



## **PLANEJAMENTO OPERACIONAL DAS BOMBAS EM SISTEMAS DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA ATRAVÉS DE UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE FLUXO EM REDES ASSOCIADO AO *SOFTWARE* EPANET**

Letícia Maria Miquelin (UNESP) leticia.miquelin@unesp.br  
Edilaine Martins Soler (UNESP) edilaine.soler@unesp.br

### **Resumo**

Grande parte dos gastos com energia elétrica em sistemas de abastecimento de água são por conta das bombas hidráulicas que, geralmente, são ligadas sem levar em consideração a hora do dia e, conseqüentemente, o valor da energia cobrado nesta. Desse modo é importante haver um planejamento do cronograma das bombas de modo a diminuir os gastos com energia mas sem deixar de atender a demanda. Assim, este trabalho propõe um modelo de fluxo em redes para minimizar os custos com energia elétrica em sistemas de abastecimento de água através do planejamento da operação das bombas. Testes numéricos foram realizados com uma rede da literatura. O *software* de simulação hidráulica EPANET é utilizado com uma heurística de correção de pressões negativas para garantir o atendimento das restrições hidráulicas.

**Palavras-Chaves:** (Energia elétrica, Bombas hidráulicas, Redução dos custos)

### **1. Introdução**

A água é um recurso fundamental à vida e, por isso, as empresas responsáveis pela sua distribuição estão sendo cada vez mais cobradas para oferecerem um produto de qualidade e em quantidade adequada à população. Para essas empresas, os custos associados ao funcionamento das bombas hidráulicas podem representar de 90% a 95% do valor pago pela energia elétrica (ABDELSALAM; GABBAR, 2021).

É comum as empresas de abastecimento de água realizarem o liga/desliga das bombas sem considerar a hora do dia, ligando as bombas quando os níveis dos reservatórios se encontram próximos do mínimo, deixando-as ligadas até que estes se aproximem de seus níveis máximos, desligando e mantendo-as assim até que se aproximem dos níveis mínimos novamente; prática esta que onera a folha de pagamento já que, para tais empresas, o valor cobrado pela energia varia de acordo com as horas do dia. Os períodos em que a energia é

mais cara estão inseridos no chamado horário de ponta, onde, no Brasil, é composto por 3 horas consecutivas, geralmente entre às 18h e às 21h (ANEEL, 2010); e em outros países, geralmente, varia de acordo com as estações do ano.

Trabalhos da literatura vem mostrando a eficácia do uso de modelos de otimização no planejamento da operação das bombas para redução dos custos com energia elétrica, tanto para redes fictícias, como a de VanZyl, Savic e Walters (2004), também utilizada em trabalhos posteriores (LÓPEZ-IBÁÑEZ, PRASAD e PAECHTER 2008; GEBRIM, 2014) e a Rede 3 do EPANET (GÜNGÖR-DEMIRCI, LEE e KECK, 2020; ABDELSALAM e GABBAR, 2021); quanto para redes reais, como a de parte do sistema de abastecimento da cidade Assunção, Paraguai, por Barán, Von Lücken e Sotelo (2005), e de Florianópolis em Vieira e Ramos (2020).

Desse modo, este trabalho propõe um modelo matemático de fluxo em redes para minimizar os custos com energia elétrica em sistemas de abastecimento de água através do planejamento do liga/desliga das bombas. Vale ressaltar que tal planejamento não necessita de alterações estruturais na rede. As soluções encontradas através modelo são simuladas no *software* EPANET (ROSSMAN *et al.*, 2002) que, juntamente com a Heurística de Correção de Pressões Negativas (HCPN), validam as soluções de modo a encontrar o melhor planejamento operacional das bombas, minimizando os custos sem deixar de atender a demanda e as restrições físicas do sistema.

Portanto, buscando atingir os objetivos descritos, este trabalho se encontra da seguinte forma: a Seção 2 apresenta o modelo matemático proposto e o método de solução utilizado, assim como a HCPN; na Seção 3 são apresentados os testes numéricos realizados e as discussões pertinentes a estes; as conclusões se encontram na Seção 4 e os respectivos agradecimentos na Seção 5.

## **2. Modelo matemático e método de solução**

Nesta seção são apresentados o modelo matemático proposto neste trabalho e o método de solução utilizado.

### **2.1. Modelo matemático**

Para modelar a rede do sistema de abastecimento de água utilizamos o conceito de grafo orientado de acordo com Arenales *et al.* (2006), onde os nós possuem fontes, reservatórios ou junções, e os arcos representam os tubos que conectam os nós. O conceito de grafo orientado indica que no arco  $(i,j)$  o nó  $i$  é o inicial e o nó  $j$  é o final, fazendo com que o fluxo ocorra apenas nesse sentido. Para os nós, aqueles que possuem fontes apenas enviam água para os demais, não podendo ser o nó final de um arco.

Os conjuntos, variáveis e parâmetros utilizados no modelo matemático são apresentados na Figura 1.

Figura 1 – Nomenclatura do modelo matemático

<p><b>Conjuntos:</b>  <math>N</math>: conjunto de todos os nós <math>i</math>;  <math>F \subset N</math>: conjunto dos nós <math>i</math> que são fontes;  <math>R \subset N</math>: conjunto dos nós <math>i</math> que são reservatórios;  <math>J \subset N</math>: conjunto dos nós <math>i</math> que são junções;  <math>A</math>: conjunto de todos os arcos <math>(i,j)</math>;  <math>B \subset A</math>: conjunto dos arcos <math>(i,j)</math> que contém bombas;  <math>V \subset A</math>: conjunto dos arcos <math>(i,j)</math> que contém válvulas;  <math>G \subset A</math>: conjunto dos arcos <math>(i,j)</math> que não contém bombas e nem válvulas, ou seja, operam por gravidade;  <math>P(i)</math>: conjunto dos nós predecessores do nó <math>i</math>, ou seja, <math>P(i) = \{k, \text{ tal que } (k,i) \in A, \text{ para } k \in N \text{ e } i \in J \cup R\}</math>;  <math>S(i)</math>: conjunto dos nós sucessores do nó <math>i</math>, ou seja, <math>S(i) = \{j, \text{ tal que } (i,j) \in A, \text{ para } i \in N \text{ e } j \in J \cup R\}</math>;  <math>T</math>: conjunto de todos os períodos <math>t</math> do horizonte de planejamento.</p> <p><b>Variáveis:</b>  <math>e_{it}</math>: volume de água (estoque) para o reservatório do nó <math>i</math> (em <math>m^3</math>), para <math>i \in R</math>;  <math>x_{ijt}</math>: fluxo no arco <math>(i,j) \in A</math> no período <math>t</math>;  <math>\alpha_{ijt} : \begin{cases} 1, &amp; \text{se há fluxo no arco } (i,j) \in B \text{ no período } t; \\ 0, &amp; \text{caso contrário.} \end{cases}</math>  <math>l_{ijt} : \begin{cases} 1, &amp; \text{se a bomba do arco } (i,j) \text{ é acionada no período } t; \\ 0, &amp; \text{caso contrário;} \end{cases}</math></p>	<p><b>Parâmetros:</b>  <math>c_{ijt}</math>: custo de manter ligada a bomba do arco <math>(i,j)</math> durante todo o período <math>t</math>;  <math>d_{it}</math>: demanda do nó <math>i</math> no período <math>t</math> (em <math>m^3</math>), para <math>i \in J</math>;  <math>v_{ijt}</math>: vazão no arco <math>(i,j)</math> no período <math>t</math> (em <math>m^3</math>);  <math>\theta_{ijt}</math>: perda de água no arco <math>(i,j)</math> no período <math>t</math> (em %);  <math>h_i^{max}</math>: volume máximo permitido para o reservatório do nó <math>i</math> (em <math>m^3</math>), para <math>i \in R</math>;  <math>h_i^{min}</math>: volume mínimo permitido para o reservatório do nó <math>i</math> (em <math>m^3</math>), para <math>i \in R</math>;  <math>h_i^0</math>: volume inicial do reservatório do nó <math>i</math> (em <math>m^3</math>), para <math>i \in R</math>;  <math>x_{ij}^0</math>: estado inicial do arco <math>(i,j) \in A</math>;  <math>\Delta</math>: diferença permitida entre o volume inicial e ao final do horizonte de planejamento para o reservatório do nó <math>i</math> (em <math>m^3</math>), para <math>i \in R</math> (em %);  <math>max_{ijt}</math>: número máximo de acionamentos para a bomba do arco <math>(i,j)</math>.</p>
---	---

Fonte: Autoria própria

Assim, o modelo matemático é dado por:

$$\min \sum_{t \in T} \sum_{(i,j) \in B} (c_{ijt} * x_{ijt}) \tag{1}$$

Sujeito a:

$$e_{it} = e_{i,t-1} + \sum_{k \in P(i)} (1 - \theta_{kit}) * [v_{kit} * x_{kit}] - \sum_{j \in S(i)} (1 - \theta_{ijt}) * [v_{ijt} * x_{ijt}], \quad i \in R, t \in T; \tag{2}$$

$$d_{it} = \sum_{k \in P(i)} (1 - \theta_{kit}) * [v_{kit} * x_{kit}] - \sum_{j \in S(i)} (1 - \theta_{ijt}) * [v_{ijt} * x_{ijt}], \quad i \in J, t \in T; \quad (3)$$

$$0 \leq x_{ijt} \leq 1, \quad (i,j) \in A, t \in T; \quad (4)$$

$$x_{ijt} \leq \alpha_{ijt}, \quad (i,j) \in B, t \in T; \quad (5)$$

$$l_{ijt} \geq \alpha_{ijt} - x_{ij,t-1}, \quad (i,j) \in B, t \in T; \quad (6)$$

$$\sum_{t \in T} l_{ijt} \leq \max_{ij}, \quad (i,j) \in B; \quad (7)$$

$$h_i^{\min} \leq e_{it} \leq h_i^{\max}, \quad i \in R, t \in T; \quad (8)$$

$$(1 - \Delta) * e_{i0} \leq e_{iT} \leq (1 + \Delta) * e_{i0}, \quad i \in R; \quad (9)$$

$$x_{ij0} = x_{ij}^0, \quad (i,j) \in A; \quad (10)$$

$$e_{i0} = h_i^0, \quad i \in R; \quad (11)$$

$$\alpha_{ijt} \in \{0, 1\}, l_{ijt} \in \{0, 1\}, \quad (i,j) \in A, t \in T \quad (12)$$

A função objetivo (1) representa os custos com energia elétrica advindos do funcionamento das bombas hidráulicas do sistema de abastecimento de água. As restrições (2) dizem respeito ao balanceamento de água para cada nó que possui reservatório, e as restrições (3) garantem que a demanda de cada nó de junção seja atendida.

As restrições (4) indicam que pode haver fluxo no arco  $(i,j)$  durante uma fração do período. As restrições (5) garantem que se  $x_{ijt} > 0$  então  $\alpha_{ijt} = 1$ .

As restrições (6) indicam quando a bomba do arco  $(i,j)$  é acionada. Baseadas em Chen *et al.* (2021), as restrições (7) limitam o número máximo de acionamentos de cada bomba durante o horizonte de planejamento, com o objetivo reduzir o desgaste destas.

Os volumes mínimos e máximos de água permitidos em cada nó que possui reservatório são definidos pelas restrições (8). As restrições (9), baseadas em Bagirov *et al.* (2013), garantem que os volumes dos reservatórios fiquem próximos no início e ao final do horizonte de planejamento ( $e_{iT}$ ), com o objetivo de facilitar o planejamento da operação de um futuro horizonte.

Os fluxos dos arcos são ajustados no início do horizonte de planejamento pelas restrições (10). As restrições (11) definem o volume inicial dos reservatórios. Por fim, as restrições (12) definem as variáveis como binárias.

## 2.2. Método de solução

Propõe-se resolver o modelo matemático (1) - (12) pelo *solver* CPLEX (IBM, 1987). A solução do modelo resulta no planejamento otimizado do liga/desliga das bombas. Para também garantir o atendimento de todas as características físicas e restrições hidráulicas, o modelo matemático foi utilizado juntamente com o *software* EPANET (ROSSMAN *et al.*, 2002), um simulador do comportamento hidráulico de sistemas de abastecimento de água.

O cronograma ideal das bombas encontrado pelo modelo matemático (1) - (12) é inserido e simulado no EPANET que, durante a simulação hidráulica, pode gerar mensagens de advertência, indicando a ocorrência de nós com pressões negativas. Para solucionar tal problema foi elaborada a HCPN, baseada em Vieira e Ramos (2020) e cujo algoritmo é descrito na Figura 2. Em suma, a HCPN liga a bomba mais próxima responsável por abastecer o nó com pressão negativa no intervalo de tempo anterior ao que a simulação hidráulica acusou a advertência, desligando-a no início do período de pressão irregular; sem violar o número máximo de acionamentos permitidos no modelo e nem o volume máximo permitido para o tanque mais próximo ao nó em questão. Ao final, a HCPN resulta em uma simulação bem sucedida no EPANET ou indica retornar ao modelo matemático (1) - (12) e aumentar em um o número máximo de acionamentos permitidos para as bombas, reiniciando o processo.

Figura 2 – Heurística de Correção de Pressões Negativas no EPANET (HCPN)

---

Algoritmo: Heurística de Correção de Pressões Negativas

---

Entrada: solução com pressões negativas

Saída: solução com pressões regulares ou indicação de aumentar o número máximo de acionamentos das bombas no modelo matemático

1 REPETE

2 SE a bomba mais próxima que envia água para o nó  $i$ , com pressão negativa no período  $t$ , estava ligada até o período  $t - 1$  e o reservatório mais próximo do nó  $i$  não atingiu seu volume máximo no período  $t - 1$

3 Manter a bomba ligada até o período  $t$

4 SE a bomba mais próxima que envia água para o nó  $i$ , com pressão negativa no período  $t$ , estava ligada até o período  $t - 1,25$  e o reservatório mais próximo do nó  $i$  não atingiu seu volume máximo no período  $t - 1,25$

5 Manter a bomba ligada até o período  $t$

6 SE a bomba mais próxima que envia água para o nó  $i$ , com pressão negativa no período  $t$ , não atingiu seu número máximo de acionamentos e o reservatório mais próximo do nó  $i$  não atingiu seu volume máximo no período  $t - 1$

7 Acionar a bomba no período  $t - 1$  e mantê-la ligada até o período  $t$

8 Simular no EPANET

9 ATÉ atingir o número máximo de acionamentos permitidos para todas as bombas ou obter solução com pressões regulares

10 SE o número máximo de acionamentos de todas as bombas foi alcançado

11 Voltar ao modelo matemático e adotar  $max_{ij} = max_{ij} + 1$

12 SENÃO

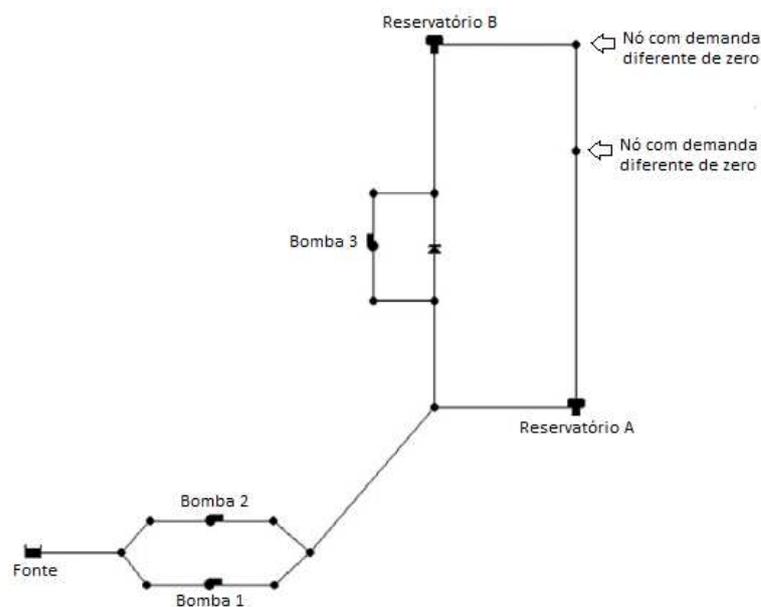
13 Retorna "Solução com pressões regulares"

---

### 3. Resultados e discussões

O modelo matemático descrito em (1) - (12) foi implementado no *software* Gams e resolvido através do pacote de otimização CPLEX versão 12.6. Utilizou-se o *software* EPANET versão 2.0. Os testes foram realizados com a rede de VanZyl, Savic e Walters (2004) (Figura 3), uma rede de abastecimento fictícia amplamente utilizada na literatura. Essa rede é composta por 16 nós, sendo uma fonte, 2 reservatórios e 13 junções; e 18 trechos, cujos 3 possuem bomba e 15 operam por gravidade. Os testes foram realizados para um horizonte de planejamento de 24 horas divididos em 24 períodos de 1 hora cada, onde os períodos de ponta se encontram entre às 8h e às 24h, pois a rede utilizada foi elaborada utilizando moldes internacionais de cobrança tarifária.

Figura 3 – Mini rede



Fonte: VanZyl, Savic e Walters (2004)

Os testes foram realizados utilizando 3 e 4 como número máximo de acionamentos permitidos para cada bomba ( $max_{ij}$ ). Experimentos numéricos para outros valores de  $max_{ij}$  também foram realizados. Para  $max_{ij} = 2$  o *solver* CPLEX gera o cronograma das bombas, porém a HCPN retorna a mensagem para aumentar o número máximo de acionamentos das bombas; e a partir de  $max_{ij} = 5$  o *solver* CPLEX retorna o mesmo cronograma para as bombas de quando utilizado  $max_{ij} = 4$ .

A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos para o custo diário com energia elétrica para a rede de VanZyl, Savic e Walters (2004) utilizando os cronogramas das bombas resultantes do modelo matemático (1) - (12) e da HCPN, para o número máximo de acionamentos permitidos de 3 e 4, assim como a redução percentual dos custos destes quando comparados ao resultado da rede com seu cronograma padrão para as bombas. Nesta fica evidente a importância econômica do planejamento do liga/desliga das bombas nos sistemas de abastecimento de água, com reduções significativas nos custos com energia elétrica quando usado o cronograma otimizado das bombas. Ressaltamos que tal redução é decorrente apenas do planejamento operacional das bombas, sem haver a necessidade de mudanças estruturais na rede de abastecimento.

Tabela 1 – Custo diário com energia

Cronograma padrão	Cronograma resultante do modelo (1)-(12) e HCPN	Cronograma resultante do modelo (1)-(12) e HCPN	
		<i>maxij = 3</i>	<i>maxij = 4</i>
Custo (\$)	380	291,62	260,48
Redução em relação ao cronograma padrão (%)	-	23,26	31,45

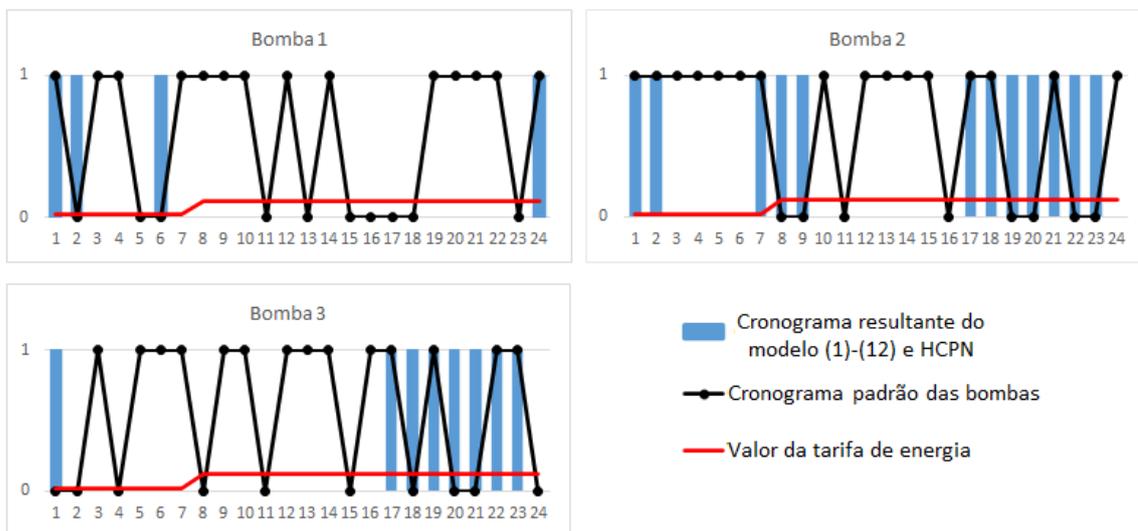
Fonte: Autoria própria

Também podemos observar na Tabela 1 que a solução que utiliza o número máximo de acionamentos permitidos como sendo 4 retorna um custo menor do que a solução que utiliza este como sendo 3. Isto ocorre, pois, o fato de poder ligar mais vezes a bomba durante o dia possibilita um maior número de acionamentos nos períodos fora de ponta. Com isso, a maior permanência das bombas ligadas nos períodos fora de ponta pode acarretar um volume maior de água estocada nos reservatórios, sendo possível atender a demanda parcial ou total durante os períodos de ponta, diminuindo o funcionamento das bombas nestes, onde a energia elétrica é mais cara.

As Figura 4 e Figura 5 apresentam os períodos em que as bombas 1, 2 e 3 estão ligadas quando estabelecido o número máximo de acionamentos permitidos (*maxij*) como sendo 3 e 4, respectivamente, onde 1 indica que a bomba está ligada durante o período e 0 desligada. É importante observar que, no EPANET, o *status* da bomba é ligado ou desligado durante um período, não sendo possível uma bomba permanecer ligada/desligada durante uma fração

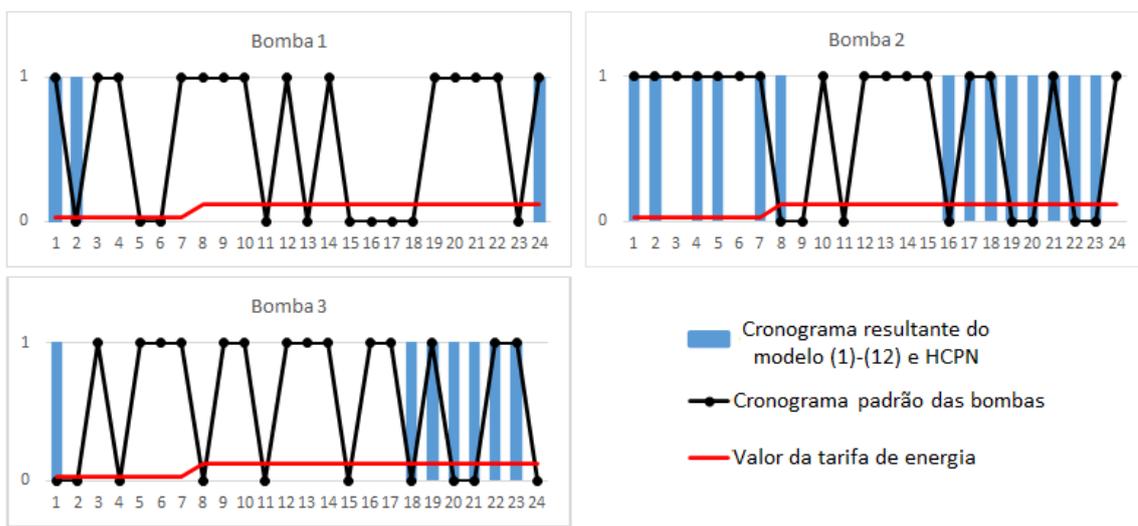
deste. Além disso, ambas as figuras apresentam o cronograma padrão das bombas para a rede e a variação do valor da tarifa de energia elétrica durante o horizonte de planejamento.

Figura 4 – Funcionamento das bombas em cada período com  $max_{ij} = 3$



Fonte: Autoria própria

Figura 5 – Funcionamento das bombas a cada período com  $max_{ij} = 4$



Fonte: Autoria própria

Nas Figura 4 e Figura 5 podemos observar que as soluções obtidas mantêm as bombas ligadas uma quantidade menor de períodos em que a energia é mais cara do que as soluções não otimizadas, reduzindo os custos operacionais do sistema. Além disso, observa-se que o

número de acionamentos da solução otimizada é menor do que na solução padrão, reduzindo, não apenas os custos, mas também o desgaste das bombas.

Nota-se que as bombas 1 e 2 costumam não permanecerem ligadas nos mesmos períodos nas soluções resultantes do modelo matemático (1) - (12) e da HCPN, pois ambas as bombas são responsáveis por enviar água da fonte para os reservatórios e, assim, atender os nós que possuem demanda. Desse modo, reduz-se os custos operacionais dessas sem haver risco de desabastecimento da demanda.

#### **4. Considerações finais**

Neste trabalho foi apresentado um modelo matemático de fluxo em redes para minimizar os custos com energia elétrica em sistemas de abastecimento de água através do planejamento da operação das bombas hidráulicas, sem necessidade de alterações físicas da rede. Também é descrita a HCPN, uma heurística para a correção de pressões negativas que podem ocorrer durante a simulação dos resultados do modelo no *software* EPANET. Tal metodologia se mostrou eficiente para os testes efetuados, reduzindo os custos com energia em comparação com os resultados originais para a rede em questão.

Trabalhos futuros serão formulados no sentido de aperfeiçoamento do modelo matemático e com a realização de testes numéricos com outras redes de abastecimento presentes na literatura.

#### **5. Agradecimentos**

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, do CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (Processo no: 314711/2020-1) e da FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Processo no: 2013/07375-0).

#### **REFERÊNCIAS**

ABDELSALAM, Abdelazeem A.; GABBAR, Hossam A. Energy saving and management of water pumping networks. *Heliyon*, v. 7, n. 8, p. e07820, 2021.

ANEEL. *Resolução Normativa n. 414*. [S.l.], 2010. Disponível em:

<<http://www2.aneel.gov.br/cedoc/bren2010414.pdf>>. Acesso em: 16 set. 2019.

ARENALES, Marcos *et al.* **Pesquisa operacional**. Elsevier Brasil, 2006.

BAGIROV, Adil M. *et al.* An algorithm for minimization of pumping costs in water distribution systems using a novel approach to pump scheduling. **Mathematical and Computer Modelling**, v. 57, n. 3-4, p. 873-886, 2013.

BARÁN, Benjamín; VON LÜCKEN, Chistian; and SOTELO, Aldo. Multi-objective pump scheduling optimisation using evolutionary strategies. **Advances in Engineering Software**, v. 36, n. 1, p. 39-47, 2005.

CHEN, Wanpeng *et al.* Genetic optimization toward operation of water intake-supply pump stations system. **Journal of Cleaner Production**. v. 279, p. 123573, 2021.

GEBRIM, Diogo Valadão de Brito. **Otimização operacional de sistemas de abastecimento de água com objetivo de redução de custo de energia elétrica**. Brasília: UNB, 2014 p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Tecnologia Ambiental e Recursos Hídricos, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2014.

GÜNGÖR-DEMIRCI, Gamze; LEE, Juneseok; and KECK, Jonathan. Optimizing pump operations in water distribution systems: energy cost, greenhouse gas emissions and water quality. **Water and Environment Journal**, Wiley Online Library, v. 34, p. 841–848, 2020.

IBM, **CPLEX User’s Manual**. 1987. Disponível em:

<[https://www.ibm.com/docs/en/SSSA5P\\_12.7.1/ilog.odms.studio.help/pdf/usrcplex.pdf](https://www.ibm.com/docs/en/SSSA5P_12.7.1/ilog.odms.studio.help/pdf/usrcplex.pdf)>

Acesso em: 09 fev. 2022.

LÓPEZ-IBÁÑEZ, Manuel; PRASAD, T. Devi; and PAECHTER, Ben. Ant colony optimization for optimal control of pumps in water distribution networks. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 134, n. 4, p. 337-346, 2008.

ROSSMAN, Lewis A. *et al.* Manual del Usuario EPANET 2.0. **US Environmental Protection Agency EPA. USA. 214p**, 2002.

VAN ZYL, Jakobus E.; SAVIC, Dragan A.; and WALTERS, Godfrey A. Operational optimization of water distribution systems using a hybrid genetic algorithm. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 130, n. 2, p. 160-170, 2004.

VIEIRA, Filipe and RAMOS, Helena M. Optimization of operational planning for wind/hydro hybrid water supply systems. **Renewable Energy**, v. 34, n. 3, p. 928-936, 2009