

## **Programação linear inteira na otimização dos lucros: aplicação em uma panificadora para auxiliar no processo de tomada de decisão**

Lays Capingote Serafim da Silva (UFG) laysengenharia7@gmail.com

Paulo Eduardo Lino Palhares (UFG) pauloelp@yahoo.com.br

### **Resumo**

Dentre as várias funções direcionadas aos gestores, o processo decisório é uma das mais importantes, uma vez que, decisões mal fundamentadas conduzem ao fracasso do negócio. De modo geral, é comum as pequenas e médias empresas adotarem métodos subjetivos para planejar a produção, porém nem sempre estes métodos garantem resultados satisfatórios. Neste sentido, as utilizações de métodos determinísticos, com bases científicas e modelos matemáticos se fazem necessários, pois possibilitam resultados mais confiáveis. Diante desse contexto, o presente estudo tem o objetivo de determinar um plano de produção que maximiza os lucros de uma panificadora da cidade de Araguari, Minas Gerais, empregando a Programação Linear Inteira. Para tanto, os procedimentos de pesquisa adotados foram o estudo de caso e a pesquisa experimental. O estudo é dividido em três etapas, sendo a primeira delas o levantamento de informações referentes aos lucros de cada produto e limitantes do processo, seguido da construção do modelo matemático, e por fim a análise do relatório adquirido utilizando o software Lindo. Os resultados indicaram as quantidades de cada produto que maximiza os lucros da panificadora. Este trabalho promove contribuições nos âmbitos empresarial e acadêmico, pois possibilita aos gestores auxílio na tomada de decisão e demonstra a construção do modelo matemático para um problema real.

**Palavras-Chaves:** Programação linear inteira; Processo decisório; Planejamento da produção; Panificadora.

### **1. Introdução**

Um fator importante e que faz parte das atividades dos gestores nas empresas, é a tomada de decisão. Para Gomes e Almeida (2002), tomar decisões é uma das tarefas mais difíceis enfrentadas individualmente ou por um grupo de indivíduos, pois quase sempre tais decisões resultam em consequências positivas ou negativas.

Uma dificuldade presente principalmente em pequenas e médias empresas envolvendo tomada de decisões, inclui a determinação de um plano de produção, que otimize os lucros e não resulte na falta de materiais e produtos. Segundo Pinto e Schramm (2005), o desenvolvimento de modelos de programação matemática, ou mais precisamente, de programação linear inteira é um dos recursos que as organizações podem utilizar com o

objetivo de otimizar o sistema de planejamento da produção. Esses modelos, quando utilizados de forma correta e sobre bases confiáveis, fazem com que os gestores tomem decisões racionais, totalmente voltadas para a melhoria do sistema produtivo.

O objetivo deste estudo é definir um plano de produção que maximiza os lucros de uma panificadora situada na cidade de Araguari, Minas Gerais, utilizando a programação linear inteira. Para alcançar este objetivo, (1) realizou-se o levantamento de dados, como a lucratividade e restrições para os produtos analisados, (2) formulou-se o modelo matemático de programação linear inteira e (3) solucionou-se o problema utilizando um software computacional.

O artigo adota a seguinte estrutura: na seção dois é apresentada uma breve fundamentação teórica a cerca dos seguintes assuntos: setor de panificação no Brasil, pesquisa operacional, programação linear inteira e sobre o software LINDO utilizado no estudo, respectivamente; na terceira seção é apresentada a metodologia aplicada na pesquisa; na seção quatro encontra-se o estudo de caso, com a obtenção dos dados, construção do modelo matemático, resultados e discussões; e na quinta seção as considerações finais.

## **2. Fundamentação teórica**

De acordo com Gandra (2011), as padarias e confeitarias do Brasil estão investindo na melhoria dos processos, buscando o aumento do consumo de produtos e conseqüentemente nos lucros. Para Frossard (2009), a otimização dos processos constitui um fator de extrema importância, principalmente considerando o alto grau de competitividade do mercado.

Segundo Ceccon (2012), as empresas independentes do setor de atuação, almejam a melhoria em serviços e processos, porém a decisão do que deve ser feito, ainda é uma tarefa difícil para os gestores, pois envolve uma série de fatores internos e externos da organização.

Para Taha (2008), o principal objetivo da Pesquisa Operacional (PO), é determinar a programação otimizada de atividades, que ofereçam aos gestores a capacidade de tomar decisões mais eficazes. Uma ferramenta da PO utilizada para o tratamento de problemas relacionados à otimização, é a Programação Linear Inteira (PLI). Essa técnica é utilizada quando todas as variáveis ou algumas estão restritas a valores discretos ou inteiros.

De acordo com Moreira (2007), para o apoio no processo decisório, a PO busca a solução de problemas que podem ser representados por modelos matemáticos. Um modelo matemático é uma representação simplificada de uma situação real e deve refletir a essência do problema.

Segundo Medeiros (1994), a modelagem matemática de um problema típico de PLI contém os seguintes elementos:

- Função objetivo: É a expressão, função ou equação que mostra a relação entre as variáveis controláveis e o objetivo do problema. Em geral, deseja-se otimizar o valor da função objetivo; isto significa dizer que deseja-se determinar as variáveis controláveis de forma a minimizar ou maximizar o valor da função objetivo;
- Restrições: São expressões, funções ou inequações, as quais limitam os valores que as variáveis podem assumir. Geralmente, as restrições representam limitações impostas pelo sistema.

Um software exclusivo para resolução de problemas de PLI é o software LINDO (Linear, Interactive and Discrete Optimizer). Segundo Almeida, Martins e Silva (2013), esse software foi desenvolvido pela Lindo Systems Inc., de Chicago, EUA, possuindo capacidade de resolver problemas com até 100.000 variáveis.

De acordo com Souza (2004), o modelo matemático no software LINDO deverá conter os seguintes itens:

- Função objetivo: Deve-se iniciar com os comandos “Max” para maximizar ou “Min” para minimizar;
- Sujeito a: Representado por “s.t.” indica as restrições do problema.
- Restrições: São os fatores limitantes do problema estudado;
- Comando “end”: Indica a finalização do modelo.

Por fim, o LINDO resultará a solução ótima por meio de um relatório para análise.

### **3. Metodologia da pesquisa**

Os métodos de pesquisa adotados foram o estudo de caso e a pesquisa experimental. A escolha pelo estudo de caso, deve-se ao objetivo da realização do trabalho, sendo a otimização dos lucros de uma panificadora da cidade de Araguari, Minas Gerais. Devido à abordagem quantitativa e a utilização de modelagem matemática, escolheu-se a pesquisa experimental.

O presente estudo é desenvolvido em três etapas. Na primeira etapa, é realizado o levantamento de dados, como a lucratividade e as restrições de produção da panificadora. Em seguida, é construído o modelo matemático de programação linear inteira, e por fim, através

da resolução do modelo matemático no software LINDO (versão demo 6.1), é realizada a análise do relatório obtido.

#### 4. Estudo de caso: aplicação da programação linear inteira em uma panificadora

##### 4.1. Dados para construção do modelo matemático

Para criação do modelo, foram selecionados quatro produtos com maiores quantidades de produção por dia. A Tabela 1, a seguir, apresenta os produtos escolhidos e suas respectivas produções diárias.

Tabela 1 – Produtos e produção diária

<b>Produto</b>	<b>Produção diária</b>
Pão de queijo	200
Biscoito de queijo	150
Pizza	16
Pão de milho	8

Fonte: Elaboração própria dos autores

Outras informações adotadas no modelo, dizem respeito às quantidades de ingredientes utilizados na preparação dos produtos, bem como, as quantidades disponíveis em estoque desses ingredientes, além dos lucros unitários para cada produto. Esses valores são apresentados na Tabela 2, a seguir.

Tabela 2 – Dados referentes aos produtos

<b>Produtos / Ingredientes</b>	<b>Leite (ml)</b>	<b>Ovo s (g)</b>	<b>Polvilh o (g)</b>	<b>Farinh a (g)</b>	<b>Lucro (R\$)</b>
Biscoito de queijo	13	5	26	-	0,37
Pão de queijo	12	5	25	-	0,35
Pão de milho	-	37,5	-	212	1,50
Pizza	-	-	-	25	1,75
<b>Quantidade de ingredientes disponíveis em estoque</b>	5.00	2.20	10.000	2.000	-

Fonte: Elaboração própria dos autores

##### 4.2. Construção do modelo matemático

O modelo matemático foi construído para o tratamento da programação linear inteira. Foram definidas as variáveis de decisão da seguinte forma:

$x_1$  - Quantidade de biscoitos de queijo a serem produzidos

$x_2$  - Quantidade de pães de queijo a serem produzidos

$x_3$  - Quantidade de pães de milho a serem produzidos

$x_4$  - Quantidade de pizzas a serem produzidas

As variáveis de decisão que vão de  $x_1$  a  $x_4$  representam a quantidade de produtos a serem produzidos que irá maximizar o lucro da panificadora. Portanto, são os valores procurados que darão a solução do problema, considerando o lucro unitário de cada produto. A função objetivo é assim apresentada:

$$\text{Maximizar: } Z = 0,37*(x_1) + 0,35*(x_2) + 1,50*(x_3) + 1,75*(x_4)$$

A primeira limitação do modelo matemático foi dada pela panificadora, que restringiu a quantidade máxima a ser produzida de cada produto (produção diária). Assim, definiu-se que o produto  $x_1$  não deverá exceder a produção de 150 biscoitos de queijo,  $x_2$  não deverá ultrapassar a produção de 200 pães de queijo,  $x_3$  de 8 pães de milho e  $x_4$  de 16 pizzas.

Outras restrições referem-se à disponibilidade dos ingredientes utilizados para a preparação dos produtos, sendo que, a produção de  $x_1$  e  $x_2$  juntos não deverá exceder a quantidade de 5.000 ml de leite disponível em estoque, a produção de  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  juntos não deverá ultrapassar os 2.200 gramas de ovos disponíveis,  $x_1$  e  $x_2$  juntos não devem exceder 10.000 gramas de polvilho e a produção de  $x_3$  e  $x_4$  não devem exceder a disponibilidade de 2.000 gramas de farinha.

As restrições adicionais referem-se a números não – negativos e números inteiros. As restrições podem ser assim representadas:

$13x_1 + 12x_2 \leq 5.000$	Restrição da disponibilidade do leite
$5x_1 + 5x_2 + 37,5x_3 \leq 2.200$	Restrição da disponibilidade dos ovos
$26x_1 + 25x_2 \leq 10.000$	Restrição da disponibilidade do polvilho
$212x_3 + 25x_4 \leq 2.000$	Restrição da disponibilidade de farinha
$x_1 \leq 150$	Restrição da produção diária de biscoitos de queijo
$x_2 \leq 200$	Restrição da produção diária de pães de queijo
$x_3 \leq 8$	Restrição da produção diária de pães de milho
$x_4 \leq 16$	Restrição da produção diária de pizzas
$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$	Restrição indicando que os valores devem ser positivos
$x_1, x_2, x_3, x_4$ números inteiros	Restrição indicando que os valores devem ser inteiros

A Figura 1 a seguir, apresenta o modelo matemático utilizado no software LINDO. Como se trata de um problema de PLI, os comandos “gin  $x_1$ , gin  $x_2$ , gin  $x_3$  e gin  $x_4$ ” na modelagem indicam que as variáveis devem assumir valores inteiros.

Figura 1 – Modelagem do problema.  
Fonte: Software LINDO

### 4.3. Resultados e discussões

Definida a modelagem do problema, a etapa seguinte da pesquisa foi solucionar o problema utilizando o software LINDO. O relatório gerado através dessa resolução pode ser visualizado na Figura 2.

Figura 2 - Relatório com os resultados obtidos

A partir da solução apresentada pelo LINDO, pôde-se realizar a análise dos resultados. Este resultado aponta que a panificadora pode obter um lucro diário de R\$ 164,00 se produzir 150 unidades de biscoitos de queijo, 200 unidades de pães de queijo, 7 unidades de pães de milho e 16 unidades de pizza.

O resultado do relatório no campo “reduced cost”, aponta que para a produção de mais uma unidade em cada produto, a lucratividade aumentará em R\$ 0,37 para o produto  $x_1$ , R\$ 0,35 para  $x_2$ , R\$ 1,50 para  $x_3$  e R\$1,75 para o produto  $x_4$ .

O campo “slack or surplus” indica as sobras, ou seja, o quanto de material sobrar produzindo a quantidade recomendada. Observa-se assim, que ao produzir a quantidade recomendada de produtos, sobrarão 650 ml de leite dos 5.000 ml disponíveis, da quantidade de 2.200 g de ovos

disponíveis sobrarão 187,5 g, da quantidade de 10.000 g de polvilho disponíveis sobrarão 1.100 g e do total de 2.000 g de farinha, sobrarão 116 g.

A solução ótima também apontou no campo “row” linha “8” que não há necessidade de produzir 1 pão de milho dos 8 pães produzidos diariamente, assim, a produção máxima desse produto foi atingida e a panificadora pode produzir 7 pães de milho para obter o lucro apresentado.

No campo “no. iterations” o software mostra que foram necessárias 6 interações para alcançar à solução ótima.

### **5. Considerações finais**

Através dos resultados gerados pelo software, observou-se que o objetivo do trabalho foi atingindo, visto que, foi determinado um plano de produção que maximizou os lucros da panificadora. O resultado demonstrou eficiência no gerenciamento dos ingredientes, em razão da produção correta de pães de milho, que de 8 pães passou para 7 pães. Com a sobra dos ingredientes estipuladas, o gestor do estabelecimento, pode aumentar o mix de produtos oferecidos aos clientes ou decidir aumentar a produção dos quatro produtos de acordo com o aumento da demanda.

A contribuição deste estudo no âmbito empresarial está na demonstração da aplicação da Pesquisa Operacional como auxílio para gestores no processo decisório. No âmbito acadêmico, destaca-se a demonstração da construção do modelo matemático para um problema real e sua resolução utilizando um software para essa finalidade.

### **REFERÊNCIAS**

- ALMEIDA, L. de J.; MARTINS, G. A. de S.; SILVA, W. G da. Otimização de processos utilizando a programação linear. **Revista Enciclopédia Biosfera**, Goiânia, v.9, n.16, Páginas 1-13, jun-jul 2013.
- CECCON, J. J. Os conhecimentos, habilidades e atitudes, necessários aos gestores em suas tomadas de decisões. In: CONGRESSO VIRTUAL BRASILEIRO DE ADMINISTRAÇÃO, 9, 2012. **Anais...** 2012. p. 1-20.
- FROSSARD, A. C. P. Programação Linear: maximização de lucro e minimização de custos. **Revista Científica da Faculdade Lourenço Filho**, v. 6, n. 1, p. 1-30, 2009.
- GANDRA, A. Crescimento das padarias brasileiras esbarra na falta de mão de obra qualificada. Disponível em: < <http://memoria.ebc.com.br/agenciabrasil/noticia/2011-03-22/crescimento-das-padarias-brasileiras-esbarra-na-falta-de-mao-de-obra-qualificada>>. Acesso em: 12/05/2014.
- GOMES, F. A. M.; ALMEIDA, A. T. de. Tomada de Decisão Gerencial: Enfoque Multicritério. São Paulo: Editora Atlas, 2002.
- MEDEIROS, D. D. de. RAMOS, F. S. Gestão Industrial. Recife: Editora Universitária, 1994.
- MOREIRA, D. A. **Pesquisa operacional: curso introdutório**. São Paulo: Thomson Learning, 2007, p. 356.
- PINTO, D. C; SCHRAMM, F. Otimização do planejamento da produção de uma indústria de calçados. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 25, 2005, Porto Alegre. **Anais...** Porto Alegre: 2005. p. 1-8.

SOUZA, J. F. M. Software de Otimização: Manual de Referência. Ouro Preto, 2004.

TAHA, H.A. **Pesquisa Operacional: Uma Visão Geral**. 8° ed. São Paulo. 2008. p. 108-111.