

ALOCAÇÃO ÓTIMA DE POTÊNCIA
REATIVA EM SISTEMAS DE POTÊNCIAS

MANOEL FÍRMINO DE MEDEIROS JÚNIOR

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
JULHO / 1979

1. Introdução
2. Objetivos
3. Metodologia
4. Resultados
5. Conclusões

Cap
011-3.016.2.1001
1979



M488a Medeiros Junior, Manoel Firmino de
Alocacao otima de potencia reativa em sistemas de
potencias / Manoel Firmino de Medeiros Junior. - Campina
Grande, 1979.
73 f. : il.

Dissertacao (Mestrado em Engenharia Eletrica) -
Universidade Federal da Paraiba, Centro de Ciencias e
Tecnologia.

1. Potencia (Engenharia Eletrica) 2. Potencia Reativa 3.
Correntes em Linhas - 4. Perdas Ativas - 5. Engenharia
Eletrica 6. Dissertacao I. Cavalcanti, Drumond Xavier, Dr.
II. Universidade Federal da Paraiba - Campina Grande (PB)
III. Título

CDU 621.3.016.2(043)

- A G R A D E C I M E N T O S -

Agradeço a todos que prestaram colaboração indispensável à elaboração deste Trabalho : aos funcionários do Centro de Processamento de Dados da UFPb - Campina Grande e do Núcleo de Processamento de Dados da UFRN - Natal , por facilitarem a obtenção dos resultados relativos ao Capítulo 4 ; à datilógrafa Vera De Felippes , pela organização estética e serviços datilográficos ; à professora Marly Medeiros , pela revisão do manuscrito e correção do que foi necessário. Agradecimento especial devo ao professor Dr. Drumond Xavier Cavalcanti que tão dignamente exerceu a sua função de Orientador , corrigindo as partes mal formuladas , incentivando nos momentos difíceis , apresentando idéias , imbuindo-me do gosto pela pesquisa .

O autor.

- S Í N T E S E -

Apresentamos neste trabalho dois métodos de alocação ótima de potência reativa : o método de minimização de correntes em linhas e o método de minimização de perdas ativas. Como os dois métodos utilizam elementos da matriz impedância de barra, desenvolvemos as equações de um fluxo de carga ZBUS , já que a matriz impedância tinha que ser armazenada. Investigamos a introdução de restrições de desigualdade e apresentamos uma maneira de introduzi-las que garante uma solução factível.

Nos Capítulos 2 e 3 expomos a formulação matemática dos métodos ; mostramos, no Capítulo 4 , os resultados de aplicação aos sistemas utilizados para testes e, no Capítulo 5 , fazemos alguns comentários conclusivos.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO :-

O problema do Despacho Econômico pode ser definido como uma busca do mínimo da função custo de combustível nas unidades de geração térmica, quando são consideradas as diversas restrições operacionais práticas, tais como os limites de geração de potência ativa e reativa, os limites em módulo de tensão e o máximo fluxo de potência nas linhas, conhecidas a geração hidráulica e a representação das cargas.

Para sistemas que não possuem geração térmica, o Despacho Econômico reduz-se à alocação de potência reativa nas várias barras do sistema, e/ou ajuste de taps de transformadores, visando ao mínimo de perdas ativas ou ao mínimo de corrente nas linhas de transmissão e trafos, respeitadas as restrições operacionais. Este é o caso típico da maioria dos Sistemas de Distribuição, que não têm geração própria para atender a sua demanda e suprir as perdas ativas.

Quando a demanda é pequena, a operação com mínimo de perdas tende a violar os limites máximos de tensão. À medida que a demanda cresce, o perfil ótimo de tensão diminui e as linhas de transmissão se sobrecarregam, tendendo a violar os seus limites de transporte. Nesse caso, o objetivo principal passa a ser a minimização de corrente nas linhas sobrecarregadas. Poucos trabalhos foram feitos com esse objetivo.

Mamandur e Berg (1) desenvolveram uma técnica para minimizar o acréscimo de custo operacional, procurando evitar sobrecargas em linhas e transformadores, depois de ocorrida uma contingência. Esse método utiliza elementos da matriz jacobiana envolvida no fluxo de carga Newton-Raphson para obter as relações de sensibilidade entre os fluxos de potência através das linhas e a injeção de potência ativa nas diversas barras de geração térmica. Daniels e Chen (2) propuseram um método que utiliza um fluxo de carga linear, com os parâmetros da matriz impedância do sistema, mas apenas minimiza a soma dos quadrados dos acréscimos de custo operacional. Ambos os métodos são inadequados para sistemas que não possuem geração térmica. Serafim (3) desenvolveu um método de minimização de correntes em linhas, utilizando parâmetros das matrizes impedância e admitância de barra, que pode ser usado em conjunto com um despacho de potência ativa, ou isoladamente. Esse método não leva em con

ta as restrições em módulo de tensão.

O método de minimização de correntes apresentado neste trabalho é uma variação daquele desenvolvido por Serafim. Todos os parâmetros utilizados na otimização são função dos elementos da matriz impedância de barra e um fluxo de carga ZBUS Gauss - Seidel foi desenvolvido, o que permitiu uma redução na quantidade de memória exigida. Além disso, todas as restrições operacionais (inclusive em módulo de tensão) foram consideradas.

O problema de mínimo de perdas por alocação de reativos tem merecido alguma atenção na literatura técnica em geral, principalmente combinado a um despacho de potência ativa. Na formulação apresentada por Tsang (4), a solução é obtida igualando a zero as derivadas da potência gerada na barra slack, com relação às potências reativas geradas. Restrições sobre nível de tensão são consideradas colocando-se a tensão no limite violado e transformando no tipo PV as barras que têm tensão fora da faixa, provocada pela alocação de reativos. Este procedimento pode levar à infactibilidade da solução alcançada. A fixação da tensão no limite violado pode acarretar a violação do limite oposto de reativo na mesma barra, dependendo da situação de reativos nas demais. Norimatsu e Tazumi (5) resolvem o problema, em conjunto com um despacho de potência ativa. Utilizou um método de gradiente e um fluxo de carga Newton - Raphson com inversão da matriz jacobiana do sistema a cada iteração, o que requer muito tempo de computação. Dopazo (6) utilizou também um método de gradiente, tendo como suporte uma equação de perdas, deduzida em função das variáveis de controle e estado do sistema e de parâmetros da matriz impedância de barra. Para levar em conta as restrições de tensão no decorrer do processo, foi utilizada uma relação de sensibilidade linearizada, através da qual a potência reativa alocada é reajustada para trazer a tensão de máximo para o limite da faixa.

Para resolver o problema de mínimo de perdas, desenvolvemos um programa do tipo apresentado por Dopazo, sendo que usamos um fluxo de carga ZBUS e um critério de ajuste de tensão diferente. As tensões são modificadas proporcionalmente ao desvio máximo e as barras mudam de tipo (exceto a slack), de tal forma que a tensão de maior desvio fique no limite excedido. Dessa forma, as barras que atingem limite de tensão são excluídas do processo de otimização e permanecem com tensão controlada até que a convergência seja atingida nas outras barras. Quando isto acontece, a condição de Kuhn - Tucker é aplicada para verificar se o ótimo foi alcançado. Essa maneira de introduzir restrição em módulo de tensão também foi usada no problema de minimização de correntes.

Os programas desenvolvidos foram também testados em conjunto com um despacho de potência ativa do tipo descrito por Drumond (7) e os resultados obtidos foram equivalentes aos apresentados em outras publicações.

Nos capítulos seguintes apresentamos o desenvolvimento teórico dos métodos e a sua aplicação aos problemas considerados. No apêndice I apresentamos um resumo do fluxo de carga ZBUS que foi utilizado nos métodos de otimização.

CAPÍTULO 2

- MINIMIZAÇÃO DE CORRENTES EM LINHAS

DE TRANSMISSÃO OU DISTRIBUIÇÃO :-

I.- O Problema da Otimização :-

Chamamos, aqui, de otimização, ao processo de busca de um ponto extremo absoluto de uma função $f(x)$, em uma região limitada por restrições de igualdade ou desigualdade. A função $f(x)$, a ser otimizada é denominada "função objetivo". Ela pode ser uma função linear ou não linear de uma ou mais variáveis. Restrições de igualdade ou desigualdade podem ser impostas às variáveis de controle (x), bem como às variáveis de estado (v). No nosso caso, a função a ser otimizada é não linear e as variáveis de controle e estado são potência reativa e módulo de tensão, respectivamente.

Neste capítulo, optamos pelo método dos multiplicadores de Lagrange, por se tratar de uma técnica de desenvolvimento simples e que dá excelentes resultados, apesar de ser uma das mais antigas.

II- Método dos Multiplicadores de Lagrange :-

II.1- Um Problema Simplificado :-

Suponhamos que queremos encontrar os extremos relativos da

função :

$$C = f(x_1, x_2) \quad (1) ,$$

submetida à restrição de igualdade :

$$g(x_1, x_2) = K \quad (2) ,$$

onde K é uma constante e f e g são funções reais de classe C^2 .

Derivando (1) e (2) em relação a x_1 , temos :

$$\frac{dC}{dx_1} = \frac{\partial f}{\partial x_1} + \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dx_1} \quad (3)$$

$$\frac{dK}{dx_1} = \frac{\partial g}{\partial x_1} + \frac{\partial g}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dx_1} = 0 \quad (4) .$$

Da condição necessária para extremo relativo ($\frac{dC}{dx_1} = 0$), vem :

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} + \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dx_1} = 0 \quad (5) .$$

Eliminando $\frac{dx_2}{dx_1}$ em (4) e (5), temos :

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{-\partial g / \partial x_1}{\partial g / \partial x_2} = \frac{-\partial f / \partial x_1}{\partial f / \partial x_2}$$

ou

$$\frac{\partial g / \partial x_1}{\partial g / \partial x_2} = \frac{\partial f / \partial x_1}{\partial f / \partial x_2} \quad (6) .$$

As equações (6) e (2) juntas dão os extremos relativos e pontos de inflexão da função $C = f(x_1, x_2)$, na região limitada pela restrição $g(x_1, x_2) = K$. Os testes já bem conhecidos para identificar a natureza dos pontos singulares devem ser aplicados posteriormente.

Uma maneira mais formal de apresentar a solução do problema é a seguinte :

$$\text{Tomemos } h = \frac{-\partial f / \partial x_1}{\partial g / \partial x_1} = \frac{-\partial f / \partial x_2}{\partial g / \partial x_2} \quad (7) .$$

Podemos decompor (7) no sistema :

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} + h \cdot \frac{\partial g}{\partial x_1} = 0$$

, onde h é um multiplicador de Lagrange.

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} + h \cdot \frac{\partial g}{\partial x_2} = 0$$

Definimos uma função objetivo ou custo aumentada :

$$C^* = f(x_1, x_2) + h \cdot g(x_1, x_2) \quad (8) .$$

Dessa forma, a condição necessária para extremo relativo é :

$$\frac{\partial C^*}{\partial x_1} = 0$$

(9) .

$$\frac{\partial C^*}{\partial x_2} = 0$$

II.2-Método de Lagrange Generalizado :-

Apresentamos aqui uma generalização do método de Lagrange pa-

ra o caso em que temos apenas restrições de igualdade. Posteriormente, introduziremos as restrições de desigualdade nas variáveis de controle e estado, quando tratando do problema específico.

Seja a função custo :

$$C = C(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

e as restrições de igualdade :

$$\begin{aligned} r_1 &= r_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = K_1 \\ r_2 &= r_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = K_2 \\ &\vdots \\ r_m &= r_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = K_m \end{aligned} \quad (10) ,$$

onde K_i , $i = 1, \dots, m$ são constantes.

Definimos a função custo aumentada :

$$C^* = C + h_1 r_1 + h_2 r_2 + \dots + h_m r_m \quad (11) ,$$

onde foi introduzido um multiplicador de Lagrange para cada restrição de igualdade. De (11), obtemos :

$$dC^* = dC + h_1 dr_1 + \dots + h_m dr_m$$

ou

$$dC^* = \frac{\partial C}{\partial x_1} dx_1 + \dots + \frac{\partial C}{\partial x_n} dx_n + h_1 \left(\frac{\partial r_1}{\partial x_1} dx_1 + \dots \right)$$

$$+ \frac{\partial r_1}{\partial x_n} dx_n) + \dots + h_m \left(\frac{\partial r_m}{\partial x_1} dx_1 + \dots + \frac{\partial r_m}{\partial x_n} dx_n \right)$$

ou ainda :

$$dC^* = \frac{\partial C}{\partial x_1} dx_1 + \dots + \frac{\partial C}{\partial x_n} dx_n + dx_1 \left(h_1 \frac{\partial r_1}{\partial x_1} + \dots + h_m \frac{\partial r_m}{\partial x_1} \right) + dx_2 \left(h_1 \frac{\partial r_1}{\partial x_2} + \dots + h_m \frac{\partial r_m}{\partial x_2} \right) + \dots + dx_n \left(h_1 \frac{\partial r_1}{\partial x_n} + \dots + h_m \frac{\partial r_m}{\partial x_n} \right)$$

Em forma matricial, fica :

$$dC^* = \underline{dx}^t \left[\frac{\partial C}{\partial \underline{x}} + \frac{\partial r}{\partial \underline{x}} \cdot \underline{h} \right] \quad (12),$$

onde :

$$\underline{dx}^t = [dx_1 \dots dx_n], \quad \underline{h}^t = [h_1 \dots h_m]$$

$$\frac{\partial C}{\partial \underline{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial C}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial C}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad \frac{\partial r}{\partial \underline{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial r_m}{\partial x_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial r_1}{\partial x_n} & \dots & \frac{\partial r_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

Verificamos em (12) que a condição necessária para extremo

relativo é :

$$\frac{\partial C}{\partial \underline{x}} + \frac{\partial r}{\partial \underline{x}} \cdot \underline{h} = \underline{0} \quad (13) ,$$

onde $\underline{0}$ é um vetor coluna nulo .

É fácil de observar que, para problemas que envolvem apenas uma restrição de igualdade, a equação (13) torna-se :

$$\frac{\partial C}{\partial \underline{x}} + h \frac{\partial r}{\partial \underline{x}} = \underline{0} \quad (14) ,$$

sendo h o único multiplicador de Lagrange requerido e

$$\frac{\partial r}{\partial \underline{x}} \text{ o vetor } \left[\frac{\partial r}{\partial x_1} \dots \frac{\partial r}{\partial x_n} \right]^t .$$

III:- O Problema da Minimização de Correntes :-

No projeto de linhas de transmissão ou distribuição de energia elétrica, alguns fatores tais como velocidade máxima do vento, temperatura ambiente, etc., são determinantes do cálculo do limite térmico, que é uma restrição à máxima potência que pode ser transportada por uma linha. A violação do limite térmico leva a uma redução na vida útil dos condutores, além de provocar uma flecha que pode comprometer a distância mínima ao solo. Nesse caso, cabe minimizar as correntes nas linhas sobrecarregadas, o que corresponde, aproximadamente, a minimizar o fluxo de potência reativa.

Para atender ao nosso objetivo, escolhemos a função custo (3):

$$C = \sum_{i=1}^{NB} \frac{1}{2} (QG_i - QC_i)^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{NB} Q_i^2$$

onde :

QG_i : potência reativa gerada na barra i ;

QC_i : potência reativa consumida na barra i ;

Q_i : potência reativa líquida injetada na barra i .

Caso não houvesse restrições, a solução trivial seria tornar iguais geração e consumo de reativos em todas as barras do sistema.

III.1- Modelo Matemático :-

O nosso problema pode agora ser definido como :

Minimizar a função :

$$C = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{NB} Q_i^2 \quad (15) ,$$

submetida à restrição :

$$QL - \sum_{i=1}^{NB} Q_i = 0 \quad (16) ,$$

onde QL representa o balanço de potência reativa do sistema considerado e NB o número de barras.

Nesse caso , temos :

$$x = \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_{NB} \end{bmatrix} , \quad \frac{\partial C}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial C}{\partial Q_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial C}{\partial Q_{NB}} \end{bmatrix} , \quad r = QL - \sum_{i=1}^{NB} Q_i .$$

Fazendo a substituição dessas variáveis na equação (14), fica :

$$Q_i + h \left(\frac{\partial QL}{\partial Q_i} - 1 \right) = 0 \quad p/ i=1 , \dots , NB$$

ou

$$Q_i = h \left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q_i} \right) \quad p/ \quad i=1, \dots, NB \quad (17),$$

que fornece a alocação de reativos nas várias barras do sistema.

Cálculo de h :-

Somando as NB equações de alocação, obtemos :

$$\sum_{i=1}^{NB} Q_i = h \sum_{i=1}^{NB} \left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q_i} \right) \quad (18).$$

Substituindo (16) em (18), fica :

$$QL = h \sum_{i=1}^{NB} \left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q_i} \right)$$

ou ainda :

$$h = \frac{QL}{\sum_{i=1}^{NB} \left(1 - \frac{\partial QL}{\partial Q_i} \right)} \quad (19).$$

Cálculo de $\frac{\partial QL}{\partial Q_i}$:-

Para o cálculo de $\frac{\partial QL}{\partial Q_i}$, consideremos :

$$SL = \sum_{i=1}^{NB} S_i$$

$$\text{com} \quad S_i = P_i + jQ_i = V_i I_i^* \quad (20),$$

onde :

P_i : potência ativa líquida injetada na barra i ;

S_i : potência aparente líquida injetada na barra i ;

V_i : tensão complexa da barra i ;

I_i : corrente líquida injetada na barra i .

$$\text{Dessa forma , } SL = \sum_{i=1}^{NB} V_i I_i^* \quad (21) .$$

A tensão em uma barra i pode ser expressa em função dos elementos da matriz impedância de barra e das correntes injetadas em todas as barras do sistema :

$$V_i = \sum_{k=1}^{NB} Z_{ik} I_k \quad (22) .$$

Substituindo (22) em (21) , fica :

$$SL = \sum_{i=1}^{NB} I_i^* \sum_{k=1}^{NB} Z_{ik} I_k .$$

Chamando de I_p e I_q as partes real e imaginária da corrente I e de R e X as partes real e imaginária dos elementos da matriz ZBUS , vem :

$$SL = \sum_{i=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NB} (I_{pi} - j I_{qi}) (R_{ik} + j X_{ik}) (I_{pk} + j I_{qk}) .$$

Efetuando os produtos indicados e separando a parte imaginária de SL , correspondente ao balanço de reativos , temos :

$$QL = \sum_{i=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NB} [I_{qk} (I_{pi} R_{ik} + I_{qi} X_{ik}) +$$

$$I_{pk} (I_{pi} X_{ik} - I_{qi} R_{ik})]$$

Considerando que :

$$\sum_{i=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NB} I_{qi} R_{ik} I_{pk} = \sum_{i=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NB} I_{pi} R_{ik} I_{qk}$$

temos :

$$QL = \sum_{i=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NB} (I_{pi} X_{ik} I_{pk} + I_{qi} X_{ik} I_{qk}) \quad (23)$$

De (20), obtemos :

$$P_i + jQ_i = |V_i| (\cos \delta_i + j \operatorname{sen} \delta_i) (I_{pi} - jI_{qi})$$

ou ainda :-

$$P_i + jQ_i = |V_i| [(I_{pi} \cos \delta_i + I_{qi} \operatorname{sen} \delta_i) + j (I_{pi} \operatorname{sen} \delta_i - I_{qi} \cos \delta_i)]$$

Separando as partes real e imaginária, fica :

$$P_i = |V_i| (I_{pi} \cos \delta_i + I_{qi} \operatorname{sen} \delta_i) \quad (24)$$

$$Q_i = |V_i| (I_{pi} \operatorname{sen} \delta_i - I_{qi} \cos \delta_i) \quad (25)$$

Multiplicando (24) por $\cos \delta_i$ e (25) por $\operatorname{sen} \delta_i$ e somando as equações resultantes, obtemos :

$$I_{pi} = \frac{1}{|V_i|} (P_i \cos \delta_i + Q_i \sin \delta_i) \quad (26) .$$

De uma maneira análoga , obtemos :

$$I_{qi} = \frac{1}{|V_i|} (P_i \sin \delta_i - Q_i \cos \delta_i) \quad (27) .$$

Substituindo (26) e (27) em (23) e arrumando os termos, temos :

$$QL = \sum_{i=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NB} [\alpha_{ik} (P_i P_k + Q_i Q_k) + \beta_{ik} (Q_i P_k - P_i Q_k)] \quad (28) ,$$

onde :

$$\alpha_{ik} = \frac{x_{ik}}{|V_i| \cdot |V_k|} \cos(\delta_i - \delta_k)$$

$$\beta_{ik} = \frac{x_{ik}}{|V_i| \cdot |V_k|} \sin(\delta_i - \delta_k)$$

O cálculo aproximado de $\partial QL / \partial Q_i$ é feito a seguir, desprezando a influência de alguns termos que constituem uma parcela insignificante (3) comparados com os demais. Para simplicidade de cálculo, separamos QL em parcelas e calculamos as derivadas, como segue :

$$QL_1 = \sum_{i=1}^{NB} (\alpha_{i1} Q_1 + \dots + \alpha_{in} Q_n) Q_i \quad , \quad n = NB$$

$$\frac{\partial QL_1}{\partial Q_i} = Q_1 \alpha_{1i} + Q_2 \alpha_{2i} + \dots + 2\alpha_{ii} Q_i + \frac{\partial \alpha_{ii}}{\partial Q_i} Q_i^2 +$$

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{NB} Q_k \alpha_{ik} + \dots + Q_n \alpha_{ni}$$

$$= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{NB} Q_j \alpha_{ji} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{NB} Q_k \alpha_{ik} + 2 \alpha_{ii} Q_i + \frac{\partial \alpha_{ii}}{\partial Q_i} Q_i^2$$

como $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$, então :

$$\frac{\partial QL_1}{\partial Q_i} = 2 \sum_{k=1}^{NB} \alpha_{ik} Q_k + \frac{\partial \alpha_{ii}}{\partial Q_i} Q_i^2$$

$$QL_2 = \sum_{i=1}^{NB} (\alpha_{i1} P_1 + \dots + \alpha_{in} P_n) P_i$$

$$\frac{\partial QL_2}{\partial Q_i} = \frac{\partial \alpha_{ii}}{\partial Q_i} P_i^2$$

$$QL_3 = \sum_{i=1}^{NB} Q_i (\beta_{i1} P_1 + \dots + \beta_{in} P_n)$$

$$\frac{\partial QL_3}{\partial Q_i} = \sum_{k=1}^{NB} \beta_{ik} P_k$$

$$QL_4 = - \sum_{j=1}^{NB} P_j (\beta_{j1} Q_1 + \dots + \beta_{jn} Q_n)$$

$$\frac{\partial QL_4}{\partial Q_i} = - (P_1 \beta_{1i} + \dots + P_n \beta_{ni})$$

$$= - \sum_{k=1}^{NB} P_k \beta_{ki}$$

como $\beta_{ki} = -\beta_{ik}$, temos :

$$\frac{\partial QL_4}{\partial Q_i} = \sum_{k=1}^{NB} \beta_{ik} P_k$$

Dessa forma, obtemos :

$$\frac{\partial QL}{\partial Q_i} = 2 \sum_{k=1}^{NB} (\alpha_{ik} Q_k + \beta_{ik} P_k) + (P_i^2 + Q_i^2) \frac{\partial \alpha_{ii}}{\partial Q_i} \quad (29)$$

Para completar a expressão de $\partial QL / \partial Q_i$, devemos deduzir uma expressão para $\partial \alpha_{ii} / \partial Q_i$. Para tal, supomos uma injeção adicional de potência reativa em uma barra i , considerando constantes os reativos de todas as outras barras, exceto a slack. Utilizaremos aproximações que permitem tornar o cálculo mais simples e, computacionalmente, mais rápido. A dedução exata, além de um quadro comparativo, são mostrados no apêndice II.

⊗

Cálculo de $\partial \alpha_{ii} / \partial Q_i$:-

Consideremos a equação que dá a tensão em uma barra i , em função das correntes injetadas nas diversas barras de um sistema :

$$V_i = Z_{i1} I_1 + Z_{i2} I_2 + \dots + Z_{is} I_s + \dots + Z_{ii} I_i + \dots + Z_{in} I_n \quad (30),$$

onde s é o índice correspondente à barra slack e os Z_{ij}

são elementos da i - ésima linha da matriz impedância de barra.

Analogamente, a tensão na barra slack :

$$V_s = Z_{s1} I_1 + \dots + Z_{ss} I_s + \dots + Z_{si} I_i + \dots + Z_{sn} I_n \quad (31) .$$

Supondo que foi injetada uma corrente incremental ΔI_i na barra i , um acréscimo ΔI_s deve surgir na slack para compensá-la. De (30), obtemos :

$$\Delta V_i = Z_{ii} \Delta I_i + Z_{is} \Delta I_s \quad (32) .$$

Da mesma forma, obtemos de (31) :

$$\Delta V_s = 0 = Z_{si} \cdot \Delta I_i + Z_{ss} \cdot \Delta I_s \quad (33) ,$$

ou ainda :

$$\Delta I_s = - \frac{Z_{si}}{Z_{ss}} \Delta I_i \quad (34) .$$

Substituindo (34) em (32), fica :

$$\Delta V_i = \left(Z_{ii} - \frac{Z_{is} Z_{si}}{Z_{ss}} \right) \Delta I_i \quad (35) .$$

O incremento de corrente ΔI_i corresponde a um acréscimo de potência injetada, mesma barra, dada por :

$$\begin{aligned} \Delta S_i &= \Delta P_i + j \Delta Q_i \\ &= V_{ip} I_{ip}^* - V_i I_i^* \\ &= (V_i + \Delta V_i) (I_i + \Delta I_i)^* - V_i I_i^* \end{aligned}$$

$$= v_i I_i^* + \Delta v_i I_i^* + v_i \Delta I_i^* + \Delta v_i \Delta I_i^* - v_i I_i^* ,$$

onde o índice p refere-se às quantidades medidas depois da injeção ΔI_i . Considerando o acréscimo ΔI_i muito pequeno, podemos desprezar a parcela $\Delta v_i \Delta I_i^*$ por ser insignificante comparada às demais. Assim temos :

$$\Delta P_i + j \Delta Q_i \approx \Delta v_i I_i^* + v_i \Delta I_i^* \quad (36) .$$

Combinando as equações (20), (35) e (36), obtemos :

$$\Delta P_i + j \Delta Q_i = \frac{\Delta |v_i|}{|v_i|} (P_i + jQ_i) + \frac{|v_i| \cdot \Delta |v_i|}{(Z_{ii} - \frac{Z_{is} Z_{si}}{Z_{ss}})^*} ,$$

de onde, separando a parte imaginária, resulta :

$$\Delta Q_i = \frac{Q_i}{|v_i|} \Delta |v_i| + |v_i| \Delta |v_i| I_m \left[\frac{Z_{ss}^*}{(Z_{ii} Z_{ss} - Z_{is} Z_{si})^*} \right] \quad (37) .$$

A hipótese de ΔI_i muito pequena permite a seguinte aproximação :

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_i}{\partial |v_i|} &\approx \frac{\Delta Q_i}{\Delta |v_i|} = \frac{Q_i}{|v_i|} + |v_i| I_m \left[\frac{Z_{ss}^*}{(Z_{ii} Z_{ss} - Z_{is} Z_{si})^*} \right] \\ &= \frac{Q_i}{|v_i|} - |v_i| I_m \left[\frac{Z_{ss}}{Z_{ii} Z_{ss} - Z_{is} Z_{si}} \right] , \end{aligned}$$

de onde :

$$\frac{\partial |v_i|}{\partial Q_i} = \frac{1}{\frac{Q_i}{|v_i|} - |v_i| I_m \left[\frac{Z_{ss}}{Z_{ii} Z_{ss} - Z_{is} Z_{si}} \right]} \quad (38) .$$

Da expressão de α_{ik} :

$$\alpha_{ii} = \frac{x_{ii}}{|V_i|^2}, \text{ o que leva a :}$$

$$\frac{\partial \alpha_{ii}}{\partial |V_i|} = \frac{-2 x_{ii}}{|V_i|^3} \quad (39)$$

E ainda ,

$$\frac{\partial \alpha_{ii}}{\partial Q_i} = \frac{\partial \alpha_{ii}}{\partial |V_i|} \frac{\partial |V_i|}{\partial Q_i} \quad (40)$$

Finalmente, substituindo (38) e (39) em (40), chegamos a :

$$\frac{\partial \alpha_{ii}}{\partial Q_i} = \frac{-2 x_{ii}}{|V_i|^3} \cdot \frac{1}{\frac{Q_i}{|V_i|} - |V_i| I_m \left[\frac{Z_{ss}}{Z_{ii} Z_{ss} - Z_{is} Z_{si}} \right]} \quad (41)$$

As equações (41), (29), (19) e (17) juntas, fornecem a política para alocação ótima de potência reativa em todas as barras de um sistema. Caso não existissem as restrições de desigualdade, o nosso problema se resumiria a calcular as potências reativas por (17) e usar um fluxo de carga, considerando do tipo PQ todas as barras, com exceção da slack. Os valores de tensão, ângulo de fase e potências ativa e reativa da barra slack seriam utilizados para uma nova alocação até que a convergência fosse alcançada. Apresentaremos, mais adiante, um esquema computacional completo, incluindo as restrições de desigualdade.

III.2 - Restrições de Desigualdade :-

Como é bem conhecido, potência reativa pode ser fornecida a um sistema através de geradores síncronos, bancos de capacitores ou reatores. Quando suprida por geradores síncronos, a potência reativa está limitada pela curva de potência ("Capability") da máquina.

Por outro lado, a quantidade de bancos de capacitores e reatores disponíveis para operação é limitada. Devemos então considerar o processo de alocação, como é prática corrente, como um problema canalizado pelas restrições de barras :

$$QG_{\min} \leq QG \leq QG_{\max}$$

Durante o processo de otimização, a potência reativa que ultrapassa os limites da faixa é fixada no limite violado.

A fixação de potência reativa pode levar, eventualmente, à obtenção de valores muito elevados ou muito baixos de tensão, o que é indesejável para o perfeito funcionamento dos equipamentos ligados ao sistema. Da mesma maneira que para potência reativa, devemos considerar uma faixa permissível para as tensões em todas as barras :

$$|V|_{\min} \leq |V| \leq |V|_{\max}$$

Para introduzir as restrições de tensão, alguns autores utilizam um procedimento idêntico ao descrito para restrição de reativos. As tensões com valor fora da faixa preestabelecida são fixadas ao limite excedido e as barras correspondentes são tratadas como PV no fluxo de carga do programa de otimização. Como já foi comentado, esse procedimento pode acarretar infactibilidade da solução. Suponhamos que a tensão em uma barra i violou seu limite máximo e que os reativos das barras vizinhas estejam elevados. Nesse caso, a fixação da tensão da barra i no limite violado, pode exigir uma quantidade de reativos inferior à quantidade mínima permitida

nessa barra. Raciocínio análogo pode ser feito para violação de limite mínimo de tensão.

Para evitar o problema da infactibilidade, devemos modificar todas as tensões das barras que experimentaram aumento de tensão, quando houve violação de limite máximo, ou diminuição, quando houve violação de limite mínimo. Em primeiro lugar, selecionamos a barra (k) que apresenta maior desvio com relação ao limite violado e o valor desse desvio :

$$D_{mx} = \max_j \left[|V_j| - |V|_{\text{máx}} \right] \quad (42)$$

$$D_{mn} = \min_j \left[|V_j| - |V|_{\text{mín}} \right] \quad (43) ,$$

onde j pertence ao conjunto das barras com tensão fora da faixa. Em seguida tomamos todas as barras que variaram sua tensão no mesmo sentido que a barra k e modificamos seu tipo para PV , com a especificação de tensão :

$$|V_j|^{\text{esp}} = |V_j|^{(i)} - D_{mx} \quad (44)$$

ou

$$|V_j|^{\text{esp}} = |V_j|^{(i)} - D_{mn} \quad (45) .$$

Se $|V_j|^{\text{esp}}$ calculado por (44) for menor que o determinado na iteração anterior, tomamos $|V_j|^{\text{esp}} = |V_j|^{(i-1)}$. Analogamente, se $|V_j|^{\text{esp}}$ calculado por (45) for maior que $|V_j|^{(i-1)}$, fazemos $|V_j|^{\text{esp}} = |V_j|^{(i-1)}$. Este procedimento evita que as barras com tensão modificada por (44) ou (45) atinjam seu limite de reativos. Para evitar novas violações, as tensões que não seguiram a variação de máximo desvio são fixadas no seu valor atual, no processo de re

torno à faixa :

$$|V_n|^{esp} = |V_n|^{(i)}$$

Depois de colocadas as tensões na faixa, as barras que não atingiram o limite retornam ao tipo PQ para que nova alocação seja efetuada, caso a convergência não tenha se verificado. As barras que permanecem com tensão em um extremo são excluídas do processo de otimização até que os reativos das demais converjam. A partir daí as condições de Kuhn - Tucker são aplicadas às barras excluídas, para verificar a condição de ótimo. As duas condições de Kuhn - Tucker para teste de otimalidade, em problemas de minimização, são :

- (i) Se ao final de um processo de otimização de uma função $f(x_1 , \dots , x_n)$ uma variável x_i está no seu limite máximo, o valor ótimo de f foi alcançado somente se

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} < 0 .$$

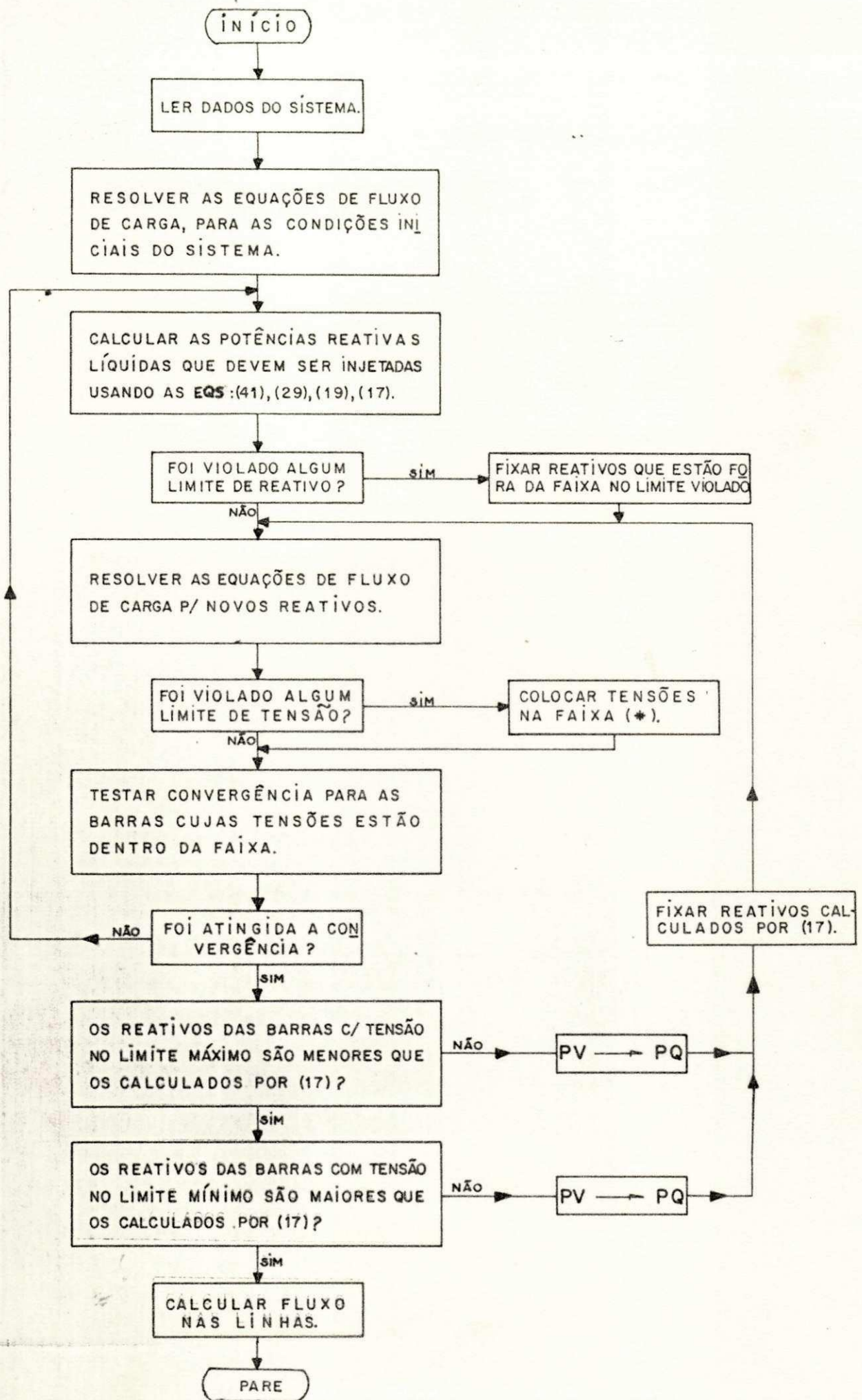
- (ii) Se ao final de um processo de otimização de uma função $f(x_1 , \dots , x_n)$ uma variável x_j está no seu limite mínimo, o valor ótimo de f foi alcançado somente se

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} > 0 .$$

No nosso problema, essas condições não são aplicadas diretamente. Devido à sensibilidade existente entre reativos e tensão de uma mesma barra, as condições são aplicadas aos reativos, para maior simplicidade. Suponhamos que, depois de verificada a convergência para todas as barras com tensão dentro da faixa, exista alguma com tensão no limite mínimo. Se os reativos calculados pela equação de alocação forem superiores

aos reativos atuais injetados na barra, a condição de ótimo não foi satisfeita. A potência reativa calculada é inicialmente fixada, a barra passa a ser tratada como PQ e novas iterações são realizadas sobre todas as barras até que a convergência seja obtida. Tratamento semelhante é dado às barras que tiverem tensão no extremo superior da faixa. Apresentaremos a seguir um esquema computacional detalhado para o problema de minimização de correntes :

fig. 1



(*) VER DIAGRAMA DE BLOCOS A SEGUIR.

(*) COLOCAR TENSÕES NA FAIXA:

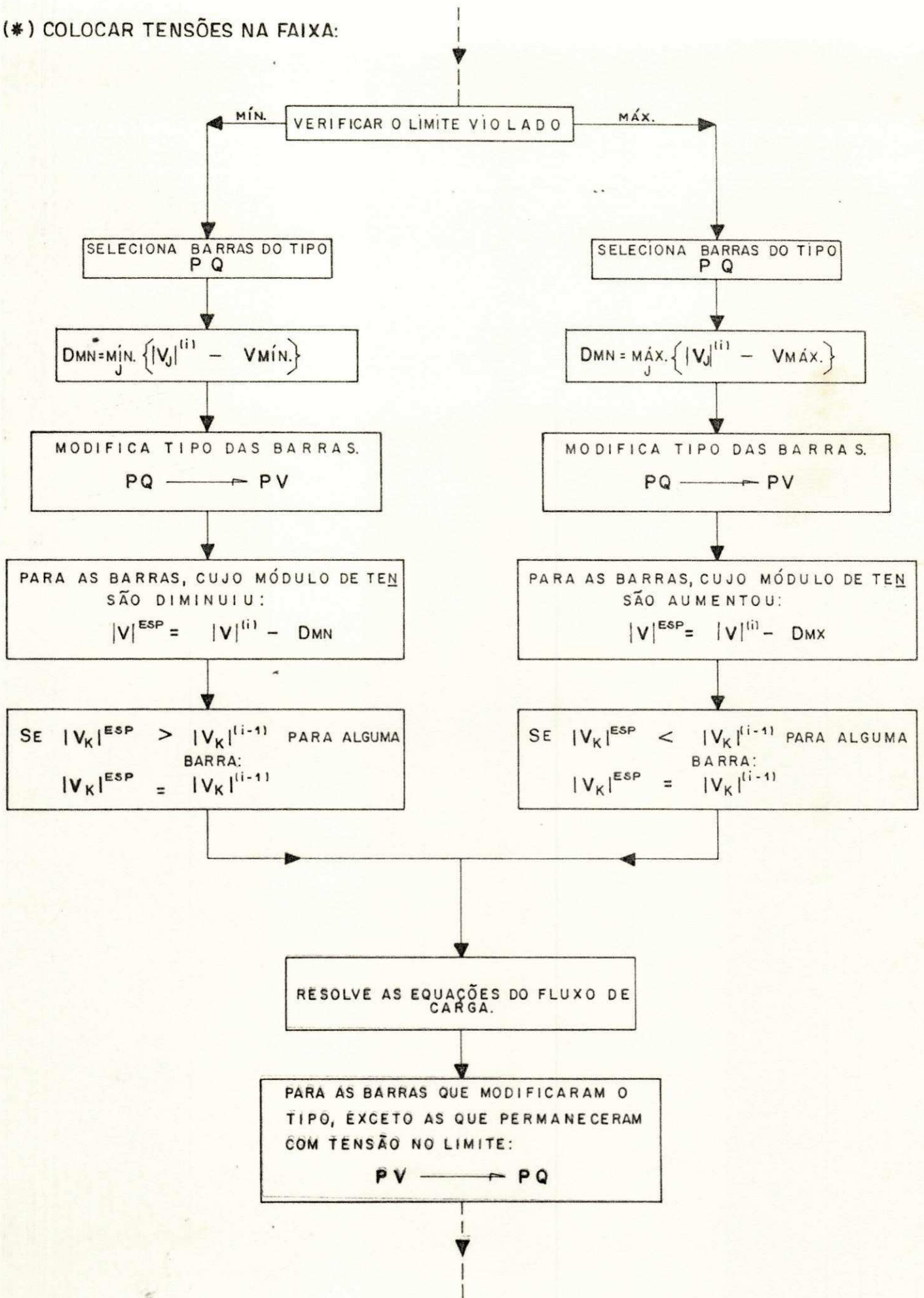


Fig. 2

CAPÍTULO 3

- MINIMIZAÇÃO DE PERDAS ATIVAS POR

ALOCAÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA : -

I.- INTRODUÇÃO :-

No capítulo anterior, desenvolvemos um método de minimização de correntes que tende a anular o fluxo de potência reativa nas linhas. Nessa situação, as perdas ativas na transmissão são significativamente reduzidas. Se quisermos, entretanto, atingir ao mínimo de perdas, devemos tomar a função de perdas como função objetivo num processo de otimização. Supomos conhecidas a injeção líquida de potência ativa em todas as barras e a configuração da rede. Utilizamos um método de otimização do gradiente, por apresentar relativa eficiência em problemas dessa natureza.

II.- O Método do Gradiente :-

Todos os métodos de gradiente são baseados (8), pelo menos em parte, na equação :

$$\underline{x}^{(i+1)} = \underline{x}^{(i)} - kH\nabla f \Big|_{\underline{x} = \underline{x}^{(i)}} \quad (46),$$

onde :

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$: função a ser otimizada ;

H : matriz quadrada $n \times n$;

k : número real ;

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad e \quad \nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

É importante observar que a equação (46) nos mostra como modificar cada variável para caminharmos no sentido de um extremo relativo. Um método mais simples não considera a matriz H, sendo baseado na equação:

$$\underline{x}^{(i+1)} = \underline{x}^{(i)} - k \nabla f^{(i)} \quad (47)$$

Nesse caso, o valor do passo k deve ser bem escolhido para cada problema particular, pois valores mal escolhidos podem levar a oscilações desnecessárias ou à não convergência do processo iterativo, como podemos constatar no exemplo seguinte:

Exemplo :

Seja minimizar a função f definida por :

$$f(x, y) = x^2 - 2x + y^2$$

Tomemos como inicialização o ponto $(x; y) = (-1; 1)$ e calculemos as derivadas parciais como segue :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - 2 \quad ; \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 2y$$

A equação (47), desdobrada, origina :

$$x^{(i+1)} = x^{(i)} - k \frac{\partial f}{\partial x}$$

(48).

$$y^{(i+1)} = y^{(i)} - k \frac{\partial f}{\partial y}$$

Aplicaremos as equações (48) para alguns valores de k :

$k = 1.5$:

$$x^{(1)} = x^{(0)} - 1.5 \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^{(0)} = -1 - 1.5 (-4) = 5$$

$$y^{(1)} = y^{(0)} - 1.5 \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^{(0)} = 1 - 1.5 (2) = -2$$

$$x^{(2)} = 5 - 1.5 (8) = -7$$

$$y^{(2)} = -2 - 1.5 (-4) = 4$$

$$x^{(3)} = -7 - 1.5 (-16) = 17$$

$$y^{(3)} = 4 - 1.5 (8) = -8$$

Como podemos notar, o valor do passo escolhido levou o processo a não convergir. Os gráficos abaixo dão uma visualização melhor das oscilações do processo :

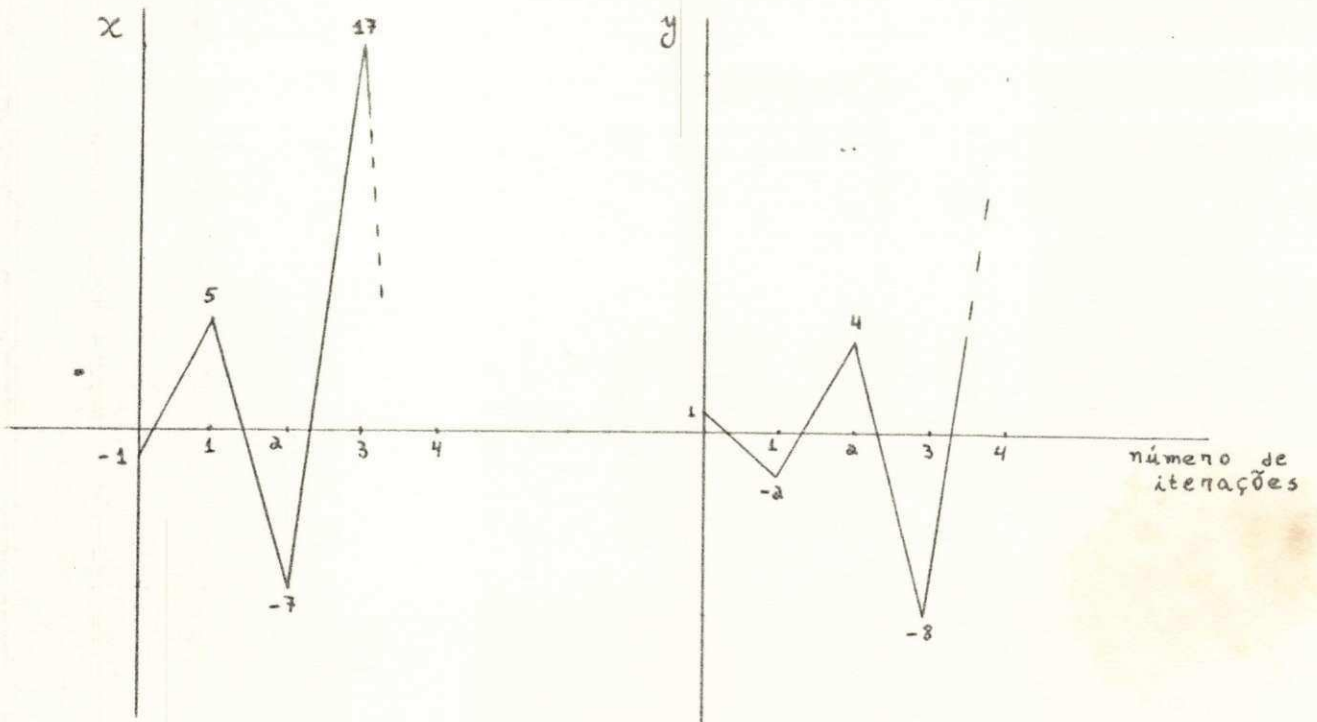


fig. 3

$k = 0.75 :$

Depois de efetuados os cálculos, obtemos :

$x(1) = 2$

$y(1) = -0.5$

$x(2) = 0.5$

$y(2) = 0.25$

$x(3) = 1.25$

$y(3) = -0.125$

$x(4) = 0.875$

$y(4) = 0.0625$

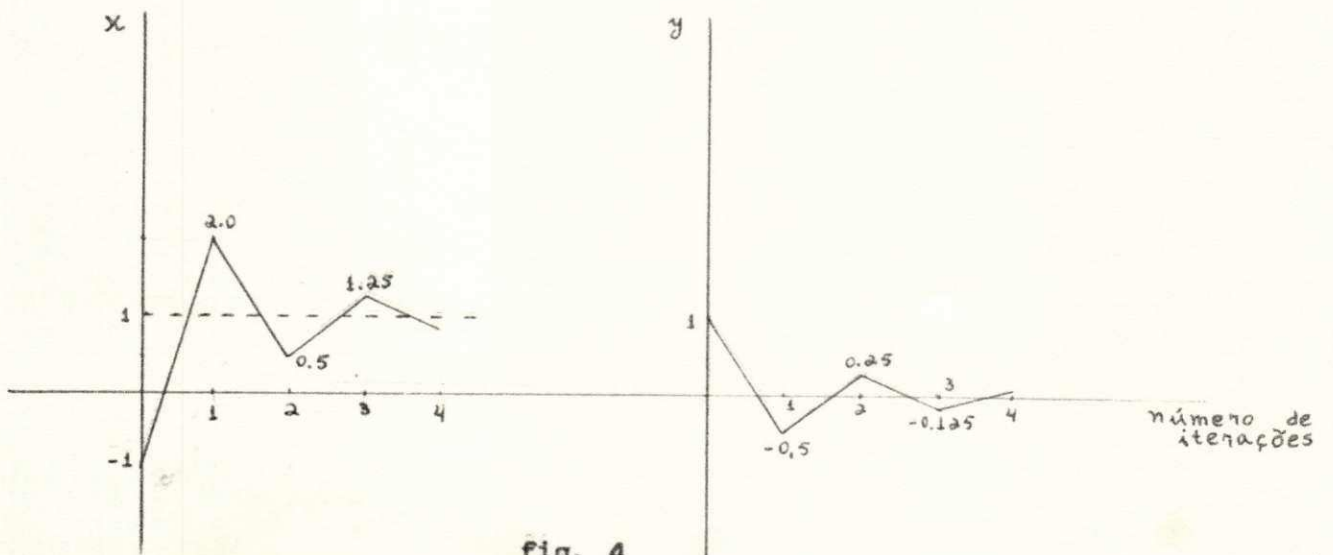


fig. 4

Nesse caso, notamos que, depois de algumas oscilações, a convergência é obtida para $x = 1$ e $y = 0$. Foi observado que, se tomarmos o valor de k no intervalo $(0; 0.5)$ a convergência é obtida de forma tangencial, em vez de oscilatória; se, entretanto, escolhermos $k = 0.5$, apenas uma iteração é necessária para alcançar a solução.

Para aplicação ao problema de mínimo de perdas ativas, utilizaremos um valor de k calculado a partir das próprias equações de definição de problema (6). Como o cálculo é feito de forma aproximada, devemos refazê-lo a cada iteração.

III.- Mínimo de Perdas por Alocação de Reativos :-

Para desenvolver as equações que permitem obter o mínimo de perdas é preciso, inicialmente, deduzir uma expressão para as perdas ativas na transmissão, que é a nossa função objetivo.

Tomemos novamente a expressão de SL como deduzida no capítulo anterior :

$$SL = \sum_{i=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NB} (I_{pi} - jI_{qi}) (R_{ik} + jX_{ik}) (I_{pk} + jI_{qk}).$$

Efetuada os produtos indicados e separando, desta vez, a parte real de SL , o que corresponde às perdas de potência ativa, obtemos :

$$PL = \sum_{i=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NB} [I_{pi} (R_{ik} I_{pk} - X_{ik} I_{qk}) + I_{qi} (R_{ik} I_{qk} + X_{ik} I_{pk})].$$

Mas :

$$\sum_{i=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NB} I_{pi} X_{ik} I_{qk} = \sum_{i=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NB} I_{qi} X_{ik} I_{pk}$$

já que a matriz restância X é simétrica. Simplificando ,
resulta em :

$$PL = \sum_{i=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NB} (I_{pi} R_{ik} I_{pk} + I_{qi} R_{ik} I_{qk}) \quad (49) .$$

Retomando as equações (26) e (27) e substituindo em (49)
chegamos, depois de algumas simplificações, a :

$$PL = \sum_{i=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NB} (P_i A_{ik} P_k + Q_i A_{ik} Q_k - P_i B_{ik} Q_k + Q_i B_{ik} P_k) \quad (50) ,$$

onde :

$$A_{ik} = \frac{R_{ik}}{|V_i| |V_k|} \cos \delta_{ik} \quad \text{e} \quad B_{ik} = \frac{R_{ik}}{|V_i| |V_k|} \sin \delta_{ik} ,$$

$$\text{com } \delta_{ik} = \delta_i - \delta_k .$$

Conhecida a função objetivo, podemos agora proceder como no exemplo apresentado, só que, nesse caso, o valor do passo é calculado com a finalidade de proporcionar uma convergência em poucas iterações .

A equação (47), aplicada ao nosso problema, torna-se (6) :

$$\underline{Q}^{(i+1)} = \underline{Q}^{(i)} - K^{(i)} \nabla PL^{(i)} \quad (51) ,$$

onde :

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \nabla PL = \begin{bmatrix} \frac{\partial PL}{\partial Q_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial PL}{\partial Q_n} \end{bmatrix}, \quad \text{com } n = NB.$$

As variáveis independentes são, portanto, as potências reativas líquidas injetadas nas barras do sistema e a variável dependente, as perdas ativas, a minimizar. Devido à variação muito pequena dos coeficientes A e B com as potências reativas, a função de perdas é muito aproximadamente quadrática em \underline{Q} .

Cálculo do Vetor Gradiente :

Para o cálculo dos elementos do vetor gradiente, separemos a função de perdas em parcelas, como foi feito no capítulo anterior para $\partial QL / \partial Q_i$:

$$PL_1 = \sum_{i=1}^{NB} (A_{i1} P_1 + \dots + A_{in} P_n) P_i$$

$$\frac{\partial PL_1}{\partial Q_i} = 0$$

$$PL_2 = \sum_{i=1}^{NB} (A_{i1} Q_1 + \dots + A_{ii} Q_i + \dots + A_{in} Q_n) Q_i$$

$$\frac{\partial PL_2}{\partial Q_i} = A_{i1} Q_1 + \dots + 2A_{ii} Q_i + \dots + A_{in} Q_n + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{NB} A_{ki} Q_k$$

$$= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{NB} A_{ij} Q_j + 2A_{ii} Q_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{NB} Q_k A_{ki}$$

Como $A_{ik} = A_{ki}$, temos:

$$\frac{\partial PL_2}{\partial Q_i} = 2 \sum_{k=1}^{NB} A_{ik} Q_k$$

$$PL_3 = - \sum_{j=1}^{NB} (B_{j1} Q_1 + \dots + B_{ji} Q_i + \dots + B_{jn} Q_n) P_j$$

$$\frac{\partial PL_3}{\partial Q_i} = - \sum_{k=1}^{NB} B_{ki} P_k$$

$$PL_4 = \sum_{i=1}^{NB} (B_{i1} P_1 + \dots + B_{in} P_n) Q_i$$

$$\frac{\partial PL_4}{\partial Q_i} = \sum_{k=1}^{NB} B_{ik} P_k$$

Somando agora todas as parcelas, e observando que $B_{ki} = -B_{ik}$, chegamos a:

$$\frac{\partial PL}{\partial Q_i} = 2 \sum_{k=1}^{NB} (A_{ik} Q_k + B_{ik} P_k) \quad (52)$$

Em forma matricial , temos :

$$\nabla PL = 2 (A \underline{Q} + B \underline{P}) \quad (53) ,$$

sendo :

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & \dots & A_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{n1} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix} , \quad B = \begin{bmatrix} B_{11} & \dots & B_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ B_{n1} & \dots & B_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad P = \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} .$$

Cálculo do Passo k :-

Para efeito do cálculo de k , consideraremos uma linearização na função de perdas entre dois pontos que correspondem a iterações sucessivas. Para isso, desenvolvemos PL em série de Taylor e selecionamos apenas os termos correspondentes às primeiras derivadas :

$$PL^{(i)} - PL^{(i+1)} = \Delta PL = \frac{\partial PL}{\partial Q_1} \Delta Q_1 + \dots + \frac{\partial PL}{\partial Q_n} \Delta Q_n .$$

Em forma matricial , temos :

$$\Delta PL = \Delta \underline{Q}^t \nabla PL^{(i)} \quad (54) ,$$

onde $\Delta \underline{Q}^t$ é o transposto do vetor variação de potência reativa. Da equação (51) , obtemos :

$$\Delta \underline{Q} = \underline{Q}^{(i)} - \underline{Q}^{(i+1)} = k^{(i)} \nabla PL^{(i)} \quad (55) .$$

A substituição de (55) em (54) origina :

$$\Delta PL = k^{(i)} \cdot \nabla_{PL} t^{(i)} \cdot \nabla_{PL}^{(i)} \quad \dots \quad (56).$$

Para calcular a variação das perdas para variações nas potências reativas, retornemos à junção objetivo. A potência real de perdas em uma iteração i pode ser escrita, de (50), como :

$$P_L^{(i)} = \underline{P}^{t(i)} A^{(i)} \underline{P}^{(i)} + \underline{Q}^{t(i)} A^{(i)} \underline{Q}^{(i)} \\ - \underline{P}^{t(i)} B^{(i)} \underline{Q}^{(i)} + \underline{Q}^{t(i)} B^{(i)} \underline{P}^{(i)}$$

Supondo que houve variação apenas nas potências reativas, temos para a iteração $i+1$:

$$P_L^{(i+1)} = \underline{P}^{t(i)} A^{(i)} \underline{P}^{(i)} + \underline{Q}^{t(i+1)} A^{(i)} \underline{Q}^{(i+1)} \\ - \underline{P}^{t(i)} B^{(i)} \underline{Q}^{(i+1)} + \underline{Q}^{t(i+1)} B^{(i)} \underline{P}^{(i)}$$

Subtraindo a segunda equação da primeira, resulta :

$$\Delta PL = \underline{Q}^{t(i)} A^{(i)} \underline{Q}^{(i)} - \underline{Q}^{t(i+1)} A^{(i)} \underline{Q}^{(i+1)} \\ - \underline{P}^{t(i)} B^{(i)} \left[\underline{Q}^{(i)} - \underline{Q}^{(i+1)} \right] \\ + \left[\underline{Q}^{t(i)} - \underline{Q}^{t(i+1)} \right] B^{(i)} \underline{P}^{(i)}$$

ou ainda :

$$\begin{aligned} \Delta PL &= \underline{q}^{t(i)} \left[A^{(i)} \underline{q}^{(i)} + B^{(i)} \underline{p}^{(i)} \right] \\ &\quad - \underline{q}^{t(i+1)} \left[A^{(i)} \underline{q}^{(i+1)} + B^{(i)} \underline{p}^{(i)} \right] \\ &\quad - \underline{p}^{t(i)} B^{(i)} \Delta \underline{q} \end{aligned}$$

Utilizando (53) e considerando que as matrizes A e B variam pouco entre as iterações i e i+1 :

$$\begin{aligned} \Delta PL &= \frac{1}{2} \underline{q}^{t(i)} \nabla PL^{(i)} - \frac{1}{2} \underline{q}^{t(i+1)} \nabla PL^{(i+1)} \\ &\quad - \underline{p}^{t(i)} B^{(i)} \Delta \underline{q} \end{aligned} \quad (57)$$

Considerando que a solução ótima é alcançada na iteração i+1, podemos desprezar o segundo termo de (57), pois muitos elementos do vetor gradiente estão bem próximos de zero. Substituindo agora os valores de $\Delta \underline{q}$ e ΔPL de (55) e (56), respectivamente, chegamos a :

$$k^{(i)} \nabla PL^{t(i)} \nabla PL^{(i)} = \frac{1}{2} \underline{q}^{t(i)} \nabla PL^{(i)} - \underline{p}^{t(i)} B^{(i)} k^{(i)} \nabla PL^{(i)}$$

ou :

$$k^{(i)} \nabla PL^{t(i)} \left[\nabla PL^{(i)} - B^{(i)} \underline{p}^{(i)} \right] = \frac{1}{2} \underline{q}^{t(i)} \nabla PL^{(i)}$$

Explicitando k , finalmente, obtemos :

$$k^{(i)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^{t(i)} \nabla_{PL}^{(i)}}{\nabla_{PL}^{t(i)} [\nabla_{PL}^{(i)} - B^{(i)} \underline{P}^{(i)}]} \quad (58) .$$

A alocação ótima de potência reativa pode agora ser efetuada, utilizando as equações (58), (53) e (51). As restrições de desigualdade são levadas em consideração da mesma maneira que no problema de minimização de correntes. Apresentamos a seguir um fluxograma para o método descrito neste capítulo. Deixamos de mostrar o esquema para colocar tensões na faixa, por já ter sido apresentado no capítulo anterior.

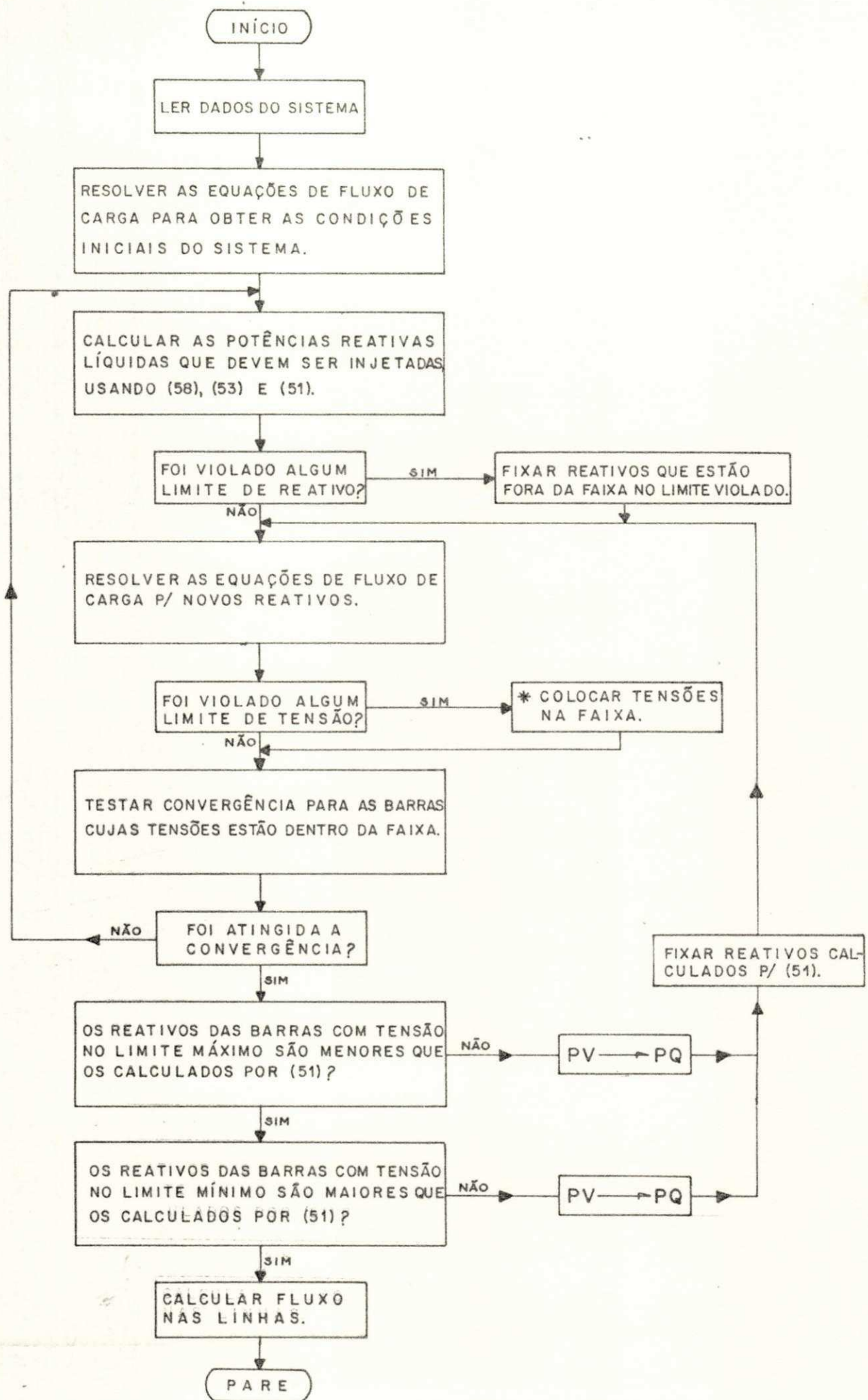


fig. 5

CAPÍTULO 4

- RESULTADOS DE APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO A SISTEMAS PARTICULARES : -

I - INTRODUÇÃO :-

Os métodos de otimização desenvolvidos nos capítulos anteriores foram aplicados a 3 (três) sistemas simples, mas com características diferentes. Apresentamos aqui alguns dos resultados obtidos, além de breves comentários a respeito desses resultados. Procuramos destacar as influências das restrições de desigualdade e da representação de cargas sobre a convergência dos métodos.

II- Sistemas Utilizados para Testes :-

II.1 - Sistema A (6) :-

a) - Diagrama Unifilar :

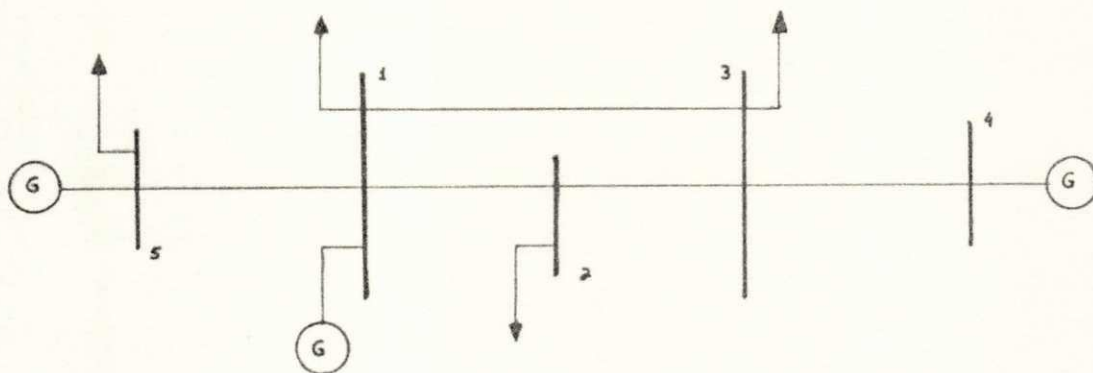


fig. 6

b) - Dados do Sistema :-

Linha	Zser (pu)	Ysht (pu)
5 - 1	0.030 + j0.103	j0.0
2 - 1	0.080 + j0.262	j0.0
3 - 1	0.105 + j0.347	j0.0
2 - 3	0.033 + j0.118	j0.0
3 - 4	0.106 + j0.403	j0.0

Tabela 1

Potência Base : 100 MVA

Dados de Barras

Barra	GERAÇÃO		CONSUMO		Banco fixo
	MW	MVAR	MW	MVAR	MVAR
1	-	-	80.0	10.0	20.0
2	0.0	5.1	30.0	12.0	0.0
3	0.0	8.0	70.0	3.0	0.0
4	55.2	- 5.6	0.0	0.0	0.0
5	170.4	7.3	86.0	20.0	0.0

Tabela 2

c) - Resultados do Fluxo de Carga Para o Caso Base :-

Considerando as cargas representadas por potência constante, obtemos, do fluxo de carga ZBUS Gauss - Seidel, os seguintes resultados :

Barra	GERAÇÃO		TENSÃO	
	MW	MVAR	Módulo	Ângulo
1	46.98	32.21	1.040	0.000
2	0.00	5.10	0.987	-3.603
3	0.00	8.00	0.983	-3.382
4	55.20	- 5.60	0.992	10.157
5	170.40	7.30	1.048	4.775

Tabela 3

Fluxos de Potências nas Linhas

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
5 - 1	84.399	- 12.700
1 - 5	- 82.410	19.531
2 - 1	- 27.881	- 10.674
1 - 2	28.613	13.071
3 - 1	- 20.243	- 9.451
1 - 3	20.786	11.242
2 - 3	- 2.119	3.774
3 - 2	2.125	- 3.751
3 - 4	- 51.879	18.202
4 - 3	55.194	- 5.601

Tabela 4

Perdas Ativas : 6.58 MW

Balanco de Reativos : - 23.64 MVAR

II.2 - Sistema B (4) :-

a)- Diagrama Unifilar :

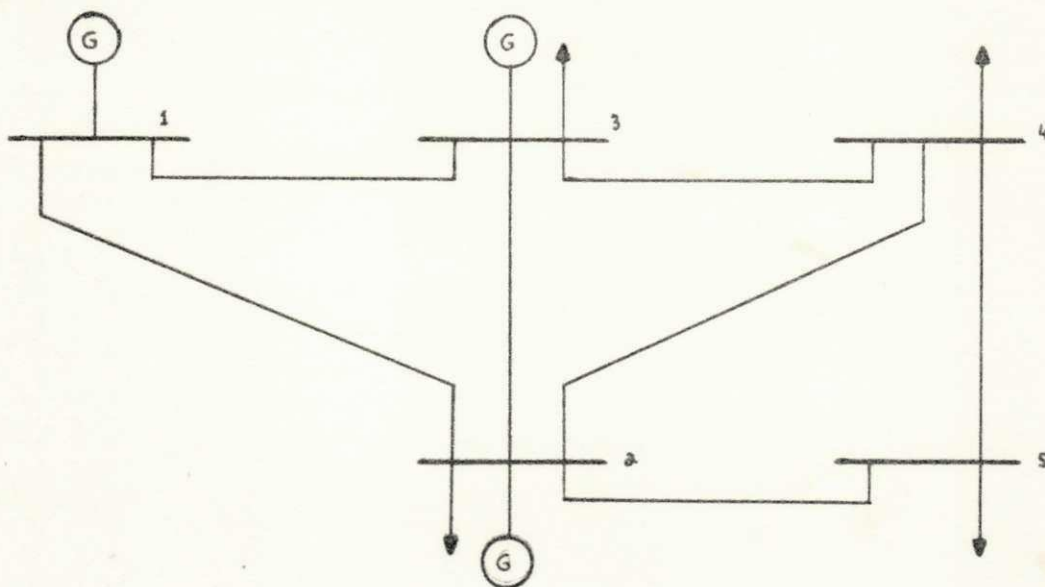


fig. 7

b) - Dados do Sistema :-

Dados de Linhas

Linha	Zser (pu)	Ysht (pu)
1 - 2	0.020 + j0.060	j0.030
1 - 3	0.080 + j0.240	j0.025
2 - 3	0.060 + j0.180	j0.020
2 - 4	0.060 + j0.180	j0.020
2 - 5	0.040 + j0.120	j0.015
3 - 4	0.010 + j0.030	j0.010
4 - 5	0.080 + j0.240	j0.025

Tabela 5

Potência Base : 100 MVA

Dados de Barras

Barra	GERAÇÃO		CONSUMO		Banco fixo
	MW	MVAR	MW	MVAR	MVAR
1	-	-	0.0	0.0	10.0
2	69.14	30.0	20.0	10.0	0.0
3	54.81	10.0	45.0	15.0	0.0
4	0.00	0.0	40.0	5.0	0.0
5	0.00	0.0	60.0	10.0	0.0

Tabela 6

c) - Resultados do Fluxo de Carga Para o Caso Base :-

Barra	GERAÇÃO		TENSÃO	
	MW	MVAR	Módulo	Ângulo
1	42.71	- 38.65	1.060	0.000
2	69.14	30.00	1.065	- 1.030
3	54.81	10.00	1.056	- 1.962
4	0.00	0.00	1.053	- 2.512
5	0.00	0.00	1.040	- 3.933

Tabela 7

Fluxos de Potências nas Linhas

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
1 - 2	27.728	- 21.631
2 - 1	- 27.532	15.444
1 - 3	14.978	- 5.780
3 - 1	- 14.812	0.681
2 - 3	10.818	- 0.327
3 - 2	- 10.754	- 3.981
2 - 4	16.766	- 0.328
4 - 2	- 16.616	- 3.707
2 - 5	49.092	5.210
5 - 2	- 48.225	- 5.937
3 - 4	35.375	- 1.693
4 - 3	- 35.262	- 0.194
4 - 5	11.879	- 1.107
5 - 4	- 11.775	- 4.064

Tabela 8

Perdas Ativas : 1.66 MW

Balanco de Reativos : 27.41 MVAR

II.3 - Sistema C (4) :-

a)- Diagrama Unifilar :

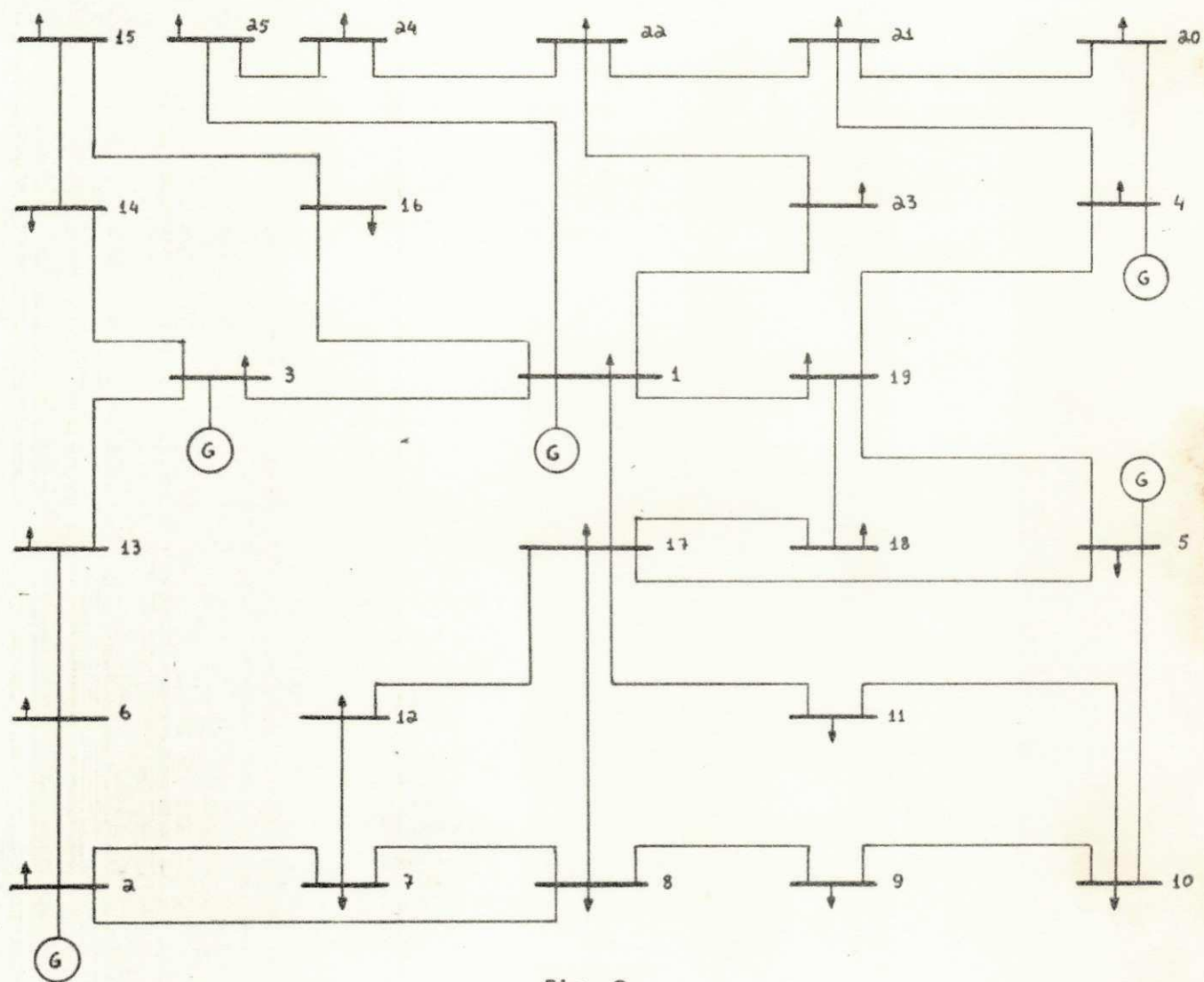


fig. 8

b) - Dados do Sistema :-

Dados de Linhas

Linha	Zser (pu)	Ysht (pu)
1 - 3	0.0720 + j0.2876	j0.0179
1 - 16	0.0290 + j0.1379	j0.0337
1 - 17	0.1012 + j0.2799	j0.0148
1 - 19	0.1487 + j0.3897	j0.3897
1 - 23	0.1085 + j0.2245	j0.0573
1 - 25	0.0753 + j0.3593	j0.0873
2 - 6	0.0617 + j0.2935	j0.0186
2 - 7	0.0511 + j0.2442	j0.0155
2 - 8	0.0579 + j0.2763	j0.0175
3 - 13	0.0564 + j0.1478	j0.0085
3 - 14	0.1183 + j0.3573	j0.0185
4 - 19	0.0196 + j0.0514	j0.0113
4 - 20	0.0382 + j0.1007	j0.0220
4 - 21	0.0970 + j0.2547	j0.0558
5 - 10	0.0497 + j0.2372	j0.0577
5 - 17	0.0144 + j0.1269	j0.1335
5 - 19	0.0929 + j0.2442	j0.0140
6 - 13	0.0263 + j0.0691	j0.0040
7 - 8	0.0529 + j0.1465	j0.0078
7 - 12	0.0364 + j0.0110	j0.0110
8 - 9	0.0387 + j0.1847	j0.0118
8 - 17	0.0497 + j0.2372	j0.0572
9 - 10	0.0973 + j0.2691	j0.0085
10 - 11	0.0898 + j0.2359	j0.0135
11 - 17	0.1068 + j0.2807	j0.0161
12 - 17	0.0460 + j0.2196	j0.0139
14 - 15	0.0381 + j0.0764	j0.0044
15 - 16	0.0256 + j0.0673	j0.0148
17 - 18	0.0806 + j0.2119	j0.0122
18 - 19	0.0872 + j0.2294	j0.0132
20 - 21	0.0615 + j0.1613	j0.0354
21 - 22	0.0414 + j0.1087	j0.0238
22 - 23	0.2250 + j0.3559	j0.0169
22 - 24	0.0970 + j0.2595	j0.0567
24 - 25	0.0472 + j0.1458	j0.0317

Tabela 9

Potência Base : 100 MVA

Dados de Barras

Barra	GERAÇÃO		CONSUMO		Banco Fixo
	M W	M VAR	M W	M VAR	M VAR
1	-	-	200.0	65.0	100.0
2	100.0	- 17.0	10.0	3.0	0.0
3	150.0	4.0	50.0	17.0	0.0
4	50.0	- 4.0	30.0	10.0	0.0
5	200.0	- 47.0	25.0	8.0	0.0
6	0.0	0.0	15.0	5.0	0.0
7	0.0	0.0	15.0	5.0	0.0
8	0.0	0.0	25.0	0.0	0.0
9	0.0	0.0	15.0	5.0	0.0
10	0.0	0.0	15.0	5.0	0.0
11	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0
12	0.0	0.0	10.0	0.0	0.0
13	0.0	0.0	25.0	8.0	0.0
14	0.0	0.0	20.0	7.0	0.0
15	0.0	0.0	30.0	10.0	0.0
16	0.0	0.0	30.0	10.0	0.0
17	0.0	0.0	60.0	20.0	0.0
18	0.0	0.0	15.0	5.0	0.0
19	0.0	0.0	15.0	5.0	0.0
20	0.0	0.0	25.0	8.0	0.0
21	0.0	0.0	20.0	7.0	0.0
22	0.0	0.0	20.0	7.0	0.0
23	0.0	0.0	15.0	5.0	0.0
24	0.0	0.0	15.0	5.0	0.0
25	0.0	0.0	25.0	8.0	0.0

Tabela 10

c)- Resultados do Fluxo de Carga para o Caso Base:

Barra	GERAÇÃO		TENSÃO	
	M W	MVAR	Módulo	Ângulo
1	255.00	113.26	1.020	0.000
2	100.00	- 17.00	0.884	13.903
3	150.00	4.00	0.956	8.306
4	50.00	- 4.00	0.886	0.931
5	200.00	- 47.00	0.880	14.001
6	0.00	0.00	0.901	8.286
7	0.00	0.00	0.879	7.854
8	0.00	0.00	0.880	7.133
9	0.00	0.00	0.870	6.398
10	0.00	0.00	0.878	8.227
11	0.00	0.00	0.887	6.570
12	0.00	0.00	0.886	6.215
13	0.00	0.00	0.910	7.572
14	0.00	0.00	0.934	- 1.592
15	0.00	0.00	0.942	- 2.847
16	0.00	0.00	0.962	- 2.786
17	0.00	0.00	0.897	5.831
18	0.00	0.00	0.883	3.136
19	0.00	0.00	0.891	2.516
20	0.00	0.00	0.878	- 1.988
21	0.00	0.00	0.890	- 3.849
22	0.00	0.00	0.909	- 5.446
23	0.00	0.00	0.971	- 3.390
24	0.00	0.00	0.937	- 7.360
25	0.00	0.00	0.958	- 6.841

Tabela 11

Perdas Ativas : 25.00 MW

Balanco de Reativos : 74.69 MVAR

Fluxos de Potências nas Linhas

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
1 - 3	- 39.917	34.349
3 - 1	41.927	- 29.818
1 - 16	41.911	31.309
16 - 1	- 41.083	- 34.000
1 - 17	- 14.453	50.305
17 - 1	17.270	- 45.242
1 - 19	2.349	30.665
19 - 1	- 0.785	- 30.676
1 - 23	30.163	2.464
23 - 1	- 29.140	- 11.712
1 - 25	34.961	3.210
25 - 1	- 33.967	- 15.557
2 - 6	24.660	- 10.558
6 - 2	- 24.114	10.188
2 - 7	32.856	- 4.402
7 - 2	- 32.144	5.398
2 - 8	32.441	- 5.003
8 - 2	- 31.652	6.046
3 - 13	16.475	22.653
13 - 3	- 15.969	- 22.807
3 - 14	41.591	- 5.824
14 - 3	- 39.330	9.347
4 - 19	- 39.772	6.319
19 - 4	40.179	- 7.036
4 - 20	37.275	- 7.161
20 - 4	- 36.585	5.556
4 - 21	22.487	- 13.100
21 - 4	- 21.769	6.181
5 - 10	31.838	- 8.742
10 - 5	- 31.175	3.000
5 - 17	86.571	- 25.770
7 - 5	- 85.131	17.395
5 - 19	56.558	- 20.446
9 - 5	- 52.266	29.533
5 - 13	9.135	- 15.202

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
13 - 6	- 9.036	14.805
7 - 8	- 5.596	- 3.504
8 - 7	- 5.568	2.372
7 - 12	11.568	- 6.910
12 - 7	- 11.487	5.580
8 - 9	6.191	3.259
9 - 8	- 6.163	- 4.932
8 - 17	6.045	- 11.690
17 - 8	- 5.988	2.930
9 - 10	- 8.837	- 0.069
10 - 9	8.938	- 0.948
10 - 11	7.246	- 7.064
11 - 10	- 7.142	5.235
11 - 17	2.143	- 5.234
17 - 11	- 2.115	2.747
12 - 17	1.484	- 5.579
17 - 12	- 1.471	3.431
14 - 15	19.331	- 16.348
15 - 14	- 19.129	16.125
15 - 16	- 10.871	- 26.126
16 - 15	11.083	24.001
17 - 19	17.449	- 1.283
18 - 17	- 17.144	0.154
18 - 18	2.143	- 5.154
19 - 18	- 2.119	3.140
20 - 21	11.589	- 13.574
21 - 20	- 11.388	8.571
21 - 22	13.157	- 21.579
22 - 21	- 12.860	18.689
22 - 23	- 13.498	- 8.685
23 - 22	14.140	6.712
22 - 24	6.357	- 17.004
24 - 22	- 6.131	7.947
24 - 25	- 8.869	- 12.949
25 - 24	8.967	7.558

Tabela 12

III - Resultados de Aplicação do Método de Minimização de Correntes :-

III.1 - Sistema A :-

a) - Sem Restrições de Desigualdade :-

Barra	GERAÇÃO		TENSÃO	
	MW	MVAR	Módulo	Ângulo
1	46.47	10.01	1.040	0.000
2	0.00	12.03	1.001	- 3.765
3	0.00	3.04	0.996	- 3.509
4	55.20	0.05	1.029	9.029
5	170.40	20.03	1.061	4.519

Tabela 13

Fluxos de Potências nas Linhas

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
5 - 1	84.399	0.034
1 - 5	- 82.499	6.487
2 - 1	- 27.758	- 5.437
1 - 2	28.396	7.527
3 - 1	- 20.103	- 6.079
1 - 3	20.570	7.623
2 - 3	- 2.243	5.463
3 - 2	2.254	- 5.422
3 - 4	- 52.152	11.544
4 - 3	55.202	0.054

Tabela 14

Perdas Ativas : 6.07 MW

Balanco de Reativos : - 21.80 MVAR

b) - Com Restrições de Tensão :-

Para esse sistema, consideramos a seguinte faixa permissível para os valores de módulo de tensão :

$$|V|_{\text{máx}} = 1.05 \text{ pu}$$

$$|V|_{\text{mín}} = 0.95 \text{ pu}$$

Dessa forma, obtivemos os seguintes resultados :

Barra	GERAÇÃO		TENSÃO	
	MW	MVAR	Módulo	Ângulo
1	46.54	20.91	1.040	0.000
2	0.00	12.05	1.002	-3.767
3	0.00	3.09	0.996	-3.512
4	55.20	0.11	1.029	9.012
5	170.40	9.23	1.050	4.736

Tabela 15

Fluxos de Potências nas Linhas

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
5 - 1	84.399	- 10.769
1 - 5	- 82.429	17.532
2 - 1	- 27.757	- 5.369
1 - 2	- 28.394	7.456
3 - 1	- 20.104	- 6.013
1 - 3	20.570	7.553
2 - 3	- 2.242	5.420
3 - 2	2.254	- 5.380
3 - 4	- 52.147	11.479
4 - 3	55.194	0.106

Tabela 16

Perdas Ativas : 6.14 MW

Balanco de Reativos : - 22.02 MVAR

III.2 - Sistema B :-

a)- Sem Restrições de Desigualdade :-

Barra	GERAÇÃO		TENSÃO	
	MW	MVAR	Módulo	Ângulo
1	42.69	- 6.92	1.060	0.000
2	69.14	2.62	1.051	- 0.775
3	54.81	7.90	1.043	- 1.753
4	0.00	- 2.64	1.039	- 2.304
5	0.00	1.05	1.026	- 3.775

Tabela 17

Fluxos de Potências nas Linhas

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
1 - 2	27.629	4.206
2 - 1	- 27.483	- 10.449
1 - 3	15.062	0.111
3 - 1	- 14.895	- 5.135
2 - 3	10.794	- 0.997
3 - 2	- 10.730	- 3.191
2 - 4	16.738	- 0.506
4 - 2	- 16.584	- 3.397
2 - 5	49.096	4.568
5 - 2	- 48.208	- 5.141
3 - 4	35.433	1.233
4 - 3	- 35.317	- 3.050
4 - 5	11.900	- 1.198
5 - 4	- 11.794	- 3.810

Tabela 18

Perdas Ativas : 1.64 MW

Balanco de Reativos : 26.76 MVAR

b)- Com Restrição de Reativos :-

Considerando que as barras 4 e 5 não podem gerar potência reativa, chegamos aos seguintes resultados :

Barra	GERAÇÃO		TENSÃO	
	MW	MVAR	Módulo	Ângulo
1	42.69	- 8.55	1.060	0.000
2	69.14	2.60	1.051	- 0.784
3	54.81	7.89	1.044	- 1.779
4	0.00	0.00	1.040	- 2.334
5	0.00	0.00	1.026	- 3.774

Tabela 19

Fluxos de Potências nas Linhas

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
1 - 2	27.620	3.235
2 - 1	- 27.476	- 9.489
1 - 3	15.066	- 0.548
3 - 1	- 14.901	- 4.490
2 - 3	10.800	- 1.551
3 - 2	- 10.737	- 2.648
2 - 4	16.744	- 1.260
4 - 2	- 16.591	- 2.656
2 - 5	49.076	4.898
5 - 2	- 48.189	- 5.474
3 - 4	35.446	0.031
4 - 3	- 35.331	- 1.857
4 - 5	11.921	- 0.488
5 - 4	- 11.813	- 4.525

Tabela 20

Perdas Ativas : 1.64 MW

Balanco de Reativos : 26.82 MVAR

III.3 - Sistema C :-

a)- Sem Restrições de Desigualdade :-

A aplicação do método de minimização de correntes ao sistema C, quando não foram consideradas as restrições, de desigualdade, não apresentou resultados satisfatórios. Muitas oscilações foram verificadas no processo iterativo, o que provocou uma convergência excessivamente lenta. Para evitar tais oscilações, investigamos alocação de apenas uma parcela da potência reativa calculada por (17), de acordo com a equação :

$$\underline{Q}^{(i+1)} = \underline{Q}^{(i)} + AJ \left[\underline{Q}_{cal}^{(i+1)} - \underline{Q}^{(i)} \right] ,$$

onde :

\underline{Q}_{cal} : potência reativa líquida calculada por (17) ;

AJ : ajuste a ser feito para acelerar a convergência do método.

Testes foram feitos para diversos valores de AJ e verificamos que AJ = 0.6 proporciona uma rápida convergência para esse sistema. Apresentamos a seguir os resultados obtidos para esse valor de ajuste :

Barra	GERAÇÃO		TENSÃO	
	MW	MVAR	Módulo	Ângulo
1	248.32	56.42	1.020	0.000
2	100.00	- 5.50	0.952	11.492
3	150.00	8.48	0.982	7.572
4	50.00	1.19	0.940	0.165
5	200.00	- 3.38	0.983	10.592
6	0.00	- 2.93	0.943	7.068
7	0.00	- 2.93	0.940	6.223
8	0.00	- 7.98	0.942	5.550
9	0.00	- 3.05	0.935	4.871
10	0.00	- 2.91	0.955	6.161
11	0.00	- 7.94	0.951	4.997
12	0.00	- 7.95	0.944	4.750
13	0.00	- 0.04	0.947	6.567
14	0.00	- 1.67	0.946	- 1.720
15	0.00	1.19	0.952	- 2.920
16	0.00	1.27	0.970	- 2.818
17	0.00	11.48	0.968	4.153
18	0.00	- 3.40	0.944	2.042
19	0.00	- 3.53	0.948	1.569
20	0.00	- 1.07	0.925	- 2.371
21	0.00	- 2.19	0.926	- 3.966
22	0.00	- 2.30	0.930	- 5.350
23	0.00	- 3.86	0.974	- 3.168
24	0.00	- 4.23	0.943	- 7.050
25	0.00	- 1.13	0.961	- 6.597

Tabela 21

Perdas Ativas : 18.32 MW

Balanco de Reativos : 111.91 MVAR

Números de Iterações: 5

Fluxos de Potências nas Linhas

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
1 - 3	- 39.275	24.540
3 - 1	40.825	- 21.937
1 - 16	41.429	25.807
16 - 1	- 40.711	- 29.069
1 - 17	- 16.272	24.133
17 - 1	17.170	- 24.575
1 - 19	0.368	16.436
19 - 1	0.135	- 19.460
1 - 23	28.301	2.005
23 - 1	- 27.400	- 11.535
1 - 25	33.763	2.535
25 - 1	- 32.840	- 15.269
2 - 6	23.344	- 2.770
6 - 2	- 22.972	1.203
2 - 7	33.464	- 2.139
7 - 2	- 32.832	2.389
2 - 8	33.175	- 3.616
8 - 2	- 32.469	3.847
3 - 13	17.402	15.863
13 - 3	- 17.062	- 16.553
3 - 14	41.770	- 2.454
14 - 3	- 39.628	5.482
4 - 19	- 41.924	0.379
19 - 4	42.314	- 1.369
4 - 20	38.380	- 1.421
20 - 4	- 37.743	- 0.723
4 - 21	23.520	- 7.796
21 - 4	- 22.904	- 0.296
5 - 10	31.806	0.405
10 - 5	- 31.267	- 8.661
5 - 17	84.762	- 6.769
17 - 5	- 83.685	- 9.137
5 - 19	58.424	- 5.043
19 - 5	- 55.125	11.104
6 - 13	7.976	- 9.127

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
13 - 6	- 7.935	8.522
7 - 8	5.706	- 4.559
8 - 7	- 5.677	3.257
7 - 12	12.132	- 5.754
12 - 7	- 12.062	4.137
8 - 9	6.209	1.610
9 - 8	- 6.189	- 3.594
8 - 17	6.943	- 16.689
17 - 8	- 6.841	6.735
9 - 10	- 8.811	- 4.453
10 - 9	8.912	3.217
10 - 11	7.356	- 2.464
11 - 10	- 7.301	0.156
11 - 17	2.302	- 8.097
17 - 11	- 2.244	5.284
12 - 17	2.063	- 12.087
17 - 12	- 2.000	9.845
14 - 15	19.628	- 14.145
15 - 14	- 19.448	13.842
15 - 16	- 10.551	- 22.653
16 - 15	10.711	20.340
17 - 18	17.601	3.339
18 - 17	- 17.317	- 4.825
18 - 19	2.318	- 3.570
19 - 18	- 2.307	1.234
20 - 21	12.750	- 8.344
21 - 20	- 12.613	2.644
21 - 22	15.520	- 11.535
22 - 21	- 15.360	7.856
22 - 23	- 11.992	- 5.089
23 - 22	12.400	2.678
22 - 24	7.351	- 12.056
24 - 22	- 7.233	2.424
24 - 25	- 7.766	- 11.659
25 - 24	7.840	6.143

Tabela 22

b) - Com Restrição de Reativos :-

Considerando que as barras numeradas de 6 a 25 não têm condições de gerar reativos, chegamos aos seguintes resultados :

Barra	GERAÇÃO		TENSÃO	
	MW	MVAR	Módulo	Ângulo
1	244.89	- 15.95	1.020	0.000
2	100.00	- 6.53	1.026	9.048
3	150.00	7.30	1.006	6.861
4	50.00	- 0.01	0.999	- 0.902
5	200.00	- 3.71	1.053	8.206
6	0.00	0.00	0.994	5.657
7	0.00	0.00	1.025	4.359
8	0.00	0.00	1.028	3.766
9	0.00	0.00	1.025	3.117
10	0.00	0.00	1.041	4.202
11	0.00	0.00	1.039	3.094
12	0.00	0.00	1.029	3.067
13	0.00	0.00	0.990	5.431
14	0.00	0.00	0.959	- 1.890
15	0.00	0.00	0.960	- 2.984
16	0.00	0.00	0.975	- 2.829
17	0.00	0.00	1.033	2.696
18	0.00	0.00	1.012	0.746
19	0.00	0.00	1.007	0.397
20	0.00	0.00	0.986	- 3.211
21	0.00	0.00	0.985	- 4.672
22	0.00	0.00	0.983	- 5.904
23	0.00	0.00	1.000	- 3.481
24	0.00	0.00	0.990	- 7.330
25	0.00	0.00	0.996	- 6.727

Tabela 23

Perdas Ativas : 14.89 MW

Balanco de Reativos : 142.84 MVAR

Fluxos de Potências nas Linhas

	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
Linha	MWATT	MVAR
1 - 3	- 38.364	15.175
3 - 1	39.584	- 13.979
1 - 16	41.025	22.395
16 - 1	- 40.369	- 25.982
1 - 17	- 17.085	0.189
17 - 1	17.372	- 2.516
1 - 19	- 0.464	1.243
19 - 1	0.483	- 5.797
1 - 23	26.282	- 8.648
23 - 1	- 25.554	- 1.535
1 - 25	33.491	- 7.268
25 - 1	- 32.677	- 6.586
2 - 6	22.068	5.294
6 - 2	- 21.752	- 7.583
2 - 7	34.111	- 6.792
7 - 2	- 33.533	6.295
2 - 8	33.840	- 8.040
8 - 2	- 33.189	7.456
3 - 13	18.470	3.495
13 - 3	- 18.270	- 4.663
3 - 14	41.949	0.778
14 - 3	- 39.885	1.883
4 - 19	- 43.570	1.011
19 - 4	43.943	- 2.306
4 - 20	39.222	- 2.709
20 - 4	- 38.633	- 0.074
4 - 21	24.361	- 8.317
21 - 4	- 23.777	- 1.135
5 - 10	32.152	- 6.875
10 - 5	- 31.688	- 3.557
5 - 17	83.485	- 4.350
17 - 5	- 82.565	- 16.588
5 - 19	59.378	- 0.487
19 - 5	- 56.421	5.289
6 - 13	6.745	2.584

	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
Linha	MWATT	MVAR
13 - 6	- 6.730	- 3.333
7 - 8	5.876	- 5.166
8 - 7	- 5.849	3.598
7 - 12	12.648	- 6.128
12 - 7	- 12.584	4.114
8 - 9	6.481	- 1.136
9 - 8	- 6.465	- 1.278
8 - 17	7.550	- 9.913
17 - 8	- 7.517	- 2.077
9 - 10	- 8.534	- 3.724
10 - 9	8.609	2.116
10 - 11	8.075	- 3.556
11 - 10	- 8.017	0.787
11 - 17	3.018	- 0.785
17 - 11	- 3.008	- 2.646
12 - 17	2.586	- 4.112
17 - 12	- 2.580	1.184
14 - 15	19.884	- 8.882
15 - 14	- 19.741	8.461
15 - 16	- 10.258	- 18.461
16 - 15	10.369	15.983
17 - 18	18.288	2.647
18 - 17	- 18.024	- 4.503
18 - 19	3.025	- 0.496
19 - 18	- 3.016	- 2.171
20 - 21	13.629	- 7.924
21 - 20	- 13.499	1.393
21 - 22	17.275	- 7.256
22 - 21	- 17.137	3.009
22 - 23	- 10.297	0.550
23 - 22	10.555	- 3.465
22 - 24	7.434	- 10.559
24 - 22	- 7.353	- 0.258
24 - 26	- 7.647	- 4.743
25 - 24	7.677	- 1.413

IV - Resultados de Aplicação do Método de Minimização de Perdas Ativas :-

IV.1 - Sistema A :

a) - Sem Restrições de Desigualdade :-

Barra	GERAÇÃO		TENSÃO	
	MW	MVAR	Módulo	Ângulo
1	46.15	- 1.95	1.040	0.000
2	0.00	11.34	1.016	- 3.923
3	0.00	10.43	1.017	- 3.777
4	55.20	4.14	1.067	7.812
5	170.40	20.07	1.061	4.519

Tabela 25

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
5 - 1	84.399	0.068
1 - 5	- 82.500	6.454
2 - 1	- 27.593	- 0.023
1 - 2	28.183	1.956
3 - 1	- 20.062	0.078
1 - 3	20.471	1.272
2 - 3	- 2.408	- 0.639
3 - 2	2.410	0.646
3 - 4	- 52.347	6.706
4 - 3	55.199	4.140

Tabela 26

Perdas Ativas : 5.75 MW

Balanco de Reativos : 20.66 MVAR

b) - Com Restrições de Tensão :-

Tomando $V_{\max} = 1.05$ pu e $V_{\min} = 0.95$ pu , obtemos

os seguintes resultados :

Barra	GERAÇÃO		TENSÃO	
	MW	MVAR	Módulo	Ângulo
1	46.30	9.50	1.040	0.000
2	0.00	11.66	1.015	- 3.925
3	0.00	14.14	1.016	- 3.773
4	55.20	0.04	1.050	8.255
5	170.40	9.23	1.050	4.736

Tabela 27

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
5 - 1	84.399	- 10.769
1 - 5	- 82.429	17.532
2 - 1	- 27.633	- 0.144
1 - 2	28.225	2.084
3 - 1	- 20.098	- 0.164
1 - 3	20.509	1.521
2 - 3	- 2.366	- 0.200
3 - 2	2.368	0.206
3 - 4	- 52.269	11.094
4 - 3	55.199	0.043

Tabela 28

Perdas Ativas : 5.90 MW

Balanco de Reativos : - 21.20 MVAR

IV.2 - Sistema B :-

a)- Sem Restrições de Desigualdade :

Barra	GERAÇÃO		TENSÃO	
	MW	MVAR	Módulo	Ângulo
1	42.65	- 19.10	1.060	0.000
2	69.14	10.76	1.056	- 0.872
3	54.81	8.48	1.048	- 1.835
4	0.00	- 1.99	1.044	- 2.387
5	0.00	3.46	1.034	- 3.870

Tabela 29

Fluxos de Potências nas Linhas

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
1 - 2	27.633	- 5.662
2 - 1	- 27.496	- 0.645
1 - 3	15.020	- 2.206
3 - 1	- 14.859	- 2.866
2 - 3	10.799	- 0.833
3 - 2	- 10.735	- 3.403
2 - 4	16.743	- 0.591
4 - 2	- 16.591	- 3.365
2 - 5	49.099	2.827
5 - 2	- 48.227	- 3.489
3 - 4	35.403	- 0.250
4 - 3	- 35.289	- 1.596
4 - 5	11.879	- 2.032
5 - 4	- 11.775	- 3.055

Tabela 30

Perdas Ativas : 1.60 MW

Balanco de Reativos : 27.16 MVAR

b) - Com Restrição de Reativos :-

Barra	GERAÇÃO		TENSÃO	
	MW	MVAR	Módulo	Ângulo
1	42.67	- 15.93	1.060	0.000
2	69.14	9.96	1.055	-0.846
3	54.81	7.70	1.047	-1.817
4	0.00	0.00	1.043	-2.373
5	0.00	0.00	1.030	-3.812

Tabela 31

Fluxos de Potências nas Linhas

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
1 - 2	27.631	- 3.016
2 - 1	- 27.495	- 3.284
1 - 3	15.037	- 1.677
3 - 1	- 14.875	- 3.385
2 - 3	10.803	- 1.000
3 - 2	- 10.740	- 3.224
2 - 4	16.751	- 0.831
4 - 2	- 16.598	- 3.113
2 - 5	49.086	5.074
5 - 2	- 48.203	- 5.685
3 - 4	35.422	- 0.691
4 - 3	- 35.307	- 1.149
4 - 5	11.906	- 0.737
5 - 4	- 11.799	- 4.314

Tabela 32

Perdas Ativas : 1.62 MW

Balanco de Reativos : 27.03 MVAR

IV.3 - Sistema C :-

a) - Sem Restrições de Desigualdade :

Barra	GERAÇÃO		TENSÃO	
	MW	MVAR	Módulo	Ângulo
1	244.88	- 14.16	1.020	0.000
2	100.00	- 11.70	1.048	8.458
3	150.00	5.19	1.018	6.600
4	50.00	- 0.93	0.996	- 0.951
5	200.00	- 41.06	1.037	8.357
6	0.00	4.61	1.019	5.162
7	0.00	5.69	1.052	3.920
8	0.00	5.41	1.053	3.389
9	0.00	5.86	1.052	2.733
10	0.00	5.88	1.054	4.002
11	0.00	4.90	1.056	2.811
12	0.00	5.31	1.053	2.736
13	0.00	3.95	1.013	4.993
14	0.00	0.96	0.964	- 1.943
15	0.00	- 0.14	0.963	- 2.995
16	0.00	- 1.79	0.976	- 2.813
17	0.00	5.25	1.042	2.565
18	0.00	4.66	1.020	0.548
19	0.00	3.33	1.005	0.321
20	0.00	2.22	0.962	- 3.272
21	0.00	0.38	0.977	- 4.660
22	0.00	- 1.42	0.971	- 5.806
23	0.00	- 3.44	0.990	- 3.313
24	0.00	- 3.66	0.969	- 7.144
25	0.00	- 4.01	0.976	- 6.567

Tabela 33

Perdas Ativas : 14.88 MW

Balanco de Reativos : 142.64 MVAR

Fluxos de Potências nas Linhas

	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
Linha	MWATT	MVAR
1 - 3	- 38.309	10.865
3 - 1	39.436	- 10.077
1 - 16	40.667	21.414
16 - 1	- 40.033	- 25.115
1 - 17	- 17.443	- 2.795
17 - 1	17.740	0.472
1 - 19	0.048	1.659
19 - 1	- 0.026	- 6.191
1 - 23	26.695	- 4.512
23 - 1	- 25.950	- 5.524
1 - 25	33.227	- 1.755
25 - 1	- 32.389	- 11.646
2 - 6	22.187	4.016
6 - 2	- 21.889	- 6.574
2 - 7	34.106	- 9.283
7 - 2	- 33.538	8.584
2 - 8	33.692	- 9.397
8 - 2	- 33.063	8.536
3 - 13	18.319	- 4.150
13 - 3	- 18.131	2.891
3 - 14	42.246	2.425
14 - 3	- 40.186	0.158
4 - 19	- 43.446	- 1.733
19 - 4	43.820	0.452
4 - 20	39.192	- 2.473
20 - 4	- 38.600	- 0.267
4 - 21	24.270	- 6.667
21 - 4	- 23.692	- 2.672
5 - 10	32.243	- 19.239
10 - 5	- 31.663	9.301
5 - 17	84.789	- 23.917
17 - 5	- 83.814	3.684
5 - 19	57.959	- 5.854
19 - 5	- 55.038	10.615
6 - 13	6.901	6.170

	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
Linha	MWATT	MVAR
13 - 6	- 6.878	- 6.935
7 - 8	6.006	- 3.630
8 - 7	- 5.985	1.961
7 - 12	12.543	- 4.284
12 - 7	- 12.488	2.110
8 - 9	6.701	- 2.107
9 - 8	- 6.685	- 0.430
8 - 17	7.355	- 2.990
17 - 8	- 7.326	- 9.418
9 - 10	- 8.315	1.290
10 - 9	8.380	- 2.994
10 - 11	8.305	- 5.437
11 - 10	- 8.237	2.612
11 - 17	3.237	2.292
17 - 11	- 3.211	- 5.766
12 - 17	2.485	3.204
17 - 12	- 2.473	- 6.197
14 - 15	20.185	- 6.202
15 - 14	- 20.052	5.748
15 - 16	- 9.947	- 15.884
16 - 15	10.033	13.326
17 - 16	19.085	2.459
18 - 17	- 18.803	- 4.313
18 - 19	3.802	3.972
19 - 18	- 3.766	- 6.582
20 - 21	13.596	- 5.526
21 - 20	- 13.476	- 0.947
21 - 22	17.165	- 3.008
22 - 21	- 17.037	- 1.170
22 - 23	- 10.671	0.109
23 - 22	10.950	- 2.917
22 - 24	7.707	- 7.355
24 - 22	- 7.642	- 3.131
24 - 25	- 7.358	- 5.534
25 - 24	7.389	- 0.366

Tabela 34

b)- Com Restrição de Reativos :-

A aplicação do método de minimização de perdas ativas ao sistema C, quando consideramos que as barras de 6 a 25 estão impossibilitadas de gerar reativos, não apresentou convergência satisfatória. Para alcançar a situação de mínimo de perdas do sistema, foram necessárias 10 (dez) iterações do processo de otimização, o que consideramos um número relativamente elevado. Como a convergência se deu de forma tangencial, um múltiplo do passo k foi ajustado para acelerar o processo, de acordo com a equação :

$$k' = m \cdot k_{cal}$$

onde :

k_{cal} : valor calculado pela equação (58) ;

m : fator ajustado para acelerar a convergência do processo de otimização.

Para a situação de geração e consumo apresentada na tabela 10, encontramos o valor $m = 4$ como sendo o que proporciona convergência mais rápida. Mostramos adiante os resultados obtidos com esse valor de m.

Barra	GERAÇÃO		TENSÃO	
	MW	MVAR	Módulo	Ângulo
1	244.94	- 13.60	1.020	0.000
2	100.00	1.77	1.035	8.951
3	150.00	7.44	1.009	6.823
4	50.00	5.68	0.999	- 0.937
5	200.00	- 18.66	1.036	8.618
6	0.00	0.00	1.000	5.605
7	0.00	0.00	1.026	4.416
8	0.00	0.00	1.027	3.856
9	0.00	0.00	1.020	3.244
10	0.00	0.00	1.030	4.455
11	0.00	0.00	1.030	3.306
12	0.00	0.00	1.026	3.180
13	0.00	0.00	0.995	5.390
14	0.00	0.00	0.960	- 1.888
15	0.00	0.00	0.961	- 2.979
16	0.00	0.00	0.975	- 2.823
17	0.00	0.00	1.026	2.877
18	0.00	0.00	1.006	0.844
19	0.00	0.00	1.003	0.428
20	0.00	0.00	0.985	- 3.246
21	0.00	0.00	0.984	- 4.703
22	0.00	0.00	0.983	- 5.928
23	0.00	0.00	1.000	- 3.490
24	0.00	0.00	0.989	- 7.348
25	0.00	0.00	0.995	- 6.740

Tabela 35

Perdas Ativas : 14.94 MW

Balanco de Reativos : 141.31 MVAR

	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
Linha	MWATT	MVAR
1 - 3	- 38.520	14.134
3 - 1	39.724	- 13.011
1 - 16	40.872	21.904
6 - 1	- 40.227	- 25.545
1 - 17	- 17.112	3.025
7 - 1	* 17.417	- 5.278
1 - 19	- 0.248	2.159
9 - 1	0.277	- 6.668
1 - 23	26.378	- 8.590
23 - 1	- 25.645	- 1.580
1 - 25	33.562	- 7.194
25 - 1	- 32.744	- 6.637
2 - 6	22.354	6.477
6 - 2	- 22.025	- 8.764
2 - 7	34.014	- 3.391
7 - 2	- 33.461	2.743
2 - 8	33.654	- 4.347
8 - 2	- 33.039	3.563
3 - 13	18.188	2.258
3 - 3	- 17.999	- 3.470
3 - 14	42.089	1.187
4 - 3	- 40.021	1.471
4 - 19	- 43.425	6.728
9 - 4	43.808	- 7.987
4 - 20	39.134	- 2.741
20 - 4	- 38.547	- 0.039
4 - 21	24.277	- 8.344
1 - 4	- 23.696	- 1.097
5 - 10	31.998	- 9.292
0 - 5	- 31.519	- 0.734
5 - 17	84.046	- 11.564
7 - 5	- 83.097	- 8.435
5 - 19	58.959	- 5.840
9 - 5	- 55.932	10.886
6 - 13	7.011	3.772

	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
Linha	MWATT	MVAR
13 - 6	- 6.993	- 4.522
7 - 8	5.936	- 3.862
8 - 7	- 5.913	2.280
7 - 12	12.511	- 3.872
12 - 7	- 12.454	1.827
8 - 9	6.554	1.145
9 - 8	- 6.537	- 3.533
8 - 17	7.389	- 6.974
17 - 8	- 7.363	- 4.953
9 - 10	- 8.463	- 1.470
10 - 9	8.530	- 0.131
10 - 11	7.988	- 4.124
11 - 10	- 7.927	1.419
11 - 17	2.928	- 1.418
17 - 11	- 2.920	- 1.960
12 - 17	2.459	- 1.824
17 - 12	- 2.456	- 1.089
14 - 15	20.020	- 8.467
15 - 14	- 19.878	8.042
15 - 16	- 10.121	- 18.043
16 - 15	10.227	15.546
17 - 18	18.417	1.732
18 - 17	- 18.150	- 3.548
18 - 19	3.151	- 1.451
19 - 18	- 3.142	- 1.190
20 - 21	13.551	- 7.951
21 - 20	- 13.422	1.429
21 - 22	17.120	- 7.327
22 - 21	- 16.984	3.081
22 - 23	- 10.384	0.514
23 - 22	10.646	- 3.421
22 - 24	7.367	- 10.595
24 - 22	- 7.286	- 0.213
24 - 25	- 7.714	- 4.789
25 - 24	7.744	- 1.361

Tabela 36

V.- Influência da Representação de Cargas sobre a Convergência dos Métodos :-

Mostramos aqui os resultados obtidos para o sistema C, considerando que toda a sua carga é representada por impedância constante. Consideramos, neste caso, que as potências consumidas foram medidas sob a tensão de 1.0 pu.

V.1 - Resultados do Fluxo de Carga para o Caso Base:

Barra	GERAÇÃO		CONSUMO		TENSÃO
	MW	MVAR	MW	MVAR	Módulo (pu)
1	208.74	75.73	208.08	67.63	1.020
2	100.00	- 17.00	8.79	2.64	0.938
3	150.00	4.00	47.76	16.24	0.977
4	50.00	- 4.00	26.36	8.79	0.937
5	200.00	- 47.00	21.96	7.03	0.937
6	0.00	0.00	13.30	4.43	0.942
7	0.00	0.00	13.14	4.38	0.936
8	0.00	0.00	22.00	0.00	0.938
9	0.00	0.00	12.98	4.33	0.930
10	0.00	0.00	13.21	4.40	0.938
11	0.00	0.00	4.46	0.00	0.944
12	0.00	0.00	8.87	0.00	0.942
13	0.00	0.00	22.35	7.15	0.946
14	0.00	0.00	18.01	6.31	0.949
15	0.00	0.00	27.30	9.10	0.954
16	0.00	0.00	28.27	9.42	0.971
17	0.00	0.00	54.01	18.00	0.949
18	0.00	0.00	13.13	4.38	0.936
19	0.00	0.00	13.26	4.42	0.940
20	0.00	0.00	21.62	6.92	0.930
21	0.00	0.00	17.60	6.16	0.938
22	0.00	0.00	18.02	6.31	0.949
23	0.00	0.00	14.61	4.87	0.987
24	0.00	0.00	14.04	4.68	0.968
25	0.00	0.00	24.03	7.69	0.980

Tabela 37

Perdas Ativas : 21.59 MW

Balanco de Reativos : 99.46 MVAR

Fluxos de Potências nas Linhas

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
1 - 3	- 47.198	29.489
3 - 1	49.419	- 24.186
1 - 16	33.579	26.442
16 - 1	- 33.015	- 30.440
1 - 17	- 30.046	38.128
17 - 1	32.455	- 34.338
1 - 19	- 8.092	22.309
19 - 1	9.053	- 24.099
1 - 23	23.264	- 1.680
23 - 1	- 22.681	- 8.656
1 - 25	29.156	- 2.540
25 - 1	- 28.510	- 11.849
2 - 6	26.926	- 7.154
6 - 2	- 26.396	6.391
2 - 7	32.322	- 5.889
7 - 2	- 31.703	6.125
2 - 8	31.937	- 6.575
8 - 2	- 31.249	6.780
3 - 13	9.560	16.526
13 - 3	- 9.329	- 17.491
3 - 14	43.256	- 4.571
14 - 3	- 40.929	8.166
4 - 19	- 37.440	8.805
19 - 4	37.774	- 9.920
4 - 20	36.872	- 8.257
20 - 4	- 36.263	6.026
4 - 21	24.194	- 13.301
21 - 4	- 23.470	5.391
5 - 10	30.097	- 10.516
10 - 5	- 29.568	2.894
5 - 17	88.054	- 24.578
7 - 5	- 86.756	12.276
5 - 19	59.872	- 18.911
9 - 5	- 55.749	27.280
6 - 13	13.106	- 10.831

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
13 - 6	- 13.022	10.338
7 - 8	5.509	- 3.899
8 - 7	- 5.484	2.597
7 - 12	13.059	- 6.616
12 - 7	- 12.975	5.078
8 - 9	5.151	1.782
9 - 8	- 5.136	- 3.769
8 - 17	9.592	- 11.165
17 - 8	- 9.519	1.333
9 - 10	- 7.848	- 0.559
10 - 9	7.917	- 0.733
10 - 11	8.449	- 6.570
11 - 10	- 8.346	4.447
11 - 17	3.889	- 4.446
17 - 11	- 3.860	1.638
12 - 17	4.106	- 5.077
17 - 12	- 4.089	2.671
14 - 15	22.915	- 14.473
15 - 14	- 22.690	14.290
15 - 16	- 4.607	- 23.388
16 - 15	4.749	21.022
17 - 18	17.766	- 1.592
18 - 17	- 17.483	0.169
18 - 19	4.350	- 4.546
19 - 18	- 4.320	2.304
20 - 21	14.644	- 12.955
21 - 20	- 14.422	7.360
21 - 22	20.295	- 18.911
22 - 21	- 19.968	15.531
22 - 23	- 7.852	- 6.609
23 - 22	8.071	3.786
22 - 24	9.804	- 15.228
24 - 22	- 9.591	5.385
24 - 25	- 4.449	- 10.066
25 - 24	4.485	4.161

Tabela 38

V.2 - Resultados do Método de Minimização de Correntes :-

Barra	GERAÇÃO		CONSUMO		TENSÃO
	MW	MVAR	MW	MVAR	Módulo (pu)
1	256,98	- 14,88	208,08	67,63	1,020
2	100,00	- 0,80	10,63	3,19	1,031
3	150,00	- 0,80	49,84	16,95	0,998
4	50,00	- 0,71	30,04	10,01	1,001
5	200,00	- 0,83	27,73	8,87	1,053
6	0,00	0,00	14,74	4,91	0,991
7	0,00	0,00	15,80	5,27	1,026
8	0,00	0,00	26,47	0,00	1,029
9	0,00	0,00	15,76	5,25	1,025
10	0,00	0,00	16,23	5,41	1,040
11	0,00	0,00	5,39	0,00	1,038
12	0,00	0,00	10,59	0,00	1,029
13	0,00	0,00	24,30	7,78	0,986
14	0,00	0,00	18,42	6,45	0,960
15	0,00	0,00	27,75	9,25	0,962
16	0,00	0,00	28,58	9,53	0,976
17	0,00	0,00	63,98	21,33	1,033
18	0,00	0,00	15,35	5,12	1,012
19	0,00	0,00	15,24	5,08	1,008
20	0,00	0,00	24,39	7,80	0,988
21	0,00	0,00	19,49	6,82	0,987
22	0,00	0,00	19,43	6,80	0,986
23	0,00	0,00	15,02	5,01	1,001
24	0,00	0,00	14,75	4,92	0,992
25	0,00	0,00	24,87	7,96	0,997

Tabela 39

Perdas Ativas : 14,12 MW

Balanco de Reativos : 145,27 MVAR

Fluxos de Potências nas Linhas

	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
Linha	MWATT	MVAR
1 - 3	- 38.345	18.043
3 - 1	39.637	- 16.530
1 - 16	37.455	21.785
16 - 1	- 36.886	- 25.795
1 - 17	- 11.882	- 1.659
17 - 1	12.019	- 1.079
1 - 19	1.525	0.216
19 - 1	- 1.513	- 4.789
1 - 23	26.534	- 9.131
23 - 1	- 25.790	- 1.027
1 - 25	33.615	- 7.722
25 - 1	- 32.795	- 6.136
2 - 6	19.076	8.293
6 - 2	- 18.803	- 10.801
2 - 7	35.276	- 5.541
7 - 2	- 34.671	5.156
2 - 8	35.034	- 6.766
8 - 2	- 34.352	6.307
3 - 13	20.500	0.083
13 - 3	- 20.262	- 1.132
3 - 14	40.021	- 1.307
14 - 3	- 38.120	3.500
4 - 19	- 41.070	0.563
19 - 4	41.400	- 1.976
4 - 20	37.775	- 2.936
20 - 4	- 37.230	0.022
4 - 21	23.268	- 8.373
21 - 4	- 22.736	- 1.255
5 - 10	33.102	- 6.415
10 - 5	- 32.611	- 3.884
5 - 17	82.766	- 3.319
17 - 5	- 81.859	-17.733
5 - 19	56.419	0.014
9 - 5	- 53.751	4.025
6 - 13	4.056	5.893

	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
Linha	MWATT	MVAR
13 - 6	- 4.041	- 6.636
7 - 8	6.207	- 4.925
8 - 7	- 6.179	3.355
7 - 12	12.664	- 5.488
12 - 7	- 12.602	3.459
8 - 9	7.229	- 0.613
9 - 8	- 7.210	- 1.785
8 - 17	6.832	- 9.040
17 - 8	- 6.806	- 2.990
9 - 10	- 8.553	- 3.471
10 - 9	8.627	1.862
10 - 11	7.751	- 3.383
11 - 10	- 7.698	0.606
11 - 17	2.310	- 0.606
17 - 11	- 2.304	- 2.828
12 - 17	2.008	- 3.459
17 - 12	- 2.005	0.521
14 - 15	19.697	- 9.946
15 - 14	- 19.551	9.531
15 - 16	- 8.199	- 18.780
16 - 15	8.301	16.270
17 - 18	16.968	2.798
18 - 17	- 16.738	- 4.742
18 - 19	1.392	- 0.373
19 - 18	- 1.390	- 2.312
20 - 21	12.838	- 7.819
21 - 20	- 12.722	1.220
21 - 22	15.969	- 6.780
22 - 21	- 15.852	2.455
22 - 23	- 10.498	1.076
23 - 22	10.770	- 3.979
22 - 24	6.924	- 10.330
24 - 22	- 6.853	- 0.563
24 - 25	- 7.899	- 4.355
25 - 24	7.930	- 1.821

Tabela 40

V.3 - Resultados do Método de Minimização de Perdas Ativas :-

Nesse caso, consideramos a seguinte faixa para os reativos das barras 2, 3, 4 e 5 :

$$Q G_{\max} = 20 \text{ MVAR}$$

$$Q G_{\min} = -20 \text{ MVAR}$$

Barra	GERAÇÃO		CONSUMO		TENSÃO
	MW	MVAR	MW	MVAR	Módulo (pu)
1	239.82	14.23	208.08	67.63	1.020
2	100.00	- 20.00	9.41	2.82	0.970
3	150.00	- 2.15	47.96	16.31	0.979
4	50.00	20.00	30.28	10.09	1.005
5	200.00	- 20.00	25.73	8.23	1.015
6	0.00	0.00	13.70	4.57	0.956
7	0.00	0.00	14.36	4.79	0.979
8	0.00	0.00	24.18	0.00	0.983
9	0.00	0.00	14.49	4.83	0.983
10	0.00	0.00	15.05	5.02	1.002
11	0.00	0.00	5.03	0.00	1.003
12	0.00	0.00	9.78	0.00	0.969
13	0.00	0.00	22.84	7.31	0.956
14	0.00	0.00	18.08	6.33	0.951
15	0.00	0.00	27.37	9.12	0.955
16	0.00	0.00	28.32	9.44	0.972
17	0.00	0.00	60.16	20.05	1.001
18	0.00	0.00	14.77	4.92	0.992
19	0.00	0.00	15.06	5.02	1.002
20	0.00	0.00	24.57	7.86	0.991
21	0.00	0.00	19.61	6.86	0.990
22	0.00	0.00	19.52	6.83	0.988
23	0.00	0.00	15.05	5.02	1.002
24	0.00	0.00	14.80	4.93	0.993
25	0.00	0.00	24.92	7.97	0.998

Tabela 41

Perdas Ativas : 16.72 MW

Balanco de Reativos : 129.81

Fluxos de Potências nas Linhas

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
1 - 3	- 42.885	26.910
3 - 1	44.731	- 23.117
1 - 16	25.422	25.427
16 - 1	- 34.838	- 29.342
1 - 17	- 18.450	12.696
17 - 1	18.978	- 14.259
1 - 19	- 1.049	2.768
19 - 1	1.087	- 7.246
1 - 23	25.724	- 9.187
23 - 1	- 25.023	- 1.072
1 - 25	32.977	- 7.966
25 - 1	- 32.189	- 6.059
2 - 6	21.121	- 0.762
6 - 2	- 20.828	- 1.292
2 - 7	34.782	- 10.406
7 - 2	- 34.081	10.812
2 - 8	34.690	- 11.662
8 - 2	- 33.888	12.152
3 - 13	15.930	8.836
13 - 3	- 15.726	- 9.893
3 - 14	41.372	- 4.174
14 - 3	- 39.254	7.125
4 - 19	- 43.262	21.040
19 - 4	43.721	- 22.112
4 - 20	38.801	- 2.831
20 - 4	- 38.231	- 0.049
4 - 21	24.203	- 8.320
21 - 4	- 23.633	- 1.287
5 - 10	31.246	- 5.824
10 - 5	- 30.775	- 3.653
5 - 17	82.994	- 8.372
17 - 5	- 82.027	- 10.226
5 - 19	60.047	- 14.052
19 - 5	- 56.649	20.138
6 - 13	7.128	- 3.273

Linha	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
	MWATT	MVAR
13 - 6	- 7.111	2.587
7 - 8	6.140	- 6.159
8 - 7	- 6.103	4.760
7 - 12	13.576	- 9.438
12 - 7	- 13.480	7.771
8 - 9	6.783	- 2.197
9 - 8	- 6.764	0.006
8 - 17	9.030	- 14.710
17 - 8	- 8.945	3.850
9 - 10	- 7.724	- 4.837
10 - 9	7.801	3.374
10 - 11	7.921	- 4.733
11 - 10	- 7.855	2.196
11 - 17	2.828	- 2.196
17 - 11	- 2.819	- 1.014
12 - 17	3.703	- 7.771
17 - 12	- 3.677	5.142
14 - 15	21.179	- 13.452
15 - 14	- 20.987	13.177
15 - 16	- 6.383	- 22.299
16 - 15	6.517	19.905
17 - 18	18.320	- 3.534
18 - 17	- 18.046	1.830
18 - 19	3.276	- 6.753
19 - 18	- 3.240	4.222
20 - 21	13.657	- 7.807
21 - 20	- 13.529	1.194
21 - 22	17.550	- 6.766
22 - 21	- 17.411	2.472
22 - 23	- 9.743	0.969
23 - 22	9.977	- 3.943
22 - 24	7.633	- 10.273
24 - 22	- 7.553	- 0.640
24 - 25	- 7.244	- 4.293
25 - 24	7.269	- 1.914

Tabela 42

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES :-

- * * Os testes realizados mostraram que o número de iterações até atingir a solução ótima é pequeno e não varia muito com o tamanho do sistema.
- * * Na ausência de restrições de reativos, o método de minimização de perdas ativas apresenta convergência muito mais rápida que o método de minimização de correntes ; para sistemas com restrições em muitas barras (por exemplo , o sistema C) , ocorre exatamente o contrário. Para sistemas desse tipo, aconselhamos a aplicação do método de minimização de correntes, pois as perdas ativas resultantes dos dois processos de otimização são, nesse caso, equivalentes.
- * * A introdução de restrição de tensão segundo Dopazo (6) requer, para sistemas maiores, alguns ciclos de reajuste de potência reativa até colocar a tensão na faixa.
- * * A maneira de introduzir restrição de tensão apresentada neste trabalho tem a vantagem de colocar as tensões na faixa de uma só vez, independentemente do sistema considerado, não sendo necessários ciclos de reajuste. Esta técnica exige que, no início do processo iterativo, todas as tensões estejam na faixa admitida.
- * * O valor do passo k , calculado pela equação (58), pode, eventualmente, ser negativo. Uma interpretação da equação (47) nos mostra que valores negativos do passo provocam um aumento nas perdas ativas entre iterações sucessivas. Isto deve ser evitado pois prejudica a busca do mínimo de perdas , retardando o processo. Para superar este inconveniente, utilizamos o valor absoluto do passo calculado por (58) .

* * Devido às aproximações envolvidas na dedução da equação (58), o valor de k , calculado por essa equação, pode não ser o melhor para algum sistema em particular. Nesse caso, um valor deve ser ajustado, através de uma análise detalhada dos resultados de cada iteração do processo de otimização. Se, por acaso, tiver havido muitas oscilações, um fator de redução para k deve ser ajustado. Se, por outro lado, a convergência se deu de tangencial e muito vagarosamente, devemos procurar o múltiplo real de k que provoque o menor número possível de iterações.

* * Para sistemas que possuem linhas com capacitância em paralelo desprezível ($Y_{sht} \approx 0$) e geração de reativos em todas as barras, o processo de minimização de correntes apresenta uma solução trivial: cada barra deve ter geração de reativos igual ao seu consumo e mais uma pequena parcela para suprir meta de dos reativos consumidos nas reatâncias série das linhas.

* * Em geral, há restrições de reativos, pois as máquinas síncronas estão limitadas pela sua "Capability" e a quantidade de bancos de capacitores e reatores manobráveis, para um determinado sistema, é limitada.

* * O método de minimização de correntes mostrou-se, quanto à convergência, praticamente insensível à maneira como as cargas são representadas. Obtivemos o mesmo número de iterações, quer representando as cargas por potência constante, quer representando por impedância constante, nos sistemas testados.

O método de minimização de perdas ativas apresentou, nesse caso, maior sensibilidade. Para o sistema C, por exemplo, foram necessárias 12 (doze) iterações quando toda a carga foi representada por impedância constante e 10 (dez), quando representada por potência constante. Isto se deve principalmente à influência das potências líquidas injetadas no cálculo do passo k e do vetor gradiente que, no caso das cargas representadas por impedância constante, são maiores.

- Apêndice I -

- UM FLUXO DE CARGA ZBUS -

a)- As Equações do Fluxo de Carga :-

As tensões nas diversas barras de um sistema podem ser calculadas por :

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + \dots + Z_{1n} I_n \\ V_2 &= Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 + \dots + Z_{2n} I_n \\ &\vdots \\ V_n &= Z_{n1} I_1 + Z_{n2} I_2 + \dots + Z_{nn} I_n \end{aligned} \quad (I.1),$$

onde :

V_i : valor complexo da tensão na barra i ;

Z_{ik} : impedância de transferência da barra i para a barra k ;

I_k : corrente líquida injetada na barra k ;

n : número de barras do sistema.

Podemos escrever as equações (I.1) em forma matricial :

$$\underline{V} = \underline{Z} \underline{I} \quad (I.2),$$

onde :

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}, \quad \underline{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ Z_{n1} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} .$$

Reordenando as equações (I.1) de tal forma a evidenciar as grandezas relativas à barra slack, temos :

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_{11} I_1 + \dots + Z_{1n} I_n + Z_{1s} I_s \\ V_2 &= Z_{21} I_1 + \dots + Z_{2n} I_n + Z_{2s} I_s \\ &\vdots \\ V_n &= Z_{n1} I_1 + \dots + Z_{nn} I_n + Z_{ns} I_s \\ V_s &= Z_{s1} I_1 + \dots + Z_{sn} I_n + Z_{ss} I_s \end{aligned} \quad (\text{I.3}) ,$$

onde \underline{s} é o índice correspondente à barra slack. De (I.3), temos que :

$$V_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s}}^n Z_{ik} I_k + Z_{is} I_s, \quad i=1,2, \dots, n \neq s \quad (\text{I.4})$$

e

$$V_s = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s}}^n Z_{sk} I_k + Z_{ss} I_s$$

ou

$$I_s = \frac{1}{Z_{ss}} V_s - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s}}^n Z_{sk} I_k \quad (\text{I.5}) .$$

Substituindo (I.5) em (I.4) , temos :

$$V_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s}}^n Z_{ik} I_k + \frac{Z_{is}}{Z_{ss}} \left\{ V_s - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s}}^n Z_{sk} I_k \right\}, \quad i=1,2, \dots, n \neq s$$

ou ainda :

$$V_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s}}^n \left(Z_{ik} - \frac{Z_{is} Z_{sk}}{Z_{ss}} \right) I_k + \frac{Z_{is}}{Z_{ss}} V_s, \quad i=1,2, \dots, n \neq s \quad (I.6) .$$

Por outro lado, a injeção líquida de corrente em uma barra k é :

$$I_k = \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} \quad (I.7) ,$$

onde :

P_k : potência ativa líquida injetada na barra k ;

Q_k : potência reativa líquida injetada na barra k .

A substituição de (I.7) em (I.6) resulta :

$$V_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s}}^n \left(Z_{ik} - \frac{Z_{is} Z_{sk}}{Z_{ss}} \right) \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} + \frac{Z_{is}}{Z_{ss}} V_s, \quad i=1,2, \dots, n \neq s \quad (I.8) .$$

b)- Barras PQ:-

Para as barras que têm injeção fixa, um processo iterativo sobre a equação (I.8) dá os valores complexos das tensões em todas as barras.

Valores iniciais são assumidos para as tensões e são reajustados por (I.8) até que a convergência seja obtida .

c)- Barras PV :-

As barras desse tipo têm injeção de potência ativa e módulo de tensão especificados. Devemos então calcular, a cada iteração, o ângulo de tensão e a potência reativa injetada.

Suponhamos que uma barra m seja de tensão controlada (PV) . O valor complexo de sua tensão em uma iteração r é :

$$V_m^{(r)} = |V_m| \text{ esp } \angle \delta_m^{(r)}$$

onde :

$$\delta_m^{(r)} = \text{arctg} \frac{I_m [V_{md}]}{R_e [V_{md}]} \quad (I.9) ,$$

sendo V_{md} o valor determinado por (I.8) .

Cálculo da Potência Reativa :-

Da equação (I.8) podemos escrever :

$$V_m = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s, m}}^n \left(Z_{mk} - \frac{Z_{ms} Z_{sk}}{Z_{ss}} \right) \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} + \left(Z_{mm} - \frac{Z_{ms} Z_{sm}}{Z_{ss}} \right) \frac{P_m - jQ_m}{V_m^*} + \frac{Z_{ms}}{Z_{ss}} V_s$$

ou ainda :

$$P_m - jQ_m = S_m^* = \frac{Z_{ss} V_m^*}{Z_{ss} Z_{mm} - Z_{ms} Z_{sm}} \left[V_m - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s, m}}^n \left(Z_{mk} - \frac{Z_{ms} Z_{sk}}{Z_{ss}} \right) \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} - \frac{Z_{ms}}{Z_{ss}} V_s \right] \quad (I.10)$$

$$Q_m = -I_m [S_m^*] \quad (I.11).$$

d)- As Equações para o Processo Iterativo :-

$$(i) : V_i^{(r+1)} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s}}^n \left(Z_{ik} - \frac{Z_{is} Z_{sk}}{Z_{ss}} \right) \frac{P_k - jQ_k}{[V_k^{(r)}]^*} + \frac{Z_{is}}{Z_{ss}} V_s$$

$$(ii) : [S_m^{(r+1)}]^* = \frac{Z_{ss} [V_m^{(r+1)}]^*}{Z_{ss} Z_{mm} - Z_{ms} Z_{sm}} \left[V_m - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s, m}}^n \left(Z_{mk} - \frac{Z_{ms} Z_{sk}}{Z_{ss}} \right) \cdot \frac{(P_k - jQ_k)}{V_k^*} - \frac{Z_{ms}}{Z_{ss}} V_s \right] \quad (r)$$

$$(iii) : Q_m^{(r)} = -I_m \left\{ [S_m^*]^{(r)} \right\}$$

$$(iv) : V_m^{(r)} = |V_m|^{esp} \angle \delta_m^{(r)}$$

onde $\delta_m^{(r)}$ é determinado por (I.9)

Devemos lembrar que o índice m refere-se apenas às barras PV.

e)- Cálculo da Potência na Barra Slack :-

Depois de terminado o processo iterativo, conhecemos os valores complexos das tensões em todas as barras do sistema. Dessa forma, podemos calcular a corrente injetada na slack por :

$$I_s = \sum_{\substack{i=1 \\ i \in C_1}}^n V_s Y_i^{sht} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \in C_2}}^n \frac{V_s - V_k}{Z_{sk}^{ser}} \quad (I.12),$$

onde :

C_1 : conjunto das linhas ligadas à barra slack ;

C_2 : conjunto das barras vizinhas da slack ;

Y_i^{sht} : metade da admitância Shunt da linha i ;

Z_{sk}^{ser} : impedância série da linha que une as barras s e k .

Da equação (I.12) e, considerando que $P_s + jQ_s = V_s I_s^*$, temos :

$$P_s = R_e \left[V_s \sum_{\substack{i=1 \\ i \in C_1}}^n V_s Y_i^{sht} + V_s \sum_{\substack{k=1 \\ k \in C_2}}^n \frac{V_s - V_k}{Z_{sk}^{ser}} \right] \quad (I.13)$$

e

$$Q_s = I_m \left[V_s \sum_{\substack{i=1 \\ i \in C_1}}^n V_s Y_i^{sht} + V_s \sum_{\substack{k=1 \\ k \in C_2}}^n \frac{V_s - V_k}{Z_{sk}^{ser}} \right] \quad (I.14).$$

Mostremos abaixo a seqüência de passos para obtenção dos resultados do fluxo de carga ZBUS Gauss - Seidel :

- 1 - Assumir valores iniciais para as tensões em todas as barras do sistema ;
- 2 - Se a barra onde se vai corrigir a tensão é do tipo PV, calcule a potência reativa líquida que deve ser injetada nessa barra, pelas equações (I.10) e (I.11) ; caso contrário, pular para o passo 4 ;
- 3 - Se os reativos calculados no passo anterior estiverem fora da faixa preestabelecida para a barra, fixá-los no limite violado. Nesse caso a barra é transformada, nessa iteração, no tipo PQ ;
- 4 - Calcular o valor complexo da tensão em uma barra i pela equação (I.8), utilizando os valores atuais das tensões em todas as outras barras. Se a barra i é do tipo PV, seu módulo de tensão é o valor especificado e o ângulo é o determinado por (I.9) ;
- 5 - Retornar ao passo 2 até que todas as tensões complexas sejam corrigidas (exceto a da barra slack) ;
- 6 - Incrementar contador do número de iterações ;
- 7 - Testar a convergência pelo critério :

$$\max_j |V_j^{(i+1)} - V_j^{(i)}| \leq \epsilon$$

onde ϵ é a tolerância pré-fixada ;

- 8 - Se a convergência foi alcançada, calcular as potências na barra slack pelas equações (I.13) e (I.14) ; caso contrário, retorne ao passo 2 .

- CÁLCULO EXATO DE $\frac{\partial \alpha_{ii}}{\partial Q_i}$ -

No item III.1 do Capítulo 2, desenvolvemos uma expressão para cálculo aproximado do parâmetro de sensibilidade $\frac{\partial |V_i|}{\partial Q_i}$. Apresentamos aqui o cálculo exato, com hipóteses semelhantes às anteriores. Fazemos uma comparação dos resultados, o que evidencia a vantagem do cálculo aproximado, pela sua simplicidade e maior rapidez em termos computacionais.

Consideremos as equações fundamentais do fluxo de carga ZBUS :

$$V_i = \sum_{k=1}^{NB} Z_{ik} I_k \quad (II.1)$$

e

$$I_k = \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} \quad (II.2)$$

Substituindo (II.2) em (II.1), fica :

$$\begin{aligned} V_i &= \sum_{k=1}^{NB} Z_{ik} \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} \\ &= Z_{ii} \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{NB} Z_{ik} \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} \end{aligned}$$

de onde :

$$P_i - jQ_i = \frac{|V_i|^2}{Z_{ii}} - \frac{V_i^*}{Z_{ii}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{NB} Z_{ik} \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*}$$

$$= \frac{|V_i|^2}{|Z_{ii}|} e^{-j\psi_{ii}} - \frac{|V_i|}{|Z_{ii}|} e^{-j(\delta_i + \psi_{ii})} \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{NB} \frac{|Z_{ik}|}{|V_k|} e^{j(\psi_{ik} + \delta_k)} \cdot (P_k - jQ_k)$$

$$= \frac{|V_i|^2}{|Z_{ii}|} e^{-j\psi_{ii}} - \frac{|V_i|}{|Z_{ii}|} \cdot \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{NB} \frac{|Z_{ik}|}{|V_k|} e^{j(\psi_{ik} + \delta_k - \delta_i - \psi_{ii})} \cdot (P_k - jQ_k),$$

onde :

ψ_{ik} : ângulo do elemento Z_{ik} da matriz ZBUS ;

δ_i : ângulo da tensão da barra i .

Fazendo $\theta_{ik} = \psi_{ik} - \psi_{ii} + \delta_k - \delta_i$, fica :

$$P_i - jQ_i = \frac{|V_i|^2}{|Z_{ii}|} (\cos\psi_{ii} - j\sin\psi_{ii}) - \frac{|V_i|}{|Z_{ii}|} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{NB} \frac{|Z_{ik}|}{|V_k|} (\cos\theta_{ik} + j\sin\theta_{ik}) \cdot (P_k - jQ_k).$$

Separando as partes real e imaginária, temos :

$$P_i = \frac{|V_i|^2}{|Z_{ii}|} \cos\psi_{ii} - \frac{|V_i|}{|Z_{ii}|} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{NB} \frac{|Z_{ik}|}{|V_k|} (P_k \cos\theta_{ik} + Q_k \sin\theta_{ik}) \quad (II.3)$$

$$Q_i = \frac{|V_i|^2}{|Z_{ii}|} \text{sen} \psi_{ii} + \frac{|V_i|}{|Z_{ii}|} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{NB} \frac{|Z_{ik}|}{|V_k|} (P_k \text{sen} \theta_{ik} - Q_k \text{cos} \theta_{ik}) \quad (\text{II.4}),$$

de onde, separando do somatório as quantidades relativas à barra slack, obtemos:

$$Q_i = \frac{|V_i|^2}{|Z_{ii}|} \text{sen} \psi_{ii} + \frac{|V_i|}{|Z_{ii}|} \frac{|Z_{is}|}{|V_s|} (P_s \text{sen} \theta_{is} - Q_s \text{cos} \theta_{is})$$

$$+ \frac{|V_i|}{|Z_{ii}|} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i, s}}^{NB} \frac{|Z_{ik}|}{|V_k|} (P_k \text{sen} \theta_{ik} - Q_k \text{cos} \theta_{ik})$$

Derivando com relação a $|V_i|$, temos:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = \frac{2|V_i|}{|Z_{ii}|} \text{sen} \psi_{ii} + \frac{1}{|Z_{ii}|} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i, s}}^{NB} \frac{|Z_{ik}|}{|V_k|} (P_k \text{sen} \theta_{ik} - Q_k \text{cos} \theta_{ik})$$

$$+ \frac{|Z_{is}|}{|V_s| |Z_{ii}|} \cdot T$$

(II.5),

onde:

$$T = \frac{\partial}{\partial |V_i|} (|V_i| P_s \text{sen} \theta_{is} - |V_i| Q_s \text{cos} \theta_{is})$$

$$= P_s \operatorname{sen} \theta_{is} - Q_s \cos \theta_{is} + |V_i| \left(\frac{\partial P_s}{\partial |V_i|} \operatorname{sen} \theta_{is} - \frac{\partial Q_s}{\partial |V_i|} \cos \theta_{is} \right) \quad (\text{II.6}) .$$

De (II.4), temos para a barra slack :

$$\begin{aligned} Q_s &= - \frac{|V_s|^2}{|Z_{ss}|} \operatorname{sen} \psi_{ss} + \frac{|V_s|}{|Z_{ss}|} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s}}^{NB} \frac{|Z_{sk}|}{|V_k|} (P_k \operatorname{sen} \theta_{sk} - Q_k \cos \theta_{sk}) \\ &= - \frac{|V_s|^2}{|Z_{ss}|} \operatorname{sen} \psi_{ss} + \frac{|V_s|}{|Z_{ss}|} \frac{|Z_{si}|}{|V_i|} (P_i \operatorname{sen} \theta_{si} - Q_i \cos \theta_{si}) \\ &\quad + \frac{|V_s|}{|Z_{ss}|} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i, s}}^{NB} \frac{|Z_{sk}|}{|V_k|} (P_k \operatorname{sen} \theta_{sk} - Q_k \cos \theta_{sk}) \end{aligned}$$

de onde :

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_s}{\partial |V_i|} &= - \frac{|V_s|}{|Z_{ss}|} \frac{|Z_{si}|}{|V_i|^2} (P_i \operatorname{sen} \theta_{si} - Q_i \cos \theta_{si}) \\ &\quad - \frac{|V_s|}{|Z_{ss}|} \frac{|Z_{si}|}{|V_i|} \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \cos \theta_{si} \end{aligned} \quad (\text{II.7}) .$$

De (II.3), obtemos :

$$P_s = \frac{|V_s|^2}{|Z_{ss}|} \cos \psi_{ss} - \frac{|V_s|}{|Z_{ss}|} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s}}^{NB} \frac{|Z_{sk}|}{|V_k|} (P_k \cos \theta_{sk} + Q_k \operatorname{sen} \theta_{sk})$$

$$= \frac{|V_s|^2}{|Z_{ss}|} \cos \psi_{ss} - \frac{|V_s|}{|Z_{ss}|} \frac{|Z_{si}|}{|V_i|} (P_i \cos \theta_{si} + Q_i \sin \theta_{si})$$

$$- \frac{|V_s|}{|Z_{ss}|} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i, s}}^{NB} \frac{|Z_{sk}|}{|V_k|} (P_k \cos \theta_{sk} + Q_k \sin \theta_{sk})$$

de onde :

$$\frac{\partial P_s}{\partial |V_i|} = \frac{|V_s|}{|Z_{ss}|} \frac{|Z_{si}|}{|V_i|^2} (P_i \cos \theta_{si} + Q_i \sin \theta_{si})$$

$$- \frac{|V_s|}{|Z_{ss}|} \frac{|Z_{si}|}{|V_i|} \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \sin \theta_{si} \quad (\text{II.8}) .$$

Substituindo (II.8) e (II.7) em (II.6), fica :

$$T = P_s \sin \theta_{is} - Q_s \cos \theta_{is} + \frac{|V_s|}{|Z_{ss}|} \frac{|Z_{si}|}{|V_i|} (P_i \cos \theta_{si} + Q_i \sin \theta_{si}) \sin \theta_{is}$$

$$- \frac{|V_s|}{|Z_{ss}|} \frac{|Z_{si}|}{|V_i|} \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \sin \theta_{si} \sin \theta_{is}$$

$$+ \frac{|V_s|}{|Z_{ss}|} \frac{|Z_{si}|}{|V_i|} (P_i \sin \theta_{si} - Q_i \cos \theta_{si}) \cos \theta_{is}$$

$$+ \frac{|V_s| |Z_{si}|}{|Z_{ss}|} \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \cos \theta_{si} \cos \theta_{is} \quad (\text{II.9}) .$$

Fazendo

$$\begin{aligned} \sigma_i &= \theta_{si} + \theta_{is} = \psi_{si} - \psi_{ss} + \delta_i - \delta_s + \psi_{is} + \delta_s - \delta_i \\ &= \psi_{si} + \psi_{is} - \psi_{ss} - \psi_{ii} \end{aligned}$$

em (II.9) e substituindo a equação resultante em (II.5), temos :

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} &= \frac{2|V_i|}{|Z_{ii}|} \text{sen} \psi_{ii} + \frac{1}{|Z_{ii}|} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{NB} \frac{|Z_{ik}|}{|V_k|} (P_k \text{sen} \theta_{ik} - Q_k \cos \theta_{ik}) \\ &+ \frac{|Z_{is}| |Z_{si}|}{|Z_{ss}| |Z_{ii}|} \frac{1}{|V_i|} (P_i \text{sen} \sigma_i - Q_i \cos \sigma_i) \\ &+ \frac{|Z_{is}| |Z_{si}|}{|Z_{ss}| |V_i|} \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \cos \sigma_i \end{aligned}$$

Explicitando agora $\partial |V_i| / \partial Q_i$, resulta :

$$\frac{\partial |V_i|}{\partial Q_i} = \frac{|Z_{ss}| |Z_{ii}| - |Z_{is}| |Z_{si}| \cos \sigma_i}{2|V_i| |Z_{ss}| \text{sen} \psi_{ii} + |Z_{ss}| \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{NB} \frac{|Z_{ik}|}{|V_k|} (P_k \text{sen} \theta_{ik} - Q_k \cos \theta_{ik}) + U}$$

$$\text{onde } U = \frac{|Z_{is}| |Z_{si}|}{|V_i|} (P_i \text{ sen } \sigma_i - Q_i \text{ cos } \sigma_i)$$

Para o cálculo exato de $\partial \alpha_{ii} / \partial Q_i$ utilizamos o valor deduzido acima, na expressão:

$$\frac{\partial \alpha_{ii}}{\partial Q_i} = \frac{-2X_{ii}}{|V_i|^3} \cdot \frac{\partial |V_i|}{\partial Q_i}$$

As tabelas seguintes mostram os valores de $\partial \alpha_{ii} / \partial Q_i$ calculados pelas expressões aproximada e exata, sua influência nos resultados e os tempos de processamento do programa de mínimo de correntes em um IBM/370.

	$\Delta V _{\text{máx}}$ (pu)	ΔPL (MW)	ΔQL (MVAR)
Sistema A	0.0000	0.00	0.00
Sistema B	0.0002	0.00	0.00
Sistema C	0.0003	0.01	0.08

Tabela II.1

Barra	SISTEMA <u>C</u>	
	V. E.	V. A.
1	0.000	0.000
2	0.101	0.157
3	0.065	0.083
4	0.132	0.175
5	0.139	0.220
6	0.082	0.106
7	0.139	0.168
8	0.151	0.175
9	0.117	0.152
10	0.141	0.177
11	0.092	0.143
12	0.125	0.152
13	0.086	0.105
14	0.068	0.082
15	0.069	0.078
16	0.058	0.062
17	0.141	0.161
18	0.134	0.173
19	0.128	0.156
20	0.141	0.183
21	0.132	0.173
22	0.113	0.152
23	0.059	0.091
24	0.077	0.103
25	0.076	0.090
Tempo (s)	66.37	66.15

Tabela II.2

V. E. : Valor exato.

V. A. : Valor aproximado.

Tempo : Tempo de processamento do programa.

- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS -

- (1) K.R.C. Mamandur , G. J. Berg - " Economic Shift in Electric Power Generation with Line Flow Constraints " - IEEE Trans. PAS, Vol. 97 , No. 5 , set / out 1978 .
- (2) H. Daniels , Mo - shing Chen - " An Optimization Technique and Security Calculations for Dispatching Computers " - I E E E Trans. PAS , Vol. 91 , pp. 883 - 888 , 1972 .
- (3) J. Serafim Sobrinho - " Controle de Operação em Sistemas de Distribuição " - Tese de Mestrado , FEC - UNICAMP , jan. / 1976 .
- (4) N. F. Tsang - " A Technique for Optimizing Real and Reactive Power Schedules " - I E E E Trans. PAS , Vol. 90 , pp. 1781 - 1790 , 1971 .
- (5) T.A.T. Norimatsu , Tazumi Deido - " Optimum Allocation of Active and Reactive Generations " - P I C A - 67 .
- (6) J.F. Dopazo , O. A. Klitin , G.W. Stagg , M. Watson - " An Optimization Technique for Real and Reactive Power Allocation " - P I C A - 67 .
- (7) Drumond Xavier Cavalcanti - " Despacho Econômico de Potência Ativa " - 1º Encontro Pan - Americano em Engenharia Eletrotécnica e Eletrônica , Salvador - BA , jan / 1978 .
- (8) D.A. Pierre - " Optimization Theory with Applications " - John Wiley & Sons , INC. - 1969 .

- (9) B. Stott - "Review of Load - Flow Calculation Methods "
I E E E Proceedings , Vol. 62 , No. 7 , jul / 1974 .
- (10) H.E. Brown , G.K. Carter, H.H. Happ , C.E. Person - "Z - Ma
trix Algorithms in Load - Flow Programs " - I E E E Trans.
PAS , Vol. 87 , No. 3 , mar / 1968 .
- (11) H.E. Brown , G.K. Carter , H.H. Happ , C.E. Person - " Power
Flow Solution by Impedance Matrix Iterative Method " -
A I E E Trans. PAS , pp. 1 - 10 , Vol. 82 , abr / 1963 .