



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA AGROALIMENTAR
UNIDADE ACADÊMICA DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA AMBIENTAL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**OTIMIZAÇÃO DE ESCADAS DE CONCRETO ARMADO BASEADA
EM CONFIABILIDADE DEPENDENTE DO TEMPO**

ISMAEL MARCOS ARAÚJO RIBEIRO

POMBAL – PB

2023

ISMAEL MARCOS ARAÚJO RIBEIRO

OTIMIZAÇÃO DE ESCADAS DE CONCRETO ARMADO BASEADA EM
CONFIABILIDADE DEPENDENTE DO TEMPO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Unidade Acadêmica de Ciências e Tecnologia Ambiental da Universidade Federal de Campina Grande, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador(a): Prof. Dr. Eduardo Morais de Medeiros.

POMBAL – PB

2023

R484o Ribeiro, Ismael Marcos Araújo.

Otimização de escadas de concreto armado baseada na confiabilidade dependendo do tempo / Ismael Marcos Araújo Ribeiro. – Pombal, 2023.
32 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia Agroalimentar, 2023.

“Orientação: Prof. Dr. Eduardo Morais de Medeiros”.

Referências.

1. Concreto armado. 2. Escadas. 3. Confiabilidade estrutural. 4. Processos estocásticos. 5. Séries históricas. 6. Otimização estrutural.
I. Medeiros, Eduardo Morais de. II. Título.

CDU 691.328 (043)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA AGROALIMENTAR
UNIDADE ACADÊMICA DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA AMBIENTAL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO.

ISMAEL MARCOS ARAÚJO RIBEIRO

**OTIMIZAÇÃO DE ESCADAS DE CONCRETO ARMADO BASEADA EM
CONFIABILIDADE DEPENDENTE DO TEMPO**

Trabalho de Conclusão de Curso do discente ISMAEL MARCOS ARAÚJO RIBEIRO **APROVADO** em 07 de novembro de 2023 pela comissão examinadora composta pelos membros abaixo relacionados como requisito para obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL pela Universidade Federal de Campina Grande

Registre-se e publique-se.



Assinado digitalmente por
Eduardo Morais de Medeiros
Razão: Eu atesto a precisão e a
integridade deste documento
Localização: Pombal/PB
Data: 2023.11.23 11:20:33-03'00'

Prof. Dr. Eduardo Morais de Medeiros.

(Orientador – UFCA)

Prof. Me. Arthur Coutinho de Araújo Pereira

(Membro Interno – UFCA)

Prof. Dr. Gilvan Bezerra dos Santos Junior

(Membro Externo – UFERSA)

AGRADECIMENTOS

Sou grato a Deus, por ter me ajudado sempre durante essa jornada. Sou grato a minha mãe e meu irmão, por serem grandes exemplos para mim e por todo suporte que me deram durante a graduação.

Agradeço ao professor Eduardo Moraes, por todo o conhecimento adquirido desde a iniciação científica e por todo tempo disponibilizado.

Agradeço também aos meus amigos de graduação, por todos os momentos de descontração e por todo o auxílio prestado durante os momentos difíceis.

Otimização de escadas de concreto armado baseada em confiabilidade dependente do tempo

Structural optimization of stairs based on time-dependent reliability

Ismael Marcos Araújo Ribeiro, ismaelmarcos2013@gmail.com

Eduardo Morais de Medeiros, mm.edu@hotmail.com

RESUMO

As estruturas de concreto armado estão frequentemente sujeitas a efeitos deletérios de natureza incerta e que variam com o tempo. Os quais geralmente são considerados a partir de análises determinísticas, não levando em consideração seus comportamentos aleatórios. Diante da possibilidade de falha estrutural decorrente da ação desses fenômenos, é relevante considerá-los nos problemas de confiabilidade estrutural como variáveis aleatórias dependentes do tempo (processo estocástico). Além disso, já é prática comum no cotidiano do engenheiro calculista o uso de técnicas de otimização, que proporcionam projetos seguros e econômicos. A presente pesquisa tem o objetivo de desenvolver rotinas de otimização no Matlab para o dimensionamento de escadas de concreto armado, baseada em confiabilidade dependente do tempo. Inicialmente foi desenvolvida uma rotina de cálculo da probabilidade de falha dependente do tempo, utilizando a técnica de Simulação de Monte Carlo e o modelo de série temporal Autoregressivo de Média Móvel (ARMA). Posteriormente, foi acoplado o algoritmo de otimização metaheurístico do Particle Swarm Optimization (PSO). As rotinas apresentaram resultados satisfatórios, haja vista que no problema abordado foram respeitadas todas as restrições, especialmente o limite de 10% para a probabilidade de falha. Obtendo um custo mínimo de R\$ 1.979,00, referente ao aço e concreto utilizados na escada, que garante a economia e confiabilidade da estrutura.

Palavras-chave: Confiabilidade estrutural, processos estocásticos, séries históricas, otimização estrutural.

ABSTRACT

Reinforced concrete structures are often subject to deleterious effects of an uncertain nature that change over time. Which are generally considered based on deterministic analyses, not taking into account their random behaviors. Given the possibility of structural failure resulting from the action of these effects, it is relevant to consider them in structural reliability problems as time-dependent random variables (stochastic process). Furthermore, it is already common practice in a structural engineer's day-to-day life to use optimization techniques, which provide safe and economical projects. The present research aims to develop optimization routines in Matlab for the design of reinforced concrete stairs, based on time-dependent reliability. Initially, a routine for calculating the time-dependent probability of failure was developed, using the Monte Carlo Simulation method and the Autoregressive Moving Average (ARMA) time series model. After, the Particle Swarm Optimization (PSO) metaheuristic optimization algorithm was coupled. The routines presented satisfactory results, given that in the problem addressed, all restrictions were respected, especially the 10% threshold for probability of failure. Obtaining a cost of R\$ 1,979.00, referring to the steel and concrete used in the stairs. Which ensures the economy and reliability of the structure.

Keywords: Structural reliability, stochastic processes, historical series, structural optimization.

1. INTRODUÇÃO

Um sistema estrutural pode ser definido como o conjunto de elementos estruturais: vigas, lajes, pilares, fundações e outros, indispensáveis a existência de qualquer edificação. Os quais possuem a finalidade de transmitir as cargas provenientes da edificação ao solo sem ultrapassar as resistências desses elementos, garantindo a funcionalidade do edifício. Para que essas condições sejam asseguradas, o projeto de estruturas – sobretudo aquelas em concreto armado – deve atender a uma série de verificações, satisfazendo critérios de segurança, utilização, economia, degradação ambiental, restrições construtivas, dentre muitos outros (MARTHA, 2010).

Além disso, sabe-se que essas estruturas frequentemente estão sujeitas a efeitos deletérios que afetam sua durabilidade, como o dano de corrosão nas armaduras, os ciclos de carregamento e o ataque por sulfatos (METHA; MONTEIRO, 2008). Devido à natureza incerta de boa parte desses fenômenos, sugere-se que, a partir de uma análise probabilística, eles sejam considerados como variáveis aleatórias dependentes do tempo (processo estocástico), a fim de obter uma modelagem mais representativa que aquelas convencionalmente utilizadas nos modelos de análise estrutural.

Tendo em vista a possibilidade de falha estrutural decorrente da ação desses fenômenos, é relevante empregar as análises probabilísticas nos problemas de confiabilidade estrutural dependentes do tempo, cujo objetivo é estimar a probabilidade de ocorrência da falha estrutural ao longo dos anos. Nesse contexto, verifica-se que, embora as análises que dependem do tempo sejam mais complexas que as usuais, para viabilizá-las é possível utilizar os modelos de séries temporais (AR, MA e ARMA). Os quais permitem simular o comportamento futuro de um processo estocástico a partir de um histórico de medições, apresentando baixo custo computacional e alta aplicabilidade aos problemas de confiabilidade estrutural (MEDEIROS, 2022).

Ademais, na busca cada vez mais frequente por soluções econômicas e seguras, já é prática comum no cotidiano do engenheiro calculista o uso de técnicas relacionadas a otimização. Permitindo obter, com a utilização de algoritmos numéricos, a solução ótima de um problema, podendo ser aplicada na minimização do custo, maximização da eficiência, entre outros problemas de engenharia (BEZERRA, 2017).

Entre os métodos de otimização mais utilizados na atualidade se destaca o Particle Swarm Optimization (PSO) ou enxame de partículas, por ser de baixo custo computacional e não convergir em mínimos locais. O método em questão consiste em uma técnica heurística, inspirada na dinâmica do movimento de pássaros e outros animais, que se baseia na movimentação das partículas no enxame, armazenando as suas posições e apontando a qualidade da solução a cada iteração, a fim de obter a melhor posição dentro do enxame (MEDEIROS; KRIPKA, 2012).

Segundo Metha e Monteiro (2008), o custo com reparo de estruturas que apresentaram falhas antes do prazo de vida útil já representa cerca de 40% dos recusos industriais da construção civil. Nesse sentido, observa-se que é de grande importância aplicar metodologias de análise de confiabilidade dependente do tempo junto a técnicas de otimização nos projetos estruturais. Garantindo maior economia e segurança das estruturas sujeitas a efeitos incertos, adequando o projeto às diretrizes de durabilidade das estruturas estabelecidas na NBR 6118-2023.

Desse modo, o presente trabalho tem a finalidade de desenvolver rotinas computacionais de otimização de escadas de concreto armado no software Matlab, com base em um limite de probabilidade de falha futura e uma série de restrições normativas pré-estabelecidas. Para isso, será utilizado o modelo Autoregressivo de Média Móvel (ARMA) e o método de Simulação de Monte Carlo para contagem das falhas, obtendo-se

a combinação ótima das variáveis de projeto que produz o menor custo da estrutura e garante a sua confiabilidade durante um intervalo de tempo no futuro.

2. METODOLOGIA

A metodologia adotada para o trabalho se divide em três momentos: cálculo da probabilidade de falha dependente do tempo, algoritmo de otimização estrutural e formulação do problema de otimização.

2.1. Cálculo da probabilidade de falha dependente do tempo

Inicialmente foi desenvolvido um método de cálculo da probabilidade de falha dependente do tempo, baseado na técnica de simulação de Monte Carlo, cujo procedimento está sucintamente ilustrado na figura 1.

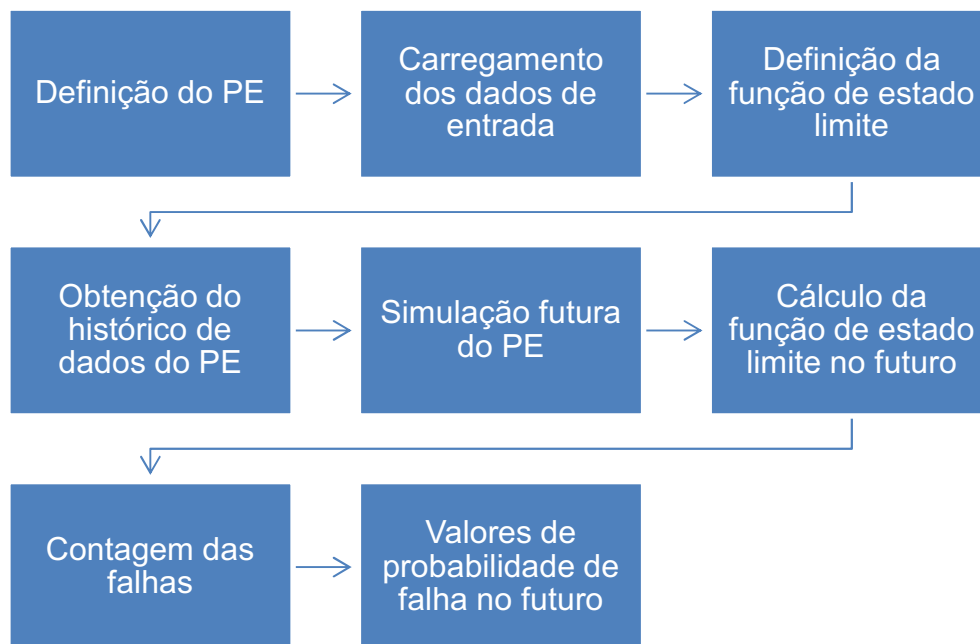


Figura 1 - Fluxograma da rotina de cálculo da probabilidade de falha dependente do tempo. (Fonte: Autor, 2023)

Desse modo, primeiramente foi necessário definir a variável que representa o processo estocástico (PE) do problema, com base em seu comportamento aleatório e variável com o tempo. Em seguida, foram carregados os dados de entrada, os quais correspondem às informações de média (μ) e desvio padrão (σ) do histórico de dados do PE, à ordem do modelo *ARMA* (p, q), ao número de observações futuras (Np) e ao número de trajetórias (Nt).

Posteriormente, definiu-se a função de estado limite do problema, que depende do PE, a qual permitirá computar as falhas de cada observação. A função de estado limite no problema geral de confiabilidade, abordada por Medeiros (2022), é mostrada na equação 1.

$$G(X(t)) = R(t) - S(t) \quad (1)$$

Em que:

$G(X(t))$: Equação de estado limite;

$R(t)$: Função da resistência da estrutura;

$S(t)$: Função da solicitação na estrutura.

Após isso, obteve-se o histórico de dados do PE considerando uma distribuição probabilística normal e um comportamento estacionário, em que foram utilizados os dados de μ e σ para obter o vetor com as medições no passado. O histórico de dados foi utilizado para simular, mediante a aplicação do modelo ARMA, os valores futuros do PE, obtendo uma matriz de Nt linhas e Np colunas, com as simulações futuras.

Posteriormente, foi calculada a função de estado limite associada a cada elemento da matriz citada, bem como a função da resistência e da solicitação, assim como todos os demais parâmetros necessários para os cálculos dessas funções. Com isso, foram computadas as falhas da estrutura, considerando que essa ocorria quando $G(X(t)) < 0$, indicando que a solicitação superou a resistência.

A partir disso, foi calculado a probabilidade de falha da estrutura para cada valor de Np , ou seja, em cada intervalo de tempo no futuro, mediante aplicação do método de Simulação de Monte Carlo proposto por Melchers e Beck (2018), o qual está descrito na equação 2.

$$Pf_j = \frac{Nf_j}{Nt} \quad (2)$$

Em que:

Pf_j = probabilidade de falha da observação j ;

Nf_j = número de falhas da observação j considerando todas as Nt trajetórias;

Nt = quantidade de trajetórias.

Cabe salientar que, conforme indicado por Medeiros (2022), o problema de falha estrutural corresponde a um problema de primeira passagem, em que se considera que a estrutura falha em todas as observações após a primeira falha do sistema, mesmo quando $G(X(t)) > 0$, haja vista que a estrutura já estaria colapsada após a primeira falha.

2.2. Algoritmo de otimização estrutural

Posteriormente, foi acoplado à rotina de cálculo da probabilidade de falha dependente do tempo o algoritmo de otimização estrutural, utilizando o método PSO, a partir de uma função presente na própria toolbox do Matlab. A figura 2, ilustra o processo de otimização a partir do PSO.

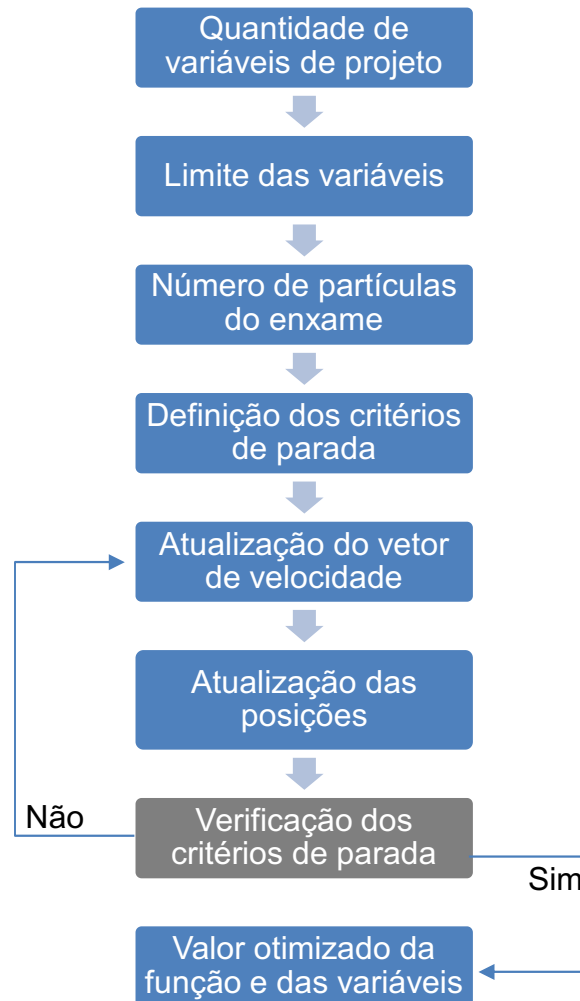


Figura 2 – Fluxograma de um PSO. (Fonte: adaptado de Santos, 2013)

Inicialmente foi necessário definir no Matlab a quantidade e os limites superiores e inferiores das variáveis de projeto. Em seguida, definiu-se o número de partículas do enxame e os critérios de parada da otimização, os quais se referem ao número máximo de iterações e ao número máximo de iterações em sequência que retornam valores que não diferem mais que 10^{-6} entre si.

Nesse contexto, consoante Santos (2013), o funcionamento do algoritmo do PSO ocorre a partir da movimentação de cada partícula (solução candidata), dentro do enxame (espaço de busca), em busca de posições melhores que fornecem valores mais otimizados da função objetivo que aqueles descobertos previamente.

Para isso, cada partícula possui um vetor velocidade associado, que corresponde a taxa de variação das suas posições, para se movimentar dentro do enxame. Além disso, as partículas possuem memórias que armazenam as melhores posições já alcançadas por elas, ao passo que o bando (conjunto das partículas) possui uma memória que armazena a melhor posição alcançada dentro de todo o enxame.

Desse modo, a cada iteração as velocidades das partículas foram atualizadas, tendendo gradualmente a soluções melhores com base naquelas já obtidas, em seguida, as posições das partículas foram modificadas em busca da solução ótima. Ao final de cada iteração, realizou-se a verificação dos critérios de parada e o algoritmo foi interrompido quando ao menos um desses critérios foram satisfeitos, obtendo-se o valor otimizado da função objetivo e das variáveis de projeto.

2.3. Formulação do problema de otimização

A formulação do problema de otimização teve como base o passo a passo estabelecido por Arora (2004), ilustrado no fluxograma da figura 3.

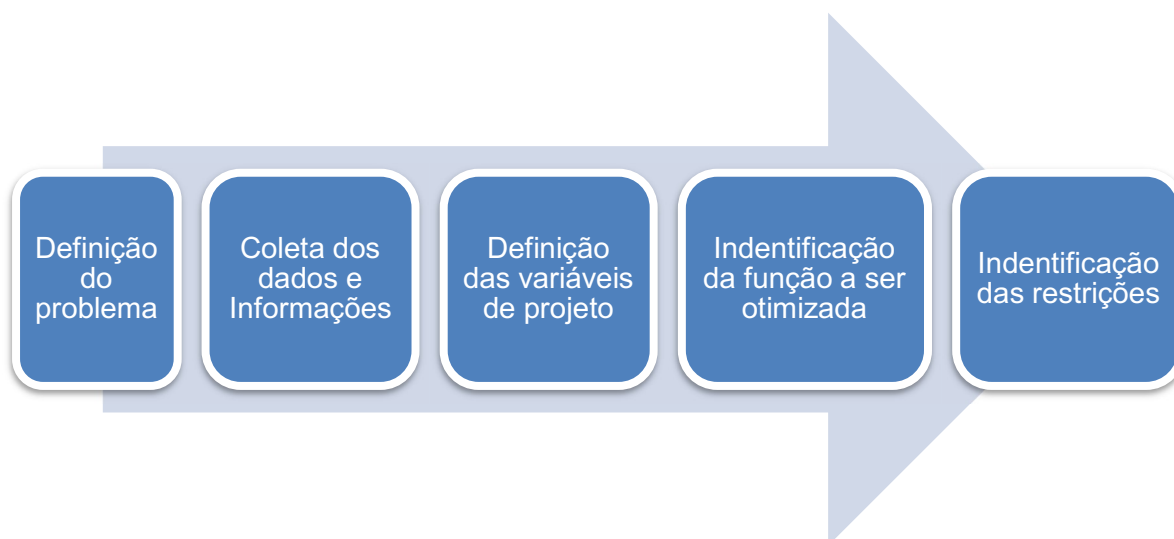


Figura 3 – Procedimento para formular o problema de otimização. (Fonte: adaptado de Arora, 2004)

Nesse sentido, inicialmente foi definido o problema, o qual consiste na otimização de escadas de concreto armadas longitudinalmente, com dois lances paralelos e patamar intermediário, ilustrada na figura 4. Desse modo, tomou-se como base o problema proposto por Medeiros (2023), em que foram realizadas adaptações para inserir a análise de confiabilidade dependente do tempo.

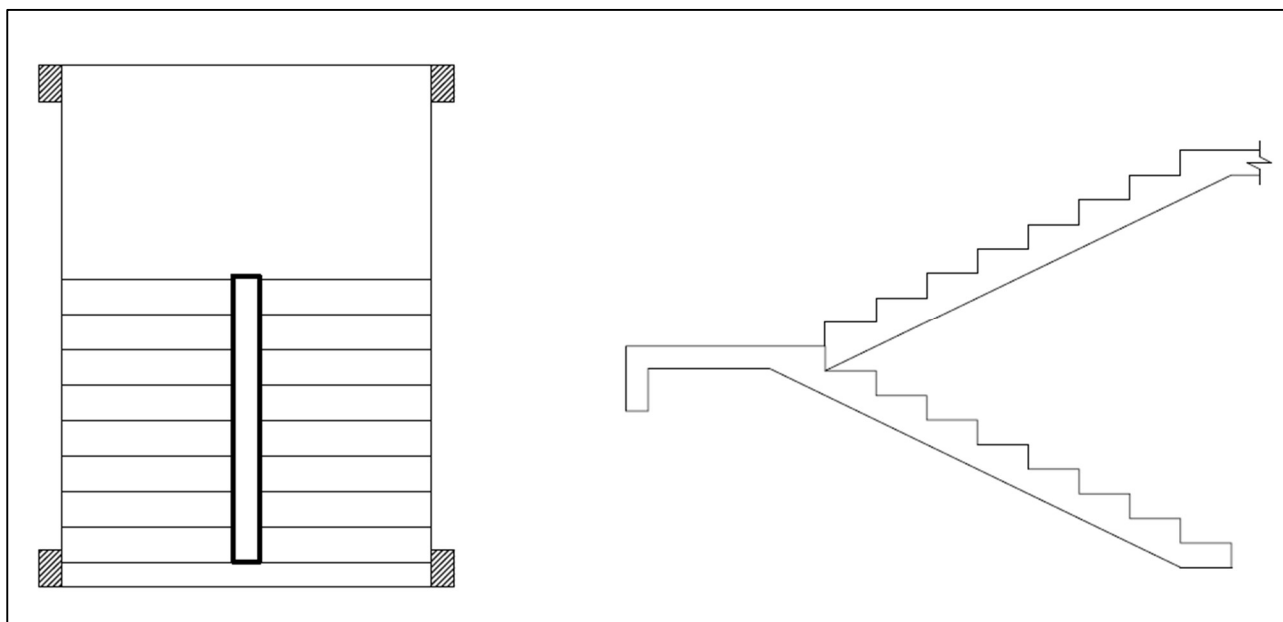


Figura 4 – Escada de concreto armado com vãos paralelos (Fonte: Autor 2023)

Posteriormente, foram inseridos os seguintes dados iniciais, previamente estabelecidos, necessários para a otimização:

- Altura entre pisos da edificação (h);
- Comprimento horizontal disponível (l);
- Largura dos vãos da escada (b);

- Espessura da laje (h_l);
- Cobrimento das armaduras (c);
- Resistência ao escoamento do aço da armadura principal (f_{yk});
- Diâmetro da armadura de distribuição (ϕ_d);
- Média do PE (μ);
- Desvio Padrão do PE (σ);
- Quantidade de medições do PE no passado (N_h);
- Número de trajetórias (Nt);
- Número de observações futuras (Np);
- Ordem do modelo ARMA (p, q);
- Probabilidade de falha limite (P_{Fa}).

Em seguida, foram definidas as variáveis de projeto do problema, as quais são classificadas em variáveis contínuas e discretas. As primeiras podem assumir qualquer valor real dentro dos seus domínios, enquanto que as segundas só podem assumir valores específicos. Desse modo, o espelho (e) e o piso (p) da escada foram consideradas como as variáveis contínuas, ao passo que o diâmetro do aço da armadura principal (ϕ_p) e a resistência à compressão característica do concreto (f_{ck}) foram consideradas como as variáveis discretas.

A função a ser otimizada do problema corresponde ao custo da escada de concreto, obtido mediante o cálculo do peso total de aço e do volume de concreto necessários. O fluxograma da figura 5 ilustra o procedimento adotado para obtenção da função custo. A identificação das restrições do problema é mencionada no tópico de resultados e discussões.

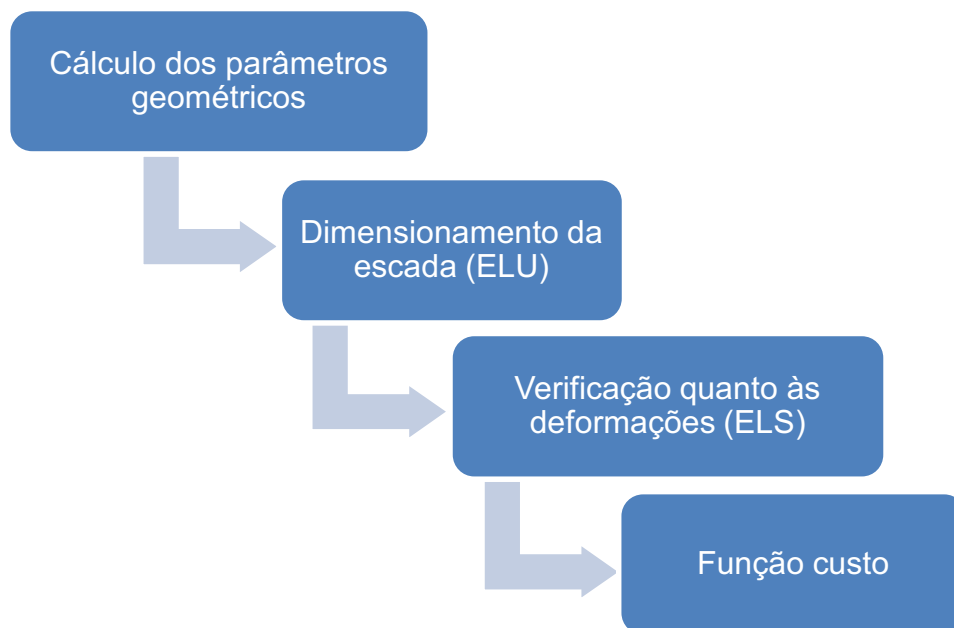


Figura 5 – Procedimento para obtenção da função a ser otimizada. (Fonte: Autor, 2023)

2.3.1. Cálculo dos parâmetros geométricos

Primeiramente foi calculada a quantidade de degraus da escada em cada lance, mediante a razão da altura do lance (metade da altura entre pisos) por 18 cm, valor que representa a altura máxima do espelho da escada.

Os demais parâmetros correspondem ao cosseno do ângulo de inclinação da escada, à espessura da laje medida na vertical e ao comprimento do patamar, os quais

foram calculados a partir da equação 1, 2, 3 e 4, estabelecidas por Araújo (2010). A figura 6 ilustra alguns desses parâmetros.

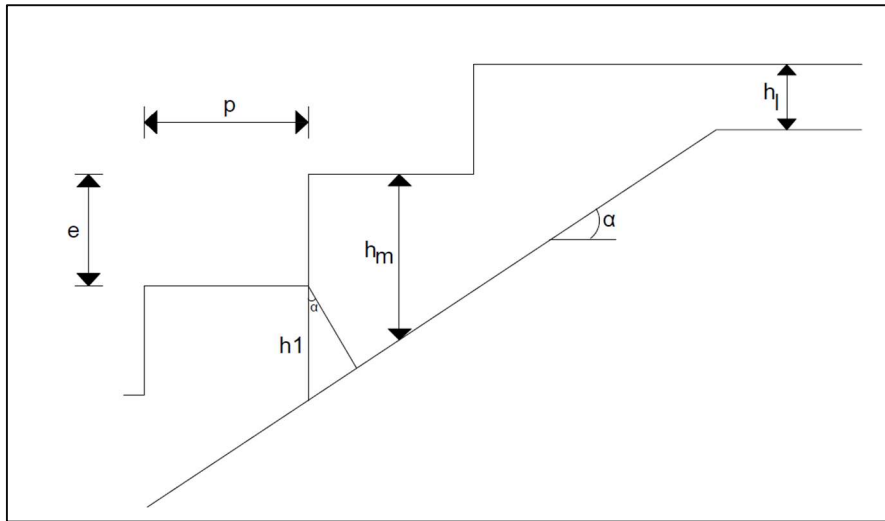


Figura 6 - parâmetros geométricos da escada. (Fonte: adaptado de Araújo; 2010)

$$\cos \alpha = \frac{p}{\sqrt{p^2 + e^2}} \quad (1)$$

$$h_1 = \frac{h_l}{\cos \alpha} \quad (2)$$

$$h_m = h_1 + \frac{e}{2} \quad (3)$$

$$P' = \frac{l - (n_d \cdot p)}{100} \quad (4)$$

Em que:

$\cos \alpha$ = cosseno do ângulo de inclinação da escada;

p = piso da escada (cm);

e = espelho da escada (cm);

h_1 = espessura da laje na vertical (cm);

h_l = espessura da laje (cm);

h_m = espessura média na vertical (cm);

P' = comprimento do patamar (m);

l = comprimento disponível para escada (cm);

n_d = número de degraus.

Além disso, foram determinados outros parâmetros geométricos necessários para o cálculo das solicitações na escada, os quais correspondem à sua projeção horizontal ($proj_h$), ao seu comprimento total (l_t), à altura do patamar ($h_{p'}$) e ao comprimento inclinado de cada vão ($hipo$), calculados pela equação 5, 6, 7 e 8, respectivamente.

$$proj_h = \frac{n_d \cdot p}{100} \quad (5)$$

$$l_t = proj_h + P' \quad (6)$$

$$h_{p'} = \frac{n_d \cdot e}{100} \quad (7)$$

$$h_{ipo} = \sqrt{proj_h^2 + h_p^2} \quad (8)$$

2.3.2. Dimensionamento da escada (ELU)

Após a obtenção dos parâmetros geométricos, foram determinadas as ações atuantes na escada, as quais consistem na carga devido ao peso próprio da estrutura (PP), na carga de revestimento (RV) e na carga accidental (CA). O peso próprio da estrutura foi calculado tanto para o trecho inclinado, quanto para o trecho do patamar, mediante a multiplicação do peso específico do concreto armado, considerado como 25 kN/m³, pela a espessura média (h_m) para o primeiro caso e pela espessura da laje (h_l) para o segundo caso. Ademais, a carga de revestimento foi obtida através da NBR 6120-2019. Para obter o carregamento distribuído atuante nos vãos da escada, essas ações foram multiplicadas pela largura entre os vãos (b).

Quanto a carga accidental, embora ela esteja prescrita na norma mencionada, devido à sua natureza probabilística, ela foi considerada como o processo estocástico do problema. O histórico de dados foi obtido a partir dos dados de média (μ) e desvio padrão (σ) pré-estabelecidos, considerando um período de 50 anos no futuro, o qual corresponde à vida útil de projeto mínima de estruturas conforme estabelece a NBR 15575-1 de 2013.

Para obter o momento máximo atuante na escada, foi necessário encontrar as reações de apoio e a equação que descreve a força cortante, utilizando o método das seções. Posteriormente a equação da cortante foi igualada a zero para encontrar a posição (x_i) em que o momento é máximo. Em seguida a equação da força cortante foi integrada para obter a equação do momento fletor na escada, onde foi substituído o valor de x_i encontrado no passo anterior, obtendo-se o momento fletor máximo atuante na escada. A figura 7 mostra o esquema estático adotado para um lance da escada.

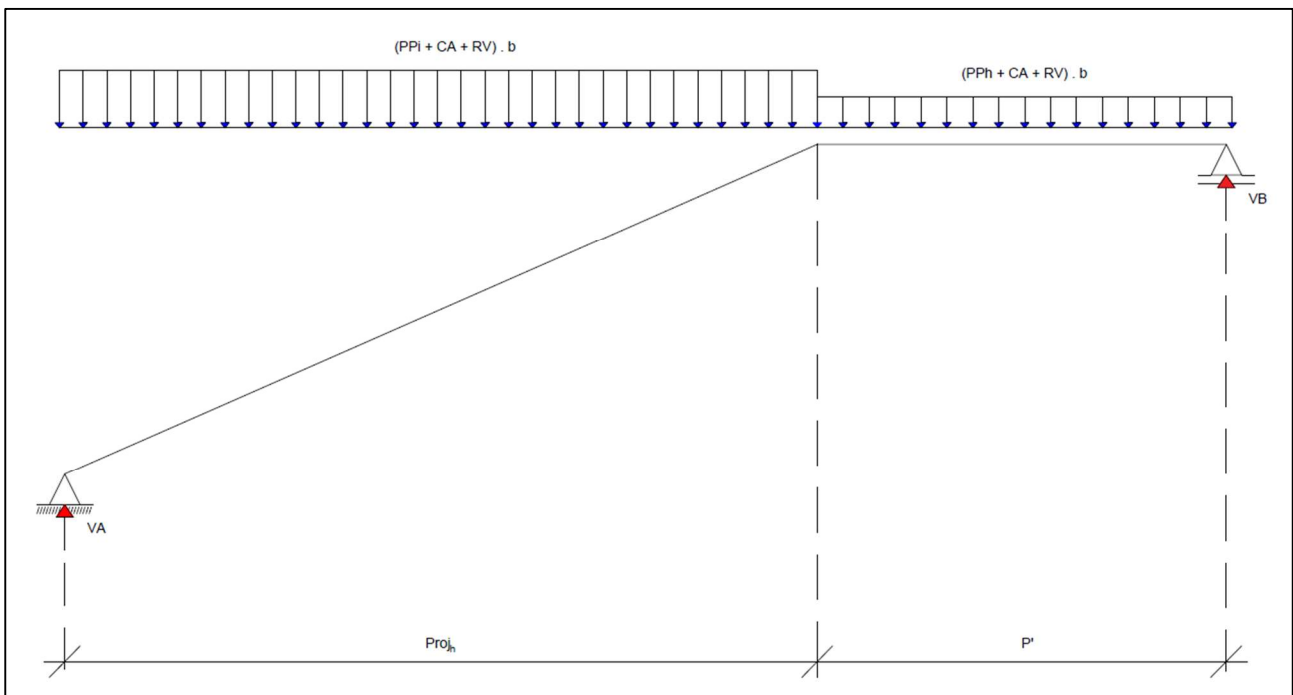


Figura 7 - Esquema estático da escada. (Fonte: Autor; 2023)

O momento máximo encontrado foi multiplicado por 1,4, tendo em vista que ambas as ações, permanentes e variáveis, possuem o mesmo coeficiente de ponderação para a combinação normal, o qual está prescrito na NBR 6118-2023. Em seguida, para a

determinação da área de aço da armadura principal, calculou-se a posição da linha neutra (x) e a altura útil (d), mediante a equação 9 e 10, respectivamente.

$$x = (1,25 \cdot d) \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}} \right) \quad (9)$$

$$d = h_l - c - \frac{\phi_p}{2} \quad (10)$$

Em que:

x = posição da linha neutra (cm);

d = altura útil (cm);

b = largura entre vãos da escada (cm);

M_d = momento de projeto (kN.cm);

f_{cd} = resistência a compressão de projeto (kN/cm²);

h_l = espessura da laje (cm);

c = cobrimento das armaduras (cm);

ϕ_p = diâmetro da armadura principal (cm).

Com isso, foi determinada a área de aço necessária da armadura principal (A_s), bem como a área de aço mínima ($A_{s,min}$), a partir da equação 11 e 12, respectivamente. Também foi calculada a área de aço da armadura de distribuição, assim como o número de barras e espaçamento para esses dois tipos de armação.

$$A_s = \frac{0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x}{f_{yd}} \quad (11)$$

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot h_l \cdot 100 \quad (12)$$

Em que ρ_{min} corresponde a taxa de armadura mínima cujo valor está associado ao f_{ck} do concreto e f_{yd} é a resistência ao escoamento do aço de projeto.

2.3.3. Verificação da escada quanto às deformações (ELS)

No problema de otimização, a verificação das deformações na escada, exercida pela equação 13, foi considerada como a função de estado limite, em que seu cálculo foi realizado para cada intervalo de tempo futuro em cada trajetória. Ademais, o cálculo da probabilidade de falha foi realizado com base no método de Simulação de Monte Carlo, mediante a Equação 2.

Nesse sentido, a verificação das deformações na escada consistiu em analisar se a flecha total (f_t), que corresponde a soma da flecha imediata com a flecha diferida, não ultrapassava o limite de aceitabilidade sensorial: $l/250$, definido como a flecha admissível (f_{adm}), a qual é apresentada na NBR 6118-2023. É importante ressaltar que, para o caso da escada, o comprimento (l) corresponde ao comprimento total (l_t) apresentado na equação 6.

$$f_{adm} - f_t \geq 0 \quad (13)$$

Para determinação de f_t , inicialmente foi necessário verificar em qual dos estádios de deformação o elemento de concreto estava. Desse modo, foi preciso calcular o momento de fissuração (M_r), bem como todos os outros parâmetros necessários para sua determinação, realizados pela equação 14,15,16 e 17, respectivamente.

$$M_r = \frac{\alpha_1 \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (14)$$

$$f_{ct,m} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (15)$$

$$I_c = \frac{b \cdot h_l^2}{12} \quad (16)$$

$$y_t = \frac{h_m}{2} \quad (17)$$

Em que:

M_r = momento de fissuração;

α = fator que relaciona de modo aproximado a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, vale 1,5 para seções retangulares;

f_{ct} = resistência à tração direta do concreto;

I_c = momento de inércia da seção bruta de concreto;

y_t = distância do centroide da seção à fibra mais tracionada;

$f_{ct,m}$ = resistência média à tração do concreto;

b = largura entre os vãos;

h_l = altura da seção transversal.

Consoante Bastos (2021), caso o momento máximo para a combinação rara, estabelecida na NBR 6118-2023, atuante na laje ou escada for maior que o momento de fissuração, a estrutura se encontra no estágio II, devendo ser considerado além do módulo de elasticidade secante (E_{cs}), a posição da linha neutra para o estágio II (x_{II}) e o momento de inércia da seção para o estágio II (I_{II}). No entanto, se o momento máximo for inferior ao momento de fissuração, a estrutura estará no estágio I, devendo ser levado em consideração o momento de inercia da seção bruta de concreto.

Nesse contexto, o cálculo dos parâmetros necessários para determinação da posição da linha neutra da estrutura no estágio II foi realizado por meio da equação 18, 19, 20 e 21, enquanto que o cálculo do x_{II} foi realizado mediante a equação 22.

$$E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (18)$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (19)$$

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (20)$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad (21)$$

$$x_{II}^2 + \frac{2 \cdot A_s \cdot \alpha_e \cdot x_{II}}{b} - \frac{2 \cdot A_s \cdot d \cdot \alpha_e}{b} = 0 \quad (22)$$

Em que:

E_{ci} = módulo de elasticidade inicial do concreto (agregado de granito);

α_i = coeficiente de ponderação;

E_{cs} = módulo de elasticidade secante do concreto;

α_e = relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto;

A_s = área de aço necessária;

d = altura útil da seção;
 b = largura dos vãos.

Posteriormente, ainda considerado que a peça estava no estágio II, foi realizado o cálculo do momento de inércia para o estágio II (I_{II}) por meio da equação 23, bem como o cálculo da rigidez equivalente da estrutura a partir da equação 24, que está prescrita na NBR 6118-2023.

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 \quad (23)$$

$$(EI)_{eq,t0} = \left\{ \left(\frac{M_r}{M_{m\acute{a}x}} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{m\acute{a}x}} \right)^3 \cdot I_{II} \right] \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (24)$$

Onde:

M_r = momento de fissuração da escada;

$M_{m\acute{a}x}$ = momento fletor máximo na escada para a combinação rara;

I_c = momento de inércia da seção bruta de concreto;

Para o caso em que a peça de concreto estava no estágio I, a rigidez equivalente é igual a $E_{cs} \cdot I_c$, o que pode ser constatado ao substituir I_{II} por zero na equação 24.

O cálculo da flecha imediata e flecha diferida, bem como dos parâmetros necessários para sua determinação, foram realizados por meio da equação 25, 26, 27 e 28 respectivamente.

$$f_{(t=0)} = \frac{5 \cdot q \cdot l_t^4}{384 \cdot (EI)_{eq,t0}} \quad (25)$$

$$f_{(t=\infty)} = f_{(t=0)} \cdot \alpha_f \quad (26)$$

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1+50p'} \quad (27)$$

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (28)$$

Em que:

q = carregamento distribuído no trecho inclinado, para a combinação quase permanente;

l_t = comprimento total do lance da escada;

$f_{(t=0)}$ = flecha imediata;

$f_{(t=\infty)}$ = flecha diferida;

α_f = fator adimensional para o cálculo da flecha diferida;

p' = taxa de armadura comprimida;

$\Delta\xi$ = coeficiente em função do tempo;

$\xi(t)$ = valor do coeficiente no intervalo de tempo em que se deseja estimar a flecha;

$\xi(t_0)$ = valor do coeficiente no intervalo de tempo em que o carregamento é aplicado.

O valor do coeficiente em função do tempo foi obtido a partir da NBR 6118-2023. Para o problema em questão, considerou-se um tempo final maior que 70 meses e que o carregamento só é aplicado à viga após o primeiro mês, obtendo o valor de 1,32 para $\Delta\xi$.

2.3.4. Função custo

Para determinação do custo, inicialmente, foi necessário determinar o volume total de concreto utilizado na escada a partir da equação 29. Cabe salientar que, para o cálculo

do volume em questão, foi desconsiderado o volume ocupado pelo aço, obtendo uma estimativa mais conservadora desse parâmetro.

$$V_C = b \cdot (h_{ipo} \cdot h_m + h_l \cdot P') \cdot 2 \quad (29)$$

Em que:

V_C = volume total dos dois lances de escada (m^3);

b = largura dos vãos (m);

h_{ipo} = comprimento do trecho inclinado, conforme equação 8 (m);

P' = comprimento do patamar, conforme equação 4 (m);

h_m = altura média na vertical, conforme equação 3 (m);

Em seguida, quanto ao cálculo do peso de aço total da armadura principal, disposta na direção longitudinal, foi necessário calcular o comprimento total em metros, mediante a equação 30, o qual foi multiplicado pela área de aço para determinar o volume total. Posteriormente, seu peso foi obtido a partir da relação entre o volume e o peso específico do aço (γ_s), para o qual foi adotado o valor de 7850 kg/m^3 . É importante destacar que foi realizado o cálculo do comprimento de ancoragem mínimo, considerando a utilização de gancho e respeitando os valores mínimos prescritos na NBR 6118-2023, bem como foi provido um comprimento adicional de $50\phi_p$ nos dois sentidos, a fim de melhorar a resistência da escada ao fenômeno do empuxo no vazio. A figura 8 mostra a disposição das barras de aço na escada, bem como os parâmetros utilizados para determinação dos seus comprimentos.

$$l_p = \left((h_{ipo} + P') + 2lb_{min} + \left(\frac{2 \cdot 50 \cdot \phi_p}{1000} \right) \right) \cdot 2n_{barras} \quad (30)$$

Em que:

l_p = comprimento total de todas as barras, considerando os dois lances (m);

lb_{min} = comprimento de ancoragem mínimo (m);

ϕ_p = diâmetro da armadura principal (mm);

n_{barras} = número de barras longitudinais em um lance.

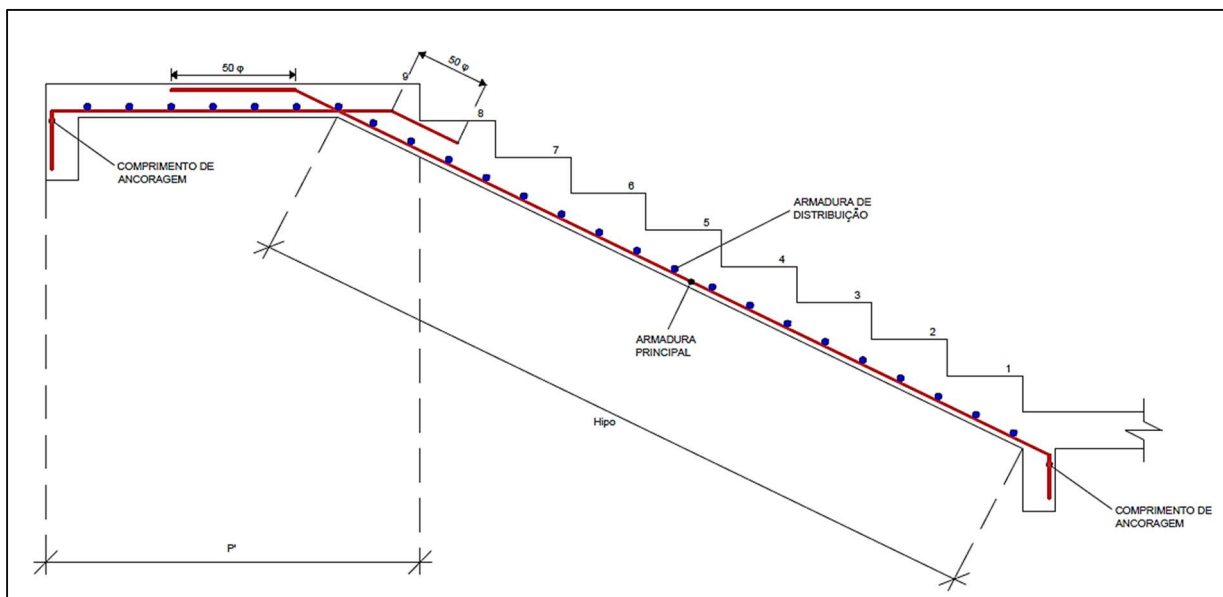


Figura 8 – Armação da escada de concreto. (Fonte: Autor; 2023)

De modo semelhante, o cálculo do peso de aço da armadura de distribuição, disposta transversalmente, foi realizado com base no cálculo do seu comprimento total, o qual consiste na multiplicação do número de barras necessário pela largura da escada (b) subtraído por duas vezes o valor do cobrimento de concreto. Posteriormente, o cálculo do volume e do peso total foi realizado do mesmo modo utilizado para armadura principal. Desse modo, o cálculo da função custo foi realizado com base na equação 31.

$$Custo = C_c \cdot V_C + C_{sp} \cdot P_p + C_{sd} \cdot P_d \quad (31)$$

Onde:

C_c = custo unitário do concreto (R\$/m³);

V_C = volume total de concreto (m³);

C_{sp} = custo unitário do aço da armadura principal (R\$/kg);

C_{sd} = custo unitário do aço da armadura distribuída (R\$/kg);

P_p = peso total do aço da armadura principal (kg);

P_d = peso total do aço da armadura de distribuição (kg).

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para avaliar a eficácia das rotinas desenvolvidas, foi aplicado um exemplo de uma escada de concreto, cujos dados de entrada, que foram pré-estabelecidos, estão classificados em dados geométricos, dados do tipo de aço utilizado, dados do PE e dados da otimização, são mostrados na tabela 1, 2, 3 e 4 respectivamente.

Tabela 1 – Dados geométricos

Parâmetros	Valor
Altura entre Pisos (h)	3,20 m
Comprimento horizontal disponível (l)	4,00 m
Largura dos vãos da escada (b)	1,50 m
Espessura da laje (h_l)	0,12 m

Fonte: Autor, 2023

Tabela 2 – Dados do tipo de aço utilizado

Parâmetros	Valor
Cobrimento das armaduras (c)	2,50 cm
Resistência ao escoamento da armadura principal (f_{yk})	500 MPa
Diâmetro da armadura de distribuição (ϕ_d)	6,30 mm

Fonte: Autor, 2023

Tabela 3 – Dados do Processo Estocástico

Parâmetros	Valor
Média do PE (μ)	4 kPa
Desvio Padrão (σ);	0,32 kPa
Quantidade de medições do PE no passado (N_h)	600 meses
Número de trajetórias do PE (Nt)	10 ⁶
Número de observações futuras (Np)	600 meses
Ordem do modelo ARMA (p, q)	2,2
Probabilidade de falha limite (P_{Fa})	0,10

Fonte: Autor, 2023

Tabela 4 – Dados da otimização

Parâmetros	Valor
Número de partículas do enxame	10
Número máximo de iterações	100
Número máximo de iterações em sequência	20

Fonte: Autor, 2023

É importante destacar que foi adotado um número de trajetórias do PE igual a 10^6 seguindo a recomendação proposta por Melchers e Beck (2018), que afirma ser necessário uma quantidade de 10^7 a 10^6 trajetórias para estimar com precisão a probabilidade de falha em problemas de análise de confiabilidade estrutural, cujo valor de P_{Fa} é da ordem de 10^{-4} a 10^{-3} .

Além disso, foram utilizados os mesmos custos unitários dos materiais adotados por Medeiros (2023), os quais foram extraídos das composições unitárias de custos presentes no referencial orçamentário do SINAPI para o mês de abril do ano de 2023, descritos na tabela 5 e 6.

Tabela 5 – Custos unitários de concreto usinado

Classe	Fck (MPa)	Custo/m ³ (R\$)	p_{min} (%)
C25	25	464,47	0,150
C30	30	499,44	0,150
C35	35	477,07	0,164
C40	40	497,67	0,179
C45	45	527,21	0,194
C50	50	625,26	0,208

Fonte: Medeiros, 2023.

Tabela 6 – Custos unitários de aço

Diâmetro (mm)	Área (cm ²)	Peso linear (kg/m)	Custo/kg (R\$)
6,3	0,31	0,24	9,63
8,0	0,50	0,39	9,69
10,0	0,79	0,62	9,13
12,5	1,23	0,96	7,91
16,0	2,01	1,58	7,91
20,0	3,14	2,47	9,12
25,0	4,91	3,85	9,12

Fonte: Medeiros, 2023.

Como o algoritmo desenvolvido no Matlab só retorna valores contínuos, foi necessário criar duas variáveis auxiliares (x_1 e x_2) cujos valores contínuos, que estão dentro de intervalos específicos, estavam associados aos valores discretos de ϕ_p e fck , respectivamente conforme mostra a tabela 7 e 8. Por exemplo, caso o valor de x_1 estivesse entre 2 e 3 o correspondente diâmetro da armadura principal seria 16 mm.

Tabela 7 – valores de x_1 associados a ϕ

Intervalos de x_1	ϕ_p (mm)
[0,1)	10,0
[1,2)	12,5
[2,3)	16,0
[3,4)	20,0
[4, ∞)	25,0

Fonte: Autor, 2023.

Tabela 8 – valores de x_2 associados a fck

Intervalos de x_2	fck (MPa)
[20,25)	25
[25,30)	30
[30,35)	35
[35,40)	40
[40,45)	45
[45, ∞)	50

Fonte: Autor, 2023.

Quanto às restrições do problema, devido a facilidade numérica, o problema foi considerado como irrestrito e a aplicação das restrições foi realizada por meio da penalização das soluções que as violassem, conforme estabelece Bezerra (2017). Nesse contexto, foram adotadas as seguintes restrições:

1. O comprimento do patamar (P') deve respeitar a condição: $0,80 \text{ m} \leq P' \leq 1,00 \text{ m}$.
2. As dimensões da escada, espelho (e) e piso (p), devem atender à fórmula de Blondel, estabelecida pela NBR 9077-2001, indicada na equação 32.

$$63 \text{ cm} \leq 2e + p \leq 64 \text{ cm} \quad (32)$$

3. O comprimento total da escada (l_t) deve ser inferior ou igual ao comprimento disponível (l).
4. O patamar deve estar localizado na metade da altura referente ao desnível entre os pisos (h), ou seja: $h_{p_i} = h/2$.
5. O espaçamento entre as barras da armadura principal não deve ser superior a 20cm.
6. A rigidez equivalente $(EI)_{eq,t0}$ não deve ser superior a rigidez da seção bruta $(E_{cs} \cdot I_c)$;
7. A probabilidade de falha final P_{end} deve ser inferior a P_{Fa} .

Vale ressaltar que para restrição 4, foi necessário atribuir um erro de +0,5cm, a fim de tornar o processo de otimização mais célere. Além disso, foram adotados os seguintes domínios para as variáveis de projeto:

- Espelho: $16 \text{ cm} \leq e \leq 18 \text{ cm}$, conforme NBR 9077-2001;
- Piso: $28 \text{ cm} \leq p \leq 32 \text{ cm}$;
- Diâmetro da armadura principal (ϕ_p): $1 \leq x_1 \leq 5$, conforme tabela 6;
- Resistência característica do concreto a compressão (fck): $20 \leq x_2 \leq 50$, conforme tabela 7.

Ao executar o algoritmo, foram registradas as dimensões de 17,80 cm e 28,30 cm para o espelho (e) e piso (p) respectivamente. Além disso, foi obtido o valor do diâmetro (ϕ_p) igual a 12,50 mm e do fck de 35 MPa, gerando um custo de R\$ 1.979,00 referente ao peso de aço e volume de concreto necessários para a confecção da estrutura. A figura 9 mostra os resultados obtidos no Matlab.

```

var_projeto =

    17.7828    28.2875    1.7179    34.8710

custo =

    1.9787e+03
    
```

Figura 9 – Resultados da Otimização. (Autor; 2023)

Verifica-se que os resultados atenderam aos domínios das variáveis estabelecidos, bem como à todas as restrições impostas, conforme mostra a tabela 9. Além disso, ao inserir os resultados na rotina de cálculo da probabilidade de falha no futuro, foi observado que o seu valor permaneceu igual a 0 durante todo o intervalo de tempo estabelecido, assegurando a estabilidade da estrutura durante intervalo de tempo adotado. Em anexos podem ser visualizadas as rotinas desenvolvidas no Matlab.

Tabela 9 – valores das restrições do problema

Restrição	Valor
$0,8m \leq P' \leq 1m$	1,00 m
$63\text{ cm} \leq 2e + p \leq 64\text{ cm}$	63,85 cm
$l_t \leq 4m$	3,55 m
$h_{p_i} = 1,6\text{ m}$	1,60 m
$(EI)_{eq,t0} \leq E_{cs} \cdot I_c$	$6.35 \cdot 10^5 N \cdot m^2 \leq 6.35 \cdot 10^5 N \cdot m^2$
$P_{end} < 10\%$	0

Fonte: Autor, 2023

4. CONCLUSÕES

No trabalho foi desenvolvida e aplicada uma metodologia de otimização de estruturas com base em confiabilidade dependente do tempo, a fim de estimar com maior precisão o desempenho das estruturas, quanto a segurança e funcionalidade, sujeitas a efeitos de natureza incerta que variam com o tempo. Nesse sentido, com base nos resultados obtidos, foi verificado que as rotinas confeccionadas conduziram a resultados satisfatórios, uma vez que respeitaram as restrições do problema de otimização da escada de concreto, bem como garantiu a segurança e funcionamento da estrutura ao longo da sua vida útil.

Além disso, observa-se que a metodologia desenvolvida pode ser uma alternativa viável para estimar o comportamento de estruturas em condições especiais de carregamento, como aquelas sujeitas às ações da neve e granizo apresentado no item 6.11.1 da NBR 6120-2019. Tendo em vista a natureza aleatória dessas ações, bem como a ausência de todos os parâmetros normativos necessários. Também foi observada grande praticidade no uso do modelo ARMA, que está disponível na própria biblioteca de funções do Matlab.

Outrossim, o uso da técnica do PSO para otimização do problema proposto se mostrou bastante eficiente, pois dispensou a necessidade de um “chute inicial” das variáveis de projeto, de modo que a qualidade do resultado não esteve condicionada a uma estimativa inicial das variáveis, bem como evitou os mínimos locais da função custo.

Em linhas gerais, observa-se que é de grande relevância a elaboração de metodologias de análise de confiabilidade dependente do tempo, que garantem segurança

e economia durante a confecção das estruturas e ao longo da sua vida útil. A partir dessas, é possível evitar os custos onerosos com reparos e manutenções de estruturas de concreto oriundos da falha estrutural. Diante disso, espera-se que o método desenvolvido possa ser utilizado para diferentes estruturas em contextos distintos, sendo importante destacar que em situações práticas, o levantamento do histórico de dados do PE, a partir medições, bem como dos demais dados de entrada são indispensáveis para obtenção de resultados precisos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, J. M. Curso de concreto armado. 3 ed. v. 4. Rio Grande: Dunas, 2010.

ARORA, J. S. Introduction to optimum design. 2.ed. Iowa City: Elsevier, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 9077: Saídas de emergência em edifícios. Rio de Janeiro, 2001.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 15575-1: Edificações habitacionais – Desempenho. Parte 1: Requisitos gerais. Rio de Janeiro, 2013.

BASTOS, Paulo Sérgio. Lajes de concreto. feb.unesp, Bauru, Fev. de 2021. Disponível em: <<https://www.feb.unesp.br/pbastos/concreto1/Lajes.pdf>>. Acesso em: 27 set. de 2023.

BEZERRA, E. M. F. Otimização multiobjetivo de lajes nervuradas em concreto armado. 2017. 103 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

MARTHA, Luiz. Análise de estruturas: conceitos e métodos básicos. 2. Ed. Rio de Janeiro: Elsevier Editora, 2010.

MEDEIROS, Eduardo Moraes. Análise de confiabilidade dependente do tempo usando modelos de séries temporais. 2022. 87f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2022.

MEDEIROS, G. F.; KRIPKA, M. Algumas aplicações de métodos heurísticos na otimização de estruturas. Revista CIATEC – UFP, v. 4, n.1, p. 25-25, 2012.

MEDEIROS, Keitson Jales. Otimização estrutural de escadas de concreto armado. 21 f. Monografia - Artigo (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Campina Grande, Pombal, 2023.

MELCHERS, R. E.; BECK, A. T. Structural Reliability Analysis and Prediction. 3. Ed. v.1. Nova Jersey: John Wiley and Sons, 2018.

METHA, P. Kumar; MONTEIRO, Paulo J. M. Concreto: Microestrutura, propriedades e materiais. 3. Ed. São Paulo: Ibracon, 2008.

MORAIS, Eduardo.; PAMPLONA, Paulo. Otimização e Confiabilidade aplicadas à Engenharia. 1. Ed. Paraná: Atena Editora, 2022.

SANTOS, F. M. P. Algoritmo Enxame de Partículas Evolutivo para o problema de coordenação de relés de sobrecorrente direcionais em sistemas elétricos de potência. 2013. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

ANEXOS

Rotina com os dados de entrada

```
function [h,l,c,b,fyk,hl,mu_CA,dp_CA,d_dist,cunit,Nmc,Npts,or_ar,or_ma,pfa,er,times,BatchSize] = entrada

%% Dados Geométricos
h = 3.2; %Altura entre pisos (m)
l = 4; %Comprimento disponível da escada (m)
b = 150; %Largura dos vãos da escada (cm)
hl = 12; %Espessura da laje (cm)

%% Dados da armação
c = 2.5; %Cobrimento da escada (cm)
fyk = 500; %Resistência característica do aço (MPa)
d_dist = 6.3; %Diâmetro da armadura de distribuição (mm)

%% Dados do PE
mu_CA = 4; %Média de CA (KN/m2)
dp_CA = 0.32; %Desvio padrão de CA (KN/m2)
N_h = 600; %Quantidade de medições do PE no passado (meses)
Nmc = 1e6; %Número de trajetórias/10 (linhas da matriz)
BatchSize = 1e5;
times = Nmc/BatchSize;
Npts = 600; %Número de pontos futuros em meses (colunas da matriz)
or_ar = 2; %Ordem ar
or_ma = 2; %Ordem ma
pfa = 0.10; %Probabilidade de falha admissível (10%)
er = 0.50; %Erro admissível da restrição do espelho (0,5 cm)

%% Determinando o custo unitário da armadura de distribuição
if d_dist<=6.3
    cunit(3) = 9.63;
    d_dist = 6.3;
elseif d_dist>= 6.3 & d_dist<=8
    cunit(3) = 9.69;
    d_dist = 8;
elseif d_dist<=6.3 & d_dist<=10
```

```
        cunit(3) = 9.13;
        d_dist = 10;
elseif d_dist<=10 & d_dist<=12.5
        cunit(3) = 7.91;
        d_dist = 12.5;
elseif d_dist<=12.5 & d_dist<=16
        cunit(3) = 7.91;
        d_dist = 16;
elseif d_dist<=16 & d_dist<=20
        cunit(3) = 9.12;
        d_dist = 20;
elseif d_dist<=20 & d_dist<= 25
        cunit(3) = 9.12;
        d_dist = 25;
else
        cunit(3) = 9.12;
        d_dist = 30;
end
end
```

Rotina da formulação do problema de otimização e do cálculo da probabilidade de falha dependente do tempo

```
function custo = objetivo(x)

%% Carregando os dados de entrada
[h,l,c,b,fyk,h1,mu_CA,dp_CA,d_dist,cunit,Nmc,Npts,or_ar,or_ma,pfa,er,times,BatchSize] = entrada;

% x(1) = espelho da escada
% x(2) = piso da escada
% x(3) = diâmetro das barras de aço
% x(4) = resistência característica do concreto a compressão

%% Ajuste do diâmetro das barras
if x(3) < 1
    x(3) = 10;
    cunit(2) = 9.13;
elseif x(3)>= 1 & x(3) < 2
    x(3) = 12.5;
```

```
        cunit(2) = 7.91;
elseif x(3) >= 2 & x(3) < 3
    x(3) = 16;
    cunit(2) = 7.91;
elseif x(3) >= 3 & x(3) < 4
    x(3) = 20;
    cunit(2) = 9.12;
else
    x(3) = 25;
    cunit(2) = 9.12;
end

%% Ajuste do fck
if x(4) >= 20 & x(4) <= 25
    cunit(1) = 464.47;
    x(4) = 25;
elseif x(4) > 25 & x(4) <= 30
    cunit(1) = 499.44;
    x(4) = 30;
elseif x(4) > 30 & x(4) <= 35
    cunit(1) = 477.07;
    x(4) = 35;
elseif x(4) > 35 & x(4) <= 40
    cunit(1) = 497.67;
    x(4) = 40;
elseif x(4) > 40 & x(4) <= 45
    cunit(1) = 527.21;
    x(4) = 45;
elseif x(4) > 45
    cunit(1)=625.26;
    x(4) = 50;
end

%% Parâmetros Geométricos
deg = ceil((h*100)/(18*2));           %Número de Degraus em um lance (cm)
cos = x(2)/((x(2)^2+x(1)^2)^(1/2));  %Cosseno do ângulo de inclinação da escada
h1 = h/cos;                          %Espessura da laje medida na vertical (cm)
hm = h1+(x(1)/2);                    %Espessura média na direção vertical na metade do degrau (cm)
pat = 1-(deg*x(2)/100);              %Comprimento do patamar da escada (m)
```

Otimização de escadas de concreto armado baseada em confiabilidade dependente do tempo

Ismael Marcos Araújo Ribeiro

```
if pat > 1                                %Ajuste do comprimento do patamar
    pat = 1;
end

%% projeções
projh = (deg*x(2))/100;                   %Projeção horizontal (m);
compt = projh+pat;                        %Comprimento total (m)
altp = deg*x(1)/100;                      %Altura do patamar (m)
hipo = ((projh^2)+(altp^2))^(1/2);        %Comprimento inclinado (m)

%% Ações na escada
PP = 25*(hm/100);                         %Peso próprio do trecho inclinado (KN/m²)
RV = 1;                                   %Carga de revestimento (KN/m²)
PP1 = 25*(hl/100) ;                       %Peso próprio do patamar (KN/m²)

%% Valores constantes
fcd = x(4)/14;                             %Resistência de projeto do concreto (Kn/cm²)
fyd = fyk/11.5;                            %Resistência de projeto do aço (Kn/cm²)
%Momento de inércia estádio I
fctm = (0.3*x(4)^(2/3));                   %Resistência média a tração (MPa)
Ic = (b*(hl^3))/12 ;                      %Momento de inércia (cm^4)
yt = hl/2;                                 %Metade da espessura (cm)
Mr = (1.5*(fctm/10)*Ic)/yt;               %Momento resistente (KN.cm)
%Momento de inércia estádio II
Eci = 1.2 * 5600 * (x(4)^(1/2));          %Modulo de elasticidade inicial (MPa)
alfai = 0.8+(0.2*(x(4)/80));              %Coeficiente de Ponderação (valor máximo de 1)
if alfai>1;
    alfai = 1;
else
end
Ecs = Eci*alfai;                           %Módulo de elasticidade secante (MPa)
%Coeficientes da flecha deferida
alfae = (200*10^3)/Ecs;                   %Coeficiente que relaciona os módulos de elasticidade
delta_e = 1.32;                           %(2-0,68 = 7meses - 1mês)
alfaf = delta_e/(1+(50*0));                %(As de compressão = 0)

%% Dimensionamento e Cálculo da Probabilidade de Falha no futuro
Nfalhas = zeros(1,Npts);                  %Definindo o vetor de contagem de falhas
Asmin = 0;                                %Definindo a variável da área de aço mínima
```

```

for iii = 1:times                                     %Correção do Número de Trajetórias (Nmc)

    %% Modelando o processo estocástico (CA)
    for i = 1: Npts
        CA_h(i,1) = random('norm',mu_CA,dp_CA); %Histórico de Dados (distribuição normal)
    end
    mdl = arima(or_ar,0,or_ma); %Definindo o modelo de série histórica (ARMA)
    Estmdl = estimate(mdl,CA_h,'Display','off'); %Calculando os parâmetros da equação do modelo ARMA
    CA =simulate(Estmdl,Nmc,'NumPaths',Npts); %Gerando a matriz das simulações futuras

    for i = 1:Nmc
        I = ones(1,Npts); %Definindo a função indicadora
        for j =1:Npts
            total = round(PP + RV + CA(i,j),1) * (b/100); %Sobrecarga total inclinada (KN/m²)
            total1 = round(PP1 + RV + CA(i,j),1) * (b/100); %Sobrecarga total no patamar (KN/m²)
            %Reações de apoio
            Vb = ((total1*pat*(projh +(pat/2))) + ((total*cos)*hipo*(hipo/2)))/compt; % (KN)
            Va = (total*hipo) + (total1*pat) - Vb; % (KN)
            Vateta = Va*cos; % (KN)
            dis = Vateta/(total*cos); %Distância do momento (m)
            Mmax = (Vateta*dis - (total*cos)*(dis^2/2)); %Momento máximo, combinação rara (KN.m)

            %% Armadura Principal
            Msd = Mmax * 140; %Momento de Projeto (KN.cm)
            d = hl - c - (x(3)/(10*2)); %Distância do centroide (cm)
            esp = (1.25*d)*(1-((1-(((2*Msd)/(0.85*fcd*b*(d^2))))^(1/2))))); % (cm)
            As = (0.68*fcd*b*esp)/fyd; %Área de aço (cm²)
            barras = As/((x(3)/10)^2*3.14/4); %Número de barras (não arredondado)
            if floor(b/barras) < 20;
                espc = floor(b/barras); %Espaçamento entre barras
            else
                espc = 20;
            end
            %Área de Aço mínima em função do fck (cm²)
            if x(4)<=30
                Asmin = (hl*b*0.15/100);
            elseif x(4) >30 & x(4)<=35
                Asmin = (hl*b*0.164/100);
            end
        end
    end
end

```

```
elseif x(4)>35 & x(4)<=40
    Asmin = (h1*b*0.179/100);
end
%Verificando a área de aço
if As<Asmin
    As = Asmin;
else
end

%% Armadura de Distribuição
if (As/5) > (Asmin/2) & (As/5)>0.9
    Adist = As/5;
elseif (As/5<(Asmin/2)) & ((Asmin/2)>0.9)
    Adist = (Asmin/2);
elseif (As/5>(Asmin/2)) & (As/5)<0.9
    Adist = 0.9;
elseif ((As/5)<(Asmin/2)) & ((Asmin/2)<0.9)
    Adist = 0.9;
else
    Adist = 0.9;
end
barrasdist = (Adist/((pi * ((d_dist/10)^2))/4)); %Número de barras da armadura de distribuição
espcdist = 100/barrasdist; %Espaçamento da armadura de distribuição (cm)

%% Verificações
%Cálculo da posição da linha neutra no estádio 2
if (Mr/100)>Mmax
    xii = 0;
else
    xii = (sqrt(((2*As*alfae/b)^2) - ((4*(-2*As*d*alfae)/b) - ((2*As*alfae)/b))))/2;
end
%Cálculo do Momento de inércia no estádio 2
if (Mr/100) > Mmax
    Iii = 0;
else
    Iii = ((b*(xii^3))/3)+(alfae*As*((d-xii)^2));
end
EI = (Ecs/10)*Ic; %Rigidez a flexão
%Cálculo da rigidez equivalente
```

```
if (Mmax<(Mr/100))
    EIq = EI;
else
    EIq = (((Mr/(Mmax*100))^3)*Ic)+((1-((Mr/(Mmax*100))^3))*Iii))*(Ecs/10);
end

%% Verificando a Flecha
qs = PP + RV + 0.3*CA(i,j); %Carregamento para a combinação quase permanente (KN/m²)
f = (5*qs*((pat+projh)^4))/(384*(EIq/(1e4))); %Cálculo da flecha imediata (m)
ft = alfaf*f; %Cálculo da flecha deferida ao longo do tempo (m)
ftotal = f+ft; %Flecha total (m)
fadm = (pat+projh)/250; %Flecha admissível (m)
%Contando as falhas
if ftotal<fadm
    I(j) = 0;
else
    break
end
end
Nfalhas = Nfalhas + I; %Contagem das falhas em cada trajetória
end
end
Pfc = Nfalhas/Nmc; %Matriz com as probabilidades de falha no futuro

%% Cálculo do comprimento de Ancoragem
fctd = (0.7 * fctm)/1.4; % (MPa/Gamac = 1,4)
fbd = 2.25 * 1 * 1 * fctd; % (MPa; Barra nervurada, Boa aderência, diâmetro menor que 32mm)
lb = ((x(3)*fyd*10)/(4*fbd))/1000; % (Comprimento de ancoragem em m)
Aefetiva = (((x(3)/10)^2)*3.14/4)*ceil(barras);
lb_min = 0.7*lb*(As/Aefetiva); % (Ancoragem mínima para gancho, alfa = 0,7)
%Verificando o lb mínimo
if lb_min < 0.3*lb & 0.3*lb > 0.01*x(3)
    lb_min = 0.3*lb;
elseif lb_min < 0.3*lb & 0.3*lb < 0.01*x(3)
    lb_min = 0.01*x(3);
elseif lb_min > 0.3*lb & lb_min < 0.01*x(3)
    lb_min = 0.01*x(3);
elseif lb_min > 0.01*x(3) & lb_min < 0.3*lb
    lb_min = 0.3*lb;
```

```
else
end

%% Cálculo do peso total das armaduras
nbarras1 = ceil(b/espcc); %Número de barras da armadura principal
nbarras2 = ceil(compt*100/espccdist); %Número de barras da armadura de distribuição
l_As = ((hipo+pat) + (0.02*50*(x(3)/10)) + (2*lb_min)) * nbarras1; %Cálculo do comprimento total da armadura
principal em um patamar em metros (lb,min=30)
V_As = l_As * ((x(3)/10)^2*3.14/40000); %Cálculo do volume total de aço
P_As = V_As * 7850 * 2; %Peso total de aço nos dois patamares (peso específico = 7850 kg/m³)
l_Asdist = ((b/100) - (2*c/100)) * nbarras2; %Cálculo do comprimento total do aço da armadura distribuída (m)
V_Asdist = l_Asdist * ((6.3/10)^2*3.14)/40000; %Cálculo do volume da área de aço distribuída
P_Asdist = V_Asdist * 7850 * 2; %Peso de aço na armadura distribuída para os dois patamares(Kg)

%% Restrições da Otimização
if pat>1 || pat<0.8 % (0,8m ≤ P' ≤ 1,0 m)
    penalidade(1) = 1e10;
else
    penalidade(1) = 0;
end

if ((100*pat)+(deg*x(2))) > (100*1) % (Comprimento total ≤ comprimento disponível)
    penalidade(2) = 1e10;
else
    penalidade(2) = 0;
end

if (x(1)*deg) < ((h*100/2)) | (x(1)*deg) > ((h*100/2) + er) % (altura do patamar = metade do desnível)
    penalidade(3) = 1e12;
else
    penalidade(3) = 0;
end

if (2*x(1)+x(2)) < 63 | (2*x(1)+x(2)) > 64 % (63 ≤ 2e+p ≤ 64)
    penalidade(4) = 1e10;
else
    penalidade(4) = 0;
end
```



```
if Pfc(end) > pfa                                %(Probabilidade de falha final ≤ pfa)
    penalidade(5) = 1e10;
else
    penalidade(5) = 0;
end

if EIq - EI > 0                                  %(Rigidez equivalente ≤ Rigidez a flexão)
    penalidade(6) = 1e10;
else
    penalidade(6) = 0;
end

if espc - 20 > 0                                  %(espaçamento entre as barras ≤ 20 cm)
    penalidade(7) = 1e10;
else
    penalidade(7) = 0;
end

%% Custo da Escada
Vc = (b/100)*((hipo*hm/100)+(pat*hl/100))*2;      %Volume total de concreto para os 2 lances
C_conc = Vc*cunit(1);                             %Custo total com concreto
C_As = P_As*cunit(2);                             %Custo total do aço da armadura principal para os 2 lances
C_Asdist = P_Asdist*cunit(3);                    %Custo total do aço da armadura distribuída para os 2 lances
custo = C_conc + C_As + C_Asdist + penalidade(1)+ penalidade(2)+ penalidade(3)+ penalidade(4)+ penalidade(5)+
penalidade(6)+ penalidade(7);                    %Custo total
end
```

Rotina de Otimização da escada de concreto

```
clc
clear all

%% Opções de otimização
nvars = 4;                                       %número de variáveis
%número de partículas do enxame e critérios de parada
options = optimoptions('particleswarm','Display','Iter','SwarmSize',10,'MaxIter', 100,'MaxStallIterations',20);
```

%% Domínio das variáveis

```
lb = [16 28 1 20];           %limite superior das variáveis de projeto  
ub = [18 32 5 50];         %limite inferior das variáveis de projeto
```

%% Otimização

```
[var_projeto,custo,exitflag,output] = particleswarm(@objetivo,nvars,lb,ub,options)
```