UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

CENTRO DE EDUCAÇÃO E SAÚDE

UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA E MATEMÁTICA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MICAELLY SILVA COSTA

UTILIZAÇÃO DA METODOLOGIA *LESSON STUDY* E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ABORDAGEM METODOLÓGICA NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

CUITÉ - PB
2023

MICAELLY SILVA COSTA

UTILIZAÇÃO DA METODOLOGIA *LESSON STUDY* E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ABORDAGEM METODOLÓGICA NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Diogo Cabral de Sousa

CUITÉ - PB
2023

C837u Costa, Micaelly Silva.

Utilização da metodologia *lesson study* e resolução de problemas como abordagem metodológica no ensino de função afim. / Micaelly Silva Costa. - Cuité, 2023.
23 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciada em Matemática) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Educação e Saúde, 2023.
"Orientação: Prof. Me. Diogo Cabral de Sousa".
Referências.

1. Ensino de matemática. 2. *Lesson study*. 3. Resolução de problemas. 4. Função afim. 5. *Lesson study* - ensino de matemática. 6. Matemática - ensino. I. Souza, Diogo Cabral de. II. Título.

CDU 51:37(043)

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELO BIBLIOTECÁRIO Msc. Jesiel Ferreira Gomes - CRB-15/256

MICAELLY SILVA COSTA

UTILIZAÇÃO DA METODOLOGIA *LESSON STUDY* E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ABORDAGEM METODOLÓGICA NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

Artigo apresentado à banca examinadora, como exigência parcial a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Campina Grande, campus Cuité.

BANCA EXAMINADORA

Diogo Cabral de Sousa

Prof. Me. Diogo Cabral de Sousa (Orientador – UFCG/CES)

Glageane da Silva Souza

Profa. Dra. Glageane da Silva Souza (Membro Interno – UFCG/CES)

José Jorge de Sousa

Prof. Me. José Jorge de Sousa (Membro externo – UEPB)

CUITÉ – PB
2023

UTILIZAÇÃO DA METODOLOGIA *LESSON STUDY* E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ABORDAGEM METODOLÓGICA NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

Micaelly Silva Costa[1]

Diogo Cabral de Sousa[2]

RESUMO

O presente trabalho visa relatar a experiência da vivência de duas aulas sobre o conteúdo Função Afim em uma turma do 1° ano do ensino médio. Essas aulas foram aplicadas em uma escola pública estadual localizada na cidade Barra de Santa Rosa – PB, em que foi utilizada a metodologia de ensino japonesa *Lesson Study* em conjunto com a Resolução de Problemas. A *Lesson Study* é um processo de desenvolvimento profissional de professores em grupos colaborativos e que tem como intuito problematizar a prática de sala de aula. A Resolução de Problemas objetiva ensinar matemática através de uma situação problema, onde os alunos constroem o conhecimento matemático durante e após a resolução do problema. Foi escolhido essa abordagem tendo em vista a melhoria que se obtêm no ensino de matemática com o uso dessas metodologias, dada a realidade de sala de aula e o ensino tradicional. Com isso, foi adotado como metodologia a abordagem qualitativa e com objetivo de analisar as contribuições da utilização da metodologia *Lesson Study* e Resolução de Problemas nas aulas de matemática. Para esta análise, foram observadas as ações e as respostas dos alunos acerca dos problemas da aula. Foi possível concluir que a utilização dessas abordagens metodológicas contribuiu para a aprendizagem dos alunos, visto que houve um maior envolvimento da turma e maior facilidade de compreensão durante a discussão e formalização. Esta abordagem favoreceu também a prática do professor.

Palavras-chave: Ensino de matemática; Lesson Study; Resolução de Problemas; Função Afim.

ABSTRACT

The present work aims to report the experience of living two classes on the Affine Function content in a class of the 1st year of high school. These classes were applied in a state public school located in the city of Barra de Santa Rosa - PB, in which the Japanese teaching methodology Lesson Study was used in conjunction with Problem Solving. The Lesson Study is a professional development process for teachers in collaborative groups that aims to problematize classroom practice. Problem Solving aims to teach mathematics through a problem situation, where students build mathematical knowledge during and after solving the problem. This approach was chosen in view of the improvement obtained in teaching mathematics with the use of these methodologies, given the reality of the classroom and traditional teaching. With this, the qualitative approach was adopted as methodology and with the objective of analyzing the contributions of the use of the Lesson Study and Problem Solving methodology in mathematics classes. For this analysis, the students' actions and responses regarding the problems in the class were observed. It was possible to conclude that the use of these methodological approaches contributed to the students' learning, since there was a greater involvement of the class and greater ease of understanding during the discussion and formalization. This approach also favored the teacher's practice.

Keywords: Mathematics teaching; Lesson Study; Problem solving; Linear Function.

---

[1] Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, micaellysc1818@gmail.com

[2] Professor do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, diogocabral-140@hotmail.com

1. INTRODUÇÃO

Por muitas vezes, a matemática é vista pela sociedade como algo incompreensível, sem sentido e desconexo do mundo real. Essa visão acaba por ser adotada pelos alunos, fazendo com que eles tenham uma ideia negativa sobre essa disciplina, e isso acaba acarretando que a matemática não será compreendida pelos mesmos.

Juntamente a isso, algo que reforça esse pensamento é o ensino de matemática em que o professor atua como o detentor do conhecimento, já o aluno é um mero espectador que recebe os conhecimentos. E isso é o chamado Ensino Tradicional, em que as aulas possuem grande parte do foco no conteúdo a ser ensinado, ou seja, o foco no professor. Nessa perspectiva, essa abordagem torna o aluno um mero receptor de conteúdo enquanto o professor tem o papel de ensinar o procedimento e mostrar fórmulas prontas para resolver as questões, configurando assim as aulas expositivas. As aulas expositivas, por sua vez, mostram-se insuficientes para a participação do aluno. Conforme afirma Paiva (2016) aulas expositivas estão ultrapassadas e é necessário o professor instigar o aluno a pensar, refletir, formar e expressar a sua própria opinião.

Paulo Freire (2005) fala sobre a educação focada em transmissão de conhecimento e a define pelo termo " Educação Bancária", em que se baseia na transmissão e transferência de valores e conhecimentos de forma que não busque a superação, mas sim reflete a sociedade opressora ou "cultura do silêncio", define ele. Nessa definição, "o educador é o que diz a palavra; os educandos, os que a escutam docilmente" (FREIRE, 2005, p. 68). Em contrapartida, ele fala que a Educação Problematizadora se caracteriza como outro viés em relação ao ensino, nessa abordagem predomina-se a dialogicidade do educador e do educando e o rompimento da visão de um ensino vertical.

Dito isso, o ensino tradicional faz com que os alunos não consolidem consistentemente as habilidades e competências necessárias para o aprendizado, visto que não é o ambiente mais adequado para proporcionar reflexões e atitudes. É interessante que a sala de aula possa proporcionar um ambiente mais atrativo e desafiador para os alunos, um ambiente em que eles possam pensar por si mesmos e “mergulhar” nas possibilidades de aprendizagem e isso é feito através de metodologias mais ativas, onde o aluno sinta-se desafiado e que mobilize seus conhecimentos para além da espera de aplicações e/ou repetições de algoritmos resolutivos. As Metodologias Ativas têm um grande potencial em sala de aula, pois elas "estimulam conhecimentos, incentivam reflexões e desafiam os alunos para resolução de problemas" (BOSSI, 2020, p. 11).

Assim, se torna necessário a reflexão sobre mudanças teóricas e práticas no ensino de matemática, para que o professor possa reverter essa visão negativa dos alunos através de outras formas de ensinar, utilizando diferentes procedimentos, metodologias e ferramentas didáticas.

Daí surgem alguns questionamentos: O que se deve fazer? Por onde começar? Qual é o melhor método de ensino?. É fato que existem várias metodologias que ajudam o professor a ensinar matemática e cada uma delas se apresenta melhor do que outras dependendo da situação ao qual o professor e os alunos estão inseridos, mas destaco, em especial, a metodologia de ensino Resolução de Problemas.

Neste trabalho, a Resolução de Problemas está inserida em outra metodologia, chamada *Lesson Study*. A *Lesson Study* pode ser entendida como um processo de desenvolvimento profissional de professores, em que eles são organizados em grupos colaborativos e, com a mediação de pesquisadores, tem como foco a problematização da prática de sala de aula.

A *Lesson Study* e a Resolução de Problemas têm o potencial para gerar mudanças na sala de aula e, consequentemente, na aprendizagem dos alunos, dada a sua natureza mais reflexiva, discursiva e dialógica sobre a teoria e a prática de sala de aula. Para ajudar na construção dessa pesquisa utilizamos os autores Felix (2010), Souza (2018), Curi (2021) e Oliveira (2021) que refletem sobre a Lesson Study e Onuchic e Allevato (2011), Romanatto (2012), Grillo (2012) e Pironel (2019) sobre a Resolução de Problemas.

Esta pesquisa visa responder a seguinte pergunta de pesquisa: quais são as potencialidades do uso da metodologia Lesson Study e Resolução de Problemas nas aulas de matemática?. O objetivo é analisar as contribuições da utilização da metodologia Lesson Study e Resolução de Problemas nas aulas de matemática.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 *Lesson Study*

A *Lesson Study* é uma metodologia que se originou no Japão com o nome "Jyugyo Kenkyu" por volta do final do século XIX e início do século XX (BEZERRA; MORELATTI, 2020). Esta metodologia é voltada para a promoção do desenvolvimento profissional do professor através de ciclos de reflexão realizados colaborativamente, em que as aulas são amplamente discutidas antes e após sua realização.

De acordo com Souza (2018) a *Lesson Study* é, em sua essência, dividida em três etapas. Ela as classifica como:

Etapa 1: Planejamento

Um grupo de professores define o conteúdo (através da análise do currículo escolar) e a maneira como irão abordá-lo. Diferentemente dos planos de aula tradicionais, que são mais burocráticos, esse planejamento com a *Lesson Study* é elaborado mais criteriosamente, prevendo a participação ativa dos alunos. Para isso, o grupo discute as situações ou problemas que serão utilizados, como também estipulam os questionamentos a serem feitos e as possíveis respostas e ações dos alunos.

Etapa 2: Execução

Nesta etapa, é feita a execução do plano por um professor em paralelo com a observação da aula pelos outros professores, que serão os observadores. Esses observadores não podem interferir na aula, apenas anotar as observações no plano para uma futura reflexão. As observações são focadas nas respostas, facilidades e dificuldades dos alunos como também na atitude do professor e coerência entre o que foi planejado e o que está sendo aplicado para, a partir daí, analisar a necessidade de um novo planejamento. Deve-se utilizar o erro como um meio de construção do raciocínio da turma. O professor deve se atentar ao engajamento da turma, organização da lousa, respostas dos alunos e síntese e organização dessas respostas para a formalização do conteúdo.

Etapa 3: Reflexão

Após o término da aula, é organizada uma reflexão sobre o impacto da aula no desenvolvimento da aprendizagem dos alunos. O objetivo é refletir sobre as anotações dos observadores acerca da aula e analisar a necessidade de um novo planejamento. O grupo pode realizar melhorias na aula, inserindo, por exemplo, discussões não previstas e métodos diferentes de resolução dos alunos. Através dessa reflexão pode ser feito um novo planejamento e o mesmo, ou outro professor, pode ministrar a aula, seguido também de observação e reflexão pós-aula, repetindo o mesmo ciclo de três etapas.

Alguns autores subdividem a *Lesson Study* em mais etapas, como é o caso de Felix (2010), que estabelece 6 etapas para *Lesson Study*, são elas: 1ª) Planejamento Colaborativo; 2 ª) Colocando o planejamento em ação; 3 ª) Refletindo sobre a aula; 4ª) Replanejamento de aula; 5ª) Colocando o replanejamento em ação e 6ª) Refletindo sobre a "nova versão" da aula. Perceba que essa divisão é similar às três etapas mostradas anteriormente, porém seguindo mais um ciclo. De modo geral, a *Lesson Study* sempre seguiu essa estrutura, variando se o pesquisador realizará ou não um novo ciclo.

A Lesson Study tem o potencial de estimular a reflexão por parte do professor em relação a sua prática profissional, bem como promove para o aluno, através de um planejamento mais pensado na aprendizagem, uma melhor construção e consolidação de conhecimentos. Contribui ainda para uma melhor capacitação profissional do professor, por fazer com que ele realize uma aula com ações e questionamentos prévios a serem tomados.

Curi (2021, p. 6) salienta que a *Lesson Study* "[...] proporciona a formação de um professor pesquisador de sua própria prática, que planeja suas aulas de modo que elas sejam fonte de investigação, reflexão e produção de conhecimento sobre o ensino e aprendizagem". Ou seja, através do uso dessa metodologia cria-se um cenário mais instigador e motivador para a construção e discussão do conhecimento matemático, ao passo em que o professor se tornará mais reflexivo sobre sua própria prática.

Dito isso, a *Lesson Study* contribui para o desenvolvimento do professor pois o incentiva a trabalhar de maneira colaborativa e reflexiva, a pensar sobre e na sua prática, a planejar aulas com foco nos seus alunos e a realizar atividades que os levem à colaboração, à discussão, à resolução de problemas e à reflexão crítica sobre o mundo (OLIVEIRA, 2021).

Durante o uso dessa metodologia o professor resolve o problema antecipadamente e de diferentes formas, e isso contribui bastante para a aprendizagem dos alunos. O professor também realiza o planejamento utilizando a Resolução de Problemas, que ajuda ainda mais na construção e consolidação dos conhecimentos. Portanto, esta metodologia se mostra bastante promissora no ensino de matemática e tem o potencial de gerar significativas aprendizagens, tanto para o aluno quanto para o professor.

2.2 Resolução de Problemas

Antes de começarmos a falar sobre a Resolução de Problemas propriamente dita, seria interessante deixar claro o significado do termo "problema" adotado no contexto dessa metodologia, de acordo com a visão de alguns autores. Onuchic e Allevato (2011, p. 81) defendem que um *problema* é "tudo aquilo que não se sabe fazer, mas se está interessado em fazer". Nesse caso, podemos interpretar um *problema* como uma tarefa que o aluno, inicialmente, não sabe o método de resolução ou alguma fórmula que obtenha o resultado final, mas ele está tentando resolver.

Uma definição similar é encontrada nos textos de Romanatto (2012, p. 301) quando ele diz que "um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la". E ele complementa ainda ressaltando que nas atividades matemáticas devem-se ter como ponto de partida o problema e não as definições matemáticas, que é através da exploração de problemas que o processo de ensino e aprendizagem devem ocorrer. Segura e Kalhil (2015, p. 90) ressalta que “a aprendizagem é um processo interno que ocorre como resultado da ação de um sujeito”.

Dito isso, fica evidente a necessidade de um ensino onde os alunos possam construir os seus conhecimentos através da ação e problematização de situações reais, tendo como ponto de partida uma situação problema para se resolver.

Pontes (2019, p. 3) destaca que: “um problema matemático bem elaborado representa no processo ensino-aprendizagem um componente pedagógico fundamental para a produção de conhecimento”. O uso dos problemas nas aulas de matemática, se for realizado da maneira correta, pode trazer uma significativa aprendizagem para os alunos.

Uma das atribuições do professor nessa etapa, que está alinhado com a metodologia Resolução de Problemas, é propor bons problemas bem como conduzir os questionamentos e acompanhar o progresso dos alunos na busca das soluções, assim como valorizar diferentes resultados que cheguem a uma mesma solução e, por fim, mostrar exemplos de possíveis casos específicos que o raciocínio do aluno pode não funcionar, como destaca Romanatto (2012, p. 303):

> Cabe ressaltar que o papel do professor é essencial, pois deve propor bons problemas, deve acompanhar e orientar a busca de soluções, coordenar discussões entre soluções diferentes, valorizar caminhos distintos que chegaram à mesma solução, validando-os ou mostrando situações em que o raciocínio utilizado pode não funcionar.

Romanatto (2012) também enfatiza a questão da representação do problema, afirmando que a representação da solução (onde predomina regras, fórmulas e algoritmos) é diferente da representação do problema (composta por desenhos, esquemas, diagramas etc) e complementa dizendo que a representação do problema contribui para que os alunos possam expressar seus raciocínios lógicos.

Mas não só o problema é importante como também deve-se dar atenção ao aspecto do professor como mediador nesse processo de ensino-aprendizagem, promovendo em sala de aula uma atmosfera investigativa, como salienta Grillo (2012, p. 69):

> Dessa forma, compreendemos a Resolução de Problemas como uma metodologia que necessita do professor como um “sujeito problematizador”, no qual fica responsável por criar uma “atmosfera” que promova desafios, questionamentos, problematizações e contestações, sendo peça fundamental para a composição de um ambiente de investigação.

Soares (2001) corrobora com esse pensamento dizendo que o papel do professor é de incentivar, facilitar e mediar as ideias apresentadas pelos alunos, para que elas sejam produtivas e, consequentemente, os alunos produzirem seus próprios conhecimentos.

Onuchic (2013, p. 103) salienta que:

> Tal metodologia demanda professores bem preparados para o seu uso, pois precisam selecionar cuidadosamente os problemas; observar os alunos na busca de soluções para esses problemas, incentivá-los e ouvi-los, mantendo-os confiantes na própria capacidade para resolvê-los.

Logo, tanto o problema como a abordagem que o professor faz do mesmo e sua relação com os alunos são aspectos fundamentais para um ensino-aprendizagem mais significativo para o aluno e que promova a construção do conhecimento, pois "solucionar problemas não é apenas buscar aprender matemática e, sim, fazê-la" (ROMANATTO, 2012, p. 302).

Outro aspecto em que a Resolução de Problemas contribui para o aprendizado dos alunos está voltado para a possibilidade de fazer conexões entre os diferentes conteúdos da matemática, como ressalta, Hermínio (2008, p. 58):

> A metodologia de ensino de matemática através da resolução de problemas constitui-se num caminho para se ensinar matemática e não apenas para se ensinar a resolver problemas. Na verdade, o problema é o ponto de partida e os professores, através da resolução do problema, devem fazer conexões entre os diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

Sendo assim, a Resolução de Problemas em matemática é uma metodologia de ensino que proporciona e estimula o desenvolvimento do raciocínio do aluno, enquanto os mesmos são motivados e incentivados a construírem os conceitos matemáticos, através dos problemas propostos.

A Resolução de Problemas envolve o aluno, dentre diversas outras coisas, em situações da vida real, motivando-o e incentivando-o para o desenvolvimento do pensamento matemático e contribuindo para uma participação ativa na construção do conhecimento (SOARES, 2001). Assim, se constitui numa metodologia que propõe a Matemática de uma forma mais atraente e fugindo das aulas tradicionais expositivas, onde o aluno passa a ser o agente ativo num processo de descoberta e construção do conhecimento.

Onuchic (2013, p. 103) salienta que:

> Tal metodologia demanda professores bem preparados para o seu uso, pois precisam selecionar cuidadosamente os problemas; observar os alunos na busca de soluções para esses problemas, incentivá-los e ouvi-los, mantendo-os confiantes na própria capacidade para resolvê-los.

Pironel (2019) defende que o ensino de matemática *através* da Resolução de Problemas não tem como proposta ensinar os alunos a resolver problemas nem tanto utilizar os problemas como consolidação do conhecimento, mas criar possibilidades para que a partir de um problema gerador o aluno possa construir novos conhecimentos matemáticos. É este tipo de abordagem que será utilizado neste trabalho.

3. METODOLOGIA

O presente trabalho se trata de uma pesquisa qualitativa do tipo descritiva, que tenta compreender mais sobre o tema com o intuito de se aprofundar mais no assunto abordado e descrever as ações vivenciadas. Assim, enquanto pesquisa qualitativa, conforme aponta Bogdan e Biklen (1994), essa natureza de investigação apresenta como fonte de dados o ambiente natural e o investigador como instrumento principal. Já sendo de tipo descritiva, o pesquisador descreve e caracteriza com detalhes uma situação em que, geralmente, usa a observação participante ou usa da aplicação de questionários ou entrevistas, a partir de categorias previamente escolhidas (ANDRÉ, 2013)

Foi escolhido esse tipo de pesquisa com o intuito de descrever mais sobre o ensino de matemática através do uso de *Lesson Study* e Resolução de Problemas. Essas metodologias têm um potencial de despertar mais interesse dos alunos e estimular mais a participação ativa (tanto do aluno quanto do professor). São abordagens que se mostram bastante promissoras, de acordo com os estudos teóricos realizados sobre esse tema, por isso elas se tornam interessantes de serem abordadas neste trabalho.

A coleta de dados se deu através da observação, em que foi observado a discussão do problema com a turma durante e após o problema ser resolvido e também através dos registros dos cálculos dos alunos. Foi observado o desenvolvimento dos alunos frente ao problema bem como as situações que ele motivava e como os alunos lidavam com essas situações. A terceira etapa da *Lesson Study* vem sendo feita com esse trabalho.

A pesquisa foi realizada em uma escola Estadual localizada na cidade de Barra de Santa Rosa – PB, em uma turma de 1° ano do ensino médio. Foram elaborados e aplicados presencialmente dois planos de aulas utilizando a metodologia *Lesson Study* (naturalmente junto com a Resolução de Problemas) acerca do conteúdo Função Afim. Os planos foram aplicados na turma do 1° ano F, contendo 25 alunos com uma faixa etária média de 15 a 17 anos. Este plano de aula foi elaborado durante a disciplina de Estágio Curricular Supervisionado III, disciplina a qual a autora/estagiária estava cursando juntamente com a disciplina TCC.

A aula foi planejada com intuito de levar os alunos a compreenderem o conceito de função afim através de situações do cotidiano e de suas aplicações em outras áreas, onde eles seriam levados a interpretar situações semelhantes (com valores fixos e variáveis) e a partir disso identificar o padrão de comportamento dessas situações e descrevê-los em uma função polinomial de 1°grau.

Quadro 1: Plano de aula elaborado pela autora

Participantes	**Estagiária:** Micaelly Silva Costa **Preceptor:** Fernando Múcio Henriques Pontes **Orientadora:** Aluska Dias Ramos de Macedo Silva.
Conhecimento Alvo	Função afim
Objetivos mais amplos	● Levar os alunos a interpretarem situações semelhantes (com valores fixos e variáveis) e a partir disso identificar o padrão de comportamento dessas situações e descrevê-los em uma função polinomial de 1° grau. ● Compreender o conceito de função afim através de situações do cotidiano e de suas aplicações em outras áreas. ● **(EM13MAT302)** Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1° ou 2° graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
Pré-requisitos de conhecimento matemático	Operações básicas.
Série	1° ano
Tempo	80 minutos (duas aulas)
Material Necessário	Lousa, lápis, apagador, problemas impressos.
Tarefa	**Problema 1[3]:** O valor cobrado por uma corrida de táxi é a soma de uma tarifa fixa, conhecida como bandeirada, com um valor que é cobrado por cada quilômetro rodado. Em um determinado táxi, a bandeirada custa R$ 4,50 e cada quilômetro rodado custa R$ 2,50. Com base nesses dados, responda: a) Quanto uma pessoa irá pagar se fizer uma viagem de 12 km com esse táxi? b) Quantos quilômetros percorreu uma pessoa que pagou R$ 27,00 na corrida? **RESPOSTA: a) R$ 34,50 b) 9 km**

Tempo	Ações dos professores (inclusive instrumentações, falas, organização e uso de materiais, etc.)	Ações esperadas dos alunos	Obs.:
10 min	● Aguardar os alunos chegarem e se organizarem na sala, pedirem para eles se juntarem em duplas.		
30 min	● Entrega do **problema 1** para que os alunos possam responder em duplas.	● “O que significa bandeirada?”. ● “Tem que somar uma bandeirada para cada quilômetro rodado?”.	

[3] Referência: criado pela estagiária

<table>
<tr><td></td><td></td><td>● “O que é tarifa fixa?”.
● “Como faz para encontrar os quilômetros rodados?”.
● “Como faz para dividir número com vírgula?”.</td><td></td></tr>
<tr><td>15 min</td><td>● Discussão sobre o problema 1:
1. Todos conseguiram responder o problema? Qual foi o resultado que vocês chegaram?
2. Como vocês fizeram?

● OBSERVAÇÕES PARA O PROFESSOR:
○ Mandar os alunos mostrarem seus cálculos no quadro.</td><td>1.
1.1. “Não consegui resolver”.
1.2. “7 reais (somou os dois valores explícitos na questão - errado)”.
1.3. “cheguei em 34,50”.
1.4. “Deu 30 reais nas minhas contas”.
1.5. “Cheguei em 9 km percorridos”.
1.6. “ Não consegui dividir 22,50 por 2,50”.
1.7. “Deu 11 km aproximadamente nos meus cálculos (resposta sem considerar a bandeirada)”.
2.
2.1. “Eu multipliquei 12 por 2,50 e somei com 4,50. O resultado foi 34,50 reais”.
2.2. “Somei o 2,50 doze vezes e depois somei com o 4,50”
2.3. “Multipliquei 4,5x2,5x12”.
2.4. “somei todos os valores, deu 19”.
2.5. “27 - 4,5 = 22,5 depois 22,5/2,5 = 9km”.
2.6. “Não cheguei no resultado final, mas ele andou menos de 12 km”
2.7. "Fiquei subtraindo 2,50 de 27 até sobrar 2,00. Conclui que ele andou quase 11km, faltou 50 centavos”</td><td></td></tr>
<tr><td>25 min</td><td>● Discussão e formalização do conteúdo:
1. Vocês sabem o que é função?
2. Vocês acham que podem representar essa resposta utilizando o conteúdo de função? se sim, qual?
3. Observando a resposta da letra A chegamos na resposta: 2,5*12 + 4,5. O que esse resultado calcula?
4. Como seria essa conta se fosse, por exemplo, 4 km? e se fosse 18km?</td><td>1.
a. “sim/não/não lembro”.
b. “é uma expressão com letras e números”.
c. “é uma fórmula para encontrar o ‘x’ da questão”
2.
a. “não sei como faz”
b. “acho que não dá certo"
c. “poderia considerar o número de km rodados e deixar ele ser um valor</td><td></td></tr>
</table>

	5. O que podemos observar com a mudança dos quilômetros nessa fórmula inicial? ● EXPLICAÇÃO DA PROFESSORA: Ou seja, dependendo dos km rodados o resultado final vai mudar, mas a bandeirada e o preço por km rodado não se alteram. 1. Como podemos escrever essa situação utilizando o conteúdo Função? Ou seja, qual parte dessa expressão pode ser entendida como um valor que muda para podermos considerá-la uma variável (e representar por uma letra)? ● OBS: Se os alunos não chegarem na fórmula, a professora mostra para eles. ● EXPLICAÇÃO DA PROFESSORA: Portanto, podemos escrever **f(x) = 2,50*x + 4,50**, com **f(x)** sendo o valor final da corrida, e **x** sendo os quilômetros rodados (lê-se: f de x é igual a 2,50 vezes x mais 4,50). ● Dar o exemplo da venda dos sacos de feijão (ou cereais) em outra cidade (EXPLICAR COMO ACHAR MELHOR). 1. EX: Suponha que um agricultor fez sua colheita de cereais e obteve 10 sacos de feijão. Ele pretende vender o feijão em outra cidade e vai pagar um frete de um carro para levar o feijão até lá. O frete é 100 reais e o valor do saco de feijão e 150 reais, então obteríamos a fórmula: **f(x) = 150*x - 100**. Com o saco de feijão sendo 150 reais, o frete sendo 100 reais e **x** sendo a quantidade de sacos de feijão. ● Concluir mostrando a fórmula geral da função afim: **f(x) = a*x + b**. 1. Ou seja, **a** e **b** são valores fixos e **x** é o valor variável, ou seja, o valor que muda. ● EXPLICAÇÃO DA PROFESSORA: Também temos outra distinção entre as variáveis. Existem dois tipos, as variáveis dependentes e as independentes. 1. Variável dependente é aquela que depende de outro valor para ter o seu resultado (no nosso problema 1, **a variável dependente é o valor pago pela corrida**, que depende dos quilômetros rodados) 2. Variável independente é aquela que não depende de outro valor para ter seu resultado (nesse mesmo caso, **a**	variável em uma fórmula, assim: 2,5x + 4,5. essa conta chega no valor da corrida. 3. a. "O custo da viagem" b. "O preço pago pela corrida" c. "A resposta final" 4. a. "Seria 2,5*4 +4,5 e 2,5*18 + 4,5" b. "Não entendi porque deu essa fórmula" 5. a. "Só está mudando o número que está multiplicando o 2,5" b. "A fórmula permanece igual, muda apenas um número" 1. a. "Os km rodados é que variam" b. "Coloca um x no valor do km rodado - total" c. "2,5*x + 4,5?" d. "Escreve: R = 2,50*x + 4,50, com R sendo o valor da corrida e x os km rodados"	

	variável independente são os quilômetros rodados).		
Reflexões			

Fonte: Dos arquivos da autora (2023)

Foram duas aulas sequenciais com um tempo de 40 minutos cada e o material necessário para a aplicação foram: problemas impressos; lousa; lápis de quadro e apagador. O problema aplicado na aula foi criado pela própria estagiária, segue o problema abaixo:

Quadro 2: Problema gerador

Problema 1: O valor cobrado por uma corrida de táxi é a soma de uma tarifa fixa, conhecida como bandeirada, com um valor que é cobrado por cada quilômetro rodado. Em um determinado táxi, a bandeirada custa R$ 4,50 e cada quilômetro rodado custa R$ 2,50. Com base nesses dados, responda:

a. Quanto uma pessoa irá pagar se fizer uma viagem de 12 km com esse táxi?
b. Quantos quilômetros percorreu uma pessoa que pagou R$ 27,00 na corrida?

RESPOSTA: a) R$ 34,50 b) 9 km

Fonte: Dos arquivos da autora (2023)

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A aula iniciou-se com a separação das duplas e trios seguidos da distribuição do problema para eles responderem. Foi decidido previamente que o problema seria entregue, a princípio, apenas com a letra “a” e depois, caso houvesse necessidade e tempo, seria entregue a letra “b”. Foi dado um tempo de 30 minutos para os alunos responderem.

Durante o tempo de resolução surgiram alguns questionamentos variados de grupos, como: “o que é bandeirada?”, “Como resolve professora?”, “vai ser um valor fixo ou vai somar uma bandeirada para cada quilômetro rodado?”, “o que é tarifa fixa?”, “como faz para encontrar os quilômetros rodados?”, a maioria dos questionamentos foram previstos durante a elaboração do plano. As respostas sempre vinham com mais questionamentos, de maneira que os instigaram a pensar mais sobre os seus cálculos ou até mesmo como poderiam iniciar suas resoluções. Algumas das respostas dadas pela estagiária foram: “O que pede o problema?”, “O que vocês entendem por tarifa fixa?”, “vocês acham que em uma tarifa fixa pagamos um único valor ou é uma soma de valores?”, “Quais informações temos no problema e qual queremos encontrar?”.

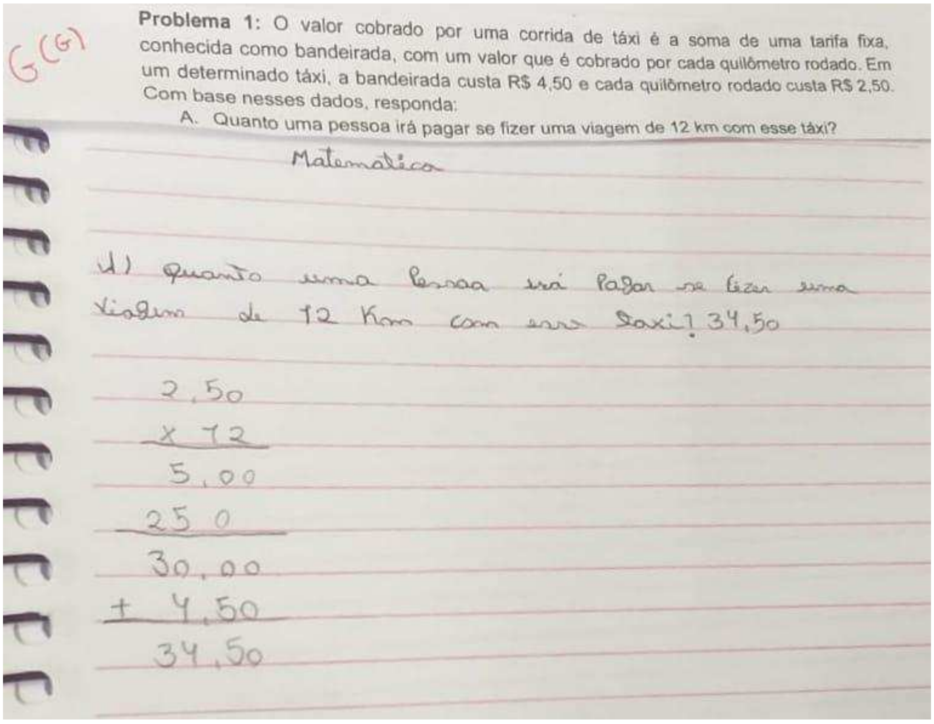
Logo após o problema ser entregue, depois de 5 minutos, um grupo conseguiu responder à questão. Outros dois grupos também conseguiram chegar ao resultado com os cálculos corretos e três grupos chegaram ao resultado, mas não desenvolveram nenhum cálculo. Após o tempo estipulado para a resolução do problema e os questionamentos feitos durante esse tempo, outros grupos também conseguiram chegar ao resultado e teve grupos também que não conseguiram resolver a questão.

Após esse tempo de resolução, foram dados 15 minutos para ser realizada uma discussão que envolvia os resultados e os métodos de resolução dos grupos. Nesse momento, foi dado espaço para os alunos irem ao quadro e mostrarem os seus cálculos.

Ao iniciar a discussão do problema, foi perguntado se eles tinham resolvido e conseguido chegar em algum resultado, a maioria respondeu que sim, com isso, foi perguntado como tinham feito e se gostariam de mostrar no quadro suas resoluções. Apenas um grupo quis ir ao quadro mostrar como fez os cálculos, os outros grupos falavam como tinham resolvido e a estagiária discutia as respostas com a turma e anotava no quadro. O grupo que foi ao quadro resolveu o problema similar a imagem 1 abaixo, multiplicando 2,50 por 12 e somando com 4,50.

Segue abaixo algumas respostas dos alunos:

Imagem 1: resolução do grupo G sobre o problema


G (G)

Problema 1: O valor cobrado por uma corrida de táxi é a soma de uma tarifa fixa, conhecida como bandeirada, com um valor que é cobrado por cada quilômetro rodado. Em um determinado táxi, a bandeirada custa R$ 4,50 e cada quilômetro rodado custa R$ 2,50. Com base nesses dados, responda:

A. Quanto uma pessoa irá pagar se fizer uma viagem de 12 km com esse táxi?

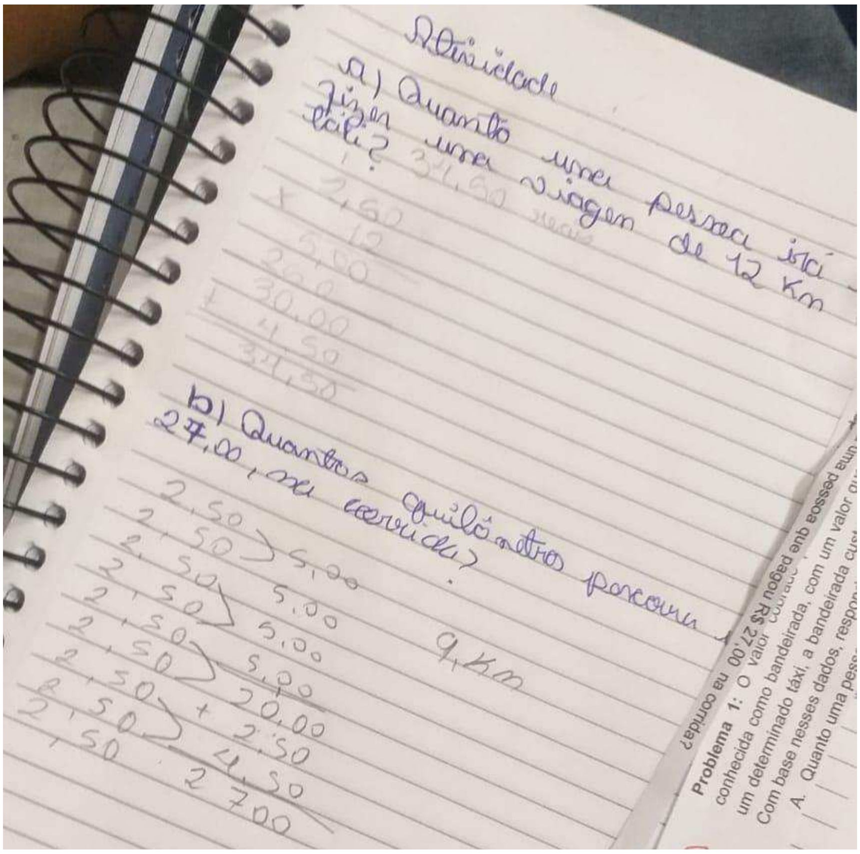
Matemática

1) Quanto uma pessoa irá pagar se fizer uma viagem de 12 Km com esse taxi? 34,50

2,50
x 12
5,00
25 0
30,00
+ 4,50
34,50

Fonte: Dos arquivos da autora (2023)

Imagem 2: resolução do grupo E sobre o problema

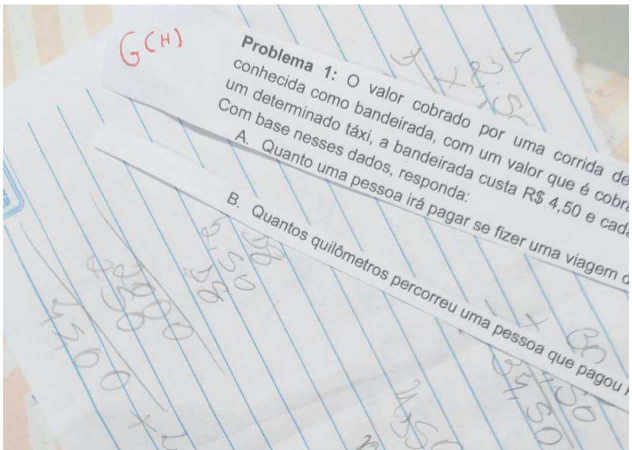


Fonte: Dos arquivos da autora (2023)

A resolução de alguns grupos, como é o caso do grupo G e do grupo E, resolveram o item “a” multiplicando 2,50 por 12 e depois somando com a bandeirada. A maioria dos grupos fez dessa maneira. Já na letra B os alunos não fizeram a divisão 22,50 por 2,50 que já era esperado, mas realizaram consecutivamente somas de 2,50 até chegar no valor que eles acreditavam ser suficiente (Veja a imagem 2). Essas respostas também foram previstas no plano de aula.

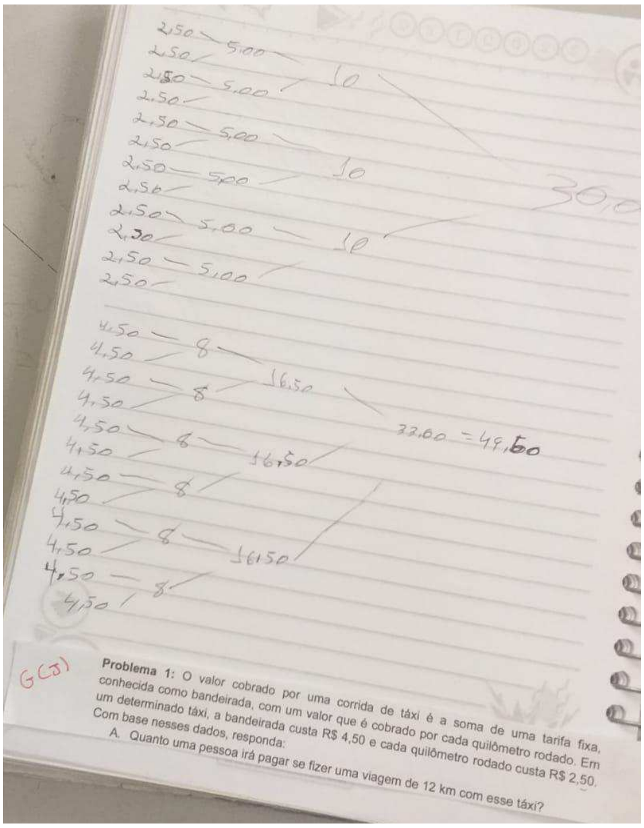
Os erros que foram identificados eram relacionados a: erros na multiplicação de 2,50 por 12, erro na montagem da conta (um grupo fez 2,50·18 e depois 2,50·9 ao invés de 2,50·12, mas depois ele chegou no resultado correto - veja a imagem 3) e somar a bandeirada 12 vezes com o valor dos quilômetros rodados (veja a imagem 4).

Imagem 3: resolução do grupo H sobre o problema



Fonte: Dos arquivos da autora (2023)

Imagem 4: resolução do grupo J sobre o problema



Fonte: Dos arquivos da autora (2023)

Durante o momento de resolução dos alunos, algumas dessas dúvidas foram sanadas e ao final da discussão foi possível perceber que os alunos haviam compreendido o problema, mesmo aqueles alunos que não haviam conseguido chegar em um resultado, discutiram juntamente com a estagiária e os colegas as possíveis maneiras de se chegar ao resultado correto.

Em seguida, foi separado 25 minutos para a discussão e formalização do conteúdo, em que foi questionado se eles sabiam o que era função e se esses resultados que eles chegaram estaria relacionado de alguma maneira ao conteúdo de Função. Eles disseram que acreditavam que se tratava de uma função porque “tinha um valor x para descobrir” e que “dependia”, mas não sabiam qual a função.

Também foi feito alguns questionamentos perguntando como ficaria a “fórmula” que eles haviam encontrado (2,50·12 + 4,50) se fosse 8 km ou 4 km, por exemplo (Ex: 2,50·8 + 4,50; 2,50·4 + 4,50; etc.). O intuito desses questionamentos é identificar os valores fixos e os valores variáveis do problema, então a estagiária os levou a perceberem que dependendo dos quilômetros rodados o resultado final vai mudar, mas a bandeirada e o preço por quilômetro rodado não se alteram. Quando os alunos montaram essas fórmulas numéricas eles foram questionados sobre padronizar esse comportamento colocando uma letra (no lugar do valor variável), eles descobriram sem dificuldades. Ao final, foi mostrado no quadro que, portanto, podemos escrever $f(x)=2,50 \cdot x+4,50$, com $f(x)$ sendo o valor final da corrida, e x sendo os quilômetros rodados.

Na sequência, foi mostrado a Fórmula Geral de uma Função Afim, realizando a distinção entre valores fixos e valores variáveis, seguido de uma discussão sobre variável dependente e variável independente (utilizando o problema da aula como exemplo).

Eles não mostraram dificuldades para entender a relação de termos dependentes e termos independentes. Também foi citado outros casos do cotidiano deles para exemplificar a ideia de função e proporção, que está relacionado com o objetivo da aula. Os exemplos eram voltados para o consumo de energia elétrica, onde podemos pensar na relação de dependência entre o valor total de uma fatura de energia elétrica e a quantidade de energia consumida, pois, quanto menor o consumo, menor será o valor a ser pago. Outro caso também levado pela professora foi a compra por quilo em restaurantes, onde podemos verificar essa relação de dependência, pois, quanto maior a quantidade em quilogramas de comida consumida, maior será o valor a ser pago por ela.

E, por fim, foi entregue a letra "b" para os grupos como um tipo de verificação de aprendizagem e reforçar a ideia do problema. Por já estar no final da aula, a maioria dos grupos responderam a letra "b" verbalmente com a professora, apenas escrevendo no quadro a maneira que eles iriam explicando as suas resoluções, pois falaram que "já sabiam como era feito". E a partir desse último momento de discussão do conteúdo, foram sanadas algumas pequenas dúvidas restantes e mostrado por fim a fórmula geral da função afim: $f(x)=a \cdot x + b$, explicando sobre valores fixos e variáveis e sobre variáveis dependentes e independentes.

A metodologia *Lesson Study* ajudou no desenvolvimento da aula por preparar a estagiária para as possíveis ações que iriam ocorrer. Muitas das ações que ocorreram durante a aula, seja ela da estagiária ou dos alunos, foram previamente definidas no plano, para que a estagiária possa estar mais preparada e capacitada para a aula. A existência das ações prévias (como questionamentos e respostas dos alunos) ajudaram bastante no momento de discussão para sanar as dúvidas dos alunos. O problema também foi previamente resolvido, o que facilitou a discussão e, posteriormente, a formalização do conceito e a criação da fórmula.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A metodologia *Lesson Study* contribui para uma melhor capacitação profissional do professor, pois, dentre outras coisas, proporciona um olhar mais voltado para a prática docente e para a aprendizagem do aluno favorecendo na reflexão e, consequentemente, no desenvolvimento profissional (BEZERRA, 2020). A elaboração de questionamentos prévios sobre o conteúdo bem como as possíveis respostas dos alunos faz com que o professor se sinta bem mais preparado mentalmente e fisicamente para ministrar a aula. Foi visto que utilizar uma abordagem metodológica pensada exclusivamente nos alunos promove grandes resultados na aprendizagem deles e também auxilia na prática docente.

Outro fator que teve grande influência na aula foi a preparação de possíveis respostas dos alunos em relação ao problema. Além de colaborar com a compreensão do professor sobre o assunto, também o ajuda a propor uma melhor troca de ideias e questionamentos durante as discussões. A metodologia *Lesson Study* se mostrou bastante promissora para ensinar matemática.

Em contexto de aprendizagem, percebemos que com essa abordagem podemos antecipar as dificuldades/estratégias dos alunos, planejar bem as aulas, dominar bem os conteúdos e gerenciar com mais sucesso o tempo, a aprendizagem dos alunos e a autonomia do professor. Deve-se destacar também que, ao considerar a aprendizagem dos alunos, a reflexão pós aula pode ajudar a pensar em uma nova situação didática.

O ensino de matemática através da Resolução de Problemas se mostrou bastante significativo por permitir um maior envolvimento da turma durante e após a resolução do problema, esse maior envolvimento, consequentemente, faz com que os estudantes possam compreender de modo mais efetivo os conceitos, princípios e procedimentos matemáticos (ROMANATTO, 2012).

Essa metodologia também ajuda ao professor a ter um maior controle de sala de aula no quesito de prender a atenção dos alunos, já que a resolução de problemas faz com que eles fiquem mais presentes na aula, contribuindo, principalmente, de maneira colaborativa na discussão com a turma e assim construindo e consolidando os seus conhecimentos recém descobertos.

A resolução de problemas também ajuda a mostrar ao aluno uma maneira mais atrativa de se trabalhar com a matemática. As situações-problema que o uso dessa metodologia oferece permite aos alunos utilizarem da imaginação e do seu pensamento crítico para poder identificar o problema e interpretar a situação com uma abordagem mais humana e realista.

Foi observado que a maioria dos alunos seguem com uma comodidade muito grande, principalmente após o período da pandemia da covid–19, em que eles estavam acostumados com os professores tendo que aprovar os alunos por entenderem que cada aluno vive uma realidade diferente. Contudo, ainda nos deparamos com muitos professores focados apenas nas aulas tradicionais, isso também influencia no desinteresse do aluno, visto que eles já têm uma visão negativa sobre a matemática.

Dessa forma, a aula se torna cansativa e monótona, e em nenhum momento os alunos se mostram entusiasmados com esse tipo de aula. O professor precisa visualizar que o aluno não precisa ser apenas passivo, a modernidade exige que seja repensado a estrutura tradicional, onde se tem várias propostas de mecanismos em que se pode fortalecer o elo, principalmente entre o professor e o aluno.

Diante dos dados obtidos, observamos que o objetivo do trabalho foi alcançado, onde a maioria dos alunos se mostraram muito entusiasmados todo o tempo, sempre participativos, curiosos e animados com uma aula diferenciada bem como conseguiram resolver o problema e participar ativamente das discussões, contribuindo para a aprendizagem. Sendo assim, é essencial o uso dessas metodologias, já que proporcionam um trabalho diferenciado no ensino da disciplina de matemática.

6. REFERÊNCIAS

ANDRÉ, M. E. D. A. **Etnografia da prática escolar**. São Paulo: Papirus, 2012

BEZERRA, R. C.; MORELATTI, M. R. M.. **Aprendizagens de Professores que Ensinam Matemática no contexto da Lesson Study.** Revista Brasileira de História, Educação e Matemática (HIPÁTIA), v. 5, n. 1, p. 72-85, 2020.

BOSSI, K. M. L.; SCHIMIGUEL, J. **Metodologias ativas no ensino de Matemática: estado da arte.** Research, Society and Development, v. 9, n. 4, p. e47942819-e47942819, 2020.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Tradução Maria J. Alvarez, Sara B. Santos e Telmo M. Baptista. Porto (Portugal): Porto Editora, 1994.

CURI, E. **Lesson Study: Contribuições para Formação de Professores que Ensinam Matemática**. Perspectivas da Educação Matemática, v. 14, n. 34, p. 1-19, 2021.

FELIX, T. F. **Pesquisando a melhoria de aulas de matemática seguindo a proposta curricular do estado de São Paulo, com a metodologia da pesquisa de aulas (Lesson Study).** 2010.

Freire, P.. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra. 2005.

GRILLO, R. de M. **O Xadrez Pedagógico na Perspectiva da Resolução de Problemas em Matemática no Ensino Fundamental**. Diss. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação. Itatiba, SP: Universidade São Francisco, 2012.

HERMINIO, P. H.. **Matemática Financeira: um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem**. 2008.

OLIVEIRA, H. N.; HITOTUZI, N.; SCHWADE, K. L.. Lesson study no Brasil: uma década de produções acadêmicas sobre profissão e formação docente. **Debates em Educação**, v. 13, p. 754-777, 2021.

ONUCHIC, L. D. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Bolema-Boletim de Educação Matemática, p. 73-98, 2011.

ONUCHIC, L. D. L. R.. **A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos?**. Revista Espaço Pedagógico, v. 20, n. 1, 2013.

PAIVA, T. Y.. **Aprendizagem Ativa e Colaborativa: uma proposta de uso de Metodologias Ativas no ensino da Matemática.** 2016.

PIRONEL, M.. **Avaliação para a aprendizagem: a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas em ação.** 2019.

PONTES, E. A. S. Método de polya para resolução de problemas matemáticos: uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem de matemática na educação básica. HOLOS, 3, 1-9, 2019.

ROMANATTO, M. C. **Resolução De Problemas nas aulas de matemática.** Revista Eletrônica de Educação, [S. l.], v. 6, n. 1, p. 299–311, 2012.

SEGURA, E.; KALHIL, J. B.. A metodologia ativa como proposta para o ensino de ciências. **REAMEC-Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, v. 3, n. 1, p. 87-98, 2015.

SOARES, M. T. C.; PINTO, N. B. **Metodologia da resolução de problemas**. 24ª Reunião ANPEd, 2001.

SOUZA, M. A. V. F. et al. **Peixes para contar e estimar**. Edifes. 2018