

COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO

C P G

Universidade Federal da Paraíba  
ESCOLA POLITÉCNICA  
Campina Grande - Paraíba - Brasil



ANDRÉ LUIZ MORELATO FRANÇA

CAVIDADES RETANGULARES

A MICROONDAS



F814c França, André Luiz Morelato.  
Cavidades retangulares e microondas / André Luiz Morelato França. - Campina Grande, 1972.  
77 f.

Dissertação (Mestrado em Ciências) - Escola Politécnica da Universidade Federal da Paraíba, 1972.  
"Orientação: Prof. Dr. Paavo A. Vuorinen".  
Referências.

1. Ondas Elétricas. 2. Microondas. 3. Iris Retangulares - Dispositivo de Acoplamento. 4. Linhas de Transmissão - Modelo. I. Vuorinen, Paavo A. II. Escola Politécnica da Universidade Federal de Campina Grande (PB). III. Título

CDU 621.37(043)

CAVIDADES RETANGULARES A MICROONDAS

ANDRÉ LUIZ MORELATO FRANÇA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE POS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA ESCOLA POLITECNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS.

ORIENTADOR: P. A. VUORINEN

CAMPINA GRANDE  
ESTADO DA PARAIBA - BRASIL  
DEZEMBRO DE 1972



### RESUMO

Análise de cavidades retangulares a micro-ondas através de um modelo de linha de transmissão. São analisadas cavidades terminais e de transmissão utilizando-se iris retangulares como dispositivo de acoplamento. São ainda desenvolvidos métodos de medida da susceptância da iris e dos parâmetros das cavidades.



ABSTRACT

Microwave rectangular cavities are treated by a transmission line model. The model concerns one-port and transmission cavities using rectangular iris as a coupling device. Methods of measuring iris' susceptance and cavity's parameters are developed too.

INDICE

1. INTRODUÇÃO	1
2. ANÁLISE DE CAVIDADES RETANGULARES POR TEORIA DE CAMPO	3
2.1 Frequência de Ressonância	3
2.2 Fatores de Qualidade	4
3. A EXCITAÇÃO DA CAVIDADE	9
3.1 Escolha do Acoplamento	9
3.2 Iris Retangular como Susceptância	9
3.3 Determinação Experimental de $B_n$	10
3.4 Métodos de Medida de COE	12
3.5 Correção do Coeficiente de Onda Estacionária	15
3.6 Resultados Experimentais	16
4. UM MODELO DE LINHA DE TRANSMISSÃO PARA CAVIDADES TERMINAIS	17
4.1 Ressonância	17
4.2 Acoplamento Crítico	21
4.3 Susceptância Crítica com Perdas	23
4.4 Subacoplamento e Superacoplamento	24
4.5 Fator de Qualidade, $Q$	30
4.6 Fator de Qualidade Descarregado, $Q_U$	31
4.7 Fator de Qualidade Externo, $Q_E$	32
4.8 Fator de Qualidade Carregado, $Q_L$	34
4.9 Potência Absorvida, $P_a$	35
4.10 Potência Refletida, $P_r$	41
4.11 Coeficiente de Onda Estacionária na Ressonância, $S_r$	43
4.12 Determinação Experimental dos Parâmetros da Cavidade	44
5. APLICAÇÃO DO MODELO A CAVIDADES DE TRANSMISSÃO	47
5.1 Ressonância	47
5.2 Acoplamento Crítico	51
5.3 Fator de Qualidade Descarregado, $Q_U$	53



5.4 Fator de Qualidade Externo, $Q_E$	53
5.5 Fator de Qualidade Carregado, $Q_L$	54
5.6 Potência Absorvida pelo Sistema, $P_S$	55
5.7 Potência Refletida, $P_R$	59
5.8 Potência Transmitida, $P_t$	61
5.9 Coeficiente de Onda Estacionária na Ressonância, $S_r$	63
5.10 Perda de Inserção, $PI$	65
5.11 Determinação Experimental dos Parâmetros da Cavidade	66
6. CONCLUSÃO	69
APÊNDICE I: Cálculo da Energia Média Armazenada no Campo Elétrico do Modo $TE_{nmp}$	70
APÊNDICE II: Relações entre Ondas, Voltagens e Correntes em uma Junção	72
APÊNDICE III: Cálculo da Atenuação Total na Cavidade no Modo $TE_{10}$	74
BIBLIOGRAFIA	77



LISTA DE SIMBOLOS

a	1. dimensão maior da seção reta da cavidade 2. onda incidente 3. constante auxiliar
A	constante auxiliar
b	1. dimensão menor da seção reta da cavidade 2. onda refletida 3. constante auxiliar
B	1. susceptância 2. constante auxiliar
$B_n$	susceptância normalizada
$B_{nc}$	susceptância normalizada crítica
c	velocidade da luz no espaço livre
d	dimensão menor da iris retangular
$d_i$	oistância da ponta de prova à iris
D	dimensão maior da iris retangular
$e_x, e_y, e_z$	componentes transversais do campo elétrico
$E_x, E_y, E_z$	componentes retangulares do campo elétrico
f	frequência (hertz)
$f_r$	frequência de ressonância
F	constante auxiliar
G	condutância
$h_x, h_y, h_z$	componentes transversais do campo magnético
$H_x, H_y, H_z$	componentes retangulares do campo magnético
i	corrente
$i^+$	corrente incidente
$i^-$	corrente refletida
k	fator de acoplamento modificado
$k_0$	número de onda para o espaço livre
$k_c$	número de onda de corte
$l$	comprimento da cavidade



$l_r$	comprimento da cavidade na ressonância
$n, m, p$	índices de modos TE ou TM
$P_a$	potência absorvida pela cavidade
$P_{a_{res}}$	potência absorvida pela cavidade na ressonância
$P_E$	potência dissipada no circuito externo
$P_f$	potência dissipada na parede final da cavidade
$P_{inc}$	potência incidente
$PI$	perda de inserção
$PI_r$	perda de inserção na ressonância
$P_L$	potência dissipada na cavidade ou no guia
$P_o$	1. potência transmitida no guia 2. potência fornecida pela fonte
$P_r$	potência refletida pela cavidade
$P_{r_{res}}$	potência refletida pela cavidade na ressonância
$P_s$	potência absorvida pelo sistema cavidade-carga
$P_t$	potência transmitida pela cavidade
$P$	potência média numa seção reta da cavidade
$Q_E$	fator de qualidade externo
$Q_L$	fator de qualidade carregado
$Q_U$	fator de qualidade descarregado
$r$	constante auxiliar
$R_m$	resistência superficial
$S$	coeficiente de onda estacionária (COE)
$S_m$	COE medido
$S_{real}$	COE real
$S_r$	COE na ressonância
$[S]$	matriz de espalhamento
$S_{ij}$	elementos da matriz de espalhamento
$S'_{ij}$	elementos da matriz de espalhamento modificada
$T$	atenuação total na cavidade
$V, v$	voltagem ou tensão
$v^+$	voltagem incidente
$v^-$	voltagem refletida



$v_g$	velocidade de grupo
$v_p$	velocidade de fase
$W_a$	energia armazenada na cavidade
$W_e$	energia média armazenada no campo elétrico
$W_h$	energia média armazenada no campo magnético
$x$	constante auxiliar
$x, y, z$	coordenadas retangulares
$X$	constante auxiliar
$Y_c$	admitância de carga
$Y_e$	admitância de entrada
$Y_0$	admitância característica
$Z_n$	impedância normalizada
$Z_0$	impedância característica
$\alpha$	constante de atenuação
$\alpha_a$	constante de atenuação "média"
$\alpha_f$	coeficiente de atenuação devido as paredes finais
$\alpha_T$	atenuação total de ida e volta
$\beta$	constante de fase
$\beta_r$	constante de fase na ressonância
$\Gamma$	coeficiente de reflexão
$\Gamma_r$	coeficiente de reflexão na ressonância
$\gamma$	constante de propagação
$\Delta\omega$	faixa de passagem
$\delta$	profundidade de penetração
$\epsilon_0$	constante dielétrica do espaço livre
$\theta$	comprimento elétrico entre a iris e os planos de referência
$\lambda_g$	comprimento de onda guiada
$\lambda_0$	comprimento de onda no espaço livre
$\lambda_{or}$	comprimento de onda de ressonância no espaço livre
$\mu_0$	permeabilidade magnética do espaço livre
$\sigma$	condutividade
$\phi$	comprimento elétrico da cavidade



$\omega$                     frequência angular (radianos/segundo)  
 $\omega_r$                     frequência angular de ressonância



## 1. INTRODUÇÃO

O estudo de cavidades ressonantes é, em geral, realizado através de modelos de circuitos a parâmetros concentrados. Circuitos RLC são normalmente utilizados e permitem obter os principais parâmetros da cavidade com relativa facilidade.

Porém, este tipo de modelo só funciona bem quando se trata de cavidades de alto Q ou de cavidades especiais (por exemplo: do tipo de reentrâncias com dimensões muito menores que um comprimento de onda). Além disso, o modelo falha quando se analisa o comportamento sob regime transitório.

A fim de contornar o problema se utiliza então, um modelo de linha de transmissão. É comum encontrarmos em trabalhos e na literatura a coexistência dos dois pontos de vista, onde o modelo de linha de transmissão é usado a medida que o primeiro modelo já não satisfaz. Isto evidentemente causa uma certa confusão para quem se inicia no assunto.

X O objetivo do presente trabalho é desenvolver um modelo para cavidades a micro-ondas que se apoie somente em conceitos inerentes a uma linha de transmissão. As descontinuidades serão representadas por admitâncias em paralelo. Com esse modelo unificado pretendemos evitar as limitações do modelo de circuitos a parâmetros concentrados e também contribuir para que o estudo de cavidades e outros dispositivos a micro-ondas possa ser feito através desta abordagem devido as suas facilidades didáticas.

Abordamos ainda o problema dos acoplamentos da cavidade que no caso são realizados através de irises retangulares centrais e também procuramos desenvolver métodos de medida que permitissem conhecer experimentalmente, com o máximo de facilidade, todos os parâmetros que determinam a cavidade.

No cap. 2 apresentamos o clássico estudo de cavidade sem acoplamento por teoria de campo, para permitir comparações e por razões didáticas. O estudo de cavidades reais, com

dispositivos de acoplamento, por teoria de campo torna-se bastante complexo recorrendo-se então aos modelos.

O cap. 3 trata das iris retangulares como dispositivo de acoplamento que são particularmente eficientes para o modo dominante  $TE_{10}$ . Mostramos que as iris podem ser consideradas como susceptâncias em paralelo e analisamos ainda os métodos de medida dessa susceptância.

No cap. 4 o modelo de linha de transmissão é desenvolvido para cavidades terminais enquanto que no cap. 5 fazemos uma aplicação do modelo à cavidades de transmissão. Convém frisar que o modelo é apresentado considerando-se o modo dominante  $TE_{10}$  contudo sem perda de generalidade.

O trabalho contém ainda três apêndices visando esclarecer alguns tópicos, os quais, se incluídos no texto o sobrecarregaria.



## 2. ANÁLISE DE CAVIDADES RETANGULARES POR TEORIA DE CAMPO

### 2.1 Frequência de Ressonância

Considerando-se uma secção de um guia de onda re-  
tangular com um curto circuito em  $z=0$  temos a formação de onda  
estacionária como mostra a fig. 2.1:

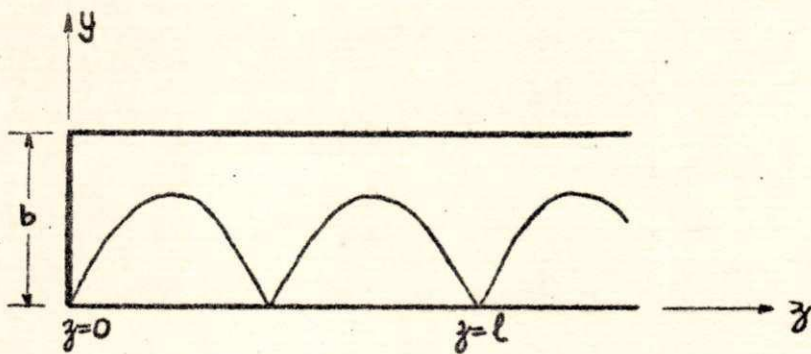


fig. 2.1

Podemos colocar outro curto em  $z=l$ , onde  $l = p\lambda_g/2$   
e  $p=1,2,3\dots$  sem alterar a onda estacionária já que as componen-  
tes tangenciais  $E_x$  e  $E_y$  são nulas. Construimos então uma cavi-  
dade de retangular.

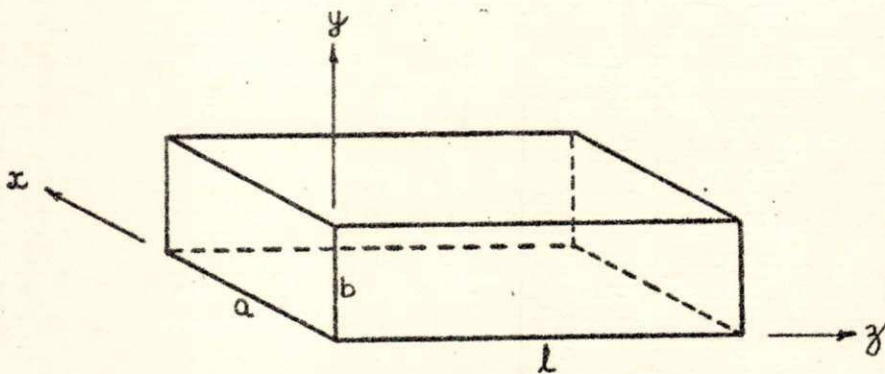


fig. 2.2

Para o cálculo da frequência de ressonância da ca-  
vidade usamos a teoria de campo para guias de onda. Para os mo-  
dos TE e TM tôdas as componentes de campo elétrico e magnético  
podem ser tiradas das equações de onda transversais:

$$\nabla_t^2 h_z(x,y) + (k_0^2 - \beta_{nm}^2) h_z(x,y) = 0 \quad \nabla_t^2 e_z(x,y) + (k_0^2 - \beta_{nm}^2) e_z(x,y) = 0 \quad (2.1)$$

$$\text{onde } k_0^2 - \beta_{nm}^2 = k_{c_{nm}}^2 = \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 \quad (2.2)$$

$$\text{e } k_0 = \frac{2\pi f}{c} \quad (2.3)$$

Como na cavidade  $l = p\lambda_g/2$  devemos ter  $\beta_{nm}l = p\pi$   
e portanto

$$\beta_{nm} = \frac{p\pi}{l} \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4)$$

Combinando 2.2), (2.3) e (2.4) temos

$$f_r = \frac{c}{2} \left[ \left(\frac{n}{a}\right)^2 + \left(\frac{m}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.5)$$

Os índices  $n, m, p$  referem-se aos particulares modos TE e TM correspondendo ao número de lobos ( $\frac{\lambda_g}{2}$ ) do diagrama de onda estacionária nas direções  $x, y, z$ .

A fim de visualizarmos, para uma dada cavidade, os modos e frequências que podem ressoar construímos, na fig. (2.3), uma carta de modos que nada mais é do que a equação (2.5) em gráfico conveniente. A carta de modos foi construída para um guia de ondas WR90 dando destaque à região da faixa X (8,2 - 12,5 GHz) que é a normalmente utilizada em pesquisa.

## 2.2 Fatores de Qualidade

Nesta seção calcularemos o fator de qualidade des carregado,  $Q_U$  que leva em conta somente as perdas internas da cavidade. Acharemos as expressões gerais de  $Q_U$  para os modos  $TE_{n,m,p}$  e  $TM_{n,m,p}$ .



$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 (\text{MHz})^2 (\text{cm/s})^{-2}$$

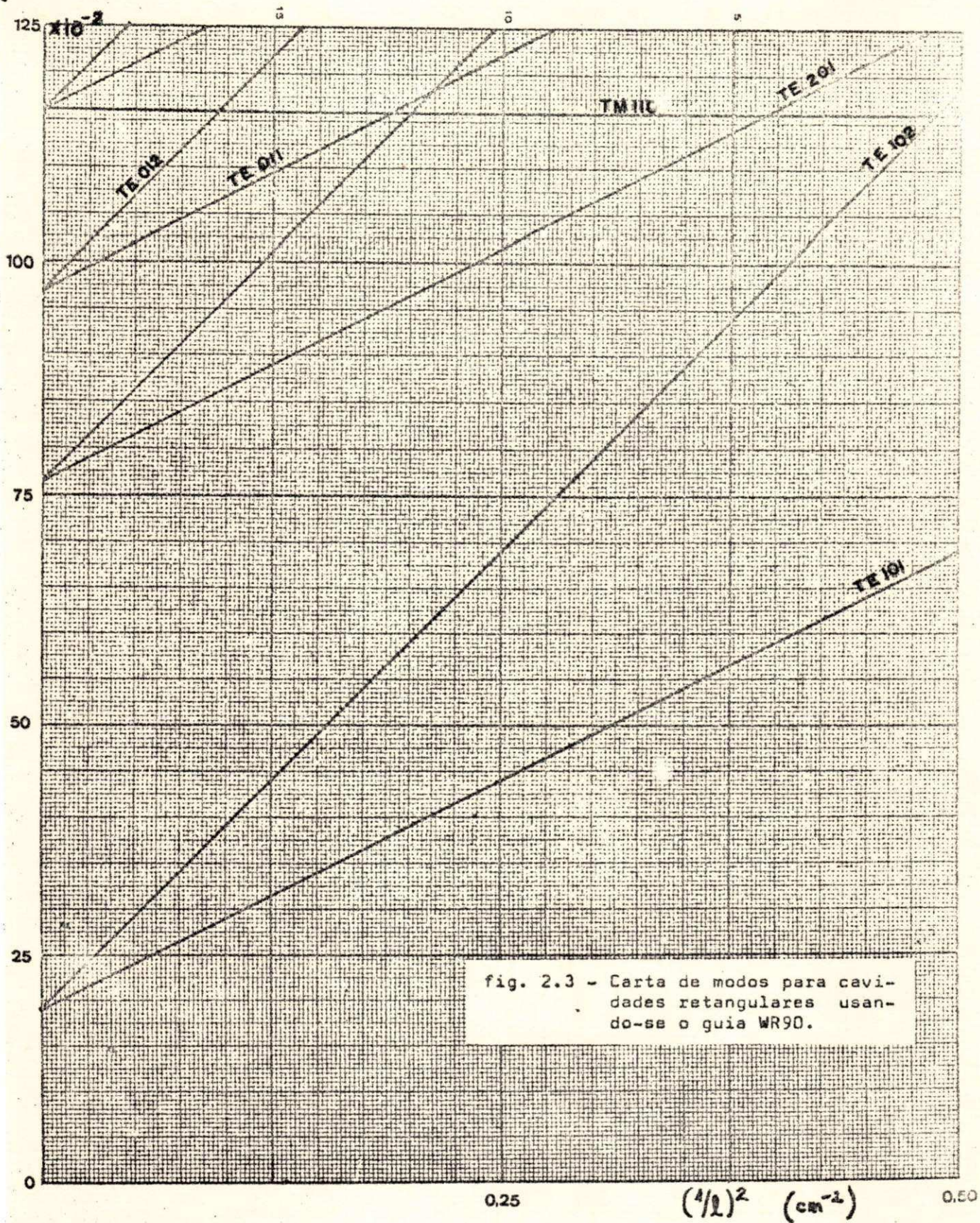


fig. 2.3 - Carta de modos para cavidades retangulares usando-se o guia WR90.



$$Q_U \triangleq \frac{\omega_r W_a}{P_L}$$

onde  $\omega_r$  = freq. ang. de ressonância

$W_a$  = energia armazenada na cavidade

$P_L$  = potência dissipada na cavidade

A solução da equação de onda transversal para os modos  $TE_{n,m,p}$  admitindo variação em  $z$  da forma  $e^{-j\beta z}$  nos dá:

$$H_z = A_{nm} \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} e^{\mp j\beta_{nm} z}$$

$$H_x = \pm j \frac{\beta_{nm}}{k_{cnm}^2} A_{nm} \frac{n\pi}{a} \sin \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} e^{\mp j\beta_{nm} z}$$

$$H_y = \pm j \frac{\beta_{nm}}{k_{cnm}^2} A_{nm} \frac{m\pi}{b} \cos \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} e^{\mp j\beta_{nm} z}$$

$$E_x = Z_{h,nm} A_{nm} j \frac{\beta_{nm}}{k_{cnm}^2} \frac{m\pi}{b} \cos \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} e^{\mp j\beta_{nm} z}$$

$$E_y = -Z_{h,nm} A_{nm} j \frac{\beta_{nm}}{k_{cnm}^2} \frac{n\pi}{a} \sin \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} e^{\mp j\beta_{nm} z}$$

onde  $A_{nm}$  é uma constante de proporcionalidade e  $Z_{h,nm} = k_0 Z_0 / \beta_{nm}$  e  $Z_0 = E_x / H_y$ .

Na ressonância  $W_a = 2W_e = 2W_h$  onde  $W_e = \frac{\epsilon_0}{4} \int_V E \cdot E^* dv$  é a energia média armazenada no campo elétrico e  $W_h = \frac{\mu_0}{4} \int_V H \cdot H^* dv$  é a energia média armazenada no campo magnético.

Portanto (Apêndice I):

$$W_e = \frac{\epsilon_0}{4} \left( \frac{2A^2 Z_0 k_0}{k_{cnm}^2} \right)^2 \left( \frac{abl}{8} \right) \left[ \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{m\pi}{b} \right)^2 \right] \quad (2.6)$$

Por outro lado  $P_L = R_m/2 \int_S |H_{tan}|^2 dS$  onde  $R_m = 1/\delta\sigma$  é a parte real da impedância de superfície e  $\delta$  é a profundidade de penetração devida ao efeito pelicular.

A potência dissipada nas superfícies internas da cavidade tem três parcelas correspondentes à potência dissipada nas paredes horizontais, laterais e finais.

$$P_L = R_m/2 \left[ \int_0^a \int_0^b (H_x H_x^* + H_y H_y^*) \Big|_{z=0,l} dx dy + \int_0^a \int_0^l (H_x H_x^* + H_z H_z^*) \Big|_{y=0,b} dx dz + \int_0^b \int_0^l (H_y H_y^* + H_z H_z^*) \Big|_{x=0,a} dy dz \right] = P_{L1} + P_{L2} + P_{L3}$$

Usando as expressões abaixo para as componentes do campo magnético:

$$H_z = -2jA^+ \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \sin \frac{p\pi z}{l}$$

$$H_x = \pm 2jA^+ \frac{\beta}{k^2} \frac{n\pi}{a} \sin \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{p\pi z}{l}$$

$$H_y = \pm 2jA^+ \frac{\beta}{k^2} \frac{m\pi}{b} \cos \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{p\pi z}{l}$$

e efetuando as integrações vem:

$$P_L = R_m (2A^+)^2 \left\{ \left( \frac{\beta}{k^2} \right)^2 \left( \frac{ab}{4} \right) \left[ \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{m\pi}{b} \right)^2 \right] + \left( \frac{al}{4} \right) \left[ \left( \frac{\beta}{k^2} \right)^2 \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 + 1 \right] + \left( \frac{bl}{4} \right) \left[ \left( \frac{\beta}{k^2} \right)^2 \left( \frac{m\pi}{b} \right)^2 + 1 \right] \right\}$$



Lembrando de (2.2) e que  $k_0^2 = k_c^2 + (p\pi/l)^2$  e ainda fazendo  $n/a=q$ ,  $m/b=r$  e  $p/l=t$  a potência dissipada fica:

$$P_L = R_m (A^+)^2 \left\{ \frac{ab(q^2+r^2)t^2 + al[q^2t^2 + (q^2+r^2)^2] + bl[r^2t^2 + (q^2+r^2)^2]}{(q^2+r^2)^2} \right\} \quad (2.7)$$

Retomando a expressão (2.6) para  $W_e$  e lembrando que  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ ,  $k_0^2 = (n\pi/a)^2 + (m\pi/b)^2 + (p\pi/l)^2$  e  $\lambda_0 = 2\pi/k_0$  temos:

$$W_e = \frac{abl(A^+)^2}{\lambda_{0r}^2 (q^2+r^2) \omega_r \delta^2 \sigma} \quad (2.8)$$

pois  $\delta = \sqrt{2/\omega_r \mu \sigma}$ .

Usando (2.7) e (2.8) e simplificando a expressão, o fator de qualidade descarregado fica:

$$Q_U = \frac{2\omega_r W_e}{P_L} = \frac{abl\lambda_{0r} (q^2+r^2) (\sqrt{q^2+r^2+t^2})^3}{4\delta ab(q^2+r^2)t^2 + al[q^2t^2 + (q^2+r^2)^2] + bl[r^2t^2 + (q^2+r^2)^2]}$$



Essa última expressão é mais comumente escrita:

$$\frac{\delta Q_U}{\lambda_{or}} = \frac{abl}{4} \frac{(q^2+r^2)(\sqrt{q^2+r^2+t^2})^3}{ab(q^2+r^2)t^2 + al[q^2t^2+(q^2+r^2)^2] + bl[r^2t^2+(q^2+r^2)^2]} \quad (2.9)$$

Para os modos  $TM_{nmp}$ , de maneira totalmente análoga, obtemos:

$$\frac{\delta Q_U}{\lambda_{or}} = \frac{abl}{4} \frac{(q^2+r^2)\sqrt{q^2+r^2+t^2}}{q^2b(a+l) + r^2a(b+l)} \quad (2.10)$$

Para uma cavidade constituída por uma seção de guia WR90 de 2,14 cm de comprimento, ressoando a 9600 MHz com o modo  $TE_{101}$  obtemos um valor típico de  $Q_U = 3500$ . Admitimos  $\delta = 10^{-4}$  cm.



### 3. A EXCITAÇÃO DA CAVIDADE

#### 3.1 Escolha do acoplamento

Entre os tipos usuais de acoplamento - ponta de prova, espira e abertura, escolhemos o último tipo pela facilidade de construção e manipulação quando se trabalha com cavidades construídas a partir de guias de onda.

A abertura pode ter diferentes formas, mas quando se observa a configuração de campos do modo dominante  $TE_{10}$ , fica evidente que a forma de iris retangular é a mais eficiente.

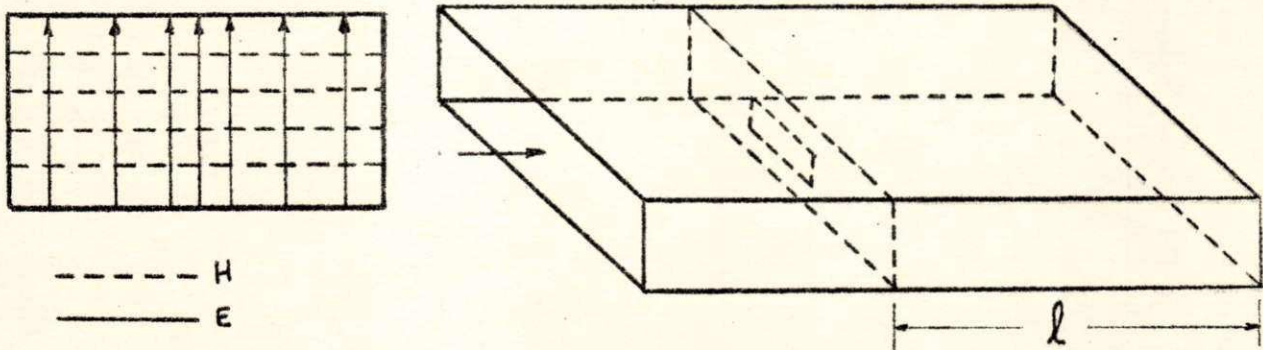


fig. 3.1 - mostrando a configuração de campos para  $TE_{10}$  e acoplamento usando iris retangular.

Para o modo considerado temos as componentes  $E_y$ ,  $H_x$  e  $H_z$  variando respectivamente com  $\sin(\pi x/a)$ ,  $\sin(\pi x/a)$  e  $\cos(\pi x/a)$ . Portanto a colocação da fenda no centro permite um forte acoplamento magnético.

#### 3.2 Iris retangular como susceptância

Uma descontinuidade formada por uma chapa de metal com fenda central pode ser considerada, em termos de circuito equivalente, como uma susceptância em paralelo. Supomos com .



isso que no acoplador não há perdas, funcionando portanto como elemento puramente reativo.

Encontramos na literatura uma expressão, desenvolvida por Lewin com a ajuda da teoria de campo, que nos dá a susceptância normalizada,  $B_n$  em função das dimensões da iris e da frequência:

$$B_n = \frac{B}{Y_0} = -\left(\frac{\lambda_g}{a}\right) \cot^2\left(\frac{\pi D}{2a}\right) + \left[\frac{\pi(a^2 - D^2)}{4aD \cos\left(\frac{\pi D}{2a}\right)}\right]^2 \left[ \frac{\left(1 - \frac{\lambda_0^2}{4D^2}\right) (4b)}{\left(1 - \frac{\lambda_0^2}{4a^2}\right) \lambda_g} \log \csc\left(\frac{\pi d}{2b}\right) + \left(\frac{\lambda_g}{aD^2}\right) \left(\frac{b^2}{3} + \frac{d^2}{2} - \frac{8bd}{\pi^2}\right) \right] \quad (3.1)$$

onde  $\lambda_g$  é o comprimento de onda no guia,  $\lambda_0$  o comprimento de onda no espaço livre e as dimensões da iris são mostradas na figura 3.2 . Note que o primeiro termo da expressão é correspondente

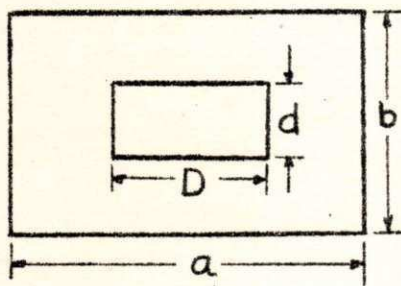


fig. 3.2 - mostrando as dimensões da iris.

te à parte indutiva da iris enquanto que o termo envolvendo logaritmo corresponde à parte capacitiva. Nas figuras 3.3 e 3.4 temos plotada a variação de  $B_n$  em função da frequência usando  $D$  como parâmetro. Os gráficos permitem observar que embora na faixa X a iris seja indutiva, ela pode

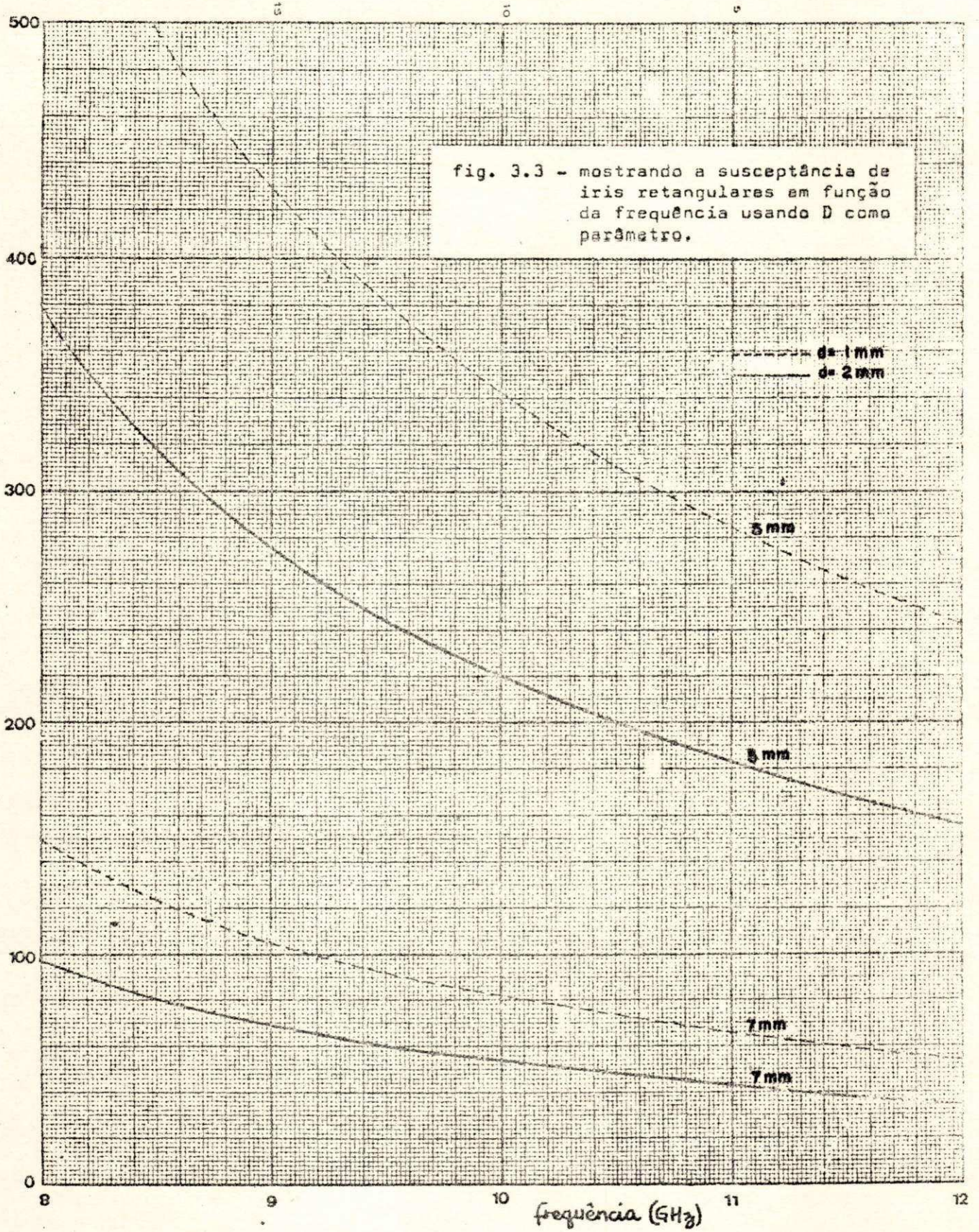
tornar-se capacitiva após ocorrer uma ressonância em  $B_n=0$ .

### 3.3 Determinação experimental de $B_n$

Neste item desenvolveremos um método que permite a determinação experimental de  $B_n$  através de medidas do coeficiente de onda estacionária.

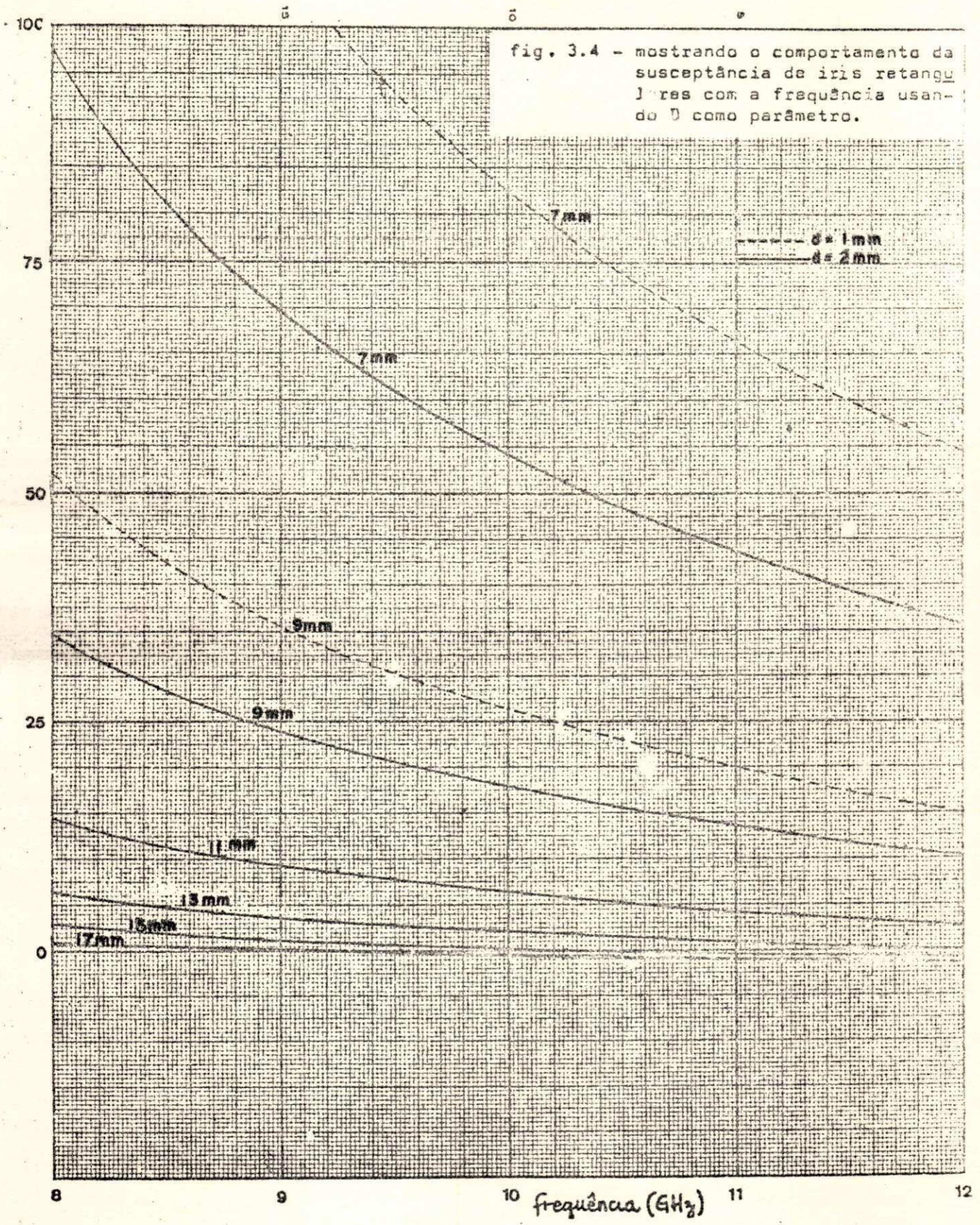


$(-B_n)$





(-B<sub>n</sub>)





Para tanto consideramos uma secção de guia de onda terminado com a iris e seus dois circuitos equivalentes mostrados na figura 3.5 .

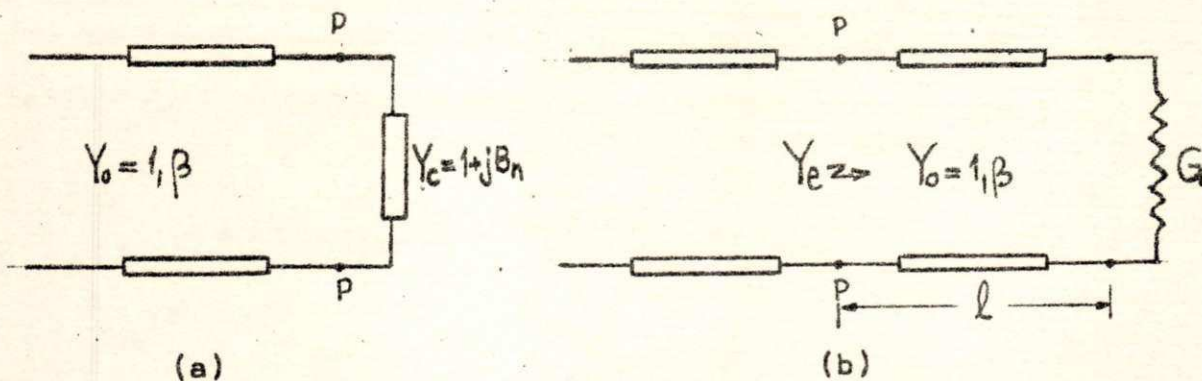


fig. 3.5 - mostrando os circuitos equivalentes, usando LT, de uma secção de guia terminado com iris retangular.

Note que estamos considerando linha de transmissão e iris sem perdas.

O modelo da fig. 3.5 (b) nos permite escrever:

$$Y_e = \frac{G + j \tan \beta l}{1 + j G \tan \beta l}$$

Ora, como os modelos são equivalentes devemos ter

$Y_e$  igual a  $Y_{\text{carga}}$ , ou seja  $\frac{G + j \tan \beta l}{1 + j G \tan \beta l} = 1 + j B_n$

Donde

$$\boxed{|B_n| = \frac{G - 1}{\sqrt{G}}} \quad (3.2)$$

Mostraremos agora que o coeficiente de onda estacionária em uma linha de transmissão carregada com  $G$  é numericamente igual ao valor de  $G$ .



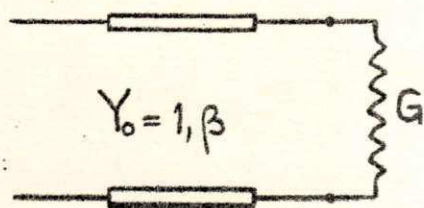


fig. 3.6 - mostrando uma linha de transmissão carregada com G.

Considerando a figura 3.6 temos:

$$\Gamma = \frac{1/G - 1}{1/G + 1} = \frac{G - 1}{G + 1} \quad \text{e como } S = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

$$S = G$$

como queríamos mostrar. Então, numericamente

$$\boxed{|\Gamma_n| = \frac{S - 1}{\sqrt{S}}} \quad (3.3)$$

Portanto podemos medir a susceptância equivalente da iris através de medida do coeficiente de onda estacionária, COE causada por reflexões na íris. Com isso perdemos informação sobre o sinal da susceptância que pode porém ser determinado através de medida da posição do primeiro ponto de mínimo.

#### 3.4 Métodos de medida de COE

A ordem de grandeza do coeficiente de onda estacionária que precisamos medir varia bastante com as dimensões da iris chegando a ficar muito grande (~400) com aberturas menores. Portanto os métodos de medida deverão ser apropriados para altos COE.

Faremos agora uma rápida análise dos métodos usuais de medida de onda estacionária e uma descrição mais detalha



da do método adotado.

(a) O método convencional utilizando um medidor comum de onda estacionária é inadequado devido à dificuldade de se medir com precisão grandezas muito diferentes em magnitude. Certamente as medidas não serão feitas sob a mesma lei do cristal do detetor.

(b) O método do duplo mínimo é preciso quando o nível de um ponto de mínimo é aproximadamente 10 db acima do ruído, o que não acontece quando temos muito grandes coeficientes de onda estacionária.

(c) Poderíamos contornar esse problema usando um método semelhante, o método do duplo máximo. Infelizmente a presença da ponta de prova em um ponto de máximo afeta enormemente a configuração de onda estacionária, invalidando o método. Ele é normalmente utilizado com ponta de prova magnética ("loop").

(d) Um método alternativo é o método heteródino que usa o cristal do detetor como conversor. A fig. 3.7 mostra o diagrama de blocos do método:

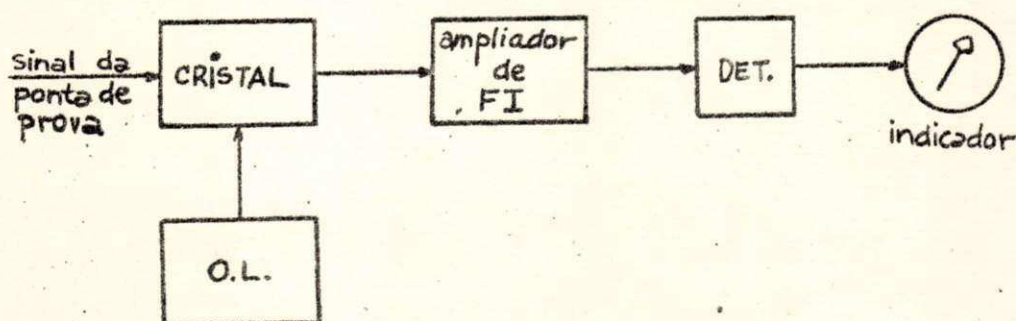


fig. 3.7 - mostrando diagrama de blocos usado para se medir altos COE através de uma heterodinagem.

Providenciando que a saída do oscilador local seja bem maior que o sinal da ponta de prova teremos uma detecção bem linear. Com esse método podemos medir com precisão COE da ordem de 1000.



(e) Devido a falta de equipamentos adequados optamos pelo método do atenuador calibrado, bastante preciso e simples.

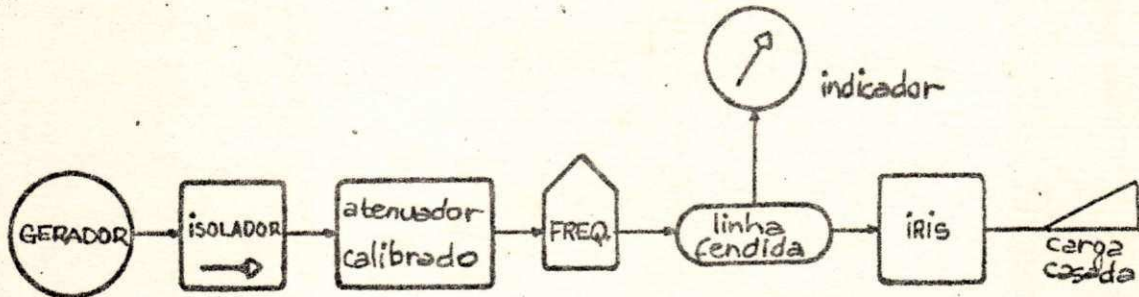


fig. 3.8 - mostrando o diagrama de blocos usado para medir a susceptância de íris usando atenuador calibrado.

Rápida descrição do procedimento:

§ Inicialmente, sem qualquer atenuação, procura-se um ponto de mínimo na linha fendida através do indicador.

§ Deve-se agora introduzir atenuação ao mesmo tempo em que se procura um ponto de máximo de tal maneira que o medidor de onda estacionária indique o mesmo valor do ponto de mínimo.

§ Lê-se então o valor do COE em db no atenuador calibrado.

§ Para transformar COE em db em COE numérico usa-se o gráfico da fig. 3.9 .

A vantagem deste método é que se elimina o erro introduzido pelo detetor pois as medidas são feitas no mesmo nível de tensão e portanto independem da lei do cristal.



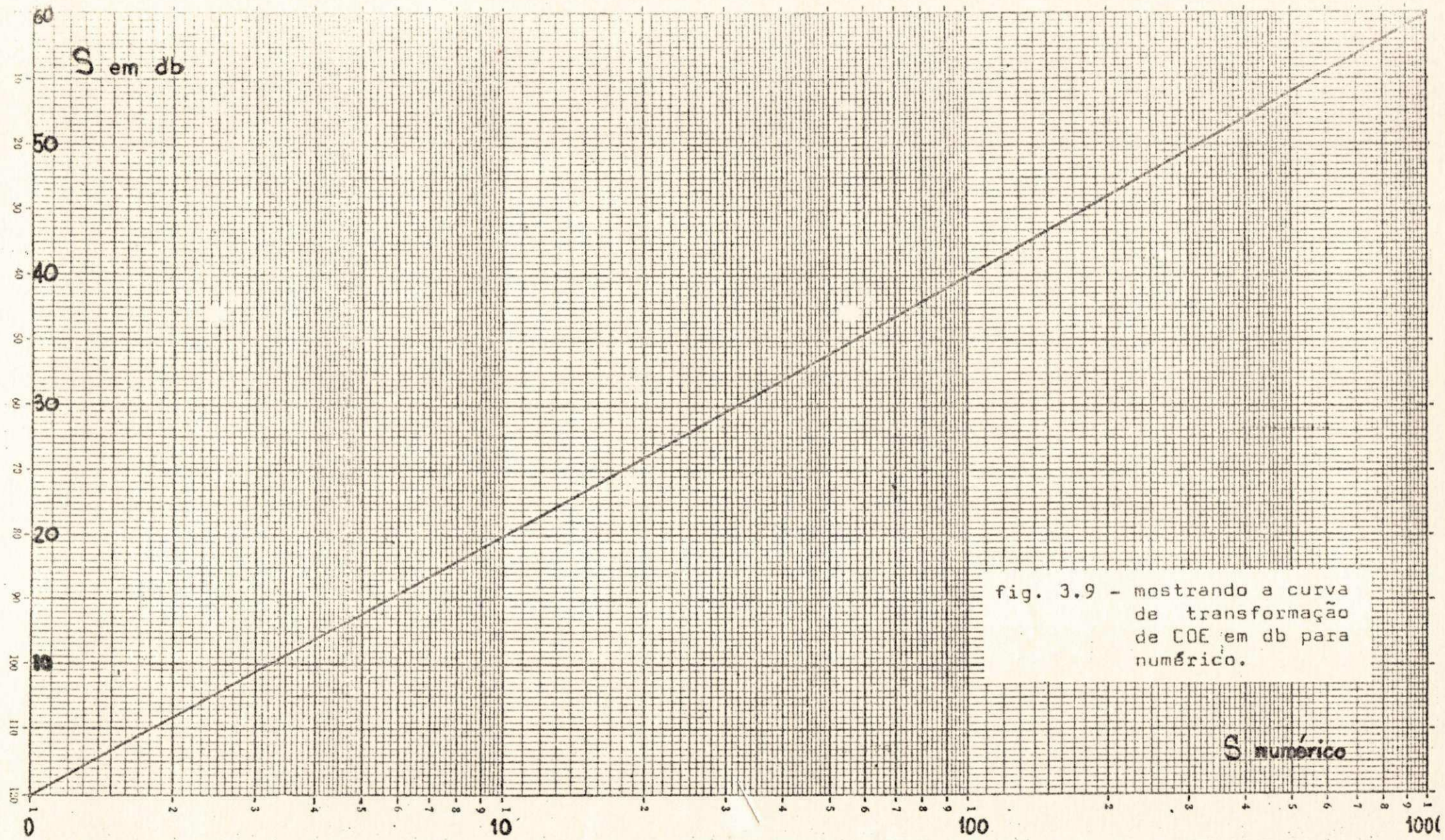


fig. 3.9 - mostrando a curva de transformação de COE em db para numérico.

$S$  numérico



### 3.5 Correção do Coeficiente de Onda Estacionária

Se o COE é muito grande, não podemos desprezar o efeito de atenuação pois esta causará sensíveis perturbações em seu valor. Felizmente é possível corrigirmos com facilidade tal perturbação.

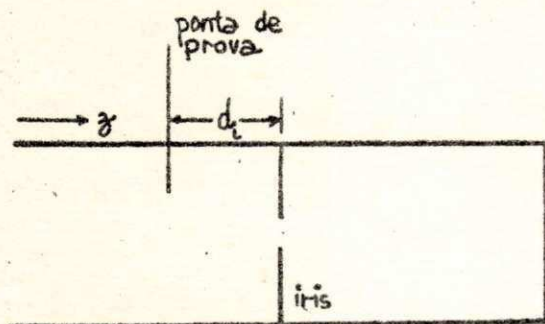


fig. 3.10 - mostrando a posição da ponta de prova em relação a irisa.

onde temos 
$$S = \frac{1 + |\Gamma| e^{-2\alpha d_i}}{1 - |\Gamma| e^{-2\alpha d_i}}$$

$$S_m \cong \frac{1 + |\Gamma|(1 - 2\alpha d_i)}{1 - |\Gamma|(1 - 2\alpha d_i)}$$

Como ainda

$$|\Gamma| = \frac{S_{real} - 1}{S_{real} + 1}$$

De maneira geral

$$S = \frac{|V|_{max.}}{|V|_{min.}}$$

onde

$$V = V^+ e^{-\gamma z} [1 + \Gamma e^{2\gamma z}]$$

e  $\Gamma$  é o coeficiente de reflexão na irisa.

Portanto

$$|V|_{max.} = |V^+ e^{-\gamma z}| (1 + |\Gamma| e^{2\alpha z})$$

$$|V|_{min.} = |V^+ e^{-\gamma z}| (1 - |\Gamma| e^{2\alpha z})$$

pois  $z = -d_i$ . Como  $e^{-2\alpha d_i} \cong 1 - 2\alpha d_i$

que é o S medido, contendo a informação sobre a descontinuidade (irisa) mais a perturbação devido à atenuação.



Donde

$$S_{\text{real}} \approx \frac{S_m - \alpha d_i}{1 - S_m \alpha d_i} \quad \alpha d_i \ll 1 \quad (3.4)$$

A equação (3.4) é plotada na fig. 3.11 para valores típicos de  $\alpha = 2,0 \times 10^{-4}$  nepers/cm e  $d_i = 5$  cm. Ela evidencia a discrepância entre os valores real e medido quando o valor de  $S$  aumenta.

### 3.6 Resultados experimentais

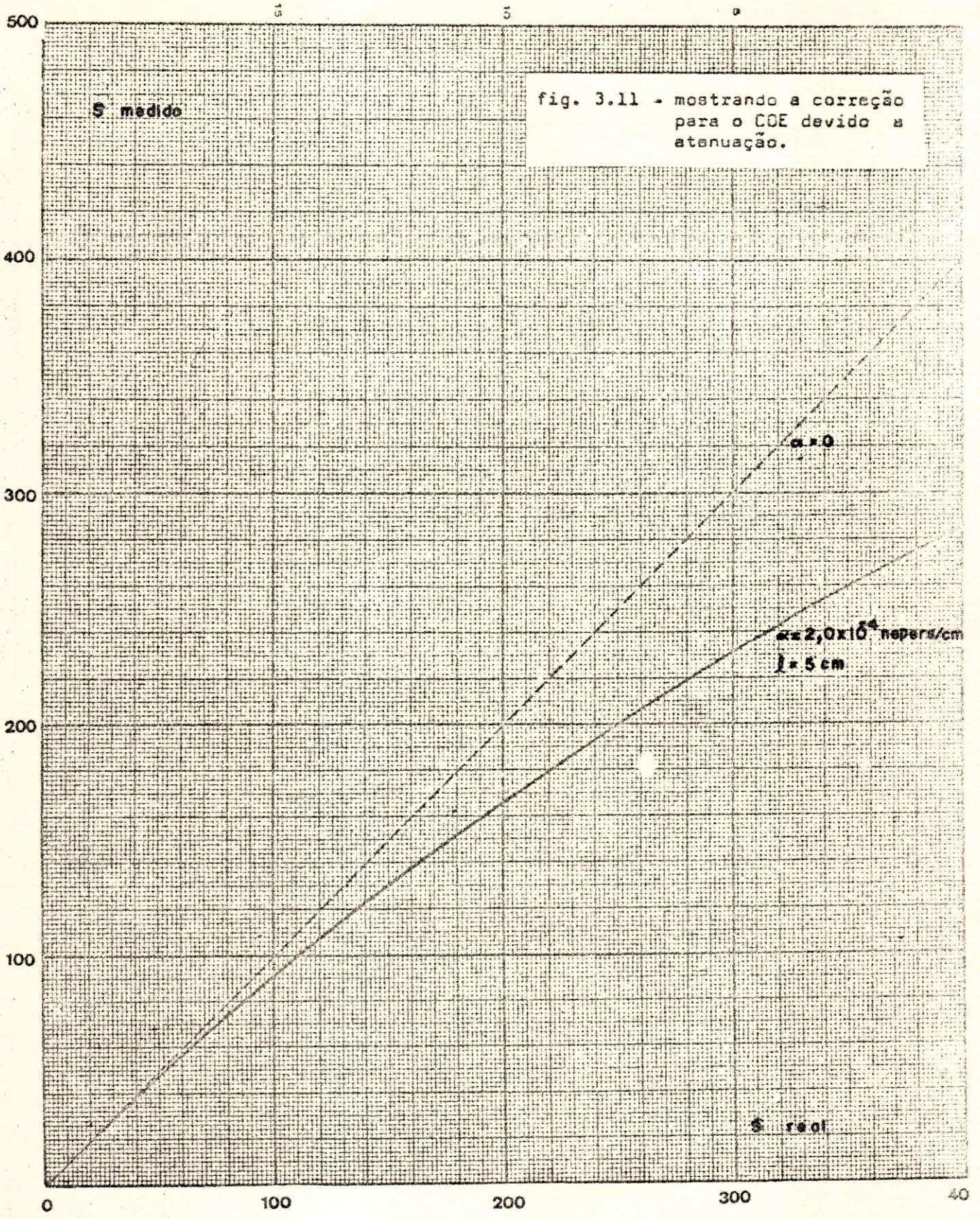
Finalmente apresentamos alguns resultados experimentais obtidos com iris retangulares de alumínio com cerca de 1 mm de espessura.

D (mm)	COE medido	COE corrigido	$ B_n $	$B_n$ teórico
7	315	460	-21,4	-57,5
9	90	100	- 9,9	-19,2
11	25	25	- 4,8	- 7,2
13	5	5	- 1,8	- 2,6
15	1,6	1,6	- 0,5	- 0,6
17	1,8	1,8	+ 0,6	+ 0,4
19	2,9	2,9	+ 1,2	+ 0,9

Tabela 3.1. - mostrando os resultados de medidas de susceptância de iris retangulares pelo método do atenuador calibrado.  $c = 2$  cm e  $f = 9748$  MHz.

O sinal de susceptância foi encontrado através da posição do primeiro mínimo. É feita uma comparação da susceptância medida com o valor teórico encontrado com a expressão (3.1) mostrando que os resultados experimentais são razoáveis.







#### 4. UM MODELO DE LINHA DE TRANSMISSÃO PARA CAVIDADES TERMINAIS.

##### 4.1 Ressonância

Já sabemos do capítulo anterior que a iris retangular de acoplamento pode ser considerada como uma susceptância em paralelo. Conseqüentemente o circuito de micro-ondas da fig. 3.1 pode ser representado por um circuito de linha de transmissão equivalente mostrado na fig. 4.1 .

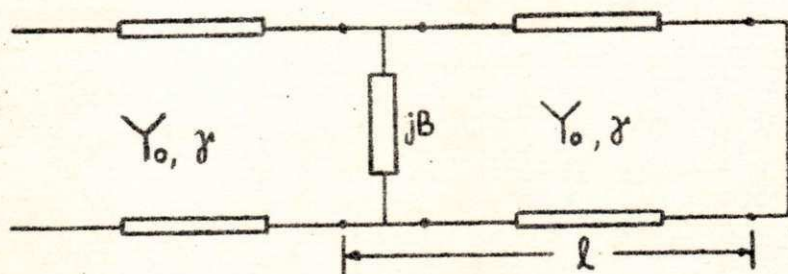


fig. 4.1 - modelo de linha de transmissão para uma cavidade terminal.

Analisaremos inicialmente o acoplamento como uma junção, através de sua matriz de espalhamento. No plano da junção podemos escrever:

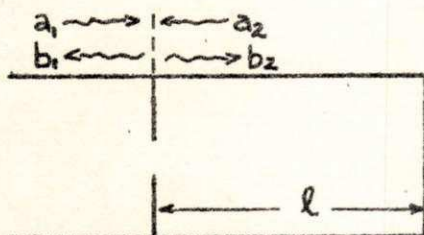


fig. 4.2 - mostrando ondas incidentes e refletidas na iris.

ção podemos escrever:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{11} \end{bmatrix}$$

Portanto

$$\begin{cases} b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 = S_{12}a_1 + S_{11}a_2 \end{cases} \quad (4.1)$$

Como a cavidade é terminada em curto-circuito temos

$$a_2 = -b_2 e^{-2\gamma l} \quad (4.2)$$

onde  $l$  é o comprimento da cavidade e  $\gamma = \alpha + j\beta$  é a constante de propagação.



Usando (4.2) para eliminar  $a_2$  em (4.1), podemos escrever:

$$b_1 = \left[ \frac{S_{11}^2 - S_{12}^2 + S_{11} e^{2\gamma l}}{S_{11} + e^{2\gamma l}} \right] a_1 \quad (4.3)$$

$$b_2 = \left[ \frac{S_{12}}{1 + S_{11} e^{-2\gamma l}} \right] a_1 \quad (4.4)$$

Devemos expressar agora os parâmetros da matriz espalhamento em função da susceptância em paralelo. Com referência à fig. 4.3 podemos escrever: (Apêndice II)

$$v_1 = \sqrt{Z_0} (a_1 + b_1) \quad v_2 = \sqrt{Z_0} (a_2 + b_2)$$

$$i_1 = \frac{(a_1 - b_1)}{\sqrt{Z_0}} \quad i_2 = \frac{(b_2 - a_2)}{\sqrt{Z_0}}$$

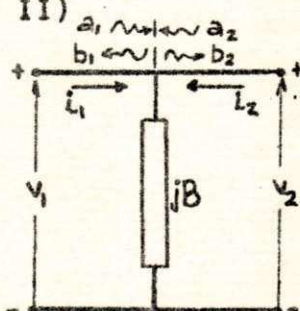


fig. 4.3 - mostrando a relação entre ondas, tensões e correntes na susceptância.

Do circuito vemos que  $v_1 = v_2$  e  $i_1 - i_2 = jBv_2$  e portanto

$$\begin{aligned} a_1 + b_1 &= a_2 + b_2 \\ (a_1 - b_1) - (b_2 - a_2) &= jBZ_0 (a_2 + b_2) \end{aligned}$$

Com algumas operações algébricas podemos colocar as equações acima na forma das equações (4.1) para mostrar que

$$\boxed{S_{11} = \frac{-jB_n}{2 + jB_n}} \quad \boxed{S_{12} = \frac{2}{2 + jB_n}} \quad (4.5)$$

onde  $B_n = B/Y_0$  é a susceptância em paralelo normalizada.

Das figuras 3.3 e 3.4 notamos que  $B_n$  é indutiva ou



seja, negativa e cresce à medida que a fenda diminui de tamanho. Portanto  $S_{11} \rightarrow -1$  e  $S_{12} \rightarrow 0$  que são os valores encontrados para um curto-circuito.

Podemos agora escrever as equações (4.3) e (4.4) em função de  $B_n$  usando as equações (4.5).

$$b_1 = \left[ \frac{B_n^2 + 4 + jB_n(2 + jB_n)e^{2\gamma l}}{jB_n(2 + jB_n) - (2 + jB_n)e^{2\gamma l}} \right] a_1$$

$$b_2 = \left[ \frac{\frac{2}{2 + jB_n}}{1 - \frac{jB_n}{2 + jB_n} e^{-2\gamma l}} \right] a_1$$

Como  $B_n^2 + 4 = (jB_n + 2)(2 - jB_n)$  vem:

$$b_1 = \left[ \frac{(2 - jB_n) + jB_n e^{2\gamma l}}{jB_n - (2 + jB_n)e^{2\gamma l}} \right] a_1 \quad (4.6)$$

$$b_2 = \left[ \frac{2}{2 + jB_n(1 - e^{-2\gamma l})} \right] a_1 \quad (4.7)$$



Para obtermos uma forma um pouco mais compacta, multiplicamos e dividimos por  $e^{-\gamma l}$

$$b_1 = \left[ \frac{e^{-\gamma l} + jB_n \sinh(\gamma l)}{e^{\gamma l} + jB_n \sinh(\gamma l)} \right] a_1 \quad (4.8)$$

$$b_2 = \left[ \frac{e^{\gamma l}}{e^{\gamma l} + jB_n \sinh(\gamma l)} \right] a_1 \quad (4.9)$$

Podemos agora definir ressonância. Dizemos que a cavidade está em ressonância quando  $|b_2|$  assume um valor máximo e está em anti-ressonância quando  $|b_2|$  é mínimo. Supondo  $B_n$ ,  $\alpha$  e a frequência fixos, pretendemos achar as condições de ressonância e anti-ressonância.

Tomando  $|b_2|$ , derivando em relação a  $l$  e igualando a zero obtemos:

$$\left(1 + \frac{2\alpha}{\beta B_n}\right) \sin(2\beta l) + \left(\frac{\alpha}{\beta} - \frac{2}{B_n}\right) \cos(2\beta l) = 0$$

Porém, prestando atenção à gama de variação de  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $B_n$  podemos assumir valores típicos de  $\alpha = 0,1$  nepers/m,  $\beta = 150$ /m (para faixa X) e  $B_n = 10$  e mostrar que

$$\frac{2\alpha}{\beta B_n} \ll 1 \quad \text{e} \quad \frac{\alpha}{\beta} \ll \frac{2}{B_n}$$

de tal forma que a condição de ressonância fica:

$$\boxed{\tan 2\phi = \frac{2}{B_n}} \quad (4.10)$$

onde  $\phi = \beta l$ .



A expressão (4.10) permite-nos escrever de maneira geral:

$$2\beta l = 2n\pi + \tan^{-1}\left(\frac{2}{B_n}\right)$$

Donde, explicitando  $l$  e lembrando que  $B_n$  normalmente é negativa temos:

$$l = \frac{\lambda_g}{2\beta} \left( n\pi - \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2}{|B_n|} \right) \quad (4.11)$$

O número  $n$  indica a ordem de ressonância. Se  $B_n$  tiver sinal positivo (capacitiva) há inversão no sinal da fórmula.

Normalmente  $2/B_n$  é próximo de zero e podemos dizer que

$$2\phi = 2n\pi \quad n=1,2,3,\dots \quad (4.12)$$

$$2\phi = (2n+1)\pi \quad n=0,1,2,\dots \quad (4.13)$$

são soluções aproximadas de (4.10). A equação (4.12) faz com que  $|b_2|$  seja máximo e portanto corresponde a uma condição de ressonância. A equação (4.13) faz com que  $|b_2|$  se torne mínimo e corresponde a uma condição de anti-ressonância.

Note que, desde que  $B_n$  não seja muito pequena (fenda grande), as frequências de ressonância e anti-ressonância não serão muito diferentes daquelas encontradas para uma cavidade ideal de mesmo comprimento. Devido a esta pequena diferença não é fácil verificar diretamente a validade de (4.10) através de uma montagem experimental com equipamentos usuais. Porém, isto pode ser feito indiretamente entrando com considerações sobre os fatores de qualidade da cavidade.

#### 4.2 Acoplamento crítico

Já sabemos que na ressonância  $|b_2|$  é máximo e  $|b_1|$  é mínimo ou seja a onda refletida é mínima. Será que é possível escolhermos  $B_n$  tal que  $b_1=0$ ? Mostraremos que sim. Nessa situa-



ção não existe onda refletida, podemos dizer que a cavidade está casada ao gerador e toda potência incidente é absorvida por esta última. Dizemos então que o acoplamento é crítico e chamamos a susceptância necessária para tal de susceptância crítica,  $B_{nc}$ .

Tomando a equação (4.6) e desenvolvendo:

$$b_1 = \left[ \frac{(2 - jB_n) + jB_n e^{2\alpha l} (\cos 2\phi + j \operatorname{sen} 2\phi)}{jB_n - (2 + jB_n) e^{2\alpha l} (\cos 2\phi + j \operatorname{sen} 2\phi)} \right] a_1$$

Dividindo em cima e baixo por  $\cos 2\phi$ , lembrando que  $1/\cos 2\phi = \sec 2\phi = \sqrt{1 + \tan^2 2\phi}$  e que a condição de ressonância é  $\tan 2\phi = 2/B_n$  podemos escrever:

$$b_1 = \left[ \frac{(2 - jB_n) \sqrt{1 + \frac{4}{B_n^2}} + jB_n e^{2\alpha l} \left(1 + j \frac{2}{B_n}\right)}{jB_n \sqrt{1 + \frac{4}{B_n^2}} - (2 + jB_n) e^{2\alpha l} \left(1 + j \frac{2}{B_n}\right)} \right] a_1$$

Tomando o numerador e separando em partes real e imaginária:

$$\text{numerador} = \left( 2 \sqrt{1 + \frac{4}{B_n^2}} - 2 e^{2\alpha l} \right) + jB_n \left( e^{2\alpha l} - \sqrt{1 + \frac{4}{B_n^2}} \right)$$

Para termos  $b_1 = 0$  devemos ter:

$$\sqrt{1 + \frac{4}{B_n^2}} = e^{2\alpha l} \quad (4.14)$$

Donde, explicitando  $B_n$ , vem:

$$\boxed{B_{nc} = \frac{2}{\sqrt{e^{4\alpha l} - 1}}} \quad (4.15)$$



A equação (4.15) determina o valor da susceptância para que o acoplamento seja crítico, dados o comprimento da cavidade e o coeficiente de atenuação. A fig. 4.4 mostra a equação (4.15) plotada em função do comprimento da cavidade usando o valor típico de  $\alpha = 5,5 \text{ db}/100 \text{ ft.} = 2,07 \times 10^{-4} \text{ nepers/cm}$  que é um valor médio para um guia de latão na faixa X.

#### 4.3 Susceptância crítica com perdas

A equação (4.15) não leva em consideração as perdas nas paredes que fecham a cavidade. Essas perdas deverão ser levadas em conta se desejarmos uma determinação mais precisa de  $B_{nc}$ . Para isso escrevemos (4.15) na forma

$$B_{nc} = \frac{2}{\sqrt{e^{2(2\alpha l)} - 1}}$$

onde  $2\alpha l$  é a atenuação completa devido as paredes do guia.

Da definição de coeficiente de atenuação,  $\alpha = P_L/2P_0$  onde  $P_L$  é potência dissipada por unidade de comprimento no guia e  $P_0$  é a potência transmitida, temos:

$$2\alpha l = \frac{P_L l}{P_0}$$

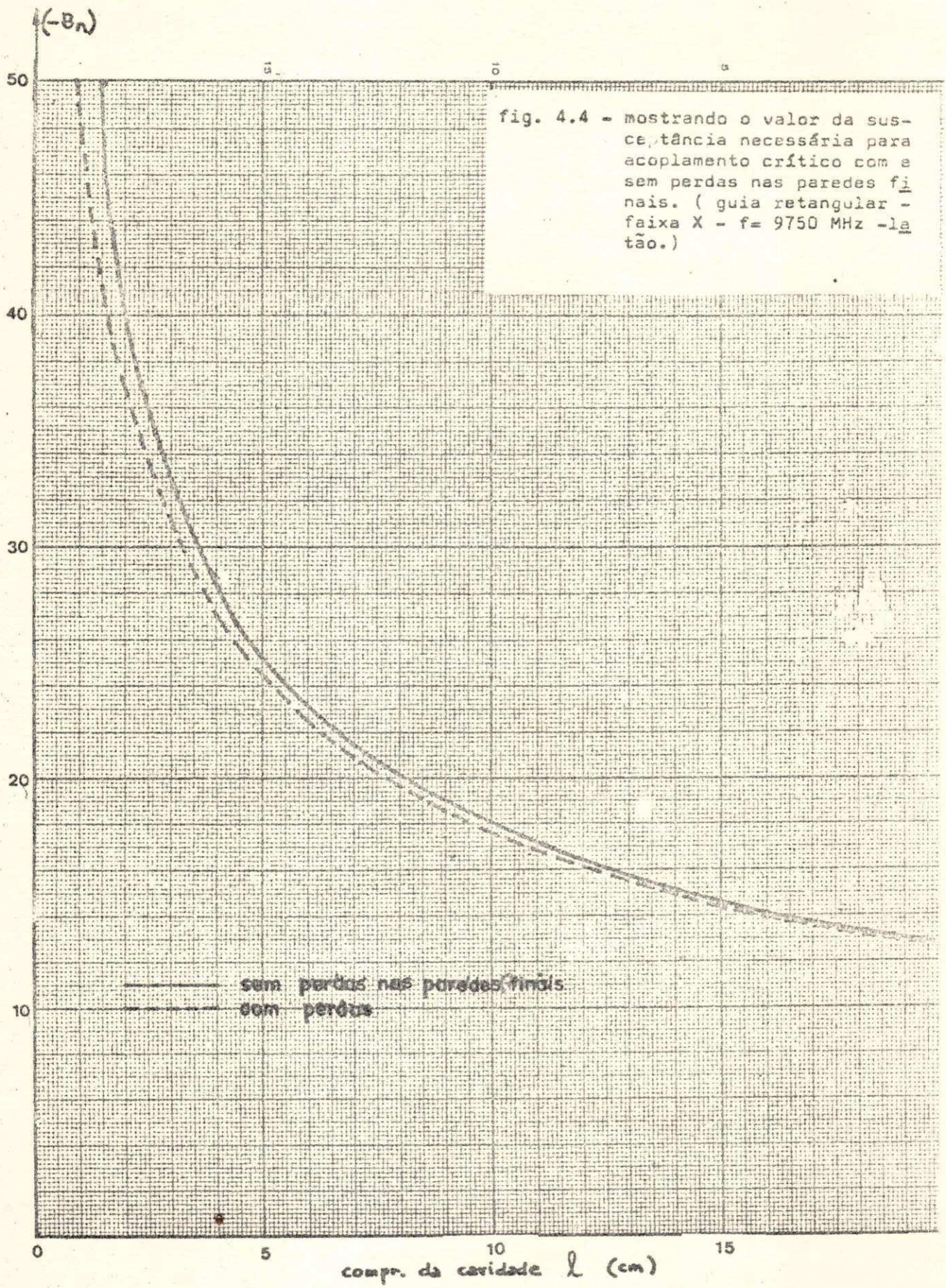
Podemos definir para as paredes finais um outro coeficiente de atenuação  $\alpha_f = P_f/P_0$  onde  $P_f$  é a potência perdida na parede final.

Portanto a atenuação total na cavidade  $T$  é dada por  $T = 2\alpha l + 2\alpha_f$ .

Ou seja

$$T = \frac{P_L l + P_f}{P_0}$$







E então

$$B_{nc} = \frac{2}{\sqrt{e^{2T} - 1}} \quad (4.16)$$

Efetuando-se o cálculo de T para o modo dominante  $TE_{10}$  (Apêndice III) encontramos:

$$T = \frac{4\pi^2 R_m}{\omega \mu_0 \beta a^3 b} \left\{ \frac{a^3 b \beta^2}{2\pi^2} + l \left[ b + \frac{a}{2} \left( 1 + \frac{\beta^2 a^2}{\pi^2} \right) \right] \right\} \quad (4.17)$$

A equação (4.16) também está plotada na fig. 4.4. O material do guia é latão de  $\sigma = 15 \times 10^6$  mhos/m e a frequência utilizada é de 9750 MHz. Note que, como seria de se esperar, as perdas nas paredes finais têm seu efeito muito reduzido quando o comprimento da cavidade aumenta.

#### 4.4 Subacoplamento e Superacoplamento

Anteriormente analisamos o caso de acoplamento crítico na frequência de ressonância. Faremos agora uma análise mais geral usando o conceito de coeficiente de reflexão,  $\Gamma$ .

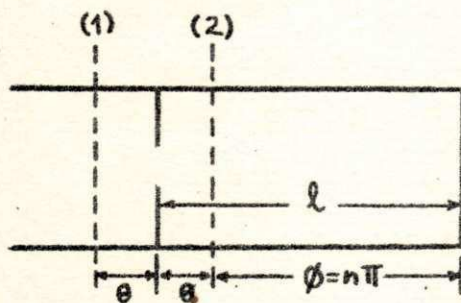


fig. 4.5 - mostrando os novos planos de referência.

A fim de tornar o tratamento matemático mais simples vamos deslocar os planos de referência de um ângulo necessário para que os coeficientes  $S_{11}$  e  $S_{22}$  sejam reais e negativos.



Portanto a nova matriz de espalhamento será:

$$\begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} \\ S'_{21} & S'_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}e^{-2j\theta} & S_{12}e^{-2j\theta} \\ S_{12}e^{-2j\theta} & S_{22}e^{-2j\theta} \end{bmatrix}$$

Tomando  $S'_{11}$  e separando nas partes real e imaginária:

$$S'_{11} = \frac{1}{4+B_n^2} \left[ -(B_n^2 \cos 2\theta + 2B_n \sin 2\theta) + j(B_n^2 \sin 2\theta - 2B_n \cos 2\theta) \right]$$

Fazendo a parte imaginária igual a zero vem: que  $B_n \sin 2\theta = 2 \cos 2\theta$  e lembrando que  $\cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta = 1$  temos:

$$S'_{11} = \frac{-|B_n|}{\sqrt{B_n^2 + 4}} \quad (4.18)$$

Da mesma maneira temos

$$S'_{12} = \frac{\pm 2j}{\sqrt{B_n^2 + 4}} \quad (4.19)$$



Por definição, o coeficiente de reflexão no plano

(1) é:

$$\Gamma \triangleq \frac{b_1}{a_1} = \frac{S_{11}'^2 - S_{12}'^2 + S_{11}'^2 e^{\alpha_T} e^{j2\phi}}{S_{11}' + e^{\alpha_T} e^{j2\phi}}$$

de acordo com a expressão (4.3). Convém notar que a atenuação total de ida e volta,  $\alpha_T$  não é igual a  $2\alpha$  e que o comprimento elétrico do final da cavidade ao plano (2),  $\phi$  não é igual a  $\beta l$ .

Substituindo  $S_{11}'$  e  $S_{12}'$  e considerando  $B_n$  sempre positivo, o coeficiente de reflexão fica:

$$\Gamma = \frac{\sqrt{B_n^2 + 4} - B_n e^{\alpha_T} (\cos 2\phi + j \sin 2\phi)}{-B_n + \sqrt{B_n^2 + 4} e^{\alpha_T} (\cos 2\phi + j \sin 2\phi)}$$

Donde racionalizando e simplificando:

$$\Gamma = - \left[ \frac{B_n \sqrt{B_n^2 + 4} (e^{2\alpha_T} + 1) - (e^{\alpha_T} \cos 2\phi) (2B_n^2 + 4) + j(4e^{\alpha_T} \sin 2\phi)}{B_n^2 + e^{2\alpha_T} (B_n^2 + 4) - 2B_n e^{\alpha_T} \sqrt{B_n^2 + 4} \cos 2\phi} \right] \quad (4.20)$$

A expressão (4.20) mostra que o coeficiente de reflexão é um número complexo que pode ser escrito  $\Gamma = -(X + jY)$ , onde X e Y são facilmente conhecidos.

Por outro lado, considerando o circuito equivalente da fig. 4.6 podemos dizer que a impedância normalizada no plano (1) é:



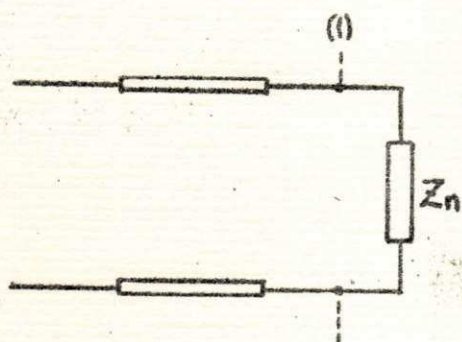


fig. 4.6 - mostrando a cavidade e o acoplamento considerados como uma impedância equivalente.

$$Z_n = r + jx = \frac{1 + (-X - jY)}{1 - (-X - jY)}$$

Separando nas partes real e imaginária e após algum trabalho algébrico chegamos a:

$$\left[ X - \left( -\frac{r}{r+1} \right) \right]^2 + Y^2 = \left( \frac{1}{r+1} \right)^2$$

Esta expressão mostra que para  $r$  constante o coeficiente  $\Gamma$  assumirá valores numa circunferência de centro  $(-r/r+1)$  no eixo real e de raio  $(1/r+1)$ . Este comportamento é mostrado em detalhes na fig. 4.7.

Com a mudança dos planos de referência a condição de ressonância fica

$$\begin{cases} \text{sen } 2\phi = 0 \\ \text{cos } 2\phi = 1 \end{cases}$$

pois  $\phi = n\pi$ . Aplicando essa condição à expressão (4.20) temos:

$$\Gamma_r = \frac{-B_n \sqrt{B_n^2 + 4} (e^{2\alpha r} + 1) + e^{\alpha r} (2B_n^2 + 4)}{(B_n - e^{\alpha r} \sqrt{B_n^2 + 4})^2} \quad (4.21)$$

Portanto o coeficiente de reflexão na ressonância é real, o que é destacado na figura pelos pontos cheios no eixo



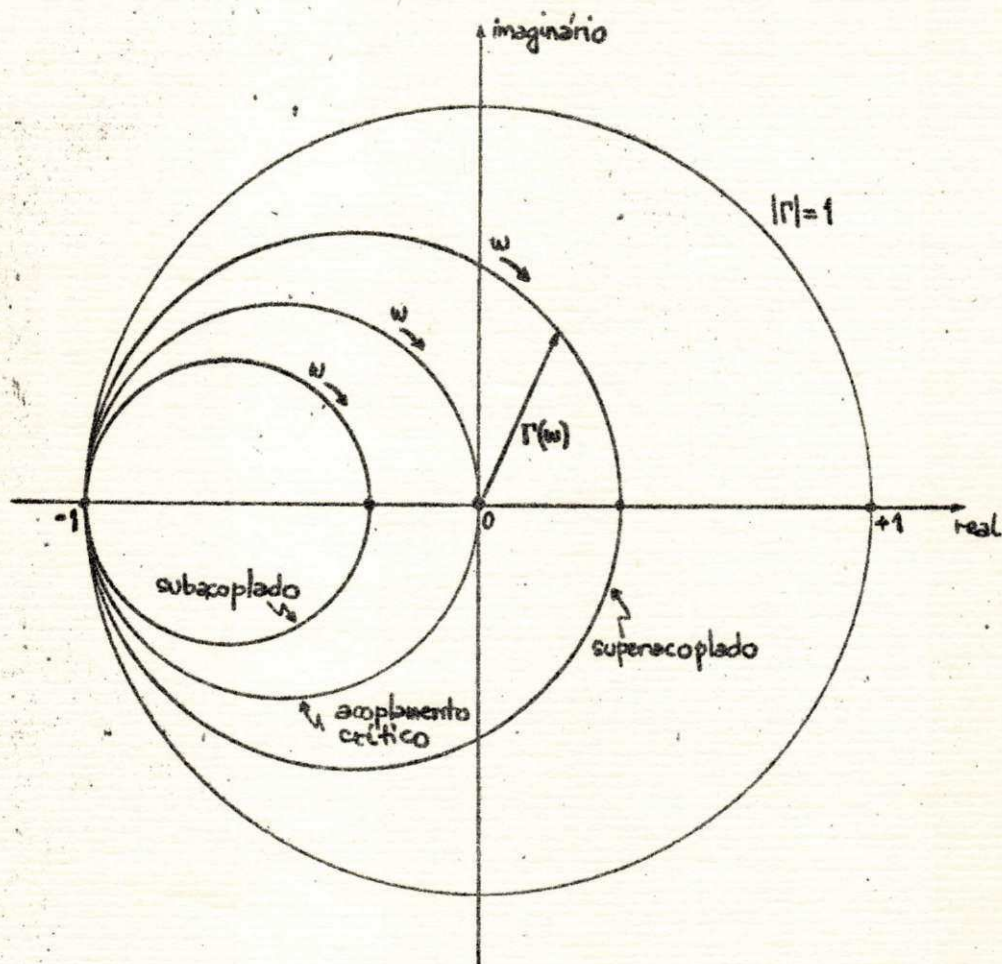


fig. 4.7 - mostrando o comportamento do coeficiente de reflexão quando a frequência varia.

no real. A equação (4.14) nos mostra que a condição de acoplamento crítico é  $\alpha_{\tau} = \sqrt{1 + 4/B_{nc}^2}$ . Tal condição tornará nulo o coeficiente de reflexão na ressonância, como era esperado.

Se  $B_n > B_{nc}$  então  $\alpha_{\tau} > \sqrt{1 + 4/B_n^2}$  e  $\Gamma_r$  será negativo. Nesse caso dizemos que a cavidade está subacoplada.

Se  $B_n < B_{nc}$  então  $\alpha_{\tau} < \sqrt{1 + 4/B_n^2}$  e  $\Gamma_r$  será positivo e a cavidade está superacoplada.

A fim de permitir uma visão geral, toda a informação é sintetizada numa tabela.



subacoplamento	$\Gamma_r < 0$	$\frac{\alpha_r}{\beta} > \sqrt{1+4/B_n^2}$	$B_n > B_{nc}$	iris pequena
acoplamento crítico	$\Gamma_r = 0$	$\frac{\alpha_r}{\beta} = \sqrt{1+4/B_n^2}$	$B_n = B_{nc}$	iris média
superacoplamento	$\Gamma_r > 0$	$\frac{\alpha_r}{\beta} < \sqrt{1+4/B_n^2}$	$B_n < B_{nc}$	iris grande

Tabela 4.1 - comparando os tipos de acoplamento de uma cavidade ressonante a micro-ondas.

É interessante analisar também o comportamento da fase do coeficiente de reflexão que é mostrado na figura abaixo:

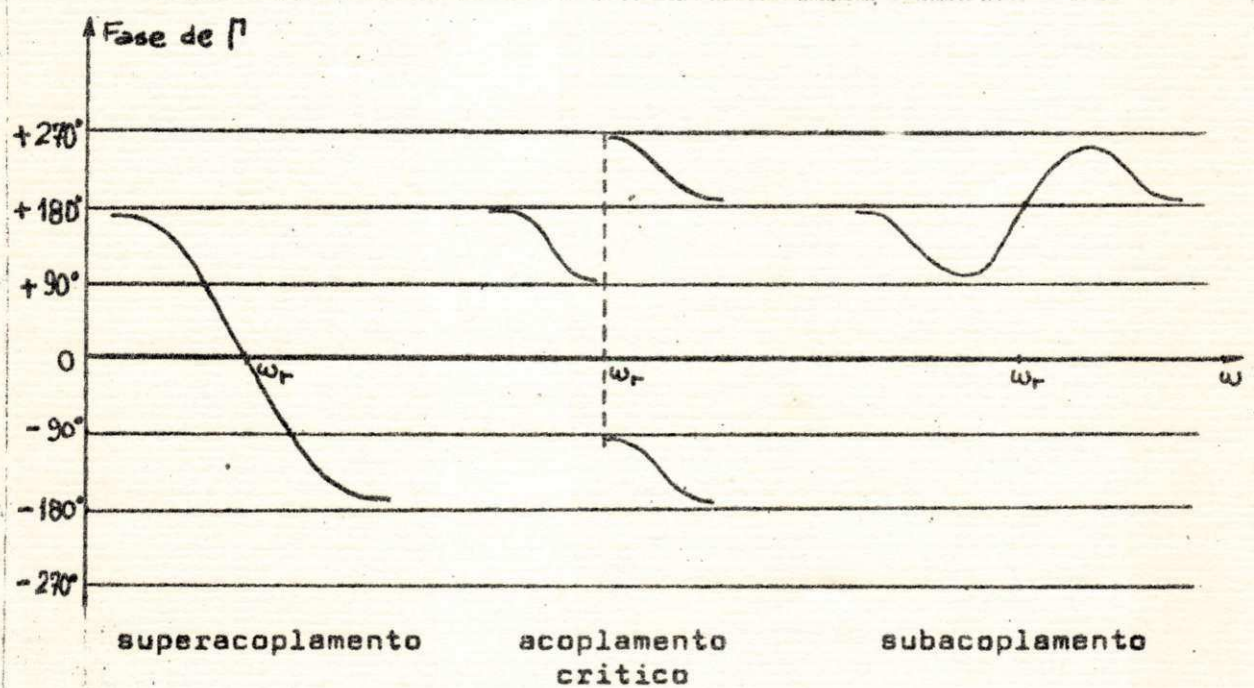


fig. 4.8 - esquematizando o comportamento em frequência da fase do coeficiente de reflexão.



No caso de superacoplamento a fase varia continuamente de  $+180^\circ$  a  $-180^\circ$ . No acoplamento crítico a fase é descontínua com duas possibilidades: a superior correspondendo ao caso limite de subacoplamento e o inferior ao caso limite de superacoplamento. No caso de subacoplamento a fase varia com máximos e mínimos em torno de  $+180^\circ$ .

As curvas da figura 4.8 justificam um método de determinar se uma dada cavidade está sub ou superacoplada:

§ Localize um ponto de mínimo com a frequência abaixo da ressonância;

§ Acompanhe a variação do ponto de mínimo quando a frequência é aumentada em direção a ressonância e após passar por ela;

§ Se o mínimo se deslocar continuamente em direção à carga, a cavidade está superacoplada. Se o mínimo se desloca inicialmente em direção à carga, depois retorna na direção do gerador e novamente vai em direção à carga, a cavidade está subacoplada.

#### 4.5 Fator de Qualidade, Q

Numa cavidade, como em todo sistema ressonante, é de vital importância o conhecimento de seu fator de qualidade.

De maneira geral podemos definir Q como segue:

$$Q = \frac{\text{energia armazenada na cavidade}}{\text{energia dissipada por radiano na cavidade}} \Big|_{\omega = \omega_r}$$

ou de maneira equivalente e mais operacional:

$$Q = \frac{\omega_r W_a}{P_L}$$

onde  $\omega_r$  é a frequência angular de ressonância,  $W_a$  é a energia



armazenada na cavidade e  $P_L$  é a potência dissipada na cavidade.

#### 4.6 Fator de Qualidade Descarregado, $Q_U$

As ondas incidente e refletida têm uma potência média  $P$  que é a energia média cruzando uma dada seção reta em um segundo. Podemos então escrever que a energia armazenada na cavidade é:

$$W_a = \frac{2Pl}{v_g}$$

onde  $2l/v_g$  é o tempo de ida e volta e  $v_g$  é a velocidade de grupo.

Da definição da constante de atenuação  $\alpha$  temos:

$$\alpha = \frac{P_L/l}{2P} \quad \text{donde} \quad P_L = 2P\alpha l$$

Para o caminho de ida e volta temos:

$$P_L = 4P\alpha l = 2P\alpha_T \quad \text{onde} \quad \alpha_T = 2\alpha l$$

Portanto aplicando a definição do item anterior:

$$Q_U = \left(\frac{2l}{\alpha_T}\right) \frac{\pi f_r}{v_g}$$

Lembrando que  $v_g v_p = c^2$  onde  $v_p$  é a velocidade de fase e que  $v_p = \omega/\beta$  temos:

$$Q_U = \left(\frac{2l}{\alpha_T}\right) \frac{\pi f_r \omega_r}{c^2 \beta}$$

Como ainda  $\beta = 2\pi/\lambda_g$  e  $c = f_r \lambda_0$  vem:



$$Q_U = \left( \frac{2l}{\alpha_T} \right) \frac{\pi \lambda_g}{\lambda_0^2} \quad (4.22)$$

Esta fórmula é muitas vezes escrita:

$$Q_U = \left( \frac{\pi}{\alpha_a} \right) \frac{\lambda_g}{\lambda_0^2} \quad (4.23)$$

onde  $\alpha_a = \frac{\alpha_T}{2l}$  pode ser considerada como uma constante de atenuação "média". Determinando-se  $Q_U$  experimentalmente podemos medir  $\alpha_a$ . Porém, pela sua própria definição, não podemos medir  $Q_U$  diretamente. Isto deve ser feito por medida indireta através do fator de qualidade externo.

#### 4.7 Fator de Qualidade Externo, $Q_E$

A fim de fazermos medidas, é necessário o acoplamento a circuitos externos à cavidade que dissiparão energia. Essas perdas são consideradas através a definição do fator de qualidade externo,  $Q_E$ :

$$Q_E = \frac{\text{energia armazenada na cavidade}}{\text{energia dissipada por radiano no circ. externo}} \quad \omega = \omega_r$$

Pela definição acima o  $Q_E$  de uma cavidade sob acoplamento crítico seria infinito já que não há energia dissipada no circuito externo. Esta dificuldade, que denota o artificialismo da definição, é normalmente contornada considerando-se a energia dissipada no circuito externo quando a fonte é desligada.



Portanto escrevemos:

$$b_{1E} = S_{12} a_2$$

A potência dissipada no circuito externo é:

$$P_E = \frac{1}{2} |b_{1E}|^2 = \frac{1}{2} |S_{12} a_2|^2 = |S_{12}|^2 P$$

pois  $P = 1/2 |a_2|^2$ .

Então:

$$Q_E = \frac{\omega_r (2Pl/v_g)}{|S_{12}|^2 P}$$

Donde:

$$Q_E = \left( \frac{2l}{|S_{12}|^2} \right) \frac{2\pi \lambda_g}{\lambda_0^2} \quad (4.24)$$

A expressão acima é frequentemente escrita:

$$Q_E = \left( \frac{2\pi}{k^2} \right) \frac{\lambda_g}{\lambda_0^2} \quad (4.25)$$

onde  $k^2 = |S_{12}|^2 / 2l$  é o fator de acoplamento modificado para incluir o efeito do comprimento da cavidade.

É interessante notar que sob acoplamento crítico, a equação (4.14) nos dá:

$$\sqrt{1 + \frac{4}{B_n^2}} = e^{\alpha_T}$$



Supondo-se  $\alpha_T$  pequenos e  $B_n$  grandes, que é a situação normal, podemos aproximar:

$$e^{\alpha_T} \approx 1 + \alpha_T \quad \text{e} \quad \sqrt{1 + \frac{4}{B_n^2}} \approx 1 + \frac{2}{B_n^2}$$

Portanto

$$\alpha_T \approx \frac{2}{B_n^2}$$

Por outro lado, a equação (4.5) nos mostra:

$$S_{12} = \frac{2}{2 + jB_n} \quad \text{donde} \quad |S_{12}|^2 = \frac{4}{4 + B_n^2} \approx \frac{4}{B_n^2}$$

para  $B_n$  grandes.

Podemos então concluir que em primeira aproximação:

$$\boxed{2\alpha_T = |S_{12}|^2} \quad (4.26)$$

Isto implica que sob a condição de acoplamento crítico a potência dissipada no interior da cavidade e a potência perdida no circuito externo são iguais e consequentemente  $Q_E = Q_U$ .

#### 4.8 Fator de Qualidade Carregado, $Q_L$

Quando estão presentes perdas internas e externas, o fator de qualidade é chamado fator de qualidade carregado,  $Q_L$ :

$$Q_L = \frac{\text{energia armazenada na cavidade}}{\text{energia dissipada por radiano nos circuitos interno e externo}} \quad \left| \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right. \quad \omega = \omega_r$$



Das definições de  $Q_U$ ,  $Q_E$  e  $Q_L$  é evidente que

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_U} + \frac{1}{Q_E}$$

Então

$$Q_L = \left( \frac{2\pi}{k^2 + 2\alpha_a} \right) \frac{\lambda_g}{\lambda_0^2} \quad (4.27)$$

#### 4.9 Potência Absorvida, $P_a$

A potência absorvida pela cavidade pode ser dada por:

$$P_a = P_0 (1 - |\Gamma|^2) \quad (4.28)$$

onde  $P_0$  é a potência constante fornecida pela fonte e  $\Gamma$  é o coeficiente de reflexão que pode ser escrito como no item 4.4:

$$\Gamma = \frac{\sqrt{B_n^2 + 4} - B_n e^{\alpha\tau} (\cos 2\phi + j \sin 2\phi)}{-B_n + \sqrt{B_n^2 + 4} e^{\alpha\tau} (\cos 2\phi + j \sin 2\phi)}$$

Tomando a expressão acima, dividindo ambos os membros por  $\sqrt{B_n^2 + 4}$  e fazendo  $B_n / \sqrt{B_n^2 + 4} = a$  temos:

$$\Gamma = \frac{1 - a e^{\alpha\tau} (\cos 2\phi + j \sin 2\phi)}{-a + e^{\alpha\tau} (\cos 2\phi + j \sin 2\phi)}$$



Tomando o módulo e elevando ao quadrado fica:

$$|\Gamma|^2 = \frac{(1 - ae^{\alpha_T} \cos 2\phi)^2 + (ae^{\alpha_T} \sin 2\phi)^2}{(e^{\alpha_T} \cos 2\phi - a)^2 + (e^{\alpha_T} \sin 2\phi)^2}$$

Substituindo essa última expressão na equação.....  
(4.28) e após alguma manipulação algébrica chegamos a

$$P_a = \frac{(1 - a^2)(e^{2\alpha_T} - 1) P_0}{a^2 + e^{2\alpha_T} - 2ae^{\alpha_T} \cos 2\phi} \quad (4.29)$$

Consideremos agora, o termo  $\cos 2\phi$  mais detalhadamente.

Se supomos que  $\phi \cong \beta l$  podemos escrever:

$$\cos 2\phi \cong \cos 2\beta l$$

e lembrando que  $\beta^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - (\pi/a)^2$  vem:

$$\cos 2\phi \cong \cos 2l \sqrt{(\omega_r \pm \Delta\omega)^2 \mu_0 \epsilon_0 - (\pi/a)^2}$$

onde  $\omega_r$  é a frequência angular de ressonância.

Portanto

$$\cos 2\phi \cong \cos 2l \sqrt{\omega_r^2 \left(1 \pm \frac{2\Delta\omega}{\omega_r}\right) \mu_0 \epsilon_0 - (\pi/a)^2} \quad (4.30)$$

pois  $\Delta\omega/\omega_r \ll 1$ .



Escrevendo a equação (4.30) na forma

$$\cos 2\phi = \cos 2\ell \beta_r \sqrt{1 \pm x/\beta_r^2}$$

onde  $x = \omega_r^2 \mu_0 \epsilon_0 2\Delta\omega/\omega_r$  e  $\beta_r$  é a constante de fase na ressonância e desenvolvendo o radical em série obtemos

$$\cos 2\phi \approx \cos 2\ell \beta_r (1 \pm x/2\beta_r^2)$$

desprezando os termos de ordem superior.

Portanto

$$\cos 2\phi = \cos(2\beta_r \ell \pm x\ell/\beta_r) \approx \cos(x\ell/\beta_r)$$

pois  $\beta_r \ell \approx 2\pi$  na ressonância.

Ainda

$$\cos 2\phi \approx \sqrt{1 - (x\ell/\beta_r)^2} \approx 1 - x^2 \ell^2 / 2\beta_r^2$$

observando que  $x\ell/\beta_r \ll 1$ .

Tomando a expressão anterior, substituindo o valor de  $x$  e lembrando que  $k_0^2 = (2\pi)^2/\lambda_0^2 = \omega_r^2 \mu_0 \epsilon_0$  obtemos:

$$\cos 2\phi \approx 1 - F \quad (4.31)$$

onde  $F = 2(\pi\ell)^2 (\lambda_g/\lambda_0^2)^2 (2\Delta\omega/\omega_r)^2$ .



Retornando à expressão (4.29) que nos dá a potência absorvida, focalizaremos seu denominador:

$$\begin{aligned} \text{denom. } P_a &= e^{2\alpha_T} + a^2 - 2ae^{\alpha_T}(1-F) \\ &= (e^{\alpha_T} - a)^2 \left[ 1 + \frac{2ae^{\alpha_T}F}{(e^{\alpha_T} - a)^2} \right] \end{aligned}$$

usando a equação (4.31).

Relembrando que  $a = B_n / \sqrt{B_n^2 + 4}$  e  $|S_{12}| = 2 / \sqrt{B_n^2 + 4}$  temos

$$a = \sqrt{1 - |S_{12}|^2} \cong 1 - (|S_{12}|^2 / 2)$$

pois  $|S_{12}|^2 \ll 1$ .

Também para pequena atenuação podemos escrever:

$$e^{\alpha_T} \cong 1 + \alpha_T$$

Donde

$$e^{\alpha_T} - a = \frac{2\alpha_T + |S_{12}|^2}{2}$$

E portanto

$$\text{denom. } P_a = \left( \frac{2\alpha_T + |S_{12}|^2}{2} \right)^2 \left[ 1 + \frac{2 \left( 1 - \frac{|S_{12}|}{2} \right) (1 + \alpha_T) F}{\left( \frac{2\alpha_T + |S_{12}|^2}{2} \right)^2} \right]$$



Usando as relações anteriormente deduzidas na expressão da potência absorvida obtemos:

$$P_a \approx \frac{|S_{12}|^2 2\alpha_T P_0}{\frac{(2\alpha_T + |S_{12}|^2)^2}{4}} \left[ 1 + \frac{2\left(1 - \frac{|S_{12}|^2}{2}\right)(1 + \alpha_T) F}{\frac{(2\alpha_T + |S_{12}|^2)^2}{4}} \right]$$

Dividindo por  $4l^2$  o numerador e o denominador vem:

$$P_a = \frac{\frac{|S_{12}|^2}{2l} \frac{2\alpha_T}{2l} 4P_0}{\left(\frac{2\alpha_T}{2l} + \frac{|S_{12}|^2}{2l}\right)^2 4l^2} \left[ 1 + \frac{8F}{\left(\frac{2\alpha_T}{2l} + \frac{|S_{12}|^2}{2l}\right)^2 4l^2} \right] \quad (4.32)$$

Recordando os resultados dos itens 4.6, 4.7 e 4.8, escritos abaixo em forma conveniente:

$$\frac{|S_{12}|^2}{2l} = k^2 = \frac{2\pi}{Q_E} \frac{\lambda_g}{\lambda_0^2}$$

$$\frac{2\alpha_T}{2l} = 2\alpha_a = \frac{2\pi}{Q_U} \frac{\lambda_g}{\lambda_0^2}$$

$$k^2 + 2\alpha_a = \frac{2\pi}{Q_L} \frac{\lambda_g}{\lambda_0^2}$$



e aplicando-os na equação (4.32) obtemos finalmente:

$$P_a = \frac{4P_0 Q_L^2}{Q_U Q_E} \frac{1}{[1 + Q_L^2 (2\Delta\omega/\omega_r)^2]} \quad (4.33)$$

O comportamento em frequência da potência absorvida é esquematizado na figura 4.9.

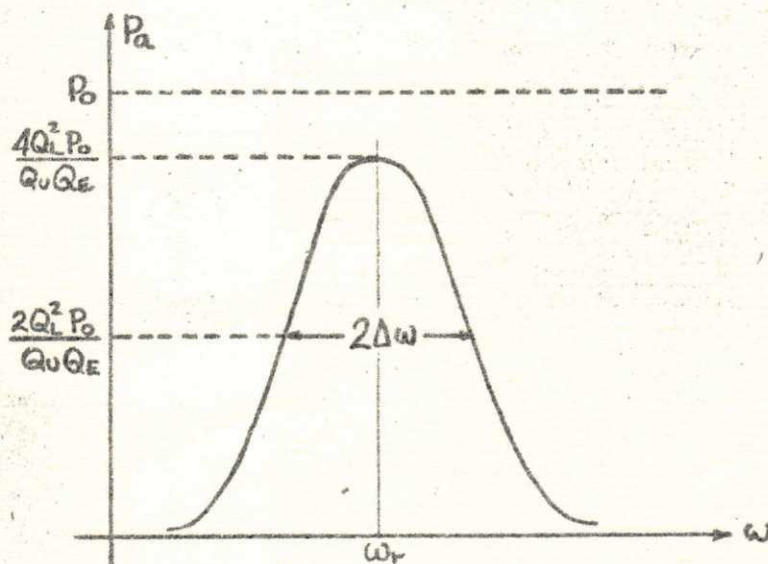


fig. 4.9 - esquematizando o comportamento em frequência da potência absorvida em uma cavidade terminal.

Na ressonância  $\Delta\omega=0$  e  $P_{a_{res}} = 4Q_L^2 P_0 / Q_U Q_E$ .

Os pontos de meia potência são obtidos quando:

$$Q_L^2 (2\Delta\omega/\omega_r)^2 = 1 \Rightarrow Q_L = \omega_r / 2\Delta\omega$$

Esta última expressão mostra que se for possível a-  
mostrar a potência absorvida pela cavidade, sem carregá-la dema-



siadamente, a largura de faixa da curva de  $P_a$  nos pontos de  $-3$  db dará, junto com a frequência de ressonância, uma medida de  $Q_L$ .

Assumindo conhecida a potência da fonte e lembrando que quaisquer dois fatores de qualidade determinam o terceiro e se fôr possível ainda uma medida de  $P_a$  na ressonância, então a cavidade está inteiramente resolvida.

Porém, a potência do gerador não é geralmente conhecida e a experiência descrita acima determinará  $Q_L$  e  $f_r$  somente.

Por outro lado não é desejável inserir-se pontas de prova ou "loops" na cavidade para amostrar a potência absorvida, mesmo que isto tenha pequeno efeito de carregamento.

#### 4.10 Potência Refletida, $P_r$

Podemos evitar isto, considerando a potência refletida pela cavidade, que é facilmente medida através de um acoplador direcional.

Desde que  $P_r = P_o - P_a$  escrevemos:

$$P_r = P_o \left\{ 1 - \frac{4Q_L^2}{Q_u Q_e} \frac{1}{[1 + Q_L^2 (2\Delta\omega/\omega_r)^2]} \right\} \quad (4.34)$$

A figura 4.10 mostra esquematicamente a variação da potência refletida com a frequência.



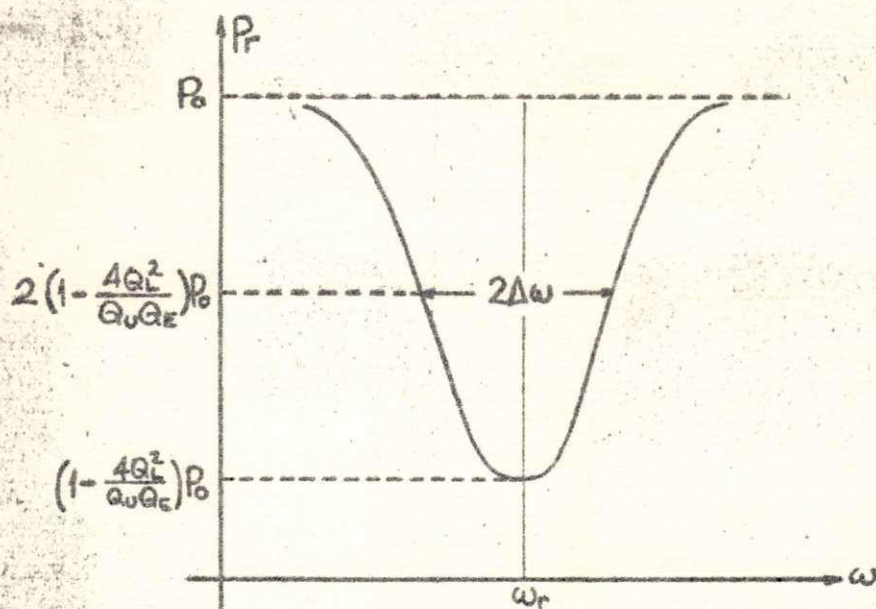


fig. 4.10 - esquematizando o comportamento em frequência da potência refletida em uma cavidade terminal.

Na ressonância  $\Delta\omega=0$  e a potência refletida fica:

$$P_{r_{res.}} = \left(1 - \frac{4Q_L^2}{Q_U Q_E}\right) P_0$$

Longe da ressonância temos  $P_r = P_0$  como indicado na figura. Note que a profundidade da curva é proporcional à potência absorvida.

Portanto medindo a largura de faixa da curva acima e com o valor da frequência de ressonância, medimos o valor de  $Q_L$ . Como antes, medindo-se ainda a potência refletida na ressonância determinamos a cavidade completamente.

Na prática, porém, a potência refletida na ressonância pode tornar-se extremamente pequena dificultando medidas precisas. Além do mais, o cristal do detetor pode ser não linear em toda a faixa de operação, já que a variação é muito



grande.

#### 4.11 Coeficiente de Onda Estacionária na Ressonância, $S_r$

Esta dificuldade pode ser contornada medindo-se o coeficiente de onda estacionária na ressonância.

Por definição:

$$S_r \triangleq \frac{1 + |\Gamma_r|}{1 - |\Gamma_r|}$$

E como  $|\Gamma_r| = (1 - ae^{\alpha_T}) / (-a + e^{\alpha_T})$  temos:

$$S_r = \frac{(e^{\alpha_T} + 1) - a(e^{\alpha_T} + 1)}{(e^{\alpha_T} - 1) + a(e^{\alpha_T} - 1)}$$

Fazendo as aproximações:

$$e^{\alpha_T} \approx 1 + \alpha_T \quad \text{e} \quad 1 - a \approx |S_{12}|^2 / 2$$

e lembrando que:  $1 + a \approx 2$        $\alpha_T \ll 1$  e  $|S_{12}|^2 \ll 1$       temos:

$$S_r \approx \frac{|S_{12}|^2 / 2\ell}{2\alpha_T / 2\ell} = \frac{Q_U}{Q_E}$$

considerando as expressões (4.22) e (4.24).

Lembrando ainda que  $Q_E = Q_L Q_U / (Q_U - Q_L)$  escrevemos finalmente:

$$\boxed{S_r = \frac{Q_U - Q_L}{Q_L}} \quad (4.35)$$



#### 4.12 Determinação Experimental dos Parâmetros da Cavidade.

A figura 4.11 mostra um circuito de micro-ondas adequado para a medida dos parâmetros que resolvem completamente a cavidade. Medimos diretamente  $f_r$ ,  $Q_L$  e  $S_r$ .

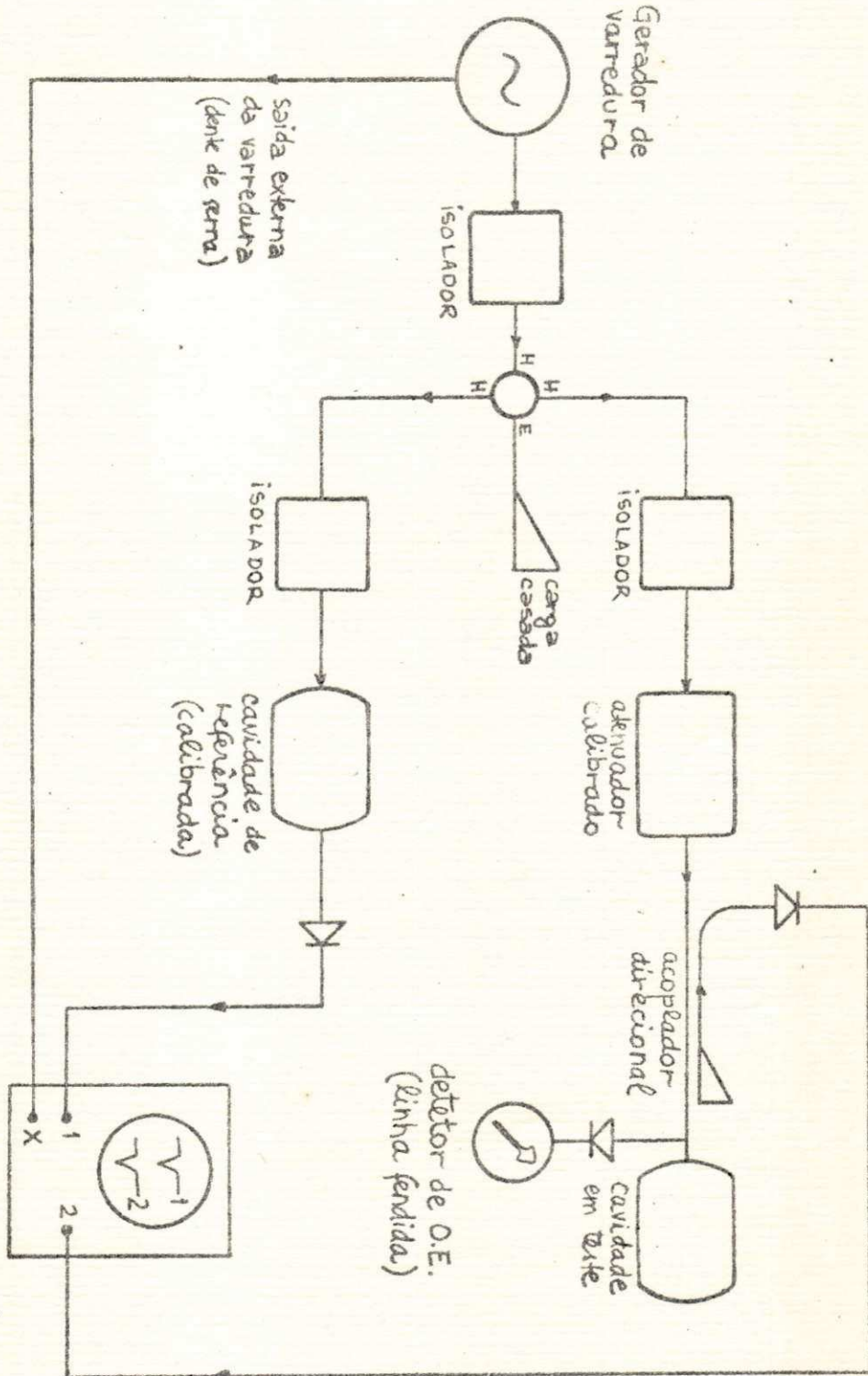


fig. 4.11 - mostrando um circuito de micro-ondas conveniente para completa determinação experimental dos parâmetros de uma cavidade terminal.



Devemos usar um gerador de varredura que providencie potência constante em toda a faixa de operação e que contenha uma saída externa de varredura (dente de serra) que deverá ser ligada à entrada X do osciloscópio. O primeiro isolador casa a fonte enquanto os outros dois isolam a cavidade em teste da cavidade de referência. Um "T mágico" é usado para distribuir igualmente a potência do gerador e tem o braço do plano E casado. Qualquer acoplador direcional conveniente pode ser usado em seu lugar.

a) Medida de  $f_r$ : A ressonância é localizada ajustando-se a frequência e procurando-se um mínimo na potência refletida medida com o acoplador direcional. Tal mínimo é fácil de localizar pois é independente de fase. Já a localização do ponto de mínimo no medidor de onda estacionária é trabalhoso pois os máximos e mínimos estão sempre mudando, assim como, a potência da fonte em muitos casos. Com uma conveniente varredura a figura 4.10 aparecerá no canal 2 do osciloscópio, com o eixo vertical proporcional à potência refletida e o eixo horizontal proporcional a frequência. A cavidade de referência deve então ser ajustada até que uma figura similar apareça no canal 1. Quando as duas figuras estiverem alinhadas, as frequências de ressonância serão idênticas e desde que a cavidade de referência é calibrada, o primeiro parâmetro é determinado.

b) Medida de  $Q_L$ : Para medi-lo devemos medir a largura de faixa entre os pontos de -3 db. Colocando-se o atenuador de precisão em 0 db e ajustando-se o mínimo da curva da potência refletida a um valor conveniente, como indicado pela linha a-a na figura 4.12, inserimos 3 db de atenuação até a curva encontrar a linha b-b. Ajusta-se agora a cavidade de referência até que o mínimo da curva atinja a linha b-b. Voltamos o atenuador a 0 db e ajustamos a cavidade de referência até que o ponto T coincida com o ponto x. Anotamos a leitura da cavidade de referência. Em seguida, ajustamos novamente a cavidade de referência até que o ponto T coincida com y e anotamos a sua leitura. A diferença en



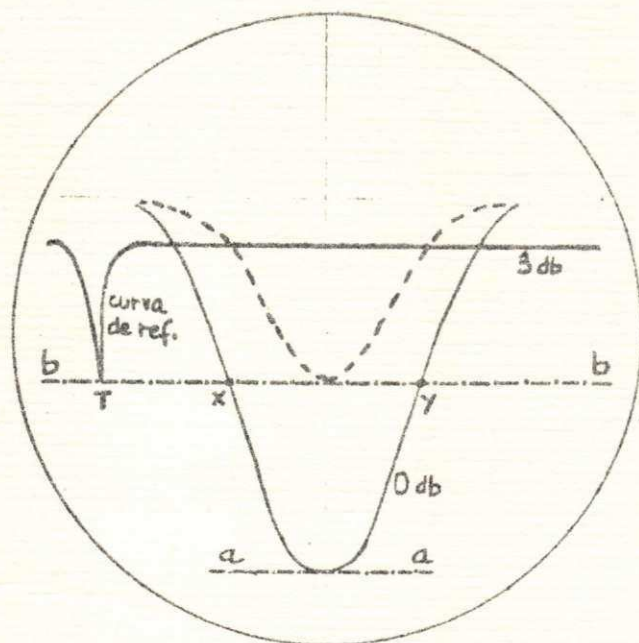


fig. 4.12 - mostrando, na tela do osciloscópio, o procedimento para a medição de  $Q_L$ .

tre as duas frequências lidas dará a largura de faixa. Se o valor de  $Q_L$  é alto, a curva será muito aguda e será mais conveniente medir a largura de faixa com atenuações de 6 ou 10 db.

c) Medida de  $S_r$ : Finalmente, para medirmos  $S_r$ , desligamos a varredura e fazemos a medição com ajuda da linha fendida e do atenuador calibrado. (Método do atenuador calibrado, cap. 3).



## 5. APLICAÇÃO DO MODELO A CAVIDADES DE TRANSMISSÃO

Nêste capítulo aplicaremos o modelo ao caso de uma cavidade em que a parede final é substituída por outra iris, formando uma cavidade de transmissão.

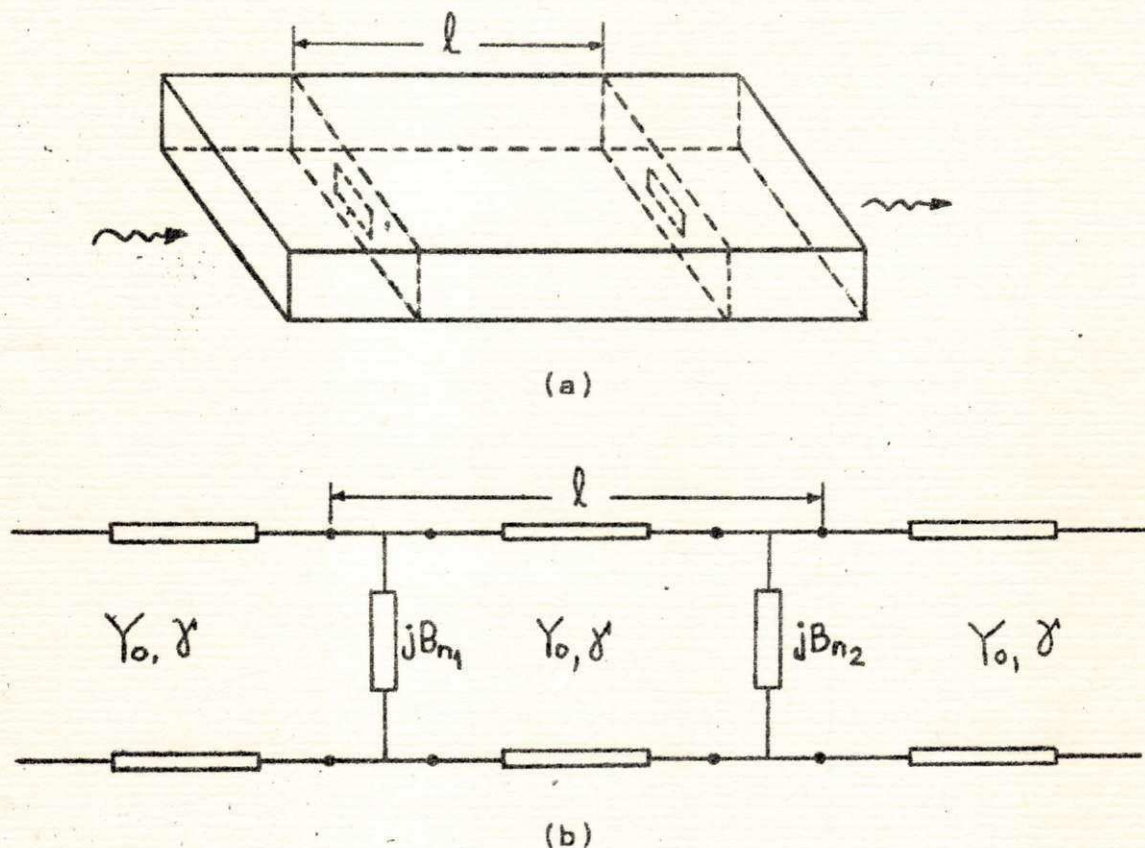


fig. 5.1 - (a) - cavidade de transmissão;  
(b) - modelo de linha de transmissão para uma cavidade de transmissão.

### 5.1 Ressonância

A colocação de outra iris certamente mudará a condição de ressonância, a qual procuraremos usando o mesmo procedimento do capítulo anterior.

Consideremos inicialmente que as duas iris sejam



iguais,  $B_{n1} = B_{n2} = B_n$ . Além disso consideramos que a cavidade tem uma terminação casada. (fig. 5.2)

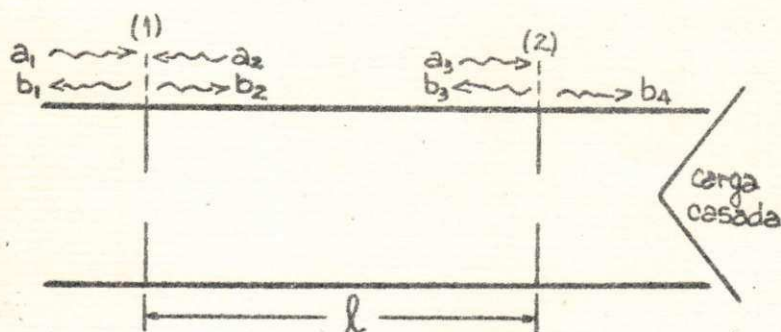


fig. 5.2 - mostrando as ondas incidentes e refletidas nas irises.

No plano da junção (1) podemos escrever:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

Enquanto no plano da junção (2):

$$\begin{bmatrix} b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{33} & S_{34} \\ S_{34} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ainda devem ser levadas em conta as relações:

$$\begin{aligned} a_2 &= b_3 e^{-\gamma l} \\ a_3 &= b_2 e^{-\gamma l} \end{aligned}$$

para, após algumas manipulações, obtermos:

$$b_1 = \left[ \frac{S_{11} - (S_{11}^2 - S_{12}^2) S_{33} e^{-2\gamma l}}{1 - S_{11} S_{33} e^{-2\gamma l}} \right] a_1 \quad (5.1)$$



$$b_2 = \left[ \frac{S_{12}}{1 - S_{11}S_{33}e^{-2\gamma l}} \right] a_1 \quad (5.2)$$

onde  $S_{11} = S_{33} = -jB_n/2 + jB_n$  e  $S_{12} = S_{34} = 2/2 + jB_n$  como no capítulo anterior.

Tomando a expressão (5.2) e desenvolvendo temos:

$$b_2 = \left\{ \frac{2(2 + jB_n)}{[4 - B_n^2(1 - e^{-2\alpha l} \cos 2\phi)] + j[B_n(4 - B_n e^{-2\alpha l} \sin 2\phi)]} \right\} a_1$$

onde  $2\phi = 2\beta l$ .

Novamente aplicando a definição de ressonância chegamos a:  $(d|b_2|/dl = 0)$

$$(4/B_n - B_n - 4\alpha/\beta) \sin 2\beta l + (4\alpha/\beta B_n - B_n\alpha/\beta + 4) \cos 2\beta l + \alpha/\beta B_n(1 - 2\alpha l) = 0$$

Usando valores típicos de  $\alpha = 0,1$  nepers/m,  $\beta = 150$  rad/m e  $B_n = 10$  a condição de ressonância se reduz a:

$$(-B_n) \sin 2\beta l + 4 \cos 2\beta l \cong 0$$

Donde

$$\tan 2\phi = \frac{4}{B_n}$$

(5.3)



Consideramos agora, a cavidade acoplada com iris de tamanhos diferentes ou seja  $B_{n1} \neq B_{n2}$ .

Será bem mais simples encontrarmos a condição de ressonância, deslocando-se os planos de referência como mostrado na fig. 5.3.

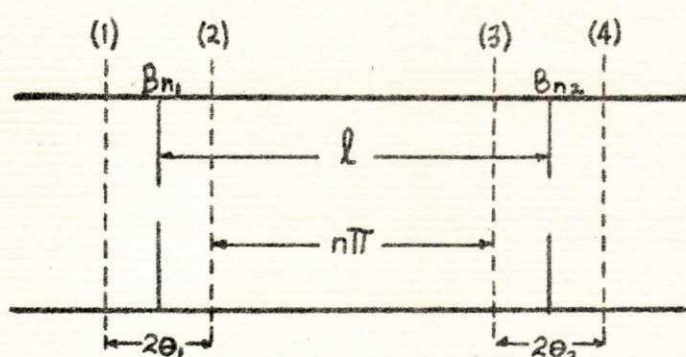


fig. 5.3 - mostrando os planos de referência deslocados de  $\theta_1$  e  $\theta_2$ .  $B_{n1} \neq B_{n2}$ .

Já sabemos do capítulo anterior que para os coeficientes  $S_{11}$  e  $S_{33}$  tornarem-se reais e negativos devemos ter:

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \tan^{-1} 2/B_{n1} \text{ e } \theta_2 = \frac{1}{2} \tan^{-1} 2/B_{n2}$$

Então, em termos de comprimento elétrico:

$$2\beta l = 2n\pi + 2\theta_1 + 2\theta_2$$

Donde

$$\tan 2\phi = \frac{2}{B_{n1}} + \frac{2}{B_{n2}} \quad (5.4)$$

que é a condição de ressonância quando as irises são diferentes.

Quando  $B_{n1} = B_{n2} = B_n$  obtemos a condição (5.3).

Explicitando  $l$  para que haja ressonância temos:



$$\ell_r = \frac{\lambda_g}{2\pi} \left( n\pi - \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2}{B_{n1}} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2}{B_{n2}} \right) \quad (5.5)$$

supondo  $B_{n1}$  e  $B_{n2}$  indutivas. Com susceptância capacitivas o sinal deve ser trocado.

Se quiséssemos obter o comprimento para ressonância diretamente da condição (5.3) obteríamos:

$$\ell = \frac{\lambda_g}{2\pi} \left( n\pi - \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{4}{B_n} \right)$$

enquanto que a expressão (5.5) para  $B_{n1}=B_{n2}=B_n$  nos dá:

$$\ell = \frac{\lambda_g}{2\pi} \left( n\pi - \tan^{-1} \frac{2}{B_n} \right)$$

Esta aparente discrepância é contornada se lembrarmos que para as ordens de grandeza consideradas ( $B_n \gg 10$ ) pode-se confundir o arco com sua tangente e portanto

$$\frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{4}{B_n} \cong \tan^{-1} \frac{2}{B_n}$$

A diferença que esta aproximação causa em  $\ell$  é menor ou igual à precisão que se tem em equipamentos normais de microondas.

## 5.2 Acoplamento Crítico

Nesta seção procuraremos quais as condições para acoplamento crítico ou seja a cavidade casada ao gerador. Para facilidade de análise, consideramos ainda os planos de referência deslocados das iris como na figura 5.3.



O coeficiente de reflexão no plano (1) é:

$$\Gamma_{\Delta} \frac{b_1}{a_1} = \frac{S'_{11} - (S'_{12} - S'_{12}) S'_{33} e^{-\alpha r} e^{-j2\phi}}{1 - S'_{11} S'_{33} e^{-\alpha r} e^{-j2\phi}} \quad (5.6)$$

onde  $S'_{11} = -|B_{n1}|/\sqrt{B_{n1}^2 + 4}$ ,  $S'_{12} = \pm 2j/\sqrt{B_{n1}^2 + 4}$ ,  $S'_{33} = -|B_{n2}|/\sqrt{B_{n2}^2 + 4}$  e  $\phi \neq \beta l$  é o comprimento elétrico entre os planos (2) e (3).

Supondo inicialmente a igualdade das iris e aplicando a condição de ressonância ( $\cos 2\phi = 1$  e  $\sin 2\phi = 0$ ) o coeficiente de reflexão fica:

$$\Gamma = \frac{\frac{1}{\sqrt{B_n^2 + 4}} (B_n e^{-2\alpha l} - B_n)}{1 - \frac{B_n^2}{B_n^2 + 4} e^{-2\alpha l}}$$

Portanto para haver acoplamento crítico ( $\Gamma = 0$ ) com iris iguais é necessário que  $\alpha = 0$  ou seja que as perdas internas da cavidade sejam negligenciáveis. Caso contrário,  $\Gamma$  é sempre negativo ou seja a cavidade está sub-acoplada.

Apenas para ilustrar, calculamos  $\Gamma$  para os valores típicos de  $B_n = 10$ ,  $\alpha = 0,1$  nepers/m e  $l = 10$  cm, o que dá:

$$\Gamma \approx 1/3 \Rightarrow S \approx 2$$



Se  $B_{n1} \neq B_{n2}$  o coeficiente de reflexão fica:

$$\Gamma = \frac{\left[ \frac{-B_{n1}}{\sqrt{B_{n1}^2 + 4}} \right] - \left[ \frac{-B_{n2}}{\sqrt{B_{n2}^2 + 4}} \right] e^{-2\alpha l}}{1 - \left( \frac{B_{n1}}{\sqrt{B_{n1}^2 + 4}} \right) \left( \frac{B_{n2}}{\sqrt{B_{n2}^2 + 4}} \right) e^{-2\alpha l}}$$

Portanto não é possível obtermos acoplamento crítico com duas iris diferentes. Se por alguma razão é obrigatório o uso de iris desiguais pode-se conseguir aproximadamente o acoplamento crítico impondo-se  $B_{n2} \gg B_{n1}$  já que quando  $B_{n2} \rightarrow \infty$  a segunda iris tende a um curto e retornamos ao problema analisado no capítulo 4.

Então com  $B_{n2} \gg B_{n1}$  e  $B_{n1} = 2/(e^{4\alpha l} - 1)^{1/2}$  obteremos aproximadamente acoplamento crítico.

### 5.3 Fator de Qualidade Descarregado, $Q_U$

Evidentemente o fator de qualidade descarregado  $Q_U$  depende dos acoplamentos e será aquele mesmo encontrado para cavidades terminais.

$$Q_U = \frac{\pi}{\alpha a} \frac{\lambda_g}{\lambda_0^2}$$

(5.7)

### 5.4 Fator de Qualidade Externo, $Q_E$

Considerando-se a energia dissipada no circuito ex



terno, quando a fonte é desligada, teremos duas parcelas: a energia dissipada em direção ao gerador e a energia dissipada em direção à carga casada. Portanto teremos um fator de qualidade de entrada  $Q_{E1}$  e outro de saída  $Q_{E2}$ .

Analogamente ao que é feito na seção 4.3 podemos escrever:

$$Q_{E1} = \frac{2\pi}{k_1^2} \frac{\lambda_g}{\lambda_0^2} \quad (5.8)$$

$$Q_{E2} = \frac{2\pi}{k_2^2} \frac{\lambda_g}{\lambda_0^2} \quad (5.9)$$

onde  $k_1^2 = |S_{12}|^2 / 2l$  e  $k_2^2 = |S_{34}|^2 / 2l$ .

### 5.5 Fator de Qualidade Carregado, $Q_L$

O fator de qualidade carregado pode ser facilmente achado com a ajuda das expressões precedentes para  $Q_U$ ,  $Q_{E1}$ ,  $Q_{E2}$  e de que  $Q_L^{-1} = Q_U^{-1} + Q_{E1}^{-1} + Q_{E2}^{-1}$ .

Donde

$$Q_L = \frac{2\pi}{(2\alpha + k_1^2 + k_2^2)} \frac{\lambda_g}{\lambda_0^2} \quad (5.10)$$

Se a cavidade for simétrica, então  $k_1 = k_2$  donde:

$$Q_L = \frac{\pi}{(\alpha + k^2)} \frac{\lambda_g}{\lambda_0^2}$$



É interessante ainda considerar o caso de cavidade simétrica com perdas internas desprezíveis onde  $Q_U \rightarrow \infty$  e portanto:

$$Q_L = \frac{1}{2} Q_{E1} = \frac{1}{2} Q_{E2} = \frac{\pi}{k^2} \frac{\lambda_0}{\lambda_0^2}$$

### 5.6 Potência Absorvida pelo Sistema, $P_S$

Chamamos de potência absorvida pelo sistema, a potência absorvida pela cavidade propriamente mais a potência que é transmitida até a carga e dissipada por esta:

$$P_S = P_a + P_t$$

Considerando  $P_0$  a potência constante fornecida pela fonte teremos:

$$P_S = P_0 (1 - |\Gamma|^2)$$

Tomando a equação (5.6) e substituindo  $S'_{11}$ ,  $S'_{12}$  e  $S'_{33}$  pelos seus valores obtemos:

$$\Gamma = \frac{\left[ \frac{-B_{n1}}{\sqrt{B_{n1}^2 + 4}} \right] + \left[ \frac{B_{n2}}{\sqrt{B_{n2}^2 + 4}} \right] e^{-\alpha r} (\cos 2\phi - j \operatorname{sen} 2\phi)}{1 - \left[ \frac{B_{n1}}{\sqrt{B_{n1}^2 + 4}} \right] \left[ \frac{B_{n2}}{\sqrt{B_{n2}^2 + 4}} \right] e^{-\alpha r} (\cos 2\phi - j \operatorname{sen} 2\phi)}$$

onde  $B_{n1} > 0$  e  $B_{n2} > 0$ .



Fazendo  $A = B_{n1} / \sqrt{B_{n1}^2 + 4}$  e  $B = B_{n2} / \sqrt{B_{n2}^2 + 4}$  a equação anterior fica:

$$\Gamma = \frac{(-A) + B e^{-\alpha r} (\cos 2\phi - j \sin 2\phi)}{1 - AB e^{-\alpha r} (\cos 2\phi - j \sin 2\phi)}$$

Donde

$$|\Gamma|^2 = \frac{[(-A) + B e^{-\alpha r} \cos 2\phi]^2 + [B e^{-\alpha r} \sin 2\phi]^2}{[1 - AB e^{-\alpha r} \cos 2\phi]^2 + [AB e^{-\alpha r} \sin 2\phi]^2}$$

E portanto:

$$\frac{P_s}{P_o} = \frac{(B^2 e^{-2\alpha r} - 1)(A^2 - 1)}{1 + A^2 B^2 e^{-2\alpha r} - 2AB e^{-\alpha r} \cos 2\phi} \quad (5.11)$$

Como já visto anteriormente na seção 4.9:

$$\cos 2\phi = 1 - F$$

onde  $F = \left(\frac{\lambda_g}{\lambda_0 z}\right)^2 2(\pi \ell)^2 \left(\frac{2\Delta\omega}{\omega_r}\right)^2$ .

Desenvolvendo o denominador de (5.11) temos:

$$\text{denom. } \frac{P_s}{P_o} = (1 - AB e^{-\alpha r})^2 \left[ 1 + \frac{2AB e^{-\alpha r} F}{(1 - AB e^{-\alpha r})^2} \right]$$



Por outro lado

$$A^2 - 1 = \frac{B_{n_1}^2}{B_{n_1}^2 + 4} - 1 = \frac{-4}{B_{n_1}^2 + 4} = -|S_{12}|^2$$

Dai podemos escrever:

$$A = \sqrt{1 - |S_{12}|^2} \cong 1 - \frac{|S_{12}|^2}{2} \quad |S_{12}|^2 \ll 1.$$

Analogamente

$$B = \sqrt{1 - |S_{34}|^2} \cong 1 - \frac{|S_{34}|^2}{2} \quad |S_{34}|^2 \ll 1.$$

Então podemos fazer a aproximação:

$$1 - ABe^{-\alpha_T} \cong \frac{2\alpha_T + |S_{12}|^2 + |S_{34}|^2}{2}$$

se levarmos em conta que  $e^{-\alpha_T} \cong 1$  para pequenas atenuações e que  $|S_{12}|^2 |S_{34}|^2 \ll 1$ .

Podemos simplificar também o numerador mostrando que

$$(B^2 e^{-2\alpha_T} - 1)(A^2 - 1) \cong 2\alpha_T |S_{12}|^2$$

pois  $B^2$  é muito próximo de 1 e  $e^{-2\alpha_T} \cong 1 - 2\alpha_T$ .



Entrando com tôdas essas considerações na equação (5.11) obtemos:

$$P_s \cong \frac{8\alpha_T |S_{12}|^2 P_0}{(2\alpha_T + |S_{12}|^2 + |S_{34}|^2)^2 \left[ 1 + \frac{8F}{(2\alpha_T + |S_{12}|^2 + |S_{34}|^2)^2} \right]}$$

Dividindo e multiplicando por  $4l^2$  temos:

$$P_s \cong \frac{\frac{2\alpha_T}{2l} \frac{|S_{12}|^2}{2l} 4P_0}{\left( \frac{2\alpha_T}{2l} + \frac{|S_{12}|^2}{2l} + \frac{|S_{34}|^2}{2l} \right)^2 \left[ 1 + \frac{8F}{\left( \frac{2\alpha_T}{2l} + \frac{|S_{12}|^2}{2l} + \frac{|S_{34}|^2}{2l} \right)^2} \frac{1}{(2l)^2} \right]}$$

Lembrando ainda as expressões:

$$Q_U = \frac{\pi}{\alpha a} \frac{\lambda g}{\lambda_0^2} \quad (5.7)$$

$$Q_{E_1} = \frac{2\pi}{K_1^2} \frac{\lambda g}{\lambda_0^2} \quad (5.8)$$



$$Q_{E2} = \frac{2\pi}{k_2^2} \frac{\gamma g}{\lambda_0^2} \quad (5.9)$$

$$Q_L = \frac{2\pi}{2\alpha a + k_1^2 + k_2^2} \frac{\gamma g}{\lambda_0^2} \quad (5.10)$$

e usando o valor de F obtemos finalmente:

$$P_s = \frac{4Q_L^2 P_0}{Q_u Q_{E1} \left[ 1 + Q_L^2 \left( \frac{2\Delta\omega}{\omega_r} \right)^2 \right]} \quad (5.12)$$

A potência absorvida pelo sistema cavidade-carga casada tem o comportamento mostrado na figura 5.4.

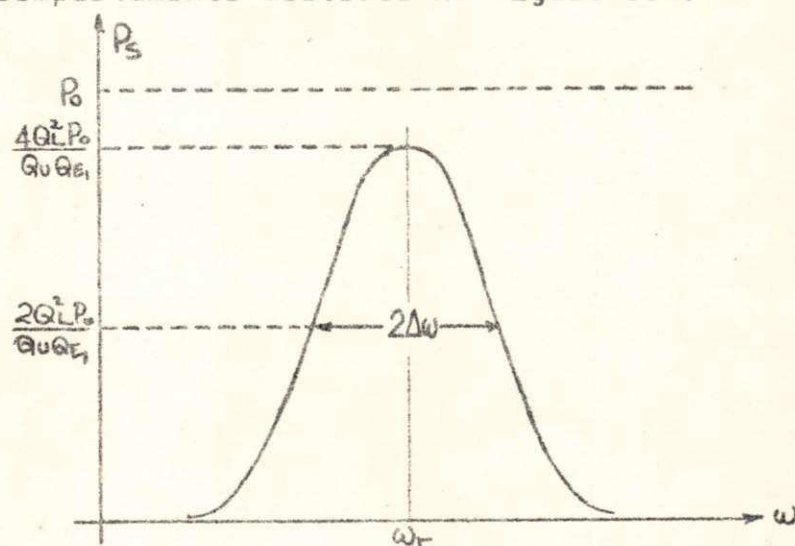


fig. 5.4 - mostrando o comportamento em frequência da potência absorvida por uma cavidade de transmissão.



Exatamente como na cavidade terminal, os pontos de -3 db da curva da figura 5.4 darão uma medida de  $Q_L$ .

### 5.7 Potência Refletida, $P_r$

A potência refletida por uma cavidade de transmissão com iris diferentes é dada por:

$$P_r = P_0 \left\{ 1 - \frac{4Q_L^2}{Q_U Q_{E1} \left[ 1 + Q_L^2 \left( \frac{2\Delta\omega}{\omega_r} \right)^2 \right]} \right\} \quad (5.13)$$

A potência refletida, como já analisado no item 4.6 é de grande importância devido à facilidade com que é medida e cujo comportamento é mostrado na figura 5.5.

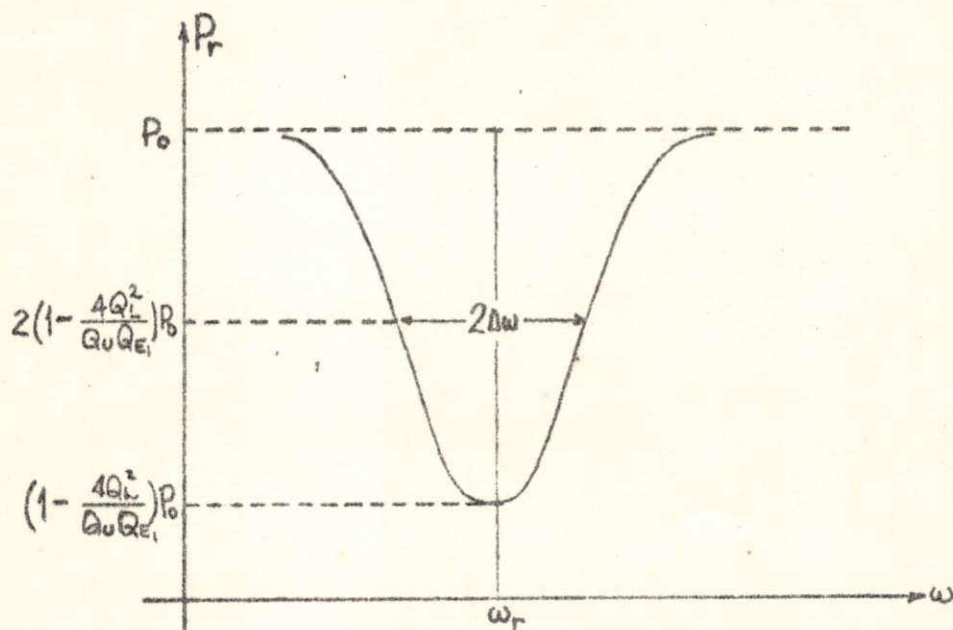


fig. 5.5 - mostrando o comportamento em frequência da potência refletida por uma cavidade de transmissão alimentada com potência constante  $P_0$ .



Novamente aqui, os pontos de -3 db determinam  $Q_L$ .

### 5.8 Potência Transmitida, $P_t$

Potência transmitida é a potência entregue pela cavidade à carga casada. Podemos exprimi-la por:

$$P_t = \frac{1}{2} |b_4|^2 = \frac{1}{2} |S'_{34} a_3|^2$$

Usando as expressões da seção 5.1 podemos escrever:

$$P_t = \frac{1}{2} \left| \frac{(S'_{12} S'_{34} e^{-\alpha r/2} e^{-j\phi}) a_1}{1 - S'_{11} S'_{33} e^{-\alpha r} e^{-j2\phi}} \right|^2 \quad (5.14)$$

Lembrando que

$$S'_{11} = (-B_{n_1}) / (B_{n_1}^2 + 4) = -A$$

$$S'_{33} = (-B_{n_2}) / (B_{n_2}^2 + 4) = -B$$

e que

$$|S'_{12}| = 2 / (B_{n_1}^2 + 4)^{1/2} = |S_{12}|$$

$$|S'_{34}| = 2 / (B_{n_2}^2 + 4)^{1/2} = |S_{34}|$$



a expressão (5.14) fica:

$$P_t = \frac{1}{2} \frac{|S_{12}|^2 |S_{34}|^2 e^{-\alpha_T} |a_1|^2}{|1 - AB e^{-\alpha_T} (\cos 2\phi - j \sin 2\phi)|^2}$$

Manipulando esta última expressão e admitindo que  $\cos 2\phi \approx \cos 2\beta l$  e  $\alpha_T \approx 2\alpha l$  chegamos a:

$$P_t = \frac{|S_{12}|^2 |S_{34}|^2 e^{-\alpha_T} P_0}{(1 - AB e^{-\alpha_T})^2 \left[ 1 + \frac{2AB e^{-\alpha_T} F}{(1 - AB e^{-\alpha_T})^2} \right]}$$

onde  $P_0 = 1/2 |a_1|^2$  é a potência constante fornecida pela fonte.

Fazendo as mesmas considerações e aproximações do item 5.6, encontramos a expressão final para a potência transmitida:

$$P_t = \frac{4Q_L^2 P_0}{Q_{E1} Q_{E2} \left[ 1 + Q_L^2 \left( \frac{2\Delta\omega}{\omega_r} \right)^2 \right]}$$

(5.15)



A figura 5.6 mostra o comportamento da potência transmitida com a frequência.

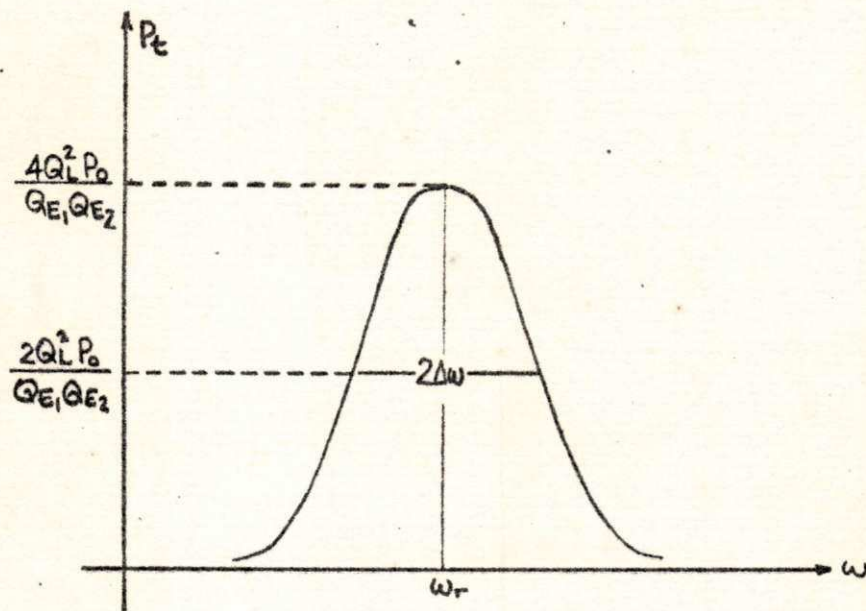


fig. 5.6 - mostrando o comportamento em frequência da potência transmitida em uma cavidade de transmissão não-simétrica.

Como mostra a curva, é possível a medida de  $Q_L$  e  $f_r$  com uma amostragem de  $P_t$ . Aliás, é preferível utilizar-se  $P_t$  e  $P_r$  pois a primeira é de maior intensidade e evita problemas de ruído.

### 5.9 Coefficiente de Onda Estacionária na Ressonância, $S_r$

É necessário, como será mostrado mais tarde, que tenhamos uma medida do coeficiente de onda estacionária na ressonância para que todos os parâmetros da cavidade sejam determinados.

Por definição:

$$S_r = \frac{1 + |\Gamma_r|}{1 - |\Gamma_r|}$$



Explicitando o valor de  $|\Gamma_r|$  temos:

$$|\Gamma_r| = \frac{(-A) + Be^{-\alpha\tau}}{1 - AB e^{-\alpha\tau}}$$

Donde

$$S_r = \frac{(1-A)(1+Be^{-\alpha\tau})}{(1+A)(1-Be^{-\alpha\tau})}$$

Vamos simplificar a expressão anterior admitindo  
que:

$$1+A \cong 2$$

$$\alpha\tau \ll 1$$

$$|S_{12}|^2 \ll 1$$

$$|S_{34}|^2 \ll 1$$

O que dá:

$$S_r \cong \frac{\frac{|S_{12}|^2}{2l}}{\frac{|S_{34}|^2}{2l} + \frac{2\alpha\tau}{2l}} = \frac{k_1^2}{k_2^2 + 2\alpha a}$$

dividindo numerador e denominador por  $2l$ .



Somando e subtraindo  $k_1^2$  do denominador e lembrando as expressões (5.7), (5.8), (5.9) e (5.10) obtemos:

$$S_r = \frac{Q_L}{Q_{E1} - Q_L} \quad (5.16)$$

### 5.10 Perda de Inserção, PI

Por definição, perda de inserção é a razão entre a potência incidente na cavidade e a potência transmitida.

$$PI = \frac{P_o}{P_t}$$

Usando a relação (5.15) temos:

$$PI = \frac{P_o}{\frac{4Q_L^2 P_o}{Q_{E1} Q_{E2} \left[ 1 + Q_L^2 \left( \frac{2\Delta\omega}{\omega_r} \right)^2 \right]}}$$

Donde

$$PI = \frac{Q_{E1} Q_{E2} \left[ 1 + Q_L^2 \left( \frac{2\Delta\omega}{\omega_r} \right)^2 \right]}{4Q_L^2} \quad (5.17)$$



O comportamento em frequência da perda de inserção é esquematizado na figura 5.7.

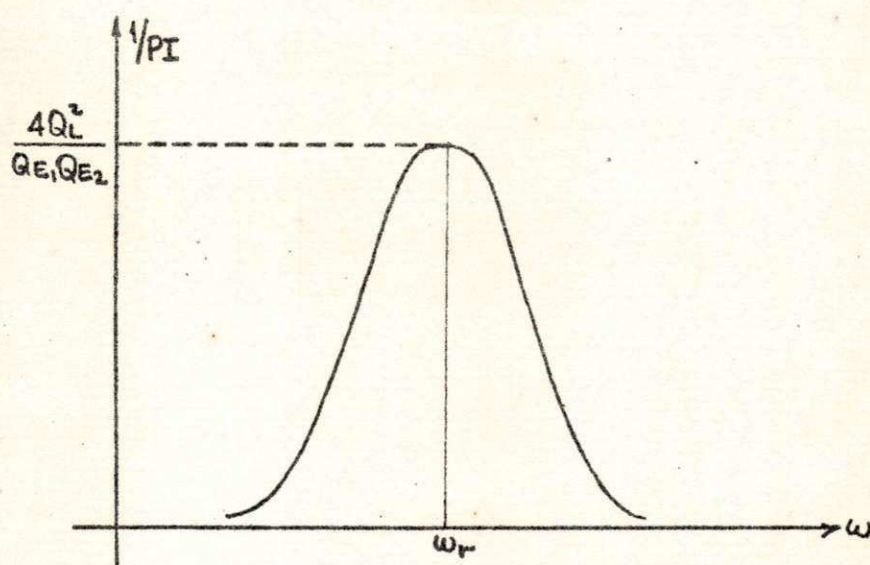


fig. 5.7 - mostrando o comportamento em frequência da perda de inserção de uma cavidade de transmissão assimétrica.

Normalmente PI é dada em decibéis. Portanto:

$$PI(\text{db}) = 10 \log \frac{P_0}{P_t}$$

### 5.11 Determinação Experimental dos Parâmetros da Cavidade

Uma cavidade de transmissão não-simétrica ( $B_{n1} \neq B_{n2}$ ) tem os seguintes parâmetros a serem determinados experimentalmente:  $f_r$ ,  $Q_L$ ,  $Q_U$ ,  $Q_{E1}$  e  $Q_{E2}$ . Os dois primeiros são medidos diretamente da mesma maneira que para uma cavidade terminal, com a única diferença de se utilizar a potência transmitida em vez da potência refletida. Os outros parâmetros são encontrados através de uma medida do coeficiente de onda estacionária na ressonância, uma medida de PI na ressonância e a relação:

$$Q_L^{-1} = Q_U^{-1} + Q_{E1}^{-1} + Q_{E2}^{-1}$$



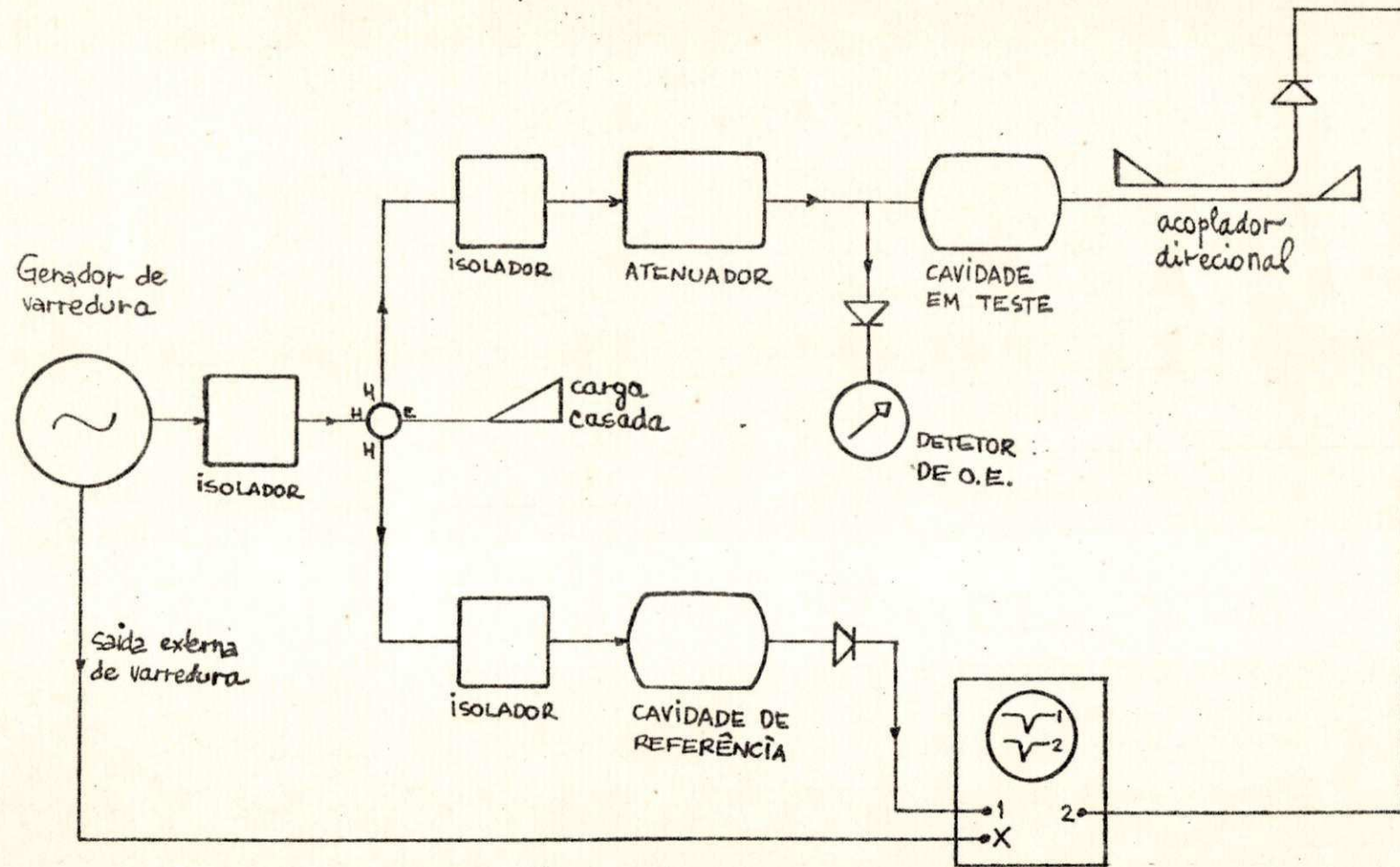


fig. 5.8 - mostrando um circuito de micro-ondas conveniente para completa determinação experimental dos parâmetros de uma cavidade de transmissão.



Apenas para dar uma idéia de conjunto repetimos aqui as expressões:

$$S_r = \frac{Q_L}{Q_{E1} - Q_L} \quad PI_r = \frac{Q_{E1} Q_{E2}}{4Q_L^2}$$

Se a cavidade for simétrica ( $B_{n1} = B_{n2}$ ) elimina-se um dos parâmetros ( $Q_{E1} = Q_{E2}$ ) e portanto podemos dispensar uma das medidas complementares.

Um circuito para medirmos todos os parâmetros da cavidade é mostrado na figura 5.8. O procedimento para a medida de  $f_r$  e  $Q_L$  é o mesmo descrito no item 4.12, tomando-se o cuidado de inverter o sinal do canal 2 no osciloscópio. A medida de  $S_r$  também não traz nenhum problema.

A medida da PI deve ser feita da seguinte maneira: (método da substituição)

- a) Com a varredura desligada e o gerador na  $f_r$ , ajustamos o atenuador até que o traço vertical que aparece no osciloscópio atinja um valor conveniente;
- b) Anotamos este valor inicial do atenuador de precisão;
- c) Retiramos agora a cavidade sob teste de tal forma que o sinal passe direto ao acoplador direcional;
- d) Inserimos atenuação até que a tensão lida no osciloscópio volte a posição original;
- e) A diferença entre o valor final e o inicial dará a PI em db.



## 6. CONCLUSÃO

Queremos dizer a título de conclusão apenas que os resultados encontrados na aplicação do modelo de linha de transmissão são semelhantes à análise feita através de circuitos a parâmetros concentrados sendo que o grave inconveniente do comportamento transitório se desfaz pois o modelo desenvolvido, levando em conta propagação de ondas, não cria dificuldades neste aspecto. A análise do comportamento do modelo à excitações não-constantes e sua comprovação experimental não eram objetivos do presente trabalho e deixamo-as como sugestão a um trabalho futuro.

Quanto à aplicações práticas do modelo não precisamos dizer da importância do uso de cavidades em amplificadores, osciladores e outros dispositivos a micro-ondas. O modelo permite, com relativa facilidade, o projeto e determinação experimental dos parâmetros da cavidade. Além disso serve como subsídio ao projeto de filtros faixa larga (sucessão de cavidades de transmissão).

Finalmente vemos a possibilidade de se estender, com vantagens, este tipo de abordagem a outros dispositivos a micro-ondas com junções.



APENDICE I: CÁLCULO DA ENERGIA MÉDIA ARMAZENADA NO CAMPO ELÉTRICO DO MODO  $TE_{nmp}$

A energia média armazenada em um campo elétrico é expressa por:

$$W_e = \frac{\epsilon_0}{4} \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* dV$$

Se substituirmos  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{E}^*$  pelas respectivas expressões para o modo  $TE_{nmp}$  ressonante na cavidade e resolvemos em seguida a integral, obtemos a energia média armazenada na forma elétrica numa cavidade ressonante em tal modo.

Como o modo  $TE_{nmp}$  tem componentes  $E_x$  e  $E_y$  a expressão de  $W_e$  fica:

$$W_e = \frac{\epsilon_0}{4} \int_V E_x \cdot E_x^* dV + \frac{\epsilon_0}{4} \int_V E_y \cdot E_y^* dV = W_{e1} + W_{e2}$$

Calcularemos inicialmente  $W_{e1}$ . Tomando  $E_x$  (seção 2.1) podemos escrever que:

$$E_x = Z_{hnm} j \frac{\beta_{nm}}{k_{znm}^2} \frac{m\pi}{b} (A^+ e^{-j\beta_{nm}z} + A^- e^{j\beta_{nm}z}) \cos \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b}$$

onde  $A^+$  e  $A^-$  são constantes de proporcionalidade.

A fim de satisfazer as condições de contorno em  $z=0$  e  $z=l$  ( $E_x=0$ ) escolhemos  $A^+=A^-$ .

Portanto:

$$A^+ e^{-j\beta z} + A^- e^{j\beta z} = A^+ (e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}) = -2jA^+ \sin \beta z$$



Então  $E_x$  fica:

$$E_x = 2 Z_{hnm} A^+ \frac{\beta_{nm}}{k_{cnm}^2} \frac{m\pi}{b} \cos \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} \sin \frac{p\pi z}{l}$$

Usando essa última expressão para calcular  $W_{e1}$  e lembrando que  $Z_{hnm} = Z_0 k_0 / \beta$  temos:

$$W_{e1} = \frac{\epsilon_0}{4} \int_0^a \int_0^b \int_0^l \left( \frac{2A^+ Z_0 k_0}{k_{cnm}^2} \right)^2 \left( \frac{m\pi}{b} \right)^2 \cos^2 \frac{n\pi x}{a} \sin^2 \frac{m\pi y}{b} \sin^2 \frac{p\pi z}{l} dx dy dz$$

Resolvendo a integral tripla obtemos finalmente:

$$W_{e1} = \frac{\epsilon_0}{4} \left( \frac{2A^+ Z_0 k_0}{k_{cnm}^2} \right)^2 \left( \frac{abl}{8} \right) \left( \frac{m\pi}{b} \right)^2 \quad (1.1)$$

Procedendo de maneira totalmente análoga com respeito a  $W_{e2}$  obtemos:

$$W_{e2} = \frac{\epsilon_0}{4} \left( \frac{2A^+ Z_0 k_0}{k_{cnm}^2} \right)^2 \left( \frac{abl}{8} \right) \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \quad (1.2)$$

Combinando (1.1) e (1.2) chegamos a:

$$W_e = \frac{\epsilon_0}{4} \left( \frac{2A^+ Z_0 k_0}{k_{cnm}^2} \right)^2 \left( \frac{abl}{8} \right) \left[ \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{m\pi}{b} \right)^2 \right] \quad (2.6)$$



APENDICE II: RELAÇÕES ENTRE ONDAS, VOLTAGENS E CORRENTES EM UMA JUNÇÃO.

Numa junção, o conceito de onda incidente diz respeito, usualmente, a um número complexo proporcional ao campo elétrico transversal complexo incidente. Da mesma maneira podemos conceituar a onda refletida. Costuma-se também utilizar ondas normalizadas em relação à impedância característica.

Porém, preferimos, por facilidade, lançar mão dos conceitos de voltagem e corrente que por definição são grandezas proporcionais ao campo elétrico transversal. Essas definições podem ser facilmente encontradas na literatura citada.

Devemos então procurar relações entre voltagens, correntes e ondas de tal modo a assegurar a proporcionalidade entre estas últimas e a componente transversal do campo elétrico.

Podemos então considerar a potência incidente na junção, que normalmente permanece constante, e escrever que:

$$P_{inc.} = \frac{1}{2} v^+ i^{+*}$$

onde  $v^+$  e  $i^{+*}$  são a voltagem incidente e o conjugado da corrente incidente, respectivamente.

Lembrando que, por definição,  $v^+/i^+ = Z_0$  vem que:

$$P_{inc.} = \frac{1}{2} Z_0 i^+ i^{+*} = \frac{1}{2} Z_0 |i^+|^2$$

Pôsto isto, podemos definir onda incidente  $a$  como um número complexo tal que:

$$P_{inc.} = \frac{1}{2} Z_0 |i^+|^2 \equiv \frac{1}{2} a a^* = \frac{1}{2} |a|^2 \quad (II.1)$$



Portanto

$$|a|^2 = Z_0 |i^+|^2 \quad (II.2)$$

De maneira análoga, podemos definir onda refletida  $\underline{b}$  como um número complexo tal que:

$$P_{\text{refl.}} = \frac{1}{2} (-Z_0) |i^-|^2 \equiv \frac{1}{2} b b^* = \frac{1}{2} |b|^2 \quad (II.3)$$

onde  $P_{\text{refl.}} = (1/2)v^-i^-$  e  $v^-/i^- = -Z_0$  (o sinal negativo aparece porque os campos trocam de sentido) sendo que  $v^-$  e  $i^-$  representam a voltagem e corrente refletidos.

Portanto

$$|b|^2 = -Z_0 |i^-|^2 \quad (II.4)$$

De (II.2) e (II.4) vem que:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{Z_0} i^+ \\ b &= -\sqrt{Z_0} i^- \end{aligned} \quad Z_0 \text{ real}$$

Como ainda  $\begin{cases} v(z) = v^+ + v^- \\ i(z) = i^+ + i^- \end{cases}$  substituímos e achamos:

$$\boxed{\begin{aligned} v(z) &= \sqrt{Z_0} (a+b) \\ i(z) &= \frac{1}{\sqrt{Z_0}} (a-b) \end{aligned}} \quad (II.5).$$



APENDICE III: CALCULO DA ATENUAÇÃO TOTAL NA CAVIDADE NO MODO  $TE_{10}$ .

A atenuação total na cavidade,  $T$  é expressa por:

$$T = \frac{P_L + 2P_f}{P_0} \quad (\text{III.1})$$

Teremos inicialmente que calcular, para o modo dominante  $TE_{10}$ , a potência dissipada nas paredes do guia,  $P_L$ . Isto pode ser feito com o auxílio da equação:

$$P_L = \frac{R_m}{2} \int_S |J|^2 dS$$

onde  $R_m = \sqrt{\omega \mu_0 / 2\sigma}$  é a resistência superficial e  $J = |H_t|$  é a densidade superficial de corrente.

Usando as componentes de campos:

$$H_z = A \cos \frac{\pi x}{a}$$

$$H_x = \frac{j\beta a}{\pi} A \sin \frac{\pi x}{a}$$

$$E_y = -\frac{j\omega \mu_0 a}{\pi} A \sin \frac{\pi x}{a}$$

as perdas por aquecimento nas paredes do guia são:

$$2 \left[ \frac{R_m}{2} \int_0^b \int_0^l A^2 \cos^2 \left( \frac{\pi x}{a} \right) dy dz \right] = R_m A^2 b l \quad (\text{paredes laterais})$$



$$R_m \left[ \int_0^a \int_0^l \left( \frac{\beta a}{\pi} \right)^2 A^2 \sin^2 \left( \frac{\pi x}{a} \right) dx dz + \int_0^a \int_0^l A^2 \cos^2 \left( \frac{\pi x}{a} \right) dx dz \right] =$$

$$= R_m A^2 \frac{al}{2} \left( 1 + \frac{\beta^2 a^2}{\pi^2} \right) \quad (\text{paredes superiores e inferiores})$$

Donde

$$P_L = R_m A^2 l \left[ b + \frac{a}{2} \left( 1 + \frac{\beta^2 a^2}{\pi^2} \right) \right] \quad (\text{III.2})$$

Nas paredes finais, por outro lado, temos:

$$2P_f = R_s \int_0^a \int_0^b \left( \frac{\beta a}{\pi} \right)^2 A^2 \sin^2 \left( \frac{\pi x}{a} \right) dx dy = \frac{R_m \beta^2 a^3 b A^2}{2\pi^2} \quad (\text{III.3})$$

Finalmente, a potência transmitida é dada por:

$$P_o = \frac{1}{2} \int_s E_x H^* dS = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b (-E_y H_x^*) dx dy$$



Substituindo os campos temos:

$$P_o = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \frac{\omega \mu_o a^2 A^2 \beta}{\pi^2} \operatorname{sen}^2 \left( \frac{\pi x}{a} \right) dx dy = \frac{\omega \mu_o a^3 b \beta A^2}{4\pi^2} \quad (\text{III.4})$$

Aplicando (III.2), (III.3) e (III.4) em (III.1),  
concluimos que:

$$T = \frac{4\pi^2 R_m}{\omega \mu_o \beta a^3 b} \left\{ \frac{a^3 b \beta^2}{2\pi^2} + \ell \left[ b + \frac{a}{2} \left( 1 + \frac{\beta^2 a^2}{\pi^2} \right) \right] \right\} \quad (4.17)$$



BIBLIOGRAFIA

ALTMAN, J. L. - Microwave Circuits - D. Van Nostrand, New York, 1964.

CHEN, T. S. - Waveguide Resonant-iris Filters with very Wide Passband and Stopbands - Electronics, Vol. 21, N° 5, pp. 401-421, 1966.

COLLIN, R. E. - Foundations for Microwave Engineering - McGraw-Hill, New York, 1966.

GINZTON, E. L. - Microwave Measurements - McGraw-Hill, New York, 1957.

MICROWAVE ENGINEERS' TECHNICAL & BUYERS' GUIDE, Horizon House-Microwave Inc., Massachusetts, 1970.