

MARIA DE FÁTIMA CAMELO

MULTIPLEX ADAPTATIVO POR DIVISÃO EM CÓDIGO

Dissertação apresentada à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Grau de Mestre.

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: **Processamento da Informação**

IVAN ROCHA NETO
Orientador

WILLIAM FERREIRA GIOZZA
Co-Orientador

CAMPINA GRANDE
SETEMBRO - 1983



C181m Camelo, Maria de Fatima
 Multiplex adaptativo por divisao em codigo / Maria de
 Fatima Camelo. - Campina Grande, 1983.
 49 f. : il.

 Dissertacao (Mestrado em Engenharia Eletrica) -
 Universidade Federal da Paraiba, Centro de Ciencias e
 Tecnologia.


 1. Sistema de Comunicacao - Multiplex Digital 2.
 Comunicacao - Computacao 3. Processamento de Dados -
 Comunicacao 4. Dissertacao I. Rocha Neto, Ivan, Dr. II.
 Giozza, William Ferreira, Dr. III. Universidade Federal da
 Paraiba - Campina Grande(PB) IV. Título

CDU 004.312.24(043)


MULTIPLEX ADAPTATIVO POR DIVISÃO EM CÓDIGO

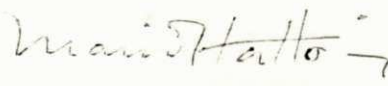
MARIA DE FÁTIMA CAMELO

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 02/09/83


IVAN ROCHA NETO
Orientador


WILLIAM FERREIRA GIOZZA
Co-Orientador


VALDEMAR CARDOSO DA ROCHA JÚNIOR
Componente da Banca


MÁRIO TOYOTARO HATTORI
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE
SETEMBRO - 1983

*A meus Pais e
a meus Filhos,
Cristiano e Melissa,
dedico este trabalho.*

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Ivan Rocha Neto por sua verdadeira orientação, incentivo e amizade; ao Dr. William Ferreira Giozza pela ajuda prestada e por sua crítica construtiva; a meus parentes e amigos, especialmente a Bruno Correia da Nóbrega Queiroz, pelo apoio com que me estimularam a concluir este trabalho.

MARIA DE FÁTIMA CAMÉLO

R E S U M O

O uso de meios mais rápidos de comunicação, associado à necessidade crescente do aumento da confiabilidade dos sistemas de comunicações atuais e de economia de linhas ou canais de transmissão impulsionaram o desenvolvimento de sistemas de multiplexação digital inteligentes.

Este trabalho consta da concepção e desenvolvimento de um sistema de multiplexação por divisão em códigos, a fim de obter-se um sistema universal com um código simples de redundância variável que incorpore as vantagens dos sistemas já existentes, evitando as limitações relativas ao número de canais possíveis de serem multiplexados, e quanto a flexibilidade de troca de capacidade de canal por capacidade de controle de erros.

O aproveitamento contínuo do aumento do número de canais inativos para redução da probabilidade de erro por bloco recebido é obtido com a utilização de um processo de decisão suave não otimizado na recepção.

ABSTRACT

Lately the needs of high data rate transmission associated with the requirements of information reliability and bandwidth economy led to an increasing interest for intelligent multiplexing systems.

A new code-division multiplexing system is presented. The drawbacks of previously described code division multiplexing systems related either with complexity of implementation or with limitations in the number of channels are resolved by a rather simple set of codewords (the Walsh functions), allowing a flexible trade-off between the excess channel capacity and the error control ability of the system.

The system, channel by channel continuously, takes advantage of the empty time slots (inactive users) to increase its error detecting and correcting capacity by a simple soft decision process in the signal reception.

ÍNDICE

CAPÍTULO I	- INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II	- FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	4
2.1	- Introdução	4
2.2	- Códigos Bloco Lineares	5
2.2.1	- Definições	5
2.2.2	- Matriz Geradora	6
2.2.3	- Matriz de Paridade	8
2.2.4	- Síndrome	8
2.2.5	- Distância de Hamming	9
2.2.6	- Decodificação por Máxima Semelhança em Canal Simétrico Binário	11
2.3	- Funções de Walsh	12
2.4	- Multiplexadores	16
2.4.1	- Multiplexação por Divisão Ortogonal	17
2.4.1.1	- Multiplexação por Divisão em Frequência - MDF	18
2.4.1.2	- Multiplexação por Divisão em Tempo - MDT ...	19
2.4.2	- Multiplexação por Divisão em Códigos - MDC .	21
CAPÍTULO III	- O SISTEMA PROPOSTO - MADC	25
3.1	- Introdução	25
3.2	- Codificação	26
3.3	- Decodificação	30
3.4	- Correção de Erro com Decisão Abrupta	31
3.5	- Correção de Erro com Decisão Suave	33

3.6	- Descrição de Canal	37
3.7	- Resultados	39
CAPÍTULO IV	- CONCLUSÕES E SUGESTÕES	42
BIBLIOGRAFIA	46

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIACÕES

- a - Valor RMS do sinal recebido.
- a_i - Estado de atividade do i -ésimo canal
- ARQ - "Automatic Repeat Request"
- \hat{b} - Limiar do detector de decisão suave
- b_i - i -ésima função bloco
- c - Número de dígitos de paridade de um código bloco
- C_p - Bit de redundância correspondente ao canal p inativo
- C_n^p -
$$\frac{n!}{p!(n-p)!}$$
- CSB - Canal Simétrico Binário
- d - Distância de Hamming de um código
- D - Capacidade de detecção de erros por palavra código
- $d(U, V)$ - Distância de Hamming entre as n -uplas U e V
- $[E]$ - Vetor erro
- FEC - "Forward error correction"
- $[G]$ - Matriz geradora de um código linear
- GF(2) - Campo de Galois de 2 elementos
- $[H]$ - Matriz de paridade de um código linear
- $[H]^T$ - Transposta da matriz $[H]$
- H_2^k - Matriz de Hadamard de k -ésima ordem
- $[I_k]$ - Matriz identidade de ordem k
- k - Número de dígitos de informação por bloco
- k/n - Eficiência de um código bloco

- MADC - Multiplex Adaptativo por Divisão em Código
- MAFM - Multiplex Adaptativo por Função de Maioria
- MAFM/DS- Multiplex Adaptativo por Função de Maioria usando Deci
são Suave
- MDDCC - Multiplex Digital por Divisão em Código Cíclico
- MDC - Multiplex por Divisão em Código
- MDF - Multiplex por Divisão em Frequência
- MDO - Multiplex por Divisão Ortogonal
- MDT - Multiplex por Divisão em Tempo
- MDTA - Multiplex por Divisão em Tempo Assíncrono
- MDTS - Multiplex por Divisão em Tempo Síncrono
- m_i - Bit de mensagem do canal i
- MODEM - Modulador-Demodulador
- n - Comprimento do Código
- NDT - "Net Data Troughput"
- P_e - Probabilidade de erro de um dígito em decisão abrupta
- P - Probabilidade de erro de um dígito em decisão suave
- P_b - Probabilidade de erro por bloco
- P_{ba} - Probabilidade de erro por bloco com decisão abrupta
- P_{bs} - Probabilidade de erro por bloco com decisão suave
- P_{ij} - Probabilidade do símbolo recebido ser j quando i é o
símbolo transmitido.
- $[S]$ - Vetor síndrome
- S/N - Razão sinal/ruído
- t - Capacidade de correção de um código bloco
- T - Período das Funções de Walsh
- V_n - Espaço vetorial de dimensão n
- W_i - Função de Walsh de parâmetro de ordem i
- \bar{W}_i - Função de Walsh de parâmetro de ordem i complementada

$W(p, i)$ - i -ésimo elemento da função de Walsh de ordem p .

$W(V)$ - Peso de Hamming da n -upla V

$\lceil x \rceil$ - Maior inteiro $\leq x$

$\lceil x_{\text{MADC}} \rceil$ - Vetor de saída do método MADC

$\lceil x_{\text{MDT}} \rceil$ - Vetor de saída do método MDT

\otimes Produto de Kronecker

\oplus Soma módulo-2

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Um dos fatores determinantes do custo total de um sistema de comunicações é o custo das linhas ou canais de transmissão. Este fato despertou um crescente interesse por sistemas que minimizem o número de canais, como os sistemas de multiplexação digital, baseados em transformações que permitem a transmissão de sinais digitais de diversas fontes de informação em um único sinal.

Outrossim, a exigência de transmissão de dados de uma maneira confiável gera a necessidade de uma proteção contra erros na recepção das mensagens transmitidas. Esta proteção pode ser obtida através da codificação de linha (ou de canal) que consiste na introdução sistemática de redundâncias à informação transmitida, que permitem a detecção e até mesmo a correção de erros na recepção das mensagens.

A eficiência quanto à utilização dos meios de comunicação disponíveis tem sido também objeto de interesse. Neste sentido, e considerando a natureza intermitente das comunicações em geral, foram desenvolvidos sistemas de multiplexação digital, adaptativos à atividade dos canais multiplexados.

O aproveitamento da inatividade dos canais na entrada de um sistema de multiplexação para a incorporação de um aumento na capacidade de controle automático de erros foi consolidado num sistema de multiplexação não-convencional desenvolvido por Gordon e Barrett (1971) e adaptado por Rocha Neto (1975). Esse sistema apresenta duas limitações inerentes ao processo de multiplexação utilizado. A limitação no número possível de canais a serem multiplexados é uma delas, a outra é o aproveitamento real da inatividade dos canais na incorporação de uma maior capacidade de controle de erros na recepção do sinal multiplexado. Rocha Neto (1975) propôs soluções quanto a superação do limite do número possível de canais a serem multiplexados pelo sistema desenvolvido por Gordon e Barrett. Uma das soluções propostas foi a utilização de códigos cíclicos com redundância variável na codificação da informação multiplexada. (Giozza, 1979).

O objetivo deste trabalho de tese foi a concepção e desenvolvimento de um sistema de multiplexação digital com capacidade de controle de erro no canal multiplexado, incorporada através de um código bloco linear com redundância variável e que se adapta ao número de canais efetivamente ativos na entrada do sistema.

Este trabalho está inserido na linha de pesquisa da equipe de Comunicações Digitais da Universidade Federal da Paraíba -

UFPb, e relacionado com várias outras pesquisas desenvolvidas ou em desenvolvimento, como por exemplo, Adaptive Majority Multiplexing Techniques (Rocha Neto, 1975), Sistema De Multiplexação Adaptativo Por Função De Maioria Usando Decisão Suave (Vilar França, 1978), Multiplex Digital Por Divisão Em Código Cíclico (Giozza, 1979), Sistemas Dinâmicos De Multiplexação Em Tempo (Morais, 1980), Um Estudo Para Utilização Da Inatividade Dos Canais Para Controle Automático de Erro Associado Com Alocação Dinâmica Dos Canais Em Atividade (Vilar Mayer, 1980), Multiplex Por Divisão Em Código Com Controle Híbrido De Erro ARQ/FEC (Aguiar Neto, 1982).

Os resultados apresentados neste trabalho foram obtidos em 1980. Parte desses resultados foram apresentados em Um Novo Multiplex Adaptativo por Divisão em Código (Camêlo e Rocha Neto, 1981). O código desenvolvido foi utilizado na realização prática do multiplex desenvolvido em (Aguiar Neto, 1982).

O 2º Capítulo apresenta uma revisão da teoria utilizada no desenvolvimento do trabalho. É feito um estudo sucinto de codificação de linha através de códigos blocos lineares, funções de Walsh e multiplexadores inteligentes. O 3º Capítulo apresenta o sistema de multiplexação proposto neste trabalho, cujas equações de paridade são baseadas nas funções de Walsh. São descritos em detalhe suas propriedades e os resultados obtidos. Também foi considerado um processo de decisão suave não otimizado na recepção do sinal multiplexado. O 4º Capítulo sumariza e discute as principais conclusões do trabalho, inclusive a sua implementação com microprocessador. São sugeridos também pontos interessantes para estudos posteriores.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Introdução

A utilização de maiores velocidades de transmissão de dados nos meios de comunicações convencionais acarretaram também o aumento dos problemas decorrentes de erros na transmissão. A necessidade de se ter sistemas de transmissão confiáveis torna importante o controle desses erros.

Um método usado para controlar e até corrigir erros causados por ruído no processo de transmissão é a *Codificação de Linha*, que consiste na introdução sistemática de símbolos redundantes às mensagens a serem transmitidas. A redundância introduzida na Codificação de Linha é usada para reduzir a incerteza dos símbolos na recepção das mensagens.

O Teorema Fundamental da Teoria da Informação (Abramson, 1963) demonstrado por Shannon em 1948, estabelece o potencial

de controle de erro desse método e prova a existência de códigos que podem tornar a probabilidade de erros na recepção da informação muito pequena.

Neste capítulo são apresentados alguns conceitos básicos de códigos lineares, funções de Walsh e multiplexadores inteligentes.

2.2. Códigos Bloco Lineares

2.2.1. Definições

A codificação de uma sequência de dígitos de informação binários pode ser feita dividindo-se a sequência original em blocos de dígitos de informação e adicionando-se, de acordo com regras bem definidas, dígitos redundantes a cada bloco, transformando-o em uma *Palavra Código*. Se a redundância adicionada ao bloco verifica apenas os dígitos referentes a esse bloco, o código é chamado *Código Bloco*. Por outro lado, códigos em que a redundância em um bloco verifica dígitos de informação em mais de um bloco são chamados Códigos Convolucionais (Elias, 1955). Os códigos bloco binários cujos dígitos redundantes são calculados com somadores módulo-2 (operação linear no $GF(2)$), são chamados *Códigos Bloco Lineares Binários*. Aqueles cujos dígitos redundantes são calculados com lógica não linear (portas lógicas AND, NAND, etc.), são chamados de não-lineares.

Usando o conceito de espaço vetorial, um *Código Bloco Linear Binário* pode ser definido como sendo um conjunto de 2^k vetores que formam um sub-espaço do espaço vetorial V_n de todas as n -uplas. Assim sendo, termos como vetor-código ou, simplesmente vetor, espaço vetorial, etc., serão utilizados neste capítulo em

substituição aos termos palavra-código, alfabeto-código, etc. Esses códigos são normalmente representados por pares ordenados (n, k) onde n representa o número de dígitos em cada palavra-código e é chamado *Comprimento do Código*, k representa o número de dígitos de informação por bloco e $(n-k)$ é o número de dígitos redundantes adicionados ao bloco de k dígitos de informação. No caso binário a Eficiência do Código Bloco é definida pela relação k/n .

2.2.2. Matriz Geradora

O número de palavras-código distintas de um código binário (n, k) é 2^k . Para se usar um código em um sistema de transmissão é necessário que o transmissor tenha condições de identificar todas as palavras-código e esteja pronto para enviá-las de acordo com a informação a ser transmitida. Se n e k assumirem valores consideráveis, torna-se proibitivo o armazenamento dos $n \times 2^k$ dígitos binários no transmissor. Porém, quando as 2^k n -uplas formam um sub-espço S de dimensão k do espaço de todas as n -uplas, como no caso do código linear, é possível se obter um conjunto de k vetores linearmente independentes que, através de combinações lineares, geram todos os elementos do sub-espço.

Por exemplo:

sejam $[v_1], [v_2], \dots, [v_k]$, k n -uplas linearmente independentes no sub-espço S , então qualquer outra n -upla $[u]$ nesse sub-espço pode ser obtida da seguinte maneira:

$$[u] = m_1 [v_1] + m_2 [v_2] + \dots + m_k [v_k],$$

onde $m_i \in \{0,1\}$, com $1 \leq i \leq k$.

Um código linear (n,k) pode ser descrito por um conjunto de k vetores códigos linearmente independentes. Dá-se o nome de *Matriz Geradora do Código*, $[G]$, a matriz $k \times n$ cujas linhas são k vetores código linearmente independentes. Qualquer palavra código, $[U]$, associada com o bloco de k dígitos de informação, $[M] = [m_1, m_2, \dots, m_k]$, é dada por

$$[U] = [M] \cdot [G] = [m_1, m_2, \dots, m_k] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_k \end{bmatrix}$$

Então, $[U] = m_1 [v_1] + m_2 [v_2] + \dots + m_k [v_k]$ é uma combinação linear das linhas da matriz geradora do código, $[G]$.

Considerando que um Código Bloco Linear é completamente especificado por sua matriz geradora $[G]$, o problema de armazenamento no transmissor é reduzido significativamente, pois o codificador consistirá basicamente de elementos de armazenamento das linhas da matriz $[G]$ e de um circuito lógico para efetuar a combinação linear dessas linhas de acordo com a sequência dos dígitos de informação. Sendo $[G]$ uma matriz não singular é possível escrever $[G] = [g : I_k]$ (Peterson, 1972) onde I_k é uma matriz identidade $k \times k$ e g é uma matriz $k \times (n-k)$. Dessa forma, as palavras-código geradas tem as k últimas posições ocupadas pelos dígitos de informação enquanto os primeiros $(n-k)$ dígitos são combinações lineares dos dígitos de informação. Um código com essa estrutura é chamado de *Sistemático*. Os primeiros $(n-k)$ dígitos da palavra-código são chamados *Dígitos de Paridade* e as

funções lineares que geram os dígitos de paridade são chamadas de *Equações de Paridade*.

2.2.3. Matriz de Paridade

O decodificador precisa verificar se todas as palavras-código recebidas foram geradas no codificador a partir da matriz $[G]$. Para isto é usada a *Matriz de Paridade* $[H]$. A matriz $(n-k) \times n$ $[H]$, é obtida a partir da matriz $k \times n$ $[G]$ de um código linear, de modo que o espaço vetorial gerado pelas linhas da matriz $[G]$ seja ortogonal à matriz $[H]$ e, então,

$$[v_i] \cdot [H]^T = [0].$$

A matriz de paridade do código pode ser representada como:

$$[H] = [I_{n-k} : h]$$

onde I_{n-k} é a matriz identidade $(n-k) \times (n-k)$ e h é uma matriz $(n-k) \times k$.

Pode ser mostrado que $[h] = [g]^T$ (Peterson, 1972) onde $[g]^T$ é a matriz transposta de $[g]$. Como as linhas da matriz $[H]$ são linearmente independentes, elas geram um código linear $(n, n-k)$ que é chamado o dual do código linear (n, k) gerado por $[G]$.

2.2.4. Síndrome

O vetor que chega no receptor pode ser diferente do vetor transmitido devido ao ruído adicionado durante a transmissão. O decodificador deve recuperar o vetor transmitido a partir do recebido. Por exemplo: Seja $[U]$ uma palavra-código de um código bloco linear com matriz geradora $[G]$ e matriz paridade

$[H]$, transmitida em um canal com ruído. No receptor é recebido um vetor $[R]$ que pode ser diferente de $[U]$. Para recuperar $[U]$ de $[R]$, o decodificador deve verificar inicialmente se $[R]$ é uma palavra-código. Isto pode ser feito da seguinte maneira:

$$[R] \cdot [H]^T = [S]$$

onde $[S]$ é uma $(n-k)$ -upla chamada síndrome de $[R]$. Se $[S] = 0$ assume-se que não houve erro e que $[R] = [U]$. Se $[S] \neq [0]$, então $[R]$ não é um vetor do espaço gerado pelas linhas da matriz $[G]$ e a síndrome $[S]$ é usada para detetar e/ou corrigir erros. O vetor recebido $[R]$ pode ser escrito como

$$[R] = [U] + [E]$$

onde $[E]$ é uma n -upla que representa o padrão de erros introduzidos pelo canal durante a transmissão.

Então:

$$[S] = [R] \cdot [H]^T = [U] \cdot [H]^T + [E] \cdot [H]^T$$

Como U pertence ao espaço vetorial gerado pelas linhas de $[G]$

$$[S] = [E] \cdot [H]^T$$

2.2.5. Distância de Hamming

O peso de Hamming de uma n -upla $[U]$ é o número de componentes diferentes de zero em $[U]$ e é representado por $w(U)$.

A distância de Hamming entre duas n -uplas $[U_1]$ e $[U_2]$ é o número de posições em que $[U_1]$ difere de $[U_2]$ e é representada por $d(U_1, U_2)$.

O termo *Distância de um Código* se refere à menor distância de Hamming encontrada entre todos os possíveis pares de palavras-código desse Código, e é representada por d .

Em um código linear a soma de duas palavras-código resulta em uma outra palavra-código. Ou seja:

$$[u_1] + [u_2] = [u_1 + u_2] = [u_3]$$

Daí,

$$W(u_1, u_2) = W(u_3)$$

e

$$d(u_1, u_2) = W(u_3)$$

Portanto, para código linear a distância mínima é igual ao peso da palavra-código diferente de zero de peso mínimo.

Ainda no caso linear, existe uma propriedade relacionando d com a matriz paridade $[H]$: Um código linear cuja matriz de paridade $[H]$ possui $(d-1)$ colunas linearmente independentes, tem uma distância mínima maior ou igual a d (Peterson, 1972).

A distância de Hamming, d , de um código está relacionada com a probabilidade de erro na informação recebida quando se usa este código. Em geral, quanto maior a distância do código, menor a probabilidade de erro na recepção, porém, também fica reduzido o número de palavras código que se pode utilizar. Deve haver então um compromisso entre um grande número de mensagens a serem representadas e a consequente redução na probabilidade de erro para um dado comprimento de código (Abramson, 1963).

2.2.6. Decodificação por Máxima Semelhança em Canal Simétrico Binário

O bom desempenho da codificação de linha depende do conhecimento do comportamento estatístico do canal. Como é difícil a obtenção dessas estatísticas, um modelo teórico é usado.

O Canal Simétrico Binário (CSB) é um dos modelos mais utilizados. No CSB se assume que os erros ocorrem independentemente, isto é, são erros aleatórios, e que os 0's e 1's tem a mesma probabilidade de estarem errados. O esquema do CSB é mostrado na figura 2.1.

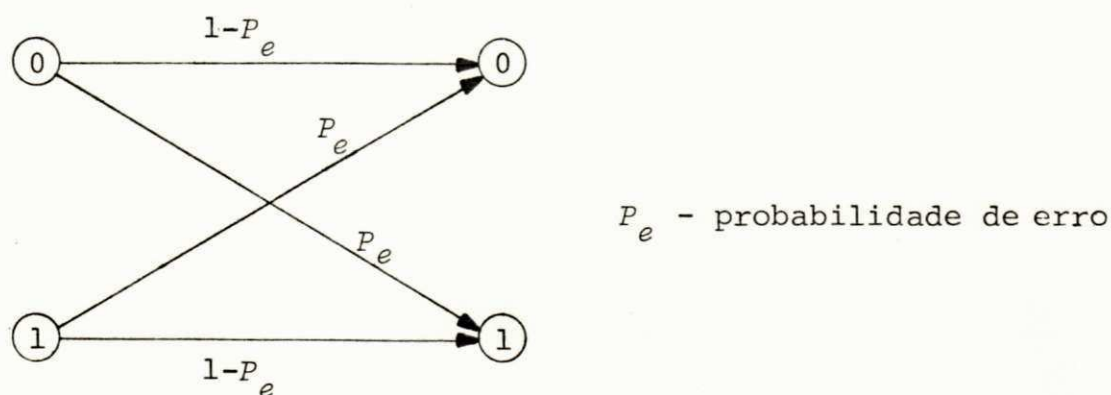


Fig. 2.1 - Canal Simétrico Binário

Considerando um código (n, k) cujas palavras-código tem a mesma probabilidade de serem transmitidas pelo canal, pode ser usado o método de decodificação descrito a seguir.

Na recepção o decodificador procura entre as 2^k n-uplas que compõem o código, a que tem menor distância de Hamming em relação à n-upla recebida $[R]$. Portanto, a palavra-código que difere de $[R]$ no menor número de posições é aceita na recepção como sendo a palavra-código que foi transmitida. Este processo de decodificação é chamado de *Decodificação por Máxima Semelhança*.

Em um CSB com decodificação por máxima semelhança, pode-se mostrar que para um código de distância mínima d ser capaz de corrigir todos os padrões de t ou menos erros aleatórios por palavra-código, deve satisfazer a seguinte desigualdade

$$d \geq 2t + 1 \text{ (Peterson, 1972),}$$

ou seja, que a capacidade de correção de t erros aleatórios por palavra-código de um código linear é dada por:

$$t = \left\lfloor \frac{d - 1}{2} \right\rfloor^* \text{ (Shu Lin, 1970).}$$

A capacidade de detecção de erros por palavra código, D , é dada por

$$D = d - 1 \text{ (Shu Lin, 1970).}$$

Se o código é usado para correção de todos os padrões de t ou menos erros e detecção de $f \geq t$ erros, a distância mínima deve ser

$$d = t + f + 1 \text{ (Shu Lin, 1970).}$$

2.3. Funções de Walsh

As funções de Walsh são os componentes de um conjunto ortogonal completo de funções binárias, possuindo 2^k funções periódicas distintas. A ortogonalidade das funções é definida exatamente no seu período T , isto é,

* $\left\lfloor \frac{d - 1}{2} \right\rfloor$ significa o maior inteiro menor ou igual a $\frac{d - 1}{2}$.

$$\frac{1}{T} \int_0^T W_i(t) \cdot W_j(t) dt = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j, \end{cases}$$

ou,

$$\frac{1}{2^k} \sum_0^{2^k-1} W_i(t_\ell) \cdot W_j(t_\ell) = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j, \end{cases}$$

onde

$$\frac{\ell T}{2^k} < t_\ell < \frac{(\ell+1)T}{2^k}.$$

O inteiro positivo k denomina-se *ordem* do conjunto e o valor 2^k é chamado de *dimensão*. Originalmente o alfabeto binário de definição das funções é $\{+1, -1\}$. (Beauchamp, 1975).

As funções de Walsh de ordem k , podem ser definidas como sendo o conjunto das linhas (ou colunas) da matriz obtida depois de se aplicar $k-1$ vezes o produto de Kronecker*, partindo da matriz de Hadamard de primeira ordem.

A matriz de Hadamard é uma matriz quadrada cujos elementos são $+1$ e -1 e que tem as linhas ortogonais entre si. A matriz de Hadamard de primeira ordem, é:

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

* Produto de Kronecker de duas matrizes A e B .

$$[A] \otimes [B] = \begin{bmatrix} a_{11}[B] & a_{12}[B] & \dots & a_{1n}[B] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}[B] & a_{m2}[B] & \dots & a_{mn}[B] \end{bmatrix}$$

A matriz de Hadamard de k -ésima ordem, H_{2^k} , pode ser obtida recursivamente pela relação.

$$H_{2^k} = H_{2^{k-1}} \otimes H_2$$

Por exemplo,

$$\begin{aligned} k = 2 \\ H_{2^2} = H_4 = H_2 \otimes H_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \otimes H_2 = \\ &= \begin{bmatrix} H_2 & H_2 \\ H_2 & -H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Por definição, as linhas (ou colunas) de H_4 são as funções de Walsh de segunda ordem.

Quando o conjunto de funções de Walsh é organizado de modo que $W_i = (i+1)$ -ésima linha de H_{2^k} , diz-se que o conjunto está ordenado segundo o sistema de Kronecker ou Hadamard. Existem, entretanto, outros sistemas de ordenação de grande importância em estudos teóricos e práticos das funções de Walsh (Beauchamp, 1975). Com esse sistema de ordenação tem-se que:

$$\begin{aligned} W_0 &= (1 \ 1 \ 1 \ 1) \\ W_1 &= (1 \ -1 \ 1 \ -1) \\ W_2 &= (1 \ 1 \ -1 \ -1) \\ W_3 &= (1 \ -1 \ -1 \ 1) \end{aligned}$$

Com $k=3$, o conjunto das funções de Walsh de terceira ordem é gerado da seguinte maneira:

$$H_{2^3} = H_{2^2} \otimes H_2 = \begin{bmatrix} H_2 & H_2 & H_2 & H_2 \\ H_2 & -H_2 & H_2 & -H_2 \\ H_2 & H_2 & -H_2 & -H_2 \\ H_2 & -H_2 & -H_2 & H_2 \end{bmatrix}$$

ou seja:

$$H_8 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} W_0 \\ W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ W_5 \\ W_6 \\ W_7 \end{matrix}$$

Todas as propriedades das Funções de Walsh são conser
vadas se forem feitas as transformações

$$-1 \longleftrightarrow 1,$$

$$+1 \longleftrightarrow 0.$$

Com essas transformações, a soma módulo-2 pode ser facil
mente implementada por um bloco lógico que execute a função OU-
EXCLUSIVO.

Usando o novo alfabeto, o conjunto das Funções de Walsh
de segunda ordem é dado pelas linhas (ou colunas) da ma
triz

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

As funções de Walsh complementadas são obtidas trocando-se os 0's (zeros) por 1's (uns) e 1's (uns) por 0's (zeros) nas funções resultantes da transformação anterior.

Por exemplo, o conjunto das Funções de Walsh de segunda ordem complementadas é dado pelas linhas ou colunas da matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.4. Multiplexadores

O multiplexador é um dispositivo que combina diversos sinais independentes em um único sinal para transmissão. A transformação tem que ser reversível para permitir que os sinais sejam recuperados na recepção através de uma operação inversa.

Na multiplexação a capacidade instantânea de transferência de informação do canal de saída é sempre maior ou igual à soma das capacidades instantâneas de cada canal independente na entrada.

Existem diversos métodos de multiplexação. A escolha de um método está relacionada com os objetivos do sistema a que se

destina. São considerados fatores determinantes da escolha, a capacidade de canal e flexibilidade de inserção e desvio de canais. Em alguns sistemas, onde se exige alta confiabilidade na transmissão, são feitas também considerações sobre capacidade de controle de erros.

De uma maneira geral os multiplexadores podem ser agrupados em dois tipos (Vilar França, 1978)

1. Multiplexação por Divisão Ortogonal - MDO

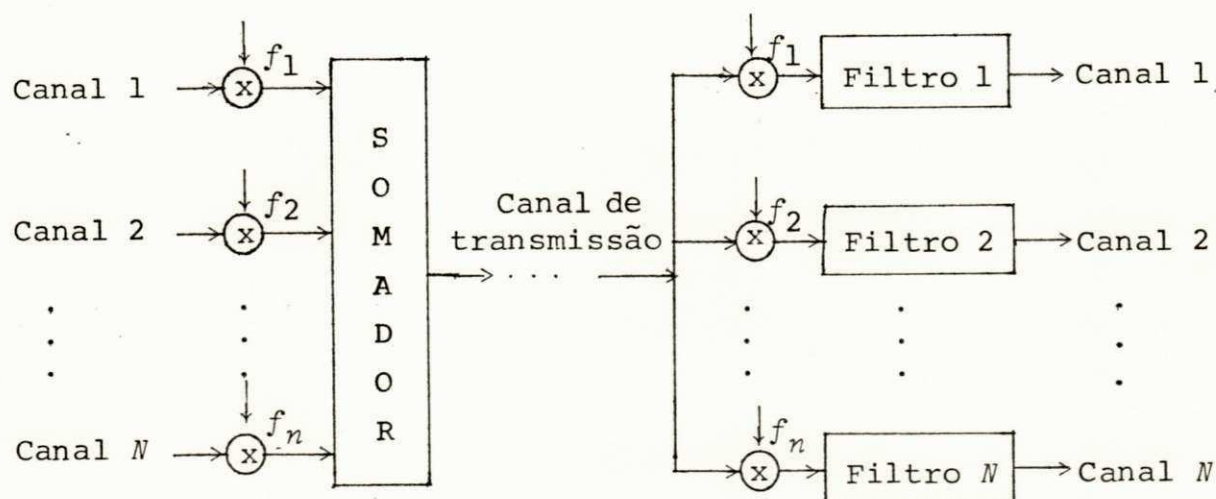
A reversibilidade do processo é baseado na ortogonalidade do conjunto de funções usadas.

2. Multiplexação por Divisão em Códigos - MDC

Não utilizam a ortogonalidade do conjunto de funções para obter a reversibilidade.

2.4.1. Multiplexação por Divisão Ortogonal - MDO

Um diagrama de blocos de um sistema MDO é mostrado na figura 2.2.



onde $\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ é um conjunto de funções ortogonais.

Fig. 2.2 - Sistema MDO

Serão discutidos a seguir os tipos mais usados de MDO, a saber,

- Multiplexação por Divisão em Frequência
- Multiplexação por Divisão em tempo.

2.4.1.1. Multiplexação por Divisão em Frequência -

MDF

Neste método, os vários sinais são alocados em faixas de frequência bem definidas dentro do espectro de frequência do canal de transmissão. Na prática há necessidade da existência de um espaçamento entre os canais de modo a se evitar interferência entre canais adjacentes, o que limita, quanto à eficiência, os sistemas MDF. Tipicamente tem-se uma baixa utilização da faixa disponível do canal de transmissão (Doll, 1972).

Uma das vantagens dos sistemas MDF é a relativa facilidade de inserção e desvio de canais em pontos intermediários ao longo da rota de transmissão, o que é bastante interessante, particularmente em redes multiponto (Smith, 1976). Por outro lado, uma grande desvantagem que se apresenta nos sistemas MDF é o custo da implementação dos circuitos, principalmente quando o número de canais aumenta, pois é necessário gerar uma portadora para cada canal. Além disso, como cada canal utiliza uma faixa de frequência diferente, torna-se necessário um projeto diferente de filtro passa faixa para cada canal (Lathi, 1979).

2.4.1.2. Multiplexação por Divisão em Tempo - MDT

Os sistemas MDT consistem basicamente de uma chave varrendo continuamente os canais de entrada, alocando a informação de cada canal sequencialmente no tempo, formando um bloco que é enviado para a linha através de um modem. A decodificação consiste na separação da sequência recebida em bits ou bytes endereçando-os aos destinatários. Para isto é necessária uma identificação dos canais por endereço. A figura 2.3, mostra um esquema básico de um sistema MDT.

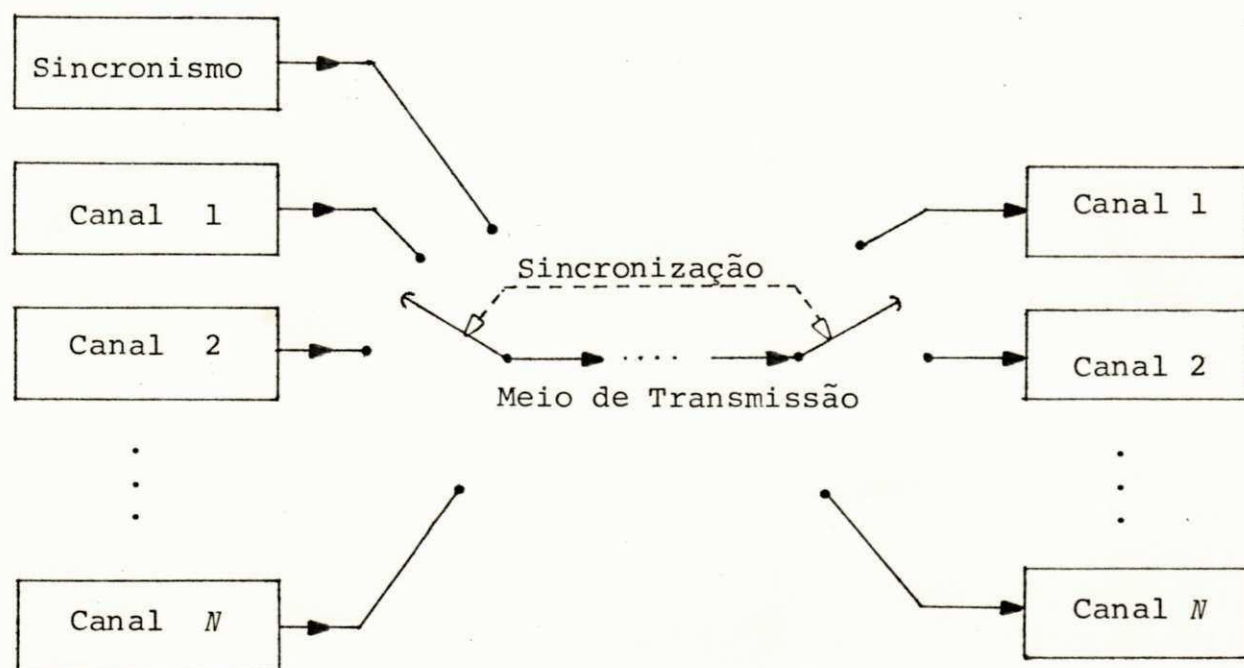


Fig. 2.3 - Sistema MDT

Quando o ciclo de varredura é fixo, isto é, para cada canal de entrada é assegurado um número fixo de intervalos de tempo durante o ciclo de varredura, o sistema é chamado Multiplex por Divisão em Tempo Síncrono (MDTS) (Doll, 1972). Quando o ciclo de varredura é variável, ou seja, os intervalos de tempo são

alocados dinamicamente, numa base estatística, aos canais efetivamente ativos durante o ciclo, o sistema é denominado Multiplex por Divisão em Tempo Assíncrono (MDTA) (Doll, 1972). Nos dois tipos é necessária a transmissão de um padrão de bits (sincronismo), após um determinado número de blocos (conjunto de bits) transmitidos, que formam o *QUADRO* (frame) do sinal multiplexado. (Davies e Barber, 1973).

Os sistemas MDTS são geralmente utilizados quando os canais a serem multiplexados são normalmente ativos. O *QUADRO* de um sistema MDTS é dividido em campos onde são alocadas informações de sinalização dos canais, padrão de sincronismo, e os dados. O padrão de sincronismo pode ser um único bloco, um conjunto de blocos ou a repetição de determinado bloco. O padrão de sincronismo é transmitido periodicamente para assegurar o sincronismo.

Nos sistemas MDTS podem ser multiplexados tanto canais síncronos como assíncronos, ou ainda, uma combinação de ambos. A escolha entre a multiplexação por bits ou bytes depende do formato dos dados dos canais. Os sistemas MDTS são transparentes quanto ao formato dos dados dos canais de entrada, e isto pode ser um requisito muito importante para a incorporação de sistemas de multiplex em grande redes de dados síncronos (Doll, 1972).

Quanto a flexibilidade para inserir e desviar canais, o sistema MDTS é desvantajoso comparado com o MDF. A inserção de um canal em qualquer ponto exige praticamente um sistema completo de MDTS e um par de modem's para o novo canal.

No sistema MDTA, a sequência de varredura é variável, ou seja, os intervalos de tempo no ciclo de varredura são reservados apenas aos canais ativos independentemente da posição no ciclo. A inatividade dos canais pode ser aproveitada para alocação dinâmica dos canais em atividade através de um sistema estatístico de multiplexação por divisão de tempo (Doll, 1972).

A fim de se identificar cada componente do canal multiplexado, geralmente adiciona-se um endereço a cada bloco de dígitos (Davies e Barber, 1973).

Uma grande vantagem do sistema MDTA sobre o MDTS é a possibilidade de operar com canais de diversas taxas de informação na entrada (Giozza, 1979). Os sistemas MDTA desempenham o papel intermediário entre multiplexação e concentração (Doll, 1972).

2.4.2. Multiplexação por Divisão em Códigos - MDC

A inatividade dos canais na entrada de um multiplex pode ser aproveitada tanto para alocação dinâmica dos canais como para aumentar a confiabilidade, fazendo-se uma troca de capacidade de canal por capacidade de controle de erro (Peterson, 1972). Num sistema de Multiplex por Divisão em Código - MDC, os intervalos correspondentes aos canais inativos são aproveitados para introdução de redundância por interpolação de bits em cada bloco após a varredura. É formada então uma palavra-código com redundância variável que é transmitida. Uma ilustração do sistema MDC é mostrada na figura 2.4.

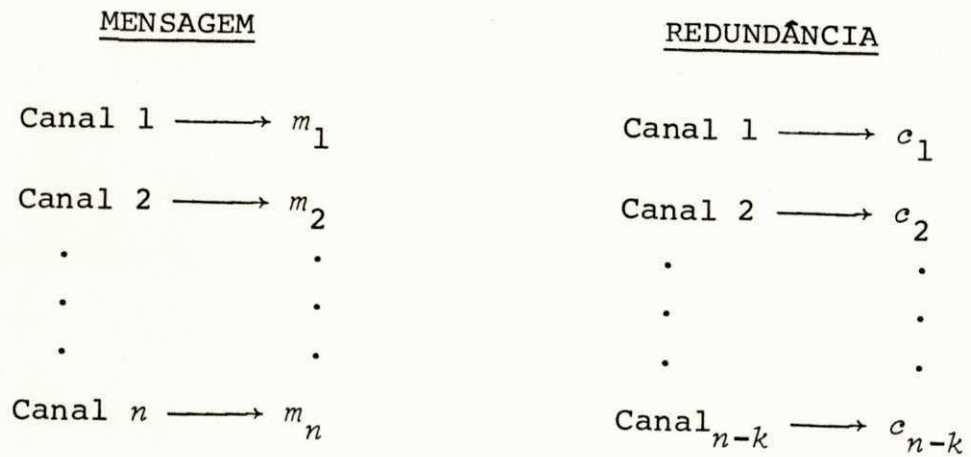
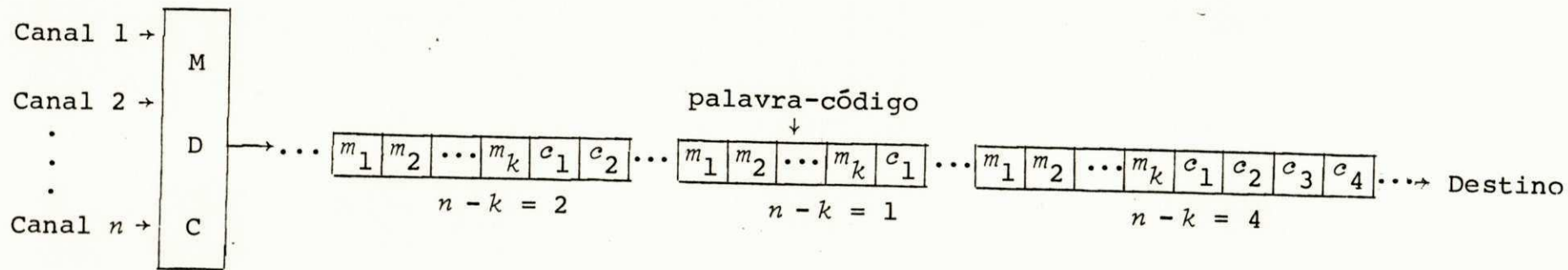


Fig. 2.4 - Formatação de Dados em um Sistema MDC.

Pertencem à classe dos MDC o sistema desenvolvido por Gordon e Barret (1971), o Multiplex Adaptativo por Função de Maioria (MAFM) (Rocha Neto, 1975), o Multiplex Adaptativo por Função de Maioria usando Decisão Suave (MAFM/DS) (Vilar França, 1978) e o Multiplex Digital por Divisão em Códigos Cíclicos (MDDCC) (Giozza, 1979).

Nos 3 (três) primeiros sistemas citados existe limitação quanto ao número de canais possíveis de serem multiplexados. Esta limitação tem sua origem no número de canais permitidos pela reversibilidade da transformação usada no processo de multiplexação. No sistema desenvolvido por Vilar França foi utilizada uma técnica de Decisão Suave na recepção, e mostrou-se que, com um pequeno aumento da complexidade do hardware pode-se melhorar o desempenho do código quanto ao controle de erro. Outra limitação inerente ao método de transformação usado nos 3 (três) sistemas em debate é a pouca flexibilidade nos padrões de atividade.

O MDDCC mostra uma maneira particular de evitar-se a limitação no número de canais. Este sistema foi desenvolvido com a filosofia de incorporação de capacidade de controle de erros automático ao sistema de multiplexação e, também, de aproveitamento da inatividade dos canais para aumentar essa capacidade. O número de canais multiplexados por este sistema é definido pelo comprimento dos códigos cíclicos com redundância variável usados no processo. Portanto, o MDDCC não apresenta, em princípio, limitações quanto ao número de canais. Porém apresenta limitações quanto a flexibilidade dos padrões de atividade na troca de capacidade de canal por capacidade de correção de erros. Esta limitação é imposta pelos códigos cíclicos binários utilizados, embora não exija complexidade adicional no processo de codificação.

O Multiplex Adaptativo por Divisão em Código (MADC) proposto no Capítulo III foi desenvolvido com o objetivo de chegar a um sistema universal com código simples de redundância variável, que incorpore as vantagens dos sistemas já existentes evitando as limitações quanto ao número possível de canais a serem multiplexados e quanto a flexibilidade de troca de capacidade de canal por capacidade de controle de erros.

CAPÍTULO III

O SISTEMA PROPOSTO - MADC

3.1. Introdução

Nos sistemas convencionais de multiplexação por divisão em tempo síncrono (MDTS), cada canal ocupa um espaço de tempo de transmissão, independente de estar ativo ou não. Nos novos sistemas de multiplexação digital por divisão em código (MDC), geralmente m canais independentes são combinados em n elementos digitais para formar o sinal multiplexado composto. O sinal de saída é formado com influência intersimbólica sistemática, diferindo do MDTS. Desse modo, quando existirem canais inativos, serão introduzidas redundâncias que possibilitarão algum controle de erro, sem aumento do tempo de transmissão. Portanto, o sistema pode trocar capacidade de transmissão por capacidade de controle de erro de forma adaptativa.

O problema principal dos métodos MDC é a variação na capacidade de controle de erro em função da atividade dos canais.

Não é sempre possível assegurar uma dada capacidade de controle de erro, em um determinado instante de transmissão, em presença de ruído. Entretanto, existem diversas aplicações onde esta dificuldade pode ser superada. Por exemplo, nos casos onde a varredura nos ciclos de multiplexação é controlada por um computador central. Através de uma simples decisão suave na recepção, a transmissão pode ser monitorada e uma capacidade de canal apropriada pode ser escolhida de modo a permitir que o controle de erro permaneça no nível desejado. (Rocha Neto, 1978).

Se o controle de erro for realizado através do método do pedido de repetição automática (ARQ), a correção de alguns erros pelo sistema MDC reduz a probabilidade de erro (Aguiar Neto, 1982). Este resultado diminui o número médio de repetições em uma rede de dados de alta vazão.

3.2. Codificação

A operação de multiplexação proposta é uma transformação binário-binário, na qual o sinal multiplexado é formado como no método MDT, bit a bit. Ou seja, em cada ciclo de varredura um determinado intervalo de tempo é reservado a cada canal de entrada, que envia seu elemento binário se estiver em atividade. Os espaços livres, correspondentes aos canais inativos, são preenchidos com dígitos de paridade dos canais em atividade. Desta forma, após a multiplexação, a palavra código formada conterá bits de todos os canais em atividade. A transmissão de uma mensagem de m bits de cada canal ativo será completada após a transmissão de m palavras código, pelo sistema de multiplexação.

O sistema é equivalente a um MDTS que incorpore um código de redundância variável.

O vetor de saída pode ser representado como uma n -upla, com j componentes contendo informação dos j canais ativos, e $c = n - j$ dígitos de paridade calculados de acordo com as equações de paridade escolhidas. Na figura 3.1 é mostrada uma ilustração do método supondo $n = 8$ e que os canais 0, 1, 4 e 6 estão ativos, portanto $j = 4$.

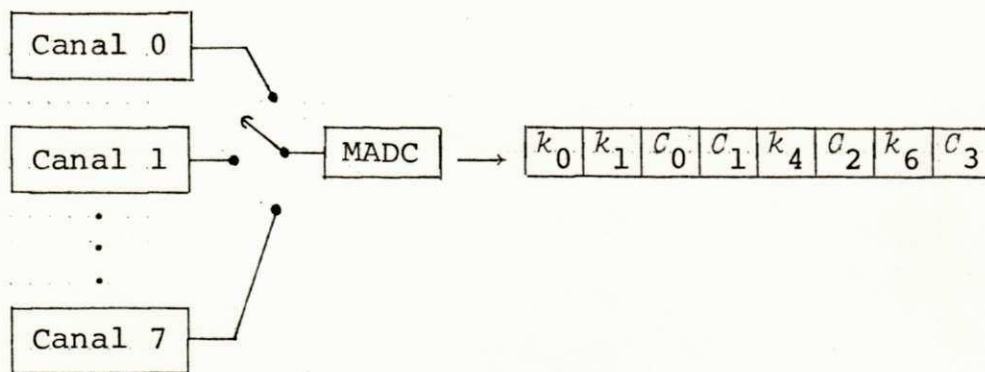


Fig. 3.1 - Exemplo de Codificação do MADC, com os canais 0, 1, 4 e 6 ativos.

O conjunto das funções de Walsh complementadas foi escolhido para representar as equações de paridade neste trabalho. Este conjunto foi escolhido porque seus elementos tem peso constante, exceto o primeiro, abrangendo metade das posições da palavra-código, e são mutuamente ortogonais.

Por exemplo, para $n = 4$, as funções escolhidas são:

$$\begin{aligned}
 W_0 &= 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\
 W_1 &= 1 \ 0 \ 1 \ 0 \\
 W_2 &= 1 \ 1 \ 0 \ 0 \\
 W_3 &= 1 \ 0 \ 0 \ 1
 \end{aligned}$$

A primeira função corresponde a uma paridade total. O peso de Hamming das demais funções é constante e igual a 2. Donde se conclui que cada função escolhida, a partir da segunda, verifica 2 posições, ou seja, metade da palavra-código.

Portanto, todas as posições da palavra código podem ser igualmente protegidas e um máximo de informação pode ser extraído dos dígitos de paridade porque não existe correlação entre eles, e cada um verifica um mesmo número de componentes da palavra código.

Seja k_i a representação da informação binária do i -ésimo canal e $a_i \in \{0,1\}$ do estado de atividade. Se $a_i = 0$ o i -ésimo canal será considerado inativo. O bit de paridade C_p associado à p -ésima posição inativa é calculado da seguinte forma

$$C_p = \sum_{i=0}^{2^k-1} a_i \cdot \overline{W(p,i)} \cdot k_i \quad \text{no GF (2),} \quad (3.1)$$

para $0 \leq p \leq c-1$

onde $c = 2^{k-j}$, j é o número de canais em atividade e $W(p,i)$ representa o i -ésimo elemento da p -ésima função de Walsh de dimensão 2^k . Isto leva à seguinte estrutura de bloco:

$$\begin{matrix} k_0 k_1 k_2 \dots C_0 C_1 \dots k_i \dots C_p \dots k_{n-1} \\ n = 2^k \end{matrix}$$

O dígito de redundância C_0 que substitui o primeiro canal inativo, é dado por $\overline{W_0}$ e resulta em um dígito de paridade total;

$$\overline{W_0} \rightarrow (1,1,\dots,1) \rightarrow \sum_{i=0}^{2^k-1} a_i \cdot k_i = C_0 \quad \text{no GF (2)} \quad (3.2)$$

Como o processo é linear, a distância de Hamming é igual a 2 quando somente um canal está inativo e um dígito de paridade total é adicionado. O processo de codificação gera, então, um código com paridade simples, capaz de detectar erros simples na recepção com decisão abrupta.

Uma nova matriz geradora $[G]$ é definida como uma matriz quadrada de ordem 2^k cujas colunas $[g_i]$ são dadas por

$$[g_i] = a_i \cdot [W_i] + \bar{a}_i \cdot [b_i], \quad (3.3)$$

onde

$[W_i]$ é a i -ésima função de Walsh

e

$[b_i]$ a i -ésima função bloco (correspondente a i -ésima coluna de uma matriz identidade, $I_{2^k \times 2^k}$).

Por exemplo, a matriz geradora para um MADC de 8 canais com os primeiros quatro canais ativos é dada por:

$$[G] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$[W_0] \quad [W_1] \quad [W_2] \quad [W_3] \quad [b_4] \quad [b_5] \quad [b_6] \quad [b_7]$

O vetor resultante da multiplexação MADC, $[x_{\text{MADC}}]$ é dado por:

$$[x_{\text{MADC}}] = [x_{\text{MDT}}] \cdot [G] \text{ no GF } (2), \quad (3.4)$$

onde $[x_{\text{MDT}}]$ é o vetor de saída no método MDT com zeros nos componentes ociosos.

Os dígitos de paridade são:

$$c_0 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4$$

$$c_1 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$$

$$c_2 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_4$$

$$c_3 = x_1 \oplus x_2$$

onde x_i representa o i -ésimo componente do vetor $[x_{\text{MDT}}]$.

O método usado para definir o conjunto das funções de Walsh não é relevante para esta aplicação, visto que são simétricas e todos os padrões de atividade são igualmente possíveis.

3.3. Decodificação

O processo de decodificação consiste basicamente em recalcular os bits de paridade na recepção e compará-los com os da palavra recebida. O vetor síndrome $[S]$ formado indicará se a palavra foi recebida com erro.

A síndrome terá tantos elementos quanto o número de canais inativos, ou seja o número de dígitos de paridade da palavra código recebida.

3.4. Correção de Erro com Decisão Abrupta

Quando é usada decisão abrupta antes da decodificação, ou seja, apenas um limiar de decisão entre "1" e "0" é considerado, a capacidade de correção de erros simples e a detecção de erros duplos é obtida quando pelo menos $(k+1)$ canais estão inativos, isto é, o método de codificação é equivalente a um código de Hamming $(2^k, 2^k - k - 1)$ com paridade total, que é um código perfeito (Shu Lin, 1970).

É fácil verificar essa equivalência: Para $(k+1)$ canais inativos, as equações de paridade podem ser dadas por complementos binários das funções de Rademacher (Beauchamp, 1975), que formam um sub-conjunto das funções de Walsh. Por exemplo, para $n=8$, as equações de paridade são:

$$\begin{array}{l}
 [r_0] \longrightarrow 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\
 [r_1] \longrightarrow 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 [r_2] \longrightarrow 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \\
 [r_3] \longrightarrow 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0
 \end{array}
 \quad (k+1) \text{ equações de paridade}$$

$$c_0 = x_0 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus x_5 \oplus x_6 \oplus x_7$$

$$c_1 = x_0 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$$

$$c_2 = x_0 \oplus x_1 \oplus x_4 \oplus x_5$$

$$c_3 = x_0 \oplus x_2 \oplus x_4 \oplus x_6$$

onde x_i representa o i -ésimo componente do vetor $[x_{\text{MDTS}}]$, que entrará para o cálculo de c_p se o canal i estiver ativo.

A primeira equação de paridade definida por $[r_0]$ dá origem a um dígito de paridade total C_0 que possibilita a detecção de erros simples ou de um número ímpar de erros durante a decodificação através da recepção por decisão abrupta. Pode ser vista na equação 3.1 que cada equação abrange metade das posições da palavra código, as quais tem peso constante igual a 2^{k-1} . Como os componentes das funções de Walsh são mutuamente ortogonais, isto é,

$$\sum_{i=0}^{2^{k-1}-1} (W(p, i) \cdot W(j, i)) = \begin{cases} 0 & \forall p \neq j \\ 2^k & \forall p = j \end{cases}$$

com $W(p, i) \in \{+1, -1\}$,

os dígitos de paridade não são correlacionados.

Portanto, um erro simples é detectado através de C_0 , e cada dígito de paridade que substitui um canal inativo, reduz a ambiguidade com respeito a padrões de erros simples na palavra código à metade do número de posições. Então, $\log_2 n$ equações de paridade extras são necessárias e suficientes para determinar um erro simples por meio de decisão abrupta. O número de dígitos de paridade necessários e suficientes para corrigir todos os padrões de erro simples é dado por

$$C = (\log_2 n) + 1,$$

onde

$$n = 2^k,$$

o que implica em $k+1$ canais inativos.

3.5. Correção de Erro com Decisão Suave

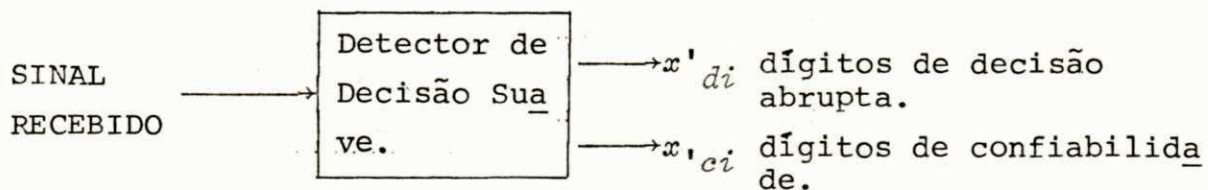
É desejável que um sistema de comunicações de dados associe uma alta confiabilidade a uma alta vazão de dados (*Net Data Throughput* - NDT). No entanto, à medida que se aumenta a confiabilidade, ou seja, a capacidade de corrigir erros, a NDT do sistema decresce. Com a finalidade de se chegar mais próximo desses objetivos conflitantes, métodos de redução de redundância vem sendo desenvolvidos para melhorar a eficiência do sistema de comunicações mantendo um bom nível de confiabilidade.

A *Decisão Suave* é uma técnica de recepção na qual é usada uma indicação de quão confiável é a decisão tomada. Isso pode ser obtido estabelecendo-se vários limiares de comparação em substituição ao limiar único da decisão abrupta. As regiões definidas por esses níveis são reconhecidas através de um dígito de decisão e um ou mais *dígitos de confiabilidade*. Quando é usada decisão suave para decodificar um código, além da redundância nas palavras código utiliza-se a informação do ruído introduzido pelo canal, o que leva a um aumento na capacidade de correção do código, em relação à decisão abrupta. (Vilar França, 1978).

Um detector de decisão suave de quatro símbolos, bastante simples, para recepção de sinais binários é mostrado na figura 3.2.

Sua saída é representada pelo vetor binário bidimensional $[x']$. O primeiro componente x'_{di} representa a decisão abrupta e o segundo, x'_{ci} a confiabilidade do dígito recebido. Neste caso, o vetor de confiabilidade é obtido a partir da palavra

código recebida. Após a recepção seus componentes determinam qual dígito é confiável e qual não é.



Região

I	10	limiar de decisão suave
II	11	OV (decisão abrupta)
III	01	limiar de decisão suave
IV	00	

x'_{di}	x'_{ci}	Região
1	0	I
1	1	II
0	1	III
0	0	IV

Fig. 3.2 - Detector de Decisão Suave

Seja p a probabilidade de ser detectado um dígito não confiável em um canal com ruído branco. Logo, a distribuição de peso do vetor de confiabilidade é dada por:

Peso 0 com probabilidade $(1-p)^n$,
 Peso 1 com probabilidade $np(1-p)^{n-1}$,
 Peso 2 com probabilidade $C_n^2 p^2 (1-p)^{n-2}$,
 . . .
 . . .
 . . .
 Peso n com probabilidade p^n ,

onde

$$p = \left[\psi \left(\frac{a+b}{\sigma} \right) - \psi \left(\frac{b}{\sigma} \right) \right], \quad (3.5)$$

a = Valor RMS do sinal,

b = Limiar do detector de decisão suave,

σ = Valor RMS do ruído,

$$P_e = \left[1 - \psi \left(\sqrt{\frac{S}{N}} \right) \right] \text{ probabilidade de erro na decisão abrupta,}$$

$$\frac{S}{N} = \frac{a^2}{\sigma^2} \text{ razão de potência sinal/ruído e}$$

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \text{ função Gaussiana normalizada.}$$

Se a decodificação por decisão abrupta levar a uma ambiguidade, seja porque o número de canais inativos é inferior a $(k+1)$, seja porque o número de erros excede a capacidade de correção de erro do código em decisão abrupta, o vetor de confiabilidade é correlacionado com a equação de paridade que detecta um erro, de modo a reduzir a ambiguidade e talvez eliminá-la. Então, para os componentes da síndrome relativas a cada dígito de paridade C_j , que detectem um erro, as equações corresponden

tes $\overline{w(j,i)}$ são correlacionadas com o vetor de confiabilidade para determinar o vetor erro $[E]$. O dígito encontrado com erro é corrigido e o processo é repetido até que todos os componentes da síndrome sejam zero.

Seja $S_j = C_j \oplus C'_j$ o componente da síndrome obtido por comparação do dígito de paridade calculado C'_j com o recebido. O vetor erro é dado por

$$[E] = \prod_{j=1}^q S_j \cdot \overline{w(j,i)} \cdot [x'_{ci}] = [x'_{ci}] \prod_{j=1}^q S_j \cdot \overline{w(j,i)} \forall i,$$

onde $[x'_c]$ é o vetor de confiabilidade e q é o número de canais inativos.

Por exemplo, considerando um caso em que a palavra código do sinal multiplexado é modificada por um padrão de erro simples, com apenas um canal inativo,

$$[x'_c] \rightarrow 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \quad \text{vetor de confiabilidade,}$$

$$\overline{w}_0 \rightarrow 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \quad \text{equação de paridade,}$$

$$S_0 = C_0 \oplus C'_0 = 1.$$

Então, o vetor erro obtido através do processo descrito anteriormente é dado por:

$$[E] = S_0 \cdot [x'_c] \cdot [\overline{w}_0] = [00100000]$$

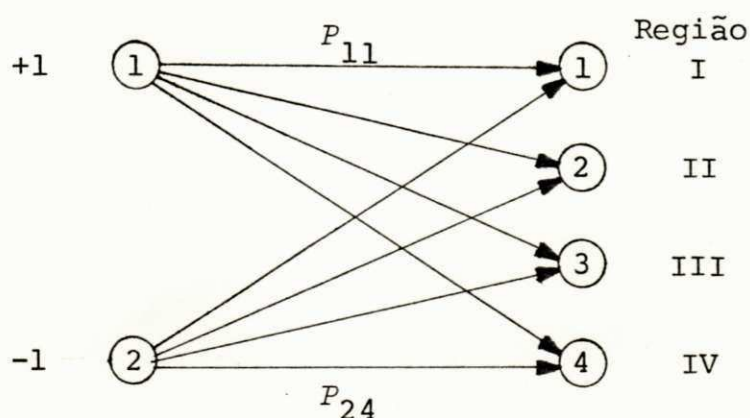
apontando um erro na terceira posição da palavra código.

Quando o vetor de confiabilidade indica que apenas uma posição não é confiável, é possível a correção de um erro simples com apenas um dígito de paridade total.

3.6. Descrição do Canal

Considere o detector de decisão suave de quatro regiões representado na figura 3.2. Supondo um canal de informação de memória zero, sua matriz de Markov $[P]$ é dada por (Abranson, 1963)

$$[P] = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$



onde P_{ij} representa a probabilidade do símbolo recebido ser j quando i é o símbolo transmitido. Supondo o canal simétrico,

$$\begin{aligned} P_{11} &= P_{24} = P_1, \\ P_{12} &= P_{23} = P_2, \\ P_{13} &= P_{22} = P_3, \\ P_{14} &= P_{21} = P_4, \end{aligned} \quad (3.7)$$

a probabilidade de que um bloco (sequência de bits) recebido seja uma palavra código de comprimento n transmitida é dada pela seguinte distribuição multinomial

$$P = \frac{n!}{n_1! n_2! n_3! n_4!} (P_1^{n_1} \cdot P_2^{n_2} \cdot P_3^{n_3} \cdot P_4^{n_4}), \quad (3.8)$$

onde: $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n$ e n_j é o número de dígitos recebidos na região j para $j = 1, 2, 3$ e 4 .

Utilizando-se os valores de P_e e as equações (3.5) para o caso do ruído branco, pode-se obter as probabilidades P_1 , P_2 , P_3 e P_4 .

As tabelas seguintes mostram os valores obtidos para várias escolhas da relação (a/b) que determina a largura das regiões da figura 3.2.

para $a/b = 4$

P_e	P_1	P_2	P_3	P_4
10^{-2}	~ 0.95	$\sim 5 \times 10^{-2}$	$\sim 10^{-2}$	$\sim 10^{-3}$
10^{-3}	~ 0.98	$\sim 2 \times 10^{-2}$	$\sim 10^{-3}$	$\sim 5 \times 10^{-5}$
10^{-4}	~ 0.99	$\sim 2 \times 10^{-3}$	$\sim 10^{-4}$	$\sim 10^{-6}$
10^{-5}	~ 1	$\sim 8 \times 10^{-4}$	$\sim 10^{-5}$	$\sim 5 \times 10^{-8}$

para $a/b = 3$

P_e	P_1	P_2	P_3	P_4
10^{-2}	~ 0.98	$\sim 2 \times 10^{-2}$	$\sim 10^{-2}$	$\sim 5 \times 10^{-4}$
10^{-3}	~ 0.95	$\sim 5 \times 10^{-2}$	$\sim 10^{-3}$	$\sim 10^{-5}$
10^{-4}	~ 0.99	$\sim 10^{-2}$	$\sim 10^{-4}$	$\sim 10^{-7}$
10^{-5}	~ 0.98	$\sim 2 \times 10^{-2}$	$\sim 10^{-5}$	$\sim 10^{-8}$

para $a/b = 2$

P_e	P_1	P_2	P_3	P_4
10^{-2}	~ 0.80	$\sim 2 \times 10^{-1}$	$\sim 10^{-2}$	$\sim 10^{-4}$
10^{-3}	~ 0.90	$\sim 10^{-1}$	$\sim 10^{-3}$	$\sim 5 \times 10^{-7}$
10^{-4}	~ 0.95	$\sim 5 \times 10^{-2}$	$\sim 10^{-4}$	$\sim 10^{-8}$
10^{-5}	~ 0.97	$\sim 3 \times 10^{-2}$	$\sim 10^{-5}$	$\sim 10^{-10}$

3.7. Resultados

A probabilidade de erro por bloco P_b é função do número de canais inativos e da probabilidade de erro por dígito com decisão abrupta $P_3 \cong P_e$.

Com apenas 1 (um) canal inativo o sinal MDC multiplexado é igual a um código simples com paridade total. Sua distância de Hamming é 2 e pode detectar erros simples. Não é possível a correção de erros através da decisão abrupta. Entretanto, se um erro simples for detectado em uma palavra recebida, com apenas 1 (um) dígito não confiável, sua correção é possível.

A probabilidade de erro com decisão abrupta para um canal inativo é dada por

$$P_{ba} = C_n^1 P_e (1-P_e)^{n-1} + C_n^2 P_e^2 (1-P_e)^{n-2} + C_n^3 P_e^3 (1-P_e)^{n-3} + \dots$$

$$\cong n P_e . \quad (3.9)$$

Usando a equação (3.8) e os resultados mostrados na seção anterior, a probabilidade de erro para um canal inativo com

decisão suave é dado por:

$$P_{bs} = \sum_{n_1=0}^{n-1} \frac{n!}{n_1! (n-n_1-1)!} P_1^{n_1} P_2^{(n-n_1-1)} P_3, \quad (3.10)$$

onde $n_3 = 1$ e $n_4 = 0$.

Como cada dígito de paridade adicional (canal inativo), reduz para a metade o número de posições na palavra-código onde pode ser localizado um erro simples, a probabilidade de erro para $j \leq k$ canais inativos é dada por

$$P_{bs} = \sum_{n_1=0}^{n-1} \frac{(n')! P_3 \cdot P_1^{n_1} \cdot P_2^{(n'-n_1-1)}}{n_1! (n' - n_1 - 1)!}, \quad (3.11)$$

onde $n' = \frac{n}{2^{j-1}}$.

A tabela seguinte mostra a redução da ambiguidade da posição de um erro simples, n' , em função do aumento do número de canais inativos, j , para $n = 8$.

j	n'
1	8
2	4
3	2
4	1

Com $j = k + 1$ canais, ou seja, $j = 4$ a posição do erro é determinada.

A figura 3.3, mostra a probabilidade de erro por bloco

(P_{bs}) em função do número de canais inativos (j) e da taxa de erro por dígito (P_e), para o caso de 8 canais, ($n=8$), e a relação de decisão suave $a/b = 4$.

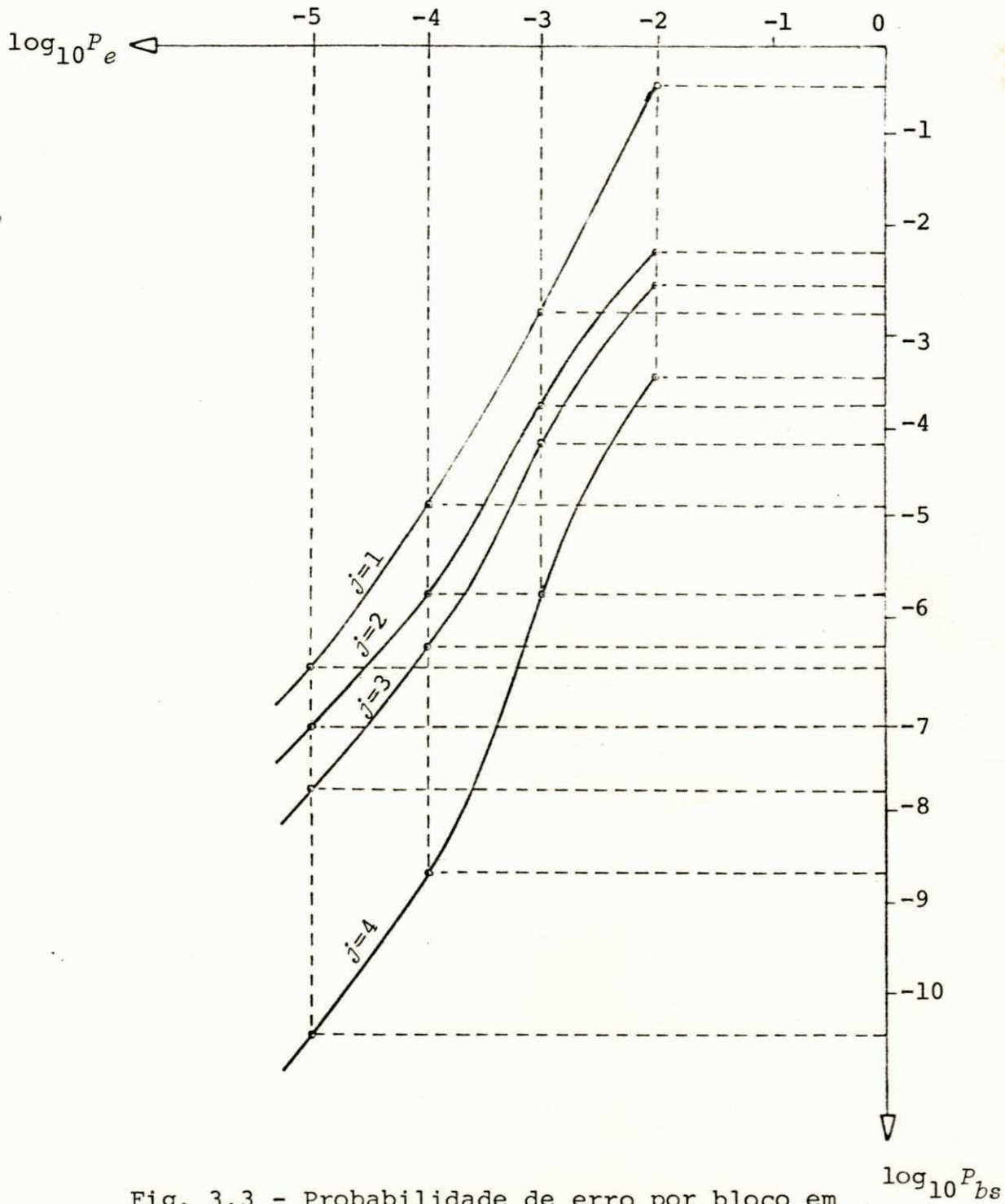


Fig. 3.3 - Probabilidade de erro por bloco em função do número de canais inativos e taxa de erro por dígito.

CAPÍTULO IV

CONCLUSÃO E SUGESTÕES

O método linear de multiplexação por divisão em códigos introzuido neste trabalho está inserido em uma linha de pesquisa da equipe de comunicações digitais da Universidade Federal da Paraíba, originada a partir do sistema de multiplexação não-convencional desenvolvido por Gordon e Barret (1971) e adaptado por Rocha Neto (1975). Os trabalhos foram desenvolvidos com o objetivo de superar as duas limitações inerentes ao processo de multiplexação utilizado, a saber, a limitação no número possível de canais a serem multiplexados e o aproveitamento real da inatividade dos canais na incorporação de uma maior capacidade de controle de erros na recepção do sinal multiplexado. Em 1978 foi desenvolvido e testado o sistema de Multiplexação Adaptativo por Função de Maioria usando Decisão Suave (Vilar França, 1978), objetivando o levantamento da melhoria do desempenho resultante da incorporação de decisão suave. Embora a pesquisa tenha obtido su

cesso, as limitações originais permaneceram. Uma solução para superar a limitação no número possível de canais a serem multiplexados foi a utilização de códigos cíclicos com redundância variável na codificação da informação multiplexada (Giozza, 1979). Neste sistema o número de canais multiplexados é definido pelo comprimento dos códigos cíclicos usados no processo, não havendo, em princípio, limitação quanto ao número de canais. Porém, apresenta limitações quanto a flexibilidade dos padrões de atividade na troca de capacidade de canal por capacidade de correção de erros.

Dando continuidade, foi feito um estudo comparativo de quatro estratégias diferentes de multiplexação dinâmica por divisão em tempo, em conexão com o dimensionamento dos meios de transmissão e em função de critérios de desempenho, economia e complexidade (Moraes, 1980).

O Multiplex Adaptativo por Divisão em Códigos - MADC aqui apresentado foi desenvolvido com o objetivo de chegar a um sistema universal com código simples de redundância variável, incorporando as vantagens dos já existentes eliminando as limitações quanto ao número de canais possíveis de serem multiplexados e quanto a flexibilidade de troca de capacidade de canal por capacidade de controle de erros. Os resultados obtidos foram satisfatórios.

Em geral, um sistema MDC quando em plena utilização pode apresentar alta probabilidade de erro. No entanto, nas mesmas condições de canal, a probabilidade de erro pode ser baixa em média. Uma desvantagem do sistema proposto é não apresentar uma

probabilidade uniforme de erro por bloco todo tempo. Isso se dá pelo fato de que em geral a atividade varia durante o tempo de utilização do MADC.

Para solucionar este problema foi proposta a utilização de um controle híbrido de erros ARQ/FEC. A implementação desta solução usando microprocessador, deu origem a uma outra tese de mestrado intitulada Multiplex Adaptativo por Divisão em Códigos com Controle Híbrido de Erro ARQ/FEC (Aguiar Neto, 1982). O sistema híbrido quando plenamente utilizado, trabalha com um mínimo de redundância fixa, o que proporciona o controle de erros através de um processo seletivo de retransmissão automática (ARQ). Nesta situação há uma redução da NDT no caso de ocorrência de erros. Por outro lado, com baixa atividade, é utilizado o sistema de correção direta (FEC) do MADC. Isso evita repetições quando os erros estiverem ocorrendo dentro da capacidade de correção. Caso a ocorrência de erros exceda a capacidade de correção, o sistema híbrido volta a trabalhar na forma ARQ.

O método linear de multiplexação por divisão em código - MADC apresentado é simples de implementar, permite a troca, de forma adaptativa do excesso de capacidade de transmissão por capacidade de controle de erro e é flexível com relação ao número de canais ativos. Um estudo interessante a ser feito é a verificação de implicações práticas quanto ao aumento do número de canais.

Seu desempenho como código corretor de erro é melhorado pelo uso de decisão suave na detecção sem muito acréscimo da complexidade do hardware.

No estudo foi considerado que o estado de atividades enviado ao demultiplexador para cada quadro é confiável e a recepção sincronizada.

Para dar continuidade a esta pesquisa sugere-se ainda o estudo de um sistema de multiplexação que combine alocação dinâmica de canais com alocação adaptativa de redundância para controle automático de erros (MDTA + FEC adaptativo), bem como a utilização de uma técnica de decisão suave no sistema com controle híbrido de erros ARQ/FEC.

BIBLIOGRAFIA

- 01 - ABRAMSON, N. - *Information Theory and Coding*, McGraw-Hill, New York, 1963.
- 02 - AGUIAR NETO, B.G. - *Multiplex Adaptativo Por Divisão em Códigos com Controle Híbrido de Erros ARQ/FEC*. Tese de Mestrado DEE/CCT/UFPb, janeiro, 1982.
- 03 - BARRETT, R.A. and GORDON, J.A. - *Group Multiplexing by Concatenation of Non-Linear Code Division Systems*. Symposium on Applications of the Walsh Functions, Naval Research Laboratories, Washington D.C., 1972.
- 04 - BEAUCHAMP, K.G. - *Walsh Functions and their Applications*. Academic Press, London, 1975.
- 05 - BERLEKAMP, E.R. - *Algebraic Coding Theory*. McGraw-Hill, New York, 1968.
- 06 - BENNET, W.R. and DAVEY, J.R. - *Data Transmission*. McGraw-Hill, New York, 1965.
- 07 - CAMÊLO, M.F. e ROCHA NETO, I. - *Um Novo Multiplex Adaptativo por Divisão em Código*. Seminário Integrado de Software e Hardware, 1981.
- 08 - CARLSON, B. - *Communication Systems: An Introduction to Signals and Noise in Electrical Communication*, McGraw-Hill, New York, 1968.
- 09 - DAVIES, D. & BARBER, D. - *Communication Networks for Computers*, Wiley, 1973.

- 10 - DIMOND, K. and ROCHA NETO, I. - *An Extension of the Adaptive Majority Multiplexing Techniques*. Symposium on Applications of Walsh and other Non-Sinusoidal Orthogonal Functions - Hatfield, Inglaterra, 1975.
- 11 - DOLL, D.R. - *Multiplexing and Concentration*. Proc. IEEE, Vol. 60, pp. 1313 - 1321, November, 1972.
- 12 - DOLL, D.R. - *Basics of Network Design, Basics of Data Communications*. Electronic Book Series. McGraw-Hill, New York, 1976.
- 13 - ELIAS, P. - *Error-Free Coding*. IRE Transactions, IT-4, pp. 29, September, 1954.
- 14 - GALLAGER, R.G. - *Information Theory and Reliable Communication*. Wiley, New York, 1968.
- 15 - GIOZZA, W. & ROCHA NETO, I. - *Multiplexação por Divisão em Códigos Cíclicos*. Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência, 1979.
- 16 - GIOZZA, W.F. - *Multiplex Digital por Divisão em Códigos Cíclicos*. Tese de Mestrado, DEE/CCT/UFPb, Maio, 1979.
- 17 - GORDON, J. & BARRETT, R. - *Digital Majority Logic Multiplex using Walsh Functions*. Proceedings of the Symposium on Application of Walsh Functions, pp 171-176, Washington, 1971.
- 18 - GORDON, J. & BARRETT, R. - *Correlation Recovered Adaptive Majority Multiplexing*, Proc. IEEE, Vol. 118, Nº 3/4, March/April, pp. 417-422, 1971.
- 19 - HARMUTH, H. F. & MURTY, S. - *Sequency Multiplexing of Digital Signals*. Proceedings of the Symposium on

Application of the Walsh Functions, Washington D.C.,
1973.

- 20 - HANES, R. - *A Code Division Multiplex Data Transmission System using Walsh Functions*. Symposium of the Theory and Applications of the Walsh and other Non-Sinusoidal Functions. Hatfield, Inglaterra, 1975.
- 21 - HELGERT, H.J. and STINAFF R.D. - *Minimum - Distance Bounds for Binary Linear Codes*. IEEE, Vol. IT-19, Nº 3, Maio, 1973.
- 22 - INSAN, E. - *Multiplexing System for Walsh Waves*. Electronics Letters IEEE, Vol. 10, Nº 11, Maio, 1974.
- 23 - LATHI, B.P. - *Sistemas de Comunicação*. Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1979.
- 24 - MORAES, M.E. - *Multiplexação Dinâmica por Divisão em Tempo*. Tese de Mestrado, DEE/CCT/UFPb, Junho, 1980.
- 25 - PARZEN, E. - *Modern Probability Theory and its Applications*. John Wiley & Sons, New York, 1960.
- 26 - PETERSON, W.W. & WELDON Jr., E.J. - *Error-Correcting Codes*. The Mit Press, Cambridge, Massachusetts, 1972.
- 27 - ROCHA NETO, I. - *Adaptive Majority Multiplexing Techniques*. Ph.D Thesis, University of Kent at Canterbury, 1975.
- 28 - ROCHA NETO, I. - *Aplicação de um Multiplex Adaptativo em Sistemas de Controle Supervisório*. Congresso da Sociedade Brasileira de Automática, Florianópolis, 1978.
- 29 - SHANNON, C.E. - *A Mathematical Theory of Communication*. Bell Systems Technical Journal, Vol. 27, 1948.

- 30 - SHU Lin - *An Introduction to Error-Correcting Codes*.
Prentice Hall, New Jersey, 1970.
- 31 - SMITH, R.S. - *Multiplexing Cuts Cost of Communications Lines*. Basics of Data Communication, Eletronic Book Series, McGraw-Hill, 1976.
- 32 - VILAR França, R. M. - *Multiplex Adaptativo por Função de Maioria e Decisão Suave*. Tese de Mestrado. DEE/CCT/UFPb, Setembro, 1978.
- 33 - VILAR Mayer, L.M. - *Um Estudo para Utilização da Inatividade dos Canais para Controle Automático de Erro Associado com Alocação Dinâmica dos Canais em Atividade*. Publicação Interna do Grupo de Sistemas Digitais do DEE/CCT/UFPb, 1980.