



Universidade Federal de Campina Grande - UFCG
Centro de Engenharia e Informática - CEEI
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**SIMULAÇÃO DE MODELOS DE NÚCLEOS MAGNÉTICOS PARA
ESTUDOS DE CORRENTES DE *INRUSH* E FERRORESSONÂNCIA**

Área de concentração: Processamento de Energia

Luydi Dandgelo Correia de Medeiros

Orientadores: Francisco das Chagas Fernandes Guerra, D.Sc.
Wellington Santos Mota, Ph.D.

Campina Grande – PB
Dezembro 2009

Universidade Federal de Campina Grande - UFCG
Centro de Engenharia e Informática - CEEI
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**SIMULAÇÃO DE MODELOS DE NÚCLEOS MAGNÉTICOS PARA
ESTUDOS DE CORRENTES DE *INRUSH* E FERRORESSONÂNCIA**

Dissertação apresentada à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, em cumprimento às exigências para obtenção do Grau de Mestre em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Processamento de Energia

Luydi Dandgelo Correia de Medeiros

Orientadores: Francisco das Chagas Fernandes Guerra, D.Sc.
Wellington Santos Mota, Ph.D.

Campina Grande – PB
Novembro 2009

UFCG - BIBLIOTECA - CAMPUS I	
801	24.05.010

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

M488s

2009 Medeiros, Luydi Dandgelo Correia de.

Simulação de modelos de núcleos magnéticos para estudos de correntes de Inrush e ferroressonância / Luydi Dandgelo Correia de Medeiros. — Campina Grande, 2009.

96 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática.

Referências.

Orientadores: Prof. Sc. Francisco das Chagas Fernandes Guerra, Prof. Dr. Wellington Santos Mota.

1. Processamento de Energia. 2. Correntes de Inrush. 3. Ferroressonância. I. Título.

CDU – 621.311(043)

**SIMULAÇÃO DE MODELOS DE NÚCLEOS MAGNÉTICOS PARA ESTUDOS DE
CORRENTES DE INRUSH E FERRORESSONÂNCIA**

LUYDI DANDGELO CORREIA DE MEDEIROS

Dissertação Aprovada em 10.12.2009



FRANCISCO DAS CHAGAS FERNANDES GUERRA, D.Sc., UFCG
Orientador



WELLINGTON SANTOS MOTA, Ph.D., UFCG
Orientador



BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.Sc., UFCG

Componente da Banca



BENEDITO ANTONIO LUCIANO, D.Sc., UFCG
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB
DEZEMBRO - 2009

Dedicatória

Dedico este trabalho primeiramente a Deus que me guiou durante essa caminhada, a minha família, minha esposa Dora, meus filhos Luan e Lyriel, meus pais Fátima e Wilson, minhas irmãs Sayonara e Fayrusse, minha avó em especial Ana Correia, meus cunhados e cunhadas, a todos meus amigos da graduação e da pós-graduação, em fim, a todos que acreditaram em mim.

Agradecimentos

A minha esposa Dorinha e meus filhos Luan e Lyriel pelo amor, compreensão e, acima de tudo, paciência durante essa caminhada.

Agradeço a meus pais, Maria de Fátima e Wilson, por terem dado apoio e estímulo para a realização deste trabalho.

Ao professor, orientador e amigo, Francisco das Chagas Fernandes Guerra, pela valiosa orientação, direcionamento acadêmico e, acima de tudo, estímulo para desenvolvimento desse trabalho.

Ao professor e orientador Wellington Santos Mota, pela orientação e apoio.

Ao professor Benedito Antonio Luciano, pela relevante contribuição na minha formação.

Aos professores e funcionários da Universidade Federal de Campina Grande com os quais estive em contato no transcurso de meu programa de trabalho.

Aos amigos Selma, Rodrigo, Ângelo, Leandro e Fagner, pelo apoio recebido.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPQ, através do Projeto No. 470175/2008-7 e à Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado da Paraíba – FAPESQ, através do Projeto No. 216/08 – PPP, pelo suporte financeiro concedido.

Resumo

Realiza-se um estudo de transitórios eletromagnéticos de baixas frequências (correntes de *inrush* e ferroressonância) que ocorrem em transformadores de potência. Tal estudo consiste no desenvolvimento de modelos não lineares de circuitos e rotinas computacionais que calculam de modo preciso as alterações nas tensões, correntes e fluxos magnéticos, possibilitando a avaliação de possíveis riscos de danos a equipamentos e deterioração na qualidade de energia elétrica. Tais modelos incorporam a saturação, histerese e perdas dinâmicas, sendo estabelecidas comparações entre eles.

Abstract

A study of low frequency electromagnetic transients (inrush currents and ferroresonance) that occur in power transformers is accomplished. The study consists in the development of nonlinear models of circuits and computational routines that calculate the changes in the voltages, currents and magnetic fluxes, making possible the evaluation of possible risks of damages to equipments and deterioration in the electric power quality. Such models incorporate the saturation, hysteresis and dynamic losses. Comparisons between them are established.

Sumário

Capítulo 1. Introdução	1
1.1 Justificativa e Relevância do Trabalho	1
1.2 Objetivos do Trabalho	2
1.3 Metodologia.....	2
1.4 Revisão Bibliográfica	2
1.4.1 Correntes de <i>Inrush</i>	2
1.4.2 Ferroressonância.....	4
Capítulo 2. Materiais Magnéticos	6
2.1 Origem das Propriedades Magnéticas	6
2.2 Definições de Grandezas Magnéticas.....	7
2.3 Materiais Ferromagnéticos	9
2.3.1 Domínios Magnéticos	9
2.3.2 O Processo de Magnetização.....	10
2.4 Perdas Magnéticas	12
2.4.1 Perdas por Histerese	12
2.4.2 Perdas Dinâmicas	13
2.4.3 Perdas Magnéticas Totais.....	15
2.4.4 Perdas Dinâmicas e Laço de Histerese.....	15
Capítulo 3. Modelos de Núcleos Magnéticos.....	17
3.1 Representação da Histerese	17
3.1.1 Regras de Magdelung.....	17
3.1.2 Modelo de Talukdar-Bailey – Formulação Original	18
3.1.3 Modelo de Talukdar-Bailey – Formulação Modificada 1	20
3.1.4 Modelo de Talukdar-Bailey – Formulação Modificada 2	21
3.1.5 Modelo de Jiles-Atherton – Formulação Original.....	23
3.1.6 Modelo de Jiles-Atherton – Formulação Modificada	25
3.1.7 Modelo de Preisach - Formulação Original	26
3.1.8 Modelo de Preisach - Formulação Modificada	28
3.2 Representação das Perdas Dinâmicas.....	28
3.2.1 Método 1	28
3.2.2 Método 2	29
Capítulo 4. Correntes de <i>Inrush</i>.....	30
4.1 Energização de um Transformador Monofásico	30
4.1.1 Comportamento em Regime Não-Saturado	30
4.1.2 Comportamento em Regime Saturado	32
4.1.3 Perdas Dinâmicas e Correntes de <i>Inrush</i>	33
4.1.4 Outros Tipos de <i>Inrush</i>	34
4.2 Considerações Adicionais.....	35
4.3 Correntes de <i>Inrush</i> em Transformadores Monofásicos	36
4.3.1 Formulação pelo Modelo de Talukdar-Bailey	36
4.3.2 Formulação pelo Modelo de Jiles-Atherton	36
4.3.3 Formulação pelo Modelo de Preisach	37
4.4 Descrição do Caso Estudado	38
4.5 Apresentação de Resultados	40
4.5.1 Comparação de Modelos.....	40
4.5.2 Comentários	40

Capítulo 5. Ferroressonância	63
5.1 Análise Simplificada do Fenômeno.....	63
5.2 Casos Notáveis de Ferroressonância	65
5.2.1 Ferroressonância em Transformadores de Potência.....	65
5.2.2 Ferroressonância em Transformadores de Potencial.....	66
5.3 Análise da Ferroressonância.....	67
5.4 Consideração da Histerese	71
5.4.1 Formulação pelo Modelo de Talukdar-Bailey	71
5.4.2 Formulação pelo Modelo de Jiles-Atherton	72
5.4.3 Formulação pelo Modelo de Preisach	73
5.5 Apresentação de Resultados	74
5.5.1 Comparação de Modelos	74
5.5.2 Simulações sem o Efeito de Histerese.....	74
5.5.3 Simulações sem as Perdas Dinâmicas	75
5.5.4 Comentários	75
Capítulo 6. Conclusões e Trabalho Futuros.....	90
6.1 Conclusões.....	90
6.2 Trabalhos Futuros	91
Referências Bibliográficas.....	92

Lista de Figuras

Fig. 2.1. Momento de um dipolo magnético gerado por um laço de corrente (Guerra, 2007).....	6
Fig. 2.2. (a) Momento magnético orbital; (b) momento magnético de spin (Guerra, 2007)	7
Fig. 2.3. Ilustração da lei circuital de Ampère.....	8
Fig. 2.4. Tipos de materiais, (a) diamagnéticos, (b) paramagnéticos e (c) ferromagnéticos.....	9
Fig. 2.5. Grãos e domínios em um material ferromagnético (Kasap,2002)	10
Fig. 2.6. Variação de M versus H em material inicialmente desmagnetizado (Kasap,2002).....	10
Fig. 2.7. Laços de histerese de um material ferromagnético; (a) M versus H (b) B versus H	12
Fig. 2.8. Variação das perdas histeréticas, parasíticas clássicas, anômalas e totais.....	15
Fig. 2.9. Alargamento do laço $B - H$ causado pelas correntes parasitas (Guerra, 2007).....	16
Fig. 3.1. Trajetórias no plano $B - H$ em condições de excitação assimétrica (Guerra, 2007)	18
Fig. 3.2. Famílias de trajetórias ascendentes e descendentes.....	19
Fig. 3.3. Trajetória assimétrica decrescente e laço maior.....	19
Fig. 3.4. Trajetórias assimétricas e laço maior de histerese (Guerra, 2007).....	21
Fig. 3.5. Curva de magnetização inicial e curva anisterética	23
Fig. 3.6. Característica de dipolo elementar proposta por Preisach	27
Fig. 3.7. Diagrama de blocos do modelo de Preisach.....	27
Fig. 3.8. Representação das perdas dinâmicas através de resistor não-linear (Swift, 1971)	29
Fig. 4.1. Circuito não-linear p/ representação de um transformador com secundário em vazio.....	31
Fig. 4.2. Fluxo de enlace em função do tempo logo após a energização do transformador.....	32
Fig. 4.3. Fluxo de enlace e corrente de inrush durante a energização de um transformador.....	33
Fig. 4.4. Inrush no transformador após desligamento de alimentador com defeito.....	34
Fig. 4.5. Inrush no transformador após desligamento de alimentador com defeito.....	34
Fig. 4.6. (a) Sistema usado no estudo do <i>sympathetic inrush</i> (Bronzeado e Yacamini, 1995).....	35
Fig. 4.6. (b) envoltórias das correntes i_{20} (com apenas T2 ligado), i_1 e i_2	35
Fig. 4.7. Circuito considerado para o cálculo da corrente de <i>inrush</i>	36
Fig. 4.8. Laço maior de histerese do transformador.....	38
Fig. 4.9. Curva de magnetização inicial do transformador.....	39
Fig. 4.10. Correntes de excitação - $\theta = 90^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	41
Fig. 4.11. Correntes de excitação - $\theta = 90^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	41
Fig. 4.12. Correntes de magnetização - $\theta = 90^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio)	42
Fig. 4.13. Correntes de magnetização - $\theta = 90^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach(cheio).....	42
Fig. 4.14. Fluxos de enlace - $\theta = 90^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	43
Fig. 4.15. Fluxos de enlace - $\theta = 90^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio)	43
Fig. 4.16. Trajetórias de histerese - $\theta = 90^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio)	44
Fig. 4.17. Trajetórias de histerese - $\theta = 90^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	44
Fig. 4.18. Laços dinâmicos (60 Hz)- $\theta = 90^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	45
Fig. 4.19. Laços dinâmicos (60 Hz)- $\theta = 90^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	45
Fig. 4.20. Correntes de excitação - $\theta = 70^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	46
Fig. 4.21. Correntes de excitação - $\theta = 70^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	46
Fig. 4.22. Correntes de magnetização - $\theta = 70^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	47
Fig. 4.23. Correntes de magnetização - $\theta = 45^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach(cheio).....	47
Fig. 4.24. Fluxos de enlace - $\theta = 70^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	48
Fig. 4.25. Fluxos de enlace - $\theta = 70^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	48
Fig. 4.26. Trajetórias de histerese - $\theta = 70^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio)	49
Fig. 4.27. Trajetórias de histerese - $\theta = 70^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	49
Fig. 4.28. Laços dinâmicos (60 Hz)- $\theta = 70^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio)	50
Fig. 4.29. Laços dinâmicos (60 Hz)- $\theta = 70^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	50
Fig. 4.30. Correntes de excitação - $\theta = 0^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	51
Fig. 4.31. Correntes de excitação - $\theta = 0^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	51

Fig. 4.32. Correntes de magnetização - $\theta = 0^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio)	52
Fig. 4.33. Correntes de magnetização - $\theta = 0^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	52
Fig. 4.34. Fluxos de enlace - $\theta = 0^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	53
Fig. 4.35. Fluxos de enlace - $\theta = 0^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	53
Fig. 4.36. Trajetórias de histerese - $\theta = 0^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio)	54
Fig. 4.37. Trajetórias de histerese - $\theta = 0^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	54
Fig. 4.38. Laços dinâmicos (60 Hz)- $\theta = 0^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio)	55
Fig. 4.39. Laços dinâmicos (60 Hz)- $\theta = 0^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	55
Fig. 4.40. Fluxos de enlace, caso 1- Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	56
Fig. 4.41. Correntes de excitação, caso 1 - Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	56
Fig. 4.42. Fluxos de enlace, caso 1- Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	57
Fig. 4.43. Correntes de excitação, caso 1- Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio)	57
Fig. 4.44. Fluxos de enlace, caso 2- Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	58
Fig. 4.45. Correntes de excitação, caso 2- Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	58
Fig. 4.46. Fluxos de enlace, caso 2- Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	59
Fig. 4.47. Correntes de excitação, caso 2- Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio)	59
Fig. 4.48. Fluxos de enlace, caso 3- Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	60
Fig. 4.49. Correntes de excitação, caso 3- Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	60
Fig. 4.50. Fluxos de enlace, caso 3- Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	61
Fig. 4.51. Correntes de excitação, caso 3- Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	61
Fig. 4.52. Queda transitória de tensão nos terminais do t transformador durante energização	62
Fig. 5.1. Circuito RLC não-linear com indutor saturável.....	63
Fig. 5.2. Diagrama fasorial do circuito da Fig. 5.1.....	64
Fig. 5.3. Condição de funcionamento estável de um circuito RLC em série não-linear.	64
Fig. 5.4. Comportamento de um circuito LC série não-linear com aumento de U	65
Fig. 5.5. Comportamento de um circuito LC não-linear com redução de C ou de ω	65
Fig. 5.6. Situação de ferro-ressonância envolvendo transformador de potência.....	66
Fig. 5.7. Ferroressonância causada por capacitância entre duas linhas e indutância de TPI.....	66
Fig. 5.8. Ferroressonância causada por abertura de disjuntor próximo a um TPI.....	66
Fig. 5.9. Circuito equivalente do TPI para análise da ferroressonância.	67
Fig. 5.10. Exemplo de ferroressonância fundamental – Tensão no primário do TPI.....	68
Fig. 5.11. Exemplo de ferroressonância fundamental – Plano de fase u_L versus λ	69
Fig. 5.12. Exemplo de ferroressonância sub-harmônica – Tensão no primário do TPI.	69
Fig. 5.13. Exemplo de ferroressonância sub-harmônica – Plano de fase u_L versus λ	70
Fig. 5.14. Exemplo de ferroressonância caótica – Tensão no primário do TPI	70
Fig. 5.15. Exemplo de ferroressonância caótica – Plano de fase u_L versus λ	71
Fig. 5.16. Circuito equivalente do transformador em vazio para análise da ferroressonância.	71
Fig. 5.17. Circuito equivalente do transformador em vazio para análise da ferroressonância.....	73
Fig. 5.18. Tensão no indutor não-linear; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio)	75
Fig. 5.19. Tensão no indutor não-linear; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	76
Fig. 5.20. Tensão no capacitor; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio)	76
Fig. 5.21. Tensão no capacitor; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	77
Fig. 5.22. Corrente de magnetização; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	77
Fig. 5.23. Corrente de magnetização; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio)	78
Fig. 5.24. Corrente de excitação; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	78
Fig. 5.25. Corrente de excitação; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio)	79
Fig. 5.26. Fluxo de enlace; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio)	79
Fig. 5.27. Fluxo de enlace; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	80
Fig. 5.28. Trajetórias no plano $\lambda - i_m$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).....	80
Fig. 5.29. Trajetórias no plano $\lambda - i_m$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	81
Fig. 5.30. Trajetórias no plano $\lambda - i_e$ (60 Hz); Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio)	81
Fig. 5.31. Trajetórias no plano $\lambda - i_e$ (60 Hz); Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).....	82
Fig. 5.32. Tensão no indutor não-linear; sem histerese (tracejado); Preisach (cheio).....	82
Fig. 5.33. Tensão no capacitor; sem histerese (tracejado); Preisach (cheio).....	83

Fig. 5.34. Corrente de magnetização; sem histerese (tracejado); Preisach (cheio).	83
Fig. 5.35. Corrente de excitação; sem histerese (tracejado); Preisach (cheio).	84
Fig. 5.36. Fluxo de enlace; sem histerese (tracejado); Preisach (cheio).....	84
Fig. 5.37. Trajetórias no plano $\lambda - i_m$; sem histerese (tracejado); Preisach (cheio)	85
Fig. 5.38. Trajetórias no plano $\lambda - i_e$ (60 Hz); sem histerese (tracejado); Preisach (cheio).....	85
Fig. 5.39. Tensão no indutor não-linear; sem perdas dinâmicas(tracejado); com perdas(cheio)	86
Fig. 5.40. Tensão no capacitor; sem perdas dinâmicas (tracejado); com perdas (cheio)	86
Fig. 5.41. Corrente de magnetização; sem perdas dinâmicas (tracejado); com perdas (cheio).....	87
Fig. 5.42. Corrente de excitação; sem perdas dinâmicas (tracejado); com perdas (cheio).....	87
Fig. 5.43. Fluxo de enlace; sem perdas dinâmicas (tracejado); com perdas (cheio)	88
Fig. 5.44. Trajetórias no plano $\lambda - i_m$; sem perdas dinâmicas (tracejado); com perdas (cheio).....	88
Fig. 5.45. Trajetórias no plano $\lambda - i_e$; sem perdas dinâmicas (tracejado); com perdas (cheio).....	89
Fig. 5.46. Corrente de excitação; sem perdas dinâmicas (tracejado); com perdas (cheio).....	89

Capítulo 1

Introdução

O termo “qualidade de energia elétrica” está relacionado a um conjunto de alterações de tensão, corrente ou frequência que resulte em falha ou má operação da rede elétrica. Isto pode ocorrer em várias partes da rede, seja nas instalações de consumidores ou no sistema supridor da concessionária. Tais problemas vêm se agravando rapidamente por diversas razões. A principal é a existência de equipamentos e cargas de características não lineares, que afetam o desempenho do sistema nos regimes estacionário e transitório. Desta forma, é realizado um estudo que compreende a simulação computacional dos fenômenos de *inrush* e de ferroressonância, que ocorrem, respectivamente, durante a energização de transformadores de potência e em circuitos não lineares que contêm capacitores e indutores saturáveis.

1.1 Justificativa e Relevância do Trabalho

Durante o processo de energização dos transformadores de potência, ocorrem surtos de corrente cujos valores de pico iniciais podem superar vinte vezes o valor de pico da corrente nominal, com duração de vários ciclos. As formas de onda comumente observadas apresentam amplo espectro de harmônicos que incluem componentes de ordem par, predominando a segunda harmônica. Este efeito é conhecido como *inrush*. Os principais efeitos das correntes de *inrush* são os seguintes: atuação indevida de fusíveis e relés de proteção; afundamentos temporários de tensão (*voltage sags*); sobretensões causadas por ressonância harmônica em sistemas que contêm filtros elétricos; solicitações de natureza eletromecânica e térmica no transformador e demais componentes do sistema, o que incorre em redução de vida útil.

O termo “ferroressonância” designa um fenômeno eletromagnético em circuitos não lineares que contêm capacitores e indutores saturáveis, que ocorre em caso de variação no módulo ou na frequência da fonte de excitação, ou em certos parâmetros do circuito. O resultado consiste em elevações pronunciadas de tensão e de corrente. Mesmo com excitação de forma senoidal, as grandezas elétricas nos elementos do circuito apresentam formas de onda distorcidas por longos períodos de tempo, com risco à integridade dos mesmos.

Diante do exposto, considera-se relevante o estudo dos fenômenos de correntes de *inrush* e de ferroressonância, bem como o desenvolvimento de modelos não lineares de circuitos que permitam calcular de modo preciso as alterações nas tensões e nas correntes, possibilitando a avaliação de possíveis riscos de danos a equipamentos e deterioração na qualidade de energia.

1.2 Objetivos e Contribuições do Trabalho

Este trabalho visa os seguintes objetivos:

- Estudo, comparação e aperfeiçoamento de modelos computacionais de núcleos magnéticos, incorporando a representação dos efeitos de saturação, histerese e perdas dinâmicas.
- Estudo do desempenho de transformadores de potência monofásicos em regime de sobre-excitação no núcleo, avaliando-se as alterações nas formas de onda de tensão, corrente e fluxo magnético. São estudados dois fenômenos causados pelas propriedades não lineares dos núcleos ferromagnéticos: as correntes de magnetização transitórias, que ocorrem durante a energização do transformador (correntes de *inrush*) e a ferroressonância.

Desta forma, são proporcionadas as seguintes contribuições:

- Rotinas computacionais aplicáveis ao estudo do desempenho de transformadores em regimes permanente e transitório.
- Estabelecimento de considerações sobre as vantagens e desvantagens dos modelos de circuito considerados.

1.3 Metodologia

A metodologia empregada neste trabalho consistiu no estudo, desenvolvimento, otimização e aperfeiçoamento de modelos computacionais empregando efeitos de histerese magnética, saturação e perdas dinâmicas. Para tal finalidade utilizou a linguagem de programação *FORTRAN*, e fez-se a análise, comparação e validação dos modelos de Talukdar-Bailey (Talukdar e Bailey 1976; Guerra, 2007), de Jiles e Atherton (1986) e de Preisach (Naidu, 1990).

Foram avaliados o desempenho de transformadores de potência monofásicos em regime de sobre-excitação no núcleo, observando-se as alterações nas formas de onda de tensão, corrente e fluxo magnético. Dois fenômenos foram considerados: as correntes de magnetização transitórias que ocorrem durante a energização do transformador (correntes de *inrush*) e a ferroressonância.

1.4 Revisão Bibliográfica

1.4.1 Correntes de *Inrush*

O fenômeno de correntes de *inrush* tem sido estudado há várias décadas. Blume *et al.* (1944) e Finzi e Mustchler (1951) desenvolveram métodos para o cálculo do primeiro pico de corrente. Specht (1951) desenvolveu um método a partir do qual foram traçadas curvas que fornecem valores e taxas de decaimento das correntes de *inrush* em função do tempo. Esses artigos se

limitaram a apresentar procedimentos analíticos de cálculo em condições de chaveamento específicas, com base em representações simplificadas das características magnéticas do núcleo.

Yacamini e Abu-Nasser (1981) apresentaram um modelo numérico de cálculo que permite a avaliação de importantes efeitos, como o valor instantâneo da tensão e o valor do fluxo residual no instante da energização, assim como o conteúdo de harmônicos da onda de corrente ao longo de vários períodos. Entretanto, são requeridos dados de projeto do transformador (número de espiras de enrolamentos e área de seção reta do núcleo), o que constitui uma limitação intrínseca.

Digneffe (1983) e Ling e Basak (1988) fizeram estudos em laboratório onde foram utilizadas chaves síncronas destinadas a controlar o valor instantâneo de tensão aplicada ao transformador, de modo a minimizar a intensidade do efeito de *inrush*. Neste último trabalho, foi empregado um sistema de aquisição de dados digital e desenvolvido um *software* para análise do conteúdo de harmônicos da onda de corrente ao longo de vários ciclos de energização.

Lin *et al.* (1993) formularam um modelo relativamente simples, capaz de levar em consideração valores instantâneos da tensão e fluxo residual no núcleo no instante da energização, com o transformador submetido a diferentes condições de carga. Na segunda parte do artigo, (Lin *et al.*, 1993) foi estudado o conteúdo de harmônicos das correntes de *inrush* em função de vários parâmetros, sendo para este fim utilizada a transformada rápida de Fourier. A representação empregada para a característica de magnetização do núcleo consiste em um modelo desenvolvido pelos próprios autores (Lin *et al.*, 1989). Neste modelo, os dados necessários para a implementação podem facilmente ser obtidos através de ensaios. Os resultados da resolução numérica das equações utilizando computador foram comparados com oscilogramas de corrente obtidos em laboratório, os quais apresentaram boa concordância.

Bronzeado e Yacamini (1995) realizaram estudos baseados em simulações e ensaios de laboratório sobre um tipo especial de surto de energização denominado *sympathetic inrush*, o qual ocorre em um transformador devido à energização de outro que se acha ligado em paralelo.

Apolônio *et al.* (2004) descreveram um método de modelagem de transformadores com base no modelo de Jiles-Atherton, o qual é implementado no simulador *Saber*, tendo realizado comparações entre resultados teóricos e experimentais, levando em consideração os efeitos de fluxo residual e de ângulo de chaveamento.

Wang *et al.* (2008) deduziram uma forma analítica para o cálculo do pico de corrente de *inrush* em um indutor não-linear em série com um resistor, a qual pode ser utilizada para estimar a influência de resistores no amortecimento de correntes de *inrush*.

Um estudo sobre atuações indevidas em relés diferenciais causadas por correntes de *inrush* é apresentado por Wiszniewski *et al.* (2008). Os autores realizaram investigações teóricas baseadas

em simulações usando o *MATLAB* e o *ATP*, relatando situações em que pode não haver produção componentes harmônicas de segunda ordem suficiente para produzir efeito de restrição no relé, levando-o a operar indevidamente durante a energização do transformador.

Atualmente, existe grande número de trabalhos que tratam de correntes de *inrush* em transformadores trifásicos e a bancos trifásicos constituídos por transformadores monofásicos. Tais estudos requerem modelos mais elaborados, uma vez que há enrolamentos ligados em delta e em estrela. Além disso, há outro fator de complicação, que é a geometria do núcleo magnético no caso de transformadores trifásicos. Nos casos mais freqüentes, o núcleo é composto por três colunas em torno das quais se acham ligados os enrolamentos primários e secundários. Em algumas situações, o núcleo é composto por cinco colunas, sendo duas delas destinadas a proporcionar caminho de baixa relutância para componentes homopolares de fluxo magnético associadas a harmônicas triplas de corrente e às correntes de sequência zero, o que torna o problema ainda mais complicado. Neste trabalho, considerações acerca de correntes de *inrush* em transformadores trifásicos não serão consideradas.

1.4.2 Ferroressonância

O fenômeno de ferroressonância pode envolver transformadores de distribuição ou transformadores de potencial indutivos. Em relação ao primeiro caso, Hendricson *et al.* (1953) relatam uma caso ocorrência causada pela abertura de alimentadores trifásicos com bancos de capacitores em derivação. Zanetta Jr. (2003) analisa casos envolvendo transformadores não aterrados ligados em estrela ou em delta em redes subterrâneas de cabos isolados, mesmo sem a presença de bancos de capacitores. Gernay *et al.* (1974) fizeram uma excelente revisão da ferroressonância, tendo sido relatadas algumas causas de possível ocorrência da mesma. Analisando este e outros trabalhos, pode-se afirmar que entre as causas citadas, as mais importantes relacionam-se à situação de TP's indutivos.

Um caso muito comum de ferroressonância ocorre quando há um TP indutivo interposto a um barramento e um disjuntor com os contatos em aberto, o qual possui capacitores de equalização destinados a assegurar a distribuição de tensão alternada entra as duas câmaras de interrupção. Caso o disjuntor seja desligado, desenergizando o barramento, pode ocorrer ferroressonância de caráter sub harmônico, a qual envolve componentes de frequência igual a 1/3 ou 1/5 da frequência fundamental. Neste caso, deve-se considerar a capacitância parasita associada ao enrolamento do TP, barramentos e demais elementos do sistema (Souza, 1995).

Aggarwal *et al.* (1981) estudaram a ferroressonância pelo método do balanço de harmônicos. As soluções obtidas foram comparadas com resultados de testes de campo. Soares (1981) e

Soares e Moritz (1981) apresentaram um caso similar ocorrido no sistema da ELETROSUL, onde foram realizadas simulações e testes de campo para o estudo do fenômeno. Outro caso de ferroressonância ocorreu no sistema Manitoba-Hydro (Canadá), o qual foi analisado por Jacobson *et al.* (1996). Andrei e Halley (1989) descreveram um critério destinado a prever situações de ferroressonância, o qual se baseia na avaliação da quantidade de energia transferida do sistema para o TP durante o processo de chaveamento do disjuntor.

Emin *et al.* (1997) e Al Zahawi *et al.* (1998) realizaram estudos de ferroressonância nas frequências fundamental, subharmônica e em condição de caos. Os autores concluíram que a ocorrência desta última situação é improvável em casos práticos.

Influências de diferentes formas de representação de transformadores trifásicos foram discutidas no *IEEE Working Group Report* (2000). Também foram apresentados resultados de simulação e de medições de laboratório, os quais apresentam boa concordância entre si.

Entre os autores citados, apenas Gernay *et al.* (1974) representaram o efeito de histerese magnética. Os demais autores desprezaram este efeito, utilizando aproximações para a curva de magnetização baseadas em linearização por partes ou em polinômios truncados.

Lamba (1997), Rezaei-Zare *et al.* (2007) e Rezaei-Zare *et al.* (2008) realizaram estudos, nos quais o fenômeno de histerese foi representado mediante o emprego do modelo de Preisach. Eles evidenciam a necessidade de utilização de um modelo de histerese que reproduzam de maneira satisfatória o laço maior e as trajetórias assimétricas no plano fluxo de enlace - corrente de magnetização.

Assim como no caso das correntes de *inrush*, existem inúmeras publicações acerca do fenômeno de ferroressonância que consideram circuitos de configuração trifásica. Porém, neste trabalho somente foram considerados casos de ferroressonância em circuitos monofásicos.

Capítulo 2

Materiais Magnéticos

Neste capítulo é apresentado um estudo das propriedades não lineares dos núcleos magnéticos, conferidas pelos fenômenos de saturação e de histerese, as quais são observadas quando a intensidade de campo em um núcleo de material magnético é variada de modo lento em uma ampla faixa de valores. A abordagem efetuada limita-se às ligas ferro-silício de grãos não-orientados e de grãos orientados, de uso comum na construção de núcleos de transformadores. Estes núcleos se destinam a constituir um caminho de alta permeabilidade magnética para o fluxo, maximizando o coeficiente de acoplamento magnético entre enrolamentos.

O estudo dos citados fenômenos é de fundamental importância, pois eles determinam o grau de eficiência energética, o tamanho e o custo dos equipamentos elétricos.

2.1 Origem das Propriedades Magnéticas

Na Fig. 2.1 é apresentado um laço de corrente de configuração planar, percorrido por uma corrente i .

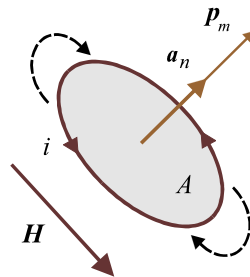


Fig. 2.1. Momento de um dipolo magnético gerado por um laço de corrente (Guerra, 2007).

Define-se “momento magnético” do dipolo, $\mathbf{p}_m$, como sendo a grandeza vetorial dada por:

$$\mathbf{p}_m = i A \mathbf{a}_n \quad (2.1)$$

A área limitada pelo percurso é A e $\mathbf{a}_n$ é um vetor unitário normal ao plano do laço. Os sentidos de $\mathbf{p}_m$ e $\mathbf{a}_n$ são determinados pela regra da mão direita, tomando-se como base o sentido de i . Na presença de um campo magnético de origem externa, $\mathbf{H}$, os momentos magnéticos tendem a se alinhar com o campo, como é indicado na Fig. 2.1.

Os efeitos magnéticos nos materiais são causados pelos movimentos orbitais dos elétrons em torno dos núcleos dos átomos e pelos movimentos de *spin* de cada elétron, como é apresentado na Fig. 2.2. O momento magnético orbital do elétron, $\mathbf{p}_o$, é dado por (Kasap, 2002):

$$\mathbf{p}_o = \frac{-e\omega_a r^2}{2} \mathbf{a}_n \quad (2.2)$$

onde e é a carga do elétron, ω_a é a sua velocidade angular, r é o raio da órbita e $\mathbf{a}_n$ é um vetor unitário perpendicular ao plano desta última.

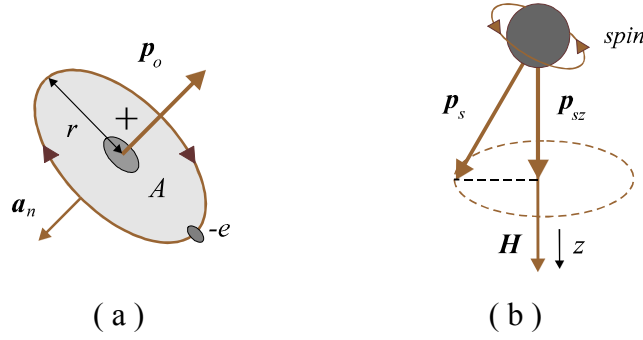


Fig. 2.2. (a) Momento magnético orbital; (b) momento magnético de *spin* (Guerra, 2007).

O elétron também apresenta um momento magnético de *spin*. Na presença de um campo magnético, o momento de *spin*, $\mathbf{p}_s$, não pode simplesmente girar e alinhar-se com o campo. De acordo com a mecânica quântica, é estabelecido um torque que provoca um movimento precessional em torno da direção de $\mathbf{B}$, como é indicado na Fig. 2.2 (b); assim, a componente de $\mathbf{p}_s$ segundo a direção do campo é (Kasap, 2002):

$$\mathbf{p}_{sz} = \frac{eh}{4\pi m_e} \mathbf{a}_z \quad (2.3)$$

onde h é a constante de Planck, m_e é a massa do elétron e $\mathbf{a}_z$ é um vetor unitário na direção z .

A capacidade de alinhamento desses momentos magnéticos mediante aplicação de um campo magnético, e a capacidade deles se manterem alinhados após esse campo ser removido, são os fatores fundamentais que definem as propriedades magnéticas dos materiais.

2.2 Definições de Grandezas Magnéticas

Um campo magnético $\mathbf{H}$ se estabelece pelo movimento de cargas elétricas. Este movimento pode ser em escala macroscópica, como no caso de uma corrente elétrica convencional, ou pode ser o movimento orbital e de *spin* dos elétrons no interior de um material magnético.

Considerando a Fig. 2.3, a relação entre $\mathbf{H}$ e a corrente i consiste na lei circuital de Ampère, expressa pela seguinte integral de linha:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum i = i_1 + i_2 - i_3 \quad (2.4)$$

A grandeza vetorial $d\mathbf{l}$ é o comprimento incremental ao longo do contorno no ponto de aplicação do campo $\mathbf{H}$. A unidade de campo magnético é ampères / metro (A / m).

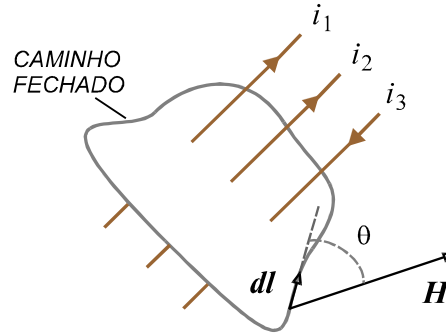


Fig. 2.3. Ilustração da lei circuital de Ampère.

Se um material é submetido a um campo magnético, tem-se como resposta a indução magnética ou densidade de fluxo, $\mathbf{B}$. Considerando uma superfície A limitada por uma curva fechada, a integral de $\mathbf{B}$ sobre a superfície A é chamada de fluxo magnético, ϕ , ou seja:

$$\phi = \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.5)$$

A unidade de fluxo magnético é weber (Wb) e a da indução é o tesla (T). Assim, 1 Tesla = 1 Weber / m².

Define-se o vetor magnetização, $\mathbf{M}$, como sendo o momento magnético resultante no interior de certo material por unidade de volume, ou seja:

$$\mathbf{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \sum \mathbf{p}_m \quad (2.6)$$

A indução $\mathbf{B}$ possui duas contribuições: uma proporcionada pelo campo magnético externo aplicado ao material, $\mathbf{H}$, e outra proporcionada pelo efeito de alinhamento dos momentos magnéticos no interior dos domínios magnéticos, expressa pelo vetor magnetização $\mathbf{M}$, ou seja:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (2.7)$$

onde μ_0 é a permeabilidade magnética no vácuo.

A magnetização $\mathbf{M}$ relaciona-se com o campo $\mathbf{H}$ através da constante de susceptibilidade magnética, χ , do seguinte modo:

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} \quad (2.8)$$

Substituindo (2.8) em (2.7), obtém-se:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi) \mathbf{H} \quad (2.9)$$

Assim, a indução $\mathbf{B}$ e o campo $\mathbf{H}$ relacionam-se através da permeabilidade magnética, μ , dada pela seguinte expressão:

$$\mu = \mu_0(1 + \chi) \quad (2.10)$$

Define-se permeabilidade relativa do material como sendo:

$$\mu_r = \mu / \mu_0 = 1 + \chi \quad (2.11)$$

De acordo com χ , os materiais magnéticos se classificam em diamagnéticos, paramagnéticos e ferromagnéticos, cujas variações típicas de M em função de H são mostradas na Fig. 2.4.

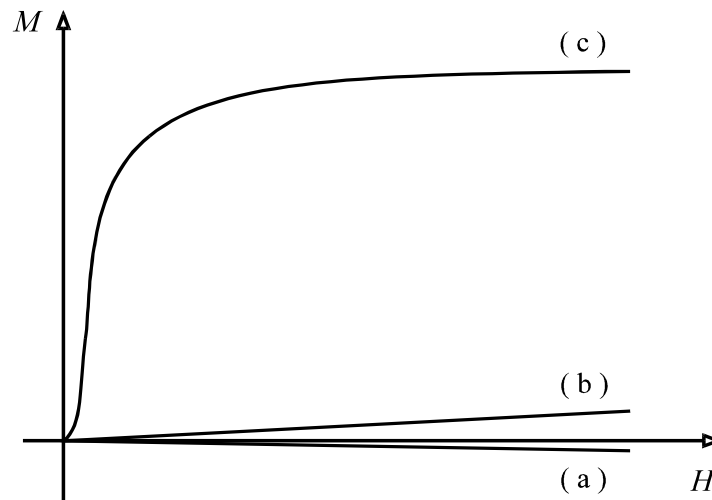


Fig. 2.4. Tipos de materiais, (a) diamagnéticos, (b) paramagnéticos e (c) ferromagnéticos.

Os materiais diamagnéticos apresentam χ negativa, da ordem de -10^{-5} ; nos paramagnéticos, χ é positiva, situando-se entre 10^{-3} e 10^{-5} . Nos materiais ferromagnéticos, a relação entre M e H é não-linear, de modo que μ e χ são variáveis. Neste caso, define-se permeabilidade incremental e susceptibilidade incremental como sendo, respectivamente:

$$\chi = \frac{dM}{dH} \quad (2.12)$$

$$\mu = \frac{dB}{dH} \quad (2.13)$$

Dentre os materiais ferromagnéticos, destacam-se as ligas de ferro, níquel e cobalto, assim como, ligas metálicas de composições variáveis, ligas não-metálicas ou amorfas e ligas de estrutura nanocristalina.

2.3 Materiais Ferromagnéticos

2.3.1 Domínios Magnéticos

A maioria dos materiais magnéticos usados na engenharia é constituída por materiais ferromagnéticos. Eles apresentam uma estrutura microscópica com grande quantidade de grãos de vários tamanhos e orientações, que dependem do processo de fabricação e da história térmica

da amostra. Na ausência de campos magnéticos externos, os dipolos magnéticos existentes no interior dos materiais normalmente não apresentam um alinhamento resultante. Neste caso, a orientação dos dipolos apresenta um aspecto caótico, como é mostrado na Fig. 2.5.

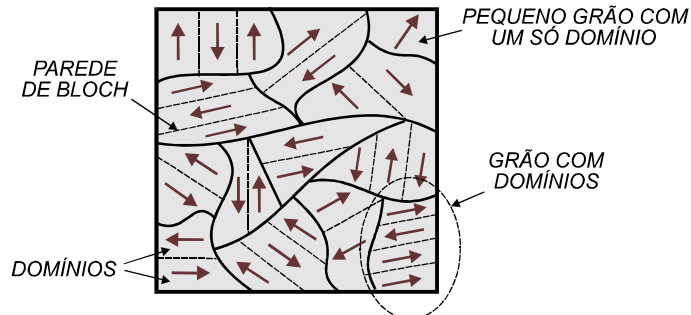


Fig. 2.5. Grãos e domínios em um material ferromagnético (Kasap,2002).

2.3.2 O Processo de Magnetização

Considera-se a aplicação de um campo magnético na amostra de um material inicialmente desmagnetizado, como mostra a Fig. 2.6. Com pequenos valores de H , observa-se que as paredes dos domínios sofrem pequenos deslocamentos, de modo que os domínios mais orientados segundo o campo aplicado tendem a crescer mediante encurvamento das paredes (trecho $0 - a$), predominando sobre os que apresentam orientação mais discordante.

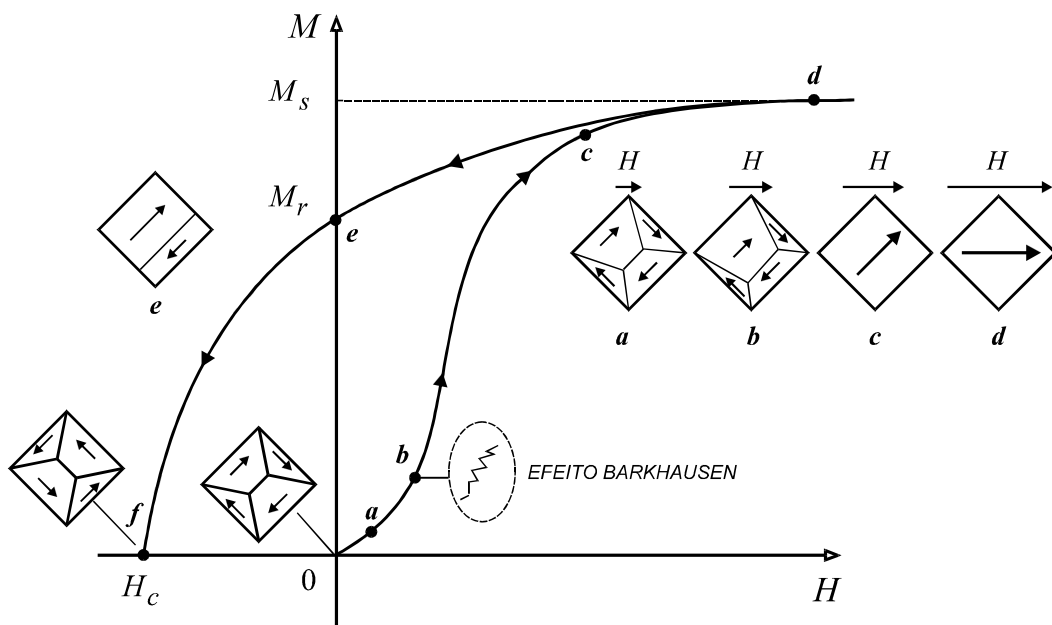


Fig. 2.6. Variação de M versus H em material inicialmente desmagnetizado (Kasap,2002).

À medida que o campo é aumentado, as paredes percorrem distâncias maiores, até o ponto b . Neste estágio, as paredes dos domínios encontram vários obstáculos, que consistem em imperfeições da estrutura cristalina, impurezas, fronteiras de grãos e outros fatores que

ocasionam impedimento ao livre movimento. Assim, há necessidade de fornecimento de energia para desprendê-las desses obstáculos, denominados prendedores locais. Este efeito ocorre subitamente, mediante um salto, de modo que as extremidades da parede voltam a ficar presas em outros prendedores locais. Este fenômeno é conhecido como efeito Barkhausen, podendo ser detectado por estalos que podem ser ouvidos através de bobina exploradora enrolada em torno da amostra de material magnético, ligada a um equipamento de som de elevada sensibilidade (MIT,1943).

Observa-se que até o ponto *a*, as variações do estado magnéticos do material são reversíveis, pois somente há encurvamento das paredes de Bloch. Assim, ao se atingir este ponto, se o campo for reduzido, voltando a zero, as paredes voltam a assumir a forma de um plano e *M* volta a assumir o valor zero. Além de *a*, ainda que o campo volte ao valor zero, tem-se $M \neq 0$.

Aumentando-se ainda mais o valor de *H*, o processo de magnetização se realiza com movimentos de paredes em saltos, de modo que os domínios tendem a se alinhar cada vez mais com a direção mais concordante com a do campo aplicado, como é indicado em *c*. Além deste ponto, ocorre um alinhamento dos domínios na direção de *H*, de modo que o estado de saturação é atingido em *d*. Assim, a elevação do valor de *H* não causa aumento de *M*.

Se o campo é removido, a magnetização em cada grão tende a se alinhar de modo paralelo com a direção de magnetização mais fácil. Em alguns grãos, pequenos domínios adicionais podem ser criados, como indicado no ponto *e* da Fig. 2.6. O processo desenvolvido entre os pontos *d* e *e* fazem o material manter uma magnetização remanescente ou residual, M_r .

Se *H* for aplicado na direção inversa, ao ser atingido o ponto *f* no qual $H = H_c$, tem-se $M = 0$. Assim, a amostra de material acha-se totalmente desmagnetizada. O valor H_c é denominado coercividade, a qual representa uma reação contrária ao efeito de desmagnetização. Nota-se que ao longo da trajetória *e – f* novos domínios foram gerados, fenômeno este denominado “nucleação de domínios”. O tratamento do fenômeno de nucleação acha-se fora do escopo deste trabalho.

Ao se variar o campo *H* de maneira lenta (quase-estática), cíclica e simétrica, obtém-se o lugar geométrico conhecido como “ciclo de histerese”, denominação esta que não deve ser atribuída ao laço registrado quando a excitação varia de forma rápida. São mostrados na Fig. 2.7 laços de histerese *M* versus *H* e *B* versus *H*.

A maior inclinação do laço *B* versus *H* na região de saturação é associada à permeabilidade no espaço livre, como indica a equação (2.6).

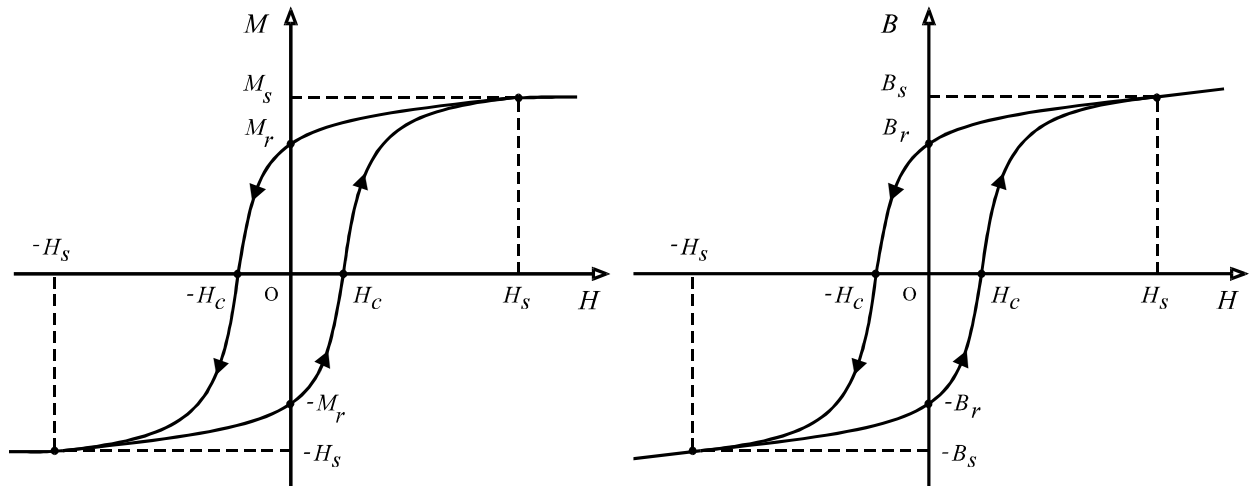


Fig. 2.7. Laços de histerese de um material ferromagnético; (a) M versus H ; (b) B versus H .

2.4 Perdas Magnéticas

2.4.1 Perdas por Histerese

As perdas por histerese são ocasionadas pelos movimentos das paredes dos domínios magnéticos (paredes de Bloch), as quais são impedidas de se movimentar livremente em face de suas extremidades se acharem ligadas aos chamados locais prendedores (impurezas, fronteiras de grãos, imperfeições cristalográficas, etc). Tais perdas são associadas a variações lentas de H . Pode-se demonstrar facilmente que a área no interior do laço B versus H corresponde às perdas volumétricas, em W/m^3 (MIT, 1943). Entretanto, nas especificações industriais de aços usados em aplicações elétricas, é mais usual fornecer as perdas, em W/kg , que podem ser calculadas pela fórmula empírica de Steinmetz (Batistela, 2002):

$$P_h = K_h f B_m^\alpha \quad (2.14)$$

As constantes K_h e α dependem do tipo de material magnético; f é a frequência de operação.

A necessidade de redução do desperdício de energia tem feito com que a indústria aperfeiçoe os processos de fabricação dos aços elétricos. Neste intuito, o passo mais importante foi dado em 1934, nos Estados Unidos, quando foi desenvolvido um método de produção de chapas de ferro-silício de grãos orientados, denominadas “aços GO”, nas quais são realizados os seguintes processos: (a) laminação a quente; (b) dois estágios de laminação a frio, com recozimento intermediário e decarbonetação; (c) recozimento final a alta temperatura.

O processo de laminação a frio realizado no sentido de magnetização preferencial dos grãos do material faz com que se tire proveito da propriedade de anisotropia magnetocristalina. Assim, a energia necessária para orientar os domínios magnéticos é menor que as relacionadas a outras direções (MIT, 1943).

Os processos de recozimento e descarbonetação são realizados elevando-se a temperatura do material a centenas de graus Celsius em forno de atmosfera com hidrogênio e nitrogênio, para que haja crescimento dos grãos orientados na direção preferencial de magnetização. Quando o tamanho do grão aumenta, as perdas histeréticas diminuem, mas as perdas totais aumentam (incluindo as perdas causadas por variações rápidas de H). A presença de carbono causa o envelhecimento (fadiga) das propriedades magnéticas do material, além de reduzir a indução de saturação e aumentar a força coerciva. Assim, a descarbonetação tem como objetivo melhorar e preservar as propriedades magnéticas dos materiais ao longo da vida útil do equipamento.

O corte das lâminas deforma os cristais, alterando o sentido preferencial de magnetização no sentido do corte. Para contornar o problema, o material é novamente recozido. A ação de dilatação elimina as tensões internas e o cristal deformado recupera a sua forma original.

2.4.2 Perdas Dinâmicas

As perdas histeréticas são associadas a variações lentas ou quase-estáticas de H . Entretanto, quando H varia de modo rápido em um núcleo composto de lâminas de material ferromagnético, surgem as perdas dinâmicas, causadas pela indução de correntes parasitas no material magnético em forma de lâmina (correntes de Foucault). As perdas dinâmicas são subdivididas em duas parcelas: perdas parasíticas clássicas e perdas anômalas.

Para B variável com o tempo, as perdas parasíticas clássicas podem ser calculadas supondo-se que a densidade de corrente é a mesma em toda a seção reta da lâmina do material, desprezando-se o efeito pelicular, que consiste em maior concentração de corrente na parte mais externa da amostra. Os valores instantâneos das mesmas, P_v , em W/m^3 , são dados por (Slemon, 1974):

$$p_v(t) = \frac{\sigma d^2}{12} \left[\frac{dB(t)}{dt} \right]^2 \quad (2.15)$$

A constante σ é a condutividade elétrica do material; d é a espessura das lâminas. Se m_v é a densidade do material, os valores instantâneos das perdas, p_p , em W/kg , são:

$$p_p(t) = \frac{\sigma d^2}{12 m_v} \left[\frac{dB(t)}{dt} \right]^2 \quad (2.16)$$

De modo mais sintético:

$$p_p(t) = K_p \left[\frac{dB(t)}{dt} \right]^2 \quad (2.17)$$

$$K_p = \frac{\sigma d^2}{12 m_v} \quad (2.18)$$

O parâmetro K_p é denominado constante de perdas parasíticas clássicas.

Entretanto, estudos experimentais indicam que as perdas totais são significativamente maiores que a soma das perdas histeréticas com as perdas parasíticas clássicas. A diferença corresponde às perdas anômalas, também denominadas perdas em excesso, p_a , em W/kg, dadas por (Bertotti, 1988; Fiorillo e Novikov, 1990; Batistela, 2002):

$$p_a(t) = K_a \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{3/2} \quad (2.19)$$

$$K_a = \sqrt{\sigma G V_0 A} / m_v \quad (2.20)$$

Nesta expressão, A é a seção magnética efetiva do núcleo; G e V_0 são parâmetros relacionados à estrutura microscópica do material. Detalhes acerca da natureza destes últimos são fornecidos por Bertotti (1988). O parâmetro K_a é denominado constante de perdas anômalas.

As perdas anômalas têm maior taxa de crescimento entre 0 e 30 Hz, chegando a representar aproximadamente 50% das perdas totais (Sharp e Overshott, 1974). Ainda não há uma explicação completa para a origem das perdas anômalas (Bohn *et al.*, 2004; Nozawa *et al.*, 1996). Cita-se como uma das causas principais a magnetização não-uniforme nos grãos (Overshott, 1976). Isto se torna evidente quando é observado que o efeito pelicular magnético não é levado em consideração no cálculo das perdas parasíticas clássicas (Slemon, 1974).

De (2.17) e (2.19), as perdas dinâmicas médias, P_d , em W/kg, são dadas por:

$$P_d = K_p \frac{1}{T} \int_0^T \left[\frac{dB(t)}{dt} \right]^2 dt + K_a \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{3/2} dt \quad (2.21)$$

A redução das perdas dinâmicas é realizada mediante adição de silício ao ferro e utilização de núcleos laminados. De acordo com a equação 2.15, as perdas parasíticas nos núcleos magnéticos crescem com o quadrado da espessura da lâmina e com o quadrado frequência. Assim, em corrente alternada, ao invés de material maciço, utilizam-se lâminas com espessuras de 0,23, a 0,50 mm, sendo 0,30 e 0,35 mm as mais comuns. Essas lâminas são empilhadas e isoladas umas das outras com um verniz que impede a circulação de correntes parasitas entre elas.

Próximo de 1900 foi criado na Inglaterra um processo no qual era adicionado até 3,2% de silício ao ferro (acima disto, o material torna-se quebradiço e de difícil laminação). Isto produz os seguintes efeitos: (a) redução da condutividade elétrica das lâminas e das perdas parasíticas, como mostra a equação (2.15); (b) aumento da permeabilidade magnética; (c) redução da magnetostrição; (d) redução da fadiga magnética, contribuindo para manter inalteradas as perdas histeréticas e a permeabilidade ao longo do tempo.

2.4.3 Perdas Magnéticas Totais

De (2.14) e (2.21), as perdas médias totais, em W / kg, são dadas por:

$$P = K_h f B_m^\alpha + K_p \frac{1}{T} \int_0^T \left[\frac{dB(t)}{dt} \right]^2 dt + K_a \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{3/2} dt \quad (2.22)$$

Para uma indução senoidal $B(t) = B_m \sin(2\pi f t)$, as perdas médias totais são (Guerra, 2007):

$$P = K_h f B_m^\alpha + 19,7392 K_p B_m^2 f^2 + 8,76363 K_a B_m^{3/2} f^{3/2} \quad (2.23)$$

Dividindo ambos os membros por f , são obtidas as perdas em J / kg. Assim, tem-se:

$$\frac{P}{f} = K_h B_m^\alpha + 19,7392 K_p B_m^2 f + 8,76363 K_a B_m^{3/2} f^{1/2} \quad (2.24)$$

Para certo valor de B_m , se as perdas magnéticas forem medidas em função de f , obtém-se uma curva semelhante à indicada na Fig. 2.8, onde a maior taxa de crescimento de P_t ocorre entre 0 e 30 Hz (Overshott *et al.*, 1968). Através de uma rotina de ajuste de curvas, pode-se determinar k_h , K_p e K_a , separando-se os diferentes tipos de perdas.

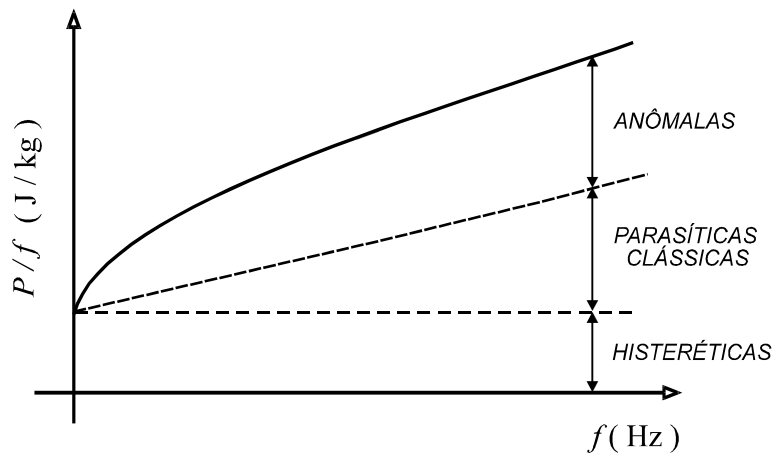


Fig. 2.8. Variação das perdas histeréticas, parasíticas clássicas, anômalas e totais.

2.4.4 Perdas Dinâmicas e Laço de Histerese

Se o campo magnético varia de modo lento, as correntes parasitas induzidas no material são desprezíveis. Entretanto, se a variação ocorre de modo rápido, o laço tende a tornar-se mais largo, devido ao efeito dessas correntes, como é mostrado na Fig. 2.9 (Guerra, 2007). Este efeito pode ser explicado da seguinte maneira: as correntes parasitas produzem uma força magnetomotriz que atua em oposição à força magnetomotriz produzida pela bobina. Para que seja mantido o mesmo valor B , é necessário que o valor eficaz da corrente da bobina seja aumentado, aumentando também o campo H aplicado. Assim, em corrente alternada, considerando o mesmo valor de pico de indução magnética, o laço observado em laboratório torna-se cada vez mais largo à medida que a frequência aumenta.

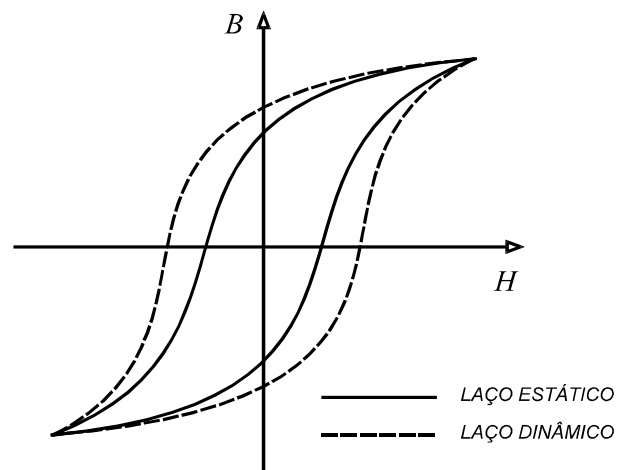


Fig. 2.9. Alargamento do laço $B - H$ causado pelas correntes parasitas (Guerra, 2007).

Capítulo 3

Modelos de Núcleos Magnéticos

Na maioria dos casos, o efeito de histerese no núcleo magnético dos transformadores pode ser desprezado, sendo suficiente representar a relação $B - H$ do material pela curva de saturação. Isto ocorre em estudos de fenômenos transitórios, onde são alcançados graus de saturação elevados (como é o caso do fenômeno de *inrush*) e a remanência é pequena ou não constitui objeto de interesse da análise. Esta simplificação é justificada pelo fato de que as ligas ferro-silício atualmente fabricadas apresentam laços de histerese estreitos (pequena coercividade), tendendo a se confundirem com a curva de saturação à medida que a saturação torna-se mais intensa.

Porém, há estudos em que a representação da histerese leva a resultados significativamente mais precisos, como no caso da ferroressonância (Rezaei-Zare *et al.*, 2007). Um fato a ser observado é que a representação deste efeito em condições transitórias não é uma tarefa simples. Vários modelos de histerese foram desenvolvidos, alguns baseados em leis físicas, outros baseados em observações experimentais e técnicas de ajustes de curvas.

Neste capítulo são apresentados modelos de histerese magnética de diferentes graus de complexidade e de precisão. Também é feita uma breve revisão do fenômeno de histerese em núcleos magnéticos de transformadores operando em condições transitórias.

3.1. Representação da Histerese

3.1.1 Regras de Magdelung

Quando o campo magnético aplicado a um material varia de modo alternado e simétrico, obtém-se um laço fechado e também simétrico. Se o material é levado à saturação, obtém-se o “laço maior de histerese”, onde estão contidas as possíveis trajetórias simétricas e assimétricas.

Quando ocorre uma magnetização de natureza assimétrica, há maior dificuldade em se reproduzir o comportamento magnético do material, uma vez que, para um determinado valor de campo magnético, H , pode haver infinitos valores de indução, B , os quais dependem da história do processo de magnetização. Trajetórias típicas são mostradas na Fig. 3.1, onde diferentes valores de pico de H causam o surgimento de laços menores assimétricos (Guerra, 2007).

Para descrever este comportamento, foram realizadas medições em laboratório que permitiram o estabelecimento das chamadas regras de Magdelung (Zirka e Moroz, 1995), citadas a seguir.

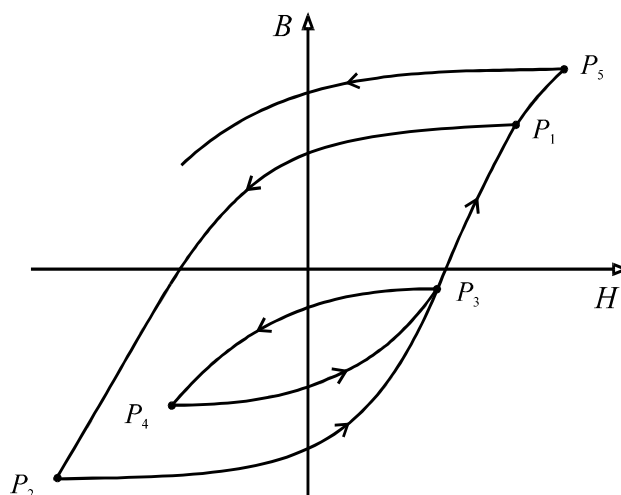


Fig. 3.1. Trajetórias no plano $B - H$ em condições de excitação assimétrica (Guerra, 2007).

- Regra_1: Todas as trajetórias descritas no plano $B - H$ acham-se no interior do laço maior.
- Regra_2 : A forma de qualquer uma dessas trajetórias depende apenas das coordenadas do último ponto no qual a dH / dt mudou de sinal, o qual é denominado “ponto de reversão”.
- Regra_3: O alvo de cada trajetória é o penúltimo ponto de reversão, confirmando que o lugar geométrico descrito no plano $B - H$ depende não apenas do modo de variação de H , mas também da história do processo de magnetização do núcleo (regra de fechamento).
- Regra_4: Sempre que um laço menor for fechado e H continua a evoluir no mesmo sentido, ele passa a não ter mais nenhuma influência nas trajetórias subsequentes. Assim, o laço menor é “esquecido” e a trajetória prossegue segundo o laço anteriormente originado (regra de remoção).

Na Fig. 3.1, iniciando no ponto P_1 , H é reduzido até que P_2 é alcançado e aumentado novamente. Após passar por P_3 e P_4 , a trajetória ascendente aproxima-se novamente de P_3 , o qual é ainda o penúltimo ponto de reversão. Após passar por P_3 , a trajetória segue perfazendo o laço P_1 - P_2 - P_3 - P_1 , anteriormente iniciado, como se o laço P_3 - P_4 - P_3 não tivesse existido. Isto confirma as regras de fechamento e remoção de laços menores.

Neste trabalho são considerados os modelos de Talukdar-Bailey (Talukdar e Bailey 1976; Guerra, 2007), de Jiles e Atherton (1986) e de Preisach (Naidu, 1990).

3.1.2 Modelo de Talukdar-Bailey – Formulação Original

No modelo desenvolvido por Talukdar-Bailey as trajetórias no interior do laço são classificadas em dois grupos: uma família de curvas com valores crescentes de fluxo, que convergem para o ponto de saturação positiva (curvas ascendentes) e outra família de curvas com valores decrescentes de fluxo, que convergem para o ponto de saturação negativa (curvas descendentes), como é mostrado a Fig. 3.2.

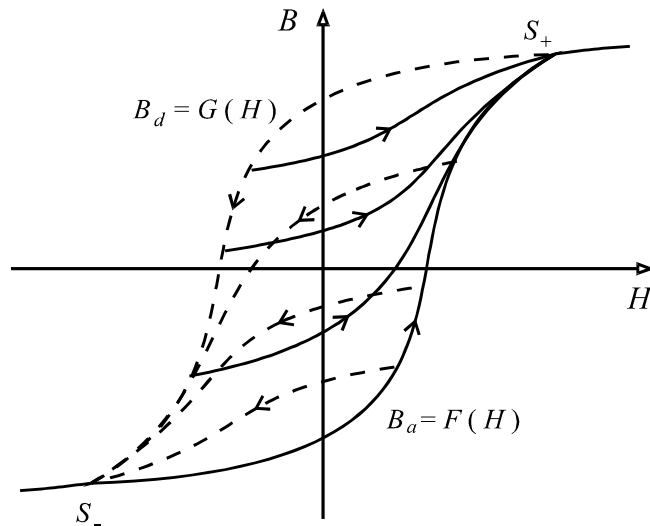


Fig. 3.2. Famílias de trajetórias ascendentes e descendentes.

Devido às condições de simetria do laço maior, tem-se:

$$B_a = F(H) = -G(-H) \quad (3.1)$$

$$B_d = G(H) = -F(-H) \quad (3.2)$$

As funções F e G aproximam os ramos ascendente e descendente do laço maior, respectivamente. Logo, conhecendo o ramo ascendente, pode-se obter o ramo descendente.

Na Fig. 3.3 considera-se $dH/dt > 0$. O problema consiste em determinar a trajetória assimétrica $H = G(B)$, B decrescente, a partir do último ponto de reversão de B , denominado T .

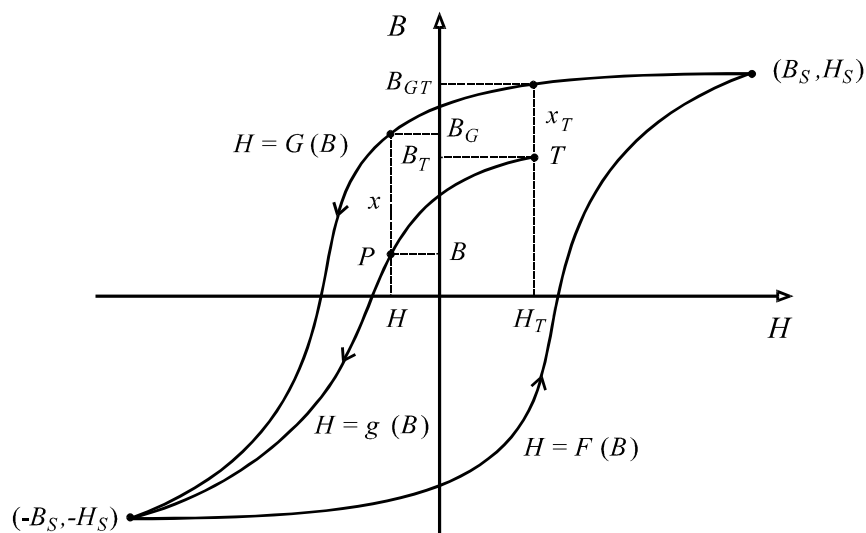


Fig. 3.3. Trajetória assimétrica decrescente e laço maior.

Seja $P(H, B)$ um ponto qualquer da trajetória e $T(H_T, B_T)$ o último ponto de reversão. As distâncias verticais desses pontos em relação ao ramo descendente do laço maior são dadas por:

$$x = B_G - B \quad (3.3)$$

$$x_T = B_{GT} - B_T \quad (3.4)$$

É estabelecido que a trajetória assimétrica apresente um distanciamento do ramo descendente do laço maior que varia linearmente com B ; assim, para $B_S > 0$:

$$x = x_T \frac{B + B_S}{B_T + B_S} \quad (3.5)$$

Combinando (3.3), (3.4) e (3.5), tem-se:

$$B_G = B + (B_{GT} - B_T) \left(\frac{B + B_S}{B_T + B_S} \right) \quad (3.6)$$

A trajetória assimétrica correspondente à função $H = g(B)$ pode ser determinada fazendo-se:

$$H = g(B) = G(B + x) = G(B_G) \quad (3.7)$$

Assim, para $dB/dt < 0$ e $B_S > 0$, tem-se:

$$H = G(B_G) \quad (3.8)$$

$$B_G = B + [G^{-1}(H_T) - B_T] \left(\frac{B + B_S}{B_T + B_S} \right) \quad (3.9)$$

Analogamente, para as trajetórias ascendentes, com $dB/dt \geq 0$ e $B_S > 0$:

$$H = F(B_F) \quad (3.10)$$

$$B_F = B + [F^{-1}(H_T) - B_T] \left(\frac{B - B_S}{B_T - B_S} \right) \quad (3.11)$$

Desta forma, se forem conhecidas as coordenadas do último ponto de reversão e a função que aproxima o ramo ascendente ou o ramo descendente do laço maior de histerese, é possível determinar as trajetórias no interior deste último.

Este modelo apresenta algumas imprecisões. A principal consiste na suposição de que todas as trajetórias ascendentes convergem para o ponto de saturação positiva e que todas as trajetórias descendentes convergem para o ponto de saturação negativa. Assim, propriedades importantes do efeito de histerese não são reproduzidas, como as de fechamento e remoção de laços menores.

3.1.3 Modelo de Talukdar-Bailey – Formulação Modificada 1

Além do problema citado, quando ocorre saturação intensa, os laços menores às vezes cruzam o laço maior, contrariando a premissa de que todas as trajetórias estejam contidas neste último. Uma forma de evitar que isto ocorra é efetuar a seguinte modificação em (3.9) e em (3.11):

$$B_G = B + [G^{-1}(H_T) - B_T] \left(\frac{B + B_S}{B_T + B_S} \right)^\beta \quad (3.12)$$

$$B_F = B + \left[F^{-1}(H_T) - B_T \right] \left(\frac{B - B_S}{B_T - B_S} \right)^\beta \quad (3.13)$$

O parâmetro $\beta > 1$ deve ser estabelecido mediante simulações, de modo tal que os citados cruzamentos não ocorram em casos de saturação pronunciada (Guerra, 2009).

3.1.4 Modelo de Talukdar-Bailey – Formulação Modificada 2

Este modelo foi apresentado por Guerra (2007). O mesmo proporciona um aperfeiçoamento do modelo original de Talukdar e Bailey, de modo a não ocorrerem cruzamentos de laço maior, além de serem reproduzidas as regras de fechamento e eliminação de laços menores.

Na Fig. 3.4 é apresentado laços menores e uma parte do ramo descendente do laço maior. Em relação a trajetória descendente entre os pontos de retorno P_{k-1} - P_{k-2} , considera-se a distância vertical x_k entre um ponto intermediário P_k e o ponto P_k' do ramo descendente do laço maior.

Considera-se B_S como sendo o valor de B a partir do qual o núcleo entra em saturação. Assim, a idéia central do modelo consiste em supor que x_k varia de acordo com a seguinte relação:

$$x_k = x_{k-2} + (x_{k-1} - x_{k-2}) \left[\frac{B_k - B_{k-2}}{B_{k-1} - B_{k-2}} \right]^{1+\beta} |B_k / B_S| \quad (3.14)$$

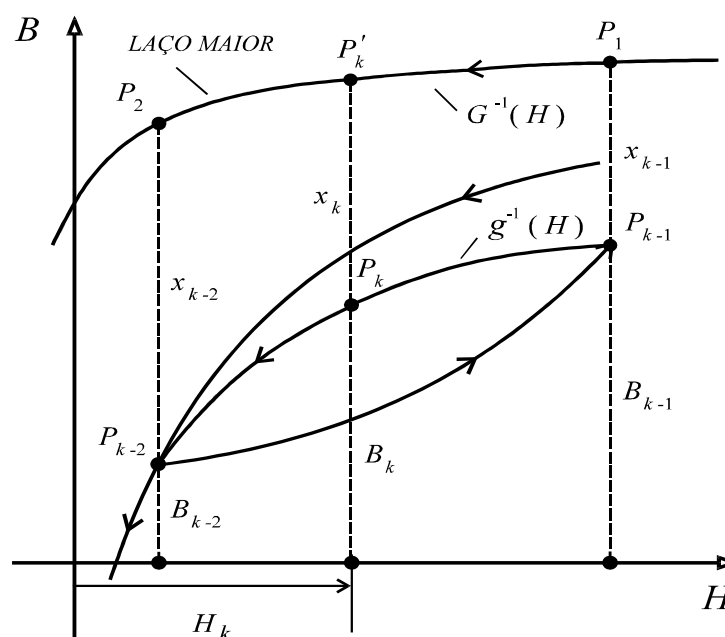


Fig. 3.4. Trajetórias assimétricas e laço maior de histerese (Guerra, 2007).

Nesta equação, x_{k-1} e x_{k-2} são, respectivamente, as distâncias verticais dos os pontos de retorno P_{k-1} e P_{k-2} em relação ao ramo ascendente do laço maior de histerese; B_k , B_{k-1} e B_{k-2} são os valores dos fluxos de enlace nos pontos P_k , P_{k-1} e P_{k-2} ; β é uma constante que depende do material do núcleo. O ramo descendente do laço maior é aproximado pela função $H = G(B)$.

Considerando os pontos P_k e P_k' , tem-se:

$$H = g(B_k) = G(B_k + x_k) \quad (3.15)$$

O parâmetro β estabelece diferentes inclinações para as trajetórias, sendo determinado através de tentativas, comparando-se as trajetórias geradas pelas equações (3.14) e (3.15) com trajetórias obtidas por medições em laboratório. Este procedimento é relativamente simples, uma vez que a variação de β ocorre dentro de uma faixa estreita de valores.

O mesmo raciocínio é aplicado no processo de geração de trajetórias assimétricas ascendentes. Neste caso, considera-se o ramo ascendente do laço maior.

Pode-se representar o laço maior de histerese através da seguinte função:

$$H = a \cdot \tan\left(\frac{B}{b}\right) \pm c \quad (3.16)$$

a , b e c são determinados através de rotinas de ajuste de curvas.

Para aproximar a curva de magnetização inicial no primeiro quadrante, a equação (3.16) é modificada para a seguinte forma:

$$H = a \cdot \tan\left(\frac{B}{b}\right) + c \left(1 - e^{-\xi B}\right) \quad (3.17)$$

O parâmetro ξ reproduz a região da curva mais próxima da origem (região de Rayleigh), a qual apresenta valores crescentes de indutâncias incrementais.

Uma limitação apresentada pelas aproximações proporcionadas pelas equações (3.16) e (3.17) consiste no fato de não apresentarem boa precisão em certas regiões da curva nos casos em que o núcleo magnético atinge estágios de saturação muito pronunciados. Isto pode ser contornado aproximando-se a curva de magnetização inicial e o laço maior de histerese por sequências de pontos levantados experimentalmente, com valores crescentes e igualmente espaçados de corrente de magnetização, de modo que pontos situados entre dois pontos consecutivos fornecidos são determinados através de rotina de busca em tabela ordenada, empregando-se o método de interpolação linear (Press *et al.*, 1989).

A implementação deste modelo também requer uma pilha que registre a história magnética do material. A mesma é iniciada vazia, e nela são armazenadas as coordenadas (B, H) dos pontos de reversão. Sempre que um desses pontos for encontrado, o mesmo é armazenado na posição superior. Foi visto que fechamento de um laço menor implica na remoção dos dois últimos pontos de reversão. Isto ocorre quando o módulo do último valor calculado de H ultrapassa o módulo de H correspondente ao penúltimo ponto de reversão. Assim, as coordenadas desses dois últimos pontos são retiradas do topo da pilha, de modo que o fechamento do laço não exerce nenhuma influência no futuro estado magnético do material.

3.1.5 Modelo de Jiles-Atherton – Formulação Original

O modelo de Jiles-Atherton, em sua formulação original, baseia-se em considerações físicas relativas aos movimentos das paredes dos domínios magnéticos. Os autores partiram das seguintes premissas (Jiles e Atherton, 1986):

- Os locais onde ocorre o efeito de prendimento das paredes dos domínios são uniformemente distribuídos em todo o material, não havendo nenhuma distinção entre os diferentes tipos de locais prendedores (imperfeições cristalográficas, impurezas, regiões de fronteiras de grãos).
- A resistência a variações na magnetização é suposta uniforme, ou seja, supõe-se uma “energia de prendimento média” por cada local prendedor.

De acordo com a teoria de Weiss (Del Hoyo, 2005), a orientação dos domínios deve-se à ação de um campo em nível molecular, denominado “campo de Weiss”, associado à interação entre domínios vizinhos que tendem a se alinhar, uma vez que esta é a configuração correspondente à energia mínima. O campo médio de Weiss é dado por $\alpha \mathbf{M}$, onde α é uma constante de interação entre domínios magnéticos, adimensional, que depende das características do material. Assim, para um campo aplicado $\mathbf{H}$, o domínio apresenta um campo efetivo $\mathbf{H}_e$ dado por:

$$\mathbf{H}_e = \mathbf{H} + \alpha \mathbf{M} \quad (3.18)$$

Define-se “curva de magnetização anisterética” como sendo a curva de magnetização obtida em um sólido ideal, na ausência de todos os locais prendedores, de modo a não ocorrer o fenômeno de histerese. Esta curva situa-se acima da curva de magnetização inicial, aproximando-se assintoticamente desta última à medida que o campo é aumentado, como é mostrado na Fig. 3.5.

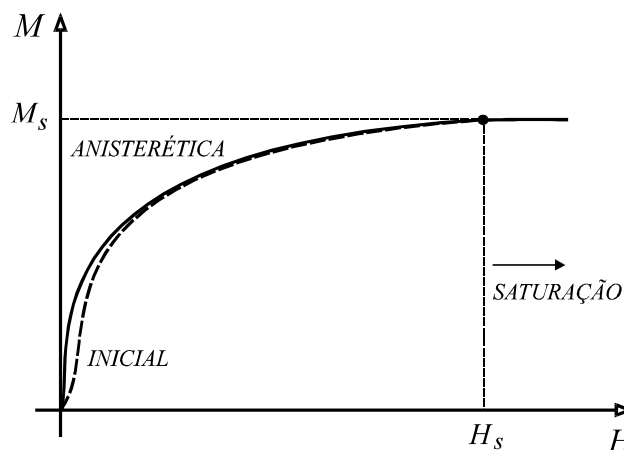


Fig. 3.5. Curva de magnetização inicial e curva anisterética.

Para modelar esta curva, os autores escolheram a função de Langevin modificada, ou seja:

$$M_a = M_s \left[\coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \frac{a}{H_e} \right] \quad (3.19)$$

$$H_e = H + \alpha M \quad (3.20)$$

O parâmetro M_s é a magnetização no ponto onde o material entra em estado de saturação e a é um coeficiente que caracteriza a forma da curva. De (3.20), pode-se fazer:

$$\frac{dH_e}{dH} = 1 + \alpha \frac{dM}{dH} \quad (3.21)$$

Uma das premissas básicas do modelo é que a magnetização M pode ser expressa em termos de uma componente de magnetização reversível, M_r , devido à flexão das paredes, adicionada a outra componente de magnetização irreversível, M_i , devido ao movimento de translação das mesmas na presença dos locais prendedores, ou seja:

$$M = M_r + M_i \quad (3.22)$$

A partir de considerações sobre a energia necessária para a parede se despregar dos prendedores locais, foi estabelecido que a componente M_i é dada por (Jiles- e Atherton, 1986):

$$\frac{dM_i}{dH_e} = \frac{M_a - M_i}{\delta k} \quad (3.23)$$

O parâmetro k é a constante de perdas ou constante de prendimento das paredes dos domínios e δ é o coeficiente que assume o valor +1 para $dH/dt > 0$, e -1 para $dH/dt < 0$.

Considerando algumas hipóteses baseadas no modelo de Globus 24L 24L. (1971), foi estabelecido que, para flexões não muito pronunciadas, a componente M_r varia linearmente com a diferença entre a magnetização anisterética e a magnetização irreversível ($M_a - M_i$). Assim, sendo c uma constante adimensional associada ao processo de flexão das paredes dos domínios, tem-se:

$$M_r = c (M_a - M_i) \quad (3.24)$$

Combinando (3.22) e (3.24), pode-se escrever:

$$M = M_i + c (M_a - M_i) \quad (3.25)$$

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_i}{dH} + c \left(\frac{dM_a}{dH} - \frac{dM_i}{dH} \right) \quad (3.26)$$

De (3.21) tem-se pela regra da cadeia:

$$\frac{dM_a}{dH} = \frac{dM_a}{dH_e} \frac{dH_e}{dH} = \frac{dM_a}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \quad (3.27)$$

$$\frac{dM_i}{dH} = \frac{dM_i}{dH_e} \frac{dH_e}{dH} = \frac{dM_i}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \quad (3.28)$$

Substituindo (3.23), (3.27) e (3.28) em (3.26), resulta:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{\frac{1-c}{\delta k}(M_a - M_i) + c \frac{dM_a}{dH_e}}{1 - \alpha c \frac{dM_a}{dH_e} - \alpha(1-c) \frac{dM_i}{dH_e}} \quad (3.29)$$

3.1.6 Modelo de Jiles-Atherton – Formulação Modificada

Jiles *et al.* (1992) observaram que a equação (3.29) pode fornecer valores negativos de susceptibilidade diferencial (soluções sem significado físico) quando o campo magnético decresce a partir da extremidade do laço, em situações onde a magnetização irreversível M_i é menor que a magnetização anisterética M_a , no primeiro quadrante, ou maior que M_a , no terceiro quadrante. Nessas condições, as paredes dos domínios permanecem ligadas aos prendedores locais, de modo que $dM_i/dH = 0$. Entretanto, ainda ocorrem variações reversíveis na magnetização, uma vez que as paredes, antes elastecidas, passam a se distender quando o campo é reduzido. Assim, quando H decresce a partir da extremidade do laço até que M_i alcance M_a , a variação de M é praticamente reversível nessa região, de modo que $dM / dH \approx dM_r / dH$. De (3.26), conclui-se que $dM / dH = c dM_a / dH$. Assim, tem-se a seguinte formulação modificada:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{\frac{1-c}{\delta k}(M_a - M_i) + c \frac{dM_a}{dH_e}}{1 - \alpha c \frac{dM_a}{dH_e} - \alpha(1-c) \frac{dM_i}{dH_e}} \quad (3.30)$$

$$\frac{dM}{dH} = c \frac{dM_a}{dH_e} \quad \text{para } \delta (M_a - M_i) < 0 \quad (3.31)$$

$$M_a = M_s \left[\coth \left(\frac{H_e}{a} \right) - \frac{a}{H_e} \right] \quad \text{para } H \neq 0, M \neq 0 \quad (3.32)$$

$$\frac{dM_a}{dH_e} = M_s \left\{ \frac{1}{a} \left[1 - \coth^2 \left(\frac{H_e}{a} \right) \right] + \frac{a}{H_e^2} \right\} \quad \text{para } H \neq 0, M \neq 0 \quad (3.33)$$

$$H_e = H + \alpha M \quad (3.34)$$

Observa-se que a função de Langevin, da forma $\coth(x) - 1/x$, não pode ser calculada na origem; devendo ser expandida em série de Taylor; assim, para $|H_e/a| < 0,1$, tem-se:

$$M_a = \frac{M_s H_e}{a} \left[\frac{1}{3} - \frac{H_e^2}{45 a^2} + \frac{2 H_e^4}{945 a^4} - \dots \right] \quad (3.35)$$

$$\frac{dM_a}{dH_e} = \frac{M_s}{a} \left[\frac{1}{3} - \frac{H_e^2}{15 a^2} + \frac{10 H_e^4}{945 a^4} - \dots \right] \quad (3.36)$$

Há diversos métodos para a determinação das constantes M_s , a , α , k e c . Jiles e Thoeke (1989) e Jiles *et al.* (1992) utilizaram laços $B-H$ determinados experimentalmente, fundamentando-se no significado físico dos parâmetros. Prigozy (1993) sugeriu um método baseado em tentativa e erro, utilizando laços $B-H$ fornecidos por fabricantes do material, os quais são usados como gabarito. Brachtendorf *et al.* (1997) utilizaram o método dos mínimos quadrados, impondo a condição de mínimo local e resolvendo as equações pelo método de Newton. Lederer *et al.* (1999) aplicaram uma técnica de otimização baseada em têmpera simulada (*simulated annealing*). Wilson *et al.* (2001) utilizaram algoritmos genéticos.

Na falta de rotinas baseadas nos métodos de otimização mais elaborados, pode-se utilizar o primeiro método citado como aproximação inicial (significação física dos parâmetros). Refinamentos podem ser realizados através do segundo método (gabarito). Tal prática mostra-se viável, uma vez que a literatura reporta valores típicos desses parâmetros para as ligas ferro-silício, os quais variam dentro de faixas não muito largas.

Alguns autores usam outros tipos de função para representar a curva de magnetização anisterética. Annakkage *et al.* (2000) propõem uma expressão da seguinte forma:

$$M_a = M_s \frac{a_1 H_e + H_e^2}{a_3 + a_2 H_e + H_e^2} \quad (3.37)$$

A fim de melhor aproximar o laço maior de histerese nas zonas de transição entre os estados de não-saturação e de saturação, os autores acima citados propõem que o parâmetro k seja modificado de acordo com a seguinte expressão:

$$k_{mod} = k \left[1 - \beta \left(M / M_s \right)^2 \right] \quad (3.38)$$

No referido trabalho, o valor da constante β foi estipulado em 0,96.

3.1.7 Modelo de Preisach - Formulação Original

O modelo de Preisach é tido como o que melhor reproduz o fenômeno de histerese (Tellinen, 1998; Liorzu *et al.*, 2000). Sua aplicação não se restringe ao campo do ferromagnetismo, mas também a diversas outras áreas, como o ferrimagnetismo. Partindo-se de sua concepção básica até a formulação de um modelo aplicável a problemas práticos, o caminho percorrido é bastante extenso. Os desenvolvimentos matemáticos são bem mais complicados que os apresentados pelos modelos de Talukdar e de Jiles-Atherton. Porém, na forma final, as equações são simples e os dados de entrada requeridos podem ser facilmente obtidos. Outra grande vantagem é que as principais propriedades da histerese magnética podem ser fielmente reproduzidas.

A seguir, apresenta-se a descrição resumida da teoria de Preisach, bem como uma formulação nela baseada, desenvolvida por Naidu (1990). A teoria de Preisach estabelece que os materiais ferromagnéticos são constituídos por pequenos dipolos que apresentam um laço de histerese da forma retangular, caracterizado por dois parâmetros, h_m e h_c , como é mostrado na Fig. 3.6.

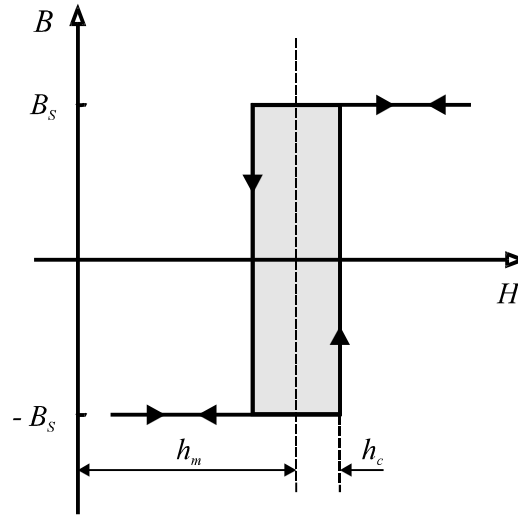


Fig. 3.6. Característica de dipolo elementar proposta por Preisach.

O parâmetro h_c é a coercividade apresentada pelo laço do dipolo, sendo $h_c > 0$. O parâmetro h_m corresponde ao campo magnético criado no local do dipolo pelos dipolos vizinhos.

O modelo de Preisach pode ser representado por um conjunto infinito de transdutores elementares de histerese que apresentam característica idêntica à mostrada na Fig. 3.6, dispostos como é indicado na Fig. 3.7.

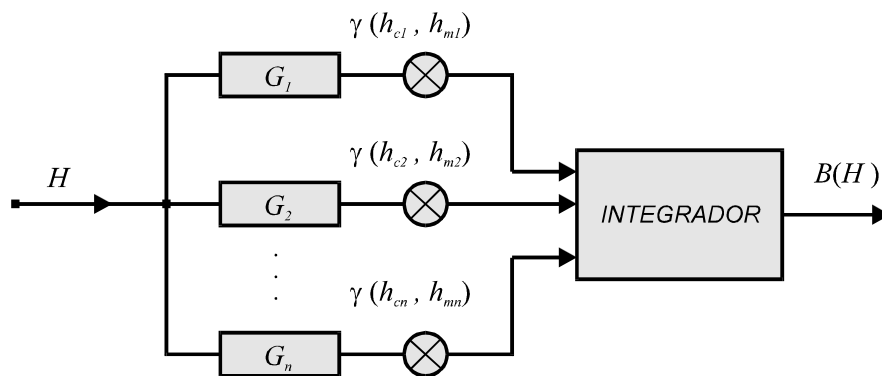


Fig. 3.7. Diagrama de blocos do modelo de Preisach.

Cada transdutor apresenta uma função de transferência dada por:

$$G(H) = +B_s \quad \text{para } H > h_m + h_c \quad (3.39)$$

$$G(H) = -B_s \quad \text{para } H < h_m - h_c \quad (3.40)$$

$\gamma (h_c, h_m)$ é uma função de peso, de modo que, para uma mesma excitação H , a resposta $B (H)$ é a soma ponderada das respostas dos transdutores individuais; assim, tem-se:

$$B(H) = \iint \gamma (h_c, h_m) G(H) dh_c dh_m \quad (3.41)$$

$$G(H) = \pm B_s \quad (3.42)$$

3.1.8 Modelo de Preisach - Formulação Modificada

Na formulação proposta por Naidu (1990), as variáveis (h_c, h_m) são transformadas em outro par de variáveis, obtendo-se um modelo capaz de gerar de modo satisfatório qualquer tipo de trajetória de histerese, partindo-se apenas do conhecimento de um conjunto de pontos de um dos ramos do laço maior de histerese, ou da função que o aproxima. A seguir, são apresentadas as expressões deste modelo, além de considerações acerca do processo de sua implementação.

A partir da função que aproxima o ramo descendente do laço maior, $B_d (H)$, determina-se a curva de magnetização inicial e uma função de distribuição $F (H)$, dadas respectivamente por:

$$B(H) = \frac{1}{B_d(H)} \left[\frac{B_d(H) - B_d(-H)}{2} \right]^2 \quad (3.43)$$

$$F(H) = \frac{B_d(H) + B_d(-H)}{2\sqrt{B_d(H)}}, \quad H \geq 0 \quad (3.44)$$

$$F(H) = \sqrt{-B_d(H)}, \quad H < 0 \quad (3.45)$$

A trajetória ascendente que parte de um ponto de reversão (B_1, H_1) é dada por:

$$B(H) = -B_d(-H) - B_d(H_1) + B_1 + 2F(-H_1)F(H), \quad H \geq H_1 \quad (3.46)$$

A trajetória descendente que parte de um ponto de reversão (B_2, H_2) é dada por:

$$B(H) = B_d(H) + B_d(-H_2) + B_2 - 2F(H_2)F(-H), \quad H \leq H_1 \quad (3.47)$$

A implementação deste modelo também requer uma pilha que registre a história magnética do material, como é descrito no item 3.2.4 (modelo de Talukdar-Bailey - formulação 2).

3.2 Representação das Perdas Dinâmicas

3.2.1 Método 1

O fenômeno de histerese diz respeito a variações lentas ou quase-estáticas da excitação. À medida que a frequência é elevada, intensifica-se o efeito das correntes parasitas induzidas no material (correntes de Foucault), o que acarreta em aumento das perdas magnéticas. Tal aumento corresponde às perdas dinâmicas (perdas parasíticas clássicas mais perdas anômalas), as quais podem ser consideradas mediante um resistor linear ligado em paralelo ao indutor não-linear,

como é indicado na Fig. 3.8 (Swift, 1971). Considerando uma tensão de excitação de forma senoidal, a elipse indicada corresponde às perdas dinâmicas. Neste caso, o laço $\lambda - i$ apresenta-se mais largo que o laço $\lambda - i_m$, uma vez que, para um mesmo valor de λ , tem-se $i' = i_m' + i_d'$.

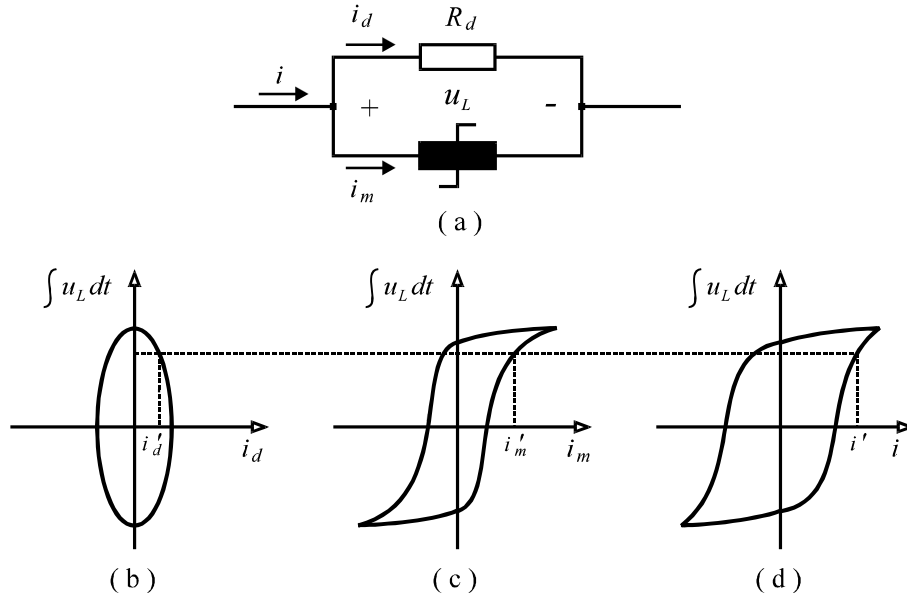


Fig. 3.8. Representação das perdas dinâmicas através de resistor não-linear (Swift, 1971).

Sendo U_L o valor *RMS* de u_L , R_d a resistência de perdas dinâmicas e P_t as perdas totais no núcleo, tem-se:

$$P_t \cong \frac{U_L^2}{R_d} \quad (3.48)$$

Para as ligas ferro-silício mais atuais, as perdas dinâmicas são significativamente maiores que as produzidas pela histerese (Swift, 1971). Medindo-se P_t , em função de U_L^2 e traçando-se a reta dada por (3.48), obtém-se R_d , que corresponde ao inverso do coeficiente angular da referida reta.

3.2.2 Método 2

O método é aplicado em casos onde todos os efeitos no núcleo magnético são representados por elementos de circuitos, como é o caso dos modelos de Talukdar-Bailey e de Preisach. Para representar o efeito da frequência quando se utiliza o modelo de Jiles-Atherton, pode-se modificar H através da seguinte expressão:

$$H_{tot} = H_{hys} + k_d \frac{dB}{dt} \quad (3.49)$$

A constante k_d corresponde às perdas parasíticas clássicas e às perdas anômalas. Pode-se fazer uma estimativa da mesma através de tentativas, comparando-se resultados obtidos por simulação, para diferentes valores de k_d , com o laço obtido experimentalmente na citada frequência.

Capítulo 4

Correntes de *Inrush*

Os transformadores usados nos sistemas elétricos de potência requerem, em regime permanente, correntes de excitação da ordem de 0,5% a 2% da corrente nominal. Porém, durante o processo de energização, podem ocorrer surtos de corrente com as seguintes características:

- valor de pico inicial que pode superar vinte vezes o valor de pico da corrente nominal;
- duração de vários ciclos;
- amplo espectro de harmônicos, predominando a segunda harmônica.

Este efeito é conhecido como *inrush*. Os principais efeitos das correntes de *inrush* são descritos a seguir:

- atuação indevida de fusíveis e relés de proteção de atuação rápida;
- afundamentos temporários de tensão, com deterioração da qualidade de energia;
- solicitações de natureza eletromecânica e térmica no transformador e nos demais componentes do sistema, o que incorre em redução de vida útil;
- sobretensões causadas por fenômenos de ressonância harmônica em sistemas que contêm filtros elétricos, como no caso de linhas de altas tensões que operam em corrente contínua.

A intensidade e a duração das correntes de *inrush* dependem dos seguintes fatores:

- valor instantâneo da tensão aplicada ao transformador no instante da energização;
- magnitude e sinal do fluxo residual no núcleo magnético;
- resistência e indutância equivalentes em série do circuito alimentador;
- indutância de dispersão do enrolamento primário do transformador;
- características magnéticas e geometria do núcleo do transformador;
- valor da resistência de pré-inserção do disjuntor;
- impedância da carga ligada ao secundário;
- velocidade de fechamento dos contatos do disjuntor;

4.1 Energização de um Transformador Monofásico

4.1.1 Comportamento em Regime Não-Saturado

O circuito RL da Fig. 4.1 destina-se ao estudo do transitório de corrente durante a energização de um transformador monofásico por fonte de tensão senoidal, com o secundário em aberto. O indutor não-linear indicado possui característica de magnetização $i = f(\lambda)$. Inicialmente, são desprezadas as perdas no núcleo magnético.

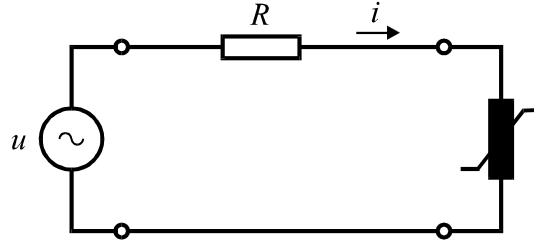


Fig. 4.1. Circuito não-linear para representação de um transformador com secundário em vazio.

Após o fechamento da chave, tem-se a seguinte equação para o fluxo de enlace:

$$\frac{d\lambda}{dt} + R i = U_m \sin \omega t \quad (4.1)$$

Como a relação $i = f(\lambda)$ é não-linear, a equação (4.1) só poderá ser resolvida numericamente. Entretanto, se for assumido que o núcleo magnético não atinge a saturação, é razoável supor que a função f comporta-se aproximadamente como uma função linear até o ponto de joelho da curva de magnetização. Isto permite fazer $i = f(\lambda) = \lambda / L_m$, onde L_m é a indutância de magnetização do transformador, que corresponde à inclinação da reta que passa pela origem e pelo ponto de joelho da curva $\lambda - i$; assim, a equação (4.1) pode ser escrita como:

$$\frac{d\lambda}{dt} + \frac{R}{L_m} \lambda = U_m \sin \omega t \quad (4.2)$$

Para simplificar, supõe-se que $\lambda(0) = 0$; assim, esta equação tem por solução:

$$\lambda(t) = \frac{\omega L_m^2 U_m}{R^2 + (\omega L_m)^2} e^{-(R/L_m)t} + \frac{\omega L_m^2 U_m}{R^2 + (\omega L_m)^2} \left[\frac{R}{\omega L_m} \sin \omega t - \cos \omega t \right] \quad (4.3)$$

Considerando $R \ll \omega L_m$ e fazendo $\lambda_m = U_m / \omega$, resulta:

$$\lambda(t) = \lambda_m \left[e^{-(R/L_m)t} - \cos \omega t \right] \quad (4.4)$$

A equação (4.4) é composta por um termo com decaimento exponencial, relacionado ao comportamento transitório de λ logo após a aplicação da tensão, e por um termo senoidal relacionado ao regime permanente. Na Fig. 4.2 é mostrado a variação de λ logo após a energização do transformador. Vê-se que é estabelecido um sobrefluxo no núcleo magnético. Como a indutância L_m é assumida constante, a corrente de magnetização apresenta forma de onda semelhante.

Um fator de importância fundamental no grau de assimetria da onda de fluxo é o valor da tensão da fonte no momento da energização do transformador. Na análise anterior, considerou-se $u = U_m \sin \omega t$, de modo que $u(0) = 0$. Porém, o caso mais comum ocorre quando $u(0) \neq 0$. A seguir, será considerado $u = U_m \sin(\omega t + \theta)$, o que implica em se ter $u(0) = U_m \sin \theta$, onde θ , denominado “ângulo de chaveamento”, determina o valor inicial da tensão.

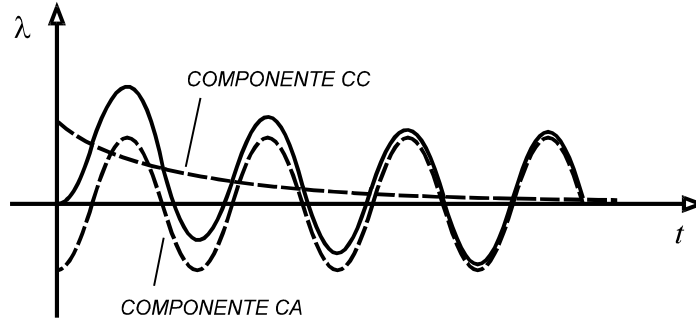


Fig. 4.2. Fluxo de enlace em função do tempo logo após a energização do transformador.

Caso haja interesse em apenas avaliar o valor de pico inicial de λ , o amortecimento nos instantes subsequentes pode ser ignorado. Fazendo $R = 0$ no circuito da Fig. 4.1, obtém-se:

$$\frac{d\lambda}{dt} = U_m \sin(\omega t + \theta) \quad (4.5)$$

Considerando $\lambda(0) = \lambda_R$ e $\lambda_m = U_m / \omega$, a solução desta equação é:

$$\lambda = \lambda_R + \lambda_m [\cos \theta - \cos(\omega t + \theta)] \quad (4.6)$$

Vê-se que a onda de fluxo imposta ao núcleo apresenta valor máximo quando $\omega t = k\pi$ ($k = 1, 3, 5, \dots$) e $\theta = 0$, caso em que a tensão da fonte é nula no instante da energização. Assim, o máximo valor de λ é $\lambda_R + 2\lambda_m$. Por outro lado, não ocorre assimetria para na forma de onda de λ para $\lambda_R = 0$ e $\theta = \pi/2$, situação em que a tensão assume o valor de pico U_m em $t = 0$. Esta é a condição mais favorável, pois são evitados sobrefluxos no transformador, sendo o núcleo levado à saturação.

4.1.2 Comportamento em Regime Saturado

Durante os primeiros instantes da energização de um transformador, os elevados valores de fluxo atingem a região de saturação do laço de histerese do núcleo do núcleo. Assim, para pequenas variações de λ , podem ocorrer variações muito elevadas de i , de modo a se estabelecer um surto de corrente (corrente de *inrush*). Isto pode ser entendido mediante análise da Fig. 4.3.

No caso anterior, a característica λ versus i do núcleo foi representada pela curva de saturação (relação biunívoca correspondente a uma curva que passa pela origem), o que não permite considerar a existência de fluxo residual ou remanescente. A fim de avaliar a influência do fluxo residual λ_R nos valores da corrente de *inrush*, considera-se o núcleo com histerese.

Com uma excitação assimétrica, a trajetória descrita no plano $\lambda - i$ apresenta laços menores também assimétricos. O valor λ_m não é alcançado, pois λ acha-se limitado pelo nível de saturação, λ_s .

Se o fluxo residual apresentar mesmo sinal do fluxo imposto pela fonte, a região de saturação pode ser atingida mais rapidamente, com maior intensidade, resultando em maior assimetria da onda de fluxo e em valores de pico de corrente de *inrush* mais elevados. Por outro lado, se os citados fluxos apresentarem sinais contrários, a corrente de *inrush* será atenuada.

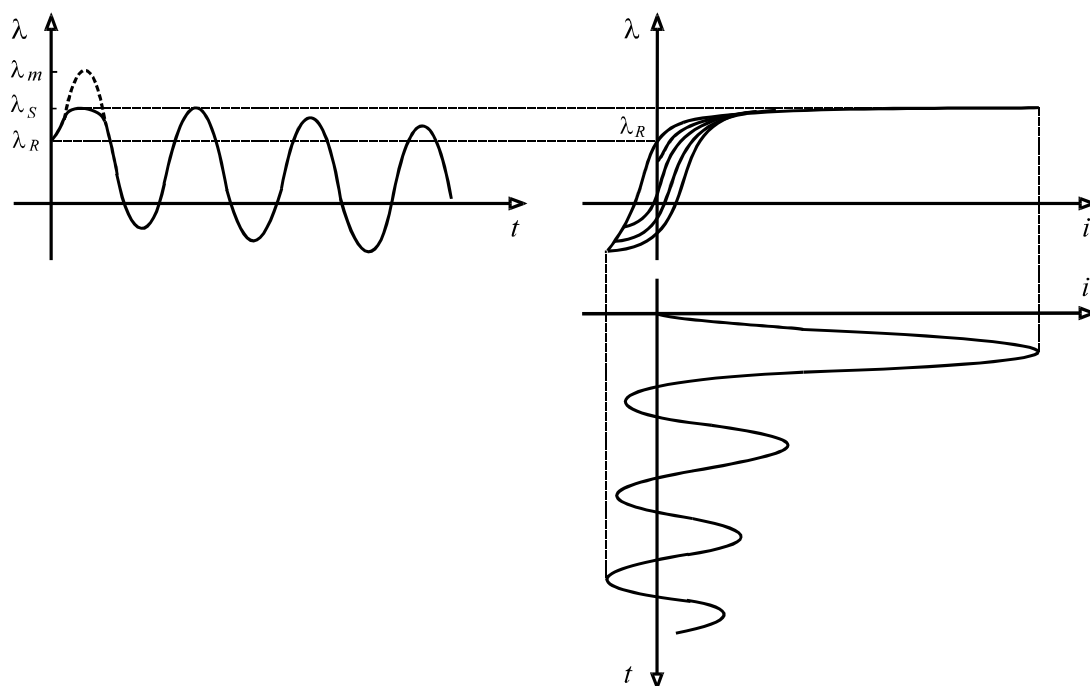


Fig. 4.3. Fluxo de enlace e corrente de *inrush* durante a energização de um transformador.

A representação da histerese é especialmente importante no caso de sistemas com religamento automático. No instante do religamento, pode haver considerável valor de fluxo residual que seja somado ao fluxo imposto pela fonte, implicando em maior corrente de *inrush*.

4.1.3 Perdas Dinâmicas e Correntes de Inrush

As perdas dinâmicas normalmente podem ser desprezadas no cálculo de correntes de *inrush*, pois o efeito das mesmas no alargamento do laço na região não-saturada é insignificante se comparado com as extensas trajetórias magnéticas nas regiões de saturação. Além disso, o laço maior de histerese utilizado pode ser obtido na frequência de 60 Hz (laço dinâmico). Isto é permitido porque a diferença entre a largura do mesmo e a largura do laço obtido com variações quase-estáticas de B é menor à metade da largura deste último, o qual é bastante estreito para as ligas ferro-silício de baixas perdas fabricadas atualmente (Lucas, 1992). Também ocorre que, para estágios de saturação muito pronunciados, até 400 Hz, as formas dos laços de histerese não variam de modo apreciável com a frequência (Hassani, 1989).

4.1.4 Outros Tipos de *Inrush*

Na Fig. 4.4 é apresentado um sistema em que podem ocorrer surtos de corrente em transformadores já energizados (Westinghouse, 1979). Se ocorre um defeito em um dos alimentadores, com atuação do disjuntor indicado, a tensão do sistema sofre uma queda momentânea, retornando ao valor normal. Isto causa um efeito semelhante ao descrito no item anterior.

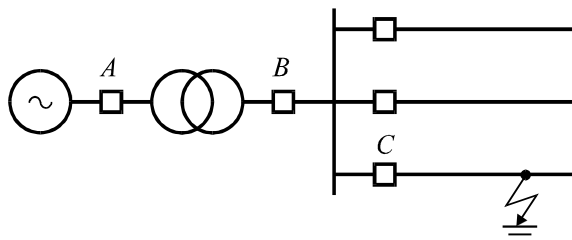


Fig. 4.4. *Inrush* no transformador após desligamento de alimentador com defeito.

Este fenômeno é conhecido como surto de restabelecimento (*recovery inrush*). O mesmo é menos severo que o *inrush* causado pela energização do transformador, pois a variação de tensão nos terminais do primário é menor que a causada pela energização a partir do valor zero.

Surto de corrente também podem ocorrer em sistemas como o mostrado na Fig. 4.5, onde um transformador é ligado em paralelo com outro já energizado (Westinghouse, 1979). A corrente de *inrush* no transformador T2 circula através do caminho proporcionado por T1, de modo que a componente contínua pode levar o núcleo deste último ao estado de saturação, ocorrendo também um surto de corrente em T1. Em inglês, este fenômeno é denominado *sympathetic inrush*, o qual também é menos intenso que o *inrush* convencional. Porém, deve-se observar que a corrente no disjuntor A é a soma $i_1 + i_2$, o que pode causar os problemas citados no item 4.1.

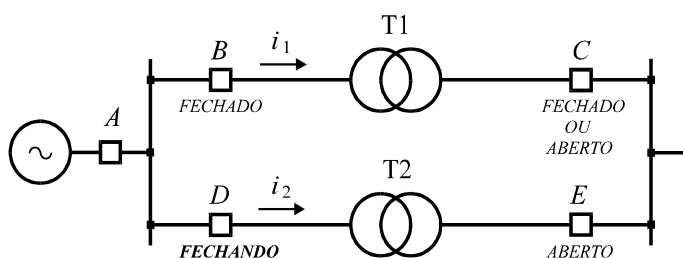


Fig. 4.5. *Inrush* no transformador após desligamento de alimentador com defeito.

Bronzeado e Yacamini (1995) realizaram investigações baseadas em simulações e em experimentos, concluindo que o fenômeno é causado pela queda de tensão sobre a resistência equivalente do sistema alimentador e que o valor desta resistência é o principal fator de influência no processo de interação entre os transformadores. Outra conclusão é que a corrente em T2 decai de modo mais lento, em relação ao caso de T1 não estar ligado em paralelo.

Considerando transformadores com os enrolamentos secundários em aberto, os dois autores citados determinaram envoltórias típicas das correntes i_1 e i_2 , como mostra a Fig. 4.6. A corrente i_{20} também indicada corresponde à corrente calculada considerando apenas T2 ligado ao sistema.

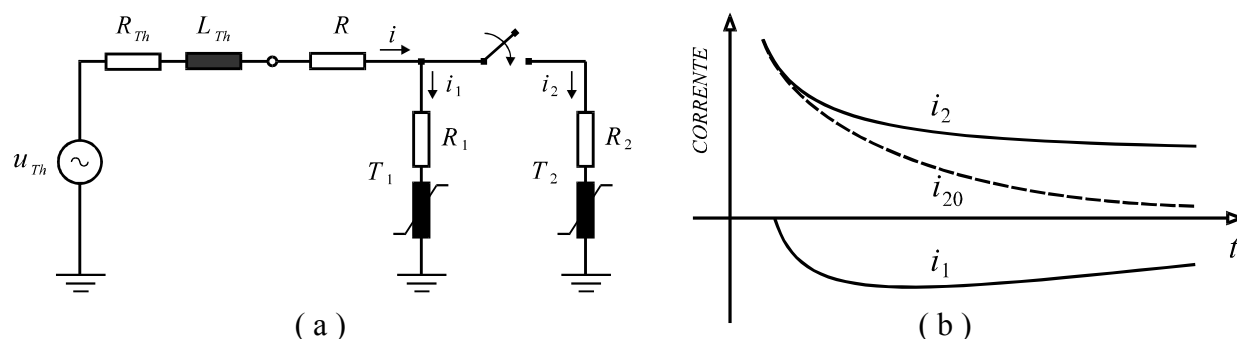


Fig. 4.6. (a) Sistema usado no estudo do *sympathetic inrush* (Bronzeado e Yacamini, 1995);
(b) envoltórias das correntes i_{20} (com apenas T2 ligado), i_1 e i_2 .

4.2 Considerações Adicionais

As correntes de *inrush* podem fazer com que relés de proteção de operação rápida atuem de modo indevido durante a energização do transformador. Para evitar que isto ocorra, os relés diferenciais utilizam um critério capaz de distinguir as correntes de *inrush* das correntes de curto-circuito. O critério tradicionalmente utilizado se baseia na avaliação do conteúdo de harmônicos. Uma corrente de *inrush* típica apresenta uma composição de harmônicas onde predomina a harmônica de segunda ordem, que pode significar mais de 60% do valor da componente fundamental. Assim, quando o transformador é energizado em condições normais, essas harmônicas são filtradas, exercendo uma ação de bloqueio que evita a operação do relé. Por outro lado, as correntes de curto-circuito típicas são normalmente compostas por uma componente fundamental acrescida de uma componente contínua com decremento exponencial, sendo o conteúdo de harmônicos insignificante em comparação com os observados nas correntes de *inrush*. Assim, não se verifica a ação de bloqueio no sentido de impedir a atuação do relé.

Em regime permanente, a corrente de magnetização apresenta simetria de meia onda, havendo apenas harmônicas ímpares. Logo, os relés de proteção de redes trifásicas instalados no secundário de transformadores de corrente não são sensibilizados por harmônicas de ordem 3, pois estas são canceladas pelas ligações em delta dos TC's ou dos enrolamentos do próprio transformador (as harmônicas triplas possuem módulos e ângulos de fase iguais nas três fases). Porém, as harmônicas de ordem 5 podem sensibilizar os relés (as mesmas apresentam simetria trifásica). Isto permite que elas sejam usadas como indicador de sobre-excitação do núcleo, quando a indução é maior que a do ponto de joelho da curva de saturação. Nesta situação, aumentam os harmônicos de tensão e de corrente, bem como as perdas nos enrolamentos e no núcleo.

4.3 Correntes de *Inrush* em Transformadores Monofásicos

4.3.1 Formulação pelo Modelo de Talukdar-Bailey

Na Fig. 4.7 é apresentado o circuito representativo da energização de um transformador com o secundário em aberto.

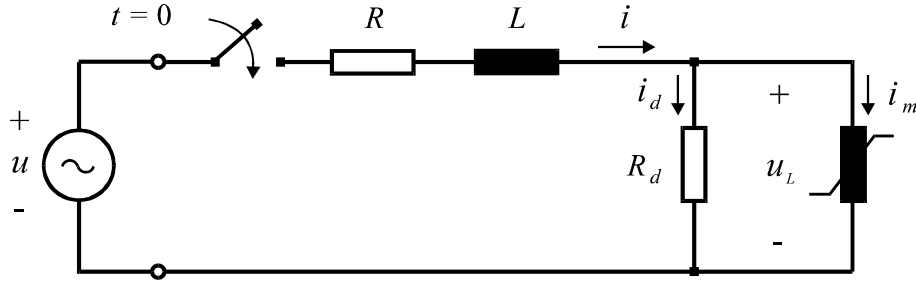


Fig. 4.7. Circuito considerado para o cálculo da corrente de *inrush*.

Para este circuito, pode-se escrever:

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} + L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = u(t) \quad (4.7)$$

$$i(t) = i_m(t) + i_d(t) \quad (4.8)$$

Substituindo (4.8) em (4.7) e fazendo $i_m = f(\lambda)$ e $L_m = d\lambda/di_m$, após algumas manipulações algébricas, tem-se seguinte sistema de expressões diferenciais não-lineares:

$$\frac{du_L(t)}{dt} = \frac{R_d}{L} \left[u(t) - \left(1 + \frac{L}{L_m} + \frac{R}{R_d} \right) u_L(t) - R f(\lambda) \right] \quad (4.9)$$

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = u_L(t) \quad (4.10)$$

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta) \quad (4.11)$$

Calculam-se a função f que descreve o processo de magnetização do núcleo e a indutância de magnetização L_m através das expressões do item 3.1.4 (Capítulo 3), trocando-se B por λ e H por i . A condição inicial é $\lambda(0) = \lambda_R$ (fluxo residual no núcleo antes da energização). A solução de (4.9) é obtida pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem.

4.3.2 Formulação pelo Modelo de Jiles-Atherton

Considera-se que o transformador apresentado na Fig. 4.7 possui N espiras no enrolamento primário, comprimento médio de trajetória magnética l e área de seção reta do núcleo A ; assim, tem-se:

$$\lambda(t) = N A B(t) \quad (4.12)$$

$$i(t) = \frac{l}{N} H(t) \quad (4.13)$$

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = u(t) \quad (4.14)$$

$$B(t) = \mu_0 [H(t) + M(t)] \quad (4.15)$$

Combinando essas expressões, resulta:

$$\frac{dH(t)}{dt} = \frac{u(t) - \frac{Rl}{N} H(t)}{\frac{Ll}{N} H(t) + \mu_0 N A \left[1 + \frac{dM(t)}{dH(t)} \right]} \quad (4.16)$$

$$\frac{dM(t)}{dt} = \frac{dM(t)}{dH(t)} \frac{dH(t)}{dt} \quad (4.17)$$

$$u(t) = U_m \text{sen}(\omega t + \theta) \quad (4.18)$$

As expressões (4.16) a (4.18), juntamente com as equações deduzidas no item 3.1.6 (Capítulo 3) formam um sistema não-linear resolvido pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem.

4.3.3 Formulação pelo Modelo de Preisach

Para este circuito, pode-se escrever:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + u_L(t) = u(t) \quad (4.19)$$

$$\frac{u_L(t)}{R_d} = i(t) - i_m(t) \quad (4.20)$$

$$L_m \frac{di_m(t)}{dt} = u_L(t) \quad (4.21)$$

$$\lambda = f(i_m) \quad (4.22)$$

Assumindo um degrau de tempo h , tem-se pelo método das diferenças finitas:

$$L \frac{i(\tau) - i(\tau - h)}{h} + Ri(\tau) + u_L(\tau) = u(\tau) \quad (4.23)$$

$$L_m \frac{i_m(\tau) - i_m(\tau - h)}{h} = u_L(\tau) \quad (4.24)$$

$$\lambda(\tau) = f[i_m(\tau)] \quad (4.25)$$

Consideram-se também as expressões do item 3.1.8 (Capítulo 3) na forma discreta, trocando-se B por λ e H por i . A solução deste sistema é fornecida pelo método de Newton-Raphson.

4.4 Descrição do Caso Estudado

Foi considerado um transformador monofásico tipo núcleo envolvente constituído por uma liga ferro-silício de grãos não-orientados, com os seguintes dados (Apolônio *et al.*, 2004):

- Potência nominal: 3 kVA.
- Relação de tensões nominais: 70 V / 127 V.
- Relação de espiras: 48 / 88.
- Área de seção reta da coluna central do núcleo: $44,4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$.
- Comprimento médio da trajetória magnética: 0,57 m.
- Fator de empilhamento: 0,95.
- Resistências dos enrolamentos primário e secundário: 0,0162 Ω e 0,0882 Ω .
- Reatância de dispersão dos enrolamentos: desprezíveis.

O laço maior de histerese é mostrado na Fig. 4.8. Os parâmetros do modelo de Jiles-Atherton foram determinados pelo método de pesquisa direta de Hooke-Jeeves (Marchesi, 1988), associado à técnica denominada “têmpera simulada” (*simulating annealing*) (Press *et al.*, 1989), minimizando-se o erro quadrático entre os resultados teóricos e experimentais de B e de H . Assim, obteve-se: $M_s = 1,72 \times 10^6 \text{ A/m}$; $a = 470 \text{ A/m}$; $\alpha = 81,72 \times 10^{-5}$; $c = 0,136$; $k = 81,9 \text{ A/m}$.

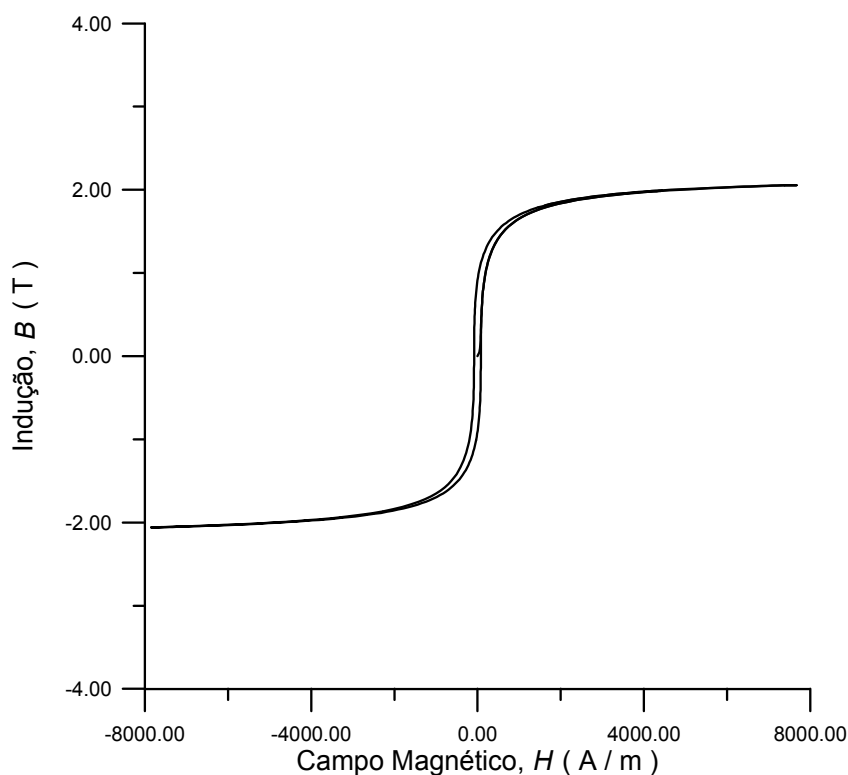


Fig. 4.8. Laço maior de histerese do transformador.

A curva de magnetização inicial é mostrada na Fig. 4.9.

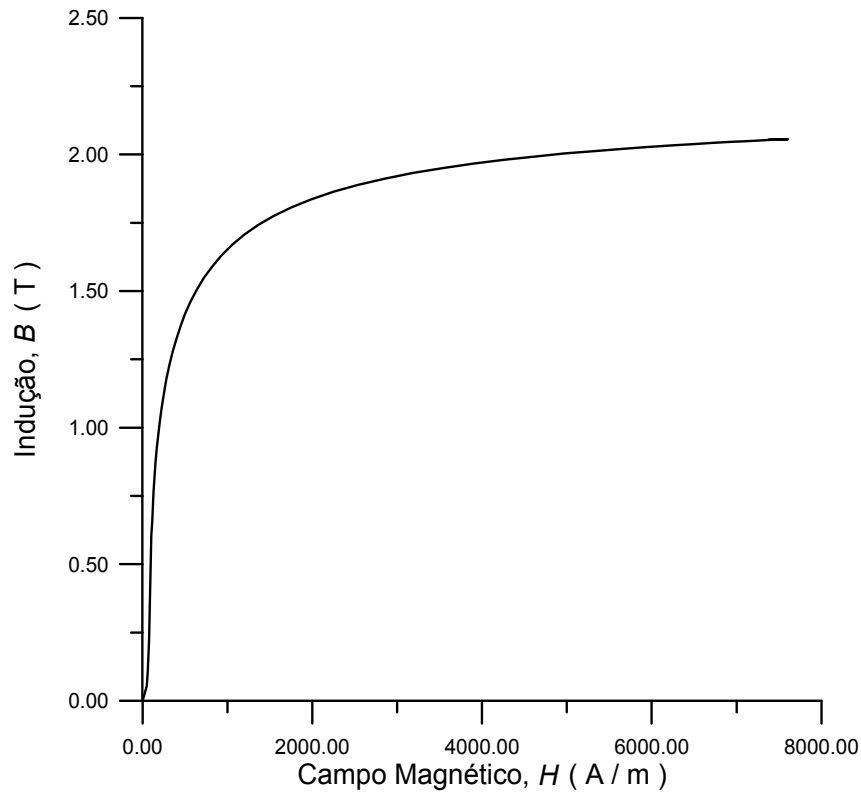


Fig. 4.9. Curva de magnetização inicial do transformador.

Na aproximação da curva de magnetização inicial e do ramo superior do laço de histerese, foi utilizado o método de linearização por partes, a partir de uma sequência de pontos com abscissas igualmente espaçadas. Valores situados entre dois pontos consecutivos fornecidos foram determinados pelo método de interpolação linear, mediante emprego de rotina de busca em tabela ordenada (Press *et al.*, 1989).

Não são fornecidos dados das perdas dinâmicas no núcleo magnético. Uma estimativa realística para um transformador de 3 kVA é 0,8% (Chandrasena, 2006). Considerando o enrolamento de 70 V, obtém-se o seguinte valor para a resistência de perdas dinâmicas:

$$R_d = \frac{70^2}{0,008 \times 3000} = 204,2 \Omega$$

A metodologia adotada consiste em efetuar comparações dos resultados das simulações obtidas pelos diferentes modelos, tomando-se como padrão de referência o modelo baseado na teoria de Preisach (Naidu, 1990), tradicionalmente considerada como a forma mais eficiente para a representação da histerese (Liorzu *et al.*, 2000; Razaeei-Zare *et al.*, 2007).

4.5 Apresentação de Resultados

4.5.1 Comparação de Modelos

A seguir, são mostrados resultados de simulações que estabelecem comparações de resultados obtidos através de uso dos modelos de Talukdar-Bailey (versão modificada 2) e de Jiles-Atherton com os obtidos pelo modelo baseado na teoria de Preisach.

Nos casos mostrados da Fig. 4.10 até a Fig. 4.39, foram considerados os seguintes dados de entrada do sistema elétrico, incluindo o transformador: $U_e = 77 \text{ V}$; $R = 0,5 \text{ } \Omega$; $L = 0,265 \text{ mH}$. Para a geração das trajetórias magnéticas no plano de fase $\lambda - i_m$ pelo modelo de Talukdar-Bailey, foram utilizados os seguintes valores nas equações (3.14) e (3.17): $\xi = 80$; $\beta = 4,5$. No modelo de Jiles_Atherton, foi utilizado o seguinte parâmetro de condutividade elétrica do núcleo na equação (3.49): $\sigma = 0,075$. Em todos os casos, considerou-se $\lambda(0) = 0$.

Na obtenção dos resultados mostrados da Fig. 4.40 até a Fig. 4.49, os parâmetros do sistema elétrico foram modificados para: $U_e = 77 \text{ V}$; $R = 2,0 \text{ } \Omega$; $L = 2,65 \text{ mH}$. Desta forma, foram avaliadas as influências do fluxo imposto pela fonte e do fluxo residual no núcleo do transformador, com $\theta = 0^\circ$. Os seguintes casos foram considerados:

- Caso 1: energização (2,75 ciclos), desligamento (4,5 ciclos) e religamento (4,5 ciclos).
- Caso 2: energização (2,5 ciclos), desligamento (4,5 ciclos) e religamento (4,5 ciclos).
- Caso 3: energização (2,75 ciclos), desligamento (5 ciclos) e religamento (4 ciclos).

A Fig. 4.50 mostra o processo de queda transitória de tensão (*voltage sag*) nos terminais do transformador, corresponde à situação de *inrush* da Fig. 4.30.

4.5.2 Comentários

Observando os resultados obtidos, conclui-se que:

- O modelo de Talukdar-Bailey, versão modificada 2, apresenta maior grau de concordância em relação ao modelo de Preisach que o modelo de Jiles-Atherton, principalmente em casos em que a saturação é mais intensa.
- A representação das perdas dinâmicas não é relevante no cálculo de correntes de *inrush*, especialmente no caso em que estas atingem elevados valores de pico (Fig. 4.30 a Fig. 4.33).
- Analisando a Fig. 3.39 até a Fig. 3.49, conclui-se que a representação da histerese é importante no caso de sistemas com religamento automático, pois há possibilidade de se estimar o valor do fluxo residual no núcleo no instante do religamento. Se a polaridade deste fluxo é a mesma do fluxo imposto pela fonte (Fig. 4.42 a Fig. 4.45), o efeito de *inrush* pode ser muito pronunciado. Se as polaridades são contrárias, o efeito é atenuado (Fig. 4.46 a Fig. 4.49).

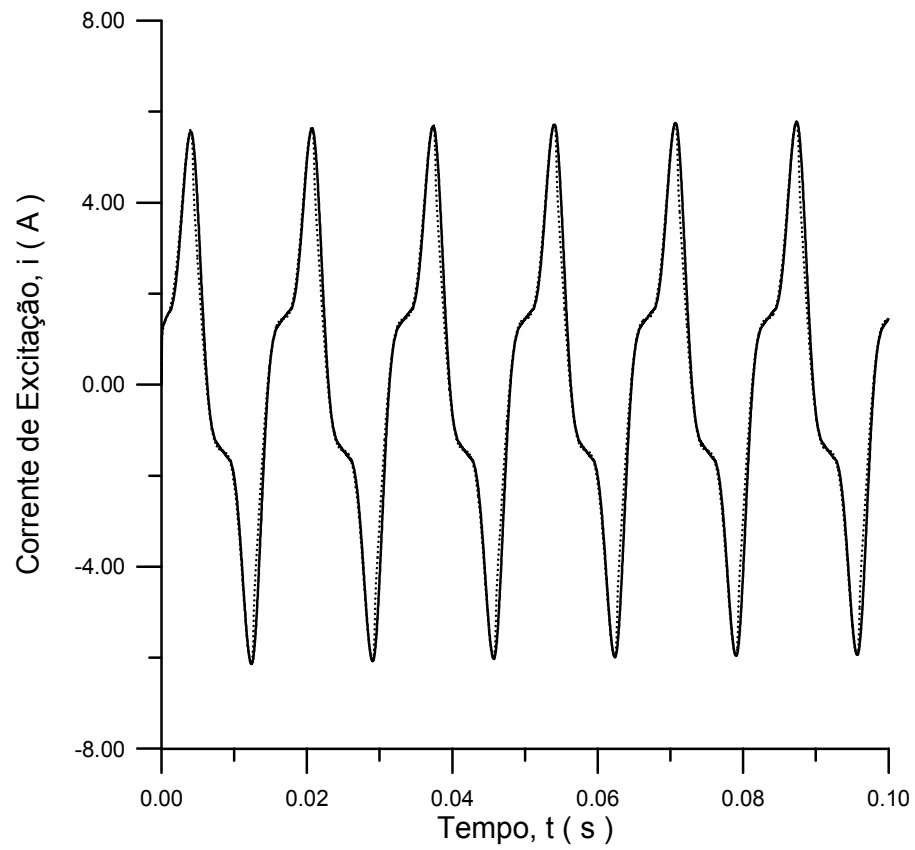


Fig. 4.10. Correntes de excitação - $\theta = 90^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

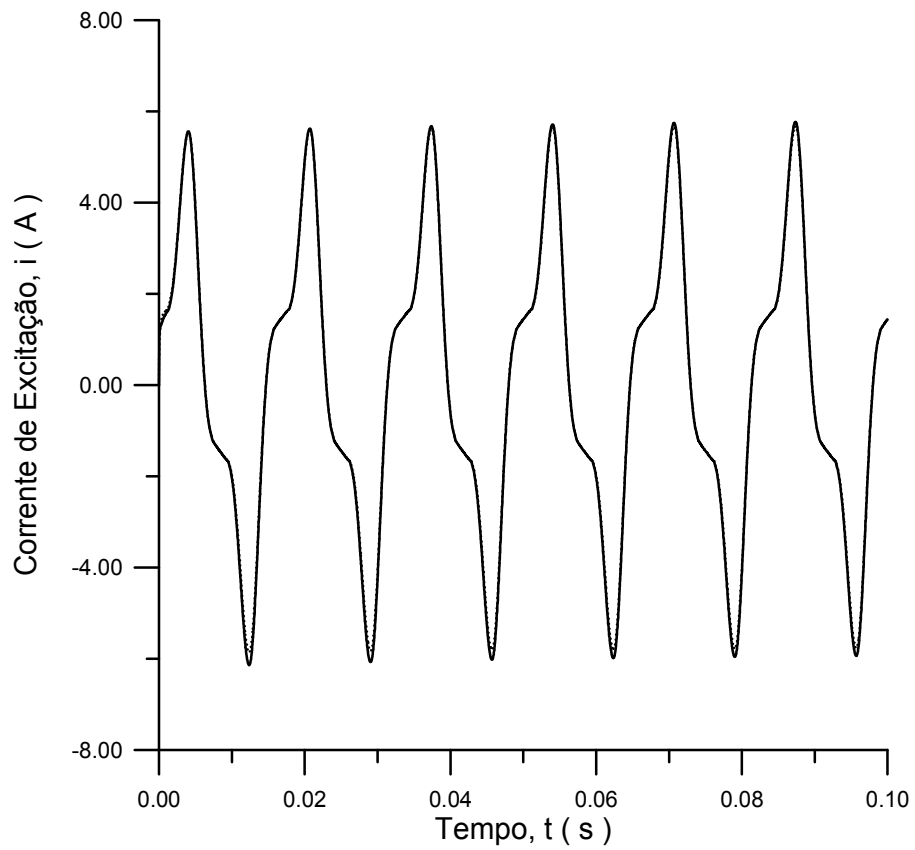


Fig. 4.11. Correntes de excitação - $\theta = 90^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

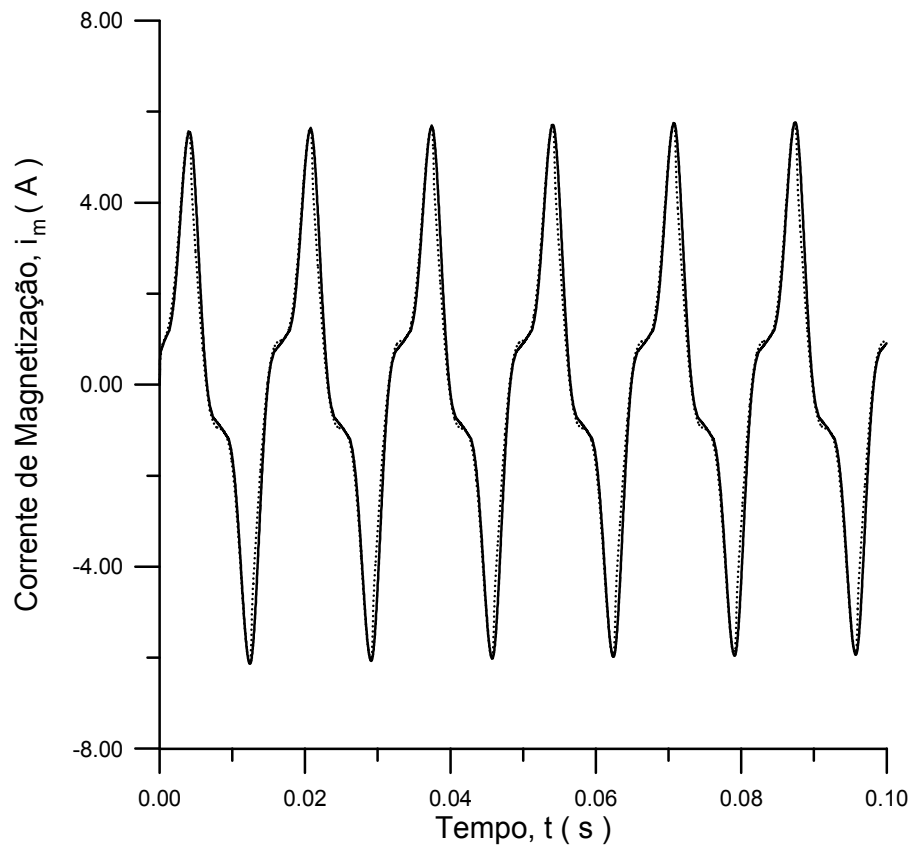


Fig. 4.12. Correntes de magnetização - $\theta = 90^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

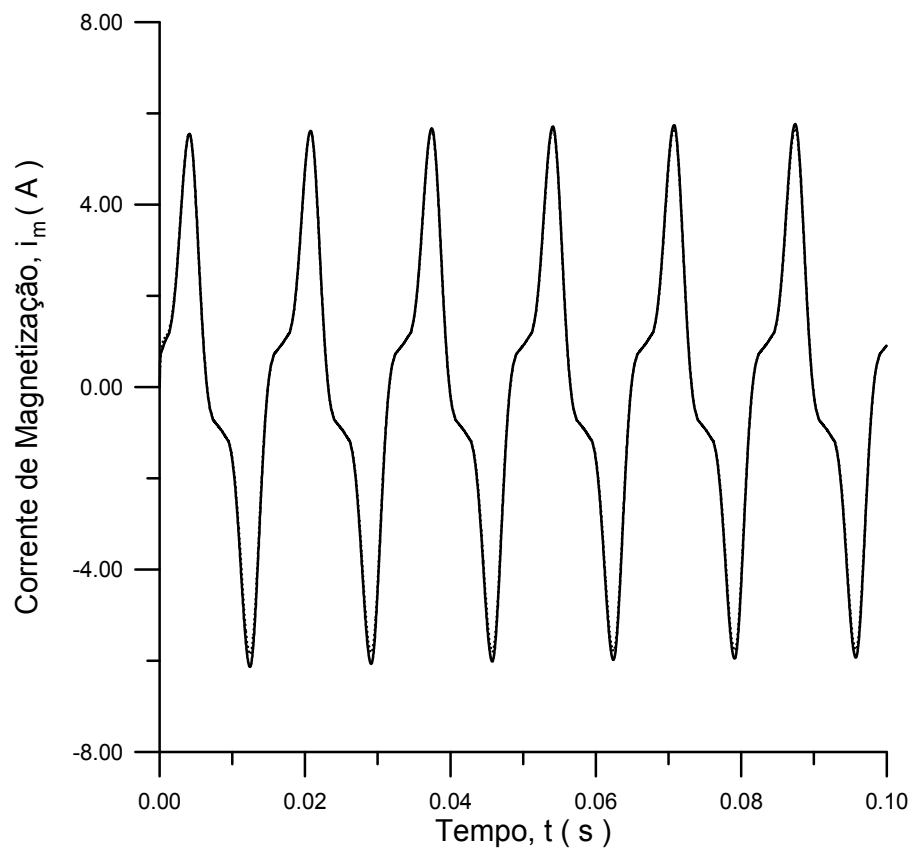


Fig. 4.13. Correntes de magnetização - $\theta = 90^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

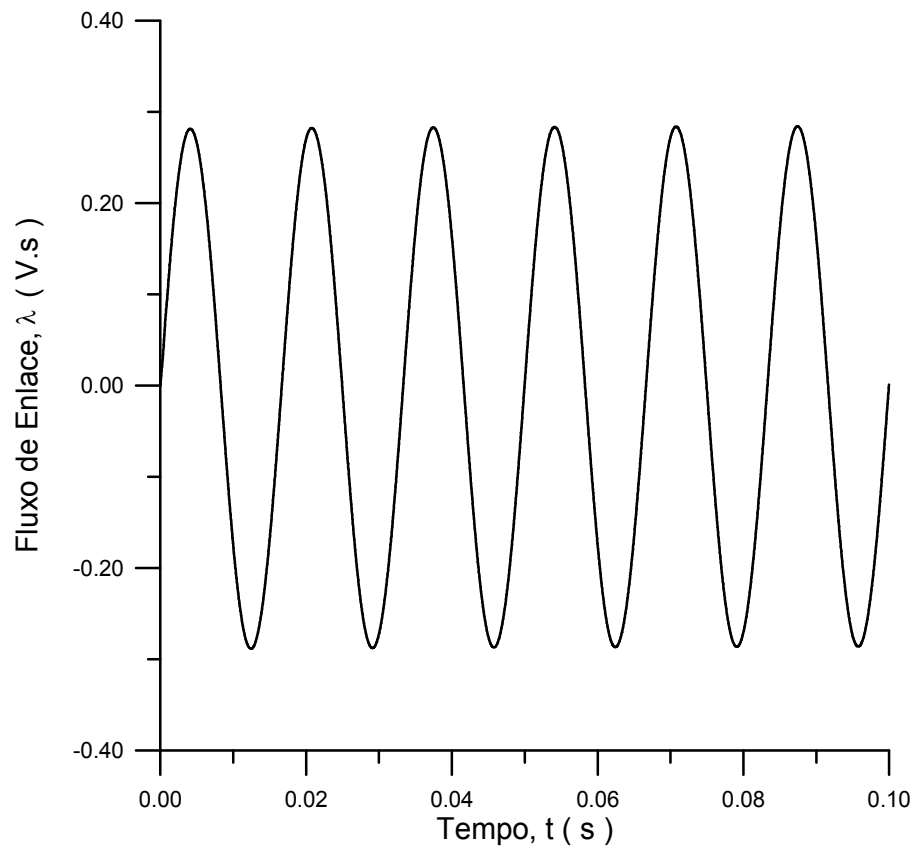


Fig. 4.14. Fluxos de enlace - $\theta = 90^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

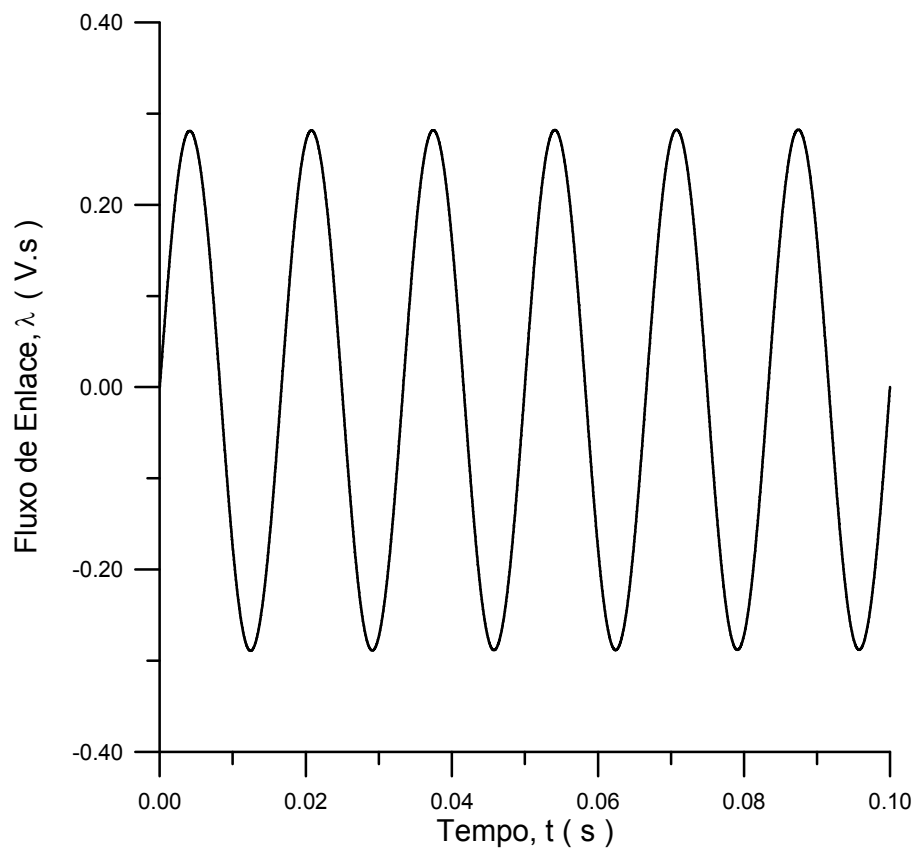


Fig. 4.15. Fluxos de enlace - $\theta = 90^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

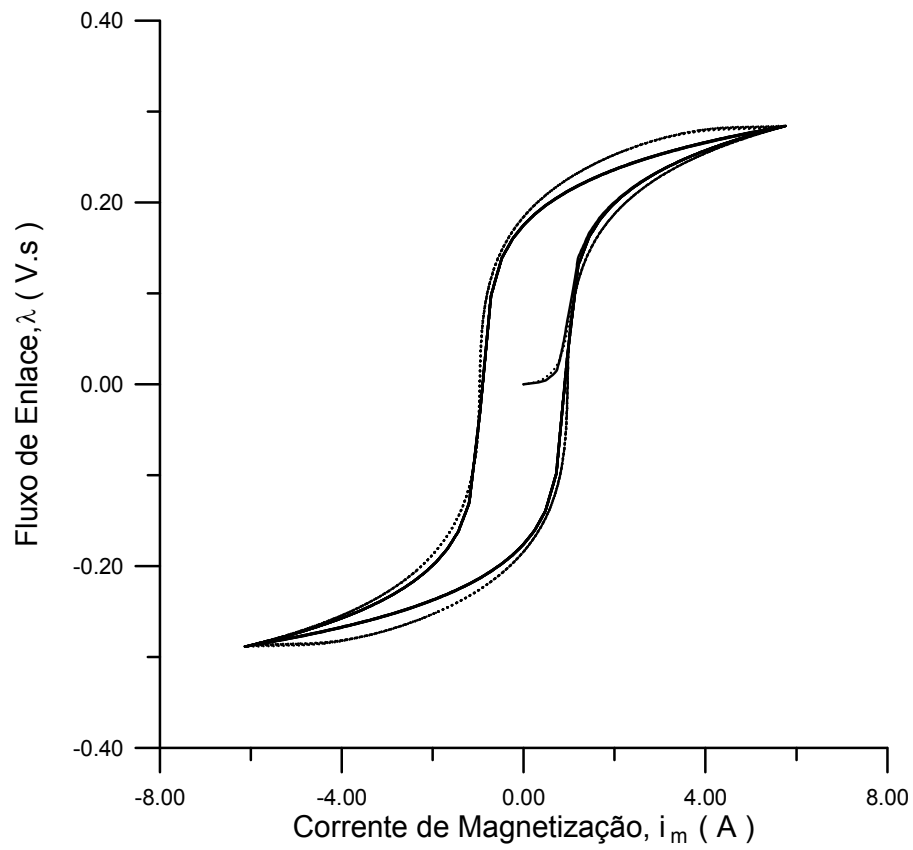


Fig. 4.16. Trajetórias de histerese - $\theta = 90^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

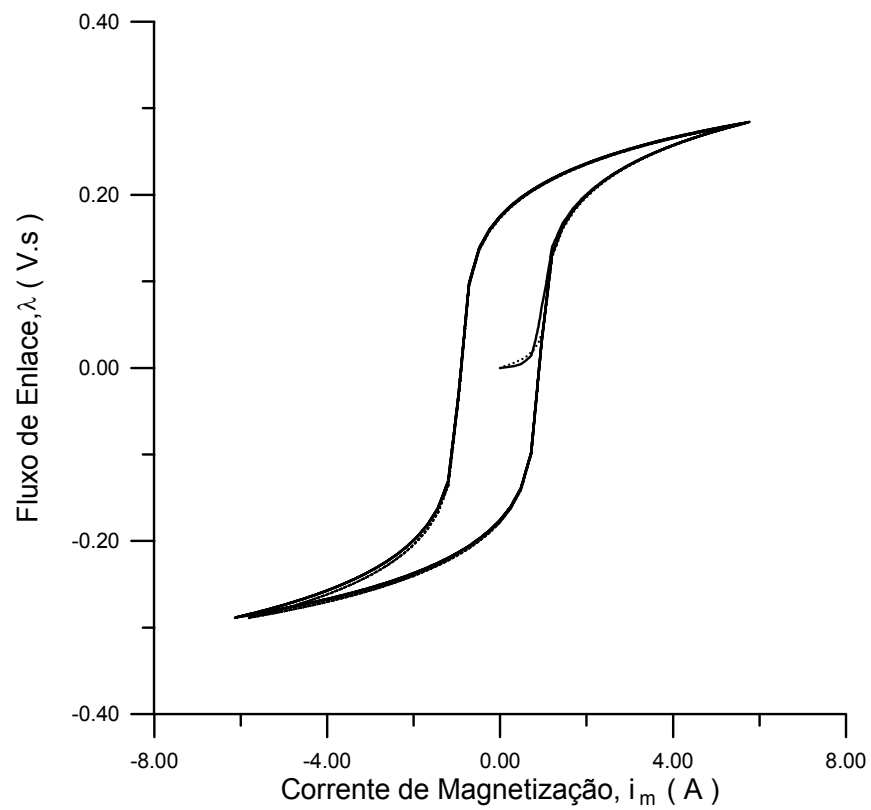


Fig. 4.17. Trajetórias de histerese - $\theta = 90^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

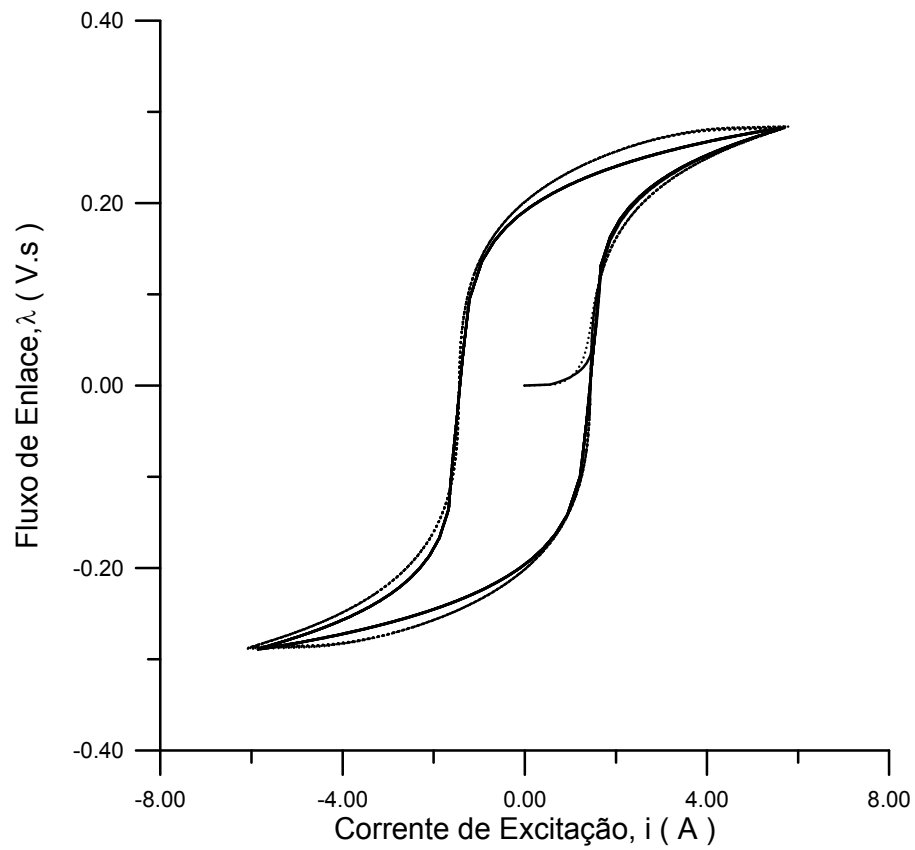


Fig. 4.18. Laços dinâmicos (60 Hz)- $\theta = 90^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

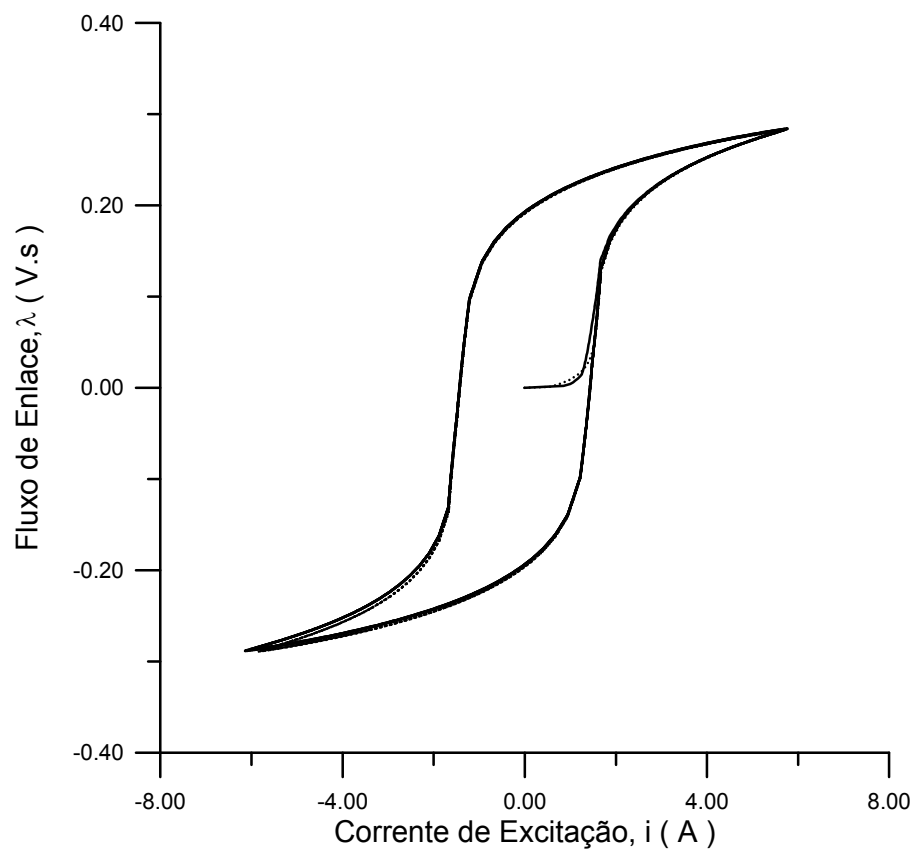


Fig. 4.19. Laços dinâmicos (60 Hz)- $\theta = 90^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

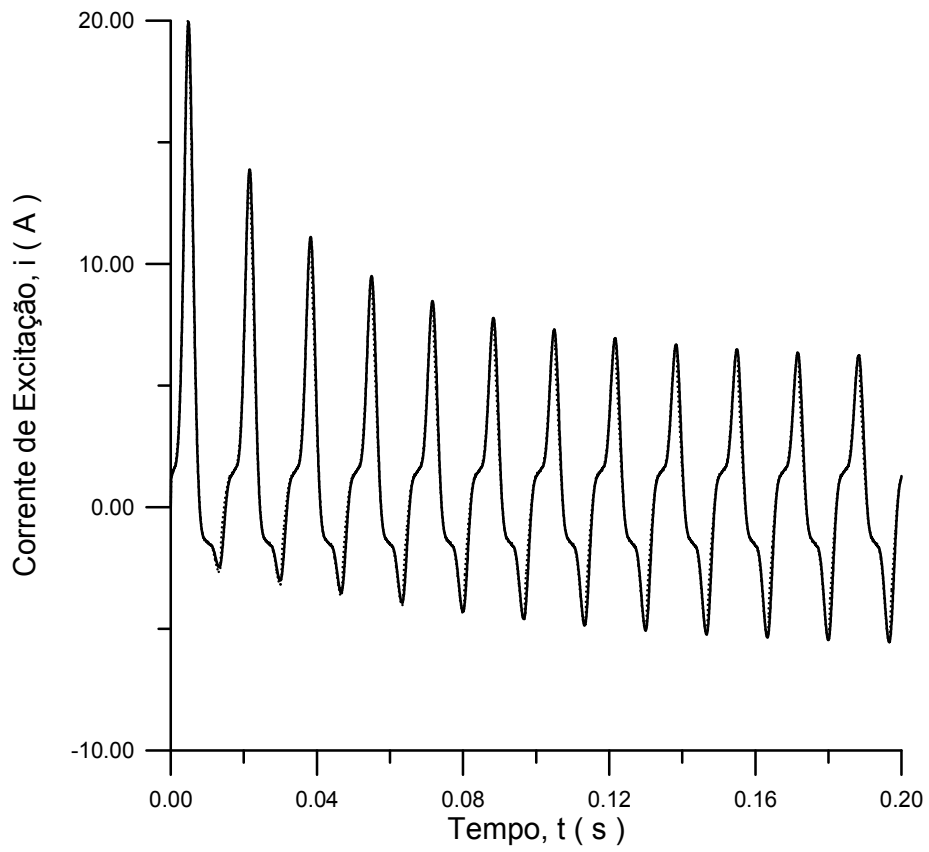


Fig. 4.20. Correntes de excitação - $\theta = 70^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

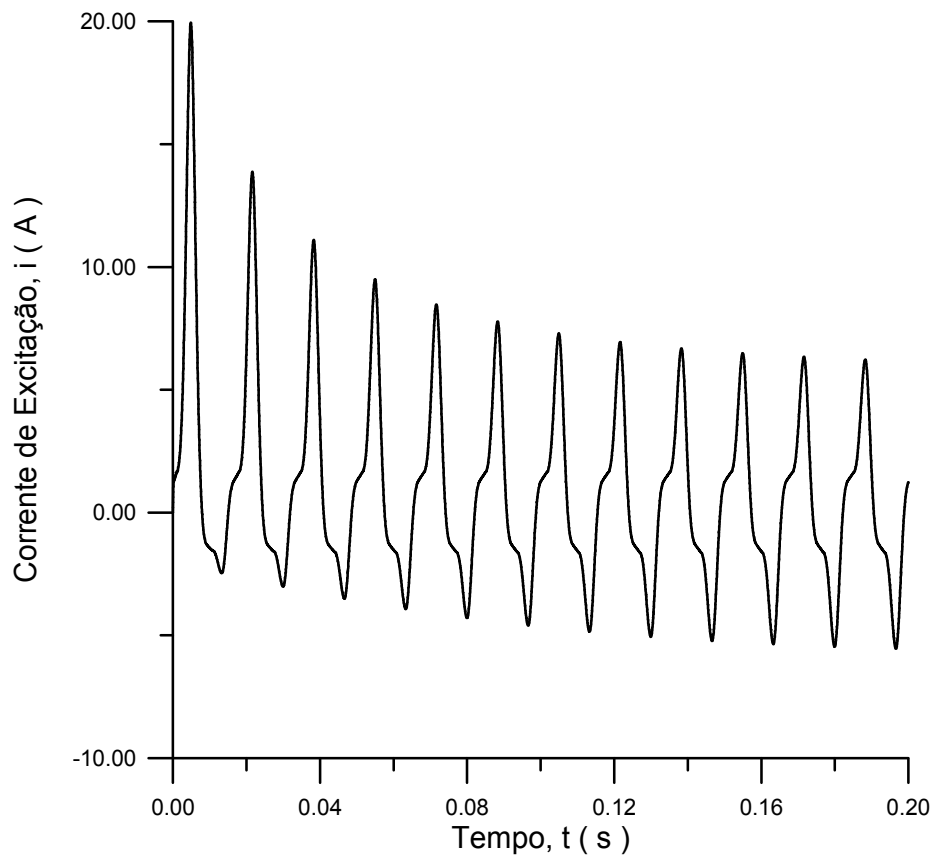


Fig. 4.21. Correntes de excitação - $\theta = 70^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

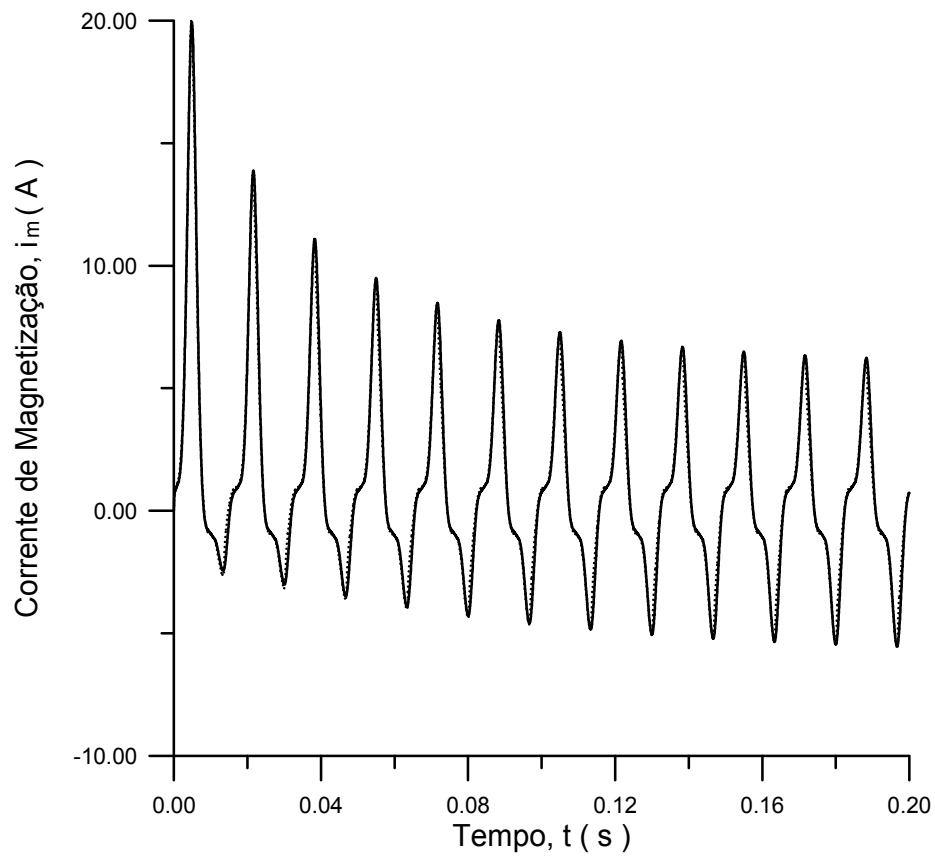


Fig. 4.22. Correntes de magnetização - $\theta = 70^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

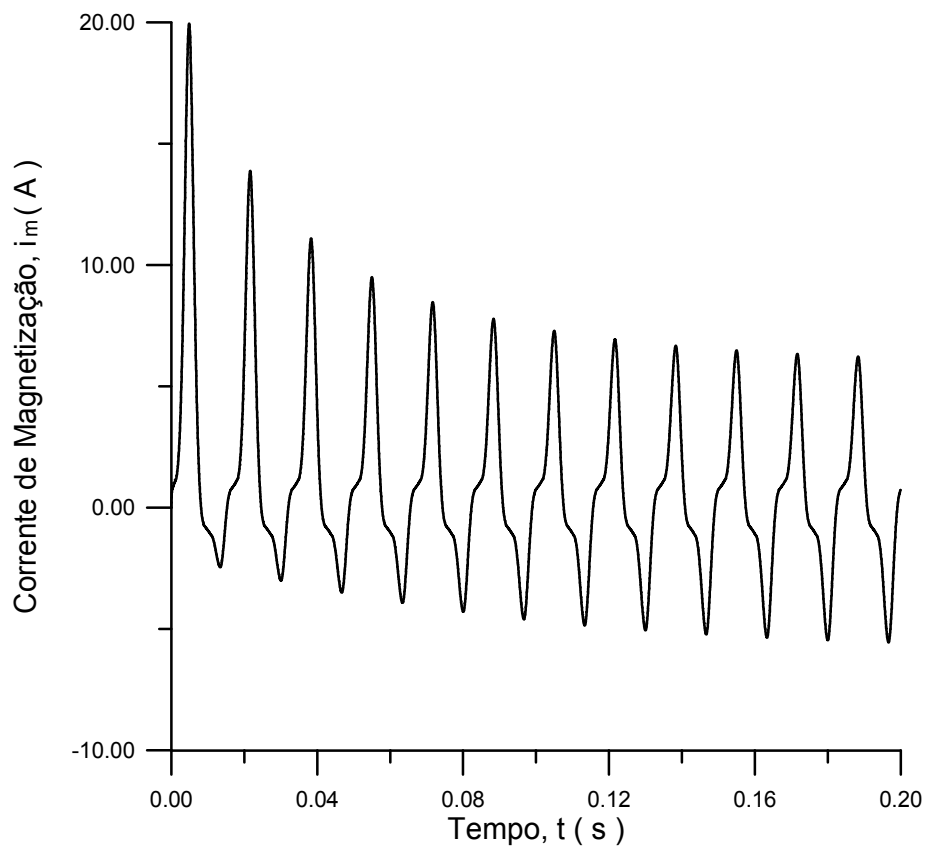


Fig. 4.23. Correntes de magnetização - $\theta = 45^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

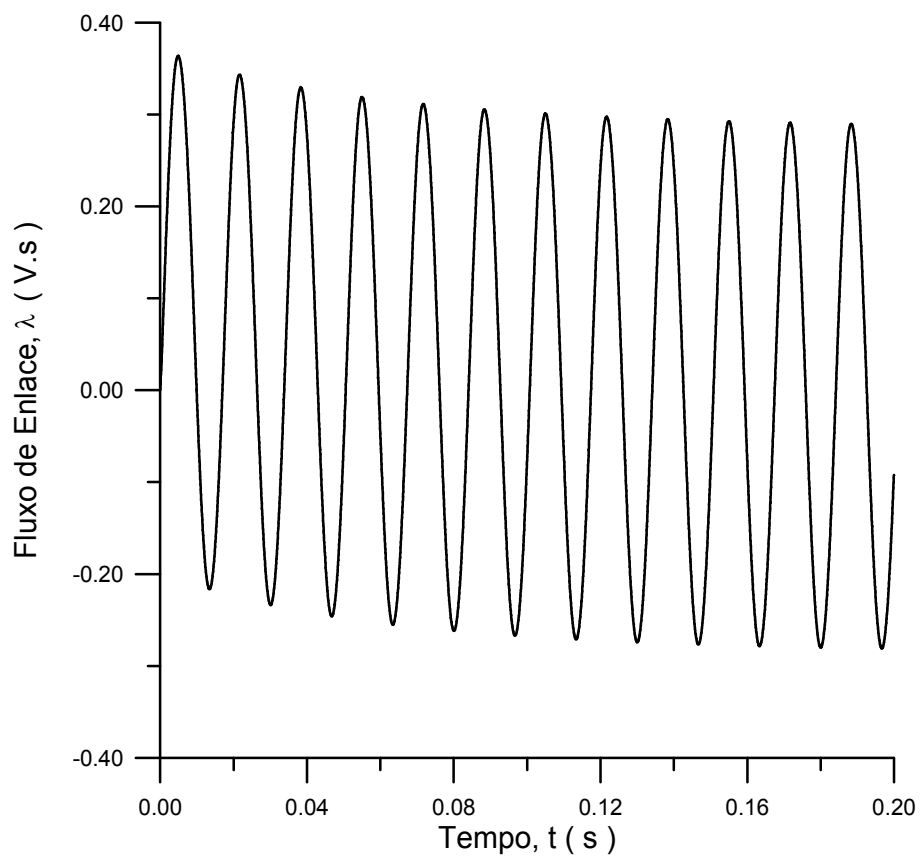


Fig. 4.24. Fluxos de enlace - $\theta = 70^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

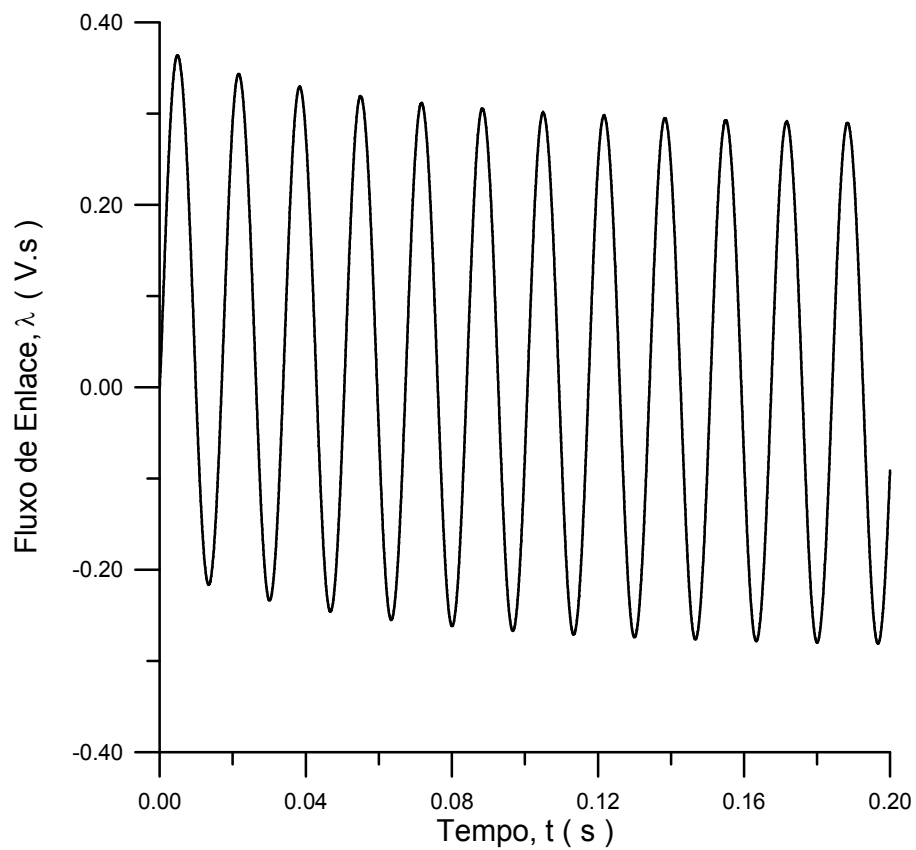


Fig. 4.25. Fluxos de enlace - $\theta = 70^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

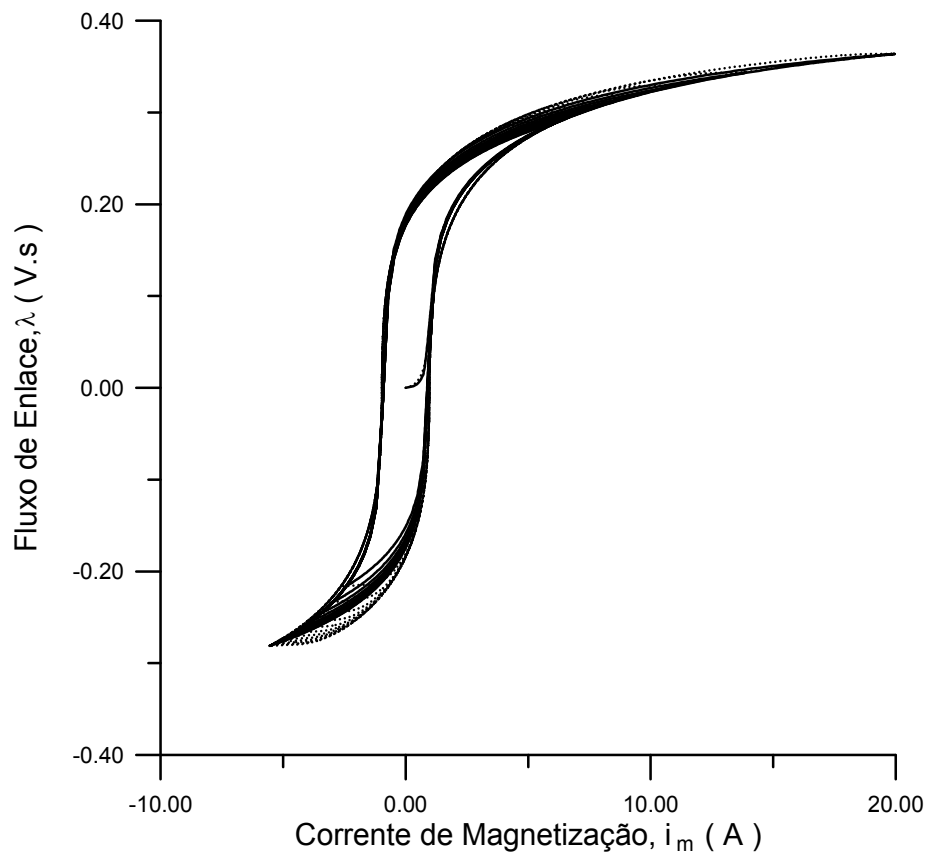


Fig. 4.26. Trajetórias de histerese - $\theta = 70^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

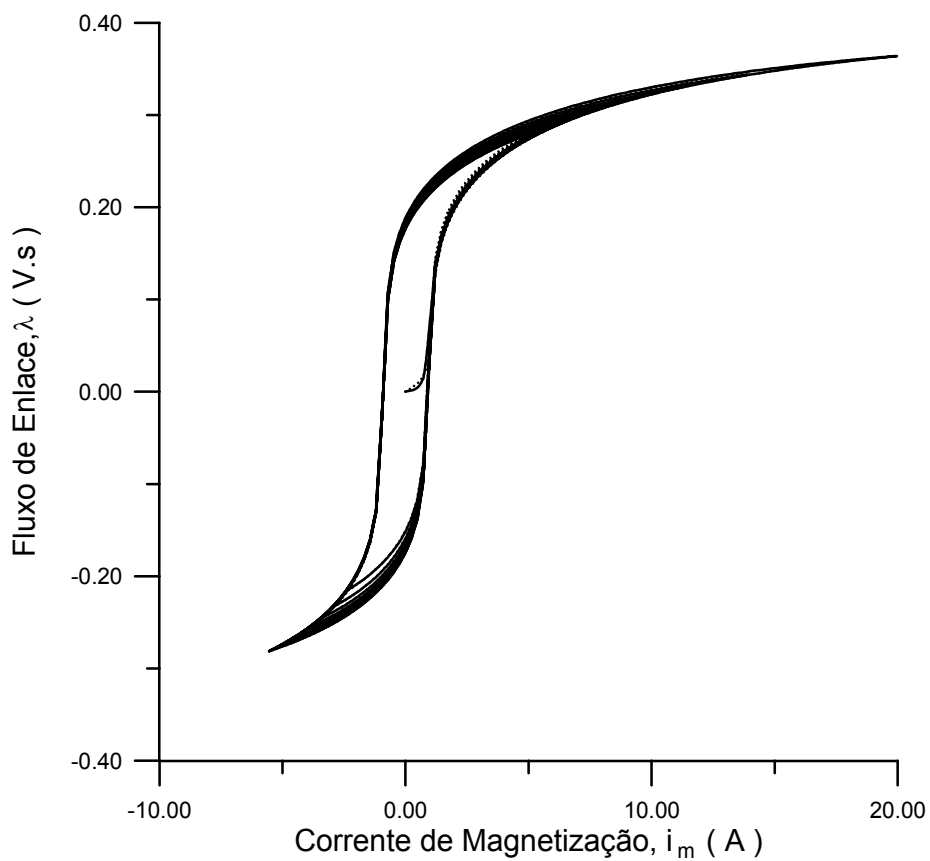


Fig. 4.27. Trajetórias de histerese - $\theta = 70^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

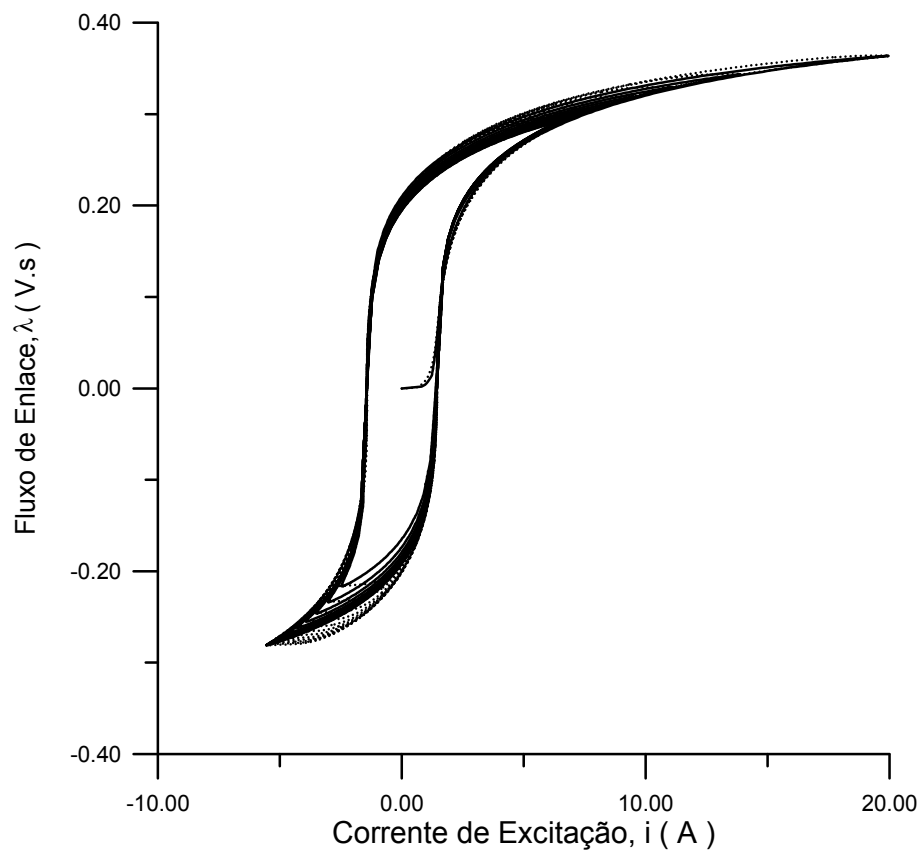


Fig. 4.28. Laços dinâmicos (60 Hz)- $\theta = 70^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

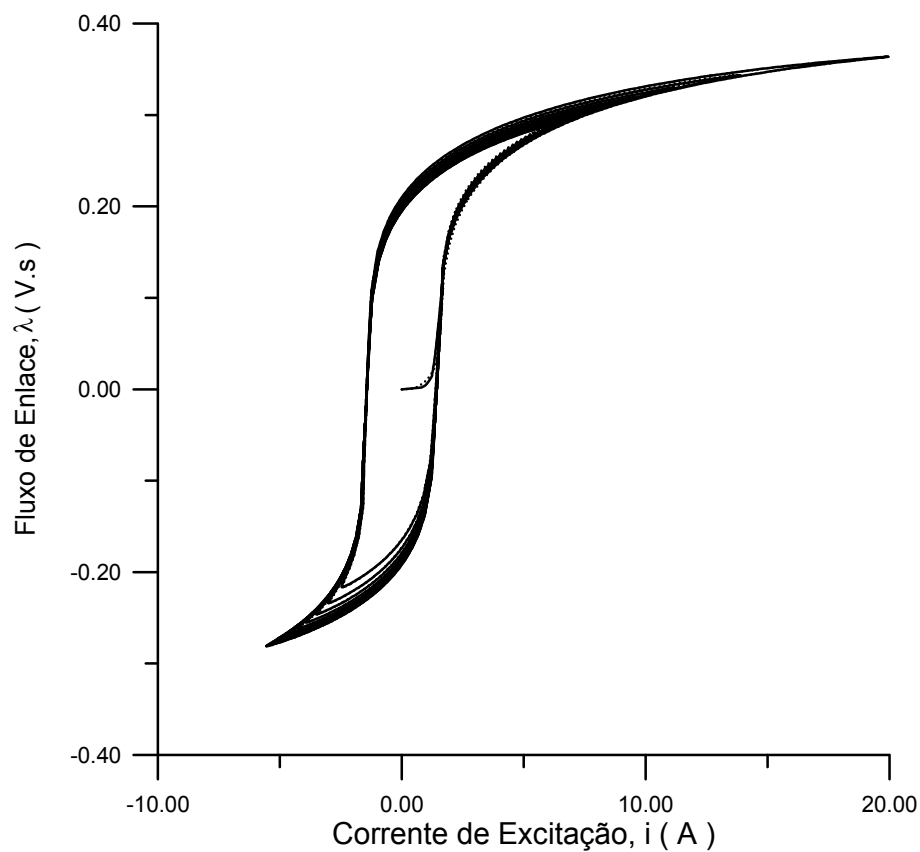


Fig. 4.29. Laços dinâmicos (60 Hz)- $\theta = 70^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

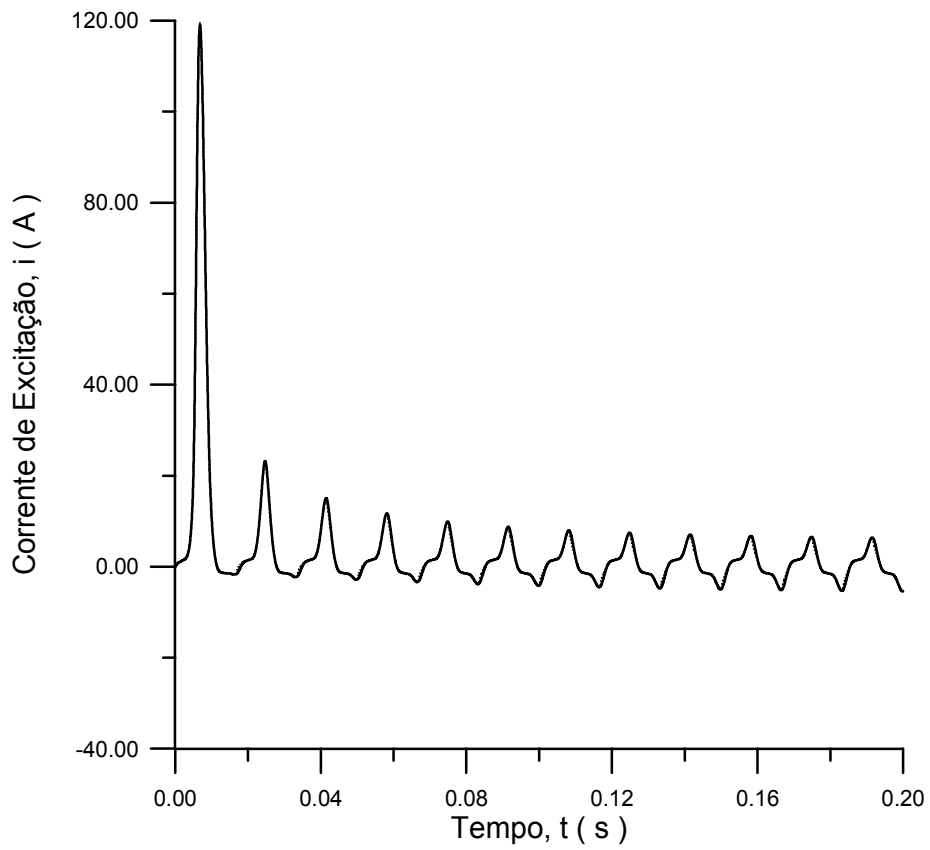


Fig. 4.30. Correntes de excitação - $\theta = 0^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

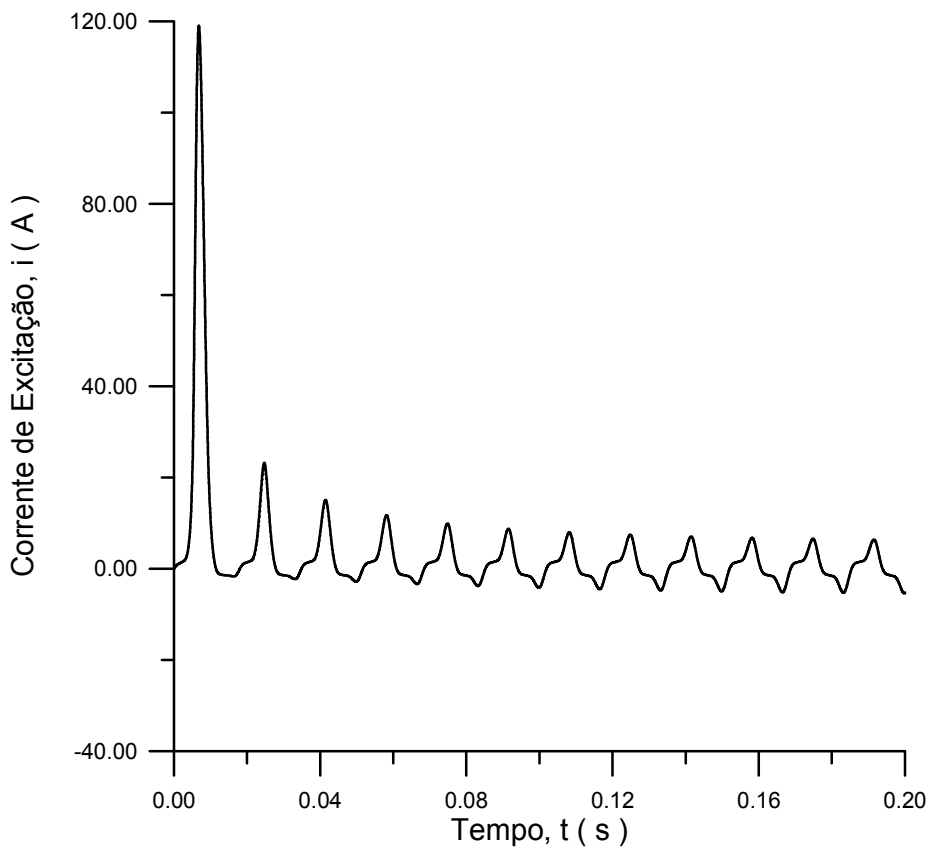


Fig. 4.31. Correntes de excitação - $\theta = 0^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

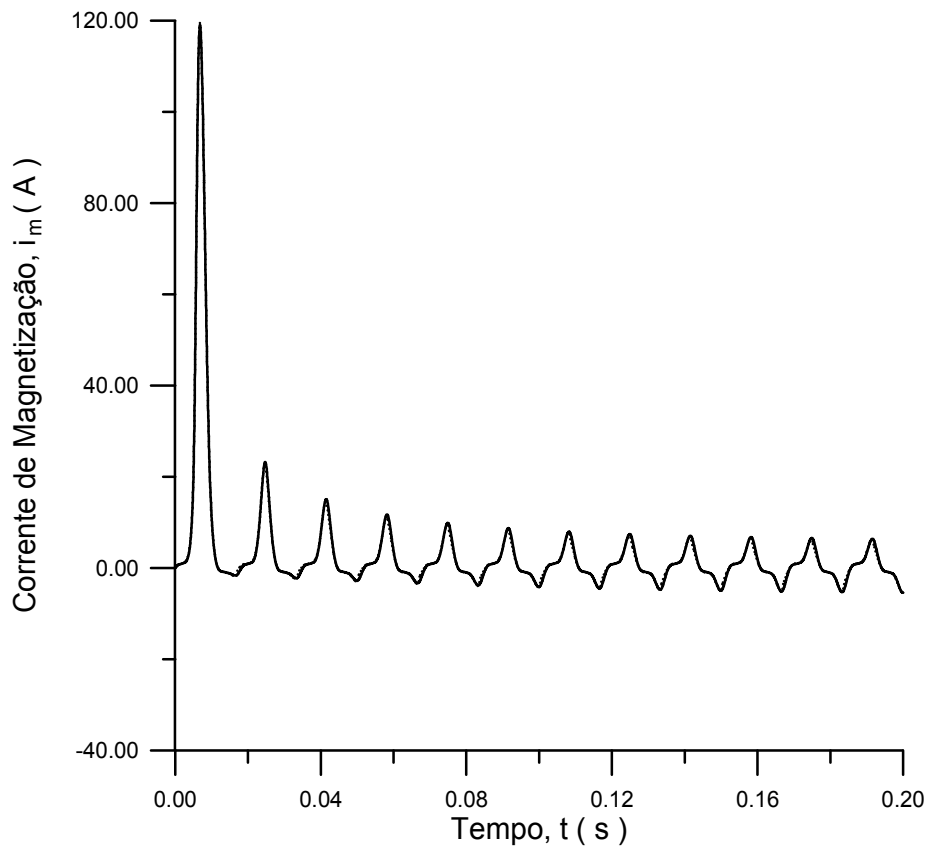


Fig. 4.32. Correntes de magnetização - $\theta = 0^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

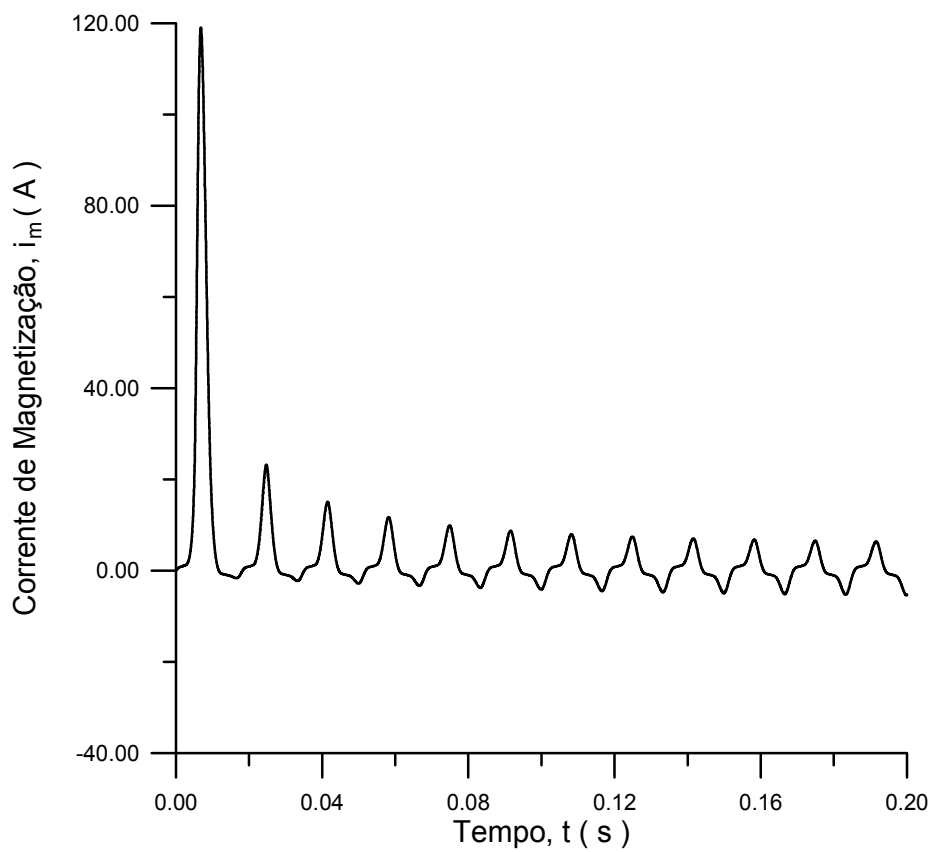


Fig. 4.33. Correntes de magnetização - $\theta = 0^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

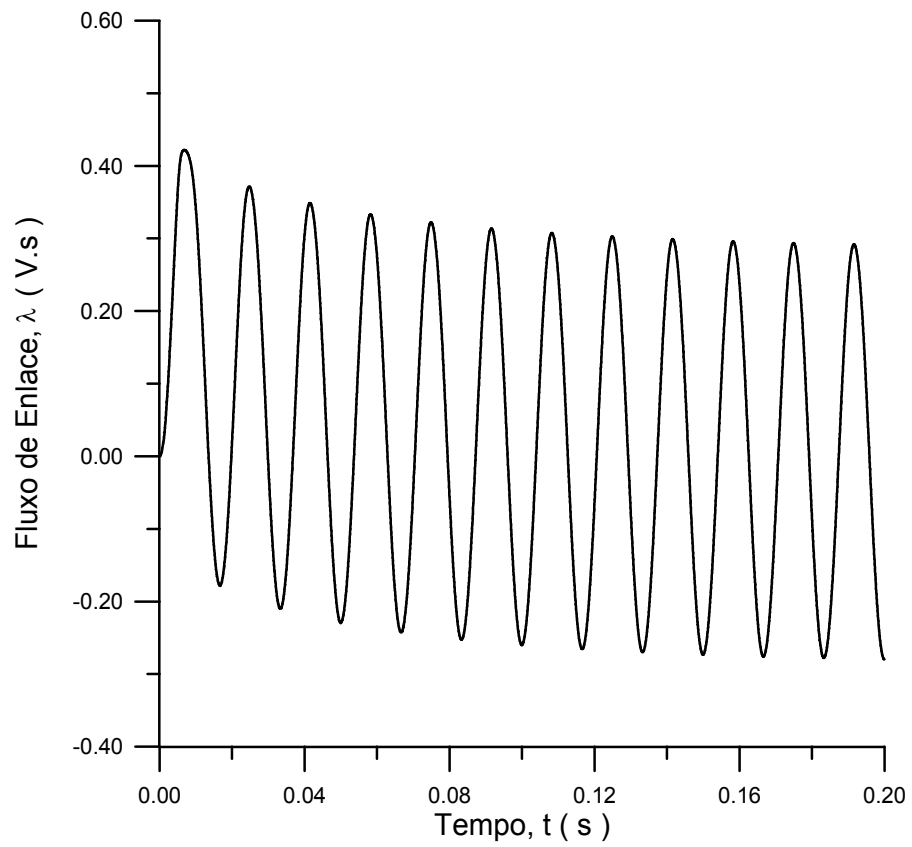


Fig. 4.34. Fluxos de enlace - $\theta = 0^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

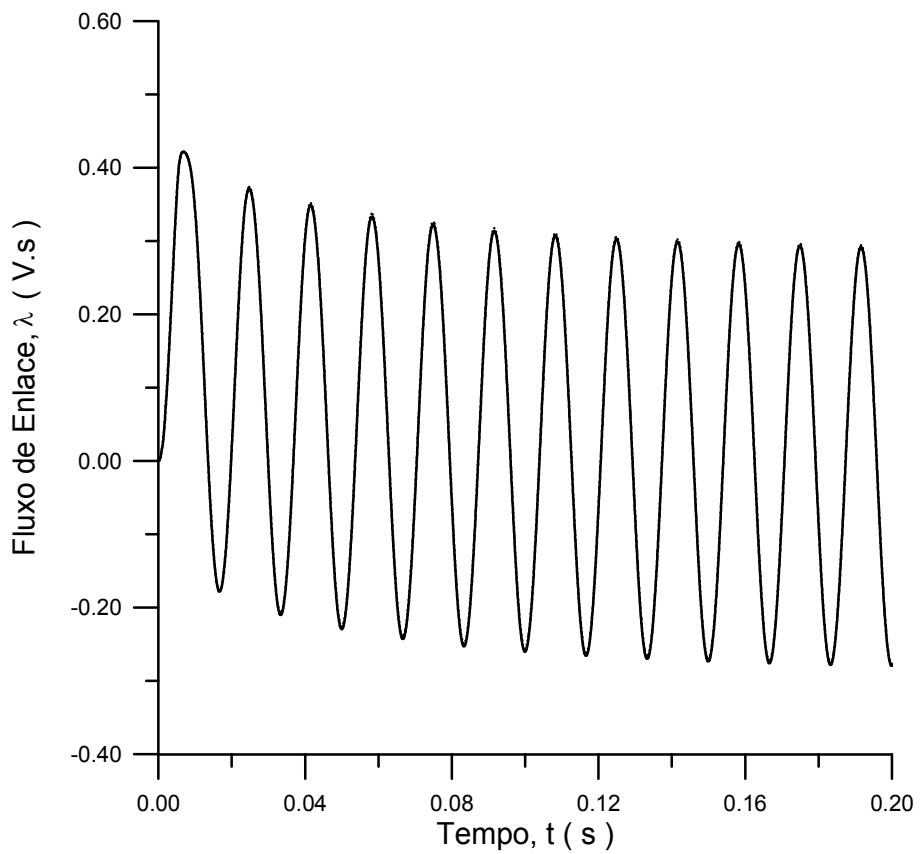


Fig. 4.35. Fluxos de enlace - $\theta = 0^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

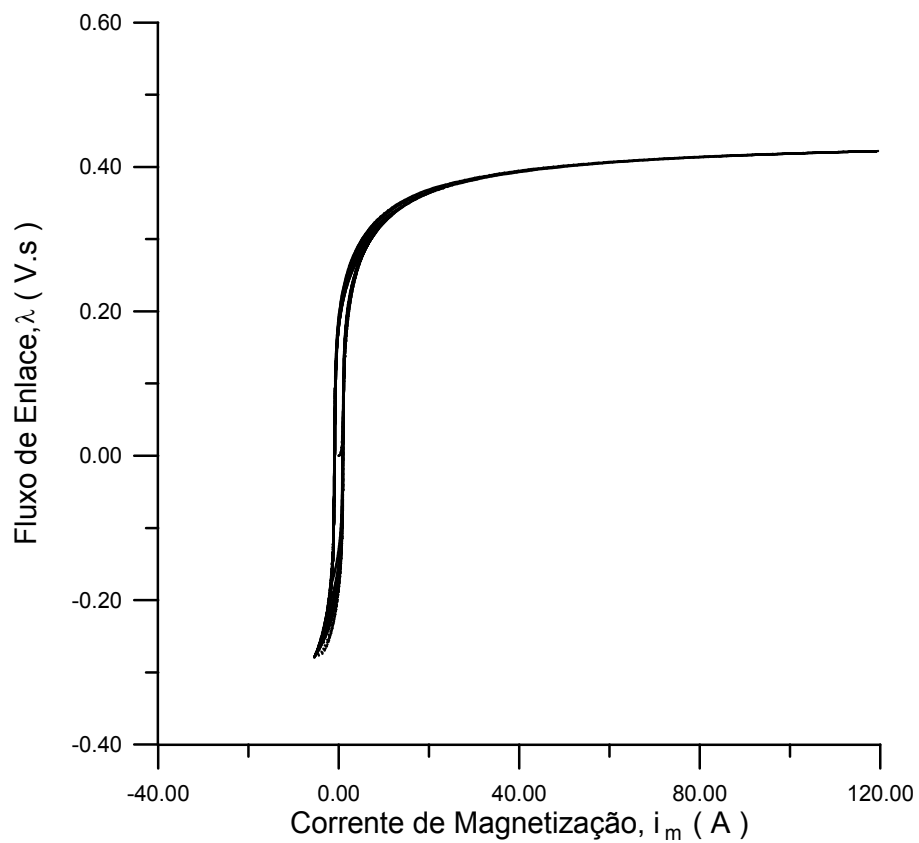


Fig. 4.36. Trajetórias de histerese - $\theta = 0^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

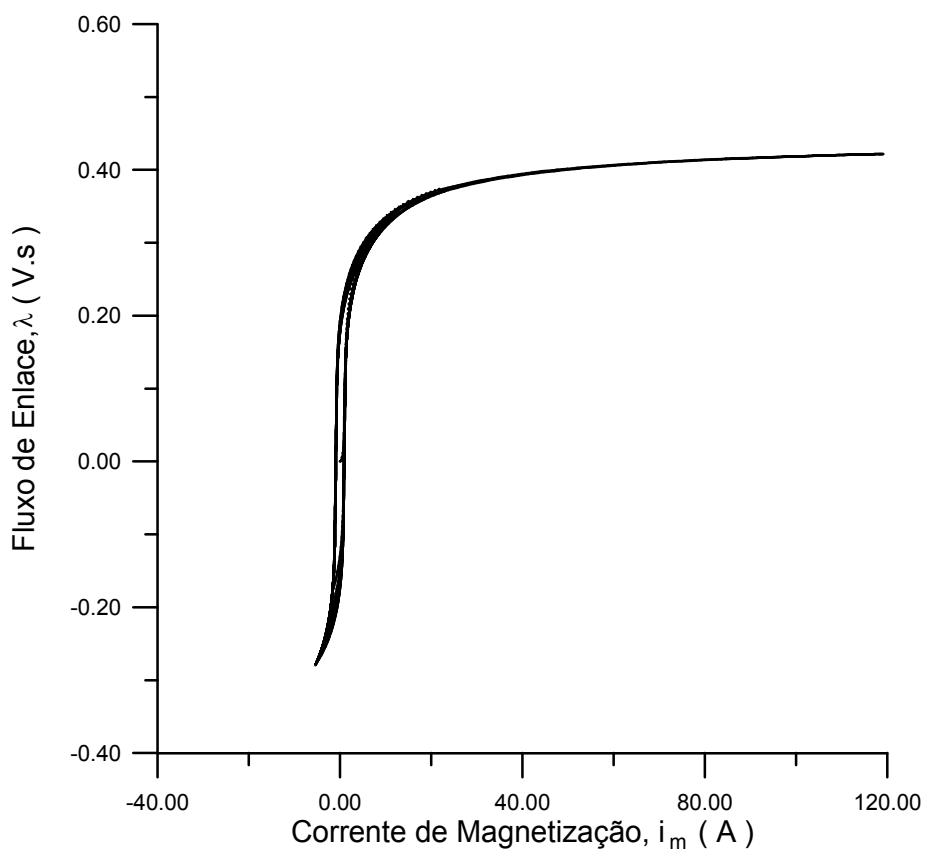


Fig. 4.37. Trajetórias de histerese - $\theta = 0^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

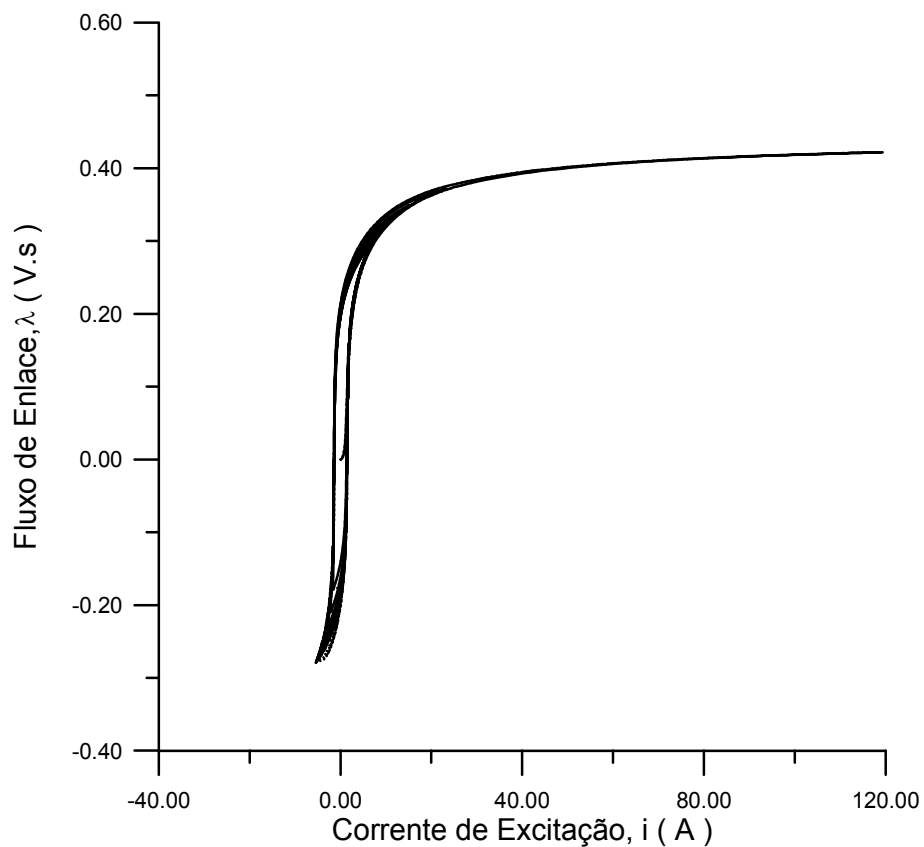


Fig. 4.38. Laços dinâmicos (60 Hz)- $\theta = 0^\circ$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

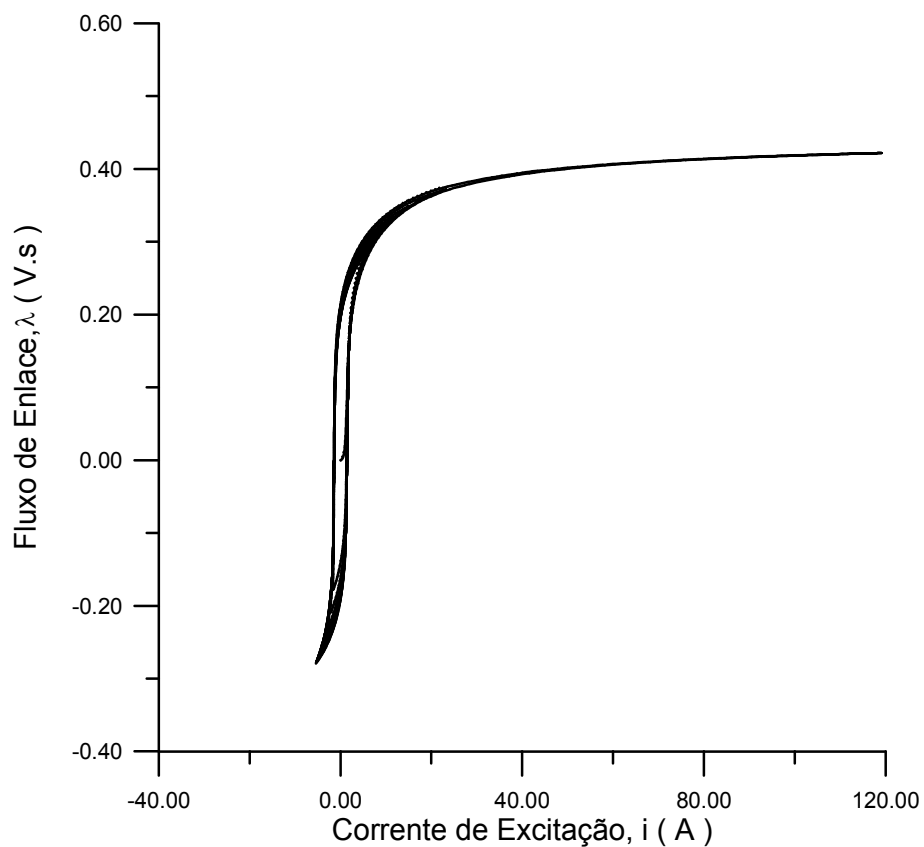


Fig. 4.39. Laços dinâmicos (60 Hz)- $\theta = 0^\circ$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

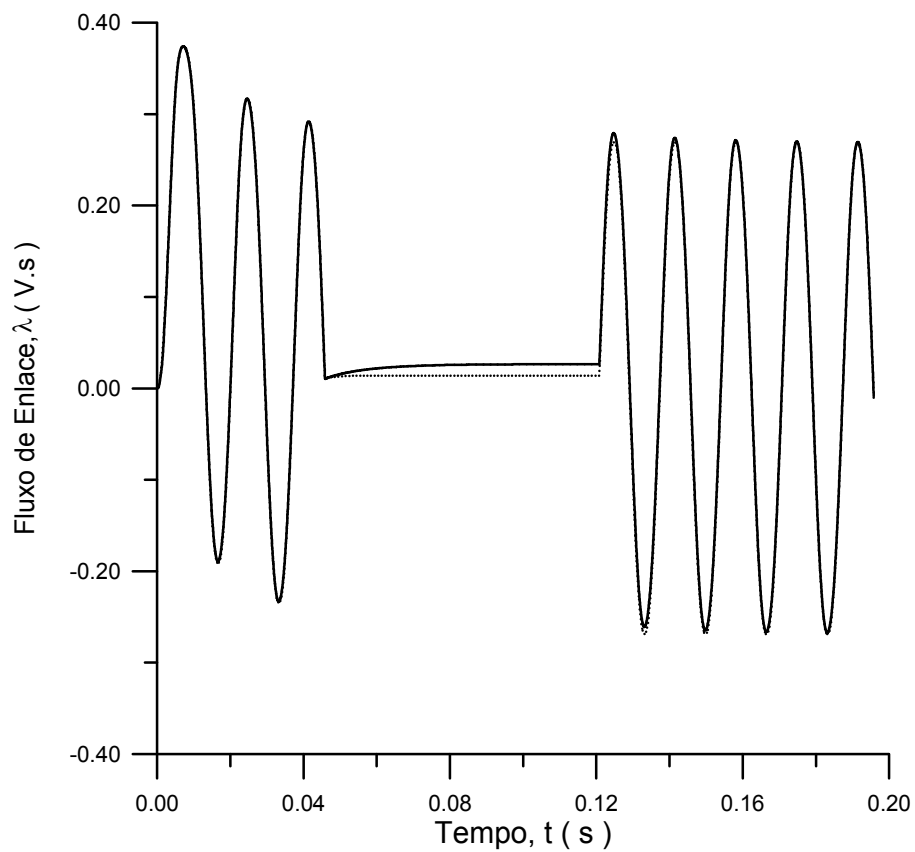


Fig. 4.40. Fluxos de enlace, caso 1- Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

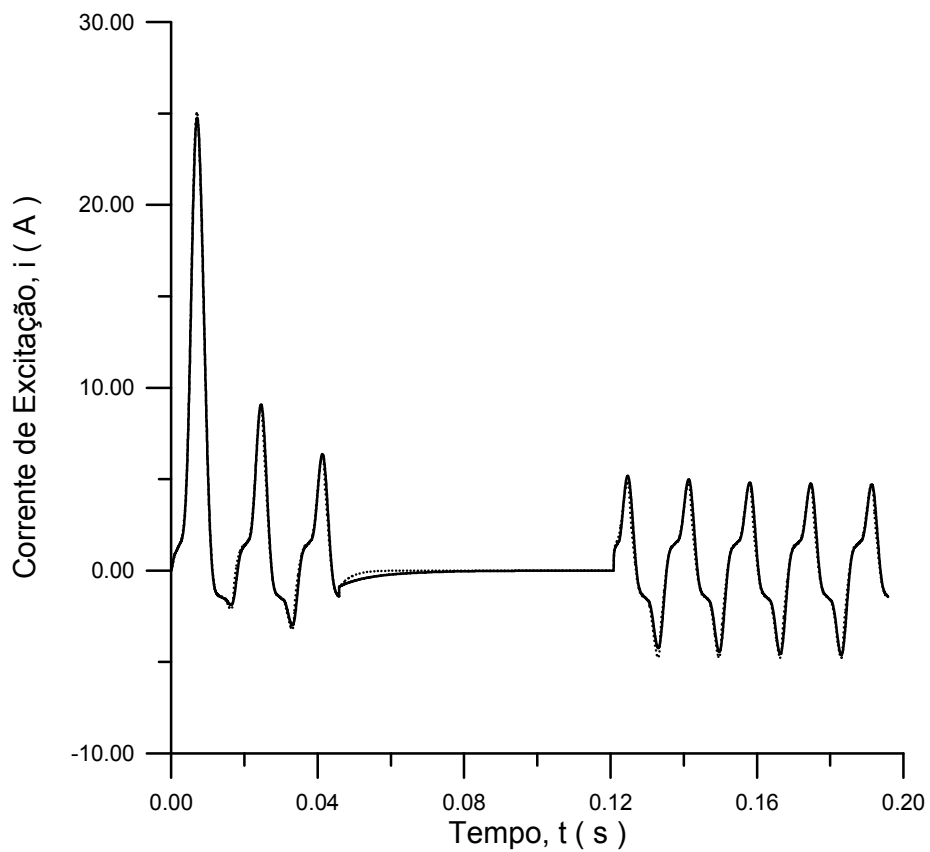


Fig. 4.41. Correntes de excitação, caso 1 - Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

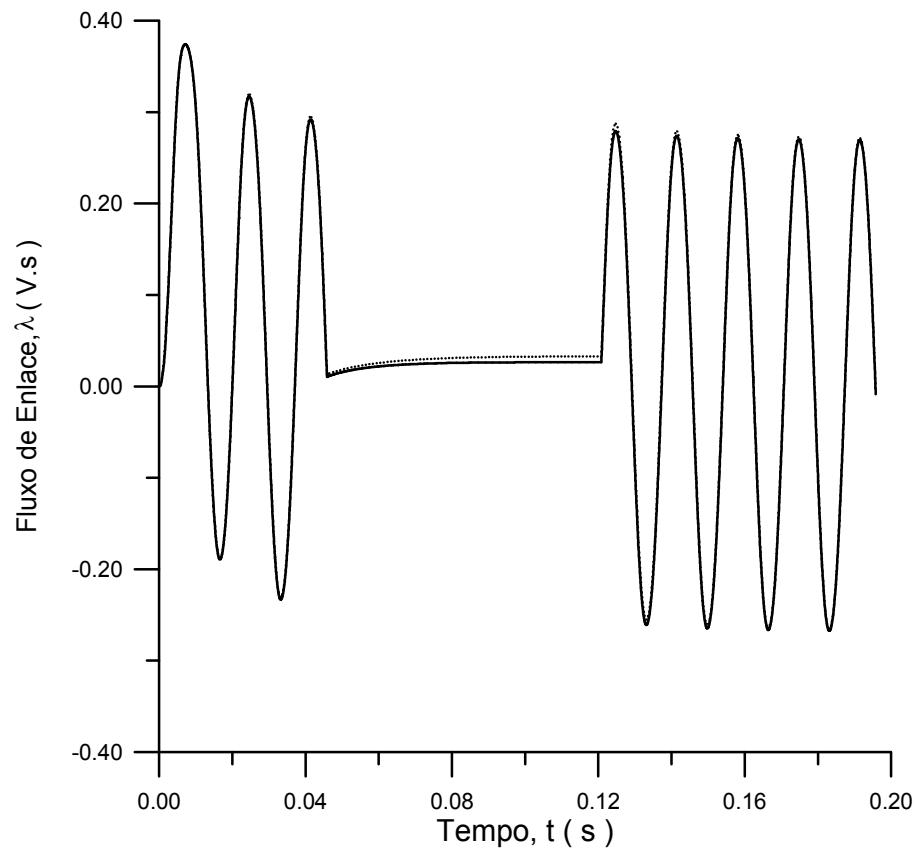


Fig. 4.42. Fluxos de enlace, caso 1- Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

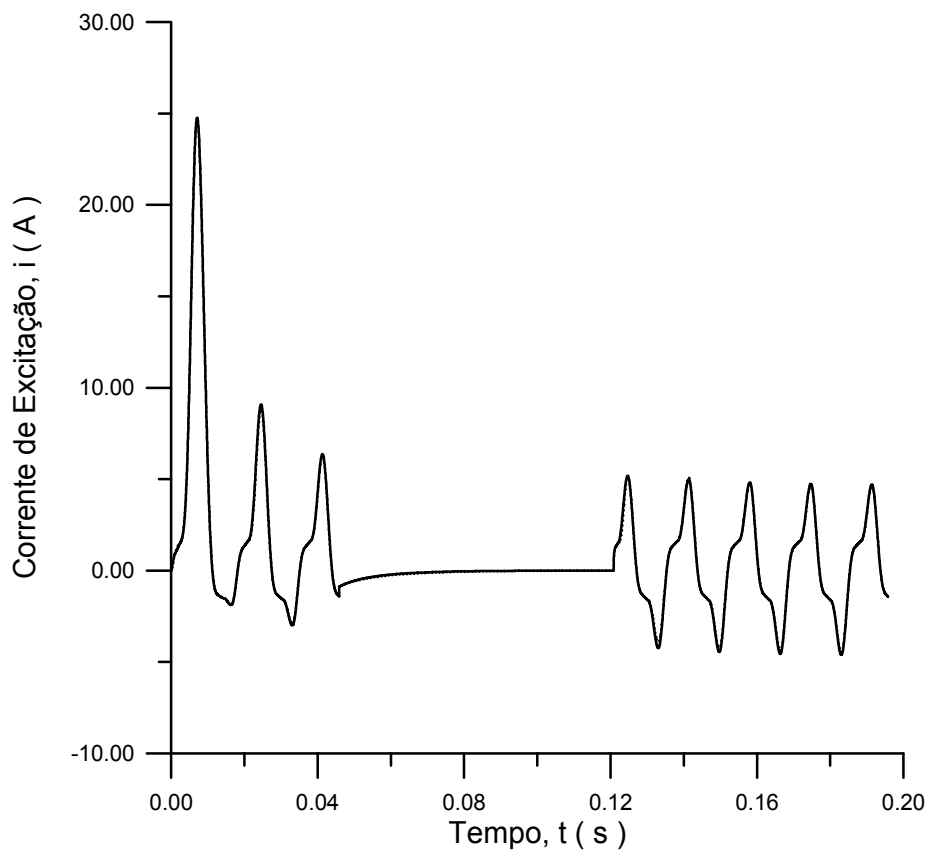


Fig. 4.43. Correntes de excitação, caso 1- Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

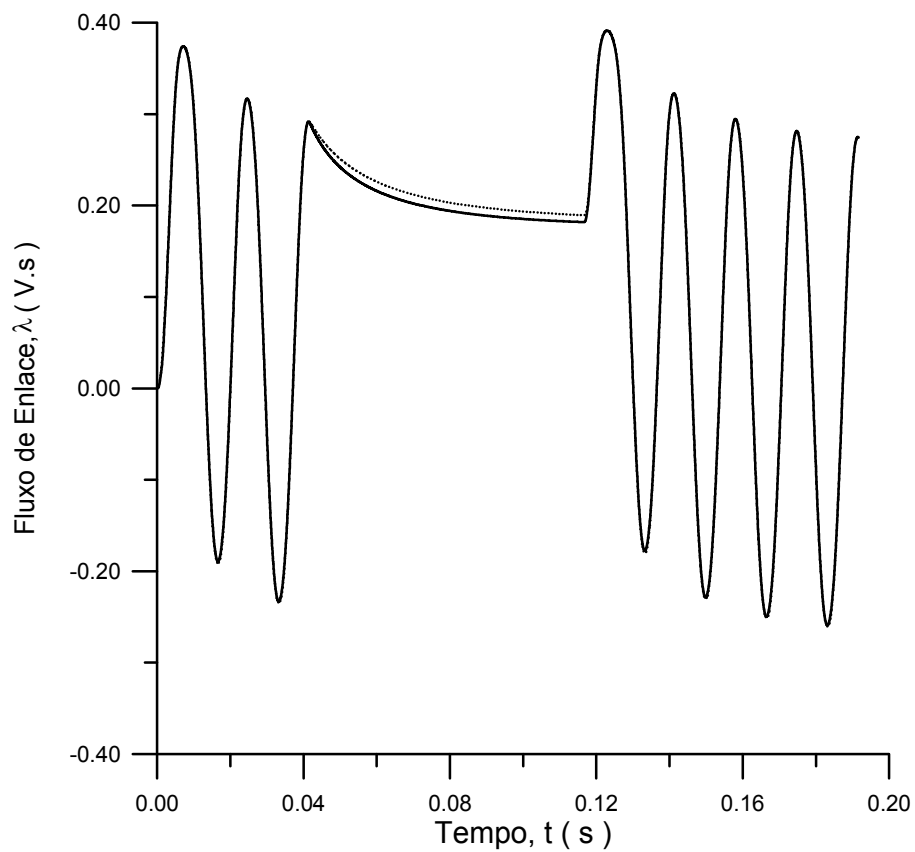


Fig. 4.44. Fluxos de enlace, caso 2- Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

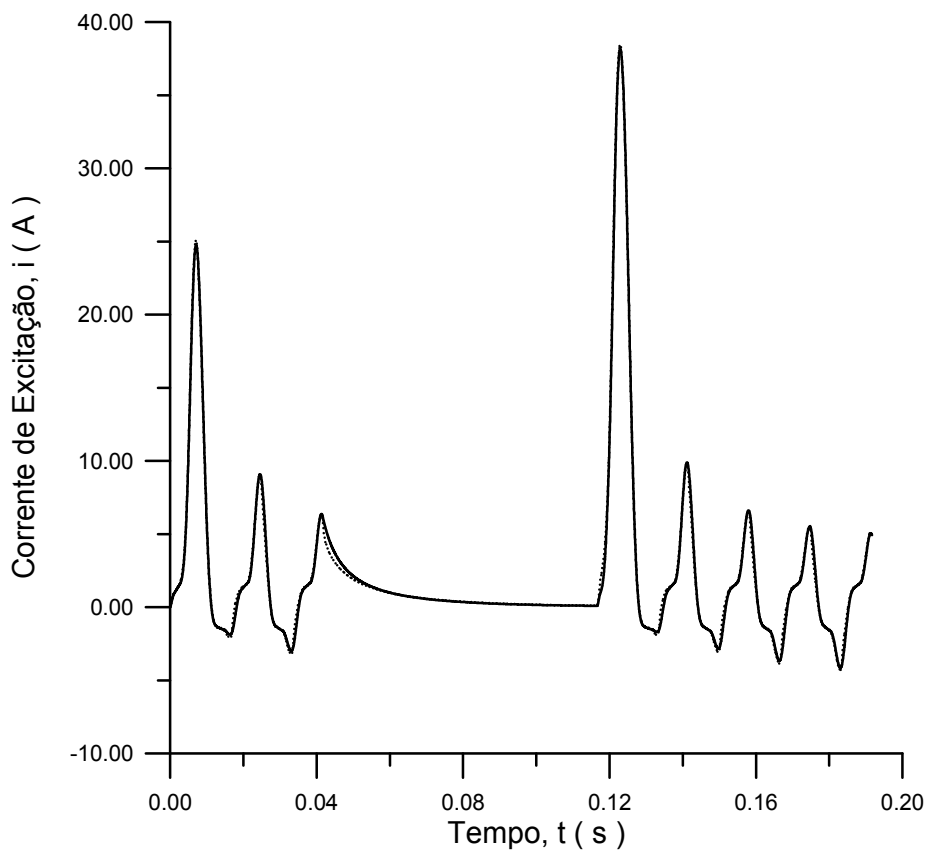


Fig. 4.45. Correntes de excitação, caso 2- Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

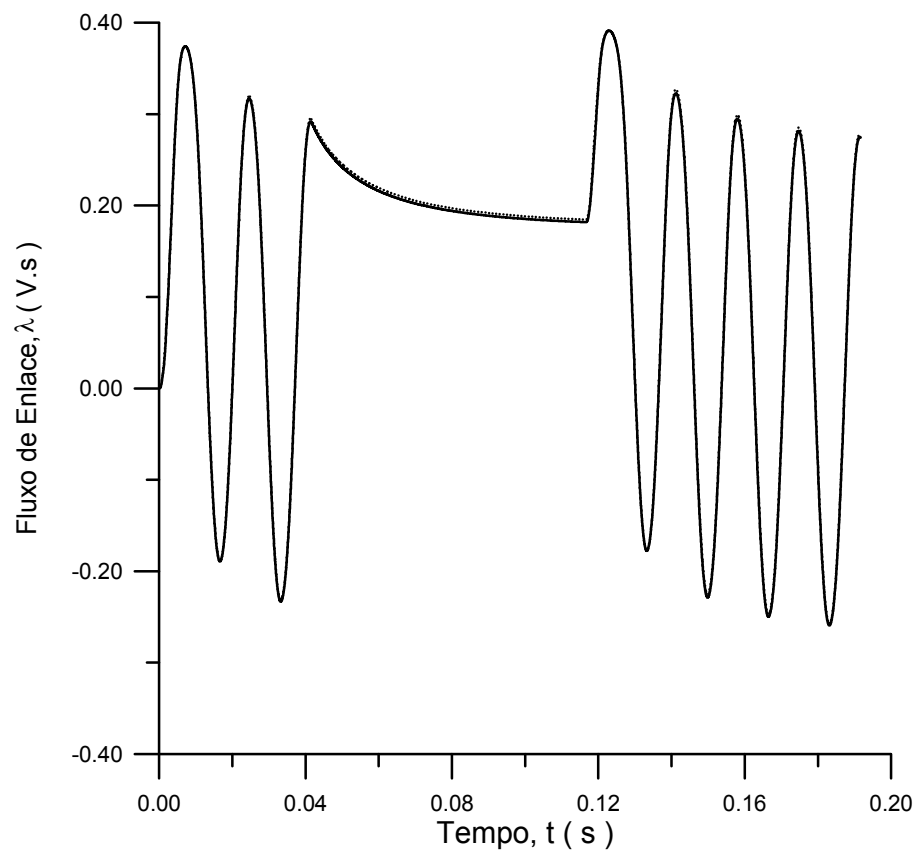


Fig. 4.46. Fluxos de enlace, caso 2- Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

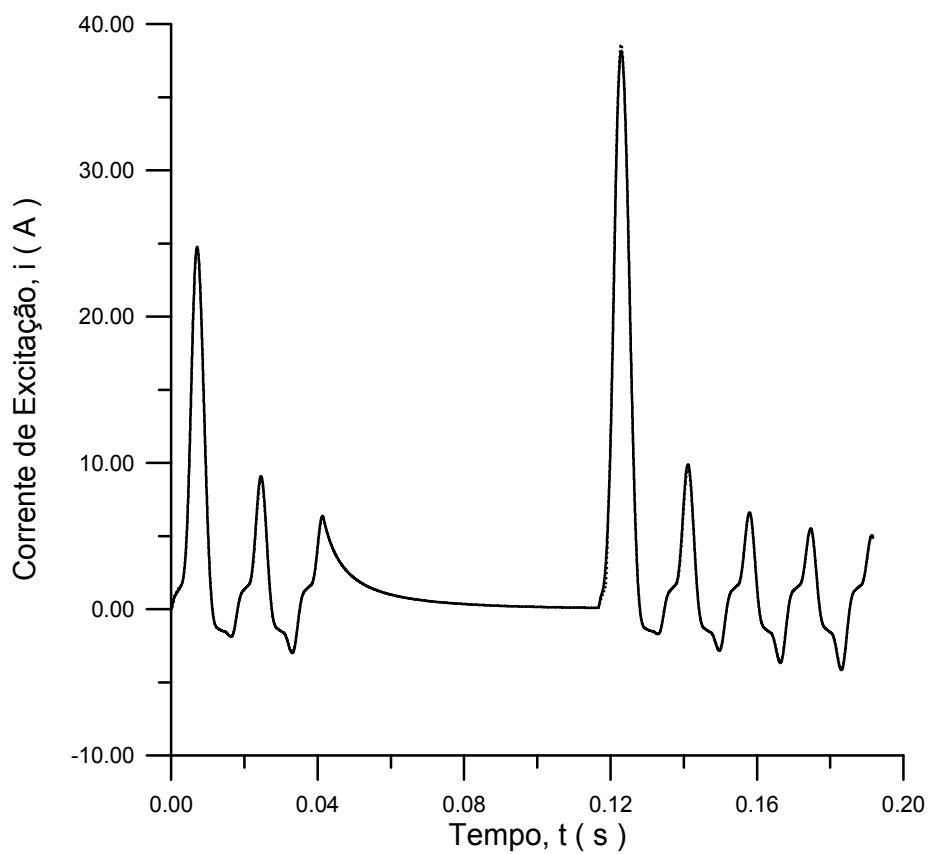


Fig. 4.47. Correntes de excitação, caso 2- Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

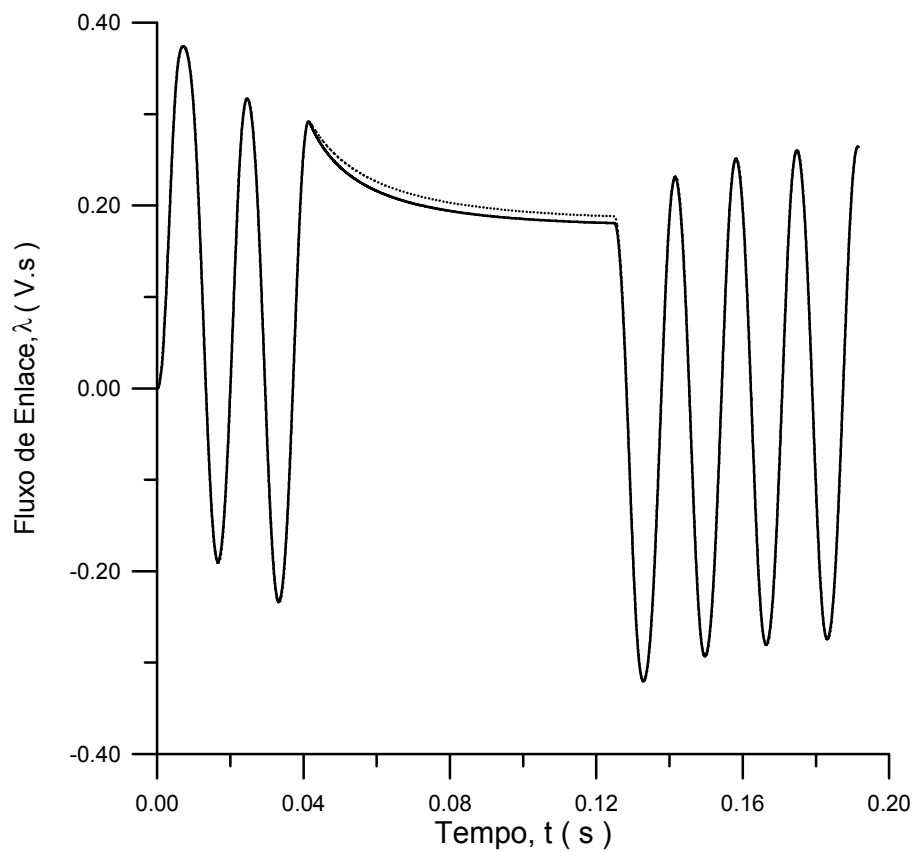


Fig. 4.48. Fluxos de enlace, caso 3- Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

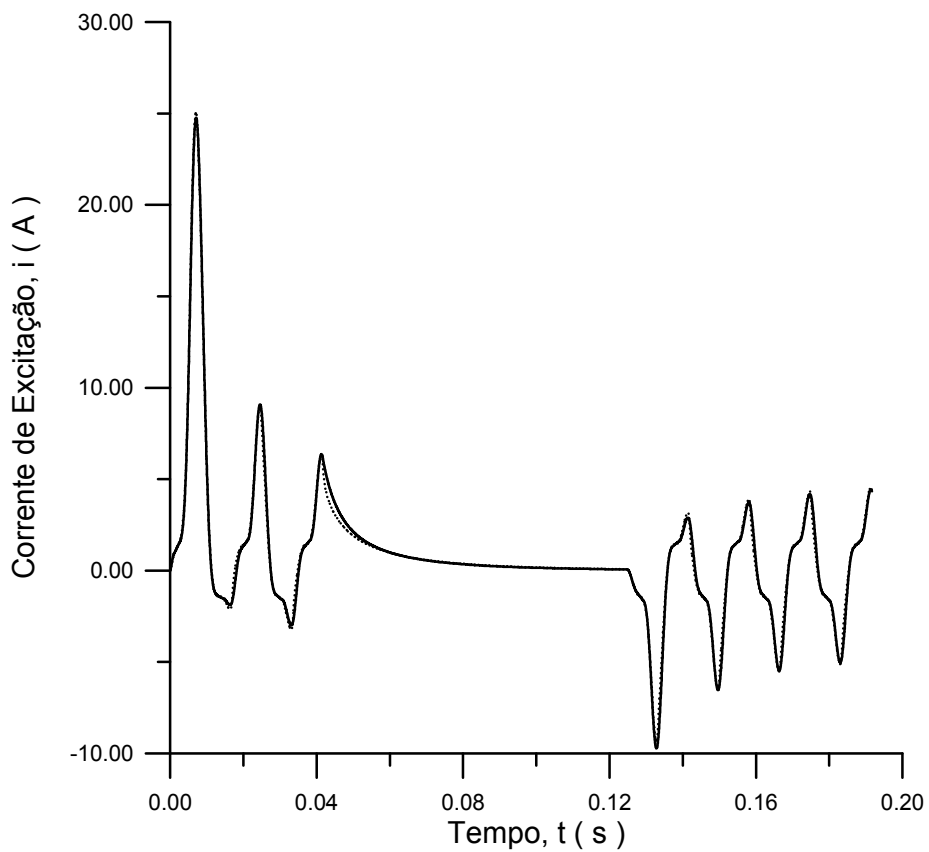


Fig. 4.49. Correntes de excitação, caso 3- Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

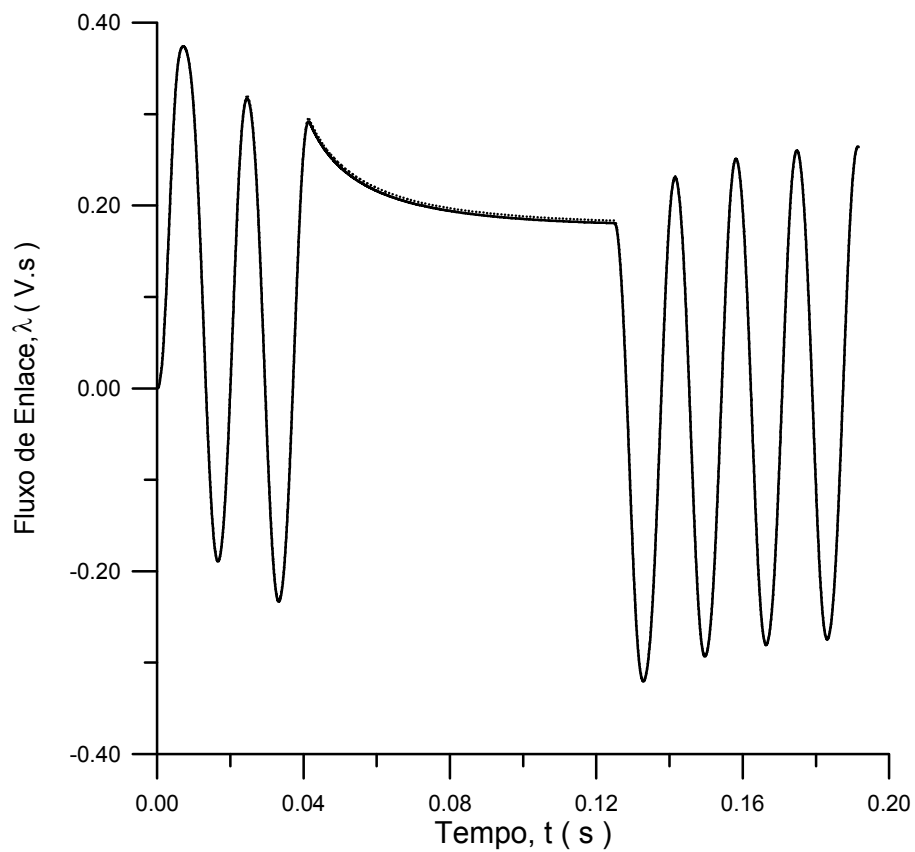


Fig. 4.50. Fluxos de enlace, caso 3- Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

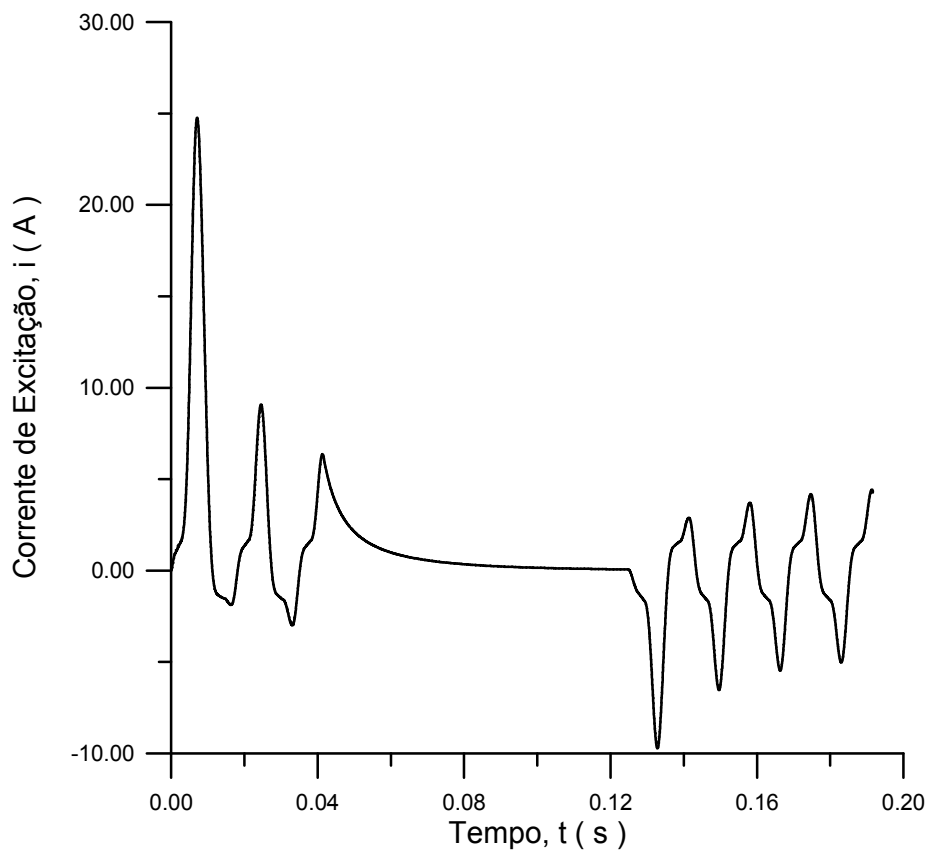


Fig. 4.51. Correntes de excitação, caso 3- Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

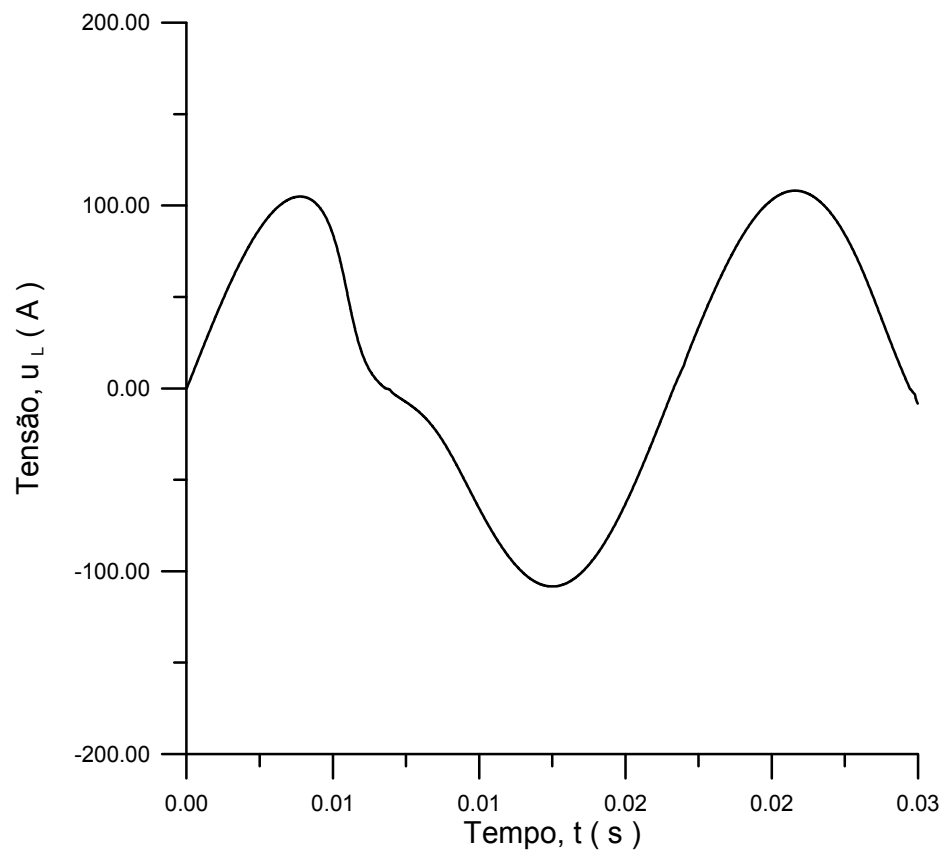


Fig. 4.52. Queda transitória de tensão nos terminais do transformador durante energização.

Capítulo 5

Ferroressonância

O termo ferroressonância nomeia um fenômeno próprio dos circuitos que contêm capacitores e elementos com núcleos magnéticos saturáveis. O exemplo mais simples consiste em uma associação em série de um indutor saturável e de um capacitor, ligados a uma fonte de tensão senoidal. Durante o regime de ferroressonância, há uma variação rápida e descontínua nas amplitudes e fases da corrente e das tensões normais de operação, alcançando-se um estado caracterizado por formas de ondas não senoidais, com altos valores de pico, havendo risco à integridade dos equipamentos. Tais formas de onda podem conter componentes de frequências múltiplas ou submúltiplas da frequência de excitação (harmônicas e sub-harmônicas). Outra consequência da ferroressonância é o estabelecimento de um sobrefluxo no núcleo do transformador, que causa aquecimento excessivo pelo aumento das perdas magnéticas.

5.1 Análise Simplificada do Fenômeno

A análise feita a seguir é restrita aos circuitos monofásicos com indutâncias saturáveis, cujas características de magnetização são levantadas em laboratório e fornecidas em termos de valores eficazes de tensão e de corrente de magnetização. Inicialmente, é assumido que as correntes e tensões não-senoidais podem ser substituídas por equivalentes senoidais de mesmo valor *RMS* (Rudenberg, 1950; Bessonov, 1973). É importante ressaltar que tal análise serve apenas para facilitar o entendimento do fenômeno, de forma inicial. Os resultados numéricos obtidos não são realísticos, em face do caráter não linear do circuito, o qual é mostrado na Fig. 5.1.

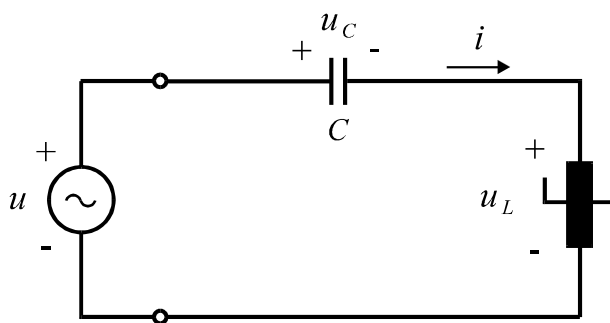


Fig. 5.1. Circuito *RLC* não-linear com indutor saturável.

O diagrama fasorial deste circuito acha-se mostrado na Fig. 5.2. Neste caso, pode-se escrever para os módulos das tensões:

$$U_L = U + U_C = U + \frac{1}{\omega C} I \quad (5.1)$$

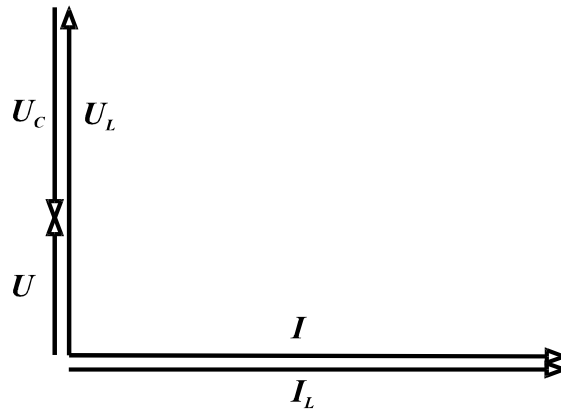


Fig. 5.2. Diagrama fasorial do circuito da Fig. 5.1.

Com base nesta equação, pode-se construir o gráfico da Fig. 5.3, onde é mostrado o ponto de operação inicial, P_1 . Este ponto corresponde à intersecção da reta descrita por (5.1), com a curva de magnetização do indutor, para uma tensão da fonte $U = U_1$.

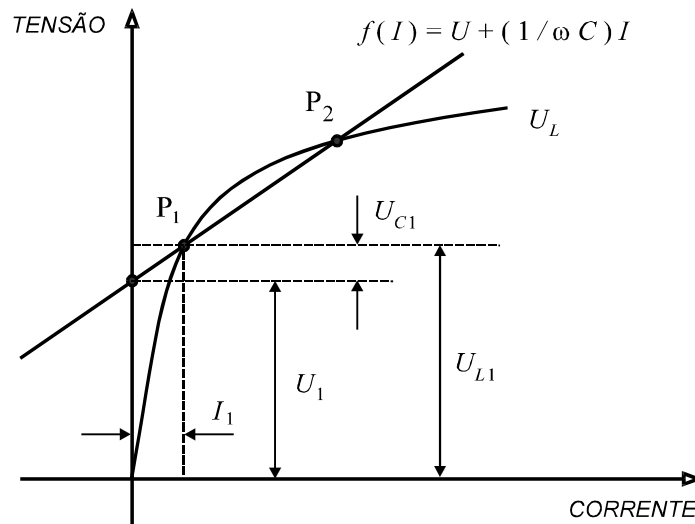


Fig. 5.3. Condição de funcionamento estável de um circuito RLC em série não-linear.

Neste ponto de funcionamento estável, o circuito assume um comportamento predominantemente indutivo ($U_L > U_C$). Se ocorrer um aumento de U ou redução da frequência ω ou da capacitância C , o ponto de trabalho tende a se deslocar para cima. Entretanto, como P_1 acha-se próximo ao joelho da característica do indutor, pode ocorrer que as duas curvas não se interceptam no primeiro quadrante. De acordo com a Fig. 5.4 e com a Fig. 5.5, o novo ponto de operação passa a ser P_3 , situado no terceiro quadrante.

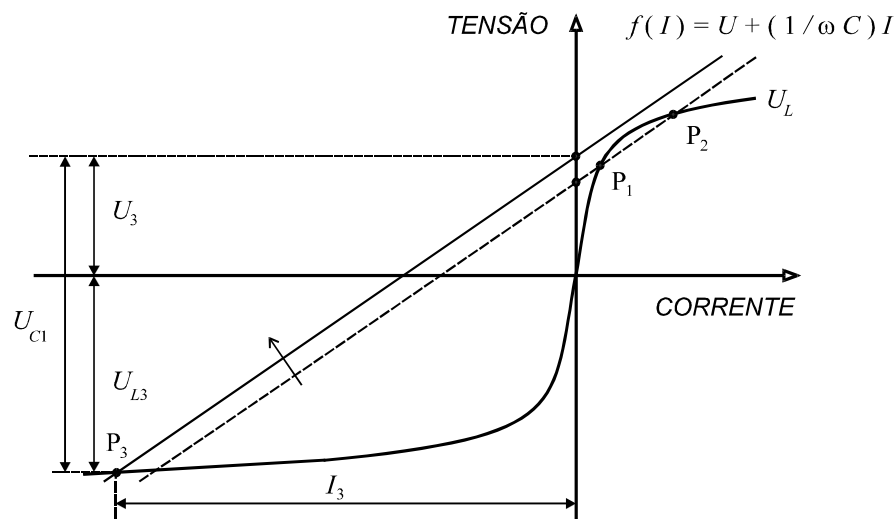


Fig. 5.4. Comportamento de um circuito LC série não-linear com aumento de U .

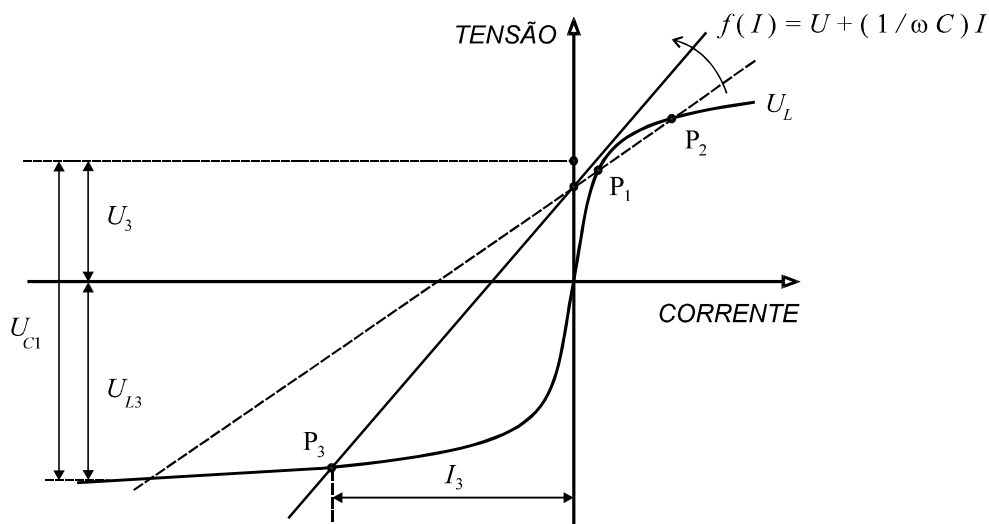


Fig. 5.5. Comportamento de um circuito LC não-linear com redução de C ou de ω .

5.2 Casos Notáveis de Ferroressonância

5.2.1 Ferroressonância em Transformadores de Potência

Um possível caso de ferro-ressonância em sistemas de distribuição de energia elétrica é descrito na Fig. 5.6. Considera-se a abertura de uma ou duas fases de uma linha ligada a um transformador operando com secundário em vazio, com enrolamentos primários ligados em estrela com neutro aterrado.

As capacitâncias indicadas podem ser de um banco de capacitores ou mesmo a capacitância em derivação da linha. Após a abertura de um disjuntor ou fusível, se o transformador ou o banco de capacitores tiver o neutro aterrado, ocorre uma mudança na configuração do circuito equivalente do sistema, de modo que uma capacitância em série é introduzida, propiciando o surgimento do fenômeno de ferro-ressonância.

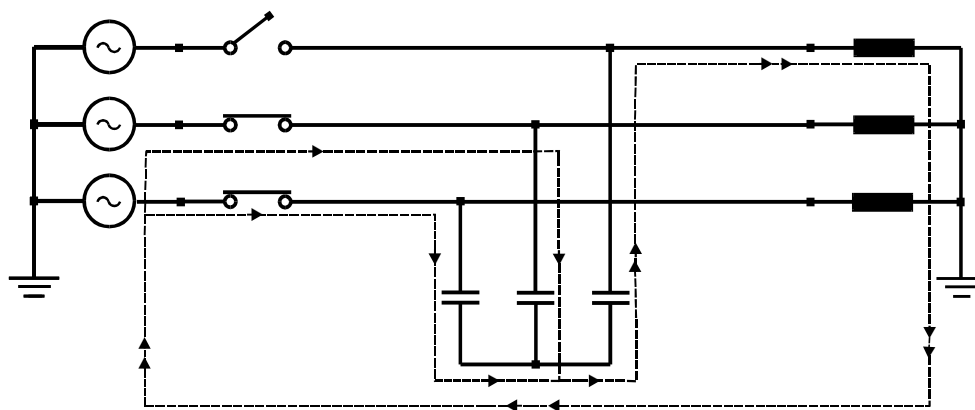


Fig. 5.6. Situação de ferro-ressonância envolvendo transformador de potência.

Se ambos os neutros forem aterrados ou isolados, o caminho de corrente através das capacitâncias não é estabelecido e a ferroressonância não ocorre.

5.2.2 Ferroressonância em Transformadores de Potencial

O fenômeno de ferroressonância pode ocorrer em redes elétricas que contêm transformadores de potencial indutivos (TPI's), dependendo da configuração e do modo de operação do sistema. Uma situação propensa à ocorrência de ferroressonância é ilustrada na Fig. 5.7.

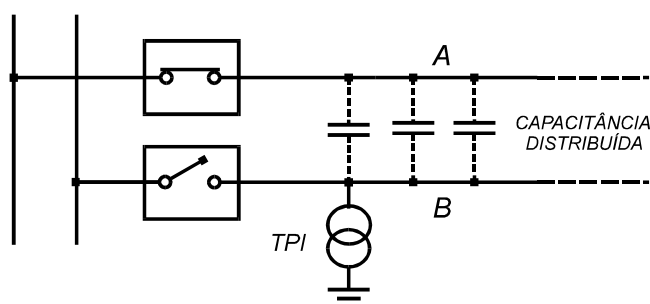


Fig. 5.7. Ferroressonância causada por capacitância entre duas linhas e indutância de TPI.

A linha A possui maior tensão nominal que a linha B. Esta última acha-se desligada e tem conectado no seu início um TPI. Pode ocorrer uma interação entre a capacitância distribuída entre as duas linhas e a indutância saturável do TPI, ocorrendo ferroressonância.

Outra situação em que se pode observar ferroressonância é mostrada na Fig. 5.8.

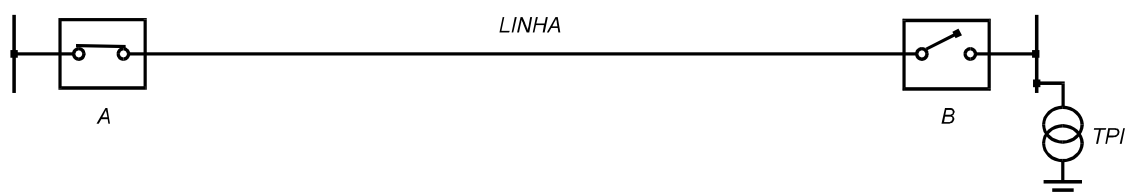


Fig. 5.8. Ferroressonância causada por abertura de disjuntor próximo a um TPI.

Os disjuntores de alta tensão possuem mais de uma câmara de extinção, ligadas em série. A fim de distribuir de maneira uniforme a tensão nas mesmas, são colocados capacitores em paralelo com os contatos (capacitores de equalização). Isto é feito para que, quando o disjuntor estiver aberto, as solicitações nos meios extintores das câmaras sejam iguais. Assim, pode ocorrer ferroressonância em caso de abertura do disjuntor B na Fig. 5.8. O circuito equivalente deste sistema é mostrado na Fig. 5.9. Considera-se o enrolamento secundário do TPI em aberto.

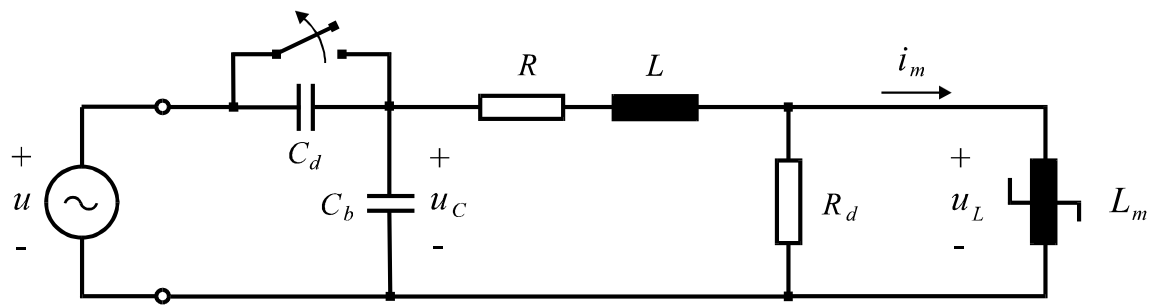


Fig. 5.9. Circuito equivalente do TPI para análise da ferroressonância.

Neste circuito, tem-se:

C_d - Capacitância equivalente das câmaras de equalização do disjuntor.

C_b - Capacitância à terra do barramento, bem como dos demais equipamentos a ele ligados.

R - Resistência do enrolamento primário do TPI.

L - Indutância do enrolamento primário do TPI.

R_d - Resistência linear de perdas no núcleo do TPI.

L_m - Indutância de magnetização do TPI.

5.3 Análise da Ferroressonância

Os métodos de análise mais comumente encontrados na literatura baseiam-se na utilização do plano de fase e da densidade espectral (Emin *et al.*, 1997; Zahavi *et al.*, 1998). O método do plano de fase consiste na representação do lugar geométrico descrito pela variação de duas variáveis de estado do sistema em relação ao tempo. Assim, uma forma de avaliar as condições de operação de um transformador consiste em traçar um gráfico do ponto que tem como abscissa o fluxo de enlace λ e como ordenada a tensão terminal u_L . À medida que o tempo varia, o ponto inicialmente representado no plano de fase descreve uma trajetória. Se esta trajetória é fechada, a solução é periódica e a figura resultante é chamada de ciclo. Se as trajetórias não se fecham, as soluções são ditas caóticas.

O método da densidade espectral utiliza a transformada discreta de Fourier para obter as frequências características presentes nos sinais, as quais podem ser múltiplas ou submúltiplas da frequência da fonte de excitação.

Em estado estacionário, os modos mais comuns de ferroressonância são os seguintes:

- *Modo fundamental.* Os sinais de corrente e de tensão apresentam formas não senoidais, com períodos iguais ao do sinal de saída da fonte, T . Os espectros de linhas são discretos, com componente fundamental de frequência $f = 1/T$ e componentes harmônicas de frequências $2f, 3f, \dots$. O plano de fase apresenta uma única trajetória fechada (Fig. 5.10 e Fig. 5.11).

- *Modo sub-harmônico.* Os sinais são periódicos, mas o período é um inteiro múltiplo da frequência do sinal da fonte (nT , sendo n inteiro), o que estabelece sub-harmônicas que normalmente apresentam ordem ímpar, n (ou harmônicas de ordem $1/n$). O espectro de linhas é discreto, apresentando uma fundamental de frequência f/n e suas harmônicas. O plano de fase apresenta trajetórias fechadas de diferentes tamanhos (Fig. 5.12 e Fig. 5.13).

- *Modo caótico.* Os sinais mostram comportamento irregular e imprevisível. O espectro de linhas apresenta-se contínuo e as trajetórias no plano de fase não se fecham (Fig. 5.14 e Fig. 5.15).

Na teoria de sistemas não lineares são utilizados recursos de análise baseados em desenvolvimentos matemáticos refinados, como teoria da bifurcação e do caos. Em face do caráter complexo e abstrato, tais temas não são tratados no presente trabalho.

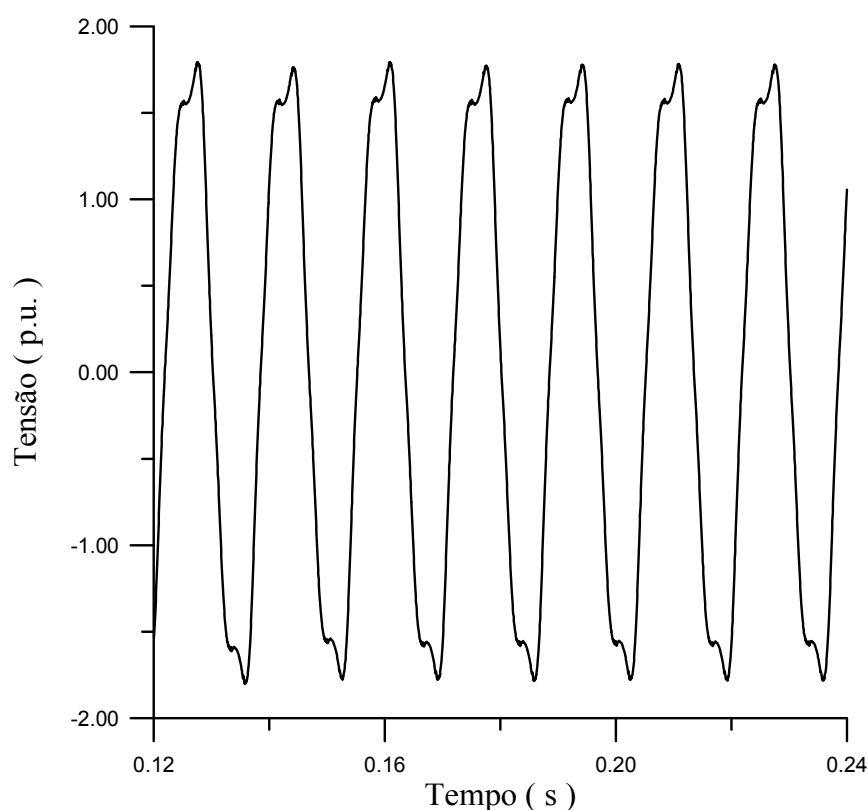


Fig. 5.10. Exemplo de ferroressonância fundamental – Tensão no primário do TPI.

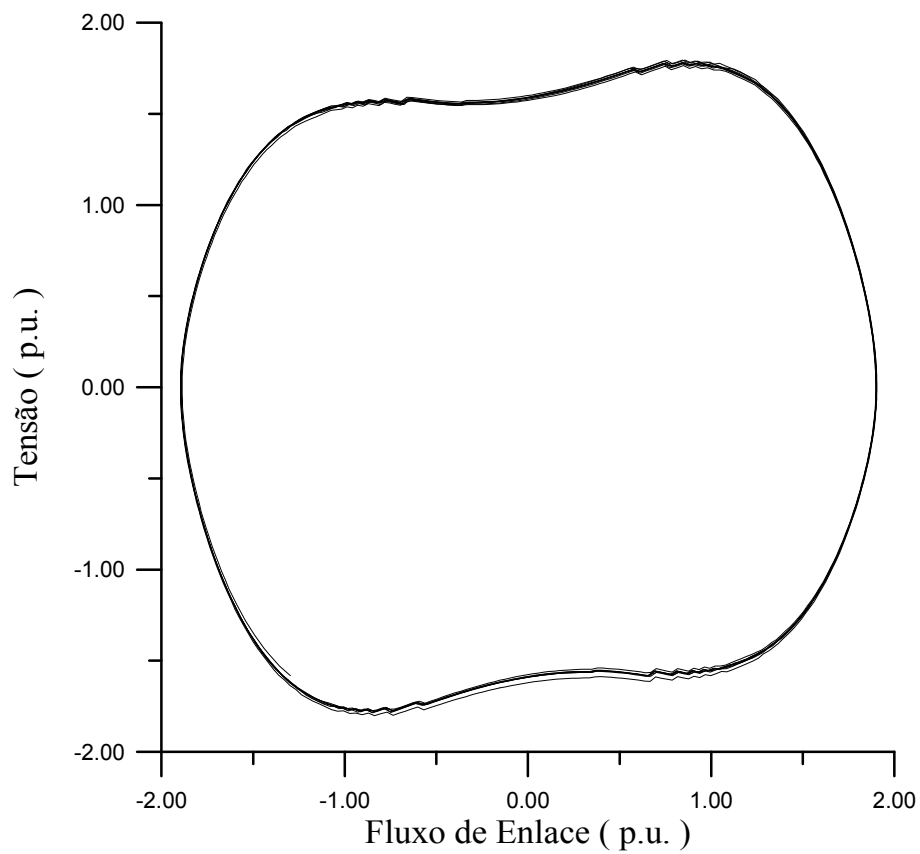


Fig. 5.11. Exemplo de ferroressonância fundamental – Plano de fase u_L versus λ .

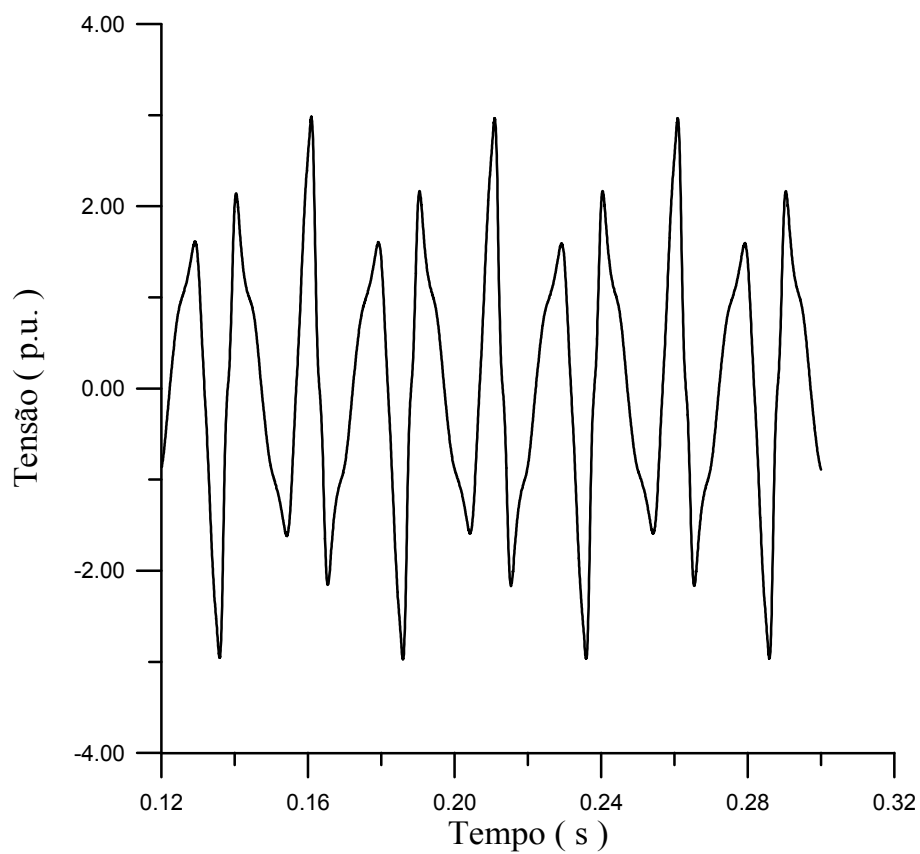


Fig. 5.12. Exemplo de ferroressonância sub-harmônica – Tensão no primário do TPI.

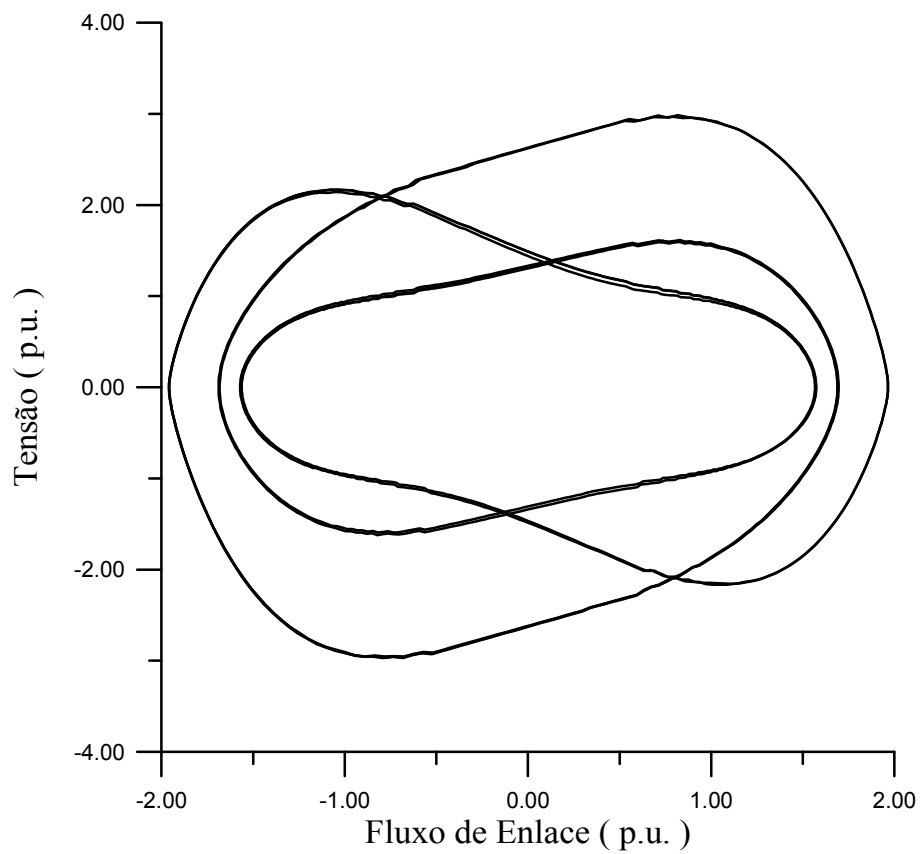


Fig. 5.13. Exemplo de ferroressonância sub-harmônica – Plano de fase u_L versus λ .

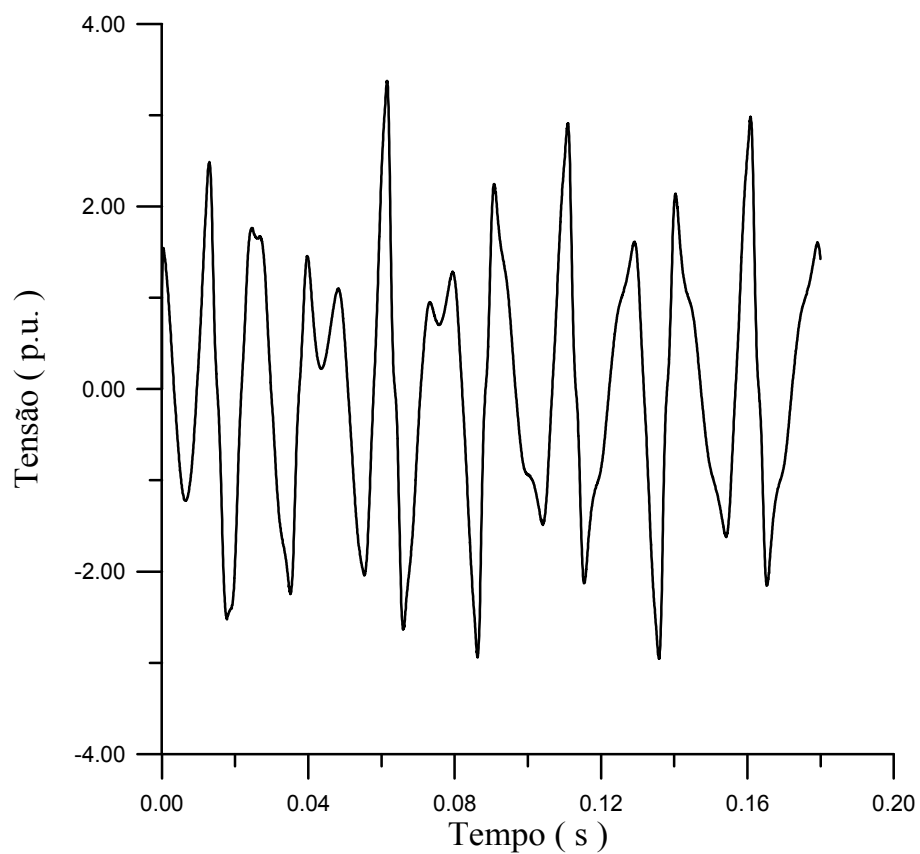


Fig. 5.14. Exemplo de ferroressonância caótica – Tensão no primário do TPI.

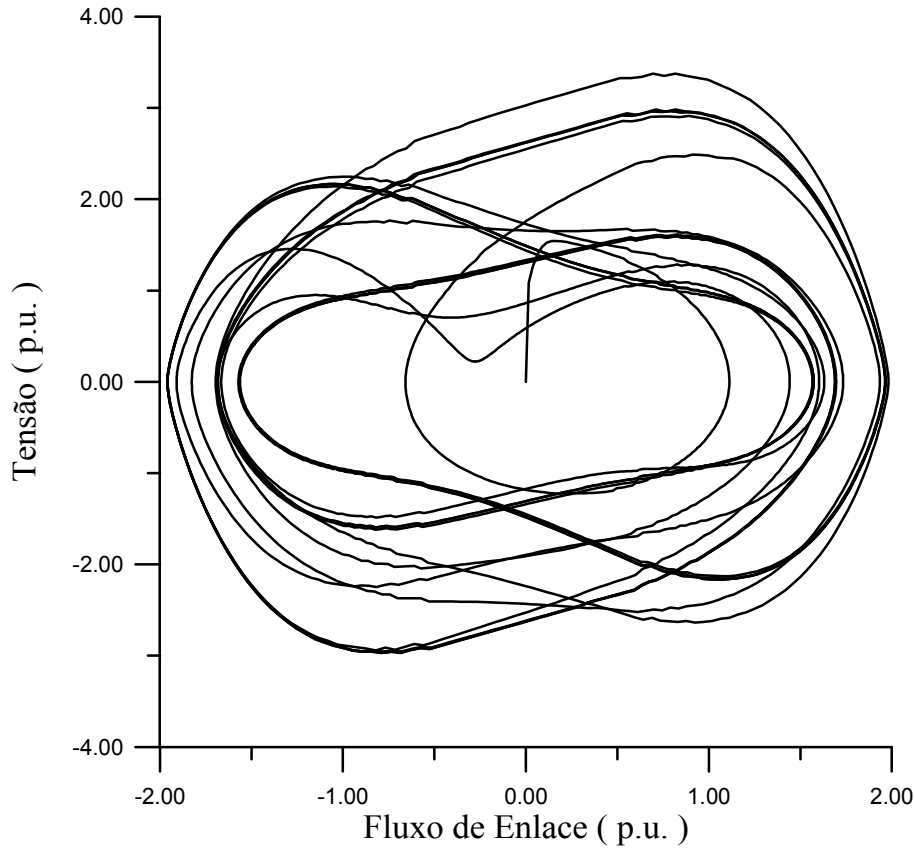


Fig. 5.15. Exemplo de ferroressonância caótica – Plano de fase u_L versus λ .

5.4 Consideração da Histerese

5.4.1 Formulação pelo Modelo de Talukdar-Bailey

O sistema a ser estudado consiste no circuito RLC em série mostrado na Fig. 5.16. O indutor representa um transformador monofásico com o secundário em aberto, apresentando as propriedades de saturação e histerese. Além disso, R_d é a resistência de perdas dinâmicas no núcleo; R , L e C são, respectivamente, a resistência, a indutância e a capacitância equivalentes do sistema.

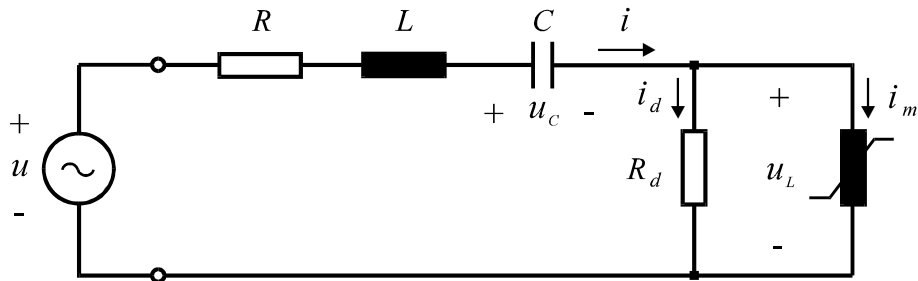


Fig. 5.16. Circuito equivalente do transformador em vazio para análise da ferroressonância.

Para este circuito, pode-se escrever:

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{L} [u(t) - Ri(t) - u_L(t) - u_C(t)] \quad (5.8)$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{i(t)}{C} \quad (5.9)$$

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = u_L(t) \quad (5.10)$$

$$i_m(t) = f[\lambda(t)] \quad (5.11)$$

$$u_L(t) = R_d [i(t) - i_m(t)] \quad (5.12)$$

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta) \quad (5.13)$$

Aplicando o método de Euler com um passo de integração h , tem-se:

$$i(\tau) = i(\tau - h) + h \left\{ \frac{1}{L} [u(\tau - h) - R i(\tau - h) - u_L(\tau - h) - u_C(\tau - h)] \right\} \quad (5.14)$$

$$u_C(\tau) = u_C(\tau - h) + h \frac{1}{C} i(\tau - h) \quad (5.15)$$

$$\lambda(\tau) = \lambda(\tau - h) + h u_L(\tau - h) \quad (5.16)$$

$$i_m(\tau) = f[\lambda(\tau)] \quad (5.17)$$

$$u_L(\tau) = R_d [i(\tau) - i_m(\tau)] \quad (5.18)$$

A função $i = f(\lambda)$ corresponde às expressões que descrevem o modelo de histerese de Talukdar-Bailey, colocadas na forma discreta e trocando-se B por λ e H por i_m . As mesmas são deduzidas nos itens 3.2.4.

5.4.2 Formulação pelo Modelo de Jiles-Atherton

No circuito da Fig. 5.17, o transformador possui N espiras no enrolamento primário, comprimento médio de trajetória magnética l e área de seção reta do núcleo A ; assim, pode-se escrever:

$$\lambda(t) = N A B(t) \quad (5.19)$$

$$i(t) = \frac{l}{N} H(t) \quad (5.20)$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{i(t)}{C} \quad (5.21)$$

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} + R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} = u(t) \quad (5.22)$$

$$B(t) = \mu_0 [H(t) + M(t)] \quad (5.23)$$

Combinando essas expressões, resulta:

$$\frac{dH(t)}{dt} = \frac{u(t) - \frac{Rl}{N} H(t)}{\frac{Ll}{N} H(t) + \mu_0 NA \left[1 + \frac{dM(t)}{dH(t)} \right]} \quad (5.24)$$

$$\frac{dM(t)}{dt} = \frac{dM(t)}{dH(t)} \frac{dH(t)}{dt} \quad (5.25)$$

$$\frac{du_c(t)}{dt} = \frac{l}{NC} H(t) \quad (5.26)$$

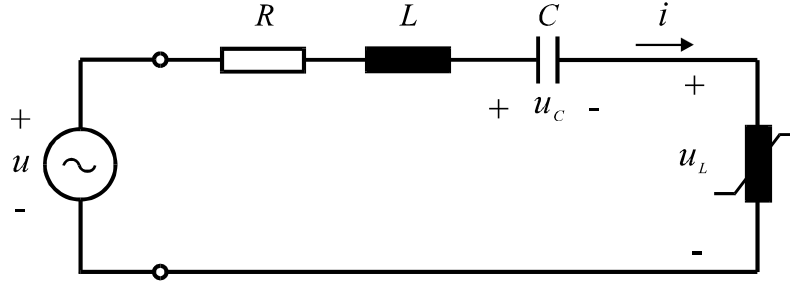


Fig. 5.17. Circuito equivalente do transformador em vazio para análise da ferroressonância.

As expressões (5.24), (5.25) e (5.26), juntamente com as expressões deduzidas no item 3.1.6 constituem um sistema não-linear cuja solução é determinada pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem. Para representar as perdas dinâmicas pode-se modificar H através da expressão (3.49), descrita no item 3.2.4.

5.4.3 Formulação pelo Modelo de Preisach

Para o circuito da Fig. 5.17, pode-se escrever:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + u_L(t) + u_c(t) = u(t) \quad (5.27)$$

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = u_L(t) \quad (5.28)$$

$$C \frac{du_c(t)}{dt} = i(t) \quad (5.29)$$

$$u_L(t) = R_d [i(t) - i_m(t)] \quad (5.30)$$

$$\lambda(t) = f[i_m(t)] \quad (5.31)$$

Integrando ambos os membros de (5.27), (5.28) e (5.29), obtém-se:

$$L[i(t) - i(0)] + R \int_0^t i(t) dt + \int_0^t u_L(t) dt + \int_0^t u_c(t) dt = \int_0^t u(t) dt \quad (5.32)$$

$$\lambda(t) - \lambda(0) = \int_0^t u_L(t) dt \quad (5.33)$$

$$C[u_c(t) - u_c(0)] = \int_0^t i(t) dt \quad (5.34)$$

Considerando um degrau de tempo h , tem-se pelo método do trapézio:

$$L [i(\tau) - i(0)] + R \left\{ A_1 + \frac{h}{2} [i(\tau) + i(\tau - h)] \right\} + A_2 + \frac{h}{2} [u_L(\tau) + u_L(\tau - h)] + A_3 + \frac{h}{2} [u_C(\tau) + u_C(\tau - h)] = A_3 + \frac{h}{2} [u(\tau) + u(\tau - h)] \quad (5.35)$$

$$\lambda(\tau) - \lambda(0) = A_2 + \frac{h}{2} [u_L(\tau) + u_L(\tau - h)] \quad (5.36)$$

$$C[u_C(\tau) + u_C(0)] = A_1 + \frac{h}{2} [i(\tau) + i(\tau - h)] \quad (5.37)$$

$$u_L(\tau) = R_d [i(\tau) - i_m(\tau)] \quad (5.38)$$

$$\lambda(\tau) = f[i_m(\tau)] \quad (5.39)$$

$$A_1 = \int_0^{\tau-h} i(t) dt \quad (5.40)$$

$$A_2 = \int_0^{\tau-h} u_L(t) dt \quad (5.41)$$

$$A_3 = \int_0^{\tau-h} u_C(t) dt \quad (5.42)$$

$$A_4 = \int_0^{\tau-h} u(t) dt \quad (5.43)$$

A função $i = f(\lambda)$ corresponde às expressões do modelo de Preisach, colocadas na forma discreta e trocando-se B por λ e H por i_m . As mesmas são deduzidas no item 3.1.8.

5.5 Apresentação de Resultados

5.5.1 Comparação de Modelos

Como no caso das correntes de *inrush*, estudadas no capítulo anterior, são mostrados resultados de simulações que estabelecem comparações de resultados obtidos através de uso dos modelos de Talukdar-Bailey (versão modificada 2) e de Jiles-Atherton com os obtidos pelo modelo baseado na teoria de Preisach. Nos casos mostrados da Fig. 5.18 até a Fig. 5.31, foram considerados os seguintes dados de entrada do sistema elétrico, incluindo o transformador: $U_e = 70$ V; $R = 1$ Ω ; $L = 5,3$ mH; $R_d = 204,2$ Ω ; $C = 100$ μ F. Em relação às equações (3.14) e (3.17), utilizou-se os mesmos valores do Capítulo 4: $\xi = 80$; $\beta = 4,5$. No modelo de Jiles_Atherton, foi feito $\sigma = 0,075$ na equação (3.49). Em todos os casos, considerou-se $\lambda(0) = 0$.

5.5.2 Simulações sem o Efeito de Histerese

Foram realizadas simulações considerando a característica de magnetização como sendo a curva de saturação da Fig. 4.9, sem histerese. Comparações dos resultados dessas simulações com os obtidos pelo modelo de Preisach acham-se mostrados na Fig. 5.32 até a Fig. 5.38.

5.5.3 Simulações sem as Perdas Dinâmicas

Com utilização do modelo de Preisach foram feitas comparações entre os resultados levando-se em consideração as perdas dinâmicas no núcleo magnético e os obtidos sem a consideração das mesmas. Os resultados são mostrados na Fig. 5.39 até a Fig. 5.46.

5.5.4 Comentários

Analisando-se os resultados obtidos são feitas as seguintes observações:

- Em relação ao modelo de Preisach, os resultados obtidos com o modelo de Talukdar-Bailey mostram graus de concordância melhores que os obtidos pelo modelo de Jiles-Atherton.
- Em estado estacionário, os resultados obtidos pela curva de saturação (sem histerese) mostram razoável grau de concordância com os obtidos pelo modelo de Preisach. Porém, isto não é observado em regime transitório.
- Em relação às perdas dinâmicas, observa-se que, ao desprezá-las, os valores de pico de i_e mostram-se maiores que no caso das mesmas serem consideradas. Porém, ao se verificar o detalhe da Fig. 5.46, é possível ver que os valores de i_e passam a ser menores na região não-saturada. Isto também pode ser observado nas trajetórias $\lambda - i_e$ da Fig. 5.45.

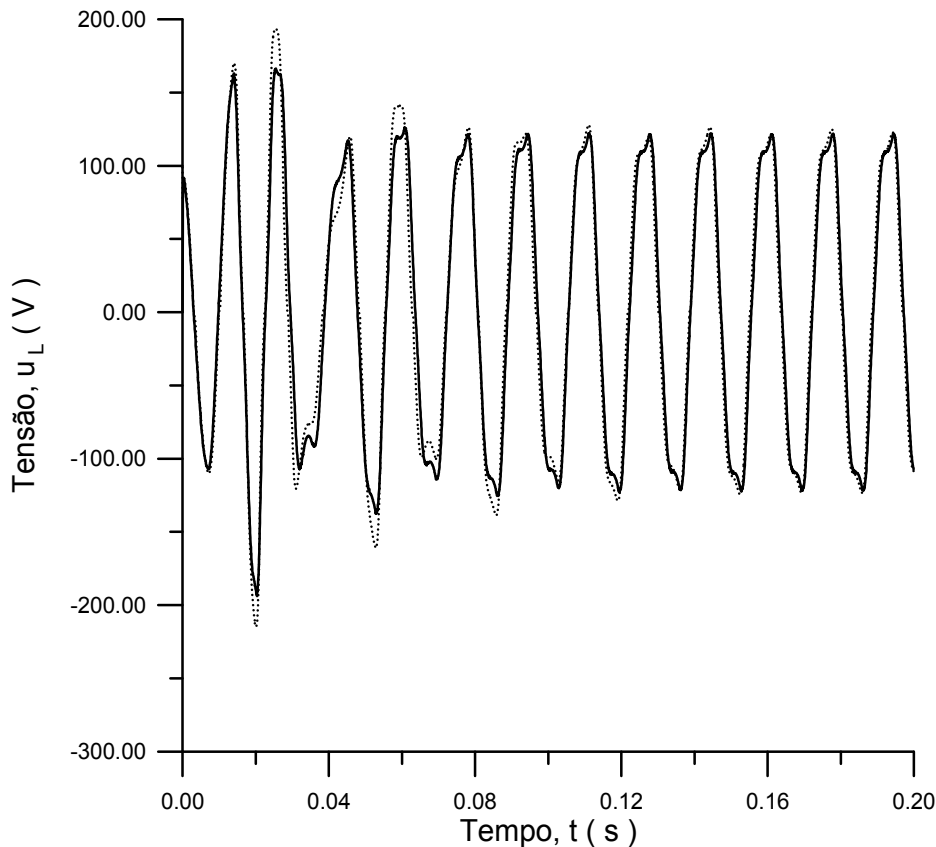


Fig. 5.18. Tensão no indutor não-linear; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

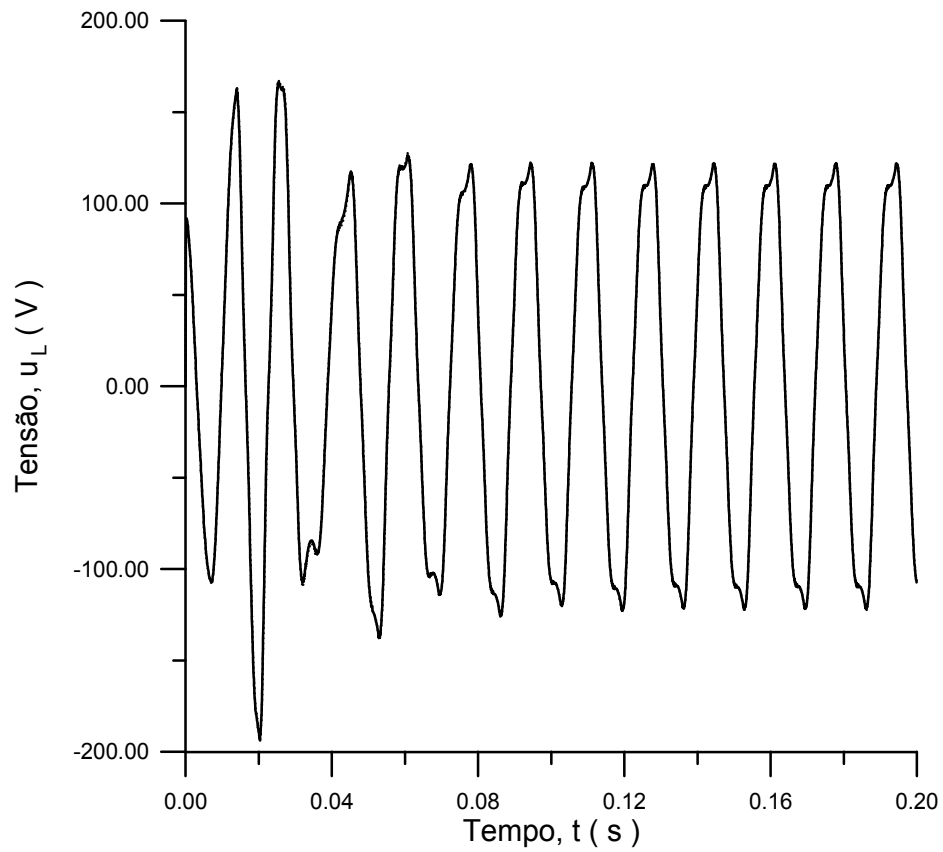


Fig. 5.19. Tensão no indutor não-linear; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

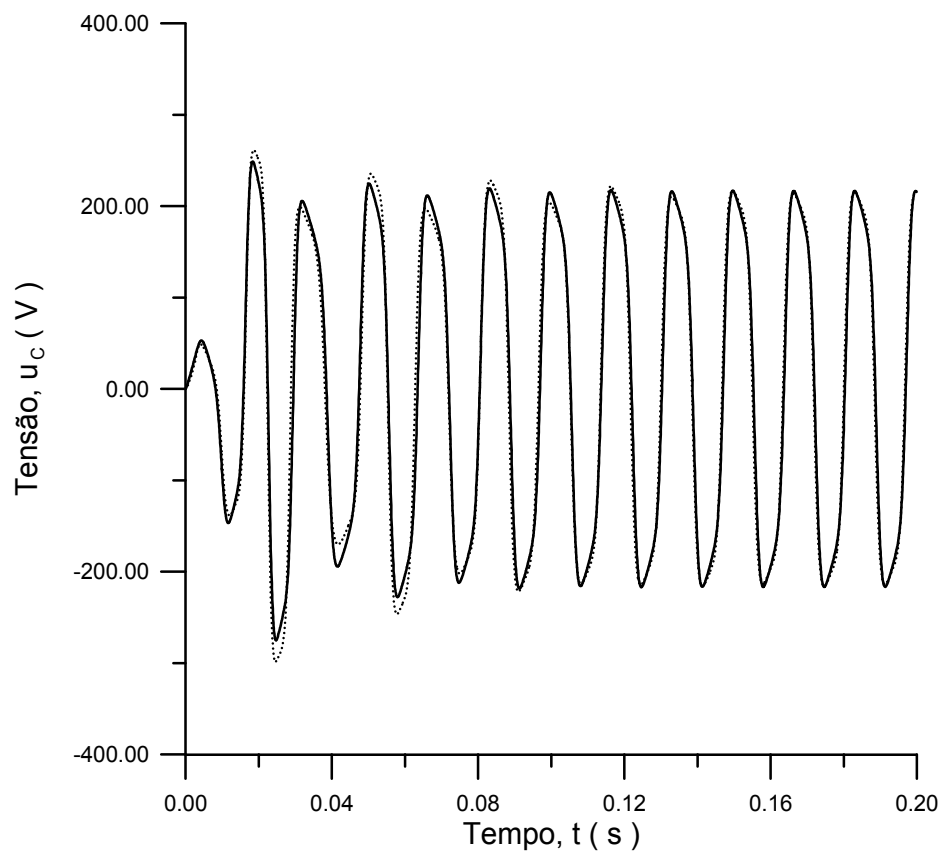


Fig. 5.20. Tensão no capacitor; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

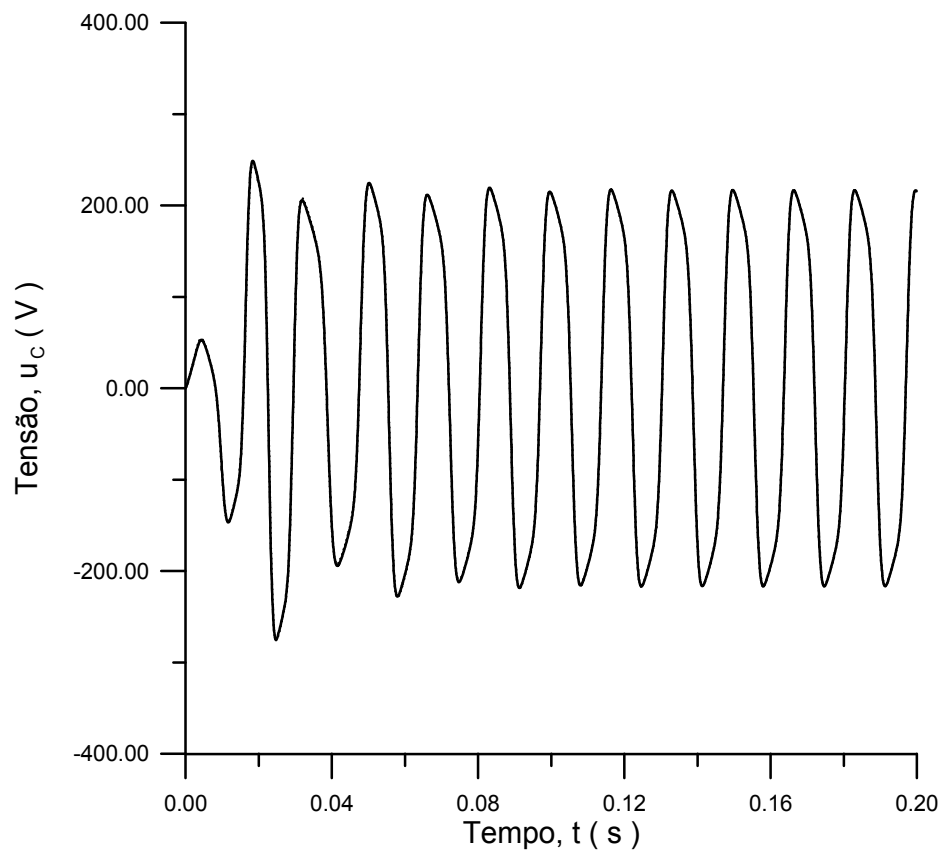


Fig. 5.21. Tensão no capacitor; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

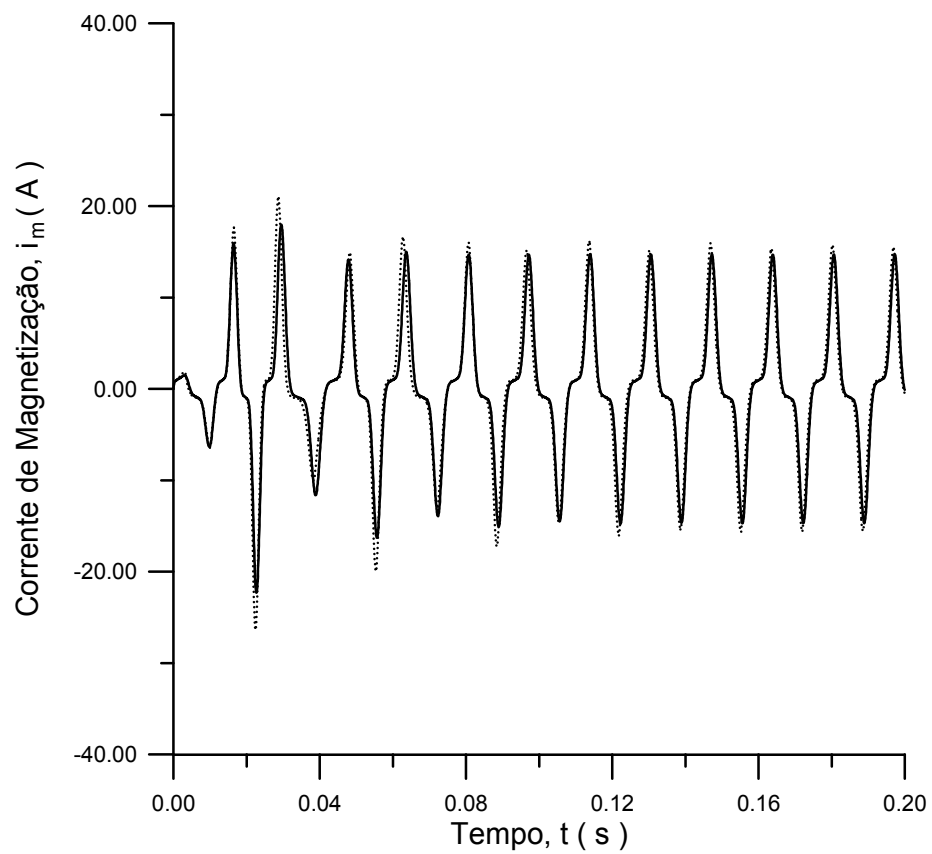


Fig. 5.22. Corrente de magnetização; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

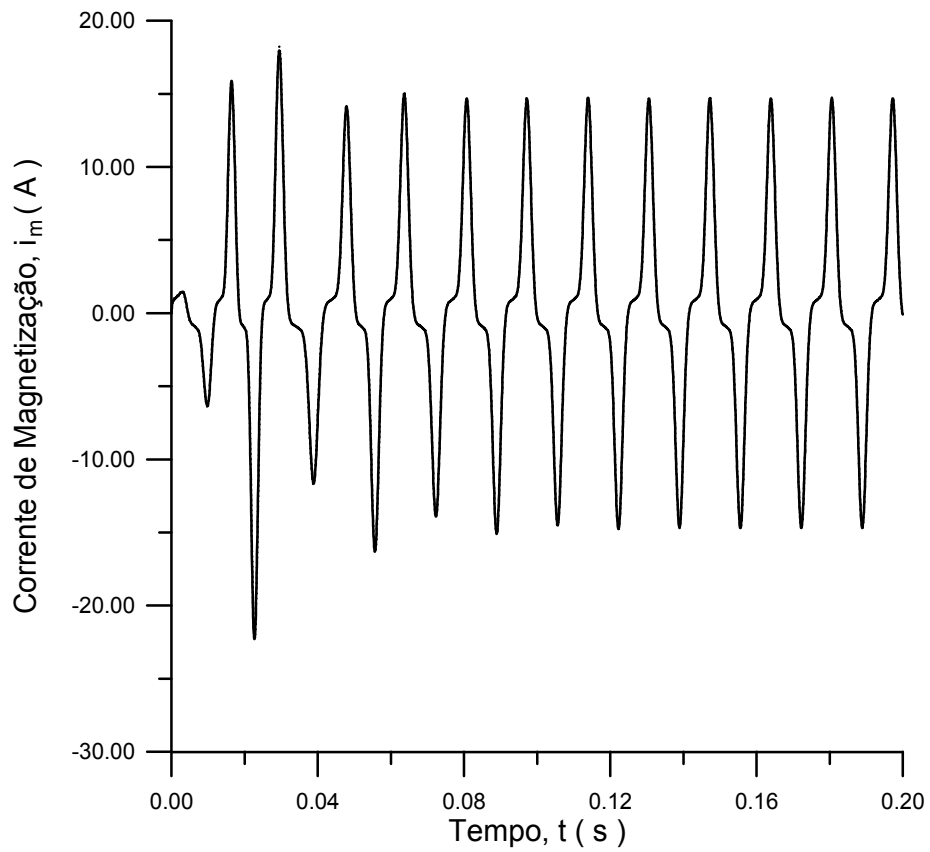


Fig. 5.23. Corrente de magnetização; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

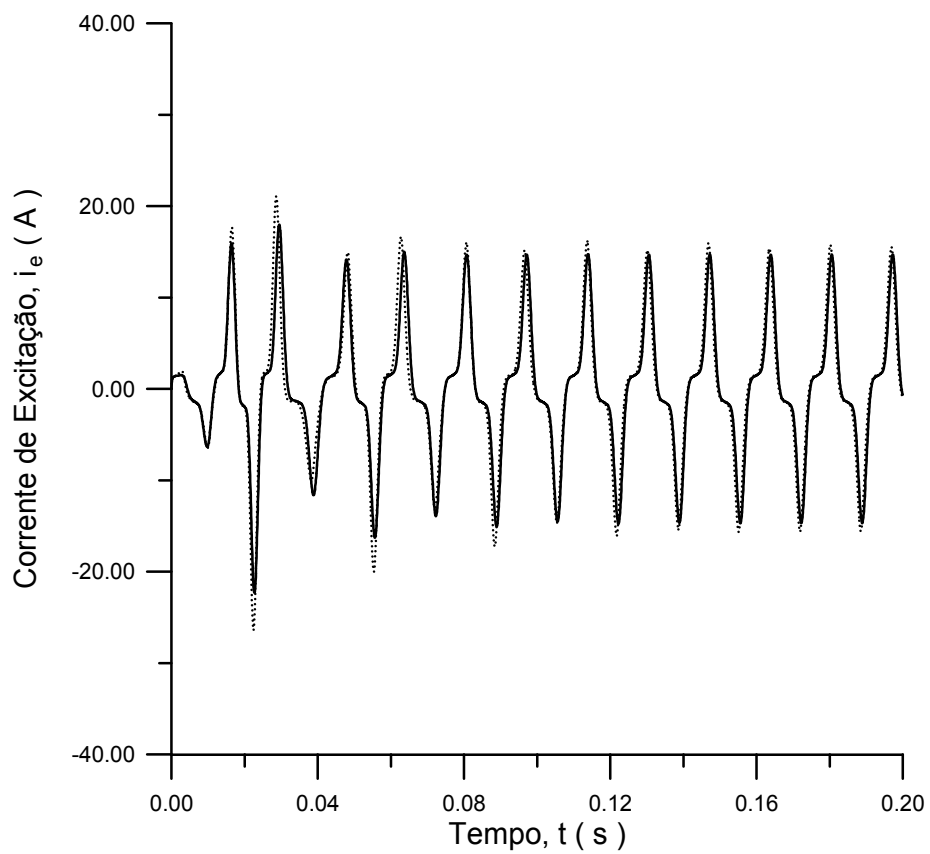


Fig. 5.24. Corrente de excitação; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

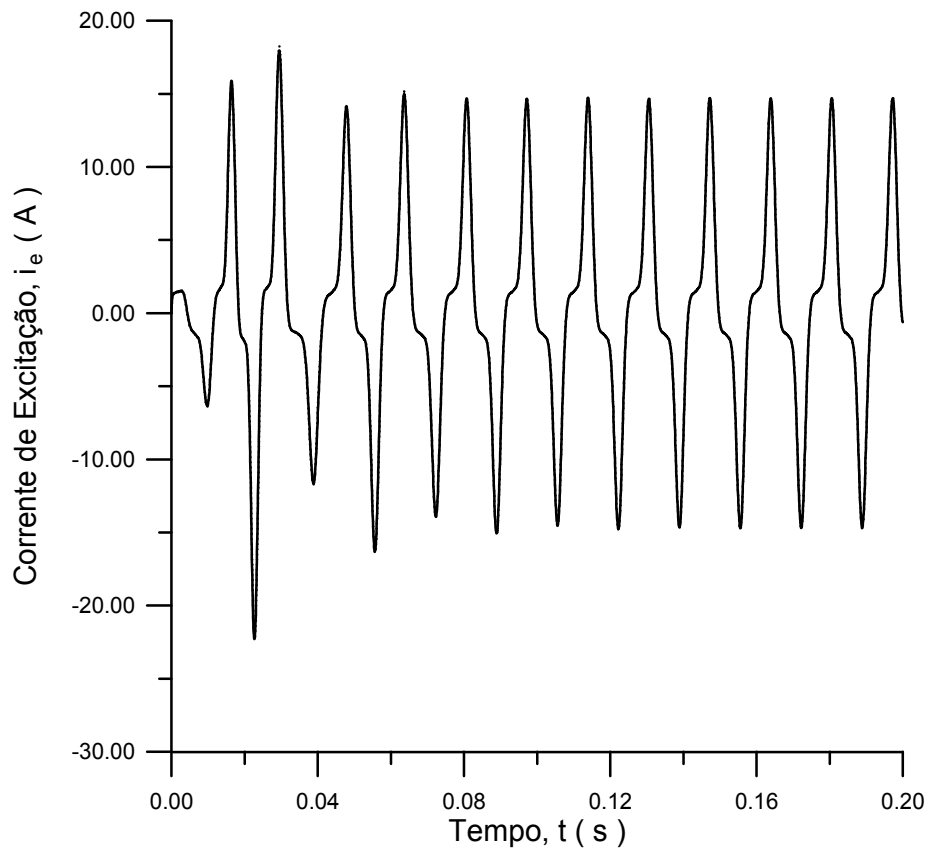


Fig. 5.25. Corrente de excitação; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

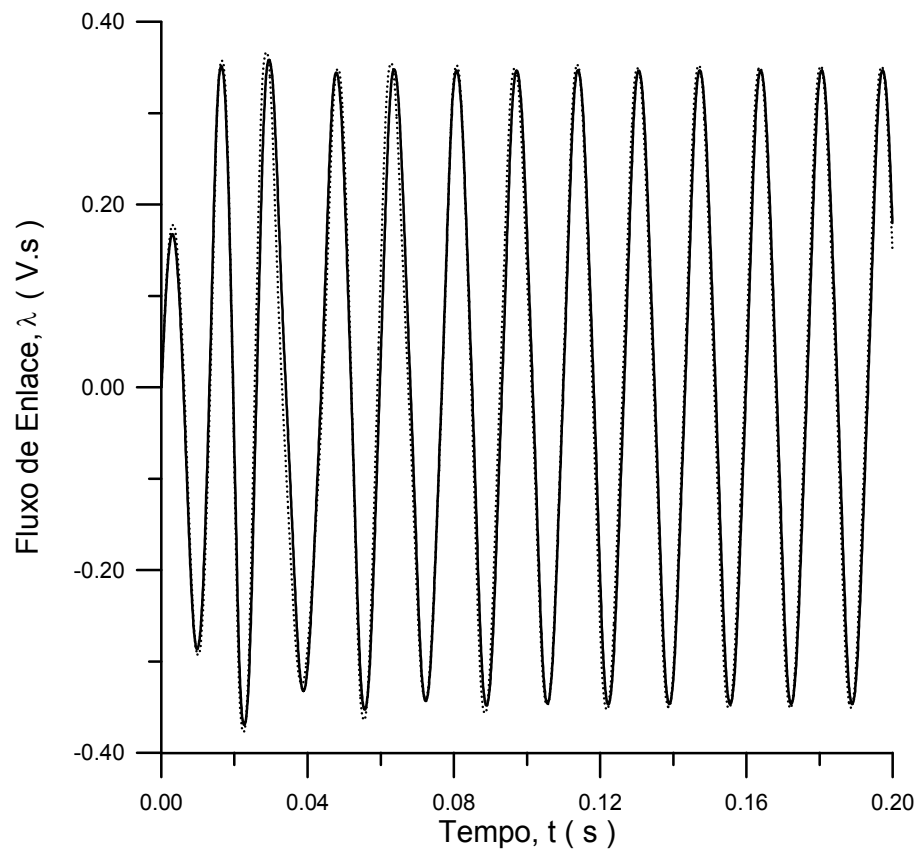


Fig. 5.26. Fluxo de enlace; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

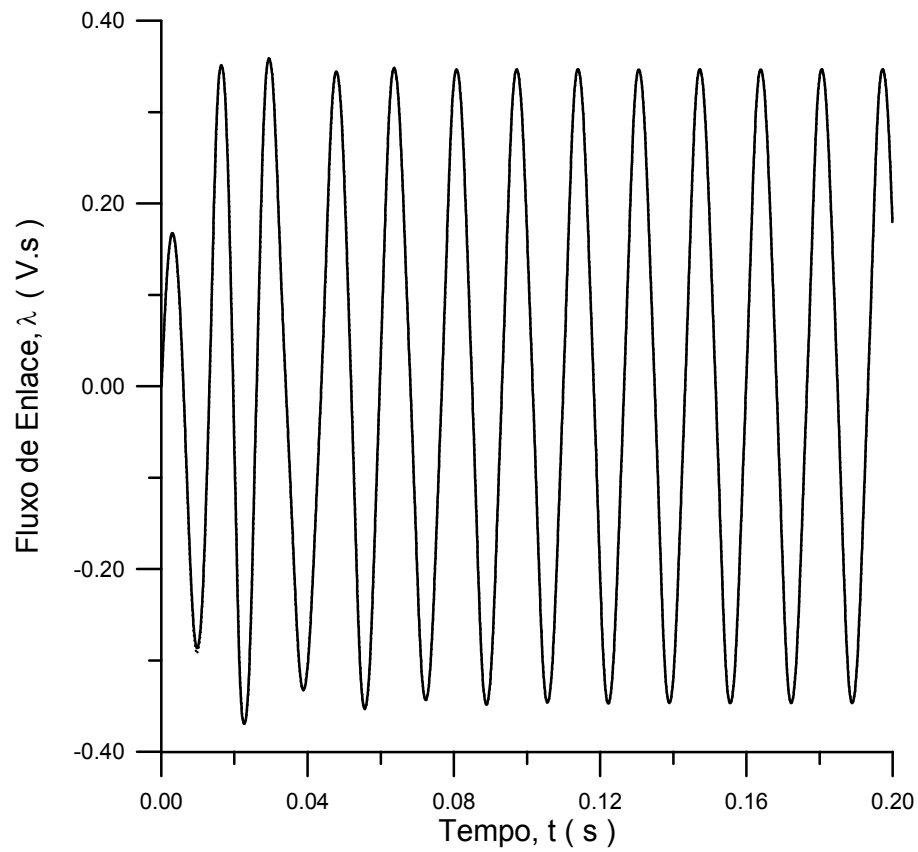


Fig. 5.27. Fluxo de enlace; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

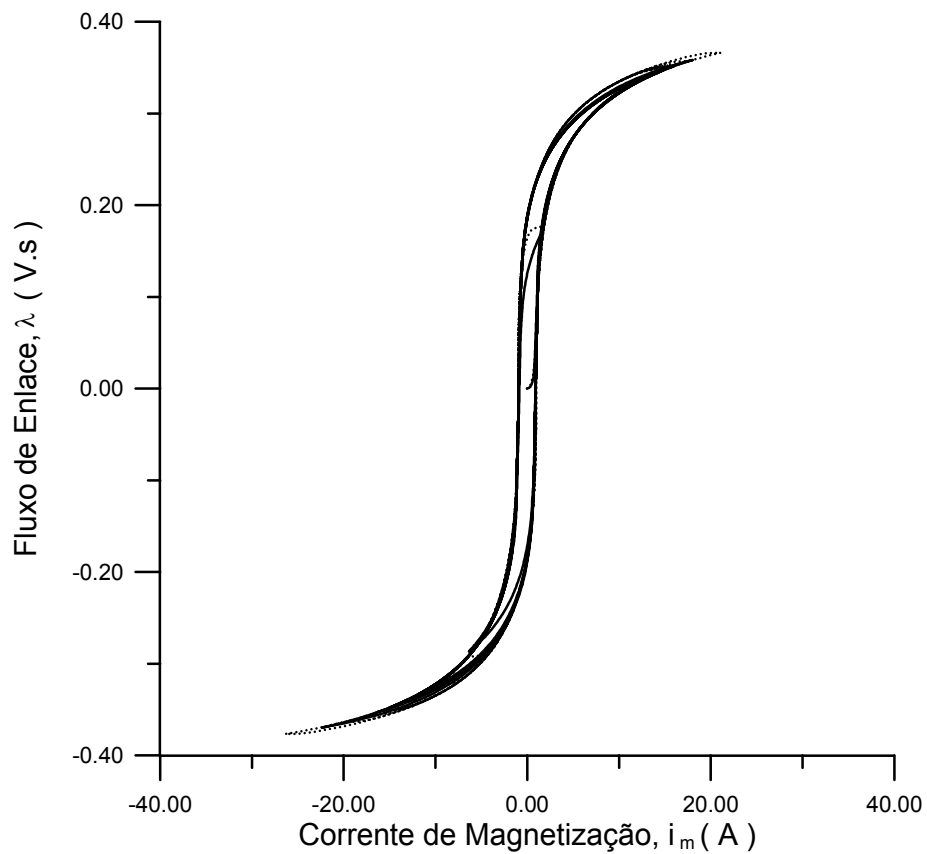


Fig. 5.28. Trajetórias no plano $\lambda - i_m$; Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

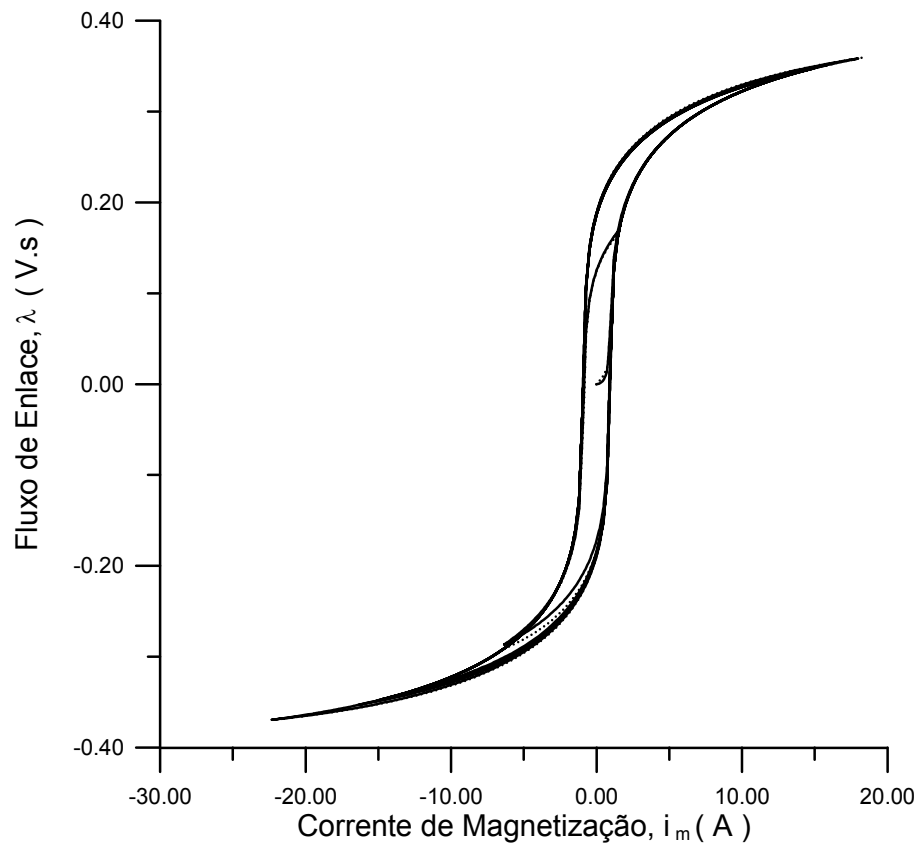


Fig. 5.29. Trajetórias no plano $\lambda - i_m$; Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

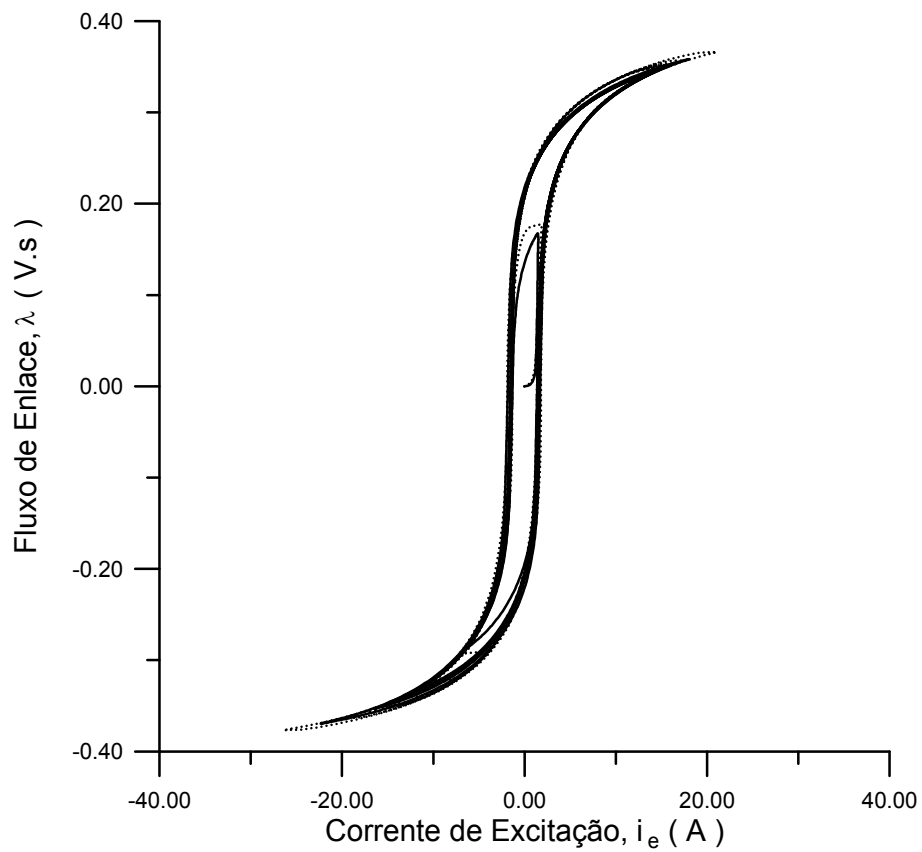


Fig. 5.30. Trajetórias no plano $\lambda - i_e$ (60 Hz); Jiles-Atherton (tracejado); Preisach (cheio).

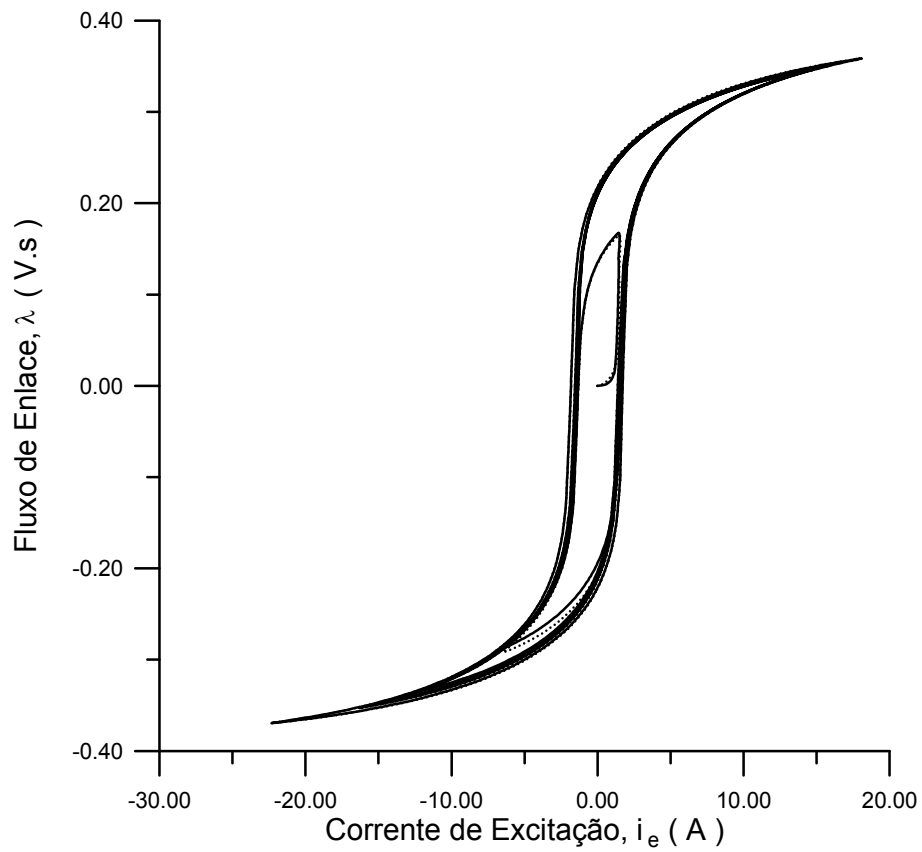


Fig. 5.31. Trajetórias no plano $\lambda - i_e$ (60 Hz); Talukdar-Bailey (tracejado); Preisach (cheio).

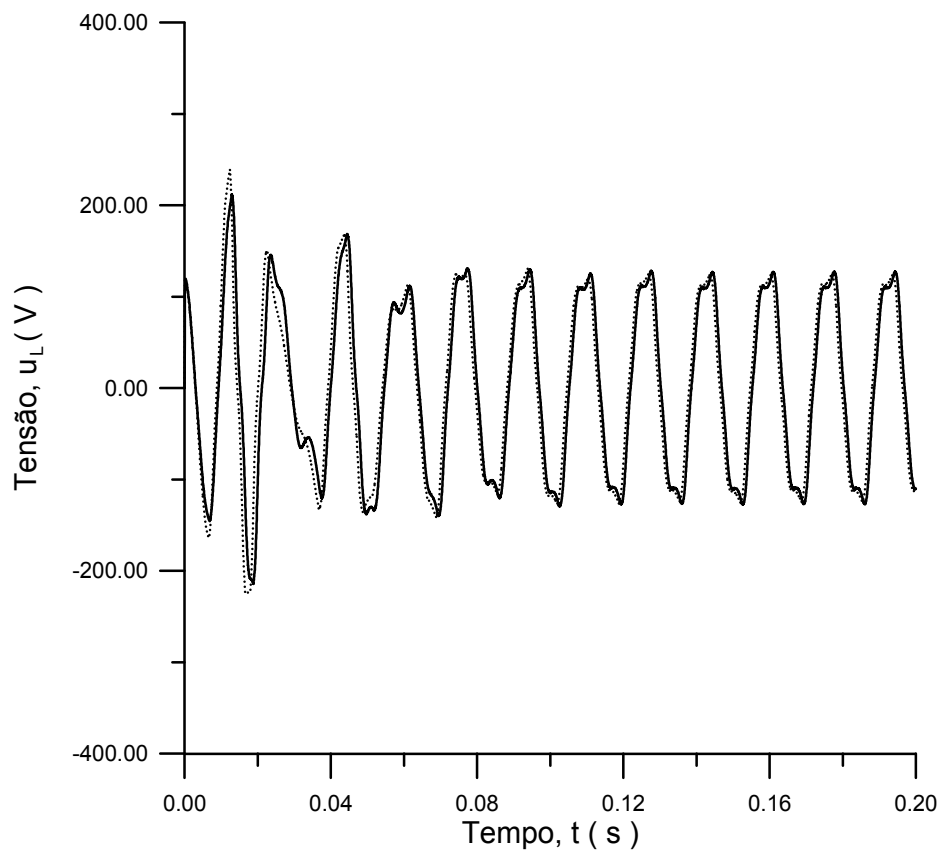


Fig. 5.32. Tensão no indutor não-linear; sem histerese (tracejado); Preisach (cheio).

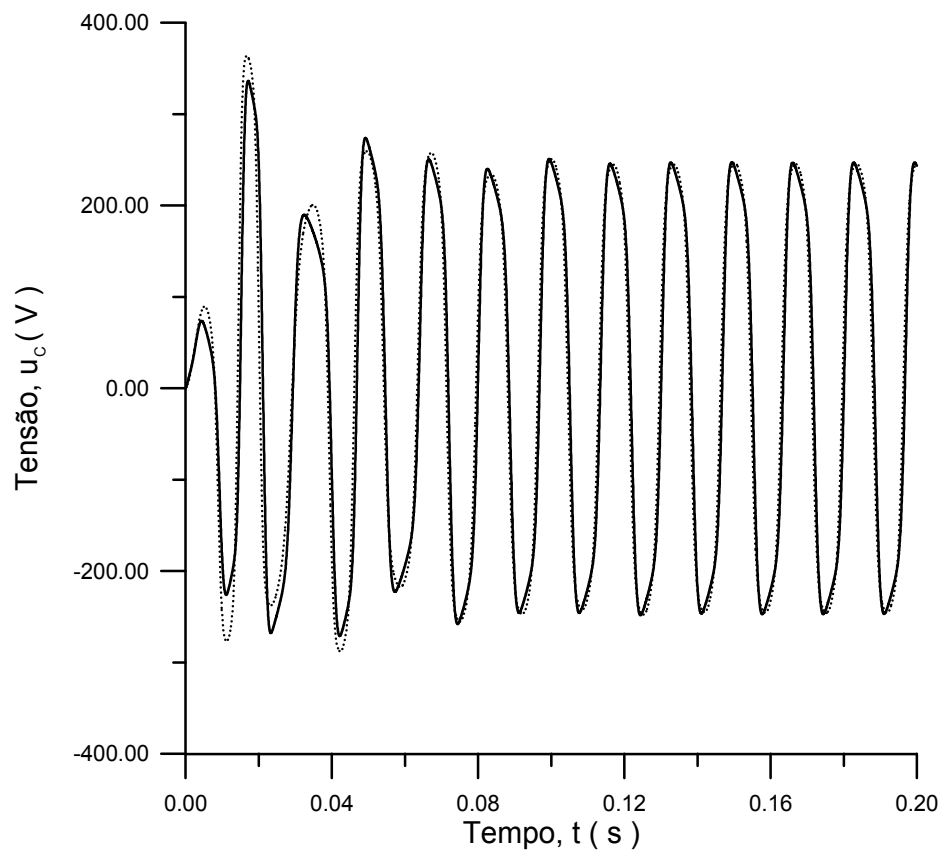


Fig. 5.33. Tensão no capacitor; sem histerese (tracejado); Preisach (cheio).

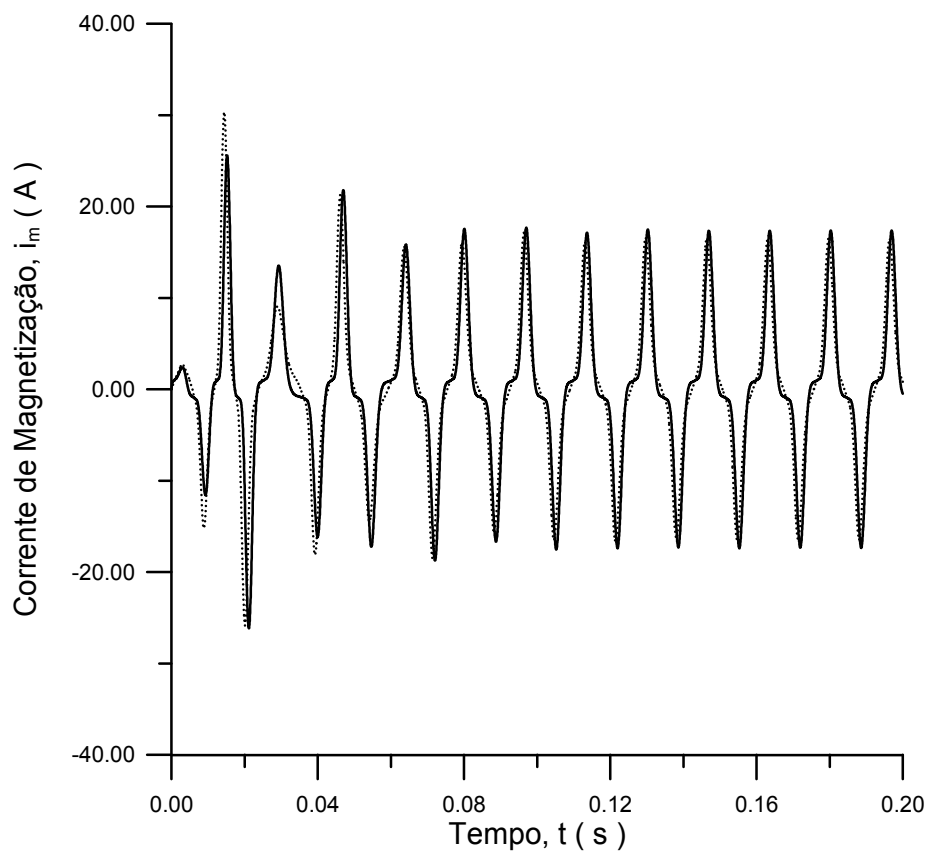


Fig. 5.34. Corrente de magnetização; sem histerese (tracejado); Preisach (cheio).

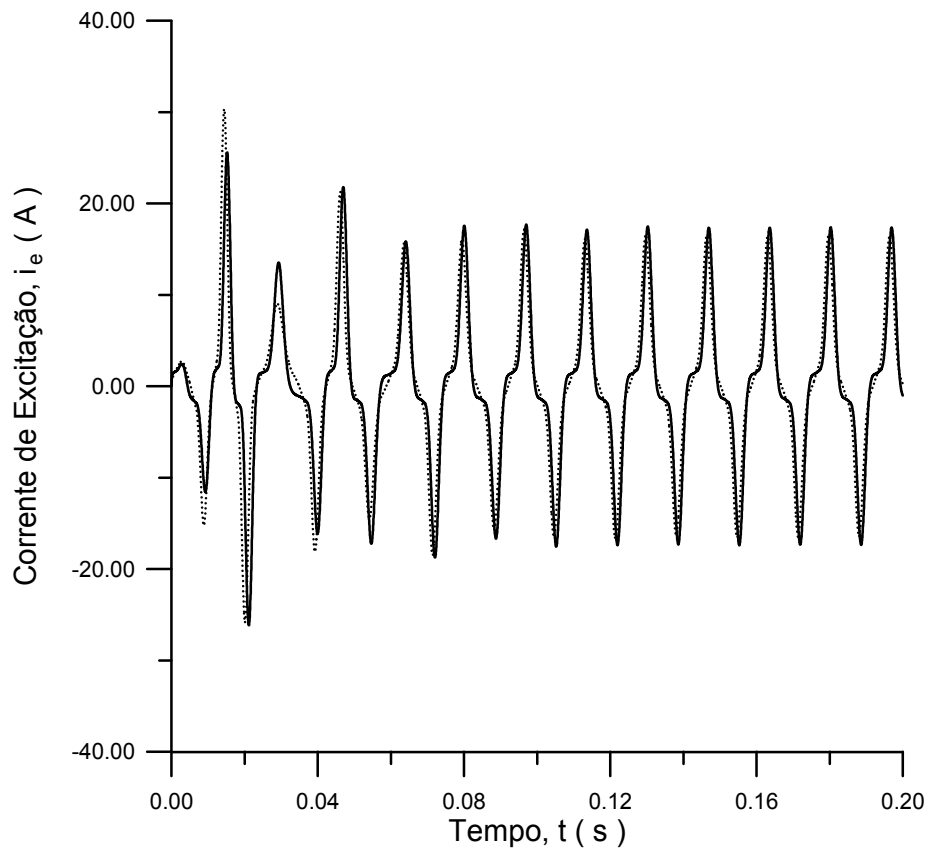


Fig. 5.35. Corrente de excitação; sem histerese (tracejado); Preisach (cheio).

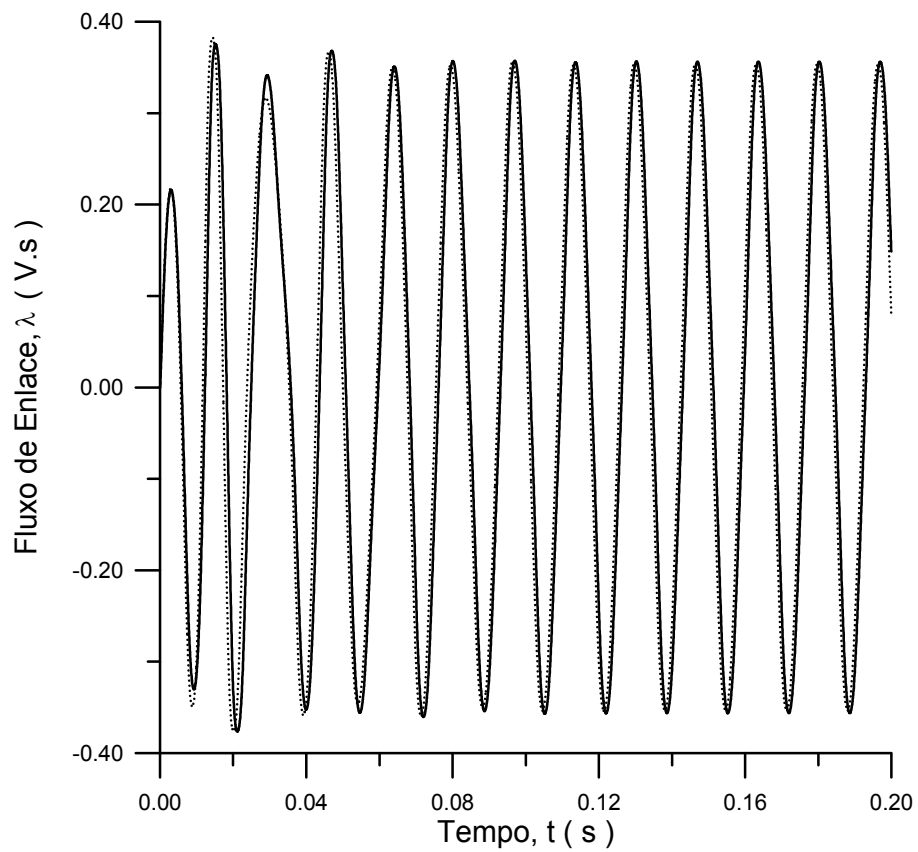


Fig. 5.36. Fluxo de enlace; sem histerese (tracejado); Preisach (cheio).

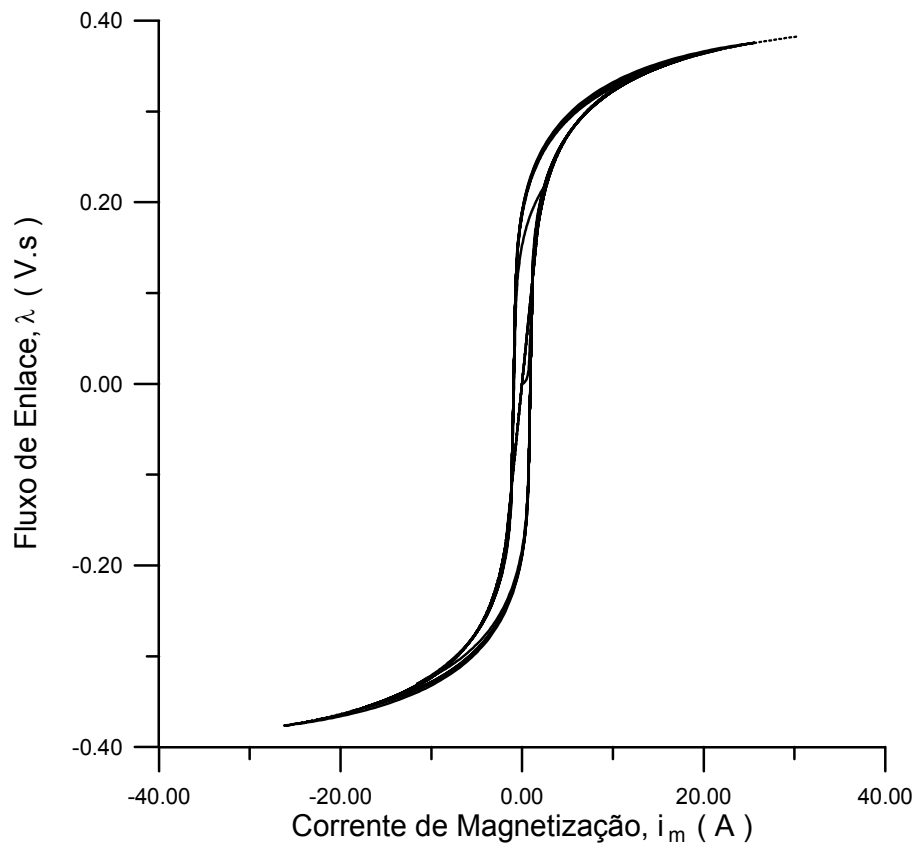


Fig. 5.37. Trajetórias no plano $\lambda - i_m$; sem histerese (tracejado); Preisach (cheio).

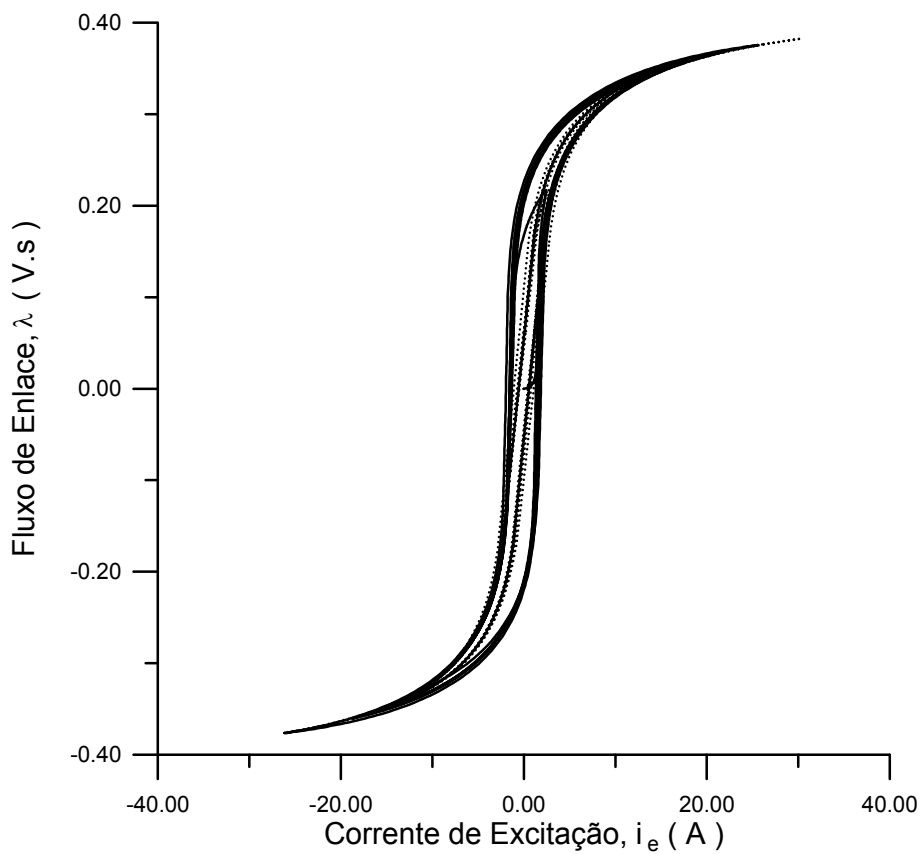


Fig. 5.38. Trajetórias no plano $\lambda - i_e$ (60 Hz); sem histerese (tracejado); Preisach (cheio).

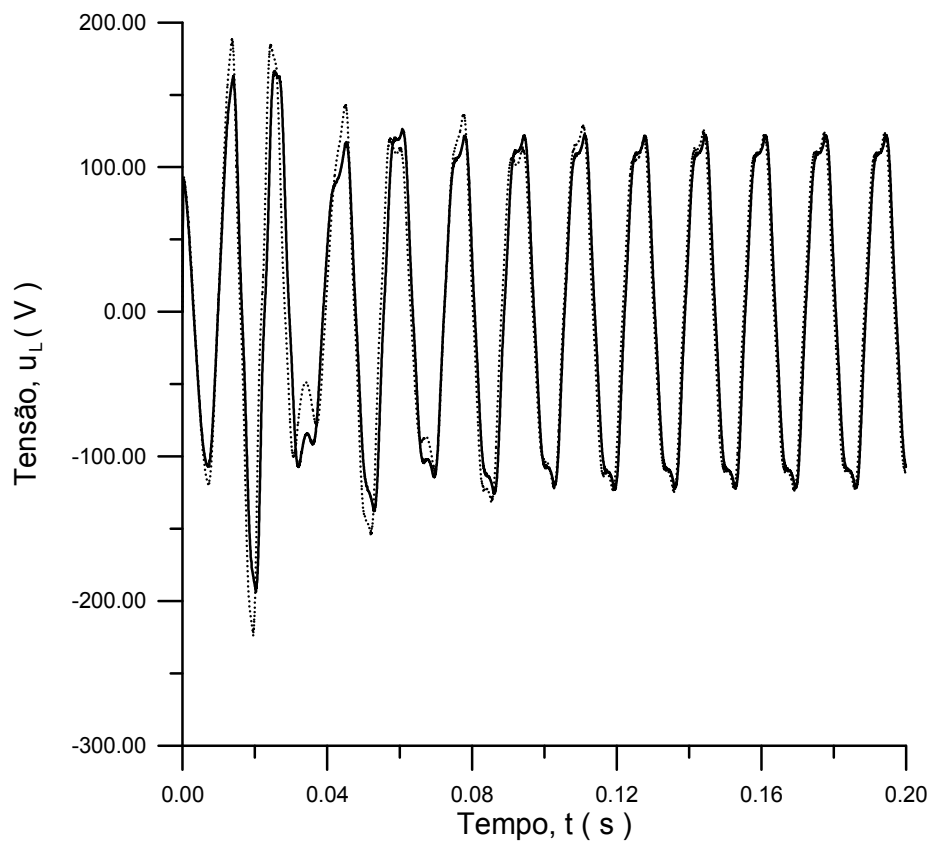


Fig. 5.39. Tensão no indutor não-linear; sem perdas dinâmicas (tracejado); com perdas (cheio).

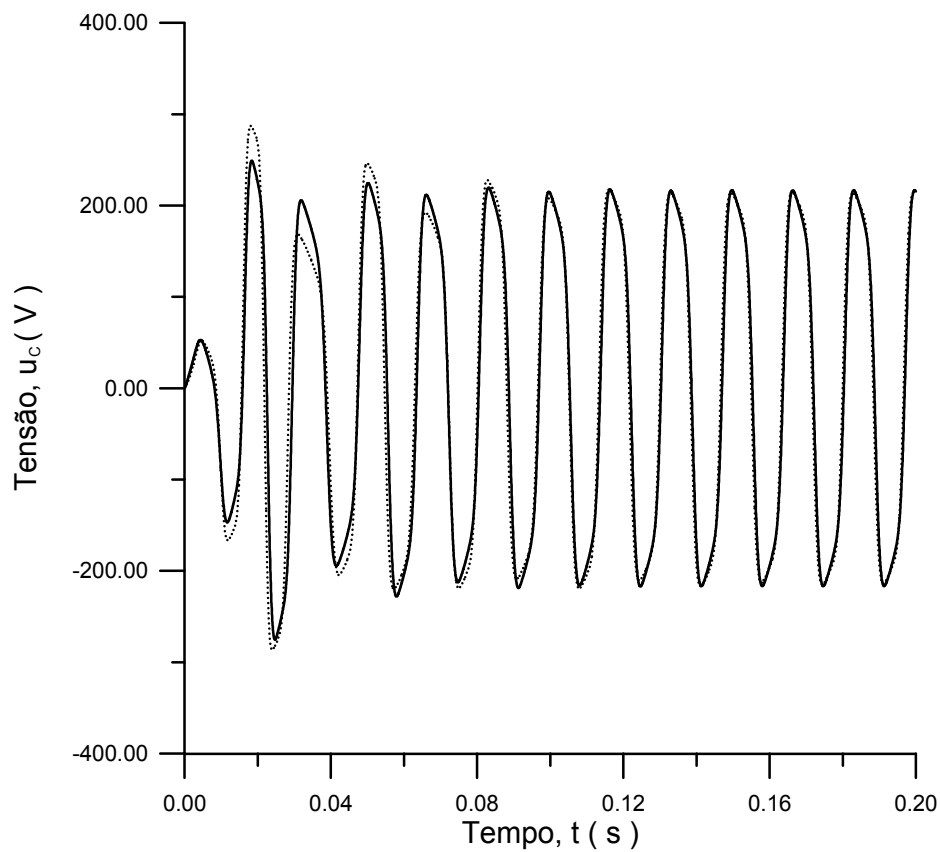


Fig. 5.40. Tensão no capacitor; sem perdas dinâmicas (tracejado); com perdas (cheio).

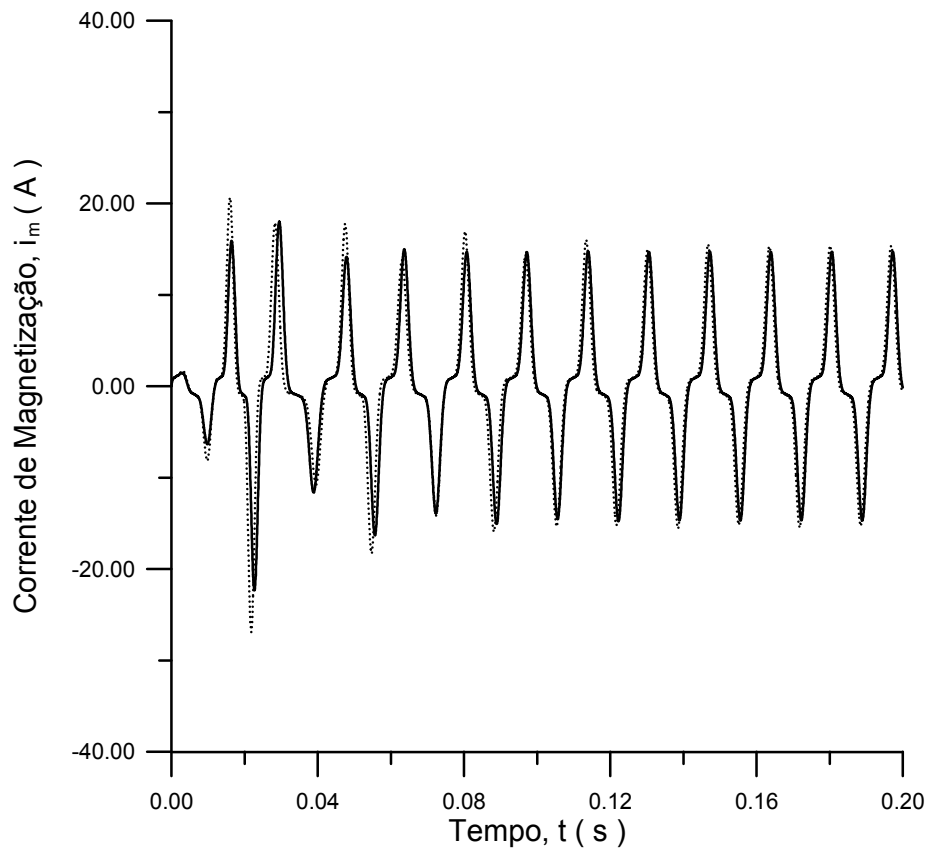


Fig. 5.41. Corrente de magnetização; sem perdas dinâmicas (tracejado); com perdas (cheio).

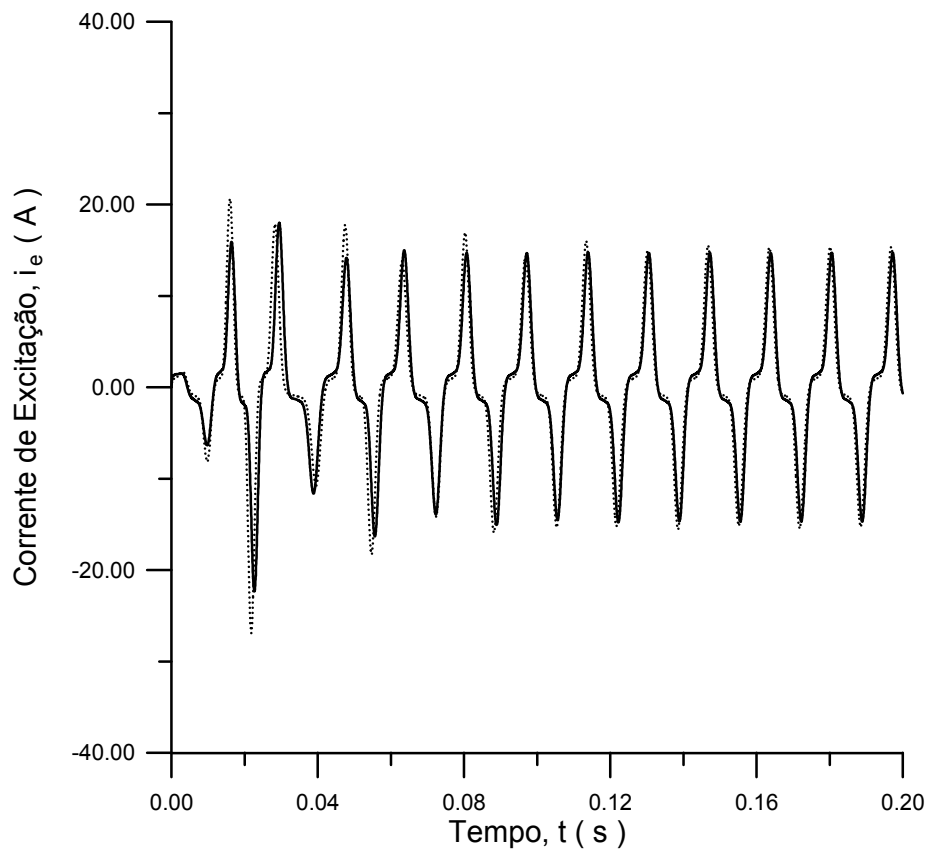


Fig. 5.42. Corrente de excitação; sem perdas dinâmicas (tracejado); com perdas (cheio).

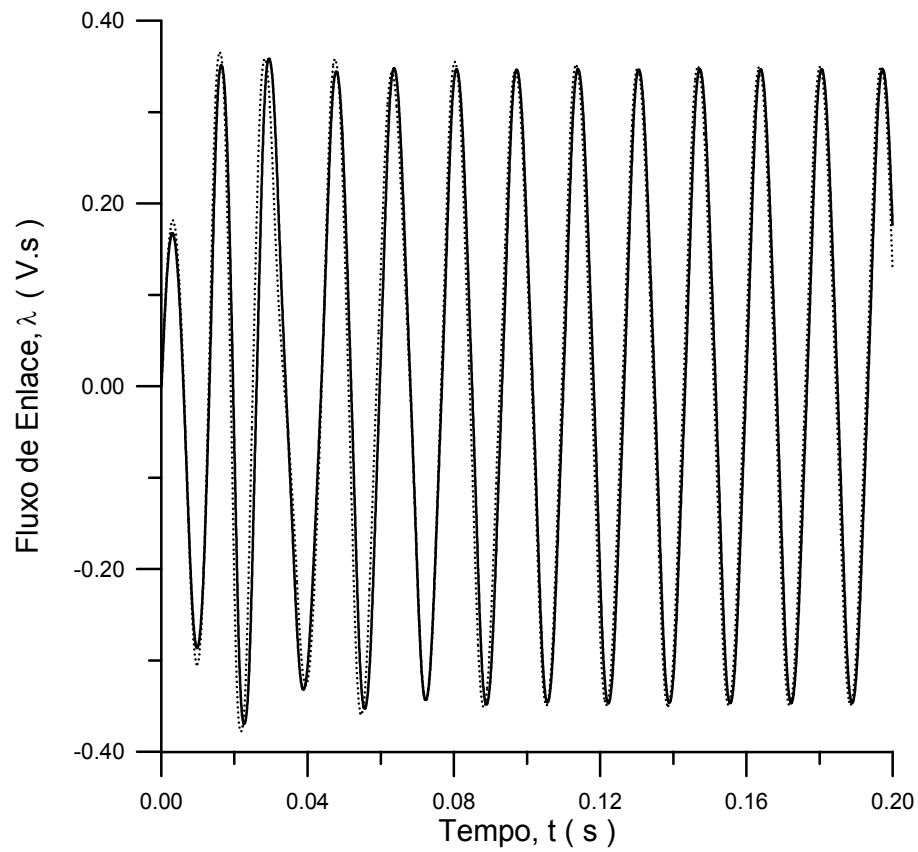


Fig. 5.43. Fluxo de enlace; sem perdas dinâmicas (tracejado); com perdas (cheio).

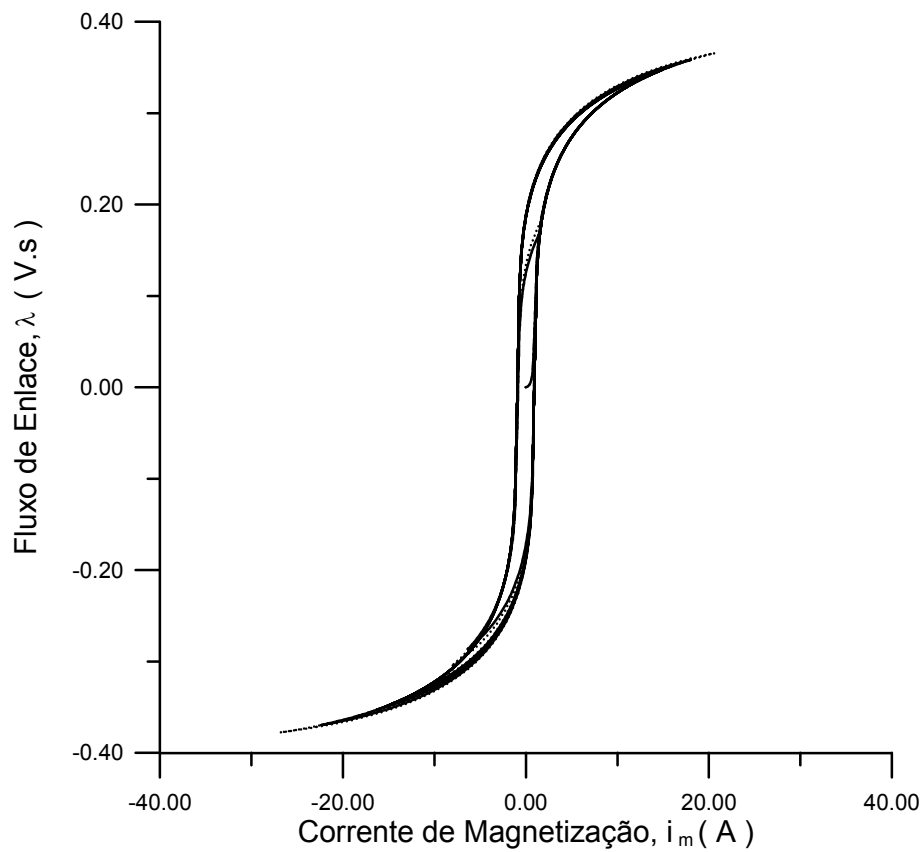


Fig. 5.44. Trajetórias no plano $\lambda - i_m$; sem perdas dinâmicas (tracejado); com perdas (cheio).

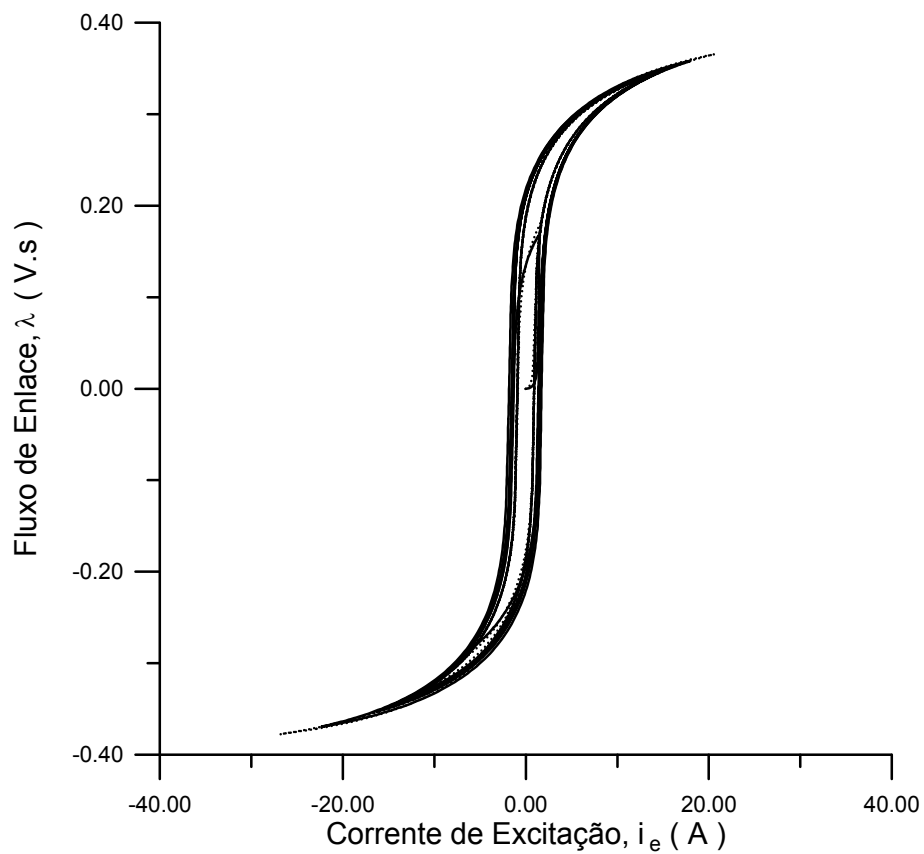


Fig. 5.45. Trajetórias no plano $\lambda - i_e$; sem perdas dinâmicas (tracejado); com perdas (cheio).

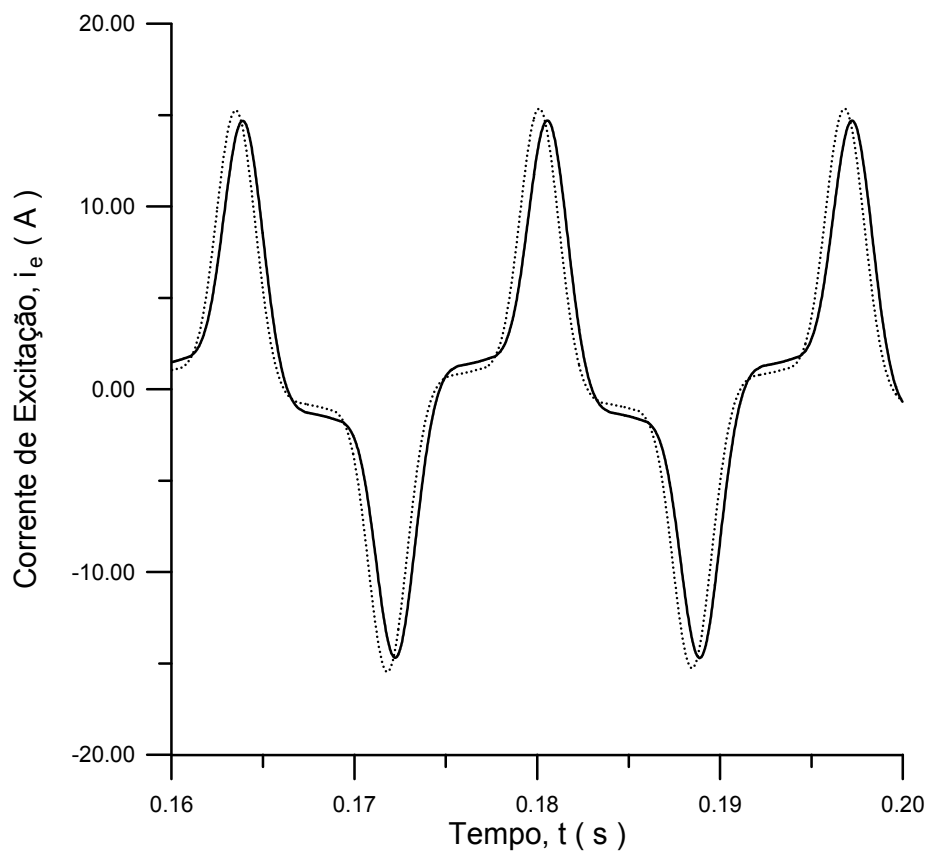


Fig. 5.46. Corrente de excitação; sem perdas dinâmicas (tracejado); com perdas (cheio)

Capítulo 6

Conclusões e Trabalhos Futuros

6.1 Conclusões

Foi realizado um trabalho que consiste no estudo e aplicação dos principais métodos de modelagem da histerese magnética em situações de ocorrência de transitórios de energização de transformadores (*inrush*) e de ferroressonância. Na metodologia adotada considerou-se o modelo de Preisach como padrão de referência, uma vez que o mesmo é reconhecido como o que representa de modo mais fiel a histerese magnética. No estudo dos fenômenos citados foi aplicado o método de representação das perdas dinâmicas através de elementos resistivos. Em todos os casos analisados, o modelo de Talukdar-Bailey (versão modificada 2) apresenta maior grau de concordância em relação ao modelo de Preisach que o modelo de Jiles-Atherton.

As vantagens do modelo de Talukdar-Bailey consistem no fácil entendimento, pequeno número de cálculos e facilidade de obtenção dos dados de entrada, além de se ter H em função de B (ou i_m em função λ), e não o contrário, como ocorre no modelo de Preisach. Isto evita que sejam realizados cálculos iterativos adicionais, reduzindo o esforço computacional.

Apesar de ser baseado em considerações físicas, o modelo de Jiles-Atherton não reproduz de modo fiel a histerese magnética, constatando-se desvios significativos em relação aos demais modelos, principalmente em casos onde a saturação é mais pronunciada, além de não reproduzir as regras de fechamento e de remoção dos laços. Todas as modificações propostas no sentido de corrigir tais deficiências são baseadas em técnicas de ajuste de curvas, fazendo com que o modelo perca a característica original (base em leis físicas). Outro inconveniente consiste na difícil obtenção dos parâmetros de entrada, uma vez que, a partir do laço de histerese obtido em condições quase estáticas, o cálculo preciso requer rotinas baseadas em técnicas de otimização de considerável grau de complexidade. Assim, em estudos relacionados a sistemas elétricos, julga-se inconveniente sua aplicação.

Considera-se que a representação da histerese no cálculo de correntes de *inrush* é importante no caso de sistemas com religamento automático, pois há possibilidade de se estimar o valor do fluxo residual no núcleo no instante do religamento. Se a polaridade deste fluxo é a mesma do fluxo imposto pela fonte o efeito de *inrush* pode ser muito pronunciado. Se as polaridades são contrárias, o efeito é atenuado.

A importância da representação das perdas dinâmicas é reduzida à medida que aumenta o grau de saturação do núcleo. Mesmo assim, recomenda-se a sua consideração, em face do grau de simplicidade de determinação dos resistores lineares a elas associados.

6.2 Trabalhos Futuros

Em continuação ao estudo realizado, sugere-se a realização dos seguintes desenvolvimentos:

- Extensão dos estudos efetuados a sistemas trifásicos com transformadores que apresentem diferentes tipos de geometria de núcleo magnético e ligações de enrolamentos.
- Consideração de outras formas de representação das perdas dinâmicas no núcleo magnético.
- Emprego dos modelos estudados na simulação do fenômeno de *chopping currents*.
- Análise de casos envolvendo diferentes tipos de ferroressonância existentes (fundamental, sub-harmônica, caótica).
- Consideração de conceitos da dinâmica não linear, como teoria do caos e bifurcação.

Referências Bibliográficas

- Al Zahawi, B. T. A., Emin, Z., Tong, Y. K. (1998). Chaos in ferroresonant wound voltage transformers: effect of core losses and universal circuit behavior, *IEE Proc. – Science, Measurements and Technology*, **145**(1):39-43.
- Andrei, R. G., Halley, B. R. (1989). Voltage transformer ferroresonance from an energy transfer standpoint, *IEEE Trans. on Power Delivery*, 4(3):1773-1778.
- Aggarwal, R. P., Saxena, N. S., Sharma, B. S., Kumar, S., Krishan, S. (1981). Failure of electromagnetic voltage transformer due to sustained overvoltage on switching – an indepth field investigation and analytical study, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, PAS-100(11):4448-4455.
- Apolônio, R. (2004). *Modelagem e Chaveamento Controlado de Transformadores: Análise Computacional e Validação Experimental*, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG, Brasil.
- Batistela, N. J., Sadowski, N., Carlson, R., Leite, J. V. (2002). Caracterização magnética de lâminas de aço-silício e avaliação das perdas no ferro sob vários regimes de indução, *Revista Controle & Automação*, **13**(2):156-164.
- Bertotti, G. (1988). General Properties of Power Losses in Soft Ferromagnetic Materials, *IEEE Trans. on Magnetics*, **24** (1): 621-630.
- Blume, L. F., Camilli, S. B., Farnham, S. B.; Peterson, H. A. (1944). Transformer magnetizing inrush currents and influence on system operation, *AIEE Trans.*, **63**: 366-374.
- Brachtendorf, H. G., Eck, C., Laur, R. (1997). Macromodelling of hysteresis phenomena with SPICE, *IEEE Trans. on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing*, **44**(5):378-388.
- Bronzeado, H. S., Yacamini, R. (1994). Phenomenon of sympathetic interaction between transformers caused by inrush transients, *IEE Proc. – Science, Measurements and Technology*, **141**(6):491-498.
- Bohn, F., Gündel, A., Severino, A. M., Landgraf, F. J. G., Sommer, R. L. (2004). Propriedades magnéticas de aços elétricos de grão não-orientado, *XVI Congresso Brasileiro de Engenharia de Materiais – Cbecimat*, Porto Alegre – RS, Brasil.
- Chandrasena, W., McLaren, P. G., Annakage, U. D., Jayasinghe, R. P., Muthumuni, D., Dirks, E. (2006). Simulation of hysteresis and eddy current effects in a power transformer, *Electric Power System Research*, **76**:634-641.

- Del Hoyo, A. B. (2005). Modelización de la Histeresis Magnética y su Aplicación al Cálculo Numérico em Máquinas Eléctricas, Tese de Doutorado, Universidade Politécnica de Catalunya, Barcelona-Soria, Espanha.
- Digeneffe, H. (1983). Electronic control of power transformers, *Electronic Engineering*, **55**:53-60.
- Emin, Z., Al Zahavi, B. A. T., Auckland, D. W., Tong, Y. K. (1997). Ferroresonance in electromagnetic voltage transformers: A study based on nonlinear dynamics, *IEE Proc. – Generation, Transmission and Distribution*, **144**(4):383-387.
- Finzi, L. A., Mutscher Jr., W. H. (1951). The inrush of magnetizing current in single-phase transformers, *AIEE Trans.*, **70**:1436-1438.
- Fiorillo, F., Novikov, A. (1990). An improved approach to power losses in magnetic laminations under non-sinusoidal induction waveform, *IEEE Trans. on Magnetics*, **26**(5):2904-2910.
- Freire, S. C. F., Mota, W. S., Guerra, F. C. F., Medeiros, L. D. C. (2009). Medição e separação de perdas em núcleo de transformadores. III CBEE - Congresso Brasileiro de Eficiência Energética, Belém-PA Brasil.
- German, S., Mastero, S., Vroman, J. (1974). Review of ferroresonance phenomena in high-voltage power system and presentation of a voltage transformer model for predetermining them, CIGRÉ, paper 33-18.
- Guerra, F. C. F., Araujo, L. L., Medeiros, L. D. C. (2009). Correção Numérica de Correntes Secundárias Distorcidas em Transformadores de Corrente.VIII CBQEE - Conferência Brasileira sobre Qualidade da Energia Elétrica.Blumenau – SC- Brasil.
- Guerra, F. C. F., Araujo, L. L., Medeiros, L. D. C.(2009). Correntes Transitórias de Magnetização em Transformadores de Potência. VIII CBQEE - Conferência Brasileira sobre Qualidade da Energia Elétrica. Blumenau – SC- Brasil.
- Guerra, F. C. F., Medeiros, L. D. C., Freire, S. C. F.; Pereira, F. A .(2009.) Estudo de sobre-excitação em transformadores. The 8th Latin-American Congresso on Electricity and Transmission – Clagtee, Ubatuba – Brazil
- Guerra, F. C. F., Mota, W. S. (2007). Magnetic core model, *IET Proc. on Science, Measurement and Technology* , **1**(3):145-151.
- Guerra, F. C. F. (2007). *Modelos de Transformadores de Corrente para Estudos em Baixas Frequências*, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande – PB, Brasil.
- Hassani, M. M., Lachiver, G., Jasmin, G. (1989). Numerical simulation of the magnetic core of a transformer in transient operations, *Proc. of CCECE*, Canada, 289-291.

- Hendrickson, P., Johnson, L., Schultz, N. (1953). Abnormal voltage conditions produced by open conductors on 3-phase circuits using shunt capacitors, *AIEE Trans.*, **72**(3):1183-1193.
- IEEE Working Group Report (2000) - Slow Transients Task of the IEEE Working Group on Modeling and Analysis of Systems Transients Using Digital Programs. Modeling and analysis guidelines for slow transients – part III: The study of ferroresonance, *IEEE Trans. on Power Delivery*, **15**(1):255-265.
- Jacobson, D. A. N., Swatek, D. R., Mazur, R. W. (1996). Mitigating potential transformer ferroresonance in a 230 kV converter station. IEEE Proc. of Transmission and Distribution Conference, Los Angeles, CA, USA, pp. 269-275.
- Jiles, D. C., Atherton, D. L. (1986). Theory of ferromagnetic hysteresis, *Journal of Magnetic Materials*, **61**: 48-60.
- Jiles, D. C., Thoelke, J. B. (1989). Theory of ferromagnetic hysteresis: determination of model parameters from experimental hysteresis loops, *IEEE Trans. Magnetics*, **5**: 3928-3940.
- Jiles, D. C., Thoelke, J. B., Devine, M. K. (1992). Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis, *IEEE Trans. on Magnetics*, **28**(1):27-35.
- Kasap, S. O. (2002). *Principles of Electronic Materials and Devices*, Mc Graw-Hill, New York, USA.
- Lamba, H., Grinfeld, M., McKee, S., Simpson, R. (1997). Subharmonic ferroresonance in an LCR circuit with hysteresis, *IEEE Trans. on Magnetics*, **33**(4):2495-2430.
- Lederer, D., Igarashi, H., Kost, A., Honma, T. (1999). On the parameter identification and application of the Jiles-Atherton hysteresis model for numerical modeling of measured characteristics, *IEEE Trans. on Magnetics*, **35**:1211-1214.
- Lin, C. E., Wei, J. B., Huang, C. L., Huang, C. J. (1989). A new model for transformer saturation characteristics by including hysteresis loops, *IEEE Trans. on Magnetics*, **25**(3):2706-2712.
- Lin, C. E., Cheng, C. E., Huang, C. L., Yeh, J. C. (1993). Investigation of magnetizing inrush current in Transformers, Part I – Numerical simulation, *IEEE Trans. on Power Delivery*, **8**(1):246-254.
- Lin, C. E., Cheng, C. E., Huang, C. L., Yeh, J. C. (1993). Investigation of magnetizing inrush current in Transformers, Part II – Harmonic analysis, *IEEE Trans. on Power Delivery*, **8**(1):255-263.
- Ling, P. C., Basak, A. (1988). Investigation of magnetizing inrush current in single-phase transformer, *AIEE Trans. on Magnetics*, **24**(6):3217-3222.

- Lucas, J. R., McLaren, P. G., Keethipala, W. W., Jayasinghe, R. P. (1992). Improved simulation models for current and voltage transformers in relay studies, *IEEE Trans. on Power Delivery*, 7(1):152-159.
- Marchesi, M. (1988). A new class of optimization algorithms for circuit design and modelling, *IEEE Internacional Symposium on Circuit and Systems*, 2:1691-1695.
- Medeiros, L. D. C., Mota, W. S., Guerra, F. C. F., Freire, S. C. F., Lessa, R. A. (2009). Aplicações de novos materiais em projetos de transformadores, III CBEE - Congresso Brasileiro de Eficiência Energética, Belém-PA Brasil.
- M.I.T. (1943). *Magnetic Circuits and Transformers*, M.I.T. Press, Cambridge – Massachussets, USA.
- Naidu, S. R. (1990). Simulation of the hysteresis phenomenon using Preisach's theory, *IEE Proc.*, 137A(2):321-329.
- Nozawa, T., Miisogami, M., Mogi, H., Matsuo, Y. (1996). Magnetic properties and dynamic domain behavior in grain-oriented 3% Si-Fe, *IEEE Trans. Magnetics*, 32(2):572-589.
- Overshott, K. J. (1976). The use of domain observations in understanding and improving the magnetic properties of transformer steels, *IEEE Trans. on Magnetics*, 12(6):840-845.
- Press, W. H., Flannery, B. P., Tewkolsky, S. A., Wetterling, W. T. (1986), *Numerical Recipes – The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press.
- Rezaei-Zare, A., Sanaye-Pasand, M., Mohseni, H., Farhangi, S., Iravani, R. (2007). Analysis of ferroresonance modes in power transformers using Preisach-type hysteretic magnetizing inductance, *IEEE Trans. on Power Delivery*, 22(2):919-929.
- Rezaei-Zare, A., Iravani, R., Sanaye-Pasand, M., Mohseni, H., Farhangi, S., (2008). An accurate hysteresis model for ferroresonance analysis of a transformer, *IEEE Trans. on Power Delivery*, 23(3):1448-1456.
- Sharp, M. R. G., Overshott, K. J. (1974). Losses in silicon iron, *IEEE Trans. Magnetics*, 10(2):113-115.
- Slemon, G. R. (1974). *Equipamentos Magnetelétricos: Transdutores, Transformadores e Máquinas – Vol. 1*, LTC / EDUSP, São Paulo: LTC, 240 p., Brasil.
- Soares, V. L. C. (1981). *Sobretensões por Ferroressonância em Sistemas de Alta Tensão: Simulações e Testes de Campo*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC, Brasil.
- Soares, V. L. C., Moritz, R. L. (1981). Testes de campo para comprovar soluções estudadas para o problema de sobretensões por ferroressonância em sistemas de 230 kV, VI SNPTEE, Balneário Camboriú – SC, Brasil.

- Souza, B. A. (1995). *Métodos Computacionais de Resposta de Circuitos Não-Lineares com Excitação Periódica: Um Estudo Voltado para Análise de Ferroressonância*, Tese de Doutorado, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande – PB, Brasil.
- Specht, T. R. (1951). Transformer magnetizing inrush current, *AIEE Trans.*, **70**(4):323-328.
- Swift, G. W. (1971). Power transformer core behavior under transient conditions, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, **90**(5):2206-2210.
- Wang, Y., Abdulsalam, S.G., Xu, W. (2008) Analytical formula to estimate the maximum inrush current, *IEEE Trans. on Power Delivery*, **23**(2):1266-1268.
- Westinghouse (1979). *Applied Protective Relaying*, A Silent Sentinels Publication, Coral Springs, USA.
- Wiszniewski, A., Rebizant, W. Bejmert, D. Schiel, L. (2008). Ultrasaturation phenomenon in power transformers - Myths and reality, *IEEE Trans. on Power Delivery*, **23**(3):1327-1334.
- Yacamini, R., Abu-Nasser, A. (1981). Numerical calculation of inrush current in single-phase transformers, *IEE Proc.*, **128B**(6):327-334.
- Zannetta Jr., L. C. (2003). *Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência*, Edusp, São Paulo – SP.

