

Modelagem Matemática de um Sistema  
Tubulação-Separador sob Regime de Fluxo com  
Golfadas e Controle de Nível Considerando um  
Algoritmo de Erro-Quadrático

Airam Teresa Zago Romcy Sausen

Tese de Doutorado submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande - Campus de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Instrumentação e Controle

Edison Roberto Cabral da Silva, Ph.D.

Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil

©Airam Teresa Zago Romcy Sausen, Julho de 2009

Modelagem Matemática de um Sistema  
Tubulação-Separador sob Regime de Fluxo com  
Golfadas e Controle de Nível Considerando um  
Algoritmo de Erro-Quadrático

Airam Teresa Zago Romcy Sausen

*Tese de Doutorado apresentada em Julho de 2009*

Edison Roberto Cabral da Silva, Ph.D.

Orientador

Fábio Gonçalves Jota, Dr.

Componente da Banca

Mário Cesar Mello Massa de Campos, Dr.

Componente da Banca

Roberto Célio Limão de Oliveira, Dr.

Componente da Banca

Antonio Marcus Nogueira Lima, D.Sc.

Componente da Banca

Romildo Pereira Brito, Dr.

Componente da Banca

Campina Grande, Paraíba, Brasil, Julho de 2009



FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFPA

S259m

2009 Sausen, Airam Teresa Zago Romcy

Modelagem matemática de um sistema tubulação-separador sob regime de fluxo com golfadas e controle de nível considerando um algoritmo de erro-quadrático / Airam Teresa Zago Romcy Sausen. - Campina Grande, 2009.

202 f. : il.

Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática.

Referências.

Orientador : Prof. Ph.D. Edison Roberto Cabral da Silva.

1. Instrumentação. 2. Controle. 3. Golfadas. 4. Controlador de Erro-Quadrático 5. Controle de Nível. I. Título.

CDU– 621.317.7(043)

**MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM SISTEMA TUBULAÇÃO-SEPARADOR SOB  
REGIME DE GOLFADAS E CONTROLE DE NÍVEL BASEADO NO ALGORITMO  
DE ERRO-QUADRÁTICO**

**AIRAM TERESA ZAGO ROMCY SAUSEN**

Tese Aprovada em 31.07.2009



**EDISON ROBERTO CABRAL DA SILVA, Dr.Ingl, UFCG**  
**Orientador**



**MÁRIO CESAR MELLO MASSA DE CAMPOS, Dr., PETROBRÁS-CENPES**  
**Componente da Banca**



**ROBERTO CÉLIO LIMÃO DE OLIVEIRA, Dr., UFPA**  
**Componente da Banca**



**FÁBIO GONÇALVES JOTA, Ph.D., UFMG**  
**Componente da Banca**



**ANTONIO MARCUS NOGUEIRA LIMA, Dr., UFCG**  
**Componente da Banca**



**ROMILDO PEREIRA BRITO, Dr., UFCG**  
**Componente da Banca**

**CAMPINA GRANDE – PB**  
**JULHO - 2009**

## Dedicatória

Dedico esta tese, com todo meu amor e admiração, ao meu esposo *Paulo Sérgio*, que fez seu doutoramento junto comigo, e foi sem dúvida o maior colaborador e incentivador deste trabalho ajudando-me a enfrentar, e a superar todas as dificuldades que surgiram durante esta caminhada. E ao meu filho *Paulo Afonso* que me fez sentir o amor incondicional, que é razão de toda a minha vida, e que apesar da pouca idade teve que entender nossas "ausências" em anos preciosos da sua infância.

# Agradecimentos

A imagem ainda está viva na minha memória. Dia 24 de maio de 2004, eu e Paulo (meu esposo) e nosso filho, Paulo Afonso, na época com 1 ano e meio de idade, saindo de Ijuí, Rio Grande do Sul, rumo à Campina Grande, na Paraíba, com apenas o carro e o que havia dentro dele, e com um objetivo, fazer o Doutorado.

Nesta trajetória encontramos diversas pessoas que de forma direta, ou indireta contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho. Queria então manifestar meu agradecimento a todos.

Ao meu marido Paulo, amigo, companheiro desta jornada, de quem tanto me orgulho, espelho, e amo. Sua trajetória tem me inspirado e seus conselhos me ajudado. Você foi sem dúvida a pessoa que mais colaborou, nas conversas, nas discussões, e principalmente na elaboração deste trabalho, sem você eu não teria conseguido percorrer este caminho repleto de obstáculos. Você foi minha "mola", pois em vários momentos que fraquejei, chorei, e pensei em desistir, você me segurou e incentivou a seguir em frente. Por isso, e por muitas outras coisas, meu muito obrigado, e todo o meu amor.

Ao meu filho Paulo Afonso, que tão pequeno suportou nossas ausências, pois tínhamos que estudar, por que o tempo corria. Quantas vezes presenciou eu e o pai discutindo sobre o Doutorado, sobre nossas dúvidas, crises, e preocupações, sem saber o que realmente acontecia. Quantas vezes coloquei-o na frente da televisão, por falta de tempo, e necessidade de estudar. Quantas vezes alterei a voz por preocupações e pressões que nada tinham haver com ele, meu filho me desculpe. Você meu amado filho, me ensinou a maior forma de amor que existe, o amor incondicional de mãe, você é minha vida, eu te amo mais do que tudo, muito obrigada.

A minha mãe querida, pelo amor, dedicação, lição de vida, coragem, e profissionalismo, pelas conversas nas horas críticas e principalmente pelas orações mesmo de longe, obrigada.

Ao meu pai, pelas suas constantes preocupações nesta etapa da minha vida, obrigada.

Aos meu irmãos, cunhados, cunhadas, sobrinhos, sobrinhas e "agregados", obrigada pela confiança.

Ao Professor Péricles Rezende Barros, pela acolhida inicial como orientador, pela indicação do tema, e pelas sugestões dadas durante o desenvolvimento deste trabalho, nem sempre atendidas, mas sem as quais não seria possível a realização do mesmo, meu muito obrigada.

Ao meu colega Marcus que me ouviu nos momentos difíceis, e me ajudou a conhecer a engenharia, pelas experiências compartilhadas, muito obrigada.

Ao meu amigo Euzeli, pelo apoio nas horas difíceis, pelas conversas e pelos conselhos e discussões técnicas, meu muito obrigada.

Aos meu colegas de sala, George, João, Henrique e Aretho, pelos momentos de diversão e descontração, obrigada.

Aos meus amigos Havorraine, Euzeli Neto, Maurício, Spohn, Tânia, Camila, Alfraque, Saulo, Valter, pelos momentos de diversão, e pelo apoio incondicional, muito obrigada.

Em especial ao Professor Edison Roberto, pessoa maravilhosa, que antes de ser meu orientador, ofereceu a mim e a minha família, durante o Doutorado, a amizade desinteressada e o afeto genuíno, pessoa rara de se encontrar. Sou muito grata por ter me aceito nos momentos finais de conclusão deste trabalho, por ter tornado a minha defesa possível, por ter ouvido as minhas preocupações, e principalmente por ter realizado discussões muito proveitosas sobre o trabalho, nesta etapa final, muito obrigada.

Aos Professores Benemar Alencar de Souza e Antônio Marcus Nogueira Lima, pela atenção dispensada e profissionalismo em relação aos problemas que enfrentei no decorrer deste trabalho.

Aos funcionários da COPELE, Angela, Pedro, Suênia, pelo apoio recebido.

Ao CNPq, que proporcionou suporte financeiro para a realização deste trabalho.

A DEUS, o Pai maior que esteve comigo em todas as horas, que não me abandonou nos piores momentos, que me atendeu quando orei e supliquei, que me mostrou que Ele pode todas as coisas, que ELE cria as possibilidades para a realização dos nossos desejos, meu muito obrigada.

A todos os amigos que torceram por mim e me apoiaram, muito obrigada!

# Resumo

Neste trabalho é apresentado o desenvolvimento de um modelo dinâmico para um sistema tubulação-separador sob regime de fluxo com golfadas. O modelo possui 5 (cinco) equações diferenciais ordinárias não-lineares, sendo obtido através do acoplamento entre o modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* para uma tubulação em condições de golfadas, e o modelo de um separador cilíndrico horizontal bifásico.

Estratégias de controle com realimentação são consideradas atualmente uma solução promissora para manipular a golfada. Neste contexto, o novo modelo constitui um ambiente adequado para aplicação, através de simulações, de diferentes estratégias de controle com realimentação no problema da golfada em indústrias de petróleo. O modelo proposto possibilita que tais estratégias sejam aplicadas nas válvulas de saída de líquido e gás dos separadores de produção (ou seja, estudo das conseqüências da golfada), bem como na válvula no topo da tubulação ascendente, ou ainda em mais de uma válvula, simultaneamente, considerando o sistema de forma integrada (ou seja, investigação das causas da golfada).

Neste trabalho também são estudadas as propriedades e aplicações de um controlador não-linear denominado controlador de erro-quadrático. Assim, é apresentado, através de teoremas, o desenvolvimento do cálculo de limites para o ganho não-linear deste controlador, fundamentado na teoria da estabilidade de Lyapunov. Em seguida, é examinado o efeito do uso do controlador de erro-quadrático nas estratégias de controle de nível fixo e de níveis variantes dentro de certos limites (controle por bandas) em um tanque sob golfadas. Nesse estudo, foi utilizado o modelo do sistema tubulação-separador desenvolvido. A partir da análise dos resultados das simulações realizadas, verificou-se que o modelo proposto representou de forma coerente o regime de fluxo com golfadas, podendo ser aplicado no estudo da redução dos efeitos das golfadas no tanque. Também foi verificado que a utilização do controlador de erro-quadrático juntamente com a estratégia de controle por bandas resultou em uma redução das oscilações do fluxo de saída quando comparado com o uso de um controlador proporcional-integral.



# Abstract

This work presents the development of a dynamic model for a pipeline-separator system under slug flow. The model has 5 (five) nonlinear ordinary differential equations, and has been obtained by coupling both the simplified dynamic model of *Storkaas* for a system pipeline, in conditions of slug flow, and a model for a bi-phase horizontal cylindrical separator.

Currently, feedback control strategies are considered as a promising solution to handle the slug flow. In this context, the new model is an appropriate environment for simulated application of different feedback control strategies to the problem of the slug in oil industries. The model proposed allows for applying such strategies to the oil or gas output valve separator (that is, to study of the effects of the slug) as well as to the top riser valve, or yet to more than valve simultaneously, in the integrated system in other words (that is, to investigate the slug causes).

Also this work studies the properties and applications of the nonlinear controller denominated error-squared controller. Based on the Lyapunov stability theory, theorems for computation of the limits of the controller nonlinear gain are presented. Next, the effects of using the error-squared controller with either the conventional level control or the band control strategies are compared as applied to a separator under slug flow. In these studies the dynamic model for a pipeline-separator was used. Analysis of simulation results shows that the model proposed is consistent in representing the flow regime with slug and that it can be satisfactorily applied to investigate the effects caused by the slug in the separator output flow. Also, it was verified that the use of the error-squared controller together with the band control strategy resulted in reduction of oscillations in the output flow, when compared to the use of PI controller.

# Lísta de Símbolos e Abreviaturas

$Z$  = Válvula no topo da tubulação,

$z$  = Abertura da válvula  $Z$ , (0 – 100%),

$Va_1$  = Válvula de líquido no separador,

$z_L$  = Abertura da válvula  $Va_1$ , (0 – 100%),

$Va_2$  = Válvula de gás no separador,

$z_G$  = Abertura da válvula  $Va_2$ , (0 – 100%),

$M_{G1}(t)$  = Massa de gás na seção de alimentação do encanamento, ( $kg$ ),

$M_L(t)$  = Massa de líquido no ponto-baixo da tubulação, ( $kg$ ),

$M_{G2}(t)$  = Massa de gás no topo da tubulação, ( $kg$ ),

$M_{LS}(t)$  = Massa de líquido no separador, ( $kg$ ),

$M_{GS}(t)$  = Massa de gás no separador, ( $kg$ ),

$V_{G1}$  = Volume de gás na seção de alimentação do encanamento, ( $m^3$ ),

$V_{G2}(t)$  = Volume de gás no topo da tubulação, ( $m^3$ ),

$V_{GS}(t)$  = Volume de gás no separador, ( $m^3$ ),

$V_{LS}(t)$  = Volume de líquido no separador, ( $m^3$ ),

$V_S$  = Volume do separador, ( $m^3$ )

$m_{L,in}$  = Fluxo mássico de líquido que entra na seção de alimentação da tubulação, ( $kg/s$ ),

$m_{L,out}(t)$  = Fluxo mássico de líquido que sai da tubulação através da válvula Z, ( $kg/s$ ),

$m_{LS,in}(t)$  é o fluxo mássico de líquido que entra no separador, ( $kg/s$ ).

$m_{LS,out}(t)$  = Fluxo mássico de líquido que sai do separador, ( $kg/s$ ),

$m_{G,in}$  = Fluxo mássico de gás que entra na seção de alimentação da tubulação, ( $kg/s$ ),

$m_{G,out}(t)$  = Fluxo mássico de gás que sai da tubulação através da válvula Z, ( $kg/s$ ),

$m_{G1}(t)$  = Fluxo mássico de gás interno na tubulação, do volume de gás  $V_{G1}$  para o volume de gás  $V_{G2}$ , ( $kg/s$ ),

$m_{GS,in}(t)$  = Fluxo mássico de gás que entra no separador, ( $kg/s$ ),

$m_{GS,out}(t)$  = Fluxo mássico de gás que sai do separador, ( $kg/s$ ),

$m_{mix,out}(t)$  = Fluxo mássico da mistura que sai através da válvula Z, ( $kg/s$ ),

$m_{v,out}(t)$  = Vazão volumétrica média de operação, ( $m^3/s$ ),

$MW_G$  = Peso molecular do gás, ( $kg/k$ ),

$\alpha_{LT}(t)$  = Fração de líquido na válvula Z,

$\alpha_{LT}^*(t)$  = Fração de líquido na válvula Z sem entrada de gás,

$\alpha_L(t)$  = Fração média de líquido na tubulação ascendente,

$\alpha_L^m(t)$  = Fração de líquido na válvula Z,

$\Delta h(t)$  = Variação da altura da tubulação ascendente, (m),

$\Delta P(t)$  = Variação da pressão na tubulação, (N/m<sup>2</sup>),

$\Delta P_a(t)$  = Variação da pressão de atrito do gás, (N/m<sup>2</sup>),

$\Delta P_L(t)$  = Variação de pressão na válvula  $V_{a1}$ , (N/m<sup>2</sup>),

$\hat{A}$  = Área da seção transversal da tubulação, (m<sup>2</sup>),

$\bar{\rho}(t)$  = Densidade média da mistura na tubulação ascendente, (kg/m<sup>3</sup>),

$\rho_{G1}(t)$  = Densidade do gás no volume 1, (kg/m<sup>3</sup>),

$\rho_G(t)$  = Densidade do gás no separador, (kg/m<sup>3</sup>),

$\rho_T(t)$  = Densidade na válvula Z, (kg/m<sup>3</sup>),

$\rho_L$  = Densidade de líquido, (kg/m<sup>3</sup>),

$v_{G1}(t)$  = Velocidade do gás no ponto-baixo da tubulação, (m/s),

$A(t)$  = Área da seção transversal do separador, (m<sup>2</sup>),

$DP$  = Variação de pressão na válvula Z, (N/m<sup>2</sup>),

$g$  = Gravidade, (9,81 m/s<sup>2</sup>),

$h_1$  = Nível de líquido no declive do encanamento, (m),

$\Delta h(t)$  = Variação da altura na tubulação ascendente, (m),

$H_1$  = Nível de líquido crítico na tubulação ascendente, (m),

$H_2$  = Altura da tubulação ascendente, (m),

$H_3$  = Diâmetro da tubulação ascendente, (m),

$H_4$  = Comprimento do separador, ( $m$ ),

$K_1$  = Parâmetro de ajuste do modelo na equação da válvula  $Z$

$K_2$  = Parâmetro de ajuste do modelo na equação da velocidade do gás na tubulação,

$K_3$  = Parâmetro de ajuste do modelo na equação de carregamento,

$K_4$  = Parâmetro de ajuste do modelo na equação da válvula  $Va_1$ ,

$K_5$  = Parâmetro de ajuste do modelo na equação da válvula  $Va_2$ ,

$\varphi$  = Parâmetro de ajuste do modelo na equação de carregamento,

$L_1$  = Comprimento do encanamento horizontal, ( $m$ ),

$L_3$  = Comprimento da seção horizontal no topo da tubulação ascendente, ( $m$ ),

$n$  = Número de moles do gás, ( $kmol$ ),

$N(t)$  = Nível de líquido dentro do separador, ( $m$ ),

$P_1(t)$  = Pressão do gás na seção de alimentação do encanamento, ( $N/m^2$ ),

$P_{rb}(t)$  = Pressão na base da tubulação ascendente ( $N/m^2$ ),

$P_2(t)$  = Pressão do gás no topo da tubulação ascendente à montante da válvula  $Z$ , ( $N/m^2$ ),

$P_0$  = Pressão após a válvula  $Z$  no topo da tubulação ascendente no modelo dinâmico simplificado de *Storkaas*, ( $N/m^2$ ),

$P_{OL1}(t)$  = Pressão à montante da válvula  $Va_1$  ( $N/m^2$ ),

$P_{OL2}$  = Pressão à jusante da válvula  $Va_1$  ( $N/m^2$ ),

$P_{G1}(t)$  = Pressão do gás dentro do separador ( $N/m^2$ ),

$P_{G2}$  = Pressão à jusante da válvula  $V_{a2}$  ( $N/m^2$ ),

$R$  = Constante universal dos gases ideais, ( $J/Kkmol$ ),

$r$  = Raio da tubulação, ( $m$ ),

$r_s$  = Raio do separador, ( $m$ ),

$T$  = Temperatura, ( $K$ ),

$k_p$  = Ganho proporcional,

$k_c$  = Ganho do controlador,

$k_L$  = Ganho linear,

$k_{NL}$  = Ganho não-linear,

$k_1$  = Ganho proporcional linear,

$k_{2L}$  = Ganho proporcional linear,

$k_{2NL}$  = Ganho não-linear,

$y_r(t)$  = *Setpoint*,

$SP$  = *Setpoint*,

$S$  = Sistema formado pelo controlador e pelo processo,

$S_1$  = Sistema formado pelas ações de controle,

$S_2$  = Sistema formado pelo processo,

$S_3$  = Composição do sistema  $S_1$  com o sistema  $S_2$ ,

$y(t)$  = Saída do processo,

$u(t)$  = Sinal de controle,

$u'(t)$  = Sinal de controle,

$e(t)$  = Erro de rastreamento,

$x_c(t)$  = Vetor dos estados das ações de controle,

$A_c$  = Matriz dos estados das ações de controle,

$B_c$  = Matriz de entrada das ações de controle,

$C_c$  = Matriz de saída das ações de controle,

$D_c$  = Matriz de transmissão direta das ações de controle,

$T_i$  = Tempo integral,

$T_d$  = Tempo derivativo.

$F$  = Constante de tempo do filtro que serve para tornar o controle realizável e atenuar o ruído no termo derivativo,

$x_p(t)$  = Vetor de estados,  $(n \times 1)$ ,

$A_p$  = Matriz de estrada do processo,  $(n)$ ,

$B_p$  = Vetor de entrada do processo,  $(n \times 1)$ ,

$C_p$  = Vetor de saída do processo,  $(1 \times n)$ ,

$z(t)$  = Vetor de estados,  $(\mathcal{R}^n)$ ,

$A, B, C$  = Matrizes de dimensões apropriadas,

$\Delta F_D$  = Perturbação,

$L_{max}$  = Nível máximo,

$Range_N$  = Range de nível,

$T_R$  = Tempo de residência de líquido no vaso, (s).

$\Delta u(t)$  = Ação de controle,

$\Delta e(t)$  = Variação do erro,

$T_a$  = Período de amostragem do controlador,

$N_n(x)$  = Nível em porcentagem, (%),

$\eta$  = Nível real, (m),

$\bar{x}$  = Ponto de equilíbrio,

$\bar{u}$  = Entrada de equilíbrio,

$t_0$  = Tempo inicial,

$\delta_x$  = Desvio de estado,

$\delta_u$  = Desvio de entrada,

$A_L$  = Matriz de estado do modelo linearizado,

$B_L$  = Matriz de entrada do modelo linearizado,

$LIMIT$  = Limite do nível de líquido no separador,

$CF$  = Controlador de Fluxo,



$CP$  = Controlador de Pressão,

$CL$  = Controlador de Nível,

$EDP's$  = Equações Diferenciais Parciais,

$IEA$  = Integral do Erro Absoluto (*Integral Absolute Error*),

$IEQ$  = Integral do Erro Quadrático (*Integral Squared Error*),

$IPF$  = Instituto Francês de Petróleo (*French Petroleum Institute*),

$LQG$  = Gaussiano Quadrático Linear (*Linear Quadratic Gaussian*),

$MDF$  = Modelo Drift-Flux,

$MTF$  = Modelo Two-Fluid,

$MEH$  = Modelo de Equilíbrio Homogêneo,

$MISO$  = Múltiplas Entradas e Única Saída (*Multiple Input Single Output*),

$SISO$  = Única Entrada e Única Saída (*Single Input Single Output*),

$PeTra$  = Transporte de Petróleo (*Petroleum Transportation*),

$P$  = Proporcional,

$I$  = Integral,

$D$  = Derivativo,

$PI$  = Proporcional Integral,

$PID$  = Proporcional Integral Derivativo,

$PLAC$  = *PipeLine Analysis Code*,

*ProFES* = *Produced Fluids Engineering Software*,

*OLGA* = Simulador Multifásico Comercial,

*IFE* = Instituto para Tecnologias Energéticas (*Institute for Energy Technology*),

*SINTEF* = Fundação para Investigação Científica e Industrial (*Foundation for Scientific and Industrial Research*),

*STAITOL* = Companhia de Petróleo da Noruega (*Norwegian Petroleum Company*),

*TACITE* = *Simulation of Transient Conditions in Pipeline Networks*,

*TF* = Transmissor de Fluxo,

*TP* = Transmissor de Pressão,

*VC* = Variável Controlada,

*VM* = Variável Manipulada,

*BD* = Banda de Nível.

# Lista de Tabelas

2.1	Modos do controlador para um sistema implementado na plataforma <i>Heidrun</i> .	33
3.1	Dados do estudo de caso realizado no simulador de fluxo multifásico OLGA.	53
3.2	Parâmetros de sintonia do modelo dinâmico simplificado de <i>Storkaas</i> .	55
3.3	Valores médios dos fluxos mássicos dos fluidos que saem da tubulação.	57
4.1	Parâmetros de sintonia do modelo do separador.	67
4.2	Valores médios das variáveis do modelo.	70
5.1	Parâmetros de sintonia para o modelo dinâmico de um sistema tubulação-separador.	76
5.2	Valores médios das variáveis do modelo.	80
6.1	Os parâmetros dos controladores.	101
6.2	Medidas de desempenho.	103
6.3	Os parâmetros dos controladores.	104
6.4	Medidas de desempenho.	105
6.5	Os parâmetros dos controladores.	106
6.6	Medidas de desempenho.	108
7.1	Ganhos dos controlador PI convencionais.	115
7.2	Ganhos dos controlador PI convencionais.	116
7.3	Medidas de desempenho para o controle de nível PI convencional.	118
7.4	Medidas de desempenho.	120
7.5	Parâmetros do Separador.	120
7.6	Valor absoluto dos ganhos dos controladores.	124
7.7	Medidas de desempenho.	126
7.8	Medidas de desempenho.	128
7.9	Fluxos mássicos de líquido para os equipamentos à jusante do separador, $z = 20\%$ .	129
7.10	Amplitude de abertura da válvula $Va_1$ .	130

7.11	Valor absoluto dos ganhos dos controladores. . . . .	131
7.12	Medidas de desempenho. . . . .	132
7.13	Fluxos mássicos de líquido para os equipamentos à jusante do separador, $z = 30\%$ . . . . .	133
7.14	Medidas de desempenho. . . . .	135
7.15	Medidas de desempenho. . . . .	135
7.16	Medidas de desempenho. . . . .	141
7.17	Medidas de desempenho. . . . .	144
D.1	Entradas do modelo de <i>Storkaas</i> . . . . .	171
D.2	Valores iniciais dos parâmetros variáveis do modelo de <i>Storkaas</i> . . . . .	171
D.3	Parâmetros constantes do modelo de <i>Storkaas</i> . . . . .	172
D.4	Volumes, níveis e áreas constantes do modelo de <i>Storkaas</i> . . . . .	172
D.5	Parâmetros para o cálculo de $K_1$ no modelo de <i>Storkaas</i> . . . . .	173
D.6	Parâmetros para o cálculo de $K_2$ no modelo de <i>Storkaas</i> . . . . .	173
D.7	Notação. . . . .	174

# Lista de Figuras

2.1	Esquema da tubulação acoplada a um separador. . . . .	22
2.2	Ilustração da golfada hidrodinâmica. . . . .	23
2.3	(a) Ilustração da formação da golfada. (b) Ilustração do regime de fluxo sem golfada. . . . .	23
2.4	Ilustração da golfada transiente. . . . .	24
2.5	Ilustração da golfada em terrenos. . . . .	24
2.6	Ilustração da formação da golfada. . . . .	25
2.7	Ilustração da produção da golfada. . . . .	25
2.8	Ilustração da explosão da golfada. . . . .	25
2.9	Ilustração do retorno da golfada. . . . .	26
2.10	Ilustração da estratégia de eliminação de golfadas proposta por <i>Tengesdal</i> . . . . .	28
2.11	Ilustração de um malha de controle em cascata da pressão na seção de alimentação da tubulação (malha externa), e do fluxo volumétrico na válvula (malha interna). . . . .	32
2.12	Ilustração de uma malha de controle em cascata da pressão no topo da tubulação ascendente (malha externa), e do fluxo volumétrico através da válvula (malha interna). . . . .	34
3.1	Ilustração da formação da golfada na tubulação. . . . .	46
3.2	Ilustração do regime de fluxo sem golfada na tubulação. . . . .	46
3.3	Plataforma experimental. . . . .	52
3.4	Ilustração do sistema tubulação utilizado no estudo de caso proposto por <i>Storkaas</i> . . . . .	53
3.5	Variações das pressões na tubulação com abertura $z$ em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%. . . . .	56
3.6	Variações dos fluxos mássicos dos fluidos (líquido $m_{L,out}(t)$ e gás $m_{G,out}(t)$ ) que saem da tubulação com abertura $z$ em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%. . . . .	56
3.7	Variações dos fluxos mássicos dos fluidos (líquido $m_{L,out}(t)$ e gás $m_{G,out}(t)$ ) que saem da tubulação com abertura $z$ em (a) 18%, em (b) 50%. . . . .	57
4.1	Ilustração de um separador cilíndrico horizontal bifásico. . . . .	61

4.2	Variações do nível de líquido dentro do separador com abertura $z$ em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%. . . . .	68
4.3	Variações da pressão do gás dentro do separador com abertura $z$ em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%. . . . .	68
4.4	Variações dos fluxos mássicos dos fluidos (líquido $m_{LS,out}(t)$ e gás $m_{GS,out}(t)$ ) que saem do separador com abertura $z$ em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%. . . . .	69
5.1	Ilustração da tubulação-separador com a golfada em formação. . . . .	73
5.2	Ilustração da tubulação-separador com o regime de fluxo sem golfada. . . . .	73
5.3	Variações das pressões na tubulação com abertura da válvula $z$ em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%. . . . .	77
5.4	Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}$ e gás $m_{G,out}$ que saem da tubulação e entram no separador com abertura da válvula $z$ em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%. . . . .	78
5.5	Variações do nível de líquido no separador com abertura da válvula $z$ em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%. . . . .	79
5.6	Variações das pressões no separador com abertura $z$ em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%. . . . .	79
5.7	Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{LS,out}$ e gás $m_{GS,out}$ que saem do separador com abertura da válvula $z$ em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%. . . . .	80
5.8	(a) Variações da pressão $P_1(t)$ na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão $P_2(t)$ no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_2 - z = 12\%$ . . . . .	84
5.9	(a) Variações da pressão $P_1(t)$ na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão $P_2(t)$ no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_2 - z = 20\%$ . . . . .	84
5.10	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_3 - z = 12\%$ . . . . .	84
5.11	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_3 - z = 20\%$ . . . . .	85
6.1	Representação em diagrama de blocos de um sistema de controle geral. . . . .	89
6.2	Representação em diagrama de blocos da composição entre o sistema $S_1$ e o sistema $S_2$ . . . . .	91
6.3	Evolução do erro de rastreamento. . . . .	101

6.4	(a) Saídas dos processos em malha fechada, (b) funções de Lyapunov, e (c) suas derivadas. . . . .	102
6.5	Evolução do erro de rastreamento. . . . .	104
6.6	(a) Saídas dos processos em malha fechada, (b) funções de Lyapunov, e (c) suas derivadas. . . . .	105
6.7	Sistema de nível de líquido. . . . .	106
6.8	Evolução do erro de rastreamento. . . . .	107
6.9	(a) Saídas dos processos em malha fechada, (b) funções de Lyapunov, e (c) suas derivadas. . . . .	107
7.1	Diagrama de blocos do separador para a estratégia de controle de nível convencional.	114
7.2	(a1) Fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b1) fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que entram no separador com $z = 20\%$ , (a2) Fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b2) fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que entram no separador com $z = 30\%$ . . . . .	116
7.3	Variações dos diferentes parâmetros do modelo considerando uma situação com controle PI de nível convencional e sem controle de nível para $z = 20\%$ . . . . .	117
7.4	Variações dos diferentes parâmetros do modelo considerando uma situação com controle de nível e sem controle de nível para $z = 30\%$ . . . . .	118
7.5	(a) Fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b) fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que entram no separador considerando $z$ variável. . . . .	119
7.6	Variações dos diferentes parâmetros do modelo considerando uma situação com controle PI convencional de nível e sem controle de nível para $z$ variável. . . . .	119
7.7	Evolução do erro de rastreamento. . . . .	123
7.8	Sinal de controle considerando os diferentes algoritmos simulados. . . . .	125
7.9	Saídas do processo considerando os diferentes algoritmos simulados. . . . .	125
7.10	(a) Funções de Lyapunov e (b) derivadas das funções de Lyapunov. . . . .	126
7.11	Nível de líquido no tanque $N(t)$ considerando os controles PI de erro-quadrático de nível e sem controle de nível para $z = 20\%$ . . . . .	127
7.12	Fluxos mássicos de líquido $m_{LS,out}(t)$ e gás $m_{GS,out}(t)$ que saem do separador. . . . .	129
7.13	Abertura da válvula de líquido do separador. . . . .	130
7.14	Nível de líquido no tanque $N(t)$ considerando controle PI de erro-quadrático de nível e sem controle de nível para $z = 30\%$ . . . . .	131
7.15	Fluxos mássicos de líquido $m_{LS,out}(t)$ e gás $m_{GS,out}(t)$ que saem do separador. . . . .	133
7.16	Variação do nível de líquido $N(t)$ no tanque considerando controle PI de erro-quadrático de nível e sem controle de nível, $z$ variável. . . . .	134
7.17	Vazões de líquido e gás que saem do separador considerando o controle de nível e $z$ variável. . . . .	136
7.18	Controle por bandas aplicado em separador bifásico. . . . .	137

7.19	Diagrama de blocos do controle por bandas de <i>Nunes</i> . . . . .	138
7.20	(a) Variações do nível de líquido $N(t)$ no tanque considerando controle PI convencional (linha pontilhada) e controle PI por bandas (linha sólida), (b) variações do nível de líquido $N(t)$ no tanque considerando controle PI convencional (linha pontilhada) e controle PI de erro-quadrático por bandas (linha sólida). . . . .	140
7.21	(a) Vazões de líquido que saem do separador $mLS, out(t)$ considerando controle de nível PI convencional (linha pontilhada) e controle de nível PI por bandas (linha sólida), (b) vazões de líquido que saem do separador $mLS, out(t)$ considerando controle de nível PI convencional (linha pontilhada) e controle de nível PI de erro-quadrático por bandas (linha sólida). . . . .	140
7.22	(a) Abertura da válvula de líquido do separador considerando a estratégia de controle PI convencional por bandas, (b) abertura da válvula de líquido do separador considerando a estratégia de controle PI de erro-quadrático por bandas. . . . .	141
7.23	Vazões de líquido $m_{L,out}(t)$ que entram no separador para $z$ variável. . . . .	142
7.24	(a) Variações do nível de líquido $N(t)$ no tanque considerando controle PI convencional (linha pontilhada) e controle PI por bandas (linha sólida), (b) variações do nível de líquido $N(t)$ no tanque considerando controle PI convencional (linha pontilhada) e controle PI de erro-quadrático por bandas (linha sólida), ambos para abertura $z$ variável. . . . .	142
7.25	(a) Vazões de líquido que saem do separador $mLS, out(t)$ considerando controle de nível PI convencional (linha pontilhada) e controle de nível PI por bandas (linha sólida), (b) vazões de líquido que saem do separador $mLS, out(t)$ considerando controle de nível PI convencional (linha pontilhada) e controle de nível PI de erro-quadrático por bandas (linha sólida), ambos para abertura $z$ variável. . . . .	143
7.26	(a) Abertura da válvula de líquido do separador considerando a estratégia de controle PI convencional por bandas, (b) abertura da válvula de líquido do separador considerando a estratégia de controle PI de erro-quadrático por bandas, ambos para abertura $z$ variável. . . . .	144
D.1	Geometria para o entendimento das equações (D.8), (D.9) e (D.10). . . . .	168
D.2	Geometria para o cálculo de $H_1$ . . . . .	170
D.3	Geometria para o cálculo de $A_1$ . . . . .	170
E.1	Esquema de um separador de <i>Miranda</i> . . . . .	177
F.1	(a) Variações da pressão $P_1(t)$ na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão $P_2(t)$ no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_1 - z = 12\%$ . . . . .	179



F.2	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_1 - z = 12\%$ . . . . .	179
F.3	(a) Variações do nível de líquido $N(t)$ e (b) variações da pressão do gás $P_{G1}(t)$ dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_1 - z = 12\%$ .	180
F.4	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{LS,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{GS,out}(t)$ que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_1 - z = 12\%$ . . . . .	180
F.5	(a) Variações da pressão $P_1(t)$ na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão $P_2(t)$ no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_1 - z = 20\%$ . . . . .	180
F.6	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_1 - z = 20\%$ . . . . .	181
F.7	(a) Variações do nível de líquido $N(t)$ e (b) variações da pressão do gás $P_{G1}(t)$ dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_1 - z = 20\%$ .	181
F.8	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{LS,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{GS,out}(t)$ que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_1 - z = 20\%$ . . . . .	181
F.9	(a) Variações da pressão $P_1(t)$ na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão $P_2(t)$ no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_2 - z = 12\%$ . . . . .	182
F.10	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_2 - z = 12\%$ . . . . .	182
F.11	(a) Variações do nível de líquido $N(t)$ e (b) variações da pressão do gás $P_{G1}(t)$ dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_2 - z = 12\%$ .	182
F.12	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{LS,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{GS,out}(t)$ que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_2 - z = 12\%$ . . . . .	183
F.13	(a) Variações da pressão $P_1(t)$ na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão $P_2(t)$ no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_2 - z = 20\%$ . . . . .	183
F.14	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_2 - z = 20\%$ . . . . .	183

F.15	(a) Variações do nível de líquido $N(t)$ e (b) variações da pressão do gás $P_{G1}(t)$ dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_2 - z = 20\%$ .	184
F.16	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{LS,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{GS,out}(t)$ que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_2 - z = 20\%$ .	184
F.17	(a) Variações da pressão $P_1(t)$ na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão $P_2(t)$ no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste $\varphi - z = 12\%$ .	184
F.18	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste $\varphi - z = 12\%$ .	185
F.19	(a) Variações do nível de líquido $N(t)$ e (b) variações da pressão do gás $P_{G1}(t)$ dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $\varphi - z = 12\%$ .	185
F.20	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{LS,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{GS,out}(t)$ que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $\varphi - z = 12\%$ .	185
F.21	(a) Variações da pressão $P_1(t)$ na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão $P_2(t)$ no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste $\varphi - z = 20\%$ .	186
F.22	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste $\varphi - z = 20\%$ .	186
F.23	(a) Variações do nível de líquido $N(t)$ e (b) variações da pressão do gás $P_{G1}(t)$ dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $\varphi - z = 20\%$ .	186
F.24	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{LS,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{GS,out}(t)$ que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $\varphi - z = 20\%$ .	187
F.25	(a) Variações da pressão $P_1(t)$ na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão $P_2(t)$ no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_3 - z = 12\%$ .	187
F.26	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_3 - z = 12\%$ .	187
F.27	(a) Variações do nível de líquido $N(t)$ e (b) variações da pressão do gás $m_{G,out}(t)$ dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_3 - z = 12\%$ .	188

F.28	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{LS,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{GS,out}(t)$ que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_3 - z = 12\%$ . . . . .	188
F.29	(a) Variações da pressão $P_1(t)$ na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão $P_2(t)$ no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_3 - z = 20\%$ . . . . .	188
F.30	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_3 - z = 20\%$ . . . . .	189
F.31	(a) Variações do nível de líquido $N(t)$ e (b) variações da pressão do gás $m_{G,out}(t)$ dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_3 - z = 20\%$ .	189
F.32	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{LS,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{GS,out}(t)$ que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_3 - z = 20\%$ . . . . .	189
F.33	(a) Variações da pressão $P_1(t)$ na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão $P_2(t)$ no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_4 - z = 12\%$ . . . . .	190
F.34	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_4 - z = 12\%$ . . . . .	190
F.35	(a) Variações do nível de líquido $N(t)$ e (b) variações da pressão do gás $m_{G,out}(t)$ , considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_4 - z = 12\%$ . . . . .	190
F.36	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{LS,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{GS,out}(t)$ que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_4 - z = 12\%$ . . . . .	191
F.37	(a) Variações da pressão $P_1(t)$ na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão $P_2(t)$ no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_4 - z = 20\%$ . . . . .	191
F.38	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_4 - z = 20\%$ . . . . .	191
F.39	(a) Variações do nível de líquido $N(t)$ e (b) variações da pressão do gás $m_{G,out}(t)$ dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_4 - z = 20\%$ .	192
F.40	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{LS,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{GS,out}(t)$ que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_4 - z = 20\%$ . . . . .	192

F.41	(a) Variações da pressão $P_1(t)$ na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão $P_2(t)$ no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_5 - z = 12\%$ . . . . .	192
F.42	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_5 - z = 12\%$ . . . . .	193
F.43	(a) Variações do nível de líquido $N(t)$ e (b) variações da pressão do gás $m_{G,out}(t)$ , considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_5 - z = 12\%$ . . . . .	193
F.44	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{LS,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{GS,out}(t)$ que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_5 - z = 12\%$ . . . . .	193
F.45	(a) Variações da pressão $P_1(t)$ na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão $P_2(t)$ no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_5 - z = 20\%$ . . . . .	194
F.46	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{L,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{G,out}(t)$ que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_5 - z = 20\%$ . . . . .	194
F.47	(a) Variações do nível de líquido $N(t)$ e (b) variações da pressão do gás $m_{G,out}(t)$ dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_5 - z = 20\%$ . . . . .	194
F.48	(a) Variações dos fluxos mássicos de líquido $m_{LS,out}(t)$ e (b) variações dos fluxos mássicos de gás $m_{GS,out}(t)$ que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste $K_5 - z = 20\%$ . . . . .	195

# Sumário

<b>1</b>	<b>Apresentação da Tese</b>	<b>13</b>
1.1	Introdução . . . . .	13
1.2	Motivação . . . . .	16
1.3	Objetivos . . . . .	17
1.4	Contribuições . . . . .	17
1.5	Estrutura do Documento . . . . .	18
<b>2</b>	<b>O Problema da Golfada em Sistemas de Produção de Petróleo</b>	<b>21</b>
2.1	Introdução . . . . .	21
2.2	O Regime de Fluxo com Golfadas . . . . .	22
2.2.1	A Golfada na Tubulação Ascendente . . . . .	24
2.3	Estratégias para Minimizar ou Evitar a Golfada . . . . .	26
2.3.1	Mudanças de Projeto . . . . .	27
2.3.2	Mudanças nas Condições Operacionais do Sistema . . . . .	28
2.3.3	Estratégias de Controle com Realimentação . . . . .	29
<b>3</b>	<b>O Modelo Dinâmico Simplificado de <i>Storkaas</i></b>	<b>44</b>
3.1	Introdução . . . . .	44
3.2	Descrição do <i>Modelo Dinâmico Simplificado de Storkaas</i> . . . . .	45
3.2.1	Hipóteses . . . . .	46
3.2.2	Fundamentos . . . . .	47
3.2.3	Deslocamento de Gás . . . . .	49
3.2.4	Deslocamento de Líquido . . . . .	50
3.3	Validação do Modelo de <i>Storkaas</i> . . . . .	51
3.4	Procedimento de Sintonia . . . . .	53
3.5	Simulações e Análise dos Resultados . . . . .	54
3.6	Conclusões . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Modelagem de um Separador Cilíndrico Horizontal Bifásico</b>	<b>59</b>
4.1	Introdução . . . . .	59

4.2	Descrição do Modelo para o Separador Cilíndrico Horizontal Bifásico . . . . .	60
4.2.1	Hipóteses . . . . .	60
4.2.2	Fundamentos . . . . .	61
4.2.3	Modelagem da Fase Líquida . . . . .	61
4.2.4	Modelagem da Fase Gasosa . . . . .	63
4.3	Procedimento de Sintonia . . . . .	64
4.4	Simulações e Análise dos Resultados . . . . .	67
4.5	Conclusões . . . . .	70
<b>5</b>	<b>O Modelo Dinâmico para uma Tubulação-Separador sob Golfadas</b>	<b>72</b>
5.1	Introdução . . . . .	72
5.2	Descrição do Modelo Dinâmico para uma Tubulação-Separador . . . . .	72
5.2.1	Hipóteses . . . . .	73
5.2.2	Equações do Modelo . . . . .	74
5.3	Procedimento de Sintonia . . . . .	76
5.4	Simulações e Análise dos Resultados . . . . .	76
5.5	Análise da Sensibilidade . . . . .	81
5.6	Conclusões . . . . .	85
<b>6</b>	<b>O Controlador de Erro-Quadrático</b>	<b>87</b>
6.1	Introdução . . . . .	87
6.2	Os Modelos Matemáticos . . . . .	89
6.3	Limites para o Ganho Não-Linear . . . . .	91
6.3.1	O Primeiro Limite . . . . .	92
6.3.2	O Segundo Limite . . . . .	96
6.4	Simulações e Análise do Resultados . . . . .	99
6.5	Conclusões . . . . .	108
<b>7</b>	<b>Aplicação do Controlador de Erro-Quadrático em um Sistema Tubulação-Separador</b>	<b>110</b>
7.1	Introdução . . . . .	110
7.2	Método Heurístico de Sintonia para Controladores de Nível . . . . .	112
7.2.1	Sintonia para o Ganho Proporcional ( $k_p$ ) . . . . .	112
7.2.2	Sintonia para o Tempo Integral ( $T_i$ ) . . . . .	113
7.2.3	Simulações e Análise dos Resultados . . . . .	114
7.3	Linearização da Equação do Separador . . . . .	120
7.4	Cálculo do Ganho Não-Linear do Controlador de Erro-Quadrático . . . . .	121
7.4.1	Simulações e Análise dos Resultados . . . . .	124

7.5	Aplicação do Controlador de Erro-Quadrático ao Modelo Não-Linear . . .	126
7.5.1	Simulações e Análise dos Resultados . . . . .	127
7.5.2	Considerações sobre a Estratégia de Controle de Nível Convencional	135
7.6	Controle por Bandas de <i>Nunes</i> . . . . .	137
7.6.1	Aplicação do Controle por Bandas com Controlador PI e PI de Erro-Quadrático . . . . .	138
7.7	Conclusões . . . . .	144
<b>8</b>	<b>Conclusões e Trabalhos Futuros</b>	<b>147</b>
8.1	Trabalhos Futuros . . . . .	150
	<b>Referências Bibliograficas</b>	<b>151</b>
<b>A</b>	<b>Lista de Publicações Relacionadas com a Tese</b>	<b>160</b>
A.1	Publicações referente ao Capítulo 3 . . . . .	160
A.2	Publicações referente ao Capítulo 4 . . . . .	160
A.3	Publicações referente ao Capítulo 5 . . . . .	160
A.4	Publicações referente ao Capítulo 6 . . . . .	161
A.5	Publicações Aceitas . . . . .	161
<b>B</b>	<b>Simuladores Comerciais</b>	<b>162</b>
B.1	OLGA, PeTra . . . . .	162
B.2	PLAC, ProFES . . . . .	162
B.3	TATICE . . . . .	163
<b>C</b>	<b>Modelagem Matemática para Regime de Fluxo Multifásico</b>	<b>164</b>
C.1	Modelo de Equilíbrio Homogêneo (MEH) . . . . .	164
C.2	Modelo <i>Drift-Flux</i> (MDF) . . . . .	165
C.3	Modelo <i>Two-Fluid</i> (MTF) . . . . .	165
<b>D</b>	<b>Modelo Dinâmico Simplificado de <i>Storkaas</i></b>	<b>166</b>
D.1	Equações de Conservação de Massa . . . . .	166
D.2	Equações Internas do Modelo . . . . .	167
D.3	Equações de Transporte do Modelo . . . . .	169
D.4	Equações Geométricas do Modelo . . . . .	169
D.5	Implementação do Modelo de <i>Storkaas</i> . . . . .	171
<b>E</b>	<b>Separador Cilíndrico Horizontal Bifásico</b>	<b>175</b>
E.1	Equações do Modelo do Separador Cilíndrico Horizontal Bifásico . . . . .	175
E.2	Obtenção dos Dados do Separador . . . . .	176

<b>F</b>	<b>Resultados da Análise da Sensibilidade</b>	<b>179</b>
F.1	Parâmetro de Sintonia $K_1$ . . . . .	179
F.2	Parâmetro de Sintonia $K_2$ . . . . .	182
F.3	Parâmetro de Sintonia $\varphi$ . . . . .	184
F.4	Parâmetro de Sintonia $K_3$ . . . . .	187
F.5	Parâmetro de Sintonia $K_4$ . . . . .	190
F.6	Parâmetro de Sintonia $K_5$ . . . . .	192
<b>G</b>	<b>O Controlador de Erro-Quadrático</b>	<b>196</b>
G.1	Da Prova do Teorema 3 . . . . .	196
G.1.1	Parte 1 . . . . .	196
G.1.2	Parte 2 . . . . .	198
<b>H</b>	<b>Linearização Jacobiana</b>	<b>200</b>
H.1	Linearização Jacobiana . . . . .	200



# Capítulo 1

## Apresentação da Tese

### 1.1 Introdução

Em indústrias petrolíferas os poços que contêm as reservas de petróleo<sup>1</sup> no fundo do mar estão conectados às plataformas de produção na superfície através de tubulações que medem vários quilômetros de comprimento com diferentes diâmetros e estão sujeitas a taxas de fluxos na sua entrada bastante variadas [1]. O fluxo multifásico transportado nessas tubulações é formado por uma mistura composta de gás, óleo, água e impurezas podendo assumir diferentes tipos de padrões de escoamento [2–7] dentre eles o regime de fluxo com golfadas.

A golfada é considerada uma das mais preocupantes instabilidades em indústrias de produção de petróleo [8–14]. Este tipo de escoamento caracteriza-se por fluxo severo [12, 15] e irregular, com ondas de líquido e gás através da seção transversal da linha de fluxo, ocasionando oscilações de pressão e vazão na tubulação e nos equipamentos do processo tais como: separadores, compressores, bombas de exportação, entre outros [8, 11, 15–17]. É um fenômeno cíclico formado por um bloco de líquido (água+óleo) transportado na golfada [11], intercalado com um volume de gás. É importante destacar que a propagação da golfada gera diversos problemas indesejados na produção de petróleo, por exemplo, vibrações na tubulação, desgaste e corrosão dos equipamentos, parada de produção por nível alto de líquido e inundação nos separadores, entre outros. Um, ou todos esses problemas ocasionam, redução na capacidade de produção e perdas econômicas significativas. Portanto, neste contexto, manipular a golfada, ou mesmo evitá-la na tubulação torna-se uma necessidade na indústria de produção de petróleo.

---

<sup>1</sup>O petróleo é um recurso natural formado pela combinação de hidrocarbonetos com pequenas quantidades de nitrogênio, oxigênio, e composto de enxofre, é uma substância oleosa, inflamável, geralmente menos densa que a água. Atualmente é a principal fonte de energia mundial e serve como base para a fabricação dos mais variados produtos dentre os quais destacam-se: benzinas, óleo diesel, gasolina, alcatrão, polímeros plásticos e até mesmo medicamentos.

Há diferentes estratégias para manipular ou evitar a golfada nas tubulações, bem como nas unidades de separação. As primeiras soluções propostas baseavam-se em estratégias de mudanças de projeto na tubulação [18–23] e mudanças nas condições operacionais do sistema [24–31], que abrangem desde a instalação de equipamentos adicionais como coletores de golfadas (ou seja, separadores de menor dimensão anterior ao separador principal), *risers* (i.e., tubulação ascendente), e válvulas na tubulação; até a injeção de gás no ponto-baixo do sistema e fechamento da válvula no topo da tubulação ascendente. Embora, muitas vezes, estas soluções tenham atenuado a golfada e seus efeitos, tais estratégias apresentam algumas limitações como: altos custos com instalação e manutenção de equipamentos, aumento na variação da pressão total do sistema, e redução na capacidade de produção de petróleo [12].

Nos últimos anos uma solução promissora para minimizar o problema da golfada, proposta por pesquisadores, tem sido utilizar estratégias de controle com realimentação [8–10, 13, 32–41]. Salienta-se que este procedimento é eficiente e econômico, pois utiliza-se um número reduzido de equipamentos na plataforma e na tubulação, há um menor desgaste dos equipamentos que compõem o processo, bem como menor custo com instalação e manutenção, e conseqüentemente ocorre um aumento na produção de petróleo.

Uma alternativa à aplicação de estratégias de controle consiste em fazer uso de um modelo matemático que descreva adequadamente o processo sob golfadas. Na literatura é encontrado um número reduzido de trabalhos com essa abordagem, pois além da complexidade de tais modelos [8] são necessários dados de um processo real para sua aplicação, porém na maioria das vezes um conjunto completo desses dados não são divulgados pelas indústrias petrolíferas. Outras alternativas encontradas em trabalhos correlatos [8, 42, 43] propõem estratégias de controle aplicadas em malhas experimentais, entretanto para sua construção e dimensionamento são necessários dados de um processo real, disponibilidade de espaço e recursos. Destaca-se, que uma alternativa utilizada por indústrias petrolíferas consiste em utilizar simuladores comerciais que descrevem de forma adequada [8, 13, 14] o processo real, porém apresentam altos custos para sua obtenção (No Apêndice B é realizada uma descrição dos principais simuladores comerciais utilizados na indústria de petróleo).

A partir do estudo dos trabalhos que abordam estratégias de controle aplicadas em um processo em condições de golfadas, através da utilização de um modelo matemático, é possível dividi-los em dois tipos. Há, primeiro, aqueles que abordam estratégias de controle que são aplicadas na válvula no topo da tubulação apresentando a sua modelagem sob regime de fluxo com golfadas [8, 9, 11, 44], porém não mencionam a dinâmica do separador; pois, nesse caso, o objetivo é estabilizar o fluxo na tubulação, ou seja, evitar o escoamento com golfadas. Há, em segundo, aqueles que propõem estratégias de controle

que atuam nas válvulas do separador [39, 41, 45], nesse caso, o objetivo é manipular os efeitos da golfada no vaso, de modo que não ocorram nível alto ou baixo de líquido, que ocasionam parada de emergência na produção; e vazões oscilatórias para os demais equipamentos, gerando perturbações no processo. Entretanto, nestes trabalhos o modelo do vaso não é apresentado e a dinâmica da golfada é descrita por uma função senoidal.

Neste trabalho é apresentado um modelo matemático para um sistema tubulação-separador sob regime de fluxo com golfadas através do acoplamento de duas situações: um modelo de uma tubulação sob golfadas, e um modelo de um separador cilíndrico horizontal bifásico. O modelo obtido, formado por um sistema de 5 (cinco) equações diferenciais ordinárias não-lineares, possui 5 (cinco) variáveis de estado, consistindo em um ambiente adequado para teste, através de simulações, de diferentes estratégias de controle que atuam nas consequências da golfada, ou seja, nas válvulas das unidades de separação, nas suas causas, isto é, nas válvulas no topo do encanamento e, por fim, ainda existe a perspectiva da aplicação de estratégias de controle que atuam no sistema de forma integrada, ou seja, tanto nas válvulas dos vasos de separação, quanto na válvula do topo da tubulação.

Também são estudadas as propriedades e aplicações de um controlador não-linear denominado controlador de erro-quadrático [46–48]. Tal controlador é indicado para ser utilizado no controle do nível de líquido em tanques, pois quando ocorre um pequeno desvio (erro) da variável controlada em relação ao *setpoint* resulta em uma pequena mudança na ação de controle (i.e., na abertura da válvula) e, conseqüentemente o fluxo de saída de líquido fica quase sem alteração. Por outro lado, quando há um desvio maior da variável controlada em relação ao *setpoint* resulta em uma ação de controle mais eficaz, devido a lei de erro-quadrática prevenindo que nível de líquido do tanque alcance valores altos.

O controlador de erro-quadrático possui um ganho composto por uma parte linear, adicionada de outra parte não-linear, sendo que a última é multiplicada pelo valor absoluto do erro de rastreamento do processo. Considerando que o ganho não-linear deste controlador não pode ser ajustado por técnicas convencionais [47], e que após revisão bibliográfica não foi encontrado um método de sintonia fundamentado em cálculos matemáticos, então neste trabalho é proposta uma sintonia para o ganho não-linear do controlador de erro-quadrático utilizando dois procedimentos, fundamentados na teoria da estabilidade de Lyapunov<sup>2</sup> [49]. (1) O primeiro limite é obtido com base nos Teoremas de estabilidade de Lyapunov [49], (2) o segundo limite é obtido calculando-se um limite para um ganho linear, então tal procedimento é generalizado para o caso não-linear.

Como parte das estratégias de controle que podem ser utilizadas para evitar ou mi-

---

<sup>2</sup>Aleksandr Mikhailovich Lyapunov foi um matemático russo que elaborou a Teoria da Estabilidade que leva o seu nome [49].

nimizar a golfada e seus efeitos na indústria de produção de petróleo deseja-se usar o controlador de erro-quadrático no controle do nível de líquido nos separadores de produção, em comparação com outras estratégias de controle encontradas na literatura: o primeiro, o controlador convencional [50], pois este controlador é utilizado na maioria das malhas de controle industriais [50, 51]; e os outros dois, controladores de erro-quadrático da literatura [47, 52], sugeridos para ser utilizado no controle de nível de líquido em tanques.

## 1.2 Motivação

Nas últimas três décadas a descoberta e exploração de reservas de petróleo *offshore*<sup>3</sup> tem crescido significativamente. Em decorrência da evolução tecnológica em exploração, perfuração, produção e transporte o descobrimento de novos poços de produção em águas profundas (1800 *m*) [12] e ultra-profundas (6000 *m*) [53], distantes da costa, em regiões ainda não exploradas, têm sido uma realidade. Para tornar estas áreas produtivas existe a necessidade de linhas de fluxo dentro do oceano com quilômetros de comprimento que estão sujeitas a formação de golfadas cada vez mais severas.

O transporte do petróleo bruto (i.e., o óleo na sua forma natural) dos poços de produção até as plataformas na superfície e unidades de processamento e refinamento deve ocorrer de forma segura, de modo que não aconteçam instabilidades que possam ocasionar problemas na produção e conseqüentemente prejuízos econômicos. O escoamento com golfadas causa diferentes danos nesse tipo de processo que abrange desde problemas como vibrações na tubulação, até inundação nos separadores por nível alto de líquido, com parada de emergência na plataforma provocando redução na capacidade de produção e perdas econômicas significativas. Por exemplo, segundo *Campos et al.* [41] quando ocorre uma parada em uma plataforma de produção de petróleo ela demora em torno de 30 minutos para voltar a operar, o que significa deixar de produzir em torno de 1.875 barris, ou seja, perder em torno de US\$ 112.500,00.

A principal motivação deste trabalho está em contribuir com estudos visando a redução de custos, o aumento e a aceleração da produção de petróleo a partir do desenvolvimento de um modelo matemático que possibilita, através de simulações, a aplicação de diferentes estratégias de controle no problema da golfada em sistemas tubulação-separador. Em especial, a aplicação e comparação do controlador de erro-quadrático, proposto nesta tese, com as estratégias tradicionais de controle de nível em separadores citadas na literatura.

---

<sup>3</sup>Em alto mar.

## 1.3 Objetivos

O primeiro objetivo desta tese é a obtenção de um modelo matemático que descreva um sistema tubulação-separador sob regime de fluxo com golfadas. Este novo modelo é resultado do acoplamento entre um modelo matemático que representa uma tubulação sujeita ao regime de fluxo com golfadas, e o modelo de um separador cilíndrico horizontal, responsável pela separação bifásica (líquido-gás). Assim, pode-se aplicar diferentes estratégias de controle nas consequências da golfada, ou seja, nas válvulas de saída de líquido e gás do separador, ou em suas causas, na válvula no topo da tubulação para estabilizar o fluxo de modo que a golfada não ocorra no processo. Por fim, as aplicações de estratégias de controle podem ser realizadas de forma integrada, isto é, em mais de uma válvula simultaneamente.

Um outro objetivo deste trabalho é desenvolver uma proposta de sintonia para o ganho não-linear do controlador de erro-quadrático [46–48], fundamentada na teoria da estabilidade de Lyapunov.

Por fim, deseja-se utilizar o controlador de erro-quadrático desenvolvido na redução de parte dos efeitos causados pelo fenômeno da golfada em separadores de produção, através da utilização do modelo proposto para um sistema tubulação-separador sob golfadas.

## 1.4 Contribuições

Nesta tese são introduzidas contribuições para: a aplicação de estratégias de controle no problema da golfada na produção de petróleo, e para a utilização do controlador de erro-quadrático na realização de controle de nível em tanques de separação, na indústria. Estas contribuições são apresentadas a seguir.

1. Utilização de um modelo matemático [54] para um separador cilíndrico horizontal bifásico, formulado a partir das equações de conservação de massa de um vaso com acúmulo de líquido e gás apresentado em *Thomas* [55], e cujas hipóteses de modelagem satisfazem as condições requeridas.
2. Utilização de um modelo matemático [56] que descreve a dinâmica da golfada em um sistema tubulação-separador, desenvolvido através do acoplamento entre um modelo matemático que representa a dinâmica da golfada na tubulação [8–10], denominado modelo dinâmico simplificado de *Storkaas*, e um modelo matemático para o separador cilíndrico horizontal bifásico [54]. Esta integração ocorre por uma relação de pressão, de modo que seja obtido um modelo matemático dinâmico do processo de forma integrada, que compõem um cenário de testes para simulação de diferentes estratégias de controle para o problema da golfada, na indústria de petróleo.

3. Análise da sensibilidade do modelo acoplado.
4. Estudo das propriedades e aplicações de um controlador não-linear denominado controlador de erro-quadrático no problema da golfada em indústrias de petróleo [57–60].
5. Método de sintonia para o ganho não-linear do controlador de erro-quadrático fundamentado na teoria da estabilidade de Lyapunov [57–60].
6. Estudo da aplicação do controlador não-linear de erro-quadrático, através de simulações, no problema da golfada considerando o controle de nível convencional nos separadores de produção e comparação do seu desempenho com 3 (três) controladores da literatura.
7. Aplicação do controlador não-linear de erro-quadrático, através de simulações, em parte do problema da golfada considerando a metodologia da estratégia de Controle por Bandas desenvolvida por *Nunes* [61, 62] para minimização das vazões de exportação do vaso (i.e., vazões de saída).

Durante o desenvolvimento desta tese, resultados parciais obtidos referentes ao modelo desenvolvido e aos limites propostos para o ganho não-linear do controlador de erro-quadrático já foram publicados em conferências e periódicos, nacionais e internacionais. Uma relação completa dos trabalhos publicados e aceitos para publicação pode ser consultada no Apêndice A.

## 1.5 Estrutura do Documento

Este trabalho está dividido em quatro partes: inicialmente é realizada uma revisão bibliográfica do problema da golfada - Capítulo 2; em um segundo momento é apresentado o desenvolvimento de um modelo matemático para um sistema tubulação-separador sob regime de fluxo com golfadas através do acoplamento de duas situações - Capítulos 3, 4, e 5; na terceira parte é apresentado o desenvolvimento de limites para o ganho não-linear do controlador de erro-quadrático fundamentado na teoria da estabilidade de Lyapunov - Capítulo 6; por fim, é realizada a aplicação do controlador de erro-quadrático proposto, através de simulações, no controle de nível convencional e por bandas em separadores de produção sob fluxo com golfadas - Capítulo 7.

A seguir é realizada uma descrição detalhada de cada capítulo:

- No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre o problema da golfada na indústria de produção de petróleo. Primeiramente, a golfada é definida e caracterizada; em seguida, é dada ênfase à golfada que acontece no ponto-baixo da

tubulação. Então, são descritas as consequências que esse tipo de escoamento acarreta em todo o processo de produção de petróleo. Em um segundo momento são apresentadas as principais estratégias para minimizar ou evitar o regime de fluxo com golfadas tanto na tubulação, quanto nos separadores de produção que incluem mudanças de projeto na tubulação; mudanças nas condições operacionais do sistema e estratégias de controle com realimentação. Esta última estratégia pode ser aplicada nas causas da golfada (i.e., na válvula no topo da tubulação ascendente), ou em suas consequências (i.e., na válvula de saída de líquido dos tanques de separação). Por fim, discute-se a necessidade da obtenção de um modelo matemático que representa a dinâmica do sistema tubulação-separador de modo que possam ser aplicadas também novas estratégias de controle no sistema de forma integrada.

- No Capítulo 3 é apresentado o modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* [8–10], que é escolhido para representar o regime de fluxo com golfadas na tubulação, e são mostrados os resultados obtidos considerando três cenários de simulação (i.e., sem golfada, com golfada, e com golfada severa).
- No Capítulo 4 é apresentado um modelo matemático para um separador cilíndrico horizontal bifásico formulado a partir das equações de conservação de massa de um vaso com acumulação de líquido e gás [55]. Em seguida, são apresentados os resultados das simulações com os mesmos cenários do Capítulo 3, ou seja, a golfada no separador, considerando, porém, que os modelos ainda não estão integrados.
- No Capítulo 5 é apresentada a integração entre o modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* e o modelo obtido para o separador cilíndrico horizontal bifásico. Este acoplamento ocorre através de uma relação de pressão, ou seja, a pressão do gás dentro do vaso passa a ser considerada a pressão após a válvula no topo da tubulação, assim obtendo um modelo que descreve a dinâmica da golfada no sistema tubulação-separador de forma integrada. Em seguida, são apresentados os resultados das simulações do modelo integrado, considerando os mesmos cenários de simulações dos Capítulos 3 e 4 e finalizando este capítulo é realizada a análise da sensibilidade do modelo.
- No Capítulo 6 é apresentado um estudo das propriedades e aplicações do controlador de erro-quadrático. São desenvolvidos limites para o ganho não-linear deste controlador baseado na teoria da estabilidade de Lyapunov. Estes limites são obtidos através da realização de dois procedimentos, o primeiro limite para o ganho não-linear é alcançado com base nos Teoremas da estabilidade desenvolvidos por Lyapunov. O segundo limite é obtido calculando-se um limite para um ganho li-

near, tal procedimento sendo generalizado para o caso não-linear. Por fim, são realizadas simulações em que os controladores de erro-quadrático sintonizados conforme os ganhos não-lineares desenvolvidos nesse trabalho, são comparados entre si e com outros controladores encontrados na literatura: um controlador convencional [50] e um controlador de erro-quadrático [47]. A comparação ocorre através de medidas de desempenho, sendo utilizadas: a Integral do Erro Absoluto (IEA), a Integral do Erro Quadrático (IEQ) e o pico do valor do sinal do erro [63].

- No Capítulo 7 primeiramente é realizada a aplicação, através de simulações, dos controladores de erro-quadrático desenvolvidos neste trabalho, no controle de nível de líquido convencional em separadores de produção utilizando o modelo matemático para uma tubulação-separador sob golfadas apresentado no Capítulo 5. Para que o ganho não-linear dos controladores de erro-quadrático sejam calculados é necessário linearizar a equação do separador, pois a teoria desenvolvida no Capítulo 6 é fundamentada em um modelo linear para representar o processo, nesse caso é utilizada a Linearização Jacobiana. São realizadas simulações comparando os controladores apresentados no Capítulo 6 com três algoritmos de controle encontrados na literatura: um controlador PI convencional [50], e dois controladores PI de erro-quadrático [47, 52]. Os algoritmos de controle são primeiramente aplicados no modelo do tanque linearizado e, em seguida, no modelo não-linear desenvolvido no Capítulo 5, considerando a estratégia de controle de nível convencional. Já que a estratégia de controle por bandas de *Nunes* [61,62] apresentou resultados positivos na redução de oscilações na vazão de saída de líquido do vaso, são, então, examinados os efeitos da aplicação do controlador de erro-quadrático na estratégia de controle por bandas, para comparação com o uso de um controlador PI convencional.
- Finalmente, no Capítulo 8, são apresentadas as conclusões e os trabalhos futuros sugeridos no tema desta tese.



# Capítulo 2

## O Problema da Golfada em Sistemas de Produção de Petróleo

### 2.1 Introdução

Regimes de fluxo multifásico ocorrem freqüentemente na natureza e em muitos processos industriais, tais como: plantas químicas, reatores nucleares, e tubulações em indústrias de produção de petróleo. A distribuição das fases depende das condições operacionais do sistema: velocidade das fases, densidade dos fluidos, e ângulo nas tubulações. As diferentes configurações que o fluxo pode assumir são chamadas de regimes ou padrões de fluxo [2–7], que incluem fluxo estratificado, anular, bolha, névoa, angular e golfada, entre outros.

Em sistemas de produção de petróleo um fluxo multifásico é transportado, através de linhas de fluxo, dos poços no fundo do oceano até a plataforma de produção na superfície. Nestas tubulações ocorre o transporte de uma mistura composta de água, gás e óleo sujeita a formar, devido às características do escoamento, o regime de fluxo com golfadas. Este fenômeno caracteriza-se por fluxo severo e irregular com oscilações de pressão e vazão nos equipamentos do processo, tais como: reservatórios, separadores, compressores, bombas de exportação, entre outros. Por conseguinte, causando um impacto negativo no sistema de produção de petróleo.

Portanto, novas estratégias que possibilitam evitar ou minimizar a golfada na tubulação, bem como nas unidades de separação passam a ter uma significativa importância. Na literatura, tais estratégias podem ser classificadas em três categorias principais: mudanças de projeto, mudanças nas condições operacionais do sistema, e estratégias de controle com realimentação. Essa última destaca-se como uma solução promissora para o tratamento do problema da golfada por aumentar a capacidade de produção com reduzido custo de implementação, especialmente quando comparada com as demais.

Este capítulo está organizado como indicado a seguir. Na Seção 2.2 o regime de fluxo com golfada é definido e caracterizado, e são apresentados alguns tipos de golfada na tubulação, bem como suas causas. Em seguida, é dada ênfase à golfada na tubulação ascendente e suas consequências no processo de produção de petróleo. Na Seção 2.3 são relatadas as principais estratégias para evitar ou minimizar a golfada no sistema tubulação-separador, incluindo: mudanças de projeto, mudanças nas condições operacionais do sistema e por fim, estratégias de controle com realimentação.

## 2.2 O Regime de Fluxo com Golfadas

A golfada é uma das instabilidades mais preocupantes na produção de petróleo. Ela se forma dentro das tubulações que unem os poços no fundo do mar às plataformas de produção na superfície, e se caracteriza por fluxo severo e irregular com oscilações de pressão na tubulação, e vazões abruptas em todo o processo de produção. O problema se agrava com a frequente descoberta de novos campos de petróleo em águas profundas e distantes da costa. Tais campos exigem linhas de fluxo com muitos quilômetros de comprimento que estão sujeitas a formação de golfadas ainda mais severas.

A golfada pode ocorrer de diferentes formas, ritmos e escalas, e muitos fatores influenciam na sua intensidade, tais como: as pressões na tubulação; as taxas de produção de gás e líquido (água+óleo) proveniente dos poços; a velocidade, a viscosidade e a densidade dos fluidos; a topografia da linha de fluxo; e a força da gravidade que atua como ação contrária ao deslocamento dos fluidos na tubulação ascendente. [11, 16, 64].

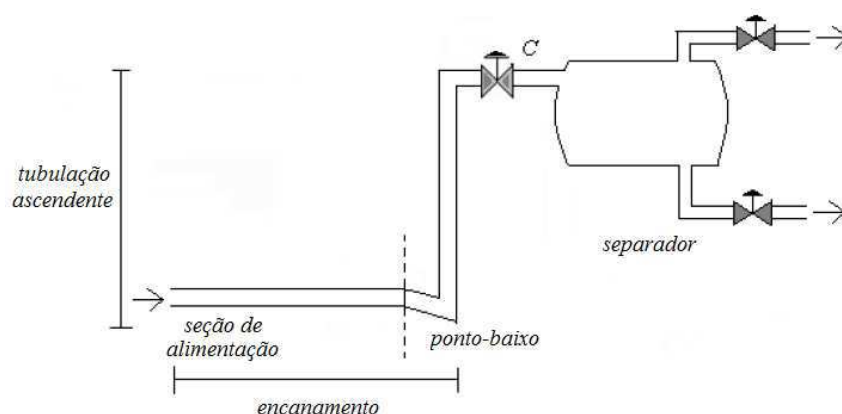


Figura 2.1: Esquema da tubulação acoplada a um separador.

Na Figura 2.1 é apresentado o esquema da tubulação do tipo "L" [8] que representa a linha de fluxo que une os poços de produção à plataforma na superfície acoplada a um separador. A tubulação é dividida nas seguintes partes:

- **Encanamento:** tubulação horizontal juntamente com o declive.

- **Seção de alimentação:** entrada da tubulação.
- **Tubulação ascendente:** tubulação vertical.
- **Ponto-baixo:** junção da porção final do encanamento com a parte inicial da tubulação ascendente.

À jusante da tubulação, há um vaso cilíndrico geralmente horizontal denominado separador, frequentemente acoplado à tubulação por meio de uma válvula. O separador possui a função de realizar a separação entre o gás, o óleo e a água.

Em *Storkaas* [8] as golfadas que ocorrem em diferentes partes da tubulação são classificadas em quatro tipos:

- **Golfadas Hidrodinâmicas:** ocorrem na seção horizontal do encanamento (ver Figura 2.2), desenvolvem-se quando ondas de líquido fecham a seção transversal da tubulação e são usualmente curtas, aparecendo frequentemente.

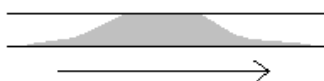


Figura 2.2: Ilustração da golfada hidrodinâmica.

- **Golfadas no *Riser*:** ocorrem quando a tubulação ascendente está cheia de líquido (ver Figura 2.3 (a)) e a pressão do gás na tubulação horizontal torna-se maior que o peso deste líquido, que é lançado para fora do sistema. Na Figura 2.3 (b) é ilustrado o regime de fluxo sem golfada dentro da tubulação.

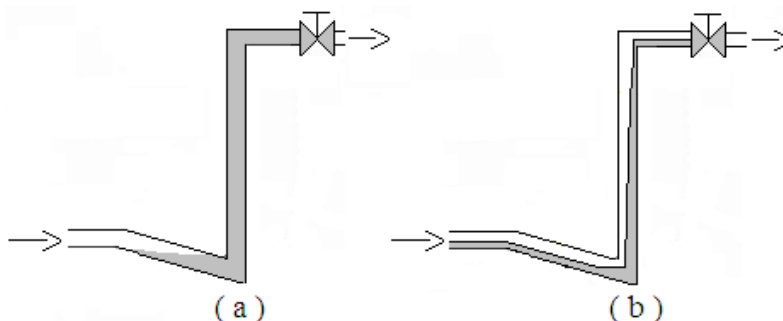


Figura 2.3: (a) Ilustração da formação da golfada. (b) Ilustração do regime de fluxo sem golfada.

- **Golfadas Transientes:** são causadas pelo aumento das taxas de fluxo dos fluidos na saída da tubulação para os instrumentos à jusante e ocorrem em resposta às mudanças nas condições operacionais do sistema. Por exemplo, abrindo a válvula Z no topo da tubulação há uma diminuição da pressão na mesma, acumulação de líquido no ponto baixo e, conseqüentemente, ocorrência da golfada (ver Figura 2.4).

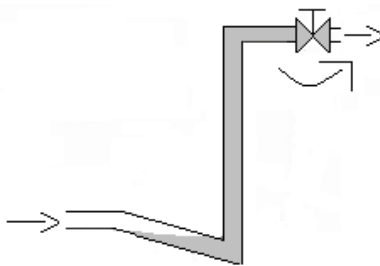


Figura 2.4: Ilustração da golfada transiente.

- **Golfadas em Terrenos:** desenvolvem-se onde a tubulação cruza o fundo do oceano em terrenos acidentados com altos e baixos topográficos (ver Figura 2.5).

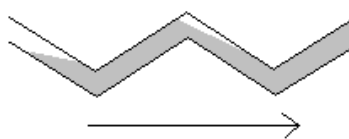


Figura 2.5: Ilustração da golfada em terrenos.

Neste trabalho será dada ênfase à golfada na tubulação ascendente [8–10, 12, 65–67] que contém uma grande quantidade de líquido [11] e que combinada ou iniciada com a golfada em terrenos [13, 14, 21, 65, 68], é uma das instabilidades mais preocupantes na produção de petróleo, causando diferentes prejuízos em todo o processo, sendo o principal é de ordem econômica, em decorrência da redução na capacidade de produção e perdas econômicas significativas.

### 2.2.1 A Golfada na Tubulação Ascendente

Nesta Subseção é apresentado o comportamento cíclico da golfada na tubulação ascendente, que é dividido em quatro fases [8–12] descritas a seguir:

1. **Formação:** a golfada inicia-se com baixa pressão e velocidade dos fluidos na seção de alimentação. Em um determinado momento, o líquido bloqueia o fluxo de gás no ponto-baixo e, por conseguinte, inicia-se a formação de uma golfada de líquido contínua na tubulação ascendente, conforme a Figura 2.6.
2. **Produção:** enquanto a quantidade de líquido na tubulação ascendente aumenta mais rapidamente que a variação da pressão entre o topo e a seção de alimentação, a golfada continua preenchendo a tubulação, como pode ser visto na Figura 2.7.

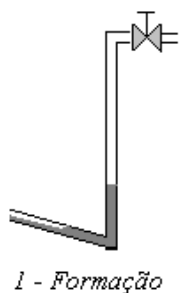


Figura 2.6: Ilustração da formação da gofada.

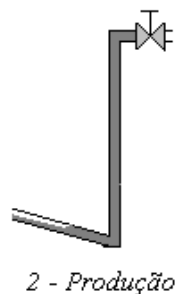


Figura 2.7: Ilustração da produção da gofada.

3. **Explosão:** quando a pressão do gás na seção de alimentação torna-se maior que o peso da coluna de líquido na tubulação ascendente ocorre a gofada, ou seja, a quantidade de líquido é lançada para fora da tubulação e para dentro de um separador, conforme a Figura 2.8.

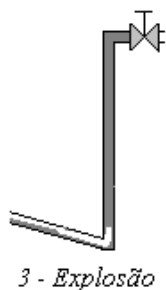


Figura 2.8: Ilustração da explosão da gofada.

4. **Retorno:** a pressão na seção de alimentação diminui, e o líquido começa a se acumular no ponto-baixo, novamente reiniciando o ciclo, conforme a Figura 2.9.

A gofada gera consequências indesejadas em todo o processo de produção de petróleo. Durante a sua ocorrência, devido às variações de pressões e vazões dos fluidos na tubulação, o desempenho do processo pode ser comprometido. Além do mais, por ser um regime

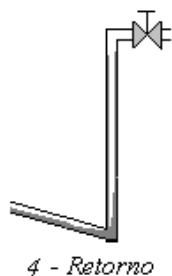


Figura 2.9: Ilustração do retorno da golfada.

de fluxo cíclico, alterna períodos com nenhuma produção de líquido, seguido de períodos de grande produção de líquido dentro do separador, o que causa redução na capacidade de produção. Também causa vibração na tubulação, pode afetar a eficiência da separação e os trens de compressão, gerar uma parada de emergência na plataforma em decorrência do alto nível de líquido nos separadores, e até, causar inundação, quando é muito severa. Ocasionalmente causa desgaste, corrosão e danos nos equipamentos do processo ao mesmo tempo que reduz seu tempo de uso e aumenta os custos com manutenção. A variação do fluxo de gás pode resultar em variação de pressão nos separadores e arraste de líquido para os compressores. Mesmo golfadas de menor intensidade podem ser problemáticas, pois com uma alimentação irregular pode ocorrer uma má separação dos componentes da mistura.

Por estes motivos, são necessárias estratégias que evitem a golfada na tubulação ou minimizem a mesma nas unidades de separação de modo que seus efeitos não se propaguem para os equipamentos do processo. Conseqüentemente, é possível melhorar a regularidade e o desempenho do processo, aumentar a confiabilidade operacional da planta e, o mais importante, acelerar e aumentar a produção de petróleo. A seguir, na Seção 2.3 são descritas diferentes estratégias para minimizar ou evitar a golfada em sistemas tubulação-separador.

## 2.3 Estratégias para Minimizar ou Evitar a Golfada

Há diferentes estratégias para minimizar ou evitar a golfada em sistemas tubulação-separador: (1) mudanças de projeto (que consiste em acrescentar instrumentos externos à tubulação de modo que a golfada seja manipulada); (2) mudanças nas condições operacionais do sistema (que consiste em alterar as variáveis do processo através do uso de procedimentos como injeção de gás (*gas-lift*) e fechamento da válvula no topo da tubulação ascendente (*choking*) de forma que as condições de ocorrência do regime de fluxo com golfada sejam alteradas); e, por fim, (3) estratégias de controle com realimentação (que consiste em aplicar estratégias de controle que atuam, ou nas conseqüências da golfada

para que seus efeitos sejam minimizados nos tanques de separação, ou em suas causas para que a golfada seja evitada nos equipamentos do processo na produção de petróleo).

### 2.3.1 Mudanças de Projeto

A estratégia de mudança de projeto baseia-se em usar equipamentos adicionais na tubulação. Esses equipamentos são: separadores de menor dimensão chamados coletores de golfadas [6, 18, 19, 69] que podem ser instalados na frente do separador principal com o objetivo de manipular a golfada antes que esta alcance as unidades de separação e processamento; *riser* adicional [20–22] que são tubulações ascendentes instaladas na tubulação principal de modo que os fluidos sejam enviados em linhas de fluxo distintas para a plataforma; introdução de um encanamento de menor diâmetro dentro da tubulação, ou também adição de uma válvula na tubulação [23, 24, 70] que ocasionam uma redução na área da seção transversal aumentando a pressão dos fluidos, conseqüentemente ampliando a sua velocidade e prevenindo a formação da golfada.

Em *Haandrikman* [18] é relatada a introdução de um pequeno vaso fechado pressurizado anterior ao primeiro estágio de separação que tem a função de manipular a golfada antes do separador principal. Em *Kaasa* [20] é proposta a adição de um segundo *riser* à tubulação cuja função é conectar o encanamento horizontal à plataforma de produção. Tal equipamento é colocado em um ponto da tubulação de modo que todo o gás seja desviado para ele; nessa nova configuração, a tubulação original transporta apenas líquido. Em *Almeida e Gonçalves* [23] é proposta a adição de uma válvula *venturi* no ponto baixo da tubulação que diminui o seu diâmetro, aumentando a velocidade dos fluidos e, conseqüentemente, acelerando o deslocamento dos mesmos no processo.

Embora estratégias de mudanças de projeto manipulem e reduzam os efeitos da golfada no sistema tubulação-separador, elas apresentam algumas limitações: altos custos devido a instalação e manutenção de novos equipamentos [18, 19, 71]; redução na capacidade de produção, pois no caso da adição de uma nova tubulação ao sistema [20] é necessária uma pressão contrária ao escoamento maior para evitar grandes volumes de líquido no separador; no caso da adição de uma válvula *venturi* [23], por ser uma solução intrusiva, é necessário uma seleção adequada do diâmetro dessa válvula sendo que a mesma também reduz a capacidade da linha de fluxo. Além disso, estratégias de mudança de projeto não são soluções ótimas [8, 11] podendo ser sensíveis a alterações nas taxas de produção de líquido e gás e a variações de pressão na linha de fluxo.

## 2.3.2 Mudanças nas Condições Operacionais do Sistema

### Injeção de Gás (Gas-Lift)

A estratégia de injeção de gás [24–30, 35, 70, 72] consiste em usar compressores e encanamento extra para injetar gás na tubulação (e.g., no ponto-baixo) com o objetivo de aumentar a sua velocidade e por conseguinte enviar o líquido tubulação acima. Em *Pots* [28], a partir de experimentos, é verificado que o ciclo da golfada não é tão severo quando a quantidade de gás injetada no ponto-baixo da tubulação corresponde a 50% do valor da vazão de gás que entra no encanamento, que a golfada não é eliminada quando a quantidade de gás injetada é igual a 300% desse valor. Em *Taitel et al.* [12] é realizado um estudo teórico e experimental sobre essa estratégia, e foi observado que com a injeção de gás houve uma redução no comprimento da golfada, um aumento no seu tempo de ciclo, e uma redução na pressão do sistema e na quantidade de líquido na tubulação.

Embora a injeção de gás reduza a golfada na tubulação é observado que os custos operacionais com essa estratégia são significativos [25, 26, 31]. Para transportar e injetar gás no ponto-baixo da tubulação, ou até a seção de alimentação do encanamento é necessário o uso de compressores e tubulação adicional, considerando-se que, muitas vezes, o ponto onde o gás deve ser injetado encontra-se a alguns quilômetros de profundidade.

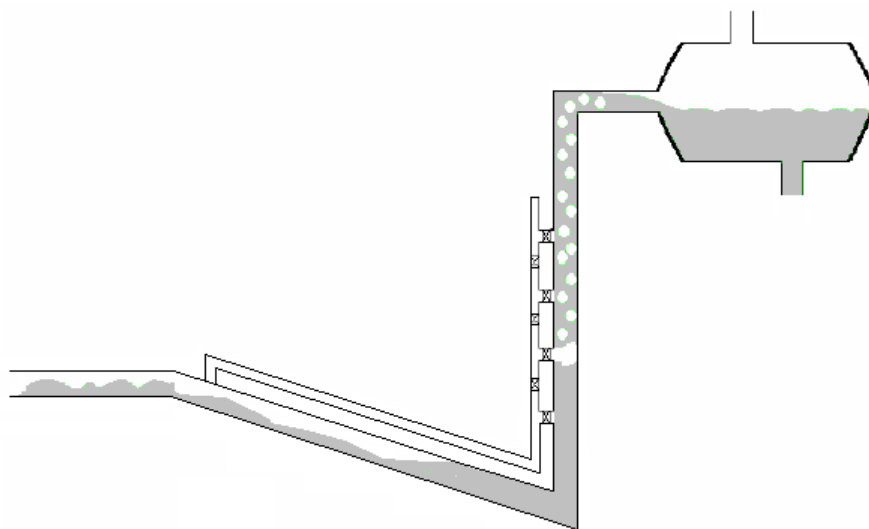


Figura 2.10: Ilustração da estratégia de eliminação de golfadas proposta por *Tengesdal*.

Em *Tengesdal* [31] é investigada uma nova estratégia para manipular a golfada nas tubulações em águas profundas, onde o comprimento da linha de fluxo é maior do que em águas superficiais e o sistema de produção de petróleo está sujeito à formação de golfadas mais severas para uma ampla extensão de taxas de fluxo e topografias no fundo do mar. O princípio desta estratégia consiste em transferir o gás do encanamento horizontal para um ponto acima da base da tubulação ascendente através de encanamentos com diâmetro



inferior, como pode ser observado na Figura 2.10. O processo de transferência reduz ambos, a quantidade de líquido na tubulação e a pressão no encanamento. Essa estratégia pode, também, ser chamada de injeção de gás, porém nenhum gás adicional é utilizado no sistema, representando um avanço a nível de custos em relação aos métodos de injeção de gás tradicionais.

### **Fechamento da Válvula no Topo da Tubulação Ascendente (*Choking*)**

A estratégia de fechar a válvula no topo da tubulação ascendente, conhecida como *choking* (i.e., "obstruir", "asfixiar") [24–26, 66, 72], é considerada uma solução tradicional para prevenir a ocorrência da golfada em indústrias petrolíferas [11]. Com o fechamento da válvula observa-se uma maior quantidade de líquido retornando ao ponto-baixo da tubulação. Como resultado, há uma maior quantidade de gás na seção de alimentação, acarretando um aumento de pressão. Em decorrência disso, há uma menor quantidade de gás no topo da tubulação ascendente ocasionando uma diminuição da pressão; como consequência há aumento da pressão resultante no sistema e da velocidade dos fluidos na tubulação, evitando-se, assim, a acumulação de líquido no ponto-baixo. Por outro lado, uma restrição ao uso desta estratégia está na redução da capacidade de produção devido à necessidade, em alguns casos, de um grau de fechamento significativo da válvula.

Em *Jansen* [73] é investigado separadamente o fechamento da válvula no topo da tubulação ascendente, e a injeção de gás; em seguida, é realizada uma combinação dessas duas estratégias. Através da análise experimental é observado que é necessário um fechamento cuidadoso da válvula, e injeção de uma grande quantidade de gás no sistema para estabilizar o fluxo [17]. Por conseguinte, foram alcançados resultados melhores quando essas duas estratégias foram utilizadas em conjunto, pois é possível reduzir ambos, o grau de fechamento da válvula, e a quantidade de gás injetada no sistema para estabilizar o fluxo.

Na literatura, podem ser encontradas outras estratégias para manipular a golfada em sistemas tubulação-separador, porém seus princípios são semelhantes às citadas anteriormente [74]. Mudanças de projeto no sistema geralmente envolvem altos custos com instalação e manutenção de equipamentos, e as mudanças nas condições operacionais introduzem pressão extra na tubulação, reduzindo a capacidade de produção.

### **2.3.3 Estratégias de Controle com Realimentação**

Resultados recentes [8–11, 13, 14, 32–35, 39–41, 74] têm mostrado a possibilidade e o grande potencial em aplicar estratégias de controle com realimentação em um sistema tubulação-separador sujeito ao regime de fluxo com golfadas. O seu uso traz muitas vantagens,

especialmente quando comparadas com as estratégias apresentadas na seção anterior, pois utilizam menos equipamentos na plataforma e na tubulação, ocorre um menor desgaste e rompimento desses equipamentos, há um menor custo com instalação e manutenção, aumento na recuperação de óleo e, principalmente, aumento na produção de petróleo, ocasionando crescimento na receita [8, 9, 11, 13, 37, 41].

Observa-se na literatura que estratégias de controle com realimentação podem ser aplicadas em situações diferentes na tubulação-separador, considerando o problema da golfada. Nas consequências deste tipo de fluxo para minimizar o mesmo no vaso (i.e., nas válvulas de líquido e gás localizadas, na saída, dos separadores de produção); ou caso a golfada seja muito severa nas suas causas (i.e., na válvula localizada no topo da tubulação ascendente) de modo que a mesma seja estabilizada na tubulação e, portanto evitada na produção de petróleo.

Inicialmente, nesta Subseção, são abordadas estratégias de controle com realimentação que atuam nas causas da golfada; este controle é definido por *Storkaas* [8] como controle anti-golfadas. Um dos primeiros trabalhos sobre o assunto foi relatado em *Schmidt et al.* [25, 26] onde é proposto um ajuste automático da posição da válvula no topo da tubulação ascendente através de um algoritmo que utiliza como variável controlada uma medida de pressão e uma medida de fluxo no ponto-baixo da tubulação. Em *Hedne e Linga* [33] é usado um controle manual atuando na abertura da válvula (i.e., variável  $z$ ) para evitar a golfada. Verifica-se que o fechamento necessário foi de  $z = 80\%$ . Neste trabalho também é apresentado um algoritmo de controle Proporcional Integral (PI) convencional, que utiliza uma medida de pressão no ponto baixo da tubulação como variável controlada. Ambos trabalhos (*Schmidt et al.* e *Hedne e Linga*) são baseados em uma malha experimental de fluxo, e mostram o potencial das soluções usando controle para evitar a golfada em sistemas tubulação-separador.

Em *Holleberg et al.* [19], o objetivo inicial era evitar a golfada controlando o fluxo mássico da mistura através da operação da válvula no topo da tubulação ascendente. Entretanto, não foi possível realizar esta medição. Uma alternativa encontrada para resolver o problema foi substituir a válvula por um separador de dimensões menores, de modo que a mistura (gás-líquido) seja separada e então seus componentes medidos. Esta estrutura com um novo separador acoplado ao sistema foi chamada de  $S^3$  *Sistema de Supressão de Golfadas*. Portanto, através de uma medida precisa da vazão do gás e do líquido que saem do sistema, foi possível controlar a taxa de fluxo total da mistura e a pressão no separador pequeno, assim o sistema pôde ser estabilizado. Em *Kovalev et al.* [71] é relatado que o sistema  $S^3$  foi implementado com sucesso nas plataformas *North Cormorant* e *Brent Charlie*.

Algumas companhias têm desenvolvido soluções de controle similares que utilizam uma

pressão na seção de alimentação do encanamento ou na base da tubulação ascendente como variável controlada em um algoritmo de controle PI convencional. A Shell [19] patenteou um sistema de controle onde um mini separador com controle de fluxo é usado para a estabilização do fluxo, a ABB e a Total têm sistemas de controles similares [11, 74].

Em *Courbot* [34] é proposto um controle de pressão na base da tubulação ascendente, e um controle manual implementado em uma tubulação de  $16''^1$  no campo *Dunbar* na plataforma *Alway*. O controle é aplicado na válvula do topo da tubulação, o objetivo é manter a pressão em/ou acima do pico de pressão do ciclo da golfada, prevenindo a acumulação de líquido no ponto-baixo. Nesta abordagem é observado um aumento de pressão considerável na base da tubulação e a golfada foi removida de forma satisfatória do sistema. *Courbot* [34] também realizou alguns estudos com o simulador comercial de fluxo multifásico denominado OLGA, amplamente utilizado por indústrias de petróleo [8, 11, 13, 74–77], e observou que controlar a pressão, ou o nível de líquido no separador é insuficiente para evitar a golfada na tubulação. Em *Henriot et al.* [32] são apresentados estudos com a mesma tubulação utilizada por *Courbot* [34], a região do encanamento onde a golfada ocorre é reproduzida com a utilização do simulador de fluxo multifásico denominado TACITE [78, 79]. Neste trabalho os autores determinaram que a pressão na base da tubulação ascendente é uma boa candidata a variável controlada em uma malha de controle com realimentação para estabilizar o fluxo na tubulação.

Em *Havre et al.* [13, 74] é apresentada uma implementação industrial de um controlador anti-golfadas para uma tubulação com  $13\text{ km}$  de comprimento e  $12''$  de diâmetro que une a plataforma *Hod* até a plataforma principal *Valhall*, localizadas no oceano Atlântico Norte, próximas da costa da Noruega. Em ambas plataformas a profundidade é de  $70\text{ m}$  e a tubulação responsável pela conexão entre elas está sujeita à formação de golfadas em terrenos. O comportamento desta tubulação é descrito de forma satisfatória através do simulador de fluxo multifásico OLGA, então é projetado um controlador anti-golfadas e seu *software* possui as seguinte funcionalidades: controle de golfadas, composto de controle com realimentação e controle antecipatório; identificação da golfada, para detecção da mesma e monitoração do desempenho dos controladores; interface para controlar os trens de separação e interface para o operador. Os resultados das simulações relataram um fato interessante, desligando o sistema de controle e mantendo a abertura da válvula na mesma posição da implementação a golfada retorna ao sistema, ou seja, isso mostra que o sistema de controle estabiliza um ponto de operação instável. Um protótipo deste sistema de controle está operando em *Hod-Valhall* desde janeiro de 2000 [13].

Em *Godhavn et al.* [11] é mostrado que, através de uma estratégia de controle com realimentação, é possível operar com uma produção estável dentro de uma região que é

---

<sup>1</sup> $'' = 1\text{ polegada} = 2.54\text{ cm}$

instável com fechamento da válvula em manual. A golfada neste trabalho é reproduzida pelo simulador de fluxo multifásico OLGA. Inicialmente, é apresentada uma estratégia de controle em cascata ilustrada na Figura 2.11, que pode operar de quatro modos diferentes como mostra a Tabela 2.1 e foi implementada no campo de petróleo *Heidrun* no oceano Atlântico Norte próximo a costa da Noruega [11]. A instrumentação utilizada [11] para esta implementação consiste em: Transmissor de Pressão (TP) na seção de alimentação do encanamento, Transmissor de Fluxo (TF) no topo da tubulação ascendente, Controlador de Pressão (CP), e Controlador de Fluxo (CF).

A primeira estratégia, apresentada na Tabela 2.1, é um controle manual que na maioria das vezes é realizado por um operador. Em seguida, é proposta uma estratégia de controle através de um algoritmo de controle PI no CF, cujo objetivo é estabilizar o fluxo volumétrico através da válvula no topo da tubulação ascendente. Um medidor de fluxo multifásico fornece a medida de fluxo necessária para a realização deste controle. Contudo, esta medida, em muitos casos, não está disponível sendo também de difícil obtenção [11], pois considera-se que os componentes do fluxo gás, óleo e água incluindo impurezas estão misturados nesse momento do processo. Neste experimento, também é observado um efeito assimétrico, ou seja, um pequeno aumento na abertura da válvula durante o fluxo estável resultou em uma certa redução da pressão no ponto-baixo da tubulação, um aumento de pressão similar neste local não foi observado com a mesma diminuição da abertura da válvula.

A próxima estratégia consiste em aplicar um controle de pressão através de um algoritmo de controle PI no CP. A idéia desta estrutura é manter a pressão estável na seção de alimentação da tubulação. Esta solução exige um sensor de pressão em comunicação *online* com um sistema de controle na superfície sendo que o controlador deve ser relativamente lento quando a distância entre a medida de pressão na seção de alimentação e a entrada de controle é longa.

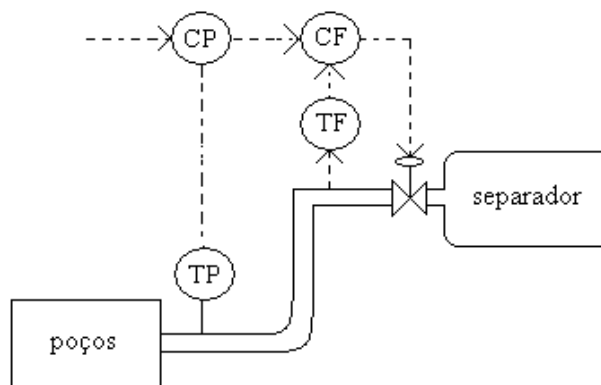


Figura 2.11: Ilustração de um malha de controle em cascata da pressão na seção de alimentação da tubulação (malha externa), e do fluxo volumétrico na válvula (malha interna).

Tabela 2.1: Modos do controlador para um sistema implementado na plataforma *Heidrun*.

	<i>Setpoint</i>	Variável Controlada (VC)	Variável Manipulada (VM)
Controle Manual	-	-	Posição da válvula
Controle de Fluxo	Operador	Fluxo volumétrico	Posição da válvula
Controle de Pressão	Operador	Pressão na linha de fluxo	Posição da válvula
Controle em Cascata			
controle escravo	Principal	Fluxo volumétrico	Posição da válvula
controle principal	Operador	Pressão na linha de fluxo	Fluxo volumétrico

Observa-se até o presente momento que os resultados obtidos a partir de experimentos em *Heidrun* [11, 14, 74, 80] e os resultados obtidos através de simulações [11, 34] mostram que utilizar uma medida de pressão como variável controlada na seção de alimentação do encanamento, ou na base da tubulação ascendente pode evitar de forma eficiente a golfada em tubulações. Entretanto, é importante destacar que há quilômetros de linhas de fluxo no fundo do oceano. Portanto, esta solução, na prática, apresenta algumas restrições, pois exige um sensor de pressão no fundo do oceano em comunicação *online* com o sistema de controle na plataforma; a instalação e manutenção de sensores de pressão no fundo do mar são medidas caras e de difícil manutenção e implementação.

Por fim, observa-se que na Tabela 2.1 é proposta uma estrutura de controle em cascata, na qual uma malha de controle externa (lenta) denominada malha de controle principal mantém a pressão estável na seção de alimentação da tubulação através de um algoritmo de controle PI no CP. Este controlador fornece o *setpoint* para uma malha de controle interna (rápida) denominada malha de controle escrava, que utiliza como variável controlada uma medida de fluxo volumétrico no topo da tubulação ascendente e atua na válvula através de um algoritmo de controle PI no CF.

No trabalho de *Godhavn et al.* [11] também é desenvolvido um modelo matemático de primeira ordem com linearização local válido quando a pressão no ponto baixo da tubulação está próxima do seu *setpoint*. A modelagem foi realizada como ferramenta para a sintonia do controlador, ou seja, para encontrar relações entre os parâmetros do controlador, medidas de estabilidade e desempenho. O modelo desenvolvido não é baseado em fluxo multifásico, portanto não pode ser usado para descrever um sistema em condições de golfadas na tubulação.

Considerando que as medidas de pressão na seção de alimentação do encanamento são de difícil obtenção *Godhavn et al.* [11] também propõem uma estrutura de controle em cascata que utiliza apenas medidas no topo da tubulação ascendente, que são consideradas mais precisas e podem ser coletadas com maior facilidade quando comparadas às medidas de pressão no ponto-baixo da tubulação, ou na seção de alimentação do encanamento. O

esquema desta estratégia é ilustrado na Figura 2.12 [11]. Observa-se que há uma malha de controle interna com uma medida de fluxo atuando através do CF, e uma malha de controle externa com uma medida de pressão no topo da tubulação ascendente atuando através do CP.

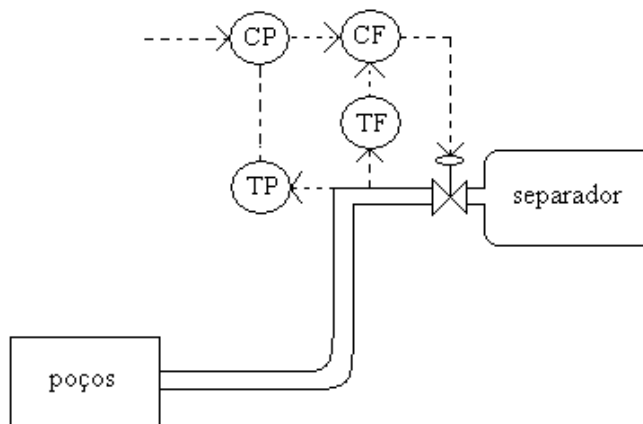


Figura 2.12: Ilustração de uma malha de controle em cascata da pressão no topo da tubulação ascendente (malha externa), e do fluxo volumétrico através da válvula (malha interna).

Conforme destaca *Godhavn et al.* [11], o controle anti-golfadas com medidas no topo da tubulação ascendente somente deve ser considerado quando a distância entre a plataforma na superfície e a linha de fluxo dentro do oceano for muito longa, ou quando não há uma medida de pressão na seção de alimentação do encanamento disponível *online*. Embora as medidas de pressão na seção de alimentação do encanamento também não sejam a melhor alternativa para a realização do controle com realimentação, as medidas de pressões e fluxos no topo da tubulação ascendente também apresentam algumas restrições, tais como: comportamento de fase não mínima [11, 37, 38], que sugere por exemplo um ganho baixo para um controlador Proporcional Integral Derivativo (PID), e dinâmica de zeros instáveis próximos a pólos também instáveis [8–10].

Observa-se, até o presente momento, que a maioria dos trabalhos mencionados que abordam uma solução para o problema da golfada e que resultaram em aplicações industriais [13, 14, 74] se baseia, ou na utilização de plataformas experimentais [11, 25, 26, 33, 34, 71], ou no uso de simuladores de fluxo multifásico comerciais tais como o OLGA e o TACITE [13, 34, 74, 78, 79]. Em nenhum dos sistemas de controle propostos é realizada a análise e o projeto de controladores baseado em um modelo matemático que represente a dinâmica da tubulação sob regime de fluxo com golfadas [8–10].

Neste contexto, *Storkaas et al.* [8–10, 36–38] realizaram um estudo amplo e compreensivo das características de uma tubulação sujeita a golfadas, inicialmente, através do uso de dois modelos matemáticos dinâmicos. Este estudo é baseado na análise da con-

trolabilidade [63], cuja função é avaliar o tipo e a complexidade do modelo utilizado, determinar suas propriedades, e decidir quais são as variáveis do processo que podem ser usadas como variáveis controladas. Através dos resultados desta análise foram realizadas considerações relevantes para a aplicação de estratégias de controle com realimentação no sistema tubulação sob escoamento com golfadas.

Para investigar a análise da controlabilidade, *Storkaas et al.* [8,37] propõem um estudo de caso realizado no simulador de fluxo multifásico OLGA [8–11, 13, 74–77], que é utilizado para a validação dos modelos usados e desenvolvidos em seu trabalho [8–10, 36, 37]. Cabe destacar, que dados de uma plataforma experimental também são utilizados para a mesma finalidade.

Para a realização da análise da controlabilidade [8,37] de uma tubulação em condições de golfadas *Storkaas* primeiramente utiliza um modelo *two-fluid* (MTF) (no Apêndice C são descritos os principais modelos utilizados na representação de fluxo multifásico), onde as equações de conservação referentes ao balanço de massa e do momento para as duas fases (líquido e gás) são dadas por um conjunto de Equações Diferenciais Parciais (EDP's) [8]. Este modelo é validado e ajustado considerando o estudo de caso realizado no simulador OLGA [8].

Segundo *Storkaas* [8] o nível de sintonia exigido para qualquer modelo matemático depende das hipóteses e simplificações feitas. Para este caso (i.e., modelo *two-fluid*) foi considerado densidade de líquido constante e comportamento de gás ideal, sendo que o interesse era encontrar um bom conjunto de dados qualitativos para o estudo do comportamento geral do sistema. Após a realização da sintonia do modelo *two-fluid*, este foi simulado juntamente com os dados de referência do simulador OLGA, sendo os resultados obtidos considerados satisfatórios [8] para a realização da análise da controlabilidade.

Na análise da controlabilidade algumas medidas deste sistema são avaliadas para serem utilizadas como variável controlada no controle anti-golfadas, são elas:  $\rho_T$  densidade na válvula  $Z$  (no topo da tubulação ascendente),  $DP$  variação de pressão sobre a válvula  $Z$ ,  $W$  medida de fluxo volumétrico através da válvula  $Z$ ,  $Q$  medida de fluxo mássico através da válvula  $Z$ ,  $P_1$  pressão na seção de alimentação da tubulação, e  $P_{rb}$  pressão na base (i.e., ponto-baixo) da tubulação ascendente.

Após esta análise é encontrado que as medidas de pressão localizadas na seção de alimentação da tubulação  $P_1$ , ou na base da tubulação ascendente  $P_{rb}$  são boas candidatas como variáveis controladas na aplicação de controle. Entretanto, destaca-se conforme já foi mencionado, que em sistemas reais estas medidas são de difícil obtenção, há alto custo com implementação e manutenção, pois ocorre a necessidade da instalação de sensores de pressão no fundo do oceano em comunicação *online* com a superfície. Também é verificado que as medidas de fluxo ( $W$  ou  $Q$ ) no topo da tubulação ascendente somente podem ser

usadas como variáveis controladas quando combinadas com outra medida, por exemplo, em uma malha interna de um controlador em cascata, pois possuem ganho em estado estacionário muito próximo de zero, logo não apresentam bom desempenho em baixa frequência. E que a medida de variação de pressão  $DP$  localizada no topo da tubulação, e de densidade na válvula  $\rho_T$  não podem ser usadas como variável controlada devido a dinâmica de zeros instáveis. Por fim, estes resultados são confirmados através do uso de um controlador PI convencional, que utiliza como variável manipulada a abertura da válvula  $Z$  no topo da tubulação ascendente.

Ainda considerando a análise da controlabilidade é constatado que o modelo *two-fluid* é desnecessariamente complexo para aplicação de controle e avaliação do desempenho de um sistema em condições de golfadas [8]. Através do diagrama de *Bode* do modelo *two-fluid* linearizado é mostrado que a fase e a magnitude são relativamente suaves e lembram o comportamento de um modelo mais simples. Esta suspeita também é reforçada por argumentos físicos, pois a golfada é um processo de competição entre a pressão na seção de alimentação da tubulação e o peso da coluna de líquido na tubulação ascendente. Todavia, não é encontrado na literatura um modelo mais simples que o modelo *two-fluid* que satisfaça a ambos: descrição da golfada, e adequação para os propósitos de controle [8].

Baseado nestas conclusões é desenvolvido [8–10] um novo modelo dinâmico, não-linear com três variáveis de estado, denominado *modelo dinâmico simplificado*, que está detalhado no Capítulo 3 deste trabalho. Este modelo abrange o regime de fluxo estável, a golfada na tubulação, e um regime de fluxo não-oscilatório instável que existe nas mesmas condições limites da golfada. Através da realização da análise da controlabilidade deste novo modelo, *Storkaas* [8] encontrou os mesmos resultados quando utilizou o modelo *two-fluid* descrito por EDP's para esta análise.

Em seguida, são projetados controladores anti-golfadas baseados no modelo dinâmico simplificado. Primeiramente, são projetados controladores PID com uma entrada e uma saída (i.e., SISO) através da solução de um problema de otimização. A variável manipulada é a abertura da válvula (i.e.,  $z$ ), e as variáveis controladas são:  $P_1$  medida de pressão na seção de alimentação da tubulação,  $P_{rb}$  medida de pressão na base da tubulação ascendente,  $Q$  medida de fluxo mássico através da válvula. Os controladores PID em que são usadas como variável controlada as medidas  $P_1$  e  $P_{rb}$ , apresentaram melhor desempenho em relação aos que utilizaram as outras medidas. O controlador PID que utilizou como variável controlada a medida de fluxo  $Q$  estabilizou o processo, mas apresentou desempenho ruim em baixa frequência. É concluído que a medida de fluxo  $Q$  pode ser usada em uma malha interna de um controlador em cascata [8].

Após o controle PID SISO, são consideradas diferentes configurações de controle PID em cascata [8]. Primeiramente, utilizou-se uma malha de controle externa com a medida



de pressão na seção de alimentação da tubulação  $P_1$ , e uma malha de controle interna com a medida de fluxo mássico  $Q$  através da válvula. É observado que o desempenho desta estrutura de controle é semelhante à aquela encontrada com o controlador PID SISO que utiliza como variável controlada a medida de pressão na seção de alimentação da tubulação. Na segunda configuração em cascata foi usada apenas medidas no topo da tubulação, ou seja, na malha de controle externa a variação de pressão  $DP$  e na malha de controle interna a medida de fluxo mássico  $Q$ . É observado, nos resultados das simulações desta última configuração, um lento rastreamento do *setpoint* na comparação com os resultados anteriores. A utilização de medidas do topo da tubulação é sugerida por *Storkaas* [8] apenas quando não há uma medida de pressão disponível na seção de alimentação do encanamento devido a dinâmica de zeros instáveis. Na última estrutura em cascata proposta, na malha de controle externa é usada a abertura da válvula como variável controlada (que também é a entrada de controle  $u = z$ ) e na malha de controle interna a medida de fluxo mássico  $Q$ , neste caso também houve um lento rastreamento ao *setpoint*. Foi concluído que os controladores PID em cascata que utilizaram diferentes medidas do topo da tubulação apresentaram desempenho limitado devido a dinâmica de zeros instáveis.

Por fim, no trabalho de *Storkaas* [8] são projetados controladores baseado no modelo  $\mathcal{H}_\infty$  e no controle ótimo linear quadrático gaussiano (LQG - *Linear Quadratic Gaussian*). Controladores  $\mathcal{H}_\infty$  do tipo SISO quando usados com medidas de pressão na seção de alimentação da tubulação  $P_1$  e na base da tubulação ascendente  $P_{rb}$  apresentam desempenho semelhante ao encontrado com os controladores PID SISO. Portanto, confirmando que o uso de controladores PID com estas medidas de pressão são adequados para um controlador anti-golfadas. Também, foram testados controladores  $\mathcal{H}_\infty$  apenas com medidas do topo da tubulação, porém ocorreu má desempenho do processo devido à dinâmica de zeros instáveis. Foram projetados controladores *Multiple-Input-Single-Output* (MISO)  $\mathcal{H}_\infty$  baseados nas mesmas medidas do topo da tubulação, nesse caso não foi observada a dinâmica de zeros instáveis e houve um rápido rastreamento ao *setpoint*, porém segundo *Storkaas* [8] o desejo nesse trabalho era encontrar uma solução de controle mais simples do que a utilização de controle multivariável. Ocorreram tentativas de projetar um controlador LQG baseado nestas medidas ( $P_1$ ,  $P_{rb}$  e  $Q$ ), este controlador estabilizou o processo, mas o desempenho foi significativamente pior quando comparado com o controle PID e  $\mathcal{H}_\infty$ .

No trabalho de *Sivertsen e Skogestad* [42] é apresentada uma malha experimental construída para testar diferentes estratégias de controle anti-golfadas. Esta malha possui um fluxo bifásico com dois componentes água e ar misturados no início do sistema. No topo da tubulação existe um separador que conduz a água para um reservatório e libera

o ar para o ambiente através de um orifício. Esta malha experimental é modelada através do modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* [8]. Contudo os dados relativos a este experimento não são disponibilizados, não é realizada a modelagem do separador que é usado apenas para receber o fluxo e realizar a separação dos componentes da mistura. Em seguida, é realizada a análise da controlabilidade do modelo ajustado para esta malha, onde é mostrado que as medidas de pressão na seção de alimentação do encanamento e no ponto-baixo da tubulação são as mais adequadas para os propósitos de controle conforme já havia sido afirmado por *Storkaas* [8, 37, 38]. Por fim, são projetados controladores PI SISO que utilizam diferentes medidas coletadas nesta malha como variáveis controladas, porém apenas as medidas de pressão na seção de alimentação e no ponto-baixo da tubulação apresentaram desempenho adequado.

Em *Sivertsen e Skogestad* [43, 81] é aplicada uma configuração de controle PI em cascata na malha experimental apresentada em *Sivertsen e Skogestad* [42]. Esta configuração utiliza uma medida de pressão na seção de alimentação da tubulação para a malha de controle externa e uma medida de fluxo através da válvula no topo da tubulação ascendente para a malha de controle interna. Primeiramente, as simulações foram realizadas utilizando-se o modelo dinâmico simplificado [8] ajustado para esta malha experimental. Os resultados mostraram que o controlador em cascata evitou a golfada no sistema satisfatoriamente. Porém, quando este controlador foi utilizado diretamente na malha experimental os resultados não foram tão bons quanto os anteriores.

Destaca-se que os trabalhos mencionados até este momento mostram que as melhores medidas utilizadas como variável controlada para estabilizar a golfada na tubulação são as medidas de pressão na seção de alimentação e no ponto-baixo da tubulação [8–10, 36–38, 42, 43]. Entretanto, é conhecido que estas medidas nem sempre estão disponíveis e são de difícil obtenção, pois há a necessidade da instalação de sensores de pressão dentro do oceano em comunicação *online* com os controladores na superfície; há o tempo de atraso envolvido nestas medições porque na maioria dos casos a tubulação é muito longa; a implementação e manutenção destas medidas apresentam altos custos.

Por estas razões, na prática parece ser mais viável usar medidas de pressões, fluxos ou densidades coletadas no topo da seção de alimentação da tubulação como variáveis controladas na aplicação de controle com realimentação. Porém, através da análise da controlabilidade *Storkaas* [8] notou-se que as respectivas funções de transferência correspondentes a estas medidas apresentam dinâmica de zeros instáveis, o que limita o desempenho deste tipo de processo em malha fechada [8, 11]. Observa-se que das medidas utilizadas no topo da tubulação, as únicas que não apresentaram dinâmica de zeros instáveis são o fluxo volumétrico  $W$  e o fluxo mássico  $Q$  através da válvula  $Z$  [8, 82, 83]. Porém, constata-se que estas medidas, quando utilizadas em um controlador anti-golfadas

apresentam baixo ganho em estado estacionário.

Então, uma solução encontrada que aparentemente resolveria o problema da dinâmica de zeros instáveis [82, 83] foi a de utilizar combinações lineares de algumas medidas do topo da tubulação. *Hauge* [83] utilizou o modelo dinâmico simplificado linearizado para encontrar as seguintes funções de transferência entre a abertura da válvula  $Z$  (variável manipulada) e várias medidas coletadas no topo da tubulação (variáveis controladas) tais como: a variação de pressão sobre a válvula  $DP$ , a densidade na válvula  $\rho_T$ , o fluxo volumétrico através da válvula  $W$ ; a fração de massa de líquido na válvula  $\alpha_L^m$ , a fração de volume de líquido na válvula  $\alpha_{LT}$ , e o fluxo mássico através da válvula  $Q$ . Foram, então, realizadas diferentes combinações lineares destas medidas, sendo encontrado que a combinação entre  $DP$  e  $W$ , bem como  $\rho_T$  e  $W$  eliminaram a dinâmica de zeros instáveis. Após este procedimento, foram implementados controladores convencionais que utilizaram estas combinações lineares. Contudo algumas limitações foram observadas: a combinação linear de duas medidas com zeros que estão próximos está exposta a um modelo de incerteza; e através dos resultados das simulações é constatado que a aplicação de um controlador com combinação linear de duas medidas coletadas no topo da tubulação para o problema da golfada não é robusto o suficiente para trabalhar adequadamente com a planta não-linear que representa este tipo de processo.

Nos trabalhos referenciados até aqui, constata-se que as estratégias de controle com realimentação propostas são aplicadas à válvula no topo da tubulação ascendente atuando nas causas da golfada. Ou seja, têm como objetivo evitar a golfada na tubulação estabilizando o fluxo, de modo que as vazões abruptas deste tipo de escoamento não alcancem os equipamentos do processo. Observa-se que os trabalhos que resultaram em implementações indústrias bem sucedidas utilizaram como variáveis controladas medidas de pressão na seção de alimentação ou no ponto baixo da tubulação, bem como simuladores comerciais ou plantas experimentais para representar o processo sujeito ao regime de fluxo com golfadas. Já aqueles onde foi realizada a análise da controlabilidade [8, 37, 42] de um modelo matemático pré-estabelecido foi encontrado que a pressão na seção de alimentação ou no ponto-baixo da tubulação são as melhores alternativas para estabilizar o fluxo na tubulação. Entretanto, conforme já foi destacado anteriormente estas medidas de pressão apresentam diferentes restrições.

A seguir são apresentados trabalhos [39–41, 45, 62, 84] que utilizam outra abordagem para resolver os problemas relacionados à golfada na indústria de produção de petróleo. Conforme já abordado anteriormente neste capítulo é conhecido que a golfada ocasiona diferentes problemas a produção, tais como, nível alto de líquido dentro dos separadores de produção com possibilidade de inundação quando muito severa podendo ocorrer fechamento da planta; e vazão oscilatória durante sua propagação gerando perturbações nos

instrumentos do processo à jusante da válvula. Por estas razões é necessário minimizar a mesma dentro dos vasos através da aplicação de estratégias de controle que atuam na válvula de saída de líquido destes tanques. Somente se esta alternativa não for realizável, por exemplo, em caso de golfada severa, é necessária a aplicação de estratégias de controle que atuam na válvula  $Z$  no topo da tubulação.

Verifica-se que a golfada tem sido manipulada no tanque através do controle de nível convencional em separadores de produção utilizando algoritmos do tipo PI ou PID simples [39–41, 50] instalados nas válvulas de saída de líquido do vaso com o objetivo de manter o nível do tanque no *setpoint*. Nestes processos quando as vazões de entrada são oscilatórias, e cujo controlador tem como especificação de controle manter o nível do tanque próximo ao *setpoint*, o mesmo requer parâmetros de ganho proporcional e integral elevados [40], provocando uma grande oscilação na vazão de saída do vaso e conseqüentemente perturbações nos equipamentos à jusante do processo causando problemas à produção de petróleo.

Em trabalhos recentes, tem sido observado uma mudança de conceito em relação a especificação do controle de nível em vasos de separação. Atualmente, aceita-se que o nível varie moderadamente em torno de um *setpoint* de modo que o mesmo permaneça estável dentro de uma faixa definida pela operação, sendo que as oscilações de vazões de entrada sejam amortecidas dentro dos tanques [45]. Segundo *Campos e Teixeira* [50], considerando o controle em separadores de produção, o objetivo principal é manter o nível dos separadores estáveis, pois existe um sistema de segura, entretanto, não é necessário ter um controle muito rígido [45] dos níveis, isto é, eles podem variar um pouco em torno do *setpoint* de forma que a vazão de exportação não varie muito. Esta especificação de resposta não pode ser plenamente atendida com o uso de controladores PID aplicados considerando a estratégia de controle de nível convencional [40, 45].

Para atender esta outra especificação de resposta, no controle de nível, foram propostas estratégias de controle diferentes das tradicionais. Por exemplo, em *Campos et al.* [41] para minimizar o problema da golfada são discutidas diferentes estratégias de controle avançado de nível que atuam nas causas e nas conseqüências da golfada com o objetivo de estabilizar o fluxo na planta e aumentar a confiabilidade operacional<sup>2</sup>. Conforme tais autores, para viabilizar a implantação de controladores que atuam nas causas (i.e., aqueles que visam evitar as golfadas) é necessário que as válvulas no topo da tubulação ascendente de cada poço sejam automatizadas. Para os controladores que atuam nas conseqüências das perturbações, ou seja, aqueles que visam reduzir variações de vazão nas plantas de

---

<sup>2</sup>Confiabilidade operacional é a confiança que uma unidade produza produtos especificados e na quantidade requisitada por um período de tempo pré-estabelecido, obtendo resultados econômicos satisfatórios, sem paradas de produção não programadas, bem como paradas devido a emergências [85].

tratamento de óleo e água, assim como evitar nível alto de líquido nos separadores, são utilizadas estratégias de controle de nível não-lineares que permitem usar a capacidade dos separadores para amortecer as variações de vazão dos poços e dos oleodutos, sem custo adicional de equipamentos ou perda de produção.

Deste modo, neste trabalho é apresentado um controlador que atua nas consequências da golfada denominado controlador de nível PID não-linear, cujo tempo integral é variável em função do erro. No projeto da plataforma  $P - 55$  da Petrobrás, na Bacia de Campos, os controladores de nível utilizam esta estratégia [41]. A sintonia dos diversos ganhos e tempos integrais nas faixas consideradas é função das dimensões dos equipamentos e das vazões envolvidas. Este tipo de estratégia é baseada no controle por banda utilizado em *Nunes et al.* [62,84]. Para a sua simulação a golfada foi representada através de uma vazão de alimentação senoidal com um período de 30 *min*. Nos resultados das simulações [41] foi observado que o controle não-linear foi capaz de filtrar satisfatoriamente a golfada, fazendo com que a saída de óleo do separador fosse menos oscilatória.

Em *Nunes* [62, 84] é proposta uma nova metodologia de controle de nível, onde o algoritmo de controle permite que o nível oscile livremente em uma faixa pré-determinada, denominada banda. Durante as excursões do nível entre o valor máximo e mínimo da banda, a vazão de saída do vaso deve estar próxima ao valor médio da vazão de entrada. Dentro da banda utiliza-se um controlador de ação lenta de modo que o nível possa flutuar. Caso os limites ultrapassem os valores permitidos, um controlador PI de ação rápida assume o controle fazendo com que o nível retorne para dentro da banda. Nesta metodologia não são utilizadas medições de vazões.

*Campos et al.* [41] também propuseram, em caso de golfada severa, uma estratégia de controle para atuar na suas causas, ou seja, nas válvulas do topo da tubulação. A estratégia proposta utiliza um controle com restrições [50] que seleciona o menor sinal de controle, cuja prioridade é fechar a válvula na ocorrência de perturbações. Os principais blocos de controle que compõem esta estratégia são: controle manual, controle de nível alto nos separadores, controle de golfadas, controle de partida automática, e controle de vazão alta para a tocha (*flare*). Para a utilização do bloco de controle de golfadas *Campos et al.* [41] remete ao trabalho de *Storkaas* [8] que utiliza medidas de pressão na seção de alimentação e no ponto-baixo da tubulação como as melhores alternativas para estabilizar o fluxo na tubulação. Neste trabalho não foi apresentada nenhuma modelagem do processo tubulação-separador de forma acoplada.

Em *Borges et al.* [40] são utilizados controladores de nível com amortecimento de vazão, cujo objetivo é manter a vazão de saída o mais constante possível e o nível variando dentro de limites. Nesta estratégia há uma malha de controle com um controlador mestre de nível sintonizado com resposta lenta somada a vazão de entrada do vaso filtrada que gera um

*setpoint* para um controlador escravo de vazão. Esta estratégia visa permitir variações de nível em torno de uma referência amortecendo oscilações de vazão que sejam menores ou iguais a capacidade do separador, porém respondendo a variações de vazões de carga (i.e., vazões de entrada). Para variações de vazão superiores à capacidade do vaso, o nível pode ultrapassar os valores limites, então neste caso, é utilizado uma estratégia em que o sistema comuta para um controlador PID de nível com resposta rápida para retornar o nível a valores dentro de uma faixa permitida. O algoritmo de controle utiliza *setpoint* e ganhos variáveis, com controle adaptativo, para que a comutação entre os controladores seja feita de forma suave.

Na malha de controle de nível com amortecimento de vazão [40] há duas variáveis do processo (vazão e nível) e apenas uma variável manipulada (abertura da válvula de líquido do separador). O algoritmo de controle é constituído dos seguintes componentes: controlador em cascata com ação antecipativa (nível + vazão), controlador com realimentação simples (nível), inferência de vazão de entrada de líquidos, lógica de seleção do controlador, lógica de seleção de *setpoints* e parâmetros para o controlador. O sistema utiliza duas estratégias de controle selecionadas conforme condição operacional do nível, através da lógica de seleção: controle em cascata com ação antecipativa e controle com realimentação simples.

A estratégia cascata com ação antecipativa é utilizada quando o nível está dentro da faixa normal de operação que consiste de um controlador mestre de nível com sintonia lenta, comandando um controlador escravo de vazão com sintonia rápida. A estratégia realimentação simples é utilizada quando o nível está fora da faixa normal de operação devido a variações de vazões maiores que a capacidade de acumulação do separador, esta estratégia consiste de um controlador de nível por realimentação. Neste último modo de operação, o controlador de nível possui *setpoint* e ganhos dinâmicos, e rampas para transição. O objetivo desta estratégia é retornar o nível para uma faixa segura, sem causar variações bruscas na vazão de saída do separador.

Em *Campos et al.* [45] é apresentada uma estratégia de controle avançado de nível cujos objetivos são: manter os níveis dos separadores de produção estáveis apesar das perturbações que ocorrem no processo (i.e., golfadas); manter as vazões entre separadores estáveis, permitindo uma certa variação nos níveis dentro de uma faixa definida pela operação; evitar que os níveis saiam das faixas desejadas, evitando paradas indesejadas da plataforma; aumentar a confiabilidade e a rentabilidade da plataforma; e evitar variações bruscas na pressão do oleoduto, que podem afetar o sistema de detecção de vazamento das plataformas [45].

Portanto, após revisão bibliográfica de estratégias de controle com realimentação no problema da golfadas observou-se trabalhos onde são encontrados modelos matemáti-

cos que representam a dinâmica da golfada na tubulação [8–10, 36–38, 44], porém não mencionam a dinâmica do separador, nestes o objetivo é evitar a golfada. Nos poucos trabalhos encontrados que levam em consideração o separador, a sua modelagem não é apresentada e a dinâmica da golfada dentro do vaso é representada através de uma função senoidal [39–41]. Destaca-se que não foi encontrado na literatura um modelo que descreva conjuntamente a dinâmica da golfada no sistema tubulação-separador que incluem as principais variáveis do processo que podem ser utilizadas como variáveis controladas na aplicação de controle tanto na tubulação, quanto no tanque, bem como no sistema integrado.

Nos próximos capítulos é apresentado a obtenção de um modelo matemático que descreve a golfada no sistema tubulação-separador. O modelo dinâmico simplificado desenvolvido no trabalho de *Storkaas* [8] é escolhido para representar a dinâmica da golfada na tubulação. Em seguida, é modelado um separador cilíndrico horizontal bifásico baseado nas equações de conservação de massa de um tanque com acumulação de líquido e gás, apresentado em *Thomas* [55]. E, por fim, ambos modelos são acoplados através de uma relação de pressão gerando um modelo que descreve a dinâmica da golfada no sistema tubulação-separador de forma conjunta gerando um ambiente adequado para a aplicação e simulação de diferentes estratégias de controle no processo de forma integrada.

# Capítulo 3

## O Modelo Dinâmico Simplificado de *Storkaas*

### 3.1 Introdução

A golfada é um regime de fluxo multifásico que se forma dentro de tubulações em indústrias petrolíferas. Quanto mais severa for, maior a sua propagação por todo o processo de produção de petróleo, trazendo consequências indesejadas, tais como má separação dos componentes da mistura (gás, óleo e água), parada de emergência na plataforma por alto nível de líquido nos separadores, inundação quando muito severa [11, 41, 72]. Também provoca danos nos equipamentos do processo (e.g., desgaste e corrosão) [11, 71, 86]. Um ou todos esses problemas podem resultar em regulação pobre e má desempenho das malhas de controle, ocasionando redução na produção de petróleo, e conseqüentemente perdas econômicas significativas.

Por estas razões, é necessário minimizar ou evitar a golfada em sistemas de produção de petróleo. No Capítulo 2 foi constatado que estratégias de controle com realimentação são as mais vantajosas, pois utilizam um número reduzido de equipamentos na plataforma e na tubulação, ocasionam menor desgaste e rompimento destes equipamentos, tem baixo custo com instalação e manutenção, aumento na recuperação de óleo, e o mais importante aumento na produção de petróleo [8, 13, 14, 41]. Conforme revisão bibliográfica, tais estratégias podem ser aplicadas nas consequências da golfada, ou seja, por exemplo, na válvula de saída de líquido e gás do separador [39–41] ou, caso a golfada seja muito severa, em suas causas, isto é, na válvula no topo da tubulação [8, 11].

Para a aplicação de estratégias de controle na tubulação é necessário o entendimento do funcionamento da golfada, o que compreende o conhecimento dos seus efeitos, amplitudes e frequências, a influência das principais variáveis que governam este tipo de fluxo: pressões, fluxos mássicos, densidades, fração de fases. No que se refere ao separador é im-



portante conhecer a dinâmica do nível de líquido e da pressão dentro do vaso. Portanto, neste contexto, é importante ter um modelo matemático que representa a dinâmica do sistema tubulação-separador conjuntamente de modo que possam ser aplicadas diferentes estratégias de controle tanto à nível de separador, quanto à nível de tubulação, ou também no sistema de forma integrada.

Na literatura são encontrados três principais modelos matemáticos [44] que descrevem o regime de fluxo multifásico tal como a golfada na tubulação: o Modelo de Equilíbrio Homogêneo (MEH), o Modelo *Drift-Flux* (MDF), e o Modelo *Two-Fluid* (MTF) (ver Apêndice B), todos formados por um conjunto de Equações Diferenciais Parciais (EDP's). *Storkaas et al.* [36,37] verificaram que, após discretizarem no espaço as equações de um modelo *two-fluid* para a realização do projeto de controladores baseado no modelo, o sistema resultante possuía uma quantidade elevada de estados, podendo comprometer o projeto do controlador e a realização de uma análise eficiente. Também constataram que através do diagrama de BODE de um modelo *two-fluid* linearizado o processo de uma tubulação sob golfadas poderia ser representado por um modelo simplificado baseado nas leis físicas que governam este tipo de fluxo.

Então, considerando que a golfada é um processo dirigido por pressão e gravidade é desenvolvido em *Storkaas et al.* [8–10] um modelo não-linear com três variáveis de estado denominado *modelo dinâmico simplificado*, que descreve o comportamento macro de um sistema sob regime de fluxo com golfadas. Neste trabalho este modelo é denominado *modelo dinâmico simplificado de Storkaas* sendo escolhido para representar a dinâmica da golfada na tubulação [60]. Por fim, este capítulo está organizado da seguinte forma. Na Seção 3.2 são apresentadas as hipóteses e os fundamentos do modelo de *Storkaas*, e também como ocorre o deslocamento do gás e do líquido na tubulação. Na Seção 3.3 é descrito como *Storkaas* realiza a validação deste modelo. Na Seção 3.4 é descrito o procedimento para encontrar os seus parâmetros de sintonia. Na Seção 3.5 são apresentados os resultados das simulações do modelo em malha aberta considerando três cenários de simulação e a análise dos resultados. E na Seção 3.6 são apresentadas as conclusões.

## 3.2 Descrição do *Modelo Dinâmico Simplificado de Storkaas*

Nesta seção é realizada a descrição das hipóteses e fundamentos do modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* que descreve o comportamento de uma tubulação sob regime de fluxo com golfadas.

### 3.2.1 Hipóteses

O modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* é baseado nos dois esquemas apresentados a seguir. O primeiro, na Figura 3.1, ilustra um sistema tubulação em condições de golfadas, com um volume de líquido bloqueando o ponto-baixo e separando dois volumes de gás, um na seção de alimentação e o outro no topo da tubulação; o segundo, na Figura, 3.2, ilustra o regime de fluxo sem golfadas na tubulação.

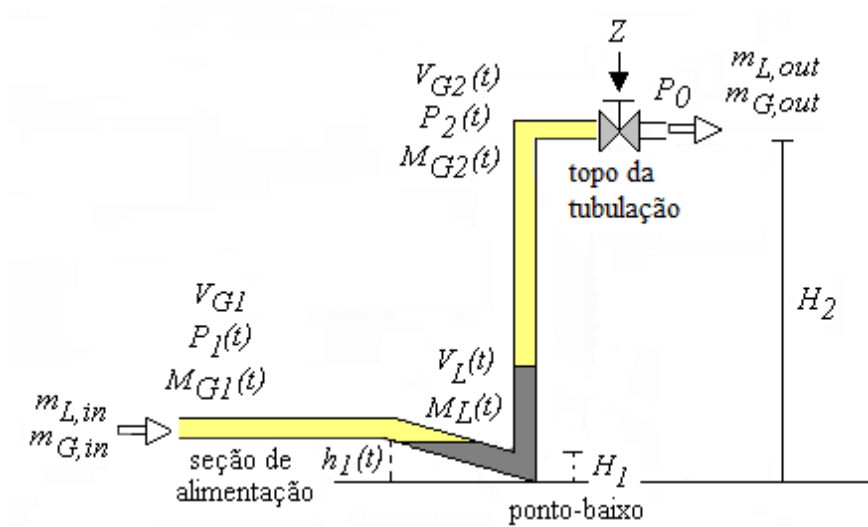


Figura 3.1: Ilustração da formação da golfada na tubulação.

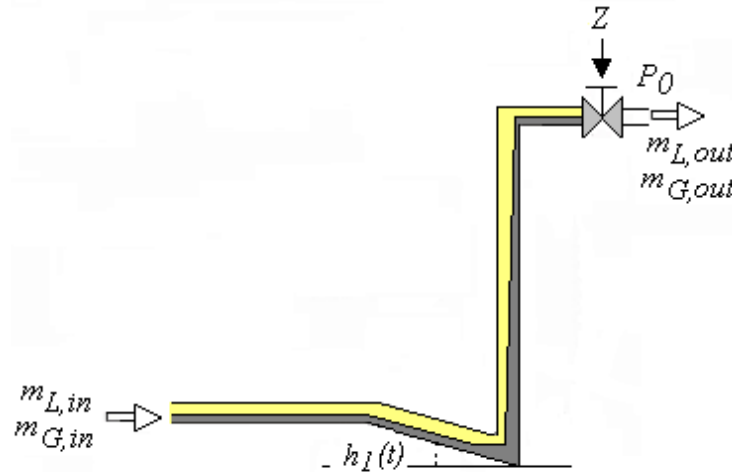


Figura 3.2: Ilustração do regime de fluxo sem golfada na tubulação.

As hipóteses de modelagem são:

- A1:** Negligenciam-se as dinâmicas do nível de líquido na seção de alimentação, ou seja, a velocidade e a alimentação de líquido, e o volume de gás na seção de alimentação

são constantes.

**A2:** Há somente um estado dinâmico de líquido  $M_L(t)$  no ponto-baixo, que inclui o declive do encanamento e parte do líquido da tubulação ascendente.

**A3:** Há dois estados dinâmicos de gás  $M_{G1}(t)$  e  $M_{G2}(t)$ , ocupando os volumes  $V_{G1}$  e  $V_{G2}(t)$  respectivamente, separados pelo ponto-baixo, e conectados por uma relação de fluxo e pressão.

**A4:** Representa-se a mistura de líquido e gás que saem o sistema no topo da tubulação através da equação de uma válvula simplificada.

**A5:** O balanço de pressão entre a seção de alimentação  $P_1(t)$  e o topo da tubulação  $P_2(t)$  é estacionário.

**A6:** O comportamento do gás é ideal.

**A7:** A temperatura do sistema é constante.

### 3.2.2 Fundamentos

O modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* é um modelo não-linear com três variáveis de estado e suas equações de conservação de massa são

$$\dot{M}_L(t) = m_{L,in} - m_{L,out}(t) \quad (3.1)$$

$$\dot{M}_{G1}(t) = m_{G,in} - m_{G1}(t) \quad (3.2)$$

$$\dot{M}_{G2}(t) = m_{G1}(t) - m_{G,out}(t). \quad (3.3)$$

onde

$\dot{M}_L(t)$  é a variação da massa de líquido da tubulação em relação ao tempo,  $(kg/s)$ .

$\dot{M}_{G1}(t)$  é a variação da massa de gás na seção de alimentação da tubulação em relação ao tempo,  $(kg/s)$ .

$\dot{M}_{G2}(t)$  é a variação da massa de gás no topo da tubulação em relação ao tempo,  $(kg/s)$ .

$M_L(t)$  é a massa de líquido no ponto-baixo da tubulação,  $(kg)$  - variável de estado do modelo.

$M_{G1}(t)$  é a massa de gás na seção de alimentação da tubulação,  $(kg)$  - variável de estado do modelo.

$M_{G2}(t)$  é a massa de gás no topo da tubulação,  $(kg)$  - variável de estado do modelo.

$m_{L,in}$  é o fluxo mássico de líquido que entra na tubulação,  $(kg/s)$  - constante.

$m_{G,in}$  é o fluxo mássico de gás que entra na tubulação,  $(kg/s)$  - constante.

$m_{L,out}(t)$  é o fluxo mássico de líquido que sai através da válvula Z no topo da tubulação,

( $kg/s$ ).

$m_{G,out}(t)$  é o fluxo mássico de gás que sai através da válvula Z no topo da tubulação, ( $kg/s$ ).

$m_{G1}(t)$  é o fluxo mássico de gás interno na tubulação que flui do volume  $V_{G1}$  para o volume  $V_{G2}(t)$ , ( $kg/s$ ).

O balanço de pressão estacionário na tubulação é dado pela variação entre a pressão na seção de alimentação ( $P_1(t)$ ) e a pressão no topo da tubulação ( $P_2(t)$ ). Este balanço é igual à diferença entre as pressões hidrostáticas dos fluidos na tubulação ascendente e no declive do encanamento. Sua equação é dada por

$$P_1(t) - P_2(t) = g\bar{\rho}(t)(H_2 + H_3) - \rho_L g h_1(t) \quad (3.4)$$

onde

$P_1(t)$  é a pressão do gás na seção de alimentação da tubulação, ( $N/m^2$ ).

$P_2(t)$  é a pressão do gás no topo da tubulação, ( $N/m^2$ ).

$g$  é a gravidade ( $9,81m/s^2$ ).

$\bar{\rho}(t)$  é a densidade média da mistura na tubulação ascendente, ( $kg/m^3$ ).

$H_2$  é a altura da tubulação ascendente, ( $m$ ).

$H_3$  é o diâmetro da tubulação ascendente, ( $m$ ).

$\rho_L$  é a densidade de líquido - constante, ( $kg/m^3$ ).

$h_1(t)$  é o nível de líquido no declive, ( $m$ ).

O fluxo mássico da mistura (gás-líquido) que sai do sistema é determinado através da equação simplificada da válvula Z, dada por

$$m_{mix,out}(t) = zK_1\sqrt{\rho_T(t)[P_2(t) - P_0]} \quad (3.5)$$

onde

$m_{mix,out}(t)$  é o fluxo mássico da mistura que sai através da válvula Z, ( $kg/s$ ).

$z$  é a abertura da válvula (0 – 100%).

$K_1$  é um parâmetro de sintonia do modelo.

$\rho_T(t)$  é a densidade na válvula, ( $kg/m^3$ ).

$P_0$  é a pressão após a válvula Z no topo da tubulação - constante, ( $N/m^2$ ).

Os fluxos mássicos na entrada da seção de alimentação (i.e.,  $m_{L,in}$  e  $m_{G,in}$ ) podem ser constantes, ou dependentes da pressão. Para este modelo são assumidas constantes, e em conjunto com a pressão  $P_0$  são consideradas perturbações do processo.

A seguir, são descritas como acontecem a distribuição e velocidade das fases (gás-líquido) na tubulação. Na Subseção 3.2.3 é descrito como ocorre o deslocamento de gás da seção de alimentação até o topo da tubulação. E na Subseção 3.2.4 como acontece o deslocamento de líquido na tubulação, baseado em um modelo de carregamento.

### 3.2.3 Deslocamento de Gás

O deslocamento de gás ocorre através de uma relação entre o fluxo mássico de gás e a variação de pressão dentro da tubulação. Para a fase do gás a diferença de pressão na tubulação é dada por

$$\Delta P(t) = P_1(t) - P_2(t) \quad (3.6)$$

sendo que  $\Delta P(t)$  na equação (3.6) é igual a

$$\Delta P(t) = \Delta P_a(t) + g\rho_L\Delta h(t) \quad (3.7)$$

onde

$\Delta P_a(t)$  é a variação da pressão de atrito do gás, ( $N/m^2$ );

$\Delta h(t)$  é a variação da altura na tubulação ascendente, ( $m$ ).

É assumido que a variação de pressão na tubulação é puramente de atrito, assim isola-se  $\Delta P_a(t)$  na equação (3.7), e obtém-se que

$$\Delta P_a(t) = P_1(t) - [P_2(t) + g\rho_L\alpha_L(t)H_2] \quad (3.8)$$

onde  $\alpha_L(t)$  é a fração média de líquido na tubulação ascendente.

Sabendo que é a variação de pressão no sistema que faz o gás deslocar-se tubulação acima, então da equação (3.8) tem-se que a pressão  $P_1(t)$  na seção de alimentação deve ser maior que, a soma entre a pressão  $P_2(t)$  e a restrição que a coluna de líquido na tubulação ascendente está exercendo sobre a coluna de gás para impedir sua passagem.

Considera-se que existem duas situações na tubulação:

1.  $h_1(t) > H_1$ : nesse caso está ocorrendo a formação da golfada, pois o líquido está bloqueando o ponto-baixo da tubulação (ver Figura 3.1), então tem-se que o fluxo mássico de gás interno é  $m_{G1}(t) = 0$ .
2.  $h_1(t) < H_1$ : nesse caso o líquido não está bloqueando o ponto-baixo da tubulação (ver Figura 3.2), então o gás fluirá do volume  $V_{G1}$  para o volume  $V_{G2}(t)$  com fluxo mássico igual a  $m_{G1}(t)$ . Logo os dois principais parâmetros que determinam a velocidade do gás são a variação da pressão na tubulação dada pela equação (3.8), e a área livre no ponto-baixo dada pelo nível de líquido relativo  $(H_1 - h_1(t))/H_1$ .

Então, é assumido que a variação de pressão na tubulação move o gás através de uma válvula de abertura igual a  $(H_1 - h_1(t))/H_1$ , logo a seguinte equação da válvula é proposta

$$m_{G1}(t) = K_2 f(h_1(t)) \sqrt{\rho_{G1}(t)[P_1(t) - P_2(t) - g\rho_L\alpha_L(t)H_2]}, \quad h_1(t) < H_1 \quad (3.9)$$

onde

$K_2$  é um parâmetro de sintonia do modelo.

$H_1$  é o nível de líquido crítico no ponto-baixo da tubulação, ( $m$ ).

$\hat{A}(t)$  é a área da seção transversal por onde passa o gás no ponto-baixo, ( $m^2$ ).

$f(h_1(t)) = \hat{A}(t)(H_1 - h_1(t))/H_1$ , ( $m^2$ ).

$\rho_{G1}(t)$  é a densidade do gás na seção de alimentação da tubulação, ( $kg/m^3$ ).

O fluxo mássico de gás do volume  $V_{G1}$  para o volume  $V_{G2}(t)$  é dado por

$$m_{G1}(t) = v_{G1}(t)\rho_{G1}(t)\hat{A}(t) \quad (3.10)$$

onde

$v_{G1}(t)$  é a velocidade de gás no ponto-baixo, ( $m/s$ ).

Por fim, substituindo a equação (3.10) na equação (3.9) e isolando  $v_{G1}(t)$  encontra-se que a velocidade do gás de  $V_{G1}$  para  $V_{G2}(t)$  na tubulação é dada por

$$v_{G1}(t) = \begin{cases} K_2 \frac{H_1 - h_1(t)}{H_1} \sqrt{\frac{P_1(t) - P_2(t) - g\rho_L \alpha_L(t) H_2}{\rho_{G1}(t)}} & \forall h_1(t) < H_1, \\ 0 & \forall h_1(t) \geq H_1. \end{cases} \quad (3.11)$$

### 3.2.4 Deslocamento de Líquido

A distribuição de líquido ocorre através de uma equação de carregamento, ou seja, considera-se que o gás carrega o líquido pela tubulação ascendente. Neste caso, modela-se diretamente a fração de volume de líquido  $\alpha_{LT}(t)$  que sai através da válvula  $Z$  no topo da tubulação. Esta fração de líquido reside entre dois extremos:

E1.

$$\alpha_{LT}(t) = \alpha_{LT}^*(t)$$

Instante em que o líquido bloqueia o ponto-baixo da tubulação, por esta razão não há gás fluindo de  $V_{G1}$  para  $V_{G2}(t)$  (i.e.,  $v_{G1}(t) = 0$ ). E  $\alpha_{LT}^*(t)$  é a fração de líquido que deixa a tubulação, sem entrada de gás no ponto-baixo. Na maioria dos casos  $\alpha_{LT}^*(t) = 0$ , pois há apenas gás saindo do sistema (ver Figura 3.1).

E2.

$$\alpha_{LT}(t) = \alpha_L(t)$$

Instante em que a velocidade do gás é muito alta e a fração de líquido que sai através da válvula  $Z$  é igual a fração média de líquido na tubulação.

A transição entre  $E1$  e  $E2$  deve ser suave e ocorre como explicado a seguir. No instante em que o líquido bloqueia o ponto-baixo a fração de líquido no topo é  $\alpha_{LT}^*(t) = 0$ . Com o passar o tempo a quantidade de líquido na tubulação ascendente vai aumentando até que  $\alpha_{LT}^*(t) > 0$ . Neste momento a pressão do gás na seção de alimentação é muito alta e consequentemente sua velocidade também. Ocorre, então, o carregamento de líquido pela

tubulação. É assumido que esta transição depende de um parâmetro  $q(t)$ , que depende da velocidade do gás no sistema, o carregamento de líquido é representado pela equação

$$\alpha_{LT}(t) = \alpha_{LT}^*(t) + \frac{q^\varphi(t)}{1 + q^\varphi(t)}(\alpha_L(t) - \alpha_{LT}^*(t)) \quad (3.12)$$

onde

$$q(t) = \frac{K_3 \rho_{G1}(t) v_{G1}^2(t)}{\rho_L - \rho_{G1}(t)}$$

e

$K_3$  e  $\varphi$  são parâmetros de sintonia do modelo.

Por fim, as equações internas, de transporte e geométricas do modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* estão descritas nas Seções D.1-D.4 do Apêndice D, e o detalhamento deste modelo pode ser encontrado em *Storkaas et al.* [8–10].

### 3.3 Validação do Modelo de *Storkaas*

O modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* é validado através de dois procedimentos: (1) validação experimental, a partir da plataforma 1 cuja tubulação ascendente mede 15 *m* [8–10] e da plataforma (2) cuja tubulação ascendente possui 1,5 *m* [42, 43], (2) estudo de caso realizado no simulador de fluxo multifásico OLGA [8–10].

#### (1) Validação Experimental

- (A) Plataforma 1: os dados desta plataforma foram obtidos através de experiências realizadas pela *Statoil* no Laboratório de Fluxo Multifásico e Pesquisa em Petróleo (SINTEF). A malha consiste de uma tubulação horizontal, que possui 201 *m* de comprimento e 2,5 ” de diâmetro interno, com um pequeno declive; uma tubulação ascendente com comprimento igual a 15 *m*, e uma válvula de controle localizada no topo. Os fluidos usados foram  $SF_6$  (hexafluoreto de enxofre) para o gás, e Exxsol D80 (hidrocarboneto) para o líquido. Maiores detalhes deste experimento podem ser encontrados em *Godhavn et al.* [11], *Fard et al.* [77], e *Skoftealand e Godhavn* [80]. Os resultados das simulações mostraram que o modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* descreveu de forma satisfatória o processo sob regime de fluxo com golfadas desta malha experimental [8–10].
- (B) Plataforma 2: esta plataforma experimental é formada por um fluxo bifásico com ar e água que são misturados no início do sistema. A tubulação possui um diâmetro de 20 *mm*, e a tubulação ascendente possui um comprimento igual 1,5 *m*. No topo da tubulação existe um separador que recebe o líquido e o gás. Através de um orifício superior, neste vaso, o gás retorna ao ambiente, e

através de uma tubulação inferior o líquido é enviado a um outro tanque, denominado reservatório, para ser usado novamente no sistema. O gás é injetado na tubulação através de um compressor. O modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* foi utilizado para descrever esta malha experimental com bons resultados [42, 43]. Na Figura 3.3 é apresentada uma ilustração esquemática desta plataforma experimental [42].

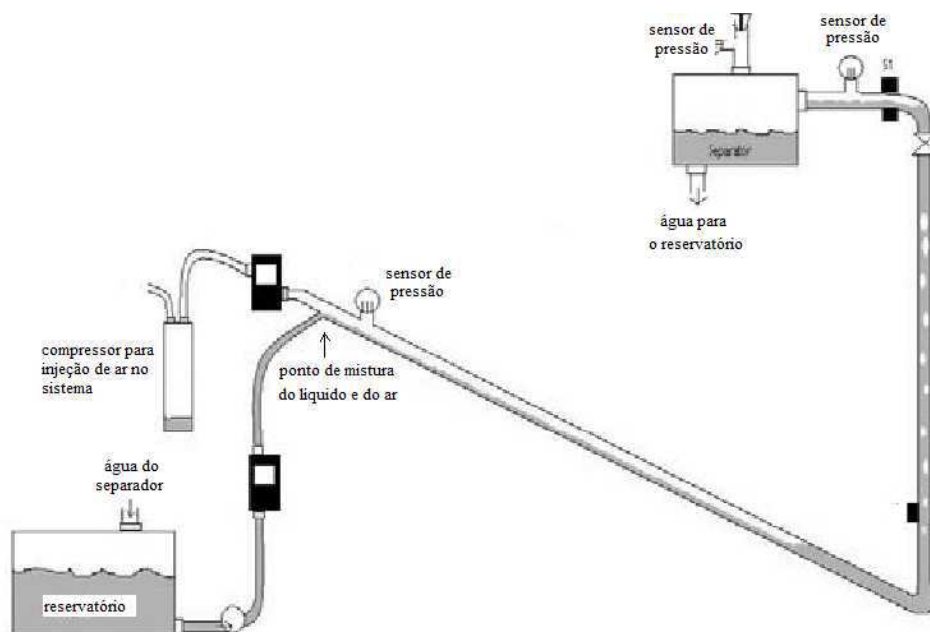


Figura 3.3: Plataforma experimental.

- (2) **Estudo de Caso no Simulador de Fluxo Multifásico OLGA:** a segunda validação do modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* é realizada considerando dados coletados no simulador de fluxo multifásico OLGA, utilizado para pesquisa na indústria de petróleo [8–11, 13, 74–77] devido a dificuldade de coleta de dados em processos reais. A geometria da tubulação e os dados de referência da mesma são apresentados, respectivamente, na Figura 3.4 e na Tabela 1 [8–10]. Para este estudo de caso a alimentação de líquido e gás na seção de alimentação da tubulação e a pressão após a válvula no topo da tubulação ascendente são observadas como perturbações externas de controle, e são consideradas constantes. Através de simulações é verificado [8] que a transição entre um regime de fluxo estável e o regime de fluxo com golfadas, para este estudo de caso, ocorre na abertura da válvula igual a 13% denominada abertura crítica (i.e.,  $z_{crit} = 13\%$ ).

Anterior a formulação de seu modelo dinâmico simplificado, *Storkaas* utilizou o modelo *two-fluid*, formado por um conjunto de EDP's, para descrever o regime de fluxo com golfadas em uma tubulação [8]. O modelo *two-fluid* foi ajustado considerando



os dados coletados do simulador OLGA. Em seus trabalhos posteriores, *Storkaas* comparou os resultados das simulações do modelo dinâmico simplificado ajustado considerando os dados do simulador OLGA com: os resultados conseguidos diretamente do simulador, e os resultados obtidos do modelo *two-fluid*. Foi observado que o modelo de *Storkaas*, descreveu de forma satisfatória os dois casos simulados [8–10].

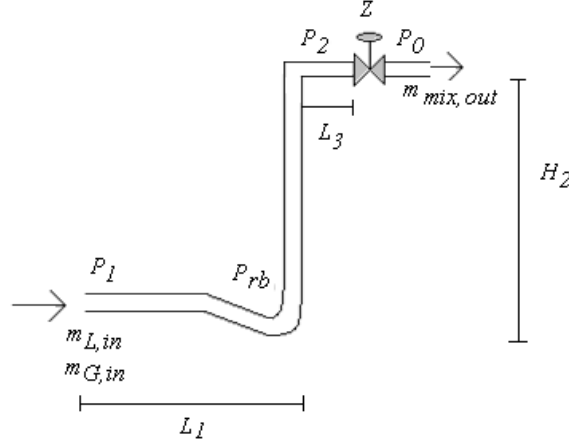


Figura 3.4: Ilustração do sistema tubulação utilizado no estudo de caso proposto por *Storkaas*.

Tabela 3.1: Dados do estudo de caso realizado no simulador de fluxo multifásico OLGA.

Símbolo/Valor	Descrição	Unidade
$m_{L,in} = 8,64$	Fluxo mássico de líquido que entra no encanamento (constante)	$kg/s$
$m_{G,in} = 0,362$	Fluxo mássico de gás que entra no encanamento (constante)	$kg/s$
$P_1(t) = 71,7 \times 10^5$	Pressão na seção de alimentação do encanamento	$N/m^2$
$P_2(t) = 53,5 \times 10^5$	Pressão no topo do encanamento ascendente	$N/m^2$
$P_0 = 50 \times 10^5$	Pressão após a válvula do topo (constante)	$N/m^2$
$r = 0,06$	Raio da tubulação	$m$
$H_2 = 300$	Altura da tubulação ascendente	$m$
$L_1 = 4300$	Comprimento horizontal da tubulação	$m$
$L_3 = 100$	Comprimento da seção horizontal no topo da tubulação ascendente	$m$
$Z$	Válvula no topo da tubulação ascendente	
$z$	Abertura da válvula no topo da tubulação ascendente	%
$P_{rb}$	Pressão no ponto-baixo	$N/m^2$
$DP$	Varição da pressão na válvula do topo da tubulação ascendente	$N/m^2$
$m_{mix,out}(t)$	Fluxo mássico da mistura que sai da tubulação	$kg/s$

### 3.4 Procedimento de Sintonia

O modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* contém 4 (quatro) parâmetros empíricos denominados parâmetros de sintonia que são:  $K_1$  na equação da válvula  $Z$  (3.5),  $K_2$  na equação da velocidade interna do gás (3.11),  $K_3$  e  $\varphi$  na equação de carregamento (3.12). Estes parâmetros devem ser determinados anteriormente à simulação do regime

de fluxo sem golfadas ou com golfadas. Ainda, segundo *Storkaas*, alguns parâmetros que são variantes em um sistema real são assumidos constantes neste modelo, por exemplo, o peso molecular médio do gás  $MW_G$  e o volume de gás na seção de alimentação da tubulação  $V_{G1}$ , sendo assim estes parâmetros também podem ser manipulados a fim de se conseguir uma melhor sintonia em relação aos dados de referência.

Para a determinação dos parâmetros de sintonia devem ser utilizados dados de uma tubulação sob regime de fluxo com golfadas. A melhor alternativa são dados de um processo real, entretanto tais dados não são encontrados na literatura e não são disponibilizados pelas indústrias [8]. Então, outras alternativas para sintoniar o modelo seriam, ou através de dados de uma plataforma experimental [8–10, 42, 43], ou a partir de um modelo mais detalhado, como por exemplo, o simulador de fluxo multifásico OLGA, que fornece uma descrição precisa do sistema sob golfadas e um conjunto de dados de referência completo para diferentes condições de operação e abertura da válvula [8–10].

A metodologia [8–10] para definir os parâmetros de sintonia do modelo consiste em inicialmente determinar o ponto de bifurcação, que é o ponto onde a golfada começa e o comportamento qualitativo das equações diferenciais do sistema não-linear muda significativamente. Neste ponto deve haver um par de autovalores complexos puros, que segundo *Storkaas* [8] restringe a solução para a solução estacionária do modelo, isto é, a solução nula das equações (3.1)-(3.3).

Então, primeiramente, ajusta-se o parâmetro  $\varphi$  na equação de carregamento, de modo que o modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* linearizado no ponto de bifurcação seja marginalmente estável<sup>1</sup>, isto é, tenha um par de autovalores complexos puros (pólos). Em seguida, a partir dos dados de referência, de uma medida de pressão na seção de alimentação ( $P_1(t)$ ), de uma medida de pressão no topo da tubulação ( $P_2(t)$ ), e assumindo  $h_1(t)$  a partir de um valor fixo entre  $0 < h_1(t) < H_1$ , encontram-se os parâmetros de sintonia do modelo  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$  através da solução estacionária no ponto de bifurcação. Após a obtenção dos mesmos ocorre a segunda etapa da simulação que consiste na resolução das equações (3.1-3.2) para um determinado intervalo de tempo  $t = [0, t_f]$  e, consequentemente, na simulação da golfada na tubulação.

### 3.5 Simulações e Análise dos Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados das simulações do modelo dinâmico simplificado de *Storkaas*, na qual foram utilizados os mesmos parâmetros do estudo de caso realizado no simulador de fluxo multifásico OLGA [8–10]. Para este estudo de caso a

---

<sup>1</sup>Um ponto de equilíbrio é marginalmente estável no sentido de Lyapunov se for estável, mas não assintoticamente estável.

transição do regime de fluxo estável para um regime de fluxo com golfadas ocorreu a partir de uma abertura da válvula em 13% (i.e.,  $z_{crit} = 13\%$ ).

A implementação do modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* foi realizada através da utilização da ferramenta matemática MATLAB [87]. Inicialmente, calcula-se  $\varphi$ ,  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$ , conforme descrito na Seção 3.4. Também é calculada uma condição inicial para as variáveis de estado do modelo  $M_L(t)$ ,  $M_{G1}(t)$  e  $M_{G2}(t)$  dada por  $x_0 = \begin{pmatrix} 2951,032 & 1191,481 & 68,699 \end{pmatrix}$  (em *kg*), então o regime de fluxo sem golfadas, ou com golfadas é simulado. O detalhamento do cálculo dos parâmetros de sintonia, da condição inicial, bem com da implementação do modelo são descritos na Seção D.5 do Apêndice D. Na Tabela 3.2 são apresentados os parâmetros de sintonia encontrados.

Tabela 3.2: Parâmetros de sintonia do modelo dinâmico simplificado de *Storkaas*.

$\varphi$	$K_1$	$K_2$	$K_3$
2,55	0,005	0,8619	1,2039

Para a simulação do modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* são definidos três cenários de simulações.

1. Fluxo sem golfada: abertura da válvula em 12% (i.e.,  $z = 12\%$ ).
2. Fluxo com golfada: abertura da válvula em 18% (i.e.,  $z = 18\%$ ).
3. Fluxo com golfada severa: abertura da válvula em 50% (i.e.,  $z = 50\%$ ).

São apresentadas na Figura 3.5 a variação da pressão na seção de alimentação  $P_1(t)$  e a variação da pressão no topo da tubulação  $P_2(t)$ , esta variação de pressão que gera o fluxo com golfadas na tubulação. Na Figura 3.6 são apresentadas respectivamente as variações dos fluxos mássicos de líquido e de gás,  $m_{L,out}(t)$  e  $m_{G,out}(t)$ , que saem do sistema através da válvula Z no topo da tubulação ascendente, considerando os três cenários simulados.

Observa-se que as pressões obtidas nas Figuras 3.5 (a) são inicialmente oscilatórias estabilizando com o passar do tempo (i.e., em regime permanente), portanto ocasionam um regime de fluxo estável de líquido e gás na tubulação, conforme pode ser observado na Figura 3.6 (a). Nas curvas obtidas nas Figuras 3.5 (b), (c) observa-se que as pressões são oscilatórias e periódicas do início ao fim das simulações, ou seja, caracterizando o regime de fluxo com golfadas na tubulação, conforme pode ser observado nas Figuras 3.6 (b), (c).

Na Figura 3.7 é apresentada a variação dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e gás  $m_{G,out}(t)$  da tubulação considerando o tempo de simulação igual a 100 *min*. Na Figura 3.7 (a), com  $z = 18\%$ , observa-se que o tempo de ocorrência entre uma golfada de líquido e outra é de aproximadamente 14 *min* (i.e., intervalo entre dois picos de simulação) com picos de vazão de líquido em torno de 12 *kg/s*. Também verifica-se que após uma golfada

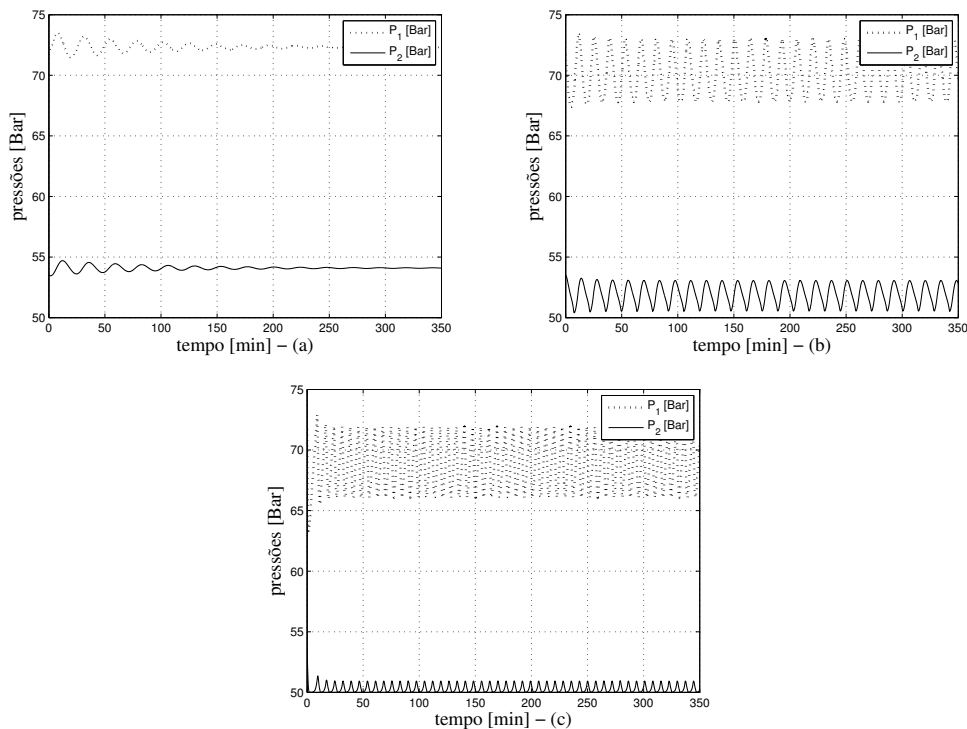


Figura 3.5: Variações das pressões na tubulação com abertura  $z$  em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%.

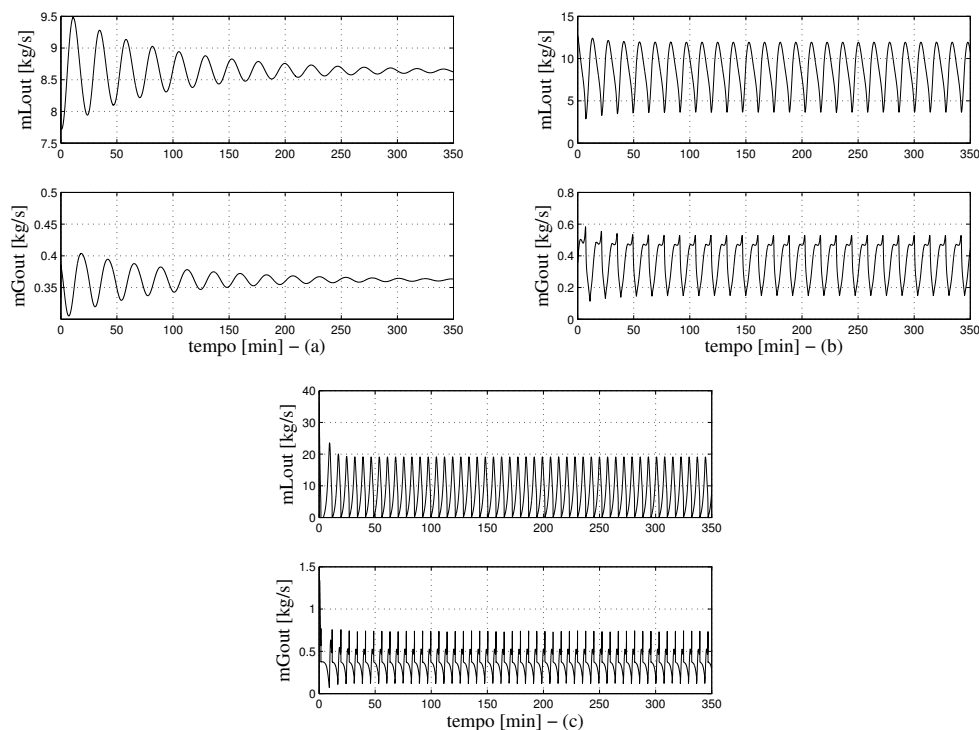


Figura 3.6: Variações dos fluxos mássicos dos fluidos (líquido  $m_{L,out}(t)$  e gás  $m_{G,out}(t)$ ) que saem da tubulação com abertura  $z$  em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%.

de líquido ocorre um maior fluxo mássico de gás com picos de vazão em torno de  $0,58 \text{ kg/s}$ . Esta quantidade de gás é denominada na literatura de golfada de gás [11, 39, 41], porém a golfada de gás não será abordada neste trabalho.

Observa-se na Figura 3.7 (b), com  $z = 50\%$ , que a golfada ocorre em um intervalo de tempo de aproximadamente  $9 \text{ min}$ , isto é, menor que o intervalo de tempo encontrado na abertura da válvula igual a  $z = 18\%$ . Também constata-se que a golfada de líquido acontece com picos de vazão aproximadamente igual a  $20 \text{ kg/s}$ , seguida de um fluxo mássico de gás com picos próximos a  $0,7 \text{ kg/s}$ . Constata-se que as curvas apresentadas para a abertura da válvula  $z = 50\%$  são muito oscilatórias, ou seja, caracterizando o regime de fluxo com golfada severa.

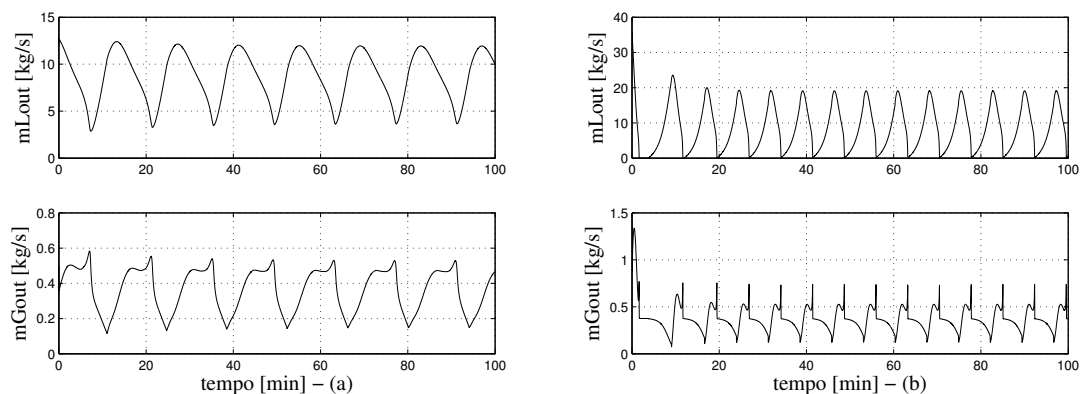


Figura 3.7: Variações dos fluxos mássicos dos fluidos (líquido  $m_{L,out}(t)$  e gás  $m_{G,out}(t)$ ) que saem da tubulação com abertura  $z$  em (a)  $18\%$ , em (b)  $50\%$ .

Na Tabela 3.3 são mostradas as médias dos fluxos mássicos de líquido e gás que saem do sistema para todos os casos simulados, observa-se que os mesmos são semelhantes aos fluxos mássicos que entram na seção de alimentação da tubulação ( $m_{L,in} = 8,64 \text{ kg/s}$  e  $m_{G,in} = 0,362 \text{ kg/s}$ , constantes), caracterizando o equilíbrio no sistema.

Tabela 3.3: Valores médios dos fluxos mássicos dos fluidos que saem da tubulação.

$z$ (%)	$m_{L,out}(t)$ (kg/s)	$m_{G,out}(t)$ (kg/s)
12	8,6391	0,3615
18	8,5966	0,3638
50	8,5886	0,3645

## 3.6 Conclusões

Neste capítulo foi apresentado o modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* [8] utilizado para descrever uma tubulação sob regime de fluxo com golfadas. Este modelo é não-linear,

possui três variáveis de estado sendo desenvolvido através da modelagem fenomenológica do processo, uma vez que é baseado nas equações de conservação de massa do sistema. Tal modelo também possui equações internas, geométricas e de transporte que são utilizadas para encontrar diversos parâmetros, ou seja, pressões, densidades, frações de fases, entre outras. Seu detalhamento é apresentado no Apêndice D deste trabalho. Também é apresentado o procedimento de validação, e a metodologia utilizada por *Storkaas et al.* [8–10] para encontrar os parâmetros de sintonia ( $\varphi$ ,  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$ ) do modelo. Por conseguinte, é apresentado os resultados das simulações em malha aberta considerando a definição de três cenários: sem golfada, com golfada, e com golfada severa (i.e.,  $z = 12\%$ ,  $z = 18\%$  e  $z = 50\%$ ). O objetivo principal deste capítulo foi a compreensão do funcionamento do modelo e a influência das principais variáveis e parâmetros que governam este tipo de fluxo na ocorrência da golfada.

Por fim, é constatado que o modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* representa de forma satisfatória o regime de fluxo estável, ou seja, sem golfada, bem como a ocorrência da golfada na tubulação, descrevendo as oscilações das pressões e dos fluxos mássicos da mistura (líquido-gás) que saem do sistema através da válvula Z localizada no topo da tubulação ascendente. Nos resultados apresentados, observa-se que após um significativo fluxo mássico de líquido (i.e., golfada) também ocorre um maior fluxo de gás que é denominado na literatura de golfada de gás [39, 41], porém este tipo de golfada não será abordada neste trabalho. Este modelo também possibilita o conhecimento da variação de diferentes medidas, tais como: pressões, fluxos mássicos, frações de fases, e densidades, que podem ser utilizadas como variáveis controladas na realização de controle com realimentação no problema da golfada.

A seguir será apresentado um modelo matemático para um separador cilíndrico horizontal bifásico, depois será realizado o acoplamento entre o modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* com o modelo do separador, de modo que seja obtida a representação da dinâmica de um sistema tubulação-separador sob regime de fluxo com golfadas de forma integrada, e adequado para aplicação de diferentes estratégias de controle com realimentação.

# Capítulo 4

## Modelagem de um Separador Cilíndrico Horizontal Bifásico

### 4.1 Introdução

Nas plataformas de produção em alto-mar, em indústrias de produção de petróleo, há plantas de processamento primário [88] dotadas de equipamentos que visam promover a separação dos componentes do fluxo multifásico composto de água, gás e óleo denominados separadores. Tais vasos estão sujeitos a variações abruptas de vazão na sua entrada (e.g., golfadas) devido as características do escoamento dos poços no fundo do oceano até a plataforma de produção na superfície. Conforme já foi destacado nos capítulos anteriores uma forma de manipular a golfada na produção de petróleo é tentar minimizá-la através da aplicação de diferentes estratégias de controle nos vasos de separação.

Nas plantas de processamento primário, a produção oriunda dos poços é distribuída em trens de processamento onde a mesma é encaminhada inicialmente para um separador trifásico, onde ocorre a separação do óleo, da água, e do gás. Em seguida, o gás é comprimido e exportado após tratamento pelo gasoduto, e a água é tratada e descartada no mar. O óleo, neste estágio do processo, ainda possui um teor elevado de água por isso é enviado para um tratador eletrostático, de forma a sair com uma concentração inferior a 1% de água. Finalmente, o óleo já especificado vai para um separador atmosférico, onde qualquer gás residual é removido por pressão, de onde o óleo é bombeado e exportado para as refinarias.

Neste capítulo é utilizado um modelo matemático [54] para um separador cilíndrico horizontal bifásico responsável pela separação gás-líquido. Foi escolhido um vaso cilíndrico e horizontal devido a utilização deste nos trabalhos estudados [39–41,45], e também por ser este o tipo de tanque usado nas plataformas experimentais observadas na literatura [11, 42, 43], e bifásico porque o fluxo considerado no trabalho de *Storkaas* é bifásico. O

desenvolvimento do modelo é baseado nas equações de conservação de massa de um vaso com acumulação de líquido e gás apresentado em *Thomas* [55].

Por fim, este capítulo está organizado da seguinte forma: na Seção 4.2 são apresentadas as hipóteses e fundamentos da modelagem; na Seção 4.3 é apresentado do procedimento de ajuste do modelo; na Seção 4.4 são realizadas simulações do modelo em malha aberta e a análise dos resultados; na Seção 4.5 são apresentadas as conclusões.

## 4.2 Descrição do Modelo para o Separador Cilíndrico Horizontal Bifásico

Nesta seção é realizada a descrição das hipóteses e dos fundamentos da modelagem matemática para um separador cilíndrico horizontal bifásico baseado nas equações de conservação de massa de um vaso com acumulação de líquido e gás proposto por *Thomas* [55,84].

O modelo proposto por *Thomas* consiste de um vaso com duas entradas e duas saídas para os fluidos (líquido e gás), ou seja, o gás entra por um orifício superior e sai por outro orifício também superior, e o líquido entra por um orifício inferior e sai por outro orifício também inferior. No modelo de *Thomas* é assumido que: cada um dos fluidos consiste de um componente único; o líquido está localizado sob um gás inerte; o gás não dissolverá nem condensará no líquido e o líquido não evapora no gás; o líquido no vaso é aquecido e existirá calor entre a interface líquido-gás.

O modelo investigado desenvolvido neste capítulo para um separador cilíndrico horizontal bifásico difere do apresentado em *Thomas* nos seguintes aspectos: o gás e o líquido entram pelo mesmo orifício no vaso; a equação de uma válvula descreve os fluidos que saem do separador; não há aquecimento dos fluidos, ou seja, a temperatura do sistema é constante. A seguir é apresentada a modelagem do processo.

### 4.2.1 Hipóteses

Um esquema simplificado de um separador cilíndrico horizontal bifásico é ilustrado na Figura 4.1.

As hipóteses da modelagem são:

A1: Cada um dos fluidos consiste de um componente único.

A2: Não há reação química entre os fluidos.

A3: Negligencia-se a porção de líquido misturada ao gás na entrada do separador.

A4: Representa-se o fluxo mássico de líquido e de gás que saem do separador através da equação de uma válvula.



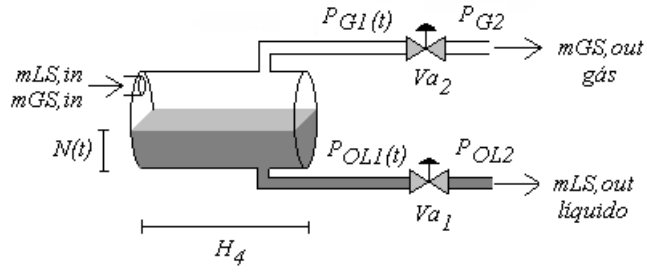


Figura 4.1: Ilustração de um separador cilíndrico horizontal bifásico.

A5: O líquido é incompressível.

A6: A temperatura do sistema é constante.

A7: O comportamento de gás é ideal.

## 4.2.2 Fundamentos

As equações de conservação de massa do separador cilíndrico horizontal bifásico são

$$\dot{M}_{LS}(t) = m_{LS,in}(t) - m_{LS,out}(t) \quad (4.1)$$

$$\dot{M}_{GS}(t) = m_{GS,in}(t) - m_{GS,out}(t) \quad (4.2)$$

onde

$\dot{M}_{LS}(t)$  é a variação da massa de líquido no separador em relação ao tempo,  $(kg/s)$ .

$\dot{M}_{GS}(t)$  é a variação da massa de gás no separador em relação ao tempo,  $(kg/s)$ .

$M_{LS}(t)$  é a massa de líquido no separador,  $(kg)$ .

$M_{GS}(t)$  é a massa de gás no separador,  $(kg)$ .

$m_{LS,in}(t)$  é o fluxo mássico de líquido que entra no separador,  $(kg/s)$ .

$m_{GS,in}(t)$  é o fluxo mássico de gás que entra no separador,  $(kg/s)$ .

$m_{LS,out}(t)$  é o fluxo mássico de líquido que sai do separador,  $(kg/s)$ .

$m_{GS,out}(t)$  é o fluxo mássico de gás que sai do separador,  $(kg/s)$ .

A seguir respectivamente nas Seções 4.2.3 e 4.2.4 são apresentados o detalhamento da modelagem da fase líquida e da fase gasosa.

## 4.2.3 Modelagem da Fase Líquida

A massa de líquido dentro do separador na equação (4.1) pode ser representada por

$$M_{LS}(t) = \rho_L N(t) A(t) \quad (4.3)$$

onde

$\rho_L$  é a densidade do líquido,  $(kg/m^3)$ .

$N(t)$  é o nível de líquido dentro do separador, ( $m$ ).

$A(t)$  é a área simplificada da seção transversal do separador [50] que é dada por

$$A(t) \cong 2\sqrt{r_s^2 - (r_s - N(t))^2}H_4 \quad (4.4)$$

onde

$r_s$  é o raio do separador, ( $m$ ).

$H_4$  é o comprimento do separador, ( $m$ ).

Então, substitui-se a equação (4.4) em (4.3) e o resultado em (4.1). Após a diferenciação obtém-se que a variação do nível de líquido dentro do separador é igual a

$$\dot{N}(t) = \frac{\sqrt{r_s^2 - (r_s - N(t))^2}}{2H_4\rho_L N(t) [3r_s - 2N(t)]} [m_{LS,in}(t) - m_{LS,out}(t)]. \quad (4.5)$$

O fluxo mássico de líquido que sai do tanque é representado pela equação de uma válvula, denominada  $Va_1$ , dada por

$$m_{LS,out}(t) = z_L K_4 \sqrt{\rho_L \Delta P_L(t)} \quad (4.6)$$

onde

$z_L$  é a abertura da válvula de líquido do separador, (0 – 100%).

$K_4$  é um parâmetro de ajuste do modelo.

$\Delta P_L(t)$  é a variação de pressão na válvula, ( $N/m^2$ ).

Na equação (4.6) a variação da pressão é igual a

$$\Delta P_L(t) = P_{OL1}(t) - P_{OL2} \quad (4.7)$$

onde

$P_{OL2}$  é a pressão à jusante de  $Va_1$ , ( $N/m^2$ ).

$P_{OL1}(t)$  é a pressão à montante de  $Va_1$ , ( $N/m^2$ ).

A pressão  $P_{OL1}(t)$  é obtida por

$$P_{OL1}(t) = P_{G1}(t) + g\rho_L N(t) \quad (4.8)$$

onde  $P_{G1}(t)$  é a pressão do gás dentro do separador, ( $N/m^2$ ).

Substituindo a equação (4.8) na equação (4.7) e o resultado na equação (4.6) tem-se que o fluxo mássico de líquido que sai através da válvula  $Va_1$  é

$$m_{LS,out}(t) = z_L K_4 \sqrt{\rho_L [P_{G1}(t) + g\rho_L N(t) - P_{OL2}]}. \quad (4.9)$$

Por fim, substituindo a equação (4.9) na equação (4.5) tem-se que a variação do nível de líquido dentro do separador é igual a

$$\dot{N}(t) = \frac{\sqrt{r_s^2 - (r_s - N(t))^2}}{2H_4\rho_L N(t) [3r_s - 2N(t)]} \left[ m_{LS,in}(t) - z_L K_4 \sqrt{\rho_L [P_{G1}(t) + g\rho_L N(t) - P_{OL2}]} \right]. \quad (4.10)$$

#### 4.2.4 Modelagem da Fase Gasosa

Na modelagem da fase gasosa inicialmente considera-se a equação dos gases ideais

$$P_{G1}(t)V_{GS}(t) = nRT \quad (4.11)$$

onde

$$V_{GS}(t) = V_S - V_{LS}(t)$$

é o volume do gás dentro do separador, ( $m^3$ ).

$V_S$  é o volume do separador, ( $m^3$ ).

$V_{LS}(t)$  é o volume de líquido dentro do separador, ( $m^3$ ).

Seja

$$n = \frac{M_{GS}(t)}{MW_G}$$

o número de moles do gás (quantidade química), ( $kmol$ ).

$MW_G$  é o peso molecular do gás, ( $\frac{kg}{kmol}$ ).

$R$  é a constante universal dos gases ideais, ( $8314 \frac{J}{K.kmol}$ ).

$T$  é a temperatura, ( $K$ ).

Substituindo  $V_{GS}(t)$  e  $n$  na equação (4.11) e isolando  $M_{GS}(t)$  obtém-se que a massa de gás dentro do vaso é

$$M_{GS}(t) = \frac{P_{G1}(t)(V_S - V_{LS}(t))MW_G}{RT}. \quad (4.12)$$

Substituindo a equação (4.12) em (4.2) permite encontrar

$$\frac{d}{dt}[P_{G1}(t)(V_S - V_{LS}(t))] = \frac{RT}{MW_G}[m_{GS,in}(t) - m_{GS,out}(t)] \quad (4.13)$$

fazendo  $\Phi = \frac{RT}{MW_G}$  e desenvolvendo a equação (4.13) tem-se que a

$$\dot{P}_{G1}(t) = \frac{\Phi}{(V_S - V_{LS}(t))} [m_{GS,in}(t) - m_{GS,out}(t)] + P_{G1}(t)\dot{V}_{LS}(t)$$

onde a variação de volume no vaso é

$$\dot{V}_{LS}(t) = \frac{1}{\rho_L} [m_{LS,in}(t) - m_{LS,out}(t)]. \quad (4.14)$$

Então, substituindo a equação (4.14) em (4.13) obtém-se que a variação de pressão dentro do vaso é

$$\dot{P}_{G1}(t) = \frac{\rho_L \Phi [m_{GS,in}(t) - m_{GS,out}(t)] + P_{G1}(t) [m_{LS,in}(t) - m_{LS,out}(t)]}{\rho_L (V_S - V_{LS}(t))}. \quad (4.15)$$

O fluxo mássico de gás que sai do tanque é representado pela equação de uma válvula, denominada  $Va_2$ , dada por

$$m_{GS,out}(t) = z_G K_5 \sqrt{\rho_G(t) \Delta P_G(t)} \quad (4.16)$$

onde

$z_G$  é a abertura da válvula de gás do separador, (0 – 100%).

$K_5$  é um parâmetro de ajuste do modelo.

$\Delta P_G(t)$  é a variação da pressão do gás na válvula  $Va_2$ , ( $N/m^2$ ).

$\rho_G(t)$  é a densidade do gás, ( $kg/m^3$ ).

Na equação (4.16) a variação da pressão na válvula é dada por

$$\Delta P_G(t) = P_{G1}(t) - P_{G2} \quad (4.17)$$

onde  $P_{G2}$  é a pressão à jusante da válvula  $Va_2$ , ( $N/m^2$ ).

Substituindo a equação (4.17) em (4.16) tem-se que o fluxo mássico de gás através da válvula é

$$m_{GS,out}(t) = z_G K_5 \sqrt{\rho_G(t)(P_{G1}(t) - P_{G2})}. \quad (4.18)$$

Por fim, substituindo as equações (4.18) e (4.9) na equação (4.15) tem-se que a variação de pressão dentro do separador é dada por

$$\dot{P}_{G1}(t) = \left\{ \rho_L \Phi \left[ m_{GS,in}(t) - z_G K_5 \sqrt{\rho_G(t)(P_{G1}(t) - P_{G2})} \right] + \right. \quad (4.19)$$

$$\left. P_{G1}(t) \left[ m_{LS,in}(t) - z_L K_4 \sqrt{\rho_L(P_{G1}(t) + g\rho_L N(t) - P_{OL2})} \right] \right\} / [\rho_L(V_S - V_{LS}(t))].$$

Portanto, as equações (4.10) e (4.19) representam, respectivamente, a dinâmica do nível de líquido e da pressão do gás dentro do vaso, compondo um modelo dinâmico para um separador cilíndrico horizontal bifásico.

### 4.3 Procedimento de Sintonia

Para a realização da simulação do modelo do separador cilíndrico horizontal bifásico inicialmente devem ser encontrados seus parâmetros de sintonia,  $K_4$  na equação (4.9) da válvula  $Va_1$ , e  $K_5$  na equação (4.18) da válvula  $Va_2$ , tais parâmetros representam as constantes das válvulas. Considerando que o modelo utilizado para o separador é um modelo não-linear, para a determinação destes parâmetros, utilizou-se um importante conceito no tratamento de sistemas não-lineares, o conceito de ponto de equilíbrio [49, 89, 90]. Um ponto  $x = x^*$  é denominado ponto de equilíbrio de um sistema não-linear se possuir a propriedade de que, sempre que, o estado do sistema iniciar em  $x^*$  permanecerá em  $x^*$  por todo o tempo futuro [49].

Como nesta seção deseja-se mostrar a dinâmica do regime de fluxo sem golfadas e com golfadas dentro do separador determinou-se um ponto de equilíbrio para este modelo, de modo que o sistema permaneça em equilíbrio neste ponto por todo o tempo futuro, então os seus parâmetros de sintonia são calculados a partir das equações (4.9) e (4.18). A

seguir é detalhado o procedimento para a obtenção dos parâmetros de sintonia do modelo do separador cilíndrico horizontal bifásico.

O ponto de equilíbrio em um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDO's) não-lineares é encontrado fazendo

$$\dot{x} = f(x) = 0,$$

então, para encontrar o nível e a pressão de equilíbrio para o modelo do separador, partindo das equações (4.10)-(4.19), tem-se que

$$\dot{N}(t) = 0, \quad (4.20)$$

$$\dot{P}_{G1}(t) = 0. \quad (4.21)$$

Da equação (4.20) é encontrado que

$$m_{LS,in}(t) = m_{LS,out}(t),$$

ou seja,

$$m_{LS,in}(t) = z_L K_4 \sqrt{\rho_L [P_{G1}(t) + g \rho_L N(t) - P_{OL2}]} \quad (4.22)$$

Neste momento, para o cálculo do parâmetro de ajuste  $K_4$ , algumas hipóteses são feitas:

- O sistema encontra-se em equilíbrio no nível de líquido igual a  $L = 0,75 \text{ m}$ , isto é, na metade do tanque, e na pressão do gás igual a  $P_{G1} = 50 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ , que é igual a pressão  $P_0$  usada no trabalho de *Storkaas* [8] após a válvula  $Z$  no topo da tubulação ascendente.
- O fluxo mássico de líquido que entra no separador  $m_{LS,in}(t)$  é considerado igual ao fluxo mássico médio de líquido que sai através da válvula  $Z$  no trabalho de *Storkaas*, ou seja,  $m_{LS,in} = 8,64 \text{ kg/s}$ .
- A abertura de equilíbrio para a válvula de líquido do separador  $Va_1$ <sup>1</sup> é determinada igual a  $z_L = 50\%$ .

---

<sup>1</sup>A válvula  $Va_1$  possui comportamento não-linear quando sua abertura é variada durante a realização das simulações, conforme sua equação (4.9). Com a diminuição da abertura  $z_L$  ocorre uma alteração em  $m_{LS,out}(t)$ , tanto devido a mudança do valor de  $z_L$ , quanto devido ao aumento no nível de líquido  $N(t)$  dentro do vaso, pois o sistema sai da condição de equilíbrio considerada. Com o aumento da abertura de  $z_L$  também ocorre uma alteração em  $m_{LS,out}(t)$ , tanto devido a mudança do valor de  $z_L$ , quanto devido à diminuição no nível de líquido  $N(t)$  dentro do vaso, pois do mesmo modo o sistema sai da condição de equilíbrio considerada. O mesmo ocorre para a válvula de gás. O comportamento destas válvulas seriam lineares apenas se o nível de equilíbrio e a pressão do gás fossem consideradas para todas as aberturas de válvulas iguais a  $N(t) = 0,75 \text{ m}$  e  $P_{G1}(t) = 50 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ .

Substituindo estes valores na equação (4.22) é encontrado que

$$K_4 = \frac{17,28}{\sqrt{37 \times 10^8 - 750 \times P_{OL2}}} \quad (4.23)$$

Da equação (4.23) observa-se que o parâmetro de sintonia depende da pressão<sup>2</sup>  $P_{OL2}$ , que é a pressão após a válvula  $V_{a1}$  de líquido do separador desconhecida neste processo. Durante a realização das simulações foram utilizados diferentes valores para a pressão  $P_{OL2}$  com resultados satisfatórios. Então, optou-se por uma pressão próxima à pressão  $P_0 = 50 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  usada no trabalho de *Storkaas* após a válvula z no topo da tubulação ascendente, já que os modelos serão acoplados. Portanto, foi escolhido  $P_{OL2} = 49 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  e encontrado que  $K_4 = 0,002$ .

Para o cálculo do parâmetro  $K_5$  partiu-se da equação (4.21) sendo encontrado

$$\rho_L \Phi [m_{GS,in}(t) - m_{GS,out}(t)] + P_{G1}(t) [m_{LS,in}(t) - m_{LS,out}(t)] = 0.$$

Considerando as mesmas hipóteses feitas para o cálculo do parâmetro  $K_4$  e o valor encontrado para  $K_4$ , tem-se que

$$m_{GS,in}(t) = z_G K_5 \sqrt{\rho_G(t) (P_{G1}(t) - P_{G2})} \quad (4.24)$$

Neste momento, para o cálculo do parâmetro de ajuste  $K_5$ , algumas hipóteses são feitas:

- O fluxo mássico de gás que entra no separador  $m_{GS,in}(t)$  é considerado igual ao fluxo mássico médio de gás que sai através da válvula Z no trabalho de *Storkaas*, ou seja,  $m_{LS,in} = 0,362 \text{ kg/s}$ .
- A abertura de equilíbrio para a válvula de gás do separador é determinada igual a  $z_G = 50\%$ .
- A densidade do gás é igual a densidade média do gás na tubulação  $\rho_G(t) = 73 \text{ kg/m}^3$ .

Substituindo estes valores na equação (4.24) é encontrado que

$$K_5 = \frac{0,724}{\sqrt{36 \times 10^7 - 73 P_{G2}}}$$

Da equação (4.24) observa-se que o parâmetro de ajuste depende da pressão  $P_{G2}$ , que é a pressão após a válvula  $V_{a2}$  de gás do separador desconhecida neste processo. Durante as simulações foram utilizados diferentes valores para a pressão  $P_{G2}$  com resultados

---

<sup>2</sup>As pressões após as válvulas de líquido e gás do separador são, na prática, oriundas dos equipamentos posteriores ao vaso no processo. Como esses equipamentos não são considerados no trabalho, tais pressões são assumidas como constantes.

satisfatórios. Então, optou-se por uma pressão próxima à pressão  $P_0 = 50 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  usada no trabalho de *Storkaas*, já que os modelos serão acoplados. Portanto, foi escolhido  $P_{G2} = 49 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  e encontrado que  $K_5 = 0,0003$ .

Os parâmetros de sintonia são apresentados na Tabela 4.1

Tabela 4.1: Parâmetros de sintonia do modelo do separador.

$K_4$	$K_5$
0,002	0,0003

## 4.4 Simulações e Análise dos Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados das simulações realizadas na ferramenta matemática MATLAB [87] da dinâmica do modelo para o separador cilíndrico horizontal bifásico. As dimensões do tanque foram obtidas a partir de um separador apresentado no trabalho de *Miranda et al.* [39]. O novo separador possui comprimento igual a  $H_4 = 4,5 \text{ m}$  e diâmetro igual a  $D_s = 1,5 \text{ m}$ , seu volume é  $V_s = 8 \text{ m}^3$ ; a determinação das dimensões do separador é detalhada na Seção E.2 do Apêndice E. É importante destacar que a golfada é simulada a partir da implementação do modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* (Capítulo 3), e que nos resultados destas simulações os modelos da tubulação e do separador não estão acoplados.

Para a simulação do modelo do separador cilíndrico horizontal bifásico consideram-se os mesmos cenários de simulações definidos no Capítulo 3.

1. Fluxo sem golfada: abertura da válvula em 12% (i.e.,  $z = 12\%$ ).
2. Fluxo com golfada: abertura da válvula em 18% (i.e.,  $z = 18\%$ ).
3. Fluxo com golfada severa: abertura da válvula em 50% (i.e.,  $z = 50\%$ ).

Os fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e gás  $m_{G,out}(t)$  que entram no separador são obtidos dos resultados das simulações apresentados no Capítulo 3 (ver Figura 3.6). Para o separador, no início das simulações, considera-se o nível de líquido e a pressão do gás iniciais, respectivamente, iguais a  $L_0(0) = 0,75 \text{ m}$  e  $P_{G10}(0) = 50 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ ; as aberturas das válvulas  $Va_1$  e  $Va_2$  iguais a  $z_L = z_G = 50\%$ ; e as pressões à jusante das válvulas  $P_{OL2} = 49 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  e  $P_{G2} = 49 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ .

Na Figura 4.2 são apresentados as variações do nível de líquido  $N(t)$ , na Figura 4.3 as variações da pressão do gás  $P_{G1}(t)$  dentro do separador, e na Figura 4.4 são mostradas as variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador para todos os cenários simulados.

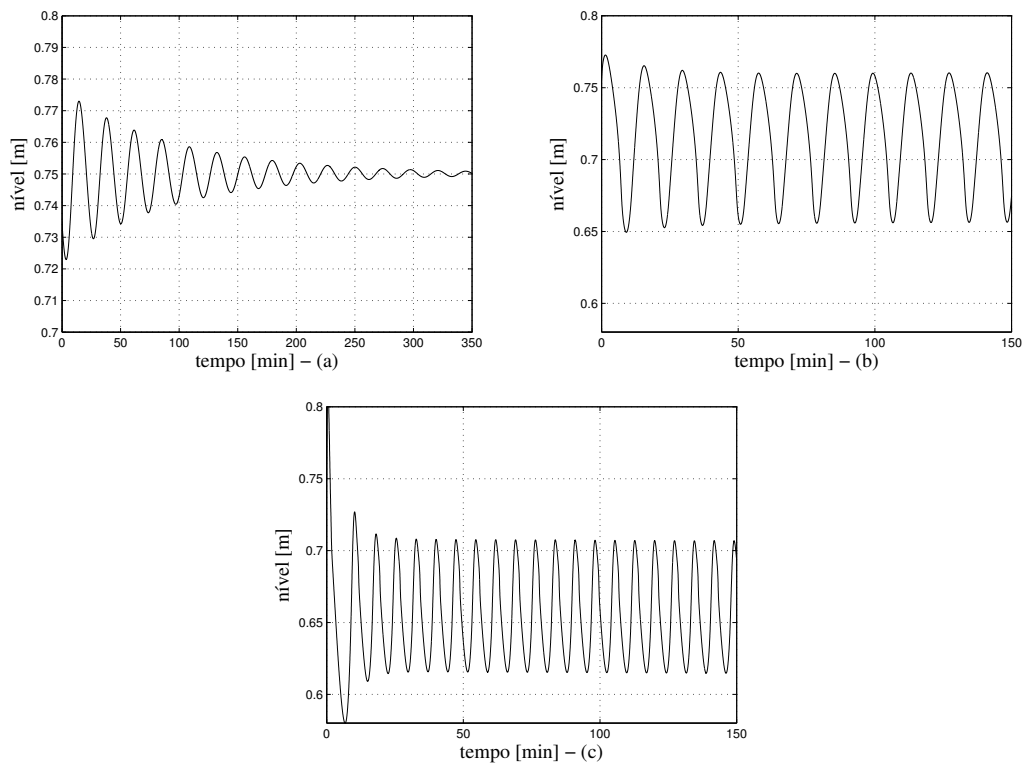


Figura 4.2: Variações do nível de líquido dentro do separador com abertura  $z$  em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%.

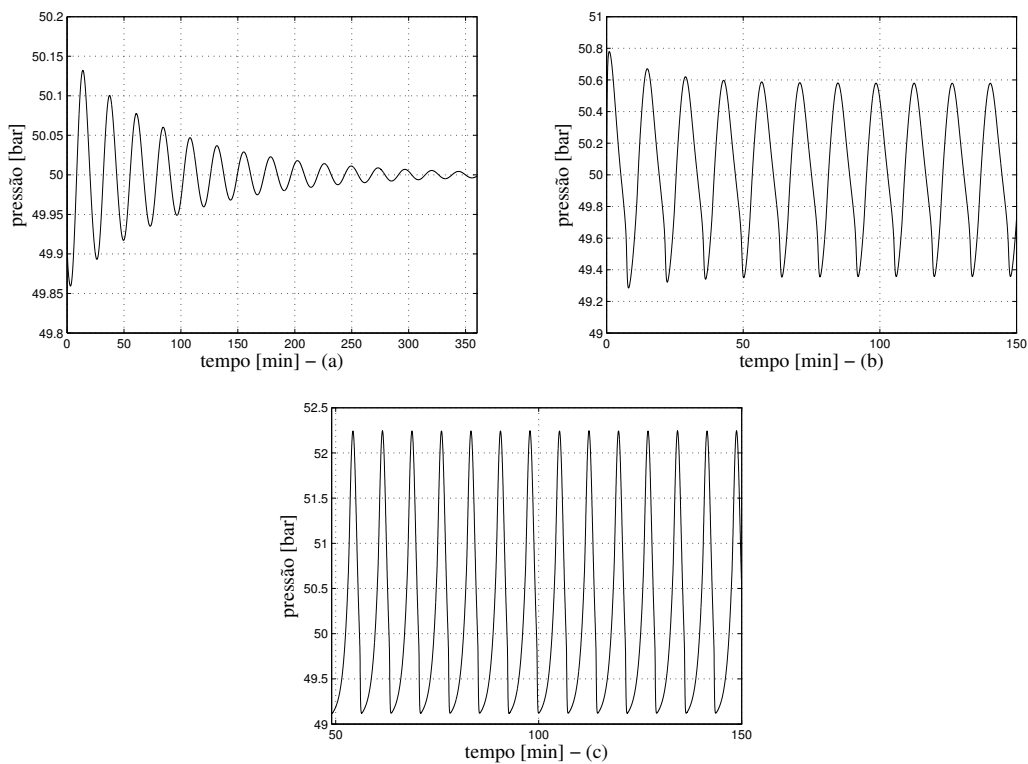


Figura 4.3: Variações da pressão do gás dentro do separador com abertura  $z$  em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%.



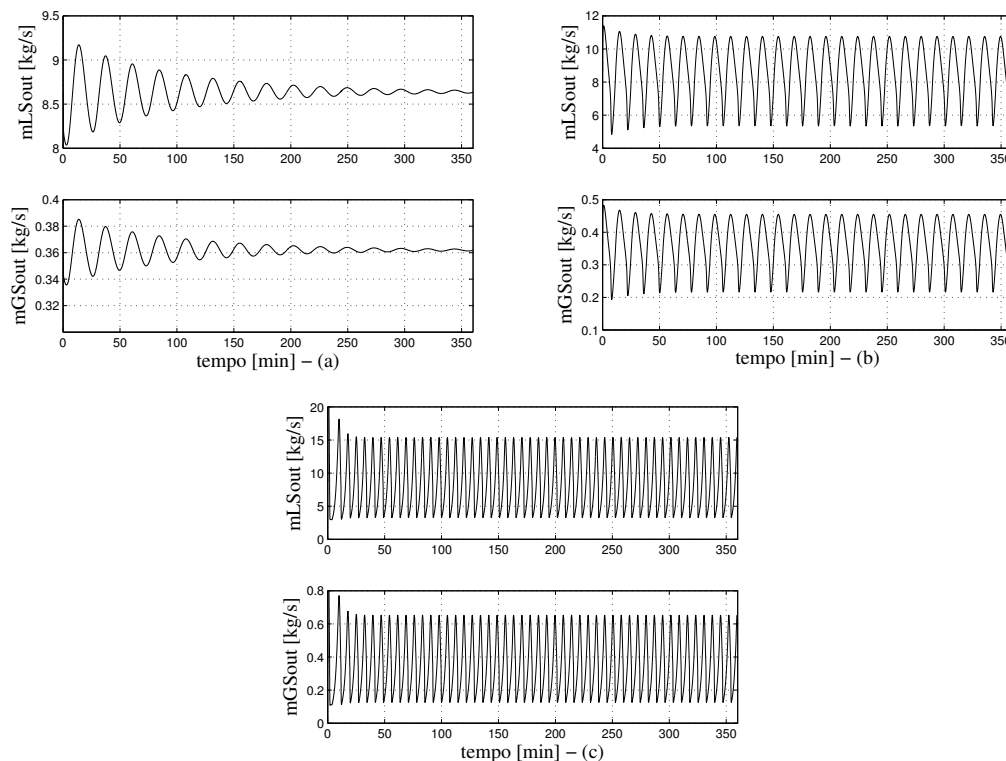


Figura 4.4: Variações dos fluxos mássicos dos fluidos (líquido  $m_{LS,out}(t)$  e gás  $m_{GS,out}(t)$ ) que saem do separador com abertura  $z$  em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%.

Observa-se que o nível torna-se estável quando a abertura da válvula no topo da tubulação ascendente é igual a 12% (i.e, sem golfadas), e oscilatório quando há a ocorrência do regime de fluxo com golfadas no processo, i.e,  $z = 18\%$  e  $z = 50\%$ . Observa-se que quando há a ocorrência de golfadas no separador os fluxos na sua saída são oscilatórios para os equipamentos a jusante do processo, tais fluxos são responsáveis por perturbações na produção de petróleo.

São apresentadas na Tabela 4.2 as médias do nível de líquido, da pressão do gás, e dos fluxos mássicos dos fluidos (líquido e gás) na entrada e na saída do separador, durante a simulação para  $z = 12\%$  (i.e., mostrando que o sistema encontra-se em equilíbrio). Observando os resultados para  $z = 18\%$  e  $z = 50\%$  constata-se que o nível médio de líquido está um pouco abaixo de  $L = 0,75\text{ m}$  (i.e., metade do tanque) e a pressão média de gás no vaso um pouco acima da pressão média  $P_{G1} = 50 \times 10^5\text{ N/m}^2$ . Isto ocorre por causa da dinâmica do sistema, pois na média está saindo uma quantidade de gás um pouco inferior a que está entrando, portanto acarretando um pequeno aumento médio na pressão do gás dentro do vaso, e conseqüentemente diminuindo o nível de equilíbrio de líquido no separador.

Tabela 4.2: Valores médios das variáveis do modelo.

$z$ (%)	$L(t)$ (m)	$P_{G1}(t)$ ( $N/m^2$ )	$m_{LS,in}(t)$ (kg/s)	$m_{LS,out}(t)$ (kg/s)	$m_{GS,in}(t)$ (kg/s)	$m_{GS,out}(t)$ (kg/s)
12	0,75	$50 \times 10^5$	8,6395	8,6360	0,3615	0,3618
18	0,715	$50,1 \times 10^5$	8,6198	8,6334	0,3630	0,3617
50	0,655	$51,3 \times 10^5$	8,6544	8,6652	0,3644	0,3613

## 4.5 Conclusões

Separadores cilíndricos horizontais, em plataformas de produção de petróleo, são responsáveis pela separação dos componentes do fluxo multifásico (gás-líquido) que escoam dos poços no fundo do mar até as plataformas de produção na superfície. Devido às características do escoamento e às condições operacionais do sistema estes vasos estão sujeitos a severas variações de fluxo na sua entrada (i.e., golfadas) que ocasionam diferentes prejuízos à produção de petróleo.

Considerando as estratégias encontradas na literatura para minimizar, ou evitar a golfada em um sistema tubulação-separador, as mais promissoras são aquelas que abordam estratégias de controle com realimentação. Estas estratégias de controle podem ser aplicadas nas consequências da golfada, ou seja, nas válvulas por onde sai o líquido dos separadores; em suas causas no caso da golfada ser muito severa, isto é, na válvula localizada no topo da tubulação ascendente. Tais estratégias também podem ser aplicadas no sistema integrado, em mais de uma válvula simultaneamente.

Neste capítulo foi investigado um modelo matemático para um separador cilíndrico horizontal bifásico. É importante destacar que o objetivo final desta modelagem é o acoplamento entre o modelo utilizado para o vaso de separação, com o modelo dinâmico simplificado de *Storkaas*, assim obtendo um modelo que representa a dinâmica da golfada no sistema tubulação-separador para aplicação de novas estratégias de controle no sistema de modo integrado.

O modelo para o tanque é um modelo não-linear com duas variáveis de estado, isto é, o nível de líquido e a pressão do gás dentro do vaso. Este modelo possui dois parâmetros de sintonia  $K_4$  e  $K_5$ , respectivamente, na equação da válvula  $V_{a1}$  e na equação da válvula  $V_{a2}$ . Para encontrar os parâmetros de sintonia e realizar as simulações foram consideradas uma condição de equilíbrio dentro do vaso, e um novo separador dimensionado a partir de um tanque encontrado na literatura [39]. Em seguida, foram apresentados os resultados das simulações considerando 3 (três) cenários: sem golfada  $z = 12\%$ , com golfada  $z = 18\%$ , e com golfadas severa  $z = 50\%$ . Observou-se dos resultados das simulações, conforme o previsto, a descrição do regime de fluxo sem golfadas e com golfadas dentro do separador.

É importante destacar que também foram realizadas simulações, que não fazem parte

deste texto, considerando separadores de dimensões menores e maiores que o tanque utilizado, sendo obedecido a proporcionalidade que existe entre as dimensões 3 : 1. Como esperado, os resultados obtidos descreveram de modo satisfatório o regime de fluxo sem golfadas e com golfada no separador, porém verificou-se que é necessário escolher um tanque que represente de forma adequada o processo, ou seja, nem pequeno demais, que encha ou esvazie rapidamente, nem grande demais, de modo que as variações de nível e pressões sejam insignificantes.

Finalmente, conclui-se que o modelo investigado para o separador cilíndrico horizontal bifásico descreve adequadamente a dinâmica de um regime de fluxo estável e de um regime de fluxo com golfadas dentro do vaso, portanto o objetivo final da modelagem foi alcançado. A seguir será apresentado o acoplamento entre o modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* e o modelo do separador cilíndrico horizontal bifásico resultando em um modelo que representa a dinâmica da golfada para um tubulação-separador na indústria de petróleo.

# Capítulo 5

## O Modelo Dinâmico para uma Tubulação-Separador sob Golfadas

### 5.1 Introdução

Neste capítulo é apresentado o resultado do acoplamento entre o modelo dinâmico de *Storkaas* para uma tubulação sujeita ao regime de fluxo com golfadas, apresentado no Capítulo 3, e o modelo do separador cilíndrico horizontal bifásico apresentado no Capítulo 4. Esta integração ocorre através de uma relação de pressão, ou seja, a pressão do gás dentro do vaso agora é considerada a pressão após a válvula  $Z$  no topo da tubulação ascendente. O novo modelo é denominado modelo dinâmico para um sistema tubulação-separador e fornece um ambiente adequado para aplicações e simulações de novas estratégias de controle no problema da golfada na indústria de petróleo [56].

O presente capítulo está organizado como segue. Na Seção 5.2 são apresentadas as hipóteses da modelagem e em seguida as equações resultantes do acoplamento dos modelos. Na Seção 5.4 são realizadas simulações do modelo em malha aberta e a análise dos resultados. Na Seção 5.5 é realizada a análise da sensibilidade do modelo. Por fim, na Seção 5.6 são apresentadas as conclusões.

### 5.2 Descrição do Modelo Dinâmico para uma Tubulação-Separador

Nesta seção é apresentado o acoplamento entre o modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* e o modelo do separador cilíndrico horizontal bifásico, resultando no modelo dinâmico para um sistema tubulação-separador. Nas Figuras 5.1 e 5.2 são apresentadas, respectivamente, as ilustrações da tubulação-separador com a golfada em formação, e com o regime de fluxo

sem golfadas.

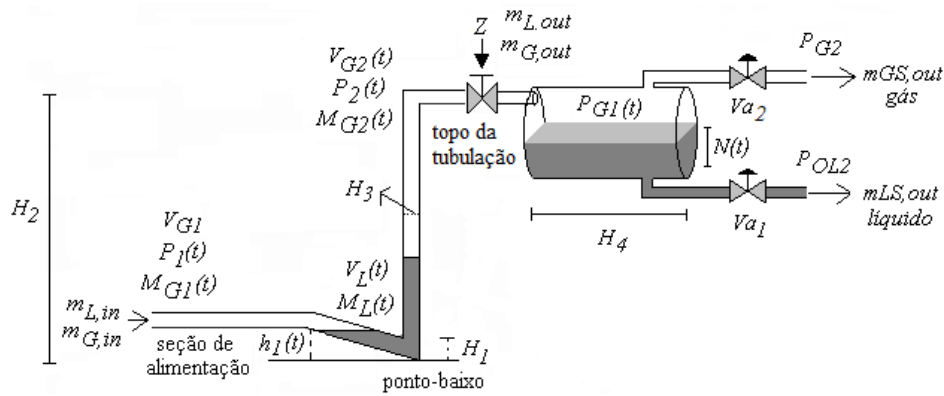


Figura 5.1: Ilustração da tubulação-separador com a golfada em formação.

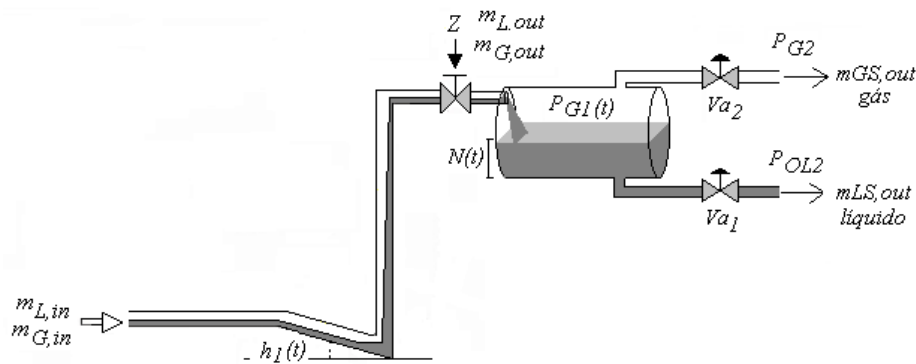


Figura 5.2: Ilustração da tubulação-separador com o regime de fluxo sem golfada.

Nas próximas seções são apresentadas as hipóteses e as equações do modelo dinâmico para um sistema tubulação-separador.

### 5.2.1 Hipóteses

O modelo dinâmico para um sistema tubulação-separador possui as hipóteses de modelagem do modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* apresentadas no Capítulo 3, em conjunto com as hipóteses de modelagem do modelo para o separador cilíndrico horizontal bifásico apresentadas no Capítulo 4 adicionadas da hipótese abaixo.

**H1:** O separador está conectado à tubulação através de uma relação de pressão, ou seja, a pressão do gás dentro do separador é considerada a pressão após a válvula Z no topo da tubulação ascendente.

## 5.2.2 Equações do Modelo

O modelo dinâmico para um sistema tubulação-separador é formado por um conjunto de 5 (cinco) equações diferenciais não-lineares, onde as equações (5.1)-(5.3) descrevem a dinâmica da tubulação, e as equações (5.4)-(5.5) descrevem a dinâmica do separador:

$$\dot{M}_L(t) = m_{L,in} - m_{L,out}(t) \quad (5.1)$$

$$\dot{M}_{G1}(t) = m_{G,in} - m_{G1}(t) \quad (5.2)$$

$$\dot{M}_{G2}(t) = m_{G1}(t) - m_{G,out}(t) \quad (5.3)$$

$$\dot{N}(t) = \frac{\sqrt{r_s^2 - (r_s - N(t))^2}}{2H_4\rho_L N(t) [3r_s - 2N(t)]} [m_{L,out}(t) - m_{LS,out}(t)] \quad (5.4)$$

$$\dot{P}_{G1}(t) = \frac{\rho_L \Phi [m_{G,out}(t) - m_{GS,out}(t)] + P_{G1}(t) [m_{L,out}(t) - m_{LS,out}(t)]}{\rho_L [V_S - V_{LS}(t)]}. \quad (5.5)$$

onde

$\dot{M}_L(t)$  é a variação da massa de líquido da tubulação em relação ao tempo,  $(kg/s)$ .

$\dot{M}_{G1}(t)$  é a variação da massa de gás na seção de alimentação da tubulação em relação ao tempo,  $(kg/s)$ .

$\dot{M}_{G2}(t)$  é a variação da massa de gás no topo da tubulação em relação ao tempo,  $(kg/s)$ .

$\dot{N}(t)$  é a variação do nível de líquido no separador, em relação ao tempo,  $(m/s)$ .

$\dot{P}_{G1}(t)$  é a variação da pressão do gás no separador, em relação ao tempo,  $(N/m^2s)$ .

$M_L(t)$  é a massa de líquido no ponto-baixo da tubulação,  $(kg)$ .

$M_{G1}(t)$  é a massa de gás na seção de alimentação da tubulação,  $(kg)$ .

$M_{G2}(t)$  é a massa de gás no topo da tubulação ascendente,  $(kg)$ .

$N(t)$  é o nível de líquido dentro do separador,  $(m)$ .

$P_{G1}(t)$  é a pressão do gás dentro do separador e a pressão após a válvula Z,  $(N/m^2)$ .

$m_{L,in}$  é o fluxo mássico de líquido que entra na tubulação,  $(kg/s)$ .

$m_{G,in}(t)$  é o fluxo mássico de gás que entra na tubulação,  $(kg/s)$ .

$m_{L,out}(t)$  é o fluxo mássico de líquido que sai da tubulação através da válvula Z e entra no separador,  $(kg/s)$ .

$m_{G,out}(t)$  é o fluxo mássico de gás que sai da tubulação através da válvula Z e entra no separador,  $(kg/s)$ .

$m_{G1}(t)$  é o fluxo mássico de gás interno na tubulação que flui do volume  $V_{G1}$  para o volume  $V_{G2}(t)$ ,  $(kg/s)$ .

$m_{LS,out}(t)$  é o fluxo mássico de líquido que sai através da válvula  $V_{a1}$  do separador,  $(kg/s)$ .

$m_{GS,out}(t)$  é o fluxo mássico de gás que sai através da válvula  $V_{a2}$  do separador,  $(kg/s)$ .

$r_s$  é o raio do separador,  $(m)$ .

$H_4$  é o comprimento do separador,  $(m)$ .

$\rho_L$  é a densidade de líquido,  $(kg/m^3)$ .

$V_S$  é o volume do separador, ( $m^3$ ).

$V_{LS}(t)$  é o volume de líquido no separador, ( $m^3$ ).

$\Phi = \frac{RT}{M_G}$  é uma constante.

$R$  é a constante universal do gases ideais ( $8314 \frac{J}{K.kmol}$ ).

$T$  é a temperatura no sistema, ( $K$ ).

$MW_G$  é o peso molecular do gás, ( $kg/kmol$ ).

O fluxo mássico da mistura  $m_{mix,out}(t)$  que sai da tubulação para o separador é determinado através da equação simplificada da válvula Z, dada por

$$m_{mix,out}(t) = zK_1 \sqrt{\rho_T(t)[P_2(t) - P_{G1}(t)]} \quad (5.6)$$

onde

$z$  é a abertura da válvula, ( $0 - 100\%$ ).

$K_1$  é um parâmetro de sintonia do modelo.

$\rho_T(t)$  é a densidade na válvula, ( $kg/m^3$ ).

$P_{G1}(t)$  é a pressão do gás dentro do separador, ( $N/m^2$ ).

Considerando o resultado apresentado na equação (5.6), é possível obter respectivamente o fluxo mássico de líquido

$$m_{L,out}(t) = \alpha_L^m(t)m_{mix,out}(t) \quad (5.7)$$

e o fluxo mássico de gás

$$m_{G,out}(t) = [1 - \alpha_L^m(t)]m_{mix,out}(t) \quad (5.8)$$

que saem através da válvula Z e entram no separador, onde  $\alpha_L^m(t)$  é a fração de líquido na válvula e pode ser calculado conforme equação (D.16) no Apêndice E.

O fluxo mássico de líquido e de gás que saem do separador através das válvulas  $V_{a1}$  e  $V_{a2}$  são representados, respectivamente, pelas equações (4.9) e (4.18) no Capítulo 4. Cabe ressaltar que os modelos matemáticos da tubulação e do separador cilíndrico horizontal bifásico são acoplados através de uma relação de pressão. Neste caso, a pressão  $P_{G1}(t)$  que é a pressão do gás dentro do vaso é considerada a pressão após a válvula Z no topo da tubulação ascendente, ou seja, neste novo modelo a pressão após a válvula Z é variável, já no modelo dinâmico simplificado de *Storkaas*, onde não é considerada a dinâmica do separador, esta pressão é considerada constante (o acoplamento pode ser verificado através da comparação entre as equações (3.5) no Capítulo 3 e (5.6) neste capítulo). A seguir são apresentados os resultados das simulações.

### 5.3 Procedimento de Sintonia

O procedimento para a realização da sintonia deste modelo foram os mesmos considerados tanto para o modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* da tubulação, apresentado na Seção 3.4 do Capítulo 3; e para o separador cilíndrico horizontal bifásico, apresentado na Seção 4.3 do Capítulo 4. Nesta sintonia e simulações foram utilizados os parâmetros do estudo de caso realizado no simulador de fluxo multifásico OLGA [8] para a tubulação, em conjunto com os parâmetros do separador dimensionado a partir do trabalho de *Miranda et al.* [39]. As pressões após as válvulas  $Va_1$  e  $Va_2$  são constantes e escolhidas iguais a  $P_{OL2} = 49 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  e  $P_{G2} = 49 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ .

É importante destacar que a escolha adequada das pressões  $P_{OL2}$  e  $P_{G2}$  são determinantes para a ocorrência da golfada no sistema. Considerando que os dados utilizados são obtidos a partir do estudo de caso realizado no simulador OLGA [8], no trabalho de *Storkaas* a pressão  $P_0$  após a válvula  $Z$  no topo da tubulação ascendente influência diretamente na ocorrência da golfada. Através de simulações do modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* foi observado que com um aumento desta pressão em torno de 10% o ponto de ocorrência da golfada altera para  $z = 15\%$ . Foram realizadas simulações diminuindo  $P_0$  também em torno de 10%, observou-se que a golfada ocorreu no sistema em  $z = 10\%$ , mais detalhes dos resultados dessas simulações podem ser encontrados em *Sausen e Barros* [60]. Por este motivo, as pressões após o separador foram escolhidas próximas a pressão utilizada por *Storkaas* [8] após a válvula  $Z$  no topo da tubulação ascendente, com o objetivo de garantir a ocorrência da golfada na tubulação.

Os parâmetros de sintonia encontrados são mostrados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Parâmetros de sintonia para o modelo dinâmico de um sistema tubulação-separador.

$\varphi$	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$
2,55	0,005	0,8619	1,2039	0,002	0,0003

### 5.4 Simulações e Análise dos Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados das simulações realizadas na ferramenta matemática MATLAB [87] do modelo dinâmico para um sistema tubulação-separador. Inicialmente são calculados os parâmetros de sintonia do modelo, ou seja,  $K_1$  na equação (3.5) da válvula  $Z$ ,  $K_2$  na equação (3.11) da velocidade interna do gás,  $K_3$  e  $\varphi$  na equação (3.12) de carregamento,  $K_4$  na equação (4.9) da válvula  $Va_1$ , e  $K_5$  na equação (4.18) da válvula  $Va_2$ .



Para a simulação do modelo do sistema tubulação-separador sob regime de fluxo com golfadas consideram-se os mesmos cenários de simulações definidos no Capítulo 3.

1. Fluxo sem golfada: abertura da válvula em 12% (i.e.,  $z = 12\%$ ).
2. Fluxo com golfada: abertura da válvula em 18% (i.e.,  $z = 18\%$ ).
3. Fluxo com golfada severa: abertura da válvula em 50% (i.e.,  $z = 50\%$ ).

Para o separador, no início das simulações, considera-se o nível de líquido e a pressão do gás iniciais, respectivamente, iguais a  $L_0(0) = 0,75 \text{ m}$  e  $P_{G10}(0) = 50 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ ; as aberturas das válvulas  $Va_1$  e  $Va_2$  iguais a  $z_L = z_G = 50\%$ ; e as pressões à jusante das válvulas  $P_{OL2} = 49 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  e  $P_{G2} = 49 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ . As dimensões do vaso são as mesmas utilizadas no Capítulo 4, Seção 4.4.

Na Figura 5.3 são apresentadas as variações das pressões na tubulação  $P_1(t)$  e  $P_2(t)$ , e na Figura 5.4 são mostrados os fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação e entram no separador para todos os cenários simulados.

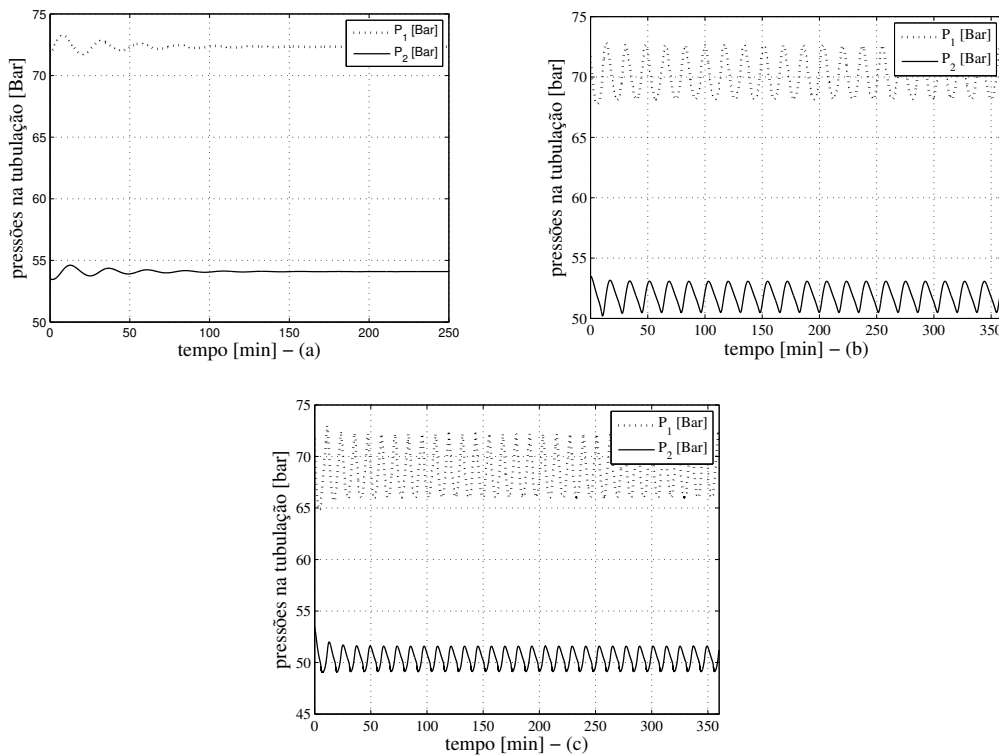


Figura 5.3: Variações das pressões na tubulação com abertura da válvula  $z$  em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%.

Comparando os resultados encontrados considerando o sistema acoplado, com os resultados obtidos considerando apenas a dinâmica da tubulação (ver Figura 3.5 e 3.6 no Capítulo 3), observa-se que com o acoplamento e conseqüentemente a pressão após a válvula  $Z$  no topo da tubulação ascendente variante, com  $z = 12\%$  as pressões na tubulação

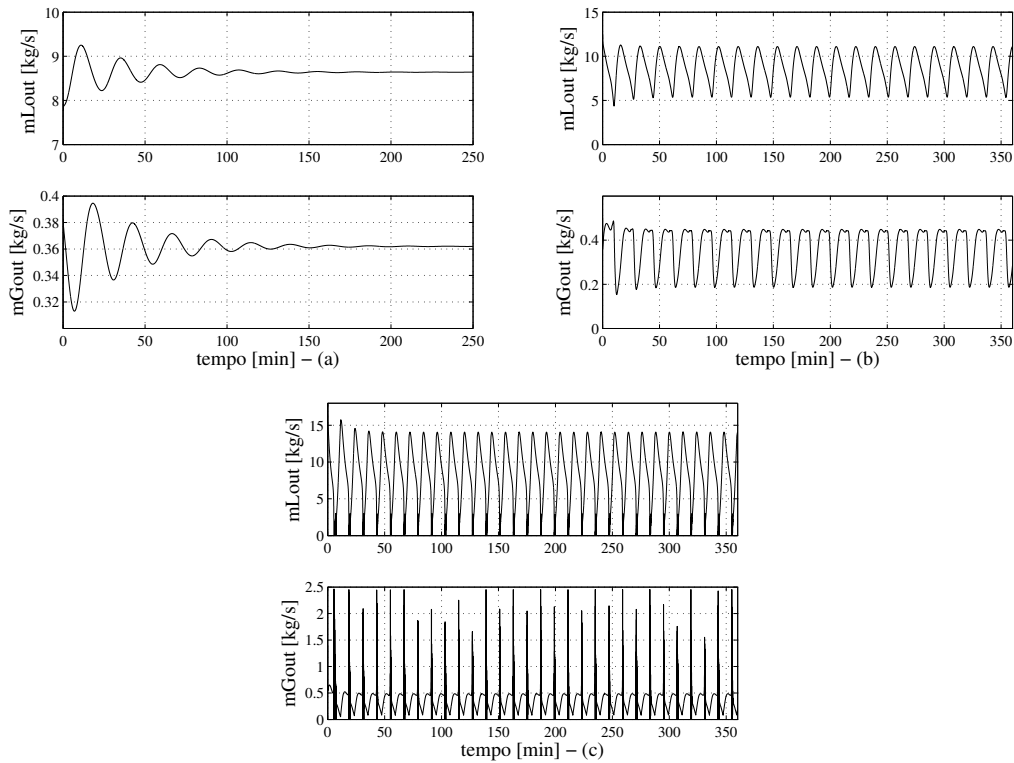


Figura 5.4: Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}$  e gás  $m_{G,out}$  que saem da tubulação e entram no separador com abertura da válvula  $z$  em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%.

e os fluxos mássicos que entram no separador alcançam a estabilidade com maior rapidez; com  $z = 18\%$  e  $z = 50\%$  as pressões e fluxos mássicos são menos oscilatórias e possuem menor amplitude. Através de simulações foi verificado que com a adição do separador à tubulação a golfada aconteceu na abertura da válvula em 18% (i.e.,  $z = 18\%$ ).

Nas Figuras 5.5, 5.6 e 5.7 são apresentados respectivamente as variações do nível de líquido  $N(t)$ , da pressão do gás  $P_{G1}(t)$  dentro do separador, e os fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do vaso, para todos os cenários simulados.

Considerando o nível de líquido e a pressão do gás dentro do separador observa-se que em ambos as oscilações são menores que as encontradas no separador quando os sistemas não estão acoplados, que a golfada com a adição do separador foi de menor intensidade, isto é, com menor amplitude e maior período (ver as Figuras 4.3 e 4.4 do Capítulo 4). Verifica-se, por exemplo, que com  $z = 18\%$  ocorreram 11 golfadas em 150 *min* de simulação no separador para o sistema sem acoplamento (ver Figura 4.2 (b)), ou seja, uma golfada a cada 13,5 *min*, já no sistema acoplado é observada 9 golfadas no mesmo intervalo de tempo, isto é, uma golfada a cada 17 *min* (ver Figura 5.5 (b)) com picos de vazão de líquido em torno de 11 *kg/s* e picos de vazão de gás de 0,43 *kg/s* no separador (ver Figura 5.7 (b)). Considerando a abertura de  $z = 50\%$  no sistema sem acoplamento ocorreram 21 golfadas em 150 *min* de simulação, ou seja, uma golfada a cada 7 *min* (ver Figura 4.2 (c)), já no sistema acoplado é observada 13 golfadas no mesmo

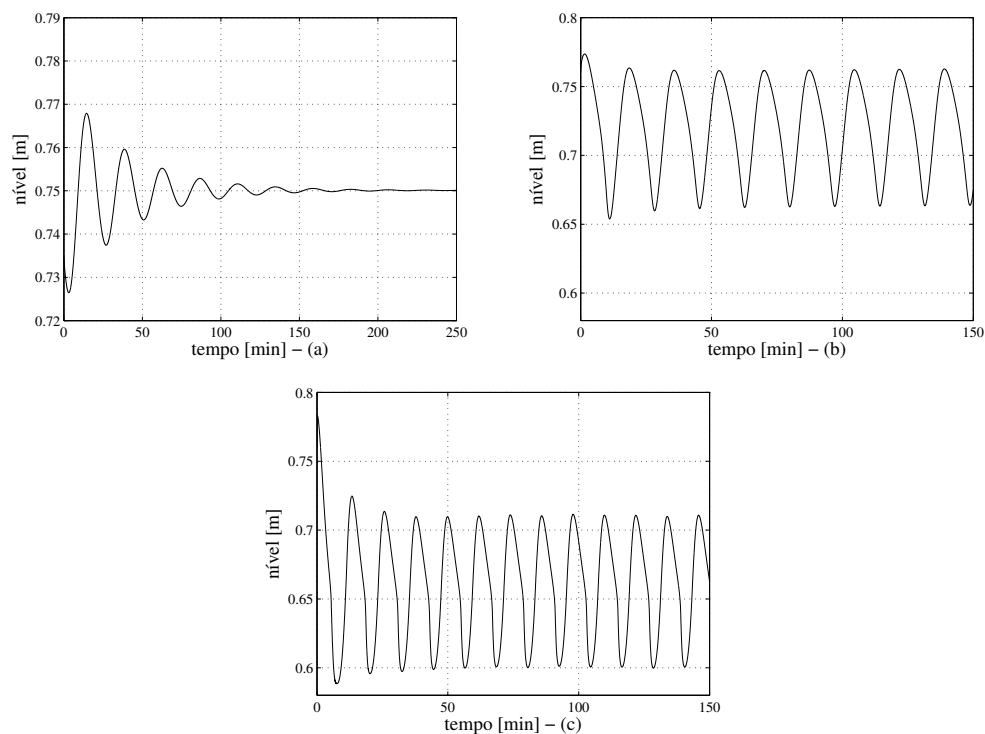


Figura 5.5: Variações do nível de líquido no separador com abertura da válvula  $z$  em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%.

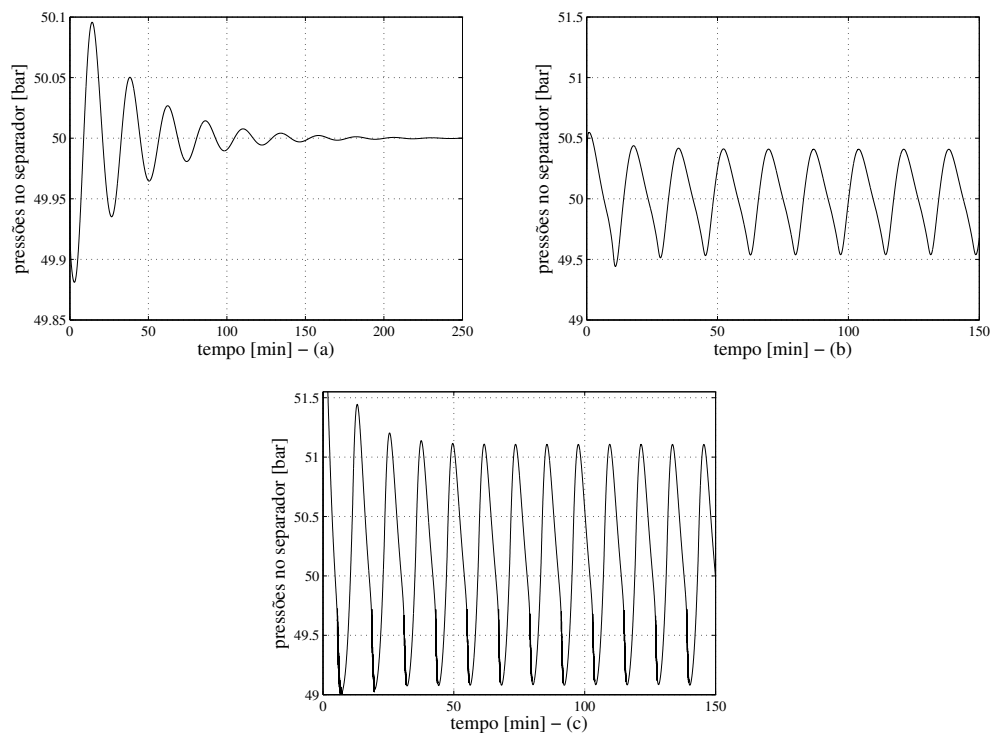


Figura 5.6: Variações das pressões no separador com abertura  $z$  em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%.

intervalo de tempo (ver Figura 5.5 (c)), isto é, uma golfada a cada 11,5 *min* com picos de vazão de líquido em torno de 14 *kg/s* e de gás em torno de 2 *kg/s* dentro do separador

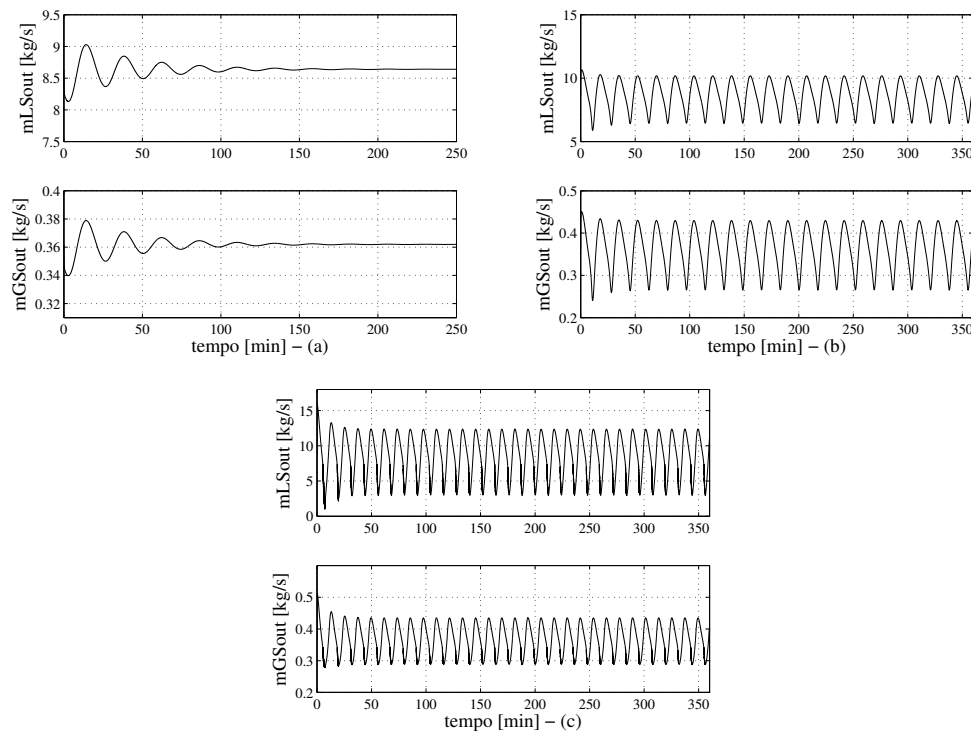


Figura 5.7: Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}$  e gás  $m_{GS,out}$  que saem do separador com abertura da válvula  $z$  em (a) 12%, em (b) 18% e em (c) 50%.

(ver Figura 5.7 (c)).

São apresentadas na Tabela 5.2 as médias do nível de líquido, da pressão do gás, e dos fluxos mássicos dos fluidos (líquido e gás) na entrada e na saída do separador, durante a simulação para  $z = 12$  (%), mostrando que o sistema encontra-se em equilíbrio. Observando os resultados para  $z = 18\%$  e  $z = 50\%$  constata-se que o nível médio de líquido está um pouco abaixo de  $L = 0,75$  m (i.e., metade do tanque) e a pressão média de gás no vaso um pouco acima da pressão média  $P_{G1} = 50 \times 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Isto ocorre por causa da dinâmica do sistema, pois na média está saindo uma quantidade de gás um pouco inferior a que está entrando, portanto acarretando um pequeno aumento médio na pressão do gás dentro do vaso, e conseqüentemente diminuindo o nível de equilíbrio de líquido no separador.

Tabela 5.2: Valores médios das variáveis do modelo.

$z$ (%)	$L(t)$ (m)	$P_{G1}(t)$ (N/m <sup>2</sup> )	$m_{LS,in}(t)$ (kg/s)	$m_{LS,out}(t)$ (kg/s)	$m_{GS,in}(t)$ (kg/s)	$m_{GS,out}(t)$ (kg/s)
12	0,75	$50 \times 10^5$	8,6397	8,6361	0,3615	0,3618
18	0,72	$50,04 \times 10^5$	8,633	8,637	0,3625	0,3621
50	0,66	$50,15 \times 10^5$	8,6163	8,6329	0,3704	0,3686

## 5.5 Análise da Sensibilidade

Define-se a análise da sensibilidade de um sistema através da quantificação da variação do seu modelo dada uma mudança nos seus parâmetros, ou seja, a sensibilidade [49,91,92] é definida como uma relação entre um vetor de parâmetros do modelo

$$\alpha = \left[ \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \dots \quad \alpha_r \right]^T$$

e um vetor de comportamento dinâmico do sistema

$$\zeta = \left[ \zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \dots \quad \zeta_s \right]^T.$$

O vetor de parâmetros  $\alpha$  pode ser decomposto como a combinação linear de outros dois vetores, isto é,

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$$

onde

$\alpha_0$  são os valores nominais dos parâmetros;

$\Delta\alpha$  são as variações em torno de  $\alpha_0$ .

Do mesmo modo a decomposição pode ser realizada com o vetor que representa o comportamento dinâmico do sistema  $\zeta$ , isto é,

$$\zeta = \zeta_0 + \Delta\zeta$$

onde

$\zeta_0$  são os valores nominais do comportamento dinâmico do sistema;

$\Delta\zeta$  são as variações em torno de  $\zeta_0$ .

Por conseguinte, é possível realizar a análise da sensibilidade partindo-se de um ponto de operação nominal  $(\alpha_0, \zeta_0)$  e verificando-se quais alterações  $\Delta\alpha$  nos parâmetros geram variações  $\Delta\zeta$  no comportamento dinâmico do sistema.

O modelo dinâmico para uma tubulação-separador, apresentado neste capítulo, possui 6 (seis) parâmetros de sintonia compondo o seguinte vetor  $\alpha$

$$\alpha = \left[ \varphi \quad K_1 \quad K_2 \quad K_3 \quad K_4 \quad K_5 \right]^T \quad (5.9)$$

onde seus valores nominais são apresentados na Tabela 5.1. O vetor  $\zeta$  que caracteriza o comportamento dinâmico do sistema é dado por

$$\zeta = \left[ P_1(t) \quad P_2(t) \quad m_{L,out}(t) \quad m_{G,out}(t) \quad P_{G1}(t) \quad N(t) \quad m_{LS,out}(t) \quad m_{GS,out}(t) \right]^T. \quad (5.10)$$

A análise da sensibilidade é realizada considerando os vetores apresentados nas equações (5.9) e (5.10), aplicando a seguinte metodologia: inicialmente é escolhido um dos parâmetros de sintonia do vetor  $\alpha$  (e.g.,  $K_1$ ), então altera-se sucessivamente o valor do

mesmo em cada uma das simulações considerando-se todos os demais parâmetros (i.e.,  $\varphi$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ ,  $K_4$  e  $K_5$ ) com seus valores nominais (i.e., referência), e finalmente são analisados os resultados destas simulações verificando quais alterações ocorrem nos parâmetros que representam o comportamento dinâmico do sistema (i.e, vetor  $\zeta$ ). As simulações são realizadas na ferramenta matemática MATLAB [87], e para todos os casos simulados considera-se primeiramente a abertura da válvula  $z = 12\%$  (i.e., fluxo sem golfada), e posteriormente  $z = 20\%$  (i.e., fluxo com golfada).

Inicialmente variou-se o parâmetro  $K_1$  na equação da válvula Z no topo da tubulação ascendente, i.e. equação (5.6). Observou-se para  $z = 12\%$ , partindo de alterações do valor nominal  $K_1 = 0,005$ , que as curvas apresentam características da curva principal com oscilações amortecidas apenas quando o novo  $K_1$  está muito próximo de  $0,005$ , ou seja, em  $K_1 = 0,004$  e  $K_1 = 0,006$ . Para valores superiores, como por exemplo  $K_1 = 0,007$  e  $K_1 = 0,008$ , as curvas apresentaram oscilações periódicas com características diferentes da curva principal. Para  $z = 20\%$ , partindo de alterações do valor nominal  $K_1 = 0,005$ , as curvas apresentam características da curva principal com oscilações periódicas apenas quando o novo  $K_1$  está muito próximo de  $0,005$ , ou seja, em  $K_1 = 0,006$ ; para  $K_1 = 0,004$  observou-se que a curva possui oscilações amortecidas (ver Figuras F.1-F.8 no Apêndice F).

Em seguida variou-se o parâmetro  $K_2$  na equação da velocidade do gás na tubulação, i.e., equação (3.11). Observou-se, partindo de alterações do valor nominal  $K_2 = 0,8619$ , que as demais curvas simuladas não possuem as características da curva principal com oscilações amortecidas para  $z = 12\%$  e com oscilações periódicas para  $z = 20\%$ . As curvas dos resultados das simulações para  $K_2$  diferente do valor nominal são amortecidas de forma brusca (ver Figuras F.9-F.16 no Apêndice F).

Variando-se o parâmetro  $\varphi$  na equação de carregamento de líquido na tubulação, i.e., equação (3.12), observou-se para  $z = 12\%$ , partindo de alterações do valor nominal  $\varphi = 2,55$ , que as curvas apresentam características da curva principal com oscilações amortecidas, quando o novo  $\varphi$  está próximo de  $2,55$ , por exemplo, em  $\varphi = 3$ . Quando utiliza-se um valor que não está próximo do valor nominal, a curva apresenta oscilações periódicas, ou é amortecida rapidamente. Para  $z = 20\%$ , partindo do valor nominal  $\varphi = 2,55$ , também verificou-se que as curvas possuem características da curva principal apenas para valores de  $\varphi$  próximos ao valor nominal (ver Figuras F.17-F.24 no Apêndice F).

Com a variação do parâmetro  $K_3$  na equação de carregamento de líquido na tubulação, i.e., equação (3.12), observou-se para  $z = 12\%$ , partindo de alterações do valor nominal  $\varphi = 1,2039$ , que as curvas apresentam características da curva principal com oscilações amortecidas quando o novo  $K_3$  está próximo de  $1,2039$ , por exemplo, em  $K_3 = 1,5$ ,

para os demais casos simulados as curvas são amortecidas bruscamente. Verificou-se para  $z = 20\%$ , partindo de alterações do valor nominal  $\varphi = 1,2039$ , que todas as curvas apresentaram características diferentes da curva principal (ver Figuras F.25-F.31 no Apêndice F).

Na sequência variou-se o parâmetro  $K_4$  na equação da válvula de líquido do separador, i.e., equação (4.9). Observou-se para  $z = 12\%$  e  $z = 20\%$ , partindo de alterações do valor nominal de  $K_4 = 0,002$  para  $K_4 = 0,0015$  e então para  $K_4 = 0,0025$ , que houveram alterações na condição de equilíbrio do tanque, ou seja, o nível de líquido no tanque aumentou quando  $K_4$  foi reduzido, e diminuiu quando  $K_4$  foi aumentado (ver Figuras F.33-F.39 no Apêndice F).

E por fim, variou-se o parâmetro  $K_5$  na equação da válvula de gás do separador, i.e., equação (4.18). Observou-se para  $z = 12\%$  e  $z = 20\%$ , partindo de alterações do valor nominal de  $K_5 = 0,0003$  para  $K_5 = 0,0002$  e então para  $K_5 = 0,00035$ , que houveram alterações na condição de equilíbrio do tanque, ou seja, o nível de líquido no tanque subiu quando  $K_5$  foi aumentado, e diminuiu quando  $K_5$  foi reduzido (ver Figuras F.41-F.47 no Apêndice F).

A partir do resultado das simulações, apresentadas no Apêndice F, observa-se que, dos parâmetros de sintonia simulados, o modelo foi mais sensível as alterações nos parâmetros  $K_2$  na equação (3.11) da velocidade do gás e  $K_3$  na equação de carregamento (3.12) de líquido na tubulação ascendente. Tais parâmetros influenciam diretamente na formação da golfada, pois devido as variações das pressões entre a seção de alimentação e o topo (i.e.,  $P_1(t) > P_2(t)$ ) há alterações na velocidade do gás, gerando o fluxo com golfadas na tubulação. Verifica-se que as alterações destes parâmetros (i.e.,  $K_2$  e  $K_3$ ) acarretam mudanças significativas nos resultados das simulações quando comparadas com as curvas principais com os seus respectivos valores nominais. Ou seja, as novas curvas com outros valores para estes parâmetros não possuem características da curva principal, pois não há oscilações decrescentes que caracterizam o regime de fluxo sem golfadas ou oscilações periódicas que descrevem as golfadas, observam-se curvas que são amortecidas bruscamente. Exemplos disto são apresentados nas Figuras 5.8 e 5.9, que ilustram respectivamente as pressões na seção de alimentação  $P_1(t)$  e no topo da tubulação ascendente  $P_2(t)$ , para  $z = 12\%$  e para  $z = 20\%$ , considerando variações no parâmetro de sintonia  $K_2$ . E nas Figuras 5.10 e 5.11, que ilustram respectivamente os fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e de gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação, para  $z = 12\%$  e para  $z = 20\%$ , considerando variações no parâmetro de sintonia  $K_3$ .

Observa-se, de modo geral, que os parâmetros de sintonia do modelo dinâmico para uma tubulação-separador devem estar devidamente sintonizados para somente assim representarem coerentemente o regime de fluxo com golfadas, tanto na tubulação como no

separador.

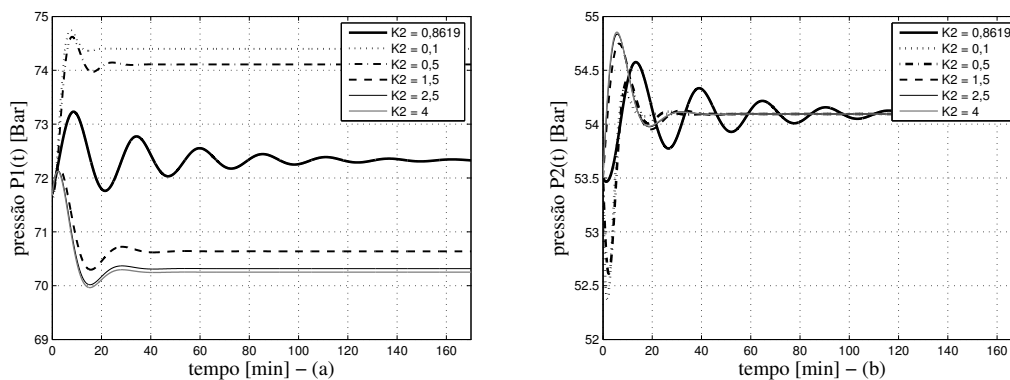


Figura 5.8: (a) Variações da pressão  $P_1(t)$  na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão  $P_2(t)$  no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_2 - z = 12\%$ .

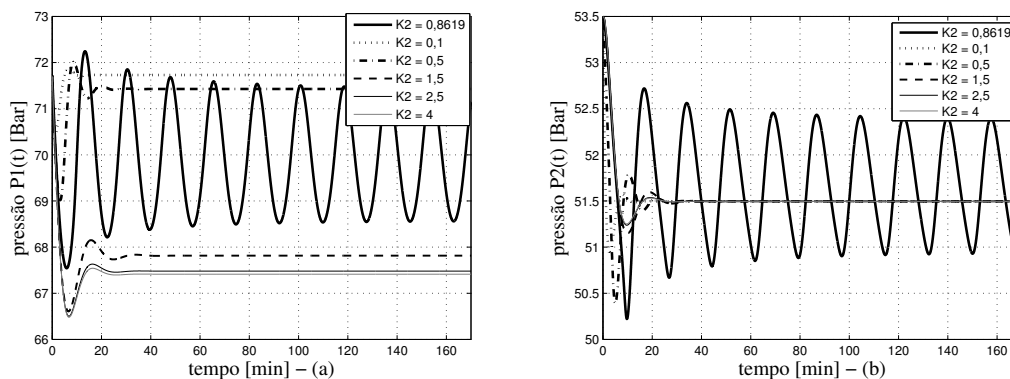


Figura 5.9: (a) Variações da pressão  $P_1(t)$  na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão  $P_2(t)$  no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_2 - z = 20\%$ .

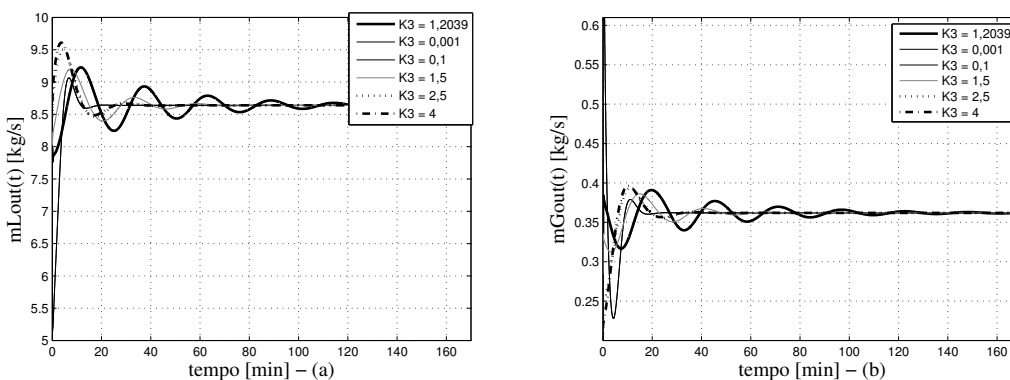


Figura 5.10: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_3 - z = 12\%$ .



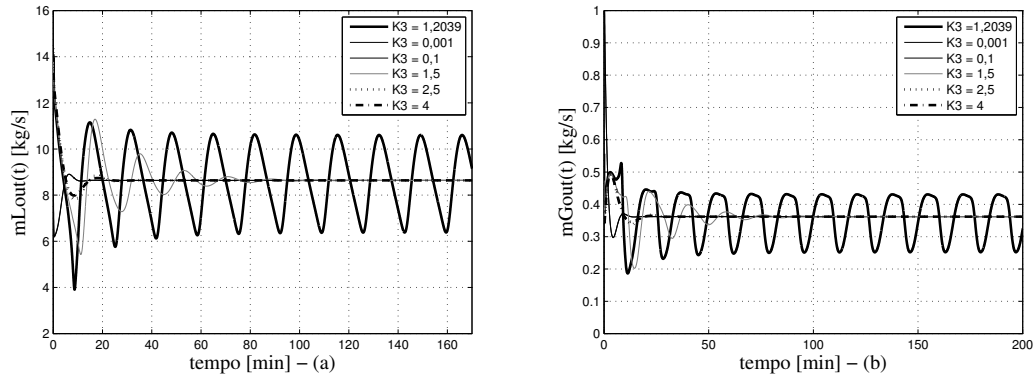


Figura 5.11: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_3 - z = 20\%$ .

## 5.6 Conclusões

Neste capítulo é apresentado o modelo dinâmico para um sistema tubulação-separador, que constitui na primeira contribuição deste trabalho, resultante do acoplamento entre, o modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* que descreve uma tubulação sujeita ao regime de fluxo com golfadas apresentado no Capítulo 3 e o modelo utilizado para um separador cilíndrico horizontal bifásico apresentado no Capítulo 4. Este acoplamento, ocorreu através de uma relação de pressão, ou seja, a pressão do gás no separador é considerada a pressão após a válvula Z no topo da tubulação ascendente.

O principal objetivo do desenvolvimento deste modelo é a obtenção de um cenário adequado para simulações de diferentes estratégias de controle em um sistema tubulação-separador que podem ser aplicadas de forma separada ou integrada, objetivando a redução dos efeitos da golfada na vazão de saída de líquido do separador. Considerando os resultados das simulações com a mesma abertura da válvula Z localizada no topo da tubulação ascendente, observou-se que com o acoplamento do separador à tubulação e a pressão após a válvula Z variante, a amplitude da golfada diminuiu, e o intervalo de tempo entre uma golfada e outra aumentou, em relação àquelas simuladas considerando a golfada apenas na tubulação (Capítulo 3) e apenas do separador (Capítulo 4). Verifica-se, também, que com a adição do separador o ponto de operação de ocorrência da golfada foi alterado, ou seja, passou de 13% para 18%.

Finalizando este capítulo foi realizada a análise da sensibilidade do modelo proposto com o objetivo de avaliar a variação do seu comportamento dinâmico a partir de alterações dos seus parâmetros de sintonia. Observou-se a partir do resultado das simulações que o modelo foi mais sensível as variações dos parâmetros de sintonia  $K_2$  e  $K_3$  que compõem respectivamente a equação da velocidade do gás e a equação de carregamento de

líquido na tubulação, que influenciam diretamente na formação do escoamento com golfadas no sistema. Verificou-se que as curvas que representam o comportamento dinâmico do sistema com outros valores para  $K_2$  e  $K_3$  diferentes dos valores nominais, não possuem características da curva principal, pois não há ocorrência de oscilações decrescentes que caracterizam o regime de fluxo sem golfadas, ou a presença de oscilações periódicas que descrevem o fluxo com golfadas, por outro lado as curvas são amortecidas de forma brusca. Após análise dos resultados das simulações concluiu-se, de modo geral, que os parâmetros de sintonia do modelo devem estar devidamente sintonizados para somente desta forma representar adequadamente o regime de fluxo com golfadas no processo.

# Capítulo 6

## O Controlador de Erro-Quadrático

### 6.1 Introdução

O controlador de erro-quadrático [46–48] é formado por uma função não-linear cujo ganho aumenta com a magnitude do erro de rastreamento e pode ser expresso matematicamente por

$$k_c(t) = k_1 + k_{2NL}|e(t)|$$

onde  $k_1$  é o ganho linear,  $k_{2NL}$  é o ganho não-linear, e  $e(t)$  é o erro de rastreamento. Quando  $k_{2NL} = 0$ , o controlador é linear, mas quando  $k_{2NL} \neq 0$  o controlador segue uma função de lei quadrática.

Em plataformas de produção de petróleo que utilizam controle de nível convencional em tanques de produção, quando grandes quantidades de fluidos (líquido-gás) entram no separador, o nível de líquido neste vaso aumenta afastando-se do *setpoint*. Na literatura é sugerido utilizar controladores PI convencionais para controlar o nível médio de líquido dentro de tanques [41, 46, 47, 50, 52], uma vez que através do ganho proporcional, este controlador transfere o erro para a saída do processo fazendo com que a válvula de líquido do separador mova-se proporcionalmente ao erro, assim mudando o fluxo de líquido na saída, de modo que o nível retorne ao *setpoint* rapidamente. Observa-se, em processos com a especificação de manter o nível no *setpoint*, que quando a válvula de líquido na saída do vaso detecta as mudanças bruscas no nível (e.g., decorrentes de golfadas) a mesma transfere estas perturbações para os demais equipamentos do processo.

Por outro lado, os efeitos das variações de fluxo no separador (e.g, aumento de nível) e na vazão de saída de líquido do vaso podem ser minimizadas pela troca do algoritmo de controle PI convencional por um algoritmo de controle PI de erro-quadrático [47], como pode ser verificado através do resultado de simulações apresentado no Capítulo 7. Com a aplicação de um controlador de erro-quadrático em um processo de controle de nível em tanques observa-se que um pequeno desvio do nível em relação ao *setpoint*

ocasiona uma pequena mudança na válvula de líquido, deixando o fluxo de saída quase inalterado. Entretanto, um grande desvio do *setpoint* ocasiona uma ação de controle mais eficaz [47, 93] devido à lei de erro-quadrática, portanto prevenindo que o nível de líquido alcance um valor muito alto dentro do separador. O controlador de erro-quadrático tem o benefício de ocasionar taxas de fluxo mais estáveis para os instrumentos à jusante do vaso, que as obtidas com o controle convencional, com melhoramento na resposta do processo a diferentes tipos de mudanças de fluxo [47].

Em *Liu et al.* [93], um controlador PID de erro-quadrático é comparado com um controlador PID do tipo fuzzy estruturado em paralelo [93]. É encontrado que o controlador de erro-quadrático produz um sistema em malha fechada com amortecimento variável em relação ao erro, sendo que quanto maior o erro do sistema mais eficaz será sua ação de controle [46]. Em *Special Nonlinear PID Controllers* [48] são apresentados algoritmos de controladores PI (Proporcional Integral) de erro-quadrático em série e em paralelo usados em malhas de controle de nível em tanques com diferentes objetivos de controle: (1) movimentar a válvula de saída de líquido do vaso para manter o nível no *setpoint*; (2) minimizar o movimento da válvula de saída de líquido do separador e manter o nível dentro de uma banda (i.e., uma faixa onde o nível pode oscilar entre um limite superior e um limite inferior dentro do vaso). Também são apresentados algoritmos de controle I (Integral) de erro-quadrático em série e em paralelo que solucionam problemas cíclicos de histerese em malhas de nível.

Devido a natureza não-linear o algoritmo do controlador de erro-quadrático não pode ser sintonizado usando técnicas convencionais. Para contornar este problema, é sugerido na literatura o seguinte método para o cálculo do ganho não-linear do controlador de erro-quadrático: calcula-se o ganho linear para um controlador convencional quando o nível do tanque encontra-se no valor máximo permitido. É determinado, então, que o ganho para o controlador de erro-quadrático deve ser cerca de 50% maior do que o ganho do controlador convencional. Usualmente este cálculo deve ser repetido para o nível mínimo permitido, selecionando-se o mais alto dos dois ganhos encontrados [47].

Considerando-se que o controlador de erro-quadrático não pode ser sintonizado usando técnicas convencionais, e que após revisão bibliográfica não foi encontrado um método de sintonia fundamentado em leis matemáticas, foi definido que o principal objetivo deste capítulo seria o desenvolvimento de limites para o ganho não-linear do controlador de erro-quadrático baseado na teoria da estabilidade de Lyapunov [49]. Estes limites são obtidos através da realização de dois procedimentos. O primeiro limite para o ganho não-linear é alcançado com base nos Teoremas de estabilidade de Lyapunov. O segundo limite é obtido calculando-se um limite para um ganho linear. A partir daí, tal procedimento é generalizado para o caso não-linear, conforme desenvolvimentos de Teoremas e Provas para

análise da estabilidade de sistemas não-lineares, apresentados em *Khalil* [49]. Em seguida, são considerados 3 processos: um de segunda ordem [94], um de quarta ordem [94], e um de nível de líquido em um tanque [95]. Então, aplica-se a estes processos, os controladores de erro-quadrático desenvolvidos neste capítulo, o controlador de erro-quadrático baseado na sintonia proposta em *Error Squared Control Tutorial* [47] e o controlador convencional.

A estabilidade em malha fechada de sistemas de controle é um assunto importante, mas um dos principais objetivos quando se deseja controlar um sistema é melhorar o seu desempenho [63]. Um caminho para verificar o desempenho de sistemas de controle é medir certas normas de sinais tais como: a Integral do Erro Absoluto (IEA), a Integral do Erro Quadrático (IEQ) e o pico do valor do sinal do erro [63]. Assim, o desempenho dos processos com os controladores de erro-quadrático são comparados entre si, e com o desempenho do controlador convencional.

Este capítulo está organizado como segue. Na Seção 6.2 são introduzidos os modelos matemáticos utilizados para o desenvolvimento do cálculo do ganho não-linear do controlador de erro-quadrático. Na Seção 6.3 são apresentados os Teoremas que determinam os limites para o ganho não-linear. Na Seção 6.4 são apresentados os resultados das simulações e a análise dos resultados de desempenho, comparando-se os controladores de erro-quadrático, entre si, e com o controlador convencional. Na Seção 6.5 são apresentadas as conclusões.

## 6.2 Os Modelos Matemáticos

Nesta seção são apresentados os modelos matemáticos utilizados no cálculo dos limites para o ganho não-linear do controlador de erro-quadrático. Inicialmente, o esquema de um sistema de controle, denominado sistema  $S$ , em malha fechada, é representado pelo diagrama de blocos na Figura 6.1.

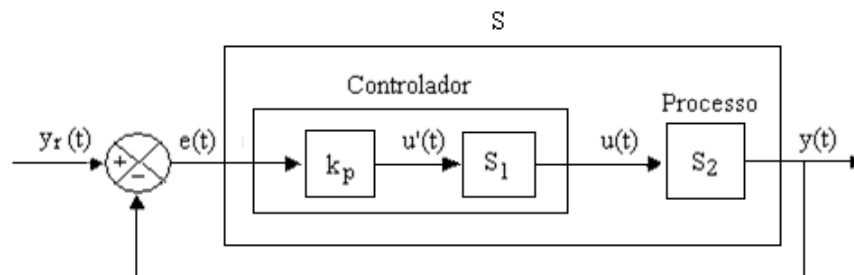


Figura 6.1: Representação em diagrama de blocos de um sistema de controle geral.

O sistema  $S$  é gerado pela composição entre o controlador e o processo. O controlador

é representado por dois blocos, o primeiro denota o ganho proporcional do controlador denominado  $k_p$ , e o segundo denota um sistema em espaço de estado correspondente as ações de controle P, I e D, denominado sistema  $S_1$ . O processo é denominado sistema  $S_2$ . O sistema  $S$  possui uma entrada  $y_r(t)$ , que representa o *setpoint*, e aqui é considerada zero sem perda de generalização [49], e uma saída denominada  $y(t)$ . O sinal de controle  $u(t)$  atua sobre o processo com o objetivo de fazer com que o erro de rastreamento

$$e(t) = -y(t) \quad (6.1)$$

seja zero. E  $u'(t)$  é uma entrada para o sistema  $S_1$ .

O sistema de segunda ordem linear invariante no tempo  $S_1$ , que representa as ações de controle, tem representação em espaço de estado conforme

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + B_c u'(t) \\ u(t) &= C_c x_c(t) + D_c u'(t) \end{aligned} \quad (6.2)$$

onde

$$\begin{aligned} x_c(t) &= \begin{bmatrix} x_{c1} \\ x_{c2} \end{bmatrix}, \quad A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{NT_d} \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{F^2 T_i T_d^2} \end{bmatrix} \\ C_c &= \begin{bmatrix} FT_d & F^2 T_d^2 - T_i T_d \end{bmatrix}, \quad D_c = \frac{F+1}{F} \end{aligned}$$

e

$x_c(t)$  é o vetor de estado, de ordem  $2 \times 1$ .

$A_c$  é a matriz de estado, de ordem  $2 \times 2$ .

$B_c$  é a matriz de entrada, de ordem  $2 \times 1$ .

$C_c$  é a matriz de saída, de ordem  $1 \times 2$ .

$D_c$  é a matriz de transmissão direta, de ordem  $1 \times 1$ .

$T_i$  é o tempo integral.

$T_d$  é o tempo derivativo.

$F$  está relacionado à constante de tempo do filtro que serve para tornar o controle realizável e atenuar o ruído no termo derivativo.

O sistema linear invariante no tempo  $S_2$  tem representação em espaço de estado conforme

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p u(t) \\ y(t) &= C_p x_p(t) \end{aligned} \quad (6.3)$$

onde

$x_p(t)$  é o vetor de estado, de ordem  $n \times 1$ .

$A_p$  é uma matriz de estado, de ordem  $n$ .

$B_p$  é um vetor de entrada, de ordem  $n \times 1$ .

$C_p$  é um vetor de saída, de ordem  $1 \times n$ .

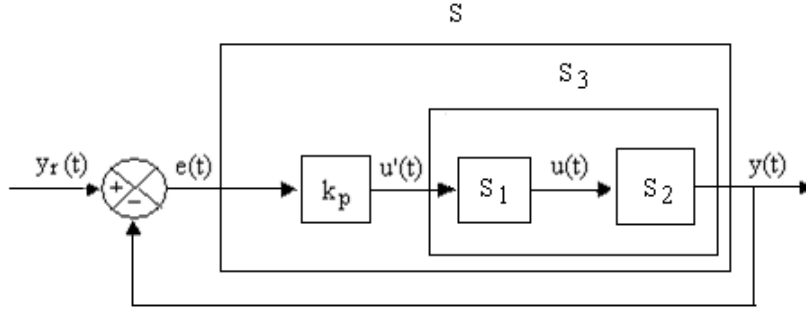


Figura 6.2: Representação em diagrama de blocos da composição entre o sistema  $S_1$  e o sistema  $S_2$ .

A composição do sistema  $S_1$  com o sistema  $S_2$  está representada na Figura 6.2 gerando um sistema  $S_3$ , também em espaço de estado. Para a realização da composição [96] dos dois sistemas a entrada  $u(t)$  é eliminada, então é obtido o sistema  $S_3$  dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p(t) \\ \dot{x}_c(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} A_p & B_p C_c \\ 0 & A_c \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} d_c B_p \\ B_c \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} C_p & 0 \end{bmatrix} & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p(t) \\ x_c(t) \\ u'(t) \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

reescrevendo (6.4) na forma matricial tem-se

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az(t) + Bu'(t) \\ y(t) &= Cz(t) \end{aligned} \quad (6.5)$$

onde

$$z(t) = \begin{bmatrix} x_p(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} A_p & B_p C_c \\ 0 & A_c \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} d_c B_p \\ B_c \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} C_p & 0 \end{bmatrix}$$

e  $z(t) \in \mathcal{R}^n$  é o vetor de estados;  $u'(t) \in \mathcal{R}$  é o sinal de controle;  $y(t) \in R^m$  é o vetor de saídas; e  $A$ ,  $B$ ,  $C$  são respectivamente as matrizes de estado, entrada e saída com dimensões apropriadas.

### 6.3 Limites para o Ganho Não-Linear

Nesta seção são apresentados dois limites para o ganho não-linear do controlador de erro-quadrático, de modo que a estabilidade assintótica no sentido de Lyapunov esteja garantida para um processo em malha fechada com tal algoritmo de controle. Este limite é calculado através de dois procedimentos distintos. O primeiro limite, para o ganho não-linear, é obtido usando os Teoremas de estabilidade de Lyapunov. O segundo limite é obtido calculando-se inicialmente um limite para o ganho linear do sistema  $Z_2$ , de

forma que o mesmo seja assintoticamente estável no sentido de Lyapunov. Então, este procedimento é generalizado [49] para o caso não-linear, no sistema  $Z_3$ .

### 6.3.1 O Primeiro Limite

Inicialmente, considera-se três ganhos proporcionais  $k_c(t) = k_p$  resultando nos seguintes sistemas realimentados. Seja uma realimentação de estado linear dada por

$$u'(t) = k_1 e(t) \quad (6.6)$$

onde  $k_1 \in \mathcal{R}^+$  é um ganho linear proporcional. Então, substituindo a equação (6.6) na equação (6.5) resulta em um sistema linear em espaço de estado  $Z_1$  invariante no tempo dado por

$$\dot{z}(t) = A_1 z(t) \quad (6.7)$$

onde  $A_1 = A - k_1 BC$  é assumido ser uma matriz *Hurwitz*<sup>1</sup>.

Seja uma realimentação de estado linear dada por

$$u'(t) = k_2 e(t) \quad (6.8)$$

onde  $\{k_2 \in \mathcal{R}^+ | k_2 = k_1 + k_{2L}\}$  é um ganho linear proporcional e  $k_{2L} \in \mathcal{R}^+$ . Então, substituindo a equação (6.8) na equação (6.5) resulta em um sistema linear em espaço de estado  $Z_2$  invariante no tempo dado por

$$\dot{z}(t) = (A_1 - k_{2L} BC) z(t). \quad (6.9)$$

Finalmente, considera-se uma realimentação não-linear de erro-quadrático dada por

$$u'(t) = (k_1 + k_{2NL} |e(t)|) e(t) \quad (6.10)$$

onde  $k_{2NL} \in \mathcal{R}^+$  é o ganho não-linear. Substituindo a equação (6.10) na equação (6.5) resulta em um sistema não-linear em espaço de estado  $Z_3$  dado por

$$\dot{z}(t) = (A_1 - f(t) BC) z(t) \quad (6.11)$$

onde  $f(t) = k_{2NL} |e(t)|$  é uma função contínua [97, 98], tal que  $f(t) : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^+$ , pois  $|e(t)| = |-y(t)| = |-Cz(t)| = \kappa(t) > 0$  é um escalar, devido a  $C$  ser um vetor de ordem  $1 \times n$  e a  $z(t)$  ser um vetor de ordem  $n \times 1$ .

Considere o Teorema da estabilidade de Lyapunov [49].

---

<sup>1</sup>Seja  $\lambda_i$  os autovalores de uma matriz  $A$ , então esta matriz é denominada matriz *Hurwitz*, ou matriz estabilidade, quando seus autovalores satisfazem a condição  $Re\lambda_i < 0$  [49].



**Teorema 1** : Seja  $z(t) = 0$  um ponto de equilíbrio do sistema não-linear  $\dot{z}(t) = g(z(t))$ ,  $D \subset R^n$  um domínio que contém a origem  $z(t) = 0$ ,  $V(z(t)) = z^T(t)Pz(t)$  uma função continuamente diferenciável<sup>2</sup>, e  $V(z(t)) : D \rightarrow R$  tal que

$$V(0) = 0 \quad e \quad V(z(t)) > 0 \quad em \quad D - \{0\}$$

$$\dot{V} \leq 0 \quad em \quad D.$$

Então,  $z(t) = 0$  é estável. Além disso, se

$$\dot{V}(z(t)) < 0 \quad em \quad D - \{0\},$$

então  $z(t) = 0$  é assintoticamente estável.

**Prova.** Ver [49], página 115. ■

O próximo Teorema caracteriza a estabilidade assintótica da origem para um sistema linear invariante no tempo

$$\dot{z}(t) = \Lambda z(t)$$

em termos da solução da equação de Lyapunov.

**Teorema 2** : Uma matriz  $\Lambda$  é uma matriz Hurwitz, i.e.,  $Re\lambda_i < 0$  para todos os autovalores de  $A$ , se e somente se, para qualquer matriz simétrica definida-positiva  $Q$  existe uma matriz simétrica definida-positiva  $P$  que satisfaz a equação de Lyapunov

$$\Lambda^T P + P \Lambda = -Q. \quad (6.12)$$

Além disso, se  $\Lambda$  é uma matriz Hurwitz, então  $P$  é a única solução de (6.12).

**Prova.** Ver [49], página 136. ■

No seguinte Teorema é enunciado condições das quais pode-se concluir sobre a estabilidade da origem,  $z = 0$ , como um ponto de equilíbrio de um sistema não-linear, através da investigação da estabilidade deste ponto, como um ponto de equilíbrio de um sistema linear. O próximo Teorema é conhecido como Método Indireto de Lyapunov [49], ou Linearização.

**Teorema 3** : Seja  $z = 0$  um ponto de equilíbrio do sistema não-linear  $\dot{z}(t) = g(z(t))$  onde  $f : D \rightarrow R^n$  é continuamente diferenciável e  $D$  é uma vizinhança da origem. Seja

$$M = \frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{x=0}.$$

Então,

---

<sup>2</sup>Diz-se que uma função  $V(z(t))$  é continuamente diferenciável em um domínio  $D$  se sua derivada existe e é contínua neste domínio [97, 98].

1. A origem é assintoticamente estável se  $Re\lambda_i < 0$  para todos os autovalores de  $M$ .
2. A origem é assintoticamente instável se  $Re\lambda_i > 0$  para todos os autovalores de  $M$ .

**Prova.** Ver [49], página 139. ■

Neste momento, assume-se que o sistema  $Z_1$  apresentado na equação (6.7) é globalmente assintoticamente estável no sentido de Lyapunov [49, 90]. Então, de acordo com o Teorema 2, existem matrizes simétricas definidas-positivas  $P$  and  $Q_1$  que satisfazem a equação de Lyapunov

$$A_1^T P + P A_1 = -Q_1. \quad (6.13)$$

A seguir é apresentado o primeiro limite para o ganho não-linear [99].

**Teorema 4 :** *O sistema  $Z_3$  é assintoticamente estável no sentido de Lyapunov se*

$$k_{2NL} < \frac{\lambda_{\min}(Q_1)}{2\epsilon\|B\|_2\|C\|_2\|P\|_2} \quad (6.14)$$

onde  $\epsilon = \|Cz(t)\|_\infty$  é o pico do sinal do erro.

**Prova.** O sistema  $Z_3$ , apresentado na equação (6.11), pode ser reescrito conforme

$$\dot{z}(t) = A_1 z(t) + F(z(t)), \quad (6.15)$$

onde  $F(z(t)) = -f(t)BCz(t)$  é o termo não-linear.

Considere uma função quadrática de Lyapunov definida por

$$V(z(t)) = z^T(t)Pz(t),$$

a derivada de  $V(z(t))$ , ao longo das trajetórias do sistema, é dada por

$$\dot{V}_1(z(t)) = z^T(t)P\dot{z}(t) + \dot{z}^T(t)Pz(t) \quad (6.16)$$

substituindo a equação (6.15) na equação (6.16) obtém-se

$$\dot{V}_1(z(t)) = z^T(t)P[A_1 z(t) + F(z(t))] + [A_1 z(t) + F(z(t))]^T(t)Pz(t)$$

$$\dot{V}_1(z(t)) = z^T(t)P[A_1 z(t) + F(z(t))] + [z^T(t)A_1^T + F^T(z(t))]Pz(t)$$

$$\dot{V}_1(z(t)) = z^T(t)[PA_1 + A_1^T P]z(t) + z^T(t)PF(z(t)) + F^T(z(t))Pz(t),$$

onde  $z^T(t)PF(z(t)) = F^T(z(t))Pz(t)$  são escalares e dependem do estado<sup>3</sup>, pois  $z^T(t)$  é um vetor de ordem  $1 \times n$ ,  $P$  é uma matriz simétrica de ordem  $n$ ,  $F(z(t))$  é um vetor de ordem  $n \times 1$ . Então,

---

<sup>3</sup>A demonstração que tais termos são escalares e dependem do estado encontra-se no Apêndice G na Subseção G.1.1.

$$\dot{V}_1(z(t)) = -z^T(t)Q_1z(t) + 2z^T(t)PF(z(t)). \quad (6.17)$$

O primeiro termo  $-z^T(t)Q_1z(t)$  do lado direito da equação (6.17) é definida-negativa, enquanto o segundo termo é em geral indefinido <sup>4</sup>.

Para encontrar uma condição em  $k_{2NL}$  de modo que o sistema  $Z_3$ , apresentado na equação (6.15), seja assintoticamente estável no sentido de Lyapunov considere-se que o mesmo pode ser linearizado, conforme enunciado no Teorema 3, logo a função  $F(z(t))$  satisfaz a condição

$$\frac{\|F(z(t))\|_2}{\|z(t)\|_2} \longrightarrow 0, \quad \|z(t)\|_2 \longrightarrow 0. \quad (6.18)$$

Desenvolvendo a expressão apresentada na equação (6.18) encontra-se

$$\begin{aligned} \frac{\| -f(t)BCz(t) \|_2}{\|z(t)\|_2} &= \frac{\|k_{2NL}|e(t)|BCz(t)\|_2}{\|z(t)\|_2} = \frac{k_{2NL}\| -Cz(t) \|_2 \|BCz(t)\|_2}{\|z(t)\|_2} \leq \\ &k_{2NL}\|Cz(t)\|_2 \|B\|_2 \|C\|_2 \longrightarrow 0. \end{aligned}$$

Então, para qualquer  $\gamma > 0$  existe  $r > 0$  tal que

$$k_{2NL}\|Cz(t)\|_2 \|B\|_2 \|C\|_2 < \gamma \quad \forall \|z(t)\|_2 < r.$$

Considerando que o primeiro termo do lado direito,  $-z^T(t)Q_1z(t)$ , na equação (6.17), é um escalar, aplica-se a norma 2 no segundo termo

$$\begin{aligned} 2\|z^T(t)PF(z(t))\|_2 &\leq 2\|z^T(t)\|_2 \|P\|_2 \|F(z(t))\|_2 = 2\|z^T(t)\|_2 \|P\|_2 \| -f(t)BCz(t) \|_2 \\ 2\|z^T(t)\|_2 \|P\|_2 \| -k_{2NL}|e(t)|BCz(t) \|_2 &\leq 2k_{2NL}\|z^T(t)\|_2 \|P\|_2 \|Cz(t)\|_2 \|B\|_2 \|C\|_2 \|z(t)\|_2 = \\ &2k_{2NL}\|Cz(t)\|_2 \|B\|_2 \|C\|_2 \|P\|_2 \|z(t)\|_2^2 \end{aligned}$$

consequentemente, obtendo-se que,

$$\dot{V}_1(z(t)) < -z^T(t)Q_1z(t) + 2\gamma\|P\|_2\|z(t)\|_2^2$$

para todo  $\|z(t)\|_2 < r$ . Entretanto,

$$z^T(t)Q_1z(t) \geq \lambda_{\min}(Q_1)\|z(t)\|_2^2,$$

onde  $\lambda_{\min}$  denota o autovalor mínimo da matriz  $Q_1$ . Note agora que  $\lambda_{\min}(Q_1)$  é real e positivo, visto que  $Q_1$  é uma matriz simétrica e definida-positiva. Então,

$$\dot{V}_1(z(t)) < -[\lambda_{\min}(Q_1) - 2\gamma\|P\|_2]\|z(t)\|_2^2.$$

---

<sup>4</sup>As definições de funções definida-positiva, definida-negativa e indefinida são encontradas em *Khalil* [49], pg. 117.

Escolhendo

$$k_{2NL}\|Cz(t)\|_2\|B\|_2\|C\|_2 < \gamma < \frac{\lambda_{\min}(Q_1)}{2\|P\|_2},$$

e substituindo o termo  $\|Cz(t)\|_2$  pelo pico do sinal do erro  $\epsilon = \|Cz(t)\|_\infty$ , pois o produto dos vetores  $Cz(t)$  é um escalar<sup>5</sup>, é encontrado que

$$k_{2NL} < \frac{\lambda_{\min}(Q_1)}{2\epsilon\|B\|_2\|C\|_2\|P\|_2},$$

e portanto, pelo Teorema 1, é garantido que  $\dot{V}_1(z(t))$  é definida-negativa. Sendo assim, conclui-se que a origem do sistema  $Z_3$  é assintoticamente estável no sentido de Lyapunov.

■

### 6.3.2 O Segundo Limite

Para a determinação do segundo limite, considere-se inicialmente o seguinte Lema.

**Lema 5** : *Seja uma matriz de ordem  $n > 1$  na forma  $M = \Phi^T + \Phi$ , onde  $\Phi = BCP$  é uma matriz quadrada de posto 1, então  $M$  será:*

- (i) *simétrica;*
- (ii) *de posto 2, exceto quando  $\Phi$  é simétrica, nesse caso  $M$  será de posto 1;*
- (iii) *quando  $\Phi$  é não-simétrica,  $M$  terá um autovalor positivo e um autovalor negativo.*

**Prova.** Ver [100], página 110. ■

O Lema 5 estabelece que quando  $M$  é uma matriz não-simétrica o espaço de estado pode ser dividido em três subespaços: dois subespaços não nulos,  $z^T(t)Mz(t) < 0$  e  $z^T(t)Mz(t) > 0$ ; e um subespaço nulo de  $M$ .

Considere a desigualdade de *Rayleigh-Ritz*

$$\lambda_{\min}(\Theta)z^T(t)z(t) \leq z^T(t)\Theta z(t) \leq \lambda_{\max}(\Theta)z^T(t)z(t)$$

onde  $\Theta$  é uma matriz real simétrica,  $\lambda_{\min}$  e  $\lambda_{\max}$  denotam o mínimo e o máximo autovalores de  $\Theta$ .

O procedimento que será desenvolvido a seguir para o cálculo do segundo limite para o ganho não-linear segue pela obtenção de um limite para o ganho linear  $k_{2L}$ , de forma que o sistema  $Z_2$  na equação (6.9) seja assintoticamente estável no sentido de Lyapunov. Então, generalizando para o caso não-linear, um limite é obtido para o ganho não-linear de modo que a estabilidade assintótica no sentido de Lyapunov esteja garantida para o sistema  $Z_3$  na equação (6.11).

<sup>5</sup>A demonstração encontra-se no apêndice G na subseção G.1.2.

**Teorema 6** : O Sistema  $Z_2$  é assintoticamente estável no sentido de Lyapunov se

$$k_{2L} \in \left[ 0, \frac{\lambda_{\min} Q_1}{\lambda_{\max}(-M)} \right) \quad (6.19)$$

onde  $M$  é definida no Lema 5,  $P$  e  $Q_1$  são definidas na equação (6.13).

**Prova.** Considere o sistema  $Z_2$  na equação (6.9). Define-se uma função quadrática de Lyapunov

$$V(z(t)) = z^T(t)Pz(t)$$

e sua derivada

$$\dot{V}_2(z(t)) = -z^T(t)Q_2z(t),$$

então, existe um par  $(P, Q_2)$  que satisfaz a equação de Lyapunov

$$(A_1 - k_{2L}BC)^T P + P(A_1 - k_{2L}BC) = -Q_2.$$

A equação (6.13) é usada na obtenção de

$$Q_1 + k_{2L}M = Q_2. \quad (6.20)$$

Para estabelecer uma condição em  $k_{2L}$ , de forma que  $Q_2$  seja definida-positiva, a equação (6.20) é substituída em  $\dot{V}_2(z(t))$ , logo tem-se que

$$\dot{V}_2(z(t)) = -z^T(t)[Q_1 + k_{2L}M]z(t).$$

Então,  $\dot{V}_2(z(t)) < 0$  se e somente se

$$z^T(t)Q_1z(t) + k_{2L}z^T(t)Mz(t) > 0.$$

Como  $Q_1$  é uma matriz simétrica definida-positiva,  $z^T(t)Q_1z(t) > 0$ . Por outro lado,  $M$  é uma matriz indefinida, ou seja,  $z^T(t)Mz(t) > 0$ ,  $z^T(t)Mz(t) = 0$ ,  $z^T(t)Mz(t) < 0$ .

Então, se  $z^T(t)Mz(t) > 0$ , obtém-se que

$$k_{2L} > \frac{-z^T(t)Q_1z(t)}{z^T(t)Mz(t)},$$

mas é assumido que

$$k_{2L} \geq 0.$$

Se  $z^T(t)Mz(t) < 0$ , obtém-se que

$$k_{2L} < \frac{z^T(t)Q_1z(t)}{z^T(t)(-M)z(t)}. \quad (6.21)$$

Aplicando a desigualdade de *Rayleigh-Ritz* na desigualdade apresentada na equação (6.21) é encontrado que

$$k_{2L} < \frac{\lambda_{\min}(Q_1)}{\lambda_{\max}(-M)}.$$

Por fim, não existe restrição para  $k_{2L}$  quando  $z^T(t)Mz(t) = 0$ , nesse caso  $\dot{V}_2(z(t))$  é sempre definida-positiva.

Portanto, o sistema  $Z_2$  na equação (6.9) é assintoticamente estável no sentido de Lyapunov se

$$k_{2L} \in \left[ 0, \frac{\lambda_{\min} Q_1}{\lambda_{\max}(-M)} \right).$$

■

**Teorema 7 :** *O sistema  $Z_3$  é assintoticamente estável no sentido de Lyapunov se*

$$k_{2NL} \in \left[ 0, \frac{k_{2L}}{\epsilon} \right) \quad (6.22)$$

onde  $k_{2L}$  é definido no Teorema 6 e  $\epsilon = \|Cz(t)\|_\infty$  é o pico do sinal do erro.

**Prova.** Considere o sistema  $Z_3$  na equação (6.11). Define-se uma função quadrática de Lyapunov

$$V(z(t)) = z^T(t)Pz(t)$$

e sua derivada

$$\dot{V}_3(z(t)) = -z^T(t)[Q_1 + f(t)M]z(t).$$

Então,  $\dot{V}_3(z(t)) < 0$  se e somente se

$$z^T(t)Q_1z(t) + f(t)z^T(t)Mz(t) > 0. \quad (6.23)$$

Como  $Q_1$  é uma matriz simétrica definida-positiva, então  $z^T(t)Q_1z(t) > 0$ . E  $M$  é uma matriz indefinida. Partido da desigualdade (6.23) se  $z^T(t)Mz(t) > 0$ , tem-se que

$$f(t) > \frac{-z^T(t)Q_1z(t)}{z^T(t)Mz(t)},$$

mas é assumido que

$$f(t) \geq 0.$$

Se  $z^T(t)Mz(t) < 0$ , tem-se que

$$f(t) < \frac{z^T(t)Q_1z(t)}{z^T(t)(-M)z(t)}. \quad (6.24)$$

Aplicando a desigualdade de *Rayleigh-Ritz*, na desigualdade apresentada na equação (6.24), obtém-se

$$f(t) < \frac{\lambda_{\min}(Q_1)}{\lambda_{\max}(-M)}.$$

Sabendo que  $f(t) = k_{2NL}|e(t)|$ , e considerando o pico do sinal do erro igual a  $\epsilon = \|Cz(t)\|_\infty$ , tem-se que o ganho não-linear é dado por

$$k_{2NL} < \frac{k_{2L}}{\epsilon}$$

onde  $k_{2L}$  é o intervalo definido na equação (6.19). Por fim, não existe restrição em  $k_{2NL}$  quando  $z^T(t)Mz(t) = 0$ , nesse caso  $\dot{V}_3(z(t))$  é sempre definida-positiva.

Portanto, o sistema  $Z_3$  é assintoticamente estável no sentido de Lyapunov se

$$k_{2NL} \in [0, \frac{k_{2L}}{\epsilon}).$$

■

Nesta seção foi apresentado o desenvolvimento de limites, respectivamente, no Teorema 4 e no Teorema 7, para o ganho não-linear do controlador de erro-quadrático. Para a utilização destes Teoremas observa-se que existe uma condição necessária, ou seja, a matriz  $A_1$  na equação (6.7) deve ser uma matriz *Hurwitz*, isto é, possuir todos os seus autovalores negativos. Porém, se durante as simulações esta condição não for satisfeita sugere-se a utilização de realimentações negativas.

## 6.4 Simulações e Análise do Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados das simulações, realizadas na ferramenta matemática MATLAB [87]. Cabe ressaltar que são utilizados algoritmos de controle do tipo PI porque na literatura [46–48, 50] tais algoritmos de controle são sugeridos para serem usados no controle de nível de líquido em tanques, pois o objetivo final é a aplicação do controlador de erro-quadrático, desenvolvido neste capítulo, no controle de nível em um separador sob golfada, tais resultados são apresentados no Capítulo 7.

Anterior a aplicação do controlador de erro-quadrático no problema da golfada o mesmo é verificado em processos menos complexos. São considerados três processos distintos: um de segunda ordem [94], um de quarta ordem [94], e um de nível de líquido em um tanque [95]. Por conseguinte, comparam-se os controladores PI de erro-quadrático que possuem os ganhos não-lineares obtidos através dos Teoremas aqui desenvolvidos, entre si, com o controlador PI convencional, e com o controlador PI de erro-quadrático encontrado na literatura [47].

Os tipos de controladores, e as sintonias para o ganho linear  $k_1$ , o tempo integral  $T_i$ , e o ganho não-linear  $k_{2NL}$  são os seguintes:

1. PIconv - controlador PI convencional: o ganho linear  $k_1$  e o tempo integral  $T_i$  são determinados em [94];
2. CPIeq<sub>1</sub> - controlador PI de erro-quadrático 1: o ganho não-linear  $k_{2NL}$  é proposto pelo Teorema 4;
3. CPIeq<sub>2</sub> - controlador PI de erro-quadrático 2: o ganho não-linear  $k_{2NL}$  é proposto pelo Teorema 7;

4. CPIeq<sub>3</sub> - controlador PI de erro-quadrático 3: o ganho não-linear  $k_{2NL}$  é sintonizado conforme [47].

*Exemplo 1:* Considere a função de transferência de um processo de segunda ordem

$$G_1(s) = \frac{20}{(10s + 1)(s + 1)} \quad (6.25)$$

apresentado em *Skogestad* [94].

Inicialmente, este processo é transformado em espaço de estado, suas matrizes são dadas por

$$A_p = \begin{bmatrix} -1,1 & -0,1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_p = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Em seguida, são definidos os coeficientes do sistema em espaço de estado das ações de controle P e I quando o ganho proporcional é  $k_1 = 0,525$ , e o tempo integral é  $T_i = 4$  [94]. Os coeficientes encontrados são

$$Ac = 0, \quad Bc = 0,25, \quad Cc = 1, \quad Dc = 1.$$

A composição do sistema em espaço de estado do processo, com o sistema em espaço de estado das ações de controle P e I, resulta em no sistema em espaço de estado apresentado na equação (6.5), cujas matrizes são

$$A = \begin{bmatrix} -1,1 & -0,1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0,25 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Nas simulações utilizou-se condição inicial igual a  $z(0) = 0,1$ . O ganho não-linear dos controladores de erro-quadrático CPIeq<sub>1</sub> e CPIeq<sub>2</sub> dependem do erro máximo  $\epsilon$  obtido do processo em malha fechada com estes algoritmos de controle. Como não se dispõem do valor de  $\epsilon$  para o cálculo de  $k_{2NL}$  utiliza-se como hipótese, para fins de simplificação nas simulações, que  $\epsilon = \|Cz(t)\|_\infty = 0,2487$ , que é o pico do sinal do erro<sup>6</sup> do processo com controlador PI convencional, ou seja, PIconv. É apresentado na Figura 6.3 o desenvolvimento do erro de rastreamento do processo com o controlador PIconv, e dos processos com os controladores CPIeq<sub>1</sub> e CPIeq<sub>2</sub>. Observa-se que os picos dos erros são próximos o que justifica a escolha.

Inicialmente foi calculado o primeiro intervalo para o ganho não-linear apresentado no Teorema 4, que é

$$k_{2NL} \in [0, 0,1804).$$

---

<sup>6</sup>Utiliza-se o erro máximo do processo, pois neste caso avalia-se o pior caso para o ganho não-linear do controlador de erro-quadrático.



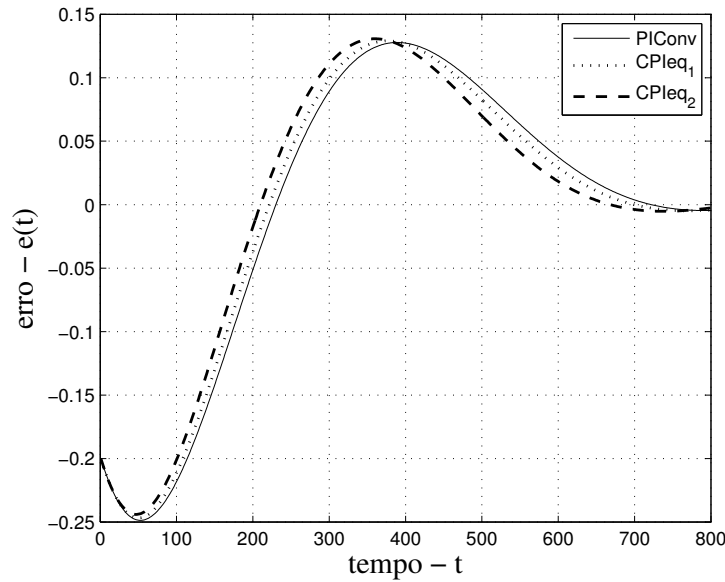


Figura 6.3: Evolução do erro de rastreamento.

Foi escolhido o limite superior  $k_{2NL} = 0,18$  para o ganho não-linear.

Em seguida, foi encontrado o intervalo para o ganho linear, apresentado no Teorema 6 dado por

$$k_{2L} \in [0, 0, 1135)$$

e foi escolhido  $k_{2L} = 0,113$  como limite para o ganho linear.

Finalmente, foi calculado o segundo intervalo para o ganho não-linear apresentado no Teorema 7, que é

$$k_{2NL} \in [0, 0, 4565)$$

foi escolhido  $k_{2NL} = 0,456$  para o ganho não-linear.

Os valores para o ganho não-linear  $k_{2NL}$  são apresentados na Tabela 6.1. Observa-se que o ganho não-linear obtido pelo Teorema 7 é maior do que o ganho não-linear obtido pelo Teorema 4, e do que o ganho não-linear baseado na sintonia proposta em [47].

Tabela 6.1: Os parâmetros dos controladores.

	Controlador PI	$k_1$	$k_{2NL}$	$T_i$
1.	convencional	0,525	—	4
2.	CPleq <sub>1</sub>	0,525	0,18	4
3.	<b>CPleq<sub>2</sub></b>	<b>0,525</b>	<b>0,456</b>	<b>4</b>
4.	CPleq <sub>3</sub>	0,525	0,2625	4

São mostradas na Figura 6.4 (a) as saídas, do processo apresentado na equação (6.25), em malha fechada com os controladores da Tabela 6.1. As funções de Lyapunov e suas derivadas são apresentadas, respectivamente, na Figura 6.4 (b) e na Figura 6.4 (c). Observa-

se que os processos com todos os controladores simulados PIconv, CPleq<sub>1</sub>, CPleq<sub>2</sub>, e CPleq<sub>3</sub> apresentam função de Lyapunov definida-positiva, e a respectiva derivada definida-negativa, caracterizando a estabilidade assintótica no sentido de Lyapunov.

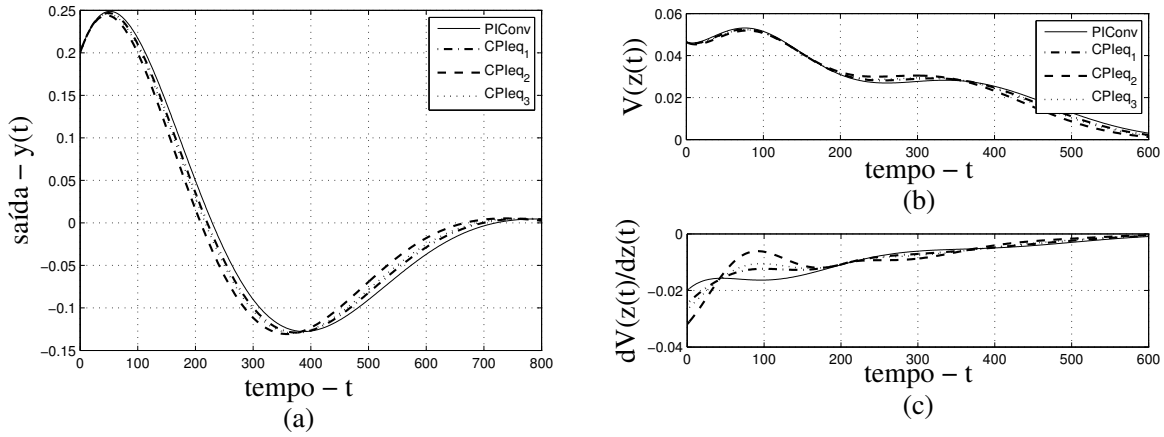


Figura 6.4: (a) Saídas dos processos em malha fechada, (b) funções de Lyapunov, e (c) suas derivadas.

Simulações realizadas mostraram que até um ganho não-linear igual a  $k_{2NL} = 0,7$  para essa condição inicial o processo com controlador PI de erro-quadrático tem derivada definida-negativa, portanto é assintoticamente estável no sentido de Lyapunov. Pode ser concluído que o ganho não-linear é conservador.

Os controladores PI de erro-quadrático CPleq<sub>1</sub>, CPleq<sub>2</sub>, e CPleq<sub>3</sub> são comparados entre si, e com um controlador PI convencional através da medição de algumas normas de sinais tais como: a Integral do Erro Absoluto (IEA), a Integral do Erro Quadrático (IEQ), e o pico do valor do sinal do erro. São apresentados na Tabela 6.2 os resultados para essas medidas de desempenho, em conjunto com a porcentagem de redução dos erros de rastreamento (i.e., melhora na ação de controle) em relação ao controlador PI convencional, denominadas  $\xi_{iea}$  e  $\xi_{ieq}$ , respectivamente para IEA e IEQ.

Os processos CPleq<sub>1</sub>, CPleq<sub>2</sub>, e CPleq<sub>3</sub> apresentaram melhor desempenho, quando comparados com o processo em que foi usado o controlador PI convencional - PIconv. O processo que apresentou o melhor desempenho foi com o controlador CPleq<sub>2</sub> obtido através do Teorema 7, e com o ganho não-linear maior. Pois, este apresentou redução de 7,34 % para IEA, e 4,84 % para IEQ em relação ao controlador PI convencional. Os picos do sinal do erro são próximos para todos os controladores simulados, conforme pode ser verificado na Tabela 6.2, por isso a porcentagem de redução do erro de pico em relação ao controlador PIconv não foi calculada.

*Exemplo 2:* Considere a função de transferência de um processo de quarta ordem

$$G_2(s) = \frac{1}{(s+1)^4} \quad (6.26)$$

Tabela 6.2: Medidas de desempenho.

	Controlador PI	IEA	$\xi_{iea}$ (%)	IEQ	$\xi_{ieq}$ (%)	Pico
1.	Convencional	0,7287	0	0,3327	0	0,2487
2.	CPIeq <sub>1</sub>	0,7058	3,2	0,3259	2	0,2467
3.	<b>CPIeq<sub>2</sub></b>	<b>0,6752</b>	<b>7,34</b>	<b>0,3166</b>	<b>4,84</b>	<b>0,2440</b>
4.	CPIeq <sub>3</sub>	0,6960	4,49	0,3230	2,9	0,2459

apresentado em Skogestad [94].

Inicialmente este processo é transformado em espaço de estado, suas matrizes são dadas por

$$A_p = \begin{bmatrix} -4 & -6 & -4 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Em seguida, são definidos os coeficientes do sistema em espaço de estado das ações de controle P e I quando o ganho proporcional é  $k_1 = 0,3$ , e o tempo integral é  $T_i = 1,5$  [94]. Os coeficientes encontrados são

$$Ac = 0, \quad Bc = 0,67, \quad Cc = 1, \quad Dc = 1.$$

A composição do sistema em espaço de estado do processo, com o sistema em espaço de estado das ações de controle P e I, resulta em um sistema em espaço de estado cujas matrizes são

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -6 & -4 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,67 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Nas simulações utilizou-se condição inicial igual a  $z(0) = 0,05$ . Por simplificação, foi assumido que  $\epsilon = \|Cz(t)\|_\infty = 0,1560$ , este valor é o pico do sinal do erro do processo com controlador PIConv. É apresentado na Figura 6.5 o desenvolvimento do erro de rastreamento do processo com o controlador PIConv, e com os controladores CPIeq<sub>1</sub> e CPIeq<sub>2</sub>, na qual observa-se que os picos dos erros são próximos o que justifica a escolha, pois o ganho não-linear dos controladores de erro-quadrático CPIeq<sub>1</sub> e CPIeq<sub>2</sub> dependem do erro máximo do sistema de controle em malha fechada.

Os valores para o ganho não-linear  $k_{2NL}$  são apresentados na Tabela 6.3. É observado que o ganho não-linear obtido pelo Teorema 7 é maior do que o ganho não-linear obtido pelo Teorema 4, e do que o ganho não-linear obtido pela sintonia proposta em [47].

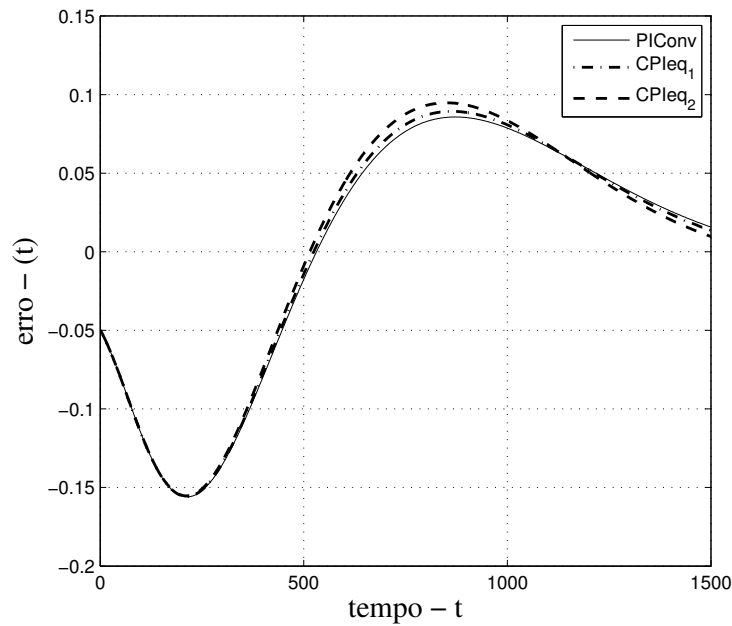


Figura 6.5: Evolução do erro de rastreamento.

Tabela 6.3: Os parâmetros dos controladores.

	Controlador PI	$k_1$	$k_{2NL}$	$T_i$
1.	convencional	0,3	—	1,5
2.	CPleq <sub>1</sub>	0,3	0,1487	1,5
3.	<b>CPleq<sub>2</sub></b>	<b>0,3</b>	<b>0,36</b>	<b>1,5</b>
4.	CPleq <sub>3</sub>	0,3	0,15	1,5

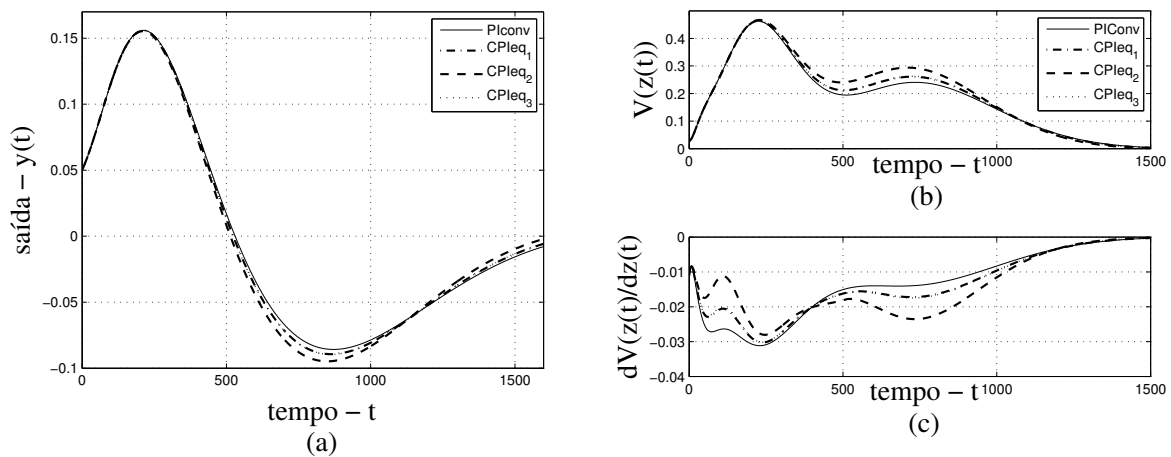


Figura 6.6: (a) Saídas dos processos em malha fechada, (b) funções de Lyapunov, e (c) suas derivadas.

São mostradas na Figura 6.6 (a) as saídas, do processo apresentado na equação (6.26), com os controladores da Tabela 6.3. As funções de Lyapunov e suas derivadas são apresen-

tadas, respectivamente, na Figura 6.6 (b) e na Figura 6.6 (c). Observa-se que os processos com todos os controladores simulados PIConv, CPIeq<sub>1</sub>, CPIeq<sub>2</sub> e CPIeq<sub>3</sub> possuem função de Lyapunov definida-positiva, e a respectiva derivada definida-negativa, caracterizando a estabilidade assintótica no sentido de Lyapunov.

Simulações realizadas mostraram que até um ganho não-linear igual a  $k_{2NL} = 0,6$  para a condição inicial considerada o processo apresentado na equação (6.26) com controlador PI de erro-quadrático tem derivada definida-negativa, portanto é assintoticamente estável no sentido de Lyapunov. Pode ser concluído que o ganho não-linear é conservador.

Os controladores PI de erro-quadrático CPIeq<sub>1</sub>, CPIeq<sub>2</sub> e CPIeq<sub>3</sub> são comparados, entre si, e com um controlador PI convencional através da medição de algumas normas de sinais. Estas medidas de desempenho são apresentadas na Tabela 6.4.

Tabela 6.4: Medidas de desempenho.

	Controlador PI	IEA	IEQ	Pico
1.	Convencional	1,1125	0,3157	0,1560
2.	CPIeq <sub>1</sub>	1,1219	0,3182	0,1557
3.	CPIeq <sub>2</sub>	1,1356	0,3190	0,1553
4.	CPIeq <sub>3</sub>	1,1225	0,3184	0,1557

Neste caso, os processos com os controladores PI de erro-quadrático e com o controlador PI convencional apresentaram desempenho semelhante, considerando que as normas encontradas para o erro de rastreamento são muito próximas para todos os casos simulados, por este motivo as porcentagens de redução do erro de rastreamento, em relação ao controlador PI convencional, não foram calculadas.

*Exemplo 3:* Considere um processo de primeira ordem em espaço de estado

$$\begin{aligned} \dot{h}(t) &= -\frac{1}{RC}h(t) + \frac{1}{C}u(t) \\ y &= h(t) \end{aligned} \quad (6.27)$$

que representa um sistema de nível de líquido em um tanque cilíndrico vertical conforme a Figura 6.7.

Em seguida, são definidos os coeficientes do sistema em espaço de estado das ações de controle P e I do controlador convencional, no qual o ganho proporcional e o tempo integral são escolhidos por tentativa e erro, sendo encontrado  $k_1 = 0,4$ , e  $T_i = 3$ . Os coeficientes achados são

$$Ac = 0, \quad Bc = 0,33, \quad Cc = 1, \quad Dc = 1.$$

A composição do sistema em espaço de estado do processo, com o sistema em espaço de estado das ações de controle P e I, resulta em um sistema em espaço de estado cujas

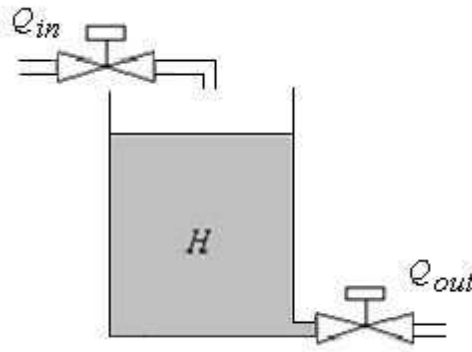


Figura 6.7: Sistema de nível de líquido.

matrizes são

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0,5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,33 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Nas simulações foram usados os seguintes parâmetros para o tanque: altura  $H = 3$  m, diâmetro da base  $D_b = 1$  m, área da seção transversal ou capacitância  $C = 0,785$  m<sup>2</sup>, vazão de entrada  $Q_{in} = 3$  m<sup>3</sup>/s e resistência  $R = \frac{H}{Q} = 1$ .

Considera-se, no início das simulações o tanque cheio, ou seja,  $H(0) = 3$  m. Os controladores PI de erro-quadrático e PI convencional são aplicados na válvula de saída do processo para a realização do controle convencional de nível, na qual deseja-se que o nível de líquido no tanque siga a referência, igual a  $y_r = 1,5$  m (i.e., metade do tanque).

O ganho não-linear dos controladores PI de erro-quadrático  $CPIeq_1$  e  $CPIeq_2$  dependem do erro máximo do sistema de controle em malha fechada. Por simplificação, do mesmo modo que nos exemplos anteriores, foi assumido que  $\epsilon = \|Cz(t)\|_\infty = 1,5$ , que é o pico do sinal do erro do processo com controlador PI convencional, conforme pode ser verificado na Figura 6.8.

As sintonias para o ganho não-linear  $k_{2NL}$  são mostrados na Tabela 6.5. Observa-se que o ganho não-linear obtido pelo Teorema 7 é maior que os demais.

Tabela 6.5: Os parâmetros dos controladores.

	Controlador PI	$k_1$	$k_{2NL}$	$T_i$
1.	convencional	0,4	—	3
2.	$CPIeq_1$	0,4	0,032	3
3.	<b><math>CPIeq_2</math></b>	<b>0,4</b>	<b>0,7837</b>	<b>3</b>
4.	$CPIeq_3$	0,4	0,2	3

São mostradas na Figura 6.9 (a) as saídas, do processo apresentado na equação (6.27) com os controladores apresentados na Tabela 6.5. As respectivas funções de Lyapunov, e suas derivadas são mostradas, respectivamente, na Figura 6.9 (b) e na Figura 6.9 (c). Observa-se que os processos com todos os controladores simulados  $PIConv$ ,  $CPIeq_1$ ,

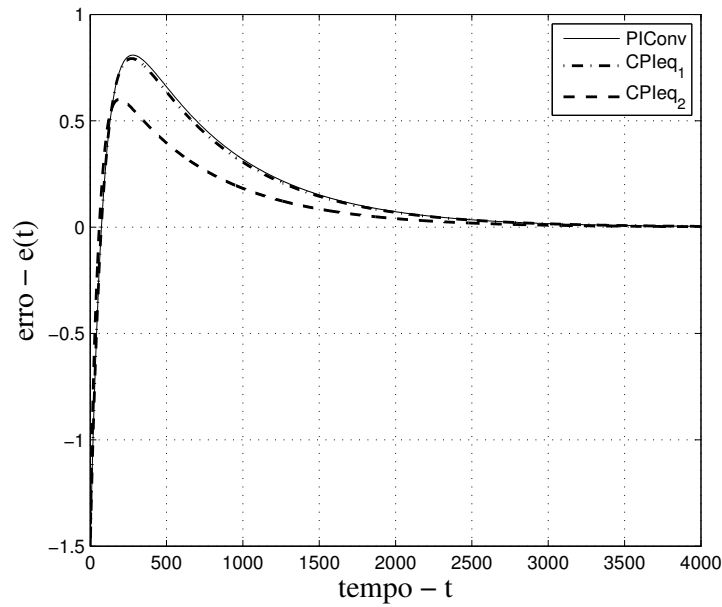


Figura 6.8: Evolução do erro de rastreamento.

$CPleq_2$  e  $CPleq_3$  possuem função de Lyapunov definida-positiva, e a respectiva derivada definida-negativa, caracterizando a estabilidade assintótica no sentido de Lyapunov. Assim, conclui-se que ganho não-linear  $k_{2NL}$  é conservador.

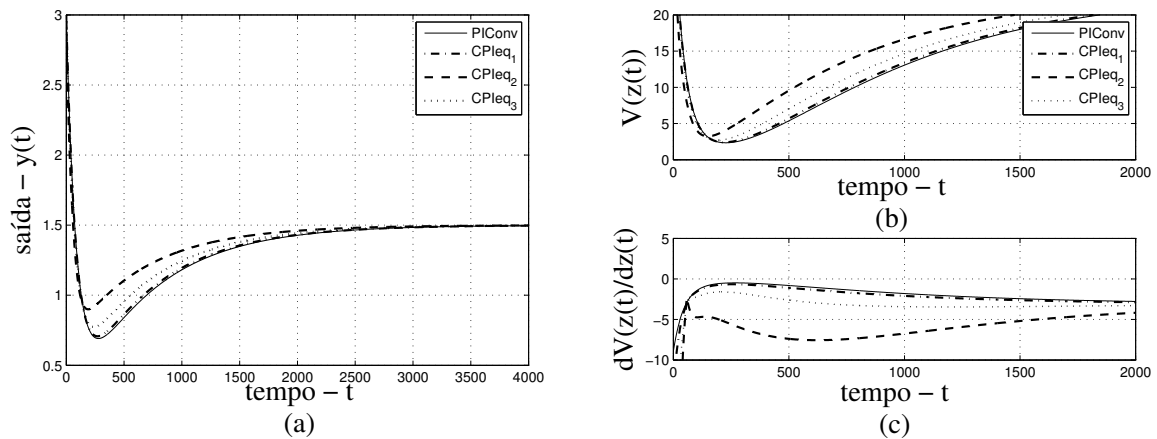


Figura 6.9: (a) Saídas dos processos em malha fechada, (b) funções de Lyapunov, e (c) suas derivadas.

Os controladores PI de erro-quadrático  $CPleq_1$ ,  $CPleq_2$  e  $CPleq_3$  são comparados, entre si, e com o controlador PI convencional. Os resultados, para as medidas de desempenho, são apresentados na Tabela 6.6, em conjunto com a porcentagem de redução dos erros,  $\xi_{iea}$  e  $\xi_{ieq}$ , respectivamente para IEA e IEQ. Os processos com os controladores PI de erro-quadrático, no controle do nível de líquido em tanques, apresentaram desempenho

melhor do que o processo com o controlador PI convencional. O processo que apresentou o melhor desempenho, entre os controladores de erro-quadrático, foi o  $\text{CPIeq}_2$  que possui o ganho não-linear maior sendo desenvolvido no Teorema 7 deste trabalho. Pois, houve uma redução de 35,64 % para IEA, e 31,32 % para IEQ em relação ao controlador PI convencional.

Tabela 6.6: Medidas de desempenho.

	Controlador PI	IEA	$\xi_{iea}$ (%)	IEQ	$\xi_{ieq}$ (%)	Pico
1.	Convencional	7,8613	0	2,0055	0	1,5
2.	$\text{CPIeq}_1$	7,6094	3,2	1,9516	2,69	1,5
3.	<b><math>\text{CPIeq}_2</math></b>	<b>5,0598</b>	<b>35,64</b>	<b>1,3774</b>	<b>31,32</b>	<b>1,5</b>
4.	$\text{CPIeq}_3$	6,6462	15,46	1,7412	13,18	1,5

## 6.5 Conclusões

Neste capítulo foi estudado um tipo de controlador denominado controlador de erro-quadrático sugerido na literatura para ser usado no controle do nível de líquido em tanques [46–48]. Por conseguinte, foram calculados limites para o ganho não-linear deste controlador através de dois procedimentos distintos. O primeiro limite é obtido usando os Teoremas da estabilidade de Lyapunov [49]. O segundo limite é encontrado calculando um limite para um ganho linear. Então, tal procedimento foi generalizado para o caso não-linear. O estudo das propriedades e aplicações do controlador de erro-quadrático, assim como o cálculo do limite para o ganho não-linear deste controlador, constituem outra contribuição deste trabalho.

Os limites desenvolvidos para o ganho não-linear do controlador de erro-quadrático garantem a estabilidade assintótica no sentido de Lyapunov para um processo em malha fechada com este algoritmo de controle. Foram apresentados os resultados das simulações sendo mostrado que o limite para o ganho não-linear obtido pelo Teorema 7 é mais conservador [57–60]. Além disso, observou-se que na maioria dos casos analisados as malhas de controle com controladores PI de erro-quadrático possuem desempenho melhor, quando comparadas com malhas de controle com controlador PI convencional, sendo que os melhores resultados obtidos foram para a estratégia de controle de nível de líquido convencional em tanques de produção. Cabe ainda ressaltar, que após revisão bibliográfica, foram encontrados um número reduzido de trabalhos sobre o controlador de erro-quadrático, sendo que não foi achado um método de sintonia para o ganho não-linear fundamentado em leis matemáticas.

Este trabalho também se propôs ao estudo do problema da golfada na indústria de petróleo. Como parte das estratégias de controle que podem ser usadas no problema da



golfada, deseja-se utilizar o controlador de erro-quadrático proposto neste capítulo, no controle de nível em um tanque sob golfadas, em comparação com outras estratégias de controle de nível da literatura, usando o modelo dinâmico para um sistema tubulação-separador [56].

# Capítulo 7

## Aplicação do Controlador de Erro-Quadrático em um Sistema Tubulação-Separador

### 7.1 Introdução

Conforme abordado no Capítulo 2, o regime de fluxo com golfadas gera diferentes problemas na produção de petróleo, dentre eles é possível destacar como principais: nível de líquido alto nos separadores, consequentemente ocasionando fechamento da planta com parada de produção, arraste de óleo pelo gás causando danos aos compressores; nível baixo de líquido acarretando baixa vazão, produção e pressão no oleoduto; e perturbações de vazão para os equipamentos à jusante da válvula de líquido do separador [40]. Para minimizar estes problemas observa-se que nas últimas duas décadas o interesse e a pesquisa em estratégias de controle se intensificou, sendo atualmente a principal e mais econômica forma de manipular os efeitos da golfada em indústrias de petróleo.

Considerando a aplicação de estratégias de controle com realimentação [8, 10, 37, 39–41, 45, 50, 52] é concluído no Capítulo 2 a necessidade da obtenção de um modelo matemático que descreva adequadamente o processo sob golfadas em uma tubulação-separador. Este modelo foi obtido através do acoplamento entre o modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* [8], e o modelo que descreve a dinâmica de um separador cilíndrico horizontal bifásico [54]. O novo modelo, apresentado no Capítulo 5, possibilita, através de simulações, a aplicação de diferentes estratégias de controle para manipular a golfada em um sistema tubulação-separador na indústria petrolífera.

Na literatura técnica [46, 47] é encontrado que o controlador de erro-quadrático é sugerido para ser utilizado no controle do nível de líquido em tanques, pois tem o benefício de proporcionar taxas de fluxo mais estáveis para os equipamentos à jusante do processo,

com melhoramento na resposta a diferentes tipos de mudanças de fluxo. Portanto, um primeiro objetivo deste capítulo é examinar a possibilidade de aplicação dos controladores de erro-quadrático propostos neste trabalho [57–60] considerando a estratégia de controle de nível convencional em separadores de produção, com o objetivo de minimizar as variações de vazão devido às golfadas, utilizando o modelo desenvolvido para um sistema tubulação-separador [56] apresentado no Capítulo 5. Em seguida, é realizada a comparação dos controladores de erro-quadrático com outros 3 algoritmos de controle: o primeiro, o controlador convencional [50], pois este controlador é utilizado na maioria das malhas de controle industriais [50, 51]; os outros dois são controladores de erro-quadrático encontrados na literatura [47, 52], sugeridos para serem utilizados no controle do nível de líquido em tanques.

Anteriormente à aplicação do controlador de erro-quadrático neste processo, é preciso determinar um ganho linear  $k_1$ , conforme o desenvolvimento apresentado no Capítulo 6. Tal ganho é obtido a partir de um método de sintonia apresentado em *Campos et al.* [50] e *Fridman* [52]. Ainda, para o desenvolvimento do ganho não-linear é necessário que a equação do modelo do sistema tubulação-separador correspondente ao tanque seja linearizada, para esta finalidade é utilizada a Linearização Jacobiana. A partir da obtenção do modelo linearizado são determinados os ganhos não-lineares para os controladores de erro-quadrático. São realizadas simulações, primeiramente, considerando o modelo linearizado e, em seguida, o modelo não-linear a fim de verificar o desempenho quando da aplicação da estratégia de controle de nível convencional, e a comparação com os outros algoritmos de controle simulados.

Por outro lado, uma estratégia que utiliza o conceito de oscilação de nível para amortecimento de vazão e que apresentou bons resultados é aquela denominada de "Controle por Bandas", implementada por *Nunes* [62, 84]. Esta técnica é também investigada neste capítulo. Na filosofia do controle por bandas de Nunes é permitido que o nível de líquido flutue dentro de uma banda no separador, de modo que as vazões de saída estejam próximas a média das vazões de entrada e assim sejam menos oscilatórias para os equipamentos à jusante do vaso. Considerando esta filosofia de controle, as simulações são realizadas utilizando primeiramente o algoritmo de controle convencional, e em seguida, o algoritmo de controle de erro-quadrático que apresentou melhor desempenho para a estratégia controle de nível convencional.

Por fim, este capítulo está organizado como se segue. Na Seção 7.2 é apresentada uma sintonia para o ganho linear  $k_1$ , e o tempo integral  $T_i$  de um controlador PI convencional, sendo realizadas simulações e a análise dos resultados considerando a aplicação deste controlador no controle de nível convencional no separador. Na Seção 7.3 são apresentadas a linearização da equação do separador, e o modelo linear correspondente. Na Seção 7.4

são apresentados o desenvolvimento do cálculo do limite do ganho não-linear considerando a estratégia de controle de nível convencional em um tanque sob golfadas, o resultado das simulações e sua análise considerando o modelo linearizado. É apresentado na Seção 7.5 o resultado das simulações e sua análise considerando a aplicação dos controladores de erro-quadrático obtidos, a partir do modelo linearizado, no controle de nível convencional no modelo dinâmico para um sistema tubulação-separador (i.e., modelo não-linear). Na Seção 7.5 é apresentado o resultados das simulações e sua análise considerando a aplicação da estratégia de controle convencional e de erro-quadrático no controle por bandas em um separador sob golfadas. E por fim, na Seção 7.7, são apresentadas as conclusões.

## 7.2 Método Heurístico de Sintonia para Controladores de Nível

Nesta seção é apresentada uma sintonia para um controlador de nível PI convencional que será aplicado em um separador sob regime de fluxo com golfadas. O método utilizado é denominado método heurístico de controle de nível [50, 52], pois para realização da sintonia do controlador são usadas informações dos parâmetros do processo, tais como dimensões do tanque e vazões de operação, entre outras.

Destaca-se que o ganho proporcional e o tempo integral obtidos, para o controlador PI convencional, são utilizados na determinação do ganho não-linear do controlador de erro-quadrático, conforme pode ser observado no desenvolvimento dos Teoremas 4 e 7, e suas respectivas provas, apresentadas no Capítulo 6. A seguir é descrito como é realizada a determinação do ganho proporcional  $k_p$  e do tempo integral  $T_i$  neste método de controle de nível.

### 7.2.1 Sintonia para o Ganho Proporcional ( $k_p$ )

Para a determinação do ganho proporcional  $k_p$  de um controlador de nível do tipo PI define-se as seguintes etapas [50, 52]:

- Inicialmente define-se uma perturbação máxima esperada para a vazão de alimentação do vaso denominada  $\Delta F_D$  (Em [50, 52] é sugerido 20% da vazão de projeto).
- Define-se um limite máximo desejado para a variação do nível chamado  $L_{max}$ .
- O ganho proporcional proposto é dado por

$$k_p = \frac{\Delta F_D}{(L_{max} - SP)} \quad (7.1)$$

onde  $SP$  é o *setpoint*.

- Também é possível considerar os intervalos da medição do nível e da vazão para obter o ganho do controlador normalizado que é dado por

$$k_p(\%) = \frac{\Delta F_D}{Range_v} \times \frac{Range_N}{L_{max} - SP} \quad (7.2)$$

onde  $Range_v$  é o intervalo de variação da vazão,  $Range_N$  é o intervalo de medição do nível.

### 7.2.2 Sintonia para o Tempo Integral ( $T_i$ )

Para a determinação do tempo integral ( $T_i$ ) do controlador de nível do tipo PI define-se as seguintes etapas [50, 52]:

- Estimação do tempo de residência no vaso que é determinada pela razão entre: o volume de líquido entre o "setpoint" e  $L_{max}$ ; e a perturbação  $\Delta F_D$ , dada por

$$T_R = \frac{V_{SL}}{\Delta F_D} \quad (7.3)$$

onde

$T_R$  é o tempo de residência de líquido no vaso, (s).

$V_{SL}$  é o volume para absorver a perturbação entre o "setpoint" e  $L_{max}$ , ( $m^3$ ).

$m_{v,out}(t)$  é a vazão volumétrica média de operação, ( $m^3/s$ ).

- O tempo integral considerado é igual a

$$T_i = 4T_R. \quad (7.4)$$

Para a realização do controle de nível convencional em um separador sob regime de fluxo com golfadas é realizada a implementação do algoritmo em velocidade de um controlador PI [50]. Este algoritmo de controle calcula a variação da saída a partir do ponto atual, portanto sua saída é somada à posição atual para definir a nova posição cuja equação é dada por

$$\Delta u(t) = k_p \Delta e(t) + k_p \frac{1}{T_i} T_a e(t) \quad (7.5)$$

onde

$\Delta u(t)$  é a variação da ação de controle.

$k_p$  é o ganho do controlador.

$\Delta e(t)$  é a variação do erro.

$T_a$  é o período de amostragem do controlador.

A equação (7.5) é obtida subtraindo-se a definição do controlador PI convencional no instante  $t$ , daquela no instante  $t-1$ . Para a sua implementação considera-se um separador

cilíndrico horizontal com raio igual a  $r_s = 0,5 \text{ m}$  e comprimento igual  $H_4 = 3 \text{ m}$  e assume-se um intervalo de nível igual a  $0,25 \text{ m}$  (0%) a  $0,75 \text{ m}$  (100%), ou seja, realizando-se uma mudança de escala considerando este intervalo, obtém-se a seguinte função de troca

$$N_n(\eta) = 200\eta - 50$$

onde  $N_n(\eta)$  é o nível obedecendo o intervalo considerado, ou seja,  $0,25 \text{ m}$  (0%) a  $0,75 \text{ m}$  (100%) e  $\eta$  é o nível real em ( $m$ ).

### 7.2.3 Simulações e Análise dos Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados das simulações da estratégia de controle de nível convencional, com o controlador PI, considerando três cenários de simulação com golfadas: primeiramente, a abertura da válvula no topo da tubulação ascendente igual a  $z = 20\%$  e  $z = 30\%$ , e então  $z$  variável. O diagrama de blocos da estratégia de controle de nível convencional é apresentado na Figura 7.1.

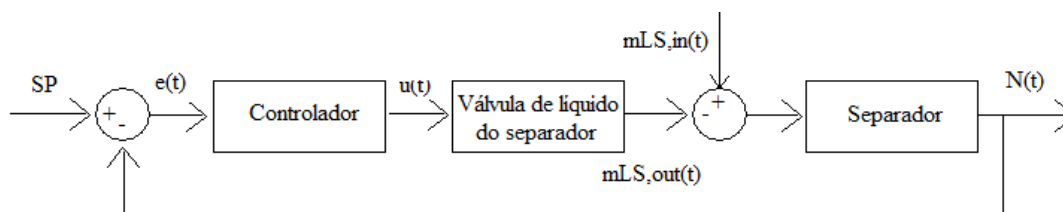


Figura 7.1: Diagrama de blocos do separador para a estratégia de controle de nível convencional.

Considera-se que a dinâmica da válvula, isto é, o tempo para que sua abertura alcance o valor da ação de controle é curto, portanto, isto implica que a abertura da mesma pode ser considerada a própria ação de controle. Conforme a equação do controlador apresentada em (7.5), na ação de controle proporcional a ação de correção na válvula é proporcional a variação do erro, que é o desvio entre a variável controlada em relação ao *setpoint*, e a ação integral vai atuar no processo enquanto houver diferença entre o valor medido (nível) e o valor desejado (*setpoint*) [50].

A seguir são apresentados os resultados das simulações considerando a abertura da válvula no topo da tubulação ascendente  $z = 20\%$  e  $z = 30\%$ . Inicialmente, para o cálculo do ganho  $k_p$  do controlador PI é necessário definir uma perturbação para a vazão de alimentação do vaso, para a abertura da válvula no topo  $z = 20\%$  a vazão de entrada de líquido no separador tem picos em torno de  $11,31 \text{ kg/s}$ , ou seja, considera-se aqui uma perturbação  $\Delta F_D = 31\%$  na vazão de operação média igual a  $8,64 \text{ kg/s}$ . Para a abertura  $z = 30\%$  a vazão de entrada de líquido no separador tem picos de aproximadamente  $13 \text{ kg/s}$ , isto é, considera-se uma perturbação  $\Delta F_D = 50\%$  na vazão de operação média igual a  $8,64 \text{ kg/s}$ .

Agora, assume-se que o intervalo de nível é 100 % (i.e., 0, 25 m (0%) a 0, 75 m (100%)) e que o intervalo de vazão é igual a 17, 28 kg/s (que corresponde a vazão de operação quando a válvula de líquido do separador está totalmente aberta). Deseja-se que o nível atinja no máximo 55% do intervalo de nível para:

- a perturbação de vazão de 31% ( $z = 12\%$ ) na vazão de operação média igual a 8, 64 kg/s (ou seja, a perturbação de 31% é igual a 2, 678 kg/s da vazão de operação média, ou igual a 15, 5% do intervalo de vazão de 17, 28 kg/s);
- a perturbação de vazão de 50% ( $z = 30\%$ ) na vazão de operação média igual a 8, 64 kg/s (ou seja, a perturbação de 50% é igual a 4, 32 kg/s da vazão de operação, ou igual a 25% do intervalo de vazão de 17, 28 kg/s).

Considerando a equação (7.1) são apresentados na Tabela 7.1 os respectivos ganhos  $k_p$  para os controladores PI convencionais.

Tabela 7.1: Ganhos dos controlador PI convencionais.

$z$ (%)	$\Delta F_D$ (%)	$L_{max}$ (m)	$SP$ (m)	$k_p$
20	15,5	55	50	3,1
30	25	55	50	5

Para o cálculo do tempo integral  $T_i$  encontra-se primeiramente o tempo de residência do vaso dado pela equação (7.3). Para este desenvolvimento é necessário calcular o volume  $V_{SL}$  para absorver a perturbação, que é dado por

$$V_{SL} = V_{Lmax} - V_{setpoint}$$

onde  $V_{Lmax}$  é o volume de líquido dentro do vaso considerando o nível de líquido máximo, sendo encontrado através da equação do volume de líquido de um cilindro horizontal de raio  $r = r_s$ , comprimento  $C = H_4$ , e altura de líquido  $N = L_{max}$  que é igual a

$$V_{Lmax} = \left[ r_s^2 \arccos \left( \frac{r_s - L_{max}}{r_s} \right) - (r_s - L_{max}) \sqrt{2r_s L_{max} - L_{max}^2} \right] H_4.$$

Considerando os parâmetros  $r_s = 0,5$  m,  $L_{max} = 0,75$  m, e  $H_4 = 3$  m, encontra-se que  $V_{Lmax} = 1,896$  m<sup>3</sup>. Já o volume de líquido quando o nível está no *setpoint*  $SP = 0,5$  m, é igual a  $V_{setpoint} = 1,178$  m<sup>3</sup>. Logo o volume para absorver a perturbação de vazão achado é igual a  $V_{SL} = 0,718$  m<sup>3</sup>.

Considerando as equações (7.3) e (7.4) é apresentado na Tabela 7.2 os respectivos tempos integrais  $T_i$  para  $z = 20\%$  e  $z = 30\%$ .

É apresentada na Figura 7.2 (a1) e (b1) respectivamente a variação dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e gás  $m_{G,out}(t)$  que entram no separador, considerando  $z = 20\%$ . Na

Tabela 7.2: Ganhos dos controlador PI convencionais.

$z$ (%)	$\Delta F_D$ ( $m^3/s$ )	$T_R$ (s)	$T_i$ (s)
20	0,0036	199,4	798
30	0,006	120	480

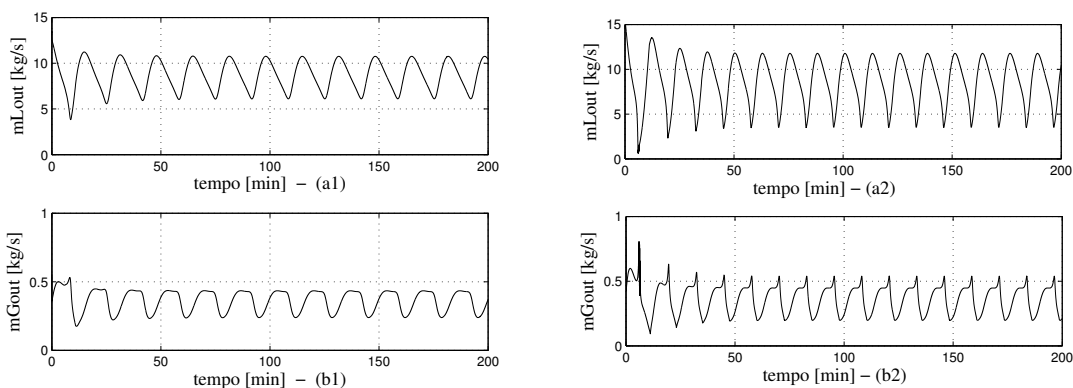


Figura 7.2: (a1) Fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b1) fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que entram no separador com  $z = 20\%$ , (a2) Fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b2) fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que entram no separador com  $z = 30\%$ .

Figura 7.2 (a2) e (b2) é mostrado a variação dos fluxos mássicos de líquido e gás que entram no separador, considerando  $z = 30\%$

Na Figura 7.3 (a) é apresentada a variação do nível de líquido  $N(t)$  dentro do separador para  $z = 20\%$  sem controle (linha pontilhada) e com controle PI de nível convencional (linha sólida). Na Figura 7.3 (b) observa-se a influência do controle de nível na pressão do gás  $P_{G1}(t)$  dentro do vaso. Na Figura 7.3 (c) verifica-se a variação dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador através da válvula  $V_{a1}$  de líquido, e  $V_{a2}$  de gás. Finalmente, na Figura 7.3 (d) observa-se a variação da abertura da válvula  $Z$  de líquido do separador com o controlador PI de nível convencional.

Constata-se que com a aplicação da estratégia de controle PI de nível convencional, a amplitude da golfada dentro do vaso diminuiu, oscilando próximo ao *setpoint*. Em relação à pressão do gás observa-se que não houveram grandes alterações da mesma dentro do vaso. Por outro lado, considerando-se que este controle tem como especificação evitar o nível alto de líquido dentro dos separadores de produção e manter o nível no *setpoint*, verifica-se que, para eliminar a quantidade de líquido excedente no vaso, a válvula de líquido na saída do separador apresenta uma abertura e fechamento significativos. Consequentemente, as variações dos fluxos mássicos de líquido e gás na saída do separador são mais oscilatórias, ocasionando perturbações para os equipamentos à jusante do vaso. Este fato pode ser verificado nas Figuras 7.3 (c) e 7.3 (d).

Na Figura 7.4 (a) é apresentado o controle de nível  $N(t)$  com controlador PI conven-



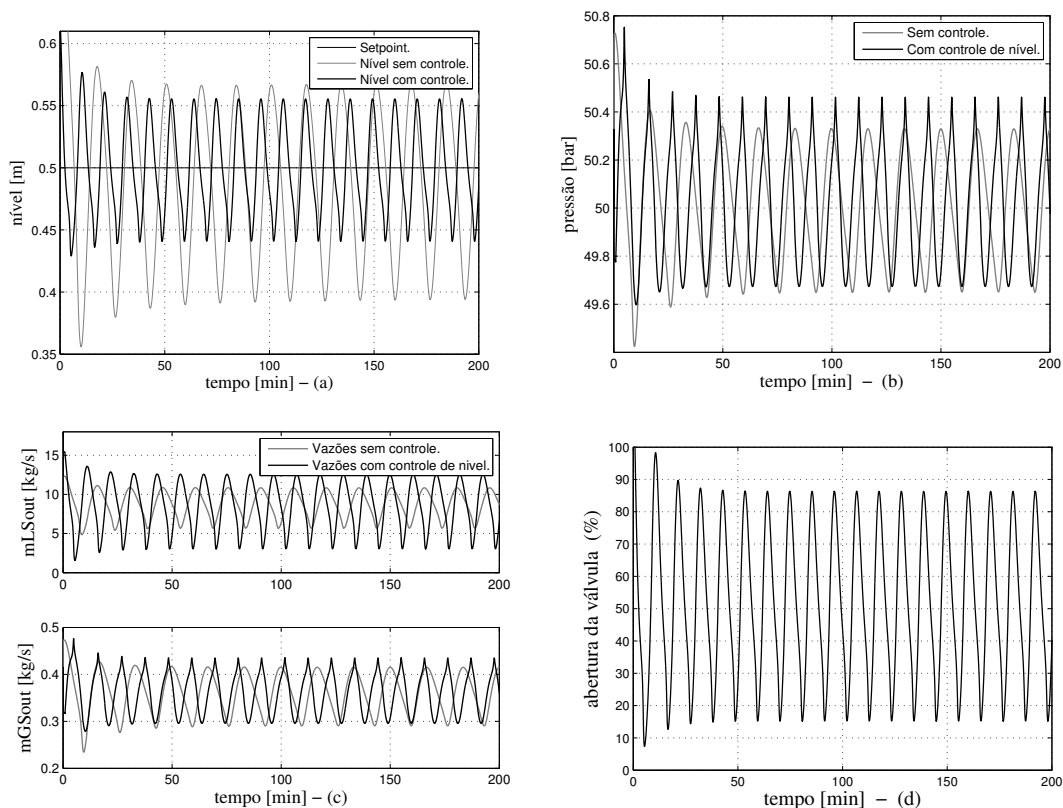


Figura 7.3: Variações dos diferentes parâmetros do modelo considerando uma situação com controle PI de nível convencional e sem controle de nível para  $z = 20\%$ .

cional para  $z = 30\%$ . Observa-se que com aumento do ganho do controlador (i.e.,  $k_p = 5$ ) em relação ao resultado da simulação anterior a ação de controle de nível é mais rígida, embora a golfada seja mais severa a amplitude do nível de líquido dentro do vaso é um pouco menor. Verifica-se também uma melhora na pressão do gás  $P_{G1}(t)$  dentro do vaso e, conseqüentemente uma diminuição nas oscilações dos fluxos mássicos de gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador através da válvula  $V_{a2}$ . Entretanto, devido ao controle de nível ser mais eficaz, houve uma significativa variação na abertura da válvula de líquido do separador (chegando aos extremos i.e.,  $z = 0\%$  e  $z = 100\%$ ). Conforme pode ser observado na Figura 7.4 (d), os fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  são muito oscilatórias para os equipamentos à jusante do separador, conforme pode ser visto na Figura 7.4 (c).

Para comparar o desempenho do controlador PI de nível convencional com os controladores PI de erro-quadrático também atuando no nível, que serão apresentados mais adiante neste Capítulo, são medidas algumas normas de sinais e os valores máximos e mínimos para os fluxos mássicos de líquido que saem do separador com o controlador PI de nível, tais resultados são apresentados na Tabela 7.3

A seguir são apresentados os resultados das simulações considerando a abertura da válvula no topo da tubulação ascendente variável, em intervalos de  $90 \text{ min}$ . Inicialmente, tem-se  $z = 12\%$ , ou seja, uma situação sem golfada; na seqüência consideram-se situações

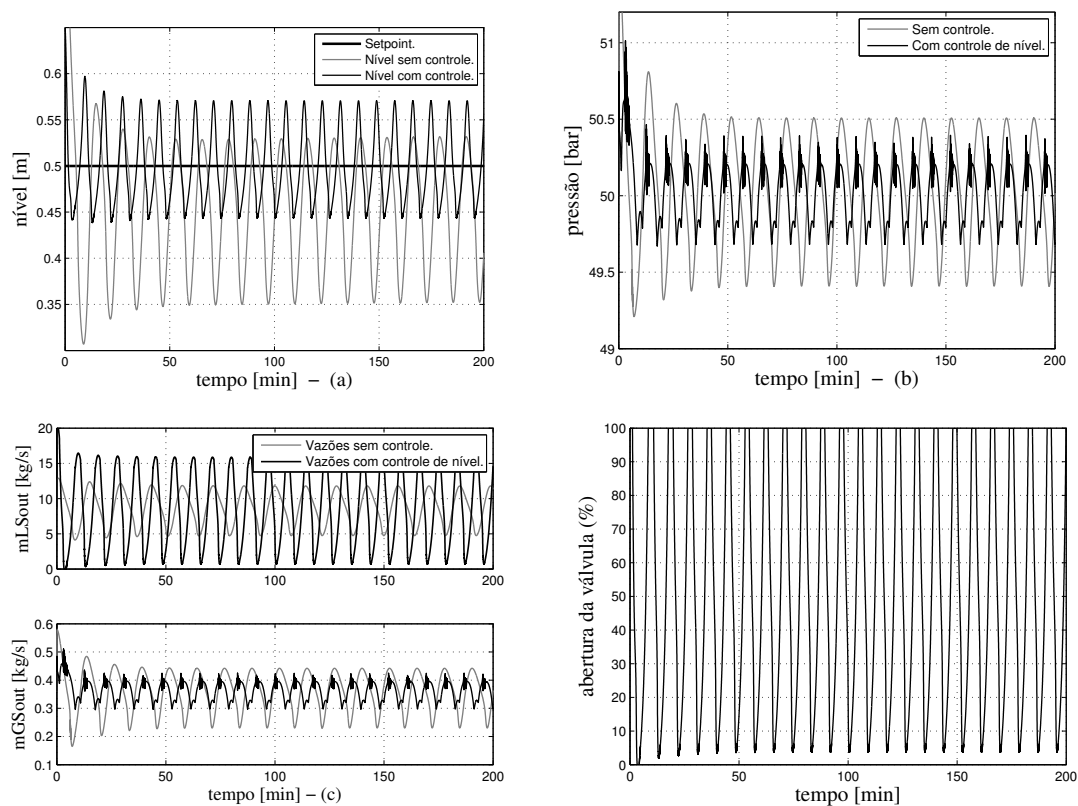


Figura 7.4: Variações dos diferentes parâmetros do modelo considerando uma situação com controle de nível e sem controle de nível para  $z = 30\%$ .

Tabela 7.3: Medidas de desempenho para o controle de nível PI convencional.

	$z$ (%)	IEA	IEQ	$m_{L,out} \max(kg/s)$	$m_{L,out} \min(kg/s)$
PIconv	20	1424	14246	12,9	2,6
PIconv	30	1546	15456	15,4	0,2

com golfada isto é,  $z = 20\%$ ,  $z = 50\%$  e  $z = 30\%$ , respectivamente. Assume-se que o ganho do controlador é igual a  $k_p = 3,1$ . A especificação de controle é manter o nível no *setpoint* igual a  $SP = 0,5 m$ . O tempo integral é igual a  $T_i = 798 s$ . Na Figura 7.6 (a) são apresentadas os fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$ , e na Figura 7.6 (b) são mostrados os fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  na entrada no separador.

Na Figura 7.6 (a) é apresentado o controle de nível  $N(t)$  com controlador PI convencional com a abertura da válvula  $z$  variável. Observa-se que esta ação de controle diminuiu um pouco as oscilações referentes ao fluxo com golfadas. Verifica-se, também, que a pressão do gás  $P_{G1}(t)$  dentro do vaso oscilou concentrando-se em torno da pressão média com grandes picos de pressão quando  $z = 50\%$ . Nota-se que com o controle do nível de líquido no vaso houve uma diminuição nas oscilações do fluxo mássico de gás que saem do separador através da válvula de gás  $Va_2$ . Por outro lado, com o controle de nível houve uma significativa variação na abertura da válvula de líquido, localizada na saída do

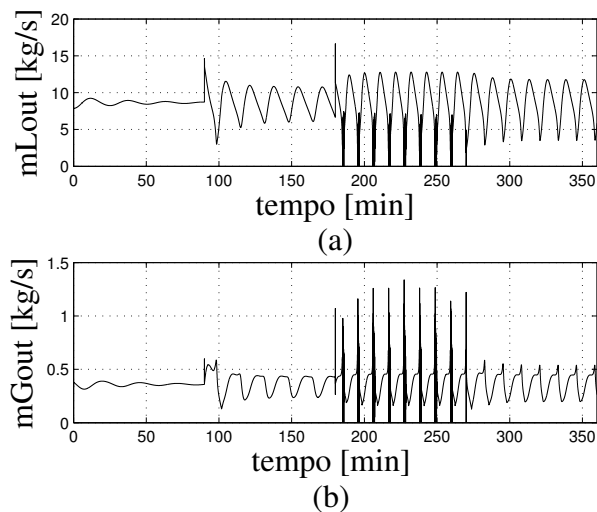


Figura 7.5: (a) Fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b) fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que entram no separador considerando  $z$  variável.

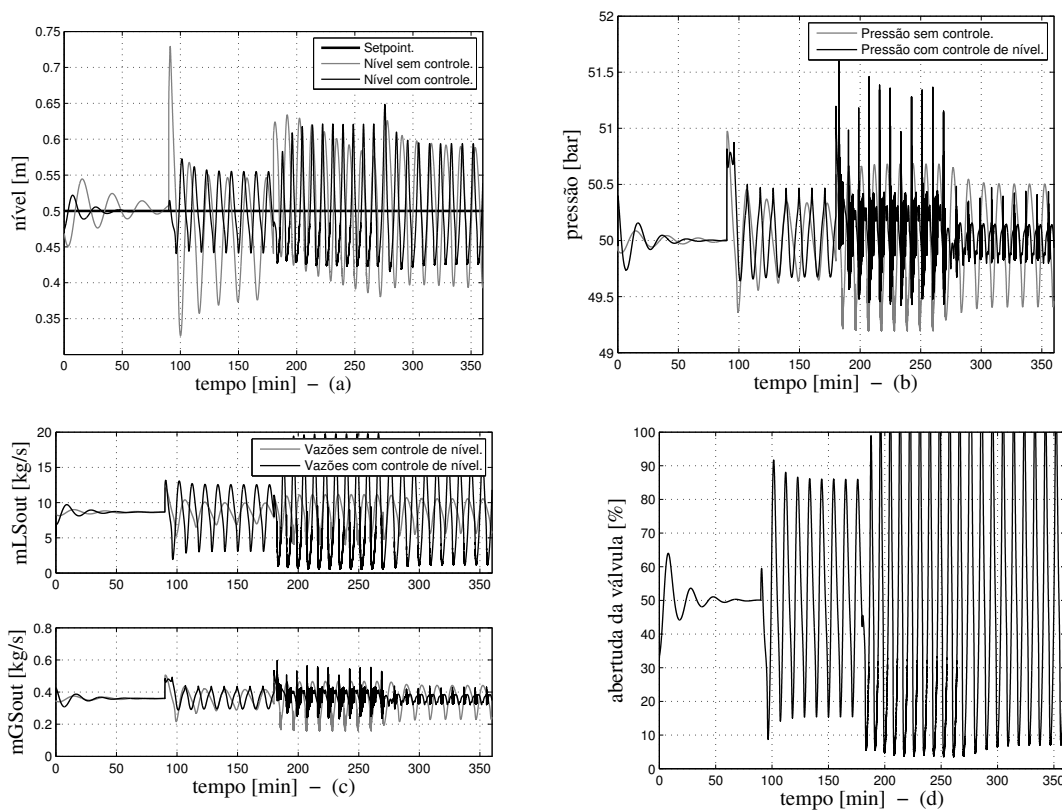


Figura 7.6: Variações dos diferentes parâmetros do modelo considerando uma situação com controle PI convencional de nível e sem controle de nível para  $z$  variável.

separador, conforme pode ser observado na Figura 7.6 (d), com fluxos mássicos de líquido muito oscilatórias para os equipamentos à jusante do vaso, que pode ser visto na Figura 7.6 (c).

Para a avaliação do desempenho deste controlador PI de nível com a abertura da

válvula  $z$  localizada no topo da tubulação ascendente variável, são medidas algumas normas de sinais, e também a média dos picos dos fluxos mássicos de líquido que saem do separador com controle PI de nível. Estes resultados são apresentados na Tabela 7.4.

Tabela 7.4: Medidas de desempenho.

	IEA	IEQ	Pico	$m_{L,out} \max (kg/s)$
PIconv	1481	14812	29,72	19,9

Nesta seção foi realizado o controle PI de nível convencional, em um separador de produção sob golfadas. A realização deste controle visa dois objetivos distintos: (1) a determinação de um ganho linear  $k_1$  para o cálculo do ganho não-linear dos controladores de erro-quadrático desenvolvidos neste trabalho, e (2) a comparação do algoritmo de controle PI com o controlador PI de erro-quadrático na estratégia de controle de nível convencional em tanques sob golfadas. Para a determinação do ganho não-linear do controlador de erro-quadrático é necessário que se obtenha as equações de estado do modelo do separador linearizado. Para esta linearização foi aplicado o método da Linearização Jacobiana que é descrito no Apêndice H.

### 7.3 Linearização da Equação do Separador

Para a aplicação do controlador de erro-quadrático desenvolvido neste trabalho no problema da golfada, a equação do vaso do modelo dinâmico simplificado do sistema tubulação-separador, apresentada no Capítulo 5, deve ser linearizada.

Considere-se a equação diferencial não-linear que descreve a variação do nível de líquido dentro do vaso dada por

$$\dot{N}(t) = \frac{\sqrt{r_s^2 - (r_s - N(t))^2}}{2H_4\rho_L N(t) [3r_s - 2N(t)]} [m_{L,out}(t) - m_{LS,out}(t)], \quad (7.6)$$

e os parâmetros do separador apresentados na Tabela 7.5.

Tabela 7.5: Parâmetros do Separador.

Parâmetros	Descrição	Valor
$r_s$	raio	0,5 m
$H_4$	comprimento	3 m
$\rho_L$	densidade de líquido	750 kg/m <sup>3</sup>
$g$	gravidade	9,8 m/s <sup>2</sup>
$P_{OL2}$	pressão à jusante da válvula $z_L$	$49 \times 10^5$ N/m <sup>2</sup>
$m_{L,out}$	vazão de operação média	8,64 kg/s
$P_{G1}$	pressão do gás dentro do vaso	8,64 kg/s

Assume-se para a linearização que o fluxo mássico na entrada do separador é igual a vazão de operação média  $m_{L,out} = 8,64$  kg/s, e que a pressão do gás dentro do vaso é

igual a pressão média do gás  $P_{G1} = 50 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ . Substituindo na equação (7.6) os parâmetros do separador apresentados na Tabela 7.5 juntamente com  $m_{L,out}$  e  $P_{G1}$  médios, e considerando  $N(t) = x$  e  $z_L = u$  tem-se a equação não-linear do separador igual a

$$\dot{x} = \frac{8,64(x - x^2)^{1/2} - 0,002u(750 \times 10^5 x - 694,875 \times 10^5 x^2 - 55,125 \times 10^5 x^3)^{1/2}}{6750x - 9000x^2}. \quad (7.7)$$

Considerando a equação do sistema linearizado

$$\dot{\delta}_x(t) = A_L \delta_x(t) + B_L \delta_u(t)$$

e respectivamente o ponto e a entrada de equilíbrio iguais a  $\bar{x} = 0,5 \text{ m}$  e  $\bar{u} = 0,5$  (i.e.,  $z_L = 50\%$ ), conforme desenvolvimento matemático detalhado no Apêndice H, o sistema linearizado correspondente à equação não-linear do separador apresentado na equação (7.6) é igual a

$$\dot{z}(t) = -0,000234z(t) - 0,0078u(t) \quad (7.8)$$

$$y = z(t). \quad (7.9)$$

A seguir será determinado o ganho não-linear para o controlador de erro-quadrático baseado nas equações do modelo linear do separador apresentadas nas equações (7.8) e (7.9).

## 7.4 Cálculo do Ganho Não-Linear do Controlador de Erro-Quadrático

Nesta seção são apresentados os cálculos para a determinação do ganho não-linear do controlador de erro-quadrático, que será aplicado no controle de nível convencional no problema da golfada, bem como os resultados das simulações e sua análise considerando o modelo do separador linearizado.

Para a análise dos resultados considera-se controladores do tipo PI aplicados no controle do nível de líquido convencional no separador [46, 50]. Então, compara-se os controladores PI de erro-quadrático que possuem os ganhos não-lineares, obtidos neste trabalho, entre si, e com: o controlador PI do tipo convencional [50], pois este tipo de controlador é utilizado em 90% das malhas de controle industriais [51]; os controlador PI de erro-quadrático encontrados na literatura [47, 52], que são sugeridos para o controle de nível em tanques. Os tipos de controladores, e as sintonias para o ganho linear  $k_1$ , tempo integral  $T_i$ , e o ganho não-linear  $k_{2NL}$  são descritos a seguir.

1. PIconv - controlador PI convencional: neste algoritmo de controle o ganho linear  $k_1$  e o tempo integral  $T_i$  são sintonizados conforme o método de sintonia para controladores de nível apresentado na Seção 7.2.

2. CPIeq<sub>1</sub> - controlador PI de erro-quadrático 1: o ganho não-linear  $k_{2NL}$  é proposto pelo Teorema 4.
3. CPIeq<sub>2</sub> - controlador PI de erro-quadrático 2: o ganho não-linear  $k_{2NL}$  é proposto pelo Teorema 7.
4. CPIeq<sub>3</sub> - controlador PI de erro-quadrático 3: o ganho não-linear  $k_{2NL}$  é sintonizado conforme [47], isto é, deve ser 50% do valor do ganho linear.
5. CPIeq<sub>4</sub> - controlador PI não-linear: neste algoritmo de controle não-linear descrito em [52] a equação do controlador é dada por

$$k_c = k_L[1 + k_{2NL}(|(N - SP)|)/100] \quad (7.10)$$

onde

$N$  é o nível de líquido, ( $m$ ).

$SP$  é o *setpoint*.

$k_L$  é o ganho linear.

$k_{2NL}$  é o ganho não-linear.

O ganho linear, e o ganho não-linear do controlador de erro-quadrático apresentado em (7.10) são respectivamente calculados conforme

$$k_L = k_1/2,$$

$$k_{2NL} = 100/|(LIMIT - SP)|.$$

Para o ganho linear  $k_1$  e o tempo integral  $T_i$  são considerados os encontrados pelo método de sintonia apresentado na Seção 7.2, ou seja,  $k_1 = 3,1$  e  $T_i = 798$  s quando a abertura da válvula localizada no topo da tubulação ascendente é igual a  $z = 20\%$ . Para o cálculo dos ganhos não-lineares de CPIeq<sub>1</sub> e de CPIeq<sub>2</sub> considera-se o modelo do separador linearizado, dado pelas equações (H.8) e (H.9). Entretanto, durante as simulações para o cálculo de  $k_{2NL}$  observou-se que a matriz de estado obtida através da composição do processo, com as ações de controle, considerando  $k_1 = 3,1$  (i.e.,  $k_1 > 0$ ) não era uma matriz Hurwitz, ou seja, os autovalores desta matriz foram positivos, o que impediu o cálculo de  $k_{2NL}$ . Por outro lado, quando foi utilizado  $k_1 < 0$  os autovalores encontrados da matriz de estado foram negativos, então, foi escolhido o ganho não-linear com sinal oposto, ou seja,  $k_1 = -3,1$ , e o mesmo tempo integral.

Em seguida, são determinadas as equações do sistema em espaço de estado das ações de controle P e I considerando-se  $k_1 = -3,1$  e  $T_i = 798$  s

$$\dot{x}_c = 0,0012u,$$

$$y = x(t).$$

A composição do sistema em espaço de estado do processo, com o sistema em espaço de estado das ações de controle P e I, resulta em um sistema em espaço de estado cujas equações são

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (7.11)$$

$$y = Cx(t) \quad (7.12)$$

e suas matrizes são dadas por

$$A = \begin{bmatrix} -0,0002 & -0,0078 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -0,0078 \\ 0,0012 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Em seguida, são realizadas as simulações com o modelo do vaso linearizado, onde utiliza-se como condição inicial  $z(0) = 0,6$ . O ganho não-linear dos controladores de erro-quadrático CPleq<sub>1</sub> e CPleq<sub>2</sub> dependem do erro máximo do sistema de controle em malha fechada. Como não se dispõem do valor de  $\epsilon$  para o cálculo de  $k_{2NL}$  utiliza-se como hipótese, para fins de simplificação nas simulações,  $\epsilon = \|Cz(t)\|_{\infty} = 0,1$ , que é o pico do sinal do erro do processo com controlador PI convencional (PIConv). É apresentado na Figura 7.7 a evolução do erro de rastreamento de todos os processos PIConv, CPleq<sub>1</sub>, CPleq<sub>2</sub>, CPleq<sub>3</sub> e CPleq<sub>4</sub>. Constata-se que todos possuem o mesmo pico de sinal de erro.

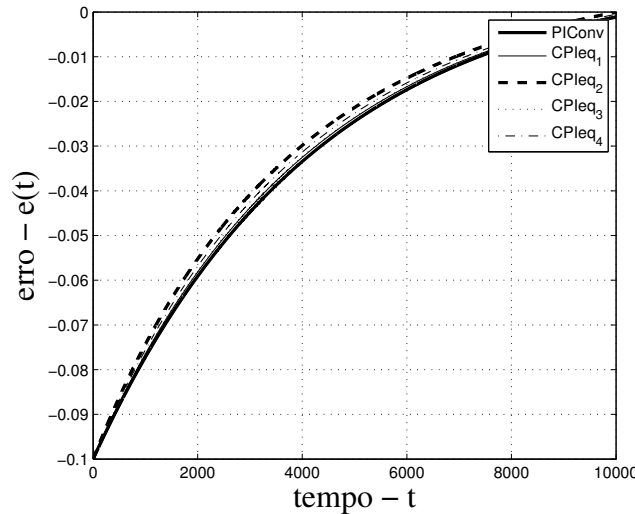


Figura 7.7: Evolução do erro de rastreamento.

Inicialmente, é calculado o primeiro intervalo para o ganho não-linear apresentado no Teorema 4. Considerando  $k_1 < 0$ , tem-se que

$$k_{2NL} \in (-1, 336, 0].$$

É escolhido  $k_{2NL} = -1,34$  como o limite para o ganho não-linear.

Em seguida, é encontrado o intervalo para o ganho linear, apresentado no Teorema 6. Considerando  $k_{2L} < 0$ , tem-se que

$$k_{2L} \in (-0.5653, 0]$$

é escolhido  $k_{2L} = -0,57$  como o limite para o ganho linear.

Finalmente, é calculado o segundo intervalo para o ganho não-linear, apresentado no Teorema 7. Considerando  $k_{2NL} < 0$  tem-se que

$$k_{2NL} \in (-5.6528, 0]$$

é escolhido  $k_{2NL} = -5.65$  como o limite para o ganho linear.

Para o controlador PI de erro-quadrático CPIeq<sub>3</sub> [47] tem-se que o ganho não-linear é igual a

$$k_{2NL} = (50\%)k_1 = -1,55.$$

Para o controlador PI de erro-quadrático CPIeq<sub>4</sub> [52] tem-se que o ganho linear é

$$k_L = k_1/2 = -1,55,$$

considerando que o limite do nível de líquido no vaso é igual a  $LIMIT = 0,75$ , o ganho não-linear é

$$k_{2NL} = 100/|(LIMIT - SP)| = 1/|(0,75 - 0,5)| = 4,$$

então, assumindo que o nível  $N$  está no limite, tem-se que o ganho do controlador não-linear é igual a

$$k_c = k_L[1 + k_{2NL}|(N - SP)|] = -1,55[1 + 4|0,75 - 0,5|] = -3,10.$$

### 7.4.1 Simulações e Análise dos Resultados

Nesta subseção são apresentados os resultados das simulações considerando-se o modelo do tanque linearizado. Os valores absolutos dos ganhos dos controladores PI e PI de erro-quadrático são apresentados na Tabela 7.6. Verifica-se que o valor absoluto do ganho não-linear obtido pelo Teorema 7, é maior do que o valor absoluto obtido para os ganhos não-lineares dos demais controladores simulados.

Tabela 7.6: Valor absoluto dos ganhos dos controladores.

	Controlador PI	$ k_1 $	$ k_{2NL} $	$ k_c $
1.	PIConv	3,1	—	—
2.	CPIeq <sub>1</sub>	3,1	1,34	—
3.	<b>CPIeq<sub>2</sub></b>	<b>3,1</b>	<b>5,65</b>	—
4.	CPIeq <sub>3</sub>	3,1	1,55	—
5.	CPIeq <sub>4</sub>	1,55	4	3,1



São apresentadas, na Figura 7.8 o sinal de controle  $u(t)$ , e na Figura 7.9 as saídas dos processos, considerando o modelo do separador linearizado, em malha fechada com os controladores da Tabela 7.6. São mostradas na Figura 7.10 (a) as funções de Lyapunov e na Figura 7.10 (b) suas derivadas, respectivamente. Observa-se que o processo com todos os controladores avaliados PIConv, CPIeq<sub>1</sub>, CPIeq<sub>2</sub>, CPIeq<sub>3</sub>, CPIeq<sub>4</sub> possuem função de Lyapunov definida-positiva, e a derivada definida-negativa, caracterizando a estabilidade assintótica no sentido de Lyapunov.

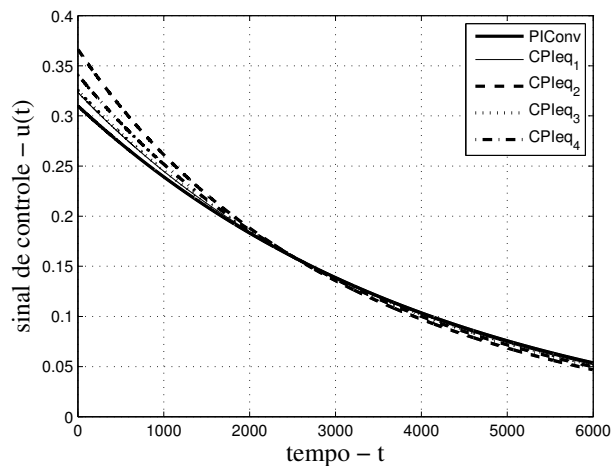


Figura 7.8: Sinal de controle considerando os diferentes algoritmos simulados.

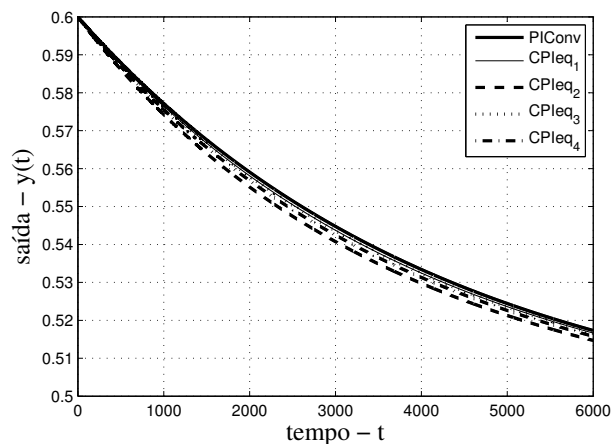


Figura 7.9: Saídas do processo considerando os diferentes algoritmos simulados.

Os controladores, aplicados no modelo do separador linearizado, PI de erro-quadrático, ou seja, CPIeq<sub>1</sub>, CPIeq<sub>2</sub>, CPIeq<sub>3</sub>, e CPIeq<sub>4</sub>, são comparados entre si, e com o controlador PI convencional através da medição de algumas normas de sinais tais como: a Integral do Erro Absoluto (IEA), a Integral do Erro Quadrático (IEQ) e o pico do valor do sinal do erro [63]. Estas medidas de desempenho são apresentadas na Tabela 7.7, em conjunto com a porcentagem de redução dos erros em relação ao controlador PI convencional,

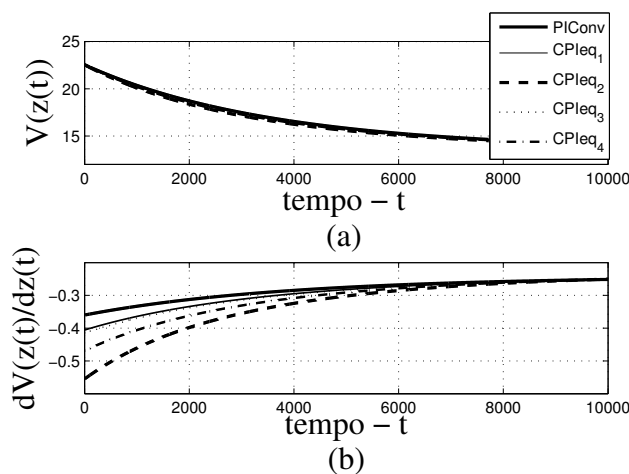


Figura 7.10: (a) Funções de Lyapunov e (b) derivadas das funções de Lyapunov.

denominadas  $\xi_{iea}$  e  $\xi_{ieq}$ , respectivamente, para IEA e IEQ.

Os processos com os controladores PI de erro-quadrático apresentaram melhor desempenho, quando comparados com o processo com o controlador PI, ou seja, o erro de rastreamento daqueles foi menor. O processo que apresentou melhor desempenho foi o com o controlador CPleq<sub>2</sub> obtido através do Teorema 7, e que possui ganho não-linear maior, pois este apresenta redução de 6,7 % para IEA e 4,97 % para IEQ, em relação ao controlador PI convencional.

Tabela 7.7: Medidas de desempenho.

	Controlador PI	IEA	$\xi_{iea}$ (%)	IEQ	$\xi_{ieq}$ (%)	Pico
1.	PIConv	2,9588	0	0,4231	0	0,1
2.	CPleq <sub>1</sub>	2,9097	1,67	0,4178	1,25	0,1
3.	<b>CPleq<sub>2</sub></b>	<b>2,7647</b>	<b>6,7</b>	<b>0,4022</b>	<b>4,94</b>	<b>0,1</b>
4.	CPleq <sub>3</sub>	2,9022	1,91	0,4170	1,44	0,1
5.	CPleq <sub>4</sub>	2,8482	3,74	0,4112	2,81	0,1

## 7.5 Aplicação do Controlador de Erro-Quadrático ao Modelo Não-Linear

Nesta seção são apresentados os resultados das simulações utilizando o modelo para o sistema tubulação-separador não-linear sob regime de fluxo com golfadas considerando os controladores e o valor absoluto dos seus respectivos ganhos apresentados na Tabela 7.6.

### 7.5.1 Simulações e Análise dos Resultados

A seguir, são apresentados os resultados das simulações considerando a estratégia de controle de nível convencional nos separadores de produção, cuja especificação de controle é manter o nível no *setpoint*, igual a  $SP = 0,5 \text{ m}$ . O principal objetivo nesta subseção é verificar se as oscilações provenientes das golfadas são reduzidas com a aplicação do controlador de erro-quadrático  $\text{CPIeq}_2$  no modelo não-linear. Ou seja, que este controlador, cujo ganho não-linear é desenvolvido no Teorema 7, no Capítulo 6, apresenta uma ação de controle mais eficaz, quando comparado com os demais controladores simulados.

#### Cenário 1: Abertura da válvula igual a $z = 20\%$

São apresentados os resultados das simulações na qual considera-se a abertura da válvula localizada no topo da tubulação ascendente igual a  $z = 20\%$ , ou seja, com golfada. Na Figura 7.11 são mostradas as variações do nível de líquido no tanque  $N(t)$  considerando os controladores de erro-quadrático  $\text{CPIeq}_1$  na Figura 7.11 (a),  $\text{CPIeq}_2$  na Figura 7.11 (d),  $\text{CPIeq}_3$  na Figura 7.11 (b); e  $\text{CPIeq}_4$  na Figura 7.11 (c). Observa-se que com o aumento do ganho não-linear a amplitude da golfada diminuiu, sendo que as menores oscilações para o controle de nível convencional são obtidas com o controlador de erro-quadrático  $\text{CPIeq}_2$  desenvolvido no Capítulo 6, deste trabalho.

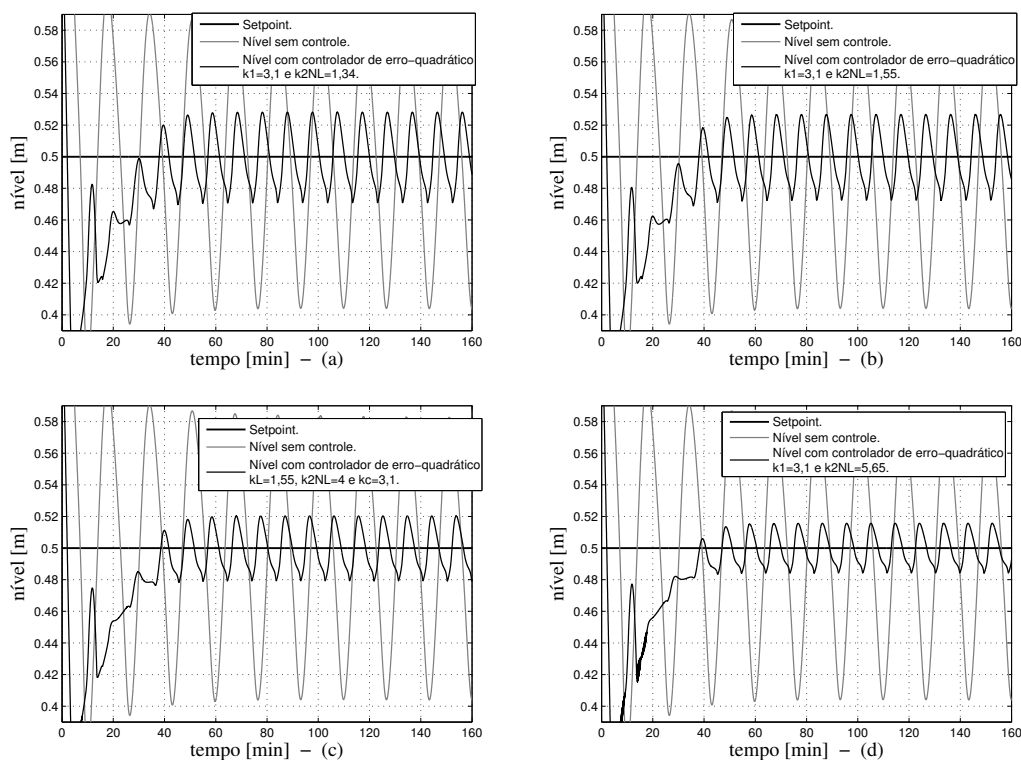


Figura 7.11: Nível de líquido no tanque  $N(t)$  considerando os controles PI de erro-quadrático de nível e sem controle de nível para  $z = 20\%$ .

São apresentadas na Tabela 7.8 as medidas de desempenho através da medição de algumas normas de sinais, considerando a aplicação do controle de nível no modelo não-linear (i.e., o modelo para um sistema tubulação-separador sob golfadas); e a porcentagem da diminuição do erro (melhora no controle), denominada  $\xi$ , em relação ao controlador PI convencional, PIConv. As simulações que correspondem ao controlador PI convencional foram apresentadas na Seção 7.2 deste capítulo.

Tabela 7.8: Medidas de desempenho.

Controlador PI	IEA	IEQ	$\xi$ (%)
PIConv	1424	14246	0
CPieq <sub>1</sub>	886	8856	37,8
<b>CPieq<sub>2</sub></b>	<b>606</b>	<b>6062</b>	<b>57,4</b>
CPieq <sub>3</sub>	858	8579	39,7
CPieq <sub>4</sub>	722	7216	49,3

Os controladores PI de erro-quadrático CPieq<sub>1</sub>, CPieq<sub>2</sub>, CPieq<sub>3</sub> e CPieq<sub>4</sub> são comparados entre si, e com o controlador PI convencional. Observa-se que o processo descrito pelo modelo não-linear com os controladores PI de erro-quadrático, no controle do nível, apresentaram um melhor desempenho quando comparados com o controlador PI convencional, pois a amplitude da golfada diminuiu, conseqüentemente o erro de rastreamento foi menor 37,8 % para CPieq<sub>1</sub>, 57,4 % para CPieq<sub>2</sub>, 39,7 % para CPieq<sub>3</sub>, e 49,3 % para CPieq<sub>4</sub>. O melhor resultado obtido foi com o controlador de erro-quadrático CPieq<sub>2</sub> em relação ao controlador PI convencional, PIConv. Considerando apenas os controladores de erro-quadrático, o processo que apresentou melhor desempenho também foi o com controlador de erro-quadrático CPieq<sub>2</sub>. Nesta análise de desempenho não foram utilizadas as medidas do pico do sinal do erro, porque todos os controladores simulados apresentaram valores muito próximos para esta medida.

Na Figura 7.12 são apresentadas os fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador, respectivamente, através das válvulas  $Va_1$  e  $Va_2$ , considerando a estratégia de controle de nível convencional de líquido no tanque, ou seja, CPieq<sub>1</sub> na Figura 7.12 (a), CPieq<sub>2</sub> na Figura 7.12 (d), CPieq<sub>3</sub> na Figura 7.12 (b), e CPieq<sub>4</sub> na Figura 7.12 (c). Conforme revisão bibliográfica realizada [46,47] foi encontrado que o controlador de erro-quadrático quando aplicado no controle de nível em tanques de separação ocasiona taxas de fluxo de fluidos mais estáveis para os equipamentos à jusante da válvula de líquido do vaso, quando comparado com o controlador convencional (ver Figura 7.3 (c)).

Na Tabela 7.9 são apresentadas os fluxos mássicos máximos de líquido que saem do separador,  $m_{L,out}$  max; os fluxos mássicos mínimos de líquido que saem do separador,  $m_{L,out}$  min; a amplitude dos fluxos mássicos, ou seja, a diferença entre os máximos e mínimos,  $\mathcal{AM}$ ; e a porcentagem de diminuição na amplitude do fluxo mássico  $\xi_{\mathcal{AM}}$  em

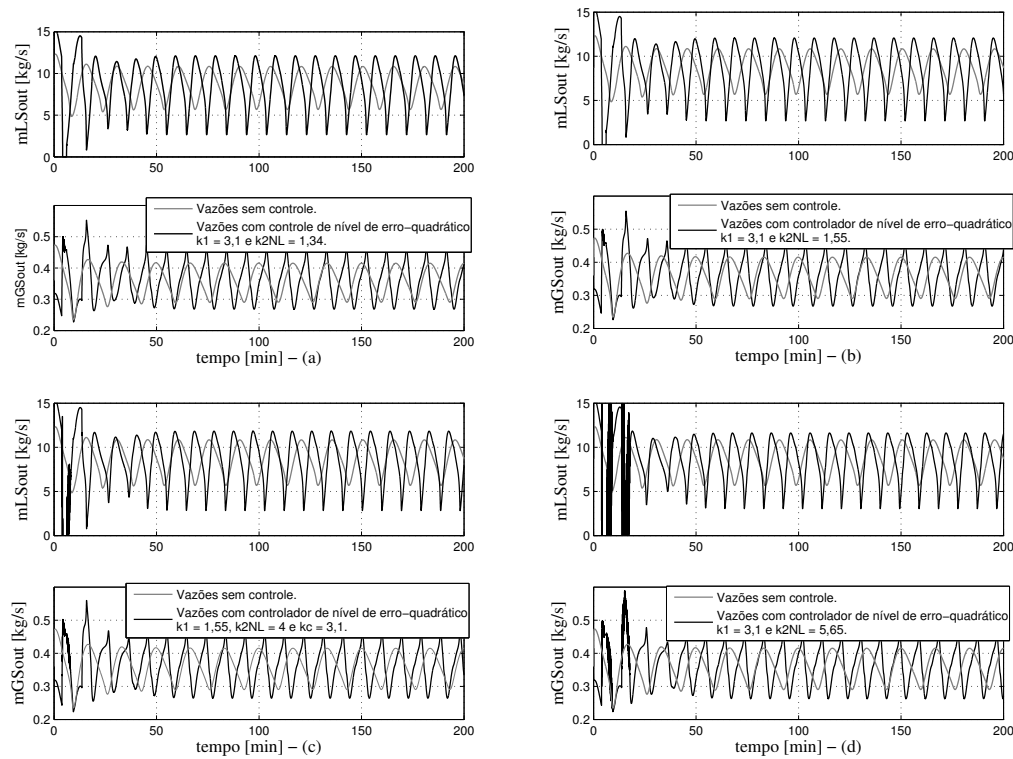


Figura 7.12: Fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador.

relação ao controlador PI convencional. Considerando os resultados para os fluxos mássicos apresentados para o controle de nível no separador, verifica-se uma diminuição dos fluxos de líquido que saem do separador em relação ao controle de nível com o controlador PI convencional, porém esta diferença é pequena. O melhor resultado é o obtido com o controlador de erro-quadrático  $CPIeq_2$  com diminuição de 20 % na amplitude em relação ao controlador PI convencional.

Tabela 7.9: Fluxos mássicos de líquido para os equipamentos à jusante do separador,  $z = 20\%$ .

Controlador PI	$m_{L,out} \text{ max } (kg/s)$	$m_{L,out} \text{ min } (kg/s)$	$\mathcal{AM}$	$\xi_{AM} (\%)$
PIConv	13	2,5	10,5	0
$CPIeq_1$	12,3	2,7	9,6	9,5
<b><math>CPIeq_2</math></b>	<b>11,5</b>	<b>3.1</b>	<b>8,4</b>	<b>20</b>
$CPIeq_3$	12,1	2,6	9,5	9,5
$CPIeq_4$	11,9	2,9	9	14,3

Cabe ressaltar que quando realiza-se o controle de nível convencional, a válvula de líquido na saída do separador abre e fecha com o objetivo de eliminar os fluidos excedentes que entram no vaso, apresentando vazões de saída de líquido mais oscilatórias do que a situação sem controle. Na Figura 7.13 (a)-(d) e na Tabela 7.10 são apresentadas a amplitude de abertura da válvula de líquido  $Va_1$  do separador com o controlador PI

convencional, e com os controladores PI de erro-quadrático; e a porcentagem da amplitude de abertura da válvula  $Va_1$  em relação a amplitude de 100%, denominada  $\xi_{zL}$ .

Observa-se que todas as amplitudes da válvula  $Va_1$ , quando os controladores de erro-quadrático são usados, são maiores do que aquelas obtidas com o uso do controlador PI convencional. Isto ocorre porque a ação de controle dos primeiros é mais eficaz, pois há um compromisso em diminuir as oscilações das golfadas. Portanto, há uma abertura maior da válvula para eliminar o líquido excedente no vaso. Entre os controladores de erro-quadrático verifica-se que o controlador que apresenta menor amplitude, igual a 72 %, para a válvula  $Va_1$  é o controlador de erro-quadrático  $CPIeq_2$ . Este também apresentou taxas de fluxos mássicos de líquido menores, quando comparado com os demais controladores simulados.

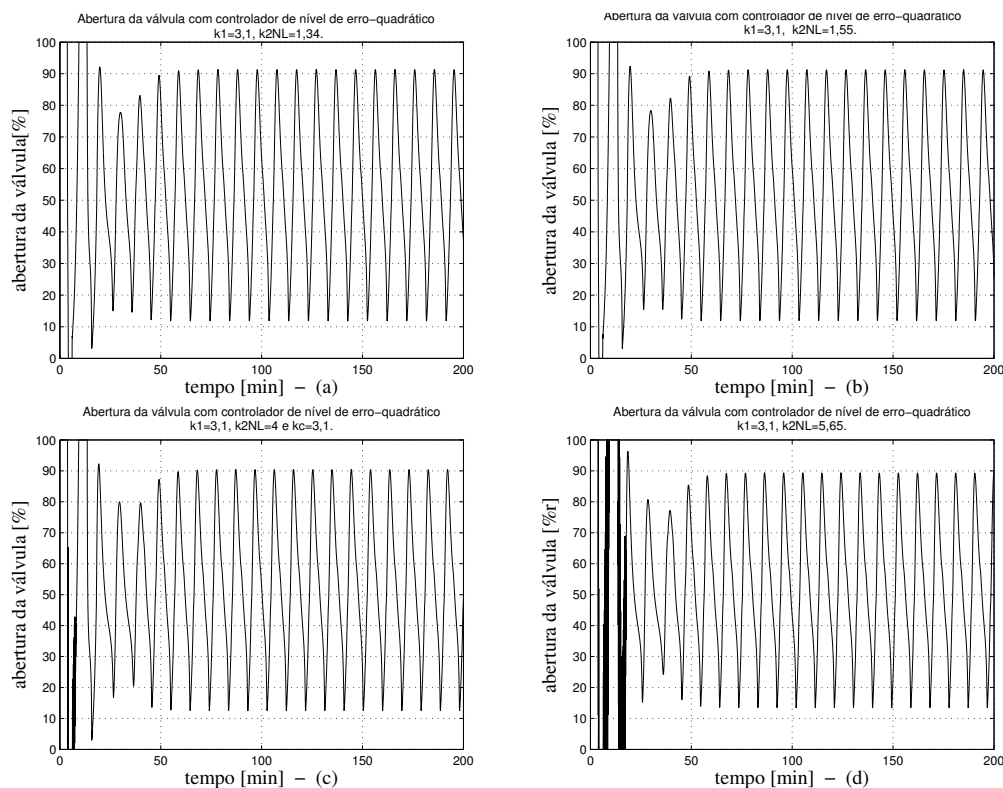


Figura 7.13: Abertura da válvula de líquido do separador.

Tabela 7.10: Amplitude de abertura da válvula  $Va_1$ .

Controlador PI	$\xi_{zL}$ (%)
PIConv	72
$CPIeq_1$	80
<b><math>CPIeq_2</math></b>	<b>75</b>
$CPIeq_3$	79
$CPIeq_4$	77

**Cenário 2: Abertura da válvula igual a  $z = 30\%$**

Nesta subseção são apresentados os resultados das simulações na qual considera-se a abertura da válvula localizada no topo da tubulação ascendente igual a  $z = 30\%$ , ou seja, com golfada. Os valores absolutos dos ganhos dos controladores convencional e de erro-quadrático são apresentados na Tabela 7.11. Verifica-se que o valor absoluto para o ganho não-linear do controlador  $CPIeq_2$ , obtido pelo Teorema 7, no Capítulo 6, é maior do que o valor absoluto obtido para os ganhos não-lineares dos demais controladores simulados.

Tabela 7.11: Valor absoluto dos ganhos dos controladores.

	Controlador PI	$ k_1 $	$ k_{2NL} $	$ k_c $
1.	PIConv	5	—	—
2.	CPIeq <sub>1</sub>	5	2,04	—
3.	<b>CPIeq<sub>2</sub></b>	<b>5</b>	<b>8,08</b>	—
4.	CPIeq <sub>3</sub>	5	2,5	—
5.	CPIeq <sub>4</sub>	2,5	4	5

Na Figura 7.14 são apresentadas as variações do nível de líquido  $N(t)$  no tanque considerando os controladores de erro-quadrático  $CPIeq_1$  na Figura 7.14 (a),  $CPIeq_2$  na Figura 7.14 (d),  $CPIeq_3$  na Figura 7.14 (b); e  $CPIeq_4$  na Figura 7.14 (c).

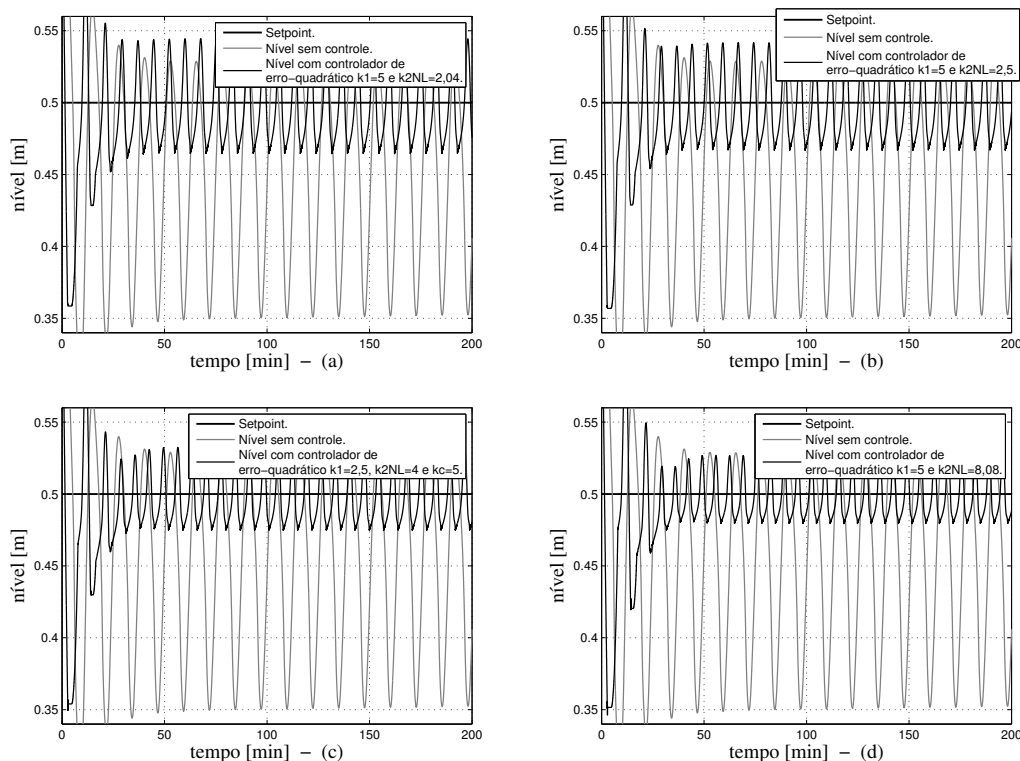


Figura 7.14: Nível de líquido no tanque  $N(t)$  considerando controle PI de erro-quadrático de nível e sem controle de nível para  $z = 30\%$ .

São apresentadas na Tabela 7.12 as medidas de desempenho através da medição de algumas normas de sinais, considerando a aplicação do controle de nível no modelo não-

linear; e a porcentagem de diminuição do erro (i.e., melhora no controle), denominada  $\xi$ , em relação ao controlador PI convencional, PIConv. As simulações que correspondem ao controlador PI convencional foram apresentadas na Seção 7.2 deste capítulo.

Tabela 7.12: Medidas de desempenho.

Controlador PI	IEA	IEQ	$\xi$ (%)
PIConv	1546	15456	0
CPIeq <sub>1</sub>	1145	11449	25,94
<b>CPIeq<sub>2</sub></b>	<b>780</b>	<b>7799</b>	<b>49,54</b>
CPIeq <sub>3</sub>	1085	10855	29,82
CPIeq <sub>4</sub>	888	8883	42,56

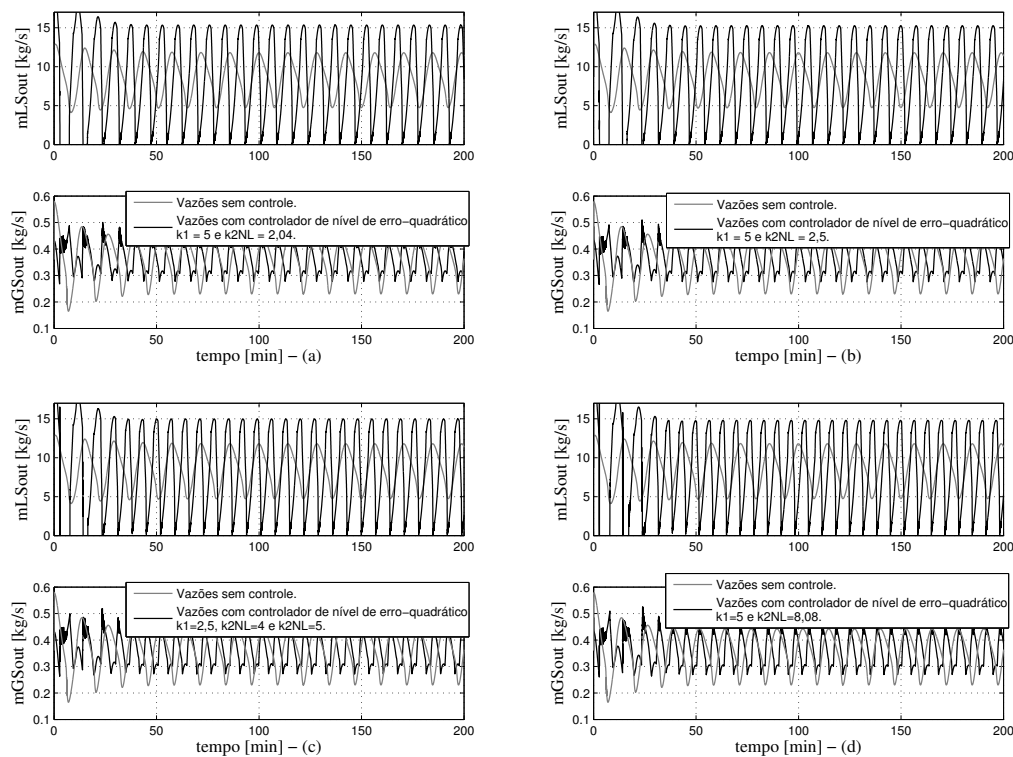
Os controladores PI de erro-quadrático CPIeq<sub>1</sub>, CPIeq<sub>2</sub>, CPIeq<sub>3</sub> e CPIeq<sub>4</sub> são comparados entre si, e com o controlador PI convencional. Observa-se que o processo descrito pelo modelo não-linear com os controladores PI de erro-quadrático e com o controlador PI não-linear, no controle do nível, apresentaram um melhor desempenho quando comparados com o controlador PI convencional. Portanto, a amplitude da golfada diminuiu. Conseqüentemente o erro de rastreamento foi menor 25,94 % para CPIeq<sub>1</sub>, 49,54 % para CPIeq<sub>2</sub>, 29,82 % para CPIeq<sub>3</sub>, e 42,56 % para CPIeq<sub>4</sub>. O melhor resultado obtido foi com o controlador de erro-quadrático CPIeq<sub>2</sub> em relação ao controlador PI convencional, PIConv; e em relação aos demais controladores simulados.

Na Figura 7.15 são apresentadas os fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador, respectivamente, através das válvulas  $V_{a_1}$  e  $V_{a_2}$ , considerando o controle de nível convencional de líquido no tanque, ou seja, CPIeq<sub>1</sub> na Figura 7.15 (a), CPIeq<sub>2</sub> na Figura 7.15 (d), CPIeq<sub>3</sub> na Figura 7.15 (b), e CPIeq<sub>4</sub> na Figura 7.15 (c). O resultado para os fluxos mássicos de líquido do controlador PI convencional foi apresentado na Figura 7.3 (c) deste capítulo.

Na Tabela 7.13 são apresentadas, os fluxos mássicos máximos de líquido que saem do separador,  $m_{L,out} \max$ ; os fluxos mássicos mínimos de líquido que saem do separador,  $m_{L,out} \min$ ; a amplitude desses fluxos, ou seja, a diferença entre os máximos e mínimos,  $\mathcal{AM}$ ; e a porcentagem de diminuição na amplitude dos fluxos mássicos  $\xi_{\mathcal{AM}}$  em relação ao controlador PI convencional.

Considerando os resultados apresentados com o controle de nível PI convencional no separador, verifica-se uma diminuição das vazões para os controladores PI de erro-quadrático em relação ao controlador PI convencional. Porém, esta diferença é bem pequena. O melhor resultado é o obtido com o controlador de erro-quadrático CPIeq<sub>2</sub> com diminuição de 7,24 % na amplitude dos fluxos de líquido em relação ao controlador PI convencional. Através dos resultados das simulações que não são mostrados neste texto, observou-se um saturamento da válvula de líquido do vaso em todos os casos simulados, ou seja, ela




 Figura 7.15: Fluxos mássicos de líquido  $m_{L,S,out}(t)$  e gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador.

apresentou abertura e fechamento máximos (i.e., de 0 % a 100 %).

 Tabela 7.13: Fluxos mássicos de líquido para os equipamentos à jusante do separador,  $z = 30\%$ .

Controlador PI	$m_{L,out}$ max (kg/s)	$m_{L,out}$ min (kg/s)	$\mathcal{AM}$	$\xi_{\mathcal{AM}}$ (%)
PIC <sub>onv</sub>	15,4	0,2	15,2	0
CPIeq <sub>1</sub>	15,4	0,3	15,1	0,7
<b>CPIeq<sub>2</sub></b>	<b>14,7</b>	<b>0,6</b>	<b>14,1</b>	<b>7,24</b>
CPIeq <sub>3</sub>	15,2	0,4	14,8	2,63
CPIeq <sub>4</sub>	15	0,5	14,5	5,92

### Cenário 3: Abertura da válvula $z$ variável

A seguir são apresentados os resultados das simulações com o modelo não-linear considerando a abertura da válvula no topo da tubulação ascendente variável em intervalos de 90 min, inicialmente tem-se  $z = 12\%$ , ou seja, uma situação sem golfada; na sequência considera-se situações com golfada isto é,  $z = 20\%$ ,  $z = 50\%$  e  $z = 30\%$ , respectivamente. Os ganhos dos controladores são os mesmos apresentados na Tabela 7.6. A especificação de controle é manter o nível no *setpoint* igual a  $SP = 0,5$  m. O tempo integral é igual a  $T_i = 798$  s.

Na Figura 7.16 são apresentadas as variações do nível de líquido  $N(t)$  no separador com os controladores de erro-quadrático  $\text{CPIeq}_1$  na Figura 7.16 (a),  $\text{CPIeq}_2$  na Figura 7.16 (d),  $\text{CPIeq}_3$  na Figura 7.16 (b), e  $\text{CPIeq}_4$  na Figura 7.16 (c). Conforme o resultado das simulações observa-se que o controlador de erro-quadrático  $\text{CPIeq}_2$  apresenta os melhores resultados para o controle de nível, ou seja, houve uma maior redução na amplitude da golfada, quando comparado com os demais controladores simulados.

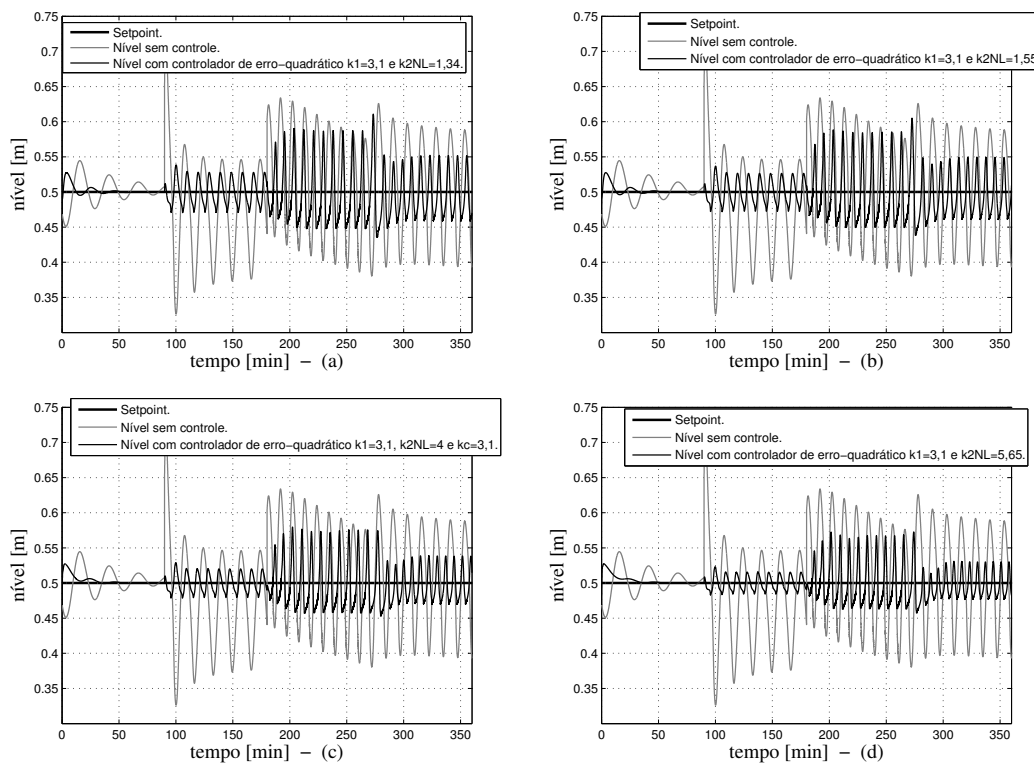


Figura 7.16: Variação do nível de líquido  $N(t)$  no tanque considerando controle PI de erro-quadrático de nível e sem controle de nível,  $z$  variável.

São apresentadas na Tabela 7.14 as medidas de desempenho considerando a abertura da válvula no topo da tubulação ascendente  $z$  variável, e os seguintes controladores do tipo PI, convencional  $\text{PIConv}$ ; de erro-quadrático  $\text{CPIeq}_1$ ,  $\text{CPIeq}_2$ ,  $\text{CPIeq}_3$ ; e  $\text{CPIeq}_4$ . Também é apresentada a porcentagem de diminuição do erro de rastreamento do processo, dada por  $\xi$ , dos controladores de erro-quadrático, em relação ao controlador convencional. Os resultados das simulações com o controlador convencional  $\text{PIConv}$ , no controle de nível com  $z$  variável, foi apresentado na Seção 7.2.

Conforme os resultados observados o processo descrito pelo modelo não-linear (i.e., modelo dinâmico para o sistema tubulação-separador), com os controladores PI de erro-quadrático e com o controlador PI não-linear, na estratégia de controle do nível de líquido convencional, em tanques sob golfadas, com  $z$  variável, apresentaram um melhor desempenho quando comparados com o controlador PI convencional. Assim, a amplitude da golfada diminuiu e, conseqüentemente, o erro de rastreamento foi menor. Considerando

apenas os controladores PI de erro-quadrático e o não-linear, o processo que apresentou melhor desempenho (ver Tabela 7.14) é com o controlador de erro-quadrático CPIeq<sub>2</sub> com diminuição de 56,7 % no erro de rastreamento do processo, quando comparado com o controlador PI convencional.

Nesta simulação também é analisado o pico do sinal do erro de rastreamento (i.e., Pico) dos processos com controladores PI de erro-quadrático e com o controlador PI não-linear; e a porcentagem de diminuição deste valor,  $\xi_{\mathcal{P}}$  (%), quando comparados com o controlador PI convencional. O melhor resultado para esta medida de desempenho também foi encontrado com o controlador CPIeq<sub>2</sub>.

Tabela 7.14: Medidas de desempenho.

	IEA	IEQ	$\xi$ (%)	Pico	$\xi_{\mathcal{P}}$ (%)
PIC <sub>Conv</sub>	1481	14812	0	29,72	0
CPIeq <sub>1</sub>	958	9579	35,31	22,15	25,47
<b>CPIeq<sub>2</sub></b>	<b>636</b>	<b>6362</b>	<b>57,06</b>	<b>14,53</b>	<b>51,11</b>
CPIeq <sub>3</sub>	917	9171	38,08	21,02	29,27
CPIeq <sub>4</sub>	756	7562	48,95	15,93	46,40

Nas Figuras 7.17 (a)-(d) são apresentadas as variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador considerando o controle de nível com os controladores PI convencional e PI de erro-quadrático. Na Tabela 7.15 são apresentados os picos dos fluxos mássicos de líquido no intervalo de abertura da válvula localizada no topo da tubulação ascendente igual a  $z = 50\%$ ; e a porcentagem de diminuição do pico de vazão dada por  $\xi_{pv}$ . Verifica-se uma pequena diminuição nas taxas dos fluxos mássicos do controlador CPIeq<sub>2</sub> em relação aos demais controladores simulados.

Tabela 7.15: Medidas de desempenho.

	$m_{L,out} \max$ (kg/s)	$\xi_{pv}$ (%)
PIC <sub>Conv</sub>	19,9	0
CPIeq <sub>1</sub>	19	4,52
<b>CPIeq<sub>2</sub></b>	<b>18,3</b>	<b>8,04</b>
CPIeq <sub>3</sub>	18,9	5,03
CPIeq <sub>4</sub>	18,6	6,53

## 7.5.2 Considerações sobre a Estratégia de Controle de Nível Convencional

Considerando o problema da golfada em indústrias de petróleo e a estratégia de controle de nível convencional nos separadores de produção é importante destacar alguns pontos. No caso das golfadas, elas geram, dentro do tanque, um nível alto e oscilatório, e vazões

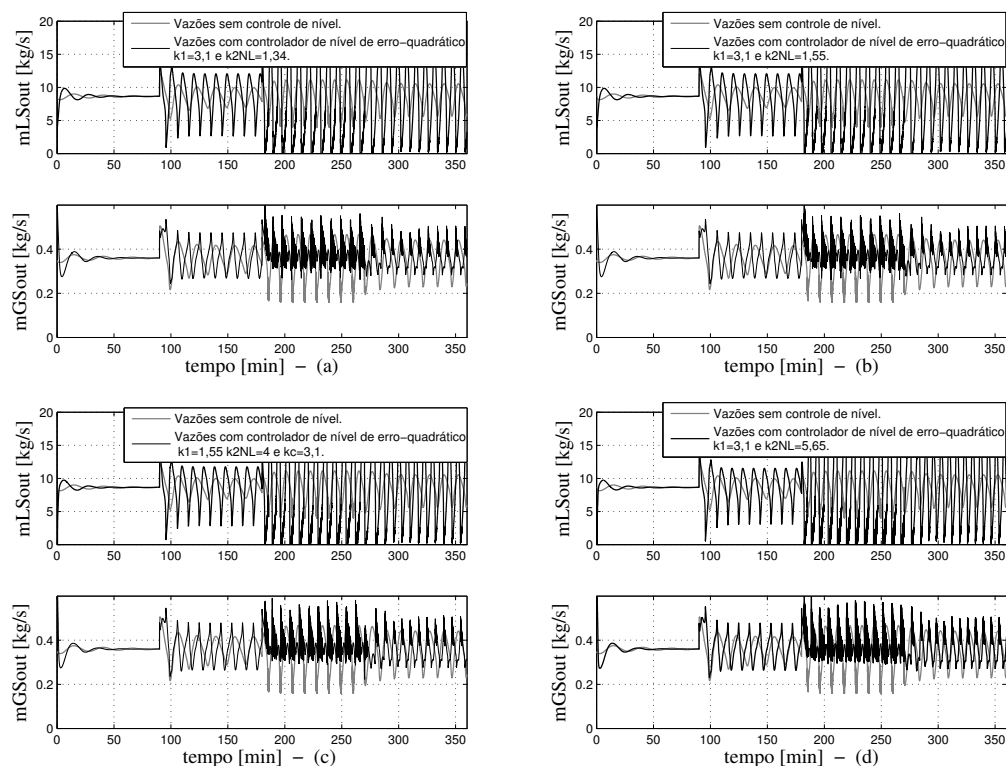


Figura 7.17: Vazões de líquido e gás que saem do separador considerando o controle de nível e  $z$  variável.

de líquido na saída do separador também oscilatórias, causando perturbações nos equipamentos do processo à jusante do vaso de separação. Observou-se nos resultados das simulações apresentados nas seções anteriores que somente a aplicação da estratégia de controle de nível convencional não resolve todos os problemas, porque quando é feito este tipo de controle a válvula de líquido na saída do separador abre e fecha com o objetivo de eliminar as vazões de líquido excedentes no vaso, tornando as vazões de exportação ainda mais oscilatórias para os demais equipamentos do processo, pois o objetivo deste controle é fazer com que o nível permaneça próximo ao *setpoint*. Considerando apenas o uso da estratégia de controle de nível convencional, seria preciso um outro controlador atuando nos próximos equipamentos para minimizar os efeitos das vazões de fluxo oscilatórias; ou senão a realização de uma outra estratégia de controle de nível diferente da tradicional.

Desta forma, é desejável um controlador que desempenhe a função de fazer com que o vaso de separação atue como amortecedor de vazões, isto é, não é necessário manter o nível rigorosamente no *setpoint*, pode-se permitir variações no nível de maneira a absorver variações de vazão de produção [45]. Diferentes estratégias de controle que usam o conceito de oscilação de nível com amortecimento de vazão são apresentadas na literatura [61] com os mais variados nomes: controle não-linear [41]; controle de nível com amortecimento de vazão (*feedforward*) [40]; controle de *surge* [46], porém a maioria requer medições de vazão, seja de saída (exportação), ou de entrada (carga). Porém, segundo *Nunes* [61,84], as

condições operacionais de uma planta de processamento são tais que acontecem mudanças de regime de escoamento na linha de produção, e tais medidas de vazões são muitas vezes de difícil obtenção [11], e do ponto de vista operacional simplicidade também é desejável.

Considerando este objetivo, ou seja, evitar medições de vazões, *Nunes* [62,84] elaborou uma nova metodologia de controle de nível denominada "Controle por Bandas", que é definida na próxima seção. Portanto, com a finalidade de minimizar as variações de vazões oscilatórias para os equipamentos à jusante da válvula do separador, causadas pela aplicação da estratégia de controle de nível convencional e de erro-quadrático, esta metodologia é implementada neste trabalho.

## 7.6 Controle por Bandas de *Nunes*

Em *Nunes* [62,84] é definida uma nova metodologia de controle denominada controle por bandas, onde é proposto que durante a atuação do controlador o nível pode excursionar entre o máximo e o mínimo de uma banda, conforme a Figura 7.18, de modo que as vazões de saída estejam próximas ao valor médio da vazão de entrada. Sua concepção dispensa medições de vazão, podendo ser aplicada em qualquer vaso de acúmulo.

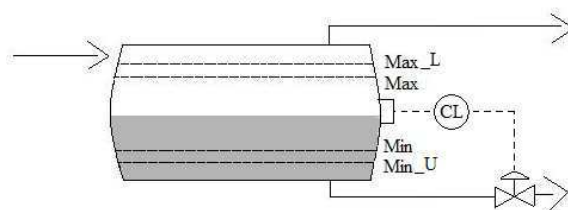


Figura 7.18: Controle por bandas aplicado em separador bifásico.

No controle por bandas, quando o nível encontra-se dentro da banda, utiliza-se a média móvel da ação de controle de um controlador PI lento, pois reduzindo a capacidade de atuação do controlador obtém-se uma maior flutuação do nível de líquido dentro do vaso. A média móvel é calculada ao longo de determinado período, este período deve ser maior que o período  $T$  da golfada. Nos casos em que os limites são ultrapassados, comuta-se a ação de controle para um controlador PI de ação rápida por determinado tempo, visando garantir o retorno do nível para dentro da banda e, em caso positivo, a ação de controle volta a ser em média móvel. De modo a evitar variações bruscas na ação de controle durante a comutação entre os modos de operação dentro da banda e fora da banda, é sugerido usar a média entre as ações de controle PI e em média móvel [62,84].

Portanto, nesta implementação, primeiramente, é utilizado um controlador PI que possui dois modos de operação: (1) em média móvel com ação de controle PI lenta dentro da banda, e (2) em PI com ação de controle rápida fora da banda. Em seguida, considera-se a mesma implementação, porém troca-se o algoritmo de controle PI, pelo algoritmo PI

de erro-quadrático  $CP_{Ieq_2}$ , pois este foi o que apresentou o melhor desempenho considerando os controladores de erro-quadrático simulados na estratégia de controle de nível convencional em separadores de produção. A seguir é detalhado a implementação destes algoritmos de controle, sendo apresentados os resultados das simulações e sua análise.

### 7.6.1 Aplicação do Controle por Bandas com Controlador PI e PI de Erro-Quadrático

Nesta subseção é apresentado o resultado das simulações considerando a aplicação da metodologia de controle por bandas utilizando-se o algoritmo de controle PI, e o PI de erro-quadrático, comparados com a estratégia de controle de nível convencional. O diagrama de blocos da implementação do controle por bandas é apresentado na Figura 7.19.

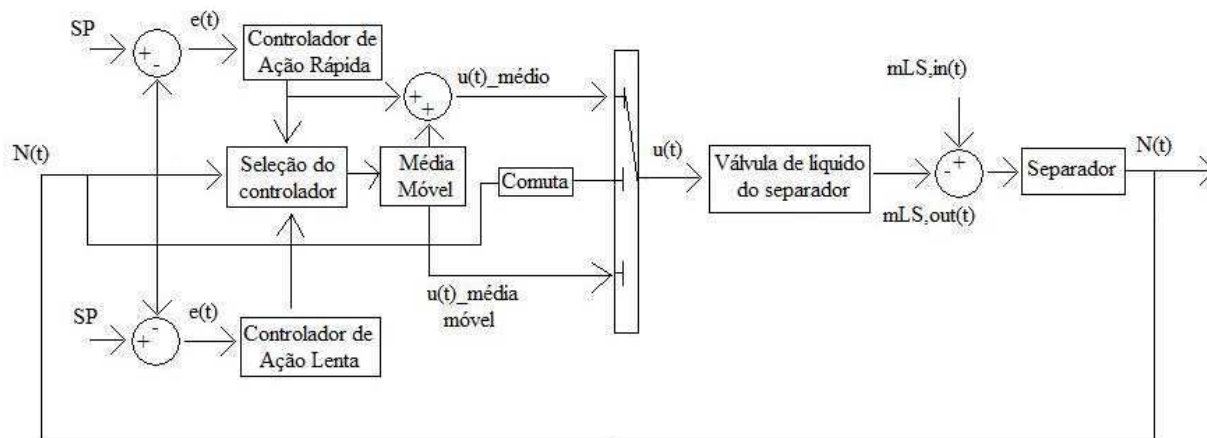


Figura 7.19: Diagrama de blocos do controle por bandas de Nunes.

Para estas simulações utilizou-se o *setpoint*  $SP = 0,75\text{ m}$  e banda  $BD = 0,2\text{ m}$ , onde o nível máximo de líquido permitida passou a ser  $0,95\text{ m}$  e o nível mínimo  $0,55\text{ m}$ . A banda foi definida seguindo os trabalhos de Campos *et al.* [45] e Nunes [62,84]. Segundo Campos *et al.* [45] na estratégia de controle por bandas deve ser permitido que os níveis variem um pouco em torno do *setpoint* de modo que a vazão não varie muito, porém as variações dos níveis não podem ser muito grandes porque em uma plataforma real há um sistema de segurança que pára a produção em caso de níveis altos ou baixos no separador. Para a implementação do controle por bandas o separador utilizado possui comprimento  $H_4 = 4,5\text{ m}$  e diâmetro  $D_s = 1,5\text{ m}$ , a fim de comportar as flutuações do nível de líquido dentro do vaso, seguindo os padrões utilizado nos trabalhos de Nunes [62,84], o qual aplica este controle na plataforma  $P - 07$  da Petrobrás.

Para comparar as diferenças entre as duas estratégias de controle simuladas, i.e., controle de nível convencional e controle por bandas, considerou-se o algoritmo de controle

PI em dois cenários de simulação: abertura da válvula no topo da tubulação ascendente igual a  $z = 20\%$ , e abertura da válvula  $z$  variável.

### **Cenário 1: Abertura da válvula igual a $z = 20\%$**

Nos resultados das simulações da estratégia de controle de nível convencional a especificação de controle tem por objetivo manter o nível no *setpoint*, os valores utilizados para as constantes  $k_p$  e  $T_i$  do controlador são respectivamente 10 e 1380 s, conforme a metodologia de sintonia apresentada na Seção 7.2 deste capítulo. Na estratégia de controle por bandas o nível pode flutuar mais livremente. Neste caso, para o controlador PI de ação lenta (dentro da banda) utilizou-se  $k_p = 0,001$  e  $T_i = 100000$  s, para o controlador PI de ação rápida (fora da banda) usou-se  $k_p = 0,1$  e  $T_i = 1000$  s, o período para o cálculo da média móvel do controlador PI foi de  $T = 1000$  s.

Considerando a estratégia com algoritmo de controle PI de erro-quadrático, cuja metodologia de sintonia é proposta pelo Teorema 7 apresentado no Capítulo 6, no controle por bandas de ação lenta (dentro da banda) utilizou-se  $k_1 = 0,001$ ,  $k_{2NL} = 0,000004$  e  $T_i = 100000$  s, e para o controlador PI de erro-quadrático de ação rápida (fora da banda) usou-se  $k_1 = 0,1$ ,  $k_{2NL} = 0,02$  e  $T_i = 1000$  s, o período para o cálculo da média móvel do controlador PI de erro-quadrático foi de  $T = 1000$  s. As vazões de entrada de líquido no vaso são apresentadas na Figura 7.2 (a1), com vazão média de entrada igual a 8,64 Kg/s.

Na Figura 7.20 (a) são apresentados os níveis de líquido  $N(t)$  dentro do separador com controle PI convencional e com controle PI por bandas. Na Figura 7.20 (b) são apresentados os níveis de líquido  $N(t)$  dentro do separador com controle PI convencional e com controle PI de erro-quadrático por bandas. Nas Figuras 7.21 (a) e (b) são mostradas respectivamente as vazões de líquido  $m_{LS,out}(t)$  que saem do separador correspondentes aos controles de nível apresentados na Figura 7.20 (a) e (b). Observa-se que com a estratégia de controle PI de nível convencional as vazões de entrada são transferidas para a saída do separador. Por outro lado, considerando a estratégia de controle por bandas é mostrado que conseguiu-se reduzir as oscilações das vazões de saída, e como consequência são permitidas flutuações do nível de líquido dentro do vaso. Na simulação com controlador PI foi encontrado que a média das vazões de saída foi igual a 8,62 Kg/s, e na simulação com controlador PI de erro-quadrático foi encontrado que a média das vazões de saída foi igual a 8,63 Kg/s.

Comparando os resultados das simulações entre o controlador PI e o PI de erro-quadrático por bandas, observou-se que o último respeitou fortemente as bandas definidas, pois possui um ação de controle mais rígida que o controlador PI. Entretanto, quando o nível atingiu os limites da banda, neste momento, as vazões de saída de líquido do vaso com o controlador PI de erro-quadrático foram um pouco mais oscilatórias que as va-

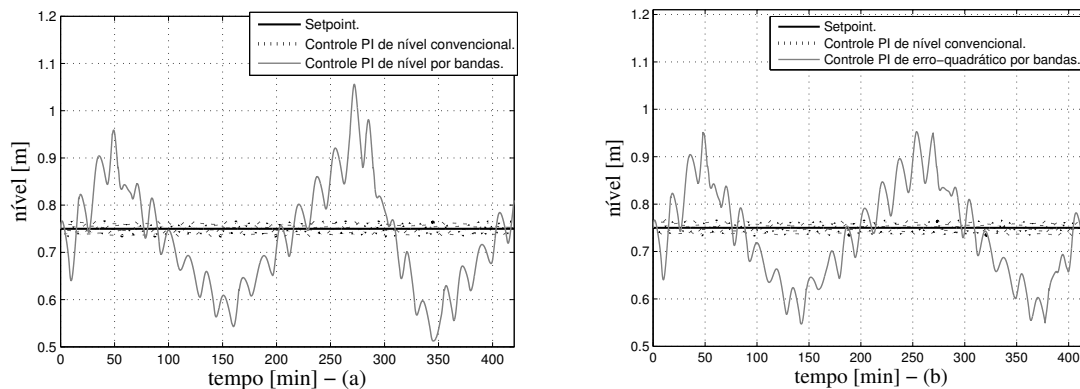


Figura 7.20: (a) Variações do nível de líquido  $N(t)$  no tanque considerando controle PI convencional (linha pontilhada) e controle PI por bandas (linha sólida), (b) variações do nível de líquido  $N(t)$  no tanque considerando controle PI convencional (linha pontilhada) e controle PI de erro-quadrático por bandas (linha sólida).

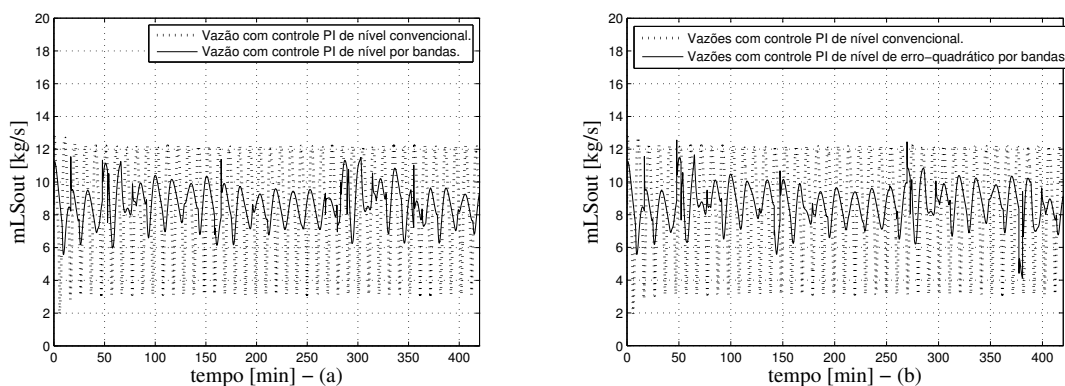


Figura 7.21: (a) Vazões de líquido que saem do separador  $mLS, out(t)$  considerando controle de nível PI convencional (linha pontilhada) e controle de nível PI por bandas (linha sólida), (b) vazões de líquido que saem do separador  $mLS, out(t)$  considerando controle de nível PI convencional (linha pontilhada) e controle de nível PI de erro-quadrático por bandas (linha sólida).

zões encontradas com o controlador PI convencional por bandas, porém esta diferença é mínima como pode ser verificada na Figura 7.21. Para ambos controladores os resultados para as vazões são melhores que os resultados obtidos com a estratégia de controle de nível convencional. Considerando as vazões de saída quando o nível encontra-se dentro da banda, ambos processos (i.e., PI e PI de erro-quadrático por bandas) apresentam comportamento semelhante.

Na Figura 7.22 são apresentadas as variações da abertura da válvula de líquido do separador em (a) para a estratégia de controle PI por banda e em (b) para a estratégia de controle PI de erro-quadrático por banda.

São apresentadas na Tabela 7.16 as medidas de desempenho considerando os controladores, PI e PI erro-quadrático  $CPIeq_2$ , na estratégia de controle por bandas. Também



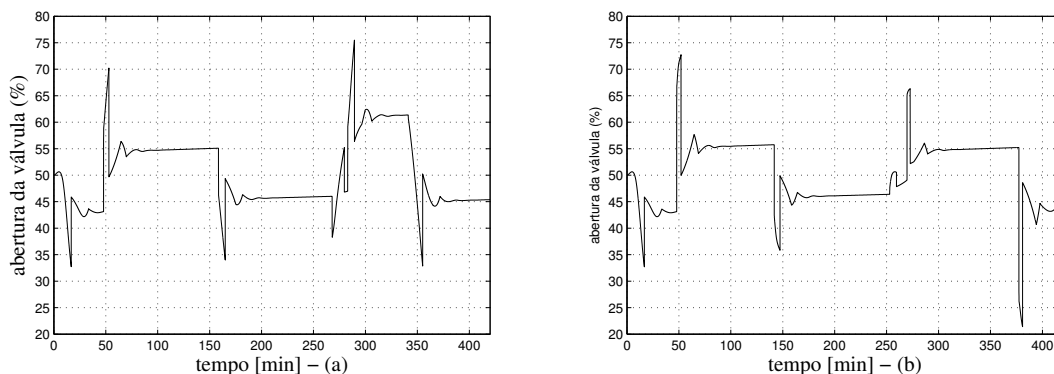


Figura 7.22: (a) Abertura da válvula de líquido do separador considerando a estratégia de controle PI convencional por bandas, (b) abertura da válvula de líquido do separador considerando a estratégia de controle PI de erro-quadrático por bandas.

é apresentada a porcentagem de diminuição do erro de rastreamento do processo, dada por  $\xi$  em relação ao algoritmo de controle PI por bandas. Com a aplicação do controlador PI de erro-quadrático o desempenho para o controle de nível foi melhor, pois houve uma diminuição do erro de rastreamento do processo de 11 % em relação ao controle convencional.

Tabela 7.16: Medidas de desempenho.

	IEA	IEQ	$\xi$ (%)	Pico	$\xi_{\mathcal{P}}$ (%)
PI por bandas	2386	23865	0	30,58	0
CPIeq <sub>2</sub> por bandas	2124	21245	11	20,29	33,6

### Cenário 2: Abertura da válvula $z$ variável

A seguir são apresentados os resultados das simulações considerando a abertura da válvula no topo da tubulação ascendente variável, ou seja, considera-se situações com golfada onde  $z = 20\%$ ,  $z = 25\%$ ,  $z = 30\%$  e  $z = 35\%$ . Na Figura 7.23 são apresentadas as vazões de líquido que entram no separador.

No resultado das simulações da estratégia de controle de nível convencional a especificação de controle tem por objetivo manter o nível no *setpoint*, os valores utilizados para as constantes  $k_p$  e  $T_i$  do controlador são respectivamente 10 e 1380 s. Na estratégia de controle por bandas para o controlador PI de ação lenta (dentro da banda) utilizou-se  $k_p = 0,001$  e  $T_i = 100000$  s, para o controlador PI de ação rápida (fora da banda) usou-se  $k_p = 0,15$  e  $T_i = 1000$  s, o período para o cálculo da média móvel do controlador PI foi de  $T = 1000$  s.

Considerando a estratégia com algoritmo de controle PI de erro-quadrático, cuja metodologia de sintonia é proposta pelo Teorema 7 apresentado no Capítulo 6 tem-se que na simulação do controle de nível convencional, os valores utilizados para as constantes

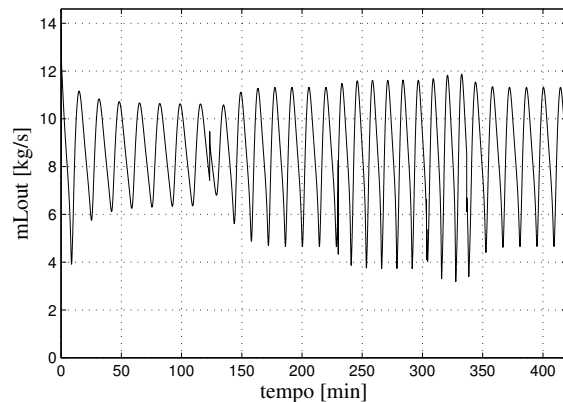


Figura 7.23: Vazões de líquido  $m_{L,out}(t)$  que entram no separador para  $z$  variável.

$k_p$  e  $T_i$  são respectivamente 10 e 1380 s. No controle por bandas para o controlador PI de erro-quadrático de ação lenta (dentro da banda) utilizou-se  $k_1 = 0,001$ ,  $k_{2NL} = 0,000004$  e  $T_i = 100000$  s, e para o controlador PI de erro-quadrático de ação rápida (fora da banda) usou-se  $k_1 = 0,15$ ,  $k_{2NL} = 0,03$  e  $T_i = 1000$  s, o período para o cálculo da média móvel para o controlador PI de erro-quadrático foi de  $T = 1000$  s.

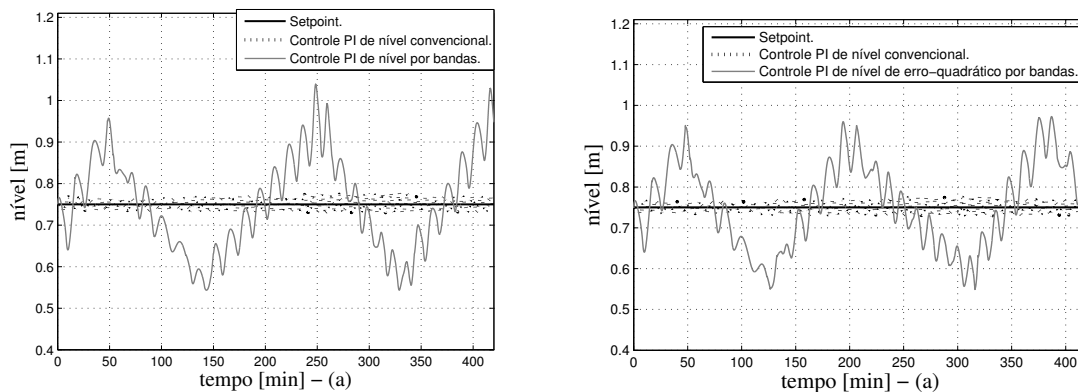


Figura 7.24: (a) Variações do nível de líquido  $N(t)$  no tanque considerando controle PI convencional (linha pontilhada) e controle PI por bandas (linha sólida), (b) variações do nível de líquido  $N(t)$  no tanque considerando controle PI convencional (linha pontilhada) e controle PI de erro-quadrático por bandas (linha sólida), ambos para abertura  $z$  variável.

Na Figura 7.24 (a) são apresentados os níveis de líquido  $N(t)$  dentro do separador com as estratégias de controle PI convencional e de controle PI por bandas, e na Figura 7.24 (b) são apresentados os níveis de líquido  $N(t)$  dentro do separador com as estratégias de controle PI convencional e de controle PI de erro-quadrático por bandas para a abertura da válvula  $z$  variável. Nas Figuras 7.25 (a) e (b) são mostradas respectivamente as vazões de líquido  $m_{LS,out}(t)$  que saem do separador correspondentes aos controles de nível apresentados na Figura 7.24 (a) e (b). Observa-se que com a estratégia de controle PI de nível convencional as vazões de entrada (ver Figura 7.23) são transferidas para a

saída do separador. Por outro lado, considerando a estratégia de controle por bandas é mostrado que conseguiu-se reduzir as oscilações das vazões de saída, através da permissão de flutuação do nível de líquido dentro do vaso.

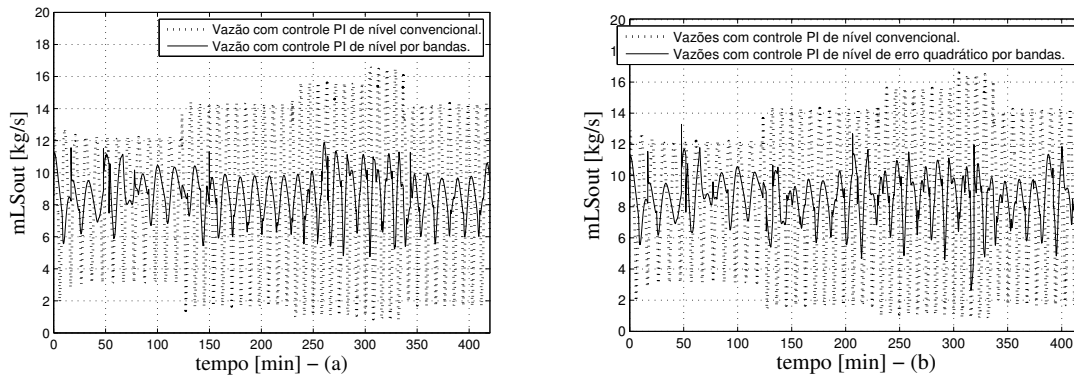


Figura 7.25: (a) Vazões de líquido que saem do separador  $mLS, out(t)$  considerando controle de nível PI convencional (linha pontilhada) e controle de nível PI por bandas (linha sólida), (b) vazões de líquido que saem do separador  $mLS, out(t)$  considerando controle de nível PI convencional (linha pontilhada) e controle de nível PI de erro-quadrático por bandas (linha sólida), ambos para abertura  $z$  variável.

Nos resultados das simulações para  $z$  variável é observado que conseguiu-se reduzir as oscilações das vazões de saída, e como consequência são permitidas flutuações do nível de líquido dentro do vaso. Comparando os resultados das simulações do algoritmo de controle PI com o algoritmo de controle PI de erro-quadrático, ambos por bandas, observou-se as mesmas conclusões nos casos simulados para a abertura da válvula  $z = 20\%$ . Nestas simulações a média das vazões de saída foi igual a  $8,64 \text{ Kg/s}$ .

Na Figura 7.26 são apresentadas as variações da abertura da válvula de líquido do separador em (a) para a estratégia de controle PI por banda e em (b) para a estratégia de controle PI de erro-quadrático por banda.

São apresentadas na Tabela 7.17 as medidas de desempenho considerando os controladores PI e PI erro-quadrático  $CP_{Ieq_2}$ , na estratégia de controle por bandas para a abertura da válvula  $z$  variável. Também é apresentada a porcentagem de diminuição do erro de rastreamento do processo, dada por  $\xi$  em relação ao algoritmo de controle PI por bandas. Com a aplicação do controlador PI de erro-quadrático o desempenho para o controle de nível foi melhor, pois houve uma diminuição do erro de rastreamento do processo em  $6,1\%$ .

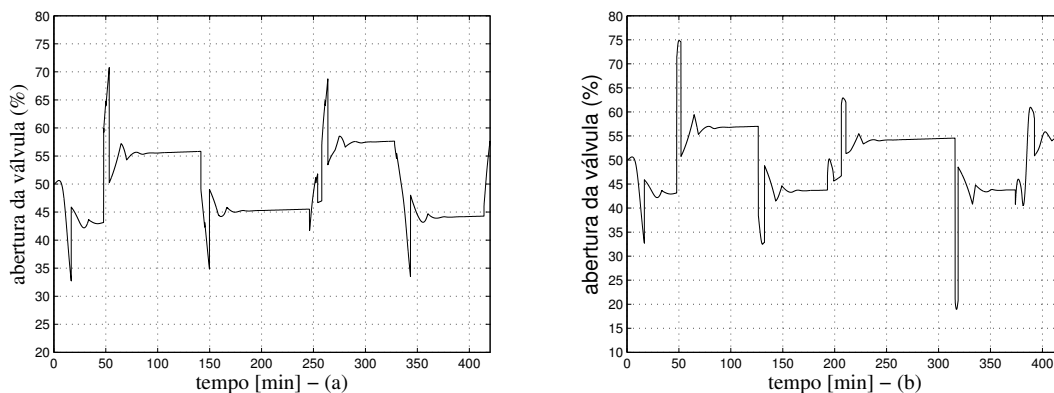


Figura 7.26: (a) Abertura da válvula de líquido do separador considerando a estratégia de controle PI convencional por bandas, (b) abertura da válvula de líquido do separador considerando a estratégia de controle PI de erro-quadrático por bandas, ambos para abertura  $z$  variável.

Tabela 7.17: Medidas de desempenho.

	IEA	IEQ	$\xi$ (%)	Pico	$\xi_{\mathcal{P}}$ (%)
PI por bandas	2379	23789	0	28,9	0
CPIeq <sub>2</sub> por bandas	2234	22349	6,1	22,26	22,9

## 7.7 Conclusões

Neste capítulo primeiramente foi realizada a aplicação do controlador de erro-quadrático no controle de nível convencional em separadores de produção sob regime de fluxo com golfadas. Os controladores CPIeq<sub>1</sub> e CPIeq<sub>2</sub>, cujos ganhos não-lineares são propostos nesta tese, são comparados, entre si, e com outros 3 algoritmos de controle: o controlador PI convencional, e os controladores PI de erro-quadrático encontrados na literatura.

Para o desenvolvimento do cálculo do ganho não-linear do controlador de erro-quadrático foi necessário, primeiramente, encontrar uma realimentação de estado com um ganho linear  $k_1$ . O ganho linear  $k_1$  foi obtido através de um método de sintonia para controle de nível em tanques, baseado nas dimensões e vazões de operação do vaso. Por conseguinte, foi preciso obter o modelo do separador linearizado, para a realização deste procedimento utilizou-se o método denominado Linearização Jacobiana. Em seguida, foram calculados os ganhos dos controladores de erro-quadrático CPIeq<sub>1</sub> e CPIeq<sub>2</sub> desenvolvidos neste trabalho. Observou-se que o valor absoluto do ganho não-linear obtido para o controlador CPIeq<sub>2</sub> é maior que o conseguido para o controlador CPIeq<sub>1</sub>, ou seja, conclui-se que o ganho não-linear é conservativo.

Inicialmente, foram realizadas simulações aplicando tais controladores no modelo do separador linearizado. Como especificação de controle desejou-se que o nível rastreasse o *setpoint* durante as simulações (i.e., metade do tanque). Foi observado que o controlador de erro-quadrático CPIeq<sub>2</sub>, desenvolvido no Teorema 7, no Capítulo 6, apresentou os

melhores resultados de desempenho para a estratégia de controle de nível convencional, quando comparado com: o controlador CPIeq<sub>1</sub> também obtido nesta tese, o controlador PI convencional, e outros dois algoritmos de controle de erro-quadrático da literatura. Pois, o controlador CPIeq<sub>2</sub> apresentou uma diminuição no erro de rastreamento do processo de 6,7 % para IEA e de 4,94 % para IEQ em relação ao controlador PI convencional quando aplicados no modelo do vaso linearizado.

Em seguida, os controladores de erro-quadrático obtidos foram aplicados na estratégia de controle de nível convencional do separador, considerando o modelo para o sistema tubulação-separador sob regime de golfadas (i.e., o modelo não-linear), sendo que a especificação de controle também foi manter o nível no *setpoint*, ou seja, na metade do tanque. Através dos resultados das simulações foi observado que o controlador CPIeq<sub>2</sub> apresentou os melhores resultados para o nível de líquido dentro do vaso, pois o erro de rastreamento diminuiu em todos os casos simulados quando comparado com o controlador PI convencional. Esta redução foi de 57,4 % para a abertura válvula localizada no topo da tubulação ascendente igual a  $z = 20\%$ , 49,54 % para a abertura da válvula no topo igual a  $z = 30\%$ , e 57,7 % para a abertura da válvula  $z$  variável.

Para as taxas de vazões dos fluidos que seguem para os equipamentos à jusante do processo, bem como para a porcentagem de abertura da válvula de líquido  $Va_1$ , o controlador CPIeq<sub>2</sub> também apresentou os melhores resultados, quando comparado com os demais controladores simulados, pois houve uma diminuição na amplitude da golfada; ocorreu uma pequena redução na amplitude das vazões de líquido para os equipamentos à jusante do separador, i.e., 20 % em relação ao controle PI convencional quando  $z = 20\%$ ; e ocorreu uma menor amplitude de abertura da válvula  $Va_1$ , isto é, 72 %, em relação aos demais controladores não-lineares simulados.

Entretanto, é importante destacar que foi observado nos resultados das simulações que o controlador de erro-quadrático, quando aplicado na estratégia de controle de nível convencional, não resolve os problemas ocasionados pelo regime de fluxo com golfadas. Considerando este cenário de simulação, observou-se como efeito adverso que as vazões de exportação são oscilatórias causando perturbações para os equipamentos à jusante do separador. Com o objetivo de minimizar estas variações de vazão foi implementada uma nova metodologia de controle de nível denominada controle por bandas, onde é permitido que o nível flutue dentro de uma banda de modo que as vazões de saída sejam menos oscilatórias. Na aplicação desta estratégia foram considerados dois cenários: (1) controle de nível por bandas com o algoritmo de controle PI e (2) controle de nível por bandas com o algoritmo de controle PI de erro-quadrático. Nestes cenários, utilizou-se o controlador dentro da banda, em média móvel com ação lenta, de modo que o nível pudesse flutuar. Caso o nível ultrapassasse as bandas permitidas permutou-se o algoritmo de controle

para um controlador de ação rápida, neste momento utilizou-se a média entre das ações de controle em média móvel e de ação rápida.

Conforme os resultados das simulações em ambas implementações conseguiu-se diminuir as oscilações de vazão de exportação para os equipamentos à jusante do separador. Observou-se que para a estratégia de controle de nível por bandas o controlador PI de erro-quadrático apresentou os melhores resultados, pois este respeitou fortemente as bandas definidas, devido a sua ação de controle mais rígida. No entanto, isso acarretou, apesar de forma reduzida e apenas no momento que o nível atingiu o limite pré-estabelecido (i.e. banda), uma pequena variação da vazão de saída quando comparado com o controlador PI.

# Capítulo 8

## Conclusões e Trabalhos Futuros

Esta tese de doutorado abordou sobre alguns aspectos do problema da golfada na produção de petróleo e o uso do controlador de erro-quadrático. Conforme foi dissertado no transcorrer do trabalho, a golfada ocasiona diferentes prejuízos às indústrias petrolíferas. Pesquisas recentes mostraram formas de minimizar ou evitar a golfada através de estratégias de controle com realimentação, que atuam nas válvulas dos separadores de produção, ou nas válvulas da tubulação.

A partir da revisão bibliográfica apresentada no Capítulo 2 foi constatado que há um número reduzido de trabalhos que realizam controle a partir de um modelo matemático do processo. Tais trabalhos podem ser separados em dois tipos. O primeiro tipo propõe um modelo da tubulação sob golfadas, cujo principal objetivo é evitar a mesma na linha de fluxo. Para esta finalidade é sugerido que a malha de controle tenha como variáveis controladas medidas de pressão na seção de alimentação do encanamento, ou na base da tubulação ascendente. Isto porque, com a aplicação de estratégias de controle convencionais como por exemplo, controle PID e, PID em cascata, essas medidas apresentaram melhor desempenho quando comparadas com medidas coletadas no topo da tubulação ascendente, que mostram lento rastreamento do *setpoint*, devido à dinâmica de zeros e pólos instáveis. O segundo tipo de trabalhos aborda estratégias de controle aplicadas nos separadores de produção. Porém, neles não apresentam o modelo do tanque, a golfada sendo representada pela função senóide, com a ressalva de que estas estratégias de controle somente devem ser aplicadas em caso de golfadas moderadas.

Não foi encontrado, na literatura técnica, um modelo matemático de um processo sob golfadas que permitisse atuar no sistema de forma integrada, ou seja, tanto na tubulação quanto no separador; ou, separadamente, na tubulação ou no vaso. Portanto, foi apresentado nesta tese o desenvolvimento de um modelo matemático não-linear, com 5 (cinco) equações diferenciais, denominado de modelo dinâmico para um sistema tubulação-separador sujeito à golfadas. Na realidade, ele é o resultado do acoplamento

entre o modelo dinâmico simplificado de *Storkaas*, para uma tubulação sob golfadas, e o modelo de um separador cilíndrico horizontal bifásico. Os resultados das simulações da aplicação do modelo acoplado ao sistema mostram que o mesmo descreve de forma satisfatória o regime de fluxo sem golfadas, assim como o regime de fluxo com golfada moderada e com golfada severa na tubulação e no separador. Conclui-se que o novo modelo se constitui em um ambiente adequado para testes, através de simulações, de diferentes estratégias de controle no problema da golfada em indústrias de petróleo. Tais estratégias podem ser aplicadas às válvulas de líquido e de gás do vaso, bem como à válvula do topo da tubulação ascendente, ou ao sistema de forma integrada isto é, em mais de uma válvula simultaneamente.

Nesta tese também foi estudado um tipo de controlador não-linear denominado controlador de erro-quadrático. Não tendo sido encontrado, na literatura técnica, nenhum método de sintonia para o ganho não-linear desse controlador fundamentado em leis matemática, foram estabelecidos dois limites para o seu ganho não-linear. Dois foram os procedimentos. O primeiro limite foi encontrado através do uso dos Teoremas de estabilidade de Lyapunov. O segundo limite foi obtido através do cálculo de um limite para um ganho linear. Deste modo, o procedimento pôde ser generalizado para o caso não-linear. Os resultados das simulações foram obtidos considerando-se um processo de segunda ordem, um processo de quarta ordem, e um processo de nível de líquido em tanques. Os controladores propostos foram comparados com um algoritmo de controle convencional, e com um algoritmo de controle de erro-quadrático da literatura. Através da análise do desempenho foi mostrado que um dos controladores de erro-quadrático denominado de  $CPIeq_2$ , cujo ganho não-linear é obtido através do Teorema 7, apresenta resultados melhores do que aqueles obtidos para os outros controladores simulados, e que os resultados mais satisfatórios para a análise do desempenho foram encontrados na aplicação deste controlador no controle do nível de líquido em tanques. Também é concluído que o seu ganho não-linear é conservativo.

Para a construção dos Teoremas com o objetivo de calcular o ganho não-linear do controlador de erro-quadrático foram considerados três sistemas realimentados, dois com ganhos lineares e um com o ganho não-linear. Foi constatado que para o cálculo do ganho não-linear do controlador de erro-quadrático existe uma condição necessária, ou seja, os autovalores das matrizes de estado, resultantes das realimentações lineares, devem ser negativos. Porém, se durante as simulações esta condição não for satisfeita sugere-se a utilização de realimentações negativas.

Por outro lado, o controlador de erro-quadrático foi proposto na literatura para ser usado no controle do nível de líquido em tanques, pois apresenta ação de controle mais eficaz, e taxas de fluidos mais estáveis para os equipamentos à jusante do vaso. Portanto,



dois dos controladores de erro-quadrático, denominados na tese de  $\text{CPIeq}_1$  e  $\text{CPIeq}_2$  foram aplicados na estratégia de controle de nível convencional em separadores, cuja especificação de controle é a de manter o nível no *setpoint*, considerando o modelo do separador linearizado e o modelo dinâmico para um sistema tubulação-separador (i.e., o modelo não-linear).

Foram apresentados os resultados das simulações onde os controladores  $\text{CPIeq}_1$  e  $\text{CPIeq}_2$  foram comparados com outros 3 (três) algoritmos de controle encontrados na literatura: o controlador convencional e dois controladores de erro-quadrático. Considerando-se os resultados obtidos verificou-se que o controlador  $\text{CPIeq}_2$ , apresentado no Teorema 7, apresentou as melhores medidas de desempenho tanto para o modelo linearizado quanto para o modelo não-linear em todos os casos simulados, quando comparado com os demais controladores, pois houve uma diminuição na amplitude da golfada; também ocorreu uma pequena redução, em relação a estratégia de controle convencional, das vazões dos fluidos para os equipamentos à jusante do separador e em relação aos demais controladores não-lineares, da abertura da válvula de líquido do vaso.

Conforme os resultados das simulações também foi encontrado que a estratégia de controle de nível convencional diminui as oscilações de nível dentro do separador, mas não resolve o problema da golfada, ocasionando vazões de líquido oscilatórias para os equipamentos à jusante do processo. Isto se explica, pois neste tipo de controle há o objetivo de eliminar a quantidade de líquido excedente dentro do vaso, a válvula abrindo e fechando constantemente; este fato pode ser observado nos resultados das simulações apresentadas na Seção 7.5 no Capítulo 7 desta tese.

Com o objetivo de diminuir as oscilações das vazões de líquido para os equipamentos à jusante do separador uma outra metodologia de controle de nível foi implementada nesta tese, denominada controle por bandas. Nesta metodologia, durante a ação do controlador de nível, é permitido que nível excursions entre o máximo e o mínimo de uma banda, de modo que as vazões de saída estejam próximas ao valor médio da vazão de entrada. Para esta implementações foram considerados dois cenários de simulação: (1) controle de nível por bandas com o algoritmo de controle PI e (2) controle de nível por bandas com o algoritmo de controle PI de erro-quadrático. Nestes cenários, usou-se dentro da banda o controlador em média móvel, com ação lenta, de modo que o nível pudesse flutuar. Caso o nível ultrapassasse as bandas permitidas trocou-se o algoritmo de controle para um controlador de ação rápida, para este utilizou-se a média entre as ações do controle de ação rápida e em média móvel.

Segundo os resultados obtidos das simulações em ambas implementações que foi usada a metodologia de controle por bandas conseguiu-se diminuir as oscilações de vazões de líquido para os equipamentos à jusante do separador. Constatou-se que o controlador PI de

erro-quadrático apresentou os melhores resultados, pois este respeitou fortemente as bandas definidas, devido a sua ação de controle mais rígida. Todavia, isto implicou, embora de forma reduzida e apenas no momento que o nível atingiu o limite pré-estabelecido (i.e. banda), uma pequena variação da vazão de saída quando comparada com o controlador PI.

## 8.1 Trabalhos Futuros

Nesta seção segue algumas sugestões de trabalhos futuros para a continuidade da pesquisa:

- Modelagem da tubulação sob golfadas considerando fluxo trifásico, ou seja, óleo, gás e água.
- Extensão do modelo dinâmico para um sistema tubulação-separador sob golfadas considerando o fluxo trifásico.
- Construção de uma plataforma experimental que descreva o processo sob golfadas, e sua sintonia considerando o modelo dinâmico para o sistema tubulação-separador.
- Aplicação e avaliação do controlador de erro-quadrático considerando processos com atraso.
- Extensão dos Teoremas 4 e 7 para controle multivariável (i.e., MIMO).
- Aplicação de outras estratégias de controle com realimentação no sistema acoplado através da utilização do modelo dinâmico para o sistema tubulação-separador.
- Aplicação da metodologia de controle por bandas associada a um controle de vazão, considerando o controlador de erro-quadrático para o controle de nível apresentado no Teorema 7, e o modelo dinâmico para o sistema tubulação-separador.
- Estudo da possibilidade de aplicação do modelo dinâmico para uma tubulação-separador, inicialmente desenvolvido e aplicado em plataformas *offshore*, em plataformas terrestres de produção de petróleo.
- Extensão do controle por bandas considerando a válvula no topo da tubulação ascendente.

# Referências Bibliográficas

- [1] W. D. MaCain, *The Properties of Petroleum Fluids*. PennWell, 1990.
- [2] C. S. Lauchlan, M. Escarameia, R. W. P. May, R. Burrows, and C. Gahan, “Air in pipelines, a literature review,” HR Wallingford, Tech. Rep., April 2005.
- [3] Y. Taitel and A. Dukler, “A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow,” *AIChE Journal*, vol. 22, pp. 47–55, 1976.
- [4] Y. Taitel, D. Barnea, and A. Dukler, “Modeling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes,” *AIChE Journal*, vol. 26, pp. 345–354, 1980.
- [5] D. Barnea, “A unified model for predicting flow pattern transitions for the whole range of pipe inclinations,” *International Journal Multiphase Flow*, vol. 13, pp. 1–12, 1987.
- [6] J. Weisman, D. Duncan, J. Gibson, and T. Crawford, “Effect of fluid properties and pipe diameter on two-phase flow patterns in horizontal lines,” *International Journal Multiphase Flow*, vol. 5, pp. 437–460, 1979.
- [7] C. E. Brennem, *Fundamentals of Multiphase Flow*. Cambridge University Press, 2005.
- [8] E. Storkaas, “Stabilizing control and controllability: control solutions to avoid slug flow in pipeline-riser systems,” PhD Thesis, Norwegian University of Science and Technology, Norwegian, June 2005.
- [9] E. Storkaas, S. Skogestad, and J. M. Godhan, “A low-dimensional dynamic model of severe slugging for control design and analysis,” in *11th International Conference on Multiphase flow (Multiphase03)*, San Remo, Italy, June 2003, pp. 117–133.
- [10] E. Storkaas and S. Skogestad, “Stabilization of severe slugging based on a low-dimensional nonlinear model,” in *AIChE Annual Meeting*, no. Paper 259e, Indianapolis, USA, November 2002.

- [11] M. J. Godhavn, F. P. Mehrdad, and P. Fuchs, “New slug control strategies, tuning rules and experimental results,” *Journal of Process Control*, vol. 15, pp. 547–577, 2005.
- [12] Y. Taitel, F. E. Jansen, and O. Shohan, “The elimination of severe slugging—experiments and modeling,” *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 22, no. 6, pp. 1055–1072, 1996.
- [13] K. Havre, K. Stornes, and H. Stray, “Taming slug flow in pipelines,” in *ABB review*, no. 4, April 2000, pp. 55–63.
- [14] K. Havre and H. Stray, “Stabilization of terrain induced slug flow in multiphase pipelines,” in *Servomotet*, Trondheim, November 1999.
- [15] A. Boe, “Severe slugging characteristics,” in *Selected Topics in Two-Phase Flow*, Trondheim, Norway, March 1981.
- [16] Y. Taitel and D. Barnea, “Two phase slug flow,” *Advances in Heat Transfer*, vol. 20, 1990, 71-103.
- [17] Y. Taitel, “Stability of severe slugging,” *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 2, pp. 203–217, 1986.
- [18] G. Haandrikman, R. Seelen, R. Henkes, and R. Vreenegoor, “Slug control in flowline/riser systems,” in *Proceedings 2nd International Conference: Latest Advances in Offshore Processing*, Aberdeen, UK, 1999, pp. 31–42.
- [19] J. Hollenberg, S. Wolf, and W. Meiring, “A method to suppress severe slugging in flow line riser systems,” in *Proceedings 7th Int. Conf. on Multiphase Technology Conference*, 1995, pp. 88–103.
- [20] O. Kaasa, “A subsea slug catcher to prevent severe slugging,” 1990, Ed., Bergen, Norway, 6th Underwater Technology International Conference.
- [21] M. McGuinness and D. Cooke, “Partial stabilization at st. josep,” in *3rd International Offshore and Polar Engineering Conference*, Singapore, 1993, pp. 235–241.
- [22] F. A. Barbuto and E. F. Caetano, “On the occurrence of severe slugging phenomenon in fargo-1 platform, campos basin, offshore brazil,” in *5th BHRG International Conference Proceedings*, Cannes, France, 1991, pp. 491–504.
- [23] A. R. Almeida and M. A. L. Gonçalves, “Venturi for severe slugging elimination,” in *BHR Group - 9th International Conference Multiphase*, 1999, pp. 149–158.

- [24] B. Yocum, “Offshore riser slug flow avoidance, mathematical model for design and optimization,” in *SPE 4312 European Meeting*, London, April 1973.
- [25] Z. Schmidt, J. Brill, and H. Beggs, “Choking can eliminate severe pipeline slugging,” *Southwestern Petroleum Short Course*, pp. 230–238, 1979a.
- [26] ———, “How to control slugging in oilfield piping,” *Oil and Gas Journal*, pp. 407–417, November 1979b.
- [27] Z. Schmidt, D. R. Doty, and K. Dutta-Roy, “Severe slugging in offshore pipeline-riser pipe system,” in *SPEJ*, 1985, pp. 27–38.
- [28] B. F. M. Pots, I. G. Bromilow, and M. J. W. F. Konijn, “Severe slug flow in offshore flow-line/riser systems,” *SPE13723*, pp. 347–356, 1985.
- [29] T. J. Hill, “Riser-base gas injection into the s.e. forties line,” in *Proceedings 4th Int. Conf. BHRA*, 1989, pp. 133–148.
- [30] ———, “Gas injection at riser base solves slugging, flow problems,” *Oil and Gas Journal*, vol. 88, no. 9, pp. 88–92, 1990.
- [31] J. O. Tengesdal, “Investigation of self-lifting concept for severe slugging elimination in deep-water pipeline/riser systems,” PhD Thesis, The Pennsylvania State University, Pennsylvania, August 2002.
- [32] V. Henriot, A. Courbot, E. Heitzé, and L. Moyeux, “Simulation of process to control severe slugging: Application to the dunbar pipeline,” in *Proceedings of the 2002 Mathematics-in-Industry Study Group held at the University of South Australia*. Houston, Texas: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 1999, pp. 11–15.
- [33] P. Hedne and H. Linga, “Suppression of terrain slugging with automatic and manual riser choking,” *Advances in Gas-Liquid Flows*, pp. 453–469, November 1990.
- [34] A. Courbot, “Prevention of severe slugging in the 16dunbar multiphase pipeline,” in *Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, May 1996, pp. 445 – 452.
- [35] B. Jansen, M. Dalsmo, L. Nokleberg, K. Havre, V. Kristiansen, and P. Lemetayer, “Automatic control of unstable gas lifted wells,” in *Technical Conference e Exhibition*, Houston, Texas, Oct 1999, pp. 1–9.
- [36] E. Storakaas, V. Alstad, and S. Skogestad, “Stabilization of desired flow regimes in pipeline,” in *AIChE Annual Meeting*, no. Paper 287d, Reno, Nevada, 2001.

- [37] E. Storkaas and S. Skogestad, “Controllability analysis of an unstable, non-minimum phase process,” in *16th IFAC World Congress*, Prague, 2005, pp. 1–6.
- [38] —, “Controllability analysis of two-phase pipeline-riser systems at riser slugging conditions,” *Control Engineering Practice*, pp. 567–581, 2006.
- [39] A. M. Borges, M. A. A. de Meira, and C. E. M. Vaz, “Sistema de controle de golfadas,” *Rio Oil e Gas Expo and Conference 2004*, pp. 1–8, Outubro 2004.
- [40] A. M. Borges, M. A. A. de Meira, and G. C. Nunes, “Controle de nível em separadores Óleo/gás,” *Revista Petro e Química*, pp. 1–16, Junho 2005.
- [41] M. C. M. Campos, P. Laureiro, and A. M. Borges, “Novas estratégias de controle para a plataforma de petróleo p-55,” in *Rio Oil e Gas Expo and Conference 2006*, Rio de Janeiro, 2006, pp. 1–8.
- [42] H. Sivertsen and S. Skogestad, “Anti-slug control experiments on a small-scale two-phase loop,” in *European Symposium on Computer Aided Process Engineering*, 2006, pp. 453–469.
- [43] —, “Cascade control experiments of riser slug flow using topside measurements,” in *16th IFAC World Congress*, Prague, 2005, pp. 104–108.
- [44] C. Omgba-Essama, “Numerical modelling of transient gas-liquid flows (application to stratified e slug flow regimes) school of engineering,” PhD Thesis, School of Engineering Applied Mathematics and Computing Group, 2004.
- [45] M. C. M. de Campos, L. A. Costa, A. E. Torres, and D. C. Schmidt, “Controle avançado dos níveis dos separadores de plataformas de produção,” in *1 CICAP Congresso de Instrumentação, Controle e Automação da Petrobrás (I CICAP)*, Rio de Janeiro, 2008.
- [46] F. Shinskey, *Process Control Systems: Application, Design, and Adjustment*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1988.
- [47] *Error Squared Control Tutorial by Contek Systems Ltda*, Disponível em <http://www.contek-systems.co.uk>, Acessado em Janeiro 2007.
- [48] *Special Nonlinear PID Controllers*, Disponível em <http://www.protuner.com/manuals.htm>, Acessado em Janeiro 2007.
- [49] H. Khalil, *Nonlinear Systems*, third edition ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002.

- [50] M. C. M. M. de Campos and H. C. G. Teixeira, *Controles Típicos de Equipamentos e Processos Industriais*, E. E. Blücher, Ed., 2006.
- [51] K. J. Astrom and T. Hagglund, *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*, ISA, New York, 1995.
- [52] Y. Z. Friedman, “Tuning of averaging level controller,” *Hydrocarbon Processing Journal*, pp. 1–11, December 1994.
- [53] S. Song and G. Kouba, “Characterization of multiphase flow in ultra-deep subsea pipeline/riser system,” in *ETCE/OAME2000 Joint Conference*, New Orleans, 2000.
- [54] A. Sausen and P. R. Barros, “Modelagem matemática de um separador cilíndrico horizontal bifásico considerando um sistema encanamento-riser de fluxo com golfadas.” in *Dincon08 - 7th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications*, Presidente Prudente, Brasil, 2008, pp. 1–8.
- [55] P. Thomas, *Simulation of Industrial Processes for Control Engineers*. Butterworth heinemann, 1999.
- [56] A. Sausen and P. R. Barros, “Modelo dinâmico simplificado para um sistema encanamento-Riser-separador considerando um regime de fluxo com golfadas,” *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, pp. 341–350, 2008.
- [57] —, “Lyapunov stability analysis of the error-squared controller,” in *Dincon 2007 - 6th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications*, São José do Rio Preto, Brasil, 2007, pp. 1–8.
- [58] —, “Properties and lyapunov stability of the error-squared controller,” in *SSSC07 - 3rd IFAC Symposium on System, Structure and Control*, Foz do Iguacu, Brasil, 2007, pp. 1–6.
- [59] —, “Performance and the calculation of a limit for the nonlinear gain of the error-squared controller,” in *IECON 2007 - The 33rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Taipei, Taiwan, 2007, pp. 1–8.
- [60] —, “Avaliação da sensibilidade do modelo dinâmico simplificado para um regime de fluxo com golfadas,” in *CBA - Congresso Brasileiro de Automática*, Juiz de Fora, Brasil, 2008, pp. 1–10.
- [61] G. C. Nunes, “Concepção de unidade de separação trifásica compacta,” in *Petróleo, Centro de Pesquisas (Cenpes)*, 2005, pp. 18–24.

- [62] —, “Controle por bandas para processamento primário: Aplicação e conceitos fundamentais,” in *Boletim Técnico Petrobrás (Cenpes)*, Rio de Janeiro, 2004.
- [63] S. Skogestad and I. Postlethwaite, *Multivariable Feedback Control Analysis and Design*. England: John Wiley e Sons Ltda, 1996.
- [64] Y. Taitel, S. Vierkandt, O. Shoham, and J. P. Brill, “Severe slugging in a pipeline-riser system, experiments and modeling,” *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 16, pp. 57–68, 1990.
- [65] J. Fabre, L. Peresson, J. Corteville, M. Bernicot, and P. Ozon, “Severe slugging in pipeline/riser systems,” in *SPE*, 1990, pp. 299–305.
- [66] M. A. Farghaly, “Study of severe slugging in real offshore pipeline riser-pipe system,” in *SPE Middle East Oil Technology Conference*, Manama, Bahrain, March 1987, pp. 299–314.
- [67] J. Corteville, “An experimental study of severe slugging in multiphase production lines,” in *7th BHRG International Conference Proceedings*, Cannes, France, 1995, pp. 105–121.
- [68] S. Vierkandt, “Severe slugging in a pipeline-riser system, experiments and modeling,” MS. Thesis, University of Tulsa, 1988.
- [69] S. Song and G. Kouba, “Fluids transport optimization using seabed separation,” in *ETCE/OAME2000 Joint Conference*, New Orleans, 2000.
- [70] M. W. J. Wyllie and A. Brackenridge, “A retrofit solution to reduce slugging effects in multiphase subsea pipelines-the internal riser insert system,” in *Subsea International Conference*, 1994.
- [71] K. Kovalev, A. Cruickshank, and J. Purvis, “The slug suppression system in operation,” *Offshore Europe 2003*, 2003.
- [72] C. Sarica and J. Tengedal, “A new technique to eliminating severe slugging in pipeline/riser systems,” in *SPE Annual Technical Conference and Exhibition, SPE 63185*, Texas, Dallas, 2000, pp. 1–9.
- [73] F. E. Jansen, “Elimination of severe slugging in a pipeline-riser system,” MS. Thesis, University of Tulsa, 1990.
- [74] K. Havre and M. Dalsmo, “Active feedback control as a solution to severe slugging,” *SPE Production and Facilities, SPE 79252*, pp. 138–148, 2002.



- [75] *Simulador OLGA*, Disponível em <http://www.sptgroup.com/Products/olga>, Acessado em Janeiro, 2008.
- [76] K. Bendiksen, D. Malnes, R. Moe, and S. Nuland, “The dynamic two-fluid model olga: theory and application,” in *SPE Production Engineering*, 1991, pp. 171–180.
- [77] M. Fard, M. J. Godhavn, and S. Sagatun, “Modeling and slug control within olga,” *SPE Journal*, 2005.
- [78] C. Pauchon, H. Dhulesia, G. C. Binh, and J. Fabre, “Tacite: a transient tool for multiphase pipeline and well simulation,” in *SPE Annual Technical Conference*, New Orleans, LA, USA, 1994, pp. 25–28.
- [79] C. Pauchon, H. Dhulesia, D. Lopez, and J. Fabre, “Tacite: a comprehensive mechanistic model for two-phase flow,” in *6th International Conference on Multiphase Production*, Cannes, France, 1993.
- [80] G. Skofteland and M. J. Godhavn, “Suppression of slugs in multiphase flow lines by active use of topside choke - field experience and experimental results,” in *11th BHR Group Multiphase Production International Conference*, San Remo, Italy, June 2003, pp. 527–542.
- [81] J. Fahadi, “Anti-slug control, an experimental approach,” Norwegian University of Science and Technology, Tech. Rep., November 2007.
- [82] H. Olsen, “Anti-slug control and topside measurements for pipeline-riser system,” Master’s Thesis, Norwegian University of Science and Technology, 2006.
- [83] E. Hauge, “Use of extra measurements for systems with unstable zero dynamics,” Norwegian University of Science and Technology, Norway, Tech. Rep., December 2006.
- [84] G. C. Nunes, “Controle por bandas: conceitos básicos e aplicação no amortecimento de oscilações de carga em unidades de produção de petróleo,” in *Petróleo, Centro de Pesquisas (Cenpes)*, 2004, pp. 151–165.
- [85] K. A. and L. J., *Gestão Estratégica e Confiabilidade*, Qualitymark, Ed., 2002.
- [86] M. J. Godhavn, S. Strand, and G. Skofteland, “Increased oil production by advanced control of receiving facilities,” in *IFAC*, 2005, pp. 547–557.
- [87] S. J. Chapman, *Programação em MATLAB para Engenheiros*. Pioneira Thomson, 2003.

- [88] A. G. B. de Freitas, R. P. Silva, and G. F. da Silva, “Investigação das facilidades e métodos utilizados atualmente no processamento primário de petróleo em campos onshore e offshore,” in *4th PDPetro*, 2007, pp. 28–33.
- [89] J. Thompson and H. Stewart, *Nonlinear Dynamics and Chaos*. John Wiley e Sons Ltda, 1986.
- [90] G. V. M. da Silva, *Controlo Não Linear*. Setubal: Escola Superior de Tecnologia, 2003.
- [91] D. G. Cacuci, *Sensitivity and Uncertainty Analysis Theory*. New York: Chapman e Hall/CRC, 2003.
- [92] P. M. Frank, *Introduction to System Sensitivity Theory*. New York: Academic Press, 1978.
- [93] C. Liu, J. Xu, and C. Hang, “Comparison between a fuzzy *pid* controller and a kind of nonlinear *pid* controller,” in *Proceedings of the 36th Conference on Decision and Control*, San Diego, California USA, December 1997, pp. 2736–2741.
- [94] S. Skogestad, “Probably the best simple pid tuning rules in the world,” *Journal of Process Control*, pp. 33–41, 2001.
- [95] K. Ogatta, *Engenharia de Controle Moderno*. Rio de Janeiro: Prentice Hall do Brasil, 2005.
- [96] K. Zhou and J. C. Doyle, *Essential of Robust Control*. New York: Prentice Hall, 1998.
- [97] L. Leithold, *O Cálculo com Geometria Analítica*, 2nd ed. Harbra Ltda, 1986, vol. 1.
- [98] M. A. Munem and D. J. Foulis, *Cálculo*. JC, 1982, vol. 1.
- [99] A. Sausen and P. R. Barros, “Performance and computation of limits for the non-linear gain of the error-squared controller,” *IEEE: Transactions on Industrial Electronics*, 2009, aceito para publicação.
- [100] B. Armstrong, J. McPherson, and Y. Li, “On the stability of nonlinear pd control,” *Applied Mathematics and Computer Science*, pp. 101–120, 1997.
- [101] K. Bendiksen, I. Brandt, P. Fuchs, H. Linga, D. Malnes, and R. Moe, “Two-phase flow research at sintef and ife: some experimental results and a demonstration

- of the dynamic two-phase flow simulator,” in *Offshore Northern Seas Conference*, Stavanger, 1986, pp. 80–88.
- [102] M. Larsen, E. Hustvedt, P. Hedne, and T. Straume, “Petra: a novel computer code for simulation of slug flow,” in *SPE 38841*, 1997, pp. 1–12.
- [103] A. Technology, *PLAC user guide and technical manual*, pc version 5.3 ed., 1996.
- [104] J. A. Boure, “Wave phenomena and one-dimensional two-phase models, part iii: General case; generalized drift flux models; other two-fluid models,” *Multiphase Science and Technology*, vol. 9, pp. 63–107, 1997.
- [105] Anton and Rorres, *Álgebra Linear com Aplicações*, 8th ed., Bookman, Ed., 2001.
- [106] S. Sastry, *Nonlinear Systems, Analysis, Stability and Control*. Springer-Verlag, 1999.

# Apêndice A

## Lista de Publicações Relacionadas com a Tese

### A.1 Publicações referente ao Capítulo 3

SAUSEN, Airam Teresa Zago Romcy; BARROS, P. R., Simulação e Avaliação da Sensibilidade do Modelo Dinâmico Simplificado para um Regime de Fluxo com Golfadas. In: CBA - Congresso Brasileiro de Automática, 2008, Juiz de Fora, MG, Brasil. Proceedings of the Congresso Brasileiro de Automática, 2008.

### A.2 Publicações referente ao Capítulo 4

SAUSEN, Airam Teresa Zago Romcy; BARROS, P. R., Modelagem Matemática de um Separador Cilíndrico Horizontal Bifásico Considerando um Sistema Encanamento-Riser de Fluxo com Golfadas. In: 7th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications, 2008, Presidente Prudente, SP, Brasil. Proceedings of the 7th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications, 2008.

### A.3 Publicações referente ao Capítulo 5

SAUSEN, Airam Teresa Zago Romcy; BARROS, P. R., Modelo Dinâmico Simplificado para um Sistema Encanamento-Riser-Separador considerando um Regime de Fluxo com Golfadas. Submetido a Revista Tema (Tendências em Matemática Aplicada e Computacional) em agosto de 2008.

## A.4 Publicações referente ao Capítulo 6

SAUSEN, Airam Teresa Zago Romcy; BARROS, P. R., Lyapunov Stability Analysis of the Error-Squared Controller. In: Dincon 2007 - 6th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications, 2007, São José do Rio Preto, SP, Brasil. Proceedings of the 6th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications, 2007.

SAUSEN, Airam Teresa Zago Romcy; BARROS, P. R., Properties and Lyapunov Stability of the Error-Squared Controller. In: 3rd IFAC Symposium on System, Structure and Control, 2007, Foz do Iguaçu, PR, Brasil. 3rd IFAC Symposium on System, Structure and Control, 2007.

SAUSEN, Airam Teresa Zago Romcy; BARROS, P. R., Performance and the Calculation of a Limit for the Nonlinear Gain of the Error-Squared Controller. In: IECON 2007 - The 33rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 2007, Taipei. Proceedings of the 33rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 2007.

## A.5 Publicações Aceitas

Artigo submetido ao IECON 2007, convidado para submissão em julho de 2008, e aceito para publicação em maio 2009 no periódico IEEE Transactions on Industrial Electronics.

SAUSEN, Airam Teresa Zago Romcy; BARROS, P. R., Performance and the Calculation of a Limit for the Nonlinear Gain of the Error-Squared Controller.

# Apêndice B

## Simuladores Comerciais

### B.1 OLGA, PeTra

Em 1979, a IFE em conjunto com a SINTEF começaram a desenvolver o OLGA [75] o primeiro *software* comercial que simula o transporte de fluxo multifásico em tubulações [76, 101]. Originalmente é usado um Modelo *Drift-Flux* - MTF- clássico, porém desenvolvimentos posteriores levaram a implementação de um MTF dinâmico que pressupõem a existência de três diferentes fases no fluxo: gás, líquido, e gotículas de líquido presas no gás. Uma equação de conservação de massa é aplicada separadamente para cada uma dessas fase e duas equações de conservação do momento são utilizadas, uma para a fase do gás e do líquido, e outra para as gotículas de líquido presas no gás. É usada também uma equação de conservação de energia. (No Apêndice B são apresentados os principais modelos que representam o fluxo multifásico).

O OLGA é um líder de mercado considerando os simuladores para fluxo multifásico transiente de óleo, água e gás em poços e encanamentos [44]. Contudo a STAITOL, companhia de petróleo da Noruega, desenvolveu um protótipo de uma nova geração de simuladores multifásicos chamado PeTra, porém segundo *Larsen et al.* [102] o PeTra carece da funcionalidade e da robustez encontrados na última versão do OLGA2000. Um novo simulador está sendo desenvolvido que combina o melhor do OLGA e do PeTra pela empresa de tecnologia em petróleo *Scandpower Petroleum Technology*, e segundo *Essama* [44] esse novo *software* irá substituir o OLGA no futuro.

### B.2 PLAC, ProFES

O PLAC tem sido desenvolvido por AEA *Petroleum Services* desde 1987. Este simulador multifásico transiente emprega a formulação de um MTF considerando equações de conservação de massa, momento e energia separadamente para cada fase. O manual téc-

nico desse *software* é encontrado em *AEA Technology* [103]. A reestruturação do PLAC conduziu ao desenvolvimento de um *software* integrado chamado ProFES que também é comercializado por *AEA Petroleum Services*.

### B.3 TATICE

Desenvolvido a partir de 1990, o TACITE conforme *Pauchon et al.* [78, 79] é baseado em um Modelo *Drift-Fluxo* - MDF - para misturas de fluidos em encanamentos. Foi desenvolvido a partir de uma pesquisa conjunta entre o Instituto de Petróleo da França IFP e a companhia de óleo TotalFinaElf. O modelo resolve um conjunto de quatro equações de conservação de massa que são: balanço de massa para cada fase separadamente, balanço do momento para a mistura, e balanço de energia da mistura.

# Apêndice C

## Modelagem Matemática para Regime de Fluxo Multifásico

Diferentes modelos matemáticos para regime de fluxo multifásico são encontrados na literatura, porém segundo *Essama* [44] podem ser classificados nos três grupos descritos a seguir.

- Modelo de Equilíbrio Homogêneo (MEH),
- Modelo *Drift-Flux* (MDF),
- Modelo *Two-Fluid* (MTF).

A seguir é apresentado um breve desses modelos matemáticos.

### C.1 Modelo de Equilíbrio Homogêneo (MEH)

Na modelagem matemática de um MEH é assumido que a velocidade, a temperatura, e a pressão das fases, ou componentes da mistura são iguais, a justificativa para essa hipótese pode ser encontrada em *Essama* [44]. As equações que governam esse modelo são similares as equações de Euler para regimes de fluxo com apenas uma fase, para a obtenção das propriedades da mistura é usada uma equação termodinâmica do estado. Uma versão desse modelo para fluxos bifásicos é apresentada em *Essama* [44], sendo formado por um conjunto (EDP's) com uma equação de conservação de massa para cada fase, uma equação de conservação do momento combinada para a mistura, e uma equação de conservação de energia. Possui também equações que representam a energia total do sistema, a densidade da mistura, a energia interna, o volume, a condutividade térmica, e a viscosidade.



## C.2 Modelo *Drift-Flux* (MDF)

Em fluxos multifásicos forças centrífugas e da gravidade tendem a causar velocidades diferentes entre as fases. Considerando essa condição, um grupo de modelos foi desenvolvido que utiliza uma única equação de conservação do momento para a mistura com um termo adicional que representa o efeito da diferença de velocidade entre as fases, e uma equação de conservação de massa para cada fase. Tais modelos são chamados modelos *drift-flux* ("fluxo flutuante").

Uma característica importante do MDF está no fato da modelagem considerar velocidades diferentes para as fases da mistura. Essa hipótese é importante quando as densidades entre as fases também são diferentes na presença de altos gradientes de pressão. Devido a diferença de densidade, efeitos de flutuabilidade induzem a velocidade flutuante da fase dispersa, sobre a fase contínua.

As equações que governam o MDF podem ser encontradas em [78, 79, 104]. Para fluxo isotérmico o modelo é semelhante ao MEH sendo formado por um conjunto de EDP's com uma equação de conservação do momento combinada para a mistura, e uma equação de conservação de massa para cada fase separadamente.

## C.3 Modelo *Two-Fluid* (MTF)

O modelo de fluidos múltiplos, conhecido como modelo *two-fluid* recebe essa designação devido as duas fases, ou componentes considerados. Esse modelo trata do caso geral de modelagem matemática para cada fase separadamente, cada fluido tem seu próprio conjunto de equações de conservação. Em geral, cada fase tem sua própria velocidade, temperatura e pressão.

As equações que governam o MTF podem ser encontradas em [7, 44] sendo formuladas considerando os processos de transferência de cada fase separadamente, com dois conjuntos de equações: o primeiro formado por equações de conservação de massa; e o segundo formado por equações de conservação do momento. Em *Storkaas* [8] é apresentado as EDP's do MTF e as hipóteses de modelagem matemática para um regime de fluxo com golfadas.

# Apêndice D

## Modelo Dinâmico Simplificado de *Storkaas*

### D.1 Equações de Conservação de Massa

As equações de conservação de massa do modelo são:

$$\dot{M}_L(t) = m_{L,in} - m_{L,out}(t) \quad (\text{D.1})$$

$$\dot{M}_{G1}(t) = m_{G,in} - m_{G1}(t) \quad (\text{D.2})$$

$$\dot{M}_{G2}(t) = m_{G1}(t) - m_{G,out}(t). \quad (\text{D.3})$$

As hipóteses de modelagem são:

- A1:** Negligenciam-se as dinâmicas do nível de líquido na seção de alimentação, ou seja, a velocidade e a alimentação de líquido, e o volume de gás na seção de alimentação são constantes.
- A2:** Há somente um estado dinâmico de líquido  $M_L(t)$  no ponto-baixo, que inclui o declive do encanamento e parte do líquido da tubulação ascendente.
- A3:** Há dois estados dinâmicos de gás  $M_{G1}(t)$  e  $M_{G2}(t)$ , ocupando os volumes  $V_{G1}$  e  $V_{G2}(t)$  respectivamente, separados pelo ponto-baixo, e conectados por uma relação de fluxo e pressão.
- A4:** Representa-se a mistura de líquido e gás que saem o sistema no topo da tubulação através da equação de uma válvula simplificada.
- A5:** O balanço de pressão entre a seção de alimentação  $P_1(t)$  e o topo da tubulação  $P_2(t)$  é estacionário.

**A6:** O comportamento do gás é ideal.

**A7:** A temperatura do sistema é constante.

## D.2 Equações Internas do Modelo

Baseado nas hipóteses propostas [8–10], e nas Figuras 3.1 e 3.2 apresentadas no Capítulo 3, o cálculo da maioria das propriedades do modelo dinâmico simplificado de *Storakaas*, tais como: pressões, densidades, frações de fases, entre outros, são diretas.

Pressão na seção de alimentação da tubulação, calculada através da equação de estado dos gases ideais

$$P_1(t) = \frac{M_{G1}(t)RT}{V_{G1}MW_G}. \quad (\text{D.4})$$

Densidade do gás no volume 1 na seção de alimentação da tubulação

$$\rho_{G1}(t) = \frac{M_{G1}(t)}{V_{G1}}. \quad (\text{D.5})$$

Volume ocupado pelo líquido na tubulação, através da definição da densidade do líquido

$$V_L(t) = \frac{M_L(t)}{\rho_L}. \quad (\text{D.6})$$

Volume ocupado pelo gás na seção de alimentação da tubulação (constante, conforme hipótese de modelagem A1), considerando a fração de líquido  $F_L$  constante nesta seção

$$V_{G1} = \pi r^2 L_1 (1 - F_L). \quad (\text{D.7})$$

Volume de líquido na tubulação

$$h_1(t)A_1 + V_{LR}(t) = V_L(t). \quad (\text{D.8})$$

Volume total de líquido na tubulação ascendente

$$V_T = A_2(H_2 + L_3). \quad (\text{D.9})$$

Volume de gás no topo da tubulação ascendente

$$V_{G2}(t) = V_T - V_{LR}(t). \quad (\text{D.10})$$

A geometria necessária para o entendimento das equações (D.8), (D.9) e (D.10) é apresentada na Figura D.1.

Densidade do gás no volume 2

$$\rho_{G2}(t) = \frac{M_{G2}(t)}{V_{G2}(t)}. \quad (\text{D.11})$$

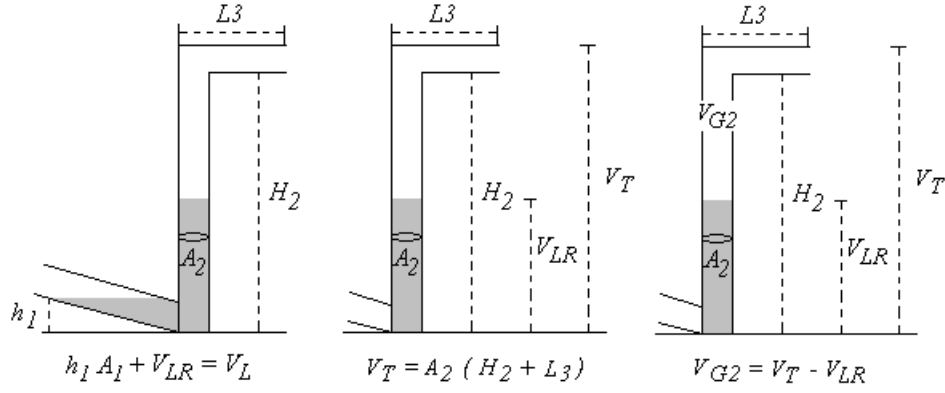


Figura D.1: Geometria para o entendimento das equações (D.8), (D.9) e (D.10).

Fração média de líquido na tubulação ascendente

$$\alpha_L(t) = \frac{V_{LR}(t)}{V_T}. \quad (\text{D.12})$$

Pressão do gás no topo da tubulação ascendente através da equação de estado dos gases ideais

$$P_2(t) = \frac{M_{G2}(t)RT}{V_{G2}(t)MW_G}. \quad (\text{D.13})$$

Densidade média da mistura (gás-líquido) na tubulação ascendente

$$\bar{\rho}(t) = \frac{M_{G2}(t) + V_{LR}(t)\rho_L}{V_T}. \quad (\text{D.14})$$

Fração de líquido que sai através da válvula Z da tubulação, sem entrada de gás no ponto-baixo

$$\alpha_{LT}^*(t) = \frac{V_{LR}(t) - A_2 H_2}{A_2 L_3}. \quad (\text{D.15})$$

Fração de líquido na válvula Z

$$\alpha_L^m(t) = \frac{\alpha_{LT}(t)\rho_L}{\alpha_{LT}(t)\rho_L + (1 - \alpha_{LT}(t))\rho_{G2}(t)}. \quad (\text{D.16})$$

Balço de pressão estacionário na tubulação

$$P_1(t) - P_2(t) = g\bar{\rho}(t)(H_2 + H_3) - \rho_L g h_1(t) \quad (\text{D.17})$$

Densidade da mistura na válvula Z

$$\rho_T = \alpha_T^m \rho_L + (1 - \alpha_T^m) \rho_{G2} \quad (\text{D.18})$$

Equação de carregamento de líquido pela tubulação ascendente.

$$\alpha_{LT}(t) = \alpha_{LT}^*(t) + \frac{q^\varphi(t)}{1 + q^\varphi(t)} (\alpha_L(t) - \alpha_{LT}^*(t)) \quad (\text{D.19})$$

onde

$$q(t) = \frac{K_3 \rho_{G1}(t) v_{G1}^2(t)}{\rho_L - \rho_{G1}(t)}$$

### D.3 Equações de Transporte do Modelo

A seguir são apresentadas as equações de transporte do modelo dinâmico simplificado de *Storkaas*.

Velocidade do gás na tubulação. Se  $h_1(t) < H_1$  tem-se que a velocidade do gás no ponto-baixo é

$$v_{G1}(t) = K_2 \frac{H_1 - h_1(t)}{H_1} \sqrt{\frac{P_1(t) - P_2(t) - \rho_L g \alpha_L(t) H_2}{\rho_{G1}(t)}}. \quad (\text{D.20})$$

Caso contrário, se  $h_1(t) > H_1$  tem-se que

$$v_{G1}(t) = 0. \quad (\text{D.21})$$

Taxa de fluxo de massa de gás interno na tubulação

$$m_{G1}(t) = v_{G1}(t) \rho_{G1}(t) \hat{A}. \quad (\text{D.22})$$

Taxa de massa total da mistura que sai através da válvula Z no topo da tubulação

$$m_{mix,out}(t) = K_1 z \sqrt{\rho_T(t) (P_2(t) - P_0)}. \quad (\text{D.23})$$

Taxa de fluxo de massa de gás que sai através da válvula Z no topo da tubulação

$$m_{G,out}(t) = (1 - \alpha_L^m(t)) m_{mix,out}(t). \quad (\text{D.24})$$

Taxa de fluxo de massa de líquido que sai através da válvula Z no topo da tubulação

$$m_{L,out} = \alpha_L^m(t) m_{mix,out}(t). \quad (\text{D.25})$$

### D.4 Equações Geométricas do Modelo

A seguir são apresentadas as equações geométricas do modelo. A altura  $H_1$  denominada nível crítico de líquido no ponto-baixo da tubulação

$$H_1 = \frac{2r}{\cos(\theta)}. \quad (\text{D.26})$$

Na Figura D.2 é apresentada a geometria para o cálculo de  $H_1$ , ou seja, considerando as relações trigonométricas do triângulo retângulo tem-se que cosseno de um ângulo  $y$  é

$$\cos(y) = \frac{2r}{H_1}$$

fazendo  $y = \theta$  tem-se que

$$H_1 = \frac{2r}{\cos(\theta)}.$$

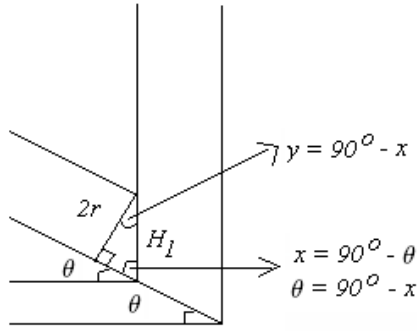


Figura D.2: Geometria para o cálculo de  $H_1$ .

Diâmetro da tubulação

$$H_3 = 2r. \tag{D.27}$$

Área transversal horizontal no declive da tubulação

$$A_1 = \frac{A_2}{\sin(\theta)}. \tag{D.28}$$

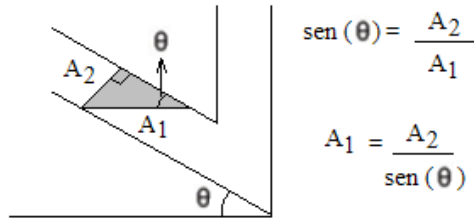


Figura D.3: Geometria para o cálculo de  $A_1$ .

Área da tubulação transversal

$$A_2 = \pi r^2. \tag{D.29}$$

Área da seção transversal no topo da tubulação

$$A_3 = H_3 L_3. \tag{D.30}$$

Ângulo  $\phi$ . Se  $(H_1 - h_1(t)) \cos(\theta) < r$

$$\phi = \left( \pi - a \cos \left( 1 - \frac{(H_1 - h_1(t)) \cos(\theta)}{r} \right) \right). \tag{D.31}$$

Se  $(H_1 - h_1(t)) \cos(\theta) > r$

$$\phi = \left( a \cos \left( \frac{(H_1 - h_1(t)) \cos(\theta)}{r} - 1 \right) \right). \tag{D.32}$$

A área para a passagem de gás no ponto-baixo

$$\hat{A} = r^2(\pi - \phi - \cos(\pi - \psi) \sin(\pi - \phi)). \quad (\text{D.33})$$

## D.5 Implementação do Modelo de *Storakaas*

A seguir são descritas as etapas que compõem a implementação do modelo dinâmico simplificado de *Storakaas*.

1. Define-se os parâmetros constantes do modelo, apresentados na Tabela D.1, denominados entradas.

Tabela D.1: Entradas do modelo de *Storakaas*.

Símbolo/Valor	Descrição	Unidade
$m_{L,in} = 8,64$	Fluxo mássico de líquido que entra na tubulação	$kg/s$
$m_{G,in} = 0,362$	Fluxo mássico de gás que entra na tubulação	$kg/s$
$P_0 = 50 \times 10^5$	Pressão após a válvula Z do topo	$N/m^2$
$z = 0,13$	Abertura da válvula Z - ponto de bifurcação	%

2. Define-se os valores iniciais, em  $t = 0$ , apresentados na Tabela D.2, dos principais parâmetros variáveis do modelo.

Tabela D.2: Valores iniciais dos parâmetros variáveis do modelo de *Storakaas*.

Símbolo/Valor	Descrição	Unidade
$h_1(0) = 0,1$	Nível de líquido no declive	$m$
$P_1(0) = 71,7 \times 10^5$	Pressão na seção de alimentação da tubulação	$N/m^2$
$P_2(0) = 53,5 \times 10^5$	Pressão no topo da tubulação	$N/m^2$

3. Ajusta-se o parâmetro  $\varphi$  na equação de carregamento, de modo que o modelo linearizado no ponto de bifurcação seja marginalmente estável.
4. Define-se os valores de outros parâmetros constantes, apresentados na Tabela D.3, tais como: geometria da tubulação, gravidade, densidades, entre outros.
5. Realiza-se o cálculo de volumes, níveis e áreas constantes, apresentadas na Tabela D.4, através de equações do modelo.
6. Realiza-se o cálculo dos parâmetros de ajuste  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$  e da condição inicial  $x_0 = \begin{pmatrix} M_L & M_{G1} & M_{G2} \end{pmatrix}$  do modelo.

Tabela D.3: Parâmetros constantes do modelo de *Storakaas*.

Símbolo/Valor	Descrição	Unidade
$r = 0,06$	Raio da tubulação	$m$
$H_2 = 300$	Altura da tubulação ascendente	$m$
$L_1 = 4300$	Comprimento horizontal da tubulação	$m$
$L_3 = 100$	Comprimento da seção horizontal no topo da tubulação ascendente	$m$
$\theta = 0,0274$	Inclinação da tubulação	$rad$
$g = 9,81$	Gravidade	$m/s^2$
$T = 308$	Temperatura do sistema	$K$
$MW_G = 35$	Peso molecular do gás	$kg/kmol$
$\rho = 750$	Densidade do líquido	$kg/m^3$
$F_L = 0,75$	Fração de líquido na seção de alimentação da tubulação	–
$\varphi = 2,55$	Parâmetro de Ajuste	–

Tabela D.4: Volumes, níveis e áreas constantes do modelo de *Storakaas*.

Símbolo	equação	Descrição	Unidade
$V_T$	(D.6)	Volume total da tubulação ascendente	$m^3$
$V_{G1}$	(D.7)	Volume do gás na seção de alimentação da tubulação	$m^3$
$H_1$	(D.26)	Nível de líquido crítico no ponto-baixo	$m$
$H_3$	(D.27)	Diâmetro da tubulação	$m$
$A_1$	(D.28)	Área transversal horizontal no ponto-baixo da tubulação	$m^2$
$A_2$	(D.29)	Área da seção transversal da tubulação ascendente	$m^2$
$A_3$	(D.30)	Área da seção transversal no topo da tubulação	$m^2$

7. Para encontrar os parâmetros de ajuste e os estados iniciais considera-se  $t = 0$ , e  $\dot{M}_L(t) = 0$ ,  $\dot{M}_{G1}(t) = 0$ , e  $\dot{M}_{G2}(t) = 0$ , logo tem-se

$$m_{L,out}(0) = m_{L,in} \quad (D.34)$$

$$m_{G1}(0) = m_{G,in} \quad (D.35)$$

$$m_{G,out}(0) = m_{G1}(0) \quad (D.36)$$

8. Calcula-se os parâmetros apresentados na Tabela D.5, conforme a ordem estabelecida, para a determinação de  $K_1$ .
9. Calcula-se o parâmetro de ajuste  $K_1$  a partir da equação (D.23).
10. Calcula-se os parâmetros apresentados na Tabela D.6, conforme a ordem estabelecida, para a determinação de  $K_2$ .



Tabela D.5: Parâmetros para o cálculo de  $K_1$  no modelo de *Storakaas*.

Símbolo	Equação	Descrição	Unidade
$\alpha_L^m$	(D.24)	Ângulo da tubulação	$rad$
$m_{mix,out} = 9$		Fluxo mássico da mistura através de $Z$	$kg/s$
$\bar{\rho}$	(D.17)	Densidade média na tubulação ascendente	$kg/m^3$
$V_{LR}$	(D.10) e (D.13)	Volume de líquido na tubulação ascendente	$m^3$
$V_{G2}$	(D.10)	Volume de gás no topo da tubulação	$m^3$
$M_{G2}$	(D.13)	Massa de gás no topo da tubulação	$kg$
$\rho_{G2}$	(D.11)	Densidade do volume de gás no topo da tubulação	$kg/m^3$
$\alpha_{LT}$	(D.16)	Fração de líquido na válvula	–
$\rho_T$	(D.18)	Densidade na válvula	–

Tabela D.6: Parâmetros para o cálculo de  $K_2$  no modelo de *Storakaas*.

Símbolo	Equação	Descrição	Unidade
$\phi$	(D.31) (D.32)	Ângulo no ponto-baixo	$rad$
$\hat{A}$	(D.33)	Área de passagem do gás no ponto-baixo	$m^2$
$M_{G1}$	(D.4)	Massa de gás na seção de alimentação da tubulação	$kg$
$v_{G1}$	(D.22)	Velocidade do gás no ponto baixo	$m/s^2$
$\alpha_L$	(D.12)	Fração média de líquido na tubulação ascendente	–

11. Calcula-se o parâmetro de ajuste  $K_1$  a partir da equação (D.23).
12. Calcula-se  $V_L$  na equação (D.8) e em seguida o parâmetro de ajuste  $K_3$  a partir da equação (D.20).
13. Calcula-se  $M_L$  a partir da equação (D.6).
14. A condição inicial para a simulação do regime de fluxo com ou sem golfada é obtida: para  $M_{G1}(0)$ , conforme Tabela D.6, da equação (D.4); para  $M_{G2}(0)$ , conforme Tabela D.5, da equação (D.13); para  $M_L(0)$ , da equação (D.6).
15. Após a obtenção dos parâmetros de ajuste do modelo ( $\varphi$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ , e  $K_3$ ) e da condição inicial ( $x_0$ ) as equações diferenciais do modelo (D.1-D.3) são novamente simuladas considerando um intervalo de tempo  $t = [0, t_f]$ , e assim é possível descrever o regime de fluxo com ou sem golfada na tubulação.

É apresentada na Tabela D.7 todos os parâmetros usados nas equações anteriores com sua respectiva descrição e unidade.

Tabela D.7: Notação.

Símbolo	Descrição	Unidade	Observação
$M_{Gi}(t)$	Massa de gás no volume $i$	$kg$	Variável de Estado
$M_L(t)$	Massa de líquido	$kg$	Variável de Estado
$V_{G1}$	Volume de gás na seção de alimentação	$m^3$	Constante
$V_{G2}(t)$	Volume de gás no topo da tubulação	$m^3$	Constante
$V_L(t)$	Volume ocupado pelo líquido na tubulação	$m^3$	
$V_{LR}(t)$	Volume de líquido na tubulação ascendente	$m^3$	
$V_T$	Volume total na tubulação ascendente	$m^3$	Constante
$P_i(t)$	Pressão no volume $i$	$N/m^2$	
$\rho_{Gi}(t)$	Densidade de gás no volume $i$	$kg/m^3$	
$\rho_L(t)$	Densidade de líquido	$kg/m^3$	Constante
$\bar{\rho}(t)$	Densidade média na tubulação ascendente	$kg/m^3$	
$\rho_T(t)$	Densidade da mistura na válvula	$kg/m^3$	
$v_{G1}(t)$	Velocidade do gás no ponto-baixo	$m/s$	
$m_{mix,out}(t)$	Fluxo mássico da mistura através da válvula Z	$kg/s$	
$m_{G1}(t)$	Fluxo mássico de gás interno	$kg/s$	
$m_{G,out}(t)$	Fluxo mássico de gás através da válvula Z	$kg/s$	
$m_{L,out}(t)$	Fluxo mássico de líquido através da válvula Z	$kg/s$	
$\alpha_L(t)$	Fração de líquido média na tubulação ascendente, base de volume	—	
$\alpha_{LT}(t)$	Fração de líquido na válvula, base de volume	—	
$\alpha_L^m(t)$	Fração de líquido na válvula, base de massa	—	
$\alpha_{LT}^*(t)$	Fração de líquido na válvula sem entrada de gás	—	
$F_L$	Fração de líquido na seção de alimentação	—	
$h_1(t)$	Nível de líquido no declive	$m$	
$H_1$	Nível de líquido crítico	$m$	Constante
$H_2$	Altura da tubulação ascendente	$m$	Constante
$H_3 = 2r$	Diâmetro da tubulação	$m$	$m$
$r$	Raio da tubulação	$m$	Constante
$A_1$	Área no plano horizontal, $V_1$	$m^2$	Constante
$A_2$	Área na seção transversal, $V_2$	$m^2$	Constante
$A_3$	Área da seção transversal no topo da tubulação	$m^2$	
$\hat{A}$	Área do fluxo de gás no ponto baixo	$m^2$	
$L_1$	Comprimento horizontal da tubulação	$m$	Constante
$L_3$	Comprimento da seção horizontal no topo	$m$	Constante
$\Theta$	Inclinação do encanamento	$rad$	Constante
$R$	Constante do gás	$8314 \frac{J}{K \cdot kmol}$	Constante
$g$	Gravidade	$9.81 \frac{m}{s^2}$	Constante
$T$	Temperatura do sistema	$K$	Constante
$MW_G$	Peso molecular do gás	$\frac{kg}{kmol}$	Constante
$m_{G,in}$	Vazão de gás que entra no sistema	$kg/s$	Perturbação
$m_{L,in}$	Vazão de líquido que entra no sistema	$kg/s$	Perturbação
$P_0$	Pressão após a válvula	$N/m^2$	Perturbação
$z$	Posição da válvula	-	Entrada
$K_1$	Parâmetro de ajuste	-	
$K_2$	Parâmetro de ajuste	-	
$K_3$	Parâmetro de ajuste	-	
$\varphi$	Parâmetro de ajuste	-	

# Apêndice E

## Separador Cilíndrico Horizontal Bifásico

### E.1 Equações do Modelo do Separador Cilíndrico Horizontal Bifásico

Equação de variação do nível de líquido no separador:

$$\dot{N}(t) = \frac{\sqrt{r_s^2 - (r_s - N(t))^2}}{2H_4\rho_L N(t) [3r_s - 2N(t)]} [m_{LS,in}(t) - m_{LS,out}(t)]. \quad (\text{E.1})$$

onde

$N(t)$  é o nível de líquido dentro do separador, (m).

$r_s$  é o raio do separador, (m).

$\rho_L$  é a densidade de líquido - constante, ( $kg/m^3$ ).

$H_4$  é o comprimento do separador, (m).

$m_{LS,in}(t)$  é a massa de líquido que entra no separador, (kg).

$m_{LS,out}(t)$  é a massa de líquido que sai do separador, (kg).

O fluxo mássico de líquido que sai do separador é dado através da equação de uma válvula:

$$m_{LS,out}(t) = z_L K_4 \sqrt{\rho_L [P_{G1}(t) + g\rho_L N(t) - P_{OL2}]}. \quad (\text{E.2})$$

onde

$z_L$  é a abertura da válvula de líquido do separador, (0 – 100%).

$K_4$  é um parâmetro de ajuste do modelo.

$P_{G1}(t)$  é a pressão do gás dentro do separador, ( $N/m^2$ ).

$g$  é a gravidade, ( $m/s^2$ ).

$P_{OL2}$  é a pressão à jusante da válvula  $Va_1$  - constante, ( $N/m^2$ ).

Equação de variação da pressão do gás no separador:

$$\dot{P}_{G1}(t) = \frac{\rho_L \Phi [m_{GS,in}(t) - m_{GS,out}(t)] + P_{G1}(t) [m_{LS,in}(t) - m_{LS,out}(t)]}{\rho_L (V_S - V_{LS}(t))}. \quad (\text{E.3})$$

onde

$\Phi = \frac{RT}{MW_G}$  é constante.

$m_{GS,in}(t)$  é o fluxo mássico de gás que entra no separador, (kg/s).

$m_{GS,out}(t)$  é o fluxo mássico de gás que sai do separador, (kg/s).

$V_S$  é o volume do separador, ( $m^3$ ).

$V_{LS}(t)$  é o volume de líquido dentro do separador.

O fluxo mássico de gás que sai do separador é dada através da equação de uma válvula:

$$m_{GS,out}(t) = z_G K_5 \sqrt{\rho_G(t) (P_{G1}(t) - P_{G2})}. \quad (\text{E.4})$$

onde

$z_G$  é a abertura da válvula de gás do separador, (0 – 100%).

$K_5$  é um parâmetro de ajuste do modelo.

$\rho_G(t)$  é a densidade do gás no separador, ( $N/m^2$ ).

$P_{G2}(t)$  é a pressão à jusante da válvula  $V_{a1}$  - constante, ( $N/m^2$ ).

## E.2 Obtenção dos Dados do Separador

Após a obtenção das equações do modelo do separador cilíndrico horizontal bifásico foi necessário a realização da sua validação. Neste momento da modelagem o objetivo era a representação do regime de fluxo sem golfadas e com golfadas obtido através do modelo dinâmico simplificado de *Storkaas* dentro do separador, mas sem o acoplamento dos modelos.

Para este objetivo eram necessários dados de referência, ou de um processo real ou de uma plataforma experimental. Entretanto, não se tinha um conjunto completo de dados de um processo real, nem de uma plataforma experimental de uma tubulação, nem do separador, e muito menos do processo acoplado, então foi recorrido à literatura. Inicialmente foram buscados os trabalhos onde eram citadas e apresentadas as plataformas experimentais descritas no Capítulo 3 com o objetivo de encontrar um conjunto de dados de referência para o vaso, porém estes dados não foram disponibilizados. A partir do esquemático da plataforma experimental utilizada por *Sivertsen e Skogestad* [42, 43] foi observado que o vaso utilizado possuía uma proporção entre seu comprimento e altura de 3 : 1, porém não foi conseguido nenhum dado de referência deste vaso.

Então, no trabalho de *Miranda et al.* [39] foi observado um separador, aqui denominado separador de *Miranda*, cujo esquema é apresentado na Figura E.1. Suas dimensões são

8,4 m de comprimento e 2,52 m de altura, volume é igual a 41,875 m<sup>3</sup>, e vazão média de líquido de 200 m<sup>3</sup>/h.

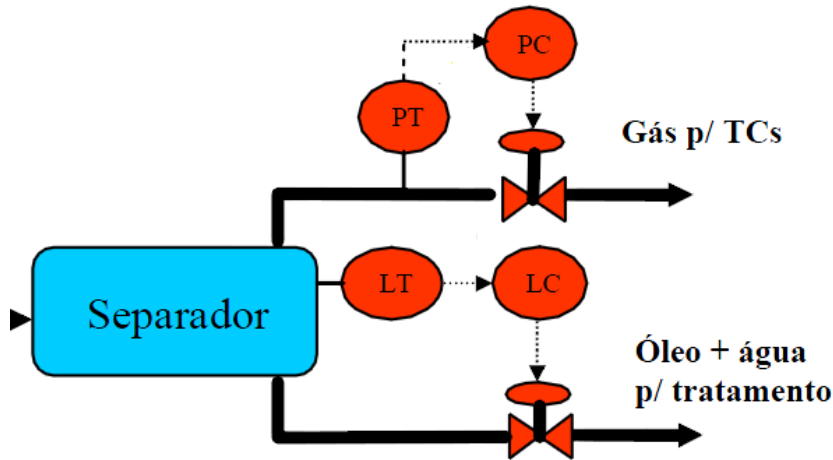


Figura E.1: Esquema de um separador de *Miranda*.

Neste trabalho o desejo é um separador que se ajuste ao modelo e dados de referência do trabalho de *Storkaas*, pois o objetivo final da modelagem é o acoplamento dos modelos. Nesse contexto, foi estabelecido que o fluxo mássico médio de operação para o separador que se deseja determinar seria de 8,64 kg/s, que é o fluxo mássico médio de líquido que sai da tubulação considerando o estudo de caso realizado no simulador de fluxo multifásico OLGA [8–10]. A partir destes dados foi dimensionado o novo separador, através dos seguintes passos:

- Vazão média de líquido de 200 m<sup>3</sup>/h por hora do separador de *Miranda* corresponde a vazão média de líquido de 0,06 m<sup>3</sup>/s por segundo.
- Fluxo mássico médio de líquido de 8,64 kg/s do novo separador corresponde a vazão média de líquido de 0,0116 m<sup>3</sup>/s ( $\rho_L = 750 \text{ kg/m}^3$ ).
- Através de uma regra de três é estabelecido que se o separador de *Miranda* possui volume igual a 41,875 m<sup>3</sup> e tem vazão de operação média igual a 0,06 m<sup>3</sup>/s, então um separador com vazão de operação média igual a 0,01157 m<sup>3</sup>/s possui volume igual a aproximadamente 8 m<sup>3</sup>.
- Então considerando que a proporção entre o comprimento e a altura (diâmetro) do separador é de 3 : 1, é estabelecido que sua altura é igual a  $H_4 = 6r_s$ , onde  $r_s$  é o raio do separador. A partir da equação do volume para um vaso cilíndrico horizontal

$$V_S = \pi r_s^2 H_4$$

é encontrado que o novo separador possui raio igual a  $r_s = 0,75 \text{ m}$ , logo diâmetro igual a  $D_s = 1,5 \text{ m}$  e altura  $H_4 = 4,5 \text{ m}$ .

# Apêndice F

## Resultados da Análise da Sensibilidade

### F.1 Parâmetro de Sintonia $K_1$

Segue o resultado das simulações no MATLAB, considerando a variação do parâmetro  $K_1$  na equação da válvula Z no topo da tubulação ascendente, i.e. equação (5.6) para abertura  $z = 12\%$  e  $z = 20\%$ .

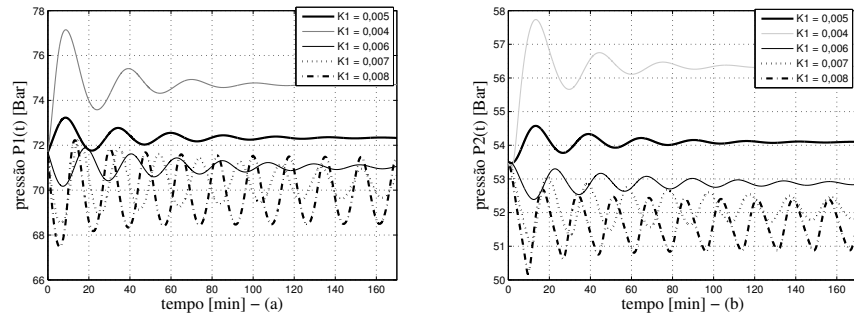


Figura F.1: (a) Variações da pressão  $P_1(t)$  na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão  $P_2(t)$  no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_1$  -  $z = 12\%$ .

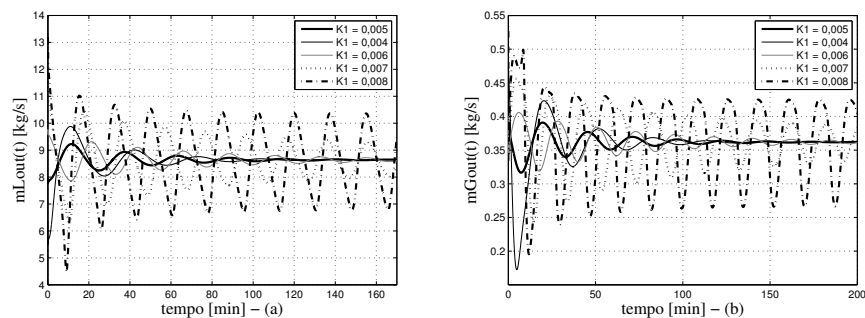


Figura F.2: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_1$  -  $z = 12\%$ .

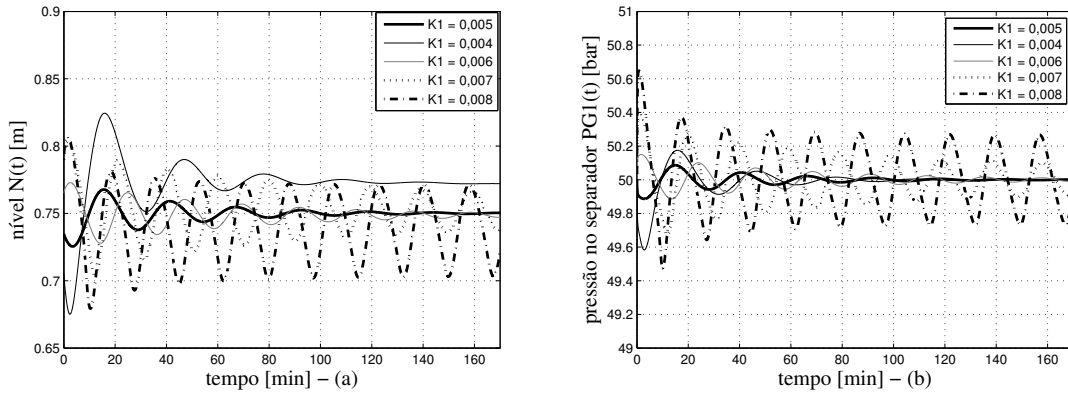


Figura F.3: (a) Variações do nível de líquido  $N(t)$  e (b) variações da pressão do gás  $P_{G1}(t)$  dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_1 - z = 12\%$ .

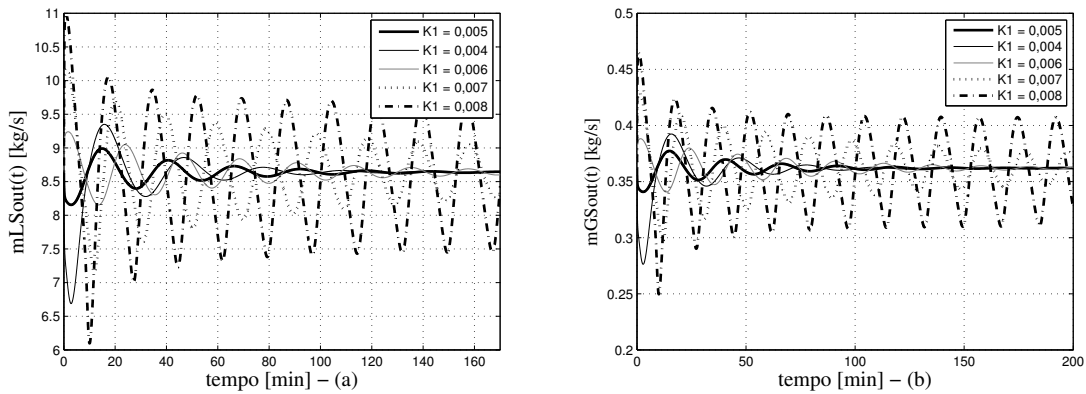


Figura F.4: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_1 - z = 12\%$ .

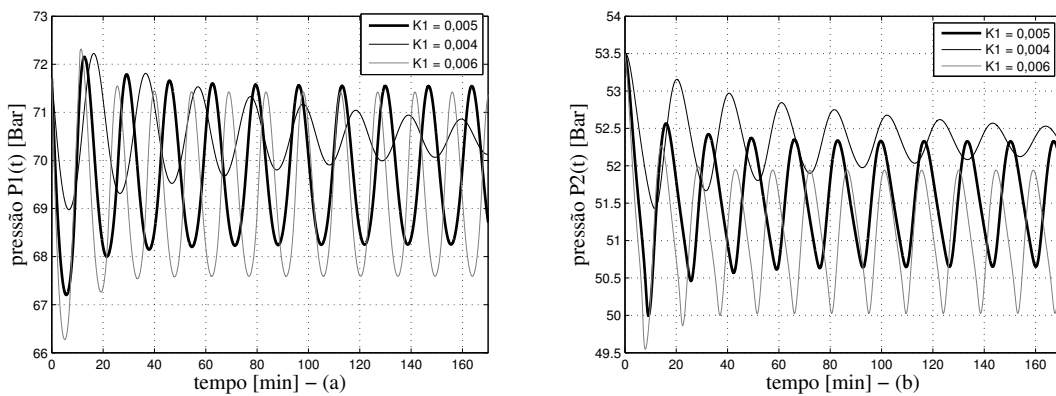


Figura F.5: (a) Variações da pressão  $P_1(t)$  na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão  $P_2(t)$  no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_1 - z = 20\%$ .



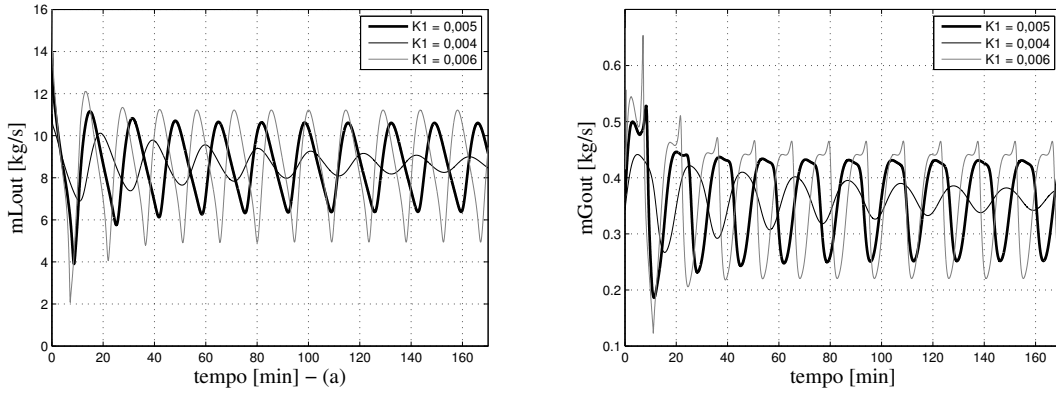


Figura F.6: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_1 - z = 20\%$ .

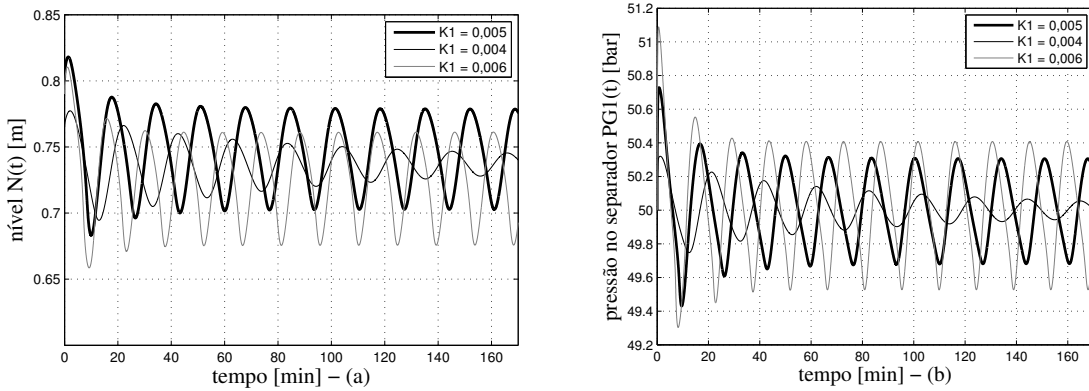


Figura F.7: (a) Variações do nível de líquido  $N(t)$  e (b) variações da pressão do gás  $P_{G1}(t)$  dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_1 - z = 20\%$ .

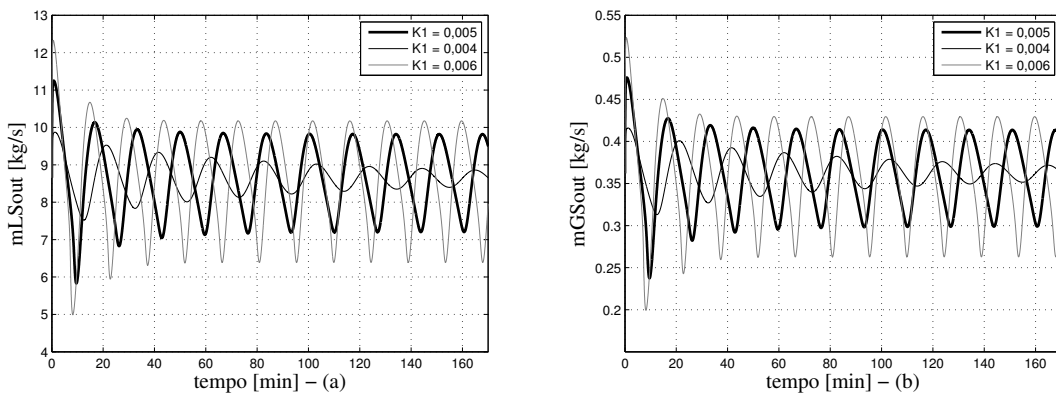


Figura F.8: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_1 - z = 20\%$ .

## F.2 Parâmetro de Sintonia $K_2$

Segue o resultado das simulações no MATLAB, considerando a variação do parâmetro  $K_2$  na equação da velocidade do gás (3.11) na tubulação, para  $z = 12\%$  e para  $z = 20\%$ .

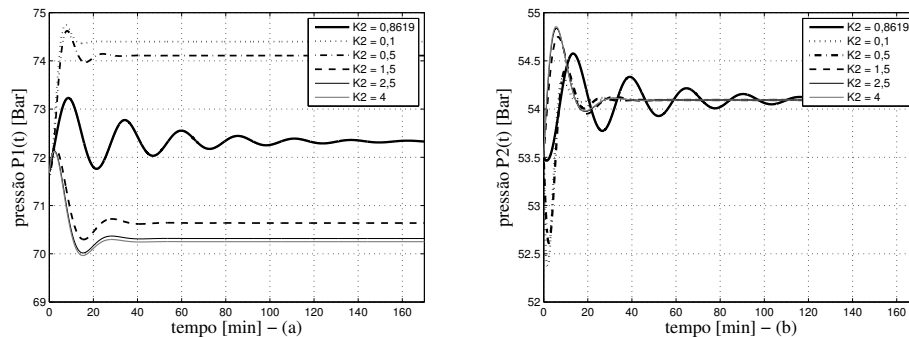


Figura F.9: (a) Variações da pressão  $P_1(t)$  na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão  $P_2(t)$  no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_2$  -  $z = 12\%$ .

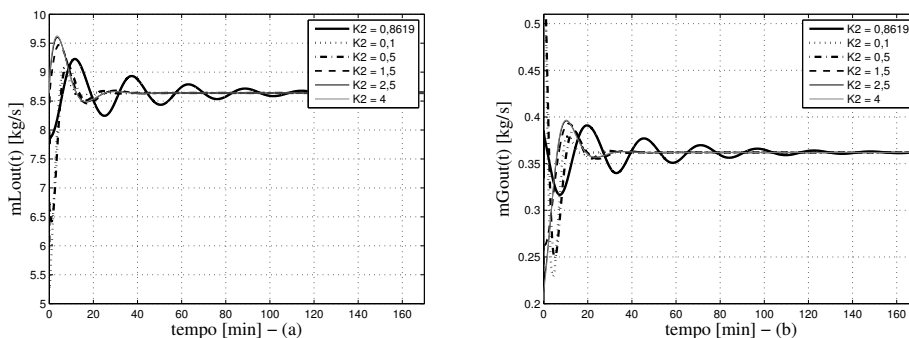


Figura F.10: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_2$  -  $z = 12\%$ .

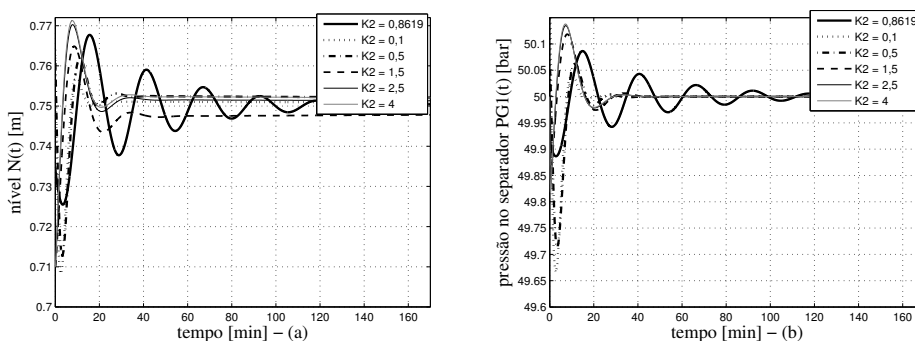


Figura F.11: (a) Variações do nível de líquido  $N(t)$  e (b) variações da pressão do gás  $P_{G1}(t)$  dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_2$  -  $z = 12\%$ .

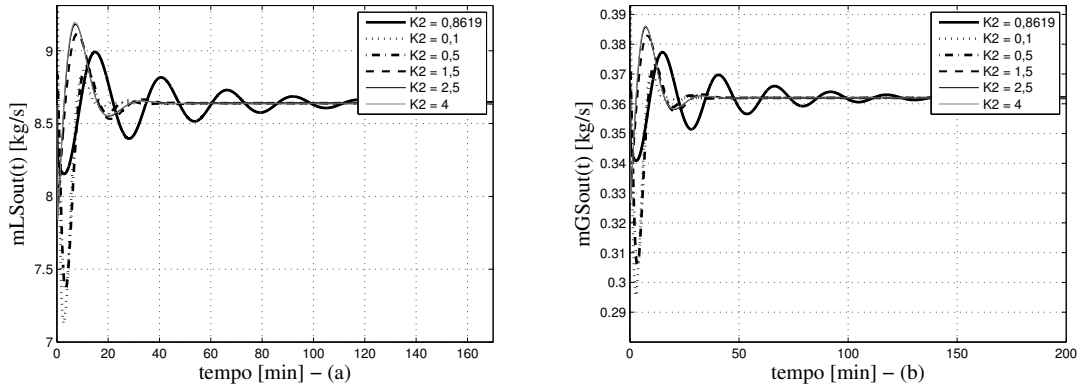


Figura F.12: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_2 - z = 12\%$ .

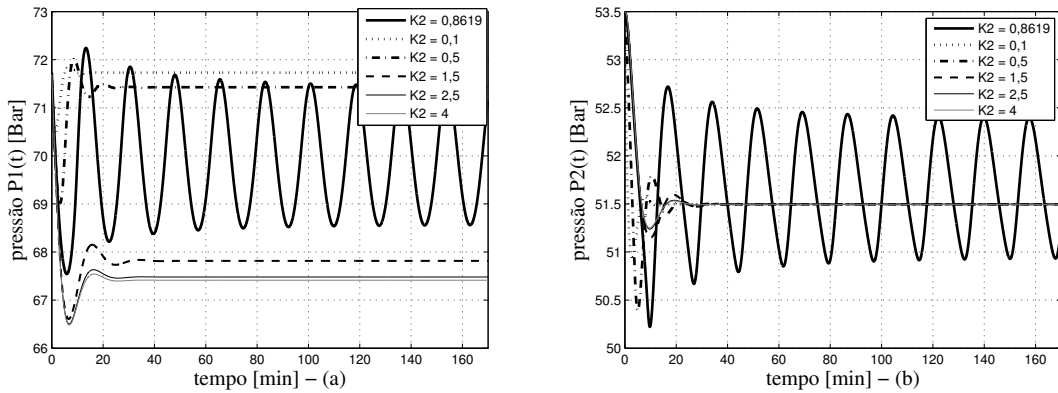


Figura F.13: (a) Variações da pressão  $P_1(t)$  na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão  $P_2(t)$  no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_2 - z = 20\%$ .

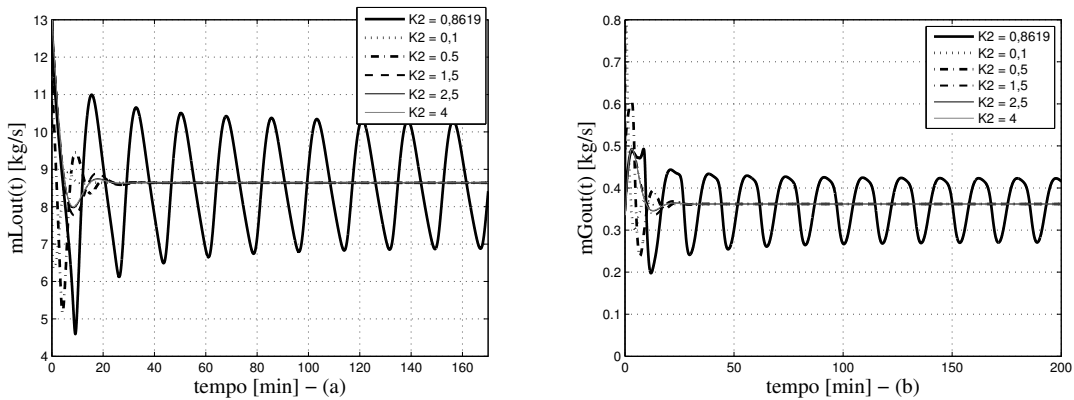


Figura F.14: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_2 - z = 20\%$ .

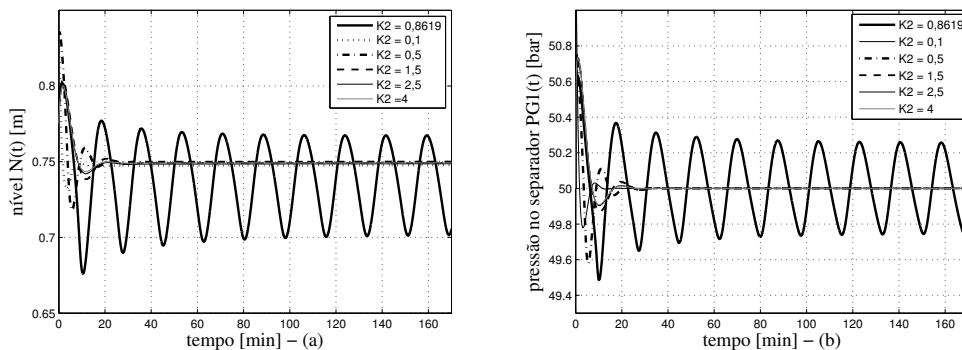


Figura F.15: (a) Variações do nível de líquido  $N(t)$  e (b) variações da pressão do gás  $P_{G1}(t)$  dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_2 - z = 20\%$ .

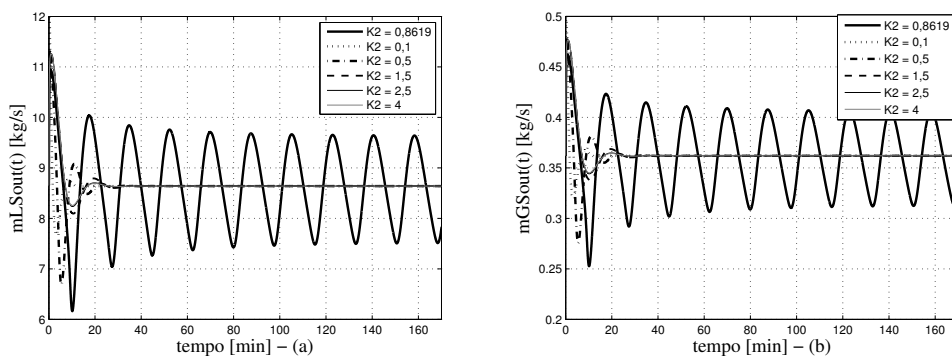


Figura F.16: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_2 - z = 20\%$ .

### F.3 Parâmetro de Sintonia $\varphi$

Segue o resultado das simulações no MATLAB, considerando a variação do parâmetro  $\varphi$  na equação de carregamento de líquido na tubulação, i.e., equação (3.12), para  $z = 12\%$  e para  $z = 20\%$ .

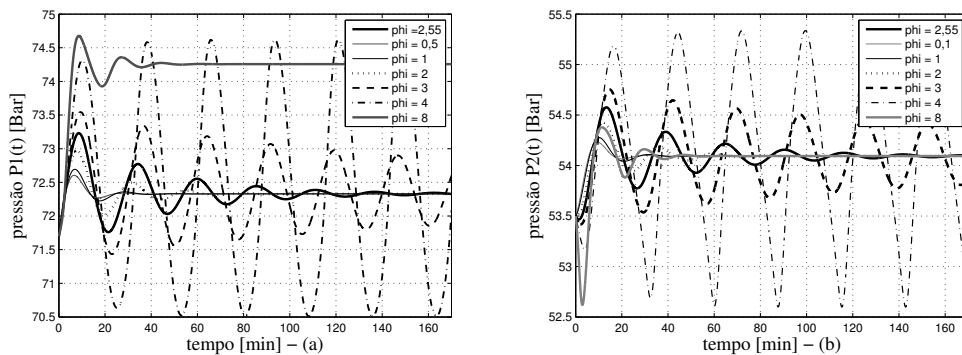


Figura F.17: (a) Variações da pressão  $P_1(t)$  na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão  $P_2(t)$  no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $\varphi - z = 12\%$ .

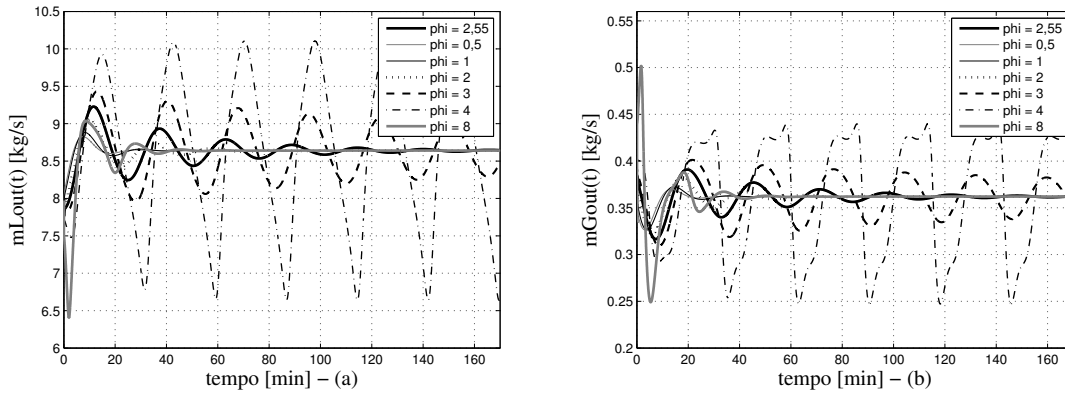


Figura F.18: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $\varphi - z = 12\%$ .

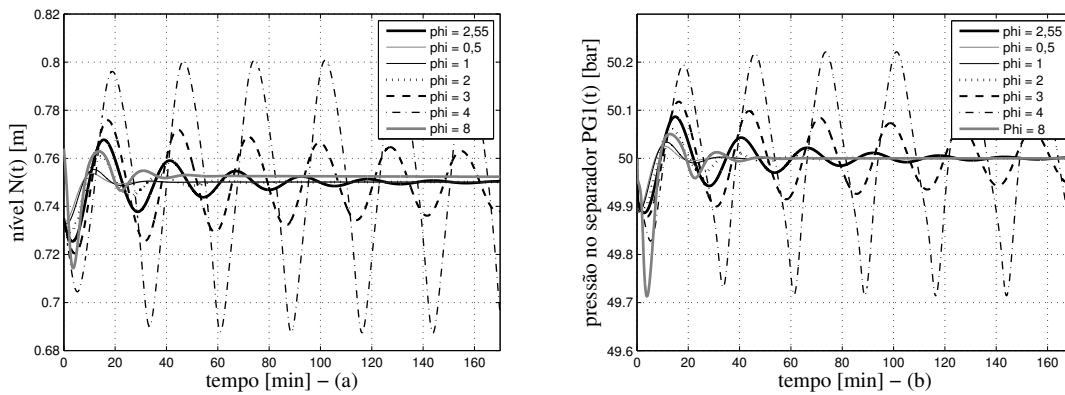


Figura F.19: (a) Variações do nível de líquido  $N(t)$  e (b) variações da pressão do gás  $P_{G1}(t)$  dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $\varphi - z = 12\%$ .

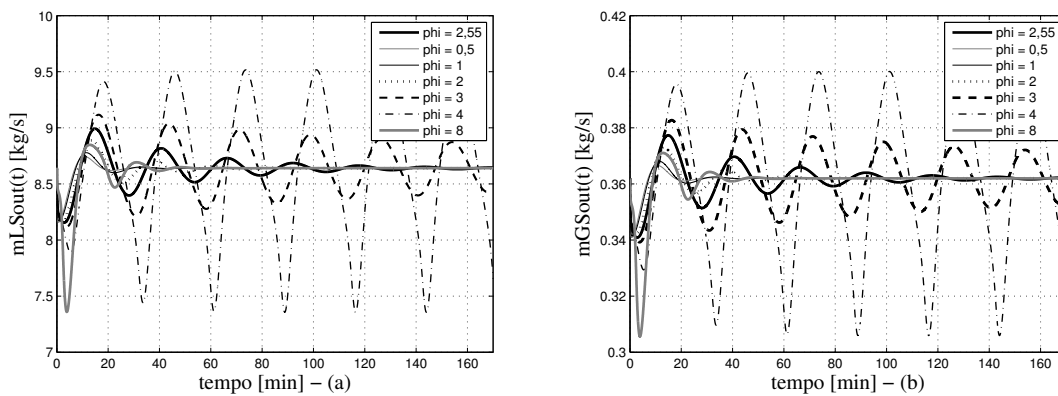


Figura F.20: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $\varphi - z = 12\%$ .

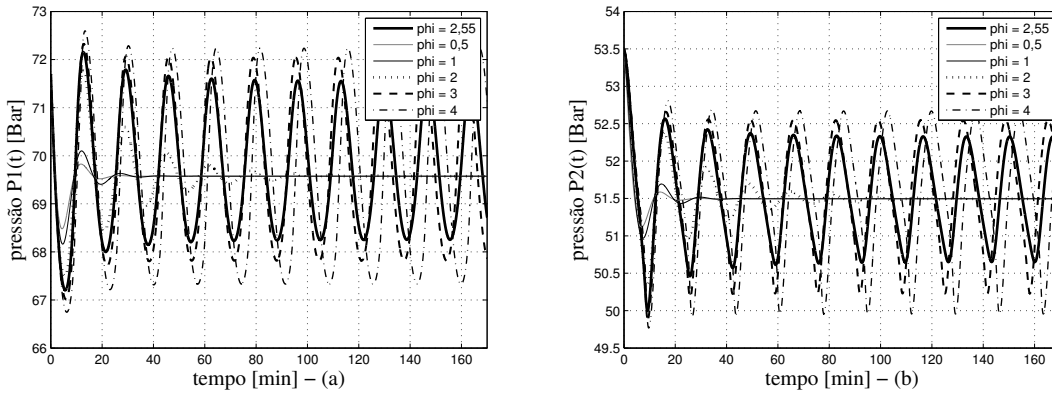


Figura F.21: (a) Variações da pressão  $P_1(t)$  na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão  $P_2(t)$  no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $\varphi - z = 20\%$ .

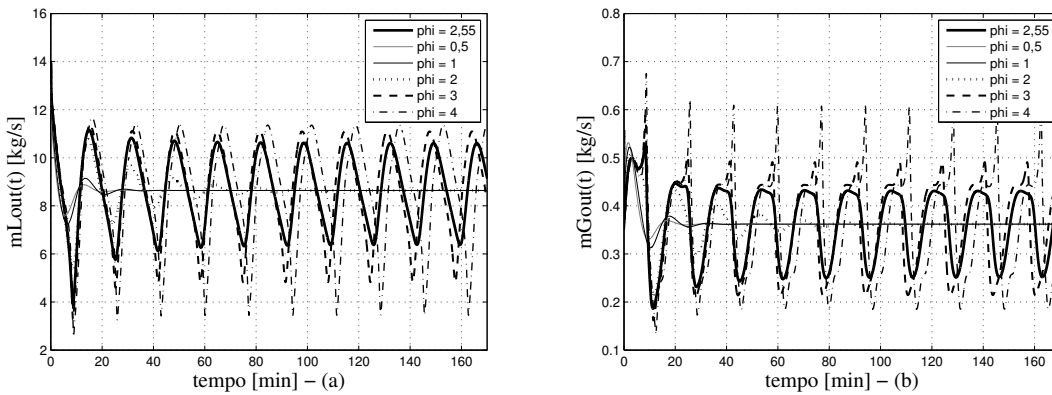


Figura F.22: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $\varphi - z = 20\%$ .

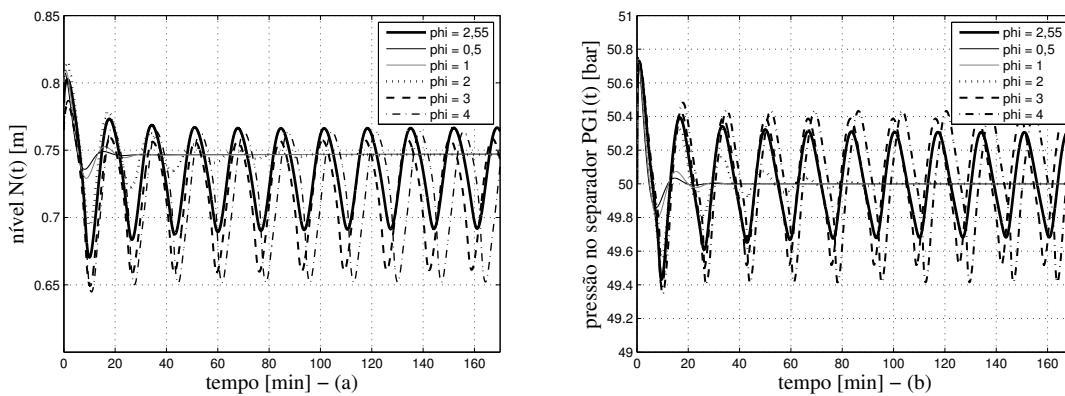


Figura F.23: (a) Variações do nível de líquido  $N(t)$  e (b) variações da pressão do gás  $P_{G1}(t)$  dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $\varphi - z = 20\%$ .

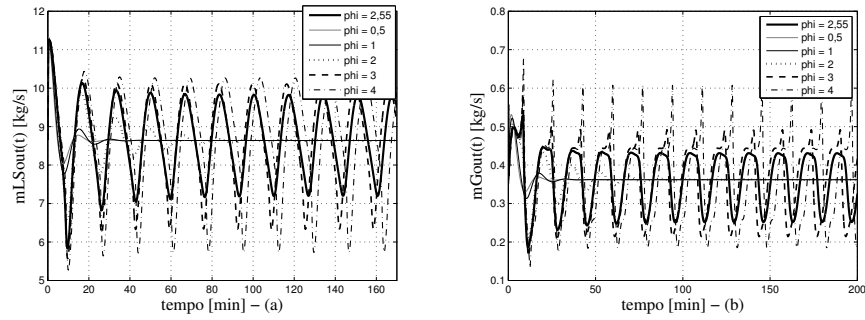


Figura F.24: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $\varphi - z = 20\%$ .

### F.4 Parâmetro de Sintonia $K_3$

Segue o resultado das simulações no MATLAB, considerando a variação do parâmetro  $K_3$  na equação de carregamento de líquido na tubulação, i.e., equação (3.12), para  $z = 12\%$  e para  $z = 20\%$ .

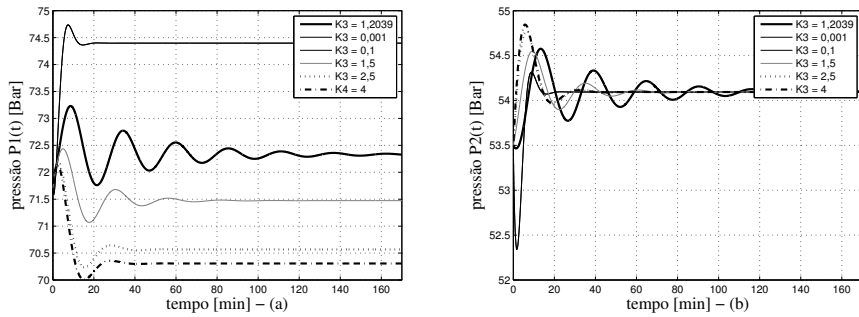


Figura F.25: (a) Variações da pressão  $P_1(t)$  na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão  $P_2(t)$  no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_3 - z = 12\%$ .

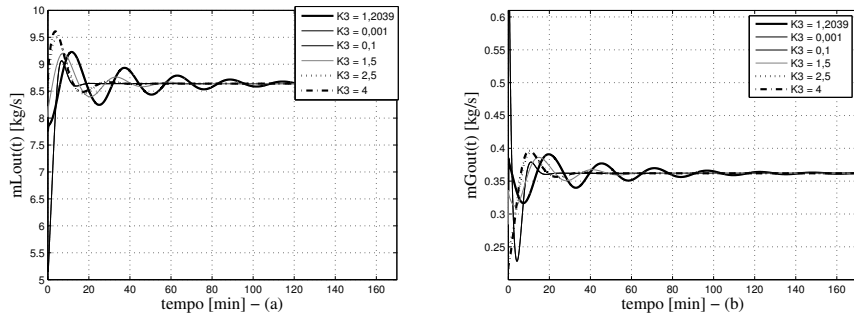


Figura F.26: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_3 - z = 12\%$ .

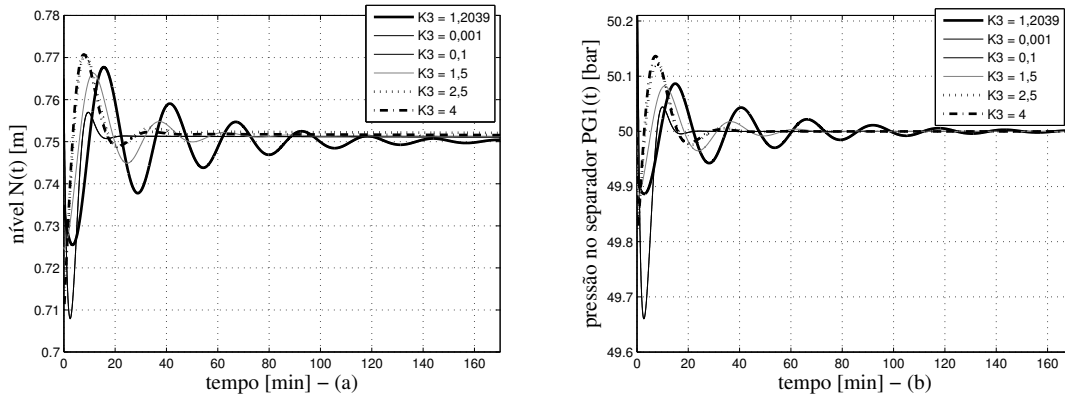


Figura F.27: (a) Variações do nível de líquido  $N(t)$  e (b) variações da pressão do gás  $m_{G,out}(t)$  dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_3 - z = 12\%$ .

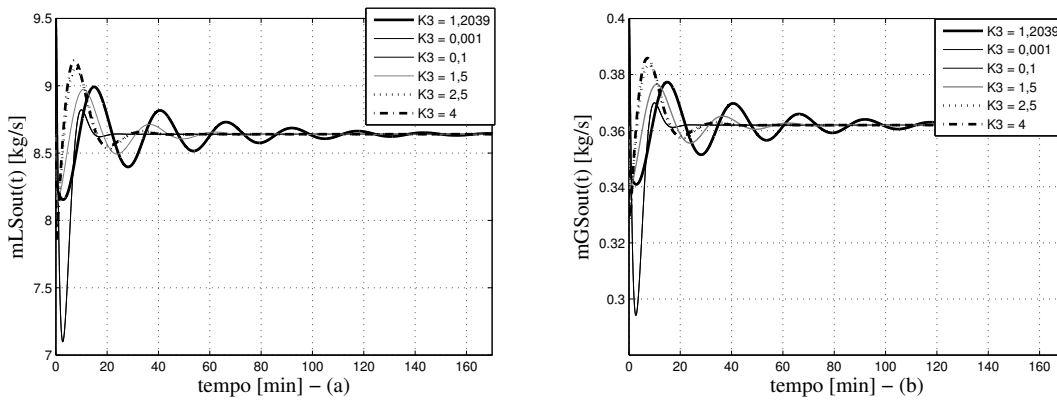


Figura F.28: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_3 - z = 12\%$ .

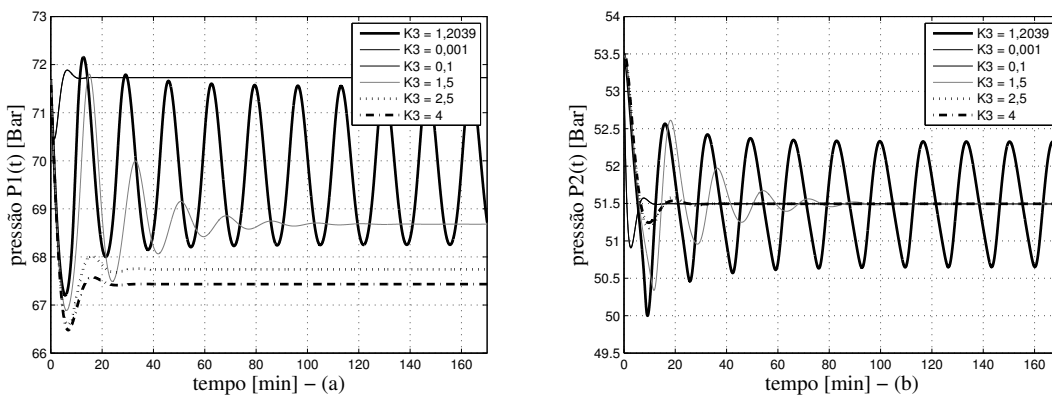


Figura F.29: (a) Variações da pressão  $P_1(t)$  na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão  $P_2(t)$  no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_3 - z = 20\%$ .



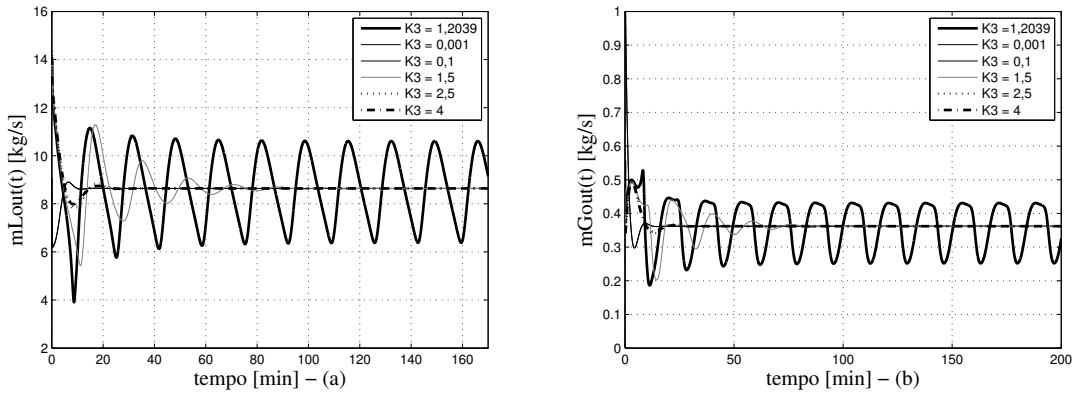


Figura F.30: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_3 - z = 20\%$ .

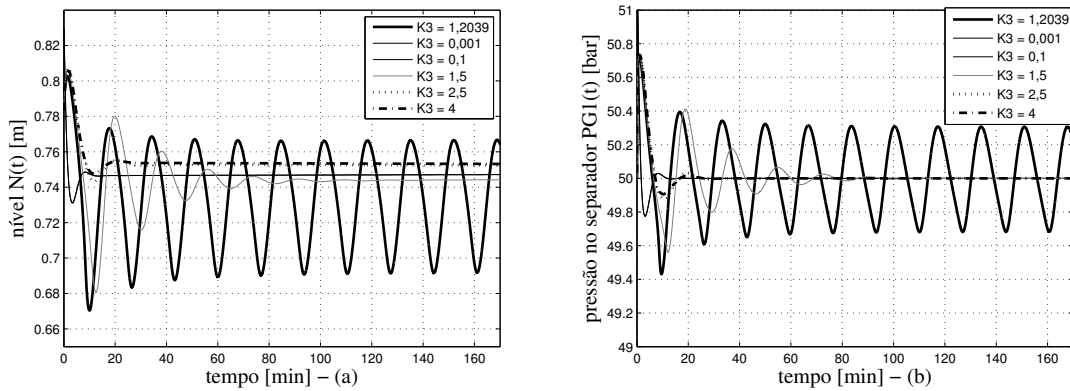


Figura F.31: (a) Variações do nível de líquido  $N(t)$  e (b) variações da pressão do gás  $m_{G,out}(t)$  dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_3 - z = 20\%$ .

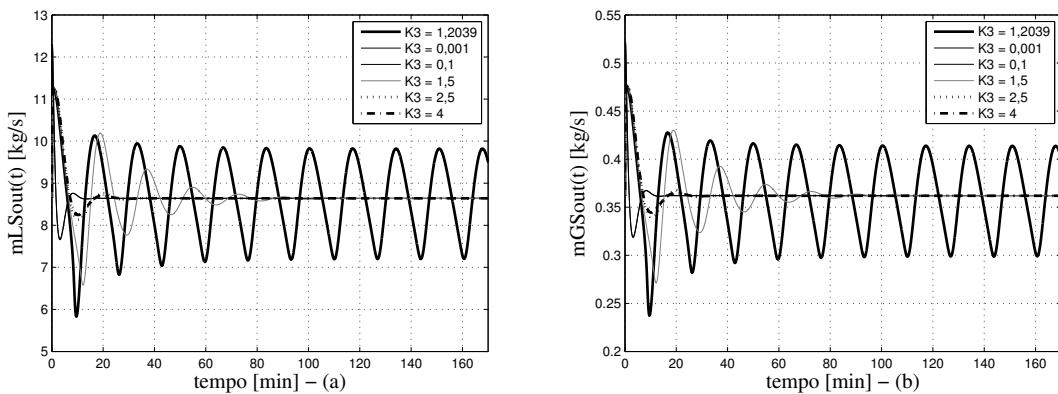


Figura F.32: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_3 - z = 20\%$ .

## F.5 Parâmetro de Sintonia $K_4$

Segue o resultado das simulações no MATLAB, considerando a variação do parâmetro  $K_4$  na equação da válvula de líquido do separador, i.e., equação (4.9), para  $z = 12\%$  e para  $z = 20\%$ .

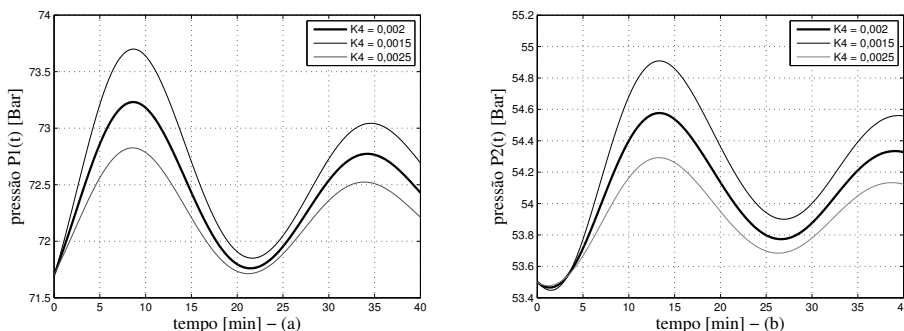


Figura F.33: (a) Variações da pressão  $P_1(t)$  na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão  $P_2(t)$  no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_4$  -  $z = 12\%$ .

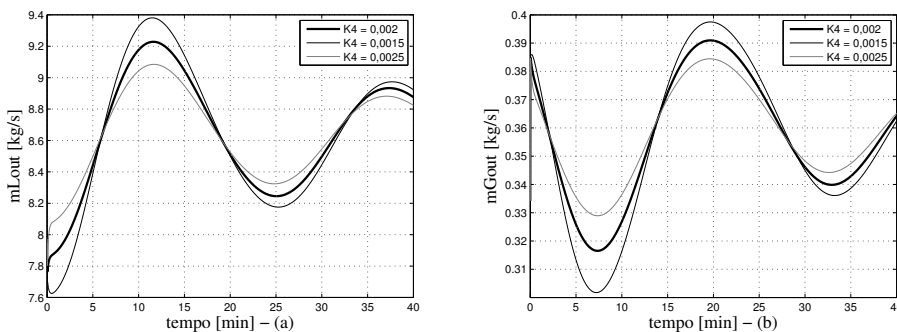


Figura F.34: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_4$  -  $z = 12\%$ .

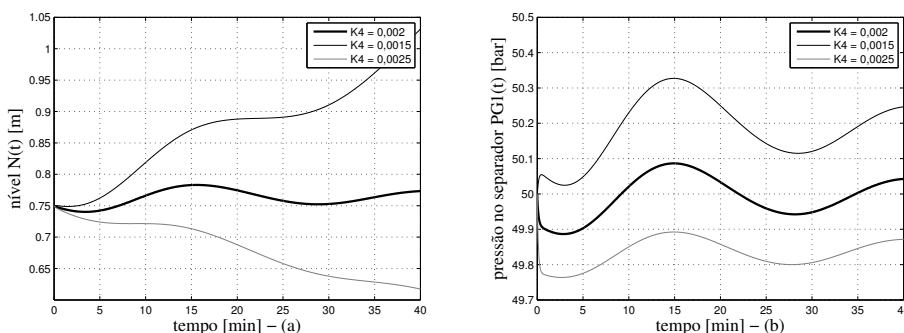


Figura F.35: (a) Variações do nível de líquido  $N(t)$  e (b) variações da pressão do gás  $m_{G,out}(t)$ , considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_4$  -  $z = 12\%$ .

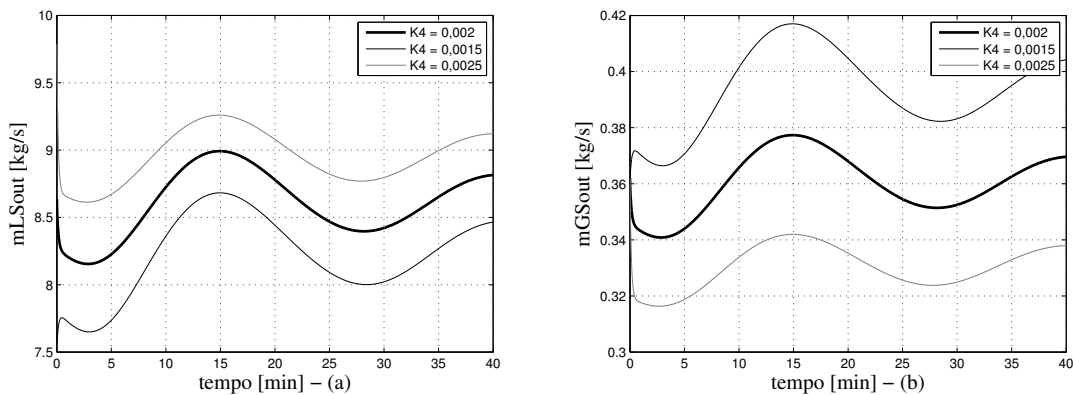


Figura F.36: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_4 - z = 12\%$ .

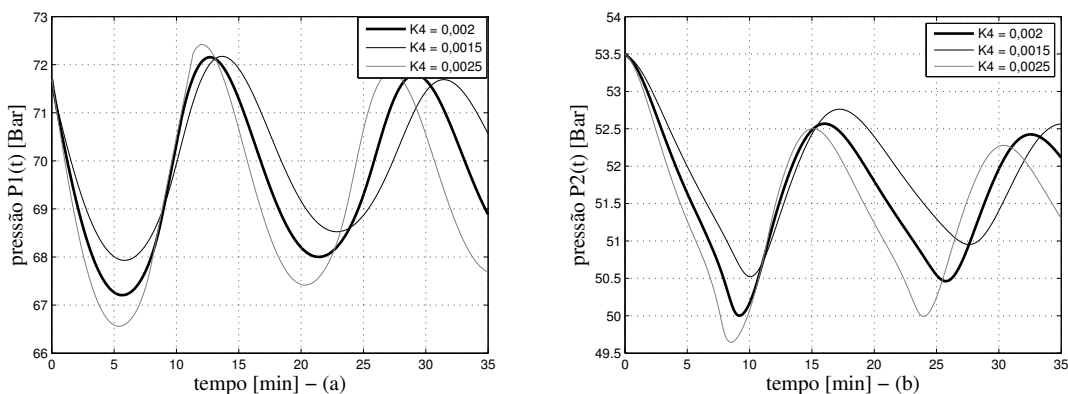


Figura F.37: (a) Variações da pressão  $P_1(t)$  na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão  $P_2(t)$  no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_4 - z = 20\%$ .

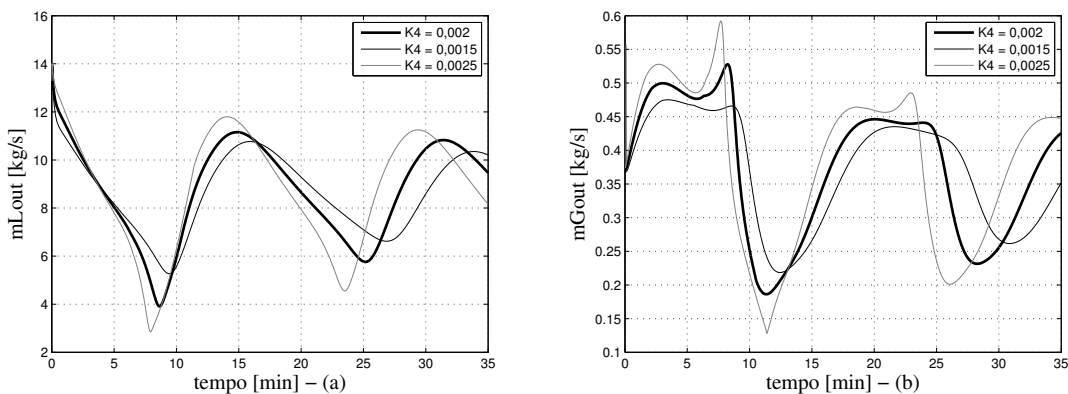


Figura F.38: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_4 - z = 20\%$ .

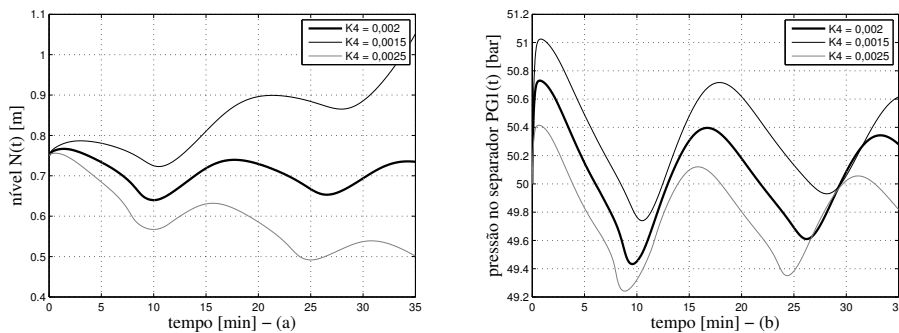


Figura F.39: (a) Variações do nível de líquido  $N(t)$  e (b) variações da pressão do gás  $m_{G,out}(t)$  dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_4 - z = 20\%$ .

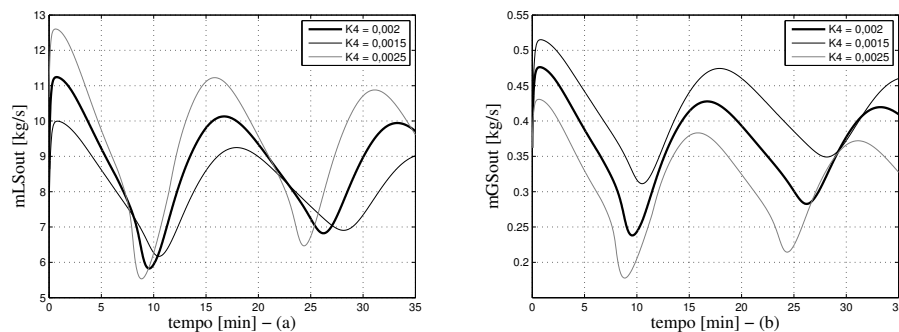


Figura F.40: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_4 - z = 20\%$ .

## F.6 Parâmetro de Sintonia $K_5$

Segue o resultado das simulações no MATLAB, considerando a variação do parâmetro  $K_5$  na equação da válvula de gás do separador, i.e., equação (4.18), para  $z = 12\%$  e para  $z = 20\%$ .

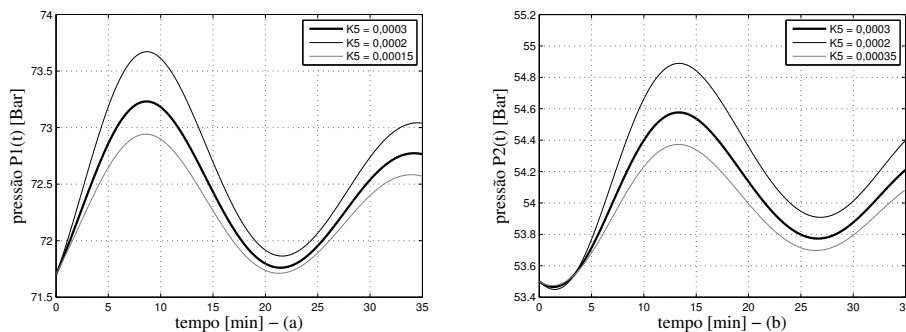


Figura F.41: (a) Variações da pressão  $P_1(t)$  na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão  $P_2(t)$  no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_5 - z = 12\%$ .

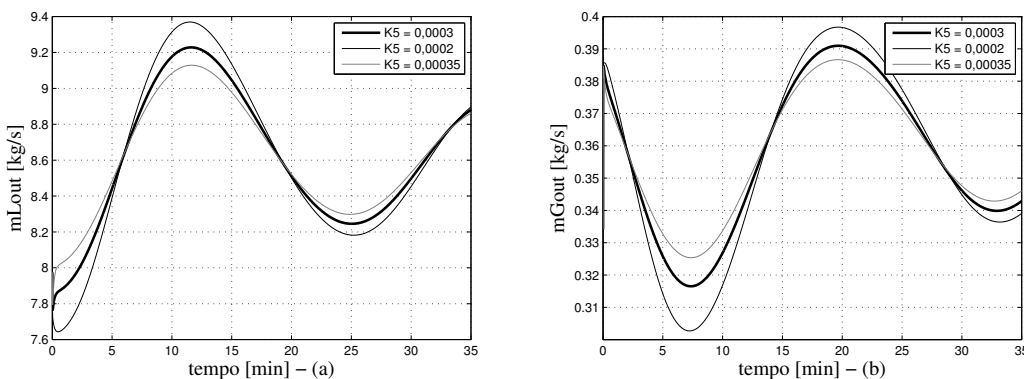


Figura F.42: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_5 - z = 12\%$ .

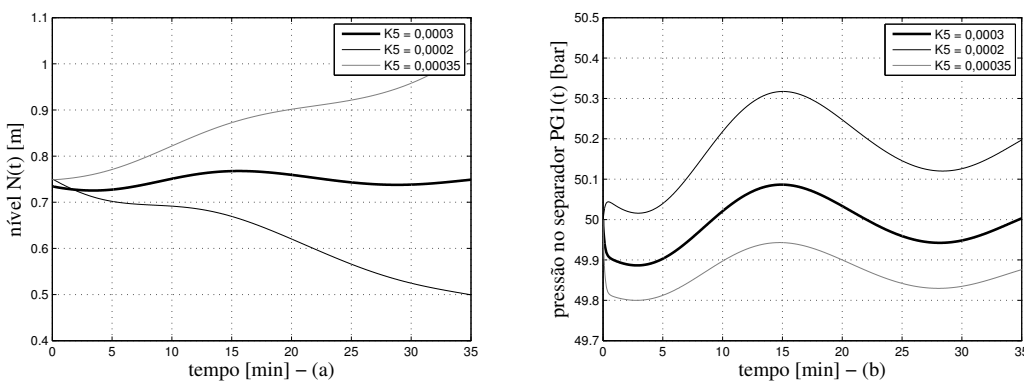


Figura F.43: (a) Variações do nível de líquido  $N(t)$  e (b) variações da pressão do gás  $m_{G,out}(t)$ , considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_5 - z = 12\%$ .

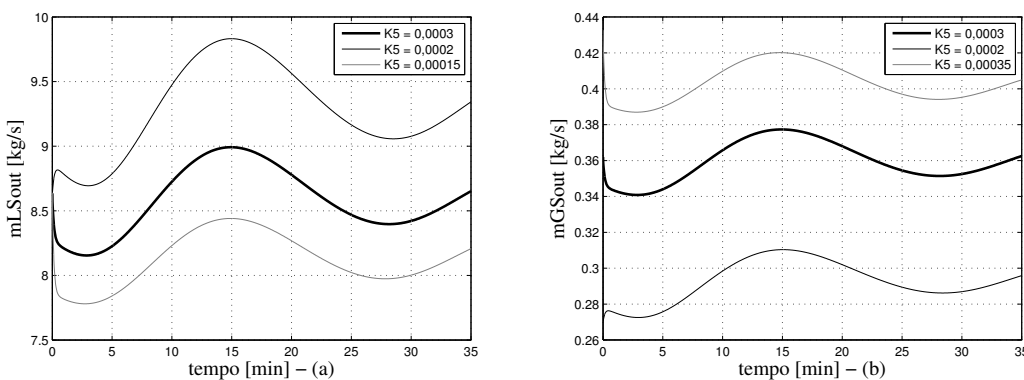


Figura F.44: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_5 - z = 12\%$ .

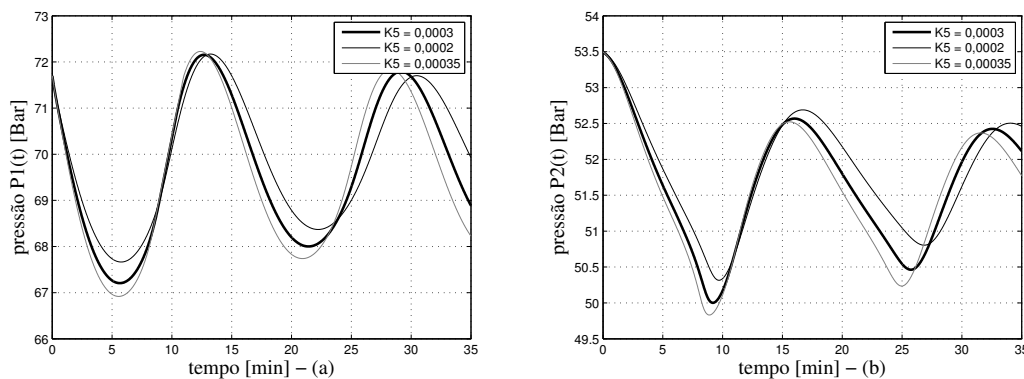


Figura F.45: (a) Variações da pressão  $P_1(t)$  na seção de alimentação da tubulação e (b) variações da pressão  $P_2(t)$  no topo da tubulação ascendente, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_5 - z = 20\%$ .

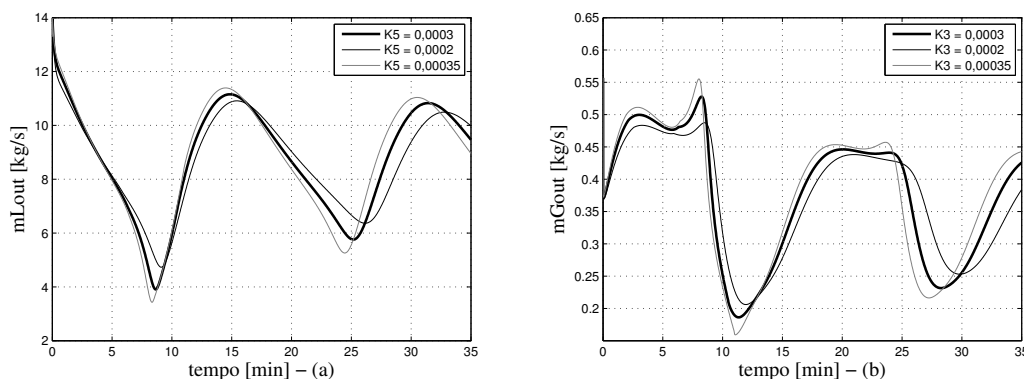


Figura F.46: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{L,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{G,out}(t)$  que saem da tubulação, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_5 - z = 20\%$ .

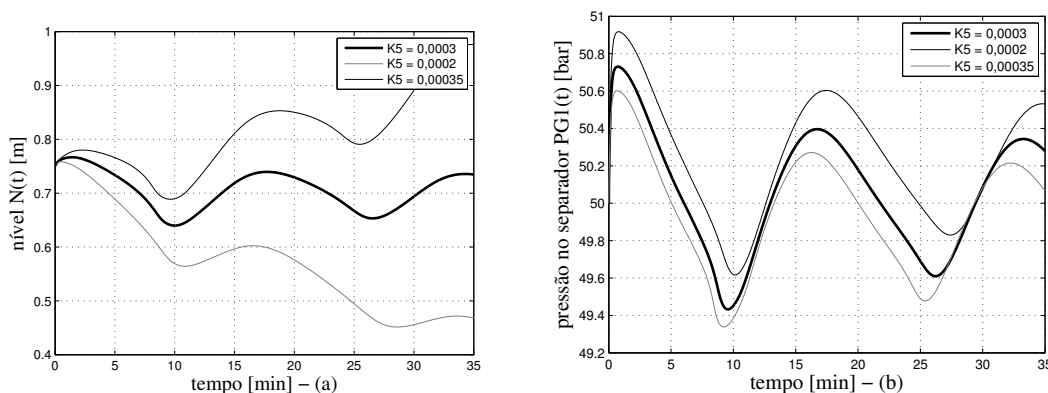


Figura F.47: (a) Variações do nível de líquido  $N(t)$  e (b) variações da pressão do gás  $m_{G,out}(t)$  dentro do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_5 - z = 20\%$ .

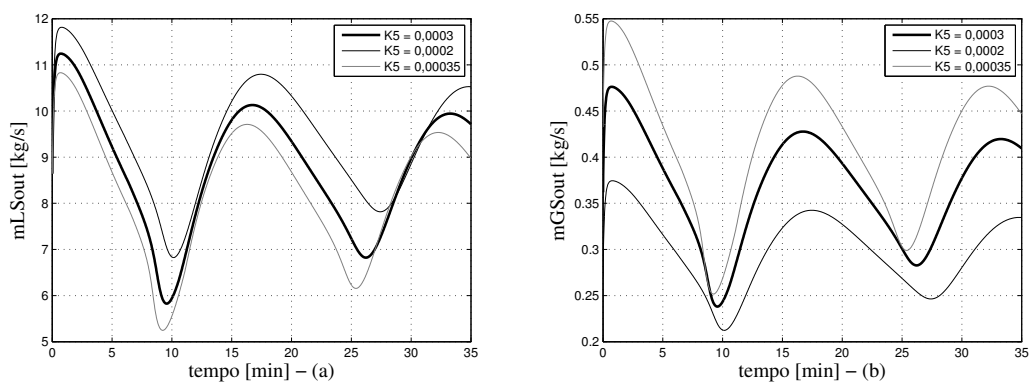


Figura F.48: (a) Variações dos fluxos mássicos de líquido  $m_{LS,out}(t)$  e (b) variações dos fluxos mássicos de gás  $m_{GS,out}(t)$  que saem do separador, considerando alterações no parâmetro de ajuste  $K_5 - z = 20\%$ .

# Apêndice G

## O Controlador de Erro-Quadrático

### G.1 Da Prova do Teorema 3

#### G.1.1 Parte 1

Os termos  $z^T(t)PF(z(t))$  e  $F^T(z(t))Pz(t)$  são escalares, dependem do estado e

$$z^T(t)PF(z(t)) = F^T(z(t))Pz(t). \quad (\text{G.1})$$

Demonstração:

Sabendo que

$$F(z(t)) = -f(t)BCz(t) = -f(t)H(z(t)), \quad (\text{G.2})$$

onde  $z(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) & z_2(t) & \dots & z_n(t) \end{bmatrix}^T$ ,  $B = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_n \end{bmatrix}^T$ ,  $C = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \dots & c_n \end{bmatrix}$  são vetores. A seguir demonstra-se que  $F(z(t))$  é um vetor de ordem  $n \times 1$ .

Desenvolvendo a função  $f(t)$  da equação (G.2), tem-se que:

$$\begin{aligned} f(t) &= k_{2NL}|e(t)| \\ f(t) &= k_{2NL}|-y(t)| \\ f(t) &= k_{2NL}|Cz(t)| \\ f(t) &= k_{2NL} \left| \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \dots & c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) & z_2(t) & \dots & z_n(t) \end{bmatrix}^T \right| \\ f(t) &= k_{2NL}|c_1z_1(t) + c_2z_2(t) + \dots + c_nz_n(t)| \end{aligned} \quad (\text{G.3})$$

aplicando a desigualdade triangular na equação (G.3) encontra-se

$$f(t) \leq k_{2NL} \sum_{i=1}^n |c_i z_i(t)|. \quad (\text{G.4})$$



Desenvolvendo a função  $H(z(t))$  da equação (G.2) tem-se que:

$$\begin{aligned}
 H(z(t)) &= BCz(t) \\
 H(z(t)) &= \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_n \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \dots & c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) & z_2(t) & \dots & z_n(t) \end{bmatrix}^T \\
 H(z(t)) &= \begin{bmatrix} b_1 c_1 & b_1 c_2 & \dots & b_1 c_n \\ b_2 c_1 & b_2 c_2 & \dots & b_2 c_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_n c_1 & b_n c_2 & \dots & b_n c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \vdots \\ z_n(t) \end{bmatrix} \\
 H(z(t)) &= \begin{bmatrix} b_1 \sum_{j=1}^n c_j z_j(t) \\ b_2 \sum_{j=1}^n c_j z_j(t) \\ \vdots \\ b_n \sum_{j=1}^n c_j z_j(t) \end{bmatrix} \tag{G.5}
 \end{aligned}$$

Multiplicando a equação (G.4) e a equação (G.5) tem-se que

$$\begin{aligned}
 F(z(t)) &= -f(t)H(z(t)) \\
 F(z(t)) &\geq -k_{2NL} \begin{bmatrix} b_1 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |c_i z_i(t)| c_j z_j(t) \\ b_2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |c_i z_i(t)| c_j z_j(t) \\ \vdots \\ b_n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |c_i z_i(t)| c_j z_j(t) \end{bmatrix} \tag{G.6}
 \end{aligned}$$

Portanto, sendo demonstrado que  $F(z(t))$  é um vetor de ordem  $n \times 1$  e depende do estado  $z(t)$ . A seguir demonstra-se que  $z^T P F^T(z)$  é um escalar e depende do estado  $z(t)$ .

Seja  $P$  uma matriz simétrica (i.e.,  $p_{ij} = p_{ji}$ , para  $\forall i \neq j$ ) de ordem  $n$  tem-se que

$$\begin{aligned}
 z^T P &= \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \vdots \\ z_n(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix} \\
 z^T P &= \left[ \sum_{k=1}^n p_{k1} z_k(t) \quad \sum_{k=1}^n p_{k2} z_k(t) \quad \dots \quad \sum_{k=1}^n p_{kn} z_k(t) \right]. \tag{G.7}
 \end{aligned}$$

O termo  $z^T P F(z)$  é o produto da equação (G.7) pela equação (G.6)

$$z^T P F(z) = -k_{2NL} \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n p_{k1} z_k(t) & \sum_{k=1}^n p_{k2} z_k(t) & \dots & \sum_{k=1}^n p_{kn} z_k(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |c_i z_i(t)| c_j z_j(t) \\ b_2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |c_i z_i(t)| c_j z_j(t) \\ \vdots \\ b_n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |c_i z_i(t)| c_j z_j(t) \end{bmatrix}$$

$$z^T PF(z) = -k_{2NL} [b_1 \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{k1} z_k(t) |c_i z_i(t)| c_j z_j(t) + \dots + b_n \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{kn} z_k(t) |c_i z_i(t)| c_j z_j(t)]. \quad (\text{G.8})$$

Conforme queríamos demonstrar, na equação (G.8) é um escalar e depende do estado  $z(t)$ .

A seguir a igualdade apresentada na equação (G.1) será demonstrada através das propriedades da matriz transposta, e o lado esquerdo da equação (G.1) será transformado na lado direito e vice-versa.

$$z^T(t) PF(z(t)) = F^T(z(t)) Pz(t)$$

substituindo a equação (G.2) tem-se

$$\begin{aligned} z^T(t) P\{-f(t) BCz(t)\} &= \{-f(t) BCz(t)\}^T Pz(t) \\ -k_{2NL} z^T(t) P|e(t)| BCz(t) &= -k_{2NL} z^T(t) C^T B^T |e(t)|^T Pz(t) \\ -k_{2NL} z^T(t) P|Cz(t)| BCz(t) &= -k_{2NL} z^T(t) C^T B^T |Cz(t)|^T Pz(t) \end{aligned} \quad (\text{G.9})$$

aplicando a matriz transposta em ambos os lados da equação (G.10) tem-se

$$\begin{aligned} -k_{2NL} z^T(t) C^T B^T |Cz(t)|^T Pz(t) &= -k_{2NL} z^T(t) P|Cz(t)| BCz(t) \\ \{-k_{2NL} |Cz(t)| BCz(t)\}^T Pz(t) &= z^T(t) P\{-k_{2NL} |Cz(t)| BCz(t)\} \\ F^T(z(t)) Pz(t) &= z^T(t) PF(z(t)) \end{aligned} \quad (\text{G.10})$$

como queríamos demonstrar.

Na equação (G.8) foi mostrado que o termo  $z^T PF(z)$  é um escalar e depende do estado  $z(t)$ , na equação (G.10) foi mostrado que o termo  $F^T(z(t)) Pz(t)$  é igual a  $z^T PF(z)$ . Portanto, conclui-se que  $F^T(z(t)) Pz(t)$  também é um escalar e depende do estado  $z(t)$ .

## G.1.2 Parte 2

A seguir é demonstrado que  $\|Cz(t)\|_2$  é igual ao pico do sinal do erro  $\epsilon = \|Cz(t)\|_\infty$  quando o produto  $Cz(t)$  é um escalar.

Seja um vetor  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ , a norma 2 ou norma euclidiana de  $w$  [105] é definida por

$$\|w\|_2 = \sqrt{w^T w} = \sqrt{\langle w, w \rangle} = \sqrt{\sum_{i=1}^n |x_i|^2} = c_i z_i$$

e a norma infinita [105] é definida por

$$\|w\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |w_i|.$$

Efetuando o produto  $Cz(t)$  obtém-se o escalar  $\sum_i^n c_i z_i$ , pois  $C$  é um vetor de ordem  $1 \times n$  e  $z(t)$  é um vetor de ordem  $n \times 1$ . Aplicando a norma 2 em  $Cz(t)$  encontra-se

$$\|Cz(t)\|_2 = \left\| \sum_{i=1}^n c_i z_i \right\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n |c_i z_i|^2} = \sum_{i=1}^n |c_i z_i|. \quad (\text{G.11})$$

Aplicando a norma 2 em  $Cz(t)$  encontra-se

$$\|Cz(t)\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{i=1}^n |c_i z_i| = \sum_{i=1}^n |c_i z_i|. \quad (\text{G.12})$$

Demonstrando que  $\|Cz(t)\|_2 = \|Cz(t)\|_\infty$  quando  $Cz(t)$  é um escalar.

# Apêndice H

## Linearização Jacobiana

### H.1 Linearização Jacobiana

Em modelagem de sistemas dinâmicos, constata-se que quase todos os sistemas são não-lineares, conseqüentemente as equações diferenciais que governam a evolução das variáveis de estado também são não-lineares. Por outro lado, observa-se que a teoria desenvolvida para análise desses sistemas é baseada em sistemas lineares. Portanto, nesta Seção é apresentado um método de linearização que aproxima um sistema não-linear do sistema linear correspondente, considerando um ponto de operação específico chamado ponto de equilíbrio, tal procedimento é denominado Linearização Jacobiana [49, 90, 106] .

A Linearização Jacobiana é aplicada na equação (5.4) do vaso do modelo dinâmico para um sistema encanamento-*riser*-separador, apresentado no Capítulo 5, com a finalidade de determinar um limite para o ganho não-linear do controlador de erro-quadrático.

Considere-se uma equação diferencial não-linear

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (\text{H.1})$$

onde  $f$  é uma função do mapeamento  $\mathcal{R}^n \times \mathcal{R}^m \rightarrow \mathcal{R}^n$ . Um ponto  $\bar{x} \in \mathcal{R}^n$  é chamado um ponto de equilíbrio se existe uma entrada de equilíbrio específica denominada  $\bar{u} \in \mathcal{R}^m$  tal que

$$f(\bar{x}, \bar{u}) = 0.$$

Admita-se que  $\bar{x}$  é um ponto de equilíbrio com entrada de equilíbrio  $\bar{u}$ . Considere-se o sistema apresentado na equação (H.1) com estado inicial igual a  $x(t_0) = \bar{x}$  e aplicação de uma entrada de equilíbrio  $u(t) = \bar{u}$  para todo  $t \geq t_0$ . Portanto, a solução resultante  $x(t)$  satisfaz

$$x(t) = \bar{x}$$

para todo  $t \geq t_0$ .

Suponha-se que  $(\bar{x}, \bar{u})$  contém respectivamente um ponto e uma entrada de equilíbrio. Sabe-se que, se o sistema não-linear inicia-se em  $x(t_0) = \bar{x}$ , e aplica-se uma entrada constante  $u(t) = \bar{u}$ , então o estado do sistema irá permanecer em  $x(t) = \bar{x}$  para todo  $t \geq t_0$ . Por outro lado, se o sistema começar em um ponto um pouco afastado de  $\bar{x}$  e for aplicada uma entrada diferente de  $\bar{u}$  é possível definir as seguintes variáveis de desvio

$$\delta_x(t) = x(t) - \bar{x}, \quad (\text{H.2})$$

$$\delta_u(t) = u(t) - \bar{u}. \quad (\text{H.3})$$

Se as variáveis  $x(t)$  e  $u(t)$  são isoladas, respectivamente, nas equações (H.2) e (H.3) e substituídas na equação (H.1) obtém-se

$$\dot{\delta}_x(t) = f(\bar{x} + \delta_x(t), \bar{u} + \delta_u(t)). \quad (\text{H.4})$$

Considerando que  $x(t)$  e  $u(t)$  estão próximos do ponto de equilíbrio, o lado direito do sistema apresentado na equação (H.4) pode ser expandido em séries de Taylor. Negligenciando as derivadas de ordem superior (i.e., maior que 1) obtém-se

$$\dot{\delta}_x(t) \approx f(\bar{x}, \bar{u}) + \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=\bar{x}, u=\bar{u}} \delta_x(t) + \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_{x=\bar{x}, u=\bar{u}} \delta_u(t). \quad (\text{H.5})$$

Sabe-se que  $f(\bar{x}, \bar{u}) = 0$ . Então, reescrevendo a equação (H.5) tem-se uma equação diferencial linear, invariante no tempo, visto que as derivadas de  $\delta_x$  são combinações lineares de  $\delta_x$  e  $\delta_u$ , dada por

$$\dot{\delta}_x(t) \approx \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=\bar{x}, u=\bar{u}} \delta_x(t) + \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_{x=\bar{x}, u=\bar{u}} \delta_u(t). \quad (\text{H.6})$$

Na equação (H.6) os termos

$$\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=\bar{x}, u=\bar{u}} = A_L \in \mathcal{R}^{n \times n} \quad \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_{x=\bar{x}, u=\bar{u}} = B_L \in \mathcal{R}^{n \times m}$$

são matrizes constantes. Portanto, considerando as matrizes  $A_L$  e  $B_L$  obtém-se o sistema linear

$$\dot{\delta}_x(t) = A_L \delta_x(t) + B_L \delta_u(t) \quad (\text{H.7})$$

que é denominado Linearização Jacobiana do sistema não-linear apresentado na equação (H.1), considerando o ponto de equilíbrio  $(\bar{x}, \bar{u})$ .

Considerando os parâmetros apresentados na Tabela 7.5, no Capítulo 7, a equação apresentada em (H.7), e respectivamente o ponto e a entrada de equilíbrio iguais a  $\bar{x} = 0,5$   $m$  e  $\bar{u} = 0,5$  (i.e.,  $z_L = 50\%$ ), então calcula-se a matriz  $A_L$  dada por

$$A_L = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=\bar{x}=0,5, u=\bar{u}=0,5}$$

$$A_L = \frac{4,32(1-2x)}{\sqrt{x-x^2}(6750x-9000x^2)} - \frac{8,64\sqrt{x-x^2}(6750-18000x)}{(6750x-9000x^2)^2} - \frac{0,001u(750 \times 10^5 - 1389,75 \times 10^5x - 165,375 \times 10^5x^2)}{\sqrt{750 \times 10^5x - 644,875 \times 10^5x^2 - 55,125 \times 10^5x^3}(6750x-9000x^2)} + \frac{0,002u\sqrt{750 \times 10^5x - 694,876 \times 10^5x^2 - 55,125 \times 10^5x^3}(6750-18000x)}{(6750x-9000x^2)^2} \Big|_{x=\bar{x}=0,5, u=\bar{u}=0,5}$$

$$A_L = -0,000234.$$

Em seguida, é encontrada a matriz  $B_L$  que é dada por

$$B_L = \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_{x=\bar{x}=0,5, u=\bar{u}=0,5}$$

$$B_L = -\frac{0,002u(750 \times 10^5x - 694,875 \times 10^5x^2 - 55,125 \times 10^5x^3)^{1/2}}{6750x - 9000x^2} \Big|_{x=\bar{x}=0,5, u=\bar{u}=0,5}$$

$$B_L = -0,0078.$$

Portanto, o sistema linearizado correspondente à equação não-linear do separador apresentado na equação (7.6) é igual a

$$\dot{z}(t) = -0,000234z(t) - 0,0078u(t) \tag{H.8}$$

$$y = z(t). \tag{H.9}$$