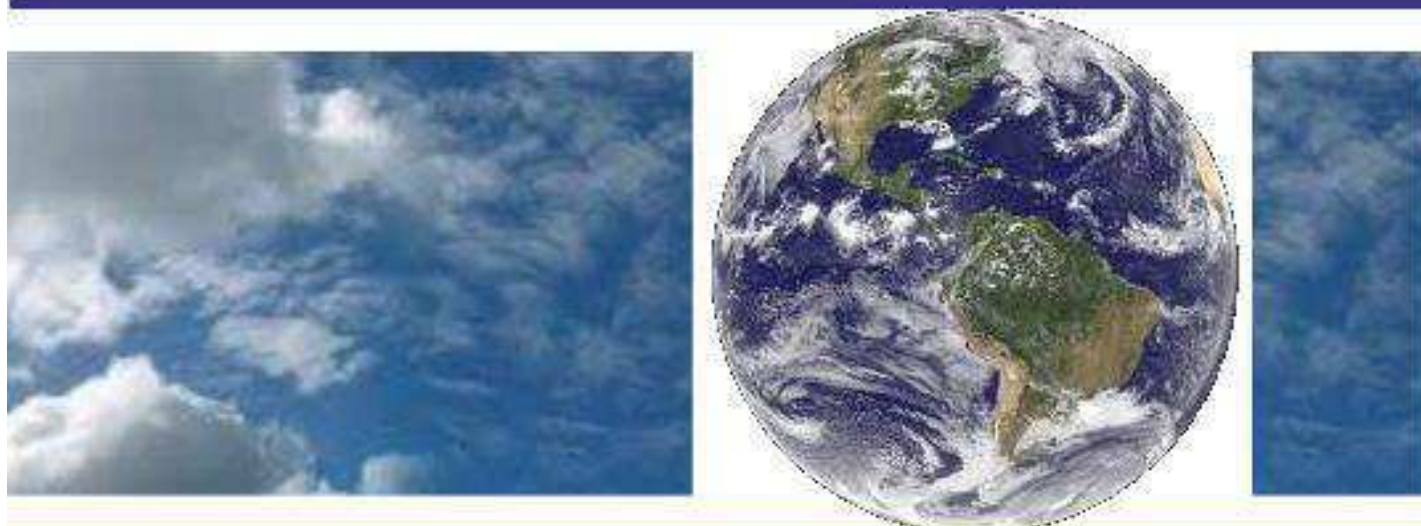


**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE TECNOLOGIA E RECURSOS NATURAIS  
UNIDADE ACADÊMICA DE CIÊNCIAS ATMOSFÉRICAS**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**

# **METEOROLOGIA**



**Tese de Doutorado**

**ADELGICIO FARIAS BELO FILHO**

**A TEORIA DA ENTROPIA APLICADA NO ESTUDO DA PRECIPITAÇÃO  
PLUVIAL E DA VAZÃO FLUVIAL NO NORDESTE DO BRASIL**

**Campina Grande, Dezembro de 2010**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE - UFCG**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA E RECURSOS NATURAIS - CTRN**  
**UNIDADE ACADÊMICA DE CIÊNCIAS ATMOSFÉRICAS - UACA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM METEOROLOGIA**

**TESE DE DOUTORADO**

**A TEORIA DA ENTROPIA APLICADA NO ESTUDO DA PRECIPITAÇÃO  
PLUVIAL E DA VAZÃO FLUVIAL NO NORDESTE DO BRASIL**

**ADELGICIO FARIAS BELO FILHO**

**CAMPINA GRANDE - PB**  
**DEZEMBRO/ 2010**

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG**

B452t Belo Filho, Adelgício Farias.

A teoria da entropia aplicada no estudo da precipitação pluvial e da vazão fluvial no nordeste do Brasil / Adelgício Farias Belo Filho. — Campina Grande, 2010.

53 f. : il. col.

Tese (Doutorado em Meteorologia)- Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Tecnologia e Recursos Naturais.

Referências.

Orientador: Prof. Dr. Vicente de Paulo Rodrigues da Silva.

1. Entropia Marginal. 2. Entropia Cruzada. 3. Análise de Tendência. 4. Precipitação. 5. Vazão Fluvial. I. Título.

CDU – 551.577.2(043)

**TESE DE DOUTORADO**

**A TEORIA DA ENTROPIA APLICADA NO ESTUDO DA PRECIPITAÇÃO  
PLUVIAL E DA VAZÃO FLUVIAL NO NORDESTE DO BRASIL**

**ADELGICIO FARIAS BELO FILHO**

**ORIENTADOR:**

**Prof. Dr. VICENTE DE PAULO RODRIGUES DA SILVA**

**CAMPINA GRANDE - PB  
DEZEMBRO/ 2010**

**ADELGICIO FARIAS BELO FILHO**

**A TEORIA DA ENTROPIA APLICADA NO ESTUDO DA PRECIPITAÇÃO  
PLUVIAL E DA VAZÃO FLUVIAL NO NORDESTE DO BRASIL**

Tese apresentada ao Programa de Pós  
Graduação em Meteorologia da  
Universidade Federal de Campina  
Grande em cumprimento às exigências  
para obtenção do título de Doutor em  
Meteorologia.

**Área de concentração:** Climatologia Aplicada

**Subárea:** Climatologia Agrícola

**CAMPINA GRANDE – PB  
DEZEMBRO/ 2010**


**ADELGICIO FARIAS BELO FILHO**

**ADELGICIO FARIAS BELO FILHO**


**A TEORIA DA ENTROPIA APLICADA NO ESTUDO DA PRECIPITAÇÃO  
PLUVIAL E DA VAZÃO FLUVIAL NO NORDESTE DO BRASIL**

**TESE APROVADA EM 17/12/2010**

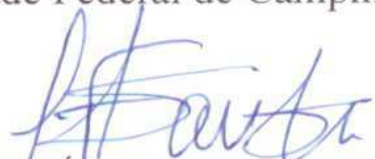
**BANCA EXAMINADORA**

  
Prof. Dr. VICENTE DE PAULO RODRIGUES DA SILVA  
Unidade Acadêmica de Ciências Atmosféricas  
Universidade Federal de Campina Grande

  
Prof. Dr. FRANCISCO DE ASSIS SALVIANO DE SOUSA  
Unidade Acadêmica de Ciências Atmosféricas  
Universidade Federal de Campina Grande

  
Prof. Dr. PEDRO VIEIRA DE AZEVEDO  
Unidade Acadêmica de Ciências Atmosféricas  
Universidade Federal de Campina Grande

  
Prof. Dr. ANTONIO JOSÉ DA SILVA  
Unidade Acadêmica de Ciências Atmosféricas  
Universidade Federal de Campina Grande

  
Prof. Dr. INAJÁ FRANCISCO DE SOUSA  
Departamento Engenharia Agrônômica  
Universidade Federal de Sergipe

## **DEDICATÓRIA**

A Deus, o criador da terra, das águas, da natureza e da criatura, cuja sabedoria e  
inspiração também é fruto de sua luz, de sua bênção.

Normana Passos

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador Prof. Dr. Vicente de Paulo Rodrigues da Silva, por acreditar na minha proposta de trabalho, e não menos importante pelos conselhos, nos momentos de tomadas de decisão, não apenas para minha vida acadêmica, mas para vida em construção de um ser humano justo.

Aos membros da banca examinadora, pela colaboração na melhoria da qualidade deste trabalho.

A todos os professores que fazem parte da Unidade Acadêmica Ciências Atmosféricas, que sempre me ajudaram nesta jornada.

Aos servidores técnicos administrativos da Unidade Acadêmica de Ciências Atmosféricas, em particular a Divanete Cruz Rocha, que se mostraram sempre dispostos a ajudar quando necessário.

Aos colegas da Pró-Reitoria de Ensino da Universidade Federal de Campina Grande, em especial aos Prof. Dr. Vicemário Simões e Prof. Dr. Clebert José Alves, pela amizade, companheirismo e incentivo na realização deste trabalho.

A Universidade Federal de Campina Grande, pela excepcional estrutura de ensino e pesquisa.

De forma geral, agradeço a todos que de algum modo fizeram parte dessa conquista muito importante na minha vida.



## LISTA DE FIGURAS

		Pág.
Figura 1	Distribuição espacial dos postos pluviométricos (A) e fluviométricos (B) na região Nordeste do Brasil	24
Figura 2	Relação entre o coeficiente de variação e a entropia marginal para a vazão (a) e a precipitação (b) na estação de Icó durante o período anual	33
Figura 3	Relação entre o coeficiente de variação e a entropia marginal para a vazão (a) e a precipitação (b) na estação de São Luís do Curu durante o período anual	34
Figura 4	Relação entre o coeficiente de variação e de entropia cruzada para São Luís do Curu (a) e Icó (b) durante o período anual	36
Figura 5	Comportamento anual da vazão fluvial (a) e da precipitação pluvial (b) na Estação de Icó	37
Figura 6	Comportamento anual da vazão fluvial (a) e da precipitação pluvial (b) na Estação de São Luís do Curu	38
Figura 7	Comportamento anual dos valores da entropia cruzada na estação de Icó (a) e na estação de São Luís do Curu (b)	41
Figura 8	Distribuição espacial da isoentropia da precipitação (a) e da vazão (b) durante o período anual na região Nordeste do Brasil	43
Figura 9	Distribuição espacial da isoentropia da precipitação (a) e da vazão (b) durante a estação chuvosa na região Nordeste do Brasil	44
Figura 10	Distribuição espacial da isoentropia da precipitação (A) e da vazão (B) durante a estação seca na região Nordeste do Brasil	45

## LISTA DE TABELAS

		Pág
Tabela 1	Coordenadas geográficas, período de dados e as médias anuais da temperatura do ar e da precipitação das estações de Icó e São Luís do Curu	26
Tabela 2	Padrões quantitativos da vazão e da precipitação das estações de Icó e São Luís do Curu durante os períodos anual, chuvoso e seco	28
Tabela 3	Os valores médios da entropia marginal e do coeficiente de variação (CV,%) da vazão e da precipitação para os períodos anual, seco e chuvoso nas estações de Icó e São Luís do Curu	30
Tabela 4	Valores médios da entropia cruzada (bits) e do coeficiente de variação (CV) para os períodos anual, seco e chuvoso nas estações de Icó e São Luís do Curu	31
Tabela 5	Valores da tendência temporal e dos $\alpha$ níveis das séries temporais da vazão (Q), da precipitação (R), da entropia marginal de Q e de R, bem como da entropia cruzada (Q e R) durante os períodos anual, seco e chuvoso nas estações de Icó e São Luís do Curu	39

# **A TEORIA DA ENTROPIA APLICADA NO ESTUDO DA PRECIPITAÇÃO PLUVIAL E DA VAZÃO FLUVIAL NO NORDESTE DO BRASIL**

## **RESUMO**

A variabilidade espaço temporal das chuvas e da vazão foi avaliada com base na teoria da entropia de Shannon, utilizando-se dados diários com no mínimo 10 anos de observações na região Nordeste do Brasil. Os valores médios de entropia marginais foram calculados para todas as estações e mapas da isoentropia foram então construídos para delinear as características anuais e sazonais de chuva e vazão na região. O teste de Mann-Kendall foi utilizado para avaliar a tendência temporal da entropia marginal, bem como da entropia cruzada em dois postos pluviométricos localizados na parte semi árida da região de estudo. Os valores da entropia marginal da precipitação e da vazão foram maiores para os locais e períodos com maior quantidade de chuvas. Os resultados também evidenciaram que a entropia marginal diminuiu exponencialmente com o aumento do coeficiente de variação, tanto para chuva quanto para vazão, mas não houve nenhuma relação significativa entre a entropia cruzada e o coeficiente de variação. A teoria de Shannon produziu padrões espaciais que levaram a uma melhor compreensão das características das chuvas e da vazão em toda a região estudada. A análise de tendência indicou que a maioria das séries não apresenta qualquer tendência significativa, principalmente para o caso da entropia cruzada. O total de entropia cruzada indicou que a precipitação e a vazão têm o mesmo conteúdo de informações para os períodos anual e chuvoso.

**Palavras-chave:** entropia cruzada, teste de Mann-Kendall, variabilidade, transferência de informação

# THE ENTROPY ANALYSIS APPLIED IN THE STUDY OF RAINFALL AND STEAM FLOW IN NORTHEASTERN BRAZIL

## ABSTRACT

Using the Shannon entropy, the space-time variability of rainfall and runoff was assessed for daily rainfall and runoff data for a 10-years period from 189 stations in the northeastern region of Brazil. Mean values of marginal entropy were computed for all observation stations and isoentropy maps were then constructed for delineating annual and seasonal characteristics of rainfall and runoff. The Mann-Kendall test was used to evaluate the long-term trend in marginal entropy as well as cross-entropy for two sample stations. The marginal entropy values of rainfall and runoff were higher for locations and periods with highest amount of rainfall. For both rainfall and runoff, the results also showed that the marginal entropy decreased exponentially with increasing coefficient of variation, but there was no significant relation between cross-entropy and the coefficient of variation. The Shannon theory produced spatial patterns which led to a better understanding of rainfall and runoff characteristics throughout the northeastern region of Brazil. Trend analysis indicated that most time series did not have any significant trends, mainly for cross-entropy. The total cross-entropy indicated that rainfall and runoff carried the same information content for annual and rainy season periods.

**Keywords:** Cross-entropy, Mann-Kendall test, Variability, Information transfer

## Sumário

	Pág.
INTRODUÇÃO	12
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
MATERIAL E MÉTODOS	21
Área de estudo e dados utilizados	21
Entropia marginal	22
Entropia cruzada	25
Análise de tendência	26
RESULTADOS E DISCUSSÃO	28
CONCLUSÕES	47
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	49

## INTRODUÇÃO

O termo entropia, como conceito científico, é originário da Física e foi inicialmente utilizado em termodinâmica por *Clausius* em 1850. A sua interpretação probabilística, dentro da mecânica estatística, é atribuída a *Boltzmann* em 1877, sendo o relacionamento com probabilidade registrado vários anos depois, em 1906, por *Planck*. Mais recentemente, Shannon (1948) utilizou o conceito de entropia em análise econômica e na solução de problemas relacionados com a teoria de codificação e transmissão de dados. Essa contribuição à teoria moderna da informação tem sido atualmente aplicada em diversas áreas do conhecimento (Singh & Rajagopal, 1987; Dragomir et al., 2000; Kawachi et al., 2001; Silva et al., 2003).

De acordo com Singh (1997) para entender o aspecto informacional da entropia deve-se considerar um conjunto de  $n$  elementos  $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ . A incerteza da ocorrência de um desses eventos é considerada como a situação na qual não se conhece qual deles ocorrerá. Baseada no conhecimento de um único evento, a incerteza poderá ser maior ou menor. Por exemplo, o número total de eventos  $n$  é uma parte da informação e o número desses eventos com probabilidade diferente de zero é outra parte da informação. Essa distribuição de probabilidade, se conhecida, oferece um número de informações que pode reduzir as incertezas associadas ao sistema. Dessa forma, a incerteza pode ser quantificada pela entropia, levando em conta todos os tipos de informações disponíveis, e representada pela distribuição de probabilidade da variável considerada.

Interpretando um conjunto composto por  $n$  eventos e  $p_i$  como a probabilidade de encontrar o sistema no  $n$ -ésimo microestado,  $p_i > 0$ , a entropia de Shannon é igual à entropia da mecânica estatística. Chapman (1986) aplicou o conceito de entropia condicional para comparar a eficiência de modelos hidrológicos. Rajagopal et al. (1987) apresentaram novas perspectivas para aplicação potencial da entropia em pesquisas relacionadas com recursos hídricos. Sonuga (1976) descreveu a aplicação do princípio da entropia no processo de modelagem de chuva-vazão e observou que essa técnica pode ser utilizada quando a disponibilidade de dados é mínima. Kawachi et al. (2001) utilizaram o conceito de entropia para avaliar o grau de variabilidade da precipitação pluvial no Japão e obtiveram mapas de disponibilidade de água. As incertezas associadas às séries temporais podem ser estimadas quantitativamente utilizando-se a teoria da entropia. Essa técnica tem sido comumente aplicada para determinar a incerteza da intensidade ou da quantidade da precipitação. Em estudos relacionados com essa variável climatológica, as probabilidades são definidas como a frequência de ocorrência da quantidade discreta da precipitação distribuída sobre certo período de tempo. De acordo com essa definição, a entropia nula ocorre quando a intensidade da precipitação é uniforme no tempo.

O tamanho reduzido das amostras torna muito difícil a análise da distribuição de probabilidade das variáveis de precipitação pluvial e da vazão fluvial, com base em métodos convencionais. Esse problema pode ser evitado através do uso da teoria da entropia, que é capaz de determinar distribuições de probabilidades menos parciais com pequenas amostras de dados. Essa característica da entropia é particularmente eficiente em estudos onde a escassez de dados é grande. A teoria da entropia oferece uma forma natural para determinar os riscos associados aos sistemas ambientais ou nos recursos hídricos, e pode servir, também, como base de análise de confiança. Sua natureza é estatística ou probabilística, e pode ser interpretada como uma medida da quantidade do caos ou como a falta de informação sobre o sistema. Nesse contexto, a teoria da entropia aplicada às variáveis hidrológicas selecionadas pode contribuir no entendimento da variabilidade da precipitação e da vazão fluvial no Nordeste do Brasil. Assim, os resultados da presente pesquisa podem contribuir substancialmente no gerenciamento dos recursos hídricos da região Nordeste do Brasil, especialmente na parte semiárida onde as chuvas são escassas.

Outro conceito utilizado nessa área é a entropia cruzada que tem sido empregado para medir a sincronização entre as séries temporais (Xie et al., 2010). Por outro lado, Altıparmak & Dengiz (2009) utilizaram a entropia cruzada em projetos de redes de

comunicação. De forma similar, You et al. (2009) utilizaram a entropia cruzada para avaliar a distribuição espacial da produção agrícola na África. Em estudo recente, Chen et al. (2007) analisaram a distribuição espacial ótima e o número mínimo de postos pluviométricos para o reservatório Shimen em Taiwan. Eles descobriram que apenas sete estações pluviométricas foram suficientes para fornecer as informações necessárias na região. Esses estudos sugerem que a variabilidade da precipitação pode ser mais apropriadamente medida pela entropia de Shannon e, inclusive, com resolução temporal de até 1 dia. Por outro lado, ao avaliar a variabilidade da precipitação no Estado da Paraíba, Silva et al. (2003) observaram que a entropia das chuvas foi maior em locais e períodos com valores de precipitação mais elevados do que durante a estação seca e em áreas com baixa intensidade.

O desenvolvimento da teoria da entropia por Shannon, em 1948, têm sido amplamente utilizados em ciências ambientais em diversos países do mundo; entretanto, no Brasil, essa metodologia é ainda incipiente. Neste sentido, o presente trabalho tem os seguintes objetivos:

*Geral:*

Aplicar a teoria da entropia às séries temporais de precipitação pluvial e de vazão fluvial do Nordeste do Brasil, com vistas à quantificação dos seus graus de variabilidades temporal e espacial e na obtenção de suas tendências temporais.

*Específicos:*

- (i) analisar a variabilidade espaço temporal das chuvas e da vazão fluvial na região Nordeste do Brasil;
- (ii) analisar a distância ou discrepância entre as distribuições anterior e posterior da precipitação e vazão utilizando o conceito de entropia cruzada;
- (iii) avaliar as tendências temporais das séries de entropia marginal e de entropia cruzada da precipitação e da vazão fluvial na região de estudo.
- (iv) avaliar quantitativamente os padrões de precipitação e vazão em duas localidades do semiárido da região de estudo.



## **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

O conceito central da entropia nasceu em meados do século XIX, quando a Termodinâmica se desenvolvia como teoria científica destinada a explicar e desenvolver as máquinas térmicas, ponto central da Revolução Industrial. Com as telecomunicações ganhando força, faltava arcabouço teórico capaz de prever a capacidade de um canal de comunicação. De forma bastante simplificada, como determinar a bitola mínima de um fio que unisse duas centrais telefônicas de maneira eficiente, ou, visto por outro lado, como melhor aproveitar os recursos disponíveis para resolver esse problema. Em 1948, Claude E. Shannon (1916-2001) apresentou esta teoria, e o conceito central foi a entropia de uma fonte de informação. Nascia então a Teoria da Informação e o conceito de entropia ganhava uma nova fase – agora se podia dizer como armazenar e transmitir a informação de maneira mais econômica e eficiente. Com esse conceito ficou claro que a entropia cabia bem no contexto de probabilidades, e não necessariamente, apenas em teorias físicas como em Termodinâmica ou em Mecânica Estatística (clássica ou quântica). De certa forma, sua presença era assegurada pelos métodos estatísticos e não pelos conceitos mecânicos da teoria. Dessa forma, a entropia surgiu com o objetivo de especificar os processos reversíveis dos irreversíveis numa perspectiva de tempo. A Segunda Lei da Termodinâmica discute acerca do crescimento da entropia de um sistema. A partir da Mecânica Estatística, surgiu a reinterpretação do conceito que procurou manter paralelamente as outras duas

teorias consideradas inadmissíveis: da Termodinâmica (Segunda Lei) e a da Mecânica (que aplica a reversibilidade temporal dos sistemas).

O conceito de entropia em mecânica estatística está relacionado ao logaritmo da contagem de quantos estados microscopicamente diferentes são compatíveis com a mesma descrição macroscópica do sistema. Desde então surge a unicidade entre a Mecânica e a Termodinâmica: processos nos quais se observam que a diminuição da entropia não são impossíveis, apenas apresentam probabilidade de ocorrência extremamente pequena. No início do século XX, a Mecânica Quântica começa a apresentar os primeiros resultados, com o conceito de entropia e a nova teoria de fenômenos microscópicos. Essa nova ciência foi uma revolução na energia nuclear, laser e transistor, que foram apenas alguns dos exemplos da aplicação da entropia. No período posterior a II Guerra, as telecomunicações começaram a ganhar força e faltava subsídio teórico capaz de prever a capacidade de um canal de comunicação. Foi então que Shannon apresentou a entropia de uma fonte de informação. A Teoria da Informação e o conceito de entropia passaram, então, a ter uma nova abordagem - compreendia o armazenamento e a transmissão da informação de modo mais eficiente. Sendo assim, evidenciou-se que a noção de entropia ia ao encontro do contexto de probabilidades e não necessariamente se inseria nas premissas das teorias físicas a exemplo da Termodinâmica e da Mecânica Estatística (clássica ou quântica) e a sua presença era assegurada pelos métodos estatísticos ao invés de conceitos mecânicos da teoria.

Esta contribuição à teoria moderna da informação tem sido aplicada, atualmente, em diversas áreas do conhecimento, como hidrologia (Singh, 1997), matemática (Dragomir et al., 2000), economia (Kaberger & Mansson, 2001), ecologia (Ricotta, 2001), climatologia (Kawachi et al., 2001) e medicina (Montaño et al., 2001). Também, para resolver problemas relacionados com as informações hidrológicas, a teoria da entropia foi introduzida (Krishnamachari & Karmeshu, 2004). Como medida do grau de desordem de um sistema, a entropia da informação pode medir a quantidade de informações úteis com os dados fornecidos e, nesse sentido, ela tem sido amplamente utilizada por diversos pesquisadores (Chang et al., 1994; Cheng et al., 1998; Kannathal et al., 2005; Kumar, 1987; Piplani & Wetjens, 2007; Shuiabi et al., 2005).

A precipitação pluvial é uma variável bastante variável no tempo e no espaço, principalmente em regiões tropicais que sofrem a influência de vários fenômenos atmosféricos. A variabilidade da precipitação pluvial no Nordeste do Brasil também é

associada aos diferentes sistemas atmosféricos que atuam na região (Roucou et al., 1996). Neste sentido, muitos estudos têm sido desenvolvidos para se analisar essa variabilidade em várias partes do mundo utilizando-se diferentes técnicas, inclusive a teoria da entropia (Sonuga, 1976; Kawachi et al., 2001; Silva et al., 2003; Saco et al., 2010). Ainda neste contexto, a variabilidade espacial e temporal da precipitação pluvial, face à sua incerteza e irregularidade ao longo do tempo, constitui-se num problema crucial em estudos climatológicos e hidrológicos. Essa variabilidade é ainda maior em regiões tropicais, particularmente no Nordeste do Brasil, onde atuam vários sistemas atmosféricos, como a zona de convergência intertropical, os sistemas frontais, as brisas de leste e os vórtices ciclônicos. Por outro lado, a temperatura média do ar apresenta baixa variabilidade, sendo, portanto, facilmente modelada em função das coordenadas geográficas, com alto nível de confiabilidade (Cavalcanti & Silva, 1994; Silva et al., 2006).

Saco et al. (2010) analisaram a possível ligação entre a variabilidade da entropia e as épocas de rápidas mudanças climáticas. Os quantificadores da entropia apontaram para a existência de ciclos com uma período próximo a 2000 anos, durante o Holoceno classificado como antigo e médio. Dentro desses ciclos, eles encontraram uma tendência para aumentar a entropia durante os dois períodos mais longos, que pode estar associada ao aumento de aridez dos trópicos baixo. Em outro tipo de aplicação da teoria da entropia, Liu et al. (2010) aplicaram a entropia cruzada na análise de séries temporais de taxas de câmbio em países asiáticos para avaliar o grau de assincronia entre duas séries temporais. Especificamente para Cingapura, Tailândia e Taiwan, os valores da entropia cruzada após a crise das moedas asiáticas foram significativamente superiores àqueles observados antes da crise. Eles constataram, ainda, que a entropia cruzada é bastante eficiente para descrever a correlação entre séries temporais. Por outro lado, Setiadi et al. (2005) investigaram a possível influência dos erros de modelagem sobre a relação entre a entropia e a confiabilidade dos sistemas hidráulicos de distribuição de água, que levam a pequenas discrepâncias entre a capacidade da rede e da oferta necessária. Os resultados desse estudo evidenciaram que a correlação entre a redundância ou subcapacidade devido aos erros de modelagem e a confiabilidade dos sistemas hidráulicos é insignificante.

A precipitação constitui a principal variável do ciclo hidrológico e, assim, ela pode ser utilizada para representar o potencial hídrico de uma área. A desordem ou a incerteza na intensidade e ocorrência de chuvas ao longo do tempo é uma das restrições primária para o gerenciamento dos recursos hídricos e na utilização eficiente do uso da água. Nesse

sentido, Maruyama et al. (2005) empregaram o conceito de entropia baseados na teoria da informação de Shannon para avaliar a intensidade e a variabilidade das precipitações mensais. As análises de agrupamento da entropia mostraram formas possíveis de classificação dos atributos regionais da disponibilidade do potencial dos recursos hídricos, através de mapas que podem ser elaborados para qualquer região. Eles também observaram que a metodologia baseada na entropia é aplicável não só para problemas hidrológicos, mas também para um amplo espectro de problemas de campo cujas propriedades aleatórias podem ser avaliados. Por outro lado, Silva et al. (2003) utilizaram os dados diários de precipitação pluvial de 58 postos pluviométricos do Estado da Paraíba para avaliar a variabilidade espacial e temporal da precipitação pluvial, com base na teoria da entropia. Analisou-se, também, a variabilidade temporal da temperatura do ar em Campina Grande, com base nessa mesma técnica. Os resultados evidenciaram que a entropia é alta em locais com intensa precipitação, e baixa quando ocorrem, nesses locais, baixos índices pluviométricos; conseqüentemente, nos períodos chuvosos a entropia é alta e, nos períodos de estiagem, é mínima. Este trabalho evidenciou, ainda, que qualquer série temporal de entropia decresce exponencialmente com o aumento do seu desvio padrão.

Uma aplicação importante da entropia é para reduzir a discrepância entre a necessidade da informações e dados obtidos através das redes pluviométricas (Krstanovic & Singh, 1993a; Krstanovic & Singh, 1993b; Al-Zahrani & Husain, 1998; Agrawal et al, 2005; Chen et al., 2007). Neste tipo de aplicação, os postos pluviométricos são avaliados através da transmissão da informações de uma para outra estação (Markus et al., 2003). Da mesma forma, a entropia tem sido utilizada para avaliar a variabilidade espacial das chuvas, um dos principais problemas no gerenciamento dos recursos hídricos (Mishra et al, 2009). A questão principal dessas aplicações é medir a desordem ou a incerteza da ocorrência de chuva com base na teoria da entropia (Maruyama et al., 2005). A distribuição espacial da precipitação é relacionada com fatores meteorológicos e hidrológicos. Portanto, o conhecimento das condições climáticas e da topografia de uma região é necessário para a localização de postos pluviométricos numa bacia hidrográfica para se obter ótima informação das observações. Assim, Chen et al. (2007) utilizaram a teoria da entropia para determinar o número ótimo de postos pluviométricos in Taiwan e, portanto, oferecer dados suficientes e precisos de chuva em projetos hidrológicos. Anteriormente, Krstanovic & Singh (1993a) aplicaram a teoria da entropia para avaliar a eficiência espacial e temporal da rede pluviométrica em Louisiana, EUA, em intervalos de 2 dias, uma semana, um mês e

um ano em duas estações do período anual. A melhor combinação dos postos pluviométricos foi sugerida com base em linhas de igual informação (isoinformação), mostrando áreas com maior e menor transferência de informação. Eles concluíram que essa técnica é eficiente para a tomada de decisão de expansão da rede pluviométrica ou então na extinção de algum posto pluviométrico. Em estudos similares, ainda com relação à utilização da teoria da informação aplicada em hidrologia, Molina (2005) aplicou a teoria da entropia para dimensionar uma rede pluviométrica no Estado do Espírito Santo. Essa pesquisa e a de Silva et al. (2003) se constituem até o momento nos poucos estudos no Brasil sobre a variabilidade da precipitação utilizando a teoria da informação.

Outro conceito da teoria da informação é a entropia cruzada que tem sido bastante utilizada para avaliar a sincronização entre séries temporais (Xie et al., 2010). Altıparmak & Dengiz (2009) usaram entropia cruzada para projetar redes de comunicação. Similarmente, You et al. (2009) utilizaram essa técnica para avaliar a distribuição espacial da produção agrícola em unidades geopolíticas na África. Em estudo recente, Chen et al. (2007) analisaram a distribuição espacial ótima e o número mínimo de estações pluviométricas para o reservatório Shimen em Taiwan. Eles descobriram que apenas sete estações pluviométricas eram necessários para fornecer as informações suficiente na região. Esses estudos sugerem que a variabilidade da precipitação e as suas características podem ser avaliadas mais adequadamente pela entropia de Shannon. Ainda usando essa metodologia, Martín et al. (2005) apresentaram um índice para avaliar as classes de tamanho de partículas do solo baseado na teoria da entropia. Eles observaram que esse índice é adequado para analisar a alta variabilidade dos comprimentos das partículas na textura dos solos classificados como argila, silte e areia.

Ainda com base na teoria da informação, estudo têm sido realizados para desenvolver modelos de distribuição de probabilidade, usando o princípio da entropia máxima para se estimar o escoamento superficial em diferentes níveis de probabilidade de chuva para períodos de retornos selecionados (Agrawal, 2003). O princípio de máxima entropia foi originalmente aplicado por Jaynes (1957, 1961) como critério lógico e racional para se analisar algumas funções de densidade de probabilidades específicas a partir do conjunto de soluções simples como a média, variância, o limite inferior, limite superior, covariância e assimetria. Em outra aplicação, Steinborn & Svirezhev (2000) utilizaram o conceito de entropia como indicador de sustentabilidade em agro ecossistemas na Alemanha. Eles afirmaram que o fenômeno da degradação do solo e o conceito de entropia

são muito próximos, podendo o último ser utilizado como uma medida de degradação ou uma medida de sustentabilidade.

Os sistemas ambientais de recursos hídricos são inerentemente espaciais e complexos e o entendimento de tais sistemas ainda é incompleto e necessita de novas metodologias para solucionar os diversos problemas nessa área do conhecimento. Muitos dos sistemas são perfeitamente estocástica, ou parcialmente estocásticos, e parte é determinística. A sua natureza estocástica pode ser atribuída ao acaso em um ou mais dos seguintes componentes: a estrutura do sistema (geometria), sistema de dinâmica e de condições inicial e de contorno. Como resultado dessa complexidade, uma descrição estocástica desses sistemas é necessária e, nesse sentido, a teoria da entropia permite o desenvolvimento de tal descrição de forma satisfatória para atender a demanda de modelos na área dos recursos hídricos. Portanto, essa técnica deve ser ainda mais estudada e utilizada na solução de problemas ambientais, como em climatologia, meteorologia, ecologia e em hidrologia.

## MATERIAL E MÉTODOS

### Área de estudo e dados utilizados

Neste trabalho foram utilizadas as séries diárias de vazão e de precipitação pluvial do Nordeste do Brasil (NEB), de postos pluviométricos e fluviométricos com dez ou mais anos de dados. Os mapas de isoentropias (linhas de igual entropia) foram construídos com a utilização de “pacote” gráfico. Os dados diários de precipitação pluvial estão disponíveis em arquivos de planilha eletrônica na Unidade Acadêmica Ciências Atmosféricas, do Centro de Tecnologia e Recursos Naturais, da Universidade Federal de Campina Grande, e os dados de vazão fluvial foram obtidos na ANEEL (Agencia Nacional de Energia Elétrica), no website: <http://www.aneel.gov.br>. Foram utilizados os dados diários de 474 postos pluviométricos e de 421 postos fluviométricos localizados em diversas partes da região Nordeste do Brasil (Figura 1). O período de estudo de cada série variou em função do critério de se utilizar apenas àquelas séries com no mínimo 10 anos de dados contínuos e absolutamente sem falhas. Como estudo de caso, utilizou-se os dados diários de vazão e de precipitação nas estações de Icó e de São Luís do Curu, ambas localizadas no Estado do Ceará, no interior do semiárido da região de estudo. A razão da escolha dessas estações consiste no fato que elas têm dados diários das duas variáveis analisadas para o período superior a 30 anos de dados contínuos e sem falhas.

A área da região Nordeste brasileiro é de 1.558,196 km<sup>2</sup>, que equivalente a 18% do território nacional e apresenta a maior costa litorânea. Essa região possui os estados com a

maior e a menor costa litorânea, sendo o Estado Bahia com 932 km e Piauí com 60 km de litoral. Essa região, que tem 3.338 km de praias, está situado entre os paralelos de 01° 02' 30" de latitude norte e 18° 20' 07" de latitude sul e entre os meridianos de 34° 47' 30" e 48° 45' 24" a oeste do meridiano de Greenwich. Ela se limita ao norte e ao leste com o oceano Atlântico, ao sul com os Estados de Minas Gerais e Espírito Santo e a oeste com os Estados do Pará, Tocantins e Goiás (IBGE, 2009). Essa extensa área é habitada por mais de 30 milhões de pessoas e a economia é baseada principalmente na agricultura de sequeiro. O NEB é extremamente afetado pelas ações antropogênicas, apresentando muitas áreas degradadas principalmente na parte semiárida. Essa região é extremamente vulnerável às variações climáticas e as periodicidades das secas que afetam especificamente a agricultura de subsistência (Pimenta et al., 1998). A grande área do semiárido do NEB é caracterizada por baixos níveis de precipitação e altas taxas de evaporação (Silva et al., 2009). A precipitação média anual varia entre 1800 mm na costa leste a 400 mm no centro do semiárido; enquanto a temperatura do ar varia entre 16,8 a 33,8 °C e a evaporação pode ultrapassar 10 mm/dia (Silva et al., 2005; Silva et al., 2006). O tipo de vegetação predominante é caatinga e o solo é bastante diversificado, formado principalmente por Lotosolo arenoso (Silva, 2004).

### **Entropia marginal**

A teoria da entropia da informação foi inicialmente definida por Shannon (1948). Nesse estudo a entropia foi considerada como a estimativa da incerteza da ocorrência de um determinado evento num processo aleatório discreto, que pode ser obtida por:

$$H = -k \sum p_i \log p_i \quad (1)$$

em que  $p_i$  é o resultado da probabilidade da  $n$ -ésima variável aleatória discreta,  $k$  é uma constante positiva, cujo valor depende das unidades utilizadas, e  $H$  é a entropia da variável aleatória. Assumindo a constante  $k$ , como unidade de estimativa, igual a 1 e a base do logaritmo 2, a Eq. (1) pode ser simplificada como:

$$H = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i \quad (2)$$

em que  $H$  é obtido em “bit”, como unidade de medida da entropia, e  $n$  é o número possível de eventos da variável aleatória discreta. A unidade de entropia pode ser *bit* para a base 2,



*napiers* ou *nats* para a base neperiana e *hartley* para a base 10. Neste trabalho foi utilizada a unidade *bit* para entropia, que significa dígito binário, ou seja, a menor unidade na notação numérica binária, que pode assumir o valor 0 ou 1.

Se todos os  $p_i$ 's são iguais, então  $p_i = 1/n$  e a entropia é:  $H = \log_2 n$ . Assim,  $H$  é uma função monotonicamente crescente em  $n$ . Para um dado  $n$ ,  $H$  é máximo quando todos os  $p_i$ 's são iguais. Ao contrário,  $H$  é mínimo e igual a zero quando todos  $p_i$ 's, exceto um, é zero. Isso significa que todo resultado da variável aleatória é sempre o mesmo e, portanto, um dos  $p_i$ 's torna-se unitário. Assim, o valor da entropia, varia dentro do intervalo de zero a  $\log_2 n$ , de acordo com a forma da distribuição de probabilidade dos  $p_i$ 's. O valor da entropia aumenta com o aumento do número de contraste e diminui com o decréscimo desse número. Visto dessa maneira, a entropia pode ser considerada como uma estimativa funcional da incerteza associada à distribuição de probabilidade. Para cada série histórica de precipitação ou de vazão de um ano, foi admitido que  $r_i$  seja a precipitação pluvial diária correspondente ao  $i$ -ésimo dia do ano. Por exemplo, valores diários de uma dessas variáveis de 1 de janeiro a 31 de dezembro para o mesmo ano podem ser expressos por  $r_1$  e  $r_{365}$ , respectivamente. Assim, a precipitação ou a vazão total durante o ano ( $R$ ), pode ser expressa pelo somatório dos valores diários, variando de  $i = 1$  até  $i = 365$ , por:

$$R = \sum_{i=1}^{365} r_i \quad (3)$$

em que os valores de  $r_i$  podem ser zero para alguns dias e diferentes de zero para outros. As séries das variáveis analisadas formadas por  $r_1, r_2, \dots, r_n$  podem, assim, ser fixadas como a frequência de ocorrência acumulada de chuvas ou de vazões para 1, 2, ...,  $i$ -ésimo dia do ano, respectivamente. Assim, a frequência relativa de cada variável hidrológica analisada neste estudo ( $p_i$ ) foi obtida dividindo-se  $r_i$  pelo tamanho total da amostra ( $R$ ), ou seja:

$$p_i = \frac{r_i}{R} \quad (4)$$

A frequência relativa ( $p_i$ ) foi fixada como uma probabilidade de ocorrência do total da precipitação no  $i$ -ésimo dia, e, portanto, sua distribuição representa a característica probabilística da partição temporal da precipitação ao longo do ano, isto é, a ocorrência da incerteza da precipitação. Substituindo a Eq. (4) na Eq. (2), tem-se:

$$H = -\sum_{i=1}^n \frac{r_i}{R} \log_2 \left( \frac{r_i}{R} \right) \quad (5)$$

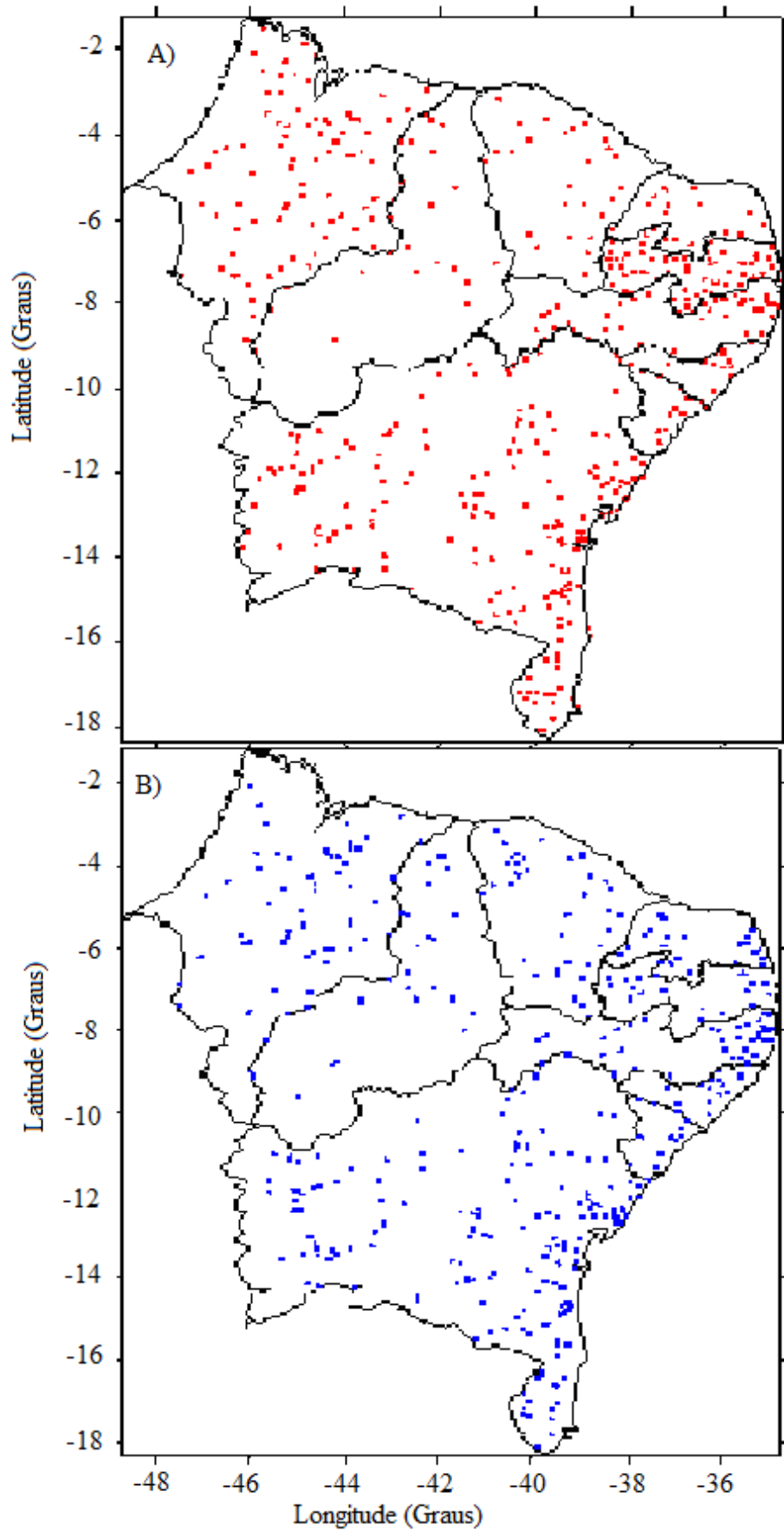


Figura 1. Distribuição espacial dos postos pluviométricos (A) e fluviométricos (B) na região Nordeste do Brasil

De acordo com a Eq. (5) o valor de H é independente da ordem seqüencial de  $r_i$  na série temporal. Um baixo valor da entropia indica alto grau de estrutura da série de dados e uma baixa incerteza dos seus valores. Pode ser mostrado facilmente que se a informação é completa, a entropia é zero; inversamente, caso nenhuma informação seja disponível a entropia alcançará o máximo, que será igual a  $\log_2(n)$ . Assim, H pode ser uma estimativa da variabilidade da precipitação no sentido de escala. Quando as séries de precipitação ou de vazões anuais para n anos estão disponíveis, para uma mesma estação, a melhor estimativa da entropia anual pode ser obtida através da média aritmética dos valores da entropia como:

$$\bar{H} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n H \quad (6)$$

em que  $\bar{H}$  é a entropia média e n o número de anos que foram utilizados no cálculo de H.

O ganho de uma informação resulta no decréscimo da entropia e vice-versa. A entropia torna-se zero quando existe certeza absoluta da ocorrência de um certo evento, ou estatisticamente, quando todas as probabilidades de um conjunto, exceto uma, é zero.

### Entropia cruzada

Para duas distribuições de probabilidades  $\{p_1, p_2, \dots, p_k\}$  e  $\{q_1, q_2, \dots, q_k\}$ , o teorema da divergência de Kullback–Leibler ou entropia cruzada em um sistema pode ser obtida por:

$$EC = \sum_{i=1}^k p_i \ln \left( \frac{p_i}{q_i} \right) = \sum_{i=1}^k p_i \ln p_i - \sum_{i=1}^k p_i \ln q_i \quad (7)$$

em que  $p_i$  é a probabilidade posterior de ocorrência  $i$ th,  $q_i$  é a probabilidade anterior,  $p = \{p_i\}$ ,  $q = \{q_i\}$ . A entropia cruzada representa a distância probabilística entre as distribuições de probabilidades de  $p$  e  $q$ . Essa técnica indica que uma escolha de  $p$ , considerando os contrastes, pode ser determinada a partir de  $q$  com a mínima diferença (You & Wood, 2005). Portanto, o conceito de entropia cruzada foi usado neste estudo para medir o grau de similaridade entre precipitação e vazão e a sua unidade. Tal como para entropia marginal, é expressa em bits. Como análise de caso, o conceito de entropia

cruzada foi aplicado para as estações de Icó e São Luís do Curu, cujas coordenadas geográficas se encontram na Tabela 1.

Tabela 1. Coordenadas geográficas, período de dados e as médias anuais da temperatura do ar e da precipitação nas estações de Icó e São Luís do Curu

Estação	Latitude Graus Sul	Longitude Graus Oeste	Altitude metros	Temperatura °C	Precipitação mm/ano	Período
Icó	6°25'	38°51'	160,0	27,6	798,1	1957 - 2001
São Luís do Curu	3°40'	39°14'	119,1	34,2	889,4	1968 - 2001

### Análise de tendência

O teste de Mann-Kendall é um teste não-paramétrico (Mann, 1945; Kendall, 1975) que consiste em comparar cada valor da série temporal com os valores restantes, sempre em ordem sequencial; é contado o número de vezes em que os termos restantes são maiores que o valor analisado. A estatística S é obtida pela soma de todas as contagens, como segue:

$$S = \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^{i-1} \text{sinal}(x_i - x_j), \quad (8)$$

em que o sinal  $(x_i - x_j)$  é obtido da seguinte forma:

$$\text{Sinal} = \begin{cases} 1 & \text{se } (x_i - x_j) > 0 \\ 0 & \text{se } (x_i - x_j) = 0 \\ -1 & \text{se } (x_i - x_j) < 0 \end{cases} \quad (9)$$

A estatística S tende para a normalidade quando  $n$  é grande (Teorema Central do Limite), com média  $E(S)$  e variância  $\text{Var}(S)$ , dadas como seguem:

$$E(S) = 0, \quad (10)$$

$$\text{Var}(S) = \frac{n(n+1)(2n+5) - \sum_{i=1}^q t_p(t_p-1)(2t_p+5)}{18} \quad (11)$$

em que  $(t_p)$  é número de dados com valores iguais em certo grupo ( $p$ th) e  $q$  o número de grupos contendo valores iguais na série de dados em um grupo  $p$ . O segundo termo da Eq. (11) representa um ajuste para a variância os dados.

O teste estatístico parametrizado ( $Z_{MK}$ ) é dado por:

$$Z_{MK} = \begin{cases} \frac{S - 1}{\sqrt{\text{Var}(S)}} & S > 0 \\ 0 & S = 0 \\ \frac{S + 1}{\sqrt{\text{Var}(S)}} & S < 0 \end{cases} \quad (12)$$

A presença de tendência estatisticamente significativa na série temporal é avaliada através do valor de  $Z$ ; essa estatística é usada para testar a hipótese nula de que nenhuma tendência existe. O valor positivo de  $Z_{MK}$  indica tendência crescente. Para testar qualquer tendência constante, crescente ou decrescente para um nível significativo de  $p$ , a hipótese nula é rejeitada se o valor absoluto de  $Z$  é maior que  $Z_{1-p/2}$ , que é obtido na tabela da distribuição normal. Esse teste foi utilizado para avaliar a tendência temporal dos níveis de desordem da vazão e da precipitação em duas localidades do semiárido do Nordeste do Brasil.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os padrões quantitativos da vazão e da precipitação durante os períodos anual, chuvoso e seco nas estações de Icó e São Luís do Curu são apresentados na Tabela 2. Observa-se que na estação de Icó os valores dos desvios padrão da vazão nos períodos anual e chuvoso representam mais de 50% das médias desses períodos, enquanto que no período seco o desvio padrão é superior a média da vazão. Nessa estação, os valores dos desvios padrão da precipitação nos períodos anual, chuvoso e seco representam, respectivamente, 28%, 32% e 93% das médias desses períodos.

Tabela 2. Padrões quantitativos da vazão e da precipitação das estações de Icó e São Luís do Curu durante os períodos anual, chuvoso e seco

Estação de Icó						
	Vazão ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ )			Precipitação (mm)		
	Anual	Chuvoso	Seco	Anual	Chuvoso	Seco
Média	5349,8	4877,3	489,7	798,1	714,0	106,6
Desvio padrão	2751,2	2519,9	724,7	229,8	229,2	99,8
Estação de São Luís do Curu						
Média	2169,4	1923,0	588,8	889,4	799,7	92,4
Desvio padrão	1296,8	2113,7	336,5	364,3	370,4	105,4

Por outro lado, para a estação de São Luís do Curu os valores dos desvios padrão da vazão nos períodos anual, chuvoso e seco representam, respectivamente, 59,7%, 109,9% e 57,2% das médias desses períodos. Ainda nessa estação, os valores dos desvios padrão da

precipitação nos períodos anual, chuvoso e seco representam, respectivamente, 40,9%, 46,3% e 114,1% das médias correspondentes aos mesmos períodos.

Na estação de Icó a vazão e a precipitação no período chuvoso representam, respectivamente, 91,2% e 89,5%, daquela observada no período anual; enquanto que na estação de São Luís do Curu a vazão e a precipitação no período chuvoso representam, respectivamente, 88,6% e 89,9% daquela observada no período anual. Os resultados aqui apresentados, juntamente com aqueles da Tabela 3, constatarem que a vazão tem uma variabilidade maior do que a precipitação nas estações analisadas no semiárido da região Nordeste do Brasil. Resultados semelhantes foram obtidos por Alan & Fares (2010) quando analisaram a variação espaço-temporal da vazão e da precipitação numa bacia hidrográfica da Havaí. Esses autores encontraram valores do CV da precipitação variando de 31 a 32% e da vazão de 64 a 65%.

Os valores médios da entropia marginal e do coeficiente de variação da precipitação e da vazão nas estações de Icó e São Luís do Curu, ambas localizadas no Estado do Ceará, na parte semiárida da região Nordeste do Brasil para os períodos anual, seco e chuvoso são exibidos na Tabela 3. Para ambas estações, os valores da entropia marginal da chuva e da vazão foram menores durante o período seco do que no período chuvoso. No período anual, os valores da entropia anual da vazão e da precipitação foram 6,4 bits e 5,2 bits, respectivamente; portanto, inferiores àqueles observados para a estação de São Luís do Curu que foram de 7,5 e 5,7 bits, respectivamente, para vazão e precipitação. Os valores da entropia média anual foram muito semelhantes aos do período chuvoso nas duas estações analisadas, enquanto que o período seco esses valores foram bastante inferiores, representando pouco mais de 10% da entropia anual.

Os valores da entropia da vazão e da precipitação do período chuvoso representaram 89% e 86%, respectivamente, daqueles do período anual para a estação de Icó; enquanto que para a estação de São Luís do Curu esses valores foram de 70% e 87%, respectivamente, para a entropia marginal da vazão e da precipitação do período anual. Esses resultados sugerem a pouca variabilidade dessas variáveis durante o período de estiagem em face à ausência da irregularidade de chuvas nessa época do ano, tornando a série temporal com poucos contrastes; portanto, com baixa entropia. Silva et al. (2003) também encontraram baixos valores de entropia marginal na parte semiárida do Estado da Paraíba e eles atribuíram às mesmas razões aqui apresentadas na presente análise. Os valores da entropia da vazão e da precipitação durante a estação chuvosa representam,

respectivamente, 89% e 86% daqueles observados no período anual na estação de Icó. Similarmente, para a estação de São Luís do Curu, os valores da entropia da vazão e da precipitação durante o período chuvoso representam, respectivamente, 71% e 87% da daqueles encontrados para o período anual.

Tabela 3. Os valores médios da entropia marginal e do coeficiente de variação (CV,%) da vazão e da precipitação para os períodos anual, chuvoso e seco nas estações de Icó e São Luís do Curu

Estação de Icó						
	Vazão			Precipitação		
	Anual	Chuvoso	Seco	Anual	Chuvoso	Seco
Entropia (bits)	6,4	5,7	0,6	5,2	4,5	0,8
CV (%)	51,4	51,7	148,0	28,8	32,1	93,6
Estação de São Luís do Curu						
Entropia (bits)	7,5	5,3	2,2	5,7	5,0	0,7
CV (%)	59,8	109,9	57,2	41,0	46,3	114,1

Em geral, o coeficiente de variação (CV) é elevado, principalmente para a entropia da vazão em ambas as estações, atingindo um valor máximo de 148,0% durante a estação seca em Icó e mínimo de 51,4% na mesma estação de Icó durante o período anual. O valor do CV da entropia marginal da precipitação atingiu o máximo de 114,1% em São Luís do Curu durante a estação chuvosa e ao valor mínimo de 28,8% na estação de Icó durante o período anual. Esses resultados sugerem que a precipitação é menos variável do que a vazão na parte semiárida da região Nordeste do Brasil. Portanto, a diferença entre os valores da entropia marginal da precipitação e vazão entre os períodos analisados pode eventualmente ser interpretada como uma característica dessas variáveis na região estudada.

A Tabela 4 exibe os valores médios da entropia cruzada e do coeficiente de variação para os períodos anual, seco e chuvoso nas estações de Icó e São Luís do Curu. Em ambas as estações, os valores médios da entropia cruzada foram maiores para os períodos chuvoso e anual do que para o período seco. Além disso, os valores da entropia cruzada se aproximaram de zero na estação seca, indicando um alto grau de sincronia ou



semelhança entre a precipitação e a vazão durante esse período, enquanto para os períodos anual e de chuvas eles foram quase iguais. Os valores da entropia cruzada são bastante inferiores daqueles da entropia marginal, porém, eles também decrescem, em ambas as estações, na sequência: período anual-chuvoso-seco. Os valores da entropia cruzada nos períodos chuvoso e seco representaram, respectivamente, 95% e 5% daqueles do período anual para a estação de Icó; enquanto que para a estação de São Luís do Curu esses valores nos períodos chuvoso e seco foram 89% e 9,4%, respectivamente, daqueles observados no período anual.

Tabela 4. Valores médios da entropia cruzada (bits) e do coeficiente de variação (CV) para os períodos anual, chuvoso e seco nas estações de Icó e São Luís do Curu

Estação de Icó			
	Anual	Chuvoso	Seco
Entropia cruzada	0,79	0,75	0,04
CV (%)	45,2	46,6	145,7
Estação de São Luís do Curu			
Entropia cruzada	0,74	0,66	0,07
CV (%)	36,4	39,1	114,1

Assim, a entropia cruzada total evidencia que a precipitação anual e a vazão fluvial anual durante a estação chuvosa conduzem o mesmo conteúdo de informações. Por outro lado, o coeficiente de variação foi maior para a estação seca e menor para o período anual nas estações de de Icó e São Luís do Curú. Por outro lado, os maiores valores das entropias marginais da precipitação e da vazão ocorreram durante anos de seca. Resultados semelhantes foram obtidos por Mishra et al. (2009) que observaram em estudo da variabilidade da precipitação com entropia que a desordem na quantidade de chuvas e do número de dias de chuva indicou secas severas durante a década de 1950 em todo o Estado do Texas, EUA. Como a entropia cruzada é uma medida da discrepância entre as duas distribuições de probabilidades, os seus valores médios para os períodos anual e chuvoso indicaram que a precipitação foi qualitativamente semelhante daquela da vazão. A minimização da entropia cruzada fornece a atualização ideal para os parâmetros de referência das funções de densidade e a melhor geração dos vetores (Altıparmak & Dengiz,

2009). Os valores do coeficiente de variação da entropia cruzada em ambas as estações também foram comparativamente menores do que aqueles da entropia marginal. O maior valor foi no período seco nas duas estações, de 145,7% e de 114,1%, respectivamente, para Icó e São Luís do Curu. Por outro lado, os menores valores do CV da entropia cruzada ocorreram no período anual também nas duas estações analisadas, de 45,2% em Icó e de 36,4% em São Luís do Curu.

As Figuras 2 e 3 exibem a relação entre a entropia marginal e o coeficiente de variação da vazão e da precipitação para os dados anuais das estações de Icó e São Luís do Curu. Análises semelhantes foram obtidas para os períodos seco e chuvoso, porém não são exibidas neste trabalho em face da similaridade dos resultados. Como esperado, esta relação é evidente, pois a entropia marginal é também uma medida de variabilidade de séries temporais. Essas figuras exibem uma relação exponencial com alto coeficiente de determinação, de 0,9781 para vazão e de 0,9974 para precipitação na estação de Icó. Por outro lado, essa relação resultou nos coeficientes de determinação de 0,9044 e de 0,952, respectivamente, para vazão e precipitação na estação de São Luís do Curu. Evidentemente, esses coeficientes de determinação são estatisticamente significativos ao nível de 1% de probabilidade pelo teste t-Student. Os resultados também evidenciam que não houve um aumento exponencial indeterminado da entropia marginal da precipitação e da vazão, pois tal aumento ocorreu até atingir a entropia máxima. Isto é consistente com a segunda lei da termodinâmica, que afirma o seguinte: a entropia de um sistema isolado tende a aumentar até atingir o equilíbrio. Em estudo com séries temporais de dados de economia, Ebrahimi et al. (1999) analisaram o desempenho da variância e entropia na ordenação das distribuições de probabilidades e perspectivas aleatórias das séries temporais. Desse estudo, eles concluíram que não existe uma relação universal entre entropia e variância nas ordenações das distribuições de probabilidades. Caso a distribuição de probabilidade seja conhecida, ela oferece o número de informações que pode reduzir as incertezas associadas ao sistema. Dessa forma, a incerteza pode ser quantificada pela entropia, levando-se em conta todos os tipos de informações disponíveis, que é representada pela distribuição de probabilidade da variável considerada. Isso é particularmente importante porque a variabilidade espacial e temporal do fenômeno da precipitação e seus desdobramentos, tal como a vazão, é um dos maiores problemas em hidrologia. A relação entre o coeficiente de variação e entropia cruzada foi obtida da mesma maneira como determinada para a entropia marginal.

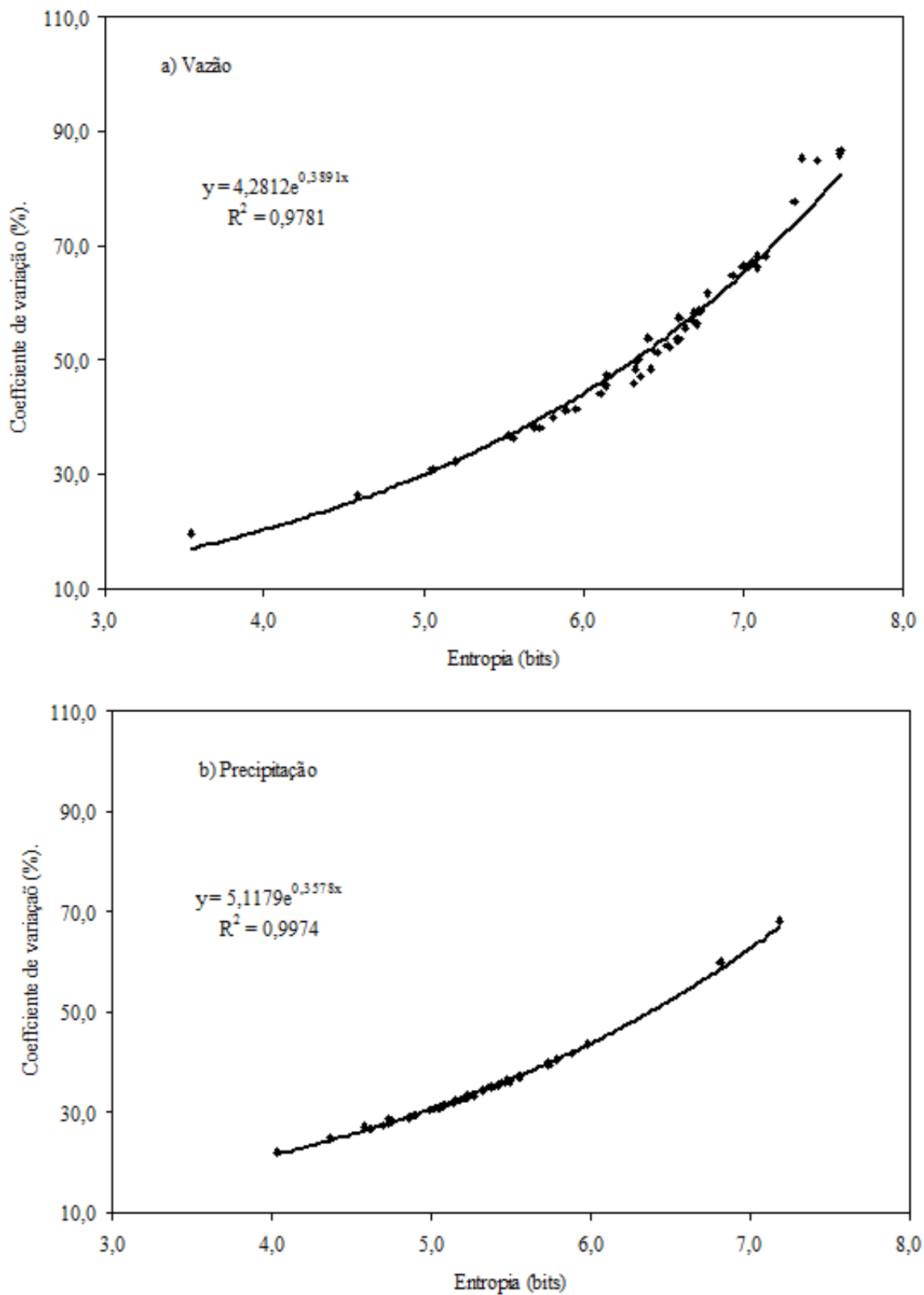


Figura 2. Relação entre o coeficiente de variação e a entropia marginal para a vazão (A) e a precipitação (B) na estação de Icó durante o período anual

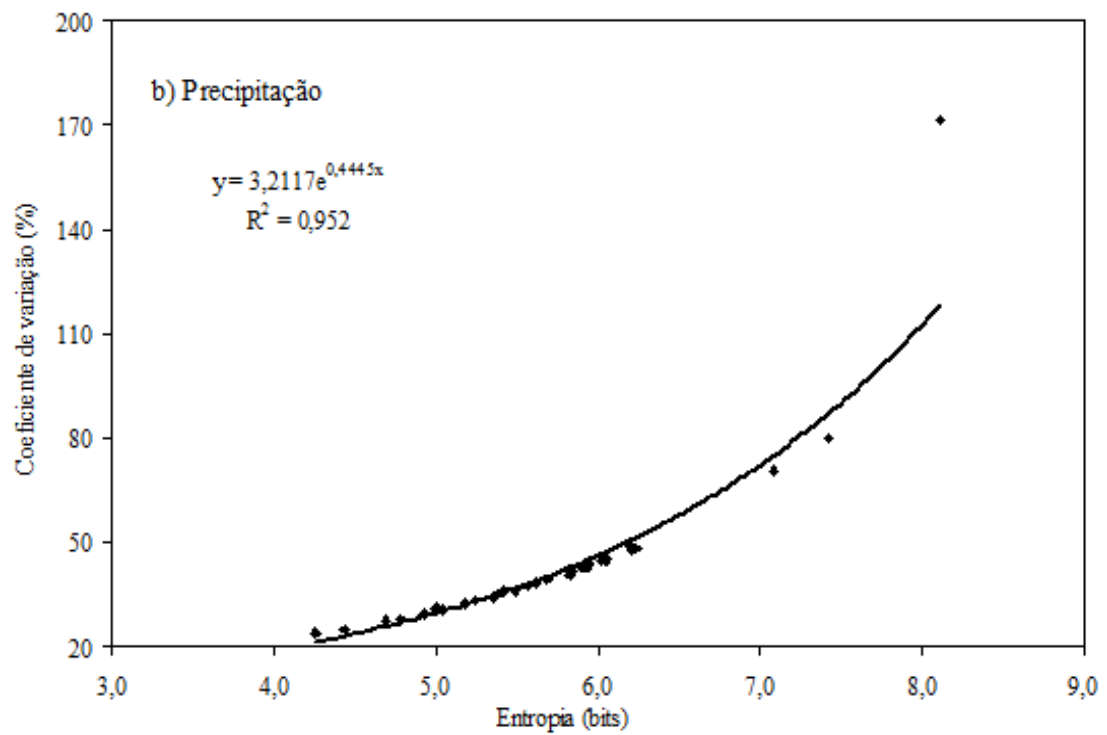
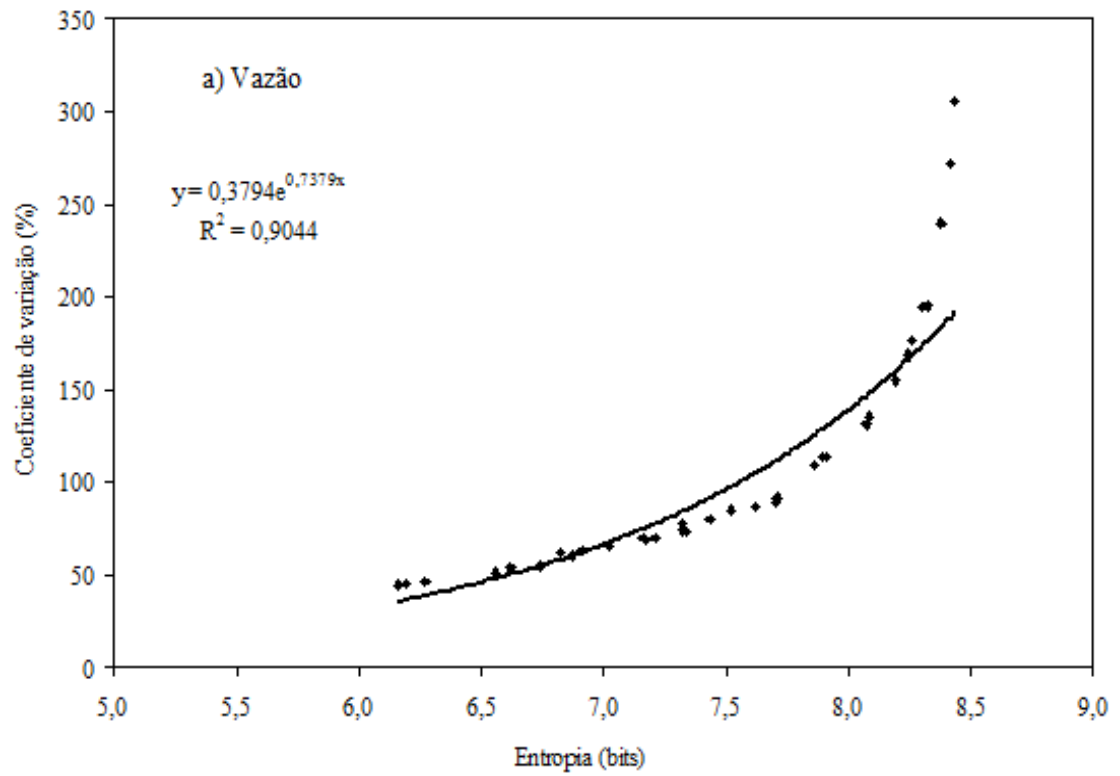


Figura 3. Relação entre o coeficiente de variação e a entropia marginal para a vazão (A) e a precipitação (B) na estação de São Luís do Curu durante o período anual

A Figura 4 exibe a relação entre o coeficiente de variação e a entropia cruzada para as estações de São Luís do Curu e Icó com base em dados do período anual. Neste caso, constata-se uma péssima relação até mesmo para a melhor função potencial encontrada para o ajuste dos dados. Os polinômios de 5º grau para São Luís do Curu gerou um coeficiente de determinação de 0,0413, enquanto que o polinômio de 6º grau para a estação de Icó apresentou um coeficiente de determinação de apenas 0,1182. Esse resultado é aparentemente evidente porque a entropia cruzada não expressa a variabilidade da variável, mas, de fato, o grau de similaridade entre duas funções de probabilidade (Mishra et al., 2009).

Os valores sazonais da entropia marginal da vazão e da precipitação para as estações de Icó e São Luís do Curu são exibidos nas Figuras 5 e 6, respectivamente. Constata-se, assim, que todas as séries temporais da entropia marginal apresentaram tendência crescente, exceto para o caso da precipitação no período chuvoso na estação de Icó (Figura 5). O aumento da entropia marginal ao longo do tempo sugere o aumento da desordem dos dados hidrológicos de chuva e vazão, possivelmente, em face da maior frequência de eventos de chuva e de seca na região. Essa é uma das características do aquecimento global na região Nordeste do Brasil (Silva et al., 2010). Por outro lado, a Figura 6 exibe o comportamento anual da vazão fluvial e da precipitação pluvial na estação de São Luís do Curu. Neste caso, verificam-se tendências decrescentes durante o período chuvoso para a vazão e precipitação, bem como para precipitação durante o período anual. Entretanto, para ambas variáveis hidrológicas ocorreram tendências crescente no nível de desordem ao longo do tempo durante a estação seca, inclusive estatisticamente significativa aos níveis de probabilidades de 1% no período seco e de 5% no período chuvoso pelo teste de Mann-Kendall. De acordo com a definição, a entropia nula ocorre quando a intensidade da precipitação é uniforme no tempo (Kawachi et al., 2001). Portanto, como no caso em análise, o aumento da entropia ao longo do tempo assegura que a precipitação e a vazão estão ficando cada vez menos uniforme ao longo do tempo, aumentando, assim, o nível de incerteza dessas variáveis. A variabilidade espacial e temporal da precipitação pluvial, face à sua incerteza e irregularidade ao longo do tempo, constitui-se num problema crucial em estudos climatológicos. Essa variabilidade é ainda maior em regiões tropicais, particularmente no Nordeste do Brasil, onde atuam vários sistemas atmosféricos, como a zona de convergência intertropical, os sistemas frontais, as brisas de leste e os vórtices ciclônicos (Silva et al., 2003).

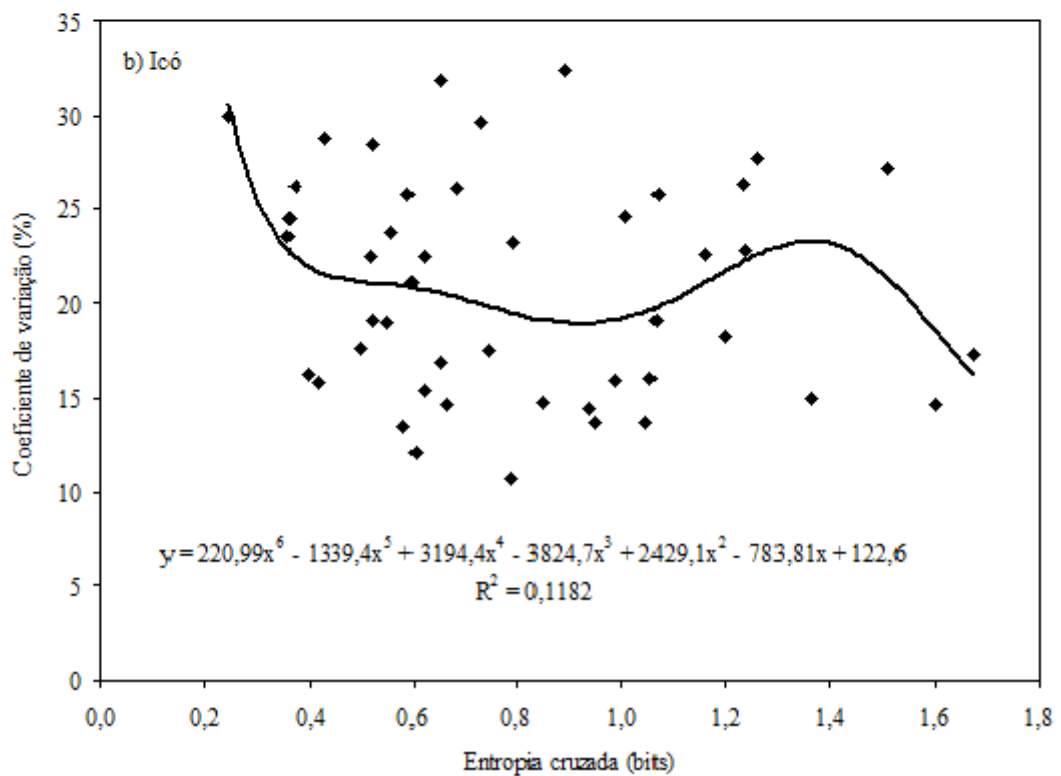
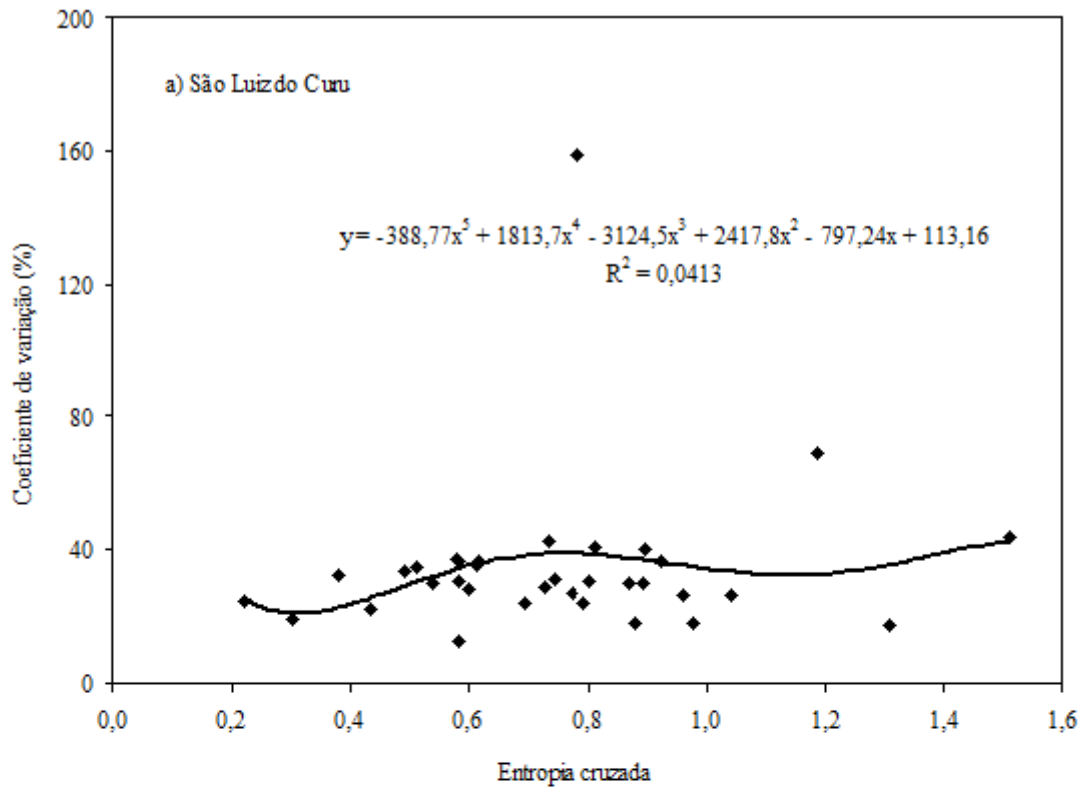


Figura 4. Relação entre o coeficiente de variação e de entropia cruzada para São Luís do Curu (A) e Icó (B) durante o período anual

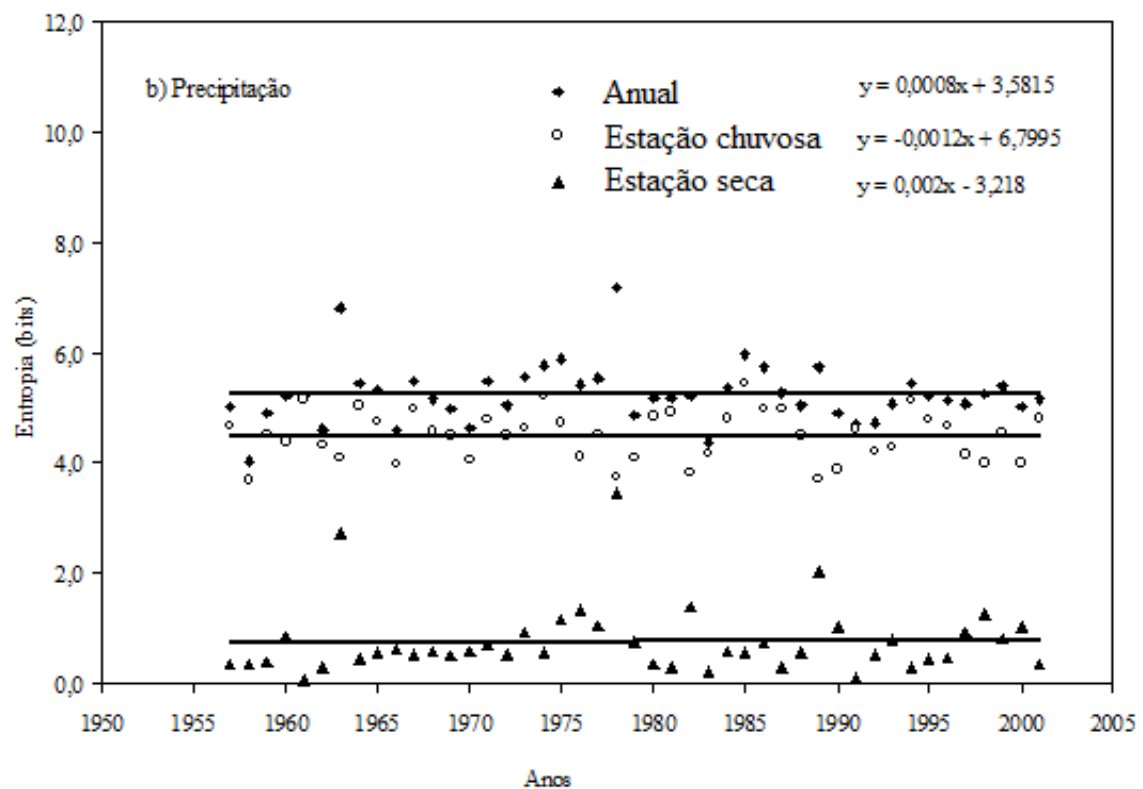
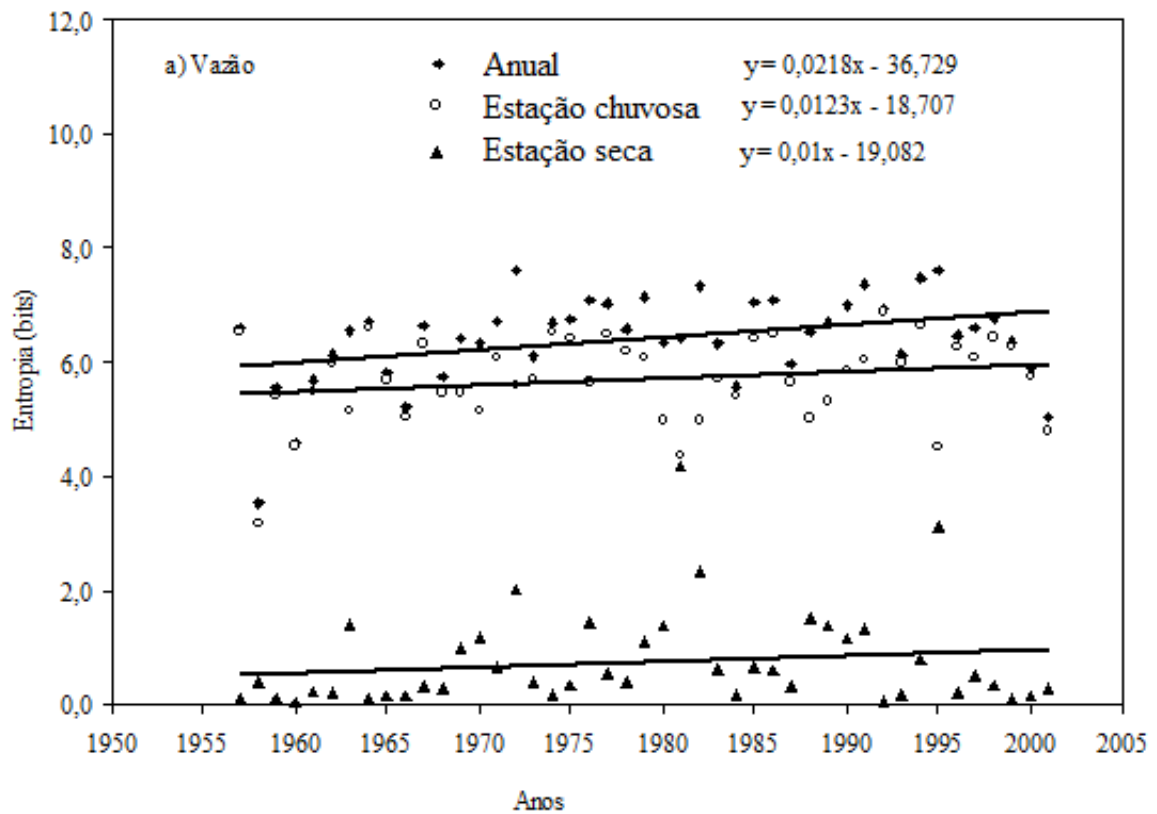


Figura 5. Comportamento anual da vazão fluvial (A) e da precipitação pluvial (b) na Estação de Icó

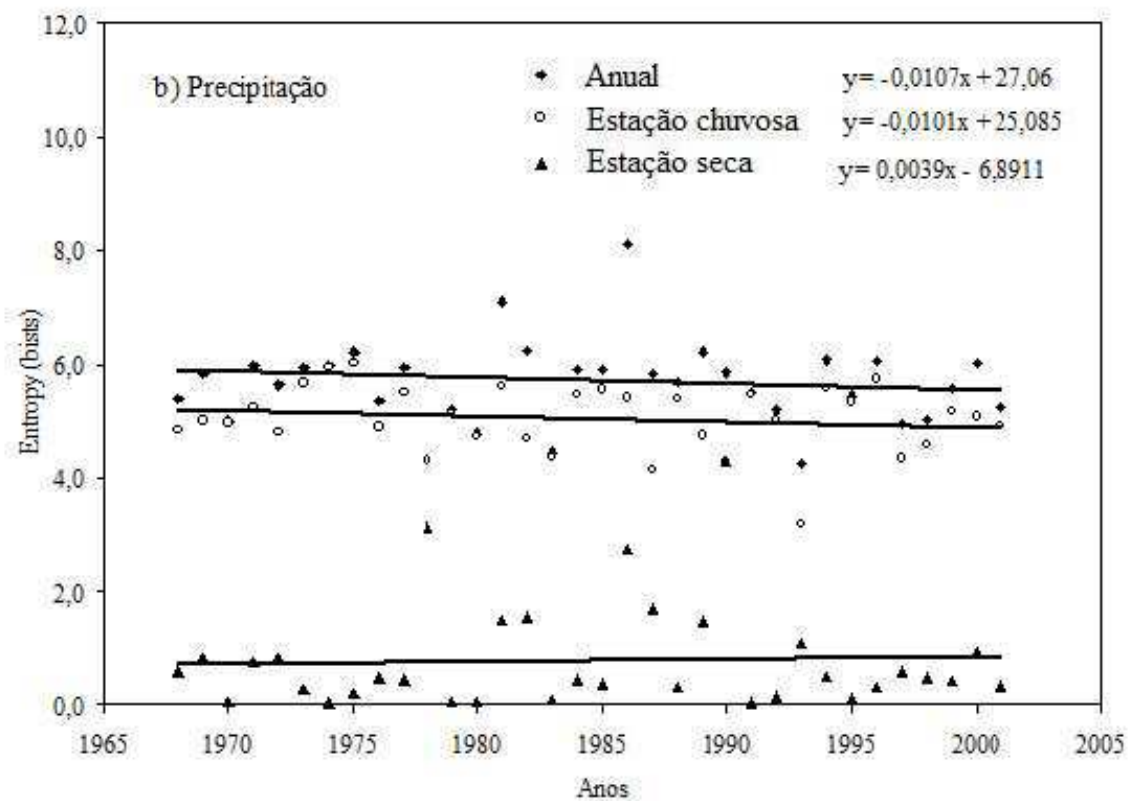
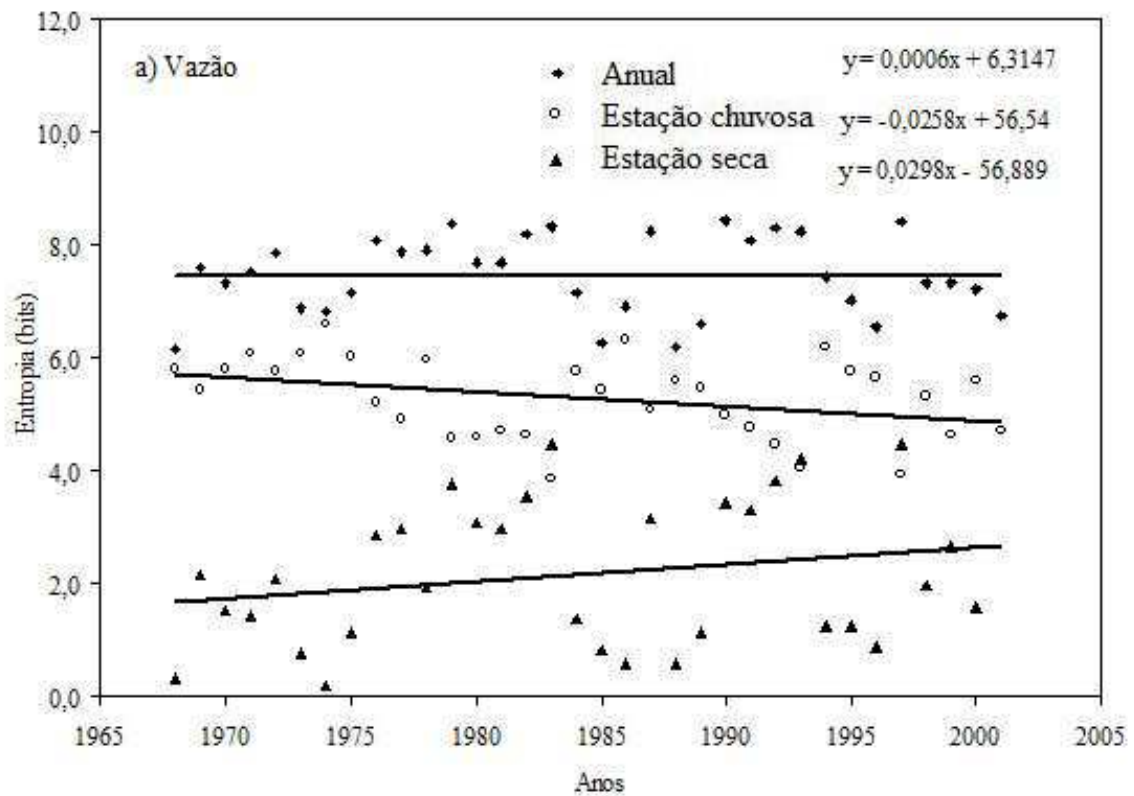


Figura 6. Comportamento anual da vazão fluvial (A) e da precipitação pluvial (b) na Estação de São Luís do Curu



As tendências crescentes/decrescente são efetivamente pequenas nas séries temporais da entropia marginal da vazão e da precipitação em ambas as estações analisadas, aparentemente algumas delas sem nenhuma significância estatística, que, inclusive, são avaliadas a seguir. A Tabela 5 apresenta as tendências e os valores dos níveis de significância ( $\alpha$ ) das séries temporais da vazão e da precipitação, bem como para as séries temporais das entropias marginal e cruzada dessas variáveis durante os períodos anual, chuvoso e seco nas estações de Icó e São Luís do Curu. Apesar das tendências decrescente das séries temporais anuais de vazão e precipitação em ambas as estações, é observada uma tendência crescente da entropia marginal da vazão e da precipitação durante os períodos anual, chuvoso e seco.

Tabela 5. Valores da tendência temporal e dos p níveis das séries temporais da vazão (Q), da precipitação (R), da entropia marginal de Q e de R, bem como da entropia cruzada (Q e R) durante os períodos anual, chuvoso e seco nas estações de Icó e São Luís do Curu

Variáveis	Anual		Estação chuvosa		Estação seca	
	Tendência	$\alpha$	Tendência	$\alpha$	Tendência	$\alpha$
Icó						
Vazão (Q)	-13,51	0,900	-29,40	0,723	23,920	0,037
Precipitação (P)	-0,840	0,952	-0,50	0,741	0,440	0,332
Entropia marginal (Q)	0,022	0,030	0,012	0,219	0,010	0,162
Entropia marginal (R)	0,004	0,787	0,001	0,667	0,015	0,204
Entropia cruzada	-0,001	0,682	-0,001	0,631	-0,001	0,294
São Luis do Curu						
Vazão (Q)	-188,5	0,138	-158,4	0,298	3,60	0,450
Precipitação (R)	-6,6	0,496	-5,67	0,447	-0,21	0,920
Entropia marginal (Q)	0,11	0,406	0,06	0,070	0,051	0,052
Entropia marginal (R)	0,04	0,003	0,011	0,733	0,034	0,001
Entropia cruzada	0,0006	0,681	0,0004	0,833	0,00021	0,674

Na estação de Icó, a tendência decrescente da vazão é de  $13,51 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , com  $\alpha$  de 0,9; já em São Luís do Curu ela foi também decrescente de  $188,5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e o  $\alpha$  muito embora não significativo pelo teste de Mann-Kandall, foi próximo da significância estatística (13,8%) usualmente utilizada em análise estatística que é de 1% e 5%. No período chuvoso não houve significância estatística dessa variável, porém a tendência positiva de  $23,92 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  foi

significativa ao nível de 5% de probabilidade com  $\alpha$  de 0,037 no período seco na estação de Icó. A entropia marginal da vazão apresentou tendência crescente de 0,022 bits nessa estação no período anual, que é estatisticamente significativa ao nível de 5% de probabilidade, com  $\alpha$  de 0,03. Os dados de precipitação e de sua entropia marginal não apresentaram qualquer significância estatística para nenhum período analisado. Similarmente, a entropia cruzada em Icó também não apresentou tendência temporal significativa, porém, todas elas foram negativas; ao contrário da entropia cruzada da vazão e da precipitação que apresentaram tendências sempre positivas em todos os períodos. Por outro lado, para a estação de São Luís de Curu, a vazão apresentou tendência decrescente nos períodos anuíl e chuvoso, enquanto a precipitação apresentou redução em todos os períodos analisados; porém, ambas as séries não apresentaram significância estatística pelo teste de Mann-Kendall. Mishra et al. (2009) também utilizaram o teste de Mann-Kendall para avaliar a variabilidade da precipitação no Texas, EUA, com base na teoria da entropia. Eles constataram que a maior parte desse estado não apresentou tendência estatisticamente significativa, exceto na parte centro sul da região, indicando a possibilidade de variabilidade contínua para aumentar no futuro. As tendências das entropias marginais da vazão e da precipitação foram positivas em todos os períodos. Porém, os valores das tendências da entropia marginal da vazão dos períodos anual e seco foram estatisticamente significativas aos níveis de 5% e 1% de probabilidade, respectivamente, pelo teste de Mann-Kendall. As tendências temporais da entropia cruzada em São Luís do Curu foram todas positivas, porém sem nenhuma significância estatística. Efetivamente, os dados de vazão e de precipitação apresentaram uma tendência crescente durante o período seco na estação de Icó, mas apenas a série de vazão foi estatisticamente significativa de acordo com o teste de Mann-Kendall. Esse resultado sugere que houve um aumento na incerteza da vazão anual em São Luís do Curu e nos períodos chuvoso e seco na estação de Icó. Além disso, uma redução da incerteza no período chuvoso foi observada na estação de São Luís do Curu. Esses resultados sugerem, ainda, que a tendência temporal da entropia não foi influenciada pelos dados originais. Kawachi et al. (2001) mostraram que a entropia média anual e a precipitação média anual são menos relacionadas entre si, com um coeficiente de correlação de apenas 0,19. A Figura 7 exibe os valores anuais e sazonais de entropia cruzada para Icó e em São Luís do Curu. Em ambas as estações os valores de entropia cruzada durante a estação seca são próximas de zero ou até mesmo zero em alguns anos.

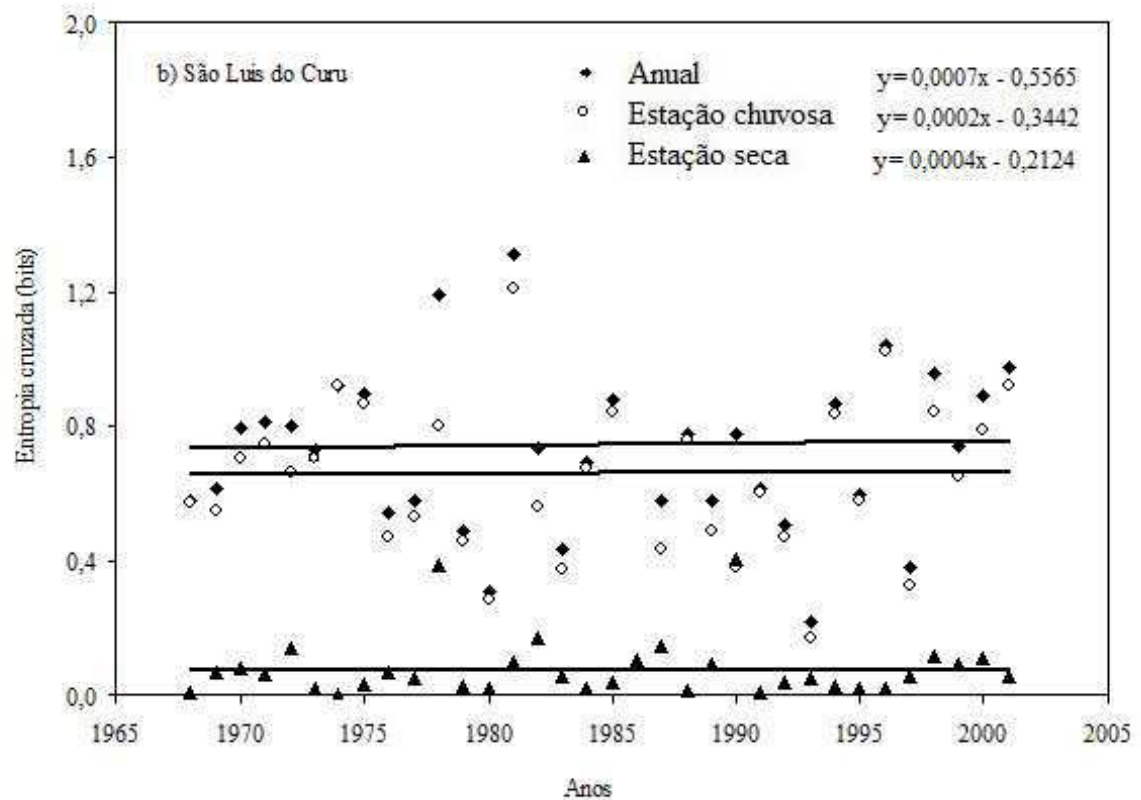
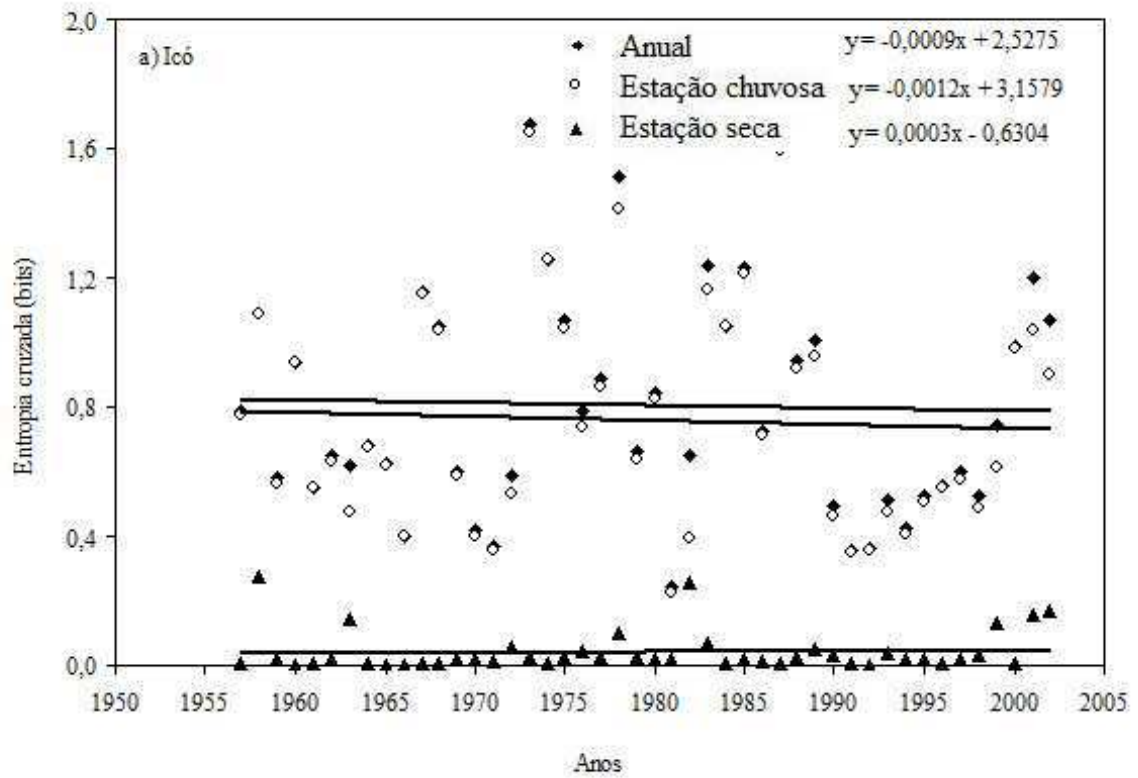


Figura 7. Comportamento anual dos valores da entropia cruzada na estação de Icó (A) e na estação de São Luiz do Curu (b)

Esses valores variaram entre zero a 0,40 bits para São Luís do Curu e entre zero a 0,27 bits para a estação de Icó. Como esperado, a faixa de variação da entropia cruzada durante o ano foi semelhante àquela durante a estação chuvosa para ambas as estações. Por exemplo, de entropia cruzada na estação de Icó variou 0,24-1,67 bits para o período anual e entre 0,22-1,65 bits para a estação chuvosa. Da mesma forma, esses valores para São Luís do Curu variaram entre 0,22-1,51 bits para o período anual e entre 0,17-1,41 bits para o período chuvoso na região. Analisando os dados de precipitação de ambas as estações, os valores mais altos de entropia cruzada ocorreram durante os anos chuvosos enquanto os menores valores ocorreram durante anos de seca. Portanto, ao contrário de entropia marginal, a entropia cruzada não é relacionado à alta desordem da precipitação pluvial. Resultados semelhantes foram observados por Mishra et al. (2009) quando empregaram o conceito de entropia no estudo das variabilidades espacial e temporal da precipitação nas escalas mensal, sazonal e anual no Estado Texas, EUA.

A distribuição espacial da isoentropia (linhas de igual entropia) da precipitação e vazão na região Nordeste do Brasil durante os períodos anual, chuvoso e seco são exibidos nas Figuras 8, 9 e 10, respectivamente. As linhas de isoentropia da entropia marginal da precipitação e da vazão durante os períodos anual e seco foram maiores em toda costa leste da região (Figuras 8 e 9). No entanto, os maiores valores de isoentropia dessas variáveis durante a estação chuvosa foram localizados na parte norte da região de estudo. Como mostradas na Figura 8, as linhas de isoentropia da precipitação dividiu a região de estudo em dois grupos, à esquerda, com os maiores valores de entropia e à direita com menores valores. Isso pode ser atribuído à atuação dos diferentes sistemas produtores de chuva na região. Os valores da entropia da vazão foram menores na maior parte das regiões semiárida do que no litoral, atingindo valores de até 0,1 bits durante a estação seca. Portanto, os valores da entropia marginal da precipitação e da vazão foram elevados em áreas e períodos com maior intensidade de chuvas. Os resultados aqui apresentados também demonstram que as variabilidades da precipitação e da vazão são maiores nas áreas semiáridas do que nas zonas costeiras da região Nordeste do Brasil. Apesar das grandes variações dos valores da entropia marginal da precipitação e da vazão entre os períodos analisados, e até mesmo entre as áreas chuvosas e secas da região de estudo, a análise global evidencia muito menos variação de entropia durante o período seco do que no período chuvoso. Como uma consequência natural do clima, algumas chuvas podem ocorrer alternadamente durante outros períodos do ano, ou seja, fora do período chuvoso.

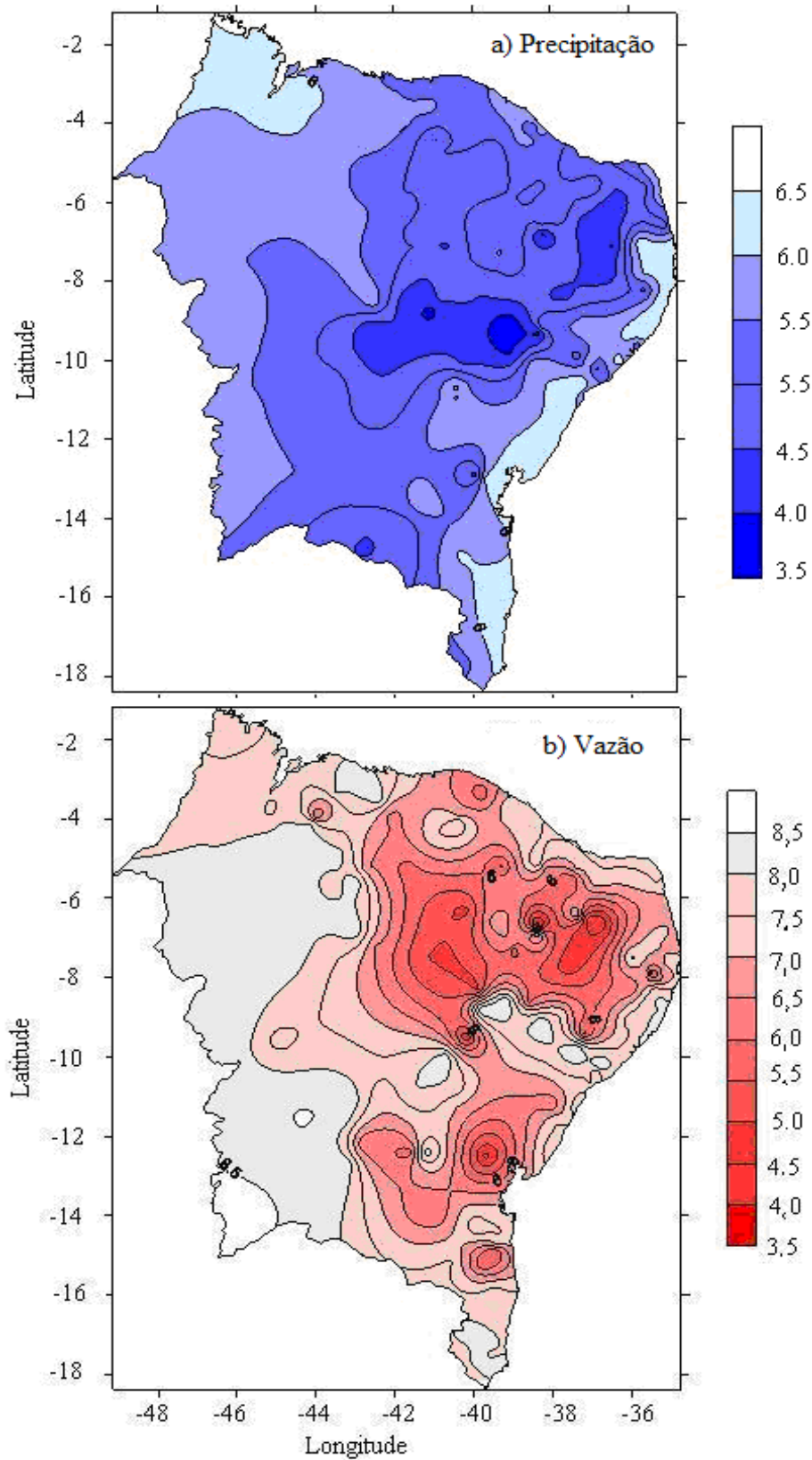


Figura 8. Distribuição espacial da isoentropia da precipitação (A) e da vazão (B) durante o período anual na região Nordeste do Brasil

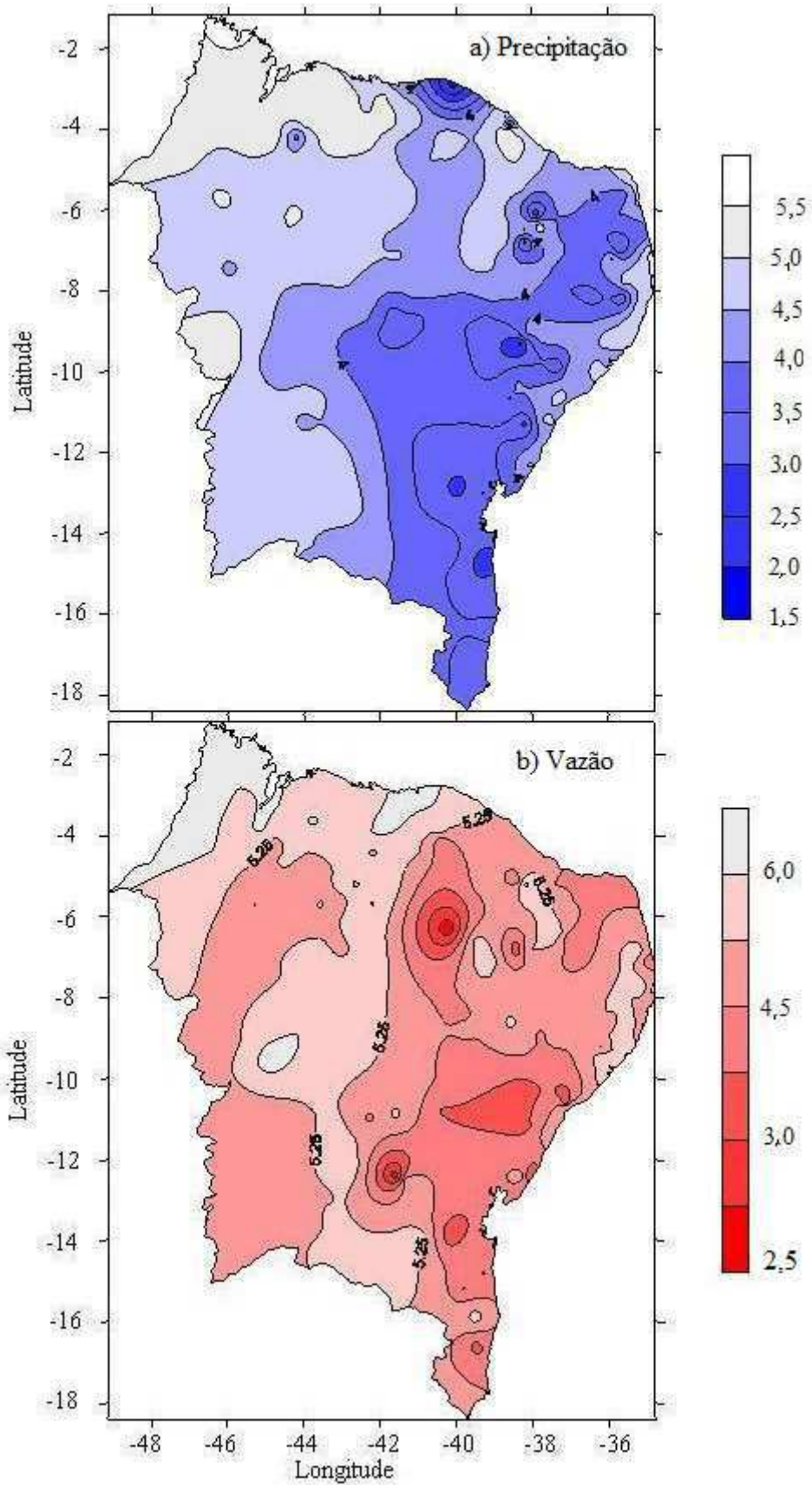


Figura 9. Distribuição espacial da isoentropia da precipitação (A) e da vazão (B) durante a estação chuvosa na região Nordeste do Brasil

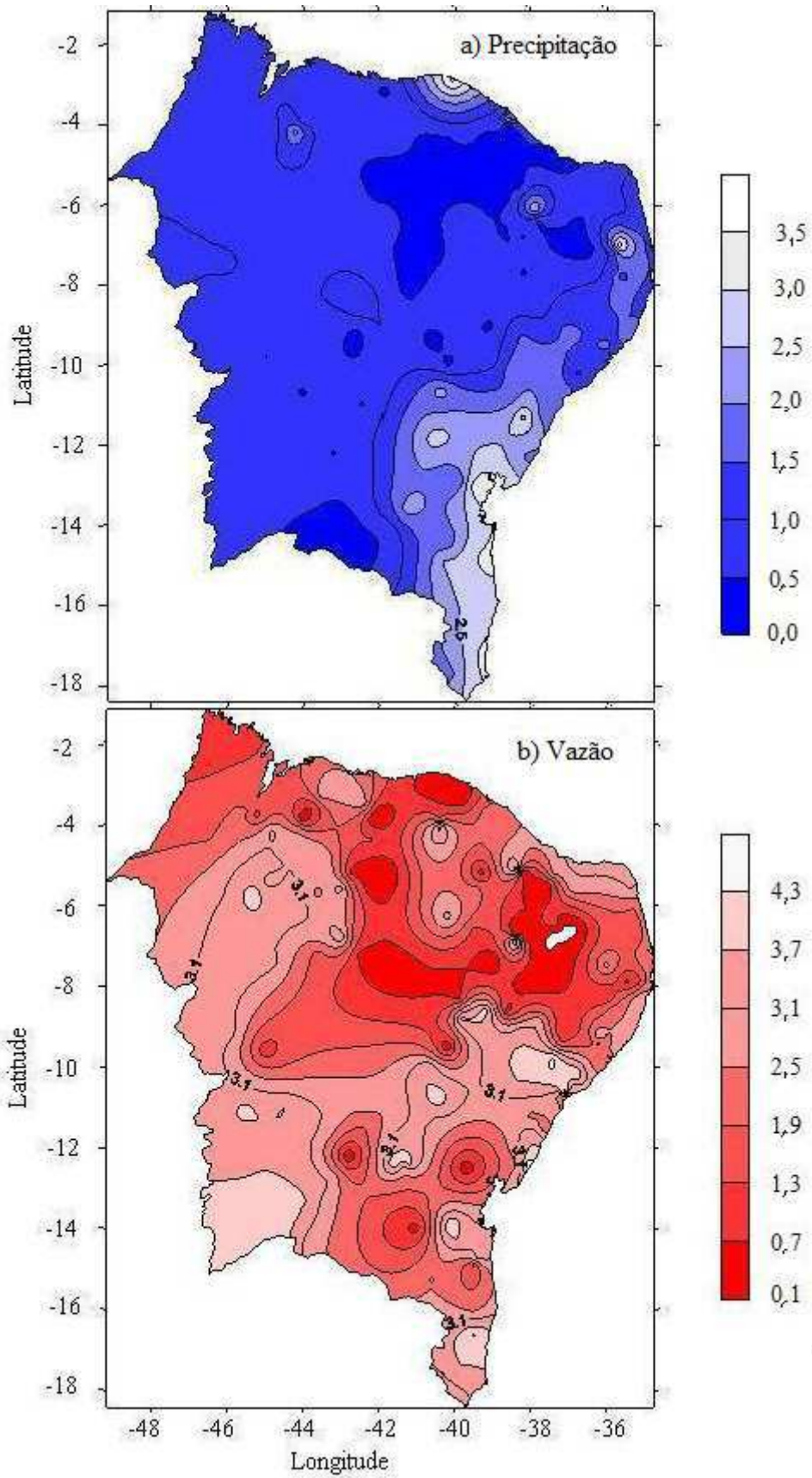


Figura 10. Distribuição espacial da isoentropia da precipitação (A) e da vazão (B) durante a estação seca na região Nordeste do Brasil

Por essa razão, valores mínimo e máximo de isoentropia da precipitação e da vazão podem ser observados na mesma área em todos os períodos analisados. Por exemplo, ambas as entropias marginais da precipitação e da vazão foram mínimas na área central da região Nordeste do Brasil, o que correspondeu a maior parte da parte semiárida da região de estudo (Figura 8). Nesta linha de pesquisa, Silva et al. (2003), analisando a variabilidade da precipitação no Estado da Paraíba, constataram que a entropia da precipitação pluvial nesse estado é maior nos locais e períodos de maior pluviosidade (Litoral e Brejo, no período de maio a julho) e menor nas áreas onde chove menos e nos períodos de estiagem (Cariri e Sertão, no período de agosto a outubro). Além disso, eles também observaram que a variabilidade da precipitação pluvial na Paraíba é menor no Litoral e Brejo e maior no Sertão, durante o ano e trimestre seco, enquanto durante o trimestre chuvoso a variabilidade é maior no Litoral e Brejo e menor no Sertão.

Os valores máximos da entropia da precipitação e da vazão estão localizados nas zonas leste e norte na região de estudo que corresponde às áreas mais chuvosas do Nordeste do Brasil. Durante a estação chuvosa, a entropia da precipitação diminuiu de 5,5 bits no norte da região para 1,5 bits no sul e variam entre 6,0-2,5 bits no caso da vazão fluvial (Figura 9). Por outro lado, durante a estação seca os valores de entropia da precipitação e vazão atingiram valores menores em relação aos outros dois períodos analisados, como consequência da redução da precipitação (Figura 10). Mishra et al. (2009) também usaram entropia marginal para investigar a variabilidade temporal das séries de precipitação para o Estado do Texas, EUA. Eles observaram diferentes padrões espaciais nas séries anuais e em diferentes épocas do ano e que a variabilidade do total de chuvas, bem como o número de dias chuvoso, aumentou de leste para oeste no Estado do Texas.

A distribuição espacial da entropia marginal foi praticamente uniforme durante a estação seca ao longo de quase toda a região estudada, particularmente no caso da precipitação, com um valor médio variando entre 0,5-1,5 bits. Martín & Rey (2000) analisaram o desempenho da entropia para fornecer argumentos matemáticos para justificar o uso e interpretação dessa técnica como uma medida de diversidade e homogeneidade. Ainda com relação a comparação da entropia com a variância dos dados, Silva et al. (2003) observaram que a entropia decresce exponencialmente com o aumento do desvio padrão de qualquer série temporal de dados.



## CONCLUSÕES

Os resultados deste trabalho permitem considerar que a teoria da entropia proporciona uma melhor compreensão da estrutura e variabilidade espacial e temporal da vazão e da precipitação na região Nordeste do Brasil, além das conclusões listadas abaixo:

1. O nível de incerteza nos dados vazão é maior que a precipitação na região de estudo e, ainda, que a variabilidade espaço-temporal da entropia marginal da vazão depende de vários fatores, incluindo a frequência, duração, intensidade de precipitação e da sua variabilidade;
2. Tanto a variabilidade da precipitação como a da vazão fluvial pode ser obtida de forma satisfatória em termos de entropia marginal, considerada como uma medida abrangente da incerteza desses eventos hidrológicos;
3. O coeficiente de variação é relacionada exponencial com a entropia marginal da precipitação e da vazão, apresentando coeficiente de determinação próximo de 1;
4. A melhor relação entre o coeficiente de variação e entropia cruzada pode ser obtida através de função potencial, porém com baixo coeficiente de determinação;
5. O teste não paramétrico de Mann-Kendall sugere que as tendências temporais da entropia marginal da precipitação e da vazão é influenciada pela eventual tendência dos dados originais;
6. A análise de entropia cruzada evidencia que a precipitação e a vazão têm o mesmo conteúdo de informações para os períodos anual e chuvosa. A

entropia cruzada varia de valores próximos de zero na estação seca a valores inferiores a 1 nos períodos anual chuvosa, indicando alto grau de semelhança entre precipitação e a vazão, especialmente durante a estação seca.

7. Os padrões quantitativos das variáveis envolvidas no estudo revelam que a média anual da vazão em Icó é maior do que aquela na estação de São Luís do Curu, enquanto que a precipitação apresenta um padrão inverso.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agrawal D. Maximum entropy based conditional probability distribution model for rainfall–runoff process in Matatila dam catchment. Unpublished M Tech Thesis, Department of Soil and Water Conservation Engineering, G.B.Pant University of Agriculture and Technology, Pantnagar, Índia, 97p, 2003.
- Agrawal, D.; Singh, J. K.; Kumar, A. Maximum entropy-based conditional probability distribution runoff model. *Biosystems Engineering*, v.90, n.1, p.103-113, 2005.
- Altıparmak, F.; Dengiz, B. A cross entropy approach to design of reliable networks. *European Journal of Operational Research*, v.199, n.1, p.542-552, 2009.
- Al-Zahrani, M.; Husain, T. An algorithm for designing a precipitation network in the south-western region of Saudi Arabia. *Journal of Hydrology*, v.205, n.1, p.205-216, 1998.
- Cavalcanti, E. P.; Silva, E. D. V. Estimativa da temperatura do ar em função das coordenadas locais, In: Congresso Brasileiro de Meteorologia, 8, e Congresso Latino-Americano de Ibérico de Meteorologia, 2, 1994, Belo Horizonte, Anais..., Belo Horizonte: SBM, 1994, v.1, p.154-157.
- Chang, C. I.; Chen, K.; Wang, J.; Althouse, M. L. G. A relative entropy-based approach to image thresholding. *Pattern Recognition*, v.27, n.9, p.1275-1289, 1994.
- Cheng, H. D.; Chen, J. R.; Li, J. Threshold selection based on fuzzy partition entropy approach. *Pattern Recognition*, v.31, n.7, p.857-870, 1998.

- Chen, Y. C.; Wei, C.; Yeh, H. C. Rainfall network design using kriging and entropy, *Hydrological Processes*, v.22, n.3, p.340-346, 2007.
- Dragomir, S. S.; Scholz, M. L.; Sunde, J. Some upper bounds for relative entropy and applications. *An International Journal Computers and Mathematics with Applications*, v. 9, p.91-100, 2000.
- Chapman, T. G. Entropy as a measure of hydrologic data uncertainty and model performance. *Journal Hydrology*, v.85, p.111-126, 1986.
- Ebrahimi, N.; Maasoumi, E.; Soofi, E. Ordering univariate distributions by entropy and variance. *Journal of Econometrics*, v. 90, n.2, p.317-336, 1999.
- IBGE. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE. <http://www.ibge.gov.br>. 25 ago 2009.
- Jaynes, E. T. Information theory and statistical mechanics-I. *Physics Review*, v.106, p.620-630, 1957.
- Jaynes, E. T. *Probability Theory in Science and Engineering*. McGraw-Hill Book Company, New York, 212p, 1961.
- Kannathal, N.; Choo, M. L.; Acharya, U. R.; Sadasivan, P. K. Entropies for detection of epilepsy in EEG. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, v.80, p.187-194, 2005.
- Kaberger, T.; Mansson, B. Entropy and economic processes – physics perspectives. *Ecological Economics*, v.36, p.165-179, 2001.
- Kawachi, T.; Maruyama, T.; Singh, V.P. Rainfall entropy delineation of water resources zones in Japan. *Journal of Hydrology*, v.246, p.36-44, 2001.
- Kendall, M. G. *Rank Correlation Methods*. London: Charles Griffin, 1975, 120p.
- Krishnamachari, A.; Karmeshu, M. V. M. Study of DNA binding sites using the Rényi parametric entropy measure. *Journal of Theoretical Biology*, v.227, n.3-7p.429-436, 2004.
- Krstanovic, P. F.; Singh, V. P. Evaluation of rainfall networks using entropy: II, Application. *Water Resources Management*, v.6, n.4, p.295-314, 1993a.
- Krstanovic, P. F.; Singh, V. P. Evaluation of rainfall networks using entropy: II, Application. *Water Resources Management*, v.6, n.1, p.295-314, 1993b.
- Kumar, V. Entropic measures of manufacturing flexibility. *International Journal of Production Research*, v.25, n.7, p. 957-966, 1987.

- Liu, L. Z.; Qian, X. Y.; Lua, H. Y. Cross-sample entropy of foreign exchange time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v.389, n.21, p.4785-4792, 2010.
- Mann, H. B. Nonparametric tests against trend. *Econometrica*, v,13, p,245-259, 1945.
- Mair, A.; Fares, A. Influence of groundwater pumping and rainfall spatio-temporal variation on streamflow. *Journal of Hydrology*, 393, n.1, p.287-308, 2010.
- Markus, M.; Knapp, H. V.; Tasker, G. D. Entropy and generalized least square methods in assessment of the regional value of streamgages. *Journal of Hydrology*, v.283, n.1, p.107-121, 2003.
- Martín, M. A.; Rey, J. M.; Taguas, F. J. An entropy-based heterogeneity index for mass-size distributions in Earth science. *Ecological Modelling*, v.182, n.1, p.221-228, 2005.
- Maruyama, T.; Kawachi, M. T.; Singh, V. P. Entropy-based assessment and clustering of potential water resources availability. *Journal of Hydrology*, v.309, n.1-4, p.104-113, 2005.
- Mishra, A. K.; Ozger, M.; Singh, V. P. An entropy-based investigation into the variability of precipitation. *Journal of Hydrology*, v.370, n.1, p.139-154, 2009.
- Montaño, M. A. J.; Ebeling, W.; Pohl, T.; Rapp, P. E. Entropy and complexity of finite sequences as fluctuating quantities. *BioSystems*, n.64, p.23-32, 2001.
- Pimenta, M. T.; Santos, M. J.; Rodrigues, R. A. Susceptibilidade a Desertificação. *Revista Florestal*, v.11, n.1, p.27-33, 1998.
- Piplani, R.; Wetjens, D. Evaluation of entropy-based dispatching in flexible manufacturing systems. *European Journal of Operational Research*, v.176, p.317-331, 2007.
- Rajagopal, A. K.; Teitler, S.; Singh, V. P. Some new perspectives on maximum entropy techniques in water resources research, in Singh, V, P, (Ed) *Hydrologic frequency modeling*, D. Reijel Publishing Dordrecht, v.1, n.1, p.247-366, 1987.
- Ricotta, C. Bridging the gap between ecological diversity indices and measures of biodiversity with Shannon's entropy: comment to Izák and Papp. *Ecological Modeling*, v.46, p.1-3, 2001.
- Roucou, P.; Aragão, J. O. R.; Harzallah, A.; Fontaine, B.; Janicot, S. Vertical motion, changes to Northeast Brazil rainfall variability: A GCM simulation, *International Journal of Climatology*. v.16, n.1, p.879-891, 1996.
- Saco, P. M.; Carpi, L. C.; Figliola, A.; Serrano, E.; Rosso, O. A. Entropy analysis of the dynamics of El Niño/Southern Oscillation during the Holocene. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v.189, n.1, p.5022-5027, 2010.

- Setiadi, Y.; Tanyimboh, T. T.; Templeman, A. B. Modelling errors, entropy and the hydraulic reliability of water distribution systems. *Advances in Engineering Software*, v.36, n.1, p.780-788, 2005
- Shannon, C, E, The mathematical theory of communications, I and II *Bell System Tech, Journal*, 1948.
- Shuiabi, E.; Thomson, V.; Bhuiyan, N. Entropy as a measure of operational flexibility. *European Journal of Operational Research*, v.165, n.3, p.696-707, 2005.
- Silva, V. P. R.; Cavalcanti, E. P.; Nascimento, M. G.; Campos, J. H. B. C. Análises da precipitação pluvial no Estado da Paraíba com base na teoria da entropia. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, Campina Grande, v.7, n.2, p.269-274, 2003.
- Silva, V. P. R. On climate variability in Northeast of Brazil. *Journal of Arid Environments*, v.58, n.4, p.575-596, 2004.
- Silva, V. P. R.; Belo Filho, Adelgicio F.; Silva, B. B.; Campos, J. H. B. da C. Desenvolvimento de um sistema de estimativa da evapotranspiração de referência. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, v.9, n.4, p.547-553, 2005.
- Silva, V. P. R.; Sousa, F. A. S.; Cavalcanti, E. P.; Souza, E. P.; Silva, E. P. Teleconnections between sea-surface temperature anomalies and air temperature in northeast Brazil. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, v.68, n.1, p.781-792, 2006.
- Silva, V. P. R.; Campos, J. H. B. C.; Azevedo, P. V. Water-use efficiency and evapotranspiration of mango orchard grown in northeastern region of Brazil. *Scientia Horticulturae*, v.102, p. 467-472, 2009.
- Silva, V. P. R.; Campos, J. H. B. C.; Silva, Azevedo, M. T. P. V. Impact of global warming on cowpea bean cultivation in northeastern Brazil. *Agricultural Water Management (Print)*, v.1, p.1-9, 2010.
- Singh, V. P.; Rajagopal, A. K. Some recent advances in application of the principle of maximum entropy (POME) in hydrology. *IAHS*, v.194, n.1, p.353-364, 1987.
- Singh, V. P. The use entropy in hydrology and water resources, *Hydrological Processes*. v.11, p.587-626, 1997.
- Sonuga, J. O. Entropy principle applied to the rainfall-runoff process. *Journal of Hydrology*, n.30, p.81-94, 1976.

- Steinborn, W.; Svirezhev, Y. Entropy as an indicator of sustainability in agro-ecosystems: North Germany case study. *Ecological Modelling*, v.133, n.1, p.247-257, 2000.
- Xie, H. B.; Zheng, Y. P.; Guo, J. Y.; Chen, X. Cross-fuzzy entropy: A new method to test pattern synchrony of bivariate time series. *Information Sciences*, v.180, n.1, p.1715-1724, 2010.
- You, L.; Wood, S. Assessing the spatial distribution of crop areas using a cross-entropy method. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, v.7, n.1, p.310-323, 2005.
- You, L.; Wood, S.; Wood-Sichra, U, Generating plausible crop distribution maps for Sub-Saharan Africa using a spatially disaggregated data fusion and optimization approach, *Agricultural Systems*, v,99, n,1, p,126-140, 2009.