



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA AGROALIMENTAR  
UNIDADE ACADÊMICA DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA AMBIENTAL  
CURSO DE ENGENHARIA AMBIENTAL  
*CAMPUS DE POMBAL – PB*

LUCAS BANDEIRA MASCENA

**APLICAÇÃO DO MODELO DE MATALAS PARA SIMULAÇÃO MULTIVARIADA  
DE VAZÕES EM RIOS INTERMITENTES DO SEMIÁRIDO PARAIBANO**

POMBAL - PB

2023

LUCAS BANDEIRA MASCENA

**APLICAÇÃO DO MODELO DE MATALAS PARA SIMULAÇÃO MULTIVARIADA  
DE VAZÕES EM RIOS INTERMITENTES DO SEMIÁRIDO PARAIBANO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Centro de Ciências e Tecnologia Agroalimentar da Universidade Federal de Campina Grande, *Campus* de Pombal-PB, como requisito parcial necessário para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Ambiental.

Orientador: Prof. Dr. Camilo Allyson Simões de Farias

POMBAL – PB

2023

M395a Mascena, Lucas Bandeira.

Aplicação do modelo de matalas para simulação multivariada de vazões em rios intermitentes do semiárido paraibano / Lucas Bandeira Mascena. – Pombal, 2023.

41 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Ambiental) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia Agroalimentar, 2023.

“Orientação: Prof. Dr. Camilo Allyson Simões de Farias.”

Referências.

1. Bacia hidrográfica. 2. Rio Piancó-Piranhas-Açu. 2. Séries sintéticas de vazão. 3. Método de Matalas. I. Farias, Camilo Allyson Simões de. II. Título.

CDU 624.04 (043)

Lucas Bandeira Mascena

**APLICAÇÃO DO MODELO DE MATALAS PARA SIMULAÇÃO  
MULTIVARIADA DE VAZÕES EM RIOS INTERMITENTES DO SEMIÁRIDO  
PARAIBANO**

Trabalho de Conclusão de Curso  
aprovado como parte dos requisitos para  
obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Ambiental, do Curso de  
Graduação em Engenharia Ambiental, da  
Universidade Federal de Campina  
Grande, Pombal-PB, pela seguinte banca  
examinadora:


Pombal, 18 de julho de 2023.

**BANCA EXAMINADORA**

CAMILO ALLYSON SIMOES DE FARIAS:03542044407 Digitally signed by CAMILO ALLYSON  
SIMOES DE FARIAS:03542044407  
Date: 2023.07.18 17:24:02 -03'00'

---

Prof. Dr. Camilo Allyson Simões de Farias  
(Orientador) UFCG/Campus Pombal-PB

Documento assinado digitalmente  
 Artur Moises Goncalves Lourenco  
Data: 18/07/2023 19:05:22-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. Artur Moises Gonçalves Lourenço  
(Examinador Externo) IFPB

---

  
Prof. Dr. Aline Costa Ferreira (Examinador Interno)  
UFCG/Campus Pombal-PB

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar meu profundo agradecimento a pessoas especiais que foram fundamentais na minha jornada durante o Trabalho de Conclusão de Curso. A vocês, minha gratidão sincera por todo o apoio, incentivo e amor que me proporcionaram ao longo desse percurso desafiador.

A minha mãe Cledeilde Bandeira Mascena, meu agradecimento é imenso. Sua presença constante, seu apoio incondicional e seu amor incansável foram a força motriz por trás de todas as minhas conquistas. Obrigado por ser minha maior incentivadora, minha confidente e por sempre acreditar em mim.

Ao meu pai Geraldo Mascena Dantas, expresso minha profunda gratidão. Sua sabedoria, dedicação e exemplo de perseverança foram fundamentais na minha jornada acadêmica. Obrigado por estar ao meu lado, me encorajando a seguir em frente e me mostrando a importância do esforço e da determinação.

A minha avó Maria da Costa Bandeira, sou grato por todo o amor, apoio e sabedoria que você compartilhou comigo ao longo dos anos. Suas palavras de incentivo, suas histórias inspiradoras e seu carinho constante foram fontes de inspiração e motivação para mim. Obrigado por ser uma presença especial na minha vida.

Às minhas irmãs Camila Bandeira Mascena e Caliani Bandeira Mascena, meu agradecimento. Vocês são meus pilares, minhas parceiras e minhas melhores amigas. Obrigado por compartilharem comigo as alegrias e os desafios dessa jornada, por me apoiarem e por estarem sempre presentes, mesmo nos momentos mais difíceis.

À minha amiga Lisiane Linhares dos Santos, agradeço de coração. Sua amizade e apoio constantes foram essenciais para minha jornada acadêmica. Obrigado por ser uma amiga leal, por me incentivar e por sempre me encorajar a alcançar meus objetivos.

E, por fim, a Deus, meu agradecimento mais profundo. Sua presença em minha vida, sua orientação e sua proteção constante foram fundamentais para minha força interior, minha perseverança e minha fé. Sou grato por Sua graça e misericórdia, e por sempre me guiar em todos os momentos.

MASCENA, L. B. **Aplicação do modelo de matalas para simulação multivariada de vazões em rios intermitentes do semiárido paraibano.** 2023. 41 fls. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Ambiental) - Universidade Federal de Campina Grande, Pombal-PB.

## RESUMO

A compreensão do comportamento hidrológico de rios é imprescindível para proceder com uma melhor gestão dos recursos hídricos, a exemplo do estabelecimento de medidas para mitigação dos efeitos de secas, do controle de enchentes e da redução de riscos associados à disponibilidade da água. Com isso, este estudo teve como objetivo geral a implementação de um simulador estocástico de vazões mensais para os rios Piancó e Emas, localizados na bacia hidrográfica do rio Piancó-Piranhas-Açu. Para atingir o propósito desejado e gerar vazões temporalmente correlacionadas, optou-se por aplicar a metodologia sugerida por Matalas (1967). A calibração do modelo contou com séries mensais de vazões com 20 anos de dados (2002-2021). Para verificar a eficiência do método de Matalas, comparou-se as propriedades estatísticas mensais (média, desvio padrão, percentual de meses sem vazão, correlação serial, correlação cruzada e frequência) de séries sintéticas de 1.000 anos com àquelas observadas nas séries históricas. Os resultados indicam que o simulador conseguiu gerar vazões que preservam as médias e os desvio padrões para os meses mais secos (junho a dezembro). Os valores para os meses com vazões mais altas (janeiro a maio) e de percentual de zeros para todos os meses são inferiores aos encontrados pelo Método dos Fragmentos (Svanidze, 1980; Carneiro & Farias, 2013), modelo comumente adotado na região. Fatores como a pequena quantidade de dados usados para calibração e a alta variabilidade das vazões em rios das regiões semiáridas podem ter influenciado no desempenho do método de Matalas. Apesar dos resultados não terem sido satisfatórios, as séries geradas apresentaram coeficientes de correlação serial, de correlação cruzada e hidrogramas com tendências similares aos valores observados na série histórica. Espera-se que este estudo sirva de baliza para avançar nos estudos de simulação multivariada de vazões em regiões com alta variabilidade hidrológica.

**Palavras-chave:** Bacia hidrográfica dos rios Piancó-Piranhas-Açu. Séries sintéticas de vazão. Método de Matalas.

MASCENA, L. B. **Application of the matalas model for multivariate simulation of flows in intermittent rivers in the semi-arid region of Paraíba.** 2023. 41 pages. Completion of course work (Graduation in Environmental Engineering) - Federal University of Campina Grande, Pombal-PB.

### **ABSTRACT**

Several factors throughout history point to the relevant issue of water resource management, such as droughts, increased need and doubts about water availability. With this, this study had as general objective to build a stochastic simulator of monthly flows for the rivers Piancó and Emas located in the watershed of the river Piancó-Piranhas-Açú. To achieve the desired objective, the methodology applied by Matalas was used, where it was possible to generate data for 1000 years, so that an evaluation could be carried out about the effectiveness of the generation of these data, the observed data of flow of the aforementioned rivers in the range of the years from 2002 to 2021, obtained through the HIDROWEB platform, database of the National Water Agency ANA, a comparison of simulated and observed data was carried out following the parameters of, percentage of zeros, mean, standard deviation, cross comparison, serial comparison and histograms. From this comparison, it was possible to observe that the simulator was able to find similar data for most months, however, in part of the data generated, the simulator was not able to adequately capture the factors that influence the variability of the data, such as the specific hydrological characteristics of the semi-arid region. or it may have been influenced due to the amount of observed data that may have been insufficient for a more efficient generation since the analyzed data do not cover the full range of hydrological conditions and the presence of extreme events in the time series.

**Keywords:** Piancó-Piranhas-Açú. Streamflow Simulator. Matalas.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Delimitação do Semiárido Brasileiro. ....	16
<b>Figura 2.</b> Fluxograma da metodologia aplicada neste estudo. ....	26
<b>Figura 3.</b> Localização dos reservatórios Rio Piencó e Emas. ....	27
<b>Figura 4.</b> Porcentagem de Zeros do Rio Piencó. ....	30
<b>Figura 5.</b> Porcentagem de zeros do Rio Emas. ....	31
<b>Figura 6.</b> Média de vazão Rio Emas. ....	31
<b>Figura 7.</b> Média de vazão Rio Piencó. ....	32
<b>Figura 8.</b> Desvio Padrão Rio Emas. ....	33
<b>Figura 9.</b> Desvio Padrão Rio Piencó. ....	33
<b>Figura 10.</b> Correlação Serial do rio Piencó. ....	34
<b>Figura 11.</b> Correlação Serial do rio Emas. ....	35
<b>Figura 12.</b> Correlação cruzada entre as séries dos rios Piencó e Emas. ....	35
<b>Figura 13.</b> Histogramas de vazões do rio Piencó para as séries (a) histórica e (b) sintética. ....	36
<b>Figura 14.</b> Histogramas de vazões do rio Emas para as séries (a) histórica e (b) sintética. ....	36



## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
<b>2. OBJETIVOS.....</b>	<b>14</b>
2.1. Geral .....	14
2.2. Específicos .....	14
<b>3. REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>15</b>
3.1. Recursos hídricos.....	15
3.2. Semiárido Nordeste .....	15
3.3. Modelagem Estocástica .....	18
3.3.1. Modelos Autorregressivos (AR) .....	22
3.3.2. Modelos de Médias Móveis (MA).....	23
3.3.3. Modelos Autorregressivos de Médias Móveis (ARMA).....	23
3.3.4. Modelo Thomas e Fiering .....	24
<b>4. METODOLOGIA.....</b>	<b>26</b>
4.1. Área de Estudo .....	26
4.2. Levantamento de Dados.....	28
4.4. Modelo de Simulação Estocástica .....	28
4.5. Análise dos Resultados .....	29
<b>5.RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>30</b>
5.1. Porcentual de vazões zeradas (nulas) .....	30
5.2. Média .....	31
5.3. Desvio padrão.....	32
5.4. Correlação Serial, Correlação Cruzada e Análise de Frequência.....	34
<b>6. CONCLUSÃO .....</b>	<b>37</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>38</b>
<b>APÊNDICE A.....</b>	<b>41</b>

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

AESA - Agência Executiva de Gestão das Águas do Estado da Paraíba

AR - Modelos Autorregressivos

ARMA - Modelos Autorregressivos de Médias Móveis

MA - Modelos Médias Móveis

RHN - Rede Hidrometeorologia Nacional

SNIRH - Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos

TSM - Temperatura da Superfície do Mar

ZCIT - Zona de Convergência Intertropical

## 1. INTRODUÇÃO

Diversos fatores em toda a história apontam para a relevante questão da gestão dos recursos hídricos, como secas, aumento da necessidade e das dúvidas acerca da disponibilidade da água (KHORSHIDI et al., 2019), tópicos que tornam complexas a tomada de decisão por parte dos gestores (KARAMOUZ et al., 2014).

Os mecanismos climáticos que produzem as precipitações no Semiárido, por exemplo, são muito complexos, especialmente quando associados a fatores como orografia da região, sistemas atmosféricos de meso e grandes escalas e a proximidade do mar, o que gera forte variabilidade espaço-temporal das precipitações que podem gerar eventos extremos como grandes cheias ou secas devastadoras. No entanto, atualmente pode-se contar a possibilidade de se prever, com alguma antecedência, as probabilidades de ocorrência de eventos extremos e os períodos em que provavelmente ocorrerão. Tais informações podem auxiliar na redução dos efeitos negativos desses eventos (SOUSA, 2008).

O planejamento dos recursos hídricos é uma tarefa árdua, que precisa aumentar e distribuir de forma igualitária os benefícios econômicos, atender aos requisitos ambientais do sistema, ressaltar as demandas futuras e propor soluções possíveis para conflitos sociais (LOUCKS e BEEK, 2017). Ganjali e Guney (2017) afirmam que o planejamento e a gestão de recursos hídricos são alguns dos principais pilares do desenvolvimento da sociedade, dada a importância desse recurso.

A baixa disponibilidade de água, principalmente na região semiárida, é responsável por apresentar uma série de dificuldades no planejamento e no gerenciamento dos recursos hídricos dessa região. Em cidades maiores, a demanda por água também é maior e por isso é necessário supri-las para garantir a segurança hídrica, o desenvolvimento socioeconômico e ambiental do semiárido. Também, nessa região a escassez de séries temporais históricas de vazão é uma das dificuldades para a tarefa de planejar e gerenciar os recursos hídricos. (ROCHA, 2017).

A simulação é uma ferramenta essencial em muitos campos da ciência e é usada para aperfeiçoar novos conhecimentos relativos a sistemas complexos, melhorando os métodos e otimizando, testando e validando os modelos propostos pelos cientistas. A simulação estocástica é uma técnica particularmente popular e para desenvolver de fato uma simulação estocástica paralela, é necessário ter um grande número de fluxos estocásticos independentes (HILL, 2017).

A utilização de processos de modelagem objetiva estender as séries de vazão dos rios com excelente desempenho. Modelos capazes de produzir novos dados de vazão, preservando

as propriedades estatísticas observadas na série temporal, constituem um importante mecanismo de engenharia. Ou seja, técnicas de otimização estocástica são ferramentas essenciais para se definir as regras operacionais de sistemas de recursos hídricos. Estas técnicas tentam incorporar incertezas hidrológicas e, assim, apoiar o planejamento e a gestão da água (LOUCKS et al., 1981).

## **2. OBJETIVOS**

### **2.1. Geral**

Construir um simulador estocástico de vazões mensais para os rios Piencó e Emas, localizados na bacia hidrográfica do rio Piencó-Piranhas-Açu.

### **2.2. Específicos**

- Levantar dados de vazões dos rios Piencó e Emas;
- Organizar os dados e realizar possíveis preenchimentos de falhas;
- Aplicar um modelo estatístico para simulação estocástica das vazões;
- Avaliar as propriedades estatísticas das vazões geradas comparando com os registros históricos.

### 3. REFERENCIAL TEÓRICO

#### 3.1. Recursos hídricos

Desde que a vida surgiu na Terra, há pouco mais de 3,5 bilhões de anos, a água foi fundamental como base da alimentação dos organismos e como meio de desenvolvimento de plantas e animais. A água é tão bem aproveitada que, ao longo de milhões de anos, o mesmo estoque original alimenta rios, lagos e aquíferos ou reservatórios subterrâneos no ciclo hidrológico. A água é a substância mais reciclável da natureza e faz parte essencial de todas as formas de vida dos reinos vegetal e animal, encontrando-se por toda a parte na crosta terrestre e atmosfera (SOUSA, 2008).

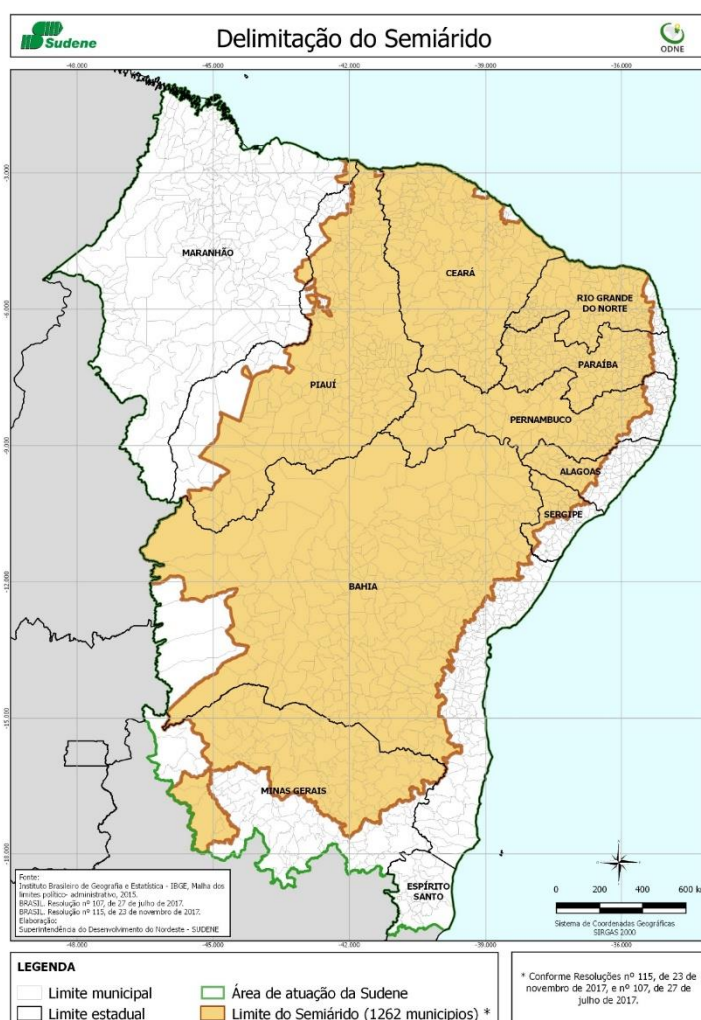
As águas superficiais e subterrâneas são fontes de abastecimento para diversos consumidores, porém, muitas vezes existe uma incompatibilidade entre a oferta e a demanda pelo recurso. Dessa forma, os conflitos pelo uso da água são constantes, o que exige revisões no planejamento, na gestão e na tomada de decisão, de forma contínua (LOUCKS e BEEK, 2017).

Os diversos conflitos advindos dos usos múltiplos dos recursos hídricos, a operação integrada de sistemas de reservatórios e as restrições impostas aos respectivos sistemas têm tornado difícil a tarefa de se estabelecer políticas operacionais eficientes. O aumento da intensidade e variedade dos usos dos recursos hídricos – causados pelo desenvolvimento econômico – trouxe o desequilíbrio entre a demanda e a oferta, motivando, assim, os constantes conflitos entre usuários, principalmente em regiões com escassez de recursos. Torna-se cada vez mais evidente a necessidade de adoção de medidas no sentido de minimizar e administrar esses conflitos (LIMA, 2004).

#### 3.2. Semiárido Nordeste

A região Nordeste do Brasil, que corresponde a 18,2% do território nacional, abriga a maior parte do semiárido brasileiro. Essa região está localizada centralmente e engloba os estados do Piauí, Ceará, Rio Grande do Norte, Paraíba, Pernambuco, Alagoas, Sergipe, Bahia e parte do norte de Minas Gerais (Região Sudeste) (SILVA *et al.*, 2007). Na Figura 1 encontra-se a nova delimitação oficial da região semiárida brasileiro realizada pela Sudene em 2017.

**Figura 1.** Delimitação do Semiárido Brasileiro.



**Fonte:** BRASIL (2017).

Nessa região, é comum encontrar uma intensa exposição solar, temperaturas relativamente altas e um regime de chuvas escasso, irregular e concentrado em um período curto, normalmente de três a quatro meses, tendo uma precipitação anual máxima de 800 mm e uma evaporação média de 2.000 mm/ano e uma umidade relativa do ar média de aproximadamente 50%. Essas condições climáticas limitam a disponibilidade de água nos recursos hídricos da região, dificultando o suprimento das necessidades da população (TRAVASSOS *et al.*, 2013).

A região semiárida nordestina destaca-se pela presença de diversas paisagens e ambientes. Essa região abrange 17 grandes unidades de paisagem, as quais são subdivididas em 105 unidades geoambientais. No Nordeste como um todo, existem 172 unidades geoambientais (SILVA *et al.*, 1993). Essa diversidade de paisagens e ambientes contribui para a riqueza e complexidade dessa região semiárida.

A região apresenta um relevo bastante variado, o que contribui para a grande quantidade de diferentes unidades de paisagem mencionadas anteriormente. A altitude média situa-se entre 400 m e 500 m, podendo chegar a 1.000 m. Cerca de 37% da área é composta por encostas com inclinação entre 4% e 12%, enquanto aproximadamente 20% das encostas possuem inclinação superior a 12%. Esse cenário resulta em uma notável presença de processos erosivos nas áreas que sofreram influência humana (SILVA, 2000). Esses aspectos topográficos contribuem para a complexidade e dinâmica do relevo na região semiárida.

Dentre os quinze tipos de solos presentes na área coberta pela caatinga, quatro ordens de solos ocupam aproximadamente 66% dessa região, porém de forma fragmentada. Os Latossolos correspondem a 19% da área, seguidos pelos Neossolos Litólicos (19%), Argissolos (15%) e Luvisolos (13%). De acordo com Silva (2000), cerca de 82% da região apresentam solos com baixo potencial produtivo. Essas limitações podem ser atribuídas à fertilidade e profundidade do perfil do solo, bem como à drenagem inadequada e altos teores de sódio (Na) trocável (CUNHA *et al.*, 2008; SALCEDO & SAMPAIO, 2008). Esses fatores representam desafios para a atividade agrícola e produtiva na região.

Além disso, a aceleração dos impactos ambientais nessa região está diretamente relacionada ao aumento do processo de desertificação e à expansão das áreas suscetíveis a esse fenômeno. O avanço da degradação ambiental nessa região é resultado de vários fatores, sendo os principais: práticas agrícolas inadequadas, desmatamento, infertilidade e compactação do solo, processos erosivos e salinização em determinadas áreas. Esses elementos contribuem para a intensificação dos problemas ambientais e acentuam os desafios enfrentados na região semiárida do Nordeste (BRASILEIRO, 2009).

A precipitação pluviométrica no semiárido nordestino é caracterizada por uma variabilidade interanual significativa, o que, combinado aos baixos índices anuais de chuva, é um dos principais fatores que contribuem para a ocorrência dos eventos de "secas". Essa variabilidade na quantidade e distribuição das chuvas ao longo dos anos é uma das principais características climáticas da região, tornando-a suscetível a períodos prolongados de escassez hídrica. As secas frequentes representam um desafio para a população e para as atividades econômicas, impactando negativamente os recursos hídricos, a agricultura e a vida dos habitantes do semiárido nordestino (SILVA *et al.*, 2007).



A variabilidade interanual da pluviometria também está relacionada às variações nos padrões de temperatura da superfície do mar (TSM) nos oceanos tropicais, como o Atlântico e o Pacífico. Essas variações afetam a posição e a intensidade da Zona de Convergência Intertropical (ZCIT) sobre o Oceano Atlântico (NOBRE; MELO, 2001). Além disso, fenômenos meteorológicos de grande escala, como o *El Niño*, também desempenham um papel importante na variabilidade das precipitações na região (SOUSA *et al.*, 2001). Essas influências combinadas afetam a ocorrência, quantidade, intensidade e frequência das chuvas no semiárido nordestino.

A irregularidade no regime pluviométrico na região semiárida, combinada com o intenso calor, leva a altas taxas de evapotranspiração potencial e real. Isso resulta na redução da umidade do solo e na diminuição da quantidade de água armazenada nos reservatórios. Em outras palavras, a precipitação escassa e irregular, juntamente com as altas taxas de evapotranspiração ao longo do ano, resultam em um balanço hídrico negativo. Esse desequilíbrio entre a disponibilidade de água e a demanda por ela representa um desafio significativo para a região semiárida, afetando a disponibilidade de recursos hídricos para a população e as atividades agrícolas (SILVA *et al.*, 2007).

Essa região abriga a maior parte de seu território ocupada por um ecossistema único e adaptado às condições de aridez: a Caatinga. Essa vegetação apresenta uma fisionomia variada e desempenha um papel crucial na região. A Caatinga é considerada extremamente importante do ponto de vista biológico, sendo um dos poucos ecossistemas cuja distribuição está totalmente restrita ao território brasileiro. Estudos recentes, que incluem levantamentos da flora e da fauna, revelaram a presença de um número significativo de espécies endêmicas na Caatinga. Essa característica torna esse ecossistema um patrimônio biológico de valor incalculável. A preservação e conservação da Caatinga são essenciais para proteger a biodiversidade e os recursos naturais únicos dessa região (TABARELLI & SILVA, 2003).

### **3.3. Modelagem Estocástica**

Os modelos estocásticos de simulação de séries temporais e hidrológicas são ferramentas importantes para a análise e previsão de eventos hidrológicos, como precipitação, vazão e níveis de água. Esses modelos consideram a natureza aleatória dos processos hidrológicos e são usados para gerar séries temporais sintéticas que representam o comportamento futuro dessas variáveis (BOX *et al.*, 2015).

De acordo com Salas (1993), a hidrologia estocástica é uma área da hidrologia que se dedica à análise de séries temporais. Seu foco principal reside na compreensão da magnitude e sequência de eventos hidroclimáticos, como vazões médias mensais, precipitação diária ou mensal, e outros fenômenos semelhantes. Os objetivos da análise de séries temporais são (STEFFEN, 2010; HERNÁNDEZ, 2013):

- Descrição: análise das propriedades da série como, por exemplo, o padrão de tendência, a existência de alterações estruturais, valores atípicos ou outliers, sazonalidade, ruído aleatório, persistência de eventos ou *clustering*, etc.
- Explicação: construir modelos que permitam explicar o comportamento da série no período observado. Por exemplo, modelos baseados em sistemas lineares para explicar a relação entre duas variáveis.
- Controle de Processos: por exemplo, controle estatístico de qualidade.
- Previsão: prever valores futuros de uma variável com base em valores passados.

Um processo estocástico é uma coleção de variáveis aleatórias que são consideradas definidas em um mesmo espaço de probabilidades (BAYER *et al.*, 2012). Um processo estocástico,  $X$ , é definido com um mapeamento que associa cada ponto amostra  $w \in \Omega$  uma função real de um parâmetro  $t$  pertencente a um conjunto  $T$  (na maioria dos processos estocásticos, o parâmetro  $t$  está associado ao tempo. Sendo assim, cria-se uma família  $F$  de funções de  $t$  ( $t \in T$ ) (CURSI, 2012).

$$X : \Omega \rightarrow F$$

$$w \rightarrow X(t, w), \quad t \in T$$

Assim, um processo estocástico é uma função de duas variáveis ( $w$  e  $t$ ) cujos domínios são  $\Omega$  e  $T \subset \mathbb{R}$ , respectivamente. Ao se fixar, por exemplo, o valor de  $w_m \in \Omega$  para  $w$ , o processo estocástico passa a representar uma única função  $X(t, w_m)$  de  $t$ . Ao se fixar o valor  $t_j$  para  $t$ , o processo estocástico passa a representar uma variável aleatória,  $X(t, w_m)$ , que associa a cada ponto amostra,  $w_m$ , um número real  $X(t_j, w_m)$  (CURSI, 2012).

Um processo estocástico pode ser interpretado como um número infinito de variáveis aleatórias indexadas pelo parâmetro  $t$ . Fixando um valor de  $t = t_j$ , a variável aleatória  $X(t_j, w)$  possui uma função distribuição de probabilidade dada por:

$$F_{X(t_j, w)}(x) = P(X(t_j, w) < x)$$

e uma função densidade de probabilidade  $p_{X(t_j, w)}$  (CURSI, 2012).

A média de um processo estocástico,  $X$ , é definida pela Equação 1, a variância pela Equação 2, a autocorrelação pela Equação 3 e a covariância pela Equação 4 (CURSI, 2012):

$$\mu_X(t) = E[X(t, w)] = \int_{-\infty}^{\infty} xp_{X(t,w)}(x)dx \quad (1)$$

$$\sigma_X^2(t) = E [(X(t, w) - \mu_X(t))^2] = E [X^2(t, w)] - E [X(t, w)]^2 \quad (2)$$

$$R_{XX}(t_1, t_2) = E[ X(t_1, w) X(t_2, w)] \quad (3)$$

$$C(t_1, t_2) = E [ X(t_1, w) - \mu_X(t_1) ) (X(t_2, w) - \mu_X(t_2)) ] = \quad (4)$$

$$C(t_1, t_2) = E[(X(t_1, w)X(t_2, w)) - \mu_X(t_1)\mu_X(t_2)] =$$

$$C(t_1, t_2) = R_{XX}(t_1, t_2) - \mu_X(t_1)\mu_X(t_2)$$

A introdução do conceito de estacionariedade é fundamental no estudo de séries temporais, pois é a suposição mais comumente adotada. No entanto, na prática, muitas séries não são estacionárias e requerem a aplicação do processo de diferenças sucessivas para torná-las estacionárias (BAYER *et al.*, 2012).

A correlação serial em uma série temporal é conhecida como autocorrelação, pois representa a medida de associação entre os momentos de tempo dentro da mesma série. A função de autocorrelação é expressa por (MORETTIN & TOLOI, 2006; BOX *et al.*, 2008; BAYER *et al.*, 2012):

$$\rho_h = Cor[Z_t, Z_{t+h}] = \frac{Cov[Z_t, Z_{t+h}]}{\sqrt{\sigma_t^2 \sigma_{t+h}^2}} \quad (5)$$

em que  $h$  é um número inteiro e

$$\gamma_h = Cov[Z_t, Z_{t+h}] = E[(Z_t - \mu_t)(Z_{t+h} - \mu_{t+h})] \quad (6)$$

é a covariância. A função de autocorrelação parcial mede a correlação remanescente entre  $Z_t$  e  $Z_{t+h}$ , depois de eliminada a influência de  $Z_{t+1}, \dots, Z_{t+h-1}$  (MORETTIN & TOLOI, 2006; BOX *et al.*, 2008; BAYER *et al.*, 2012). As definições acima se referem às populações. Na prática, utilizam-se estimadores desses parâmetros, ou seja, considerando as  $n$  observações  $z_1, \dots, z_n$ , a função de autocorrelação  $\rho_h$  é estimada por (MORETTIN & TOLOI, 2006; BOX *et al.*, 2008; BAYER *et al.*, 2012):

$$\hat{\rho}_h = r_h = \frac{c_h}{c_0}, h = 0, 1, \dots, (n - 1), \quad (7)$$

em que  $\hat{\gamma}_h$  é a estimativa da covariância, dada por:

$$\hat{\gamma}_h = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{(n-h)} [(z_t - \bar{z})] \quad (8)$$

com  $h = 0, 1, \dots, (n-1)$  e

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n z_t \quad (9)$$

De acordo com Morettin e Toloí (2006), as estimativas da função de autocorrelação parcial podem ser obtidas por meio da estimativa sequencial de modelos autorregressivos de ordens crescentes ( $p = 1, 2, 3, \dots$ ) utilizando o método dos mínimos quadrados. As estimativas dos parâmetros com maior defasagem são então utilizadas para esse propósito.

Outra definição importante acerca dos processos estocásticos é a de ruído branco, em que  $\{\varepsilon_t, t \in T\}$  é dito ser um ruído branco se as variáveis aleatórias  $\varepsilon_t$  são não-correlacionadas, isto é,  $Cov[\varepsilon_t, \varepsilon_s] = 0, t \neq s$  (MORETTIN & TOLOI, 2006; BAYER *et al.*, 2012).

A partir dessas estatísticas, busca-se encontrar um modelo matemático que represente uma série temporal de observações, muitas vezes incluindo o ajuste da série a distribuições de probabilidade. Na modelagem, existem dois grupos de modelos: Paramétricos e Não-Paramétricos (HERNÁNDEZ, 2013).

Na modelagem paramétrica, os passos básicos seguem a metodologia de Box-Jenkins (1970), que envolve: (1) seleção do tipo de modelo, (2) identificação da ordem do modelo, (3) estimação dos parâmetros, (4) testes de ajuste e (5) geração de sequências de dados com o modelo selecionado e/ou previsão. Durante o cálculo dos parâmetros, é importante compreender a natureza dos parâmetros, uma vez que eles são estimados a partir de amostras, o que introduz incerteza nos resultados. A qualidade dos dados e o comprimento da série desempenham um papel crucial na redução ou aumento dessa incerteza (SALAS *et al.*, 1980; LOUCKS *et al.*, 2005).

Alguns modelos estocásticos de simulação de séries temporais e hidrológicas são Modelos Autoregressivos (AR), Modelo Médias Móveis (MA), Modelos Autoregressivos de Médias Móveis (ARMA), aplicação dos modelos AR para vazões anuais e sazonais com Thomas & Fiering (1962), entre outros.

### 3.3.1. Modelos Autorregressivos (AR)

Os modelos autorregressivos (AR) com autocorrelação de ordem 1 são conhecidos como modelos de primeira ordem (AR (1)). Eles são amplamente utilizados na área da hidrologia para simulação de séries temporais e previsão (BRAS & RODRIGUEZ-ITURBE, 1992). O modelo AR (1) também é conhecido por outros nomes, como Modelo Autorregressivo de Markov ou Thomas-Fiering. Ele pode ser representado como um processo com média zero, conforme a seguinte forma (HERNÁNDEZ, 2013):

$$R_t = \phi_1 R_{t-1} + z_t \quad (10)$$

em que  $z_t$  é uma sequência de ruído branco com média zero e variância  $\sigma_z^2$ . A estacionariedade se garante por meio da condição que  $|\phi_1| < 1$ . A autocorrelação do processo  $\{R_t\}$  no Lag  $k$  é dada pela ACF  $r_k = \phi_1^k$ . Além disso, a variância do processo é relacionada com ambas a autocorrelação Lag-1 e variância da sequência de ruído branco por:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma_z^2}{(1 - r_1^2)} \quad (11)$$

Frequentemente esse processo é expresso em termos dos momentos centrais do processo aleatório (BRAS & RODRIGUEZ-ITURBE, 1992; HERNÁNDEZ, 2013), como:

$$(x_t - \mu) = r_1(x_{t-1} - \mu) + \sigma_x(1 - r_1^2)^{0,5}w_t \quad (12)$$

em que  $\mu$  é a média estacionaria do processo  $\{x_t\}$ , e  $(x_t - \mu)$  é  $R_t$  da Equação (10). Nesse caso, o termo aleatório  $z_t$  é substituído por  $w_t$ , que representa uma variável normalmente distribuída com média zero e variância igual a 1. E  $\sigma_x(1 - r_1^2)^{0,5}$  representa o desvio padrão de  $\{z_t\}$ .

O espectro do modelo AR (1) reflete suas características distintas. Processos regidos por esse modelo, com parâmetros positivos, são dominados por flutuações de baixa frequência. Por outro lado, processos com parâmetros negativos exibem um domínio de altas frequências (HERNÁNDEZ, 2013). O processo  $\{R_t\}$  é denominado um processo Autorregressivo de ordem  $p$  AR( $p$ ), se (WHITING, 2006; HERNÁNDEZ, 2013):

$$R_t = \theta_1 z_{t-1} + \dots + \theta_q R_{t-q} + z_t \quad (13)$$

### 3.3.2. Modelos de Médias Móveis (MA)

Os modelos de médias móveis são compostos por combinações lineares de ruído branco, denotado por  $a_t$ , ocorrendo tanto no período atual como em períodos passados. A estrutura geral dos modelos de médias móveis é expressa por (SOUZA *et al.*, 2006; ALBUQUERQUE, 2018):

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}, \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (14)$$

onde,  $\theta_i$  são parâmetros da estrutura médias móveis,  $i = 1, \dots, q$  (a ordem da estrutura);  $a_t$  é o ruído branco com média zero e variância  $\sigma_a^2$ .

### 3.3.3. Modelos Autorregressivos de Médias Móveis (ARMA)

Box e Jenkins (1994) apresentaram uma abordagem teórica para modelagem de séries temporais, utilizando componentes autorregressivos e de médias móveis. Sua metodologia é baseada em duas ideias principais: parcimônia, que consiste em utilizar o menor número possível de parâmetros para obter uma representação adequada do fenômeno em estudo, e interatividade, onde a informação empírica é analisada teoricamente e o resultado é confrontado repetidamente com a prática, até que o modelo obtido seja considerado satisfatório (ALBUQUERQUE, 2018).

O modelo ARMA é formado por uma combinação do modelo AR com o modelo MA, onde  $Z_t$ , é descrito por seus valores passados e pelo ruído branco corrente e passados. A estrutura geral do modelo ARMA(p,q) é dada por (FIGUEREDO, 2008; ALBUQUERQUE, 2018):

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} - \theta_1 Z_{t-1} - \theta_2 Z_{t-2} - \dots - \theta_q Z_{t-q} \quad (15)$$

onde,  $\phi_i$  são os parâmetros da estrutura autorregressiva,  $i = 1, \dots, p$ ;  $\theta_i$  são os parâmetros da estrutura médias móveis,  $i = 1, \dots, q$ ;  $a_t$  é o ruído branco.

Esses tipos de modelos são amplamente empregados em várias áreas, como ciências, física e geografia. No caso dos modelos autorregressivos, o interesse não se limita apenas à previsão, mas também à estimativa do espectro do processo. Os estimadores autorregressivos são utilizados para obter informações sobre as

características espectrais do fenômeno em estudo (MORETTIN & TOLOI, 2004; ALBUQUERQUE, 2018).

### 3.3.4. Modelo Thomas e Fiering

Em 1962, Thomas e Fiering propuseram o desenvolvimento de um modelo estocástico linear com o objetivo de gerar sequências sintéticas de vazões (SALES, 1977). O modelo de Thomas-Fiering é dado por:

$$\frac{Q_{t+1}(j) - \bar{Q}_{t+1}}{s_{t+1}} = r_t \frac{Q_t(j) - \bar{Q}_t}{s_t} + \sqrt{1 - r_t^2} \xi_t \quad (16)$$

Tomando por base dados mensais, o modelo representa as médias, os desvios padrões e o coeficiente de correlação de ordem 1 entre vazões mensais sucessivas e utiliza uma regressão linear para relacionar a vazão  $Q_{t+1}(j)$  em que  $(t + 1)$  representa o mês e  $j$  o ano, ( $t$  sendo estimado a partir do início da sequência gerada) com a vazão  $Q_t(j)$  no  $t$  do mês do  $j$  ano. Considera-se  $\bar{Q}_t$  e  $\bar{Q}_{t+1}$ , as descargas médias mensais durante os meses  $t$  e  $(t + 1)$ ,  $s_t$  e  $s_{t+1}$ , os desvios padrões do registro histórico para os meses  $t$  e  $(t + 1)$ ,  $r_t$  o coeficiente de correlação estimado entre as vazões para os meses  $t$  e  $(t + 1)$ , respectivamente e  $\xi_t$  uma sequência de variáveis aleatórias, independentes entre si e normalmente distribuídas com média zero e variância um (SALES, 1977).

Por outro lado, lembrando-se que o coeficiente de regressão estimado entre as séries de vazões dos meses  $t$  e  $(t + 1)$ ,  $b_t$  se relaciona com o coeficiente de correlação estimado,  $r_t$ , através de (SALES, 1977):

$$b_t = r_t \frac{s_{t+1}}{s_t} \quad (17)$$

Então a Equação (6) pode ser escrito como:

$$Q_{t+1}(j) = \bar{Q}_{t+1} + b_t (Q_t(j) - \bar{Q}_t) + s_{t+1} \sqrt{1 - r_t^2} \xi_t \quad (18)$$

Uma observação importante é que, caso o coeficiente de correlação mensal não seja significativamente diferente de uma constante, é possível utilizar um coeficiente que represente a média dos 12 valores. Nesse caso, a Equação (16) se torna um modelo de primeira ordem da família dos autorregressivos não sazonais (SALES, 1977).

A Equação (18) pode ser aplicada para gerar eventos sintéticos que possuem similaridade com os dados históricos em relação à média, desvio padrão e coeficiente de

correlação de primeira ordem. Para considerar a assimetria, Thomas e Fiering (1963) substituíram a componente aleatória  $\xi_t$  por  $\varepsilon_t$ , a qual pode ser definida por (BARRETTO, 1974):

$$\varepsilon_t = \frac{2}{\gamma_\varepsilon} \left[ \left( 1 + \frac{\gamma_\varepsilon \eta_t}{6} - \frac{\gamma_\varepsilon^2}{36} \right)^3 - 1 \right] \quad (19)$$

onde a assimetria de  $\varepsilon_t$ ,  $\gamma_\varepsilon$ , é relacionada com a estimativa da assimetria de um processo markoviano de ordem 1,  $\hat{\gamma}_x$ , por:

$$\gamma_\varepsilon = \frac{1 - \hat{\rho}_x^3(1)}{\{1 - \hat{\rho}_x^2(1)\}^{3/2}} \hat{\gamma}_x \quad (20)$$

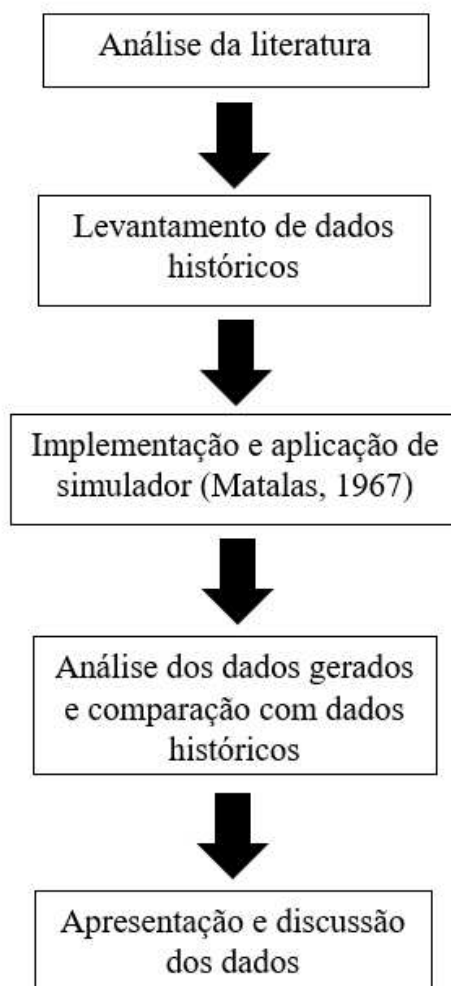
Se  $\eta_t$  é uma variável aleatória normalmente distribuída com média zero e variância um, então  $\varepsilon_t$  é aproximadamente uma variável aleatória com distribuição gama com média zero, variância unitária e assimetria  $\gamma_\varepsilon$ . Com  $\varepsilon_t$  como componente aleatória, o processo de Markov de primeira ordem constitui um processo estacionário de terceira ordem que pode ser usado para gerar eventos sintéticos que se assemelhem aos eventos históricos em termos da média, desvio padrão, assimetria e coeficiente de correlação de ordem 1 (BARRETTO, 1974).



#### 4. METODOLOGIA

A metodologia aplicada nesse estudo seguiu de acordo com o fluxograma apresentado na Figura 2.

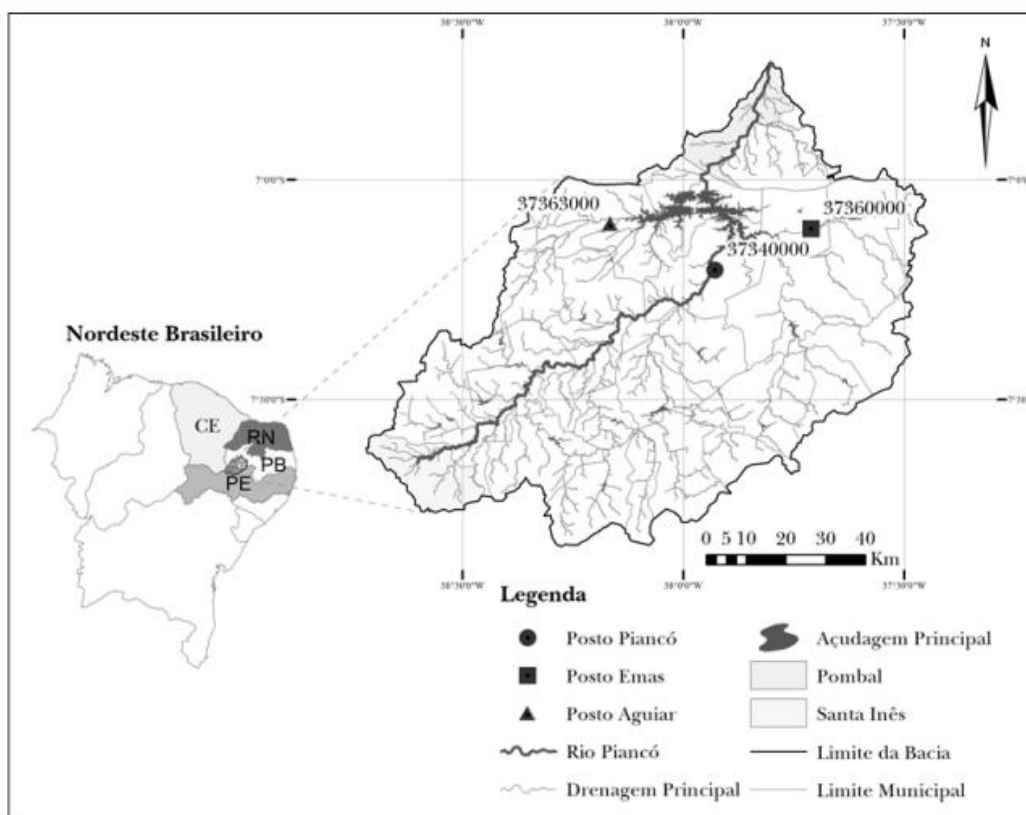
**Figura 2.** Fluxograma da metodologia aplicada neste estudo.



##### 4.1. Área de Estudo

O estudo de caso dessa pesquisa foi aplicado para operação dos rios Piancó e Emas. Esses dois tributários provêm a maior parte das vazões afluentes aos reservatórios locais. A região conta com uma temperatura média anual superior a 24 °C e precipitação média anual abaixo de 900 mm, sendo que 60% deste valor concentra-se entre os meses de fevereiro e abril. A evaporação potencial anual é superior a 2.300 mm, com as maiores taxas mensais no período de setembro a dezembro (LIMA, 2004). Verifica-se na Figura 3 abaixo a localização dos rios utilizados neste estudo.

**Figura 3.** Localização dos rios Piancó e Emas.



**Fonte:** Carneiro & Farias (2013).

O rio Piancó está situado no sertão da Paraíba, Brasil, região semiárida do Estado, estando nos domínios da sub-bacia do rio Piancó que abrange uma superfície de cerca de 9.207 km<sup>2</sup>, sendo uma das sete sub-bacias do rio Piranhas em território paraibano (NETO *et al.*, 2022). É uma das bacias hidrográficas com maior conflito de uso das águas (LIMA *et al.*, 2006).

De acordo com a Agência Executiva de Gestão das Águas do Estado da Paraíba (AESA), o comprimento do rio Piancó tem um total de 208 km, a partir de suas nascentes na serra do Umbuzeiro, no município de Santa Inês, até sua foz, no município de Pombal. Em relação a climatologia, o rio está localizado no “Polígono das Secas”, onde as temperaturas são altas durante o dia e moderadas à noite, variando de 23 a 30 °C, sendo ainda mais altas durante a estação seca (DIAS, 2021).

Segundo Dias (2021), em condições naturais, o rio Piancó é intermitente e sua perenização ocorre por meio de um sistema interligado de reservatórios. Os reservatórios da bacia têm um efeito regulador ao captar água durante os períodos de chuva para compensar a escassez de água nos períodos de seca, garantindo água para diversos usos.

#### 4.2. Levantamento de Dados

Os dados de vazão observados foram adquiridos através da plataforma online HydroWeb (ANA, 2023); que é uma ferramenta do Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos (SNIRH) que possibilita o acesso público ao banco de dados com informações coletadas pela Rede Hidrometeorológica Nacional (RHN), reunindo dados de níveis fluviais, vazões, chuvas, climatologia, qualidade da água e sedimentos. Os dados da plataforma ainda podem ser utilizados em diversas aplicações, como geração de energia, irrigação, navegação e indústria, além do projeto, manutenção e operação de barragens, drenagem pluvial urbana e mesmo bueiros e telhados.

#### 4.3. Organização dos dados

Para o preenchimento das falhas, utilizou-se as lâminas rios vizinhos.

#### 4.4. Modelo de Simulação Estocástica

O modelo aplicado foi proposto por Matalas (1967) e é expresso como:

$$G'_t = AG'_{t-1} + B\xi_t \quad (21)$$

onde  $t$  é o índice para mês;  $G'_t$  e  $G'_{t-1}$  são matrizes ( $h \times 1$ ) para os meses  $t$  e  $t-1$ , respectivamente, e seus elementos correspondem aos resíduos de cada série hidrológica. Aqui,  $h$  representa o número de séries hidrológicas no modelo multivariado. As matrizes  $A$  e  $B$  são matrizes de parâmetros quadráticos ( $h \times h$ ) que são projetadas de forma a garantir que as novas sequências possuam coeficientes de correlação serial e correlação cruzada desejados. Além disso,  $\xi_t$  é uma matriz ( $h \times 1$ ) de ruídos aleatórios independentes, distribuídos normalmente, com média zero e variância unitária.

As matrizes  $A$  e  $B$  são definidas por meio de equações matriciais.

$$A = M_1 M_0^{-1} \quad (22)$$

$$BB^T = M_0 - M_1 M_0^{-1} M_1^T \quad (23)$$

em que os símbolos  $-I$  e  $T$  denotam a matriz inversa e transposta do modelo, respectivamente. Além disso, as matrizes de covariância de lag 0 e lag 1,  $M_0$  e  $M_1$ , podem ser expressas como:

$$M_0^{i,j} = \begin{bmatrix} \rho_0(1,1) & \rho_0(1,2) & \cdots & \rho_0(1,h) \\ \rho_0(2,1) & \rho_0(2,2) & \cdots & \rho_0(2,h) \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ \rho_0(h,1) & \rho_0(h,2) & & \rho_0(h,h) \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$M_1^{i,j} = \begin{bmatrix} \rho_0(1,1) & \rho_0(1,2) & \cdots & \rho_0(1,h) \\ \rho_0(2,1) & \rho_0(2,2) & \cdots & \rho_0(2,h) \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ \rho_0(h,1) & \rho_0(h,2) & & \rho_0(h,h) \end{bmatrix} \quad (25)$$

onde  $\rho_0(i,j)$  é o coeficiente de correlação cruzada lag 0 entre as variáveis  $i$  e  $j$ ; e  $\rho_1(i,j)$  é o coeficiente de correlação cruzada entre as variáveis  $i$  e  $j$  com  $j$  defasado um mês em relação a  $i$ .

#### 4.5. Análise dos Resultados

As vazões simuladas (sintéticas) foram comparadas com os registros históricos, considerando as seguintes métricas: porcentagem de zeros, média, desvio padrão, correlação serial, correlação cruzada e análise de frequências (histograma).

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

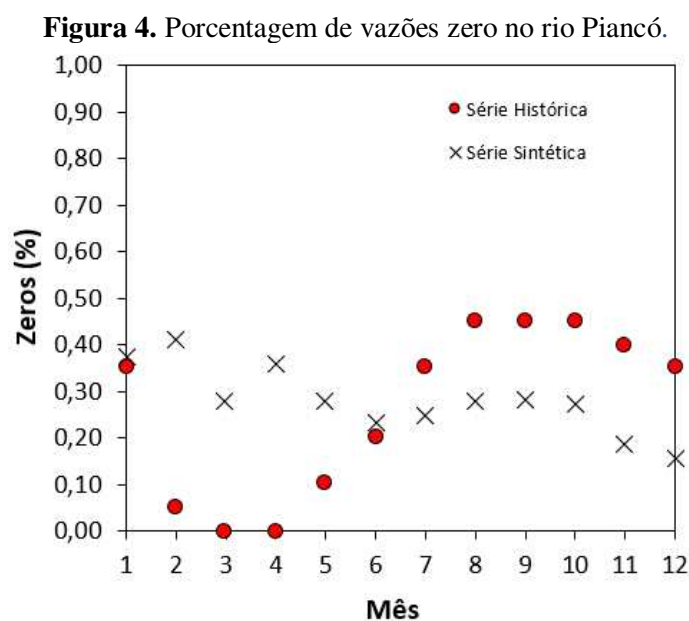
Nesta seção são apresentados os principais resultados da aplicação do Método de Matalas (1967). Para isso, calibrou-se as matrizes **A** e **B** (Equações 26 e 27) com as séries mensais de vazões (2002-2021) dos rios Piancó e Emas, disponibilizadas no Apêndice A. Após isso, duas sequências (rios Piancó e Emas) com 1.000 anos de vazões mensais foram geradas e suas estatísticas foram comparadas com as obtidas para as séries históricas.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,5870 & 0,0204 \\ -0,0321 & 0,4899 \end{bmatrix} \quad (26)$$

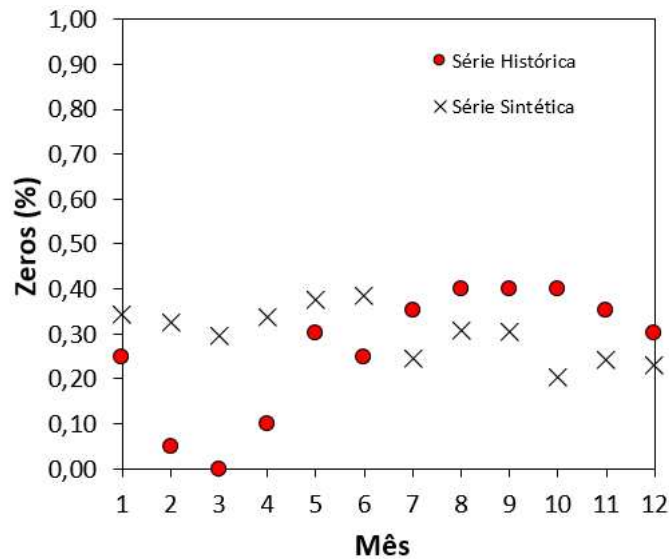
$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0,6754 & 0,4316 \\ 0,0000 & 0,8806 \end{bmatrix} \quad (27)$$

### 5.1. Porcentual de vazões zeradas (nulas)

Esse valor foi determinado pela divisão da quantidade de meses em que a contribuição de vazão foi nula pelo total de meses avaliados. Os resultados comparando as séries sintéticas e históricas dos rios Piancó e Emas estão apresentados nas Figuras 4 e 5, respectivamente. Verificou-se, para esta métrica, que o método Matalas não conseguiu capturar esta variabilidade. Esta dificuldade pode estar associada às características do modelo (autorregressivo) e à variabilidade da hidrologia local (rios intermitentes).



Fonte: Autoria Própria.

**Figura 5.** Porcentagem de vazões zero no rio Emas.

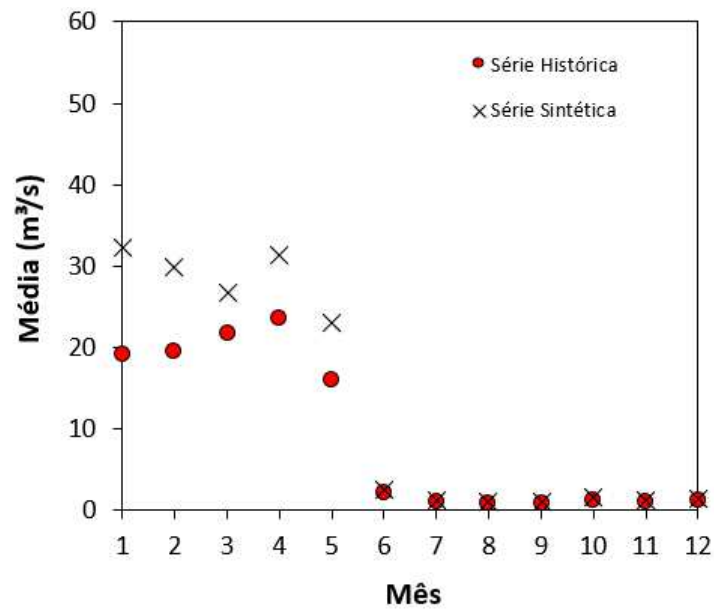
Fonte: Autoria Própria.

## 5.2. Média

De acordo com as Figuras 6 e 7 verifica-se os gráficos com as comparações das médias mensais entre vazões sintéticas e históricas para os dois rios estudados. Conforme disposto em Salas (1993), a média é uma medida de tendência central e indica, por meio de um único valor, um conjunto de dados.

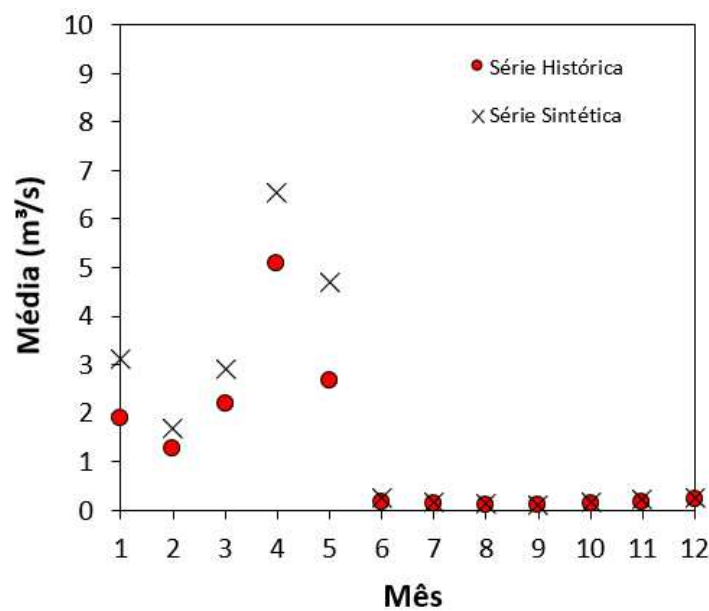
Ao analisar os resultados, verificou-se que o simulador (método de Matalas) apresentou pouca acurácia para representar os meses que apresentam maiores vazões, ou seja, de janeiro a maio. Por outro lado, conseguiu capturar com eficiência as médias nos meses com menores vazões (junho a dezembro). A essência do modelo (autorregressivo), a pouca quantidade de dados usados na calibração e a alta variabilidade dos dados (com picos localizados de vazões) podem ter limitado o desempenho do método. Carneiro & Farias (2013), ao aplicar o Método dos Fragmentos (Svanidze, 1980) para geração sintética de vazões nos rios Piancó, Emas e Aguiar, obteve resultados superiores no que diz respeito à preservação das médias sazonais.

**Figura 6.** Comparação das médias mensais das vazões simuladas (série sintética) e observadas (série histórica) do rio Piancó.



Fonte: Autoria Própria.

**Figura 7.** Comparação das médias mensais das vazões simuladas (série sintética) e observadas (série histórica) do rio Emas.



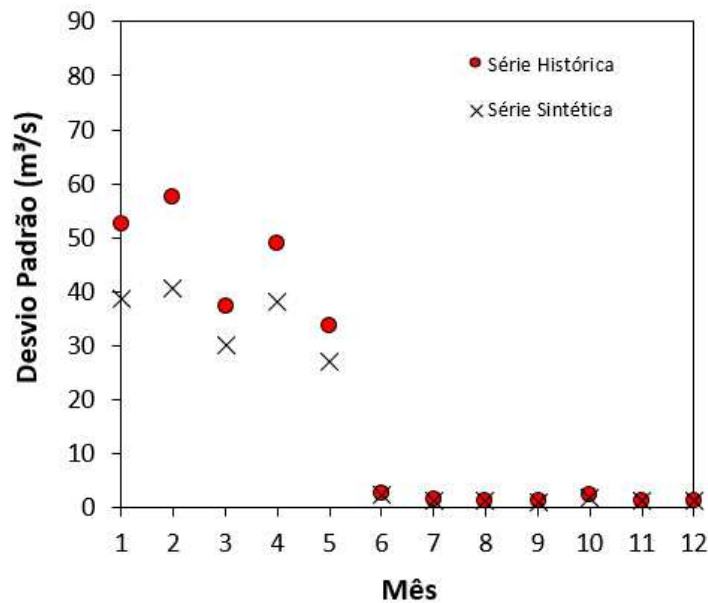
Fonte: Autoria Própria.

### 5.3. Desvio padrão

O desvio padrão é um parâmetro estatístico que mede a dispersão dos dados em relação à média (Salas, 1993). Ele foi usado na avaliação dos dados gerados pelo simulador para fornecer informações sobre a variabilidade dos resultados e compará-los com os dados observados. Por ser obtido a partir das médias geradas, os dados, no que tange ao desvio

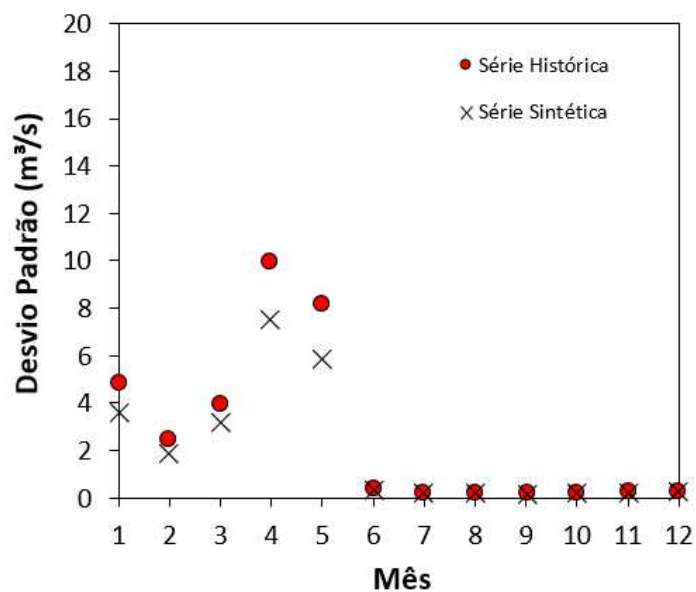
padrão, estão sujeitos aos mesmos fatores apontados na análise anterior. Os gráficos com as comparações dos desvios padrões (série sintética *versus* série histórica) para cada mês do ano estão disponíveis nas Figuras 8 e 9.

**Figura 8.** Comparação dos desvios mensais das vazões simuladas (série sintética) e observadas (série histórica) do rio Piancó.



Fonte: Autoria Própria.

**Figura 9.** Comparação dos desvios mensais das vazões simuladas (série sintética) e observadas (série histórica) do rio Emas.



Fonte: Autoria Própria.

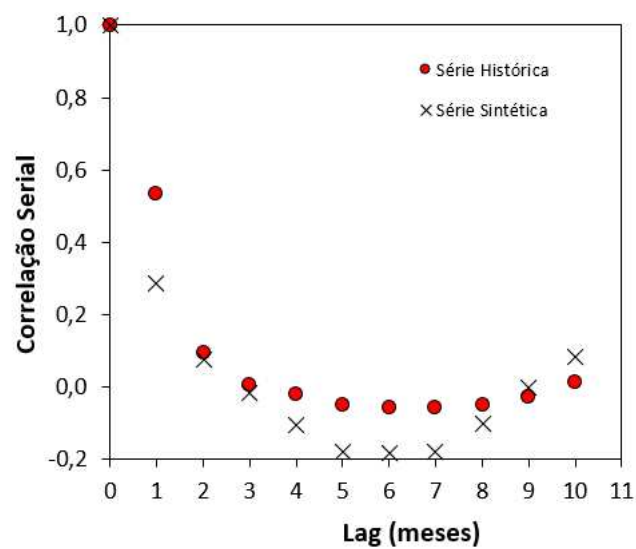


#### 5.4. Correlação Serial, Correlação Cruzada e Análise de Frequência

A correlação serial, também conhecida como autocorrelação, é uma medida do grau de correlação entre uma variável em um determinado momento e ela mesma em um momento posterior (Salas, 1993). Ela desempenha um papel crucial na identificação de padrões de repetição em séries temporais, tornando-se uma ferramenta valiosa nesse sentido (MELO, 2022). Um alto valor de correlação serial positiva indicaria que vazões mensais têm uma tendência a persistir e seguir um padrão consistente ao longo do tempo, permitindo que os modelos levem consideração a dependência temporal e forneçam previsões mais precisas.

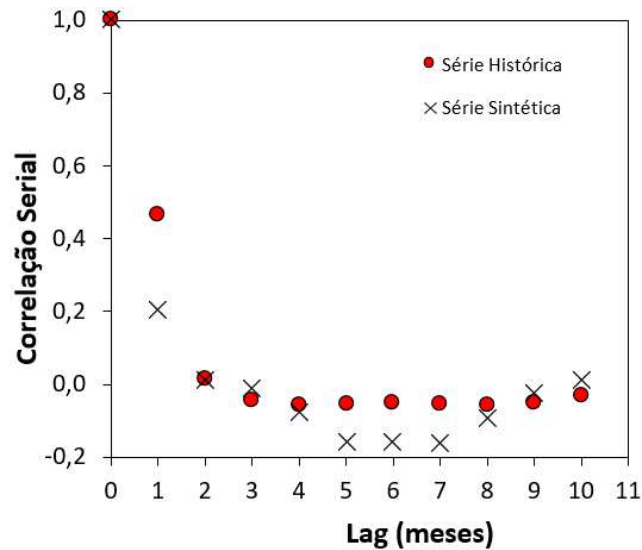
A partir dos dados expostos nas Figuras 10 e 11, pode-se avaliar que as séries sintéticas preservaram satisfatoriamente as correlações observadas nos dados históricos, sobretudo para atrasos temporais de dois a quatro meses.

**Figura 10.** Comparação dos coeficientes de correlação serial das vazões simuladas (série sintética) e observadas (série histórica) do rio Piancó.



Fonte: Autoria Própria.

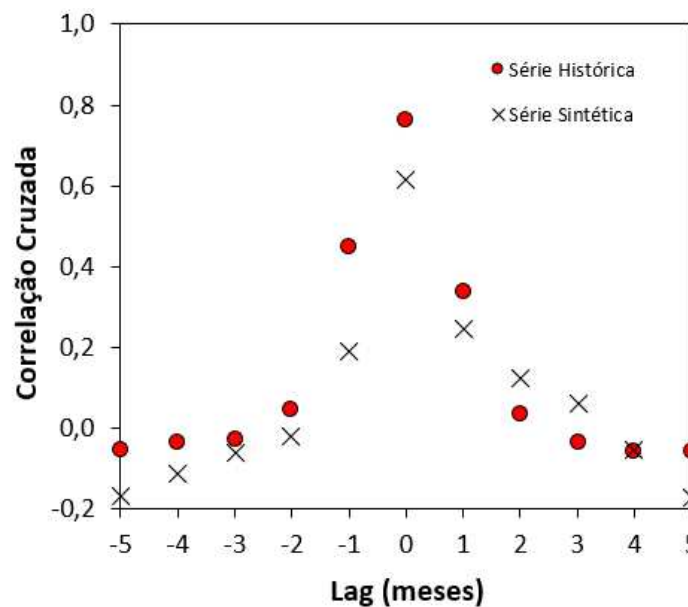
**Figura 11.** Comparação dos coeficientes de correlação serial das vazões simuladas (série sintética) e observadas (série histórica) do rio Emas.



Fonte: Autoria Própria.

Os dados gerados referentes aos coeficientes de correlação cruzada foram realizados utilizando os dados dos dois rios, considerando uma defasagem de cinco meses positivos (à frente) e cinco meses negativos (anteriores), conforme Figura 12. Verifica-se que o simulador apresentou acurácia satisfatória para a maior parte dos *lags* temporais, capturando as tendências da curva observada nos dados históricos.

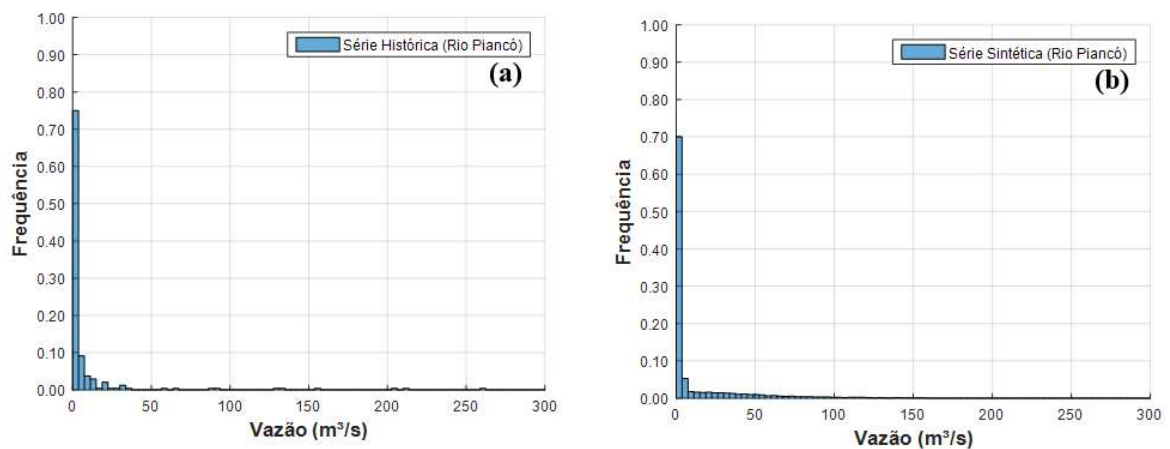
**Figura 12.** Comparação dos coeficientes de correlação cruzada das vazões simuladas (série sintética) e observadas (série histórica) dos rios Piancó e Emas.



Fonte: Autoria Própria.

Na Figura 13, encontram-se os histogramas das séries histórica e sintética do rio Piancó. Os histogramas apresentam uma notável similaridade, o que indica que o método de Matalas gera séries sintéticas que preservam a frequência de ocorrência de vazões. Farias (2009), ao aplicar o método de Matalas para gerar séries sintéticas de vazões diárias, encontrou resultados similares.

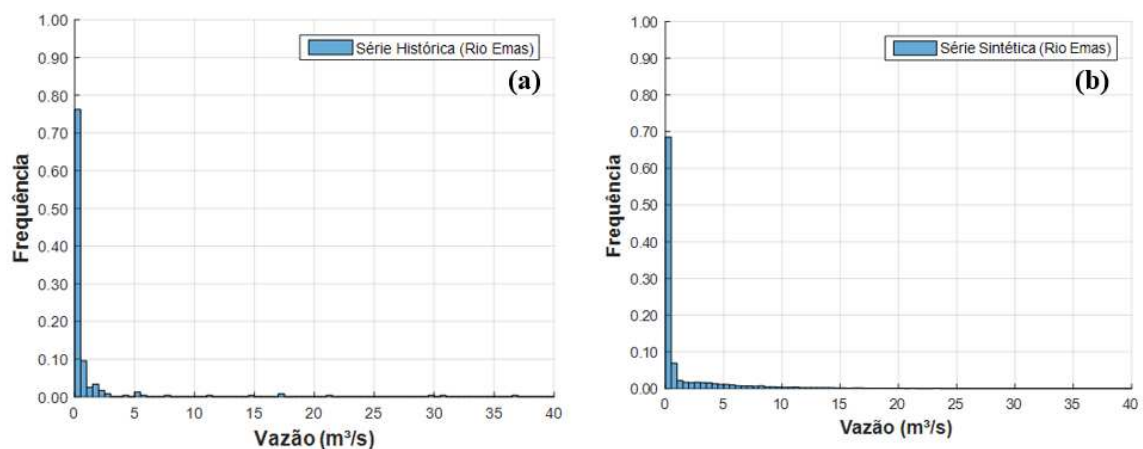
**Figura 13.** Histogramas de vazões do rio Piancó para as séries (a) histórica e (b) sintética.



**Fonte:** Autoria Própria.

Assim como no caso do rio Piancó, a série sintética gerada para o rio Emas também exibiu uma clara semelhança em relação à série histórica, conforme ilustrado na Figura 14.

**Figura 14.** Histogramas de vazões do rio Emas para as séries (a) histórica e (b) sintética.



**Fonte:** Autoria Própria.

## 6. CONCLUSÃO

O método de Matalas foi implementado e aplicado para simulação multivariada de vazões mensais nos rios Piencó e Emas, ambos localizados na bacia hidrográfica do rio Piencó-Piranhas-Açu. Para isso, dados mensais de vazão de 2002 a 2021 foram coletados e organizados.

Apesar do modelo ter gerado vazões que preservam as médias e os desvio padrões nos meses mais secos, apresentou um desempenho insuficiente nos meses com vazões mais altas. A mesma deficiência foi observada na análise do percentual de vazões nulas. A pequena quantidade de dados usados na calibração, a essência do modelo utilizado (autorregressivo), as intervenções antrópicas e o uso do solo podem ter impactado no desempenho do método de Matalas.

No entanto, é importante notar que, como qualquer modelo estatístico, o modelo de Matalas faz uma série de suposições e pode não ser adequado para todas as situações. Por exemplo, ele assume que a vazão segue um processo estacionário (ou seja, suas propriedades estatísticas não mudam ao longo do tempo), o que pode não ser válido em áreas onde há mudanças significativas no uso da terra ou no clima ao longo do tempo.

## REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, Rosendo Chagas de. **Modelagem em séries temporais: aplicação em dados de precipitação na região do sertão de Pernambuco - Brasil**. 40 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2018.
- ANA. Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico. 2023. **HidroWeb**. Disponível em: <https://www.snirh.gov.br/hidroweb/apresentacao>. Acesso em: 25 de maio de 2023.
- BARRETTO, Luiz Augusto Lattari. **Otimização implícita estocástica para operação de reservatórios**. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1974.
- BAYER, Débora Missio; CASTRO, Nilza Maria dos Reis; BAYER, Fábio Mariano. **Modelagem e previsão de vazões médias mensais do rio Potiribu utilizando modelos de séries temporais**. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v. 17, n. 2, p. 229-239, 2012.
- BOX, G. E.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C.; LJUNG, G. M. **Análise de séries temporais: previsão e controle**. John Wiley & Filhos, 2015.
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. **Time Series Analysis: Forecasting and Control**. 4ª ed. Editora Wiley. 784 p., 2008.
- BOX, J.; JENKINS, G. M. **Reinsel time series analysis, forecasting and control**. Tercera. NJ: Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1994.
- BRAS, R. L.; RODRÍGUEZ-ITURBE, I. **Dissipação de energia, produção de escoamento e a estrutura tridimensional de bacias hidrográficas**. Pesquisa de recursos hídricos, v. 28, n. 4, 1095-1103, 1992.
- BRASIL. Ministério do Desenvolvimento Regional. **Delimitação do semiárido**. Superintendência do Desenvolvimento do Nordeste – Sudene, 2017. Disponível em: <http://antigo.sudene.gov.br/delimitacao-do-semiarido>. Acesso em: 09/06/2023
- BRASILEIRO, R. S. **Alternativas de desenvolvimento sustentável no semiárido nordestino: da degradação à conservação**. Scientia Plena, v. 5, n. 5, 2009.
- CARNEIRO, Tatiane Carolyne; FARIAS, Camilo A. S. **Otimização Estocástica Implícita e Redes Neurais Artificiais para Auxílio na Operação Mensal dos Reservatórios CoremasMãe D'água**. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v. 18, n. 4, p. 115-124, 2013.
- CUNHA, T. J. F.; SILVA, F. H. B. B. da; SILVA, M. S. L. da; PETRERE, V. G.; SÁ, I. B.; OLIVEIRA NETO, M. B. de. CAVALCANTI, A. C. **Solos do submédio do vale do São Francisco: potencialidades e limitações para uso agrícola**. Petrolina: Embrapa Semiárido, 60 p., 2008.
- CURSI, Souza; JOSÉ, E.; SAMPAIO, Rubens. **Modelagem Estocástica e Quantificação de Incertezas**. Notas em Matemática Aplicada, v. 66, 344 p., SBMAC. São Carlos, 2012.
- FARIAS, C. A. S. **Derivação de regras de Hedging e previsões por redes neurais artificiais para gestão ótima em tempo real de um sistema integrado de recursos hídricos**. Tese de Doutorado em Engenharia, Graduate School of Science and Engineering, Ehime University, 2009.

FIGUEREDO, C. J. **Previsão de séries temporais utilizando a metodologia Box e Jenkins e redes neurais para inicialização de planejamento e controle de produção.** 2008.

GANJALI, N.; GUNEY, C. **Gis and Game Theory for Water Resource Management.** ISPRS Annals of the Photogrammetry, v. IV, 2019.

HERNÁNDEZ, LUIS CARLOS HERNÁNDEZ. **Modelos de Markov com Estados Ocultos na Modelagem de Séries de Vazões Anuais.** Dissertação de Mestrado em Tecnologia Ambiental e Recursos Hídricos, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, p. 168, Brasília, 2013.

HILL, D. R. C. **Reprodutibilidade numérica de simulação estocástica paralela e distribuída usando computação de alto desempenho.** In: Quadros Computacionais. Elsevier, p. 95-109, 2017.

KARAMOUZ, M. et al. **Development of an optimal reservoir operation scheme using extended evolutionary computing algorithms based on conflict resolution approach: a case study.** Water resources management, v. 28, n. 11, p. 3539-3554, 2014.

KHORSHIDI, M. S. et al. **A multi-objective risk-based game theoretic approach to reservoir operation policy in potential future drought condition.** Water Resources Management, v. 33, n. 6, p. 1999-2014, 2019.

LIMA, C. A. G. **Análise e sugestões para diretrizes de uso das disponibilidades hídricas superficiais da bacia hidrográfica do Rio Piancó, situada no Estado da Paraíba.** Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, 2004.

LOUCKS, D. P., BEEK, E. V.; STEDINGER, J. R.; DIJKMAN, J. P. M.; VILLARS, M. T. (2005). **Concepts in Probability, Statistics and Stochastic Modelling.** In: Water Resources Systems Planning and Management: An Introduction to Methods, Models and Applications (Studies an., pp. 168–229). WL - Delft Hydraulics, The Netherlands: UNESCO Publishing.

LOUCKS, D. P.; BEEK, E. V. **Water Resource Systems Planning and Management: An Introduction to Methods.** Models and Applications, 2017.

MATALAS, N. C. **Mathematical assessment of synthetic hydrology.** Water Resources Research, v. 3, n. 4, p. 937 – 945, 1967.

MELO, Gustavo de Andrade. **Simulação estocástica conjunta de energias renováveis.** Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2022.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de series temporais.** 2ª ed. São Paulo: Egard Blucher, 2006.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de Séries Temporais.** São Paulo, ABE, 2004.

NANDALAL, K. D. W.; BOGARDI, J. J. **Dynamic Programming Based Operation of Reservoirs: Applicability and Limits.** Cambridge University Press, United Kingdom, 2007.

NOBRE, P.; MELO, A. B. C. **Variabilidade climática intrasazonal sobre o Nordeste do Brasil em 1998-2000.** Revista Climanálise, Cachoeira Paulista, v. 2, n. 1, p. 1-10, 2001.

SALAS, J. D. **Analysis and modelling of hydrological time series.** In: D. Maidment (ed.), Handbook of hydrology, Chapter 17. New York, McGraw-Hill, 1993.

SALAS, J. D.; DELLEUR, J. W.; YEJEVICH, V.; LANE, W. L. **Applied modelling of hydrological time series**. Water Resources Press Publications, Littleton, Colorado, E.U.A., 485 p., 1980.

SALCEDO, I. H.; SAMPAIO, E. V. S. B. **Matéria orgânica do solo no Bioma Caatinga**. In: SANTOS, G. de A.; CAMARGO, F. A. de O. (Ed.). Fundamentos da matéria orgânica do solo: ecossistemas tropicais e subtropicais. 2. ed. rev. e atual. Porto Alegre: Metrópole, p. 419- 441, 2008.

SALES, Paulo Roberto de Holanda. **Um modelo determinístico-estocástico para previsão de séries hidrológicas temporais**. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Programa de PósGraduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1977.

SILVA, F. B. R.; RICHE, G. R.; TONNEAU, J. P.; SOUZA NETO, N. C.; BRITO, L. T. L.; CORREIA, R. C.; CAVALCANTE, A. C.; SILVA, A. B.; ARAÚJO FILHO, J. C.; LEITE, A. P. **Zoneamento Agroecológico do Nordeste: diagnóstico do quadro natural e agros socioeconômico**. Petrolina: EMBRAPA-CPATSA, 325 p., 1993.

SILVA, J. R. C. **Erosão e produtividade do solo no semiárido**. In: OLIVEIRA, T. S.; ASSIS, JÚNIOR, R. N.; ROMERO, R. E; SILVA, J. R. C. (Ed.). Agricultura, sustentabilidade e o semiárido. Fortaleza: UFC, p. 168-213, 2000.

SILVA, P. C. G.; MOURA, M. S. B.; KIILL, L. H. P.; BRITO, L. T. L.; PEREIRA, L. A.; SÁ, I. B.; CORREIA, R. C.; TEIXEIRA, A. H. C.; CUNHA, T. J. F.; FILHO, C. G. **Caracterização do semiárido brasileiro: fatores naturais e humanos**. cap. 1, p. 17 – 48, 2007.

SOUSA, S. S.; TOMASELLA, J.; GARCIA, M. G.; AMORIM, M. C.; MENEZES, P. C. P.; PINTO, C. A. M. **O Programa de Monitoramento Climático em Tempo Real na área de atuação da SUDENE - PROCLIMA**. Boletim da Sociedade Brasileira de Meteorologia, São José dos Campos, v. 25, n. 1, p. 15-24, 2001.

SOUSA, W. S. **Rede neural aplicada à previsão de vazões médias mensais da bacia hidrográfica do rio Piancó**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Campina Grande, 78 p, 2008.

SOUZA, V. S.; NUÑES, B. H. C.; ALMEIDA, A. N.; EISFELD, C. L. **Utilização da metodologia de Box & Jenkins na previsão do preço futuro pago as exportações paranaenses de madeira serrada**. Universidade Federal do Paraná, 2006.

STEFFEN, D. **Intervalo “Bootstrap” Para Previsões De Séries Temporais Obtidas Pelo Método Theta**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, 116 p., 2010.

SVANIDZE, G.G. **Mathematical Modeling of Hydrologic Series** (for Hydroelectric and Water Resources Computations). Fort Collins: Water Resources Publications. 1980.

TABARELLI, Marcelo; SILVA, José Maria Cardoso. **Áreas e ações prioritárias para a conservação da biodiversidade da caatinga**. Ecologia e Conservação da Caatinga, cap. 20, p. 777 – 796, Recife, 2003.

THOMAS, H.A.; FIERING., M. B. **The Nature of the Storage-Yield Relationship**. Report of the Harvard Water. Group to the U. S. Pub. Heal th Service, Cambridge, Mass., cap. 1, 1963.

TRAVASSOS, Ibrahim Soares; SOUZA, Bartolomeu Israel; SILVA, Anieres Barbosa. **Secas, desertificação e políticas públicas no semiárido Nordestino Brasileiro**. Revista OKARA: Geografia em debate, v. 7, n. 1, p. 148, 2013.

WHITING, J. P. **Identification And Modelling Of Hydrological Persistence With Hidden Markov Models**. PHD Thesis, University Of Adelaide, Australia, 270 p., 2006.

## APÊNDICE A

Série histórica de vazão do rio Emas

		Meses (Vazão m <sup>3</sup> /s)											
		Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Ano	<b>2002</b>	17,3169	0,5630	0,2800	0,4520	0,0000	0,0765	0,0283	0,0004	0,0912	0,0050	0,1941	0,0046
	<b>2003</b>	1,9723	0,3800	2,4646	1,6403	0,2919	0,0479	0,0073	0,0103	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	<b>2004</b>	14,5860	11,3600	1,5660	0,0000	0,0310	0,0410	0,6584	0,5909	0,0020	0,1110	0,0030	0,2900
	<b>2005</b>	0,1440	0,3980	0,4490	0,0930	0,0000	0,3306	0,2179	0,0490	0,0460	0,1540	0,3130	1,1400
	<b>2006</b>	0,1730	0,6740	5,4900	21,3890	5,2430	0,0000	0,0000	0,0000	0,0010	0,1030	0,0790	0,0610
	<b>2007</b>	0,0360	0,4160	0,1390	0,3710	0,2340	0,2460	0,2670	0,1580	0,3580	0,5540	0,0950	0,0880
	<b>2008</b>	0,2220	0,4000	17,0080	30,9750	5,3190	0,0340	0,0000	0,0230	0,1840	0,2500	0,2050	0,1010
	<b>2009</b>	0,2350	0,9050	2,2110	29,9680	36,8280	1,8710	0,0720	0,0110	0,0020	0,0120	0,0110	0,0230
	<b>2010</b>	0,0540	0,0390	0,1510	0,7410	0,1160	0,1370	0,0310	0,0020	0,0030	0,2430	0,0820	0,4230
	<b>2011</b>	1,1810	2,2980	1,0250	0,0210	2,1500	0,0510	0,0990	0,0300	0,0010	0,2380	0,1010	0,2170
	<b>2012</b>	0,2790	0,5740	0,4650	0,3860	0,1590	0,2990	0,3380	0,1280	0,3000	0,5430	0,9670	0,3360
	<b>2013</b>	0,5220	0,0780	0,0010	0,0050	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	<b>2014</b>	0,0000	0,0000	1,6680	5,8850	0,4660	0,0050	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	<b>2015</b>	0,4100	0,4390	0,6980	0,2430	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,2200
	<b>2016</b>	0,6580	0,1070	0,1110	0,1400	0,0000	0,2050	0,5120	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	<b>2017</b>	0,0000	1,6700	0,0040	0,0000	0,0000	0,0000	0,0010	0,3640	0,2020	0,0000	0,6590	0,0510
	<b>2018</b>	0,0000	1,1380	0,2550	1,8160	0,0560	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	<b>2019</b>	0,0000	2,6090	1,1480	4,1010	0,3570	0,0030	0,0000	0,0000	0,0000	0,3950	0,0000	0,4670
	<b>2020</b>	0,2050	0,3990	7,6403	2,7328	1,8077	0,1028	0,0039	0,0000	0,0000	0,0000	0,3963	0,0000
	<b>2021</b>	0,0000	1,2070	0,7576	0,8640	0,2100	0,0010	0,5280	0,8220	0,6040	0,6020	0,6280	0,5320
	<b>Qméd</b>	1,8997	1,2827	2,1766	5,0912	2,6634	0,1725	0,1382	0,1094	0,0897	0,1605	0,1867	0,1977
	<b>Desvio</b>	4,8498	2,4783	3,9953	9,9032	8,2036	0,4135	0,2105	0,2252	0,1634	0,2090	0,2747	0,2824
	<b>Qmin</b>	0,0000	0,0000	0,0010	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	<b>Qmáx</b>	17,3169	11,3600	17,0080	30,9750	36,8280	1,8710	0,6584	0,8220	0,6040	0,6020	0,9670	1,1400
	<b>% Zeros</b>	25,00%	5,00%	0,00%	10,00%	30,00%	25,00%	35,00%	40,00%	40,00%	40,00%	35,00%	30,00%



## Série histórica de vazão do rio Piancó

		Meses (vazão m³/s)												
		Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	
Ano	<b>2002</b>	132,9380	13,8100	5,8740	4,3500	2,0910	0,5870	0,2170	0,0030	0,7000	0,0380	1,4900	0,0350	
	<b>2003</b>	15,1410	2,9170	18,9200	12,5920	2,2410	0,3680	0,0560	0,0790	0,4730	0,0590	0,1200	0,6470	
	<b>2004</b>	204,4480	261,3690	36,5570	6,7780	30,7370	7,2270	5,0540	4,5360	4,7930	4,8710	3,4520	3,3060	
	<b>2005</b>	6,7600	5,4870	33,4360	20,8460	9,1250	2,5380	1,6730	1,7550	1,4160	1,6450	1,3990	1,9690	
	<b>2006</b>	0,4680	7,6000	65,6330	90,3020	28,2110	4,3430	3,3900	2,7190	2,3050	2,9710	2,9840	2,4900	
	<b>2007</b>	5,3500	23,3280	9,5710	2,7640	1,8140	0,5240	0,4110	0,1780	0,0520	0,1200	1,7000	0,3230	
	<b>2008</b>	2,8430	20,5030	157,3470	212,9300	88,1020	5,3480	2,4650	2,0940	1,1570	0,9510	0,9780	1,2380	
	<b>2009</b>	3,8090	13,3200	8,1520	32,6970	129,9930	8,9800	2,0150	1,0040	0,5450	0,6840	0,8930	0,7890	
	<b>2010</b>	3,0400	2,5480	3,1400	6,2920	3,3490	4,1280	3,3720	0,9880	0,6110	9,1130	1,4000	3,5220	
	<b>2011</b>	5,8530	21,7400	14,3680	1,6580	3,7400	0,1350	0,0050	0,2303	0,0077	1,8271	0,0040	0,0000	
	<b>2012</b>	0,0050	0,0730	0,0050	0,0010	0,0000	2,9800	0,0000	2,1400	1,3900	2,3600	1,9900	1,6000	
	<b>2013</b>	0,0000	0,1630	0,0077	12,8510	0,9360	0,0180	0,1020	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	2,6010	
	<b>2014</b>	0,0720	0,5740	1,2730	10,8360	0,3530	0,1360	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
	<b>2015</b>	0,0000	0,0000	5,8850	1,7960	0,7770	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,6889	
	<b>2016</b>	0,0070	0,0340	0,7930	1,1230	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
	<b>2017</b>	0,0000	1,6280	1,7450	10,1300	0,3410	4,2300	0,0270	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
	<b>2018</b>	0,0000	9,2570	2,4370	12,3030	2,3640	0,0020	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
	<b>2019</b>	0,0000	1,3260	4,6770	3,5200	0,4190	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
	<b>2020</b>	0,0000	1,1210	58,6530	20,9790	13,8770	0,7890	0,0300	0,0000	0,0000	0,0000	3,0420	0,0000	
	<b>2021</b>	0,0000	3,2310	5,8160	6,6327	0,8380	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	2,9250	
		<b>Qméd</b>	19,0367	19,5015	21,7145	23,5690	15,9654	2,1167	0,9409	0,7863	0,6725	1,2320	0,9726	1,1567
		<b>Desvio</b>	52,6125	57,4539	37,2745	48,7735	33,7364	2,7376	1,5195	1,2507	1,1676	2,2740	1,1678	1,2579
	<b>Qmin</b>	0,0000	0,0000	0,0050	0,0010	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
	<b>Qmáx</b>	204,4480	261,3690	157,3470	212,9300	129,9930	8,9800	5,0540	4,5360	4,7930	9,1130	3,4520	3,5220	
	<b>% Zeros</b>	35,00%	5,00%	0,00%	0,00%	10,00%	20,00%	35,00%	45,00%	45,00%	45,00%	40,00%	35,00%	

