CCPgEE/CCT-UFPb

COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CONTRIBUIÇÃO TEÓRICA AO ESTUDO DE ESTRUTURAS PERIÓDICAS DE MICROONDAS

MÁRIO DE SOUSA ARAÚJO FILHO

1985

CAMPINA GRANDE - PB

MARIO DE SOUSA ARAÚJO FILHO

CONTRIBUIÇÃO TEÓRICA AO ESTUDO
DE
ESTRUTURAS PERIÓDICAS DE MICROONDAS

Dissertação apresentada à Coordenação dos Cursos de **Pós-Graduação em Engenharia Elétrica** da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento parcial às exigências para obtenção do Grau de **Mestre em Engenharia Elétrica.**

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO : **Processamento da Informação**

FRANCISCO DE ASSIS FERREIRA TEJO
- Orientador -

CAMPINA GRANDE
MARÇO - 1985

A663c Araújo Filho, Mario de Sousa.
Contribuição teórica ao estudo de estruturas periódicas de microondas / Mario de Sousa Araújo Filho. - Campina Grande, 1985.
135 f.

Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1985.
"Orientação : Prof. M.Sc. Francisco de Assis Ferreira Tejo."
Referências.

1. Microondas. 2. Estruturas Periódicas - Análise. 3. Conservação de Potência - Técnica. 4. Ciências - Dissertação. I. Tejo, Francisco de Assis Ferreira. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

CDU 621.37(043)

CONTRIBUIÇÃO TEÓRICA AO ESTUDO

DE

ESTRUTURAS PERIÓDICAS DE MICROONDAS

MÁRIO DE SOUSA ARAÚJO FILHO

TESE APROVADA EM **08/03/85**

FRANCISCO DE ASSIS FERREIRA TEJO

- Orientador -

CRESO SANTOS DA ROCHA

-Componente da Banca-

ADAILDO GOMES D'ASSUNÇÃO

-Componente da Banca-

CAMPINA GRANDE

MARÇO - 1985

Dedico este trabalho a **ELIZABETE**,

minha companheira, e a meus filhos

MÁRIO, **ELIANE** e **VLADIMIR**.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor

Francisco de Assis Ferreira Tejo, pela competente orientação e permanente estímulo.

Ao Professor

Dagoberto Lourenço Ribeiro, pelo dedicado e valioso contributo à elaboração do trabalho computacional.

Aos Funcionários

Lucimar Ribeiro Gomes Andrade e José Roberto da Silva, pela eficiência dos serviços de datilografia e desenho.

RESUMO

Este trabalho aborda estruturas periódicas na faixa de microondas. São apresentadas técnicas clássicas de análise e soluções para várias dessas estruturas. Formula-se teoricamente o problema da aplicação da Técnica da Conservação da Potência Complexa à análise de estruturas periódicas, a qual, juntamente com a Técnica da Matriz de Espalhamento Generalizada inclui, além dos modos propagantes, os modos evanescentes. São considerados a linha de transmissão de planos paralelos e o guia de ondas retangular, ambos carregados com diafragmas espessos. Desenvolveu-se e implementou-se um programa computacional para o cálculo das matrizes admitância de entrada e de espalhamento da junção entre dois guias de ondas de planos paralelos de alturas desiguais, bem como da matriz transmissão de onda da célula unitária do guia de ondas de planos paralelos carregado periodicamente. Os resultados estão de acordo com os obtidos previamente por Safavi-Naini e Macphie(*) ,

(*) SAFAVI-NAINI, Reza e MACPHIE, Robert H., "On Solving Waveguide Junction Scattering Problems by the Conservation of Complex Power Technique", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-29, pp.337-343 , 1981.

para a caracterização do degrau no guia de planos paralelos. São apresentados fluxogramas que facilitam o desenvolvimento de um programa para a análise numérica de um guia de ondas retangular periodicamente carregado. Para a determinação dos autovalores e autovetores das estruturas periódicas sugere-se o uso do algoritmo QZ.

ABSTRACT

In this dissertation, formulation and analysis aspects of microwave periodic structures are considered. Although classical analytical techniques are presented, the principal emphasis is on the application of the Conservation of Complex Power Technique which, combined with the Generalized Scattering-Matrix Technique, takes into account not only propagating but also evanescent modes.

A dygital computer program for numerical evaluation of input admitance and scattering matrices of a dissimilar junction of two parallel plate transmission lines is developed and implemented. The program computes also the wave transmission matrix for the unit cell of a periodically loaded parallel plate transmission line. The results are in good agreement with the ones obtained previously by Safavi-Naini and MacPhie (*) for characterization of a step in a parallel plate line.

(*) SAFAVI-NAINI, Reza e MACPHIE, Robert H., "On Solving Waveguide Junction Scattering Problems by the Conservation of Complex Power Technique", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-29, pp. 337-343, 1981.

Flowcharts which facilitate program development for the numerical analysis of a periodically loaded rectangular waveguide are presented. For the computation of the eigenvalues and eigenvectors of the periodic structures, the QZ algorithm is suggested.

INDICE

LISTA DE FIGURAS

FIGURA	PÁGINA

FIGURA	PÁGINA

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLO	DEFINIÇÃO
$[A]$	Matriz transmissão de onda .
A_{mn}	Elementos da matriz $[A]$.
$\underline{A}+$, $\underline{A}-$	Vetores coeficientes dos harmônicos espaciais no sentido crescente (decrescente), na junção A.
$\underline{a}_i$, $\underline{b}_i$	Vetores amplitude de modo TE (TM) no guia i.
$a_{i,n}$, $b_{i,n}$	Elementos das matrizes $\underline{a}_i$ e $\underline{b}_i$, respectivamente.
a_n, b_n	Constantes de amplitude.
A, B, C, D	1. Elementos da matriz ABCD. 2. Amplitudes de onda.
A',B',C',D'	Amplitudes de onda.
B_o	Susceptância normalizada.

SÍMBOLO	DEFINIÇÃO
C_n^+, C_n^-	Valores complexos de ondas incidentes e refletidas no n-ésimo plano terminal.
c	1. Velocidade da luz no espaço livre. 2. Dimensão espacial
$\underline{D}_m$	Autovalor correspondente ao m-ésimo autovalor.
d	Período de uma estrutura periódica.
$\vec{E}$	Vetor campo elétrico.
$\vec{E}_p$	Vetor campo elétrico periódico.
E_{pn}	Amplitude de um harmônico espacial.
$[E]$	Matriz transmissão de onda de uma secção de guia
$\vec{e}_{i,n}^{\,h(e)}$	Componente transversal do campo elétrico no guia i, no n-ésimo modo TE (TM).
f	Frequência
f_n	Amplitude de um harmônico espacial.
$\underline{G}$	Matriz resultante da série de Neumann.
$\vec{H}$	Vetor campo magnético.

SÍMBOLO	DEFINIÇÃO
$[H]$, $\underline{H}$	Matriz representativa do acoplamento entre os modos TE e TM.
$H_{m,n}$	Elementos da matriz $[H]$ ou $\underline{H}$.
$[I]$, I	Matriz-identidade
I	Corrente
I_n	Corrente total do n-ésimo plano terminal.
k_c	Número de onda de corte
k_o	Número de onda de corte no espaço livre.
$[L]$	Matriz transmissão de onda de uma secção de guia.
L, ℓ	Período de uma estrutura periódica.
$[M]$	Matriz transmissão de onda de uma célula unitária.
$\underline{M}_{ij}$	Submatrizes de $[M]$.
N	1. Número de modos. 2. Dimensão matricial.
n	1. número inteiro 2. número harmônico

SÍMBOLO	DEFINIÇÃO
$\underline{T}_2$	Matriz dos fatores de proporcionalidade entre as amplitudes de modo e as tensões equivalentes, no guia 2.
t	1. Tempo. 2. Dimensão espacial.
V	Tensão.
V_n	Tensão total no n-ésimo plano terminal.
$\underline{V}_2^{h(e)}$	Vetor amplitude de modo TE (TM) no guia 2.
$\underline{V}_2^-$, $\underline{V}_2^+$	Vetores tensão equivalentes refletidos (incidentes) no guia 2.
v_g	Velocidade de grupo.
v_{gn}	Velocidade de grupo do n-ésimo harmônico espacial.
$\underline{v}_p$	Velocidade de fase de uma onda eletromagnética.
v'_p	Velocidade de fase em um meio qualquer.
v_{pn}	Velocidade de fase do n-ésimo harmônico espacial.

SÍMBOLO	DEFINIÇÃO
v_{po}	Velocidade de fase do harmônico espacial fundamental.
v_o	Velocidade dos elétrons.
X	Reatância.
$\overline{X}$	Reatância normalizada.
$\underline{Y}_2$	Matriz admitância de entrada de uma junção, visto do guia 2.
$\underline{Y}_{02}^{h(e)}$	Matriz admitância característica das linhas de transmissão equivalentes dos modos TE (TM) do guia 2.
Y_o	Admitância característica.
$Y_{oi,m}$	Admitância característica do m-ésimo modo no guia i.
Z_{in}	Impedância de entrada.
Z_o, Z_c	Impedância característica .
Z_B	Impedância característica de uma estrutura periódica
$\overline{Z}_B$	Impedância característica normalizada de uma estrutura periódica.

SÍMBOLO	DEFINIÇÃO
α	Constante de atenuação.
β	Constante de fase.
β_o	Constante de fase do harmônico espacial fundamental.
β_n	Constante de fase do n-ésimo modo periódico.
$[\Gamma]$	Matriz de autovalores dos modos da estrutura periódica.
Γ_{mn}	Elementos de $[\Gamma]$.
Γ_B	Coeficiente de reflexão característico de uma estrutura periódica.
γ	Constante de propagação.
γ_m	Constante de propagação característica do m-ésimo modo.
ε_r	Constante dielétrica.
ε_o	Permissividade do vácuo.
ε	Permissividade de um meio genérico.
ε_{o_r}	Constante de Neumann.
θ	Comprimento elétrico.

SÍMBOLO	DEFINIÇÃO
λ	Comprimento de onda no espaço livre.
λ_c	Comprimento de onda de corte.
λ_o	Comprimento de onda do harmônico espacial fundamental.
λ_g	Comprimento de onda guiada.
μ_o	Permeabilidade do vácuo.
μ	Permeabilidade de um meio genérico.
σ	Condutividade de um meio genérico.
ω	Frequência angular.
ω_c	Frequência angular de corte.
ω_n	Frequência de ressonância de uma cavidade.
$\omega_{cLi}, \omega_{cSi}$	Frequência de corte inferior (superior) da i-ésima faixa de passagem.

1 INTRODUÇÃO

1.1 - Formulação do Problema

O objetivo deste trabalho é apresentar as técnicas clássicas de análise de estruturas periódicas e formular teoricamente o problema da aplicação da Técnica da Conservação da Potência Complexa à análise desse tipo de estrutura.

A fim de ilustrar a aplicabilidade das diversas técnicas aqui apresentadas, serão abordadas as seguintes estruturas periódicas:

(a) guia de ondas de placas paralelas carregado com diafragmas capacitivos assimétricos espessos (Fig. 5.1).

(b) guia de ondas retangular carregado com diafragmas espessos (Fig. 5.11).

1.2 - Revisão da Literatura Relacionada e Aplicações

O interesse no estudo das estruturas periódicas em microondas foi uma consequência do desenvolvimento das válvulas nessas faixas de frequência. O princípio de funcionamento das válvulas de microondas [1] baseia-se na interação prolongada entre um feixe eletrônico e uma onda eletromagnética. Para haver interação eficiente, a velocidade dos elétrons (v_o) deverá ser aproximadamente igual à velocidade de fase da onda (v_p) em uma especificada faixa de frequências. Além disso, a potência deve residir, predominantemente, na componente de onda para a qual $v_p \approx v_o$ é obtida.

Em um guia de ondas retangular vazio, para um dado modo em propagação, a velocidade de fase [2] é dada por

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}} \tag{1.1}$$

onde λ é o comprimento de onda no espaço livre, λ_c é o comprimento de onda de corte e c é a velocidade da luz no espaço livre.

Se há propagação ($\lambda < \lambda_c$), então a velocidade de fase será sempre maior que a velocidade da luz.

Uma vez que a velocidade do feixe eletrônico em uma válvula de microondas é sempre menor que c, é claro que a condição de sincronismo ($v_p \approx v_o$) entre a onda e o feixe eletrônico nunca poderá ser atingida em um guia de ondas vazio.

A condição de sincronismo (ou "ressonância de velocidades") exige que a velocidade de fase da onda seja grandemente reduzida. Isto é, que se obtenha uma **onda lenta** ($v_p < c$).

Uma das formas de decrescer a velocidade de fase em um guia de ondas uniforme, seria preenchê-lo completamente com um material dielétrico de constante dielétrica ε_r. A equação (1.1) ficaria:

$$v'_p = \frac{c/\sqrt{\varepsilon_r}}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}} \qquad (1.2)$$

onde v'_p é a velocidade de fase no guia preenchido com dielétrico.

Tomando um valor típico da relação (c/v_p), $c/v_p = 20$, por exemplo, e $(\lambda/\lambda_c)^2 << 1$, seria necessário um dielétrico de permissividade de cerca de $400\varepsilon_o$, para obter-se tal redução na velocidade de fase.

Esses altos valores de permissividade traduzem-se em altas perdas nas frequências de microondas, o que demonstra [1] a inconveniência desse processo de obtenção de ondas lentas com alta relação (c/v_p). O preenchimento apenas parcial do guia com material dielétrico, possibilita reduzir as perdas, mas isso corresponde, também, a uma menor redução na velocidade de fase.

Já a utilização de estruturas periódicas segundo a direção de propagação, é um processo mais prático e eficiente de obtenção das "ondas lentas" necessárias ao desempenho de muitos dispositivos eletrônicos em microondas. Esse processo permite superar [2] a importante limitação em largura de faixa das válvulas de microondas do tipo "cavidade", que ocorre por causa da restrição do produto ganho x largura de faixa, característico das estruturas ressonantes. Altos ganhos através de uma maior largura de faixa são obtidos fazendo-se o feixe eletrônico interagir com os campos de uma estrutura periódica não ressonante ao longo de um determinado comprimento.

1.2.1 - Revisão da Literatura

As estruturas periódicas estão presentes em muitos ramos da ciência. A estrutura cristalina de um sólido, por exemplo, é periódica, tendo se generalizado a designação "ondas de Bloch" [3] para as ondas que podem se propagar numa estrutura periódica, em homenagem ao físico que as estudou nos sólidos cristalinos.

Já em princípios do século, ao estudar a transmissão telefônica, Campbell [4] observava que as características de propagação de uma linha de transmissão se alteravam quando a linha era carregada com reatâncias conectadas em série ou em paralelo, espaçadas em intervalos regulares [5] . Em geral, a adição de carregamento periódico reativo a qualquer estrutura propagante, produz um decréscimo na velocidade de fase das ondas que se propagam através dela.

Posteriormente, a análise dessas estruturas periódicas foi estendida para a faixa das microondas [6], [7], [8] sendo estudadas em guias de onda e aplicadas à Eletrônica das Microondas. A análise de estruturas periódicas vem sendo utilizada como método de estudo dos ressoadores óticos [9] e, mais recentemente, "striplines" ou "microstrips" acopladas e circuitos integrados de microondas [10] têm sido analisados em termos das ondas de Bloch.

Os métodos de análise de estruturas periódicas encontrados na literatura, baseiam-se no estudo dos campos eletromagnéticos na estrutura (análise por campos) ou no tratamento por circuitos equivalentes (análise por circuitos). As vantagens e limitações dos dois métodos são abordados no Capítulo III deste trabalho.

Em 1980, Perini [11] analisou uma linha de transmissão carregada periodicamente utilizando-se dos polinômios de Chebyschev para expressar os seus parâmetros de transmissão.

Em 1981, Safavi-Naini e Macphie [12], [13] apresentaram uma técnica de resolução de problemas de espalhamento em junções em guias de ondas, baseada na Lei da Conserva ção da Potência Complexa. Este método permite a obtenção de soluções formalmente exatas para problemas de descontinuidades em guias de ondas. O presente trabalho formula teoricamente, pela Técnica da Conservação da Potência Complexa, os problemas da linha de transmissão de planos paralelos e do guia de ondas retangular, carregados com diafragmas espessos.

1.2.2 - Aplicações

As estruturas periódicas encontram aplicação, principalmente, nos dispositivos eletrônicos de microondas cujo desempenho é baseado na interação prolongada entre uma onda eletromagnética lenta e um feixe eletrônico. A natureza recíproca da interação elétron-campo [2] faz com que haja um fluxo líquido de potência do feixe para a onda bem como da onda para o feixe. Essa propriedade determina o comportamento dos dispositivos ativos de microondas. Se o fluxo de potência é do feixe para a onda, o dispositivo funciona como um amplificador, e sob certas circunstâncias, como um oscilador. Se ocorre o inverso, o dispositivo se comporta como um acelerador.

Algumas aplicações típicas são :

(a) os TWT's ("travelling-wave tubes"), que são válvulas amplificadoras de ondas propagantes.

(b) os BWA's ("backward-wave amplifiers"), amplifica dores de ondas regressivas.

(c) os BWO's (backward-wave oscillators"), oscilado res de ondas regressivas.

(d) os aceleradores lineares de partículas (empregados em Física Nuclear) e os amplificadores paramétricos a estado sólido.

(e) os osciladores magnetron e outros dispositivos do tipo magnetron.

Outras aplicações de estruturas periódicas são:

(a) como "striplines" e "microstrips" arranjadas periodicamente e circuitos integrados de microondas envolvendo periodicidade.

(b) como acopladores de modos, função obtida perturbando-se levemente, de forma periódica, as paredes de um guia de ondas circular [14] .

(c) como dielétricos artificiais, dispositivos óticos e quase-óticos, superfícies dicróicas para antenas refletoras e redomas [15] .

(d) como "chokes" corrugados para sistemas de aquecimento por microondas [16], [17], industriais, domésticos, científicos e médicos.

1.3 - Organização da Tese

Este trabalho compõe-se de 6 capítulos e 5 apêndices. A seguir, cada capítulo é descrito brevemente.

1. O Capítulo 1 apresenta a formulação do problema, uma revisão da literatura relacionada às estruturas periódicas e algumas aplicações típicas. Justifica-se a utilização de estruturas periódicas para a obtenção de "ondas lentas", concluindo com uma descrição sucinta dos capítulos do trabalho.

2. No Capítulo 2 são apresentados os conceitos básicos relativos às estruturas periódicas, características gerais, classificação e propriedades. Expõe-se o Teorema de Floquet e os conceitos de harmônico espacial, velocidade de fase e velocidade de grupo. Finalmente, discute-se o diagrama $\omega - \beta$, que representa graficamente a informação contida na equação característica de β da estrutura.

3. O Capítulo 3 descreve dois métodos clássicos de análise de estruturas periódicas. Inicialmente, a análise por campos eletromagnéticos é mostrada (e aplicada ao guia de ondas de planos paralelos carregado periodicamente) com suas vantagens, dificuldades e limitações. A seguir, discute-se a análise por circuitos equivalentes, aplicando-a ao guia periódico de planos paralelos e chegando-se ao diagrama $\omega - \beta$ aproximado da estrutura. O mesmo é

feito para o guia retangular periodicamente carregado. O capítulo conclui com uma apreciação qualitativa da interação de modos de ordem superior.

4. A Técnica da Conservação da Potência Complexa é o assunto do Capítulo 4. O objetivo da CCPT ("Conservation Complex Power Technique") é a determinação da matriz de espalhamento [S] da junção entre dois guias de ondas cilíndricos uniformes, permitindo a obtenção de soluções formalmente exatas. Neste capítulo a técnica é descrita, sendo definidas as matrizes necessárias à sua aplicação, as quais serão úteis na resolução de estruturas periódicas pela CCPT.

5. No capítulo 5, a Técnica da Conservação da Potência Complexa é aplicada a uma linha de transmissão de planos paralelos, carregada capacitivamente com diafragmas espessos. A utilização da Técnica da Matriz de Espalhamento Generalizada permite a determinação da matriz transmissão de ondas da célula unitária da estrutura. Impondo-se a condição de periodicidade de onda, obtém-se a equação matricial de autovalores dos modos da estrutura periódica, a qual é resolvida pela aplicação do algorítmo QZ [34]. A resolução de estruturas periódicas pela CCPT é ainda ilustrada pelo caso do guia de ondas retangular periodicamente carregado.

6. No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho.

2 CONCEITOS BÁSICOS

Este capítulo apresenta as características gerais das estruturas periódicas, classificação e propriedades. O Teorema de Floquet, ferramente fundamental na análise de estruturas periódicas, é exposto, juntamente com o conceito de harmônico espacial. Parâmetros como velocidade de fase e velocidade de grupo são apresentados. Finalmente, discute-se o diagrama ω - β, que representa graficamente a informação contida na equação característica de β da estrutura. Inicialmente, o diagrama ω - β é apresentado e discutido para um guia de ondas vazio e, a seguir, analisa-se a característica de dispersão de um guia de ondas cilíndrico carregado periodicamente, salientando-se os casos-limite (guia vazio e cavidades).

2.1 - **Estruturas Periódicas**

As estruturas periódicas a serem estudadas neste trabalho são linhas de transmissão ou guias de ondas carregados periodicamente com obstáculos idênticos, e sua constru ção é feita através da ligação em cascata de descontinuidades igualmente espaçadas na linha de transmissão ou no guia de ondas.

As estruturas de "onda lenta" na forma de guias de ondas carregados periodicamente, são as que apresentam maior interesse prático. Suas principais vantagens são: rigidez mecânica, alta dissipação de calor e considerável impedância de acoplamento em baixas taxas de (c/v_p). Quanto mais alta a impedância de acoplamento [1], maior o ganho de um TWT, por exemplo.

Tomando-se dois planos seccionais retos da estrutura, desde que entre eles esteja contida a descontinuidade, é obtida a **célula unitária** da estrutura. Uma estrutura periódica infinita pode ser considerada, portanto, como uma ligação em cascata de um número infinito de células unitárias.

A seguir, são mostrados alguns tipos de descontinuidade de mais comuns que podem ocorrer em linhas de transmissão e guias de ondas.

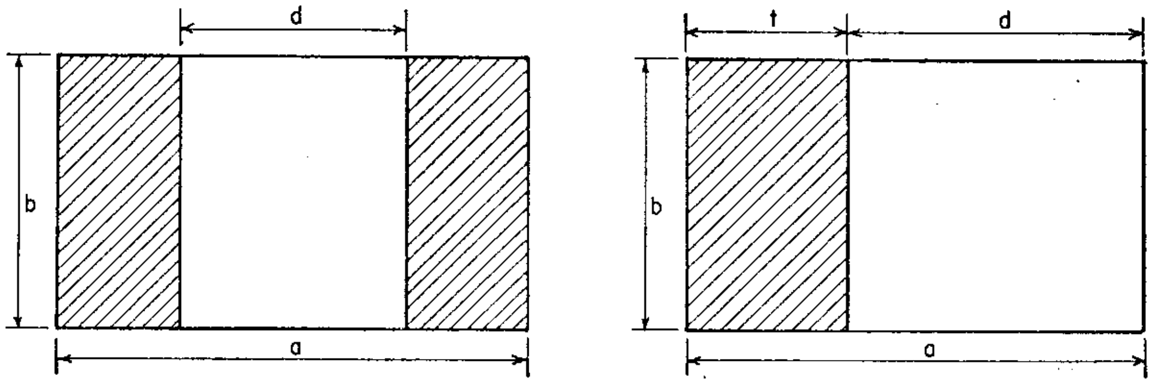
A Figura 2.1 mostra janelas metálicas delgadas, colocadas segundo a menor dimensão transversal do guia. Tais elementos comportam-se como **susceptâncias indutivas** [18] quando incide sobre eles o modo dominante. Valores aproximados para a susceptância indutiva normalizada desses obstáculos são disponíveis na literatura [19] .

Quando as janelas metálicas são colocadas segundo a maior dimensão transversal do guia (Fig. 2.2), são obtidos diafragmas capacitivos, os quais, sob incidência do modo dominante, comportam-se como **susceptâncias capacitivas**. A literatura apresenta valores aproximados dessas susceptâncias.

Os diafragmas mostrados nas Figuras (2.1) e (2.2) podem apresentar espessura não desprezível ao longo da direção axial do guia, constituindo-se os diafragmas delgados em casos particulares desses diafragmas espessos. Descontinuidades semelhantes às apresentadas nas Figuras (2.1) e (2.2) podem existir numa linha de transmissão de planos paralelos.

Outros tipos de descontinuidade são apresentados na Fig. 2.3. Essas junções foram analisadas por Sich e MacPhie [20] e Safavi-Naini e MacPhie [21].

Quando tais descontinuidades [22] ocorrem, a intervalos regulares, ao longo de uma linha de transmissão ou guia de ondas, são obtidas estruturas periódicas do tipo das que serão objeto de análise neste trabalho.

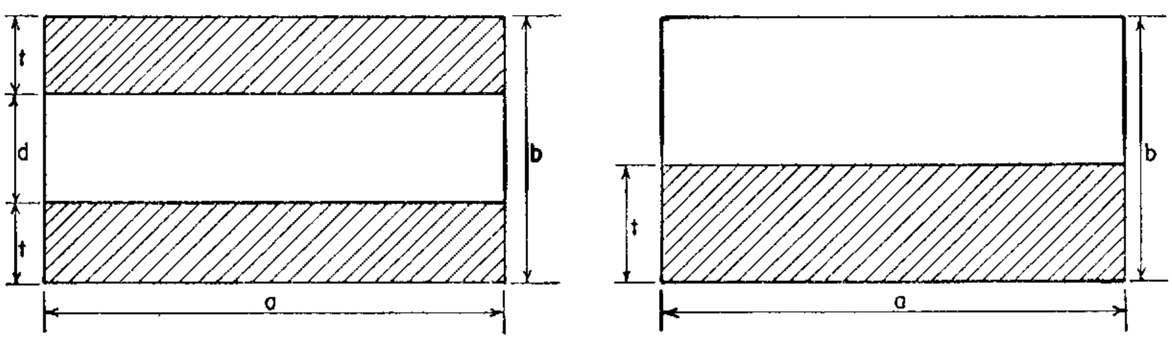


(a) (b)

Fig. 2.1 Elementos indutivos em paralelo

(a) Diafragma simétrico

(b) Diafragma assimétrico

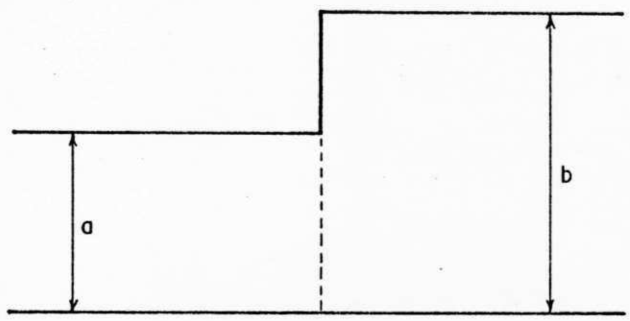


(a) (b)

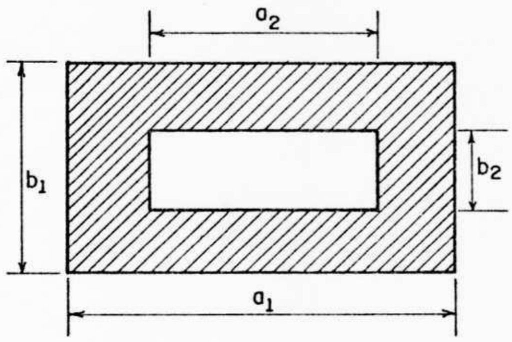
Fig. 2.2 Elementos capacitivos em paralelo

(a) Diafragma simétrico

(b) Diafragma assimétrico



(a)



(b)

Fig. 2.3 (a) Degrau no plano E em um guia de ondas retangu lar ou de placas paralelas

(b) Abertura retangular (delgada ou espessa) em um guia de ondas retangular

2.1.1 - Classificação das Estruturas Periódicas

É possível enquadrar as estruturas periódicas em dois tipos básicos [18] , com as seguintes características, respectivamente :

(a) as propriedades elétricas são contínuas, mas variam periodicamente ao longo da linha de transmissão ou guia de ondas. Um exemplo, é um guia de ondas cilíndrico cheio com um material dielétrico cuja permissividade varia periodicamente com a distância longitudinal.

(b) as linhas de transmissão ou guias de ondas são carregados periodicamente com obstáculos idênticos. Nesse caso, as estruturas têm **condições de contorno periódicas**. Por exemplo, um guia de ondas carregado, em intervalos regulares, com diafragmas idênticos.

2.1.2 - Propriedades Gerais das Estruturas Periódicas

Existem propriedades comuns a todas as estruturas periódicas [3] que as caracterizam como **estruturas de filtragem** e como **estruturas de onda lenta**.

Em uma estrutura periódica, há faixas de frequência em que as ondas se propagam sem sofrer atenuação (sem levar em consideração as perdas nos condutores ou no dielétrico): são as **faixas de passagem** ou "passband". Essas faixas de passagem são separadas por faixas de frequência em que não há propagação de ondas, ou onde as mesmas são fortemente atenuadas (**faixas de rejeição** ou "stopband").

O que caracteriza as estruturas periódicas como estruturas de onda lenta é o fato de que através delas propagam-se ondas com velocidades de fase bastante inferiores à velocidade da luz no espaço livre.

2.2 - Teorema de Floquet e Harmônicos Espaciais

O estudo do comportamento das estruturas periódicas é baseado principalmente no Teorema da Periodicidade de Floquet [23], [24], o qual se aplica a sistemas que são periódicos na direção de propagação. Na realidade, o estudo de Floquet trata de equações diferenciais com coeficientes periódicos. O caso de condições de contorno periódicas é uma extensão desse estudo [3] . O Teorema de Floquet estabelece que :

"A *distribuição do campo eletromagnético em um plano (seccional reto) arbitrário de uma estrutura periódica, para um dado modo de oscilação em uma dada frequência pode diferir, no máximo por uma constante complexa, da distribuição do campo em planos (sec* *cionais retos) que distem (do plano de referência) um múltiplo inteiro de um período* " (Soohoo, [2] , p. 100).

Esse Teorema expressa o fato de que, em qualquer linha periódica infinita (linha de transmissão ou guia de ondas) a distribuição do campo deve ser periódica, uma vez que as fronteiras físicas são periódicas [25] . Os campos em uma secção reta diferem dos campos nas secções vizinhas somente por uma constante complexa multiplicativa.

Seja um campo eletromagnético ($\vec{E}$ ou $\vec{H}$) propagando-se em uma estrutura periódica de período L, no sentido de z positivo, com uma constante de propagação γ .

Pelo Teorema de Floquet, tem-se, para o campo elétrico,

$$\vec{E}(x,y,z) = e^{-\gamma z}\, \vec{E}_p(x,y,z) \tag{2.1}$$

onde $\vec{E}_p$ é uma função periódica de z com período L. Isto é:

$$\vec{E}_p(x,y,z) = \vec{E}_p(x,y,z + nL) \tag{2.2}$$

com $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots\ldots$

Expandindo em uma série de Fourier (no espaço), vem:

$$\vec{E}_p(x,y,z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \vec{E}_{pn}(x,y)\; e^{-j\,\frac{2n\pi z}{L}} \tag{2.3}$$

onde, utilizando a propriedade de ortogonalidade da função exponencial,

$$\vec{E}_{pm}(x,y) = \frac{1}{L}\int_{o}^{L} \vec{E}_{p}(x,y,z)\; e^{j\frac{2m\pi z}{L}} dz \tag{2.4}$$

Portanto,

$$\vec{E}(x,y,z) = e^{-\gamma z} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \vec{E}_{pn}(x,y)\; e^{-j\frac{2n\pi z}{L}} \tag{2.5}$$

e o campo em uma estrutura periódica pode ser representado por :

$$\vec{E}(x,y,z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \vec{E}_{pn}(x,y)\; e^{-j\beta_n z} \tag{2.6}$$

onde se fez $\gamma = j\beta_o$, indicando propagação de ondas (faixa de passagem) sem perdas na estrutura periódica

e $$\beta_n = \beta_o + \frac{2n\pi}{L} \tag{2.7}$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots..$

Cada termo de (2.6) é denominado **harmônico espacial**, uma expressão coerente com o caráter harmônico da série de Fourier para um sistema periódico no espaço. Os harmônicos espaciais são ainda chamados harmônicos de Hartree ou modos de Floquet. As funções $E_{pn}(x,y)$ são as amplitudes dos harmônicos espaciais, e β_n (função da frequência), é a constante de fase do n-ésimo modo, sendo "n" chamado número harmônico.

Um harmônico espacial é uma onda parcial da função de onda completa. Todos os harmônicos espaciais são necessários para satisfazer as condições de contorno, estando presentes simultaneamente em uma estrutura periódica.

É importante observar que harmônicos espaciais são muito diferentes dos modos em um guia de ondas. Um modo em um guia de ondas pode existir independentemente dos outros modos. Cada modo no guia de ondas satisfaz às condições de contorno, isoladamente. Ao contrário, somente a série infinita de harmônicos espaciais pode satisfazer as condições de contorno em uma estrutura periódica.

2.3 - Velocidade de Fase, Velocidade de Grupo e Harmônicos Espaciais

Campos variando harmonicamente no tempo são proporcionais a $e^{j(\omega t - \beta z)}$, no caso sem perdas.

$$e^{j(\omega t - \beta z)} = e^{j\omega[t - (\beta/\omega)z]} \tag{2.8}$$

o que indica que (ω/β) corresponde a algum tipo de velocidade.

$v_p = \omega/\beta$ é chamada **velocidade de fase**, a velocidade com que um plano de fase constante se propaga. Isto é :

$$t - (\beta/\omega) z = \text{constante, e}$$

$$\frac{dz}{dt} = v_p = \frac{\omega}{\beta} \qquad (2.9)$$

Observe-se que o conceito de velocidade de fase é aplicável somente a oscilações monocromáticas, isto é, ondas periódicas de duração infinita, caracterizadas por uma única frequência ω. Já para um trem de pulsos de comprimento finito, que não pode ser representado [2] em uma forma harmônica simples, o termo "velocidade de fase" perde seu significado preciso.

A equação (2.6) mostra que o campo em uma estrutura periódica pode ser expandido como uma série infinita de ondas, todas na mesma frequência mas com diferentes velocidades de fase v_{pn}, uma para cada harmônico espacial.

$$v_{pn} = \frac{\omega}{\beta_n} = \frac{\omega}{\beta_o + \frac{2n\pi}{L}} \qquad (2.10)$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots\ldots$$

Supõe-se β_o e n positivos, para efeito de análise de (2.10). Observa-se que v_{pn} decresce para crescentes valores de n. Portanto, é possível obter, com adequado "n", uma onda cuja velocidade de fase seja inferior à velocidade da luz no espaço livre (c), ao contrário do que ocorre, por exemplo, em um guia de ondas "não carregado", onde v_p é sempre maior do que c, como mostra a equação (1.1). Esse fato explica a característica de onda lenta das estruturas com carregamento periódico, abrindo a possibilidade de realização de dispositivos ativos de microondas, que necessitam da sincronização e da interação entre onda e feixe eletrônico.

A velocidade de fase v_{pn} será negativa sempre que β_n for negativo.

Quanto maior o número harmônico "n", maior a constante de fase β_n e, portanto, menor sua velocidade de fase v_{pn}. Quando o número de harmônicos cresce [1] indefinidamente, a velocidade de fase tende a zero.

O harmônico espacial com a mais alta velocidade de fase é chamado de **componente fundamental de Hartree** e, ordinariamente, corresponde ao caso de n = 0. Quando isso ocorre, β_n, a constante de fase do harmônico fundamental, é igual a β_o, que é função da frequência.

Com $\beta_o > 0$, resulta :

(a) para $n > 0$, $\beta_n > 0$, $v_{pn} > 0$. A propagação de onda ocorre na direção positiva dos z e refere-se aos respectivos harmônicos espaciais como **ondas progressivas** (ou harmônicos progressivos).

(b) para $n < 0$, $\beta_n < 0$, $v_{pn} < 0$. A propagação ocorre na direção negativa dos z, embora a transferência de energia seja, como no caso (a), na direção +z. Os harmônicos espaciais correspondentes são chamados **ondas regressivas** (ou harmônicos regressivos).

A equação (2.10) pode ser escrita [1] como

$$v_{pn} = v_{po} \frac{L}{L + n\lambda_o} \qquad (2.11)$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots.$$

onde: L representa a periodicidade espacial da estrutura.

v_{po} e λ_o são, respectivamente, a velocidade de fase e o comprimento de onda (na estrutura periódica) do harmônico espacial fundamental.

Em um guia de ondas uniforme, a velocidade de propagação de energia é a velocidade de grupo, dada por $v_g = \frac{d\omega}{d\beta}$, sempre inferior e no máximo igual à velocidade da luz.

A **velocidade de grupo** em uma estrutura periódica sem perdas é a velocidade do fluxo de energia ao longo da estrutura, e é dada por

$$v_{gn} = \frac{d\omega}{d\beta_n} = \left(\frac{d\beta_n}{d\omega}\right)^{-1} = \left(\frac{d\beta_o}{d\omega}\right)^{-1} = \frac{d\omega}{d\beta_o} = v_g \qquad (2.12)$$

que é independente de n e, portanto, em uma dada -cia, é a mesma para todos os harmônicos espaciais.

Observa-se que as ondas regressivas, referidas anteriormente, têm v_{pn} e v_g em direções opostas, ocorrendo o contrário com as ondas progressivas.

Desse modo, o campo que se propaga ao longo de uma **estrutura** periódica pode ser considerado como uma superposição de um número infinito de harmônicos espaciais, todos tendo a mesma frequência e velocidade de grupo, mas movendo-se com velocidades de fase (positivas e negativas) diferentes.

2.4 - O Diagrama ω - β

A natureza da propagação de onda no interior de uma estrutura periódica pode ser aprofundada através do seu diagrama ω - β, também chamado **diagrama de Brillouin** ou **característica de dispersão** da estrutura [1] , uma vez que β varia com a frequência. A estrutura de bandas de energia em estruturas cristalinas periódicas foi apresentada por Brillouin [3] em diagramas desse tipo.

Toda a informação contida na equação característica de β, objeto central da análise de uma estrutura periódica, é representada nesse diagrama frequência-fase ω-β .

2.4.1 - Diagrama ω-β para um Guia de Ondas Vazio

A característica de dispersão [2] pode ser melhor compreendida traçando-a, por exemplo, para um guia de ondas retangular tendo o vácuo como meio interior.

É válida a relação

$$\gamma^2 = k_c^2 - \omega^2 \mu_o \varepsilon_o \tag{2.13}$$

onde "γ" é a constante de propagação, "k_c" é o número de onda de corte, "ω" é a frequência angular, μ_o e ε_o são a permeabilidade e a permissividade do vácuo, respectivamente.

Para um meio sem perdas, $\gamma = j\beta$. Portanto,

$$\omega\sqrt{\mu_o \varepsilon_o} = \sqrt{k_c^2 + \beta^2} \tag{2.14}$$

Como $k_c = \omega_c/c$, onde "ω_c" é a frequência angular de corte e "c" é a velocidade da luz no vácuo, vem:

$$\beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \tag{2.15}$$

Através da equação acima, é possível traçar o diagrama ω - β para o guia de ondas, mostrado na Fig. (2.4).

Observa-se que:

a) β pode assumir valores positivos (indicando propagação no sentido +z) e valores negativos (indicando propagação no sentido -z).

b) ω_c é a frequência de corte, para a qual $\beta = 0$.

c) Em frequências muito distantes do corte, isto é, $\omega \gg \omega_c$, a relação entre ω e β tende a tornar-se linear, e $v_p = \frac{\omega}{\beta} = c$. Daí, as assíntotas da hipérbole $\omega - \beta$ têm tangentes (+c) e (-c), como indicado na Fig. (2.4).

d) Para qualquer frequência ω_1, correspondente a um ponto sobre o diagrama $\omega - \beta$, a velocidade de fase é dada pelo valor da tangente à linha traçada da origem ao ponto. Isto é, $v_p = \omega_1/\beta_1 = tg\phi_1$. Observe-se que, no caso, $v_p > c$. Quando $\omega \gg \omega_c$, $v_p \rightarrow c$. Em $\omega = \omega_c$, $v_p \rightarrow \infty$.

e) Para a mesma frequência ω_1, a velocidade de grupo é dada pela tangente no ponto sobre o diagrama. Isto é, $v_g = \frac{d\omega}{d\beta}$. Observe-se que, no caso, $v_g < c$. Quando $\omega \gg \omega_c$, $v_g \rightarrow c$. Em $\omega = \omega_c$, $v_g = 0$.

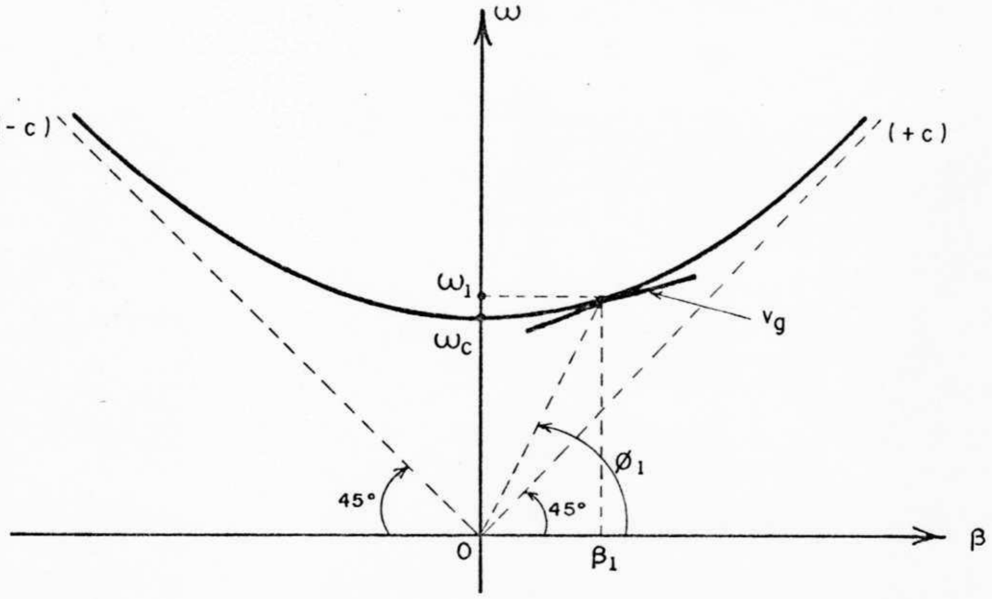


Fig. 2.4 - Diagrama ω - β para o guia de ondas.

Como, neste caso, $v_p \geq c$, as ondas caracterizadas pelo diagrama ω - β da Fig. (2.4) são chamadas "ondas rápidas".

Além disso, a relação ω/β é uma função de ω, isto é, a velocidade de fase depende da frequência, o que caracteriza os guias de ondas como **meios dispersivos**.

Diferenciando-se (2.14), obtém-se :

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{\beta}{\omega\mu_o \ \varepsilon_o} = \frac{1}{\mu_o\varepsilon_o v_p} \tag{2.16}$$

Daí, $v_p v_g = c^2$, que é uma característica dos guias de ondas cujo meio interior é o vácuo.

Observe-se que as retas descritas por +c e -c na Fig. (2.4), correspondem a uma estrutura de frequência de corte nula. Na verdade, tais retas compõem o diagrama $\omega - \beta$ de uma linha de transmissão uniforme propagando o modo TEM.

2.4.2 - Diagrama $\omega - \beta$ para um Guia de Ondas Carregado Periodicamente

No caso de estruturas periódicas, conhecida a dependência de β_n com ω, a utilização das equações (2.10) e (2.12) permite determinar, por exemplo, v_{pn} e v_g, cujo comportamento pode ser visualizado a partir do diagrama $\omega - \beta$, e, assim, selecionar a onda conveniente para uma aplicação particular.

Conforme (2.7), β_n difere de β_o apenas por um termo independente da frequência. Portanto, determinar $\beta_o(\omega)$ é equivalente [2] a determinar $\beta_n(\omega)$. Encontrar a relação de β_o com a frequência é o objetivo central ao analisar-se uma estrutura periódica.

Geralmente, é difícil obter uma expressão explícita de β_o como função da frequência [26] para uma estrutura periódica. No entanto, algumas propriedades genéricas da relação de β_o (ou β_n) com ω podem ser obtidas.

Seja um guia de ondas cilíndrico, [2] de paredes perfeitamente condutoras, carregado periodicamente com discos de espessura infinitesimal, também perfeitamente condutores, a uma distância L um do outro. A estrutura é mostrada na Fig. (2.5).

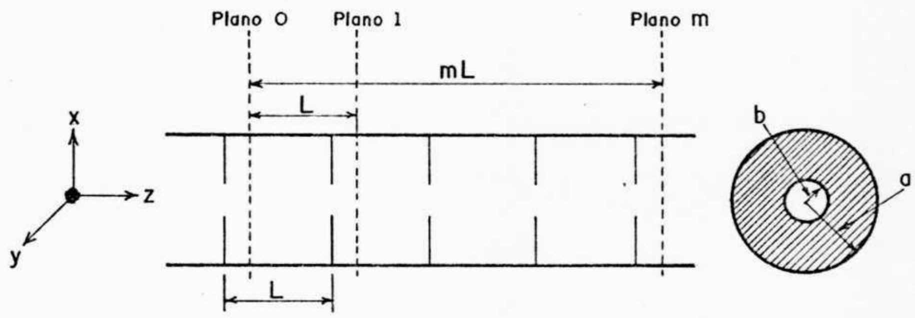


Fig. 2.5 - Guia de ondas cilíndrico carregado periodicamente.

1º) Se não existe nenhum material anisotrópico presente, as características de propagação serão recíprocas (independentes da direção de propagação). E, portanto, **ω será uma função periódica par de β**, mas não necessariamente senoidal.

2º) De acordo com a expressão (2.7), $\beta_n = \beta_o + \dfrac{2n\pi}{L}$. Isto é, todos os valores da constante de fase β_n, correspondentes aos vários harmônicos espaciais, podem ser deter minados variando-se "n" (inteiro). As constantes de fase, para a mesma frequência ω, diferirão umas das outras por múltiplos inteiros de $2\pi/L$. Portanto, **ω é uma função periódica de β com período $2\pi/L$.**

3º) **A velocidade de grupo $v_g = d\omega/d\beta$ deve ser zero em $\beta = n\pi/L$.** Para este valor de β, como $\beta = 2\pi/\lambda_g$ (onde λ_g é o comprimento de onda guiada), $L = n\lambda_g/2$. Isto é, as ondas refletidas de discos igualmente espaçados adicionam-se em fase (interferem construtivamente) fazendo com que nenhuma potência seja transmitida (reflexão total), o que corresponde a velocidade de grupo nula. Tudo se passa como se todas as impedâncias oferecidas pelas descontinuidades fossem transferidas para o plano de qualquer uma delas. A impedância total, equivalente a um número infinito de impedâncias em paralelo, tem o comportamento de um curto-circuito.

A Fig. (2.6) apresenta a característica de dispersão do guia periodicamente carregado da Fig. (2.5), tendo β como variável independente e $k_o = \omega\sqrt{\mu_o\varepsilon_o}$ como variável dependente.

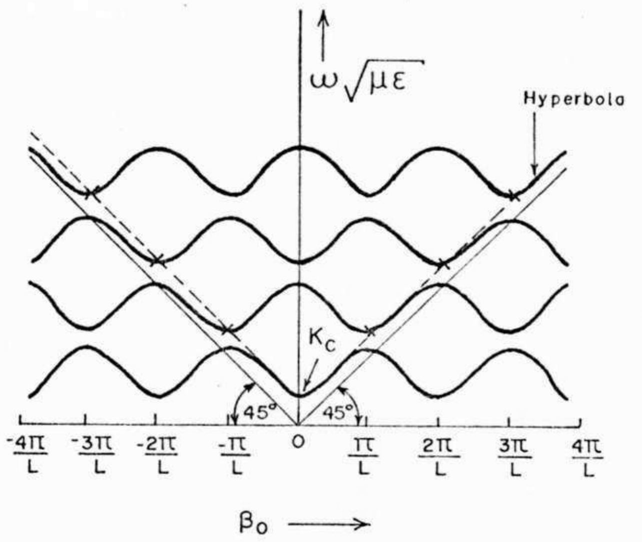


Fig. 2.6 - Característica de dispersão do guia cilín drico periodicamente carregado.

Com relação ao guia de ondas cilíndrico carregado periodicamente, mostrado na Fig. (2.5), dois casos limites podem ser analisados:

1º) quando $b \to a$; isto é, não existem discos, e a estrutura é um guia vazio (ou guia não-perturbado).

2º) quando $b \to 0$; isto é, o que há são cavidades cilíndricas, tendentes a se fechar, ao longo do guia.

No primeiro caso, a hipérbole $k_o - \beta$ para o guia não-perturbado (similar à Fig. (2.4), tendo as retas $k_o = |\beta|$

como assíntotas e mostrada em linhas tracejadas na Fig. (2.6), intercepta o eixo vertical em $k_o = k_c$, como pode ser visto da equação $k_o^2 - \beta^2 = k_c^2$. Por simplicidade, é esboçada apenas a hipérbole $k_o - \beta$ para o modo dominante de propagação.

O primeiro caso-limite indica que, em frequências próximas à do corte (ω_c) do guia não-perturbado, o espaçamento L entre as descontinuidades é pequeno comparado com o comprimento de onda guiada. Desse modo, as descontinuidades não afetam as características de corte do guia [27] . E, portanto, nesse caso, o diagrama $\omega - \beta$ para o guia carregado confunde-se com o diagrama $\omega - \beta$ para o guia não-perturbado.

No segundo caso-limite, pode-se determinar as frequências de ressonância ω_n das cavidades, fazendo $L = n\lambda_g/2$ (condição de ressonância). Desse modo,

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{n\pi}{L} \qquad (2.17)$$

Substituindo (2.17) em $\omega^2 \mu_o \varepsilon_o = \beta^2 + k_c^2$, vem:

$$\omega_n \sqrt{\mu_o \varepsilon_o} = \sqrt{k_c^2 + (n\pi/L)^2}$$

Assim, os ω_n's são determinados pela interseção da hipérbole $k_o - \beta$ de um guia vazio com a linha vertical $\beta = \frac{n\pi}{L}$. Esses pontos são marcados com cruzes na Fig. (2.6).

Algumas outras observações sobre o diagrama $\omega - \beta$ (ou $k_o - \beta$):

a) Quando β é negativo, v_p é negativa. Quando β é positivo, v_p é positiva. Isto é, em uma estrutura periódica ocorre propagação em ambas as direções positiva e negativa, se β é positivo ou negativo, respectivamente.

b) Dependendo do valor de β, v_g pode ser também positiva ou negativa. Cerca da metade dos harmônicos espaciais têm velocidades de fase e de grupo orientadas segundo sentidos opostos. São os **harmônicos espaciais regressivos**, citados na página 22. Quando as velocidades de fase e de grupo têm o mesmo sinal, os **harmônicos espaciais** são ditos **progressivos**. Essas, são importantes propriedades das estruturas periódicas, empregadas em dispositivos eletrônicos de ondas progressivas e de ondas regressivas em microondas. As seções do diagrama $\omega - \beta$ onde $v_g < 0$ correspondem a fluxo de potência na direção negativa.

c) Um guia de ondas periodicamente carregado, a exemplo de um guia não-carregado, possui um limite inferior de frequência, abaixo do qual nenhuma energia se propaga através dele. Em ω_c (frequência de corte), correspondente a k_c na Fig.(2.6), a veloci dade de grupo é nula e o comprimento de onda guiada é infinito.

d) Ocorrerá propagação quando a frequência cresce acima de ω_c. Nessa situação, a velocidade de grupo aumenta e o comprimento de onda guiada diminui. Se a frequência continua aumentando, chega-se até k_{cl} (ou ω_{cl}), onde o espaçamento L entre descontinuidades adjacentes é metade do comprimento de onda guiada, ocorrendo a reflexão total. Em ω_{cl}, portanto, tem-se outra frequência de corte, com velocidade de grupo novamente nula.

e) Aumentando a frequência além de ω_{cl}, há uma faixa de frequências em que não há constantes de fase correspondentes. Nesta região, não há propagação de energia através da estrutura. É uma **faixa de rejeição** (ou "stopband").

f) As faixas de rejeição alternam-se com **faixas de propagação** à medida que a frequência cresce, o que evidencia as **características de filtragem** de uma estrutura periódica. O guia de ondas periodicamente carregado representa um filtro com faixas de rejeição correspondendo a valores reais de γ, e faixas de propagação (ou de passagem) correspondendo a valores imaginários de γ.

g) Referindo-se à estrutura da Fig. (2.5), quando $b \to a$, as faixas de rejeição se estreitam, correspondendo a uma ampliação, em frequência, das faixas de passagem. Quando $b \to 0$, as faixas de passagem tendem a se anular, e as curvas do diagrama $\omega - \beta$ degeneram em linhas retas nas frequências de ressonância das cavidades individuais.

A Fig. (2.7) mostra um diagrama $\omega - \beta$ típico, com várias curvas, apresentando as primeiras faixas de passagem e de rejeição. ω_{cLi} $(i = 1,2,3,...)$ indica a frequência de corre **inferior** de i-ésima faixa de passagem. ω_{cSi} $(i = 1, 2, 3, ...)$ indica a frequência de corte **superior** da i-ésima faixa de passagem.

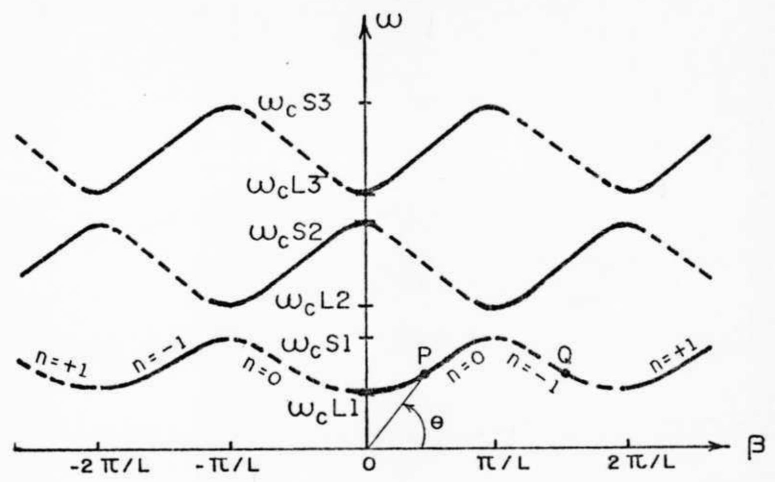


Fig. 2.7 - Exemplo de um diagrama $\omega - \beta$ típico.

A faixa de rejeição de baixa frequência ($\omega < \omega_{cL1}$) é comum tanto ao guia carregado como ao guia não-carregado . Faixas de rejeição de alta frequência ($\omega_{cS1} < \omega < \omega_{cL2}$, $\omega_{cS2} < \omega < \omega_{cL3}$, etc.) somente estão presentes no caso do guia carregado periodicamente.

Na Fig. (2.7), as porções do diagrama em linhas tracejadas têm velocidade de grupo negativa. A componente fundamental de Hartree é a indicada por n = 0, e os demais ramos são também assinalados com seu número harmônico "n", havendo simetria em torno do eixo "ω".

O ponto P sobre o diagrama ω - β da Fig. (2.7), corresponde a uma onda cuja velocidade de fase é dada por $v_p = \omega/\beta = tg\theta$, onde θ é o ângulo entre a linha reta que liga a origem ao ponto P e o eixo horizontal dos β . Na maior parte da porção de curva n=0 ($0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{L}$) , quando ω varia, θ varia muito pouco. Portanto, pode-se considerar que a velocidade de fase é constante sobre uma larga faixa de frequência. Do ponto de vista dos dispositivos eletrônicos de microondas [28] , isto significa que um feixe eletrônico interagindo com a componente n=0 permaneceria em sincronismo com ela por uma larga faixa de frequências, e o dispositivo seria capaz de operação faixa-larga. A velocidade de grupo $v_g = d\omega/d\beta$ também é substancialmente constante.

Sobre a componente n=-1, para o ponto Q mostrado na Fig. (2.7), $tg\theta$ varia rapidamente quando ω varia. Desse mo do, a onda e o feixe eletrônico estarão em sincronismo somente em uma faixa de frequências muito estreita. Isto ocorre com todos os harmônicos espaciais que não sejam o fundamental (n=0). Todas as válvulas de microondas que trabalham com harmônicos de ordem superior [26] são, intrinsecamente, dispositivos de faixa estreita.

Com relação ao diagrama ω - β mostrado na Fig. (2.7), observa-se que [29] as curvas apresentadas para $|\beta| > \pi/L$ são redundantes, uma vez que βL e $\beta L + 2n\pi$ fornecem os mesmos autovalores. Toda a informação acerca dos autovalores da equação característica de γ está contida na faixa $-\pi/L < \beta < \pi/L$, chamada **primeira zona de Brillouin**.

Na análise acima, foi feita a suposição de que somente um modo no guia de ondas fosse suficiente para aproximar os campos nos planos de referência. À medida que "ω" cresce, mais e mais modos começam a se propagar no guia de ondas, cada um contendo um número infinito de harmônicos espaciais, e várias suposições feitas aqui deixam de ser válidas.

É importante notar que a propagação de modos de ordem superior em uma estrutura periódica, com a possível interação entre esses modos ocorrendo de forma bastante complicada, poderá alterar significativamente o diagrama ω - β da Fig. (2.7).

3 MÉTODOS CLÁSSICOS DE ANÁLISE DE ESTRUTURAS PERIÓDICAS

Este capítulo descreve os dois métodos geralmente utilizados para a obtenção da equação característica de β em estruturas periódicas: a análise por campos eletromagnéticos e a análise por circuitos equivalentes. São mostradas as vantagens, dificuldades e limitações de tais técnicas, a partir de sua aplicação à análise do guia de ondas de planos paralelos periodicamente carregado, do qual obtém-se um diagrama ω - β aproximado. Em seguida, o guia de ondas retangular carregado periodicamente é analisado pela técnica de circuitos. O capítulo conclui com uma apreciação qualitativa da interação de modos de ordem superior.

3.1 - Análise por Campos Eletromagnéticos

A distribuição do campo eletromagnético em um plano seccional reto de uma estrutura periódica infinita deve ser uma solução das equações de Maxwell que satisfaça as condições de contorno da estrutura.

Se o meio entre os condutores tem características ε (permissividade), μ (permeabilidade) e σ (condutividade), funções das coordenadas espaciais, então a equação de onda para o campo elétrico [2] será da forma:

$$\nabla(\nabla.\vec{E}) - \nabla^2\vec{E} - \omega^2\mu\varepsilon \quad (1+\frac{\sigma}{j\omega\varepsilon})\vec{E} = \frac{\nabla\mu}{\mu} \times \quad (\nabla\times\vec{E}) \tag{3.1}$$

onde considerou-se variação harmônica do campo com o tempo.

Similarmente, para o campo magnético, obtém-se :

$$\nabla(\nabla.\vec{H}) - \nabla^2\vec{H} - \omega^2\mu\varepsilon(1 + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon})\vec{H} = (\frac{\nabla\sigma+j\omega\nabla\varepsilon}{\sigma + j\omega\varepsilon})\times(\nabla\times\vec{H}) \tag{3.2}$$

Resolvendo-se as equações para $\vec{E}$ e $\vec{H}$, impondo-se as condições de contorno, e utilizando-se do Teorema de Floquet, as ondas em propagação através da estrutura periódica em análise são obtidas.

Nas estruturas consideradas neste trabalho, os meios são supostos homogêneos, isotrópicos e lineares; os condutores e o dielétrico entre eles são considerados perfeitos. Nessas condições, (3.1) e (3.2) assumem as formas:

$$\nabla^2\vec{E} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{E} = 0 \tag{3.3}$$

$$\nabla^2\vec{H} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{H} = 0 \tag{3.4}$$

que são as conhecidas Equações de Helmholtz.

O estudo de uma estrutura periódica pela análise dos campos eletromagnéticos [3] envolve, inicialmente, a obtenção das expansões dos campos em cada região da estrutura, solucionando-se a Equação de Helmholtz seguida pela aplicação do Teorema de Floquet.

Em todas as fronteiras separando as diferentes regiões, são impostas as condições de contorno apropriadas, verificando-se que, geralmente, modos TE e TM são necessários para satisfazê-las.

O próximo passo é converter, por uma Análise de Fourier, as condições de contorno em equações algébricas para as constantes de amplitude.

O sistema de equações algébricas obtido é arranjado em um conjunto de equações homogêneas de ordem infinita. A equação característica para β é obtida igualando-se a zero o determinante dos coeficientes daquele conjunto. Na prática, chega-se a uma equação característica aproximada, uma vez que um número finito de constantes de amplitude é escolhido , com base em uma suposição válida.

As configurações físicas da maioria das estruturas periódicas utilizadas na prática, são complicadas, tornando difícil a síntese dos campos. Mesmo quando a síntese é possível, a resolução das equações (3.1) e (3.2) ou (3.3) e

(3.4) exige várias aproximações, que podem levar a resultados com erro apreciável.

Collin [18] mostra, para um guia retangular carregado capacitivamente, que um erro considerável é cometido quando - para pequeno espaçamento entre os diafragmas - considera-se apenas a propagação do modo dominante através da estrutura, desprezando-se os modos de ordem superior.

Na maioria dos casos práticos, a geometria das estruturas exige cálculos bastante longos [30] para a obtenção da solução geral do campo. Além disso, a solução por campos fornece, frequentemente, mais informação do que é necessária para uma aplicação particular.

Neste trabalho, as soluções obtidas pela análise por campos eletromagnéticos serão utilizadas para efeito de comparação com os resultados fornecidos pela aplicação da Técnica da Conservação da Potência Complexa, a algumas estruturas periódicas já estudadas na literatura.

3.1.1 - O Guia de Ondas de Planos Paralelos Carregado Periodicamente

A análise por campos eletromagnéticos será aplicada a um guia de ondas (ou linha de transmissão) de planos paralelos [3] , [24] carregado periodicamente com diafragmas capacitivos assimétricos espessos, mostrado na Fig. (3.1).

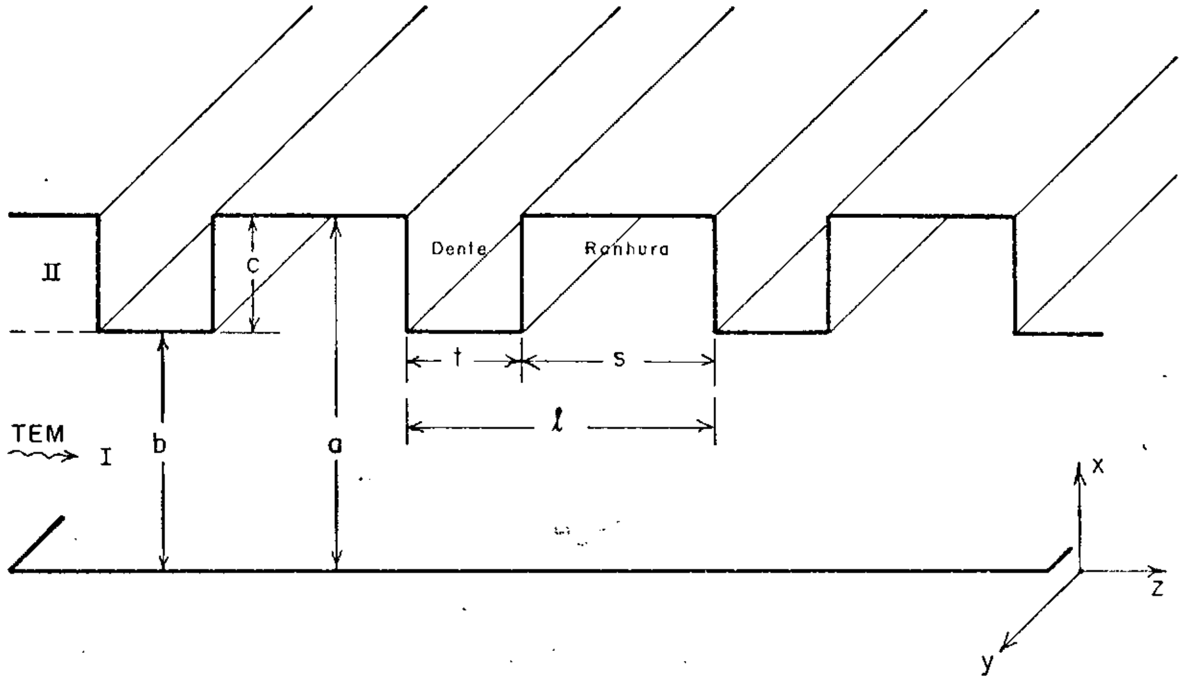


Fig. 3.1 - Linha de transmissão de planos paralelos com carregamento periódico capacitivo.

A estrutura é considerada infinitamente longa na direção "y", isto é, $\frac{\partial}{\partial y} = 0$. Na prática, esta é uma suposição válida, desde que a dimensão do guia ao longo de "y" seja muito maior do que a dimensão "a", e a << λ_o.

A região correspondente a $0 \leq x \leq b$ é chamada região I. As regiões de profundidade "c" e espessura "s", cada uma delas constitui uma ranhura da estrutura, designada por região II.

Seja uma onda TEM incidente da esquerda para a direita na estrutura. Quando essa onda encontra a ranhura, o seu campo elétrico deve ajustar-se de modo a manter-se normal à superfície condutora. Assim, modos de ordem superior do tipo TM_n serão necessários para satisfazer as condições de contorno. Isto é: é necessária uma componente "z" de campo elétrico que não varie segundo "y". Esses modos estarão presentes na região I.

Na região II (a ranhura), também existirá uma componente "z" de campo elétrico. Se a ranhura é suficientemente estreita, $s \ll c$, e $s \ll \lambda_o$, somente uma onda TEM se propagará através dela. As ranhuras poderão, então, ser consideradas como secções curtocircuitadas de uma linha de transmissão de planos paralelos.

(a) **Síntese dos Campos nas Duas Regiões**

REGIÃO I. Considerando a presença de ondas TM na região I, as componentes de campo elétrico (E_x e E_z) podem ser determinadas a partir de H_y, única componente de campo magnético presente.

De $\nabla X \vec{H} = j\omega\varepsilon_o \vec{E}$, vem:

$$E_x = j \frac{Z_o}{K_o} \frac{\partial Hy}{\partial Z} \tag{3.5-a}$$

$$E_z = -j \frac{Z_o}{K_o} \frac{\partial Hy}{\partial x} \qquad (3.5\text{-b})$$

onde $Z_o = \sqrt{\dfrac{\mu_o}{\varepsilon_o}}$ e $K_o = \omega \sqrt{\mu_o \varepsilon_o}$

A equação de Helmholtz para o campo magnético é:

$$\nabla^2 \vec{H} + \omega^2 \mu_o \, \varepsilon_o \, \vec{H} = 0 \qquad (3.6\text{-a})$$

Para a componente H_y, resulta :

$$(\nabla^2 + K_o^2) \, H_y = 0 \qquad (3.6\text{-b})$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) H_y = 0 \qquad (3.6\text{-c})$$

De acordo com o Teorema de Floquet,

$$H_y \, (x,z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f_n(x) \, e^{-j\beta_n z} \qquad (3.7)$$

onde

$$\beta_n = \beta_o + \frac{2n\pi}{\ell} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

Substituindo (3.7) em (3.6-c), verifica-se que as fun ções $f_n(x)$ são soluções de :

$$\frac{d^2 f_n(x)}{dx^2} - (\beta_n^2 - K_o^2)\, f_n(x) = 0 \qquad (3.8)$$

A equação diferencial (3.8) tem como soluções senh $(h_n x)$ e $\cosh(h_n x)$, onde

$$h_n = (\beta_n^2 - K_o^2)^{1/2} \qquad (3.9)$$

Pelas condições de contorno, $E_z(x=0)=0$ (na parede perfeitamente condutora). Portanto, de (3.5-b),

$$\left.\frac{\partial H_y}{\partial x}\right|_{x=o} = 0 \ , \quad \text{ou} \quad \left.\frac{df_n}{dx}\right|_{x=o} = 0$$

Assim, a solução para f_n que satisfaz a essa condição de contorno é :

$$f_n(x) = a_n \cosh(h_n x) \qquad (3.10)$$

onde "a_n" é uma constante a determinar.

Portanto, na região I, os campos serão :

$$H_y = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \cosh(h_n x)\, e^{-j\beta_n z} \qquad (3.11\text{-a})$$

ções $f_n(x)$ são soluções de :

$$\frac{d^2 f_n(x)}{dx^2} - (\beta_n^2 - K_o^2)\, f_n(x) = 0 \qquad (3.8)$$

A equação diferencial (3.8) tem como soluções senh $(h_n x)$ e $\cosh(h_n x)$, onde

$$h_n = (\beta_n^2 - K_o^2)^{1/2} \qquad (3.9)$$

Pelas condições de contorno, $E_z(x=0)=0$ (na parede perfeitamente condutora). Portanto, de (3.5-b),

$$\left.\frac{\partial H_y}{\partial x}\right|_{x=o} = 0 \;, \quad \text{ou} \quad \left.\frac{df_n}{dx}\right|_{x=o} = 0$$

Assim, a solução para f_n que satisfaz a essa condição de contorno é :

$$f_n(x) = a_n \cosh(h_n x) \qquad (3.10)$$

onde "a_n" é uma constante a determinar.

Portanto, na região I, os campos serão :

$$H_y = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \cosh(h_n x)\, e^{-j\beta_n z} \qquad (3.11\text{-a})$$

e, de (3.5-b),

$$E_z = - j\frac{Z_o}{k_o} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n h_n \operatorname{senh}(h_n x)\, e^{-j\beta_n z} \qquad (3.11\text{-b})$$

De (3.5-a),

$$E_x = \frac{Z_o}{k_o} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \beta_n \cosh(h_n x)\, e^{-j\beta_n z} \qquad (3.11\text{-c})$$

com $E_y = H_x = H_z = 0$ (3.11-d)

REGIÃO II. Para determinar-se uma expansão adequada para H_y em cada ranhura (região II), utiliza-se o Teorema de Floquet.

Se, na primeira ranhura, que se estende de z=0 a z=s, com $b \leq x \leq a$, o campo magnético é $H_1(x,z)$, então, o campo na n-ésima ranhura, começando em $z=n\ell$, será dado por:

$$e^{-j\beta_n \ell}\, H_1(x,\; z - n\ell) \qquad (3.12)$$

adotando-se a convenção ilustrada na Figura 3.2 na página seguinte.

Pelas condições de contorno, H_y deve ser tal que $E_x = 0$ em z=0 e z=s . Também, $E_z = 0$ em x=a.

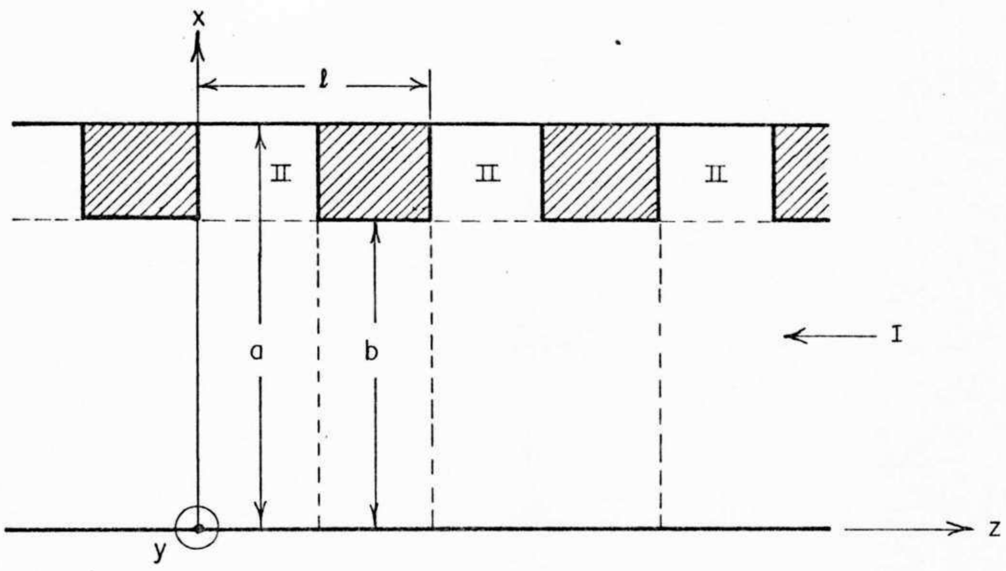


Fig. 3.2 - Vista lateral da estrutura periódica da Figura (3.1).

Tomando

$$H_y = \sum_{m=0}^{\infty} g_m(x) \cos \frac{m\pi z}{s} \tag{3.13}$$

uma vez que $\frac{d}{dz}\left[\cos(\frac{m\pi z}{s})\right] = 0$ em z=0 e z=s, e substituindo (3.13) em (3.6-c), obtém-se :

$$\frac{d^2 g_m(x)}{dx^2} - \left[(\frac{m\pi}{s})^2 - k_o^2 \right] g_m(x) = 0 \tag{3.14}$$

Mas,

$$k_o = \frac{2\pi}{\lambda_o}$$

E assim,

$$(\frac{m\pi}{s})^2 - k_o^2 = (\frac{m\pi}{s})^2 - (\frac{2\pi}{\lambda_o})^2$$

Como, normalmente, $s << \lambda_o$,

$$(\frac{m\pi}{s})^2 >> k_o^2 \, , \quad \text{para } m \neq 0 \, .$$

A condição $E_z = 0$ em $x=a$, é satisfeita por:

$$g_m(x) = b_m \cosh \left[\ell_m(a-x) \right] \tag{3.15}$$

onde

$$\ell_m = \left[(\frac{m\pi}{s})^2 - k_o^2 \right]^{1/2} \tag{3.16}$$

e "b_m" é uma constante.

Para $m=0$, $g_o(x) = b_o \cosh \left[\ell_o(a-x)\right]$, que corresponde a uma onda TEM estacionária na ranhura ($E_x=0$). Na primeira ranhura, então,

$$H_y = \sum_{m=0}^{\infty} b_m \cosh \left[\ell_m(a-x)\right] \cos\frac{m\pi z}{s} \tag{3.17-a}$$

$$E_z = \sum_{m=0}^{\infty} j \frac{Z_o}{k_o} b_m \ell_m \operatorname{senh}\left[\ell_m(a-x)\right] \cos\frac{m\pi z}{s} \qquad (3.17\text{-b})$$

(b) **Aplicação das Condições de Contorno no Plano x=b, que separa as Duas Regiões**

O objetivo, agora, é determinar os coeficientes "a_n" e "b_m" que aparecem nas equações (3.11-a,b,c) - campos na região I - e nas equações (3.17-a,b) - campos na região II.

As condições de contorno impõem:

(1) a continuidade dos campos elétrico e magnético tangenciais em $0 \le z \le s$, x=b.

(2) campo elétrico tangencial nulo em x=b, para $(n\ell+s) \le z \le (n+1)\ell$.

Desse modo, de acordo com (3.11-a,b) e (3.17-a,b) , vem:

H_y (REGIÃO I) = H_y (REGIÃO II), x = b.

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \cosh(h_n b)\, e^{-j\beta_n z} = \sum_{m=0}^{\infty} b_m \cosh\left[\ell_m(a-b)\right] \cos\frac{m\pi z}{s} \qquad (3.18\text{-a})$$

$0 \le z \le s$

E_z (REGIÃO I) = E_z (REGIÃO II), x = b.

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n h_n \, e^{-j\beta_n z} \, \text{senh}(h_n b) = \begin{cases} -\sum\limits_{m=0}^{\infty} b_m \ell_m \text{senh}\left[\ell_m (a-b)\right] \cos\dfrac{m\pi z}{s} & (0 \leq z \leq s) \\ 0 \, , & (s \leq z \leq \ell) \end{cases}$$

(3.18-b)

Multiplicando (3.18-b) por $e^{j\beta_o z}$, vem :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n h_n \, \text{senh}\,(h_n b) \, e^{-j(\frac{2n\pi z}{\ell})} =$$

$$= \begin{cases} -\sum\limits_{m=0}^{\infty} b_m \ell_m \, e^{j\beta_o z} \, \text{senh}\left[\ell_m (a-b)\right] \cos\dfrac{m\pi z}{s} & (0 \leq z \leq s) \\ 0 \quad , & (s \leq z \leq \ell) \end{cases} \qquad (3.19)$$

(c) Conversão, por uma Análise de Fourier, das condições de contorno em equações algébricas para as constantes de amplitude

Em uma série de Fourier, os coeficientes só são univocamente determinados se a função que a série representa é especificada no intervalo completo ao longo do qual ela é ortogonal.

No intervalo $(0,\ell)$, as funções $e^{-j(\frac{2n\pi z}{\ell})}$ são ortogonais. Como o primeiro membro de (3.19) vale para todo "z" no período, é possível obter uma expressão única para a_n em função de b_m. No caso da expressão (3.18-a), não é possível fazê-lo, porque aquela expressão somente é válida na região $0 \leq z \leq s$.

Multiplicando (3.19) por $e^{j2r\pi z/\ell}$ e integrando de 0 a ℓ, vem:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h_n \operatorname{senh}(h_n b) \int_0^{\ell} e^{-j\frac{2\pi}{\ell}(n-r)z}\, dz =$$

$$= \begin{cases} -\sum_{m=0}^{\infty} b_m \ell_m \operatorname{senh}\left[\ell_m(a-b)\right] \int_0^s e^{j(\beta_o + \frac{2r\pi}{\ell})z} \cos(\frac{m\pi z}{s})\, dz & , \quad 0 \leq z \leq s \\ 0 & , \quad s \leq z \leq \ell \end{cases} \qquad (3.20)$$

Pela ortogonalidade [18] das funções exponenciais,

$$\int_0^{\ell} e^{-j\frac{2\pi}{\ell}(n-r)z}\, dz = \begin{cases} 0 \, , & n \neq r \\ \ell \, , & n = r \end{cases}$$

$$\int_0^s e^{j(\beta_o + \frac{2r\pi}{\ell})z} \cos(\frac{m\pi z}{s})\, dz = \frac{j(\beta_o + \frac{2r\pi}{\ell})\left[(-1)^m e^{j\beta_r s} - 1\right]}{(\beta_o + \frac{2r\pi}{\ell})^2 - (\frac{m\pi}{s})^2}$$

onde $\beta_r = \beta_o + \frac{2r\pi}{\ell}$

Assim,

$\ell\, a_r\, h_r \operatorname{senh}(h_r b) =$

$$= -\sum_{m=0}^{\infty} b_m \ell_m \operatorname{senh}\left[\ell_m(a-b)\right] \frac{j(\beta_o + \frac{2r\pi}{\ell})\left[(-1)^m e^{j\beta_r s} - 1\right]}{(\beta_o + \frac{2r\pi}{\ell})^2 - (\frac{m\pi}{s})^2} \tag{3.21}$$

Para cada valor de "r" (inteiro), a expressão (3.21) representa um conjunto infinito de equações.

Multiplicando (3.18-a) por $\cos(\frac{r\pi z}{s})$ e integrando de 0 a s, vem:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \cosh(h_n b) \int_o^s e^{-j\beta_n z} \cos(\frac{r\pi z}{s})\, dz =$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} b_m \cosh\left[\ell_m(a-b)\right] \int_o^s \cos(\frac{m\pi z}{s}) \cos(\frac{r\pi z}{s}) dz$$

$$\therefore\ -j\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \cosh(h_n b) \frac{(\beta_o + \frac{2r\pi}{\ell})\left[1-(-1)^r e^{-j(\beta_o + \frac{2n\pi}{\ell})s}\right]}{(\beta_o + \frac{2n\pi}{\ell})^2 - (\frac{r\pi}{s})^2} =$$

$$= b_r \cosh\left[\ell_r(a-b)\right] \frac{s}{\varepsilon_{o_r}} \tag{3.22}$$

onde:

$$\varepsilon_{o_r} = \begin{cases} 1, & r = 0 \\ 2, & r \neq 0 \end{cases}$$

O resultado (3.22) também representa um conjunto infinito de equações, uma para cada valor de "r" (inteiro).

São, assim, obtidos dois sistemas lineares de equações - (3.21) e (3.22) - em a_n e b_m.

(d) **Arranjo do sistema de equações algébricas num conjunto de equações homogêneas. Equação característica para** β

Um conjunto de equações homogêneas em b_m é obtido, quando as soluções para os coeficientes a_n, dadas por (3.21), são aplicadas em (3.22). Para que haja uma solução não-trivial para b_m, o determinante dos coeficientes desse conjunto deve se anular. Obtém-se, assim, a equação característica para β.

Uma vez que os conjuntos de equações são de ordem infinita, não é possível conseguir-se, na prática, uma solução exata para β. O que se faz, então, é obter-se uma equação característica aproximada.

Se $s \ll \lambda_g$, o campo na ranhura pode ser aproximado pelo de uma onda TEM estacionária pura. Isto é, todos os $b_m = 0$, exceto b_0.

Assim, de (3.21), ter-se-á :

$$a_n = \sum_{m=0}^{+\infty} b_m R_{mn} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots) \tag{3.23}$$

onde:

$$R_{mn} = \frac{-\ell_m \operatorname{senh} \ell_m (a-b)}{\ell h_n \operatorname{senh}(h_n b)} \; \frac{j(\beta_o + \frac{2n\pi}{\ell}) \left[(-1)^m e^{j\beta_n s} - 1\right]}{(\beta_o + \frac{2n\pi}{\ell})^2 - (\frac{m\pi}{s})^2}$$

onde "r" foi substituído por "n" .

Da maneira análoga, (3.22) ficará:

$$b_m = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n T_{nm} \quad (m = 0, 1, 2, \ldots) \tag{3.24}$$

onde:

$$T_{nm} = \frac{-j \cosh(h_n b)}{\frac{s}{\varepsilon_{om}} \cosh \left[\ell_m (a-b)\right]} \; \frac{(\beta_o + \frac{2n\pi}{\ell}) \left[1 - (-1)^m e^{-j(\beta_o + \frac{2n\pi}{\ell}) s}\right]}{(\beta_o + \frac{2n\pi}{\ell})^2 - (\frac{m\pi}{s})^2}$$

onde "r" foi substituído por "m".

Substituindo (3.23) em (3.24), vem:

$$b_m = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{+\infty} b_m R_{mn} T_{nm} \quad (m = 0, 1, 2, \ldots) \tag{3.25}$$

A equação característica **exata** para β é obtida quando o determinante do conjunto infinito de equações (3.25) é igualado a zero.

Fazendo $b_m=0$ para todo $m\neq 0$, em (3.25), vem:

$$b_o = \sum_{n=-\infty}^{+} b_o \, R_{on} \, T_{no} \tag{3.26}$$

$$\text{ou:} \quad 1 - \sum_{n=-\infty}^{+} R_{on} \, T_{no} = 0 \tag{3.27}$$

que é uma primeira aproximação para a equação característica, onde: R_{on} representa todas as constantes que multiplicam b_o em (3.21), quando se resolve esta equação para a_n, com "r" substituído por "n". T_{no} representa todas as constantes que multiplicam a_o em (3.22), quando esta equação é resolvida para b_m, com "r" substituído por "m".

R_{on} e T_{no} são dados por:

$$R_{on} = - \frac{j\ell_o \, \text{senh}\left[\ell_o(a-b)\right]}{\ell h_n \, \text{senh}(h_n b)} \; \frac{(\beta_o + \frac{2n\pi}{\ell}) \left[e^{j\beta_n s} - 1\right]}{(\beta_o + 2n\pi/\ell)^2} \tag{3.28}$$

$$T_{no} = - \frac{j \cosh (h_n b)}{s\cosh\left[\ell_o(a-b)\right]} \; \frac{(\beta_o + \frac{2n\pi}{\ell}) \left[1 - e^{-j\beta_n s}\right]}{(\beta_o + 2n\pi/\ell)^2} \tag{3.29}$$

Substituindo (3.28) e (3.29) em (3.27), vem:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} R_{on} \, T_{no} = 1 \quad \therefore$$

$$\frac{s}{\ell}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left[\frac{\text{sen }(\beta_n s/2)}{(\beta_n\ s/2)}\right]^2 \frac{1}{h_n\ \text{tgh}(h_n b)} = \frac{1}{\ell_o\ \text{tgh}[\ell_o(a-b)]}$$

(3.30)

De (3.16), $\ell_m = \left[(\frac{m\pi}{s})^2 - k_o^2\right]^{1/2}$ $\therefore$

$$\ell_o = (-k_o^2)^{1/2} = jk_o$$

De (3.9), $h_n = (\beta_n^2 - k_o^2)^{1/2}$

Para ondas lentas, $\beta_n >> k_o$, e, portanto,

$h_n \approx \beta_n$

Então, (3.30) fica, depois de multiplicar-se ambos os membros por $(1/\ell)$:

$$\frac{-1}{(k_o\ell)\,\text{tg}\,[k_o(a-b)]} = \frac{s}{\ell}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left[\frac{\text{sen}(\beta_n s/2)}{(\beta_n s/2)}\right]^2 \frac{1}{(\beta_n\ell)\,\text{tgh}\,(\beta_n b)}$$

(3.31)

Esta é a equação característica aproximada que fornece o diagrama $\omega-\beta$ (ou diagrama $k_o - \beta$).

O 2º membro da equação (3.31) não depende de k_o. Assim, determinando-se o 2º membro para uma dada faixa de valores de β, o valor correspondente de k_o poderá ser deter minado de (3.31).

3.2 - Análise por Circuitos Equivalentes

Os métodos clássicos de análise de estruturas periódicas [3] utilizam a **matriz transmissão de tensão e corrente** (matriz ABCD) ou a **matriz transmissão de onda** (matriz A) como representação de uma célula unitária da estrutura. Ao primeiro caso, refere-se como **análise por circuitos** e ao segundo, **análise por ondas**. Ambos trabalham com circuitos equivalentes.

A análise de estruturas periódicas utilizando-se de circuitos equivalentes tem como ponto de partida a construção de um circuito equivalente para uma única secção básica, denominada célula unitária da estrutura. A admitância da descontinuidade é considerada conhecida. A estrutura total é representada por uma ligação em cascata de um número infinito de células unitárias.

Nestes métodos, considera-se propagação apenas do modo dominante, supondo desprezíveis os modos de ordem superior.

3.2.1 - Análise por Circuitos - MATRIZ ABCD

As ondas de tensão e corrente que podem se propagar através da estrutura periódica [3] são representadas por (V_n, I_n) na entrada e (V_{n+1}, I_{n+1}) na saída de uma célula unitária, e relacionam-se pela matriz ABCD.

V_n e I_n são a tensão e a corrente totais, isto é, a soma das ondas incidente e refletida, no modo dominante, no n-ésimo plano terminal. O mesmo vale para V_{n+1} e I_{n+1} no (n+1)-ésimo plano terminal. A representação é mostrada na Figura (3.3).

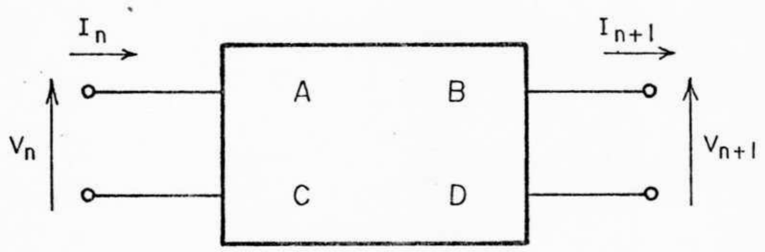


Fig. 3.3 - Representação de uma célula unitária pela matriz transmissão de tensão e corrente (matriz ABCD).

A matriz ABCD da célula unitária é determinada como uma função da admitância da descontinuidade, da frequência e das dimensões físicas do circuito.

$$\begin{bmatrix} V_n \\ \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ \\ I_{n+1} \end{bmatrix} . \qquad (3.32)$$

Se a célula unitária é uma estrutura simétrica, então, A = D. De acordo com o Teorema de Floquet,

$$V_{n+1} = e^{-\gamma d} V_n \qquad (3.33)$$

$$I_{n+1} = e^{-\gamma d} I_n \qquad (3.34)$$

onde $\gamma = \alpha + j\beta$ é a constante de propagação para a estrutura periódica.

Em forma matricial,

$$\begin{bmatrix} V_n \\ \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\gamma d} & 0 \\ \\ 0 & e^{\gamma d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ \\ I_{n+1} \end{bmatrix} \qquad (3.35)$$

Portanto,

$$\left(\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e^{\gamma d} & 0 \\ 0 & e^{\gamma d} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = 0 \qquad (3.36)$$

que é identificado como um problema matricial de auto-valor. Haverá uma solução não-trivial para V_{n+1}, I_{n+1} somente se o determinante da matriz dos coeficientes se anular.

Assim,

$$\begin{vmatrix} A - e^{\gamma d} & B \\ C & D - e^{\gamma d} \end{vmatrix} = e^{2\gamma d} - e^{\gamma d}(A+D)+(AD-BC) \qquad (3.37)$$

Se a célula unitária é uma estrutura recíproca,

$$AD - BC = 1 \qquad (3.38)$$

Portanto,

$$e^{2\gamma d} - e^{\gamma d}(A+D) + 1 = 0 \qquad (3.39)$$

e

$$\cosh \gamma d = \frac{A + D}{2} \qquad (3.40)$$

que é a equação de valores próprios para γ, também chamados valores característicos ou auto-valores.

A análise dessa equação permite identificar as faixas de propagação e as faixas de rejeição da estrutura, e possibilita a construção do diagrama ω-β , que representa graficamente as características de faixa passante e faixa re jeitada da estrutura.

É importante notar que a propagação em ambos os sentidos é possível, uma vez que $-\gamma$ é também solução da equação característica.

3.2.1.1 - O Guia de Ondas de Planos Paralelos Carregado Periodicamente

A região I, abaixo dos "dentes" da estrutura mostrada na Figura (3.1), comporta-se como uma linha de transmissão de placas paralelas [3] , de impedância característica por unidade de largura

$$Z_{c_1} = Z_o\, b \tag{3.41}$$

As fendas (região II), comportam-se como "tocos" em linhas de transmissão, em série com a linha principal (região I), a intervalos periódicos " ℓ ", como mostra a Fig. (3.4). A impedância característica por unidade de largura da linha curto-circuitada é

$$Z_{c_2} = Z_o\, s \tag{3.42}$$

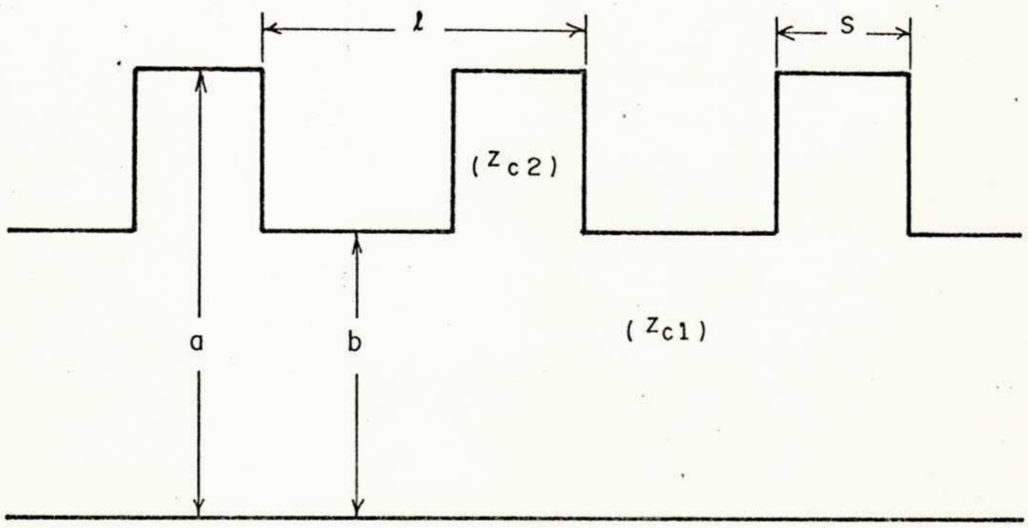


Fig. 3.4 - Representação em linha de transmissão do guia de planos paralelos periodicamente carregado.

A impedância de entrada de uma linha curto-circuitada de comprimento (a - b) é dada por:

$$Z_{in} = j\, Z_{c_2}\; tg\, k_o\,(a - b) \quad \therefore$$

$$Z_{in} = j\, Z_o\, s\; tg\, k_o\,(a - b) = jX \qquad (3.43)$$

A expressão (3.43) fornece a reatância dos to cos em série com a linha de transmissão principal.

O circuito equivalente simplificado da estrutura em análise é mostrado na Fig. (3.5), onde a impedância característica foi normalizada.

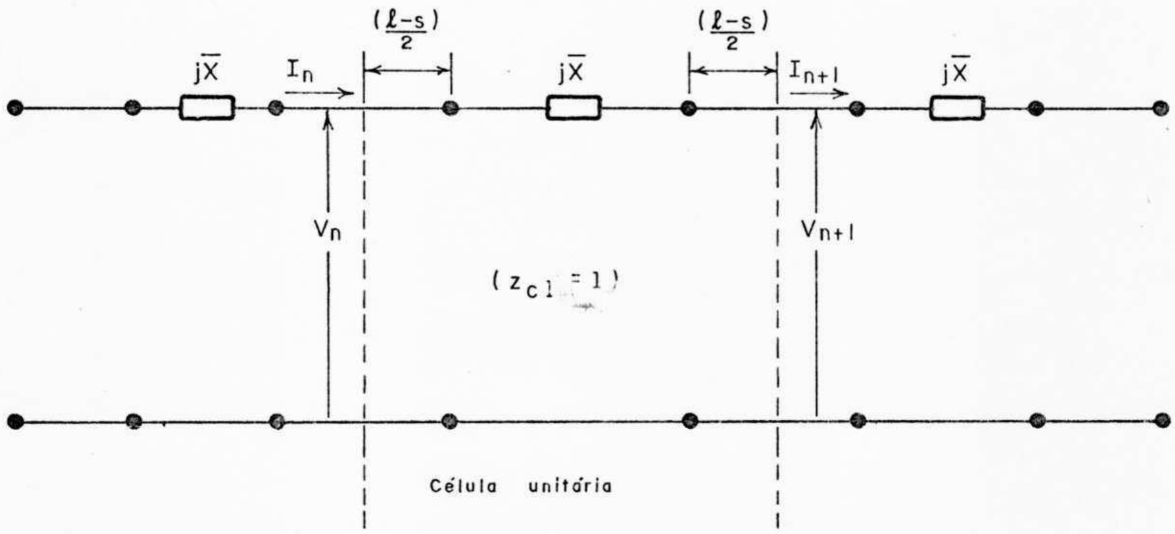


Fig. 3.5 - Circuito equivalente mostrando uma célula unitária.

As secções de linha de transmissão entre as reatâncias normalizadas $j\bar{X} = j(X/Z_o)$ têm comprimento $(\ell - s)$.

A Fig. (3.5) destaca uma célula unitária (da estrutura periódica), que consiste de três circuitos liga dos em cascata: uma secção de linha de transmissão de comprimento $(\ell - s)/2$,em série com uma reatância $\overline{X}$, por sua vez em série com outra secção de linha de transmissão de comprimento $(\ell - s)/2$

As tensões e correntes nos terminais de entrada e saída da célula unitária são indicadas na Fig. (3.5), e relacionam-se pela matriz ABCD. A equação matricial (3.32) é repetida abaixo:

$$\begin{bmatrix} V_n \\ \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ \\ I_{n+1} \end{bmatrix} \tag{3.44}$$

Cada um dos três circuitos em cascata da célula unitária tem sua própria matriz ABCD. A matriz transmissão de tensão e corrente da linha de transmissão de comprimento $(\ell - s)/2$ e comprimento elétrico $\theta/2 = k_o(\ell - s)/2$, é dada por :

$$\begin{bmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & j\operatorname{sen}\frac{\theta}{2} \\ \\ j\operatorname{sen}\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \tag{3.45}$$

A matriz ABCD da reatância-série é:

$$\begin{bmatrix} 1 & j\overline{X} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.46}$$

É possível mostrar que a matriz ABCD total, da célula unitária, é dada pelo produto das três matrizes representativas de cada circuito. Assim, chega-se a:

$$\begin{bmatrix} V_n \\ \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta - \frac{\overline{X}}{2}\,\mathrm{sen}\,\theta & j\left(\frac{\overline{X}}{2}\cos\theta + \mathrm{sen}\,\theta + \frac{\overline{X}}{2}\right) \\ \\ j\left(\frac{\overline{X}}{2}\cos\theta + \mathrm{sen}\,\theta - \frac{\overline{X}}{2}\right) & \cos\theta - \frac{\overline{X}}{2}\,\mathrm{sen}\,\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ \\ I_{n+1} \end{bmatrix} \tag{3.47}$$

A célula unitária é uma estrutura **simétrica**, e, portanto, A = D. Mostra-se, também, que AD - BC = 1, o que indica que a estrutura é **recíproca**.

Aplicando-se o Teorema de Floquet, chega-se (ver páginas 58 e 59) à equação de autovalores para γ :

$$\cosh\gamma\ell = \cos\theta - \frac{\overline{X}}{2}\,\mathrm{sen}\,\theta \tag{3.48}$$

onde $\theta = k_o(\ell - s)$

De (3.41) e (3.43), vem:

$$\overline{X} = \frac{X}{Z_{c_1}} = \frac{s}{b}\,\mathrm{tg}\,k_o(a - b) \tag{3.49}$$

Nas faixas de passagem, $\gamma = j\beta$. Portanto, substituindo em (3.48), Na faixa de passagem, um dos autovalores é o complexo conjugado do outro, de módulo unitário. Então, pode-se escrever

$$\gamma_1 = e^{-j\beta L}$$
$$\gamma_2 = e^{j\beta L} \qquad (3.63)$$

onde βL indica a defasagem de onda de um plano de referência para o próximo.

Substituindo (3.63) em (3.60), vem:

$$\cos \beta L = \cos \beta_o L - \frac{1}{2} B_o \operatorname{sen} \beta_o L \qquad (3.64)$$

A partir de (3.64) é possível traçar o diagrama $\omega - \beta$ da estrutura, como foi feito a partir de (3.51) para a linha de transmissão de planos paralelos carregada capacitivamente. Kurokawa [29] apresenta um procedimento gráfico relativamente simples para a obtenção do diagrama ω-βL, similar ao diagrama $\omega - \beta$.

Uma análise das inequações (3.61) e (3.62) leva a algumas conclusões importantes:

(a) Se a abertura da janela no guia de ondas é pequena, B_o é grande, e a condição de faixa de passagem (3.61) somente é satis feita quando $|\cos\beta_o L|$ está próximo da unidade. Isto é, quando $L \approx n\ \lambda g/2$, com n inteiro, obtendo-se a condição de ressonância, conforme a equação (2.17). Quando L desvia-se desse valor, as secções entre dois diafragmas adjacentes deixam de ressoar e não ocorre nenhuma transmissão de potência, resultando em uma faixa de rejeição.

(b) Se B_o é pequeno, a condição de faixa de rejeição (3.62) também só é satisfeita quando $L \approx n\lambda g/2$, com n inteiro. Neste caso, também não ocorre nenhuma transmissão de potência, por causa da interferência construtiva das ondas refletidas a partir de janelas igualmente espaçadas. Quando L desvia-se do múltiplo inteiro de meio comprimento de onda, as pequenas reflexões não se adicionam em fase, pouco influindo na propagação de onda.

3.2.1.3 - Impedância Característica de uma Estrutura Periódica

Nos pares de terminais de uma célula unitária genérica, pode-se definir um importante parâmetro [3] ligado às estruturas periódicas: a impedância característica normalizada $\overline{Z}_B$, que é a razão entre a tensão e a corrente totais em um plano terminal genérico.

$$\overline{Z}_B = \frac{Z_B}{Z_C} = \frac{V_{n+1}}{I_{n+1}} = \frac{-B}{A - e^{\gamma d}} = \frac{-(D - e^{\gamma d})}{C} \qquad (3.65)$$

Utilizando também (3.37), vem:

$$\overline{Z}_B^{\pm} = \frac{2B}{(D - A) \pm \sqrt{(A + D)^2 - 4}} \qquad (3.66)$$

onde os sinais superior (positivo) e inferior (negativo) referem-se, respectivamente, à propagação no sentido de z crescente e de z decrescente.

Nas faixas de passagem,

$$\overline{Z}_B- = - (\overline{Z}_B+)^* \qquad (3.67)$$

Considerando A = D (simetria) e AD - BC = 1 (reciprocidade) para a célula unitária,

$$\overline{Z}_B^{\pm} = \pm \sqrt{\frac{B}{C}} \qquad (3.68)$$

A impedância característica de uma estrutura periódica não é uma grandeza única, uma vez que ela depende da escolha dos planos terminais da célula unitária. No entanto, pode ser prontamente encontrada considerando-se o deslocamente com relação a um plano terminal de referência.

O índice B utilizado na designação da impedância característica refere-se às ondas de Bloch, as ondas que podem se propagar em uma estrutura periódica.

3.2.2 - Análise por Ondas - Matriz A

Este método difere da Análise por Circuitos pelo fato de se considerar, agora, as ondas que se propagam nos sentidos positivo e negativo dentro de cada célula unitária.

A matriz A - **matriz transmissão de onda** - relaciona os valores complexos das ondas incidentes e refletidas (normalizadas), na entrada da junção, aos valores complexos correspondentes na saída.

$$\begin{bmatrix} C_n^+ \\ C_n^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{n+1}^+ \\ C_{n+1}^- \end{bmatrix} \qquad (3.69)$$

A análise [3] é similar à realizada utilizando-se a matriz ABCD, sendo obtida, também, uma equação característica para γ, a partir da qual é construído o diagrama ω-β.

3.2.2.1 - Coeficiente de Reflexão Característico

Um parâmetro importante das estruturas periódicas, fornecido pela Análise por Ondas, é o coeficiente de reflexão característico Γ_B, dado pela relação C_n^-/C_n^+.

O coeficiente de reflexão característico [3] da onda de Bloch, pode ser expresso, em termos da impedância característica normalizada, como:

$$\Gamma_B^{\pm} = \frac{\overline{Z}_B^{\pm} - 1}{\overline{Z}_B^{\pm} + 1} \tag{3.70}$$

onde os sinais positivo e negativo caracterizam as propagações no sentido de z crescente e de z decrescente, respectivamente.

3.3 - Interação de Modos de Ordem Superior

Nos métodos matriciais descritos, considerou-se propagação apenas do modo dominante. Isto é, fez-se a suposição de que as descontinuidades estivessem suficientemente afastadas, de modo que todos os modos evanescentes excitados em cada diafragma tivessem decaído a um valor desprezível nas posições dos diafragmas adjacentes, ou, mais precisamente, nos planos terminais das células unitárias da estrutura.

Se o espaçamento entre as descontinuidades é menor, o campo incidente em cada diafragma é uma combinação de um modo dominante e um ou mais modos de ordem superior. O efeito da interação de modos de ordem superior [18] é modificar a equação de autovalores para a constante de propagação característica (e, portanto, o diagrama $\omega - \beta$), com relação à equação característica e ao diagrama obtido considerando-se somente a interação de modo dominante. O erro cometido é considerável.

Collin [18] apresenta a análise de um guia de ondas retangular carregado capacitivamente, considerando um número finito de modos evanescentes em cada descontinuidade. Considera-se a expansão dos campos elétricos e magnéticos transversais, à esquerda e à direita de um diafragma, em termos dos modos normais no guia de ondas. A análise leva em conta os N primeiros modos menos atenuados, uma vez que somente um número finito, N, de modos excitados em cada descontinuidade, terão amplitude considerável sobre a próxima descontinuidade.

Para cada modo interagindo, é introduzida uma linha de transmissão equivalente distinta. O diafragma deve ser agora representado por uma malha mais geral, que acopla entre si as várias linhas de transmissão. As soluções para as ondas periódicas propagando-se ao longo de estruturas desse tipo são encontradas pelos métodos matriciais usuais. A análise de sistemas dessa espécie foi apresentada por Brown [35] . Collin aplica-a ao problema particular de um guia de ondas carregado com diafragmas capacitivos, comparando as constantes de propagação obtidas com e sem interação de ordem superior. O erro cometido não é desprezível.

A forma da solução estabelece duas importantes propriedades dos guias de ondas carregados periodicamente:

(a) Existem 2N constantes de propagação características $\pm\gamma_m$, com m = 1,2,......,N, no guia carregado periodicamente com N modos interagindo.

(b) Para cada autovalor γ_m , existe uma onda periódica distinta, composta de N modos normais no guia de ondas.

Os γ_m imaginários são associados com os modos propagantes. Os modos com constante de propagação real são modos evanescentes.

4 TÉCNICA DA CONSERVAÇÃO DA POTÊNCIA COMPLEXA

Neste capítulo, são apresentados os conceitos básicos da Técnica da Conservação da Potência Complexa ("Conservation Complex Power Technique" - CCPT), um dos mais recentes métodos de resolução de problemas de espalhamento em junções em guias de ondas. São também definidas as matrizes necessárias à aplicação da técnica, e que serão úteis na resolução de estruturas periódicas pela CCPT.

4.1 - Introdução

A finalidade da CCPT é determinar a matriz de espalhamento $[S]$ da junção entre dois guias de ondas cilíndricos uniformes, permitindo a obtenção de soluções formalmente exatas. A matriz $[S]$ tem a seguinte forma:

$$[S] = \begin{bmatrix} \underline{S}_{11} & \underline{S}_{12} \\ \underline{S}_{21} & \underline{S}_{22} \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

onde as quatro submatrizes são infinitas.

O elemento (m,n) de $\underline{S}_{ij}$(i, j=1,2) é a amplitude do m-ésimo modo no guia i devida à amplitude unitária do n-ésimo modo no guia j.

A CCPT utiliza-se da Técnica da Matriz de Espalhamento Generalizada [31] que inclui, além dos modos propagantes, os modos evanescentes.

Na prática, as matrizes devem ser truncadas, o que significa considerar um número finito de modos em cada guia. No entanto, mesmo com um conjunto truncado de modos, "a solução para os modos propagantes espalhados na junção satisfaz **exatamente** a lei da conservação, isto é, a potência real espalhada da junção é igual à potência real incidente sobre a junção" [12] .

Os casos já estudados [12], [13], [20], [21] demonstram que soluções rápidas e numericamente convergentes são obtidas pela CCPT.

4.2 - A Técnica

A Figura (4.1) mostra a junção entre dois guias-de-ondas cilíndricos:

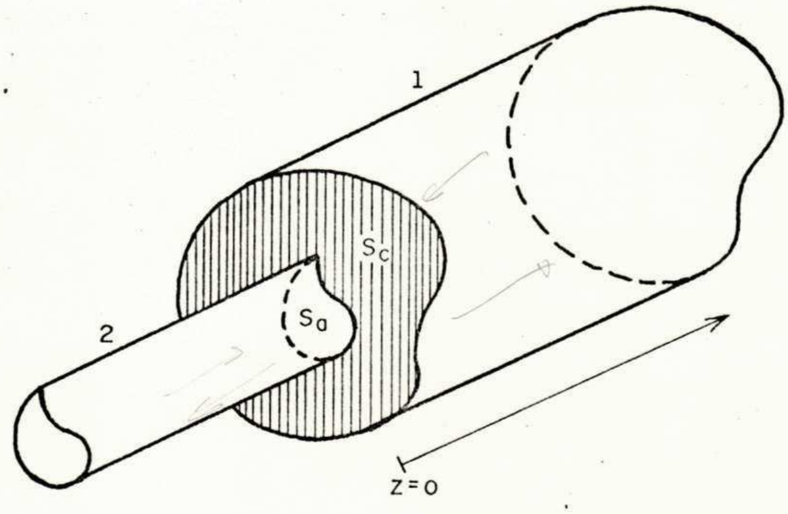


Fig. 4.1 - Junção de dois guias de ondas cilíndricos

4.3 - Condições de Contorno

Sejam S_a a superfície da abertura, S_c a parede condutora e $S = S_a + S_c$ a superfície da junção.

Considera-se incidência a partir do guia de ondas 2 (guia menor) para o guia 1 (guia maior).

Pela expansão dos campos elétricos nos guias 1 e 2 em termos dos modos normais TE e TM, e pela aplicação das condições de contorno em z = 0, são obtidas [13] as expressões:

$$\sum_n (a_{1,n}\,\vec{e}^{\,h}_{1,n} + b_{1,n}\,\vec{e}^{\,e}_{1,n}) = \sum_n (a_{2,n}\,\vec{e}^{\,h}_{2,n} + b_{2,n}\,\vec{e}^{\,e}_{2,n}) \qquad (4.2)$$

Sobre S_a

$$\sum_n (a_{1,n}\,\vec{e}^{\,h}_{1,n} + b_{1,n}\,\vec{e}^{\,e}_{1,n}) = 0 \qquad (4.3)$$

Sobre S_c

onde $\vec{e}^{\,h}_{i,n}$ $(i=1,2)$ é a componente transversal do campo elétrico no guia i, em z=0, no n-ésimo modo TE.

$\vec{e}^{\,e}_{i,n}$ $(i=1,2)$ é a componente transversal do campo elétrico no guia i, em z=0, no n-ésimo modo TM.

$a_{i,n}$ $(i=1,2)$ é a amplitude total no guia i, do n-ésimo modo TE na junção.

$b_{i,n}$ $(i=1,2)$ é a amplitude total no guia i, do n-ésimo modo TM na junção.

Em $z = 0$,

$$a_{i,n} = a^{+}_{i,n} + a^{-}_{i,n} \qquad (4.4\text{-a})$$

$$b_{i,n} = b^{+}_{i,n} + b^{-}_{i,n} \qquad (4.4\text{-b})$$

onde $a_{i,n}^{+(-)}$ $(i=1,2)$ é a amplitude do n-ésimo modo TE incidente (refletido) do guia i.

ao guia onda refletida do 2

$b_{i,n}^{+(-)}$ $(i=1,2)$ é a amplitude do n-ésimo modo TM incidente (refletido) do guia i.

4.4 - Equação de Casamento de Modo

Multiplicando (4.2) escalarmente por $\vec{e}_{1,m}^{\,h}$, integrando sobre S_a e aplicando a ortogonalidade dos modos normais no guia maior (guia 1), chega-se a:

$$a_{1,m} = \sum_n \left[a_{2,n} \frac{\iint_{S_a} \vec{e}_{1,m}^{\,h} \cdot \vec{e}_{2,n}^{\,h} \, da}{\iint_{S} \vec{e}_{1,m}^{\,h} \cdot \vec{e}_{1,m}^{\,h} \, da} + b_{2,n} \frac{\iint_{S_a} \vec{e}_{1,m}^{\,h} \cdot \vec{e}_{2,n}^{\,e} \, da}{\iint_{S} \vec{e}_{1,m}^{\,h} \cdot \vec{e}_{1,m}^{\,h} \, da} \right] \qquad (4.5\text{-a})$$

Analogamente,

$$b_{1,m} = \sum_n \left[a_{2,n} \frac{\iint_{S_a} \vec{e}_{1,m}^{\,e} \cdot \vec{e}_{2,n}^{\,h} \, da}{\iint_{S} \vec{e}_{1,m}^{\,e} \cdot \vec{e}_{1,m}^{\,e} \, da} + \right.$$

$$b_{2,n} \quad \left. \frac{\iint_{S_a} \vec{e}^{\,e}_{1,m} \cdot \vec{e}^{\,e}_{2,n}\, da}{\iint_{S} \vec{e}^{\,e}_{1,m} \cdot \vec{e}^{\,e}_{1,m}\, da} \right] \qquad (4.5\text{-b})$$

Em forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \\ \underline{b}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{H}_{11} & \underline{H}_{12} \\ \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{a}_2 \\ \\ \underline{b}_2 \end{bmatrix} \qquad (4.6)$$

que é chamada **equação de casamento de modo do campo E**, onde $\underline{a}_n$ e $\underline{b}_n$ $(n = 1,2)$ são vetores amplitude de modo, assim definidos:

$$\underline{a}_n = \begin{bmatrix} a_{n,1} \\ a_{n,2} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.7\text{-a}) \qquad \underline{b}_n = \begin{bmatrix} b_{n,1} \\ b_{n,2} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.7\text{-b})$$

Os elementos (m,n) de $\underline{H}$ são os quocientes integrais das expressões (4.5-a) e (4.5-b), escritos genericamente como:

$$H_{m,n} = Y^{*}_{o1,m} \frac{\iint_{S_a} \vec{e}^{\,*}_{1,m} \cdot \vec{e}_{2,n} \, da}{p_{1,m}} \qquad (4.8)$$

onde $Y_{01,m}$ é a admitância característica do m-ésimo modo no guia i (i = 1,2).

$p_{i,m}$ é a potência complexa transportada pelo mesmo modo de amplitude unitária.

4.5 - Potência Complexa Irradiada

A potência complexa transmitida através da junção é dada pela forma Hermitiana

$$P = \begin{bmatrix} \underline{a}_1^{\dagger} & \underline{b}_1^{\dagger} \end{bmatrix} \underline{P}_1 \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{b}_1 \end{bmatrix} \qquad (4.9)$$

obtida pela expansão modal e pela integração do vetor de Poynting imediatamente além da junção (em $z = 0_+$).

Em (4.9), o símbolo † indica transposta Hermitiana. $\underline{P}_i$ é a matriz potência complexa do guia i, que é uma matriz diagonal.

A matriz $\underline{P}_1$ é :

$$\underline{P}_1 = \begin{bmatrix} \underline{P}_1^h & \underset{\sim}{0} \\ & \\ \underset{\sim}{0} & \underline{P}_1^e \end{bmatrix} \tag{4.10}$$

$\underline{P}_i^{h(e)}$ é uma matriz diagonal cujo m-ésimo elemento é $p_{i,m}^{h(e)}$, que representa a potência complexa transportada pelo m-ésimo modo TE(TM) do guia i .

De (4.6) e (4.9),

$$P = \begin{bmatrix} \underline{a}_2^\dagger & \underline{b}_2^\dagger \end{bmatrix} \underline{H}^\dagger \; \underline{P}_1 \, \underline{H} \begin{bmatrix} \underline{a}_2 \\ \\ \underline{b}_2 \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

que fornece a potência complexa irradiada em termos da distribuição do campo elétrico transversal junto à abertura , no guia 2 (em z = $\underline{0}$).

4.6 - Potência Complexa Incidente

Uma onda eletromagnética incidente a partir do guia menor (guia 2), "vê" a matriz admitância de entrada da jun ção, $\underline{Y}_2$.

Vista do guia menor, a junção pode ser considerada como um circuito de N portas, cada uma correspondendo a um modo no guia. O fluxo líquido de potência complexa para dentro desta malha é:

$$P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \underline{V}_2^{h^\dagger} & \underline{V}_2^{e^\dagger} \end{bmatrix} \underline{Y}_2^{\dagger} \begin{bmatrix} \underline{V}_2^h \\ \underline{V}_2^e \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

onde $\underline{V}_i^{h(e)}$ é o vetor tensão equivalente do modo TE(TM) no guia i. É também uma matriz coluna, cujo n-ésimo elemento é $V_{i,n}^{h(e)}$, que representa a tensão equivalente do n-ésimo modo TE(TM) do guia i.

A expressão matricial

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_2^h \\ \underline{V}_2^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{T}}_2^h & \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{0} & \underline{\underline{T}}_2^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{a}_2 \\ \underline{b}_2 \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

relaciona os vetores amplitude de modo aos vetores tensão equivalente, e pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_2^h \\ \\ \underline{V}_2^e \end{bmatrix} = \underline{T}_2 \begin{bmatrix} \underline{a}_2 \\ \\ \underline{b}_2 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$\underline{T}_2^h$ e $\underline{T}_2^e$ são matrizes diagonais cujo m-ésimo elemento é dado por

$$T_{i,m} = \sqrt{\frac{2\, p_{i,m}}{Y^*_{0i,m}}} \quad (4.15)$$

É possível mostrar que $T_{i,m}$ é real.

Substituindo (4.14) em (4.12), vem:

$$P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \underline{a}_2^\dagger & \underline{b}_2^\dagger \end{bmatrix} \underline{T_2^\dagger}\; \underline{Y_2^\dagger}\; \underline{T_2} \begin{bmatrix} \underline{a}_2 \\ \\ \underline{b}_2 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

que é a forma Hermitiana para a potência entrando na junção (potência incidente na junção).

4.7 - A Conservação da Potência Complexa e a Matriz Admitância de Entrada da Junção

A junção é sem perdas e de volume infinitesimal. Portanto, pela lei da conservação da potência complexa, as ex pressão (4.16) e (4.11) são iguais (potência incidente = potência irradiada).

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}\underline{a}_2^\dagger & \underline{b}_2^\dagger\end{bmatrix} \underline{T}_2^\dagger\ \underline{Y}_2^\dagger\ \underline{T}_2 \begin{bmatrix}\underline{a}_2 \\ \underline{b}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\underline{a}_2^\dagger & \underline{b}_2^\dagger\end{bmatrix} \underline{H}^\dagger\ \underline{P}_1\ \underline{H} \begin{bmatrix}\underline{a}_2 \\ \underline{b}_2\end{bmatrix} \qquad (4.17)$$

que é válida para qualquer campo incidente. Então,

$$\frac{1}{2}\ \underline{T}_2^\dagger\ \underline{Y}_2^\dagger\ \underline{T}_2 = \underline{H}^\dagger\ \underline{P}_1\ H \qquad (4.18)$$

$$\therefore\ \underline{Y}_2 = 2\left[\underline{T}_2^{-1}\right]^\dagger \underline{H}^\dagger\ \underline{P}_1^\dagger\ \underline{H} \left[\underline{T}_2^{-1}\right] \qquad (4.19)$$

que é a admitância de entrada da junção.

A inversa de $\underline{T}_2$ é facilmente calculada, uma vez que $\underline{T}_2$ é uma matriz diagonal real.

4.8 - Matriz de Espalhamento da Junção

A matriz de espalhamento de tensão, vista do guia 2, relaciona os vetores tensão equivalente refletidos aos incidentes, da seguinte forma:

$$\underline{V}_2^- = \underline{S}_{v2}\ \underline{V}_2^+$$

Em termos da matriz admitância característica do guia 2 ($\underline{Y}_{02}$) e da matriz admitância de entrada da junção ($\underline{Y}_2$), a matriz de espalhamento de tensão se escreve:

$$\underline{S}_{v2} = \left[\underline{Y}_{02} + \underline{Y}_2\right]^{-1} \left[\underline{Y}_{02} - \underline{Y}_2\right] \qquad (4.20)$$

onde

$$\underline{Y}_{02} = \begin{bmatrix} \underline{Y}^h_{02} & \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{0} & \underline{Y}^e_{02} \end{bmatrix} \qquad (4.21)$$

$\underline{Y}^{h(e)}_{02}$ é a matriz admitância característica das linhas de transmissão equivalentes dos modos TE(TM) do guia 2.

Relacionando os vetores tensão equivalente aos vetores amplitude de modo, vem:

$$\begin{bmatrix} \underline{a}^-_2 \\ \underline{b}^-_2 \end{bmatrix} = \underline{T}^{-1}_2 \, \underline{S}_{v2} \, \underline{T}_2 \begin{bmatrix} \underline{a}^+_2 \\ \underline{b}^+_2 \end{bmatrix} \qquad (4.22)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \underline{a}^-_2 \\ \underline{b}^-_2 \end{bmatrix} = \underline{S}_{22} \begin{bmatrix} \underline{a}^+_2 \\ \underline{b}^+_2 \end{bmatrix} \qquad (4.23)$$

Desse modo, a Técnica da Conservação da Potência Complexa permite determinar a submatriz $\underline{S}_{22}$, dada por :

$$\underline{S}_{22} = \underline{T}_2^{-1} \; \underline{S}_{v2} \; \underline{T}_2 \tag{4.24}$$

A matriz de espalhamento da junção relaciona os vetores amplitude de modo refletidos (TE e TM) aos vetores amplitude de modo incidente (TE e TM). Dessa forma,

$$\begin{bmatrix} \underline{c}_1^- \\ \underline{c}_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{S}_{11} & \underline{S}_{12} \\ \underline{S}_{21} & \underline{S}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{c}_1^+ \\ \underline{c}_2^+ \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

onde

$$\underline{c}_i^{+(-)} = \begin{bmatrix} \underline{a}_i^{+(-)} \\ \underline{b}_i^{+(-)} \end{bmatrix} \qquad (i = 1,2)$$

E, portanto,

$$\underline{S}_{11} = \underline{c}_1^- \; (\underline{c}_1^+)^{-1} \Big|_{\underline{c}_2^+ = \underset{\sim}{0}} \tag{4.26-a}$$

$$\underline{S}_{12} = \underline{c}_1^- \; (\underline{c}_2^+)^{-1} \Big|_{\underline{c}_1^+ = \underset{\sim}{0}} \tag{4.26-b}$$

$$\underline{S}_{21} = \underline{c}_2^- \; (\underline{c}_1^+)^{-1} \Big|_{\underline{c}_2^+ = \underset{\sim}{0}} \tag{4.26-c}$$

$$\underline{S}_{22} = \underline{C}_2^- (\underline{C}_2^+)^{-1} \Bigg|_{\underline{C}_1^+ = \underset{\sim}{0}}$$

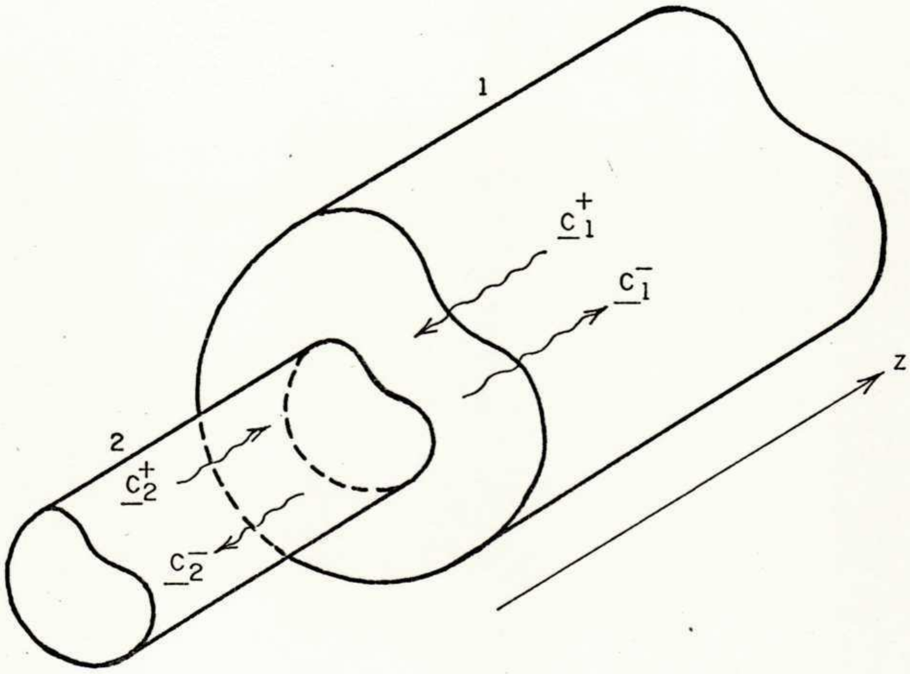


Fig. 4.2 - Representação dos vetores amplitude de modo incidentes e espalhados

De (4.6), $\underline{C}_1^+ + \underline{C}_1^- = \underline{H} (\underline{C}_2^+ + \underline{C}_2^-)$ (4.27)

Para obter $\underline{S}_{12}$, $\underline{C}_1^+ = \underset{\sim}{0}$, de acordo com (4.26-b) . Substituindo $\underline{C}_2^- = \underline{S}_{22}\underline{C}_2^+$ (4.23) em (4.27), vem:

$$\underline{C}_1^- = \underline{H}\ (I + \underline{S}_{22})\ \underline{C}_2^+ \tag{4.28}$$

Portanto,

$$\underline{S}_{12} = \underline{H}\ (\underline{S}_{22} + I) \tag{4.29}$$

A determinação de $\underline{S}_{21}$ é feita utilizando-se o Teorema da Reciprocidade [13] . Conclui-se que :

$$\underline{S}_{21} = \underline{Q}_2^{-1}\ \underline{S}_{12}^T\ \underline{Q}_1 \tag{4.30}$$

onde $\underline{S}_{12}^T$ é a transposta de $\underline{S}_{12}$.

$$\underline{Q}_i = \begin{bmatrix} \underline{Q}_i^h & \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{0} & \underline{Q}_i^e \end{bmatrix} \quad (i = 1,2) \tag{4.31}$$

$$\underline{Q}_i^{h(e)} = \begin{bmatrix} q_{i,1}^{h(e)} & & \underset{\sim}{0} \\ & q_{i,2}^{h(e)} & \\ \underset{\sim}{0} & & \ddots \end{bmatrix} \tag{4.32}$$

$$q_{m,n} = \iint_{S_m} \vec{e}_{m,n} \times \vec{h}_{m,n} \cdot da_m \qquad (4.33)$$

$$(m = 1,2)$$

Para determinar $\underline{S}_{11}$, utiliza-se (4.26-a). A equação (4.6) torna-se:

$$\underline{C}_1^+ + \underline{C}_1^- = \underline{H} \; \underline{C}_2^- \qquad (4.34)$$

Pós-multiplicando por $(\underline{C}_1^+)^{-1}$, obtém-se :

$$I + \underline{S}_{11} = \underline{H} \; \underline{S}_{21}$$

$$\therefore \quad \underline{S}_{11} = \underline{H} \; \underline{S}_{21} - I \qquad (4.35)$$

Portanto, a matriz de espalhamento da junção é dada por

$$[S] = \left[\begin{array}{c|c} \underline{H} \; \underline{S}_{21} - I & \underline{H} \; (\underline{S}_{22} + I) \\ \hline \underline{Q}_2^{-1} \; \underline{S}_{12}^{T} \; \underline{Q}_1 & \underline{T}_2^{-1} \; \underline{S}_{v2} \; \underline{T}_2 \end{array}\right] \qquad (4.36)$$

onde as quatro submatrizes são infinitas.

5 ANÁLISE DE ESTRUTURAS PERIÓDICAS PELA TÉCNICA DA CONSERVAÇÃO DA POTÊNCIA COMPLEXA

Neste capítulo, descreve-se como a CCPT pode ser utilizada na análise de estruturas periódicas. São consideradas, a título de ilustração do método, a linha de transmissão de planos paralelos e o guia de ondas retangular, mostrados respectivamente nas Figuras (5.1) e (5.11), ambas as estruturas carregadas com diafragmas espessos.

5.1 - Introdução

As estruturas periódicas utilizadas com maior intensidade, são as linhas de transmissão ou guias de ondas carregados periodicamente. Em tais estruturas, ocorrem descontinuidades idênticas a intervalos regulares.

Pela Técnica da Conservação da Potência Complexa, uma junção (ou descontinuidade) é descrita através de uma matriz de espalhamento $[S]$, que inclui, além dos modos propagantes, os modos evanescentes, permitindo a obtenção de

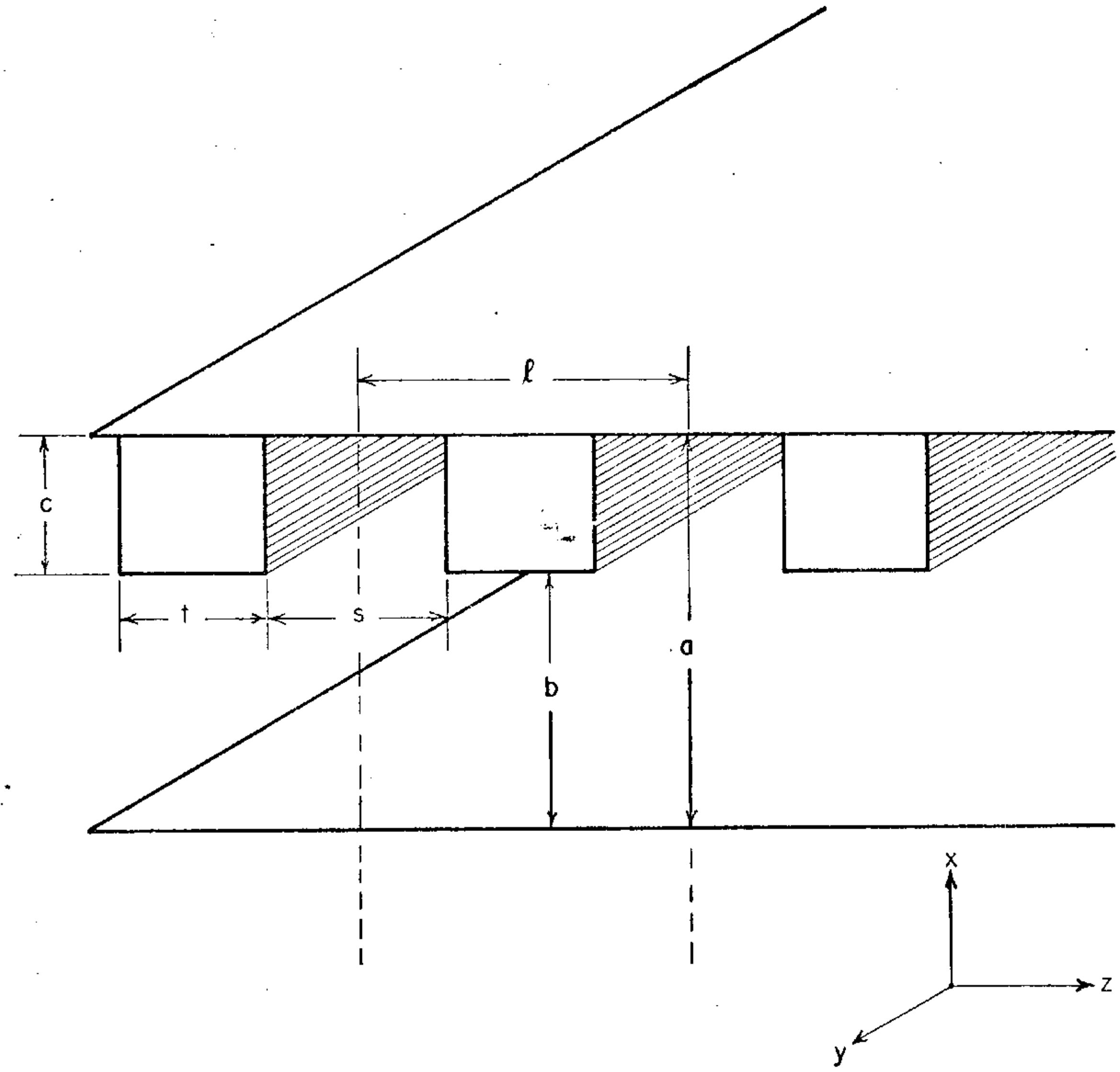


Fig. 5.1 - Linha de transmissão de planos paralelos carregada capacitivamente com diafragmas espessos.

soluções formalmente exatas.

Nas estruturas periódicas, essas junções (ou descontinuidades) ocorrem em cascata, sugerindo a extensão da Técnica da Conservação da Potência Complexa para aplicação a tais estruturas. Para Safavi e Macphie [21] , "junções transversais e longitudinais em guias de ondas podem ser considerados como blocos formadores de configurações mais complexas tais como filtros, acopladores direcionais e estruturas periódicas". Em [32] , Macphie inicia a abordagem de estruturas periódicas pela CCPT, atendo-se ao caso do guia de ondas de placas paralelas periodicamente carregado.

As estruturas consideradas no presente trabalho foram as escolhidas, pelo fato de a literatura apresentar resultados para vários de seus casos particulares. Por exemplo, o guia não-perturbado e o carregado com íris delgadas.

5.2 - Célula Unitária da Estrutura

As figuras (5.2-a) e (5.2-b) mostram, respectivamente, as vistas lateral e frontal da estrutura da Figura (5.1).

A estrutura em análise é considerada infinita ao longo das direções "z" e "y". A incidência de ondas ocorre no sentido dos "z" crescentes.

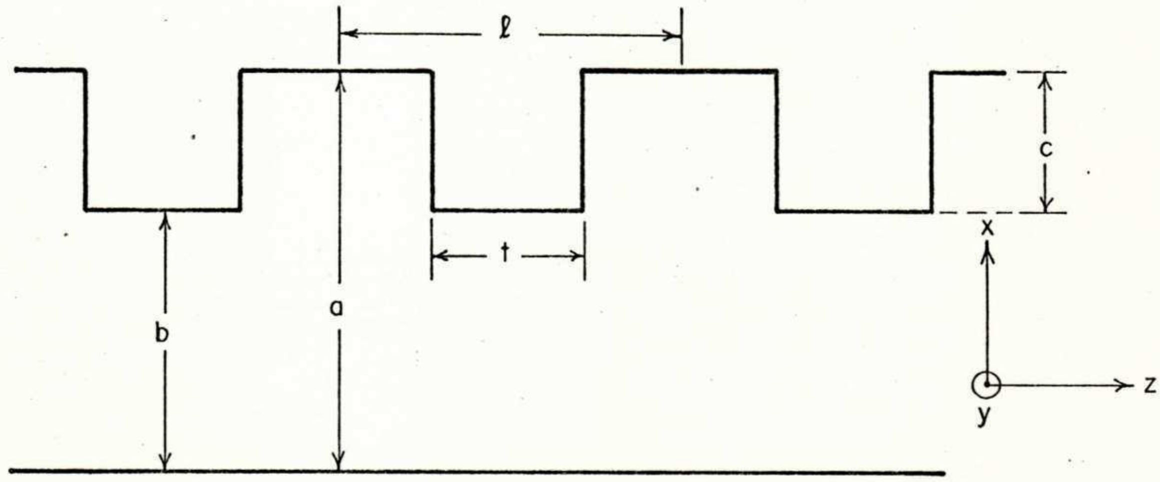


Fig. 5.2-a - Vista lateral da linha de transmissão de planos paralelos carregada capacitivamente com diafragmas espessos.

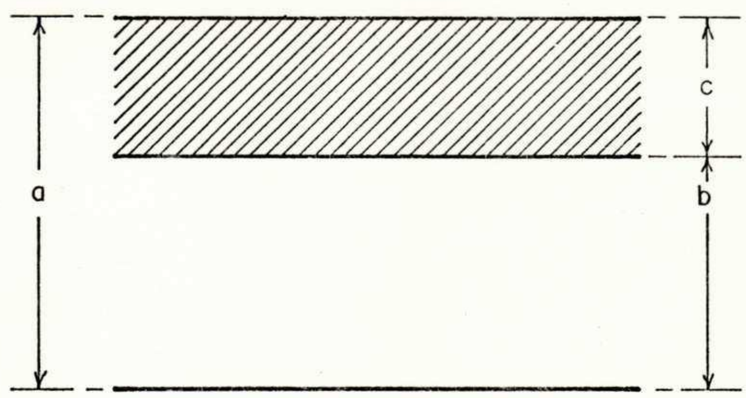


Fig. 5.2-b - Vista frontal da linha de transmissão de planos paralelos carregada capacitivamente com diafragmas espessos.

Na célula unitária da estrutura, apresentada na Fig . (5.3), distinguem-se quatro planos terminais: A, B, C e D.

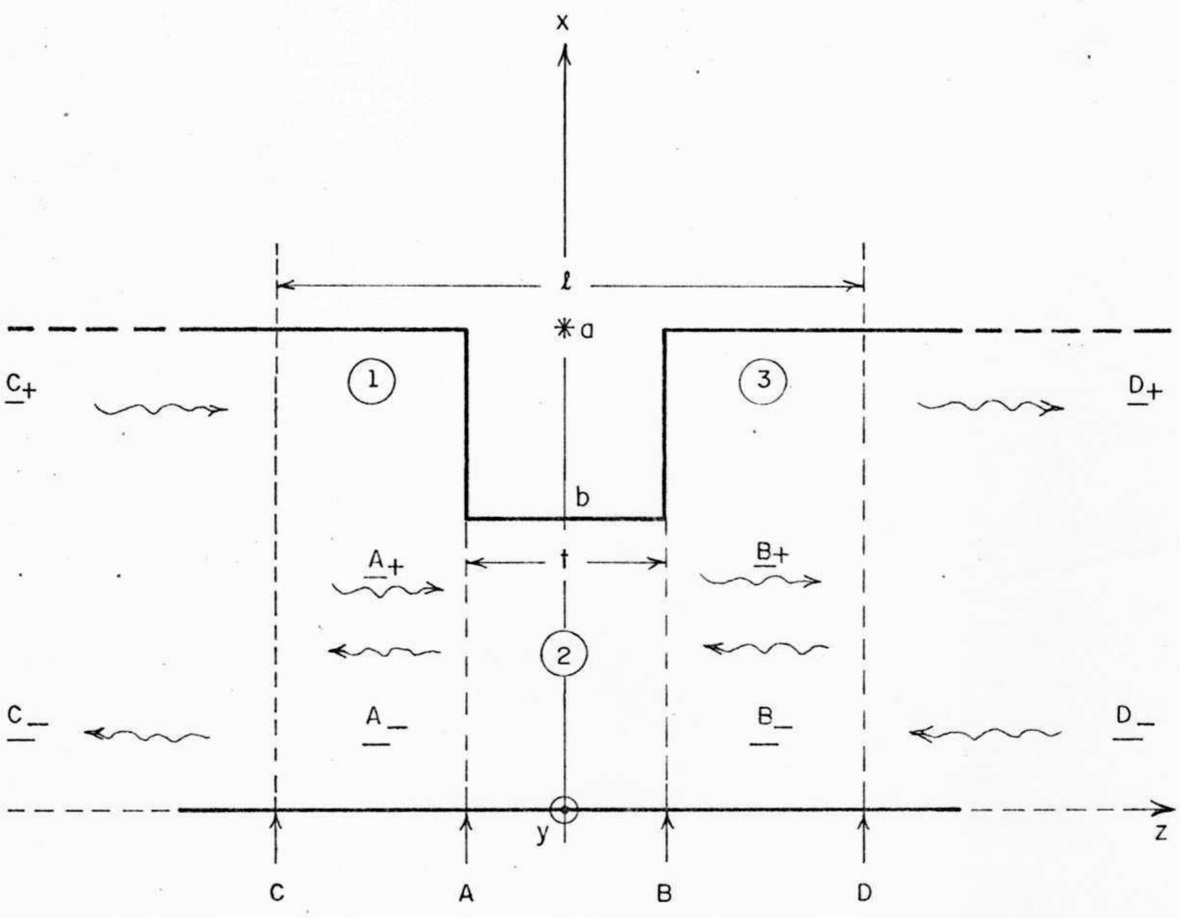


Fig. 5.3 - Célula unitária da estrutura periódica em estudo.

No plano terminal A, a onda que se propaga no sentido dos "z" crescentes é representada por $\underline{A}_+$. $\underline{A}_+$ é um vetor coluna cujos elementos são os coeficientes dos harmônicos espaciais da onda em propagação no sentido de "z" crescente.

A- representa a onda que se propaga no sentido dos "z" decrescentes. Os coeficientes dos harmônicos espaciais da onda que se propaga negativamente são elementos do vetor coluna A-.

B+ e B- são os vetores-coluna análogos no plano terminal B.

Os planos terminais A e B delimitam uma junção de duas portas A-B, o guia 2 na figura (5.3).

Nos planos terminais C e D, C+ e C-, D+ e D- , são os vetores-coluna análogos aos definidos nos planos terminais A e B.

Os planos terminais C e D também delimitam uma junção de duas portas C-D, a célula unitária da estrutura, formada pelas secções de guia 1 e 3 e pelo guia de ondas 2, como indicado na figura (5.3).

5.3 - Relação entre as Matrizes Generalizadas de Onda e de Espalhamento

Os vetores-coluna em cada porta da junção A-B, relacionam-se pela matriz transmissão de onda (ver ítem 3.2.2) generalizada $[C]$, porque agora são considerados **todos** os modos em propagação.

$$\begin{bmatrix} \underline{A}+ \\ \\ \underline{A}- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{C}_{11} & \underline{C}_{12} \\ \\ \underline{C}_{21} & \underline{C}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{B}+ \\ \\ \underline{B}- \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

A matriz de espalhamento $[S^C]$ representativa da junção A-B, é dada por :

$$\begin{bmatrix} \underline{A}- \\ \\ \underline{B}+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{S}_{AA} & \underline{S}_{AB} \\ \\ \underline{S}_{BA} & \underline{S}_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{A}+ \\ \\ \underline{B}- \end{bmatrix} \tag{5.2}$$

Do ponto de vista de matriz de espalhamento, $\underline{A}-$ e $\underline{B}+$ representam ondas espalhadas das junções A e B, respectivamente. $\underline{A}+$ e $\underline{B}-$ representam ondas incidentes sobre as junções A e B, respectivamente.

A matriz $[S^C]$ representa a junção A-B, formada pelas duas junções A e B em cascata. Cada uma dessas junções é representada por uma matriz $[S_A]$ e $[S_B]$, respectivamente. Essas matrizes podem ser obtidas pela CCPT e, por isso, é necessário encontrar $\underline{C}_{ij}$ (i,j = 1,2) em função de $\underline{S}_{MN}$ (M,N = A,B).

De (5.1), vem:

$$\underline{A}+ = \underline{C}_{11}\ \underline{B}+ + \underline{C}_{12}\ \underline{B}- \qquad (5.3\text{-a})$$

$$\underline{A}- = \underline{C}_{21}\ \underline{B}+ + \underline{C}_{22}\ \underline{B}- \qquad (5.3\text{-b})$$

De (5.2), encontra-se :

$$\underline{A}- = \underline{S}_{AA}\ \underline{A}+ + \underline{S}_{AB}\ \underline{B}- \qquad (5.4\text{-a})$$

$$\underline{B}+ = \underline{S}_{BA}\ \underline{A}+ + \underline{S}_{BB}\ \underline{B}- \qquad (5.4\text{-b})$$

De (5.4-b),

$$\underline{S}_{BA}\ \underline{A}+ = \underline{B}+ - \underline{S}_{BB}\ \underline{B}- \qquad (5.5)$$

Pré-multiplicando por $\underline{S}_{BA}{}^{-1}$, vem:

$$\underline{A}+ = \underline{S}_{BA}^{-1}\ \underline{B}+ - \underline{S}_{BA}^{-1}\ \underline{S}_{BB}\ \underline{B}- \qquad (5.6)$$

Substituindo (5.6) em (5.3-b), chega-se a:

$$\underline{A}- = (\underline{S}_{AA}\ \underline{S}_{BA}^{-1})\underline{B}+ + (\underline{S}_{AB} - \underline{S}_{AA}\ \underline{S}_{BA}^{-1}\ \underline{S}_{BB})\ \underline{B}- \qquad (5.7)$$

Comparando (5.6) com (5.3-a), e (5.7) com (5.3-b), encontra-se :

$$\underline{C}_{11} = \underline{S}_{BA}^{-1} \tag{5.8-a}$$

$$\underline{C}_{12} = -\underline{S}_{BA}^{-1} \underline{S}_{BB} \tag{5.8-b}$$

$$\underline{C}_{21} = \underline{S}_{AA} \underline{S}_{BA}^{-1} \tag{5.8-c}$$

$$\begin{aligned} \underline{C}_{22} &= \underline{S}_{AB} - \underline{S}_{AA} \underline{S}_{BA}^{-1} \underline{S}_{BB} \\ &= \underline{S}_{AB} - \underline{C}_{21} \underline{S}_{BB} \\ &= \underline{S}_{AB} + \underline{S}_{AA} \underline{C}_{12} \end{aligned} \tag{5.8-d}$$

5.4 - Matriz Transmissão de Onda da Célula Unitária

No plano terminal C, os vetores representativos das ondas progressivas e regressivas relacionam-se àqueles do plano terminal A pela matriz transmissão de onda $[E]$. A mesma relação é válida entre os planos terminais B e D.

$$\begin{bmatrix} \underline{C}+ \\ \\ \underline{C}- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{A}+ \\ \\ \underline{A}- \end{bmatrix} \tag{5.9-a}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{B}+ \\ \\ \underline{B}- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{D}+ \\ \\ \underline{D}- \end{bmatrix} \tag{5.9-b}$$

onde:

$$\left[E\right] = \begin{bmatrix} \underline{E}+ & \underset{\sim}{0} \\ \\ \underset{\sim}{0} & \underline{E}- \end{bmatrix} \qquad (5.10)$$

e $\underline{E} \pm$ é uma matriz diagonal cujo rr-ésimo elemento é

$$E_{\mp rr}^{\pm} = e^{\pm j \beta_{zrr} z} \qquad (5.11)$$

Então, substituindo (5.1) em (5.9-a), vem:

$$\begin{bmatrix} \underline{C}+ \\ \\ \underline{C}- \end{bmatrix} = \left[E\right] \left[C\right] \begin{bmatrix} \underline{B}+ \\ \\ \underline{B}- \end{bmatrix} \qquad (5.12)$$

Substituindo (5.9-b) em (5.12), encontra-se:

$$\begin{bmatrix} \underline{C}+ \\ \\ \underline{C}- \end{bmatrix} = \left[E\right] \left[C\right] \left[E\right] \begin{bmatrix} \underline{D}+ \\ \\ \underline{D}- \end{bmatrix} \qquad (5.13)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \underline{C}+ \\ \\ \underline{C}- \end{bmatrix} = \left[M\right] \begin{bmatrix} \underline{D}+ \\ \\ \underline{D}- \end{bmatrix} \qquad (5.14)$$

Os elementos (sub-matrizes) da matriz $[M]$, são:

$$\underline{M}_{11} = \underline{E}+ \ \underline{C}_{11} \ \underline{E}+ \qquad (5.15\text{-a})$$

$$\underline{M}_{12} = \underline{E}+ \ \underline{C}_{12} \ \underline{E}- \qquad (5.15\text{-b})$$

$$\underline{M}_{21} = \underline{E}- \ \underline{C}_{21} \ \underline{E}+ \qquad (5.15\text{-c})$$

$$\underline{M}_{22} = \underline{E}- \ \underline{C}_{22} \ \underline{E}- \qquad (5.15\text{-d})$$

A matriz $[M]$ é a matriz transmissão de onda da célula unitária.

5.5 - Equação de Autovalores

A condição de periodicidade de onda, estabelecida pelo Teorema de Floquet, leva à seguinte relação matricial:

$$\begin{bmatrix} \underline{C}+ \\ \\ \underline{C}- \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} \underline{D}+ \\ \\ \underline{D}- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\Gamma} & \underset{\sim}{0} \\ \\ \underset{\sim}{0} & \underline{\Gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{D}+ \\ \\ \underline{D}- \end{bmatrix} \qquad (5.16)$$

onde $[\Gamma]$ é a matriz de autovalores dos modos da estrutura periódica.

O mm-ésimo elemento de $[\Gamma]$ é

$$T_{mn} = e^{\gamma_m \ell} \delta_{mn} \qquad (5.17)$$

onde δ_{mn} é o delta de Kronecker, simbolizando o fato de $[\Gamma]$ ser uma matriz diagonal.

A equação de autovalores para $\underline{D}$ é assim determinada:

$$\left(\begin{bmatrix} \underline{M}_{11} & \underline{M}_{12} \\ \underline{M}_{21} & \underline{M}_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{\Gamma} & \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{0} & \underline{\Gamma} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \underline{D}+ \\ \underline{D}- \end{bmatrix} = 0 \qquad (5.18)$$

Haverá uma solução não-trivial, somente se o determinante dos coeficientes se anular. Isto é :

$$\begin{vmatrix} \underline{M}_{11} - \underline{\Gamma} & \underline{M}_{12} \\ \underline{M}_{21} & \underline{M}_{22} - \underline{\Gamma} \end{vmatrix} = 0 \qquad (5.19)$$

A cada autovalor γ_m, obtido de (5.19), corresponderá um autovetor $\underline{D}_m$, obtido por :

$$\begin{bmatrix} \underline{M}_{11} - \underline{\Gamma}_m & \underline{M}_{12} \\ \underline{M}_{21} & \underline{M}_{22} - \underline{\Gamma}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{D}_m+ \\ \underline{D}_m- \end{bmatrix} = 0 \qquad (5.20)$$

m = 1, 2, 3, ...

Assim, obtém-se o campo real associado com cada autovalor γ_m.

A solução total será:

$$\underline{D}_m = \underline{D}_m^+ + \underline{D}_m^-$$

ou $$\underline{D}_m = \left[I + \underline{R}_m \right] \underline{D}_m^+ \tag{5.21}$$

onde $[R_m]$ é a matriz diagonal representativa do coeficiente de reflexão efetivo para o m-ésimo modo periódico.

$$\underline{R}_m = \underline{D}_m^- \left[\underline{D}_m^+ \right]^{-1} \tag{5.22}$$

Na prática, somente um dos autovalores obtidos da equação (5.19) será imaginário puro, indicando um modo propagante. Todos os outros serão reais, com os modos correspondentes sendo fortemente atenuados.

As matrizes consideradas até agora, são matrizes infinitas. Para propósitos práticos, essas matrizes deverão ser truncadas a N x N, onde N é ditada pela convergência da solução. Para Macphie [32] , "se somente um dos autovalores γ_m é imaginário puro, então uma dimensão matricial relativamente pequena, digamos 8 x 8, seria suficiente para propósitos de engenharia".

5.6 - Matriz de Espalhamento da Junção Cascateada A

Na figura (5.3) estão indicadas as duas junções planas transversais A e B. A junção A separa os guias 1 e 2, enquanto a junção B separa os guias 2 e 3. As matrizes de espalhamento para cada junção podem ser escritas [20] como:

$$[S_A] = \begin{bmatrix} \underline{S}_{11} & \underline{S}_{12} \\ & \\ \underline{S}_{21} & \underline{S}_{22}^{A} \end{bmatrix} \qquad (5.22\text{-a})$$

$$[S_B] = \begin{bmatrix} \underline{S}_{22}^{B} & \underline{S}_{23} \\ & \\ \underline{S}_{32} & \underline{S}_{33} \end{bmatrix} \qquad (5.22\text{-b})$$

onde $\underline{S}_{ij}$ (i = 1, 2, 3; j=1, 2, 3) é a submatriz cujo (r,k) -ésimo elemento é a amplitude do campo espalhado no r-ésimo modo no guia i, devido à amplitude unitária do k-ésimo modo no guia j.

O efeito do guia de ondas 2, de comprimento "t", é levado em conta por uma matriz transmissão diagonal $[L]$, cujos elementos são dados por

$$L_{rq} = e^{-\gamma_{rq}\, t}\, \delta_{rq} = e^{-j\sqrt{k_o^2 - (r\pi/b)^2}\; t}\; \delta_{rq} \qquad (5.23)$$

onde: $k_o = \omega\sqrt{\mu_o \varepsilon_o}$

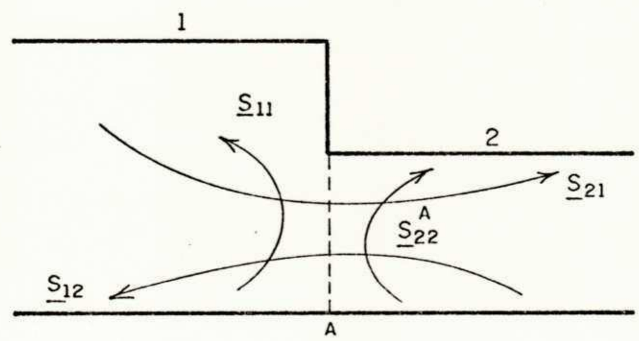
ω é a frequência angular

ε_o é a permissividade do meio (espaço livre)

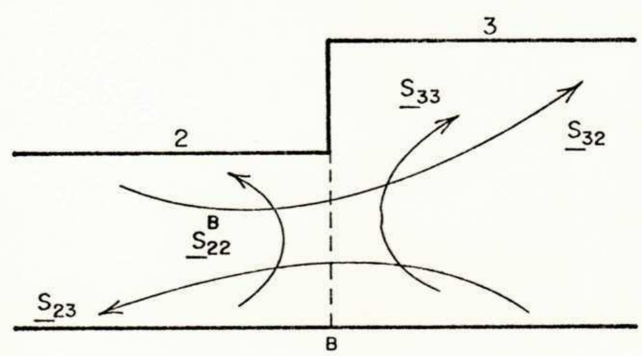
μ_o é a permeabilidade do meio (espaço livre)

As "interfaces" entre as regiões 1 e 2, e entre as regiões 3 e 2, são idênticas [13], isto é, a junção A é idêntica à junção B.

Os diagramas mostrados nas Figuras (5.4-a) e (5.4-b) indicam as submatrizes de $[S_A]$ e $[S_B]$, permitindo visualizar quais as submatrizes idênticas.



(a)



(b)

Fig. 5.4 - Diagrama indicador das submatrizes: (a) $[S_A]$
(b) $[S_B]$

Observa-se que :

$$\underline{S}_{11} = \underline{S}_{33} \qquad (5.24\text{-a})$$

$$\underline{S}_{22}^{A} = \underline{S}_{22}^{B} = \underline{S}_{22} \qquad (5.24\text{-b})$$

$$\underline{S}_{21} = \underline{S}_{23} \qquad (5.24\text{-c})$$

$$\underline{S}_{12} = \underline{S}_{32} \qquad (5.24\text{-d})$$

e, portanto, apenas uma das matrizes, $[S_A]$ ou $[S_B]$, precisa ser calculada.

A aplicação da Técnica da Matriz de Espalhamento Generalizada [31], [20], [21], inclui, além dos modos propagantes, os modos evanescentes, e é válida tanto para diafragmas delgados como para diafragmas espessos. Os elementos da matriz $[S^C]$ da junção cascateada (equação 5.2), são obtidos no Apêndice A, pela Técnica da Matriz de Espalhamento Generalizada.

Obtém-se

$$\underline{S}_{AA} = \underline{S}_{11} + \underline{S}_{12}\,\underline{L}\,\underline{S}_{22}^{B}\,\underline{G}_{1}\,\underline{L}\,\underline{S}_{21} \qquad (5.25\text{-a})$$

$$\underline{S}_{AB} = \underline{S}_{12}\,\underline{G}_{2}\,\underline{L}\,\underline{S}_{23} \qquad (5.25\text{-b})$$

$$\underline{S}_{BA} = \underline{S}_{32}\,\underline{G}_{1}\,L\,\underline{S}_{21} \qquad (5.25\text{-c})$$

$$\underline{S}_{BB} = \underline{S}_{33} + \underline{S}_{32}\, \underline{L}\, \underline{S}_{22}^{A}\, \underline{G}_2\, \underline{L}\, \underline{S}_{23} \tag{5.25-d}$$

onde:

$$\underline{G}_1 = (I - \underline{L}\, \underline{S}_{22}^{A}\, \underline{L}\, \underline{S}_{22}^{B})^{-1} \tag{5.26-a}$$

$$\underline{G}_2 = (I - \underline{L}\, \underline{S}_{22}^{B}\, \underline{L}\, \underline{S}_{22}^{A})^{-1} \tag{5.26-b}$$

e I é a matriz identidade.

As equações (5.25) podem ser escritas, em termos das equações (5.24), em função das submatrizes relativas à junção B (ou junção 2-3), encontrando-se:

$$\underline{S}_{AA} = \underline{S}_{BB} = \underline{S}_{33} + \underline{S}_{32}\, \underline{L}\, \underline{S}_{22}\, \underline{G}\, \underline{L}\, \underline{S}_{23} \tag{5.27-a}$$

$$\underline{S}_{AB} = \underline{S}_{BA} = \underline{S}_{32}\, \underline{G}\, \underline{L}\, \underline{S}_{23} \tag{5.27-b}$$

$$\underline{G}_1 = \underline{G}_2 = \underline{G} = (I - \underline{L}\, \underline{S}_{22}\, \underline{L}\, \underline{S}_{22})^{-1} \tag{5.28}$$

A equação (5.2) torna-se:

$$\begin{bmatrix} \underline{A}- \\ \\ \underline{B}+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{S}_{AA} & \underline{S}_{AB} \\ \\ \underline{S}_{AB} & \underline{S}_{AA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{A}+ \\ \\ \underline{B}- \end{bmatrix} \tag{5.29}$$

As equações (5.8) ficam:

$$\underline{C}_{11} = \underline{S}_{AB}^{-1} \tag{5.30-a}$$

$$\underline{C}_{12} = -\underline{S}_{AB}^{-1}\ \underline{S}_{AA} = -\ \underline{C}_{11}\ \underline{S}_{AA} \tag{5.30-b}$$

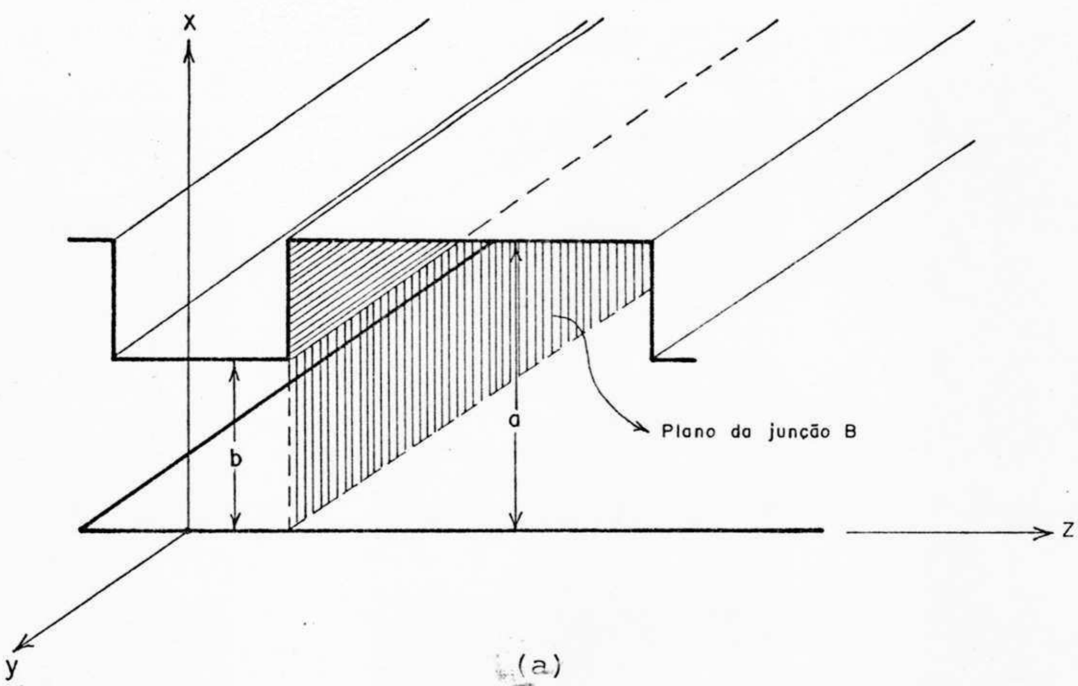
$$\underline{C}_{21} = \underline{S}_{AA}\ \underline{S}_{AB}^{-1} = \underline{S}_{AA}\ \underline{C}_{11} \tag{5.30-c}$$

$$\begin{aligned} \underline{C}_{22} &= \underline{S}_{AB} - \underline{S}_{AA}\ \underline{S}_{AB}^{-1}\ \underline{S}_{AA} \\ &= \underline{S}_{AB} - \underline{C}_{21}\ \underline{S}_{AA} \qquad (5.30\text{-d}) \\ &= \underline{S}_{AB} + \underline{S}_{AA}\ \underline{C}_{12} \end{aligned}$$

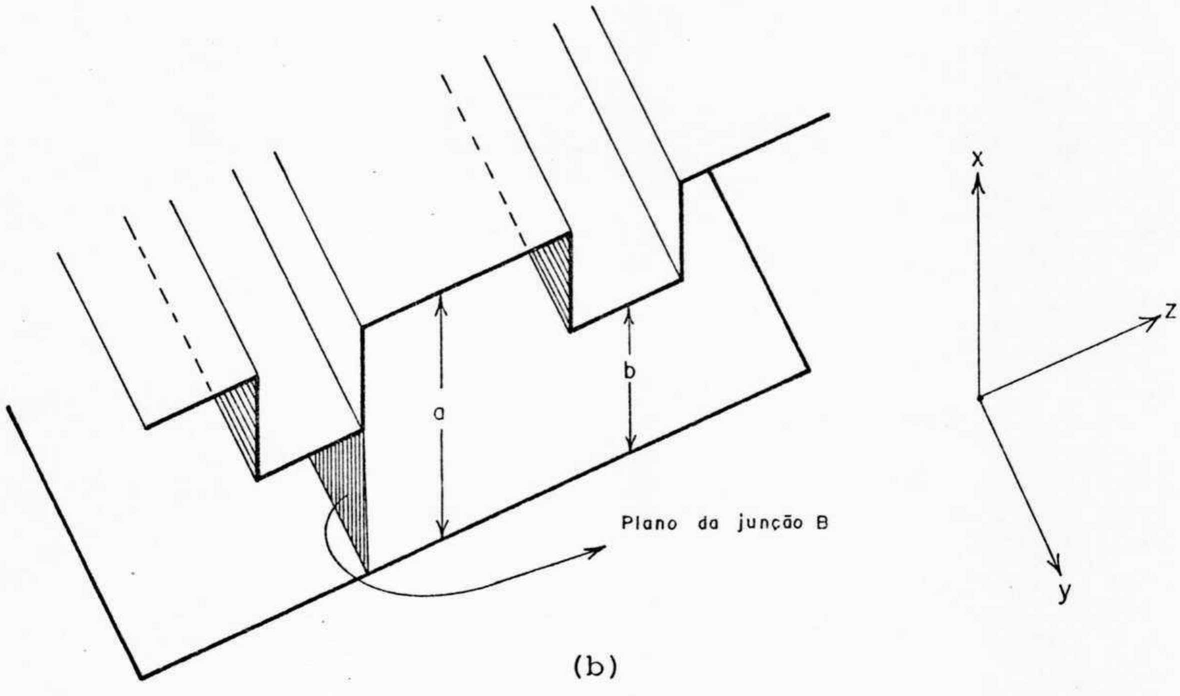
5.7 - Determinação da Matriz de Espalhamento da Junção B

No Capítulo 4, a Conservação da Potência Complexa foi utilizada para a determinação da matriz de espalhamento da junção de dois guias de ondas cilíndricos de secção transversal plana arbitrária (Fig. 4.1), considerando-se incidência do guia de ondas menor para o maior.

Agora, trata-se de determinar a matriz $[S_B]$, representativa da junção entre dois guias de ondas de placas paralelas, como mostra a figura (5.5).



(a)



(b)

Fig. 5.5 (a) e (b) - Detalhes da junção de duas linhas de transmissão de planos paralelos.

Este problema foi resolvido por Safavi-Naini e Macphie em [12] .

A matriz de espalhamento da junção B é dada pela Equação (5.22-b). De acordo com (5.24-b), a equação (5.22-b) pode ser escrita como :

$$\left[S_B\right] = \begin{bmatrix} \underline{S}_{22} & \underline{S}_{23} \\ \\ \underline{S}_{32} & \underline{S}_{33} \end{bmatrix} \tag{5.31}$$

Utilizando (5.24)-(a), (c), (d), a matriz $\left[S_B\right]$ fica:

$$\left[S_B\right] = \begin{bmatrix} \underline{S}_{22} & \underline{S}_{21} \\ \\ \underline{S}_{12} & \underline{S}_{11} \end{bmatrix} \tag{5.32}$$

O elemento (m,n) de $\underline{S}_{ij}$ (i, j=1,2) é a amplitude do m-ésimo modo do guia i devida à amplitude unitária do n-ésimo modo do guia j.

A submatriz $\underline{S}_{22}$ é obtida pela Técnica da Conservação da Potência Complexa, e pode ser escrita, a partir de (4.24) e (4.20), como:

$$\underline{S}_{22} = \underline{T}_2^{-1} (\underline{Y}_{02} + \underline{Y}_2)^{-1} (\underline{Y}_{02} - \underline{Y}_2) \underline{T}_2 \tag{5.33}$$

onde $\underline{T}_2$ é uma matriz diagonal representativa da relação en tre as amplitudes dos modos e as tensões equivalentes, para ambos os modos TE e TM.

$$\underline{T}_2 = \begin{bmatrix} \underline{T}_2^{\,h} & \underset{\sim}{0} \\ & \\ \underset{\sim}{0} & \underline{T}_2^{\,e} \end{bmatrix} \tag{5.34}$$

onde $\underline{T}_2^{\,h(e)}$ é uma matriz diagonal cujo m-ésimo elemento TE (TM) é real, e dado por (4.14).

$$\underline{T}_2^{\,h(e)} = \begin{bmatrix} T_{2,1}^{h(e)} & & & \underset{\sim}{0} \\ & T_{2,2}^{h(e)} & & \\ & & \ddots \; T_{2,m}^{h(e)} & \\ \underset{\sim}{0} & & & \ddots \end{bmatrix} \tag{5.35}$$

$\underline{Y}_{02}$ é a matriz admitância característica do guia 2, dada por :

$$\underline{Y}_{02} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{02}^{\,h} & \underset{\sim}{0} \\ & \\ \underset{\sim}{0} & \underline{Y}_{02}^{\,e} \end{bmatrix} \tag{5.36}$$

$\underline{Y}_{02}^{\,h(e)}$ é uma matriz diagonal cujo m-ésimo elemento é a admitância de onda do m-ésimo modo TE(TM).

$$\underline{Y}_{02}^{h(e)} = \begin{bmatrix} Y_{02,1}^{h(e)} & & & \underset{\sim}{0} \\ & Y_{02,2}^{h(e)} & & \\ & & \ddots \; Y_{02,m}^{h(e)} & \\ \underset{\sim}{0} & & & \ddots \end{bmatrix} \qquad (5.37)$$

$\underline{Y}_2$ é a matriz admitância de entrada da junção, vista do guia 2, dada por :

$$\underline{Y}_2 = 2 \, (\underline{T}_2^{-1})^{\dagger} \; \underline{H}^{\dagger} \; \underline{P}_1^{\dagger} \; \underline{H} \; (\underline{T}_2^{-1}) \qquad (5.38)$$

onde: $\underline{P}_1$ é a matriz potência complexa do guia 1, e é uma matriz diagonal.

$$\underline{P}_1 = \begin{bmatrix} \underline{P}_1^{h} & \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{0} & \underline{P}_1^{e} \end{bmatrix} \qquad (5.39)$$

$\underline{P}_1^{h(e)}$ é uma matriz diagonal cujo m-ésimo elemento diagonal é a potência complexa transportada pelo m-ésimo modo TE(TM) do guia 1.

$$\underline{P}_1^{h(e)} = \begin{bmatrix} P_{1,1}^{h(e)} & & & \underset{\sim}{0} \\ & P_{1,2}^{h(e)} & & \\ & & \ddots \; P_{1,m}^{h(e)} & \\ \underset{\sim}{0} & & & \ddots \end{bmatrix} \qquad (5.40)$$

A matriz $[H]$ representa o acoplamento entre os modos TE e TM nos dois guias.

$$[H] = \begin{bmatrix} \underline{H}_{11} & \underline{H}_{12} \\ \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{22} \end{bmatrix} \tag{5.41}$$

$\underline{H}_{11}$ representa o acoplamento entre os modos TE dos dois guias.

$\underline{H}_{22}$ representa o acoplamento entre os modos TM dos dois guias.

$\underline{H}_{12}$ representa o acoplamento entre os modos TM do guia menor e os modos TE do guia maior.

$\underline{H}_{21}$ representa o acoplamento entre os modos TE do guia menor e os modos TM do guia maior.

A equação (4.5) é esclarecedora desses acoplamentos.

Os elementos H_{mn} são dados por :

$$H_{mn} = Y^{*}_{01,m} \frac{\int_{S_a} \vec{e}^{\,*}_{1,m} \cdot \vec{e}_{2,n} \, da}{P_{1,m}} \tag{5.42}$$

onde $Y_{01,m}$ é a admitância característica do m-ésimo modo no guia 1.

$p_{1,m}$ é a potência complexa transportada pelo m-ésimo modo (de amplitude unitária) no guia 1.

$\vec{e}_{i,m}$ (i=1,2) é a componente transversal do campo elétrico no m-ésimo modo do guia i em z=0.

S_a é a superfície da abertura da junção.

As demais submatrizes são:

$$\underline{S}_{12} = \underline{H}\ (I + \underline{S}_{22}) \tag{5.43}$$

$$\underline{S}_{21} = \underline{Q}_2^{-1}\ \underline{S}_{12}^{T}\ \underline{Q}_1 \tag{5.44}$$

$$\underline{S}_{11} = \underline{H}\ \underline{S}_{21} - I \tag{5.45}$$

onde I é a matriz identidade.

$\underline{Q}_i$ (i=1,2) é uma matriz diagonal resultante da aplicação do Teorema da Reciprocidade, dada por :

$$\underline{Q}_i = \begin{bmatrix} \underline{Q}_i^{h} & \underset{\sim}{0} \\ & \\ \underset{\sim}{0} & \underline{Q}_i^{e} \end{bmatrix} \tag{5.46}$$

$\underline{Q}_i^{h(e)}$ é uma matriz diagonal cujo m-ésimo elemento é:

$$q^{h(e)}_{i,m} = \iint_{S_m} \vec{e}^{\,h(e)}_{i,m} \times \vec{h}^{\,h(e)}_{i,m} \cdot da_i \qquad (5.47)$$

A integração é feita sobre a área seccional reta do guia i.

Em casos sem perdas, $\underline{Q}_i = \underline{P}_i^*$.

5.8 - As Matrizes $\underline{Y}_0$, $\underline{P}_1$, $\underline{Q}_1$, $\underline{Q}_2$, $\underline{T}_1$, $\underline{T}_2$, $\underline{H}$ e $\underline{S}$

Para guias de ondas de placas paralelas, os elementos diagonais das matrizes $\underline{Y}_0$, $\underline{P}_1$, $\underline{Q}_i$ e $\underline{T}_i$, [12] , [13] , [18] são:

$$Y^h_{02,n} = \frac{\gamma_{2,n}}{jk_o} Y_0 \qquad (5.48\text{-a})$$

$$Y^e_{02,n} = \frac{jk_0}{\gamma_{2,n}} Y_0 \qquad (5.48\text{-b})$$

$$p^h_{1,n} = \frac{a}{4} Y^{h*}_{01,n} \qquad (5.49\text{-a})$$

$$p^e_{1,n} = \frac{a}{2\varepsilon_n} Y^{e*}_{01,n} \qquad (5.49\text{-b})$$

$$q^{h}_{1,n} = p^{h*}_{1,n} \tag{5.50-a}$$

$$q^{e}_{1,n} = p^{e*}_{1,n} \tag{5.50-b}$$

$$T^{h}_{2,n} = \sqrt{\frac{b}{2}} \tag{5.51-a}$$

$$T^{e}_{2,n} = \sqrt{\frac{b}{\varepsilon_n}} \tag{5.51-b}$$

onde:

$$\gamma_{1,n} = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 - k_0^2} \tag{5.52-a}$$

$$\gamma_{2,n} = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k_0^2} \tag{5.52-b}$$

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1 , & n = 0 \\ 2 , & n > 0 \end{cases} \tag{5.53-a}$$

$$Y_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \tag{5.53-b}$$

$$k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \ \varepsilon_0} \tag{5.53-c}$$

É possível mostrar [13] que $\underline{H}_{12} = \underline{H}_{21} = 0$, e, fazendo $\underline{H}_{11} = \underline{H}^h$ e $\underline{H}_{22} = \underline{H}^e$, a matriz $\underline{H}$ fica :

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} \underline{H}^h & \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{0} & \underline{H}^e \end{bmatrix} \tag{5.54}$$

A matriz $\underline{H}$ de (5.54) indica a inexistência de acoplamento entre os modos TE e entre os modos TM. Portanto, soluções independentes para os casos TE e TM são obtidas, da forma:

$$\underline{a}_1 = \underline{H}^h \; \underline{a}_2 \tag{5.55-a}$$

$$\underline{b}_1 = \underline{H}^e \; \underline{b}_2 \tag{5.55-b}$$

onde $\underline{a}_i$ é o vetor amplitude de modo (TE) do guia i (i=1,2), e $\underline{b}_i$ é o vetor amplitude de modo (TM) do guia i (i=1,2).

Os elementos das matrizes não-diagonais $\underline{H}^h$ e $\underline{H}^e$ [12], [13] são:

$$H^h_{mn} = \begin{cases} (-1)^n \dfrac{2n\pi}{ab} \dfrac{\operatorname{sen}(\frac{m\pi b}{a})}{(\frac{m\pi}{a})^2 - (\frac{n\pi}{b})^2} , & \dfrac{m}{a} \neq \dfrac{n}{b} \\[2ex] \dfrac{b}{a} , & \dfrac{m}{a} = \dfrac{n}{b} . \end{cases} \tag{5.56}$$

$m,n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$

$$H^{e}_{mn} = (-1)^n \frac{2m\pi}{a^2} \frac{\operatorname{sen}(\frac{m\pi b}{a})}{(\frac{m\pi}{a})^2 - (\frac{n\pi}{b})^2} , \frac{m}{a} \neq \frac{n}{b}$$

$$= \frac{b}{a} , \frac{m}{a} = \frac{n}{b} . \qquad (5.57)$$

$m,n = 0, 1, 2, \ldots\ldots$

Uma vez que as soluções para o caso TE e para o caso TM são independentes, as matrizes admitância com incidência a partir do guia menor são dadas por :

$$\underline{Y}^m_2 = 2 \, (\underline{T}^m_2)^{-1^{\dagger}} \; \underline{H}^{m^{\dagger}} \; \underline{P}^{m^{\dagger}}_1 \; \underline{H}^m \; (\underline{T}^m_2)^{-1} \qquad (5.58)$$

onde m = h indica modo TE e m = e indica modo TM.

Portanto, a $2^{\underline{a}}$ coluna da matriz $[S]$, será :

$$\underline{S}^m_{22} = (\underline{T}^m_2)^{-1} \, (\underline{Y}^m_{02} + \underline{Y}^m_2) \, (\underline{Y}^m_{02} - \underline{Y}^m_2) \, \underline{T}^m_2 \qquad (5.59\text{-a})$$

$$\underline{S}^m_{12} = \underline{H}^m \, (I + \underline{S}^m_{22}) \qquad (5.59\text{-b})$$

5.9 - Matrizes de Espalhamento e de Onda da Junção A-B

As equações (5.27) e (5.28) podem ser reescritas como:

$$\underline{S}_{AA} = \underline{S}_{BB} = \underline{S}_{11} + \underline{S}_{12}\, \underline{L}\, \underline{S}_{22}\, \underline{G}\, \underline{L}\, \underline{S}_{21} \qquad (5.60\text{-a})$$

$$\underline{S}_{AB} = \underline{S}_{BA} = \underline{S}_{12}\, \underline{G}\, \underline{L}\, \underline{S}_{21} \qquad (5.60\text{-b})$$

onde $$\underline{G} = (I - \underline{L}\, \underline{S}_{22}\, \underline{L}\, \underline{S}_{22})^{-1} \qquad (5.61\text{-a})$$

e $$L_{rq} = e^{-j \sqrt{k_0^2 - (r\pi/b)^2}\; t}\, \delta_{rq} \qquad (5.61\text{-b})$$

são os elementos da matriz $\underline{L}$.

As submatrizes da matriz de onda [C] são dadas por (5.30).

5.10- Matriz de Onda da Célula Unitária e Equação de Auto-Valores

Obtida a matriz de onda [C] da junção A-B e a matriz-transmissão [L] , dada por (5.23), chega-se à matriz de onda [M] da célula unitária, cujos elementos submatrizes são dador por (5.15-a, b, c, d).

Da relação matricial (5.16), é possível extrair os autovalores dos modos da estrutura periódica.

5.11- **Caracterização do Degrau no Plano E**

A resolução de estruturas periódicas pela CCPT exige a caracterização das descontinuidades envolvidas. Nesse sentido, o Apêndice B apresenta os passos necessários à obtenção da matriz [S] da junção entre dois guias de ondas de planos paralelos de alturas desiguais, e que será útil quando da análise da linha de transmissão de planos paralelos carregada capacitivamente com diafragmas espessos (Figura 5.1).

Safavi-Naini e Macphie, em [12] e [13] , apresentam resultados numéricos para esse tipo de estrutura (o degrau no plano E), sob várias condições de incidência de onda. A estrutura analisada é mostrada, a seguir, na Figura (5.6).

Com b/λ = 0,35 e a/λ variando de 0,35 a 1,30, sob incidência TEM do guia menor para o maior, Safavi-Naini e Macphie obtiveram os coeficientes de reflexão ρ e de transmissão τ, em módulo e fase, como função de a/λ ([12] , pág. 341 e [13] , pág. 57).

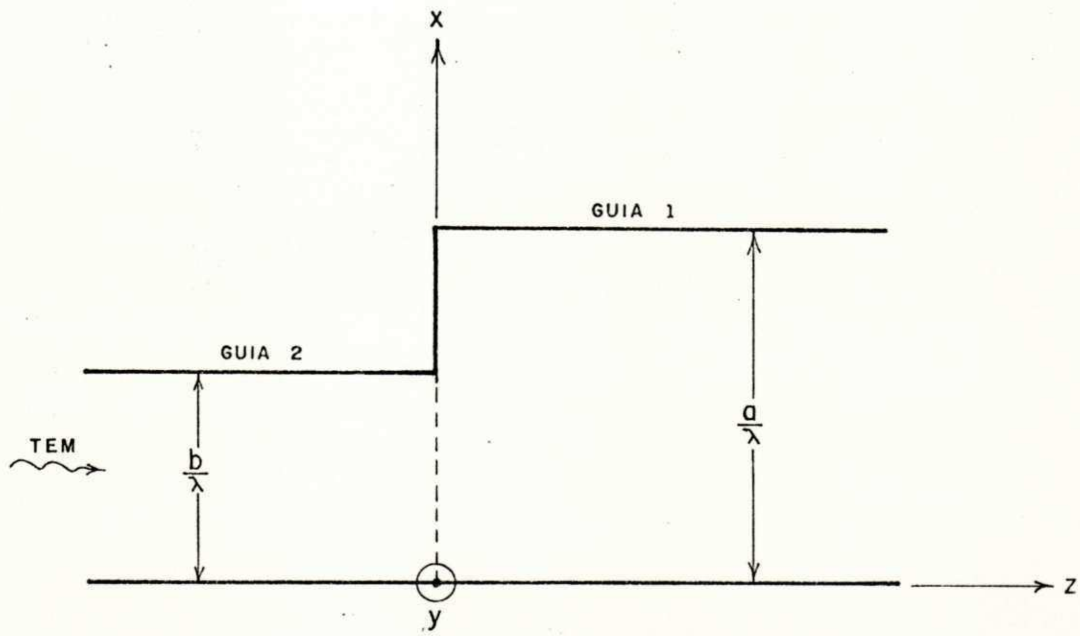


Fig. 5.6 - Degrau no plano E.

Os resultados obtidos através do programa computacional implementado ao longo do presente trabalho praticamente reproduzem os apresentados por Safavi-Naini e Macphie. As curvas obtidas são mostradas nas Figuras (5.7 até 5.10).

O coeficiente de reflexão ρ é elemento da submatriz $\underline{S}_{22}$ de $[S]$, e o coeficiente de transmissão τ é elemento da submatriz $\underline{S}_{12}$ de $[S]$. No caso de incidência TEM, esses elementos correspondem ao primeiro elemento de cada submatriz.

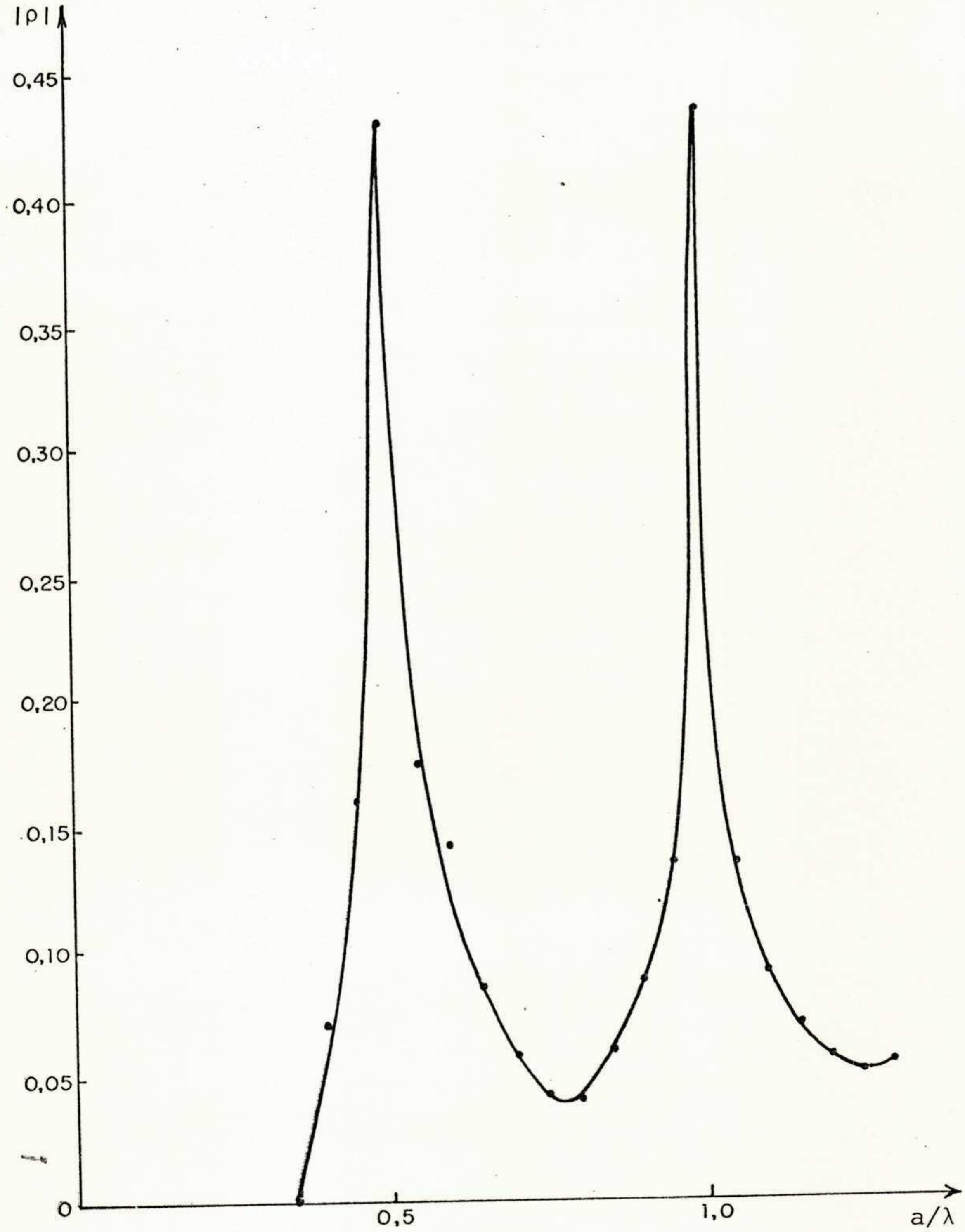


Fig. 5.7 - Módulo do coeficiente de reflexão ρ em função de a/λ , com b/λ = 0,35.

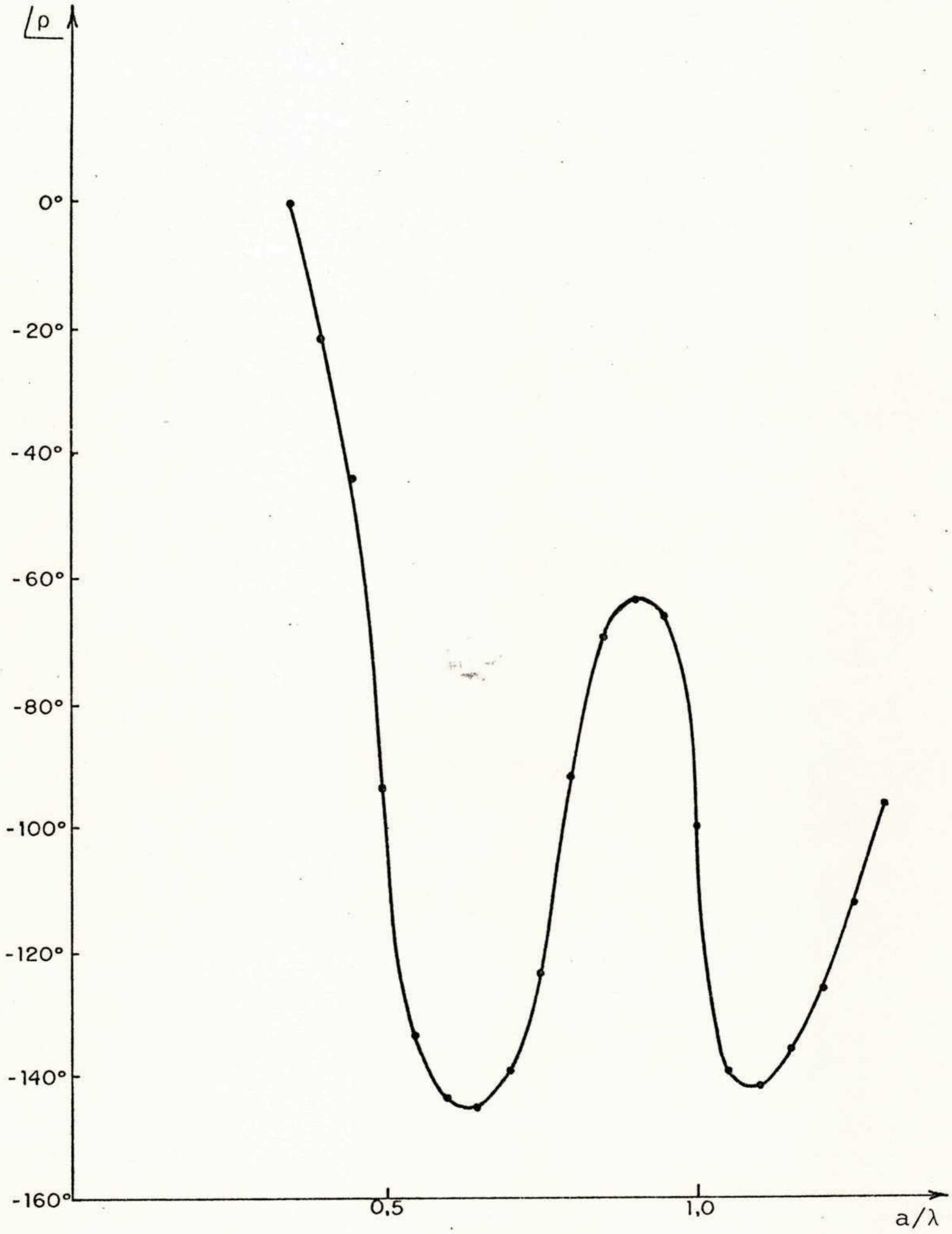


Fig. 5.8 - Fase do coeficiente de reflexão ρ em função de a/λ , com $b/\lambda = 0,35$.

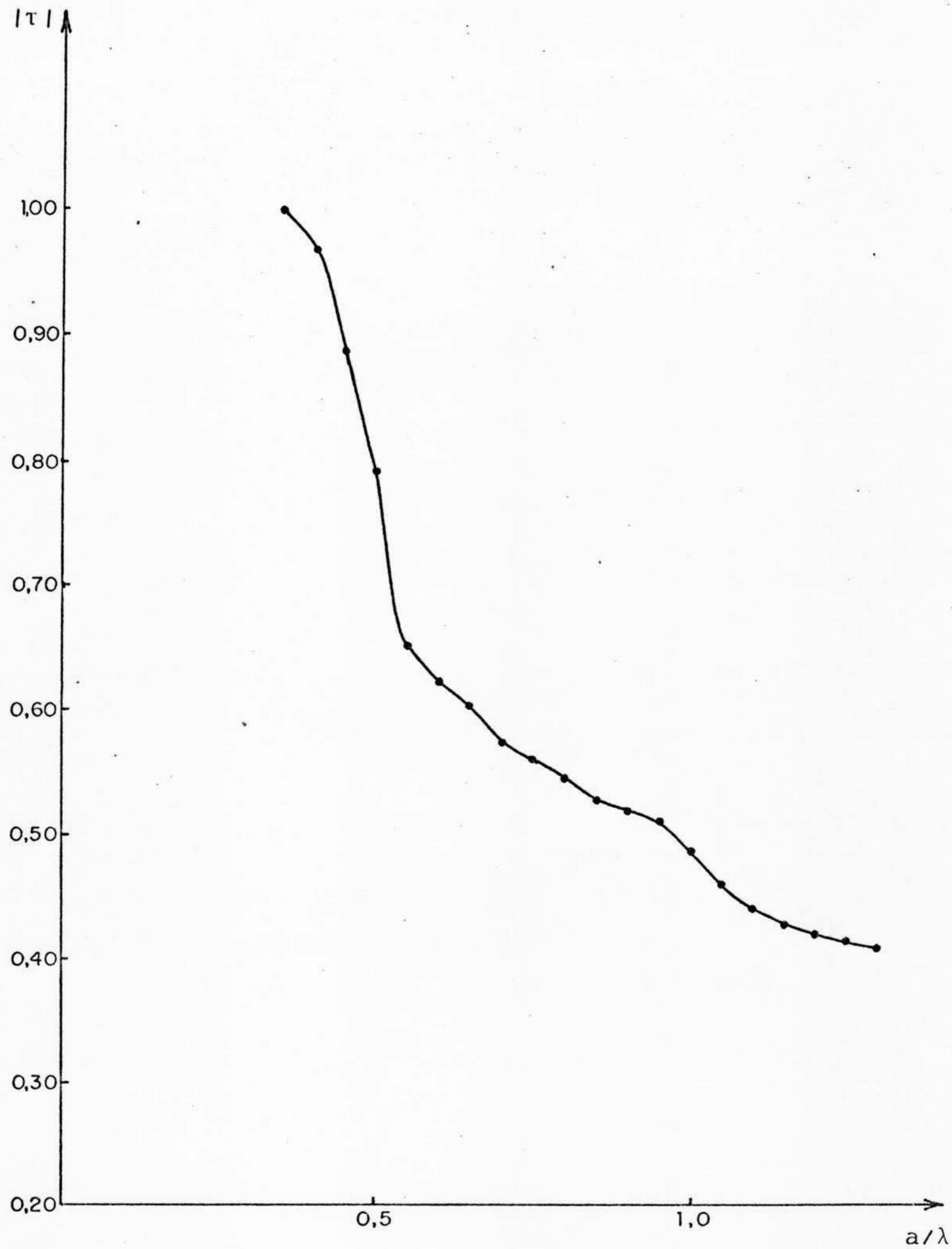


Fig. 5.9 - Módulo do coeficiente de transmissão τ em fun ção de a/λ, com $b/\lambda = 0,35$.

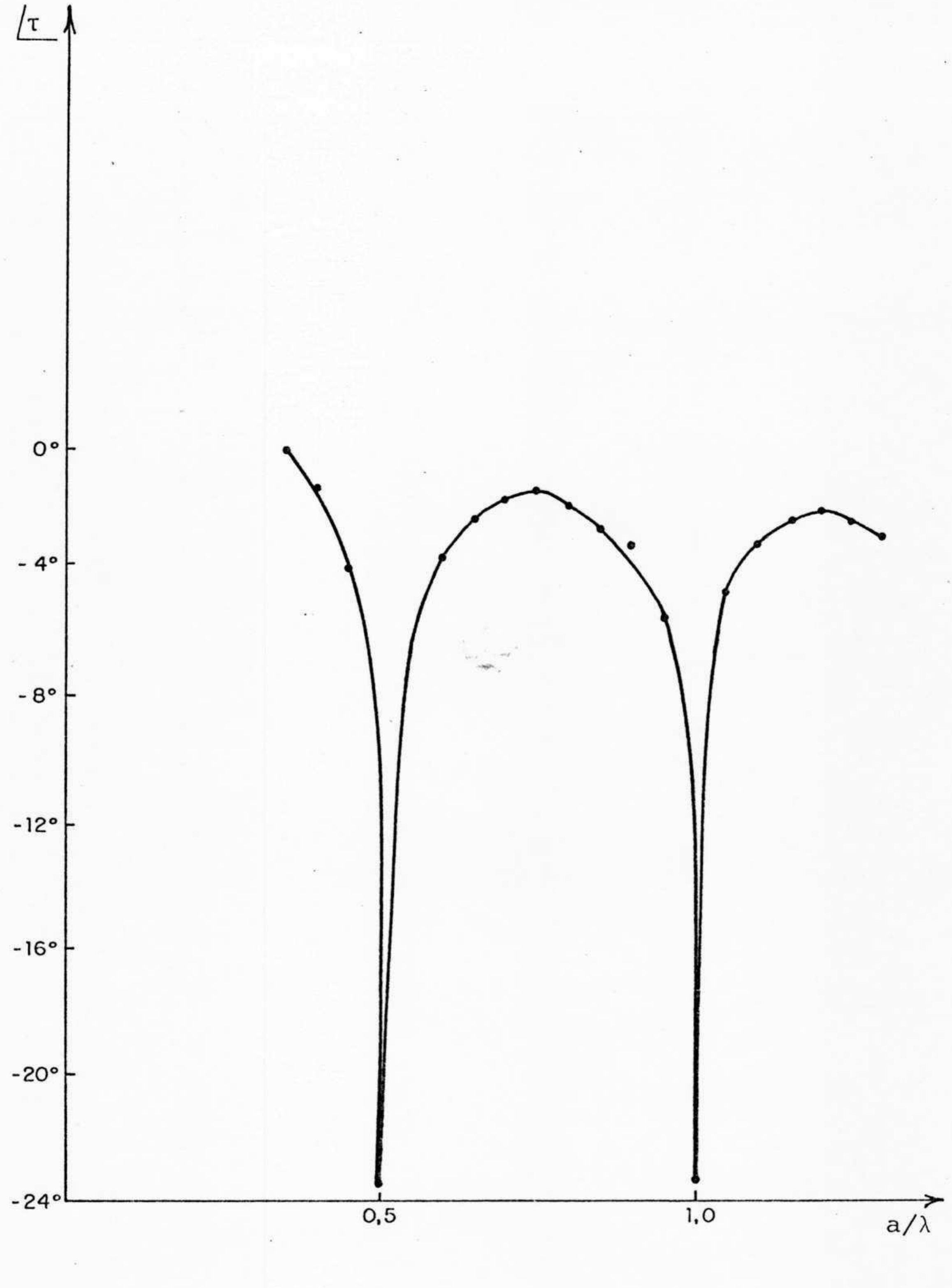


Fig. 5.10 - Fase do coeficiente de transmissão τ em função de a/λ , com b/λ = 0,35.

Como pode ser observado dos fluxogramas do Apêndice B, o processo de obtenção da matriz de espalhamento $[S]$ da junção fornece, como subproduto (uma vez que no caso presente o interesse principal está na determinação de $[S]$), a matriz admitância de entrada ($\underline{Y}_2$) da junção, vista do guia menor. Este é um importante parâmetro na caracterização de descontinuidades em microondas, salientando-se o fato de que $\underline{Y}_2$ é obtida considerando-se todos os modos propagantes e não-propagantes presentes.

5.12- **Aplicação da CCPT à Análise do Guia de Ondas Retangular Carregado Periodicamente**

A teoria desenvolvida até aqui para a análise da linha de transmissão de planos paralelos com carregamento periódico não sofre alterações substanciais [24] quando se trata de aplicá-la ao guia de ondas retangular periodicamente carregado. De acordo com Macphie [32] , a mesma teoria aplicada ao guia periódico de planos paralelos é aplicável ao guia retangular periodicamente carregado, bastando, para isso, trocar λ por $\lambda/\left[1 - (\lambda/2a)^2\right]^{1/2}$ nas várias fórmulas, onde "a" é a maior dimensão do guia retangular. De fato, como afirma Marcuvitz [19] , os modos em um guia de planos paralelos de altura "b" podem ser considerados como formas limitantes apropriadas dos modos em um guia retangular de altura "b", quando a largura "a" deste torna-se infinita.

A estrutura em análise é a da Figura (5.11). Neste caso, a junção entre dois guias desiguais é uma abertura retangular, como mostrado na Figura (2.3-b).

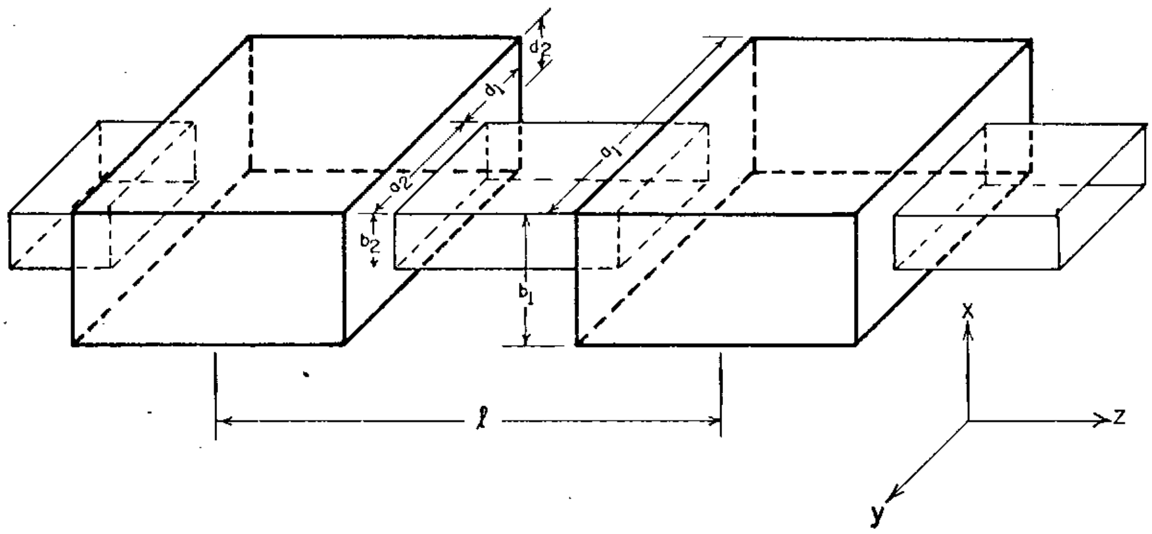


Fig. (5.11) - Guia de ondas retangular carregado periodicamente.

Quando $a_1 = a_2$, isto é, quando a maior dimensão de cada guia é igual para ambos, o carregamento periódico é do tipo capacitivo. Nesse caso, a junção entre dois guias desiguais tem o comportanto do diafragma simétrico capacitivo mostrado na Fig. (2.2-a).

Quando $b_1 = b_2$, isto é, quando os dois guias têm a mesma altura, o carregamento periódico é do tipo indutivo . A junção entre dois guias desiguais, nesse caso, tem o comportamento do diafragma simétrico indutivo mostrado na Fig. (2.1-a).

A junção entre dois guias desiguais pode ainda comportar-se como o diafragma capacitivo assimétrico da Fig. (2. 2-b) ou como o diafragma indutivo assimétrico da Fig. (2.1-b).

A exemplo do caso do guia de placas paralelas periodicamente carregado, a CCPT é aplicada, inicialmente, para a obtenção [21] da matriz de espalhamento [S] da junção B (Fig. 5.12). O Apêndice D apresenta os fluxogramas que levam a [S] .

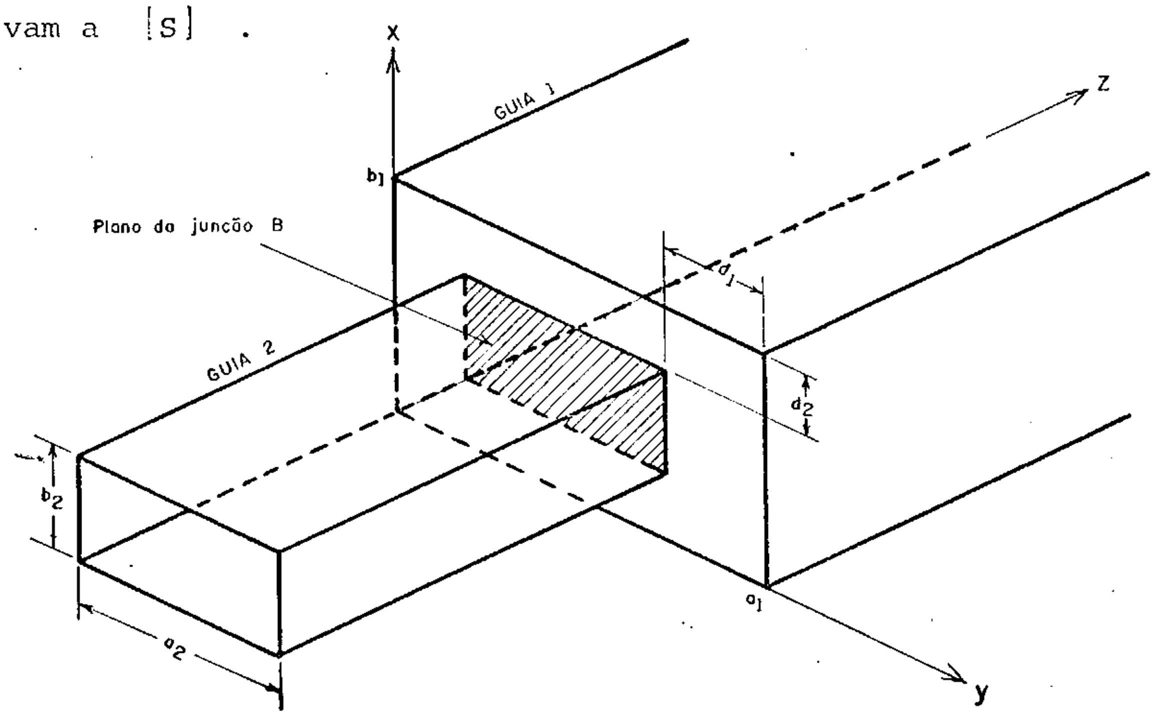


Fig. 5.12 - Junção entre dois guias retangulares desiguais, destacando o plano da junção B.

A seguir, é obtida a matriz transmissão de onda [M] da célula unitária, como descrevem os fluxogramas do Apêndice E.

Finalmente, os autovalores são extraídos e, a partir deles, o diagrama $\omega - \beta$ pode ser esboçado.

6 CONCLUSÕES

A presente dissertação cumpre, basicamente, os seguin tes objetivos:

a) Procurou-se sistematizar didaticamente a abordagem do assunto, a respeito do qual existem poucos textos especí ficos.

b) Apresentaram-se as técnicas clássicas de análise de estruturas periódicas e suas soluções para vários tipos de estrutura, e que permitirão, em trabalhos futuros, com paração com os resultados fornecidos por métodos mais moder nos.

c) Desenvolveu-se programa computacional que calcula, pela Técnica da Conservação da Potência Complexa:

c.1) a matriz admitância da entrada de junção (A pêndice B);

c.2) a matriz de espalhamento da junção entre dois guias de ondas de planos paralelos desiguais, levando em conta tanto os modos propagantes quanto os evanescentes (Apêndice B);

c.3) a matriz de onda da célula unitária do guia de ondas de planos paralelos carregado periodicamente (Apêndice C).

d) Para a determinação dos autovalores da estrutura periódica, optou-se pelo algoritmo QZ [34]. Este algoritmo permite calcular os autovalores e, opcionalmente, os autovetores do problema matricial generalizado de autovalor da forma $A\ \underline{x} = \lambda\ B\ \underline{x}$, onde as matrizes A e B podem ser complexas, com B podendo ser, inclusive, singular. O problema matricial de autovalor a ser resolvido (equação 5.16), é resultante da aplicação do Teorema de Floquet. Além da obtenção dos autovalores (a partir dos quais podem-se construir as curvas de dispersão $\omega - \beta$), o algoritmo QZ também permite fornecer os autovetores (equação 5.20), possibilitando a determinação das soluções de campo da estrutura periódica (equação 2.6).

e) Finalmente, introduziu-se a análise do guia de ondas retangular periodicamente carregado, cuja implementação computacional pode ser efetuada a partir dos fluxogramas dos Apêndices D e E.

Concluindo, são apresentadas algumas sugestões para continuidade do presente trabalho:

1. Aplicação da Técnica da Conservação da Potência Complexa à caracterização de estruturas periódicas:

   a) em guias de ondas cilíndricos uniformes;

   b) assimétricas;

   c) considerando-se diferentes dielétricos e levando-se em consideração as perdas no condutor e nos materiais dielétricos utilizados.

2. Sugere-se, também, verificar a possibilidade de utilização da CCPT na caracterização de estruturas periódicas consistindo, essencialmente, de um arranjo de "micro strips" ou "striplines" acopladas (e de circuitos integrados de microondas envolvendo periodicidade), devido à importância dessas estruturas na moderna tecnologia de microondas.

APÊNDICE A

DETERMINAÇÃO DA MATRIZ [S] DA JUNÇÃO CASCATEADA DA FIG. (5.3)

Conhecidas as matrizes de espalhamento $[S_A]$ e $[S_B]$, das junções A e B, respectivamente, é necessário determinar a matriz [S] da junção cascateada, representativa da junção A-B, cujas submatrizes são dadas pelas equações (5.25), a determinar.

Essa determinação é feita pela aplicação da Técnica da Matriz de Espalhamento Generalizada.

Revisão do Conceito de Matriz de Espalhamento Generalizada

Sejam duas junções (A e B) em cascata, conectando os guias 1, 2 e 3, como mostra a Fig. (A-1).

O conceito de Matriz de Espalhamento Generalizada é diferente do da Matriz de Espalhamento Convencional. A dife

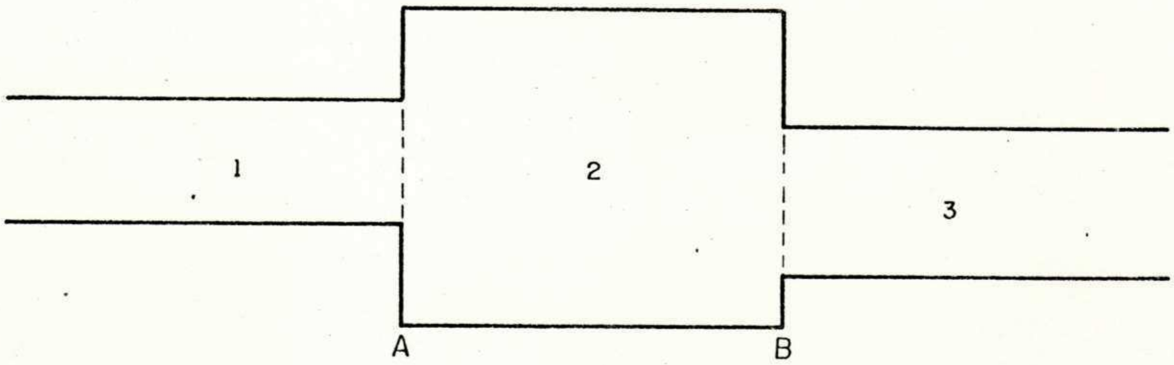


Fig. (A-1) - Duas junções em cascata.

rença consiste em que esta última é estendida de forma a considerar tanto os modos evanescentes quanto os modos propagantes nos guias de ondas.

A inclusão dos modos evanescentes impede a normalização modal utilizada na formulação da matriz de espalhamento convencional, que baseia-se na imposição de que os modos propagantes transportem potência unitária. A impossibilidade de utilizar tal normalização faz com que as matrizes de espalhamento obtidas sejam **não-simétricas**.

As matrizes $[S_A]$ e $[S_B]$ das junções A e B, respectivamente, são conhecidas (pela aplicação da CCPT).

$$[S_A] = \begin{bmatrix} \underline{S}_{11} & \underline{S}_{12} \\ \underline{S}_{21} & \underline{S}_{22} \end{bmatrix} \qquad (A-1)$$

$$[S_B] = \begin{bmatrix} \underline{S}^B_{22} & \underline{S}_{23} \\ \\ \underline{S}_{32} & \underline{S}_{33} \end{bmatrix} \qquad \text{(A-2)}$$

Se a amplitude do n-ésimo modo vindo de 1 e incidente em 2 é normalizada à unidade, então a amplitude do m-ésimo modo espalhado em 1 é $S_{11,mn}$, que é o (m,n)-ésimo elemento da submatriz $\underline{S}_{11}$.

A amplitude do m-ésimo modo transmitido em 2 é $S_{21,mn}$ que é o (m,n)-ésimo elemento da submatriz $\underline{S}_{21}$.

As demais submatrizes de (A-1) e (A-2) podem ser definidas de forma semelhante.

Considerando os múltiplos espalhamentos entre as junções A e B, é obtida, finalmente, a matriz $[S^C]$ da junção cascateada.

$$[S^C] = \begin{bmatrix} \underline{S}^C_{11} & \underline{S}^C_{13} \\ \\ \underline{S}^C_{31} & \underline{S}^C_{33} \end{bmatrix} \qquad \text{(A-3)}$$

As submatrizes elementos de $[S^C]$ são determinadas como função das submatrizes de $[S_A]$ e $[S_B]$ e da matriz de transmissão diagonal $\underline{L}$ do guia central (guia 2).

O Processo das Múltiplas Reflexões e a Matriz $[S^c]$

Suponhamos que uma onda TE (ou TM) vinda do guia 1, incide sobre a junção A. Nesta junção, os campos são refletidos de volta para a região 1 e transmitidos para as regiões 2 e 3. O campo transmitido para 2 é espalhado na junção B, onde uma parte é transmitida para a região 3 e outra parte é refletida de volta para a junção A. Na junção A ocorre novo espalhamento, sendo uma parte do campo que a atinge transmitida para a região 1 e outra parte refletida para a região 2 e que irá, novamente, atingir a junção B, ocorrendo novo espalhamento. Este processo de espalhamento múltiplo continua a ocorrer indefinidamente, como simbolizado na Figura (A-2).

A onda incidente é completamente determinada pelos coeficientes dos modos. Por isso, é representada por um vetor-coluna modal $\underline{\phi}^{(i)}$, onde $\phi_n^{(i)}$ é o coeficiente do n-ésimo modo no campo incidente.

No primeiro espalhamento, na junção A, o vetor modal para o campo refletido de volta para a região 1 é $\underline{S}_{11}\underline{\phi}^{(i)}$, e para o campo transmitido para a região 2 é $\underline{S}_{21}\underline{\phi}^{(i)}$. Este campo sofre um defasamento ao deslocar-se da junção A para a junção B, ao longo do comprimento do guia 2. Este efeito é levado em conta pela matriz-transmissão $\underline{L}$, que é uma matriz diagonal. Assim, o vetor modal representativo do campo que atinge a junção B é $\underline{L}\ \underline{S}_{21}\underline{\phi}^{(i)}$. Na junção B, esse cam

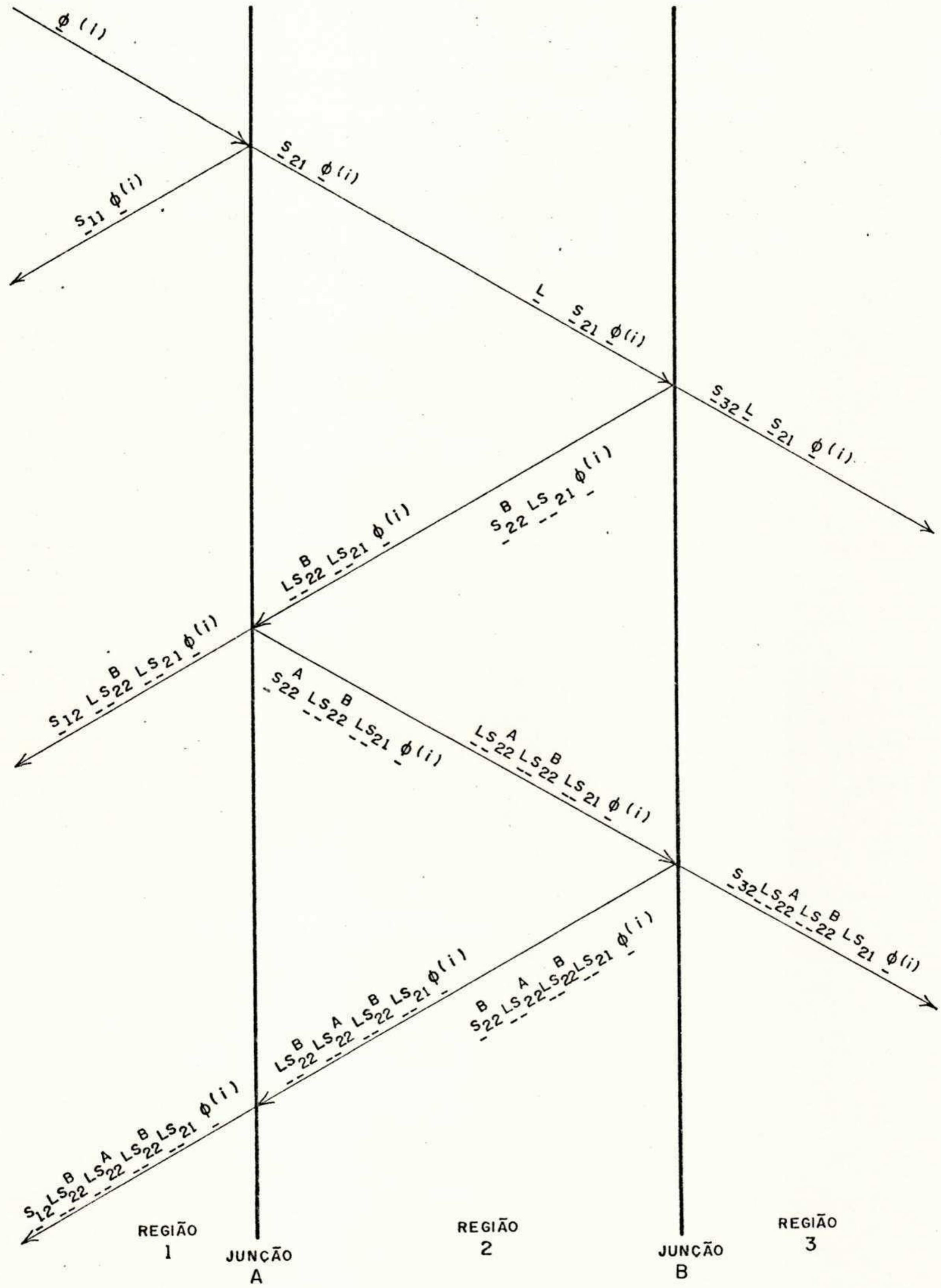


Fig. A-2 - Espalhamento múltiplo entre as junções A e B.

po é refletido de volta para o guia 2, com vetor modal $\underline{S}_{22}^{B}\ \underline{L}\ \underline{S}_{21}\underline{\phi}^{(i)}$, e transmitido para o guia 3 com vetor modal $\underline{S}_{32}\ \underline{L}\ \underline{S}_{21}\underline{\phi}^{(i)}$.

O campo refletido de volta para o guia 2 atinge novamente a junção A, e o processo repete-se por um número infinito de vezes, como sugere a Figura (A-2).

Somando todas as contribuições na região 1 devidas a este processo, obtém-se o campo refletido, representado pelo vetor-coluna modal $\underline{\phi}^{(r)}$.

$$\underline{\phi}^{(r)} = \underline{S}_{11}\underline{\phi}^{(i)} + \underline{S}_{12}\ \underline{L}\ \underline{S}_{22}^{B}\ \underline{L}\ \underline{S}_{21}\ \underline{\phi}^{(i)} +$$

$$+ \underline{S}_{12}\underline{L}\ \underline{S}_{22}^{B}\ \underline{L}\ \underline{S}_{22}^{A}\ \underline{L}\ \underline{S}_{22}^{B}\ \underline{L}\ \underline{S}_{21}\underline{\phi}^{(i)} + \ldots$$

onde $\underline{L}$ é a matriz-transmissão de onda do guia 2.

$$\underline{\phi}^{(r)} = \{\ \underline{S}_{11} + \underline{S}_{12}\underline{L}\ \underline{S}_{22}^{B}\ [\ \underline{L}\ \underline{S}_{21} + \underline{L}\ \underline{S}_{22}^{A}\ \underline{L}\ \underline{S}_{22}^{B}\ \underline{L}\ \underline{S}_{21} +$$

$$+ \ldots.]\}\ \ \underline{\phi}^{(i)} \qquad \therefore$$

$$\underline{\phi}^{(r)} = \{\ \underline{S}_{11} + \underline{S}_{12}\ \underline{L}\ \underline{S}_{22}^{B}\ \ [\ \sum_{n=0}^{\infty} (\underline{L}\ \underline{S}_{22}^{A}\underline{L}\ \underline{S}_{22}^{B})^{n}]\ \underline{L}\ \underline{S}_{21}\}\ \underline{\phi}^{(i)}$$

A série que aparece no lado direito é uma série de Neumann. Esta série é convergente, mesmo no caso de o comprimento do guia de ondas 2 tender para zero, isto é: $[\mathrm{L}] = [\mathrm{I}]$.

Assim,

$$\underline{\phi}^{(r)} = [\ \underline{S}_{11} + \underline{S}_{12}\underline{L}\ \underline{S}_{22}^{B}(I - \underline{L}\ \underline{S}_{22}^{A}\underline{L}\ \underline{S}_{22}^{B})^{-1}\underline{L}\ \underline{S}_{21}]\underline{\phi}^{(i)} \qquad \text{(A-4)}$$

onde $\underline{I}$ é a matriz-identidade.

Somando todas as contribuições na região 3, devidas ao processo de espalhamento múltiplo, obtém-se o campo transmitido, representado pelo vetor-coluna modal $\underline{\phi}^{(t)}$.

$$\underline{\phi}(t) = \underline{S}_{32}\ \underline{L}\ \underline{S}_{21}\ \underline{\phi}^{(i)} + \underline{S}_{32}\ \underline{L}\ \underline{S}_{22}^{A}\ \underline{L}\ \underline{S}_{22}^{B}\ \underline{L}\ \underline{S}_{21}\ \underline{\phi}^{(i)} + \ldots$$

$$\underline{\phi}^{(t)} = \{\ \underline{S}_{32}\ [\ \underline{L}\ \underline{S}_{21} + \underline{L}\ \underline{S}_{22}^{A}\ \underline{L}\ \underline{S}_{22}^{B}\ \underline{L}\ \underline{S}_{21} + \ldots\ ]\ \}\ \underline{\phi}^{(i)} \quad \therefore$$

$$\underline{\phi}^{(t)} = \{\ \underline{S}_{32}\ [\ \sum_{n=0}^{\infty} (\underline{L}\ \underline{S}_{22}^{A}\ \underline{L}\ \underline{S}_{22}^{B})^{n}\ ]\ \underline{L}\ \underline{S}_{21}\ \}\ \underline{\phi}^{(i)} \quad \therefore$$

$$\underline{\phi}^{(t)} = \underline{S}_{32}\ [\ \underline{I} - \underline{L}\ \underline{S}_{22}^{A}\ \underline{L}\ \underline{S}_{22}^{B}\ ]^{-1}\ \underline{L}\ \underline{S}_{21}\ \underline{\phi}^{(i)} \qquad \text{(A-5)}$$

A submatriz $\underline{S}_{11}^{C}$ representa a onda refletida na junção A, de volta para o guia 1, com incidência a partir do guia 1.

A submatriz $\underline{S}_{31}^{C}$ representa a onda transmitida para o guia 3, com incidência a partir do guia 1.

Portanto,

$$\underline{S}_{11}^{C} = \underline{\phi}^{(r)}\ \underline{\phi}^{(i)^{-1}} \qquad \text{(A-6)}$$

$$\underline{S}_{31}^{C} = \underline{\phi}^{(t)} \; \underline{\phi}^{(i)^{-1}} \tag{A-7}$$

De (A-4) e (A-5), vem :

$$\underline{S}_{11}^{C} = \underline{S}_{11} + \underline{S}_{12} \, \underline{L} \, \underline{S}_{22}^{B} \, \underline{G}_{1} \, \underline{L} \, \underline{S}_{21} \tag{A-8}$$

$$\underline{S}_{31}^{C} = \underline{S}_{32} \, \underline{G}_{1} \, \underline{L} \, \underline{S}_{21} \tag{A-9}$$

onde $$\underline{G}_{1} = \left[\, \underline{I} - \underline{L} \, \underline{S}_{22}^{A} \, \underline{L} \, \underline{S}_{22}^{B} \, \right]^{-1} \tag{A-10}$$

Considerando incidência de onda a partir do guia 3 e, novamente, os múltiplos fenômenos de espalhamento entre as duas junções, obtém-se:

$\underline{S}_{33}^{C}$, que representa a onda refletida na junção B, de volta para o guia 3, com incidência a partir do guia 3.

$\underline{S}_{13}^{C}$, que representa a onda transmitida para o guia 1, com incidência a partir do guia 3.

São obtidos $\underline{\phi}^{(r)}$ e $\underline{\phi}^{(t)}$, dados, respectivamente , por :

$$\underline{\phi}^{(r)} = \left[\, \underline{S}_{33} + \underline{S}_{32} \, \underline{L} \, \underline{S}_{22}^{A} \, (\underline{I} - \underline{L} \, \underline{S}_{22}^{B} \, \underline{L} \, \underline{S}_{22}^{A})^{-1} \, \underline{L} \, \underline{S}_{23} \, \right] \underline{\phi}^{(i)} \tag{A-11}$$

$$\underline{\phi}^{(t)} = \underline{S}_{12} \left[\underline{I} - \underline{L}\, \underline{S}_{22}^{B}\, \underline{L}\, \underline{S}_{22}^{A} \right]^{-1} \underline{L}\, \underline{S}_{23}\, \underline{\phi}^{(i)} \tag{A-12}$$

Como

$$\underline{S}_{33}^{c} = \underline{\phi}^{(r)} \quad \underline{\phi}^{(i)^{-1}} \tag{A-13}$$

$$\underline{S}_{13}^{c} = \underline{\phi}^{(t)} \quad \underline{\phi}^{(i)^{-1}} \tag{A-14}$$

então:

$$\underline{S}_{33}^{c} = \underline{S}_{33} + \underline{S}_{32}\, \underline{L}\, \underline{S}_{22}^{A}\, \underline{G}_{2}\, \underline{L}\, \underline{S}_{23} \tag{A-15}$$

$$\underline{S}_{13}^{c} = \underline{S}_{12}\, \underline{G}_{2}\, \underline{L}\, \underline{S}_{23} \tag{A-16}$$

onde

$$\underline{G}_{2} = \left[\underline{I} - \underline{L}\, \underline{S}_{22}^{B}\, \underline{L}\, \underline{S}_{22}^{A} \right]^{-1} \tag{A-17}$$

Comparando (A-3) com (5.2), observa-se que $\underline{S}_{11}^{c} = \underline{S}_{AA}$, $\underline{S}_{13}^{c} = \underline{S}_{AB}$, $\underline{S}_{31}^{c} = \underline{S}_{BA}$ e $\underline{S}_{33}^{c} = \underline{S}_{BB}$.

Portanto,

$$\underline{S}_{AA} = \underline{S}_{11} + \underline{S}_{12}\, \underline{L}\, \underline{S}_{22}^{B}\, \underline{G}_{1}\, \underline{L}\, \underline{S}_{21} \tag{A-18}$$

$$\underline{S}_{AB} = \underline{S}_{12}\, \underline{G}_{2}\, \underline{L}\, \underline{S}_{23} \tag{A-19}$$

$$\underline{S}_{BA} = \underline{S}_{32}\, \underline{G}_{1}\, \underline{L}\, \underline{S}_{21} \tag{A-20}$$

$$\underline{S}_{BB} = \underline{S}_{33} + \underline{S}_{32}\, \underline{L}\, \underline{S}_{22}^{A}\, \underline{G}_{2}\, \underline{L}\, \underline{S}_{23} \tag{A-21}$$

que são as equações (5.25).

Uma última observação: as soluções (A-4) e (A-5) são formalmente exatas, desde que as várias matrizes de espalhamento possam ser determinadas exatamente. Na prática, as matrizes de espalhamento, de ordem infinita, devem ser truncadas a uma dimensão finita. A série de Neumann, em muitos problemas práticos, converge muito rapidamente, permitindo cálculos precisos com matrizes de dimensão moderada.

APÊNDICE B

DETERMINAÇÃO DA MATRIZ DE ESPALHAMENTO [S] DA JUNÇÃO ENTRE DOIS GUIAS DE ONDAS DE PLANOS PARALELOS

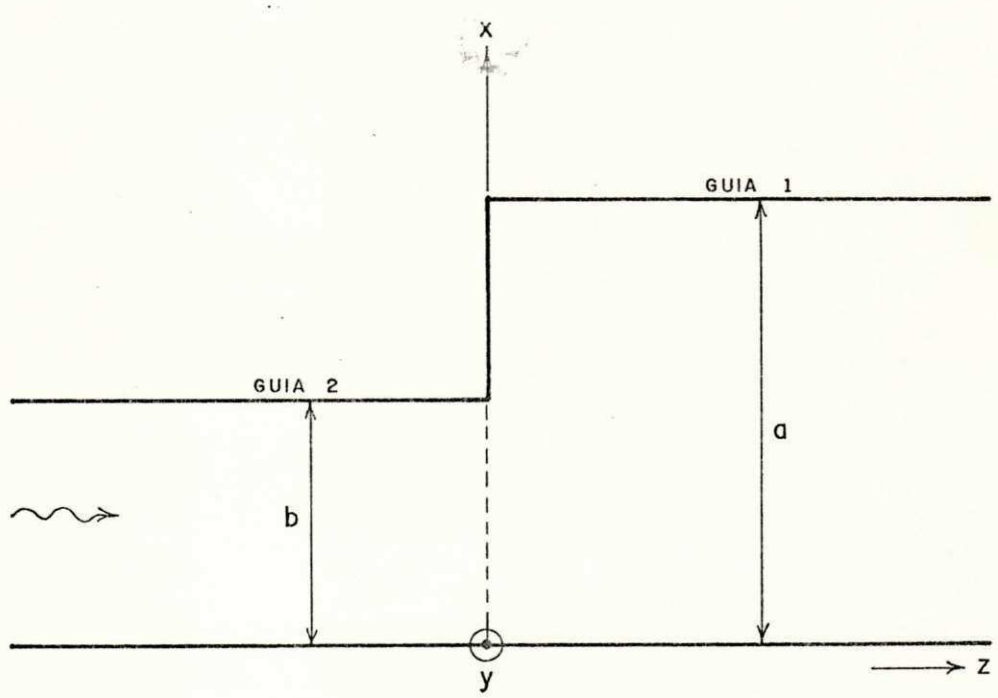
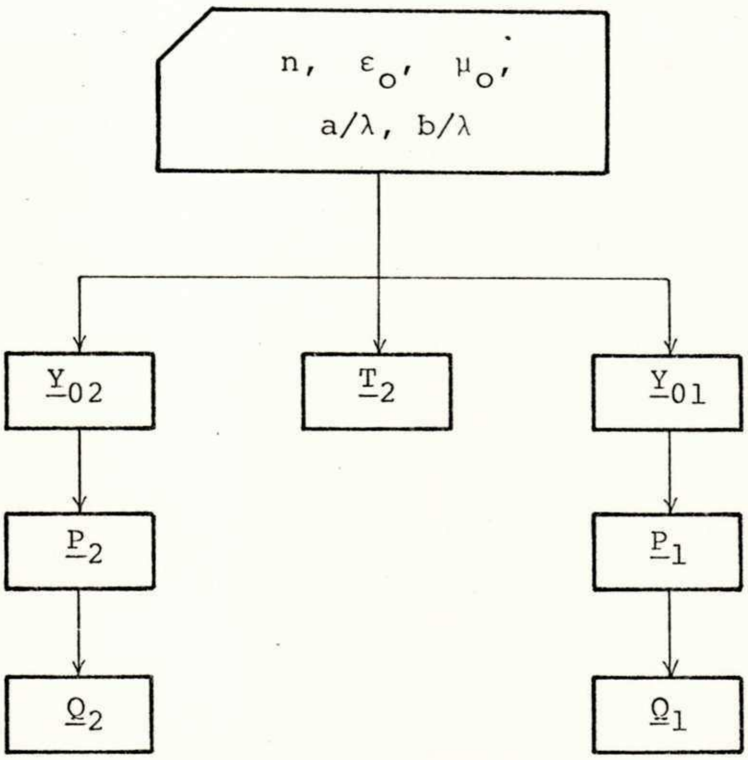


Fig. (B-1) - Junção entre dois guias de ondas de planos paralelos.

FLUXOGRAMAS RESUMIDOS

(a)



n - número do modo (TE ou TM) no guia considerado.

ε_o - permissividade do espaço livre.

μ_o - permeabilidade do espaço livre.

a/λ - altura do guia 1 (normalizada em relação ao comprimento de onda)

b/λ - altura do guia 2 (normalizada em relação ao comprimento de onda).

$\underline{Y}_{oi}$ $(i=1,2)$ - matriz admitância característica do guia i

$\underline{P}_i$ $(i=1,2)$ - matriz potência complexa do guia i

$\underline{Q}_i$ $(i=1,2)$ - matriz de reciprocidade do guia i

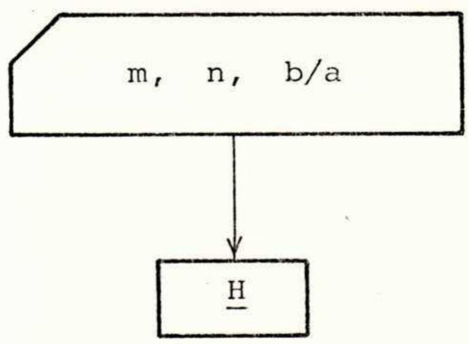
$\underline{T}_2$ - matriz dos fatores de proporcionalidade entre as amplitudes de modo e as tensões equivalentes, no guia 2.

Dimensões Matriciais

MATRIZES	DIMENSÃO
$\underline{Y}_{02}^{e}$, $\underline{T}_{2}^{e}$, $\underline{P}_{2}^{e}$, $\underline{Q}_{2}^{e}$, $\underline{Y}_{2}^{e}$	$n_{TM}^{(2)} \times n_{TM}^{(2)}$
$\underline{Y}_{02}^{h}$, $\underline{T}_{2}^{h}$, $\underline{P}_{2}^{h}$, $\underline{Q}_{2}^{h}$, $\underline{Y}_{2}^{h}$	$n_{TE}^{(2)} \times n_{TE}^{(2)}$
$\underline{Y}_{01}^{e}$, $\underline{P}_{1}^{e}$, $\underline{Q}_{1}^{e}$	$n_{TM}^{(1)} \times n_{TM}^{(1)}$
$\underline{Y}_{01}^{h}$, $\underline{P}_{1}^{h}$, $\underline{Q}_{1}^{h}$	$n_{TE}^{(1)} \times n_{TE}^{(1)}$
$\underline{Y}_{02}$, $\underline{T}_{2}$, $\underline{P}_{2}$, $\underline{Q}_{2}$, $\underline{Y}_{2}$	$n_{TE+TM}^{(2)} \times n_{TE+TM}^{(2)}$
$\underline{P}_{1}$, $\underline{Q}_{1}$	$n_{TE+TM}^{(1)} \times n_{TE+TM}^{(1)}$

TABELA (B-1) - Matrizes da CCPT e Dimensões Matriciais

(b)

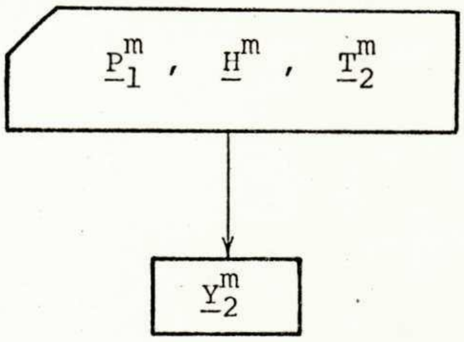


$(m,n = 1, 2, 3, \ldots)$ - no acoplamento entre os modos TE.

$(m,n = 0, 1, 2, 3, \ldots)$ - no acoplamento entre os modos TM.

$\underline{H}$ - matriz representativa do acoplamento entre os modos TE e TM nos dois guias.

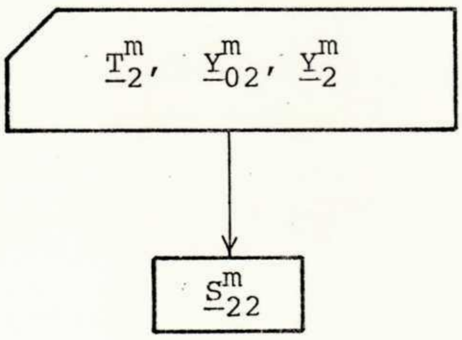
(c)



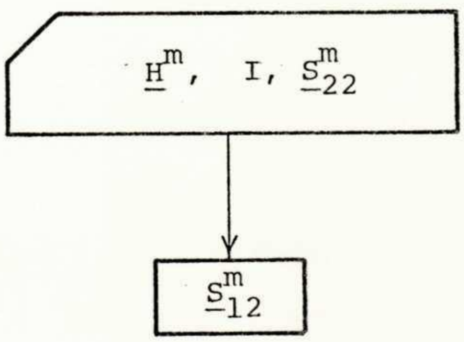
$m = h$ (modo TE); $m = e$ (modo TM)

$\underline{Y}_2$ - matriz admitância de entrada da junção vista do guia 2.

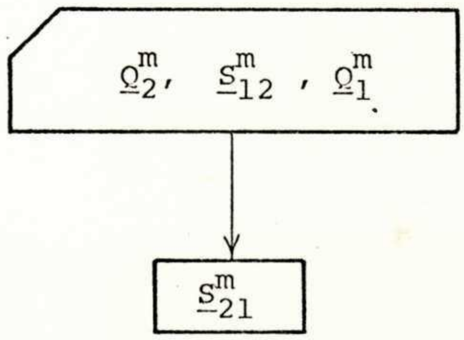
(d)



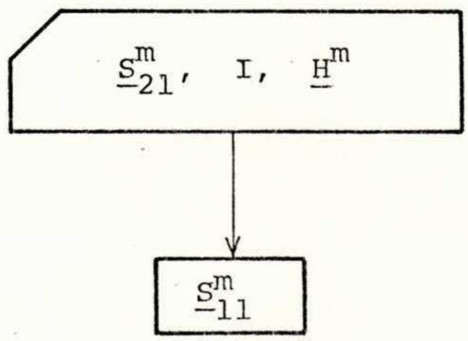
(e)



(f)



(g)



$\underline{S}_{ij}$ (i,j = 1,2) - submatriz da matriz de espalhamento [S], cujo (m,n)-ésimo elemento é a amplitude do m-ésimo modo no guia i devida à amplitude unitária do n-ésimo modo no guia j.

Dimensões Matriciais

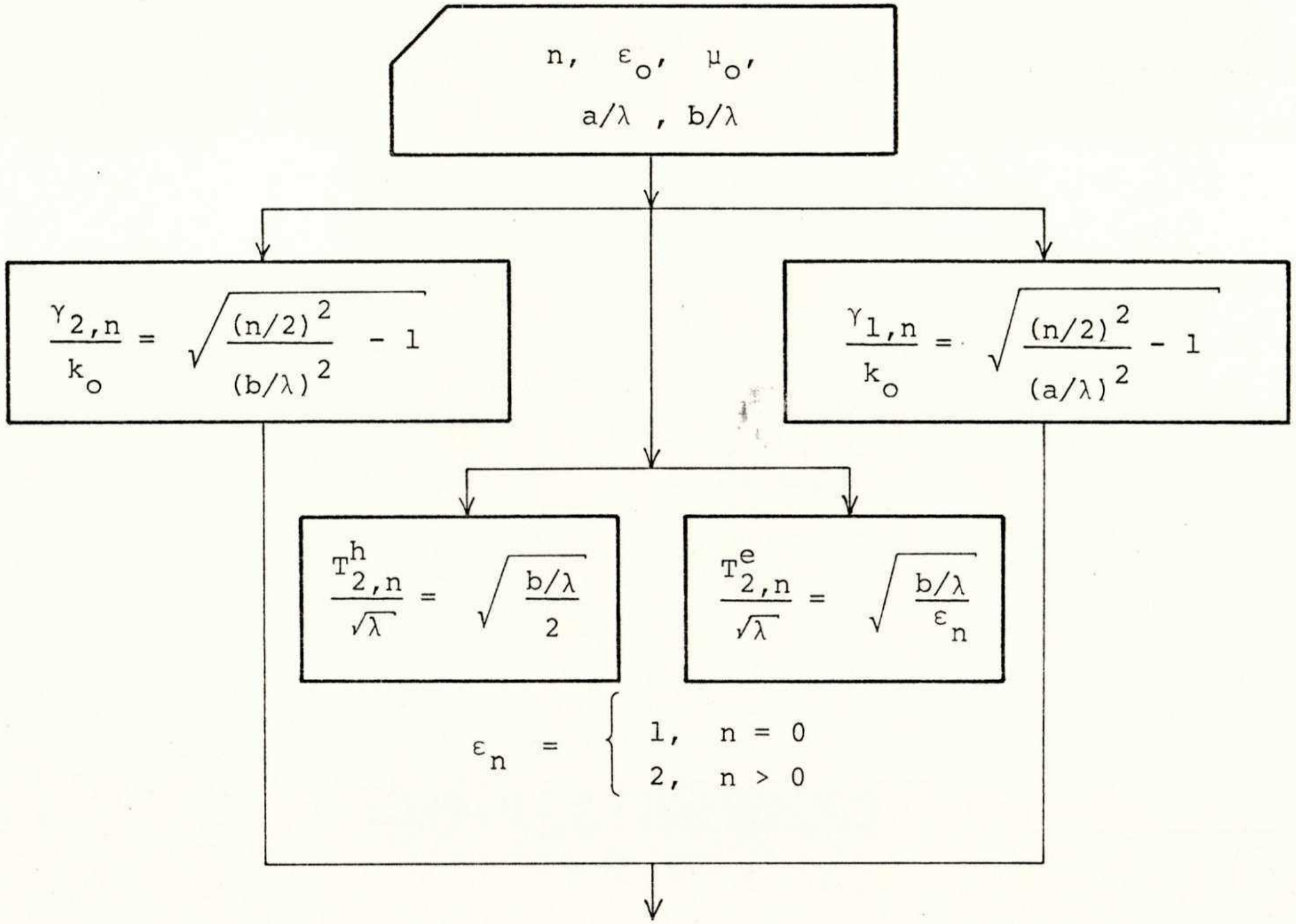
MATRIZES	DIMENSÃO
$\underline{H}^h$, $\underline{S}^h_{12}$	$n^{(1)}_{TE} \times n^{(2)}_{TE}$
$\underline{H}^e$, $\underline{S}^e_{12}$	$n^{(1)}_{TM} \times n^{(2)}_{TM}$
$\underline{H}$, $\underline{S}_{12}$	$n^{(1)}_{TE+TM} \times n^{(2)}_{TE+TM}$
$\underline{S}^h_{22}$	$n^{(2)}_{TE} \times n^{(2)}_{TE}$
$\underline{S}^e_{22}$	$n^{(2)}_{TM} \times n^{(2)}_{TM}$
$\underline{S}_{22}$	$n^{(2)}_{TE+TM} \times n^{(2)}_{TE+TM}$
$\underline{S}^h_{21}$	$n^{(2)}_{TE} \times n^{(1)}_{TE}$
$\underline{S}^e_{21}$	$n^{(2)}_{TM} \times n^{(1)}_{TM}$
$\underline{S}_{21}$	$n^{(2)}_{TE+TM} \times n^{(1)}_{TE+TM}$
$\underline{S}^h_{11}$	$n^{(1)}_{TE} \times n^{(1)}_{TE}$
$\underline{S}^e_{11}$	$n^{(1)}_{TM} \times n^{(1)}_{TM}$
$\underline{S}_{11}$	$n^{(1)}_{TE+TM} \times n^{(1)}_{TE+TM}$

$\underline{S}^h$	$(n_{TE}^{(1)} + n_{TE}^{(2)}) \times (n_{TE}^{(1)} + n_{TE}^{(2)})$
$\underline{S}^e$	$(n_{TM}^{(1)} + n_{TM}^{(2)}) \times (n_{TM}^{(1)} + n_{TM}^{(2)})$
$\underline{S}$	$(n_{TE+TM}^{(1)} + n_{TE+TM}^{(2)}) \times (n_{TE+TM}^{(1)} + n_{TE+TM}^{(2)})$

TABELA (B-2) - Matrizes da CCPT e Dimensões Matriciais.

FLUXOGRAMAS DETALHADOS

(a)



$$Y^{h}_{oi,n} = -j \left(\frac{\gamma_{i,n}}{k_o} \right) Y_o \qquad Y^{e}_{oi,n} = j \left(\frac{k_o}{\gamma_{i,n}} \right) Y_o$$

$$i = 1,2$$

$$Y_o = \sqrt{\varepsilon_o / \mu_o}$$

$$\frac{p^{h}_{2,n}}{\lambda} = \frac{(b/\lambda)}{4} Y^{h*}_{02,n} \qquad \frac{p^{e}_{2,n}}{\lambda} = \frac{(b/\lambda)}{2\varepsilon_n} Y^{e*}_{02,n} \qquad \frac{p^{h}_{1,n}}{\lambda} = \frac{(a/\lambda)}{4} Y^{h*}_{01,n} \qquad \frac{p^{e}_{1,n}}{\lambda} = \frac{(a/\lambda)}{2\varepsilon_n} Y^{e*}_{01,n}$$

$$\frac{q^{h}_{i,n}}{\lambda} = \frac{p^{h\,*}_{i,n}}{\lambda}$$

(caso sem perdas)

$$\frac{q^{e}_{i,n}}{\lambda} = \frac{p^{e\,*}_{i,n}}{\lambda}$$

$$\underline{Y}_{oi} = \begin{bmatrix} \underline{Y}^{h}_{oi} & \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{0} & \underline{Y}^{e}_{oi} \end{bmatrix} \quad ; \quad \underline{T}_2 = \begin{bmatrix} \underline{T}^{h}_{2} & \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{0} & \underline{T}^{e}_{2} \end{bmatrix}$$

$$\underline{P}_{i} = \begin{bmatrix} \underline{P}^{h}_{2} & \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{0} & \underline{P}^{e}_{2} \end{bmatrix} \quad ; \quad \underline{Q}_i = \begin{bmatrix} \underline{Q}^{h}_{2} & \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{0} & \underline{Q}^{e}_{2} \end{bmatrix}$$

(b)

m, n, b/a

$$H^{h}_{mn} = \begin{cases} (-1)^{n} \dfrac{2n}{\pi(b/a)} \dfrac{\mathrm{sen}(m\pi\frac{b}{a})}{m^2 - \dfrac{n^2}{(b/a)^2}} , & m \neq \dfrac{n}{(b/a)} \\[2ex] \dfrac{b}{a} , & m = \dfrac{n}{(b/a)} \end{cases}$$

$$H^{e}_{mn} = \begin{cases} (-1)^{n} \dfrac{2m}{\pi} \dfrac{\mathrm{sen}(m\pi\frac{b}{a})}{m^2 - \dfrac{n^2}{(b/a)^2}} , & m \neq \dfrac{n}{(b/a)} \\[2ex] \dfrac{b}{a} , & m = \dfrac{n}{(b/a)} \end{cases}$$

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} \underline{H}^h & \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{0} & \underline{H}^e \end{bmatrix}$$

$\underline{H}^h$ indica o acoplamento entre os modos TE nos dois guias.

$\underline{H}^e$ indica o acoplamento entre os modos TM nos dois guias.

Não há acoplamento entre os modos TE de um guia e os modos TM do outro.

(c)

P_1^m, $\underline{H}^m$, $\underline{T}_2^m$

$$\underline{Y}_2^m = 2(\underline{T}_2^m)^{-1^\dagger} \underline{H}^{m^\dagger} \underline{P}_1^{m^\dagger} \underline{H}^m (\underline{T}_2^m)^{-1}$$

O símbolo † indica a transposta da matriz conjugada (hermitiana).

(d)

$\underline{T}_2^m$, $\underline{Y}_{02}^m$, $\underline{Y}_2^m$

$$\underline{S}_{22}^m = (\underline{T}_2^m)^{-1} (\underline{Y}_{02}^m + \underline{Y}_2^m)^{-1} (\underline{Y}_{02}^m - \underline{Y}_2^m) \underline{T}_2^m$$

(e)

$\underline{H}^m$, I , $\underline{S}^m_{22}$

$$\underline{S}^m_{12} = \underline{H}^m (I + \underline{S}^m_{22})$$

(f)

$\underline{\Omega}^m_2$, $\underline{S}^m_{12}$, $\underline{\Omega}^m_1$

$$\underline{S}^m_{21} = (\underline{\Omega}^m_2)^{-1} (\underline{S}^m_{12})^T \; \underline{\Omega}^m_1$$

O símbolo T indica transposta de uma matriz.

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \underline{S}_{11} & \underline{S}_{12} \\ \underline{S}_{21} & \underline{S}_{22} \end{bmatrix}$$

APÊNDICE C

DETERMINAÇÃO DA MATRIZ TRANSMISSÃO DE ONDA [M] DA CÉLULA UNITÁRIA DO GUIA DE ONDAS DE PLANOS PARALELOS CARREGADO CAPACITIVAMENTE

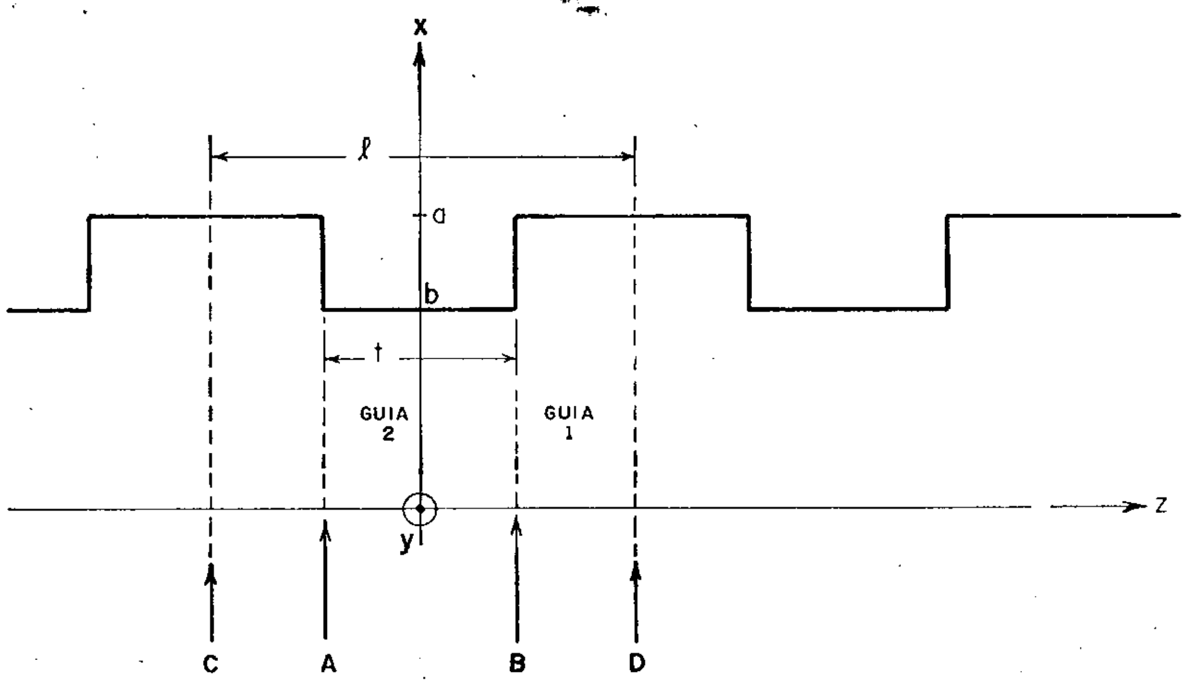
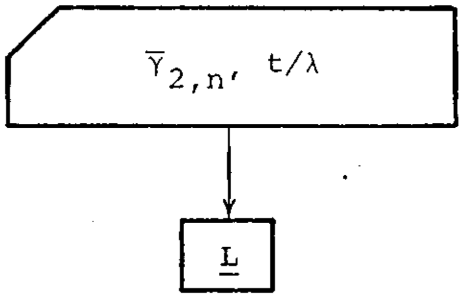


Fig. (C-1) - Guia de ondas de planos paralelos com carregamento periódico.

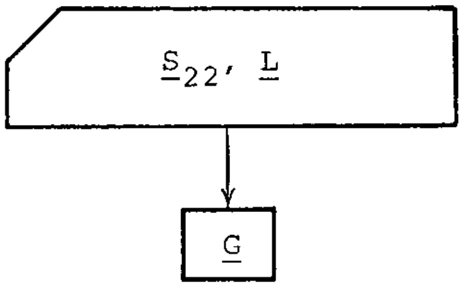
FLUXOGRAMAS RESUMIDOS

(a)



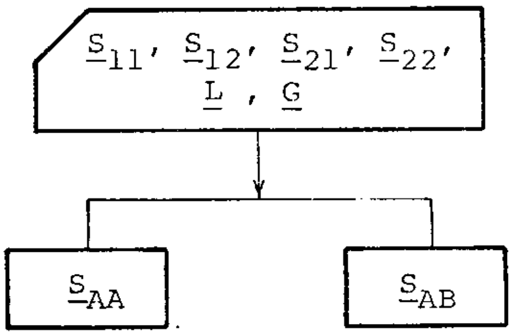
$\underline{L}$ - matriz transmissão diagonal que representa o efeito do guia de ondas 2 de comprimento t.

(b)



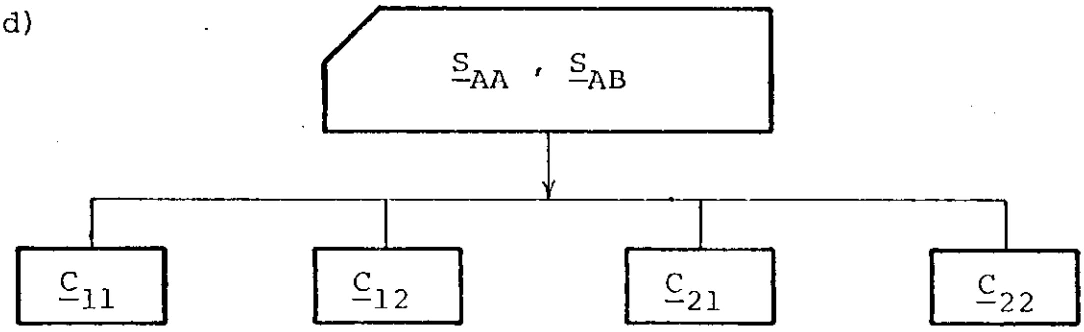
$\underline{G}$ - matriz resultante da série de Neumann (vide Apêndice A)

(c)



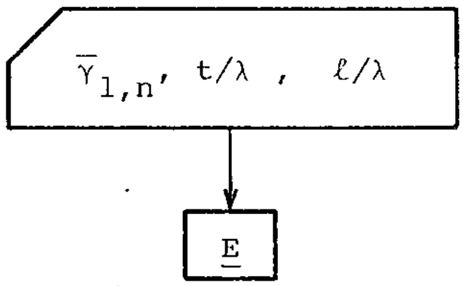
$\underline{S}_{AA}$ e $\underline{S}_{AB}$ - são submatrizes da matriz de espalhamento da junção cascateada (junção A-B)

(d)



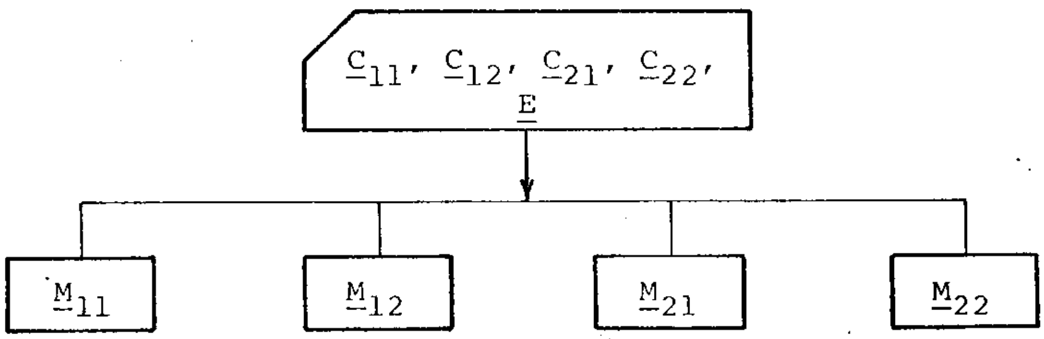
$\underline{C}_{ij}(i,j = 1,2)$ - submatriz da matriz transmissão de onda da junção cascateada.

(e)



$\underline{E}$ - matriz transmissão de onda que representa a defasagem das ondas entre os planos terminais C e A, e B e D.

(f)



$\underline{M}_{ij}$ (i,j = 1,2) - submatriz da matriz transmissão de onda da célula unitária.

FLUXOGRAMAS DETALHADOS

(a)

$\bar{\gamma}_{2,n} \quad , \quad t/\lambda$

$\downarrow$

$L_{nn} = e^{-2\pi(\bar{\gamma}_{2,n})\,(t/\lambda)}$

L_{nn} - elementos da matriz $\underline{L}$ (diagonal).

$\bar{\gamma}_{2,n}$ - $\gamma_{2,n}$ normalizado em relação a k_o.

(b)

$\underline{S}_{22} \, , \, \underline{L}$

$\downarrow$

$\underline{G} = (\underline{I} - \underline{L}\ \underline{S}_{22}\ \underline{L}\ \underline{S}_{22})^{-1}$

(c)

$\underline{S}_{11}, \underline{S}_{12}, \underline{S}_{21}, \underline{S}_{22},$
$\underline{L} \quad , \quad \underline{G}$

$\downarrow$

$\underline{S}_{AA} = \underline{S}_{11} + \underline{S}_{12}\underline{L}\ \underline{S}_{22}\ \underline{G}\ \underline{L}\ \underline{S}_{21}$

$\downarrow$

$\underline{S}_{AB} = \underline{S}_{12}\ \underline{G}\ \underline{L}\ \underline{S}_{21}$

(d)

$\underline{S}_{AA}$, $\underline{S}_{AB}$

$$\underline{C}_{11} = \underline{S}_{AB}^{-1}$$

$$\underline{C}_{12} = -\underline{C}_{11} \; \underline{S}_{AA}$$

$$\underline{C}_{21} = \underline{S}_{AA} \; \underline{C}_{11}$$

$$\underline{C}_{22} = \underline{S}_{AB} + \underline{S}_{AA} \; \underline{C}_{12}$$

(e)

$\underline{C}_{11}$, $\underline{C}_{12}$, $\underline{C}_{21}$, $\underline{C}_{22}$,
$\underline{E}_{+}$, $\underline{E}_{-}$

$$\underline{M}_{11} = \underline{E}_{+} \; \underline{C}_{11} \; \underline{E}_{+}$$

$$\underline{M}_{12} = \underline{E}_{+} \; \underline{C}_{12} \; \underline{E}_{-}$$

$$\underline{M}_{21} = \underline{E}_{-} \; \underline{C}_{21} \; \underline{E}_{+}$$

$$\underline{M}_{22} = \underline{E}_{-} \; \underline{C}_{22} \; \underline{E}_{-}$$

$\underline{E}_+$ e $\underline{E}_-$ - submatrizes (diagonais) da matriz $\underline{E}$ (diagonal)

Elementos de $\underline{E}_+$: $E_{+nn} = e^{+\pi(\overline{\gamma}_{1,n})} \; (\ell/\lambda - t/\lambda)$

Elementos de $\underline{E}_-$: $E_{-nn} = e^{-\pi(\overline{\gamma}_{1,n})} \; (\ell/\lambda - t/\lambda)$

$\overline{\gamma}_{1,n}$ - $\gamma_{1,n}$ normalizado em relação a k_o.

Dimensões matriciais (para modos TM)

MATRIZES	DIMENSÃO
$\underline{L}$, $\underline{G}$	$n_{TM}^{(2)} \times n_{TM}^{(2)}$
$\underline{S}_{AA}$, $\underline{S}_{AB}$, $\underline{E}_+$, $\underline{E}_-$,	$n_{TM}^{(1)} \times n_{TM}^{(1)}$
$\underline{C}_{ij}$, $\underline{M}_{ij}$ (i,j=1,2)	

TABELA (C-1) - Matrizes da CCPT e Dimensões Matriciais - Estrutura Periódica.

APÊNDICE D

DETERMINAÇÃO DA MATRIZ DE ESPALHAMENTO [S] DA JUNÇÃO ENTRE DOIS GUIAS DE ONDAS RETANGULARES.

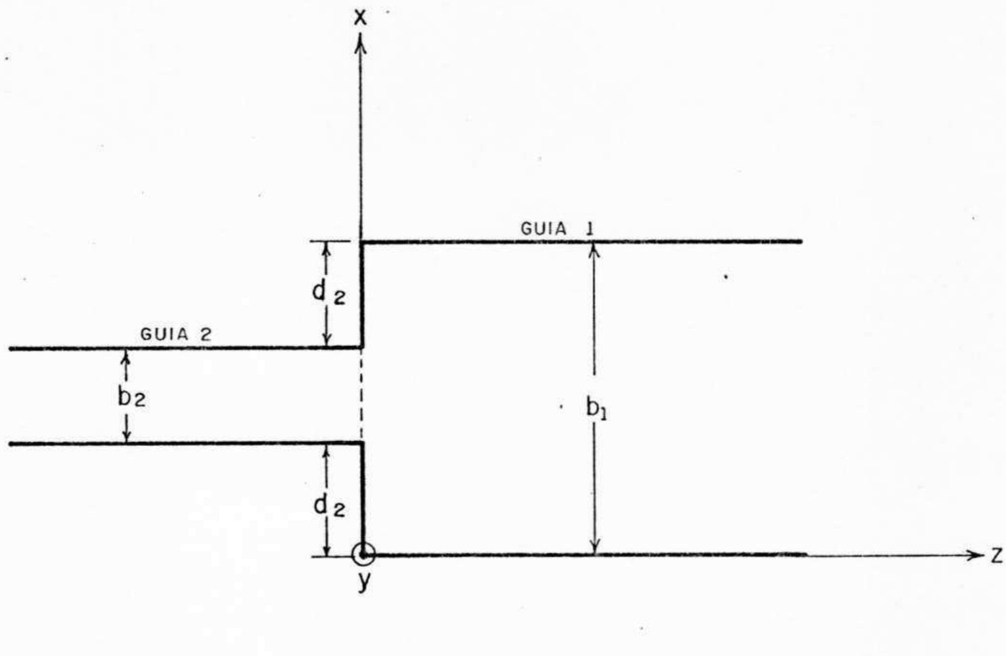
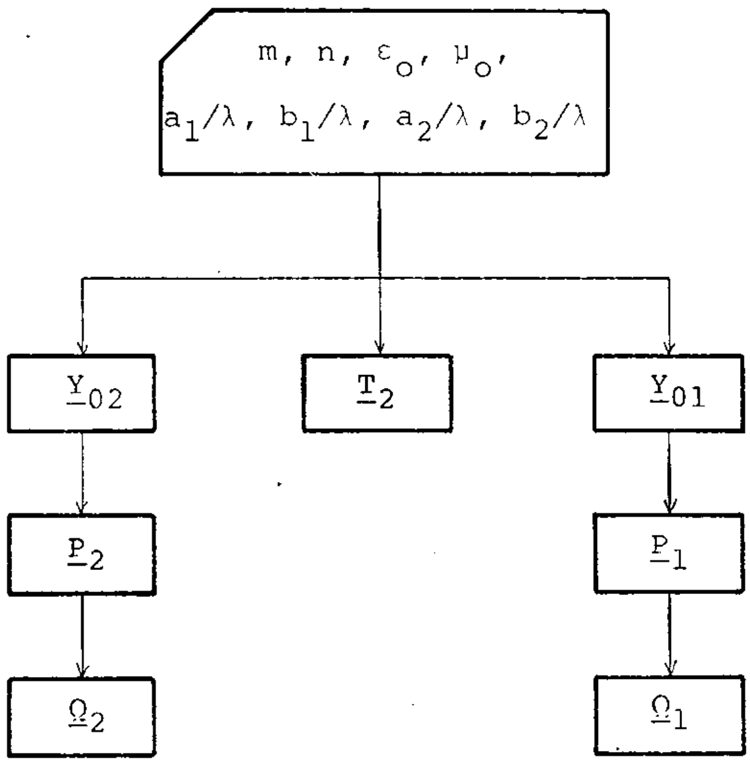


Fig. (D-1) - Junção entre dois guias de ondas retangulares.

FLUXOGRAMAS RESUMIDOS

(a)



(m,n) - índices do modo (TE_{mn} ou TM_{mn}) no guia considerado.

ε_o - permissividade do espaço livre

ε_o - permeabilidade do espaço livre

a_i/λ - maior dimensão do guia i (i=1,2), normalizada em relação ao comprimento de onda.

b_i/λ - menor dimensão do guia i(i=1,2), normalizada em relação ao comprimento de onda.

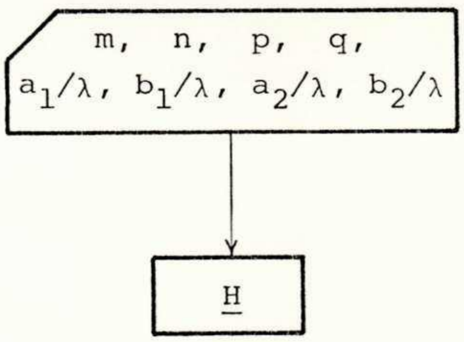
$\underline{Y}_{0i}$ (i=1,2) - matriz admitância característica do guia i (i=1,2)

$\underline{P}_i$ (i=1,2) - matriz potência complexa do guia i(i=1,2).

$\underline{Q}_i$ (i=1,2) - matriz de reciprocidade do guia i (i=1,2).

$\underline{T}_2$ - matriz dos fatores de proporcionalidade entre as amplitudes de modo e as tensões equivalentes, no guia 2.

(b)



$\underline{H}$ - matriz representativa do acoplamento entre os modos TE e TM nos dois guias.

(c)

$$\underline{P}_1,\ \underline{H},\ \underline{T}_2$$

$$\downarrow$$

$$\underline{Y}_2$$

$\underline{Y}_2$ - matriz admitância de entrada da junção vista do guia 2.

(d)

$$\underline{T}_2,\ \underline{Y}_{02},\ \underline{Y}_2$$

$$\downarrow$$

$$\underline{S}_{22}$$

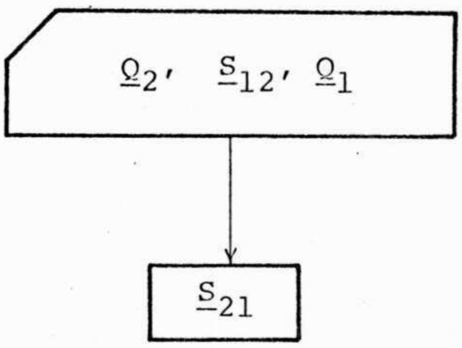
(e)

$$\underline{H}\ ,\ I\ ,\ \underline{S}_{22}$$

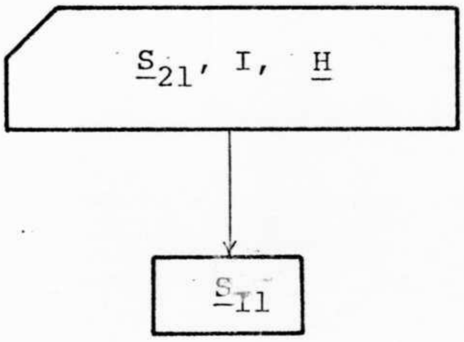
$$\downarrow$$

$$\underline{S}_{12}$$

(f)



(g)



S_{ij} (i,j=1,2) - submatriz da matriz de espalhamento [S], cujo (m,n)-ésimo elemento é a amplitude do m-ésimo modo no guia i devida à amplitude unitária do n-ésimo modo no guia j.

FLUXOGRAMAS DETALHADOS

(a)

$m, \ n, \ \varepsilon_o, \ \mu_o,$
$a_1/\lambda, \ b_1/\lambda, \ a_2/\lambda, \ b_2/\lambda$

$$\frac{\gamma_{i,mn}}{k_o} = \sqrt{\frac{(m/2)^2}{(a_i/\lambda)^2} + \frac{(n/2)^2}{(b_i/\lambda)^2} - 1}$$

$i = 1,2$

$$\frac{T^h_{2,mn}}{\lambda} = \sqrt{\frac{(a_2/\lambda)\ (b_2/\lambda)}{\varepsilon_m \ \varepsilon_n}}$$

$$r = m,n$$

$$\varepsilon_r = \begin{cases} 1, & r=0 \\ 2, & r \neq 0 \end{cases}$$

$$\frac{T^e_{2,mn}}{\lambda} = \sqrt{\frac{(a_2/\lambda)\ (b_2/\lambda)}{4}}$$

$$Y^{h}_{oi,mn} = -j\left(\frac{\gamma_{i,mn}}{k_o}\right) Y_o \qquad\qquad Y^{e}_{oi,mn} = j\left(\frac{k_o}{\gamma_{i,mn}}\right) Y_o$$

$i = 1,2$

$Y_o = \sqrt{\varepsilon_o/\mu_o}$

$$\frac{P^{h}_{i,mn}}{\lambda^2} = \frac{(a_i/\lambda)\ (b_i/\lambda)}{2\ \varepsilon_m \varepsilon_n}\ Y^{h\,*}_{oi,mn} \qquad\qquad \frac{P^{e}_{i,mn}}{\lambda^2} = \frac{(a_i/\lambda)\ (b_i/\lambda)}{8}\ Y^{e\,*}_{oi,mn}$$

$$\frac{Q^{h}_{i,mn}}{\lambda} = \frac{P^{h\,*}_{i,mn}}{\lambda} \qquad \text{(caso sem perdas)} \qquad \frac{Q^{e}_{i,mn}}{\lambda} = \frac{P^{e\,*}_{i,mn}}{\lambda}$$

$$\underline{Y}_{oi} = \begin{bmatrix} \underline{Y}^{h}_{0i} & \underset{\sim}{0} \\ & \\ \underset{\sim}{0} & \underline{Y}^{e}_{0i} \end{bmatrix} \quad ; \quad \underline{T}_{2} = \begin{bmatrix} \underline{T}^{h}_{2} & \underset{\sim}{0} \\ & \\ \underset{\sim}{0} & \underline{T}^{e}_{2} \end{bmatrix}$$

$$\underline{P}_{i} = \begin{bmatrix} \underline{P}^{h}_{i} & \underset{\sim}{0} \\ & \\ \underset{\sim}{0} & \underline{P}^{e}_{i} \end{bmatrix} \quad ; \quad \underline{Q}_{i} = \begin{bmatrix} \underline{Q}^{h}_{i} & \underset{\sim}{0} \\ & \\ \underset{\sim}{0} & \underline{Q}^{e}_{i} \end{bmatrix}$$

(b)

$m, \quad n, \quad p, \quad q,$
$a_1/\lambda, \; b_1/\lambda, \; a_2/\lambda, \; b_2/\lambda$

$$\frac{CA}{\lambda} = \frac{m\pi}{(a_1/\lambda)} \left[1 + (-1)^{m+p}\right] \frac{\text{sen}\left[\dfrac{m\pi}{2(a_1/\lambda)}\left(\dfrac{a_1}{\lambda} - \dfrac{a_2}{\lambda}\right)\right]}{\left(\dfrac{m\pi}{a_1/\lambda}\right)^2 - \left(\dfrac{p\pi}{a_2/\lambda}\right)^2} = C\left(\frac{m}{a_1/\lambda}, \frac{p}{a_2/\lambda}\right)$$

$$\frac{m}{a_1/\lambda} \neq \frac{p}{a_2/\lambda}$$

$$\frac{CB}{\lambda} = \frac{n\pi}{(b_1/\lambda)} \left[1 + (-1)^{n+q}\right] \frac{\text{sen}\left[\dfrac{n\pi}{2(b_1/\lambda)}\left(\dfrac{b_1}{\lambda} - \dfrac{b_2}{\lambda}\right)\right]}{\left(\dfrac{n\pi}{b_1/\lambda}\right)^2 - \left(\dfrac{q\pi}{b_2/\lambda}\right)^2} = C\left(\frac{n}{b_1/\lambda}, \frac{q}{b_2/\lambda}\right)$$

$$\frac{n}{b_1/\lambda} \neq \frac{q}{b_2/\lambda}$$

$$\boxed{\frac{CA}{\lambda} = \frac{(a_1/\lambda)}{\varepsilon_m}}$$

$$\Big\downarrow \quad \frac{m}{a_1/\lambda} = \frac{p}{a_2/\lambda}$$

$$\boxed{\frac{CB}{\lambda} = \frac{(b_1/\lambda)}{\varepsilon_m}}$$

$$\Big\downarrow \quad \frac{n}{b_1/\lambda} = \frac{q}{b_2/\lambda}$$

$$\boxed{SA = \frac{p\ (a_1/\lambda)}{m\ (a_2/\lambda)}\ CA = S\left(\frac{m}{a_1/\lambda}\ ,\ \frac{p}{a_2/\lambda}\right)}$$

$$\Big\downarrow \quad \frac{m}{a_1/\lambda} \neq \frac{p}{a_2/\lambda}$$

$$SB = \frac{q\,(b_1/\lambda)}{n\,(b_2/\lambda)} \qquad CB = S\left(\frac{n}{b_1/\lambda}\,,\,\frac{q}{b_2/\lambda}\right)$$

$$\frac{n}{b_1/\lambda} \neq \frac{q}{b_2/\lambda}$$

$$\lambda k_{c_{1,mn}} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a_1/\lambda}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b_1/\lambda}\right)^2}$$

$$\lambda k_{c_{2,mn}} = \sqrt{\left(\frac{p\pi}{a_2/\lambda}\right)^2 + \left(\frac{q\pi}{b_2/\lambda}\right)^2}$$

$$\frac{ICASB}{\lambda^2} = \frac{4\pi^2 \, (CA/\lambda) \, (SB/\lambda)}{(a_1/\lambda) \, (b_1/\lambda) \, (\lambda k_{c_{1,mn}}) \, (\lambda k_{c_{2,pq}})} = I\left(\frac{m}{a_1/\lambda}, \frac{p}{a_2/\lambda}, \frac{n}{b_1/\lambda}, \frac{q}{b_2/\lambda}\right)$$

$$\frac{ICBSA}{\lambda^2} = \frac{4\pi^2 \, (CB/\lambda) \, (SA/\lambda)}{(a_1/\lambda) \, (b_1/\lambda) \, (\lambda k_{c_{1,mn}}) \, (\lambda k_{c_{2,pq}})} = I\left(\frac{n}{b_1/\lambda}, \frac{q}{b_2/\lambda}, \frac{m}{a_1/\lambda}, \frac{p}{a_2/\lambda}\right)$$

$$A_{mn,pq} = \frac{nq}{(b_1/\lambda) \, (b_2/\lambda)} \, \frac{ICASB}{\lambda^2} + \frac{mp}{(a_1/\lambda) \, (a_2/\lambda)} \, \frac{ICBSA}{\lambda^2}$$

$$B_{mn,pq} = \frac{np}{(b_1/\lambda)\ (a_2/\lambda)} \frac{ICASB}{\lambda^2} - \frac{mq}{(a_1/\lambda)\ (b_2/\lambda)} \frac{ICBSA}{\lambda^2}$$

$$C_{mn,pq} = \frac{mq}{(a_1/\lambda)\ (b_2/\lambda)} \frac{ICASB}{\lambda^2} - \frac{np}{(b_1/\lambda)\ (a_2/\lambda)} \frac{ICBSA}{\lambda^2}$$

$$D_{mn,pq} = \frac{mp}{(a_1/\lambda)\ (a_2/\lambda)} \frac{ICASB}{\lambda^2} + \frac{nq}{(b_1/\lambda)\ (b_2/\lambda)} \frac{ICBSA}{\lambda^2}$$

$$\underline{H} = H_{mn,pq} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{mn,pq} & \underline{B}_{mn,pq} \\ \underline{C}_{mn,pq} & \underline{D}_{mn,pq} \end{bmatrix}$$

$\underline{A}$ indica o acoplamento entre os modos TE nos dois guias.

$\underline{B}$ indica o acoplamento entre os modos TM no guia menor e os modos TE no guia maior.

$\underline{C}$ indica o acoplamento entre os modos TE no guia menor e os modos TM no guia maior.

$\underline{D}$ indica o acoplamento entre os modos TM nos dois guias.

(c)

$$\underline{P}_1 \, , \; \underline{H} \, , \; \underline{T}_2$$

$$\downarrow$$

$$\underline{Y}_2 = 2 \; (\underline{T}_2^{-1})^{\dagger} \; \underline{H}^{\dagger} \; \underline{P}_1{}^{\dagger} \; \underline{H} \; (\underline{T}_2^{-1})$$

(d)

$$\underline{T}_2 \, , \; \underline{Y}_{02} , \; \underline{Y}_2$$

$$\downarrow$$

$$\underline{S}_{22} = (\underline{T}_2^{-1}) \; (\underline{Y}_{02} + \underline{Y}_2)^{-1} \; (\underline{Y}_{02} - \underline{Y}_2) \; \underline{T}_2$$

(e)

$$\underline{H}\ ,\ I\ ,\ \underline{S}_{22}$$

$$\downarrow$$

$$\underline{S}_{12} = \underline{H}\ (I + \underline{S}_{22})$$

(f)

$$\underline{Q}_2\ ,\ \underline{S}_{12},\ \underline{Q}_1$$

$$\downarrow$$

$$\underline{S}_{21} = (\underline{Q}_2^{-1})\ (\underline{S}_{12})^T\ \underline{Q}_1$$

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \underline{S}_{11} & \underline{S}_{12} \\ & \\ \underline{S}_{21} & \underline{S}_{22} \end{bmatrix}$$

A amplitude do (m,n)-ésimo modo espalhado no guia de ondas i (i=1,2) devido à amplitude unitária do (p,q)-ésimo modo no guia de ondas j(j=1,2) é, por definição, o elemento (mn, pq) da matriz $\underline{S}_{ij}$.

APÊNDICE E

DETERMINAÇÃO DA MATRIZ TRANSMISSÃO DE ONDA [M] DA CÉLULA UNITÁRIA DO GUIA DE ONDAS RETANGULAR PERIODICAMENTE CARREGADO

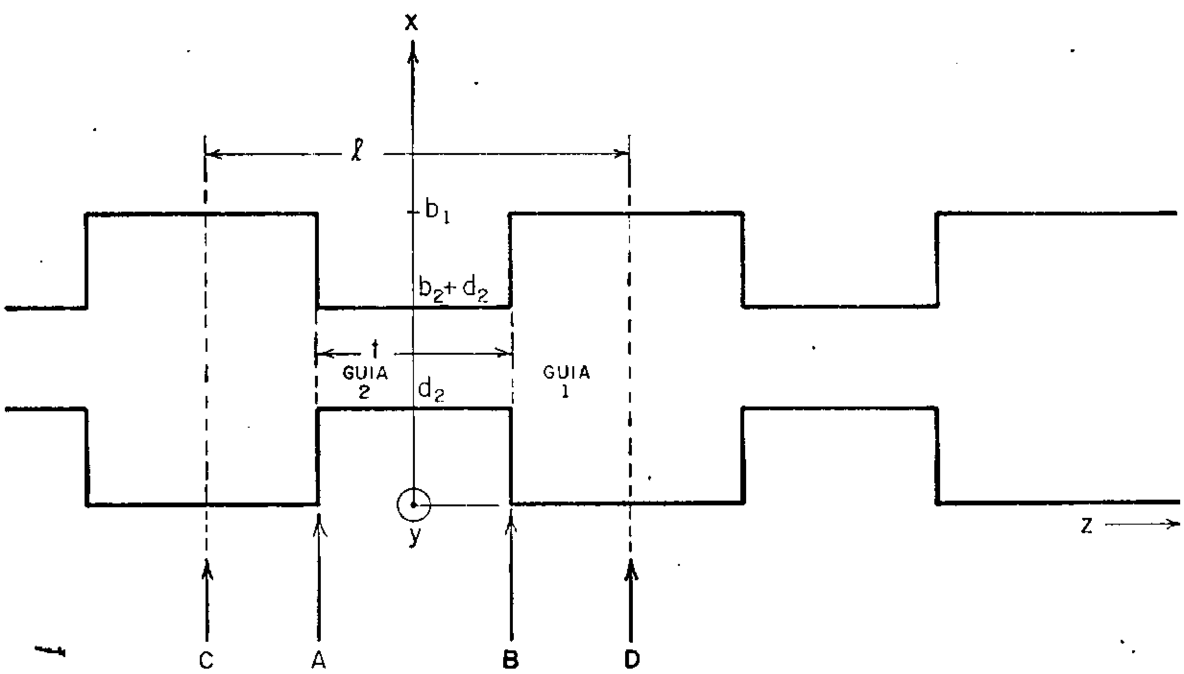
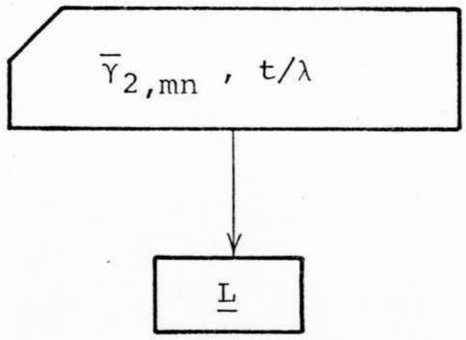


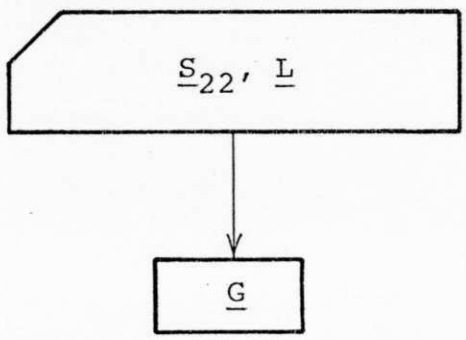
Fig. (E.1) - Guia de ondas retangular com carregamento periódico.

FLUXOGRAMAS RESUMIDOS

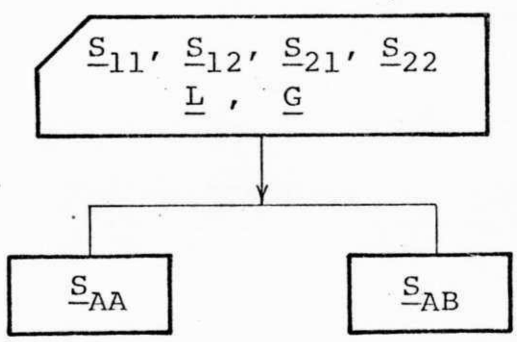
(a)



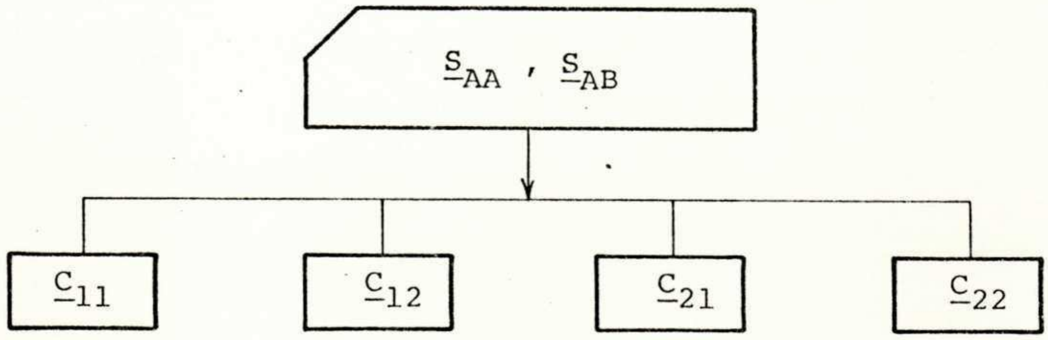
(b)



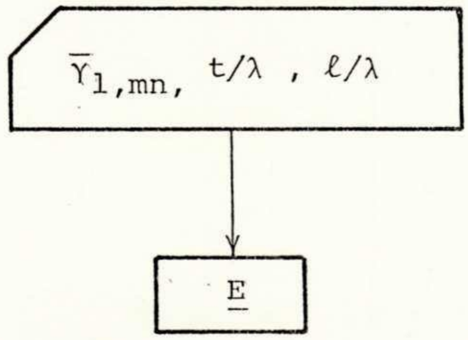
(c)



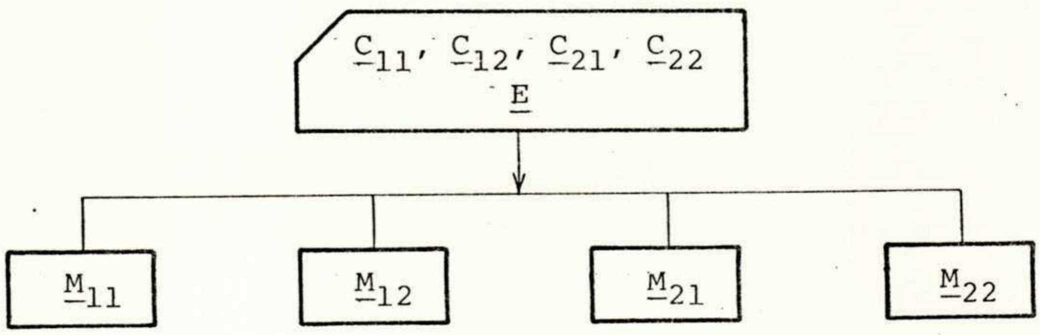
(d)


$\underline{S}_{AA}$, $\underline{S}_{AB}$
$\underline{C}_{11}$
$\underline{C}_{12}$
$\underline{C}_{21}$
$\underline{C}_{22}$

(e)


$\overline{\Upsilon}_{1,mn}$, t/λ , ℓ/λ
$\underline{E}$

(f)


$\underline{C}_{11}$, $\underline{C}_{12}$, $\underline{C}_{21}$, $\underline{C}_{22}$
$\underline{E}$
$\underline{M}_{11}$
$\underline{M}_{12}$
$\underline{M}_{21}$
$\underline{M}_{22}$

FLUXOGRAMAS DETALHADOS

(a)

$\overline{\gamma}_{2,mn}, \quad t/\lambda$

$\downarrow$

$L_{nn} = e^{-2\pi(\overline{\gamma}_{2,mn})\,(t/\lambda)}$

(b)

$\underline{S}_{22}, \ \underline{L}$

$\downarrow$

$\underline{G} = (I - \underline{L}\ \underline{S}_{22}\ \underline{L}\ \underline{S}_{22})^{-1}$

(c)

$\underline{S}_{11}, \ \underline{S}_{12}, \ \underline{S}_{21}, \ \underline{S}_{22},$
$\underline{L}\ , \ \underline{G}$

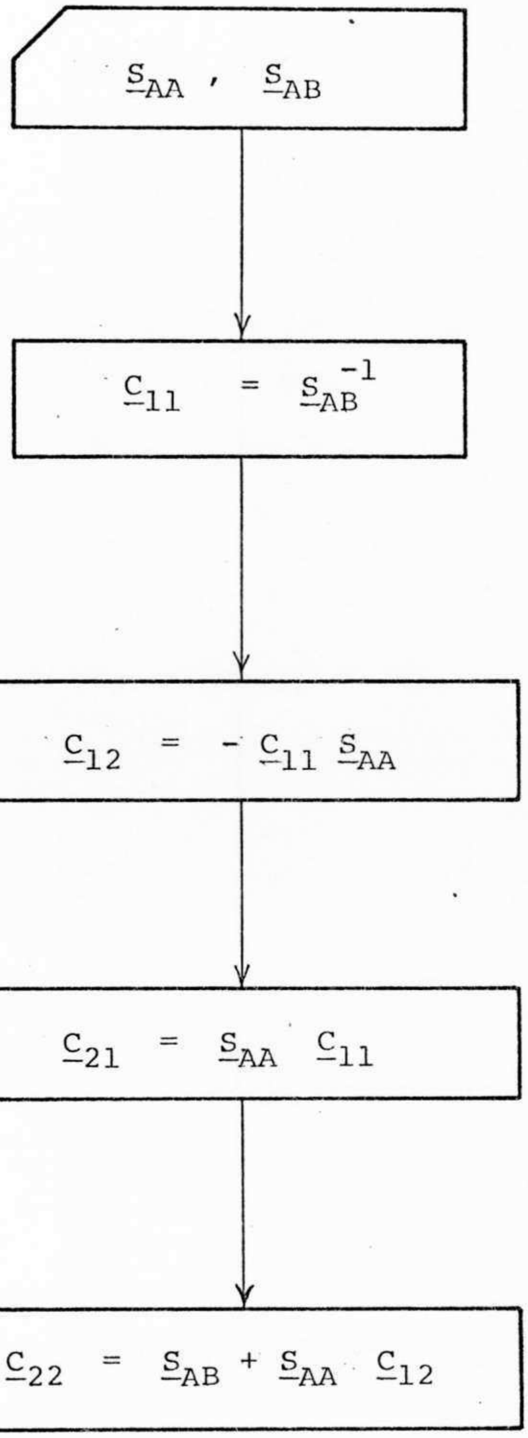
$\downarrow$

$\underline{S}_{AA} = \underline{S}_{11} + \underline{S}_{12}\ \underline{L}\ \underline{S}_{22}\ \underline{G}\ \underline{L}\ \underline{S}_{21}$

$\downarrow$

$\underline{S}_{AB} = \underline{S}_{12}\ \underline{G}\ \underline{L}\ \underline{S}_{21}$

(d)



$\underline{S}_{AA}$, $\underline{S}_{AB}$
$\underline{C}_{11} = \underline{S}_{AB}^{-1}$
$\underline{C}_{12} = - \underline{C}_{11} \underline{S}_{AA}$
$\underline{C}_{21} = \underline{S}_{AA} \underline{C}_{11}$
$\underline{C}_{22} = \underline{S}_{AB} + \underline{S}_{AA} \underline{C}_{12}$

(e)

$\underline{C}_{11}, \underline{C}_{12}, \underline{C}_{21}, \underline{C}_{22},$

$\underline{E}_{+} \, , \quad \underline{E}_{-}$

$$\underline{M}_{11} = \underline{E}_{+} \, \underline{C}_{11} \, \underline{E}_{+}$$

$$\underline{M}_{12} = \underline{E}_{+} \, \underline{C}_{12} \, \underline{E}_{-}$$

$$\underline{M}_{21} = \underline{E}_{-} \, \underline{C}_{21} \, \underline{E}_{+}$$

$$\underline{M}_{22} = \underline{E}_{-} \, \underline{C}_{22} \, \underline{E}_{-}$$

Elementos de $\underline{E}_{+}$: $E_{+nm} = e^{+\,\pi(\overline{\gamma}_{1,mn})\,(\ell/\lambda\ -\ t/\lambda)}$

Elementos de $\underline{E}_{-}$: $E_{-nm} = e^{-\,\pi(\overline{\gamma}_{1,mn})\,(\ell/\lambda\ -\ t/\lambda)}$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] LEBEDEV, I., "Microwave Engineering", Mir Publishers, Moscow, 1973.

[2] SOOHOO, Ronald F., "Microwave Electronics" - Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1971.

[3] COLLIN, R. E., "Engenharia de Microondas" - Guanabara Dois, 1979.

[4] CAMPBELL, G. A., "On Loaded Lines in Telephonic Transmission", Phil. Mag., Vol. 5, p. 319, 1903.

[5] HARVEY, A. F., "Periodic and Guiding Structures at Microwave Frequencies," IRE Trans. on Microwave Theory Tech., Vol. MTT-8, pp. 30-61, Jan., 1960.

[6] CHU, E. L. and HANSEN, W. W., "The Theory of disk-loaded waveguides," J. Appl. Phys., Vol. 18, pp.996 , 1947.

[7] LINES, A. W., NICCOLL, G. R. and WOODWARD A. M., "Some

properties of waveguides with periodic structures", Proc. IEE, vol. 97, pt. III, pp. 263-276, July, 1950.

[8] SLATER, J. C., "Microwave Electronics", D. Van Nostrand Co. Inc., New York, 1950.

[9] RAMO, WHINNERY e DUZER, Van, "Campos e Ondas em Eletrônica das Comunicações", Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1981.

[10] RIZZOLI, Vittorio and LIPPARINI, Alessandro, "Bloch-Wave Analysis of Stripline - and Microstrip - Array Slow-Wave Structures", IEEE Trans.Microwave Theory Tech., Vol. MTT - 29, pp. 143-150, Febr., 1981.

[11] PERINI, Jose, "Periodically Loaded Transmission Lines", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-28, pp. 1029-1031, Sep., 1980.

[12] SAFAVI-NAINI, Reza and MACPHIE, Robert H., "On Solving Waveguide Junction Scattering Problems by the Conservation of Complex Power Technique", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-29, pp. 337-343, 1981.

[13] SAFAVI-NAINI, Reza, "On Solving Waveguide Junction

Scattering Problems by the Conservation of Complex Power Technique", Ph.D. Dissertation, University of Waterloo, Ontario, Canada, Mar.,1979.

[14] ASFAR, Omar Rafik and NAYFEH, Ali Hasan, "Circular Waveguide with Sinusoidally Perturbed Walls", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-23, pp. 728-734, 1975.

[15] TSAO, Chich-Hsing, "A Spectral-Iteration Approach for Analysing Scattering from Frequency Selective Surfaces", IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol. AP-30, pp. 303-308, Mar., 1982.

[16] MATTHAEI, G. L., YOUNG, L., and JONES, E. M. T., "Microwave Filters, Impedance-matching Networks, and Coupling Structures", McGraw-Hill Book Company, New York, 1964.

[17] VANKOUGHNETT, A. L., and DUNN, J. G., "Doubly Corrugated Chokes for Microwave Heating Systems", Journal of Microwave Power, 8(1), pp. 101-110, 1973.

[18] COLLIN, R. E., "Field Theory of Guided Waves",McGraw Hill, New York, 1960.

[19] MARCUVITZ, N., "Waveguide Handbook", McGraw-Hill Book

Company, Inc., 1951.

[20] SICH, E. M. and MACPHIE, R. H., "The Conservation of Complex Power Technique and E-Plane Step-Diaphragm Junction Discontinuities", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-30, pp.198-201, February, 1982.

[21] SAFAVI-NAINI, Reza and MACPHIE, Robert H., "Scattering at Rectangular-to-Rectangular Waveguide Junctions", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-30, pp. 2060-2063, November, 1982.

[22] THOMASSEN, Keith I., "Introduction to Microwave Fields and Circuits". New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1971.

[23] GANS, Michael J., "A General Proof of Floquet's Theorem", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-13, pp. 384-385, May, 1965.

[24] VUORINEN, Paavo A., Notas de Aula.

[25] ALTMAN, Jerome L., "Microwave Circuits", D. Van Nostrand Company, Inc., Canada, 1964.

[26] REICH, SKALNIK, ORDUNG & KRAUSS, "Microwave Principles", D. Van Nostrand Company, Inc., Canada, 1966.

[27] ATWATER, H. A., "Introduction to Microwave Theory". Kogakusha Company, Ltd., Tokyo, 1962.

[28] SIMS and STEPHENSON, "Microwave Tubes and Semiconductor Devices", Blackie and Son Limited., London and Glasgow, 1963.

[29] KUROKAWA, K. "An Introduction to the Theory of Microwave Circuits", Academic Press, Inc., New York, 1969.

[30] CREPEAU, P. J. and McISAAC, P. R., "Consequences of Symmetry in Periodic Structures", Proceedings of the IEEE, pp. 33-43, Jan., 1964.

[31] MITTRA, R. and LEE, S. W., "Analytic Techniques in the Theory of Guided Waves", MacMillan, New York, 1971.

[32] MACPHIE, Robert H., Notas de Aula.

[33] MOLER, C.B. and STEWART, G. W., "An Algorithm for Generalized Matrix Eigenvalue Problems", SIAM J. Numer. Anal. 10, pp. 241-256, April, 1973.

[34] GARBOW, Burton S., "The QZ Algorithm To Solve the Generalized Eigenvalue Problem for Complex Matrices", ACM Trans. Mathmatical Software, Vol. 4, Nº 4, pp.404-410, December, 1978.

[35] BROWN, J., "A Theoretical Study of Some Artificial Dielectrics", Ph.D. Thesis, University of London, 1954.