TEORIA DAS FILAS APLICADA A UMA AGÊNCIA LOTÉRICA SITUADA NA CIDADE DE CAXIAS DO SUL – RS

Bruna Caroline Orlandin (UCS) bcorlandin@ucs.br
Leandro Luis Corso (UCS) llcorso@ucs.br

Resumo

O objetivo deste artigo é por meio da utilização de Teoria das Filas realizar um estudo que dimensione o sistema de uma agência lotérica existente em Caxias do Sul - RS, quanto a seu atendimento, avaliando do ponto de vista operacional e propondo um sistema alterado por meio de criação de cenários para melhoria dos serviços prestados. A coleta dos dados foi realizada em um dia durante dois horários distintos, onde foram analisados o número de clientes que entravam no estabelecimento e o tempo de atendimento de cada cliente. Após a análise dos dados e a obtenção das medidas de desempenho constatou-se que o modelo atual possui um bom desempenho com taxa de utilização de 84,27% para o período do meio dia e 94,19% para o final da tarde, o que nos dias de pico torna o sistema mais lento. Para comprovação da viabilidade do modelo foram propostos dois métodos com números de atendentes diferentes.

Palavras-Chaves: Teoria das Filas, Pesquisa Operacional, Agência Lotérica

1. Introdução

As filas estão presentes em diversos momentos de nossa vida e tornam-se um fator preocupante quando elas acabam excedendo a capacidade de um sistema. Um dos sintomas mais frequentes de deficiência no funcionamento de um processo é o congestionamento de clientes. Quando o número de pessoas à espera de atendimento é permanentemente muito grande é sinal de que o sistema não está dimensionado adequadamente (ANDRADE, 2015).

Os serviços oferecidos pelas casas lotéricas são de fundamental importância para o atendimento de clientes que desejam pagar suas faturas, realizar apostas em jogos ou até serviços mais demorados como aberturas de contas. Neste contexto, as filas tornam-se implicações econômicas. Longo tempo de espera para atendimento em uma fila gera a insatisfação do cliente, que frente a esta situação pode buscar uma outra maneira de solucionar o seu problema. Os processos geradores de filas podem ser estudados e dimensionados a fim de reduzir os prejuízos financeiros e de tempo que eles acarretam (FOGLIATTI; MATTOS, 2007).

A motivação para este trabalho vem do entendimento da importância de tal assunto no cotidiano das pessoas. O tempo em que o cliente passa esperando atendimento em algum tipo de fila é algo pouco ou nada produtivo. Por outro lado para o gestor do sistema, visualizar filas significa que nenhum dos seus servidores está ocioso, por isso buscar reduzir o tempo de espera do cliente na fila sem muita ociosidade para o atendente é significativo não apenas para o cliente, mas também para o fornecedor do serviço, uma vez que, uma pessoa bem atendida pode retornar ao local ou até mesmo indicar para conhecidos.

O objetivo deste trabalho é fazer um estudo que dimensione o sistema de uma agência lotérica existente na cidade de Caxias do Sul - RS, quanto a seu atendimento, avaliando do ponto de vista operacional e propondo um sistema alterado por meio de criação de cenários para melhoria dos serviços prestados.

2. Teoria das Filas

A Teoria das Filas é um dos tópicos da Pesquisa Operacional (PO) que trata de problemas de congestionamento de sistemas, ou seja, onde existem clientes solicitando serviços que são limitados por restrições próprias do sistema. Dentre as muitas aplicações da Teoria das Filas pode-se citar a programação de tráfego aéreo em aeroportos, tempo de espera em comunicações telefônicas, sincronização de semáforos, estudo e programação de linhas de montagem, estabelecimento de uma política de atendimento ao público em empresas concessionárias de serviços públicos, determinação de equipes de manutenção em grandes instalações, estudo de operações de caixas de bancos, entre outras (ANDRADE, 2015).

A abordagem matemática de fila se iniciou em 1909 por A. K. Erlang, considerado o pai da Teoria das Filas, quando o mesmo estava estudando o problema de redimensionamento de centrais telefônicas na Dinamarca (FOGLIATTI; MATTOS, 2007).

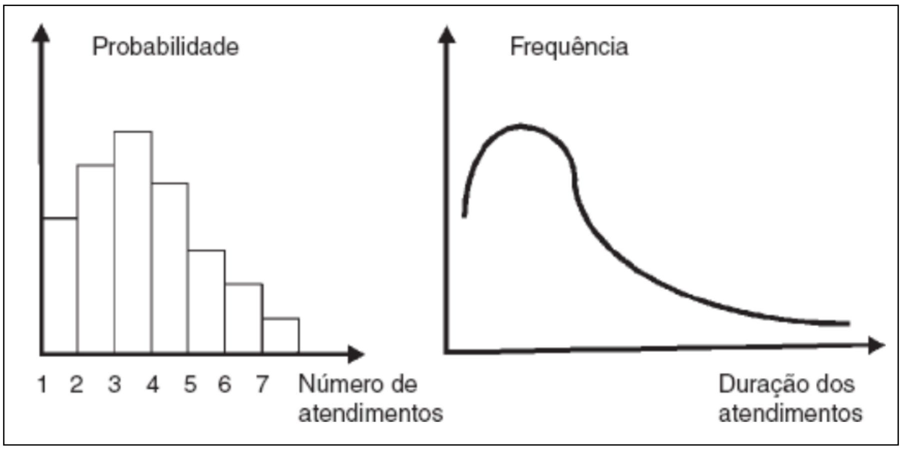
Para Taha (2008) "o objetivo da análise de filas é oferecer um serviço satisfatório a clientes à espera." A Teoria das Filas não é considerada uma técnica de otimização, mas sim um indicador de desempenho do sistema, onde o estudo das variáveis envolvidas permite visualizar os fatores que as influenciam de maneira direta ou indireta, além disso, os resultados obtidos apontarão se há necessidades de mudanças.

Por meio de análises matemáticas e propriedades mensuráveis das filas, a Teoria das Filas estuda a formação das mesmas. Em serviços cuja demanda cresce aleatoriamente, ela se utiliza de modelos para confirmar previamente o comportamento de um sistema, tornando possível dimensioná-lo de forma a satisfazer os clientes e ser viável economicamente para o provedor do serviço (GUEDES; ARAÚJO, 2013). Corso et. al (2015) afirmam que "o objetivo específico da Teoria das Filas é reduzir custos pela otimização do sistema envolvido por meio da análise dos resultados gerados por fórmulas (matemáticas) adequadas ao modelo específico de cada processo."

Os fatores que condicionam a operação de sistemas com filas são elencados por Andrade (2015):

a) Formas de atendimento: refere-se aos postos de atendimento, a forma como o sistema é operado, levando em consideração as pessoas, os equipamentos e as instalações para se realizar um bom atendimento. Primeiramente é necessário realizar um levantamento estatístico do número de clientes atendidos ao longo do tempo ou do tempo que é gasto com cada um dos atendimentos. Na Figura 1 é possível observar a distribuição de probabilidades de atendimento.

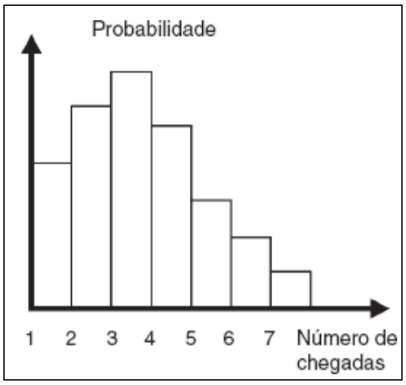
Figura 1 – Distribuição de probabilidades de atendimento



Fonte: Andrade (2015)

b) Modo de chegada: a chegada de cliente em um sistema normalmente se dá de modo aleatório, sendo assim é de suma importância saber se o processo de chegadas pode ser caracterizado como uma distribuição de probabilidades, para isto o processo de chegadas deve estar no estado estacionário. A distribuição de probabilidades pode ser visualizada na Figua 2.

Figura 2 – Distribuição de probabilidades do número de chegadas



Fonte: Andrade (2015)

c) Disciplina da fila: trata-se de uma determinação da ordem de atendimento dos clientes. Se o primeiro a chegar é o primeiro a ser atendido (FIFO), se último a chegar é o primeiro a ser atendido (LIFO) ou se é por prioridade para algumas classes.

2.1. Notação de Kendall

Taha (2008) retrata que em 1953 Kendall utilizou um modelo para descrever a notação de um sistema de filas, descrevendo por 3 letras, e mais tarde em 1968, Lee adicionou mais 3, A/B/C/D/E/F onde:

- “A” representa a distribuição dos intervalos entre as chegadas;
- “B” denota a distribuição do tempo de atendimento;
- “C” é quantidade de atendentes do sistema;
- “D” capacidade física do sistema, ou seja, número máximo de clientes que podem estar nele;
- “E” é a disciplina do atendimento;
- “F” é o tamanho da população a ser atendido.

É importante ressaltar que tanto “A” quanto “B” dependem da distribuição envolvida na aplicação que pode ser determinística, exponencial (Markoviana ou Poisson), Geral ou de Erlang.

2.2. Distribuição de Poisson

A Distribuição de Poisson de acordo com Andrade (2015) é de suma importância para fenômenos que ocorrem de maneira independente entre si e ocorrem em um certo período de tempo. Além disso, para intervalos pequenos, a probabilidade de ocorrência de determinado fenômeno é proporcional ao intervalo.

Chwif (2014) define que a Distribuição de Poisson expressa a probabilidade de uma série de eventos ocorrer num determinado período de tempo se estes eventos ocorrem independentemente de quando ocorreu o anterior. A probabilidade de que existam k ocorrências (k sendo um inteiro não negativo, k = 0, 1, 2,...) é expressa por:

$$P(x) = \frac{(\lambda)^x * e^{-\lambda}}{x!} \quad (1)$$

Onde:

$P(x)$ = probabilidade de x chegadas em t período de tempo;

λ = taxa média de chegadas por unidade de tempo t;

e = exponencial (2,7183).

3. Metodologia

A pesquisa aqui presente pode ser caracterizada como um estudo de caso, onde para sua realização foram feitas pesquisas bibliográficas sobre o assunto em livros e artigos científicos que abordassem o tema a ser verificado neste trabalho.

Em seguida definiu-se onde aplicar os conhecimentos obtidos por meio das pesquisas bibliográficas. O local escolhido trata-se de uma agência lotérica situada na cidade de Caxias do Sul – RS, o motivo da escolha foi a facilidade de formação de filas nestes tipos de ambiente.

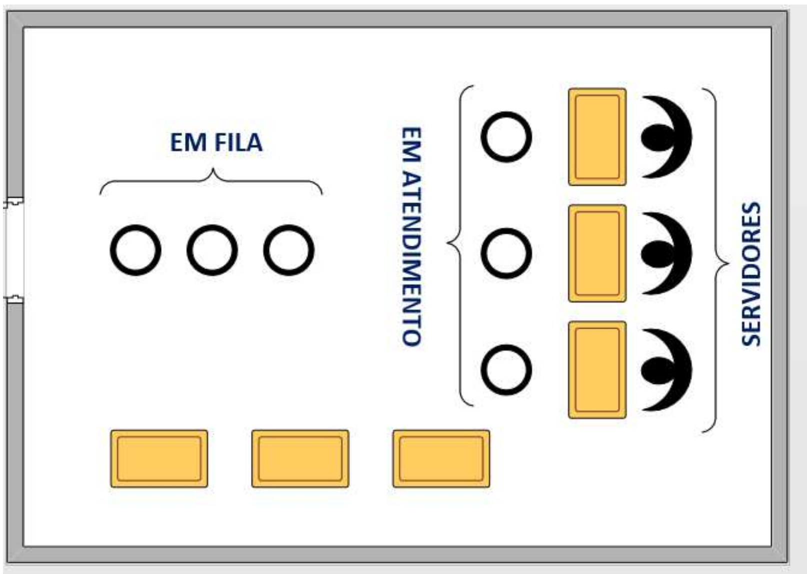
Todavia, tendo em mente a sazonalidade deste tipo de serviço que apresenta maior intensidade nos primeiros 15 dias do mês, período em que normalmente os trabalhadores recebem seus salários e a sazonalidade dos horários que os clientes frequentam as agências lotéricas, a pesquisa foi realizada em um dia do mês, durante duas horas. O horário definido para observação foi das 12h30 às 13h30 e das 17h30 às 18h30 do dia 07 de março de 2018, horário em que normalmente os trabalhadores almoçam e saem do trabalho respectivamente.

3.1. Caracterização do local escolhido

A agência lotérica estudada situa-se na cidade de Caxias do Sul – RS. De segunda à sexta, o atendimento é realizado das 8h30 às 18h30 e nos sábados das 8h30 às 15h, sem fechar ao meio-dia. Na data e no período acima referido o atendimento ocorria em três guichês. Um desses guichês atende clientes preferenciais quando necessário. No tempo em que ficaria ocioso, eram atendidos os outros clientes que estavam na fila. A casa lotérica atua como representante da Caixa Econômica Federal há oito anos, ofertando diferentes tipos de serviços. O quadro de funcionários fixo é de três pessoas que realizam atendimento nos guichês e trabalham em um regime de 44 horas semanais.

O empreendimento conta com uma fila, onde os atendimentos são realizados por ordem de chegada. Caracteriza uma fila FIFO (primeiro a entrar é o primeiro a sair). Os funcionários trabalham em paralelo, realizando serviços de pagamentos bancários, realização de jogos, entre outros (obedecendo à notação de Kendall Lee: M/M/3/∞/∞/FIFO). Na Figura 3 é possível observar o layout do sistema, onde se verifica a forma de posicionamento dos clientes e dos servidores.

Figura 3 - Layout do Sistema de atendimento da lotérica



Fonte: Elaborada pelos autores (2018)

3.2. Dados coletados

Os dados apresentados na Tabela 1 são uma síntese dos dois períodos do dia analisados e eles representam tempo médio de atendimento e à chegada dos clientes.

Tabela 1 – Total de chegadas e tempo médio de atendimento

	Das 12h30 às 13h30	**Das 17h30 às 18h30**
Tempo médio de atendimento (em minutos)	2,22	2,29
Quantidade de chegadas	66	74

Fonte: Elaborada pelos autores (2018)

Nota-se a partir dos dados da Tabela 1, que em uma hora chegaram 66 clientes, apresentando uma média de 1,1 clientes por minuto entre as 12:h30 e as 13h30. Enquanto que das 17h30 às 18h30 chegaram 74 clientes por minuto, com média de 1,23.

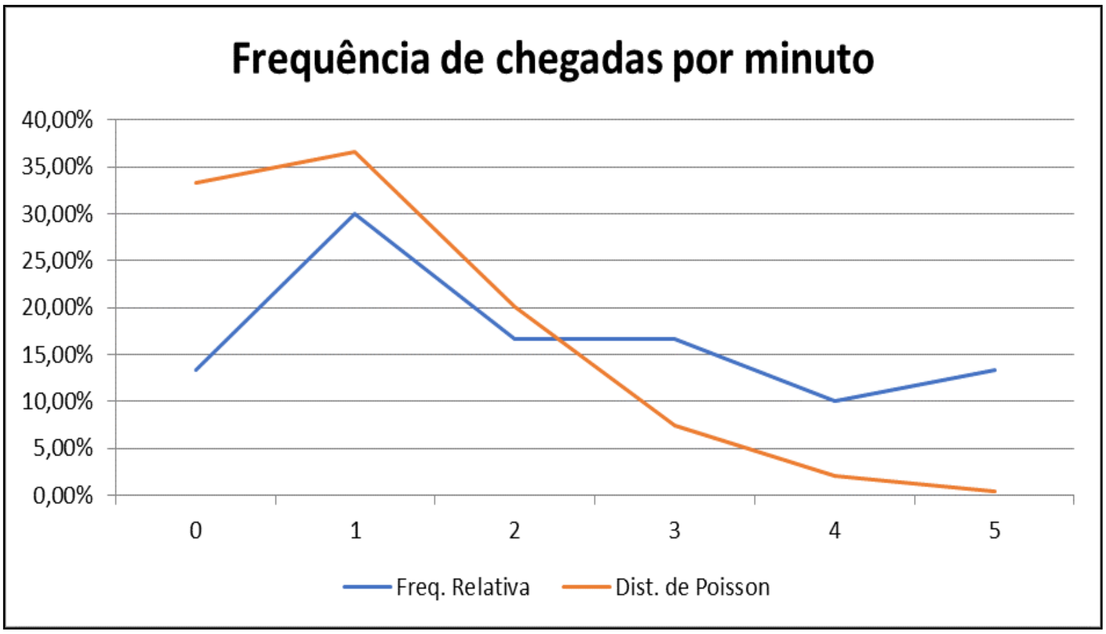
Na Tabela 2 é possível observar a frequência para o número de chegadas por minuto com valores mínimo e máximo de 0 a 5 para o intervalo das 12h30 às 13h30. No Gráfico 1 tem-se a Distribuição de Poisson para o intervalo de tempo.

Tabela 2 – Frequência e distribuição para o número de chegadas por minuto das 12h30 às 13h30

Ritmo	**Freq. Absoluta**	**Freq. Relativa**	**Dist. de Poisson**	**Dist. de Poisson Acumulada**
0	4	13,33%	0,3329	0,3329
1	9	30,00%	0,3662	0,6991
2	5	16,67%	0,2014	0,9005
3	5	16,67%	0,0739	0,9744
4	3	10,00%	0,0203	0,9947
5	4	13,33%	0,0045	0,9991

Fonte: Elaborada pelos autores (2018)

Gráfico 1 – Curvas de frequência relativa e da distribuição de Poisson para o número de chegadas por minuto das 12h30 às 13h30



Fonte: Elaborada pelos autores (2018)

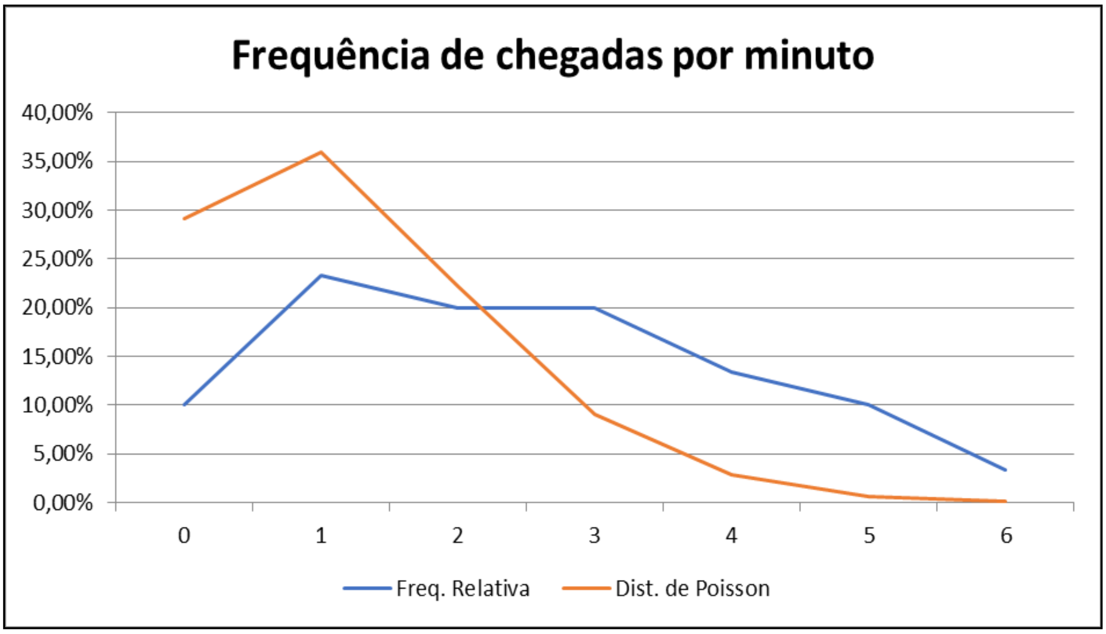
Na Tabela 3 é possível observar a frequência para o número de chegadas por minuto com valores mínimo e máximo de 0 a 6 para o intervalo das 17h30 às 18h30. No Gráfico 2 tem-se a Distribuição de Poisson para o intervalo de tempo.

Tabela 3 – Frequência e distribuição para o número de chegadas por minuto das 17h30 às 18h30

Ritmo	Freq. Absoluta	Freq. Relativa	Dist. de Poisson	Dist. de Poisson Acumulada
0	3	10,00%	0,2914	0,2914
1	7	23,33%	0,3593	0,6507
2	6	20,00%	0,2216	0,8723
3	6	20,00%	0,0911	0,9634
4	4	13,33%	0,0281	0,9915
5	3	10,00%	0,0069	0,9984
6	1	3,33%	0,0014	0,9998

Fonte: Elaborada pelos autores (2018)

Gráfico 2 – Curvas de frequência relativa e da distribuição de Poisson para o número de chegadas por minuto das 17h30 às 18h30



Fonte: Elaborada pelos autores (2018)

3.3. Indicadores de desempenho do sistema

De acordo com Hillier e Lieberman (2010) o estudo de um sistema de filas é realizado por meio de modelos matemáticos que são utilizados para obter medidas de desempenho, que são as variáveis aleatórias ou randômicas. No Quadro 1 é possível observar estás variáveis.

Quadro 1 – Variáveis randômicas fundamentais

Variáveis referentes ao sistema	
Tempo médio de permanência no sistema	TS
Número médio de clientes no sistema	NS
Variáveis referentes ao processo de chegada	
Ritmo médio de chegadas	Λ
Intervalo médio entre chegadas	IC
Variáveis referentes à fila	
Tempo médio de permanência na fila	TF
Número médio de clientes na fila	NF
Variáveis referentes ao processo de atendimento	
Tempo médio de atendimento ou de serviço	TA
Capacidade de atendimento ou quantidade de atendentes	C
Número médio de clientes em atendimento	NA
Ritmo médio de atendimento de cada atendente	M

Fonte: Adaptado de Prado (2009)

Outra medida de desempenho é a taxa de utilização dos atendentes (também conhecida como razão ou fator), que para o caso de uma fila e um atendente se utiliza a expressão:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \tag{2}$$

O ρ representa a fração média do tempo em que cada atendente está ocupado. No caso de uma fila e vários atendentes, se utiliza a expressão:

$$\rho = \frac{\lambda}{c\,\mu} \tag{3}$$

Também tem a intensidade de tráfego ou número mínimo de atendentes expressa pela fórmula:

$$\mathrm{i} = \frac{|\lambda|}{|\mu|} = \frac{|TA|}{|IC|} \tag{4}$$

Onde i representa o número mínimo de atendentes necessário para satisfazer um dado fluxo de tráfego.

No Quadro 2 tem-se as equações dos indicadores de filas referentes ao processo de chegada, atendimento e do sistema.

Quadro 2 – Equações dos indicadores de filas

Nome	**Equações**

Taxa de utilização dos atendentes	$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$
Probabilidade do sistema estar ocupado	$\rho = \frac{\lambda}{c\,\mu}$
Intensidade de tráfego	$\mathrm{i} = \frac{\lvert\lambda\rvert}{\lvert\mu\rvert} = \frac{\lvert TA\rvert}{\lvert IC\rvert}$
Intervalo entre chegadas	$\mathrm{IC} = \frac{1}{\lambda}$
Tempo do atendimento	$\mathrm{TA} = \frac{1}{\mu}$
Relações entre fila, sistema e atendimento	$NS = NF + NA$ $NA = \frac{\lambda}{\mu}$ $NS = NF + \frac{\lambda}{\mu} = NF + \frac{TA}{IC}$ $TS = TF + TA$ $NA = \rho = \frac{\lambda}{c\,\mu}$
Fórmula de Little	$NF = \lambda.TF$ $NS = \lambda.TS$

Fonte: Adaptado de Prado (2009) e Andrade (2015)

Quando se trata de um sistema com fila única e múltiplos servidores, situação está identificada na casa lotérica estudada, aplicam-se as equações dispostas no Quadro 3.

Quadro 3 – Equações para fila única e múltiplos servidores

Nome	**Equações**
Probabilidade de zero clientes no sistema	$P_0 = \frac{1}{\sum_{j=0}^{c-1} \frac{\rho^j}{j!} + \frac{\rho^c}{(c-1)!.(c-\rho)}}, para\ c.\mu > \lambda$
Probabilidade de haver n clientes no sistema	$P_n = \rho^n.\frac{1}{n!}.P_0,\ n < c$ $P_n = \rho^n.\frac{1}{C!.C^{n-C}}.P_0,\ n \geq C$
Probabilidade de todos os atendentes estarem ocupados	$P_{ocup.total = P(n \geq c) =} \frac{\rho^c}{(c-1)!.(c-\rho)}.P_0$
Número médio de clientes na fila	$NF = NS - \rho$
Tempo médio de permanência na fila	$TF = \frac{NF}{\lambda}$
Número médio de clientes no sistema	$NS = \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!\,(c-\rho)^2} P0 + \rho$
Tempo médio de permanência no sistema	$TS = \frac{NS}{\lambda}$

Fonte: Adaptado de Prado (2009) e Andrade (2015)

4. Resultados obtidos

Com a aplicação das fórmulas correspondentes e os dados referentes ao dimensionamento do sistema empregado na casa lotérica estudada pode-se chegar aos resultados apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros do sistema

Parâmetro	Das 12h30 às 13h30	Das 17h30 às 18h30	Unidade
Taxa média de chegada (λ)	1,10	1,23	pessoas/ minuto
Número médio de clientes que aguardam na fila (NF)	3,55	15,27	pessoas
Tempo médio de permanência na fila (TF)	3,23	12,38	minutos
Intervalo médio entre chegadas (IC)	0,91	0,81	minutos/ pessoa
Tempo médio de atendimento (TA)	0,74	0,76	minutos
Número médio de clientes que estão sendo atendidos (NA)	0,81	0,94	pessoas
Taxa de utilização (ρ)	81,36	94,19	% (por cento)
Tempo médio de permanência no sistema (TS)	3,97	13,14	minutos
Número médio de clientes no sistema (NS)	4,36	16,21	pessoas
Probabilidade de haver zero clientes no sistema (Po)	18,64	5,81	% (por cento)
Probabilidade de haver 4 clientes no sistema (Pn)	8,17	4,57	% (por cento)

Fonte: Elaborada pelos autores (2018)

Os dados apresentados na Tabela 4 demonstram que o sistema nos dois períodos do dia é estável, visto que a taxa média de atendimento geral é maior que a taxa de chegada. A taxa de ocupação gira em torno de 84,27% para o período do meio dia e 94,19% para o final da tarde, percentuais que justificam o congestionamento observado durante alguns períodos da pesquisa.

A Tabela 5 representa uma simulação considerando que o sistema utilizasse dois e quatro atendentes para o intervalo das 12h30 às 13h30 e a Tabela 6 traz a mesma simulação para o intervalo entre as 17h30 e as 18h30.

Tabela 5 – Parâmetros do sistema considerando dois e quatro atendentes para o período do meio dia

Parâmetro	2 atendentes	4 atendentes	Unidade
Taxa média de chegada (λ)	1,10	1,10	pessoas/ minuto
Número médio de clientes que aguardam na fila (NF)	-	0,96	Pessoas
Tempo médio de permanência na fila (TF)	-	0,87	Minutos
Intervalo médio entre chegadas (IC)	0,91	0,91	minutos/ pessoa
Tempo médio de atendimento (TA)	1,11	0,55	Minutos
Número médio de clientes que estão sendo atendidos (NA)	1,22	0,61	Pessoas
Taxa de utilização (ρ)	122,03	61,02	% (por cento)
Tempo médio de permanência no sistema (TS)	-	1,42	Minutos
Número médio de clientes no sistema (NS)	-	1,57	Pessoas

Fonte: Elaborada pelos autores (2018)

Tabela 6 – Parâmetros do sistema considerando dois e quatro atendentes para o fim de tarde

Parâmetro	2 atendentes	4 atendentes	Unidade
Taxa média de chegada (λ)	1,23	1,23	pessoas/ minuto
Número médio de clientes que aguardam na fila (NF)	-	1,70	Pessoas
Tempo médio de permanência na fila (TF)	-	1,38	Minutos
Intervalo médio entre chegadas (IC)	0,81	0,81	minutos/ pessoa
Tempo médio de atendimento (TA)	1,15	0,57	Minutos
Número médio de clientes que estão sendo atendidos (NA)	1,41	0,71	Pessoas
Taxa de utilização (ρ)	141,28	70,64	% (por cento)
Tempo médio de permanência no sistema (TS)	-	1,95	Minutos
Número médio de clientes no sistema (NS)	-	2,41	Pessoas

Fonte: Elaborada pelos autores (2018)

No cenário com dois atendentes, a taxa de ocupação seria de mais de 120% em ambos períodos do dia, o que inviabiliza a utilização da análise pela Teoria das Filas, uma vez que o tamanho da fila tenderia a aumentar indefinidamente caso as taxas de chegada e atendimento permaneçam as mesmas. Entretanto, isso acontece para o período analisado, não significando que para o restante do dia isso irá permanecer. Já no cenário com quatro atendentes, a taxa de ocupação seria de menos de 75% em ambos intervalos do dia, o que tornaria o sistema mais ágil para os clientes, porém, com custos maiores para a casa lotérica.

5. Conclusões

No estudo pode ser observado que o dimensionamento atual da Casa Lotérica é satisfatório para atender a demanda. Quando comparado com duas outras situações possíveis, com dois atendentes ou quatro atendentes pode-se observar que no primeiro caso o sistema seria inviável por exceder a ocupação, no segundo caso a taxa de ocupação menor que 75% seria mais interessante para usuários desse serviço, porém, não tão interessante para a empresa que teria um custo para aquisição de um quarto guichê fixo e veria seu serviço num índice próximo ao de ociosidade.

Apesar de o estudo demonstrar um bom dimensionamento da agência, é necessário que haja um contínuo estudo sobre Teoria das Filas, para verificações de crescimentos ou queda na demanda de acordo com os períodos dos meses.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Eduardo Leopoldino de. Introdução à pesquisa operacional: métodos e modelos para análise de decisões. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2015.

CORSO, L. L. et al. Teoria das Filas aplicadas aos atendimentos de manutenção de uma empresa do ramo metalomecânico. In: Anais ... ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO (ENEGEP), 35, 2015. Disponível em < http://www.abepro.org.br/biblioteca/TN_STP_211_254_27633.pdf >. Acesso em 21 de fevereiro de 2019.

CHWIF, Leonardo, MEDINA, Afonso. Modelagem e Simulação de eventos discretos: Teoria & aplicações. Elsevier $ta Edição, 2014.

FOGLIATTI, M. C.; MATTOS, N. M. C. Teoria de Filas: 8. Ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2007.

GUEDES D. B.; ARAÚJO, A. C. Gestão de filas: um estudo de caso em torno da qualidade dos serviços numa agência bancária da região metropolitana do recife – PE. In: Anais ... ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO (ENEGEP), 33. 2013. Disponível em: < http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2013_tn_sto_177_014_22639.pdf > . Acesso em: 22 de fevereiro de 2019.

HILLIER, F.S.;LIEBERMAN, G. J. Introdução à Pesquisa Operacional.8.ed. Porto Alegre: AMGH, 2010.

PRADO, D. S. Teoria das Filas e da Simulação.4 ed. Nova Lima: INDG, 2009.

TAHA, H. A. Pesquisa operacional: uma visão geral. Traduzido por Arlete Simille Marques: 8. Ed. São Paulo: Editora Pearson Prentice Hall, 2008.