

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL

ESTUDO DE PROBLEMAS DE PERCOLAÇÃO E DRENA
GEM EM ESTRUTURAS HIDRÁULICAS UTILIZANDO
MODELOS ELETROANALÓGICOS DOS TIPOS R E RC

TARCISO CABRAL DA SILVA

CAMPINA GRANDE - PARAÍBA

MAIO - 1986

TARCISO CABRAL DA SILVA

ESTUDO DE PROBLEMAS DE PERCOLAÇÃO E
DRENAGEM EM ESTRUTURAS HIDRÁULICAS
UTILIZANDO MODELOS ELETROANALÓGICOS
DOS TIPOS R E RC

Dissertação apresentada ao Curso ^{oo} de
Mestrado em Engenharia Civil da Uni-
versidade Federal da Paraíba, em cum
primento às exigências para obtenção
do Grau de Mestre (M.Sc).

FI
Área de Concentração: RECURSOS HÍDRICOS

Orientador : Prof. Ph.D SARMA K. V. SEEMANAPALLI

o
CAMPINA GRANDE - PARAÍBA

MAIO - 1986



S586e Silva, Tarciso Cabral da.
Estudo de problemas de percolação e drenagem em estruturas hidráulicas utilizando modelos eletroanalógicos dos tipos R e RC / Tarciso Cabral da Silva. - Campina Grande, 1986.
68 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1986.
"Orientação : Prof. Dr. Sarma K. V. Seemanapalli".
Referências.

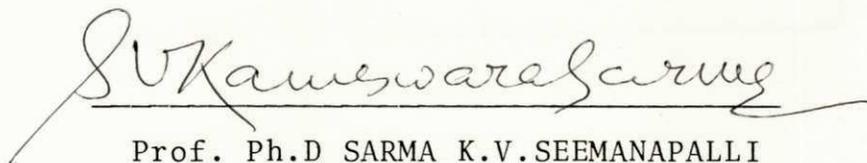
1. Estruturas Hidráulicas. 2. Percolação e Drenagem. 3. Modelos Eletroanalógicos. 4. Dissertação - Engenharia Civil. I. Seemanapalli, Sarma K. V. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

CDU 626(043)

ESTUDO DE PROBLEMAS DE PERCOLAÇÃO E
DRENAGEM EM ESTRUTURAS HIDRÁULICAS
UTILIZANDO MODELOS ELETROANALÓGICOS
DOS TIPOS R E RC

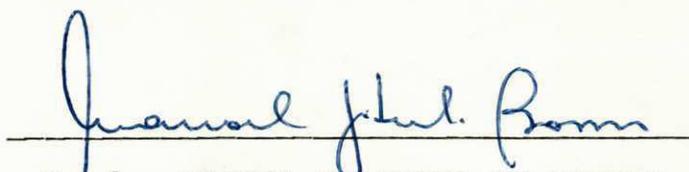
TARCISO CABRAL DA SILVA

Dissertação Aprovada em 23/05/86.



Prof. Ph.D SARMA K.V. SEEMANAPALLI

- Orientador -



Prof. MANOEL GILBERTO DE BARROS

- Componente da Banca -



Prof.ª ANA MARIA VILAR CAMPOS CATÃO

- Componente da Banca -

CAMPINA GRANDE - PARAÍBA

ABRIL - 1986

ESTUDO DE PROBLEMAS DE PERCOLAÇÃO E
DRENAGEM EM ESTRUTURAS HIDRÁULICAS
UTILIZANDO MODELOS ELETROANALÓGICOS
DOS TIPOS R E RC

SEÇÃO DE REFERÊNCIA

SEÇÃO DE

Aos meus pais e
ao meu filho Elder,
Dedico.

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Prof. Dr. SARMA KAMESWARA VENKATA SEEMANAPALLI, pela dedicada e objetiva orientação para a realização deste trabalho.

Ao Departamento de Tecnologia da Construção Civil da Universidade Federal da Paraíba, pela oportunidade e apoio concedidos.

Ao Prof. M.Sc. MANOEL GILBERTO DE BARROS, Coordenador da Área de Engenharia de Recursos Hídricos pela ajuda e estímulo à conclusão deste empreendimento.

Ao Prof. Dr. GURDEEP SINGH DEEP, Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica pela cessão dos aparelhos eletrônicos e pelas orientações nos circuitos utilizados.

Ao Prof. PAULO CRISTOVÃO DE ARAÚJO E SILVA "in memoriam", pelos incentivos aos nossos estudos iniciais no ramo da Hidráulica.

Aos meus pais, pelos esforços que desprenderam para a nossa formação moral e acadêmica.

Aos funcionários do Laboratório de Hidráulica do Centro de Ciências e Tecnologia pela valiosa ajuda nos trabalhos efetuados.

Aos funcionários do Laboratório de Instrumentação

Eletrônica do Departamento de Engenharia Elétrica pela col
aboração prestada.

Ao GTZ (Sociedade Técnica Alemã) pelas condições pro
porcionadas que nos tornou possível trabalhar com os mode
los eletroanalógicos.

Ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científ
ífico e Tecnológico e à CAPES - Coordenação de Aperfeiçoament
o de Pessoal de Ensino Superior, pelo apoio recebido.

A todas as pessoas das nossa relações que de uma for
ma ou de outra colaboraram para a concretização deste traba
lho.

R E S U M O

Neste trabalho, implantou-se modelos eletroanalógicos dos tipos R e RC para estudar problemas de fluxo em barragens de terra, canais e poços, nos quais a analogia é feita através das correspondências entre os parâmetros de fluxo e armazenamento de eletricidade nos resistores e capacitores do modelo e do fluxo e armazenamento de água nos meios porosos.

Nos modelos das barragens de terra, estudou-se o comprimento efetivo de um filtro horizontal para barragens homogêneas isotrópicas e anisotrópicas, assentes sobre uma fundação impermeável. Sugeriu-se faixas adequadas para comprimentos dos filtros para os casos isotrópicos e anisotrópicos, tendo como critérios menores percolações através do corpo da barragem e maiores valores de espessura mínima da zona saturada, com a finalidade de aumentar a estabilidade da estrutura.

Para os canais não revestidos avaliou-se as perdas d'água por percolação para um canal trapezoidal em solo homogêneo isotrópico sobre uma camada horizontal impermeável com diversas condições para a profundidade da camada impermeável e o lençol freático. Os resultados obtidos foram com

parados com os de Dupuit-Forchheimer e de Ernst tendo-se ve
rificado uma concordância satisfatória com relação a teoria
de Ernst e divergente com relação a teoria de Dupuit-Forchheii
mer, cujas razões foram esclarecidas. Estabeleceram-se fai
xas de validade dos resultados do modelo com a teoria, com
respeito a parâmetros adimensionais dos canais.

O problema das formações impermeáveis em aquíferos
foi estudado para barreiras impermeáveis regulares variando-
se a posição com relação ao centro onde se dá o bombeamento,
com barreiras perpendiculares à direção radial e um caso com
barreira alinhada na direção radial, observando-se
os efeitos na produção do poço. Para as barreiras não ra-
diais, a influência da posição sobre a vazão do poço é rela-
tivamente grande enquanto a radial na posição considerada
praticamente não exerce influência sobre a produtividade.

Também foram implantados e testados modelos de estrutu
turas reais de campo existentes no Estado da Paraíba para
fins de enfatizar a utilidade do modelo na solução de problema
s práticos.

Foram apresentadas sugestões para a continuação de
futuras pesquisas a fim de solucionar problemas mais complexe
s com diferentes contornos.

A B S T R A C T

With the object of studying the flow through earth dams, canals and well-fields in aquifers, the electrical analogy models of the resistance-capacitance type were employed, the analogy having been brought about by identifying the corresponding parameters of flow and storage of electricity with those in porous media flow.

In the case of the earth dam models, the effective lengths of horizontal filters for homogeneous isotropic and anisotropic cases were discussed, the foundation of the dams being impervious. Adequate ranges of lengths of filters with the criterion of reducing percolation losses through the body of earth dams for the isotropic and anisotropic cases, have been suggested, the thickness of unsaturated zone thus exposed being an index of increased stability of the structure.

In the case of un-lined canals, the water losses by way of percolation in trapezoidal canals in homogeneous and isotropic soils were evaluated, for varying conditions of the depth of the horizontal impermeable layers and the freatic line. The results so obtained were compared with those of Dupuit-Forchheimer and of Ernst, which showed satisfactory

concurrence with the theory of Ernst, while that with Dupuit-Forchheimer's showed certain divergence - the reasons for which have been explained. Ranges of validity of the results of the model with respective theories were established, with reference to dimensionless parameters of canals.

The problem of the presence of impermeable formations in aquifers has been studied by way of implanting impervious barriers of regular shapes, for varying orientations of the same with respect to the center of the circle of influence (with barriers perpendicular to the radius and a singular case of barrier along the radial direction), with the object of studying their effects on the pumping rates of wells. In the case of lateral barriers, the position of the barriers influenced very much the discharge rate, while the radial barrier had practically no influence on the rate of production of the well.

Field data collected in the Paraíba state have been implanted to reduced scale on the model with the idea of testing the same with realistic problems and to emphasize the utility of the model for the solution of practical problems.

Suggestions for future studies on the topics have been given, to enable continue the line of research for solving problems of more complex and diversified nature.

S U M Á R I O

	Página
CAPÍTULO I	
INTRODUÇÃO	01
CAPÍTULO II	
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	03
2.1 - Percolação em Barragens de Terra	03
2.2 - Perdas D'água de Canais	06
2.3 - Fluxo Radial	08
CAPÍTULO III	
O MODELO ELETROANALÓGICO	11
3.1 - A Teoria do Modelo	11
3.2 - Descrição dos Modelos Utilizados	14
3.2.1 - O Painel Eletroanalógico	14
3.2.2 - Aparelhagem Eletrônica Utilizada	16
CAPÍTULO IV	
OS PROBLEMAS ESTUDADOS	22
4.1 - Efetividade de Filtros Horizontais em Barragens de Terra	22
4.1.1 - Fundamentos Teóricos	23
4.1.2 - O Modelo Adotado	24

4.1.3 - Experimentos e Análise dos Resultados	25
4.2 - Avaliação de Perdas D'água de Canais	31
4.2.1 - Aspectos Teóricos	32
4.2.2 - A Solução do Modelo	35
4.2.3 - Experimentos e Análise dos Resultados	36
4.3 - Influência de Barreiras Impermeáveis na Produtividade de Poços	41
4.3.1 - Considerações Teóricas	42
4.3.2 - A Simulação do Aquífero	43
4.3.3 - Análise e Discussão dos Resultados	45
CAPÍTULO V	
APLICAÇÃO DOS MODELOS A PROBLEMAS PRÁTICOS	49
5.1 - Percolação em um Dique de Terra	52
5.2 - Perdas de Água em um Canal não Revestido	54
5.3 - Simulação de um Poço	57
CAPÍTULO VI	
CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	61
6.1 - Conclusões	61
6.2 - Recomendações	63
CAPÍTULO VII	
BIBLIOGRAFIA	65

CAPÍTULO I

I N T R O D U Ç Ã O

Os modelos eletroanalógicos quer do tipo R (puramente Resistivo) ou do tipo R-C (Resistivo-Capacitivo), são instrumentos de grande valia nos estudos da Hidrologia Subterrânea. Servem para implantar as condições de campo ou estender e ampliar as condições adotadas, a fim de conhecer o comportamento dos aquíferos, percolação em barragens de terra ou outras estruturas hidráulicas. São modelos adequados para simular condições de armazenamento em aquíferos, bacias subterrâneas, poços, rebaixamento ou recuperações naturais ou artificiais por contribuição de rios ou riachos para o aquífero e vice-versa.

Condições permanentes e variáveis, confinadas e não confinadas, isotrópicas e não isotrópicas, homogêneas e estratificadas podem ser implantadas com o uso de resistores e capacitores adequados aos correspondentes casos. Nesses modelos, o fluxo de eletricidade através dos resistores e o armazenamento de carga elétrica nos capacitores representam respectivamente o fluxo e o armazenamento de água nos meios porosos. As fontes de carga ou descarga são simuladas usando-se as correspondentes voltagens e correntes elétricas.

Neste trabalho procurou-se utilizar os modelos com a finalidade de propor medidas para a melhoria da segurança de estruturas hidráulicas, redução de perdas, comparar e testar algumas teorias, investigar e sugerir condições de melhoramento com relação a produtividade de poços e outras proposições.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 - Percolação em Barragens de Terra

As barragens de terra constituem uma das mais antigas realizações humanas. No entanto, até muito recentemente os métodos aos quais se recorriam nos seus projetos eram praticamente empíricos (Esteves, 1971), havendo conseqüentemente um grande número de insucessos ou de superdimensionamento. Por volta de 1930 foi que começaram as aplicações racionais da engenharia ao estudo e projeto de barragens de terra com o rápido desenvolvimento da Mecânica dos Solos. O desenvolvimento de estudos das fundações, o aperfeiçoamento das técnicas de experimentação em laboratório, o uso das teorias de equilíbrio e deformação permitem a execução de projetos de barragens de terra praticamente em qualquer local, nas mais diversas condições.

Embora as barragens sejam geralmente projetadas e concebidas em condições de perfeita segurança, a maioria dos insucessos se referem a causas estranhas à Mecânica dos Solos. Verifica-se entretanto, ser comum em certos casos a ocorrência de ruturas.

A análise sobre a finalidade da construção (amortecimento de ondas de cheias, aproveitamentos hidroelétricos ,

etc), as condições locais (topográficas, geotécnicas e geológicas) e os fatores econômicos, permitem a escolha adequada do local de implantação e do tipo e geometria da barragem. O procedimento seguido para um projeto de barragem de terra inclui:

a) Estudo das fundações e das possibilidades de empréstimo de terra para a obra.

b) Aplicação ao projeto dos resultados dos estudos do item anterior.

c) Planejamento cuidadoso dos métodos de construção e seus controles.

Nos projetos de barragem de terra deve-se atender as seguintes exigências fundamentais:

a) Completa segurança contra a possibilidade de transbordamento para a máxima cheia considerada, prevendo-se descarregadores de cheias com vazões compatíveis.

b) Inclinação conveniente dos taludes do aterro.

c) Verificação de estabilidade considerando-se as tensões transmitidas pelo aterro e fundação.

d) Controle da percolação através do aterro e fundação, a fim de evitar a erosão interna, zonas de empoçamento ou ainda perdas excessivas de água.

e) Proteção do talude de montante contra a ação das ondas formadas no reservatório e do coroamento e talude de jusante contra a erosão eólica e pluvial.

Quanto às fundações, duas questões são fundamentais: A possibilidade de perdas excessivas de água e o risco de rutura por erosão tubular ("piping"). Algumas soluções de projeto, visando o controle da percolação são:

- a) Valas corta-água (trincheiras impermeabilizantes).
- b) Cortinas impermeabilizantes.
- c) Banquetas de montante.
- d) Estacas pranchas.
- e) Injeções.
- f) Tapetes filtrantes (filtros horizontais).
- g) Dreno de pé e valas drenantes.
- h) Poços de alívio.

Entre esses métodos, os filtros horizontais são os meios mais utilizados para o controle das perdas por percolação através das fundações e/ou do corpo da barragem. Localizados na parte inferior do lado de jusante, eles têm a finalidade de rebaixar a linha freática, diminuindo a camada de solo saturado, o que aumenta a resistência ao cisalhamento do material da barragem e conseqüentemente sua estabilidade, além de evitar a emersão da linha freática no talude de jusante. O comprimento do filtro pode ser determinado convenientemente, recorrendo-se à rede de fluxo correspondente. A espessura do filtro deve ser tal que a sua capacidade drenante seja superior à da vazão a escoar. O filtro deve ter um mínimo comprimento que resguarde uma desejada espessura da zona não saturada na parte de jusante da barragem.

As primeiras pesquisas sobre o problema de fluxo através de maciços de terra, apareceram em fins do século passado. Assim, em 1886, Forchheimer mostrou que a distribuição das pressões da água e velocidades de percolação são governadas pela equação de Laplace e em 1901 propôs fórmulas generalizadas para fluxo bi e tri-dimensionais ampliando assim os estudos unidimensionais (direção vertical) de Darcy

(1856).

A teoria completa para fluxo bi-dimensional para regime permanente em meios porosos inderformáveis foi desenvolvida por Pavlovsky (1922), que a tratou como um problema de Física-Matemática, adotando o método do mapeamento conforme e resolveu vários problemas relacionados com percolação em fundações. Terzaghi (1922) interpretou corretamente o mecanismo da erosão tubular ("piping") e a partir daí se deu maior importância a essa teoria na aplicação em projetos de barragens de terra.

Casagrande (1940) publicou um trabalho intitulado "Seepage Through Dams" no qual ele tratou intensivamente sobre percolações em barragens de terra, inclusive com filtros horizontais, utilizando as teorias de Darcy e Laplace e adaptando os problemas teóricos resolvidos por Kozeny (1931).

Atualmente, os métodos numéricos e os analógicos simulam o fluxo em barragens de terra homogêneas ou não, isotrópicas e anisotrópicas, com fundações permeáveis e impermeáveis com grande precisão, principalmente depois do desenvolvimento repentino da eletrônica que permitiu a construção de circuitos de alta complexibilidade utilizados nos computadores e dos componentes eletrônicas utilizados nos modelos eletroanalógicos.

2.2 - Perdas D'água de Canais

O conhecimento das quantidades de água perdidas por percolação, seja de reservatórios através de barragens ou

de canais de terra sem revestimento, etc, é desejável a fim de se fazer um planejamento satisfatório dos recursos hídricos, principalmente em regiões onde existe carência de água.

Tal conhecimento pode ser obtido através de predição ou medição direta. Para isso as propriedades relevantes hidráulicas do solo e das condições de contorno são consideradas, submetendo o sistema de fluxo em questão a uma análise hidrodinâmica.

As primeiras tentativas para avaliar o fluxo de ar e água através de solos foram feitas por Green e Ampt (1911) levando-se em conta as propriedades físicas do solo. Subsequentemente, Kozeny (1931) trabalhou com teoria e prática de fluxo através de barragens com filtros e estendeu alguns resultados para percolação em canais. Uma grande inovação foi dada por Muskat (1946) através de sua contribuição "Fluxo de Fluidos Homogêneos Através de Meios Porosos" que deu importância para assuntos ligados com exploração de petróleo e Engenharia Química. A cientista russa Polubarinova - Kochina (1952) revolucionou as noções sobre teorias de movimento de águas subterrâneas em meios homogêneos, heterogêneos e estratificados e resolveu inúmeros problemas com contornos variáveis. Muitas de suas soluções têm aplicações diretas, mostrando a versatilidade de suas teorias.

Todd e Bear (1961) resolveram problemas de percolação com camadas anisotrópicas em meios porosos com modelos eletroanalógicos conseguindo excelentes resultados. Todd (1970) resumizou seus resultados e outros em forma de enciclopédia.

Harr (1962) no seu clássico trabalho "Groundwater and

Seepage", publicou soluções de vários problemas de fluxos subterrâneos confinados e não confinados, saturados e não saturados incluindo teorias não muito utilizadas como mapeamento conforme e hodográficos.

Ernst (1962), aperfeiçoou a teoria de Dupuit dividindo o fluxo percolado de canais em três partes para solos isotrópicos homogêneos estratificados.

Bower (1969) usou modelos eletroanalógicos para avaliar perdas d'água por percolação dos canais comparando seus resultados com os de Dachler (1936), Dupuit e Ernst.

2.3 - Fluxo Radial

A exploração de água subterrânea através de poços tem sido importante fonte de abastecimento para o uso das populações através dos tempos. Contudo, sendo essa uma fonte natural o suprimento dela oriundo não é ilimitado, necessitando cuidados quanto às quantidades exploradas e proteção contra poluentes. As profundidades em que são encontradas essas fontes são muito variáveis, dependendo de formas geológicas e dos chamados aquíferos. Os aquíferos são formações permeáveis com capacidade suficiente para fornecer água em quantidade que atenda às necessidades humanas. Os mais comuns são formados de materiais não consolidados como areias e cascalhos que ocorrem em vales aluvionais, leitos antigos de rios cobertos por depósitos finos e dunas (Moura, 1983).

Outras rochas sedimentares (pedra calcária, etc) geralmente não são bons aquíferos.

Os aquíferos podem ser classificados como confinados e não confinados (livres). Os aquíferos livres são semelhantes a lagos subterrâneos em meios porosos e o nível d'água fica no seu topo com pressão igual à atmosférica.

Com as descobertas do hidrologista francês Darcy (1856) sobre a relação entre a velocidade e o gradiente hidráulico e a aplicação dessa para sistemas bi e tri-dimensionais, iniciou-se o interesse de outros pesquisadores por problemas de escoamento em meios porosos.

Dupuit e Forchheimer (1901) ignoraram as componentes verticais de velocidades num sistema de fluxo e trataram como linhas horizontais. Mais tarde, Polubarínova-Kochiña (1952) verificou a validade dessas suposições e deu soluções exatas.

Lindquist (1933), Scheneebeli (1955) e Hubbert (1956) estudaram o fluxo subsuperficial para números de Reynolds entre 50 e 60 quando não ocorre a linearidade de fluxo, sob condições turbulentas.

Para aquíferos livres, usando a teoria de Dupuit - Forchheimer, Adolf e Gunther Thiem (1906) conjuntamente desenvolveram equações para obtenção da vazão com fluxo laminar horizontal permanente.

Um grande avanço nos estudos de fluxo não permanente foi dado por Theis (1935) que desenvolveu uma fórmula introduzindo os conceitos de fator de tempo e coeficiente de armazenamento. Theis notou que quando o poço penetrante num aquífero confinado e extenso é bombeado com vazão constante, a influência da vazão se estende no espaço com o passar do tempo e provou que teoricamente não se pode conseguir regime perma

nente.

Hantush (1962) estudou os efeitos de rebaixamento sobre a vazão explorável em aquíferos confinados com os casos de penetração parcial e total e deu expressões em forma de séries infinitas. Posteriormente em 1964 em seu trabalho "Hydraulic of Wells" tratou extensivamente sobre assuntos como poços artesianos, interferência entre poços, efeitos de barreiras impermeáveis e aquíferos semi-permeáveis.

Muitos pesquisadores contribuíram para o desenvolvimento das teorias ligadas à percolação em barragens de terra, perdas nos canais e influência de barreiras nos poços. Entretanto, citou-se os que mais se destacaram nessas áreas do conhecimento, e que têm relação direta com os assuntos discutidos neste trabalho.

CAPÍTULO III

O MODELO ELETROANALÓGICO

3.1 - A Teoria do Modelo

A analogia elétrica foi desenvolvida inicialmente por Pavlovsky na Rússia por volta de 1920 e a partir daí tornou-se um instrumento intensamente utilizado para a solução de problemas de fluxo em meios porosos.

O desenvolvimento e aperfeiçoamento dos equipamentos eletrônicos para medição de voltagens, resistências, amperagens, etc, e a produção em série de resistores e capacitores de baixo custo e alta precisão contribuíram ainda mais para que a eletroanalogia fosse utilizada para os estudos não só de escoamento em meios porosos, mas também em difusão de sais e gases, movimento de calor, etc.

A semelhança das equações diferenciais da hidráulica dos meios porosos e da eletrodinâmica nos condutores determina uma correspondência biunívoca entre as grandezas físicas intervenientes em ambos os processos. Esta semelhança fica evidenciada observando-se o quadro a seguir:

SISTEMA HIDRÁULICO	SISTEMA ELÉTRICO
Lei de Darcy	Lei de Ohm
$\vec{q} = - K \text{ grad } h$	$\vec{i} = - \sigma \text{ grad } V$
Equação de Continuidade	Lei de Kirchhoff
$K \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) - S_v \frac{\partial h}{\partial t} = 0$	$\sigma \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) - C \frac{\partial V}{\partial t} = 0$

com:

\vec{q} - vazão específica

\vec{i} - corrente elétrica

h - potencial hidráulico

V - potencial elétrico

K - condutividade hidráulica (permeabilidade)

σ - condutividade do meio elétrico

S_v - armazenagem líquida específica

C - capacitância elétrica

t - tempo

x, y, z - coordenadas espaciais.

Em consequência desse fato para condições de contorno adequadas à regiões geomêtricamente semelhantes, a solução das equações do sistema hidráulico e do sistema elétrico permite obter resultados análogos, relacionados por fatores de escala selecionadas.

Assim, pode-se estabelecer fatores de escala adequados ao modelo elétrico que simulam o sistema hidráulico. Estes

fatores são os seguintes:

- a) Fator de escala de potenciais (E_p)
- b) Fator de escala de resistências (E_r)
- c) Fator de escala de fluxo (E_q)
- d) Fator de escala de tempo (E_t)

com:

$$E_p = \Delta h / \Delta V \quad (\text{m/volt})$$

$$E_r = \frac{\Delta x / KL \Delta y}{R_x} \quad (\text{seg/m}^2 \cdot \text{ohm})$$

$$E_q = \frac{\Delta Q_x}{\Delta i_x} \quad (\text{m}^3/\text{Coulomb})$$

$$E_t = \frac{\Delta t}{\Delta t'} \quad (\text{adimensional})$$

onde:

- Δx - dimensão da malha do modelo na direção x
- Δy - dimensão da malha do modelo na direção y
- R_x - resistência elétrica na direção x
- ΔQ_x - componente da vazão na direção x
- i_x - corrente elétrica na direção x
- L - dimensão na direção transversal (= 1 para modelos bidimensionais)
- Δt - intervalo de tempo no sistema hidráulico
- $\Delta t'$ - intervalo de tempo no modelo
- n - capacitância hidráulica relativa (coef. de armazenamento)
- C - valor dos capacitores do modelo (se o modelo é do tipo RC).

O fator de escala de fluxo pode ser obtido pela relação $E_q = E_p/E_r$, derivada das anteriores. O fator de tempo está relacionado com E_q e E_p pela seguinte expressão:

$$C = n\Delta x\Delta y \frac{E_p}{E_q \cdot E_t}$$

Com estas expressões anteriores é possível calcular os valores das resistências e capacitores dos modelos do tipo R ou RC, a fim de que haja perfeita semelhança entre o sistema hidráulico e o sistema elétrico.

3.2 - Descrição dos Modelos Utilizados

3.2.1 - O Painel Eletroanalógico

Os modelos utilizados neste trabalho foram montados no painel bidimensional de resistores e capacitores da Área de Recursos Hídricos do Centro de Ciências e Tecnologia da UFPb.

Trata-se de um painel com 3x2m de dimensões formado por 24 placas metálicas medindo 50cm x 50cm cada, conectadas entre si (fig. 01). O painel contém 2.400 nós que, com exceção das bordas, podem ser conectados horizontalmente e verticalmente com os nós vizinhos. As conexões entre os nós são feitas através de 4 contatos do tipo "banana plug" simétricos em relação ao ponto nodal, por resistores acoplados em tomadas de conexão simples, com valores previamente esta-

belecidos. Cada ponto nodal fica a uma distância de 5 cm do vizinho e através de um contato (que é o próprio nó) do tipo "banana jack" se conecta o elemento capacitivo, no caso de modelos resistivos e capacitivos (RC), como na fig.02.

Assim, com modelos eletroanalógicos com contornos semelhantes aos de um sistema hidráulico, o fluxo e o armazenamento de carga elétrica nos resistores e capacitores dos modelos representam fenômenos de semelhante comportamento ao fluxo e armazenamento de água nos meios porosos.

As condições de fronteira do sistema hidráulico são simuladas também no sistema elétrico guardando sempre semelhança entre modelo e protótipo. Assim, tem-se os seguintes critérios aplicados aos modelos para a simulação perfeita:

a) Contornos (ou equipotencias em subcircuitos confinados) de imergência ou de emergência sob lâmina d'água no protótipo correspondem, respectivamente, a tomadas ou saídas de corrente elétrica no modelo.

b) Contornos impermeáveis no protótipo (ou superfícies de fluxo em subcircuitos confinados) correspondem aos limites da malha de resistores (e capacitores) com o restante do modelo (além dos limites) caracterizado por resistores ôhmicos de valores muito grandes (quase infinitos) em relação aos resistores constituintes da malha do modelo.

c) Contornos correspondentes a superfícies freáticas no protótipo constituem limites (inicialmente estabelecidos teoricamente e corrigidos iterativamente durante os ensaios) assinalados por uma variação do potencial (sem alimentação de corrente externa forçada) proporcional ao potencial

hidráulico previsto (função da cota do ponto).

d) Contornos correspondentes a emergências livres no protótipo constituem limites assinalados por uma variação do potencial elétrico (nesse caso, com auxílio de alimentação externa forçada), proporcional ao potencial hidráulico previsto (função da cota do ponto) (figura 04).

3.2.2 - Aparelhagem Eletrônica Utilizada

O problema de cada modelo consiste na determinação da corrente total passando através da malha e dos valores dos potenciais (voltagens) nos pontos em que se tem interesse. A corrente total é medida através de amperímetros e as voltagens com os voltímetros.

Muitas vezes se quer o valor do potencial em pontos onde não é possível medi-lo devido à discretização do meio elétrico. Para obter este valor, mede-se então os potenciais vizinhos e interpola-se o valor no ponto desejado.

Neste trabalho, utilizou-se os seguintes aparelhos:

1 - Fontes de Alimentação

Utilizou-se duas fontes de corrente contínua, sendo uma de marca APEL de especificação CC-AP30 com capacidade de até 20 volts e 2 ampères. A segunda foi de marca OLTRONIX de especificação D 400 - 007 D com capacidade de até 400 volts e 2 ampères.

2 - Multímetros

Utilizou-se também dois multímetros digitais para

medição de correntes, resistências e voltagens. Os dois aparelhos foram: um multímetro marca FLUKE de especificação 8022A e outro de marca KEITHLEY especificação 130.

Todos os resistores usados nos modelos foram selecionados dentro de uma faixa de variação de erro $\pm 5\%$ sendo este um fator muito importante para a precisão dos resultados.

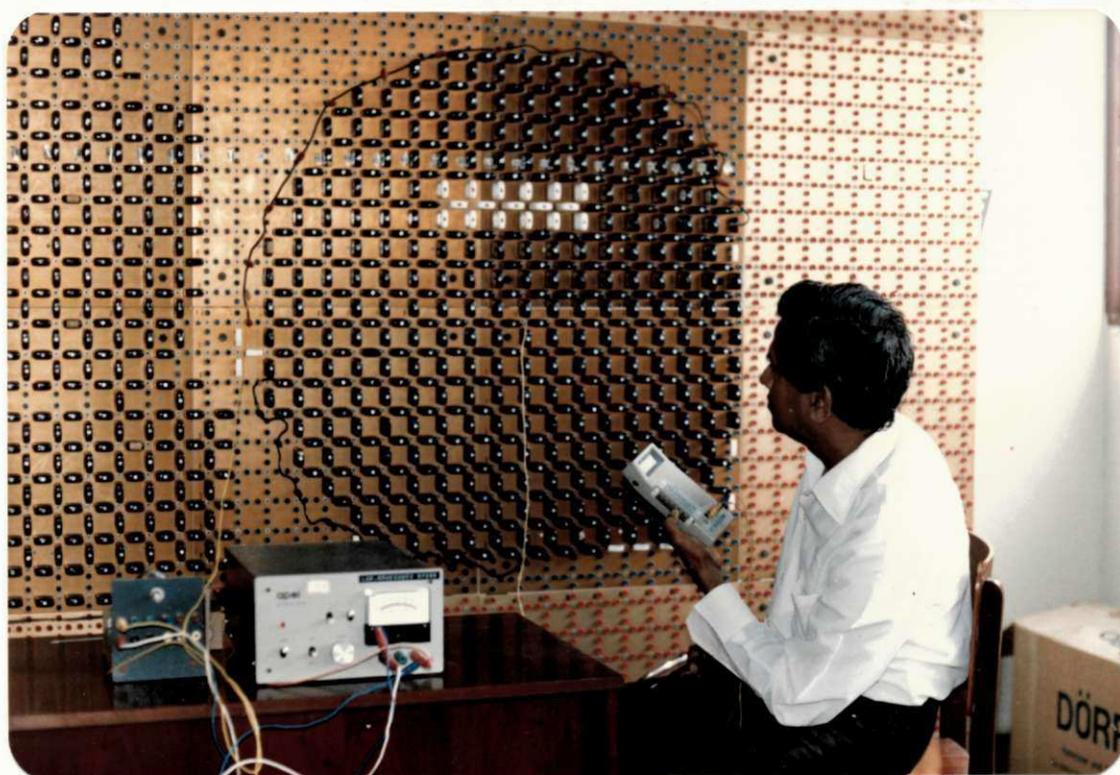
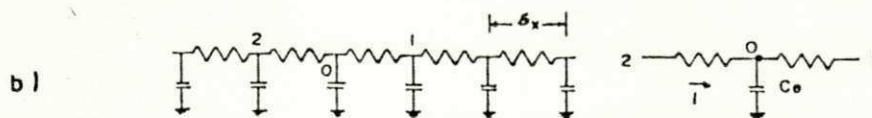
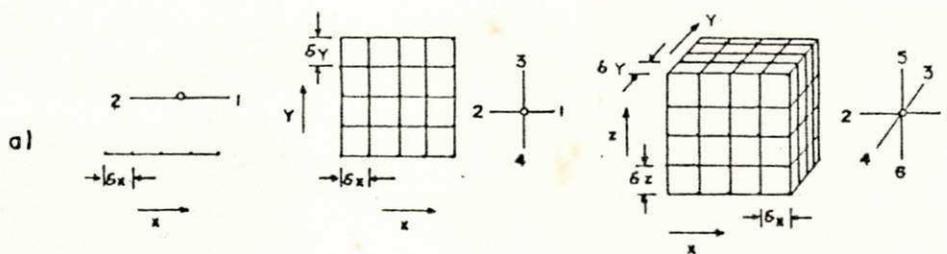
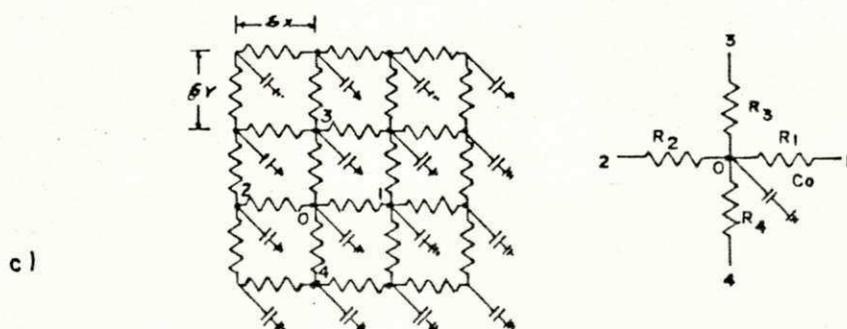


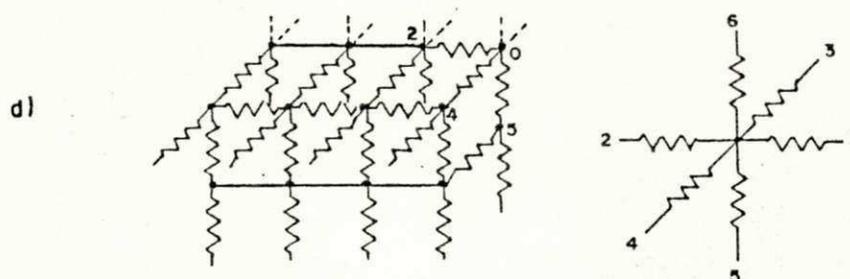
FIG. 01 - ASPECTO DO PAINEL ELETROANALÓGICO.



CIRCUITO UNIDIMENSIONAL RESISTIVO-CAPACITIVO

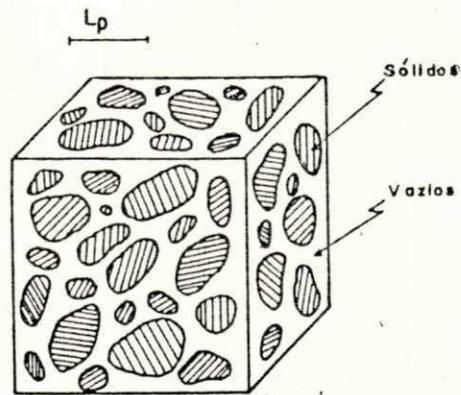


CIRCUITO BIDIMENSIONAL RESISTIVO-CAPACITIVO

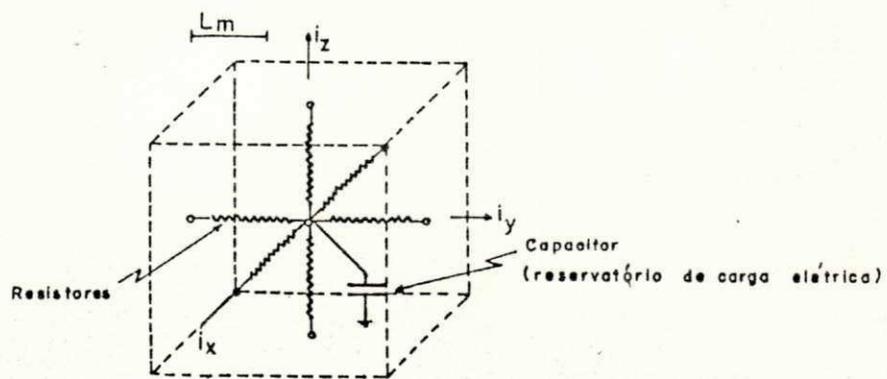


CIRCUITO TRIDIMENSIONAL RESISTIVO

FIG. 02 - SUBSISTEMAS ELEMENTARES UNI, BI, E TRIDIMENSIONAL DO PROTÓTIPO (a) E CÉLULAS R-C E R CORRESPONDENTES (b), (c) E (d).



a) SUB-REGIÃO DO PROTÓTIPO



$$\frac{L_m}{L_p} = \text{escala do modelo}$$

b) ANALOGIA ELÉTRICA DISCRETA

FIG. 03 - ELEMENTO POROSO (a) E CELULA R-C EQUIVALENTE (b) TRIDIMENSIONAL.

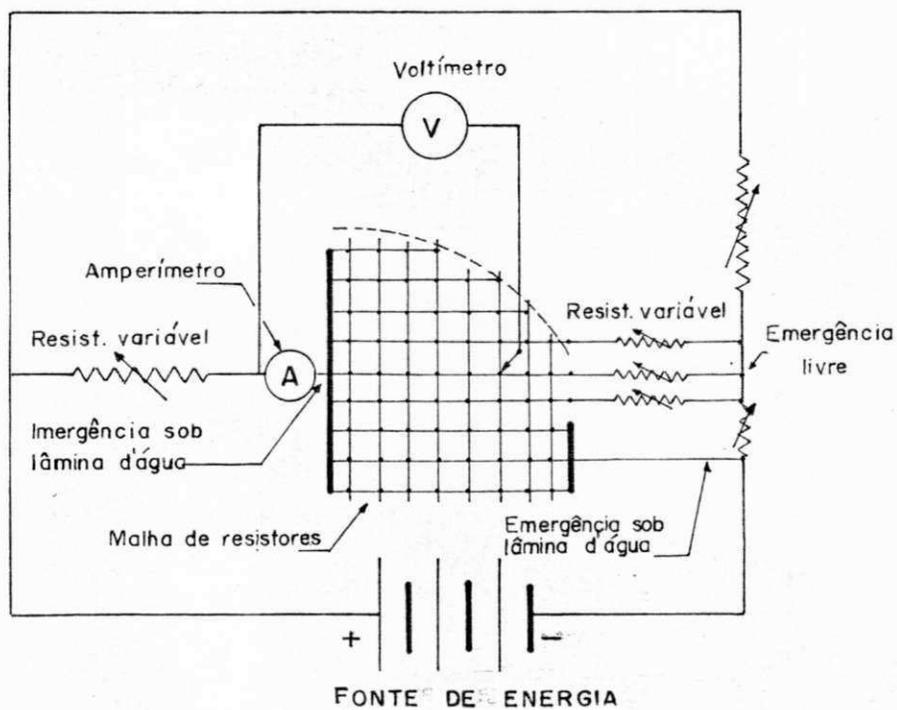


FIG.04 - CIRCUITO ELÉTRICO COMPLETO PARA O ESTUDO DAS BARRAGENS.

CAPÍTULO IV

OS PROBLEMAS ESTUDADOS

4.1 - Efetividade de Filtros Horizontais em Barragens de Terra

Um dos mais econômicos tipos de drenos para barragens de terra é o do tipo horizontal, largamente usado em barragens de médio porte. Localizados na parte inferior do lado de jusante das barragens, eles têm a finalidade de rebaixar a linha freática, diminuindo a camada de solo saturado, o que aumenta a resistência ao cisalhamento do material do corpo da barragem e conseqüentemente sua estabilidade, além de evitar a emergência da linha freática no talude da jusante. Quando adequadamente projetados, estes drenos podem remover permanentemente e com segurança toda a água percolada que os atinge.

O problema de projeto, entretanto, é a predição do mínimo comprimento do filtro horizontal que resguarde uma desejada espessura de zona não saturada na parte de jusante da barragem, problema este que se torna um pouco mais complexo nos casos de anisotropia presentes nas barragens.

Neste problema, um modelo eletroanalógico do tipo R foi utilizado para estudar o comprimento efetivo de um fil

tro horizontal numa barragem de terra homogênea assente sobre uma fundação impermeável para casos de isotropia e anisotropia. São avaliados também os aumentos das perdas d'água por percolação através da barragem, decorrentes dos acréscimos nos comprimentos dos filtros.

4.1.1 - Fundamentos Teóricos

Os dois casos específicos considerados foram barragens homogêneas isotrópicas e anisotrópicas, assentes em uma fundação impermeável com filtro horizontal na parte inferior de jusante, como na figura 05. A anisotropia existe em todos os depósitos sedimentares e nos aterros compactados onde há uma tendência pronunciada para a ocorrência de permeabilidades maiores de fluxo na direção horizontal.

A equação de Laplace, para condições isotrópicas

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad (01)$$

torna-se para o caso de anisotropia como abaixo:

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial^2 h}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad (02)$$

com $x' = x \sqrt{K_y / K_x}$

onde K_x e K_y são as permeabilidades nas direções horizontal (x) e vertical y , h sendo a carga hidráulica, x' a variável

vel que transforma a equação (02) na forma de Laplace. Para obter as vazões correspondentes, Babu Shanker (1982) sugeriu as equações seguintes:

$$q = K i A = K_x a y'_0 = \sqrt{K_x K_y} \cdot y'_0 = a^2 K_x (\sqrt{d^2 + (h/a)^2} - d) \quad (03)$$

onde:

$x' = aX$; $y'_0 = y/a$; d - como definido por Casagrande

i = gradiente hidráulico

A = área da seção transversal do fluxo,

e a equação da linha freática para barragens de terra com filtros horizontais é:

$$x = \frac{h^2 - y^2}{2a^2 \left[\sqrt{d^2 + (h/a)^2} - d \right]} \quad (04)$$

onde:

(x, y) são os pontos da linha freática, sendo a origem num ponto também definido por Casagrande.

Quando $a = 1$, as equações (03) e (04) reduzem-se para o caso isotrópico com $K_x = K_y = K$.

4.1.2 - O Modelo Adotado

No modelo eletroanalógico vertical bidimensional de resistores foram adotados os seguintes valores:

Fator de conversão de unidades de potencial (E_p):

2 volts/m

Resistências horizontais : 5,1 K Ω

Resistências verticais : 24,7 K Ω

Resistências dos filtros: 255 Ω

Dimensões das malhas : 5 cm x 5 cm

Voltagem a montante : 18 V (equivalente a H = 9 m)

Voltagem a jusante : 0 V (equivalente a H = 0 m)

Razão de escala L_m/L_p : 1/20

O fator de escala de fluxo (Eq) permitiu escrever a seguinte expressão:

$$q = \frac{K.H.Ax.rx}{R} \quad (05)$$

onde:

R - resistência total do modelo

rx - resistividade elétrica ($5,1 \times 10^3 \Omega/0,05 \text{ m}$).

Ax - área da seção transversal de cada elemento = $\Delta z \cdot l = 0,05 \text{ m}^2$

H - carga hidráulica no protótipo (m)

K - permeabilidade do solo (m/s).

4.1.3 - Experimentos e Análise dos Resultados

Foram implantados filtros horizontais de diferentes comprimentos variando de c/L igual a 5/21, 10/21, 15/21 e 20/21, até praticamente o centro da barragem, para observar a efetividade dos filtros.

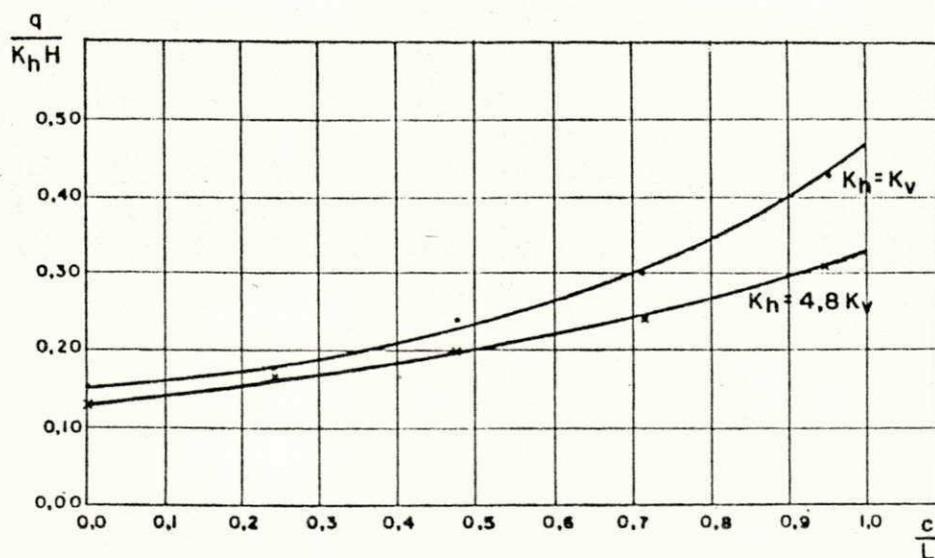
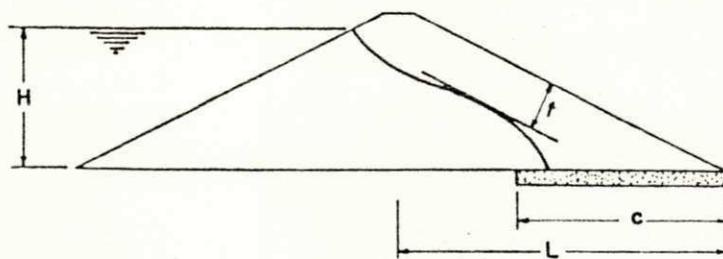
No caso da anisotropia, foi utilizada a razão de

4,8 entre K_h e K_v (K_x e K_y). Comumente nos projetos, este coeficiente varia de 4 a 10. As linhas freáticas das figuras (05) a (08) foram obtidas através do método da tentativa e erro. As equipotenciais foram obtidas por interpolação de valores de potenciais medidos com voltímetros. Os resultados são apresentados na forma das figuras (05) a (08).

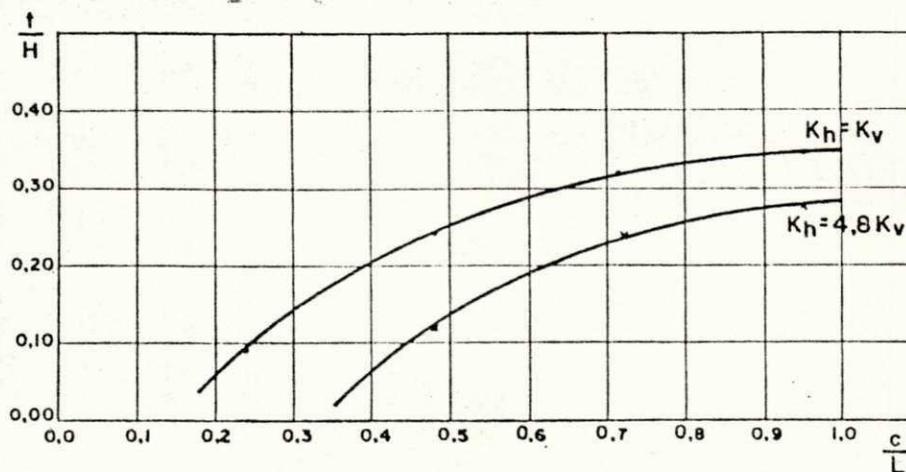
Para o caso de isotropia, observou-se que com o aumento do comprimento do filtro, a linha freática fica mais afastada do talude de jusante e termina a pouca distância do começo do filtro. Para o caso de anisotropia, verificou-se o mesmo fenômeno, exceto para $c/L = 5/21$ no qual a linha freática emergia no talude de jusante e o comportamento desta linha não foi igual ao do caso isotrópico. Nota-se também que a linha freática no caso de anisotropia considerado alcança o filtro num comprimento mais afastado. No caso isotrópico a estabilidade é maior que no caso de anisotropia, devido a maior parte do maciço permanecer seca.

Um indicador da estabilidade da barragem pode ser expresso em termos de t (espessura mínima da camada seca) de finido como sendo a mínima distância perpendicular do talude até a linha freática. As figura (09a) e (09b) são gráficos adimensionais da vazão normalizada ($q/K_h H$) e a espessura adimensional t/H em função de c/L , como mostrado na figura a apresentada com os gráficos.

Vê-se que a vazão em ambos os casos aumenta com os acréscimos no comprimento do filtro (tabela 1), devido aos aumentos nos gradientes hidráulicos. Esses valores praticamente coincidem com os teóricos, com pequenos desvios observados. As quantidades de água drenadas no caso isotrópico



(a)



(b)

FIG.-09 — GRÁFICOS PARA ESTIMATIVA DO COMPORTAMENTO DO FLUXO ATRAVÉS DO CORPO DA BARRAGEM. (a) $\frac{q}{K_h H} \times \frac{c}{L}$. (b) $\frac{f}{H} \times \frac{c}{L}$

sempre foram maiores que as do caso anisotrópico. Enquanto as diferenças de vazões entre os casos de isotropia e anisotropia são pequenas com os menores valores de c/L , as mesmas atingem valores de até 40 % para c/L igual 0,95. As curvas da figura (09b) apresentam taxas de crescimento descendentes de t/H versus c/L , tendo-se grandes aumentos em t com os valores iniciais do comprimento do filtro (tabela 2), atingindo valores praticamente constantes a partir de c/L igual a 0,75 para o caso isotrópico e 0,85 para o caso anisotrópico considerado. Assim podemos sugerir uma faixa mais eficaz para o comprimento para c/L entre 0,7 e 0,8 para o caso isotrópico e 0,8 a 0,9 para o caso anisotrópico.

4.2 - Avaliação de Perdas D'água de Canais

Durante o fluxo d'água em canais sem revestimento, as perdas d'água ocorrem devido a evaporação da superfície livre e pela percolação através do perímetro molhado. Estas perdas podem atingir valores muito altos até 25 a 50 % da água transportada para diversas finalidades de uso (por exemplo, canais de irrigação). Na determinação da capacidade de projeto de canais tem-se que levar em consideração estas perdas. Em comparação com as perdas por evaporação, as perdas por percolação são em geral mais altas, sendo que por evaporação não ultrapassam 7 a 10 % (Garg, 1981). Por isso deve-se estimar com precisão as perdas por percolação.

As perdas por percolação dependem de muitos fatores entre os quais podem ser citados os seguintes:

- a) Forma do canal, seja retangular, circular, etc.
- b) Permeabilidade do solo adjacente
- c) Estratificação do solo
- d) Qualidade da água transportada - com silte ou sem silte
- e) Perdas laterais devido a anisotropias.

Neste trabalho, estudou-se as perdas por percolação oriundas de canais em solos uniformes isotrópicos com camadas impermeáveis horizontais a profundidades D_i do fundo do canal, para diversos valores de D_w a distância L do centro do canal (vide figura 10), suficientemente distante para atingir o fluxo caracterizado por Dupuit.

A taxa de perdas por percolação I_s é expressa em termos de vazão por comprimento unitário do canal dividida pela largura de superfície W_s , resultando em uma grandeza com dimensão de velocidade. Para tornar esta grandeza adimensional, I_s é dividida pela permeabilidade K do solo. Esta representação facilita o relacionamento com a geometria do problema.

4.2.1 - Aspectos Teóricos

Para fins de comparação dos resultados do modelo eletroanalógico com as teorias existentes, foram escolhidas as de Dupuit-Fortchheimer e a de Ernst (Bouwer, 1969). Dupuit-Forchheimer estenderam a equação:

$$\frac{I_s}{K} = \frac{2 D_w}{W_s} \cdot \frac{H_w - \frac{1}{2} D_w}{L - \frac{1}{2} W_b} \quad (06)$$

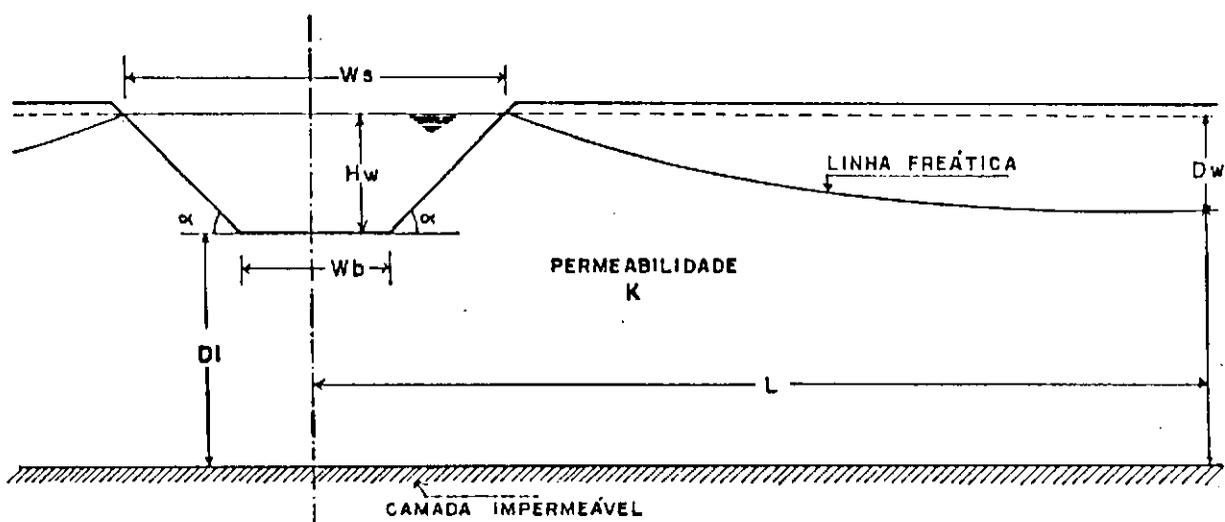


FIG.-10 GEOMETRIA E SÍMBOLOS PARA CANAIS EM UM SOLO HOMOGÊNEO ISOTRÓPICO SOBRE UMA CAMADA IMPERMEÁVEL.

válida para canais retangulares, para os canais de forma trapezoidal com camada impermeável a distância D_i do fundo do canal e sugeriram a seguinte equação:

$$\frac{I_s}{K} = \frac{2 D_w}{W_s} \cdot \frac{H_w + D_i - \frac{1}{2} D_w}{L - \frac{1}{4} (W_b + W_s)} \quad (07)$$

O gráfico $I_s/K \times D_i/W_b$ para vários valores de D_w/W_b (parâmetro de curva) de 0,25 ; 0,5 ; 1 e 2; com $\alpha = 45^\circ$ e $H_w/W_b = 1$ apresentado na figura (11) mostra linhas retas. Como foi dito pelos próprios autores a equação não é exata. O erro no cálculo de I_s/K aumenta com os aumentos correspondentes em D_i e a teoria diverge com D_i tendendo para o infinito.

Ernst (1962) analisou o fluxo em drenos abertos paralelos e considerou o fluxo total do sistema dos canais em três componentes: fluxo vertical, fluxo horizontal e fluxo radial. Para cada componente do sistema de fluxo ele sugeriu equações para a vazão e a perda de carga. A perda de carga total é considerada como a soma das perdas de cada componente resultando na equação abaixo:

$$\frac{I_s}{K} = \frac{D_w/W_s}{(1/\pi) \ln (D_i + H_w) / wp + \frac{1}{2} L / (D_i + H_w - \frac{1}{2} D_w)} \quad (08)$$

onde wp é o perímetro molhado.

A teoria de Ernst leva em consideração os aumentos em I_s/K com os aumentos em D_i com tendência a horizontalidade das curvas para maiores valores de D_i (vide figura 11) .

A equação (08) para canais rasos, onde $W_s \gg H_w$, pode ser escrita com maior precisão na seguinte forma:

$$\frac{I_s}{K} = \frac{D_w/W_s}{\frac{(1/\pi) \ln 4(D_i + H_w)}{\pi \cdot W_s} + \frac{1}{2} L / (D_i + H_w - \frac{1}{2} D_w)} \quad (09)$$

4.2.2 - A Solução do Modelo

Montou-se o modelo do canal nas condições da figura no painel eletroanalógico bidimensional com as seguintes dimensões:

Dimensões fixas:

$$H_w = 20 \text{ cm} ; W_b = 20 \text{ cm} ; \alpha = 45^\circ$$

$$L = 200 \text{ cm} ; W_s = 60 \text{ cm}$$

Dimensões variáveis:

$$D_w = 5 \text{ cm} ; 10 \text{ cm} ; 20 \text{ cm} ; 40 \text{ cm}$$

$$D_i = 20 \text{ cm} ; 40 \text{ cm} ; 60 \text{ cm} ; 80 \text{ cm} ; 100 \text{ cm} ;$$

$$110 \text{ cm} ; 120 \text{ cm}$$

Valor dos resistores usados: 5,1 K Ω

Malha de resistores: 5 cm x 5 cm (modelo) =

1m x 1m (protótipo)

Fator de escala de potencial: 2 volts/m

A vazão por unidade de área q , foi avaliada pela seguinte expressão (derivada do fator de equivalência de fluxo Eq):

$$q = \frac{2 K.H.A_x.r_x}{R} \quad (10)$$

onde:

R - resistência total do modelo (Ω)

r_x - resistividade elétrica ($5,1 \times 10^3 \Omega/0,05 \text{ m}$)

A_x - área da seção transversal = $\Delta z \cdot l = 0,05 \text{ m}^2$ (de cada elemento).

H - carga hidráulica no protótipo (m)

K - permeabilidade do solo (m/s)

$$q = I_s \cdot W_s \cdot l \quad (\text{m}^2/\text{s})$$

Variando os valores de D_w e D_i com as outras dimensões fixas, estudou-se o comportamento de I_s/K com o parâmetro adimensional D_i/W_b para vários valores de parâmetros das curvas D_w/W_b .

4.2.3 - Experimentos e Análise dos Resultados

Os resultados obtidos com o modelo eletroanalógico foram comparados com os resultados das teorias de Dupuit-Forchheimer e de Ernst para os valores de $D_w/W_b = 0,25$; 0,5 ; 1 e 2 ; e D_i/W_b variando de 1 a 5,5 com interpolações e extrapolações feitas quando necessárias.

A figura 12 representa equipotenciais e a linha freática obtida com o modelo e as dimensões mencionadas, para o caso de $D_i/W_b = 1$ e $D_w/W_b = 0,25$ dando o valor de I_s/K igual a 0,038. Assim os demais valores foram preenchidos na tabela 3 e representados no gráfico da figura 11.

TABELA 3

VALORES DE I_s/K OBTIDOS PELA TEORIA D - F, ERNST
E MODELO ELETROANALÓGICO PARA O CANAL TRAPEZOIDAL
ESTUDADO. ($\alpha = 45^\circ$; $H_w/W_b = 1$)

D_i/W_b	D_w/W_b											
	0,25			0,5			1			2		
	D - F	ERNST	MODELO	D - F	ERNST	MODELO	D - F	ERNST	MODELO	D - F	ERNST	MODELO
1,00	0,035	0,032	0,038	0,065	0,059	0,068	0,111	0,102	0,109	-	-	-
2,00	0,053	0,046	0,054	0,102	0,088	0,100	0,185	0,160	0,175	0,296	0,259	0,262
3,00	0,072	0,057	0,067	0,139	0,111	0,127	0,259	0,209	0,229	0,444	0,363	0,384
4,00	0,090	0,066	0,077	0,176	0,129	0,149	0,333	0,247	0,276	0,592	0,448	0,482
5,00	0,109	0,072	0,086	0,213	0,143	0,169	0,407	0,276	0,309	0,741	0,514	0,555
5,25	0,113	0,074	-	0,222	0,146	0,173	0,426	0,282	0,318	0,778	0,528	0,571
5,50	0,118	0,075	-	0,231	0,148	-	0,444	0,288	0,327	0,815	0,541	0,588
6,00	0,127	0,077	-	0,250	0,153	-	0,481	0,299	-	0,889	0,565	-

PARÂMETRO DA CURVA: Dw / Wb

----- TEORIA D-F
 -.-.-.- ERNST
 ———— MODELO ELETROANALÓGICO

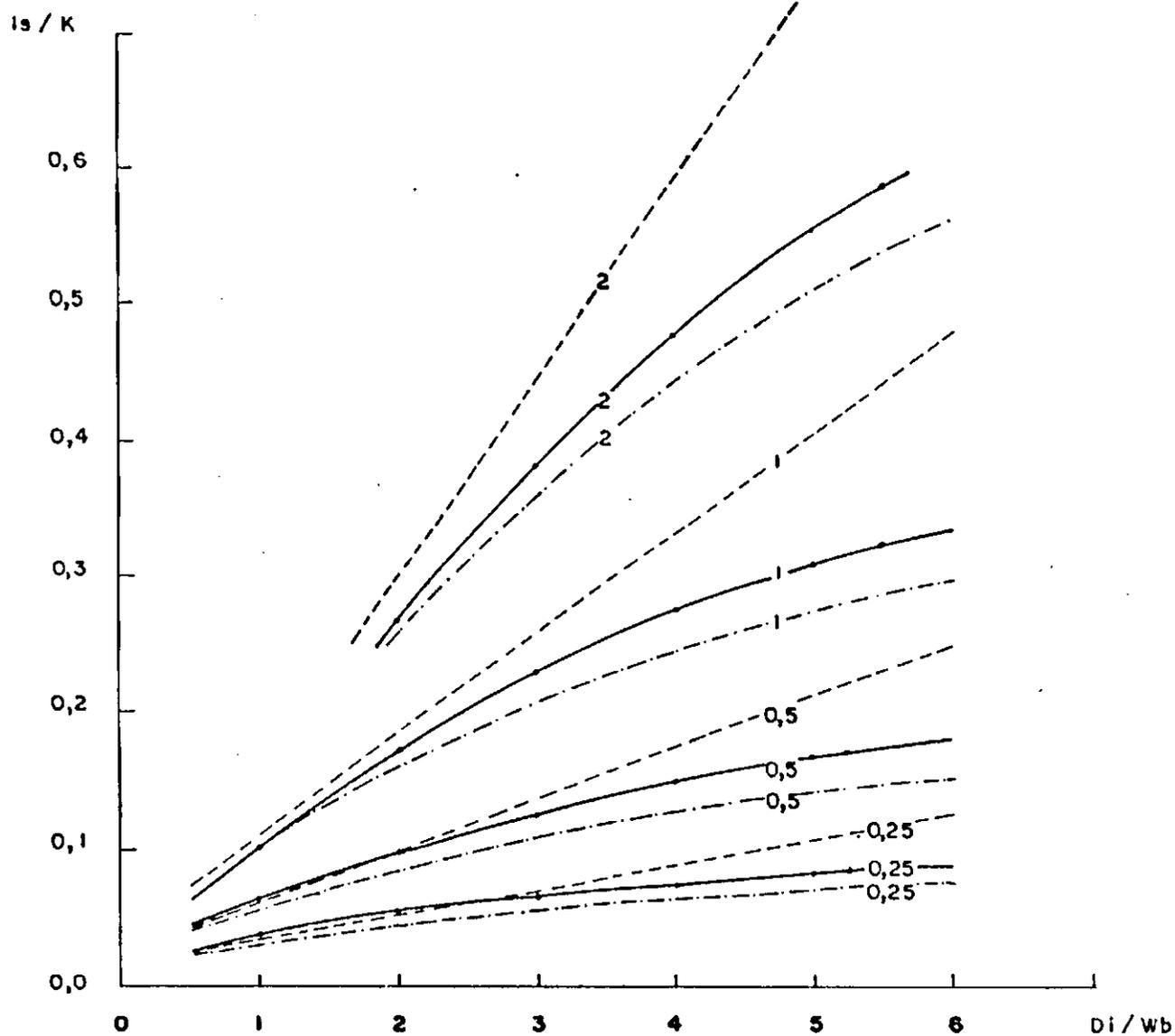


FIG.-11 COMPARAÇÃO DAS SOLUÇÕES DE ERNST, D-F E DO MODELO ELETROANALÓGICO PARA O CANAL TRAPEZOIDAL ESTUDADO-
 ($\alpha = 45^\circ$; $Hw / Wb = 1$)

Observa-se que os valores obtidos com os três métodos concordam bem entre si até um certo limite de D_i/W_b , depois do que as divergências são significativas. A diferença entre os valores para o caso da curva de Dupuit-Forchheimer é ainda maior para maiores valores de D_i/W_b e também D_w/W_b . A explicação para essa divergência é evidente uma vez que existem muitas inconsistências na teoria de Dupuit-Forchheimer. Assim, a aproximação de Dupuit-Forchheimer não representa o caso real.

Enquanto as curvas obtidas com a equação de Dupuit-Forchheimer são linhas retas que se aproximam de valores infinitos para grandes valores de D_i/W_b , no caso de Ernst como também no modelo, há uma tendência de se chegar a valores praticamente constantes de I_s/K para altos valores de D_i/W_b . Pode-se então inferir que exceto para o caso de Dupuit-Forchheimer, nos demais casos I_s/K tem aumentos praticamente lineares no início, para cada D_w/W_b até D_i/W_b igual a 2 mas com taxas decrescentes a partir desse valor. Observa-se também que um rebaixamento geral da linha freática resultará em significativos aumentos nas perdas por percolação somente quando o nível freático inicial situar-se consideravelmente abaixo da superfície livre do canal.

Com os valores do modelo, D_w é ainda pequeno para provocar grandes gradientes hidráulicos (vide figura 10).

Bouwer (1969) citou um caso onde as perdas são significativas quando as profundidades D_w inicialmente são iguais ou maiores do que $3 W_s$. Assim, com D_w sendo muito maior do que os anteriores, os gradientes hidráulicos excessivamente grandes causam valores de I_s/K altos. Uma vez que I_s/K é

função da vazão perdida as perdas d'água aumentam.

Nos casos considerados as perdas não atingiram valores tão grandes devido aos valores de D_w/W_b não excederem o valor de 2.

4.3 - Influência de Barreiras Impermeáveis na Produtividade de Poços

As equações de Thiem e Dupuit-Thiem para aquíferos confinados e livres respectivamente em regime permanente e as equações do regime não equilibrado de Thies são deduzidas com a suposição de que os aquíferos têm extensão infinita, o que realmente não acontece na natureza. Com efeito, acidentes geológicos e morfológicos de natureza variada limitam os aquíferos reais, causando distorções nos cones de depressão no círculo de influência dos poços de bombeamento.

O caso discutido neste ítem refere-se a condição de regime permanente de aquíferos confinados com formações impermeáveis as quais tendem a reduzir a produção líquida com parada com a do aquífero homogêneo. A eficácia do sistema é mostrada comparando-se casos com barreiras impermeáveis de formas regulares no aquífero contribuinte e outros casos, incluindo o caso de uma barreira radial com uma extremidade tangente ao círculo de influência.

4.3.1 - Considerações Téóricas

Thiem (1906) foi um dos primeiros pesquisadores a utilizar dois ou mais piezômetros para determinar a condutividade hidráulica de um aquífero. Ele mostrou que para as seguintes condições:

- aquífero com área praticamente infinita;
 - aquífero homogêneo, isotrópico e de espessura constante em toda a área de influência, confinado;
 - bombeamento com taxa constante;
 - poço com penetração completa no aquífero recebendo fluxo horizontal em todo o seu contato com o mesmo;
 - antes do bombeamento, a superfície piezométrica permanece horizontal no aquífero;
- a descarga pode ser expressa por:

$$Q = \frac{2\pi KD(h_2 - h_1)}{\ln(r_2/r_1)} \quad (11)$$

onde:

Q - descarga do poço (L^3T^{-1})

KD - transmissibilidade do aquífero (L^2T^{-1})

r_1 e r_2 - respectivas distâncias dos piezômetros ao poço (L)

h_1 e h_2 - respectivas elevações do nível d'água nos piezômetros (L)

Constrõe-se com dados de um teste de bombeamento curvas de rebaixamento-tempo para cada piezômetro, nota-se que depois de decorrido um determinado tempo, as curvas dos

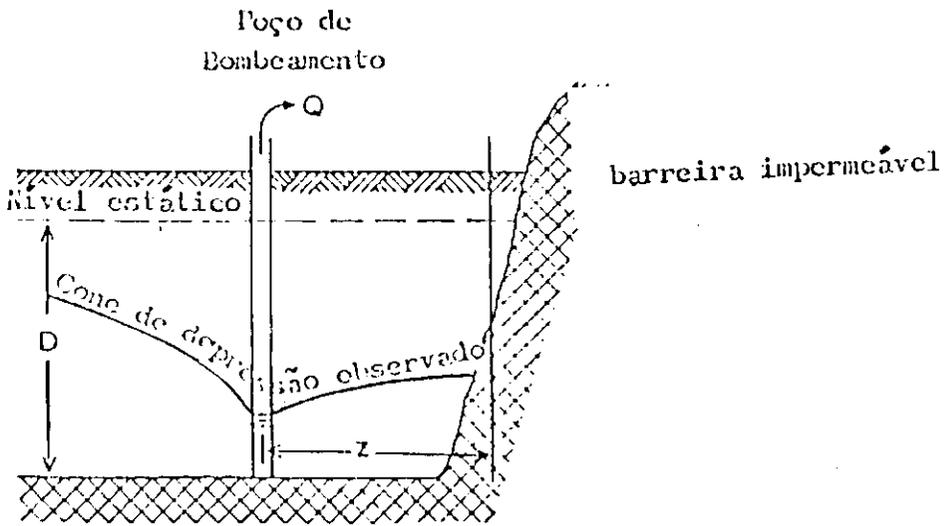
diferentes piezômetros permanecem paralelas. Significa que o gradiente está constante e que o fluxo no aquífero pode ser considerado como permanente. Assim, é possível aplicar a equação 11 com razoável precisão.

A presença de fronteiras impermeáveis nos aquíferos invalidam a aplicação da equação 11. Utiliza-se, então o chamado método das imagens virtuais para calcular a influência de tais limites dos aquíferos, no escoamento para os poços. No caso particular de uma barreira impermeável limitando a extensão horizontal de um aquífero, este efeito pode ser simulado pela colocação de um poço imagem no lado oposto à barreira à mesma distância que existe entre o poço e a barreira. O poço imagem (fig. 13) neste caso deverá "retirar" do aquífero uma descarga igual a vazão do poço real.

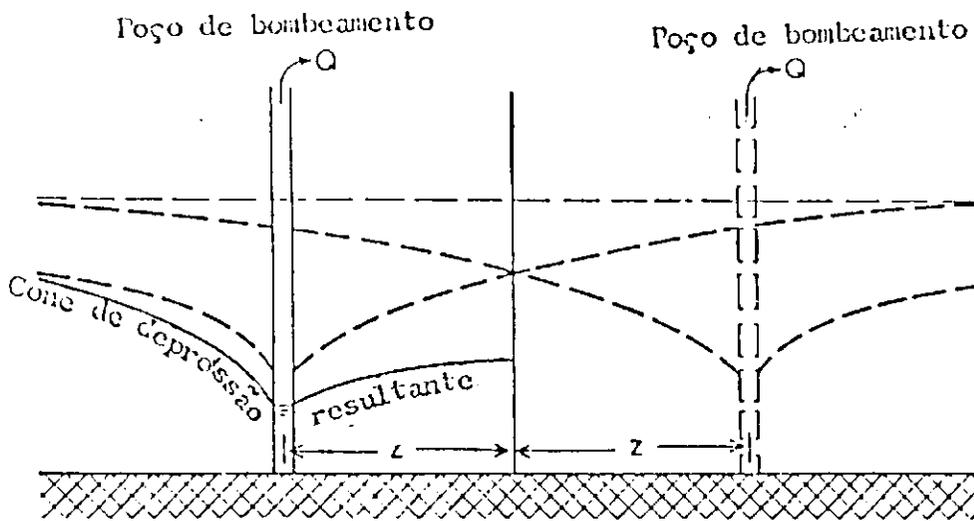
Uma fronteira impermeável influi na descarga de um poço por retardamento ou parada da expansão do cone de depressão. Assim, as variações na inclinação da curva de recarga indicam a presença de limites. A análise de tais variações a partir de poços de observação múltiplas, também permite a localização de contornos impermeáveis.

4.3.2 - A Simulação do Aquífero

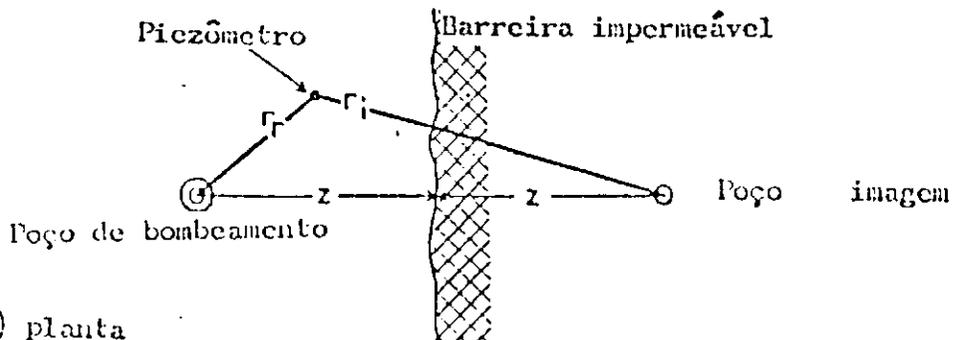
A malha da figura 14.a representa um aquífero confinado homogêneo e isotrópico com raio de influência r_i , bombeando com uma taxa de Q , enquanto as figuras 14.b a 14.d mostram o aquífero com barreiras impermeáveis a $1/6 R$, $1/2 R$ e $5/6 R$ do centro, com largura de $R/6$ e comprimento de $2/3R$.



a) Seção transversal real



b) Seção transversal do Sistema substituto



c) planta

Fig. 13 - Seção transversal esquemática e planta de um aquífero (a) e (c), sistema equivalente com um poço imagem (b)

A figura 14.e é um caso singular com barreira radial com a mesma geometria mas com extremidade tangenciando a periferia.

Embora condições não permanentes possam ser estudadas com a mesma malha, os casos aqui discutidos são com condições permanentes com malha de 5 cm X 5 cm de resistores de 51 Ω que representam uma área de 5 m X 5 m no campo. A correspondência entre a vazão Q, a carga hidráulica H e permeabilidade K e a corrente elétrica I, potencial V e inverso da resistência 1/R foi feita e os seguintes valores adotados:

Fator de escala de potencial = 5,71 V/6 m

Resistores usados = 51 Ω

Malha = 5cm X 5cm no modelo = 5m X 5m no campo

Voltagem na periferia = 5,71 V = Carga na periferia =
6 m

Voltagem no centro = 3,43 V = 3,6 m (60 % do valor da
periferia)

Valor dos capacitores = 10 μ F

Número de nós sem barreiras = 144

Número de nós com barreiras = 140

Comprimento da barreira = 20 cm (modelo) = 20 m (campo)

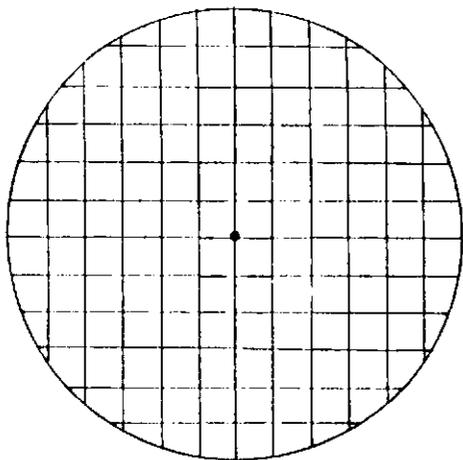
Largura da barreira = 5 cm (modelo) = 5 m (campo)

Máxima corrente obtida no aquífero homogêneo = 84,2
mA , correspondente a vazão Q_{11} .

4.3.3 - Análise e Discussão dos Resultados

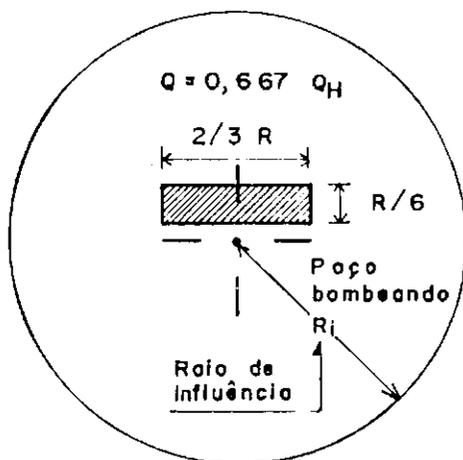
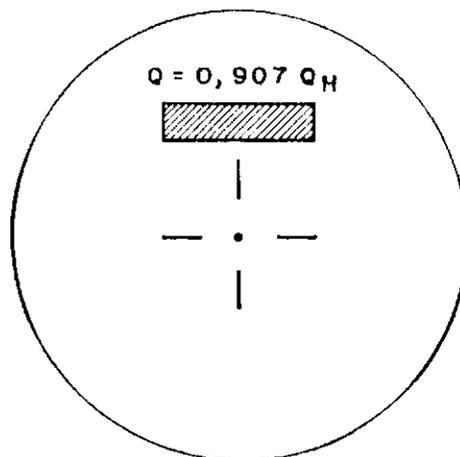
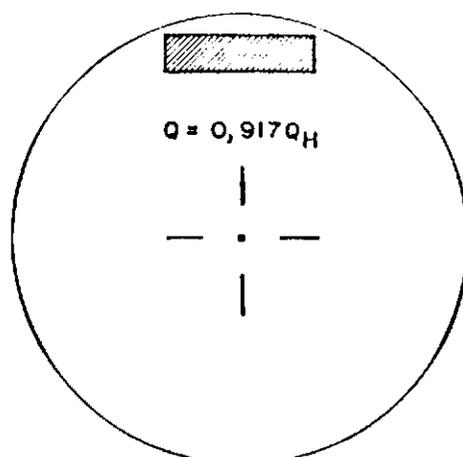
Os resultados obtidos do modelo RC nos ensaios com e sem barreiras estão apresentados na tabela 4.

a) POÇO EM AQUÍFERO HOMOGÊNEO



Vazão

$$Q_H = Q_{\text{HOMOGÊNEO}}$$

b) BARREIRA A $R/6$ c) BARREIRA A $R/2$ d) BARREIRA A $5/6 R$ 

e) BARREIRA NA DIREÇÃO RADIAL

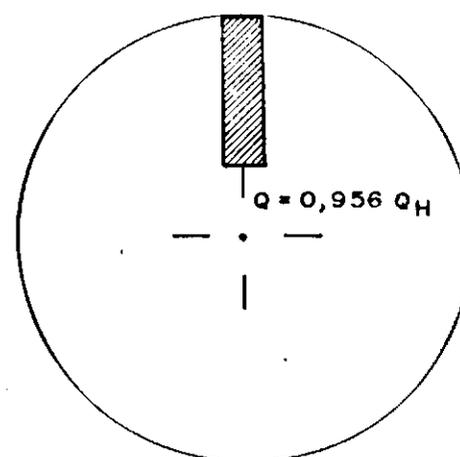


FIG. 14 - ESQUEMA PARA ESTUDO DA VARIAÇÃO DA VAZÃO COM DIVERSAS POSIÇÕES DA BARREIRA IMPERMEÁVEL.

TABELA 4

CARACTERÍSTICAS DE FLUXO HIDRÁULICO E ELÉTRICO DO MODELO

CARACTERÍSTICA	Aquífero Homogêneo	Barreira à Distância X do Centro			Barreira Radial
		X=R/6	R/2	5/6 R	
1. Vazão, m ³ /h	Q _H	0,667 Q _H	0,907Q _H	0,917Q _H	0,956Q _H
2. Voltagem Perifé- rica, V	5,71	5,71	5,71	5,71	5,71
3. Voltagem no Centro do Aquífero = 60% da Periferia, V	0,6x5,71	3,43	3,43	3,43	3,43
4. Carga Hidráulica na Periferia, m	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0
5. Carga Hidráulica no centro, m	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
6. Corrente no Centro do Aquífero, mA	84,2	56,2	76,4	77,2	80,5

Para fins de comparação, o rebaixamento no poço foi conservado constante a $5,71 - 3,43 = 2,28$ V o qual corresponde de uma carga hidráulica de $6,0 - 3,6 = 2,4$ m. A vazão para este rebaixamento foi calculada para cada um dos casos considerados (fig. 14 a - e).

Observa-se na tabela 4 que a vazão máxima conseguida foi Q_H no caso do aquífero homogêneo. Nos demais casos (figuras 14 b - e) a vazão foi diminuindo com a colocação das barreiras na área de influência do poço. Para o caso com barreiras a $R/6$ do centro a redução na vazão foi máxima atingindo um valor de 33,3 % da vazão original deixando uma vazão de apenas $0,667 Q_H$. No entanto, aumentando-se a distância da barreira ao centro de $R/6$ a $R/2$ e $5/6 R$ a produção recuperou-se para valores correspondentes a 90,7 % e 91,7 % do valor original. Assim a posição e a orientação das barreiras influenciaram consideravelmente na produtividade do poço. No caso da barreira radial com mesma geometria das demais com extremidade tangenciando a periferia, observou-se que esta não provoca praticamente nenhuma redução no rendimento do poço, diminuindo somente 4,4 % do valor original de Q_H . Portanto, as barreiras transversais à direção radial na área de influência do poço provocam maiores reduções na produção do que a barreira radial com mesma geometria.

CAPÍTULO V

APLICAÇÃO DOS MODELOS A PROBLEMAS PRÁTICOS

Neste capítulo, os modelos eletroanalógicos foram utilizados para resolver problemas de campo, reais, de algumas estruturas existentes no Estado da Paraíba.

As estruturas escolhidas foram: dique de terra e o canal do sistema hidráulico da Aquamaris Aquacultura Ltda, empresa que explora o cultivo de camarões em cativeiro, com 180 ha de área útil de viveiros com lâmina d'água média de 1,0 m e renovação diária de água de 10 % do volume total. Os viveiros são abastecidos com água captada dos rios Paraíba e Mandacarú do Meio, através de canais sem revestimento, sujeitos pois a perdas por percolação e evaporação. O empreendimento está situado na localidade denominada Baixo Mandacarú, às margens do rio Paraíba, Lat. s $7^{\circ}04'30''$ e $34^{\circ}52'00''$ Long. w, a 3 km de João Pessoa, Pb. (Fig. 15).

Para aplicação do modelo em simulação de poços, foi escolhido o poço de captação PT3 da CAGEPA - Companhia de Águas e Esgotos da Paraíba, no município de Catolé do Rocha, na estação de captação de águas subterrâneas às margens do riacho Agon, coordenadas $6^{\circ}20'20''$ Lat.s e $37^{\circ}47'53''$ Long. w, (Fig. 16).

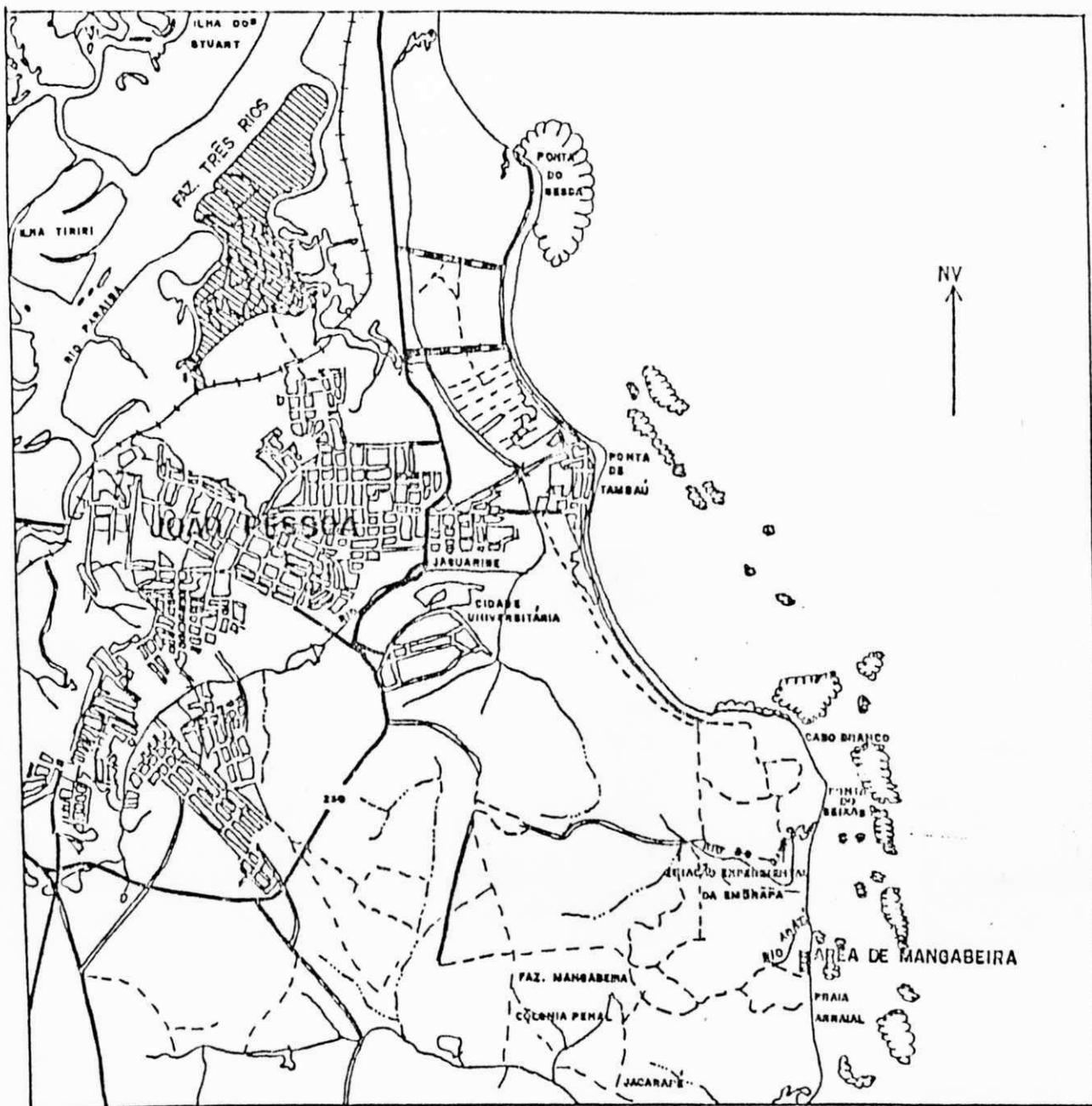


FIG. 15 - MAPA DE LOCALIZAÇÃO
 ESCALA 1:100.000
 (SEGUNDO AQUAMARIS AQUACULTURA LTDA, 1984)

CONVENÇÕES

RODOVIA COM DUAS OU MAIS VIAS	
ESTRADA COM REVESTIMENTO SOLTO	
CAMINHOS	
RIO, RIACHO	
RECIFE ROCHOSO	
ÁREAS DO PROJETO	

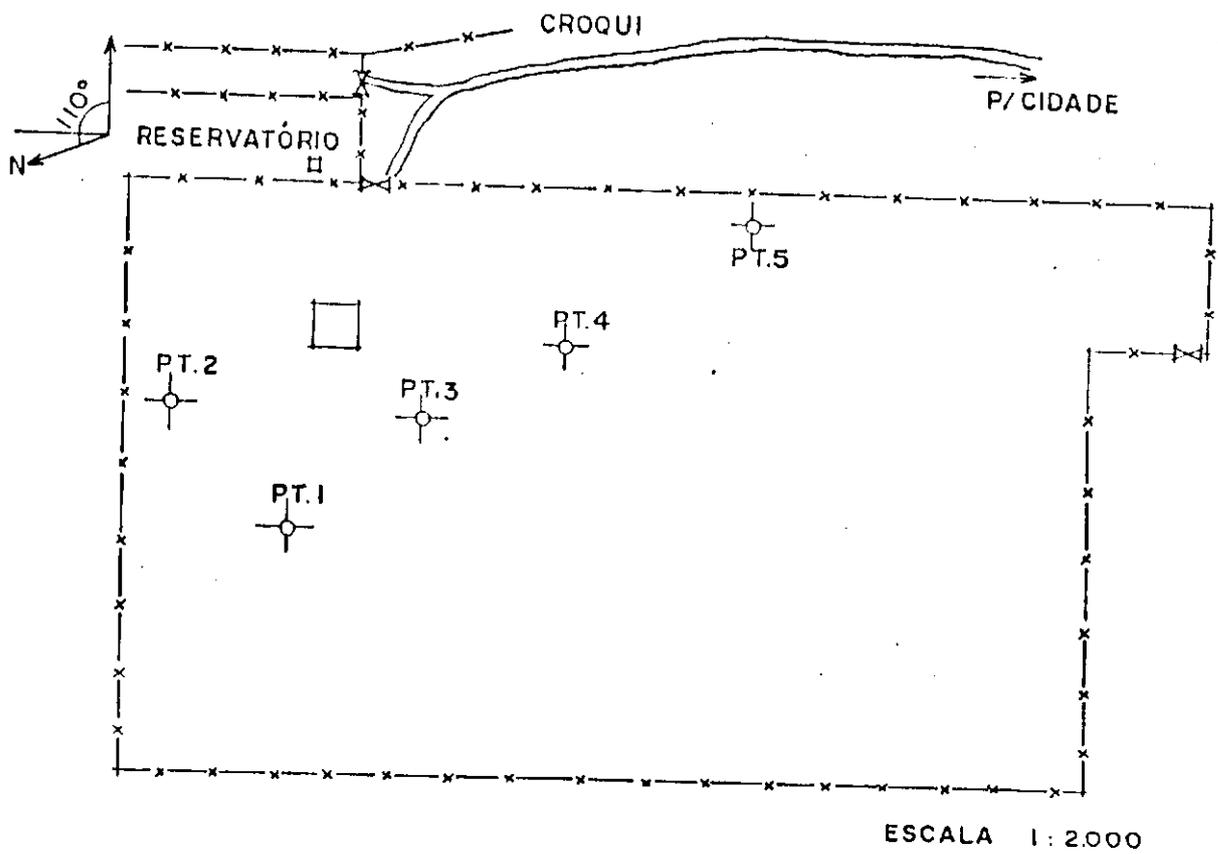
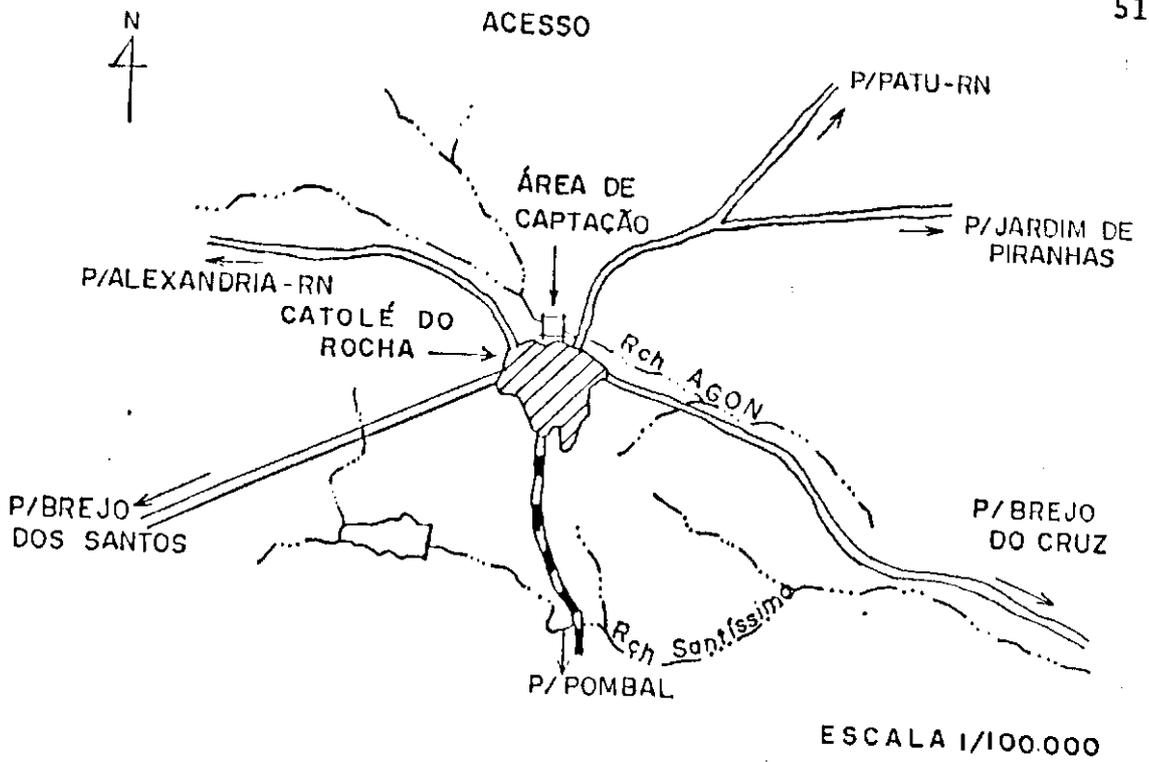


FIG. 16 - Mapa mostrando área de captação da CAGEPA em Catolé do Rocha-PB (Segundo SUDENE)

5.1 - Percolação em um Dique de Terra

Com referência ao dique homogêneo isotrópico da figura 17, implantou-se um modelo eletroanalógico de resistores com as seguintes características:

Resistores utilizados : 5,1 K Ω

Voltagem a montante : 1,6 V

Voltagem a jusante : 0 V

Razão de escala : 1/20

Fator de equivalência de potenciais: 1 V/m

Resistência total medida no modelo : 12,64 x 10³ Ω

Resistividade elétrica : 5,1 x 10³ $\Omega/0,05$ m

Área da seção transversal de cada elemento : $\Delta z \cdot l = 0,05$ m²

Carga hidráulica no protótipo : 1,60 m

Aplicando estes dados na equação (05), tem-se

$$q/K = \frac{1,60 \cdot 0,05 \cdot (5,1 \times 10^3 / 0,05)}{12,64 \times 10^3} = 0,645 \text{ m}$$

assim, com $K = 2,7 \times 10^{-9}$ m/s a vazão percolada por unidade de comprimento do dique é:

$$q = 0,645 \cdot 2,7 \times 10^{-9} = 1,74 \times 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s/m}$$

que é uma perda considerada desprezível na prática comum da engenharia. Na verdade, com esta baixa permeabilidade do solo era de se esperar perdas de tão pequeno valor.

Para efeito de comparação, calculou-se a percolação

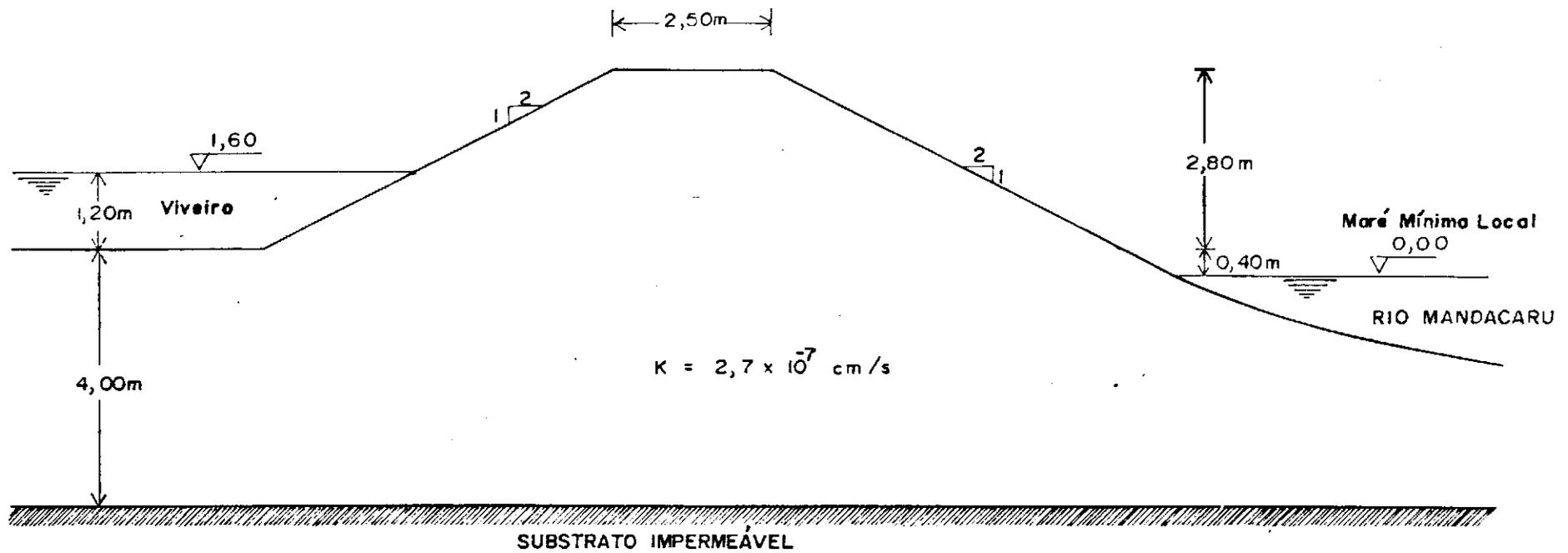


FIG. 17 - SEÇÃO TIPO DO DIQUE PERIMETRAL DA AQUAMARIS AQUACULTURA LTDA.

pela equação de Dupuit,

$$q/K = \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2L} \quad (12)$$

onde:

L - comprimento da projeção horizontal da linha freática no interior da barragem (ou dique)

h_1 - carga hidráulica a montante

h_2 - carga hidráulica a jusante

K - permeabilidade do maciço da barragem

q - vazão percolada através do maciço e fundação da barragem.

Tem-se

$$q/K = \frac{(5,20^2 - 3,60^2)}{2 \cdot 11,2} = 0,629 \text{ m}$$

resultado bem próximo ao do conseguido com o modelo.

5.2 - Perdas de Água em um Canal não Revestido

O canal não revestido representado na figura 18 trata-se de um canal principal de abastecimento de água aos viveiros, em um solo considerado isotrópico e homogêneo. Já que se trata de um arranjo simétrico implantou-se um lado de simetria no modelo por motivos práticos, com as seguintes características:

Resistores utilizados : 5,1 K Ω

Voltagem a montante : 1,85 V

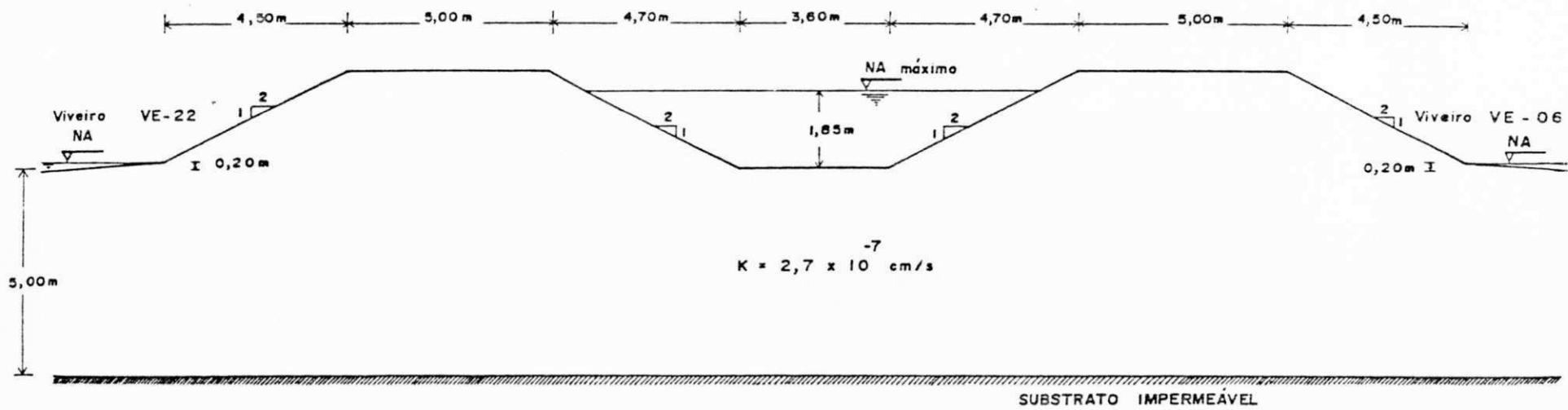


FIG. 18 - SEÇÃO TRANSVERSAL DO CANAL PRINCIPAL DE ABASTECIMENTO DA AQUAMARIS AQUACULTURA LTDA.

Voltagem a jusante : 0,20 V

Razão de escala : 1/20

Fator de equivalência de potenciais : 1 V/m

Resistência total medida no modelo : 10,8 K Ω

Área de seção transversal de cada elemento : $\Delta z \cdot l = 0,05 \text{ m}^2$

Resistividade elétrica : $5,1 \times 10^3 \Omega/0,05 \text{ m}$

Carga hidráulica do protótipo : 1,5 m.

Aplicando a equação (10), tem-se

$$q/K = \frac{2 \cdot 1,65 \cdot 0,05 \cdot (5,1 \times 10^3 / 0,05)}{10,8 \times 10^3} = 1,558 \text{ m}$$

e com $K = 2,7 \times 10^{-9}$, $q = 4,21 \times 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$ por metro de comprimento de canal, que é desprezível.

Usando a equação (09), de Ernst, para as condições do protótipo, tem-se

$$I_s/K = \frac{1,65/11,00}{(1/\pi) \ln \frac{4(5,00+1,85)}{\pi \cdot 11,00} + \frac{1}{2} \cdot 16,00/(5,00+1,85-1/2 \cdot 1,65)} \dots$$

$\therefore I_s/K = 0,119$ e $q/K = 1,316 \text{ m}$, que é um pouco inferior ao resultado do modelo, como esperado.

5.3 - Simulação de um Poço

Para a simulação do poço PT3 da CAGEPA no modelo eletroanalógico R-C, foram utilizados os seguintes valores:

Resistores utilizados : $5,1 \times 10^3 \Omega$

Voltagem na periferia : 5,71 V

Voltagem no centro : 4,68 V

Fator de escala de potenciais : 1 V/m

Capacitores utilizados : 10 μ F

Resistência total do modelo : 5,25 K Ω

Transmissibilidade do aquífero: $2,65 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$

(figura 19).

Coefficiente de armazenamento : 0,1

O aquífero é não confinado.

Temos que:

$$E_p = 1 \text{ V/m}$$

$$E_r = \frac{1}{2,65 \times 10^{-3} \cdot 5,1 \times 10^3} = 0,074 \text{ s/m}^2 \cdot \Omega$$

$$E_q = \frac{1}{0,074} = 13,51 \text{ m}^3/\text{Coulomb}$$

$$i = \Delta V/R \quad \therefore \quad i = (5,71 - 4,68)/5,25 \times 10^3 \text{ A}$$

$$Q = 13,51 \cdot 1,96 \times 10^{-4} = 2,65 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$= 9,54 \text{ m}^3/\text{h}$$

Utilizando a fórmula de Dupuit-Thiem

$$Q = \pi K \frac{h^2 - h_w^2}{\ln(r/r_w)}$$

e $K = T/D$

com:

Q - vazão (m^3/s)

K - permeabilidade do aquífero (m/s)

h e h_w - altura piezométrica a uma distância r do poço e altura piezométrica no poço, respectivamente

r_w - raio do poço

D - espessura média do aquífero;

para (dados do teste de bombeamento) :

$$r_w = 0,075 \text{ m} \quad ; \quad r = 40 \text{ m}$$

$$h = 5,54 \quad ; \quad h_w = 4,68$$

$$K = 2,65 \times 10^{-3} / 5,71 = 4,64 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

tem-se

$$Q = \pi \cdot 4,64 \times 10^{-4} \cdot \frac{(5,54^2 - 4,68^2)}{\ln(40/0,075)} = 2,04 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$= 7,34 \text{ m}^3/\text{h}$$

Vazão bombeada durante o teste de bombeamento: 7,20 m³/h.

O resultado encontrado no modelo diferiu de aproximadamente 32 % dos calculados pela fórmula de Thiem e do teste de bombeamento.

Algum erro era de se esperar, como já tem sido dito por diversos autores (Palacios, 1973), pois a voltagem medida no nó onde se reproduz a ação de um poço de bombeamento, não é correspondente com o abatimento do nível piezométrico nos aquíferos livres. Isto se deve a que a malha de resistores que conduz o fluxo elétrico não leva em conta o encurvamento das linhas de corrente e a respectiva perda de potencial. Para considerar esta, Prickett sugeriu intercalar várias resistências em série entre o nó correspondente de bombea

$$T = \frac{7,20 \cdot 24 \cdot 4}{4 \cdot 11 \cdot 0,12} = 229,18 \text{ m}^2/\text{dia}$$

$$S = \frac{4 \cdot 229,18 \cdot 6 \times 10^2}{5,4 \times 10^3} = 0,102$$

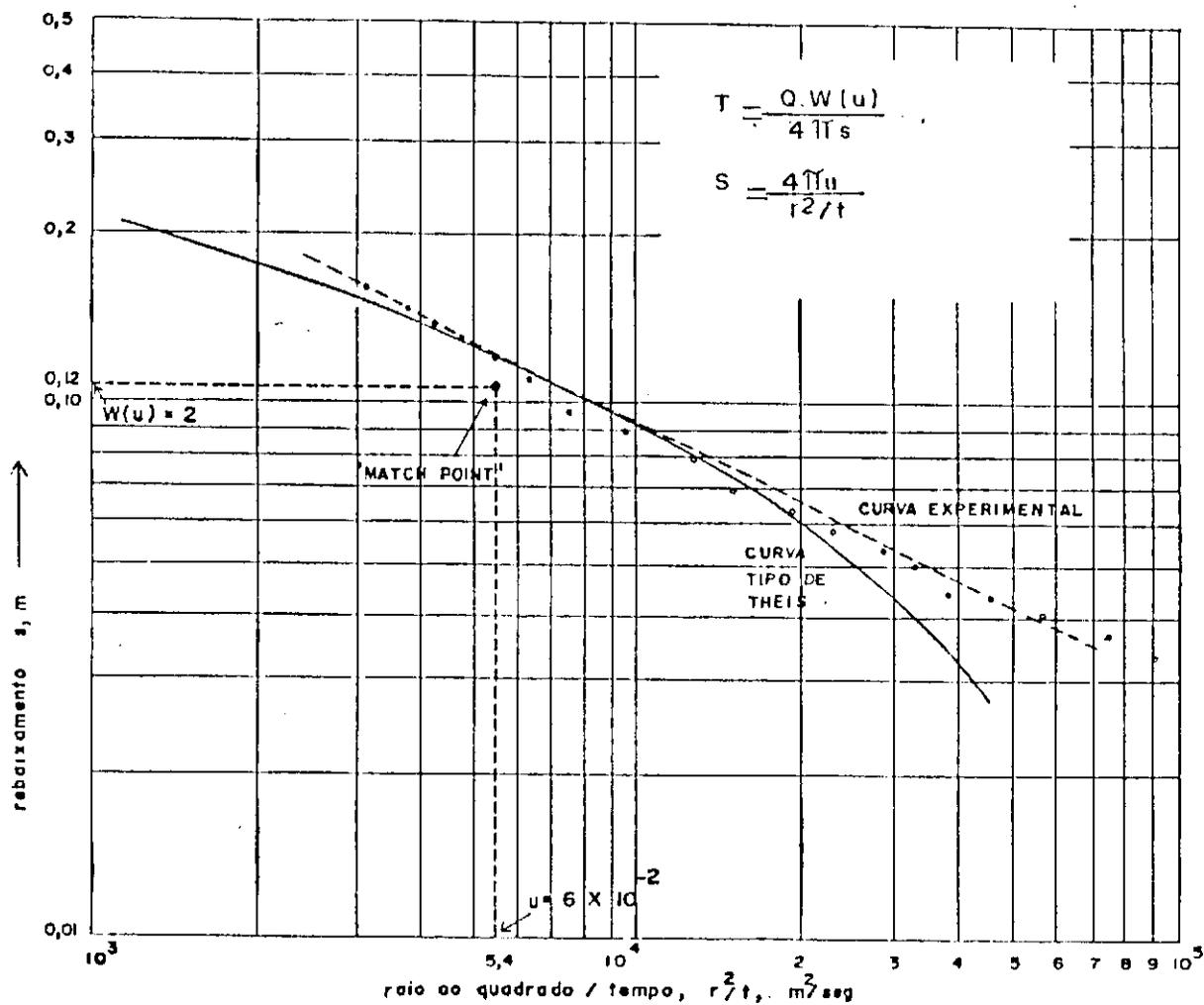


FIG. 19 - SUPERPOSIÇÃO DOS RESULTADOS DO TESTE DE BOMBEAMENTO DO POÇO PT3 (CAPTAÇÃO CAGEPA - CATOLÉ DO ROCHA - Pb), COM A CURVA TIPO DE THEIS.

mento e as da malha. No modelo implantado, não foi possível colocar estas resistências porque não se dispõe de resistores com os valores sugeridos por Prickett.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 - Conclusões

Os modelos eletroanalógicos serviram bem como uma ferramenta para analisar os sistemas bidimensionais como o caso das barragens de terra e sistemas tridimensionais como o do bombeamento em aquíferos. Podem ser usados também para prever mudanças de níveis freáticos em aquíferos reais, barragens de terra, canais não revestidos e outras estruturas.

No estudo da efetividade de filtros horizontais em barragens de terra, foram estabelecidos critérios para o comprimento de dreno horizontal eficiente para casos de isotropia e anisotropia. Para o caso isotrópico a faixa mais eficaz foi determinada para c/L entre 0,7 e 0,8, enquanto para o caso anisotrópico considerado, a faixa sugerida foi de 0,8 a 0,9. Como um indicador da estabilidade da barragem de terra, foi sugerida a razão t/H , sendo a estrutura mais estável para maiores valores de t/H .

Na avaliação de perdas em canais não revestidos, os resultados do modelo foram comparados com os das teorias de Dupuit-Forchheimer e Ernst. Os gráficos que mostram as taxas

de perda por percolação e D_i/W_b (parâmetros geométricos dos canais) para cada D_w/W_b (parâmetros de curva) mostram melhor concordância com a teoria de Ernst de que com a teoria de Dupuit-Forchheimer. A razão para esta divergência foi explicada em função das simplificações existentes na teoria de Dupuit-Forchheimer.

A respeito do estudo sobre a influência de barreiras impermeáveis nos aquíferos confinados, a resposta hidráulica ao bombeamento foi avaliada para várias posições e orientações. Enquanto a barreira colocada mais próxima do poço reduziu a vazão em mais de 33 % da vazão para aquífero homogêneo, na posição mais afastada considerada a vazão conservou-se de 91,7 % do valor original, mostrando a necessidade de se evitar barreiras no campo de produção, através do conhecimento geológico da região, para fins de obtenção de melhor rendimento para os poços. No caso da barreira radial posicionada a partir da periferia, a diminuição da vazão em relação à original foi muito pequena, com apenas 4,4 % de redução. O estudo mostrou a viabilidade de se incorporar no modelo as condições diversas existentes no campo.

Enquanto em alguns casos os resultados dos modelos concordaram muito bem com outras teorias válidas para dados de campo, em outros estes devem ser usados com cautela devido a certas limitações inerentes a estes tipos de modelo, por exemplo, a escolha de resistências e capacitores, simulação da forma geométrica da região estudada no campo, variações da permeabilidade no interior dos aquíferos, incorporação precisa de barreiras impermeáveis e fontes de recarga, etc. No entanto, os resultados obtidos neste estudo são razoavelmente

aceitáveis.

6.2 - Recomendações

As malhas dos modelos eletroanalógicos representando elementos descritos com nós distanciados de 2 a 20 m (no protótipo), simulam um conjunto de equações diferenciais que governam o fluxo subterrâneo nas referidas estruturas. Como uma verificação dos resultados obtidos neste trabalho, podem ser aplicados modelos matemáticos mais sofisticados como diferenças finitas e elementos finitos com a ajuda de computadores digitais, o que não pôde ser feito devido às limitações de tempo.

Enquanto nos problemas estudados foram implantadas geometrias simples a fim de demonstrar o uso dos modelos eletroanalógicos, sugere-se para futuras pesquisas a implantação de geometrias mais complexas nos modelos, como barreiras irregulares e fontes de recarga superficial e subterrânea, com melhor conhecimento das condições geológicas do campo através de estudos geofísicos.

Nos problemas estudados foi considerado regime permanente seja nas barragens de terra ou nos aquíferos confinados. A dificuldade para o estudo de problemas em condições variáveis no modelo foi devido a falta de aparelhos adequados para registrar fenômenos transitórios como osciloscópio, gerador de ondas, sistema de aquisição de dados e maior quantidade de multímetros. Com estes aparelhos pode-se estudar fenômenos como rebaixamento brusco de níveis

de reservatórios com repercussões sobre níveis freáticos em barragens de terra, fluxo não estabelecido em aquíferos livres e confinados, bombeamento simultâneo com diversos arranjos de poços, etc.

Com a disponibilidade de potenciômetros de diferentes faixas e capacitores mais diversificados, poderia se simular também condições diversas de anisotropia, não homogeneidades, capilaridade e outras.

CAPÍTULO VII

B I B L I O G R A F I A

- AQUAMARIS AQUACULTURA LTDA., Projeto de Obras de Terra e Abastecimento de Água. João Pessoa - Pb, Junho-1984.
- ARAVIN V.I. and NUMEROV, S.N, Theory of Fluid Flow in Undeformable Porous Media. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1965.
- BABU SHANKER, N., Phreatic Surfaces in Homogeneous Anisotropic Earth Dams with Horizontal Filters. J.of Institution of Engrs. India, 1982 - pp 267-270.
- BEAR, J.et alli, Physical Principles ..., UNESCO 1968 p.465.
- BOWER, H., Theory of Seepage from Open Channels, in Advances in Hydroscience; ed. por V.T.Chow, Academic Press. New York, 1969 - pp 121-171.
- _____. ___. Groundwater Hydrology. Mc Graw-Hill. 1978. p. 480.
- CAGEPA-CDRM, Perfil Litológico e Construtivo do Poço de Pesquisa: Características Técnicas dos Poços, Riacho Agon - Catolé do Rocha - Pb. Out. 1979 - pp 1-25.
- CASAGRANDE, A., Seepage Through Dams in Contribution to Soil Mechanics - 1925-1940. Boston Society of Civil Engineers. 1940.

- CATAO, A.M.V.C., Estudio de las Fluctuaciones de la Linea de Saturacion en Presas de Tierra. Tese de Mestrado. Escuela Nacional de Agricultura. Chapingo, México. 1975 p.47.
- DUPUIT. J., Études Théoriques et Pratiques sur le Mouvement des Eaux Dans les Canaux Decouverts et à Travers les Terrains Perméables. Dunod. Paris. 2nd ed. 1896 p.364.
- ERNST, L.F., Grondwaterstromingen in de Verzadigde zone em hum Berekening Bij de Aanwezigheid van Horizontale Evenwijdge opem Leidingen. Verslag. Landbouk. Onderzoek 1962.
- ESTEVEES, V. P., Barragens de Terra. UFPb. Campina Grande - Pb Brasil. 1971 - p. 300.
- FORCHHEIMER, P., Hydraulic. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 3rd ed. 1930 - p.542.
- FRANCISS, F.O., Hidráulica de Meios Permeáveis. Ed. Interciência. São Paulo. 1980 - p.169.
- GARG, S.K., Irrigation Engineering and Hydraulic Structures. Khanna Publishers. New Delhi, India. 1981 p. 1150
- GREEN, W.H., & G.A. AMPT., Studies on Soil Physics: I. Flow of air and Water Through Soils. J. Agr. Sci. n 4. 1911 . pp 1-24.
- HANTUSH, M.S., Aquifer Tests on Partially Penetrating Wells. Am. Soc. Civil Eng. Trans. Vol.127 part I, 1962 pp 284-308
- HUBBERT, M.K., Darcy's law and the Field Equations of Under-Ground Fluids. Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng. n° 27. 1956 pp 222-239.

- KOZENY, J., Groundwater be Wegung Bei Freiem Speigel, Fluss and Kanal - Versickerung. Wasserkraft and Wasser Wirt Schaft no. 3. 1931.
- LINDQUIST. E., On the Flow of Water Through Porous Soil. Premier Congres des grand barrages. Stockholm. 1933 - pp. 81-101.
- M. E. HAAR., Groundwater and Seepage. Mc Graw-Hill Book Co, Inc. 1962. p. 315.
- MOURA, P.G.T., Efeitos de Fronteiras Sobre a Vazão em Aquíferos Livres. Tese de Mestrado. UFPb-CCT, Campina Grande Pb - Brasil. 1983 p.69.
- MUSKAT, U., The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media. J. Inc. Ann. Arbor, Mich. 1946 p.763.
- PALACIOS, VÉLEZ O., Uso de la Analogia Electrica para el Estudio del Movimiento de Aguas Subterranas. Escola Nacional de Agricultura - Chapingo, México- 1973 p.46.
- PAVLOVSKY, M.N., The Theory of Ground Water Under Hydraulic Structures. Nauch Meliorasts. Inst. Petrograd.1922 p.752
- POLUBARINOVA KOCHINA, P.Ya., Theory of Groundwater Movement. Translated by J. M. Roger de Wiest. Princeton, N. J.1962 (Original Russo).
- PRICKETT, T.A., Modeling Techniques for Groundwater Evaluation in Advances in Hydroscience, ed. por V.T.Chow, Academic Press. New York. 1975 pp 1-128.
- SCHNEEBELI, G., Expériences sur la Limite de Valideté de la loi de Darcy e L'apparition de la Turbulence Dams un

Écoulement de Filtration. Houille Blanche n. 10. 1955.
pp 141-149.

TERZAGHI, K. Von: Der Grunbruch and Stauwerken und seine.
Verhütung, Die Wasserkraft. 1922.

THEIS, C. V., The Relation Between the Lowering of the Piezo
metric Surface and the Rate and Duration Discharge of a
Well Using Groundwater Storage. Am. Geophys. Union Trans.
Vol. 16. 1935 pp. 519-524.

THIEM, G., Hydrologische Methoden. Gerbhardt, Leipzig. 1906.
p. 56.

TODD, D.K., Ground Water Hydrology. J. Wiley. New York. 1960.

_____, The Water Encyclopedia. Water Information Center.
Post Washington. N. Y. 1970. p. 559.

TODD, D.K. and J. BEAR. 1961. Seepage Through Layered Aniso
tropic Porous Media. J. Hydraulics. Div. Am. Soc. Civil
Eng. n° 87 (HY 3). 1961. pp. 31-57.

VARGAS, Jr. E. do A., Estudo e Aplicações de um Modelo Ele
troanalógico Simples à Problemas Práticos de Fluxo em
Meios Porosos. Tese de Mestrado. PUC-Rio de Janeiro - Rj
Brasil - 1975.