradas rotuladas, serem limitados pelo estado de deformação excessiva.

Em uma segunda análise, foi inserida uma nova restrição ao modelo de otimização, referente ao uso de contraflecha, para casos em que a flecha total para combinação quase permanente ultrapassasse o seu valor limite. Os resultados mostram uma tendência na diminuição da espessura das lajes, tanto pela redução da capa de concreto, como pela escolha do material de enchimento com menores valores de altura (h_e) em outros casos. A redução do peso próprio da estrutura também foi evidente em quase todas as lajes analisadas. Devido a isso, conseguiu-se uma redução nos custos das lajes em até 14,6% para os casos em que a variável x_1 tem a lajota cerâmica e o EPS como material de enchimento, e redução de até 15,88% quando o material de enchimento é limitado ao uso de EPS.

Frente às exigências de mercado para concepção de projetos mais célere, bem como a busca por soluções estruturais economicamente atrativas, a metodologia proposta neste trabalho, assim como os resultados ótimos para variáveis de projeto e tabelas de pré-dimensionamento das lajes treliçadas, utilizando o EPS como material de enchimento, mostram-se eficientes e podem servir como ferramenta de alto potencial prático para

auxiliar projetistas no processo de dimensionamento de lajes treliçadas de modo otimizado, com garantia de segurança e adequado desempenho em serviço do modelo estrutural.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, T.; EL DEBS, M. K.; MELO, A. M. C. Otimização de pavimentos de edifícios com estruturas de concreto pré-moldado utilizando algoritmos genéticos. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, v. 12, n. 54, p. 107-124, 2010.

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. 3. ed. v. 4. Rio Grande: Dunas, 2014.

ARCELORMITTAL. Manual técnico de lajes treliçadas da ArcelorMittal. 2010. Disponível em: < <http://rangellage.com.br/wp-content/uploads/2019/06/Manual-Lajes-Treli%C3%A7adas> >. Acesso em: 19 de nov de 2022.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

_____. **NBR 6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro. 2019.

_____. **NBR 14859-1**: Lajes pré-fabricadas de concreto - Parte 1: Vigotas, minipainéis e painéis. Rio de Janeiro, 2016.

_____. **NBR 14859-3**: Lajes pré-fabricadas de concreto - Parte 3: Armaduras treliçadas eletrossoldadas para lajes pré-fabricadas - Requisitos. Rio de Janeiro, 2017.

BEZERRA, E. M. F. **Otimização multiobjetivo de lajes nervuradas em concreto armado**. 2017. 101 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

BEZERRA, E. F. et al. Otimização de sapatas rígidas isoladas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CONCRETO, 2022, Brasília. Anais... São Paulo: IBRACON, 2022.

CARDOSO, E. U.; RODRIGUEZ, R. Q.; MACHADO, L. Q.; KUNZ, F. F.; SANTOS, P. S. S.; QUISPE, A. P. C. Otimização estrutural de pórticos planos de concreto considerando o efeito estático e dinâmico do vento. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, São Paulo, v. 15, n. 1, 1-15, 2022.

CARRARO, F. **Otimização estrutural de pórticos planos utilizando o algoritmo SGA**. 2015. 94 f. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2015.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. Vol. 2. São Paulo: Pini, 2013.

CASTILHO, V. C. de; LIMA, M. C. V. de. Otimização dos custos de lajes formadas por vigotas treliçadas considerando variações nos preços dos insumos. **Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural**, v. 3, n. 1, p. 23-36, 2006.

CASTILHO, V. C. de; LIMA, M. C. V. de. Cost optimisation of lattice-reinforced joist slabs using genetic algorithms. **Structural concrete**, v. 8, n. 1, p. 1-8, 2007.

CLÍMACO, J. C. T. S. **Estruturas de concreto armado: fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação**. 3. ed. Brasília, Editora UnB: FINATEC, 2016.

CORREIA, R. S; BONO, G. F. F.; BONO, G. Otimização de vigas de concreto armado utilizando a ferramenta Solver. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, São Paulo, v. 12, n. 4, 910-931, 2019.

COSTA, R. D. G. da. **Análise experimental de lajes treliçadas armadura mínima longitudinal de tração e reforço pela face superior**. 2006. 170 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2006.

FERREIRA, T. R; LIMA, M. C. V. de; DELALIBERA, R. G. Otimização estrutural de lajes formadas por vigotas treliçadas com e sem protensão. **Revista Ciência & Engenharia**, v. 26, n. 2, p. 01-09, 2017.

FRANCA, A. B. M.; FUSCO, P. B. **As lajes nervuradas na moderna construção de edifícios**. São Paulo: AFALA & ABRAPEX, 1997.

FORNI, D. **Custos de lajes formadas por vigotas treliçadas considerando a produção, o transporte, a montagem e a concretagem**. 2005. 141 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2006.

KRIPKA, M.; BORDIGON, R.; PRAVIA, Z. M. C. Parâmetros para o dimensionamento otimizado de perfis u formados a frio submetidos à flexão simples. **Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural**, v. 7, n. 1, p. 30-51, 2010.

KRIPKA, M.; GUERRA, P.A. Otimização estrutural das paredes enrijecidas de silos metálicos prismáticos com a utilização do MS Excel Solver. **Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas**, v. 31, n. 2, p. 131-142, 2010.

LOPES, A. L. O. **Estudo comparativo entre lajes nervuradas moldadas no local com fôrmas de polipropileno e lajes pré-fabricadas treliçadas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2015.

MACHADO, F. N. **Otimização de lajes de concreto com nervuras pré-moldadas com armação treliçada**. 2017. 75 f. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

MEDEIROS, G. F.; KRIPKA, M. Algumas aplicações de métodos heurísticos na otimização de estruturas. **Revista CIATEC – UPF**, v. 4, n. 1, p. 19-32, 2012.

MORAIS, E.; PAMPLONA, P. **Otimização e confiabilidade aplicadas à engenharia**. 1 ed. Ponta Grossa: Atena, 2022.

NUNES, K. K. F.; COSTA, L. R. A.; DIÓGENES, H. J. F.; MONTEIRO, A. C. L. **Verification of excessive vibrations on unidirectional precast ribbed slab floors.** In: CILAMCE 40., 2019, Natal-RN. Anais... Natal-RN: ABMEC, 2019. p. 01-19.

NUNES, J. P. A. **Otimização de lajes nervuradas de concreto armado, utilizando algoritmo genético.** 131 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal de Pernambuco, 2018.

SILVA, A. R.; RODRIGUES, T. A. Dimensionamento otimizado de vigas mistas de aço e concreto. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 12, n. 6, p 1428-1453, 2019.

SINAPI – SISTEMA NACIONAL DE PESQUISA DE CUSTOS E ÍNDICES DA CONSTRUÇÃO CIVIL. Preços de insumos. Caixa Econômica Federal, novembro, 2022.

TORMEN, A. F.; PRAVIA, Z. M. C.; RAMIRES, F. B.; KRIPKA, M. Optimization of steel-concrete composite beams considering cost and environmental impact. **Steel and Composite Structures**, v. 34, n. 3, p. 409-421, 2020.

VÉLEZ, D. I. A. **Otimização de estruturas reticuladas utilizando algoritmos genéticos. 2015. Dissertação** (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) - Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

VIZOTTO, I.; SARTORTI, A. L. Soluções de lajes maciças, nervuradas com cuba plástica e nervuradas com vigotas trelaçadas pré-moldadas: análise comparativa. **Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil**, n.15, p.19-28, 2010.