

**Estudo de caso: análise do mix de produção de uma siderúrgica com base na programação linear de dados**

Pedro Henrique Silva (IFMG) pedrohsilva.eng@hotmail.com

Patrícia Reis (IFMG) patricia-reis2010@hotmail.com

Rodrigo Lopes Cruz (IFMG) rodrigolopes.cruz@outlook.com

Lucas Pimenta Silva Paiva (IFMG) lucas.paiva.aguanil@gmail.com

Kamyla Espíndola Gibram Reis (IFMG) kamylaespindola@gmail.com

**Resumo**

Desenvolveu-se um estudo de caso, em uma empresa siderúrgica de médio porte, situada no interior de Minas Gerais, que fornece seus produtos para diversas áreas do país. Utilizou-se a programação linear que busca a distribuição eficiente de recursos limitados para atender um determinado objetivo, com o intuito de maximizar o lucro e minimizar os custos. Através de entrevista com o engenheiro responsável pelo local, realizou-se uma análise do processo de produção de quatro tipos de ferro, FC 200, FC 300, Nodular 45012 e Nodular 55006, a partir desses dados elaborou-se um problema de mix de produção, no qual se coletou e tabelaram as quantidades gastas com matéria-prima, o tempo gasto, a disponibilidade de horas a partir do número de funcionários a respectiva disponibilidade de material para a produção do produto e os custos de cada matéria-prima. Com essa análise pode-se observar quanto poderia aumentar ou diminuir de cada recurso da organização, onde se mostrou que entre as restrições, apenas o tempo de produção poderia ser aumentado. Pode-se concluir que a maior restrição da empresa esta no tempo disponível para produção e a demanda do mercado, e não com matéria-prima.

**Palavras-Chaves:** Produtos, distribuição, programação linear, restrições.

**1. Introdução**

A Pesquisa Operacional tem tido um grande impacto crescente na administração de empresas nos anos recentes. Tanto o número quanto a variedade de suas aplicações continuam a crescer rapidamente. Algumas de suas técnicas envolvem idéias sofisticadas em ciências políticas, matemática, economia, teoria da probabilidade e estatística. Como também sendo usada amplamente em outros tipos de organizações, inclusive negócios e indústria.

O termo Pesquisa Operacional “PO” foi empregado pela primeira vez em 1939. A partir de individualizada e batizada, tornou-se possível fixar suas origens em épocas remotas da história da ciência e da sociedade.

Sabendo da importância da PO no meio econômico e no dia-a-dia das empresas, o ideal seria uma constante utilização desse modelo para fins lucrativos no ramo capitalista. Qualquer

empresa visa à otimização do uso de seus recursos e de seu lucro bruto. Portanto a viabilidade da PO em uma empresa torna-se cada vez maior, e quase que essencial para um melhor desempenho no mercado econômico.

Para tanto, o devido trabalho tem por objetivo a utilização dos métodos da Pesquisa Operacional para a maximização do lucro de uma empresa siderúrgica de grande porte localizada no interior de Minas Gerais.

## **2. Referencial teórico**

### **2.1. Pesquisa operacional**

Segundo Horgren (1978) a Pesquisa Operacional é a aplicação de métodos científicos para auxiliar na tomada de decisão. É a alocação eficiente de recursos escassos. Ela representa o mundo real através de modelos matemáticos e, utilizando-se métodos quantitativos, resolve esses modelos com o objetivo de otimizá-los.

A Pesquisa Operacional é uma área da Engenharia de Produção que proporciona aos profissionais que têm acesso ao seu escopo, um procedimento organizado e consistente que o auxiliará na difícil tarefa de gestão de recursos humanos, materiais e financeiros de uma organização. De fato, a Pesquisa Operacional oferece um elenco interessante de áreas, modelos e algoritmos que permitem ao gestor tomar decisão em problemas complexos, onde deve ser aplicada a ótica científica (MARINS, 2011).

Segundo Colin et al (1996), a modelagem matemática em sistemas de produção vem se tornando frequente, pois a classe empresarial está interessada na eficácia operacional, ou seja, está sendo forçada a se interessar nela, devido aos efeitos da competição mais acirrada e mais profissional. Martinez et al (2011) reforça essa ideia, quando ressalta que a Pesquisa Operacional tem tido um grande impacto crescente na administração de empresas nos anos recentes. Tanto o número quanto a variedade de suas aplicações continuam a crescer rapidamente.

Martínes e Santos (1998), explicam que otimização consiste num problema matemático que tem muitas aplicações no mundo real. Encontrar a solução para este tipo de problema seria identificar os mínimos e os máximos que satisfaçam os valores que as variáveis disponíveis podem assumir dentro de uma região de soluções viáveis. Silva (2013), diz que existe duas formas de se conseguir a solução do problema, que pode ser extraída do modelo mediante experimentação (isto é, por simulação) ou mediante análise matemática.

Como mostra Martinez et al (2011), as técnicas de programação se classificam em oito, sendo elas:

- Programação linear: tem sido usada com sucesso na solução de problemas relativos à alocação de pessoal, mistura de materiais, distribuição, transporte, carteira de investimento, avaliação da eficiência;
- Programação dinâmica: tem sido aplicada também com sucesso a áreas como planejamento de despesas de publicidade, distribuição do esforço de vendas e programação de produção;
- Teoria das filas: tem tido aplicação na solução de problemas relativos a congestionamento de tráfego, máquinas de serviços sujeitas à quebra, determinação do nível de uma força de serviço, programação do tráfego aéreo, projetos de represas, programação de produção e operação de hospitais;
- Programação inteira: que é uma forma de programação linear onde as variáveis podem apenas apresentar números inteiros. Tem sido utilizada na resolução de problemas de investimento dentre outros;
- Programação mista: que é uma forma de programação linear onde as variáveis podem assumir valores binários, inteiros e contínuos, este modelo também é definido como otimização combinatória, enquadrando-se em problemas de dificuldades não polinomiais NP-HARD;
- Programação não linear: modelo matemático onde a função objetivo, as restrições ou ambas, apresentam não linearidade em seus coeficientes;
- Programação multiobjetivo: é uma forma de programação linear e não linear onde se analisa múltiplas funções objetivos;
- Goal programming: que é uma extensão dos modelos de programação multiobjetivos, contendo vários modelos específicos para cada problema de decisão;
- Outras técnicas de pesquisa operacional, tais como teoria de estoque, teoria dos jogos, teoria dos grafos e simulação, também tem sido aplicadas com sucesso em diversos contextos.

Para a solução do problema apresentado é usado o modelo de otimização linear, pois “resolve a solução de problemas relativos à alocação de pessoal, mistura de materiais, distribuição, transporte, carteira de investimento, avaliação e eficiência” (MARTINEZ et al,2011).

## **2.2. Programação linear**

Segundo Moore e Weatherford (2005), a programação linear (PL) tem sido bastante utilizada desde a década de 1940 pelos militares e até hoje, muitas empresas se beneficiam do seu uso.

Tal programação, para Gonçalves e Koprowinski (1995), é uma técnica que vem se constituindo como uma das mais poderosas, na maioria dos ramos da atividade humana. Os problemas de Programação Linear (PL) buscam a distribuição eficiente de recursos limitados para atender um determinado objetivo, em geral, maximizar lucros ou minimizar custos. Em se tratando de PL, esse objetivo é expresso através de uma função linear, denominada de "Função Objetivo".

Gonçalves e Koprowinski (1995), ainda afirmam que é necessário que se definam quais as atividades que consomem recursos e em que proporções os mesmos são consumidos. Essas informações são apresentadas em forma de equações as inequações lineares, uma para cada recurso. Ao conjunto dessas equações e/ou inequações, denomina-se "Restrições do Modelo".

Normalmente se tem inúmeras maneiras de distribuir os recursos escassos entre as diversas atividades em estudo, bastando para com isso que essas distribuições estejam coerentes com as restrições do modelo. No entanto, o que se busca, num problema Programação Linear é o resultado que é gerado através da função objetivo, isto é, a maximização do lucro ou a minimização dos custos. A essa solução dá-se o nome de solução ótima. Assim, ela é capaz de achar a solução ótima de um problema, uma vez definida o modelo linear, ou seja, a função objetivo e as restrições lineares.

Algumas aplicações da técnica de programação linear são mais comuns, dentre elas estão, para o problema em estudo, as aplicações em transporte e alocação de recursos.

## **2.3. Modelo canônico**

O conceito de modelo é essencial nos estudos de pesquisa operacional. Em tal contexto, modelo é uma idealização, ou uma visão simplificada da realidade, onde o pesquisador descreve de forma breve e de fácil entendimento as restrições e a função objetivo do problema. A partir dessa idealização, o modelo emprega símbolos matemáticos para representar as variáveis do sistema real, sendo elas relacionadas pelas funções matemáticas

que expressam o funcionamento do sistema. A solução consiste em encontrarem valores adequados das variáveis de decisão que aperfeiçoem o desempenho do sistema, as restrições determinadas (Gonçalves; Koprowinski, 1995).

Hewitt (2009) aponta que, se uma organização deseja empregar um modelo de dados canônico, é necessário que se crie o modelo seguindo uma análise detalhada dos dados da organização.

Para a resolução de um Problema de Programação Linear (PPL) dois passos são necessários. O primeiro é a Modelagem do problema, logo após aplica-se o método de solução do modelo. No caso de um Problema de Programação Linear o método mais utilizado, o qual será usado neste trabalho, é o Método Simplex.

#### **2.4. Método simplex**

O método Simplex é uma técnica usada para se encontrar, algebricamente, a solução ótima de um modelo de programação linear. Havendo uma solução para o modelo, o Simplex a encontra através de um processo de iterações sucessivas do sistema linear modelado, que geralmente é realizado por um computador (PUCCINI & PIZZOLATO, 1987).

Martínes e Santos (1998), descreve que tal método tem por objetivo a resolução de problemas de forma a otimizar a solução. Problemas estes, constituídos por uma função objetivo e as equações que definem as condições para que o problema seja resolvido. Sendo assim é possível maximizar ou minimizar o resultado do problema.

#### **2.5. Solver**

O Solver é um recurso disponível nos Editores de Planilhas Eletrônica, tanto no Microsoft Excel, como no OpenOffice Calc. A principal diferença entre as duas ferramentas é que a última, Calc, não fornece os relatórios de análise de sensibilidade. Por este motivo o Excel se adequa melhor devido à necessidade de demonstração de resultados. O Solver no Excel é capaz de gerar três relatórios para programas lineares, são eles: Relatório de Resposta, Relatório de Sensibilidade e Relatório de Limites.

O Relatório de Resposta fornece os valores originais e finais da Célula de Destino e de todas as Células Ajustáveis, bem como uma lista de cada restrição e seu status.

O Relatório de Sensibilidade fornece o valor final de cada célula ajustável, seu custo reduzido, o coeficiente da função objetivo, o acréscimo e o decréscimo do coeficiente da função objetivo para o qual a solução atual permanecerá ótima.

A análise de sensibilidade procura determinar o efeito de uma variação de um determinado item no seu valor total. Pode ser um instrumento útil em diferentes áreas para determinar a importância de uma variável sobre o resultado final de outra.

O relatório de Limites fornece os limites inferiores e superiores de cada célula ajustável, mantendo todas as outras células em seus valores atuais e satisfazendo as restrições.

### **3. Metodologia**

Este trabalho configura-se como um estudo de caso. Conforme Gil (2002) “o estudo de caso consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou de poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento”. O estudo de caso foi desenvolvido em uma empresa siderúrgica de médio porte, presente no interior de Minas Gerais, que fornece seus produtos para diversas áreas do país.

Utilizou-se como instrumento para coleta das informações a entrevista, esta, feita com o engenheiro responsável pelo local. Markoni e Lakatos (1999) definem a entrevista como o encontro entre duas pessoas, a fim de que uma delas obtenha informações a respeito de um determinado assunto.

Realizou-se uma análise do processo de produção de quatro tipos de ferro, FC 200, FC 300, Nodular 45012 e Nodular 55006. Onde foi elaborado um problema de mix de produção, no qual se coletou e tabelaram as quantidades gastas com matéria-prima, o tempo gasto, a disponibilidade de horas a partir do número de funcionários e a respectiva disponibilidade de material para a produção do produto. Para complementar foi coletado os custos de cada matéria-prima. E posteriormente, através do modelo linear, foi utilizada a ferramenta solver para a resolução do mix.

### **4. Resultados e discussão**

A empresa produz 5 (cinco) tipos de ferros diferentes, nos quais, 4 (quatro) foram analisados no trabalho: FC 200, FC 300, ND 45012, ND 55006. Através de dados fornecidos pelo responsável do processo de produção da *organização* foi possível a criação da Tabela 1, onde se observou que a empresa não trabalha com a estocagem de matéria-prima por mês, ou seja, é comprada da mesma de acordo com a demanda da produção. Segue abaixo a Tabela 1(kg/Ton.).

Tabela 1 – Matéria-Prima

<b>Matéria- Prima (kg)</b>	<b>FC 200</b>	<b>FC 300</b>	<b>Nodular 45012</b>	<b>Nodular 55006</b>	<b>Quantidade disponível</b>
Ferro Gusa	815	815	850	848	-
Sucata de aço	150	150	100	100	-
Ferro Silício	26,5	26,5	17	17	-
Ferro Manganês	0	0	0	0	-
Ferro Silício inoculante	8	8	8	8	-
Antimônio	0,4	0,5	0	0	-
Silício magnésio	0	0	25	25	-
Cobre eletrolítico	0	0	0	2	-
<b>Tempo de produção (h)</b>	1	1	1	1	360

Fonte: dos autores

A partir dos dados da matéria-prima foi analisado o custo para se produzir cada tonelada de ferro em um mês, e posteriormente o lucro que cada um gera pra empresa, de acordo com a Tabela 2.

Tabela 2 - Custos

<b>Matéria- Prima</b>	<b>Custo Unidade (R\$)</b>	<b>FC 200</b>	<b>FC 300</b>	<b>Nodular 45012</b>	<b>Nodular 55006</b>
Ferro Gusa	0,83	676,45	676,45	705,5	703,84
Sucata de aço	0,725	108,75	108,75	72,5	72,5
Ferro Silício	3,33	88,245	88,245	56,61	56,61
Ferro Manganês					
Ferro Silício inoculante	3,33	26,64	26,64	26,64	26,64
Antimônio	45	18	22,5		

Silício magnésio	1,2			30	30
Cobre eletrolítico	14				28
	<b>Total (R\$)</b>	918,085	922,585	891,25	917,59
	<b>Preço Ferro (R\$)</b>	2,06	2,53	2,84	2,98
	<b>Lucro (R\$)/ton</b>	1141,915	1607,415	1948,75	2062,41

Fonte: dos autores

Com todos os dados prontos e tabelados e com o conhecimento da Pesquisa Operacional, foi formulado um *modelo canônico* (Figura 1) e utilizado a ferramenta Solver para que pudesse ser analisada qual quantidade ideal de cada tipo de ferro a ser produzida de modo que o lucro da empresa seja maximizado respeitando todas suas restrições (Tabela 3). O resultado obtido está descrito na Tabela 4.

Sendo: (Q1 = FC 200; Q2 = FC 300; Q3 Nodular 45012; Q4 = Nodular 55006)

Figura 1 – Modelo Canônico

Função objetivo	
Maximizar:	
(1141,915 Q1+1607,415 Q2+1948,75 Q3+2062,41 Q4) (Lucro mensal)	
Sujeito às Restrições:	
Q1 + Q2 + Q3 + Q4	$\leq 360$ (Restrição de tempo)
Q1	$\geq 80$ (demanda de ferro FC 200)
Q2	$\geq 10$ (demanda de ferro FC 300)
Q3	$\geq 215$ (demanda de ferro Nodular 45012)
Q4	$\geq 7$ (demanda de ferro Nodular 55006)
Sendo :	
Q1 + Q2 + Q3 + Q4	$\geq 0$ (Não negatividade)

Fonte: dos autores

Tabela 3 - Previsão de Lucro

Quantidade FC 200	$\geq$	80
Quantidade FC 300	$\geq$	10
Quantidade ND 45012	$\geq$	215
Quantidade ND 55006	$\geq$	07
Tempo de produção	$\leq$	360

Fonte: dos autores

Tabela 4 – Mix de Produção

	<b>FC 200</b>	<b>FC 300</b>	<b>Nodular 45012</b>	<b>Nodular 55006</b>
Quantidade a ser produzida (T/mês)	80	10	215	55
Quantidade de tempo gasto (h)	360			
Lucro obtido (R\$)	639.841,15			

Fonte: dos autores

Com as quantidades definidas, o objetivo agora seria mostrar as opções, de acordo com seu mix de produtos, que a empresa tem para alcançar uma maior maximização de seu lucro, ou seja, as opções que a empresa tem para um investimento correto e adequado. Com a mesma ferramenta, o Solver, foi feita uma análise de sensibilidade para visualizar tais opções (Figura 2).

Figura 2 – Opções para Maximização de Lucros

Células ajustáveis						
Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permissível Acréscimo	Permissível Decréscimo
\$F\$28	Quantidade a ser produzida(T/mês) = FC 200	80	-920,495	1141,915	920,495	1E+30
\$G\$28	Quantidade a ser produzida(T/mês) = FC 300	10	-454,995	1607,415	454,995	1E+30
\$H\$28	Quantidade a ser produzida(T/mês) = Nodular 45012	215	-113,66	1948,75	113,66	1E+30
\$I\$28	Quantidade a ser produzida(T/mês) = Nodular 55006	55	0	2062,41	1E+30	113,66

  

Restrições						
Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permissível Acréscimo	Permissível Decréscimo
\$K\$9	antimonio Disponibilidade de tempo =	37	0	500000	1E+30	499963
\$K\$10	silicio magnezio Disponibilidade de tempo =	6750	0	500000	1E+30	493250
\$K\$11	cobre eletrolitico Disponibilidade de tempo =	110	0	500000	1E+30	499890
\$K\$12	Tempo de Produção(h) Disponibilidade de tempo =	360	2062,41	360	232,6179245	48
\$K\$4	Ferro Gusa Disponibilidade de tempo =	302740	0	500000	1E+30	197260
\$K\$5	Sucata de aço Disponibilidade de tempo =	40500	0	500000	1E+30	459500
\$K\$6	Ferro Silicio Disponibilidade de tempo =	6975	0	500000	1E+30	493025
\$K\$7	Ferro Manganes Disponibilidade de tempo =	0	0	500000	1E+30	500000
\$K\$8	Ferro Silicio inoculante Disponibilidade de tempo =	2880	0	500000	1E+30	497120

Fonte: dos autores

O relatório de sensibilidade forneceu o valor final de cada célula ajustável, seu custo reduzido, o coeficiente da função objetivo, o acréscimo e o decréscimo do coeficiente da função objetivo para o qual a solução atual permanecerá ótima.

Com essa análise pode-se observar quanto poderia aumentar ou diminuir de cada recurso da organização, onde se mostrou que entre as restrições, apenas o tempo de produção poderia ser aumentado.

Sabendo que a empresa produz em média 07 toneladas por mês de ferro Nodular 55006, o ideal seria a consideração de uma visão de mercado maior para a venda deste produto. Uma vez que, havendo demanda, a empresa poderia aumentar seu lucro consideravelmente podendo produzir até 55 toneladas por mês de tal produto em suas condições atuais.

Também foi considerado no Solver que um ótimo caminho para a empresa seria o aumento do tempo disponível para a produção dos produtos, sendo que houvesse demanda dos mesmos. Tornando este um fator-chave para a empresa, pois a mesma produz utilizando dois fornos elétricos para a fundição dos ferros, e possui mais dois fornos parados por motivos de demanda e materiais para utilizá-los. Portanto, o investimento para se aumentar o tempo disponível para produção da empresa seria reduzido, uma vez que já se possui os fornos de fundição.

## 5. Conclusão

Para um desconhecedor da Pesquisa Operacional e de seus métodos, o ideal em uma empresa, seria a produção do produto que gerasse maior lucro para a mesma. O que não foi o caso da instituição analisada. Foi realizado um estudo de caso utilizando-se de ferramentas da Pesquisa Operacional onde foi possível explicar o fato ocorrido. Foi concluído o mix de produção ideal para a empresa considerando todas suas opções e restrições e observado que apesar da empresa não ter como uma restrição a matéria-prima, suas maiores restrições se tornaram o tempo disponível para produção e a demanda do mercado. No caso do ferro ND 55006 (que gera o maior lucro), só não foi produzido mais desse produto devido as restrições de tempo e demanda. Como a demanda de ND45012 é maior, seria necessário gastar mais tempo na produção desse produto, não sobrando portanto, tempo para produzir mais do ferro ND 55006. Uma resolução pra este problema seria a diminuição da restrição do fator causa, ou seja, aumentar o tempo de produção da empresa e abranger um mercado consumidor maior para o produto que gera maior lucro.

A análise de sensibilidade nos deu as opções de onde podemos “mexer” na linha de produção sem que alteremos a solução ótima da mesma, inclusive no tempo. É importante que a empresa aumente sua capacidade de tempo, mas sem extrapolá-lo, para que não haja uma possível sobra do mesmo.

## **REFERÊNCIAS**

- COLIN, E. C.; CIPPARRONE, F. A. M.; SHIMIZU, T. **Otimização do Custo de Transporte na Distribuição e Armazenagem de Açúcar**. São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1996.
- GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- GONÇALVES, A.; KOPROWINSKI, S. O. **Pequena empresa no Brasil**. São Paulo: Imprensa Oficial do Estado, Editora da Universidade de São Paulo, 1995.
- HEWITT, E. **Java SOA Cookbook**, O'Reilly, 2009.
- HORGREN, C. T. **Contabilidade de Custos: Um Enfoque Administrativo**. São Paulo: Atlas, 1978
- LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2003.
- MARINS, Fernando Augusto Silva. **Introdução à Pesquisa Operacional**. São Paulo, Cultura Acadêmica: Universidade Estadual Paulista, Pró-Reitoria de Graduação, 2011. 176 p. ISBN 978-85-7983-167-6
- MARTÍNES, J. M.; SANTOS, S. A. **Métodos Computacionais de Otimização**. IMECC-UNICAMP: Departamento de Matemática Aplicada, 1998.
- MARTINEZ, F. H. V.. **Programação de computadores I**. Faculdade de computação - UFMS. Campo Grande-MS, 2011.

MOORE, J.; WEATHERFORD, L. **Tomada de decisão em administração com planilhas eletrônicas**. Porto Alegre: Bookman, 2005.

PUCINI, Abelardo de Lima; PIZZOLATO, Nélio Domingues. **Programação Linear**. Livros Técnicos e Científicos, 1987.

SILVA, A. F. da. **Desenvolvimento e otimização de modelos matemáticos por meio da linguagem GAMS**. UNESP. São Paulo-SP, 2013.