

APRESENTAÇÃO DE UMA METODOLOGIA PARA ESTUDAR A INFLUÊNCIA DE
CHUVAS ABUNDANTES E DURADOURAS SOBRE A ESTABILIDADE DE PEQUE
NAS BARRAGENS DE TERRA.

JOSÉ BEZERRA DA SILVA

+ APRESENTAÇÃO DE UMA METODOLOGIA PARA ESTUDAR A INFLUÊNCIA DE CHUVAS ABUNDANTES E DURADOURAS SOBRE A ESTABILIDADE DE PEQUENAS BARRAGENS DE TERRA.

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento às exigências para a obtenção do grau de Mestre.

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: GEOTECNIA

ORIENTADOR : JEAN PIERRE DEMARTINECOURT

CAMPINA GRANDE - PARAÍBA

ABRIL /1986



S586a Silva, José Bezerra da.
Apresentação de uma metodologia para estudar a influência de chuvas abundantes e duradouras sobre a estabilidade de pequenas barragens de terra / José Bezerra da Silva. - Campina Grande, 1986.
163 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1986.
"Orientação : Prof. Dr. Jean Pierre Demartinecourt".
Referências.

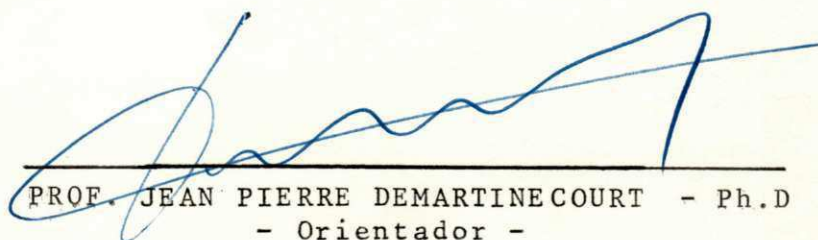
1. Chuvas - Intensidade - Engenharia Elétrica. 2. Estabilidade de Taludes - Barragens de Terra. 3. Cálculos de Escoamento - Meios Porosos. 4. Dissertação - Engenharia Civil. I. Demartinecourt, Jean Pierre. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

CDU 621.3:551.577.21(043)


APRESENTAÇÃO DE UMA METODOLOGIA PARA ESTUDAR A INFLUÊNCIA DE
CHUVAS ABUNDANTES E DURADOURAS SOBRE A ESTABILIDADE DE PEQUE
NAS BARRAGENS DE TERRA.

JOSÉ BEZERRA DA SILVA


DISSERTAÇÃO APROVADA EM 25 / 04 / 1986



PROF. JEAN PIERRE DEMARTINECOURT - Ph.D
- Orientador -



PROF. NORMANDO PERAZZO BARBOSA - Doc. Ing.
- Examinador -



PROF. JOÃO BATISTA QUEIROZ DE CARVALHO - Ph.D
- Examinador -

CAMPINA GRANDE - PARAÍBA
ABRIL / 1986

Aos meus pais, José Januário da Sil
va (in memorian) e Maria do Carmo
Santos Silva minha eterna gratidão pe
los ingentes esforços que fizeram para
minha formação moral e educacional.
Eles para mim, são exemplos de coragem
dedicação e amor.

DEDICO.

AGRADECIMENTOS

O autor expressa sua gratidão ao Professor JEAN PIERRE DEMARTINECOURT, Ph.D., do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal da Paraíba pelo constante estímulo, entusiasmo e dedicação desprendida durante o desenvolvimento e organização final deste trabalho.

Agradece ainda:

- Aos Professores JOÃO BATISTA QUEIROZ DE CARVALHO, M.Sc., Ph.D., e NORMANDO PERAZZO BARBOSA, M.Sc., Doc. Ing. ambos do Departamento de Engenharia Civil (DEC-UFPb) pela presteza em julgar este trabalho.

- Ao Professor ADALBERTO MACHADO MOITA do Departamento de Engenharia Civil (DEC-UFPb) responsável por sua iniciação profissional.

- Aos Funcionários do Núcleo de Processamento de Dados da Universidade Federal da Paraíba (NPD-CCT-UFPb).

- A todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

Em especial a DEUS, energia suprema do Universo que sempre lhe proporcionou fé e esperança na longa caminhada da vida.

RESUMO

Esta dissertação apresenta um método para o cálculo da estabilidade de taludes de pequenas barragens de terra quando submetidas a chuvas abundantes e duradouras.

O trabalho consiste basicamente em utilizar os resultados obtidos por um programa de cálculo de escoamento em meios porosos, simulando as condições de chuvas sobre o maciço da barragem, como dados de entrada de um multi-programa de cálculo de análises de estabilidade de taludes.

Uma descrição do programa de cálculo de escoamentos em meios porosos "FPM-500" e do programa de cálculo de estabilidade de taludes "SLOPE II", ambos implantados agora no Núcleo de Processamento de Dados do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal da Paraíba (NPD-CCT-UFPb), é apresentada para mostrar as diferentes etapas de cálculos realizadas durante a obtenção do coeficiente de segurança de pequena barragem de terra sob as condições de pleno funcionamento (lâmina d'água na cota de projeto) na ausência e na presença de chuvas.

A partir dos resultados obtidos para as duas condições anteriores, será possível avaliar a influência de chuvas sobre a estabilidade de pequenas barragens de terra.

ABSTRACT

This dissertation presents a new method to calculate the slope stability coefficient for small earth dams, when submitted to abundant and long lasting rains.

The developed method consists basically of using the results obtained from a seepage analysis in which raining conditions are simulated as input data of a multi slope stability analysis program.

The description of the seepage program (FPM-500) and the program of slope stability (SLOPE II) both available at the NPD-CCT-UFPb, is presented in order to exhibit the different calculation steps involved during the analysis of the slope stability of small earth dams when submitted to raining conditions.

From the results obtained in both situations i.e., with and without rang conditions, it is possible to evaluate the influence of rain over the stability of small earth dams.

ÍNDICE

	Página
AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
ÍNDICE	iv
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
1.1 - Generalidades	1
1.2 - Posição do Problema.	3
1.3 - Objetivos	4
CAPÍTULO II - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE ESCOAMEN - TOS EM MEIOS POROSOS E ESTABILIDADE DE TALUDES	8
2.1 - Generalidades	8
2.2 - Teoria dos escoamentos Bifásicos em meios Porosos Bi e Tridimensionais	8
2.2.1 - Posição do problema	9
2.2.2 - Grandezas fundamentais de um problema de escoamentos em meios porosos	9
2.2.3 - As hipóteses e princípios fundamentais utilizados pela teoria dos escoamentos em meios porosos	12

	Página
2.2.3.1	- Lei de Darcy generalizada 12
2.2.3.2	- A equação geral de continuidade. Princí pio da conservação da massa do fluido dentro de um volume qualquer, w , da re gião afetada pelo escoamento 15
2.2.4	- Equação de derivadas parciais geral dos escoamentos em meios porosos 18
2.2.5	- Condições de contorno (Fronteiras) nos escoamentos em meio poroso 19
2.2.6	- Os funcionais dos escoamentos em meios porosos confinados e não confinados . . 22
2.2.6.1	- Escoamento confinado 22
2.2.6.2	- Escoamento não confinado. 23
2.2.6.7	- Justificativa da escolha do funcional $I(h)$ dos escoamentos confinados 25
2.2.8	- O método dos elementos finitos para es coamento em meios porosos confinados. . 26
2.2.8.1	- Generalidades 26
2.2.8.2	- Cálculo da Matriz elementar e vetor se gundo membro elementar do elemento (triângu lo) I 33
2.2.8.3	- Cálculo da matriz de permeabilidade glo bal 39
2.2.8.4	- Cálculo do vetor segundo membro global Q 42

	Página
2.2.8.5	- Resultados secundários 43
2.2.9	- O método dos elementos finitos para es coamentos em meios porosos não confinados 44
2.3	- Teoria dos Métodos de Análises de Estabi lidade de Taludes 46
2.3.1	- Generalidades 47
2.3.2	- Métodos de análises de taludes em ten sões-deformações 47
2.3.3	- Método de análises de taludes de equilí - brio limite 48
2.3.4	- Coeficiente de segurança 48
2.3.5	- Diferentes métodos de estudo das análises de estabilidade de taludes em equilíbrio limite 51
2.3.5.1	- Método de Culmann 51
2.3.5.2	- Métodos do círculo de atrito 53
2.3.5.3	- Método da espiral logarítmica 55
2.3.5.4	- Método das fatias 58
CAPÍTULO III- DESCRIÇÃO SUCINTA DAS ETAPAS DE CÁLCULOS DOS PROGRAMAS "FPM-500" E "SLOPE II" 86	
3.1	- Generalidades 86
3.2	- O Programa "FPM-500" 87
3.2.1	- Etapas de cálculo executadas pelo progra ma "FPM-500" 88

	Página
3.2.1.1 - Programa principal	88
3.2.1.2 - Subrotinas	89
3.3 - O Programa "SLOPE II"	94
3.3.1 - Etapas de cálculo executadas pelo programa "SLOPE II"	100
3.3.1.1 - Programa principal	100
3.3.1.2 - Subrotinas	108
CAPÍTULO IV - METODOLOGIA USADA E ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS	
	114
4.1 - Generalidades	114
4.2 - Metodologia	116
4.2.1 - Estabelecimento dos diferentes regimes hidráulicos	116
4.2.1.1 - Caso da barragem sob condições de pleno funcionamento na ausência de chuvas	117
4.2.1.2 - Caso da barragem sob condições de pleno funcionamento na presença de chuvas	119
4.2.2 - Cálculos dos diferentes coeficientes de segurança	120
4.2.3 - Introdução do coeficiente r_{uc} para as condições de pleno funcionamento na presença de chuvas	122
4.3 - Comparação dos Resultados obtidos nos Dois Casos Hidrodinâmicos Considerados.	132

CAPÍTULO V - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	134
5.1 - Conclusões	134
5.2 - Sugestões para Pesquisas Futuras	136
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	138
ANEXOS	142

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 - Generalidades

Os arquivos da Engenharia Geotécnica registram grande variedade de problemas envolvendo taludes de terra naturais e artificiais. De fato, toda massa de solo limitada por su perfície superior em declive, tende a se pôr em movimento sob o efeito do seu peso, sendo mantida em equilíbrio pela resistência ao cisalhamento do solo. Se essas forças de ci salhamento forem insuficientes para manter o equilíbrio, ha verá movimento da massa de solo, causando a rutura do tal ude.

O problema das análises das estabilidades dos taludes, para evitar deslizamentos, está presente em geral, na mai oria das obras da Engenharia Civil como:

- Taludes naturais: neste caso procura-se proteger po voados e/ou obras situadas no "pé" do talude.
- Taludes de corte: em rodovias, ferrovias, escavações para fundações etc.
- Taludes de margens de canais, muros de cais.

- Taludes de diques e barragens de terra.
- Taludes formados em áreas de "bota fora" por materiais de refugos industriais e de minas.

As várias causas de ocorrência de deslizamentos podem ser de natureza bem diferentes, tais como:

- Modificações nos esforços que entram no momento motor. (que causam o deslizamento). As modificações podem ter várias origens tais como: sobrecargas provenientes da construção de uma obra, corte no "pé" do talude para alargamento de vias de transportes, dragagens de rios e estuários, terremotos etc.
- Modificações do regime hidráulico no interior do talude. As modificações podem ser devidas a variações da carga e do gradiente hidráulico, surgidas quer por rebaixamento ou elevação do nível do lençol freático, quer pela mudança do nível da superfície livre da água, tal como ocorre no caso do esvaziamento de uma barragem (rebaixamento).
- Redução das forças que entram no momento resistente. Tal redução ocorre quase sempre por consequência de diminuição da resistência ao cisalhamento dos solos por agentes físico-químicos ou por modificações no estado das tensões.

1.2 - Posição do Problema

Vários métodos são utilizados para se calcular a estabilidade dos taludes de uma barragem de terra. De maneira geral, todos estes métodos foram elaborados para calcular um coeficiente de segurança F , nas três seguintes situações:

- 1 - Análise da estabilidade nas fases entre o início e o final de construção. Neste caso, o regime hidráulico corresponde às pressões intersticiais surgidas durante a fase de construção e que geralmente ocorrem em materiais de baixa permeabilidade.
- 2 - Análise da estabilidade em fase de pleno funcionamento. Nesta etapa o regime hidráulico é estabelecido depois da dissipação das pressões intersticiais surgidas durante a construção, e de acordo com condições hidráulicas de contorno permanentes.
- 3 - Análise da estabilidade durante o esvaziamento rápido. Neste caso o regime hidráulico depende das novas condições de contorno para o escoamento das águas no interior do talude, geradas pelo rebaixamento rápido do nível d'água na barragem.

É importante observar que na bibliografia sobre estabilidade de barragens de terra, os autores de modo geral, não se preocupam com o estudo da estabilidade sob o regime hidráulico que pode ser estabelecido por completa saturação do maciço da barragem e por percolação das águas de chuvas no

interior dos taludes. Esta omissão pode ser consequência da combinação dos dois seguintes fatores:

- a) Todos os programas foram desenvolvidos em países de climas temperados onde há menor probabilidade de chuvas fortes e prolongadas, como que no caso de países de climas tropicais.
- b) Outro fator explicativo é o da dificuldade de se levar em consideração o regime hidráulico estabelecido pela percolação das águas das chuvas dentro do processo de cálculo dos coeficientes de segurança à estabilidade. De fato, nenhum programa de estabilidade de taludes estabelece o regime hidráulico de acordo com as condições de contorno dos problemas analisados. Sempre o regime hidráulico é implantado nas análises de estabilidade de taludes quer em função da razão entre a pressão intersticial e o valor da pressão total devido às terras, coeficiente r_u de BISHOP, 1960, que representa grossamente as condições hidráulicas no interior do maciço da barragem, quer usando-se malha de valores de pressões intersticiais, obtida através de estudo do regime hidráulico, existente no corpo da barragem ou em seus taludes.

1.3 - Objetivos

Os objetivos principais desta dissertação:

- 1 - Desenvolver metodologia de cálculo para levar em

consideração os efeitos das chuvas abundantes e duradouras sobre o coeficiente de segurança de pequenas barragens de terra.

- 2 - Testar a metodologia apresentada em um caso particular, mostrando as variações do coeficiente de segurança devido à presença, bem como à ausência de chuvas, comparando-se os resultados obtidos para as duas situações hidrodinâmicas estabelecidas.

Para alcançar o primeiro dos objetivos acima, foi necessário cumprir as seguintes etapas de trabalho:

- a) implantar e adaptar o programa de escoamento em meios porosos "FPM-500" ao sistema computacional do Campus II do Núcleo de Processamento de Dados-NPD, da Universidade Federal da Paraíba-UFPb, IBM-4341. Com este programa de elementos finitos tornou-se possível estabelecer o regime hidráulico, através do maciço de barragem em fase de reservatório em pleno funcionamento, obtendo-se a posição da superfície livre ao escoamento. Pretende-se mostrar a versatilidade do programa "FPM-500" em simular a ação hidráulica de chuvas fortes e duradouras sobre o corpo de uma barragem.
- b) Implantar e adaptar o programa de estabilidade de taludes, "SLOPE II", ao sistema computacional do Campus II do NPD, UFPb.
- c) Combinar os programas "FPM-500" e "SLOPE II", cita

dos acima, para que se possa analisar a estabili
dade de uma barragem de terra em regime de chuvas
abundantes e duradouras.

O trabalho será dividido em 05 (cinco) capítulos e
04 (quatro) anexos.

O capítulo 2 apresentará revisão bibliográfica sobre
a teoria dos escoamentos em meios porosos, confinados e não
confinados, como também sobre seu tratamento numérico, uti
lizando-se o método numérico conhecido como método dos ele
mentos finitos, evidenciando sempre a metodologia utilizada
pelo programa "FPM-500". Apresentará, também, revisão bi
bliográfica dos métodos de análises de estabilidade de talu
des, destacando-se aqueles utilizados pelo programa "SLOPE
II".

O capítulo 3 apresentará descrição sucinta das eta
pas de cálculos executadas pelo programa de elementos fini
tos "FPM-500", durante o estabelecimento do regime hidráuli
co dentro do corpo da barragem como também durante os cál
culos dos coeficientes de segurança pelo programa de estabi
lidade de taludes "SLOPE II".

O capítulo 4 apresentará a metodologia usada para o
estabelecimento dos dados necessários à simulação das condi
ções de chuvas abundantes sobre uma barragem (fictícia) de ter
ra e a análise dos resultados obtidos. Esta simulação pode
rá combinar o efeito da percolação proveniente da lâmina
d'água máxima de projeto com chuvas abundantes. Poderia, tam
bém, analisar o efeito do completo enchimento da barragem
(extravazamento) por excesso de chuvas e sub-dimensionamen

to do vertedouro.

O capítulo 5 apresentará as conclusões do trabalho e sugestões para pesquisas futuras.

O conteúdo dos anexos estão assim distribuídos:

Anexo 1 - Condição de mínimo do funcional do escoamento confinado $I(h)$.

Anexo 2 - Condição de mínimo do funcional $I^*(h)$.

Anexo 3 - Dados de entrada e alguns resultados numéricos fornecidos pelo programa "FPM-500" para a condição da barragem em pleno funcionamento na ausência de chuvas.

Anexo 4 - Dados de entrada e alguns resultados de cálculos fornecidos pelo programa "FPM-500" para a condição da barragem em pleno funcionamento na presença de chuvas.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE ESCOAMENTOS EM MEIOS POROSOS E ESTABILIDADE DE TALUDES

2.1 - Generalidades

Neste capítulo pretende-se apresentar as hipóteses fundamentais da Teoria dos escoamentos em Meios Porosos Confinados e Não Confinados, as equações diferenciais de derivadas parciais, os princípios variacionais equivalentes e estas equações, o funcional que rege os escoamentos nos meios porosos junto com às condições de contorno (fronteiras) típicas a problemas desta natureza.

Será mostrado, também, como o método dos elementos finitos, deduzido dos princípios variacionais é utilizado na aproximação da solução dos problemas dos escoamentos nos meios porosos.

Serão ainda apresentados os diferentes aspectos relativos aos métodos conhecidos de cálculo de estabilidade de taludes com a descrição das hipóteses básicas assumidas por cada um desses métodos juntos com a dedução das equações que permitem o cálculo dos respectivos coeficientes de segurança.

2.2 - Teoria dos Escoamentos Bifásicos em meios Porosos Bidi e Tridimensionais

2.2.1 - Posição do problema

Seja um fluido qualquer (água) percolando numa região Ω de R^3 (Tridimensional) ou de R^2 (Bidimensional) constituída de material poroso saturado. A região será limitada pela fronteira $\partial\Omega$, sendo $\partial\Omega$ uma superfície de R^3 no caso tridimensional e uma curva no caso do problema bidimensional. Em todo o ponto de $\partial\Omega$ será suposta a existência de um vetor \vec{n} normal exterior à região Ω .

O problema fundamental consiste sempre em determinar as grandezas fundamentais que regem e descrevem o escoamento do fluido do interior da região Ω e na sua fronteira $\partial\Omega$.

2.2.2 - Grandezas fundamentais de um problema de escoamentos em meios porosos

As grandezas fundamentais que são de interesse no estudo de escoamento em meios porosos, são as seguintes:

Ω e $\partial\Omega$ - a determinação da extensão da região onde ocorre o escoamento, a posição espacial da fronteira, limitando esta região, como também as sucessivas variações com o decorrer do tempo da região de R^3 afetada pelo escoamento, são as primeiras grandezas fundamentais de cada problema de escoamentos em meios porosos.

Caso a extensão da região onde ocorre o escoamento seja previamente conhecida e de extensão variável, deixará de ser uma incôgnita do problema e uma grandeza a ser determinada,

sendo o escoamento neste caso cognominado de escoamento confinado em meios porosos. Caso contrário o escoamento é dito não confinado, e nesse caso, uma das incógnitas do problema do escoamento em meios porosos, será a de determinação da posição da fronteira que separa a massa do meio poroso, onde ocorre efetivamente o escoamento, da massa não afetada pelo escoamento. Os escoamentos nos quais todas as grandezas independem da variável tempo, são chamados de escoamentos permanentes. Os demais são chamados de escoamentos transitórios.

η - Porosidade em um ponto do meio poroso, função das coordenadas (x, y e z) do ponto considerado M no referencial espacial utilizado e do tempo t. Se dV é o volume elementar em torno do ponto M qualquer do meio que contém volume elementar de poros dV_v , define-se a porosidade do meio no ponto considerado como o limite do quociente entre os volumes elementares dV_v/dV , quando dV tender para zero.

ρ - Densidade em um ponto M do fluido que percola dentro do meio poroso, função das coordenadas (x, y e z) do ponto M considerado no referencial espacial utilizado e do tempo t. Se dV_v é o volume elementar preenchido exclusivamente com fluido em torno do ponto M qualquer no meio, e dM_v sua massa, a densidade do fluido é definida como o limite do quociente dM_v/dV_v , quando dV_v tender para zero. Durante o processo de passagem do limite, o volume elementar dV_v continua incluíndo o ponto M.

V_n - Velocidade de filtração em um ponto M do meio po

roso, segundo direção definida por um vetor unitário \vec{n} . É uma grandeza escalar, definida como o limite do quociente dQ/dS , quando dS tender para zero, onde dS é a área de um elemento de superfície (caso tridimensional) ou o comprimento de um elemento de curva (caso bidimensional), mantido durante o processo de limite ortogonal à direção do vetor unitário \vec{n} e, dQ é a quantidade em volume de fluido que atravessa a superfície dS durante a unidade de tempo.

\vec{V} - Vetor Velocidade de Filtração em um ponto M do meio poroso. Usa-se num ponto M qualquer do meio poroso, um triedro ortogonal $M(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Repete-se três vezes a operação do limite dQ/dS definida no item anterior, sucessivamente nas três direções $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ obtendo-se os três escalares V_i, V_j, V_k (escritos também V_x, V_y, V_z para lembrar que as vazões estão respectivamente nas direções dos eixos x, y e z). O vetor \vec{V} , cujas três coordenadas são V_x, V_y e V_z é por definição chamado de vetor velocidade de filtração:

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}$$

u e h - Pressão e carga hidráulica. Admite-se que os

esforços internos num ponto M dentro do fluido podem ser descritos a partir de um tensor isotrópico cuja única componente é u , onde u é chamada de pressão. A pressão é função escalar das coordenadas (x , y e z) do ponto M e do tempo t . A partir da pressão em um ponto qualquer M, pode-se definir a grandeza da carga hidráulica h , como sendo:

$$h = \frac{u}{\gamma_w} + z$$

onde:

u - Pressão no ponto M qualquer

γ_w - Peso específico do fluido

z - Cota do ponto M calculada a partir de nível fixo.

h é uma função escalar das coordenadas espaciais do ponto M e do tempo t .

2.2.3 - As hipóteses e princípios fundamentais utilizados pela teoria dos escoamentos em meios porosos

2.2.3.1 - Lei de Darcy generalizada

O escoamento no interior do meio poroso é laminar e obedece à lei generalizada de Darcy:

$$\vec{V} = - \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{xy} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{xz} & K_{yz} & K_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{Grad } \vec{h} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

ou ainda:

$$\vec{V} = - \left[K(x, y, z) \right] \text{Grad } \vec{h}$$

onde K é chamado de tensor de permeabilidade. É representado por matriz simétrica definida positiva, cujos elementos são funções do ponto M considerado no interior do meio e do tempo t .

Tendo em vista a simetria do tensor de permeabilidade num ponto M , pode-se afirmar que nesse ponto M , existirá referencial $(MXYZ)$ ortonormal, no qual o tensor de permeabilidade terá forma diagonal:

$$K_{XYZ} = \begin{pmatrix} K_X & 0 & 0 \\ 0 & K_Y & 0 \\ 0 & 0 & K_Z \end{pmatrix}$$

O triedro MX , MY e MZ é chamado de triedro principal do tensor de permeabilidade no ponto M . As direções MX , MY e MZ são chamadas de direções principais e os escalares K_X , K_Y e K_Z (que são os auto-valores da matriz K) são chamados de coeficientes de permeabilidades principais no ponto M .

Distingue-se como materiais porosos isotrópicos num ponto M qualquer, aqueles que oferecem a mesma resistência ao escoamento em todas as direções em torno daquele ponto M . Nesse caso, a matriz K é matriz escalar:

$$\begin{pmatrix} K & 0 & 0 \\ 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & K \end{pmatrix} = K \cdot I_3 \quad (2.2)$$

É invariante por mudança de referencial neste ponto M. Nesse caso, as três permeabilidades principais são iguais e seu valor comum é chamado de coeficiente de permeabilidade.

Distingue-se como materiais homogêneos, aqueles que possuem tensor de permeabilidade, cujos elementos calculados num referencial fixo, não dependem das posições do ponto M considerado, mas podendo depender do tempo. (Caso dos escoamentos transitórios). Neste caso, o referencial que diagonaliza o tensor de permeabilidade em um ponto M é o mesmo para todos os pontos da região homogênea, e as direções MX, MY, MZ, não dependerão mais do ponto M, e serão comuns para todos os pontos do meio poroso, o que permitirá o uso de referencial ortonormal global n, dentro do qual em todos os pontos do meio, o tensor será diagonal com os coeficientes KX, KY e KZ dependentes somente do tempo. Nesta situação a equação de Darcy aparece sob forma mais simples, quando for escrita, usando-se o referencial principal global para todos os pontos M da região homogênea:

$$\begin{bmatrix} VX \\ VY \\ VZ \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} KX & 0 & 0 \\ 0 & KY & 0 \\ 0 & 0 & KZ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{Grad } h \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Esses KX, KY e KZ são somente funções do tempo t.

2.2.3.2 - A equação geral da continuidade. Princípio da conservação da massa do fluido dentro de um volume qualquer, w, da região afetada pelo escoamento

Considere-se no interior de Ω uma sub-região w , de R^3 (ou R^2 no caso bidimensional) limitada por superfície fechada ∂w (ou curva fechada) sobre a qual pode ser definido em cada ponto um vetor normal exterior \vec{n} . No tempo t , a massa de água armazenada no volume w é dada por:

$$\iiint_w \rho(x,y,z,t) \cdot \eta(x,y,z,t) \cdot dv$$

No tempo $t + dt$ a massa de água armazenada é igual à:

$$\iiint_w \rho(x,y,z,t+dt) \cdot \eta(x,y,z,t+dt) \cdot dv$$

Durante o intervalo de tempo dt , a massa de água saindo algebricamente pela fronteira ∂w é dada por:

$$\iint_{\partial w} \rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{n} \cdot dt$$

Durante esse intervalo de tempo pode-se considerar, no caso mais geral, que pode ocorrer distribuição volumétrica de fontes pontuais, pelas quais um agente externo pode ter fornecido algebricamente água para dentro do volume w . Seja $Q(x, y, z, t)$ a intensidade por unidade de volume da distribuição destas fontes. Durante o intervalo de tempo dt , a contribuição algébrica de massa de água fornecida pela distribuição é igual a:

$$\iiint_w \rho \cdot Q(x,y,z,t) \cdot dv \cdot dt$$

A equação de balanço de massa durante o intervalo de tempo dt escreve-se:

$$\iiint_w \left[\rho(x,y,z,t+dt) \cdot \eta(x,y,z,t+dt) - \rho(x,y,z,t) \cdot \eta(x,y,z,t) \right] \cdot dv + \iiint_w \rho \cdot Q(x,y,z,t) \cdot dv \cdot dt + \iint_{\partial w} (\rho \vec{V}) \cdot \vec{n} \cdot dt = 0 \quad (2.4)$$

Fazendo em primeiro tempo dt tender para o zero, a primeira expressão do primeiro membro da equação (2.4) é substituída por:

$$\iiint_w \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \eta) \cdot dv \cdot dt$$

o que permite a primeira simplificação da equação, dividindo-a por dt :

$$\iiint_w \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \eta) \cdot dv + \iiint_w \rho \cdot Q \cdot dv + \iint_{\partial w} (\rho \cdot \vec{V}) \cdot \vec{n} = 0 \quad (2.5)$$

Devido ao teorema da divergência, a terceira expressão do primeiro membro da equação (2.5) pode ser substituída pela expressão:

$$\iiint_w \text{div}(\rho \cdot \vec{V}) \cdot dv$$

o que permite escrever a equação (2.5) sob a forma:

$$\iiint_w \left\{ \text{div}(\rho \cdot \vec{V}) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \eta) + (\rho \cdot Q) \right\} \cdot dv = 0 \quad (2.6)$$

É importante agora lembrar que w é um volume qualquer dentro de Ω .

Considere-se, agora, um ponto M qualquer, fixo no interior de Ω . Supondo-se a continuidade no ponto M , da expressão

são entre colchetes da equação (2.6) e, imaginando-se uma sucessão de esferas centradas em M, cujos raios tendem para zero, sucessivamente, um simples raciocínio de análise da matemática prova que a expressão entre colchetes da equação (2.6) tem que ser necessariamente nula:

$$\operatorname{div}(\rho \cdot \vec{V}) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot \eta) + (\rho \cdot Q) = 0 \quad (2.7)$$

É essa equação (2.7) que é chamada de equação da continuidade, e que é a mais geral para escoamentos em meios porosos.

No caso do fluido estudado ser incompressível, a equação é escrita sob forma mais simples, pois nesse caso ρ pode ser fatorado e a equação simplificada, escreve-se:

$$\operatorname{div} \vec{V} + \frac{\partial \eta}{\partial t} + Q = 0 \quad (2.8)$$

no caso de ausência das distribuições de fontes ($Q=0$) torna-se:

$$\operatorname{div} \vec{V} + \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (2.9)$$

No caso da matriz porosa ser indeformável e incompressível (η é independente do tempo, $\frac{\partial \eta}{\partial t} = 0$), escreve-se:

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (2.10)$$

que é a situação mais comumente utilizada em escoamentos em meios porosos, na ausência de distribuição volumétrica de fontes. (Sumidoras ou fornecedoras).

2.2.4 - Equação de derivadas parciais geral dos escoamentos em meios porosos

A equação de derivadas parciais geral que rege o fenômeno de escoamento em meios porosos é obtida, introduzindo-se a expressão do vetor velocidade de filtração da equação (2.1), dentro da equação mais geral de continuidade (equação (2.7)).

Escreve-se por substituição sob a seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial x} [\rho K_{xx} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + \rho K_{xy} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} + \rho K_{xz} \cdot \frac{\partial h}{\partial z}] + \frac{\partial}{\partial y} [\rho K_{yy} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} + \rho K_{xy} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + \rho K_{yz} \cdot \frac{\partial h}{\partial z}] + \frac{\partial}{\partial z} [\rho K_{zz} \cdot \frac{\partial h}{\partial z} + \rho K_{yz} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} + \rho K_{xz} \cdot \frac{\partial h}{\partial x}] + \partial \rho \eta / \partial t + \rho \cdot Q = 0 \quad (2.11)$$

Caso ρ e η sejam constantes com $Q=0$ (ausência de contribuição de fontes volumétricas exteriores) a equação (2.11) escreve-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} [K_{xx} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + 2K_{xy} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} + 2K_{xz} \cdot \frac{\partial h}{\partial z}] + \frac{\partial}{\partial y} [K_{yy} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} + 2K_{xy} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + 2K_{yz} \cdot \frac{\partial h}{\partial z}] + \frac{\partial}{\partial z} [K_{zz} \cdot \frac{\partial h}{\partial z} + 2K_{yz} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} + 2K_{xz} \cdot \frac{\partial h}{\partial x}] = 0 \quad (2.12)$$

Caso o material seja homogêneo tem-se K_{xx} , K_{xy} , K_{xz} , K_{yy} , K_{yz} , K_{zz} independentes de x , y e z e a equação (2.12) é escrita na forma:

$$K_{xx} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + 2K_{xy} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} + K_{yy} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + 2K_{yz} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y \partial z} + K_{zz} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + 2K_{xz} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial z} = 0 \quad (2.13)$$

Neste caso particular de homogeneidade, poder-se-ia usar o referencial global que diagonaliza em todos os pontos da região Ω , o tensor de permeabilidade. Utilizando-se este refe

referencial privilegiado para escrever a equação (2.11) chegar-se-á seguinte expressão:

$$KX \cdot \frac{\partial^2 h_1}{\partial X^2} + KY \cdot \frac{\partial^2 h_1}{\partial Y^2} + KZ \cdot \frac{\partial^2 h_1}{\partial Z^2} = 0 \quad (2.14)$$

onde:

$$h_1(X, Y, Z) = h(x, y, z).$$

Se o meio além de ser homogêneo for isotrópico, $KX = KY = KZ = K$, a equação (2.14) se escreve em qualquer referencial sob a forma:

$$\Delta h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (2.15)$$

o que é a tradicional equação de Laplace.

2.2.5 - Condições de contorno (Fronteiras) nos escoamentos em meio poroso

Para os escoamentos em meio poroso, existem vários tipos de condições de contorno. Vão depender do tipo de superfície encontrada na fronteira $\partial\Omega$, que separa a região Ω , do escoamento da região exterior a Ω .

As condições de contorno, envolvendo diretamente valores da carga hidráulica são tradicionalmente chamadas de condições de **Dirichet**, enquanto aquelas envolvendo somente a derivada direcional na direção do vetor normal a fronteira da função carga hidráulica, envolvendo unicamente a vazão,

são chamadas de condições de Newmann.

Na análise dos escoamentos confinados, a extensão da região Ω é conhecida e não faz parte das incógnitas do problema. A superfície fronteira $\partial\Omega$ é sempre dividida em partes sobre as quais se tem a satisfazer unicamente as condições de Dirichet ou as condições de Newmann. A união das partes onde se tem condições de Dirichet (cargas hidráulicas conhecidas), será chamada de $\partial\Omega_h$. A união das partes onde se tem condições de Newmann (vazões conhecidas) será chamada de $\partial\Omega_q$.

Na análise dos escoamentos não confinados, a própria extensão da região Ω (ou ainda, a localização da superfície freática) é variável do problema a ser determinada durante a obtenção da solução. O fato de se ter que satisfazer simultaneamente duas condições de contorno (Dirichet e Newmann) vai permitir que se determine a posição da superfície freática durante o processo de resolução.

Os quatro tipos de superfícies de separação da região Ω de seu exterior são respectivamente chamados de: Superfície de Igual Carga Hidráulica, Superfície Filtrante, Superfície de Exudação e Superfície Freática.

Caso o escoamento seja isotrópico, a superfície é chamada de equipotencial. Um exemplo típico é o da superfície do talude montante de uma barragem situada abaixo do nível d'água (A condição de contorno neste caso é condição de Dirichet).

Superfície filtrante é, por definição, parte de $\partial\Omega$ onde se conhece a vazão d'água por unidade de tempo que

atravessa a unidade de superfície. Dessa maneira, a quantidade $V_v = \vec{V} \cdot \vec{n}$ é conhecida ao longo da superfície filtrante (a condição a verificar é a de Neumann). Caso a quantidade V_n seja nula em todo ponto da superfície, chamar-se-á de superfície impermeável.

Superfície de exudação é aquela que faz a separação entre a região Ω , onde ocorre o escoamento e a massa de ar. Em todos os pontos sobre a superfície se conhece o valor da carga hidráulica, mas se desconhece a vazão que atravessa cada unidade dessa superfície (a condição de contorno, nesse caso é condição de Dirichet). Tem-se exemplo típico, quando a linha freática de uma barragem intercepta a superfície do talude jusante.

Superfície freática é, por definição, a que limita superiormente a região do escoamento não confinado. Separa Ω da região porosa, onde não ocorre nenhum escoamento. Ao longo da superfície a carga hidráulica é conhecida de valor igual à cota do ponto, enquanto a vazão através da superfície é nula. Neste caso, tem-se os dois tipos de condições de contorno a serem obedecidos simultaneamente (as condições de Dirichet e de Neumann).

Os dois últimos tipos de condições fronteiras descritas anteriormente (superfície de exudação e superfície freática) são exclusivamente encontradas em escoamentos não confinados.

2.2.6 - Os funcionais dos escoamentos em meios porosos confinados e não confinados

2.2.6.1 - Escoamento confinado

Utilizando-se as anotações definidas anteriormente para a região Ω , sua fronteira $\partial\Omega$ e as partes $\partial\Omega_h$ e $\partial\Omega_q$, onde são conhecidos respectivamente os valores da carga hidráulica e da vazão, e, sendo H a função carga hidráulica conhecida ao longo de $\partial\Omega_h$ e Ψ a função vazão, identificada ao longo de $\partial\Omega_q$, o funcional do escoamento confinado na região Ω (obedecendo às condições de contorno prescritas sobre $\partial\Omega_h$ e $\partial\Omega_q$) é dado pela seguinte expressão:

$$I(h) = 1/2 \iiint_{\Omega} (\partial h / \partial x, \partial h / \partial y, \partial h / \partial z) \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{xy} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{xz} & K_{yz} & K_{zz} \end{pmatrix} . dx . dy . dz + \iiint_{\partial\Omega_h} (h-H) (\vec{V} \cdot \vec{n}) ds - \iint_{\partial\Omega_q} \Psi \cdot h . ds \quad (2.16)$$

onde \vec{V} é relacionado com a função carga hidráulica através da equação da lei de Darcy (equação (2.1)):

$$\vec{V} = - \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{xy} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{xz} & K_{yz} & K_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{Grad } h \end{pmatrix}$$

No caso bidimensional, o funcional $I(h)$ é reduzido à expressão:

$$I(h) = 1/2 \iint_{\Omega} (\partial h / \partial x, \partial h / \partial y) \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{xy} & K_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial h / \partial x \\ \partial h / \partial y \end{pmatrix} . dx . dy + \\ \int_{\partial\Omega_h} (h-H) [\vec{V} \cdot \vec{n}] . ds - \int_{\partial\Omega_q} \Psi . h . ds \quad (2.17)$$

onde ds é o elemento de abscissa curvilínea ao longo da fronteira $\partial\Omega_h$ ou $\partial\Omega_q$ e onde:

$$\vec{V} = - \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{xy} & K_{yy} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{Grad } h \end{pmatrix}$$

2.2.6.2 - Escoamento não confinado

Como foi apresentado no item anterior (para melhor clareza na redação) será introduzido apenas a expressão do funcional correspondente ao escoamento bidimensional (no caso específico) para barragem construída sobre base impermeável com superfície freática $\partial\Omega_f$ e superfície de exudação $\partial\Omega_e$ (fig. 2.1):

$$I(h, \epsilon) = \iint_{\Omega} 1/2 (\partial h / \partial x, \partial h / \partial y) \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{xy} & K_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial h / \partial x \\ \partial h / \partial y \end{pmatrix} . dx . dy + \\ \int_{\partial\Omega_h} (h-H) [\vec{V} \cdot \vec{n}] . ds - \iint_{\partial\Omega_q} \Psi . h . ds - \int_{\partial\Omega_e} (h-y) [\vec{V} \cdot \vec{n}] . ds - \\ \int_{\partial\Omega_f} (h-\epsilon) [\vec{V} \cdot \vec{n}] . ds \quad (2.18)$$

onde $\vec{V} = -[K(x, y)] \cdot [\text{Grad } h]$ e $\epsilon = \epsilon(x)$ é a equação da linha freática no plano da seção da barragem.

Na figura 2.1 estão mostradas e identificadas todas as superfícies fronteiras sobre o perfil de uma barragem de terra:

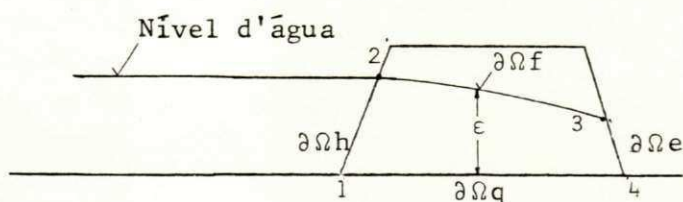


Fig. 2.1

Superfícies: 1-2($\partial\Omega h$) - Superfície Equipotencial, talude montante abaixo do nível d'água.

2-3($\partial\Omega f$) - Superfície da Linha Freática.

3-4($\partial\Omega e$) - Superfície de Exudação.

1-4($\partial\Omega q$) - Superfície Impermeável, vazão = 0.

Nesta expressão do funcional $I(h, \epsilon)$ aparecem duas funções incógnitas que são, respectivamente, h e ϵ . A função ϵ posiciona a superfície freática e a função h descreve a função carga hidráulica dentro da região delimitada pelo conhecimento da função ϵ . O tratamento matemático do problema é, evidentemente, mais complexo do que para o caso do escoamento confinado, onde se conhece "a priori" a extensão da região Ω onde ocorre o escoamento.

Posteriormente, será apresentado como o método dos elementos finitos permite tratar a complexidade suplementar do problema dos escoamentos não confinados.

2.2.7 - Justificativa da escolha do funcional $I(h)$ dos escoamentos confinados

É mostrado no anexo 1 que a função h_0 minimizadora do funcional $I(h)$ que aparece na expressão (2.17) tem as seguintes propriedades:

- 1) Verifica a equação de derivadas parciais (eq. 2.11)
- 2) Verifica a condição de contorno sobre $\partial\Omega_q$, a saber que a vazão correspondente à função h_0 é igual à vazão imposta Ψ .
- 3) Verifica a condição de contorno sobre $\partial\Omega_h$, a saber que o valor da função h_0 é igual ao valor imposto H .

A função h_0 que aparece na expressão (2.17) e que minimiza o valor desta expressão é, portanto, a solução do problema de escoamentos na região Ω , que obedece às condições de contorno (fronteiras) estabelecidas.

A introdução do funcional possibilitará a transformação do problema inicial de equações de derivadas parciais junto com condições de contorno, em um problema único de minimização do funcional $I(h)$.

Será mostrado no parágrafo seguinte como o método dos elementos finitos é construído, a partir da idéia de minimização do funcional $I(h)$.

2.2.8 - O método dos elementos finitos para escoamento em meios porosos confinados.

2.2.8.1 - Generalidades

Na busca da solução exata minimizadora do funcional $I(h)$ dever-se-ia varrer todo espaço vetorial E_h de funções h , para se poder escolher neste espaço, a verdadeira função h_0 que tornaria a quantidade $I(h)$ a menor possível. Este espaço vetorial é, na realidade, o espaço vetorial das funções dotadas de suficientes propriedades de diferenciabilidade para que as expressões que aparecem na definição de $I(h)$ sejam calculáveis. É evidente que esse espaço vetorial de funções (espaço funcional) possui dimensão infinita o que dificulta a obtenção da verdadeira solução. O algoritmo dos elementos finitos consiste, simplesmente, em remover a dificuldade acarretada pelo caráter infinito da dimensão de E_h , e buscar a solução minimizadora do funcional dentro do espaço de dimensão finita, onde cada função depende de um número infinito de variáveis chamadas de coordenadas no espaço de dimensão finita.

O método dos elementos finitos consiste na construção de um sub-espaço vetorial SF_h , dentro do qual será pesquisada a função minimizadora do funcional $I(h)$ (Fig. 2.2).

Se, por acaso, a solução verdadeira h_0 estiver incluída neste sub-espaço vetorial SF_h , obviamente, o problema será exatamente resolvido. Caso contrário será obtida a solução aproximada h_{0ap} que tornará $I(h)$ mínimo dentro de SF_h . É de se esperar que, quanto maior for a dimensão do sub-espaço vetorial

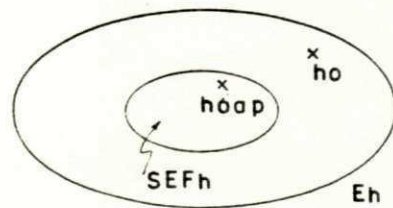


Fig. 2.2 - Sub-espaço SEF_h do espaço vetorial E_h .

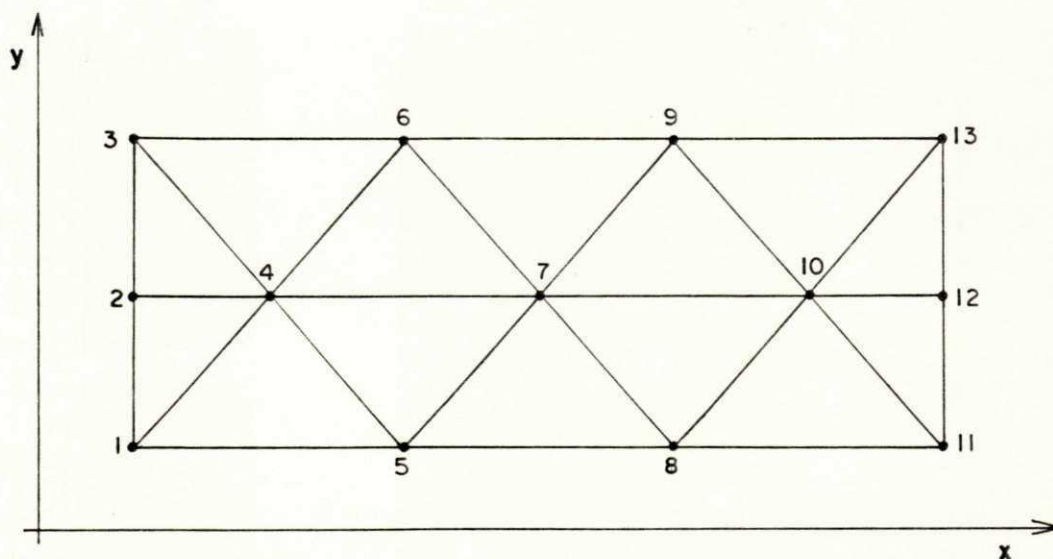


Fig. 2.3 - Região Ω dividida em sub-domínios triangulares (malha de pontos nodais).

rial SEFh, mais perto da verdadeira solução h_0 achar-se-á a função h_{0ap} . Na realidade, como será mostrado posteriormente, pesquisar-se-á a solução apenas sobre um sub-espaço afim do sub-espaço vetorial de dimensão finita SEFh.

Na construção do sub-espaço vetorial SEFh será utilizado como exemplo explicativo, o uso dos elementos triangulares com funções de interpolação lineares no plano por ser de mais fácil visualização.

Inicialmente, divide-se a região Ω em sub-domínios triangulares. Obtém-se a malha de pontos nodais (nós) vértices dos triângulos obtidos durante a divisão da região Ω (fig. 2.3).

Cada triângulo pode ser desconectado da malha. Em cada triângulo I, a função carga hidráulica h, tem forma aproximada h_{ap}^I escolhida, e seu valor $h_{ap}^I(x, y)$ num ponto qualquer, pode ser calculado, a partir dos valores que assume nos nós (aqui vértices) do elemento. A função h_{ap}^I é nula fora do triângulo I.

No caso de interpolação linear, o gráfico da função h_{ap}^I é o da forma apresentada na fig. 2.4.

A função h_{ap}^I é, obviamente, a combinação linear das três funções, NI_1, NI_2, NI_3 cujos gráficos estão apresentados nas figuras 2.5, 2.6 e 2.7 respectivamente. São, também, identicamente nulas fora do triângulo (elemento) de número I. Tem-se então:

$$h_{ap}^I = \begin{bmatrix} NI_1, NI_2, NI_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ h_{ap}(1) \\ I \\ h_{ap}(2) \\ I \\ h_{ap}(3) \end{bmatrix}$$

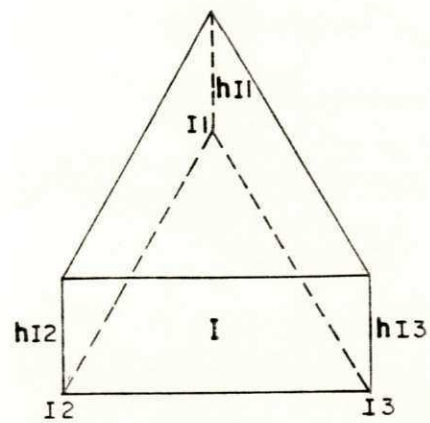


Fig. 2.4

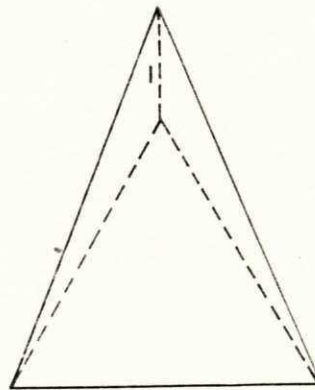


Fig. 2.5

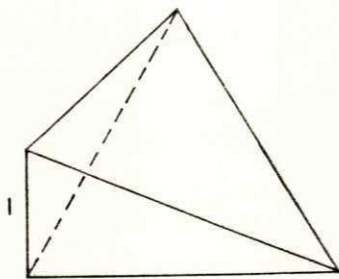


Fig. 2.6

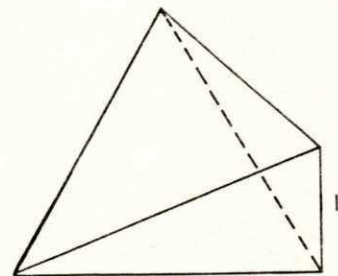
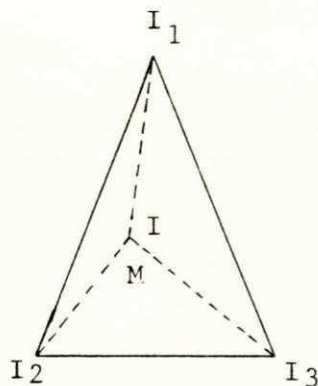


Fig. 2.7

Fig. 2.4 a 2.7 - Gráfico da função h_{ap}^I (Elemento I pertencentes à malha de pontos nodais).

Para a determinação das expressões das funções NI_1 , NI_2 e NI_3 usa-se comodamente as coordenadas baricêntricas no triângulo I. As coordenadas baricêntricas dentro do triângulo I, são dadas pelas seguintes expressões:



$$L_1^I = \frac{\text{Área } MI_2I_3}{\text{Área total do triângulo I}(I_1, I_2, I_3)}$$

$$L_2^I = \frac{\text{Área } MI_3I_1}{\text{Área total do triângulo I}(I_1, I_2, I_3)}$$

$$L_3^I = \frac{\text{Área } MI_1I_2}{\text{Área total do triângulo I}(I_1, I_2, I_3)}$$

Onde obviamente, tem-se:

$$L_1^I + L_2^I + L_3^I = 1$$

Existem relações biunívocas entre as coordenadas cartesianas (x, y) do ponto M, e suas coordenadas baricêntricas (L_1^I, L_2^I, L_3^I) que são dadas por:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ xI_1 & xI_2 & xI_3 \\ yI_1 & yI_2 & yI_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

e a relação inversa escreve-se:

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} = 1/2A \cdot \begin{bmatrix} 2A_{23} & b_1 & a_1 \\ 2A_{31} & b_2 & a_2 \\ 2A_{12} & b_3 & a_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

onde as quantidades a_i , b_j e A_{ij} aparecem nas figuras 2.8a e 2.8b, e onde A é a área do triângulo de número I .

No caso do elemento triangular com aproximação linear tem-se:

$$NI_1 = L_1^I, \quad NI_2 = L_2^I, \quad NI_3 = L_3^I \quad e$$

$$h_{ap}^I = \begin{bmatrix} NI_1 \\ NI_2 \\ NI_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{ap(1)}^I \\ h_{ap(2)}^I \\ h_{ap(3)}^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1^I \\ L_2^I \\ L_3^I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{ap(1)}^I \\ h_{ap(2)}^I \\ h_{ap(3)}^I \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Como as duas últimas equações do sistema (2.19) escreve-se:

$$x = \begin{bmatrix} (xI_1 L_1^I + xI_2 L_2^I) + xI_3 L_3^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1^I \\ L_2^I \\ L_3^I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

e

$$y = \begin{bmatrix} (yI_1 L_1^I + yI_2 L_2^I) + yI_3 L_3^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1^I \\ L_2^I \\ L_3^I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

a função h_{ap}^I tem idêntica variação, sobre o triângulo I , que as funções coordenadas sobre o mesmo. Por isso, o elemento (triangular com variação linear) é chamado de isoparamétrico. As funções NI_1^I , NI_2^I e NI_3^I são, respectivamente, chamadas de funções de forma dos nós 1, 2 e 3 dentro do triângulo I .

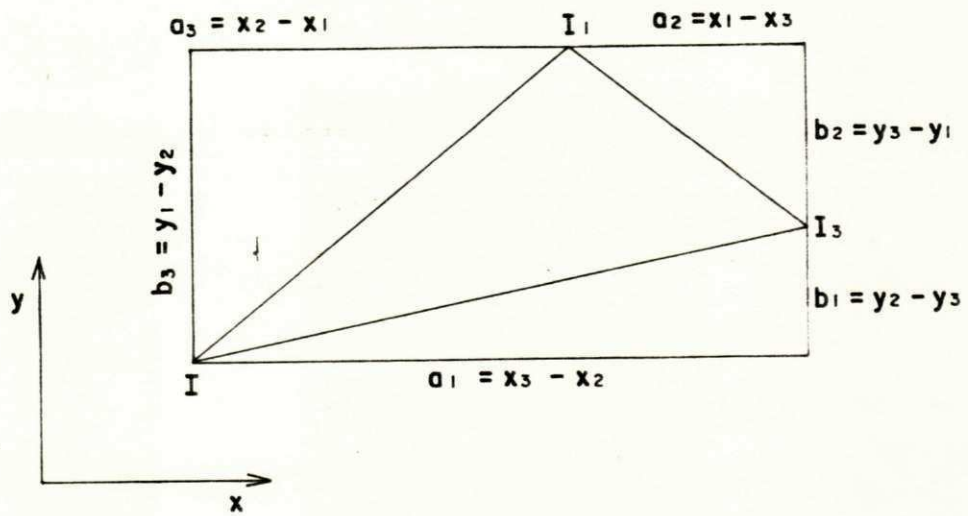


Fig. 2.8.a - Definição dos a_i, b_j .

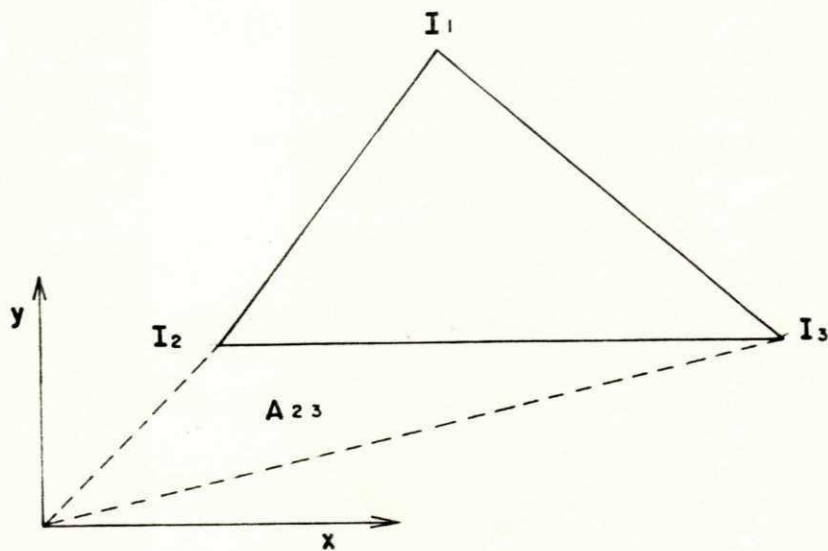


Fig. 2.8.b - Definição dos A_{ij} .

A partir da equação (2.21) anterior, pode-se escrever

que:

$$\begin{bmatrix} \partial h_{ap}^I / \partial x \\ \partial h_{ap}^I / \partial y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \partial NI_1 / \partial x & \partial NI_2 / \partial x & \partial NI_3 / \partial x \\ \partial NI_1 / \partial y & \partial NI_2 / \partial y & \partial NI_3 / \partial y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_{ap}^I(1) \\ h_{ap}^I(2) \\ h_{ap}^I(3) \end{bmatrix} = B^I \cdot \begin{bmatrix} h_{ap}^I(1) \\ h_{ap}^I(2) \\ h_{ap}^I(3) \end{bmatrix}$$

No caso particular da aproximação linear com $NI_1 = L_1^I$, $NI_2 = L_2$ e $NI_3 = L_3$ a expressão de B^I é a seguinte:

$$B^I = 1/2A \cdot \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix}$$

quando se utiliza as notações introduzidas na equação (2.20).

2.2.8.2 - Cálculo da Matriz elementar e vetor segundo membro elementar do elemento (triângulo) I

Pode-se agora introduzir a expressão da função h_{ap}^I dentro do funcional $I^*(h)$ obtida, a partir do funcional $I(h)$ (eq. 2.16). Como a função h_{ap}^I é identicamente nula fora do elemento I, a integral dupla do funcional somente precisa ser calculada sobre o elemento I (triângulo TI) e a integral de linha do funcional será calculada pela interseção de $\partial\Omega_q$ com a fronteira T (perímetro TI) do triângulo I.

$$I^*(h_{ap}^I) = 1/2 \iint_T (h_{ap}^I(1), h_{ap}^I(2), h_{ap}^I(3)) \cdot B^T \cdot K \cdot B \cdot \begin{bmatrix} h_{ap}^I(1) \\ h_{ap}^I(2) \\ h_{ap}^I(3) \end{bmatrix} \cdot dx \cdot dy -$$

$$\int_{\partial\Omega_q} \cap \partial TI \left[h_{ap(1)}^I, h_{ap(2)}^I, h_{ap(3)}^I \right] \cdot \begin{bmatrix} \Psi NI_1 \\ \Psi NI_2 \\ \Psi NI_3 \end{bmatrix} \cdot ds \quad (2.24)$$

pode-se escrever também:

$$I^*(h_{ap}^I) = 1/2 \left[h_{ap(1)}^I, h_{ap(2)}^I, h_{ap(3)}^I \right] \cdot \iint_T B^T \cdot K \cdot B \cdot dx \cdot dy \cdot \begin{bmatrix} h_{ap(1)}^I \\ h_{ap(2)}^I \\ h_{ap(3)}^I \end{bmatrix} -$$

$$\begin{bmatrix} h_{ap(1)}^I, h_{ap(2)}^I, h_{ap(3)}^I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \int_{\partial\Omega_q} \cap \partial TI \Psi NI_1 \\ \int_{\partial\Omega_q} \cap \partial TI \Psi NI_2 \\ \int_{\partial\Omega_q} \cap \partial TI \Psi NI_3 \end{bmatrix}$$

chamando,

$$P_I = \iint_T B^T \cdot K \cdot B \cdot dx \cdot dy$$

de matriz de permeabilidade elementar do triangulo I, enquanto que,

$$SM_I = \begin{bmatrix} \int_{\partial\Omega_q} \cap \partial TI \Psi NI_1 \\ \int_{\partial\Omega_q} \cap \partial TI \Psi NI_2 \\ \int_{\partial\Omega_q} \cap \partial TI \Psi NI_3 \end{bmatrix} \cdot ds$$

é o vetor segundo membro elementar do elemento I, o funcional $I^*(h)$ agora se escreve:

$$I^*(h_{ap}^I) = 1/2 \left[h_{ap(1)}^I, h_{ap(2)}^I, h_{ap(3)}^I \right] \cdot P_I \cdot \begin{bmatrix} h_{ap(1)}^I \\ h_{ap(2)}^I \\ h_{ap(3)}^I \end{bmatrix} - \left[h_{ap(1)}^I, h_{ap(2)}^I, \right.$$

$$\left. h_{ap(3)}^I \right] \cdot SM_I$$

Considere-se, agora, um nó qualquer na malha cujo número é Λ . É comum a alguns triângulos (elementos) e pertence pelo menos a um deles. Seja N_{Λ} ($N_{\Lambda} > 1$) o número de triângulos (elementos) aos quais o nó Λ pertence. Para cada um desses sucessivos N_{Λ} triângulos (elementos) o nó Λ possui função de forma dentro de cada um dos triângulos N_{Λ} . No caso da figura 2.9, $N_{\Lambda} = 5$ tem-se as cinco funções de forma do nó Λ nos sucessivos cinco triângulos I, J, K, L e M aos quais pertence o nó Λ . Constrói-se uma função Ψ_{Λ} , por justaposição das N_{Λ} funções de forma do nó Λ , nos respectivos triângulos, aos quais pertence. O gráfico da função Ψ_{Λ} é apresentado na figura 2.10. No caso particular da interpolação linear, o gráfico toma forma piramidal, assumindo o valor unitário no nó Λ e valores nulos nos demais nós (vértices) da malha global. A função Ψ_{Λ} é chamada de função de forma do nó Λ na malha global. Para cada nó pode-se, então, construir uma função Ψ_{Λ} que vai depender da posição do nó na malha e das posições dos triângulos aos quais o nó Λ pertence. Assim, tem-se NTN funções Ψ_{Λ} onde NTN é o número total de nós na malha global. É fácil mostrar que as NTN funções construídas pelo processo descrito anteriormente são linearmente independentes. Isto se prova pelo fato de que cada uma dessas NTN funções assume separadamente o valor unitário em um nó e valores nulos nos demais nós. Além disso, a função Ψ_{Λ} é identicamente nula fora de uma região Ω_{Λ} do plano construído da reunião de todos os triângulos (elementos) da malha que contém esse nó Λ como vértice. A região é chamada de suporte da função Ψ_{Λ} ;

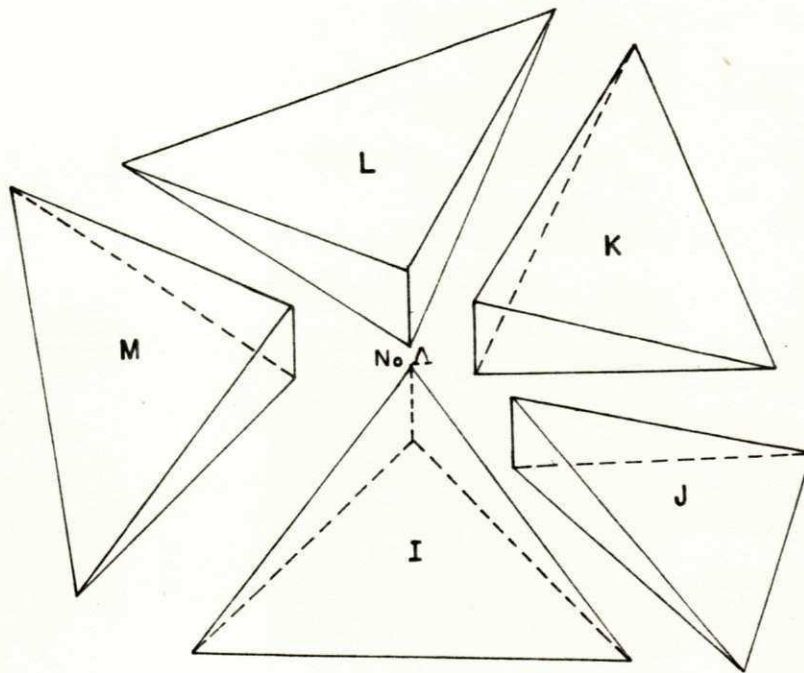


Fig. 2.9 - Elementos triangulares desconectados.

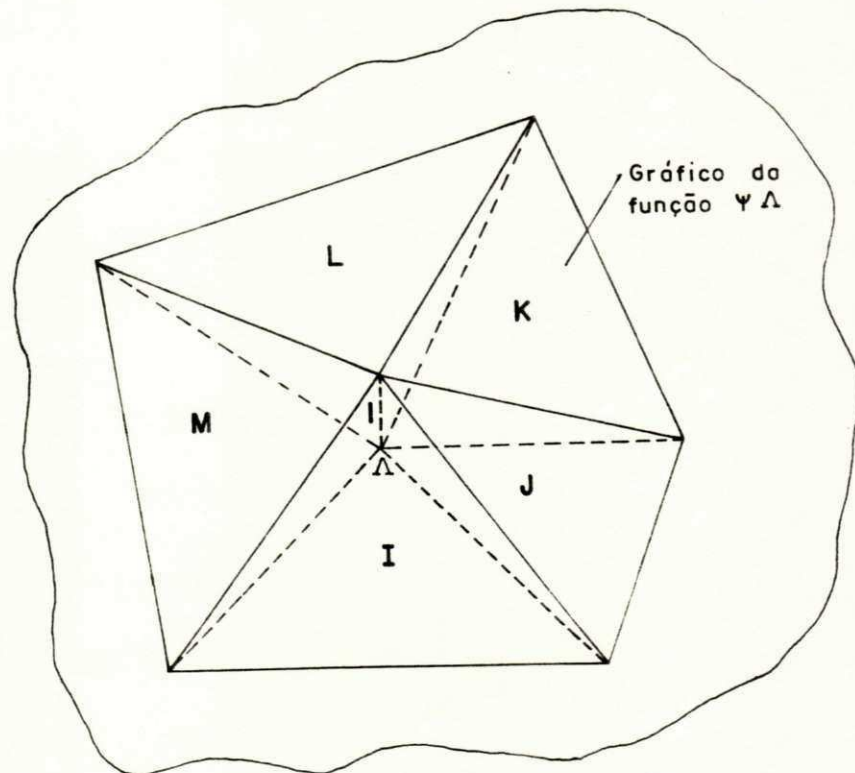


Fig. 2.10 - Elementos triangulares conectados.

é, no caso apresentado, a base da pirâmide cujo vértice é o ponto de cota + 1 sobre a vertical do ponto Λ . Portanto, essas NTN funções vão gerar sub-espço vetorial do espaço E_h que é o SEFh. Uma função qualquer h_{ap} , deste SEFh, é dada como combinação linear das Ψ_Λ funções pela fórmula:

$$h_{ap} = \sum_{\Lambda=1}^{NTN} h(\Lambda)_{ap} \cdot \Psi_\Lambda$$

onde $h(\Lambda)_{ap}$ é o valor da função h_{ap} no nó Λ .

Estando a malha desenhada, e as funções de interpolação escolhidas sobre cada elemento, as funções Ψ_Λ são perfeitamente determinadas e conhecidas. Basta, agora, determinar os NTN valores Ψ_Λ que tornarão o funcional $I(h)$ mínimo sobre o sub-espço vetorial SEFh. Na realidade, é óbvio que agora não se precisa varrer o subespço vetorial SEFh, pois se conhece de antemão alguns dos valores dos h_i do problema. São exatamente aqueles correspondentes aos nós situados na fronteira $\partial\Omega_h$. Impondo-se os valores conhecidos, surgem duas conseqüências importantes. A primeira é que se procurará a solução somente dentro de subespço afim do subespço vetorial SEFh. A segunda conseqüência mais importante é que se pode minimizar um funcional ainda mais simples $I^{**}(h)$ obtido, a partir do funcional $I(h)$ por supressão do termo de fronteira sobre a parte da fronteira $\partial\Omega_h$. Assim, o funcional $I^{**}(h)$ escreve-se:

$$I^{**}(h) = \iint_{\Omega} 1/2 (\partial h_{ap} / \partial x, \partial h_{ap} / \partial y) \cdot \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{xy} & K_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \partial h_{ap} / \partial x \\ \partial h_{ap} / \partial y \end{bmatrix} \cdot dx \cdot dy - \iint_{\partial\Omega} \Psi \cdot h_{ap} \cdot ds$$

Desde que a condição $(h-H) = 0$, torna nulo o outro termo que aparece na expressão de $I(h)$ da equação (2.16); para isso a expressão de h_{ap} (calculada agora com alguns dos h_i conhecidos) é introduzida no funcional reduzido $I^{**}(h)$.

Tem-se, obviamente:

$$\begin{pmatrix} \partial h_{ap} / \partial x \\ \partial h_{ap} / \partial y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial \psi_1 / \partial x \dots \dots \dots \partial \psi_i / \partial x \dots \dots \partial \psi_{NTN} / \partial x \\ \partial \psi_1 / \partial y \dots \dots \dots \partial \psi_i / \partial y \dots \dots \dots \partial \psi_{NTN} / \partial y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_i \\ \vdots \\ h_{NTN} \end{pmatrix}$$

fazendo,

$$B = \begin{pmatrix} \partial \psi_1 / \partial x \dots \dots \dots \partial \psi_i / \partial x \dots \dots \dots \partial \psi_{NTN} / \partial x \\ \partial \psi_1 / \partial y \dots \dots \dots \partial \psi_i / \partial y \dots \dots \dots \partial \psi_{NTN} / \partial y \end{pmatrix}$$

tem-se,

$$\begin{pmatrix} \partial h / \partial x \\ \partial h / \partial y \end{pmatrix} = [B] \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_i \\ \vdots \\ h_{NTN} \end{pmatrix} \quad e,$$

$$I^{**}(h) = 1/2 \left[h_{(1)ap} \dots \dots h_{(NTN)ap} \right] \cdot \left[\iint_{\Omega} B^T \cdot K \cdot B \cdot dx \cdot dy \right] \cdot \begin{pmatrix} h_{(1)ap} \\ \vdots \\ h_{(NTN)ap} \end{pmatrix}$$

$$- \left[h_{(1)ap} \dots \dots h_{(NTN)ap} \right] \cdot \begin{pmatrix} \int_{\partial \Omega q} \psi \cdot \psi_1 \cdot ds \\ \int_{\partial \Omega q} \psi_i \cdot \psi_{NTN} \cdot ds \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

onde,

$$K = \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{xy} & K_{yy} \end{pmatrix}$$

A matriz $P = \iint_{\Omega} B^T \cdot K \cdot B \cdot dx dy$ é chamada de permeabilidade global. O vetor Q , cuja i -ésima coordenada é $Q = \int \Psi_i \cdot ds$, é chamado de vetor Q segundo membro global. A condição de mínimo do funcional $I^{**}(h)$ escreve-se, então, sob a seguinte forma:

$$P \cdot H_{ap} = Q$$

que é a equação matricial que permitirá o cálculo dos $h(i)_{ap}$ para os pontos nodais fora da fronteira $\partial\Omega_h$, desde que neste sistema, os valores dos $h(i)_{ap}$ correspondentes aos pontos sobre a fronteira $\partial\Omega_h$, sejam mantidos iguais aos valores impostos pelo problema. Nesta equação matricial ($P \cdot H_{ap} = Q$), H_{ap} é o vetor cujas coordenadas são: $h(1)_{ap}$, $h(2)_{ap}$, $h(3)_{ap}$, ..., $h(NTN)_{ap}$. A demonstração da condição necessária de mínimo, que se escreve $P \cdot H_{ap} = Q$, está mostrada no anexo 2.

2.2.8.3 - Cálculo da matriz de permeabilidade global

A determinação de um elemento genérico P_{ij} (elemento no cruzamento da linha i com a coluna j) da matriz de permeabilidade global é obtido, efetuando-se o produto matricial $B^T \cdot K \cdot B$. O resultado escreve-se:

$$P_{ij} = \iint_{\Omega} K_{xx} \cdot \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Psi_j}{\partial x} + K_{xy} \cdot \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Psi_j}{\partial y} + K_{xy} \cdot \frac{\partial \Psi_j}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} + K_{yy} \cdot \frac{\partial \Psi_j}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \cdot dx \cdot dy \quad (2.26)$$

com i e j podendo variar de 1 a n linhas e de 1 a m nas colunas, respectivamente.

É obvio que os suportes das funções $\frac{\partial \Psi_i}{\partial x}$ e $\frac{\partial \Psi_j}{\partial y}$ são os mesmos das funções Ψ_i e Ψ_j .

Dois nós i e j são ditos conectados quando pertencem ao mesmo elemento. Caso contrário, são ditos desconectados. É fácil perceber que dois nós i e j serão desconectados quando os dois suportes Ω_i e Ω_j das respectivas funções de forma Ψ_i e Ψ_j forem disjuntos ($\Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset$, vazio). Serão conectados, exatamente quando os suportes não forem disjuntos ($\Omega_i \cap \Omega_j \neq \emptyset$, não vazios).

Pode-se, então, calcular P_{ij} fazendo-se com que o processo de integração que aparece na fórmula (2.26) de P_{ij} , somente seja realizado sobre a parte da região de Λ igual a $\Omega_i \cap \Omega_j$:

$$P_{ij} = \iint_{\Omega_i \cap \Omega_j} B^T \cdot K \cdot B \cdot dx \cdot dy \quad (2.27)$$

já que fora de $\Omega_i \cap \Omega_j$ as quatro funções a integrar,

$$\frac{\partial \Psi_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Psi_j}{\partial y}, \quad \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Psi_j}{\partial x}, \quad \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Psi_j}{\partial x},$$

$$\frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Psi_j}{\partial y}$$

são identicamente nulas.

Dessa maneira é evidente que os elementos P_{ij} não serão nulos se, e somente se, os nós i e j forem conectados (pertencentes a pelo menos um mesmo elemento). Caso contrário, o valor de P_{ij} é nulo e os pontos i e j são desconectados. É isto que implica no fato de que numa matriz de permeabilidade global, a maioria dos elementos são nulos.

Analisando-se a região $\Omega_i \cap \Omega_j$ quando i e j forem conectados

tados, é fácil perceber que $\Omega_i \cap \Omega_j$ é exatamente igual à reunião dos elementos que possuem os nós i e j simultaneamente como vértices.

Pode-se, então, sempre escrever:

$$\Omega_i \cap \Omega_j = T_{ij}^1 \cup T_{ij}^2 \cup \dots \text{ etc} \quad (2.28)$$

onde essa união se faz sobre todos os triângulos (elementos) que possuem i e j simultaneamente como vértices.

É evidente que P_{ij} pode ser também escrito como:

$$P_{ij} = \sum_I \iint_{T_{ij}^I} \left[K_{xx} \cdot \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi_j}{\partial x} + K_{xy} \cdot \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi_j}{\partial y} + K_{xy} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi_i}{\partial y} + K_{yy} \cdot \frac{\partial \psi_j}{\partial y} \cdot \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \right] \cdot dx \cdot dy \quad (2.29)$$

com I variando sobre todos os elementos da reunião (2.28).

Cada triângulo T_{ij}^I , possuindo em comum os nós i e j trará contribuição para o valor final de P_{ij} .

Essa contribuição do triângulo I é dada por:

$$P_{ij}^I = \iint_{T_{ij}^I} \left[K_{xx} \cdot \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi_j}{\partial x} + K_{xy} \cdot \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi_j}{\partial y} + K_{xy} \cdot \frac{\partial \psi_j}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi_i}{\partial y} + K_{yy} \cdot \frac{\partial \psi_j}{\partial y} \cdot \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \right] \cdot dx \cdot dy \quad (2.30)$$

É importante observar que o gráfico da função ψ_i sobre o elemento de número I é exatamente idêntico ao gráfico de uma das funções de forma NI_1 , NI_2 ou NI_3 do triângulo I , introduzida anteriormente. Por consequência, os gráficos das suas

derivadas parciais de primeira ordem, também coincidem com os gráficos das derivadas parciais de uma das funções de forma. O resultado prático consiste no fato de que, na realidade, a contribuição do triângulo I no cálculo de P_{ij} é nada menos que um dos termos da matriz de permeabilidade elementar (P_I) do elemento I. Supondo-se, por exemplo, que o i -ésimo nó da malha global seja o segundo nó do triângulo I e que o j -ésimo nó da malha global seja o terceiro nó do triângulo I, P_{ij}^I escreve-se:

$$P_{ij}^I = P_{I(2,3)}$$

o que mostra, então, que a matriz P de permeabilidade global é obtida por "montagem" das matrizes de permeabilidade elementares, com a "lei de montagem" exposta neste parágrafo.

2.2.8.4 - Cálculo do vetor segundo membro global Φ

A i -ésima coordenada desse vetor Φ é dada por:

$$\Phi_i = \int_{\partial\Omega_q} \Psi \cdot \Psi_i \cdot ds \quad (2.31)$$

No caso onde que o nó i não está sobre a parte da fronteira $\partial\Omega_q$, a função Ψ_i é nula sobre $\partial\Omega_q$ e por consequência,

$$\Phi_i = 0 \quad (2.32)$$

No caso onde que o nó i está sobre a fronteira $\partial\Omega_q$ este nó i poderá pertencer a um ou dois triângulos, com pelo me

nos um lado situado sobre a fronteira $\partial\Omega_q$, e contendo o n \acute{o} i .

No caso onde o n \acute{o} i pertença a somente um desses triângulos, cujo número é I , e que i seja, por exemplo, o segundo n \acute{o} do triângulo I , tem-se:

$$F_i = SMI_{(2)} = \int_{\partial\Omega_q \cap \partial TI} \Psi \cdot NI_2 \quad (2.33)$$

No caso onde o n \acute{o} i pertença a dois triângulos, I e J e que, por exemplo, i seja o primeiro n \acute{o} do triângulo I e j o terceiro n \acute{o} do triângulo J , tem-se:

$$F_i = SMI_{(1)} + SMJ_{(2)} = \int_{\partial\Omega_q \cap \partial TI} (\Psi \cdot NI_1 + \Psi NI_2) \quad (2.34)$$

Isso mostra que o vetor segundo membro global é obtido também por "montagem" dos vetores segundo membro elementares, obedecendo à lei de "montagem" que acabou de ser descrita.

2.2.8.5 - Resultados secundários

A resolução do sistema de equações lineares, $P \cdot Hap = Q$, junto com as condições impostas para os valores dos h_{api} para os n \acute{o} s i sobre a fronteira $\partial\Omega_h$, permite não somente conhecer os valores da função h_{ap} nos n \acute{o} s da malha, mas também conhecer a variação da função sobre cada elemento da malha e, portanto, determinar seu valor em um ponto qualquer da região Ω . Como a função é conhecida, pode-se calcular suas derivadas parciais $\frac{\partial h_{ap}}{\partial x}$, $\frac{\partial h_{ap}}{\partial y}$, que permite o cálculo do vetor velocidade de filtração num ponto qualquer, usando-se a fórmula

la da lei generalizada de Darcy (equação (2.1)):

$$\vec{V} = - K(x,y,z) \cdot \text{Grad } h$$

O conhecimento do vetor \vec{V} , em qualquer ponto da região Ω , permite traçar as linhas de fluxo do escoamento, como também pode determinar vazões através de qualquer superfície (curva no caso bidimensional).

2.2.9 - O método dos elementos finitos para escoamentos em meios porosos não confinados

Para fins de ilustração do uso do método dos elementos finitos para o cálculo de escoamento em meios porosos não confinados, será apresentado o estudo do posicionamento da linha freática de barragem de terra em regime permanente (reservatório cheio, lamina d'água na cota de projeto) conforme é mostrado na figura 2.11.

A idéia fundamental do método consiste em não utilizar o funcional $I(h, \epsilon)$ da expressão (2.18). De fato, a minimização desse funcional, teoricamente, teria por efeito de posicionar a linha freática pela determinação da função $\epsilon(x)$ e determinar a distribuição das cargas hidráulicas h , dentro da região limitada pela função $\epsilon(x)$.

Em vez disso, procede-se da seguinte maneira: considera-se uma função ϵ_0 inicial (geralmente usa-se, como função ϵ_0 inicial, a função cujo gráfico coincide com a linha superior da geometria da barragem); A esse ϵ_0 corresponde um domínio

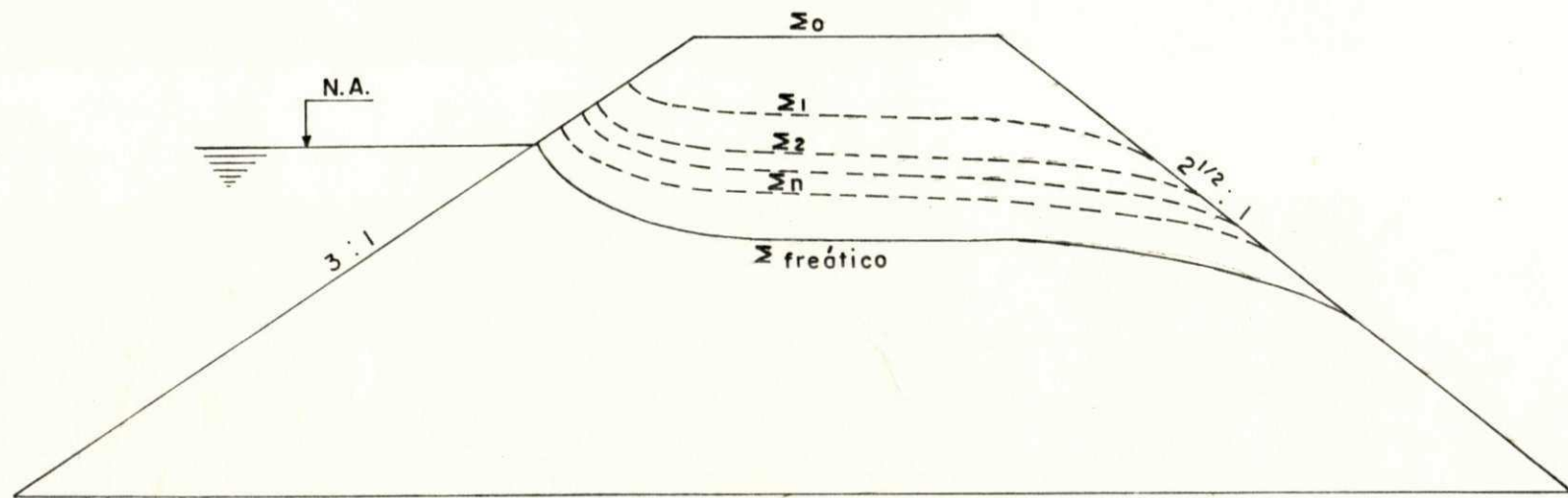


Fig. 2.11 - Perfil da barragem de terra (reservatório cheio, lamina d'água na cota de projeto), mostrando as varias posições intermediárias e posição final da superfície freática após as várias iterações.

Ω_0 ao qual pertence todo o maciço da barragem; estabelece-se uma malha de elementos finitos sobre o domínio Ω_0 ; calcula-se, agora, a solução do problema de escoamentos confinados por via do método apresentado no parágrafo 2.2.8, mantendo a vazão nula ao longo da linha que representa a função ϵ_0 . Com estas condições de contorno aplicadas sobre a parte da fronteira de Ω_0 , calcula-se a distribuição das cargas hidráulicas h , ao longo da linha ϵ_0 e verifica-se, se a carga hidráulica h , ao longo da linha ϵ_0 satisfaz a condição $h = z$ (com z sendo a cota do ponto) condição que corresponde à linha freática. (Ver parágrafo 2.2.5).

Se a condição $h = z$ for verificada, significa que a linha ϵ_0 é o posicionamento "ideal" da linha freática. Caso contrário, a linha ϵ_0 é reposicionada (geralmente rebaixada no caso de uma barragem de terra) para nova posição correspondente à função ϵ_1 , que determina nova região Ω_1 também dividida em elementos finitos, permitindo o cálculo de distribuição de carga dentro de Ω_1 . Verifica-se novamente se a condição $h = z$ é satisfeita ao longo da linha ϵ_1 . Esta linha é sucessivamente deslocada (rebaixada) até que a condição $h = z$ seja satisfeita; o posicionamento da linha freática é calculado por processo iterativo e não por processo direto, como deveria ser se fosse utilizado o método de minimização do funcional $I(h, \epsilon)$ da expressão (2.18).

2.3 - Teoria dos Métodos de Análises de Estabilidade de Taludes.

2.3.1 - Generalidades

Os métodos de análises de estabilidade de taludes podem ser separados em dois grandes grupos: Métodos de Análises em Tensões-Deformações e Métodos de Análises no Equilíbrio Limite.

2.3.2 - Métodos de análises de taludes em tensões-deformações

Os métodos analisam o estado das tensões e deformações no interior do maciço, provenientes das solicitações externas com o uso dos Métodos dos Elementos Finitos, via computadores. São determinadas as distribuições das tensões e deformações abaixo, acima e ao longo da suposta superfície potencial de deslizamento. Em geral, a intensidade e a direção das tensões variam de ponto para ponto no interior do maciço e o estudo dessas variações, permite a análise relativamente exata do comportamento do talude e a detecção de zonas de tensão de cisalhamento excessivas, as quais podem ser relacionadas com a possibilidade de ocorrência de ruturas progressivas.

Os Métodos Convencionais de Equilíbrio Limite, não fornecem, informações sobre a ocorrência de zonas de ruturas localizadas, nem sobre a distribuição das tensões dentro da massa potencial deslizante. Nas análises de taludes pelo Método das Tensões e Deformações, a maior dificuldade reside no conhecimento das leis de comportamento real do solo e de suas implementações dentro da análise.

2.3.3 - Método de análises de taludes no equilíbrio limite.

Estes métodos consideram uma massa de solo que desliza ao longo de uma superfície de ruptura, ruptura ocorrendo simultaneamente em todos os pontos da superfície. É suposto que a massa de solo deslizante tenha comportamento rígido-plástico e sejam utilizadas nas análises, as propriedades geotécnicas do solo.

São métodos estatisticamente indeterminados e, por isso, são necessárias hipóteses e simplificações para se levantar a indeterminação. As tensões sobre a suposta superfície de ruptura satisfazem o critério apresentado por Mohr-Coulomb.

Todos os Métodos de Equilíbrio Limite, baseiam-se nas hipóteses de que não há ruptura progressiva, mas, pelo contrário, ruptura que ocorre simultaneamente em todos os pontos da superfície potencial de deslizamento.

2.3.4 - Coeficiente de segurança

Fundamentalmente, a análise de estabilidade de taludes consiste em se determinar um coeficiente de segurança à ruptura por cisalhamento. São várias as maneiras de se definir o coeficiente de segurança. É necessário expor seus diferentes significados, visto que a definição adotada nos métodos de análises, pode ser totalmente diferente das adotadas noutras. Muitas vezes é comum supor o mesmo significado para o coefi

ciente de segurança e isto pode conduzir a interpretações in corretas de resultados para diferentes estudos.

Nas análises de estabilidade é comum considerar-se a de finição do coeficiente de segurança F , como quociente da resistência de cisalhamento do solo S , disponível, com a re sistência de cisalhamento S_m , necessária ao equilíbrio. A re sistência de cisalhamento disponível depende das propriedades características de cisalhamento dos solos, as quais são obti das em ensaios de laboratório ou em testes de campo.

Utilizando-se a equação do critério de rutura de Mohr-Coulomb, em termos de tensões normais efetivas σ' , tem-se o se guinte quociente para o coeficiente de segurança F :

$$F = \frac{S'}{S'_m} = \frac{C' + \sigma' \operatorname{tg} \phi'}{C'_m + \sigma \operatorname{tg} \phi'_m} \quad (2.35)$$

no qual C' (coesão) e ϕ' (ângulo de atrito), são os parâmetros de resistência ao cisalhamento disponível, e C'_m, ϕ'_m são parâmetros de resistência necessária ou mobilizada no equilí brio.

Alguns autores definem coeficiente de segurança F_c , como sendo o quociente da coesão disponível C' , com a coesão mobilizada C'_m , enquanto outros definem coeficiente F_ϕ como sendo o quociente do valor do parâmetro $\operatorname{tg} \phi$, disponí vel com o mesmo mobilizado.

$$F_c = C'/C'_m, \quad (2.36)$$

$$F_\phi = \operatorname{tg} \phi' / \operatorname{tg} \phi'_m \quad (2.37)$$

No caso onde se aplica o mesmo valor do coeficiente de segurança para os dois parâmetros (coesão e atrito) de solo, tem-se:

$$F_c = F_\phi$$

e, obviamente, ambos são iguais ao valor F da expressão (2.35).

Poderão ser dadas outras definições de coeficientes de segurança, envolvendo problemas de superfícies planas de ruturas. Nesse caso o coeficiente de segurança F , pode também ser definido como a razão entre a força resistente total e a de cisalhamento total. Nos casos de superfícies de deslizamentos circulares, F pode ser definido como a razão entre o momento resistente total e o de deslizamento motor total.

Em geral, os métodos de análises de estabilidade consideram o coeficiente de segurança constante em todos os pontos da superfície potencial de rutura, embora a distribuição das tensões ao longo desta superfície não seja sempre uniforme. É evidente que se pode definir um coeficiente de segurança para cada ponto da superfície potencial de rutura, como sendo a razão entre a resistência ao cisalhamento e a tensão de cisalhamento desde que as tensões normais e de cisalhamento em cada ponto da superfície sejam conhecidas.

É certamente a hipótese de considerar o valor do coeficiente de segurança F , como uniforme ao longo da superfície potencial de deslizamento, a maior limitação de todos os métodos de estabilidade em equilíbrio limite.

2.3.5 - Diferentes métodos de estudo das análises de estabilidade de taludes em equilíbrio limite

A análise de estabilidade de taludes pode ser feita por diferentes métodos numéricos. Suas diferenças estão na forma da superfície potencial de deslizamento escolhida e/ou nas hipóteses simplificadoras estabelecidas para se levantar a indeterminação estática do problema. A partir daí, estuda-se o equilíbrio estático da massa de solo acima da suposta superfície potencial de deslizamento.

Os métodos mais comuns de análises de estabilidade em equilíbrio limite, são:

- 1 - Método de Culmann
- 2 - Método do Círculo de Atrito
- 3 - Método da Espiral Logarítmica
- 4 - Método das Fatias (Fellenius, Bichop, Spencer, Simplificado de Janbu, Rigoroso de Janbu, Morgenstern-Price).

2.3.5.1 - Método de Culmann

Este método supõe por hipótese, que a superfície potencial de deslizamento é plana e passa pelo "pê" de um talude homogêneo de características geotécnicas C , ϕ e γ (fig.2.12).

O coeficiente de segurança calculado pelo método é o coeficiente F_c , relativo à coesão. (Caputo, 1981). O valor

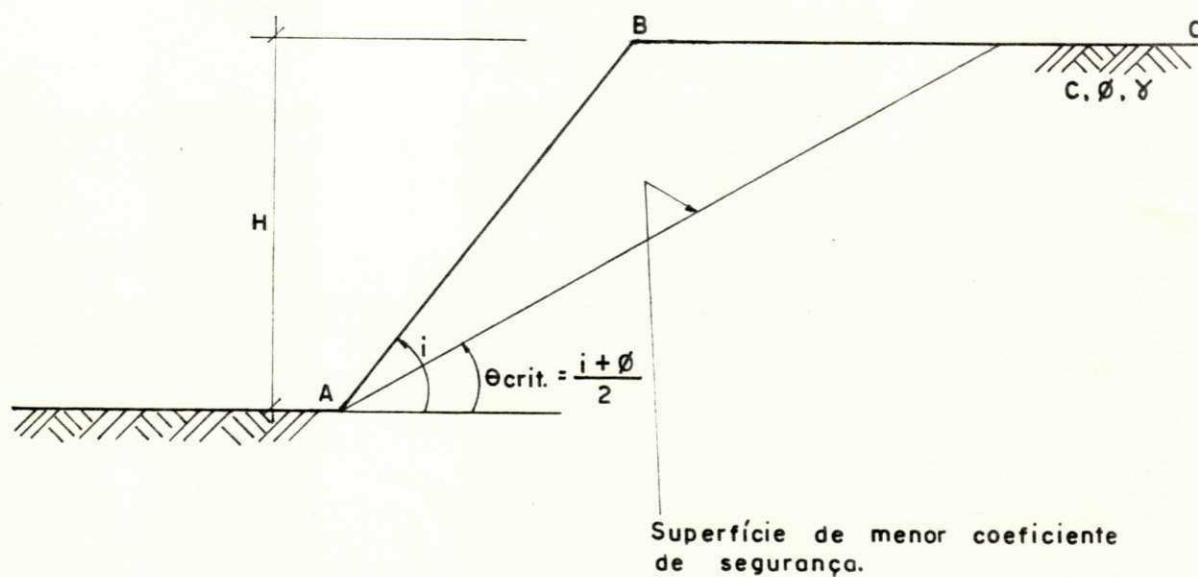


Fig. 2.12 - Característica do perfil do talude, Método de Culmann.

numérico do coeficiente é dado por:

$$F_c = N/K \quad (2.39)$$

onde,

$$N = C/\gamma H, \text{ chamado de Número de Estabilidade.} \quad (2.40)$$

$$K = 1 - \cos(i - \phi) / 4 \operatorname{sen}_i \cos \phi$$

2.3.5.2 - Método do círculo de atrito

Inicialmente proposto por Key (1981) posteriormente desenvolvido por Taylor (1981) este método é aplicável a taludes homogêneos que supõe, por hipótese, a ruptura ocorrendo segundo superfície potencial de deslizamento circular de diretriz circular. É adequado tanto para análises em tensões totais como efetivas.

Na fig. 2.13.a, a suposta massa deslizante está sob a ação das seguintes forças: seu próprio peso w e a reação da massa fixa sobre a massa deslizante. Esta reação foi decomposta em duas parcelas. Uma proveniente das forças de coesão e a outra proveniente das forças de atrito.

O tensor dos esforços de coesão é equivalente a uma força única R_c , perpendicular à bissetriz do ângulo $O A'B'$ e aplicada no ponto H , tal que,

$$OH = R_c \cdot \frac{\text{Comprimento de arco } A'B'}{\text{Comprimento do segmento } A'B'} \quad (2.41)$$

e de intensidade,

$$R_c = C.(\text{comprimento do segmento A'B'}) \quad (2.42)$$

A parcela de reação $R\phi$, devido ao atrito aplicada sobre um elemento de superfície ds num ponto qualquer da superfície potencial de deslizamento \bar{e} , por definição, tangente ao círculo de centro "O" e raio, $r = R.\text{sen}\phi$, círculo este chamado de círculo de atrito.

A hipótese que elimina a indeterminação da análise consiste em admitir que a resultante $R\phi$, de todas as parcelas elementares $dR\phi$, é uma força tangente ao círculo de atrito. É evidente que essa hipótese não é plenamente justificável.

O método de cálculo do coeficiente de segurança consiste no seguinte: usa-se os coeficientes de segurança F_c e F_ϕ ; Escolhe-se arbitrariamente um valor inicial $F_{\phi 1}$ para F_ϕ ; Escreve-se a condição de equilíbrio entre as forças W , R_c e $R\phi$; calcula-se $F_{c 1}$; Repete-se esta sequência para vários valores arbitrários $F_{\phi 2}$, $F_{\phi 3}$, ... etc, obtendo-se uma curva no plano (F_ϕ , F_c). O ponto de interseção da primeira bissetriz do plano com a curva, fornece o valor do coeficiente de segurança $F = F_\phi = F_c$ (Fig. 2.13.b).

2.3.5.3 - Método da espiral logarítmica

É um método proposto por Rendulic, aplicável a taludes

homogêneos, que adota como superfície potencial de deslizamento uma curva em forma de espiral logarítmica de equação polar (Fig. 2.14.a):

$$r = r_0 \cdot e^{\theta \operatorname{tg} \phi} \quad (2.43)$$

Como neste caso, as forças de atrito R_ϕ não trazem nenhum momento em relação ao polo, o equilíbrio dos momentos em relação ao ponto "O", é determinado utilizando-se apenas o peso w , da massa de solo acima da curva, e as forças de coesão dR_c .

O momento resistente dM_c provocado pela componente tangencial do elemento de coesão $c \cdot ds \operatorname{sen} \phi$, em relação ao polo da espiral é dado por:

$$dM_c = r \cdot (c \cdot ds \cdot \cos \phi) = C \cdot r_0^2 \cdot e^{2\theta \operatorname{tg} \phi} \cdot d\theta \quad (2.44)$$

Integrando a equação anterior (2.44) entre θ_1 e θ_2 , Fig. 2.14.b, o momento resultante dos esforços elementares de coesão, escreve-se:

$$M_c = \frac{C}{2 \operatorname{tg} \phi} (r_2^2 - r_1^2) \quad (2.45)$$

O momento motor provocado pelo peso próprio da massa deslizante é igual ao produto do peso w pela distância x , medido horizontalmente entre o baricentro da massa deslizante e o polo "O".

O coeficiente de segurança F , é então calculado como:

$$F = \frac{\text{momento resistente}}{\text{momento motor}} = \frac{M_c}{w \cdot x} = \frac{C/2 \operatorname{tg} \phi \cdot (r_2^2 - r_1^2)}{w \cdot x} \quad (2.46)$$

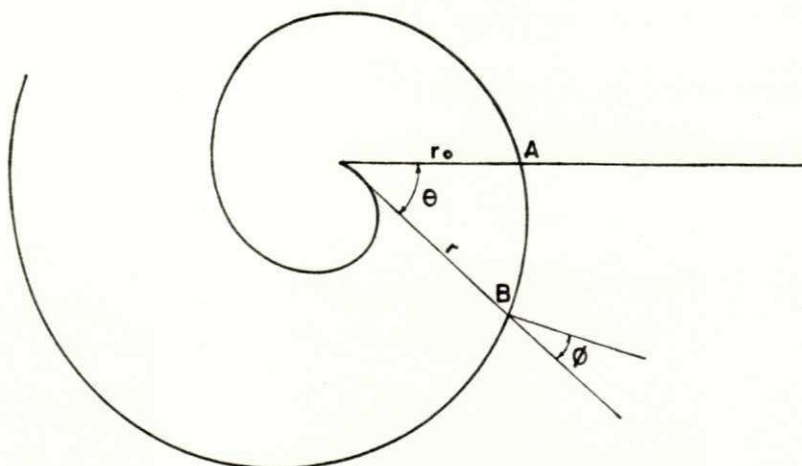


Fig. 2.14.a. - Desenvolvimento da Curva Espiral Logarítmica.

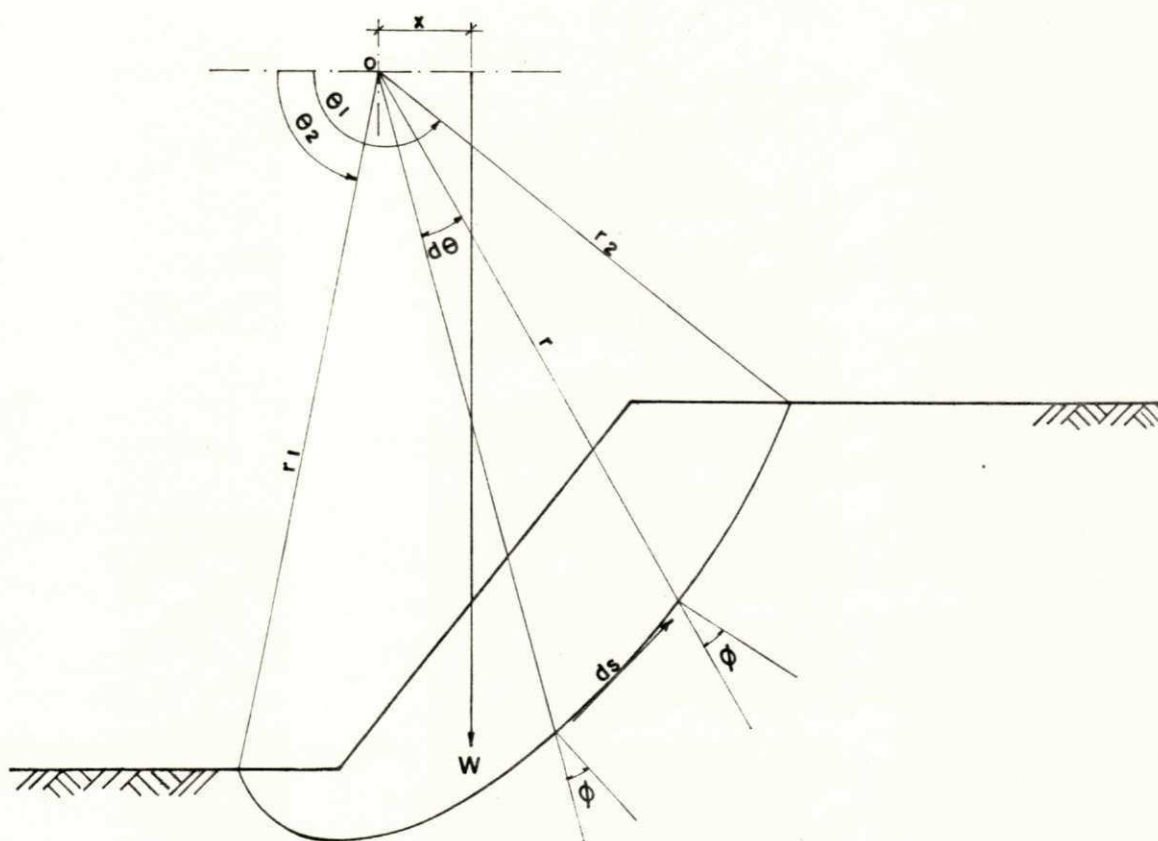


Fig. 2.14.b. - Perfil com a indicação dos parâmetros para a determinação do coeficiente de segurança, Método da Espiral Logarítmica.

2.3.5.4 - Método das fatias

A maioria dos problemas de análise de estabilidade envolvem taludes de topografia irregular, formados por camadas de diferentes materiais, impossibilitando o uso dos métodos anteriormente descritos aplicáveis somente a taludes que apresentem estratificações homogêneas.

Com o advento do método das fatias proposto por Petterson (1916), desenvolvido por Fellenius (1936) e posteriormente modificado por Alan W. Bishop (1954) foi possível obter-se resultados com aproximações aceitáveis, ao se estudar a estabilidade de taludes heterogêneos constituídos por camadas de solos com coesão C' , e ângulo de atrito ϕ' .

Em todas as análises baseadas no método das fatias, a massa potencial de deslizamento é dividida em blocos verticais ou fatias. O método das fatias supõe por hipótese, que a rutura ocorra ao longo de uma superfície potencial de deslizamento contínua cujas forma e cuja posição são escolhidas arbitrariamente. Para cada linha potencial de rutura escolhida, será calculado o coeficiente de segurança F . Várias linhas potenciais de ruturas são assim tratadas até se achar uma de menor coeficiente de segurança F . O valor mínimo é chamado de coeficiente de segurança F , do talude, e a superfície correspondente é chamada de superfície crítica de deslizamento.

Caso o valor do coeficiente mínimo de segurança F , seja inferior à unidade, o talude é considerado como instável. Caso o coeficiente mínimo F , seja igual à unidade a estabilidade do talude é crítica e caso F seja superior à unidade o

talude é considerado como estável.

Os princípios básicos do Método das Fatias foram discutidos por vários pesquisadores na conferência sobre estabilidade de taludes em Estocolmo (1954). Basicamente as diferenças entre os vários Métodos de Fatias resultam das hipóteses impostas sobre a direção, intensidade e ponto de aplicação das forças que interagem entre as fatias e de algumas considerações sobre o procedimento de cálculo durante a análise.

As hipóteses básicas comuns a cada Método das Fatias são as seguintes:

1 - A tensão de cisalhamento mobilizada S_m que deve ser equilibrada na base da fatia em toda a extensão da superfície potencial de deslizamento, é dada pela expressão do critério de rutura de Mohr-Coulomb:

$$S_m = \ell / F \cdot s = \ell / F \left[C' + (\sigma_n - u) \operatorname{tg} \phi' \right] = \ell / F \left[C' + (N/\ell - u) \operatorname{tg} \phi' \right]$$

ou

$$S_m = [C' \ell + (N - u \ell) \operatorname{tg} \phi'] / F \quad (2.47)$$

onde:

$C' \ell$ - força devida à coesão do solo no comprimento ℓ , da base da fatia

N - força normal da base da fatia

u - pressão intersticial normal na base da fatia

- ϕ' - ângulo de atrito efetivo do solo
- σ_n - tensão normal total na base da fatia
- F - coeficiente de segurança ao deslizamento na base da fatia, considerado como sendo o mesmo para todas as fatias da análise.

2 - A massa de solo rompida se comporta durante o deslizamento, como um corpo rígido.

3 - As propriedades de resistência ao cisalhamento são isotrópicas.

4 - O princípio das tensões efetivas de Terzaghi $\sigma_n = \sigma' + u$ é válido, permitindo escrever na base das fatias $\sigma' = \sigma_n - u = N/\ell - u$, e de efetuar a análise em tensões efetivas, desde que seja conhecido o regime das pressões intersticiais no interior do maciço.

Nos últimos anos, vários métodos de fatias foram desenvolvidos dentro da teoria do equilíbrio limite. Entretanto, os métodos mais difundidos, e utilizados pelo programa "SLOPE II" são os seguintes:

- 1 - Método de Fellenius (também conhecido como Método Convencional, Método Normal, Método Ordinário e Método Sueco) (1936)
- 2 - Método de Bishop (1955)
- 3 - Método de Spencer (1967)
- 4 - Método Simplificado de Janbu (1954)

- 5 - Método Rigoroso de Janbu (1954)
- 6 - Método de Morgenstern-Price (1958).

Existem na literatura especializada sobre o assunto, vários outros métodos de fatias, como: os Métodos de Nonveiller, de Lowe e Karafiath e o Americano do "corps of Engineers" (1954). Na realidade, esses três métodos podem ser considerados como casos particulares do método geral de Morgenstern-Price (1974). Como cada um desses métodos leva a um sistema de forças estatisticamente indeterminado, todos usam diferentes artifícios para tornar o problema estatisticamente determinado, e basicamente se diferenciam um do outro pelas hipóteses simplificadoras feitas sobre as forças inter-fatias.

Nos parágrafos a seguir serão resumidamente apresentadas as hipóteses simplificadoras feitas para cada um dos métodos de estabilidade usados no programa "SLOPE II", como também será sucintamente apresentado o procedimento utilizado para a determinação da expressão do coeficiente de segurança F.

Método de Fellenius

Foi o primeiro método de fatias desenvolvido com a finalidade de analisar a estabilidade de taludes de terra (1936).

A hipótese simplificadora drástica usada pelo Método de Fellenius consiste simplesmente em não considerar as forças inter-fatias nas equações de equilíbrio estático de cada fa

tia, que é o mesmo que considerá-las nulas ($X_L = E_L = X_R = E_R = 0$) (Fig. 2.15.b). Devido a isso, os resultados obtidos e o erro pende para o lado da segurança. A imprecisão de F aumenta com a profundidade da superfície potencial de deslizamento para arcos com grandes ângulos centrais (Fig. 2.15.b) e também com o aumento da pressão intersticial. (Fig. 2.15.b)

Considere-se o círculo potencial de deslizamento mostrado na Fig. 2.15.a com a massa deslizante dividida em fatias verticais. Sobre cada fatia atuam: o peso próprio da fatia w , as forças inter-fatias (que serão nulas no caso dessa análise) X , tangenciais e E normais, a força de resistência ao cisalhamento S_m mobilizada, e a força normal N , com as duas últimas forças, atuando na base da fatia.

A força normal N , poderá ser determinada a partir das equações do somatório, nas direções vertical e horizontal das forças atuantes sobre a fatia (Fig. 2.15.b)

$$W - N \cos \alpha - S_m \operatorname{sen} \alpha = 0, \text{ na direção vertical} \quad (2.48)$$

$$N \operatorname{sen} \alpha - S_m \cos \alpha = 0, \text{ na direção horizontal} \quad (2.49)$$

com S_m , sendo a tensão de cisalhamento mobilizada para satisfazer as condições de equilíbrio dada pela expressão (2.47).

Das equações (2.48) e (2.49) determina-se a expressão da força normal N na base da fatia dada por:

$$N = W \cos \alpha \quad (2.50)$$

O coeficiente de segurança F , é definido pelo quocien

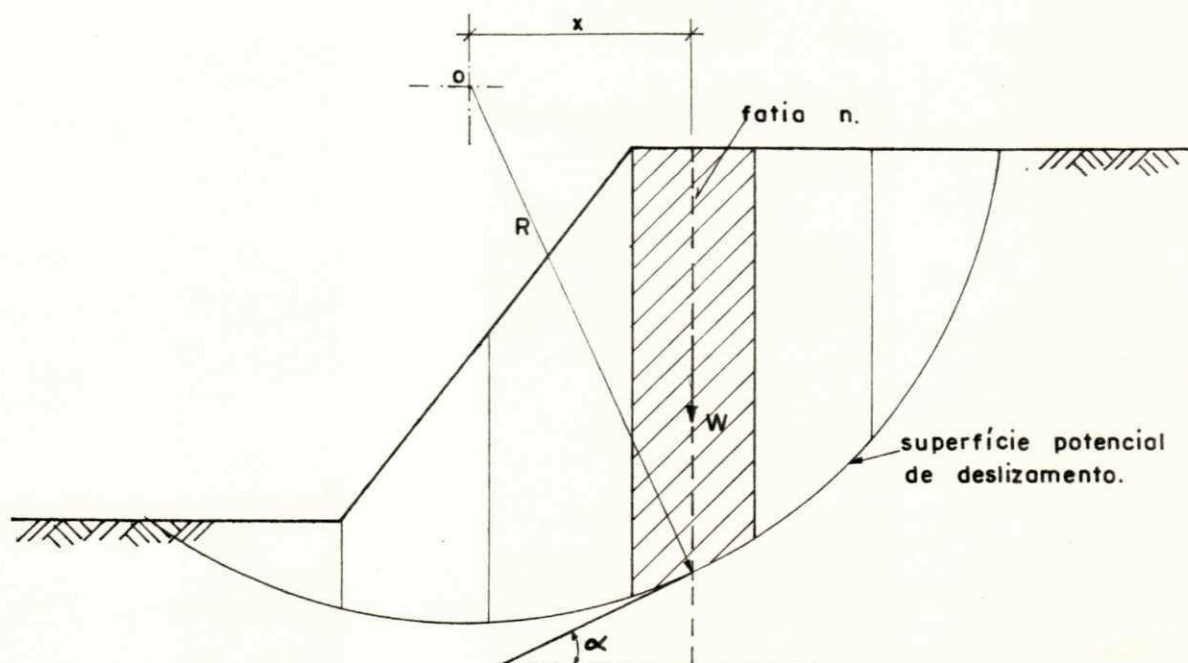
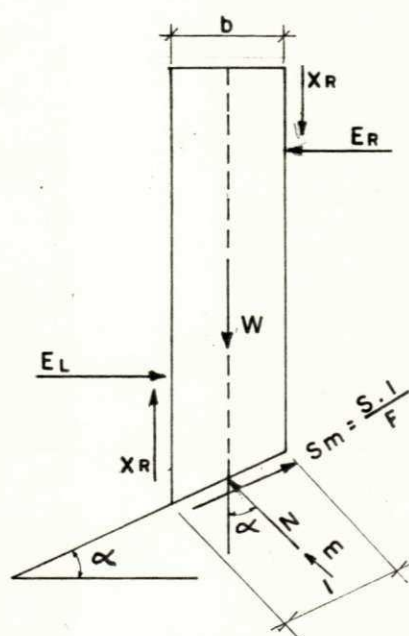


Fig. 2.15.a - Divisão da massa potencial de deslizamento dividida em fatias.



X_L, E_L - forças inter-faixas tangencial e normal à esquerda da fatia.

X_R, E_R - forças inter-faixas tangencial e normal à direita da fatia.

Fig. 2.15.b - Forças que atuam sobre uma fatia n, genérica.

te entre a resistência de cisalhamento disponível e a resistência de cisalhamento necessária para o equilíbrio da massa deslizando. É obtido, a partir da equação de equilíbrio dos momentos das forças que atuam sobre todas as fatias em relação ao centro de círculo potencial de deslizamento. a equação, escreve-se: (Fig. 2.15.a e b):

$$R \sum W \sin \alpha - R \sum S_m = 0 \quad (2.51)$$

Onde S_m é a tensão de cisalhamento mobilizada neste equilíbrio e dada pela expressão (2.47).

Substituindo-se a expressão (2.50), da força normal N , na expressão (2.47) da tensão de cisalhamento mobilizada S_m , introduzindo-se essa substituição na equação (2.51) a expressão do coeficiente de segurança F , do Método de Fellenius, escreve-se:

$$F = \frac{\sum C' \cdot l + (W \cos \alpha - u \cdot) \operatorname{tg} \phi'}{\sum W \sin \alpha} \quad (2.52)$$

Método de Bishop

Alan W. Bishop (1955) formulou a análise de estabilidade de taludes, incluindo as forças inter-fatias nas equações de equilíbrio da fatia, supondo que a resultante destas forças atuasse horizontalmente.

Como no Método de Fellenius (1936), o coeficiente de segurança F , também é definido pelo quociente entre a resistência de cisalhamento disponível e a resistência de cisalhamento neces

sária para o equilíbrio.

A Fig. 2.15.b mostra as forças atuantes sobre a fatia. A força normal N na base da fatia é obtida a partir do somatório das forças que atuam sobre a fatia na direção vertical. Esse somatório escreve-se, tornando para todas as fatias, $\Sigma(E_L - E_R) = 0$:

$$W - N \cos \alpha - S_m \sin \alpha = 0 \quad (2.53)$$

Substituindo-se S_m por sua expressão (2.47) dentro da equação (2.53) pode-se determinar a expressão da força normal N como sendo:

$$N = \left[W - C' \cdot l \sin \alpha / F + u \cdot l \cdot \operatorname{tg} \phi' \cdot \sin \alpha / F \right] / m\alpha \quad (2.54)$$

Onde $m\alpha$ é dado pela expressão:

$$m\alpha = \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \phi' / F \quad (2.55)$$

A expressão da força normal N , ao ser comparada com aquela obtida para o Método de Fellenius (expressão (2.50)) mostra a diferença entre os dois métodos.

A mesma equação (2.51) do somatório dos momentos usada na determinação da expressão do coeficiente de segurança F , do Método de Fellenius, é, também, usada no cálculo da expressão do coeficiente de segurança F , do Método de Bishop.

Substituindo-se primeiramente a expressão (2.54) de N, dentro da expressão (2.47) de Sm e a nova expressão obtida de Sm dentro da equação (2.51) determina-se a seguinte expressão para o coeficiente de segurança F:

$$F = \frac{\sum [C' \ell . R \operatorname{sen} \alpha + (W - u . \ell . \cos \alpha) R \operatorname{tg} \phi']}{\sum W . x} / m \alpha \quad (2.56)$$

Onde $m \alpha$ é dado pela expressão (2.55)

É obvio que, como a variável F da expressão (2.56) aparece também dentro da expressão (2.55) de $m \alpha$, portanto os dois membros da expressão (2.56), a determinação do valor de F é feita por processo iterativo. Para isso o programa "SLOPE II" estima um valor inicial F_0 , calculado pela expressão (2.52) de F, do Método de Fellenius (1936) dando, assim, início ao processo iterativo para a determinação do valor de F, da expressão (2.56).

Método de Spencer

O Método de E. Spencer (1967) de análise de estabilidade de taludes, supõe, por hipótese, que a resultante das forças que atuam sobre a lateral esquerda da fatia seja paralela à resultante das forças que atuam sobre a lateral direita desta mesma fatia. Isso significa que o quociente entre as componentes vertical e horizontal de cada uma dessas forças resultantes F_L , F_R seja contante para todas as fatias da análise e

igual à tangente do ângulo formado pelas resultantes com a horizontal (Fig. 2.16.b):

$$\operatorname{tg} \theta = XR/ER = XL/EL \quad (2.57)$$

O coeficiente de segurança F é calculado, a partir de dois valores de coeficientes de segurança F_m e F_f determinados por duas equações. A primeira que vai definir F_m , é a equação de equilíbrio do somatório dos momentos em relação ao centro do círculo potencial de deslizamento, das forças que atuam sobre todas as fatias. A outra que vai definir F_f , é a equação de equilíbrio do somatório das forças sobre todas as fatias da análise, segundo a direção da resultante das forças inter-fatias (direção θ com a horizontal). Para cada ângulo θ fixado serão calculados um valor de F_m e outro de F_f .

Haverá determinado valor θ_i , do ângulo θ , que fará com que a equação $F_m = F_f$ seja satisfeita. O valor comum dos coeficientes de segurança F_m e F_f correspondentes ao valor θ_i , é o coeficiente de segurança do Método de Spencer e satisfaz, ao mesmo tempo, as equações de equilíbrio das forças e momentos (Fig. 2.17).

A determinação da expressão do coeficiente de segurança F_m é obtida, considerando-se que o somatório dos momentos em relação ao centro do círculo potencial de deslizamento das forças que atuam sobre todas as fatias da análise é nulo (Fig. 2.16.a) observando-se que o somatório dos momentos das forças inter-fatias se cancela pelo princípio de

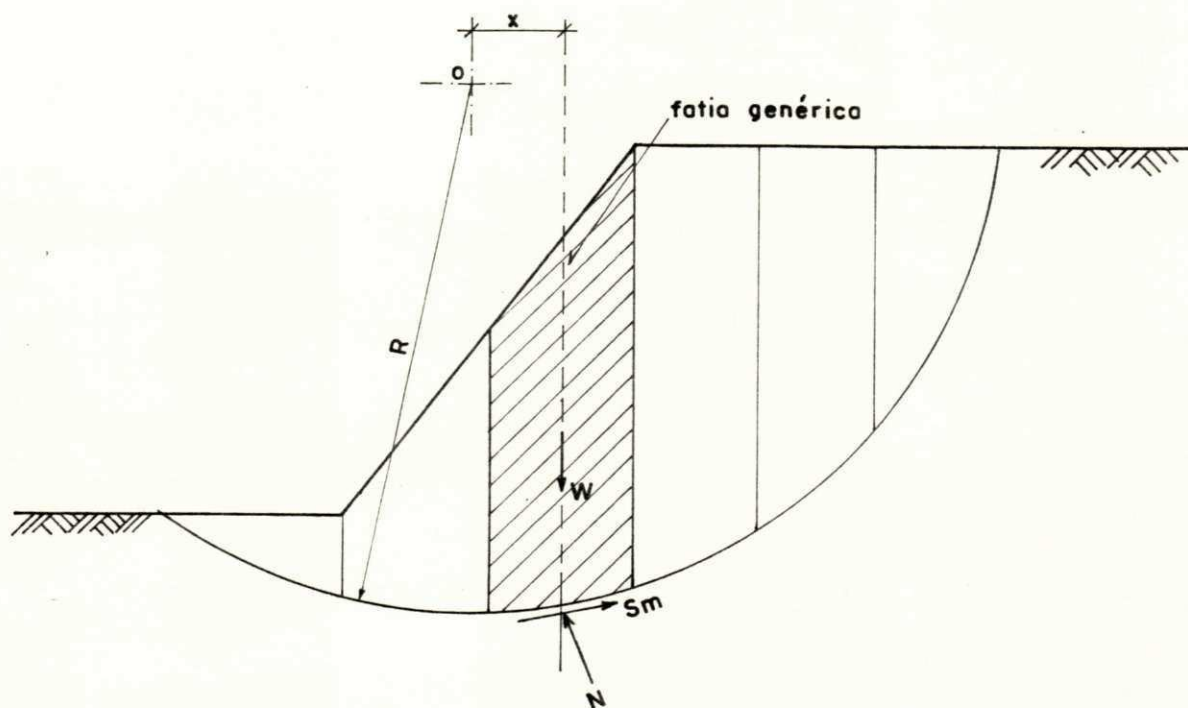


Fig. 2.16.a - Superfície potencial de deslizamento, Método de Spencer.

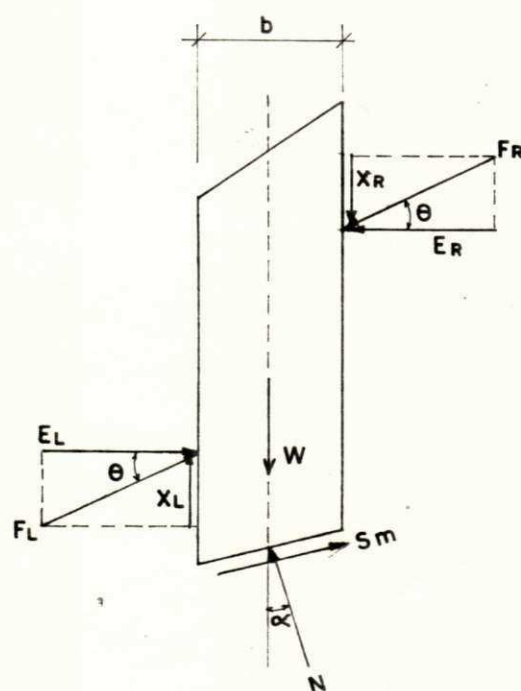


Fig. 2.16.b - Forças que atuam sobre uma fatia genérica, Método de Spencer.

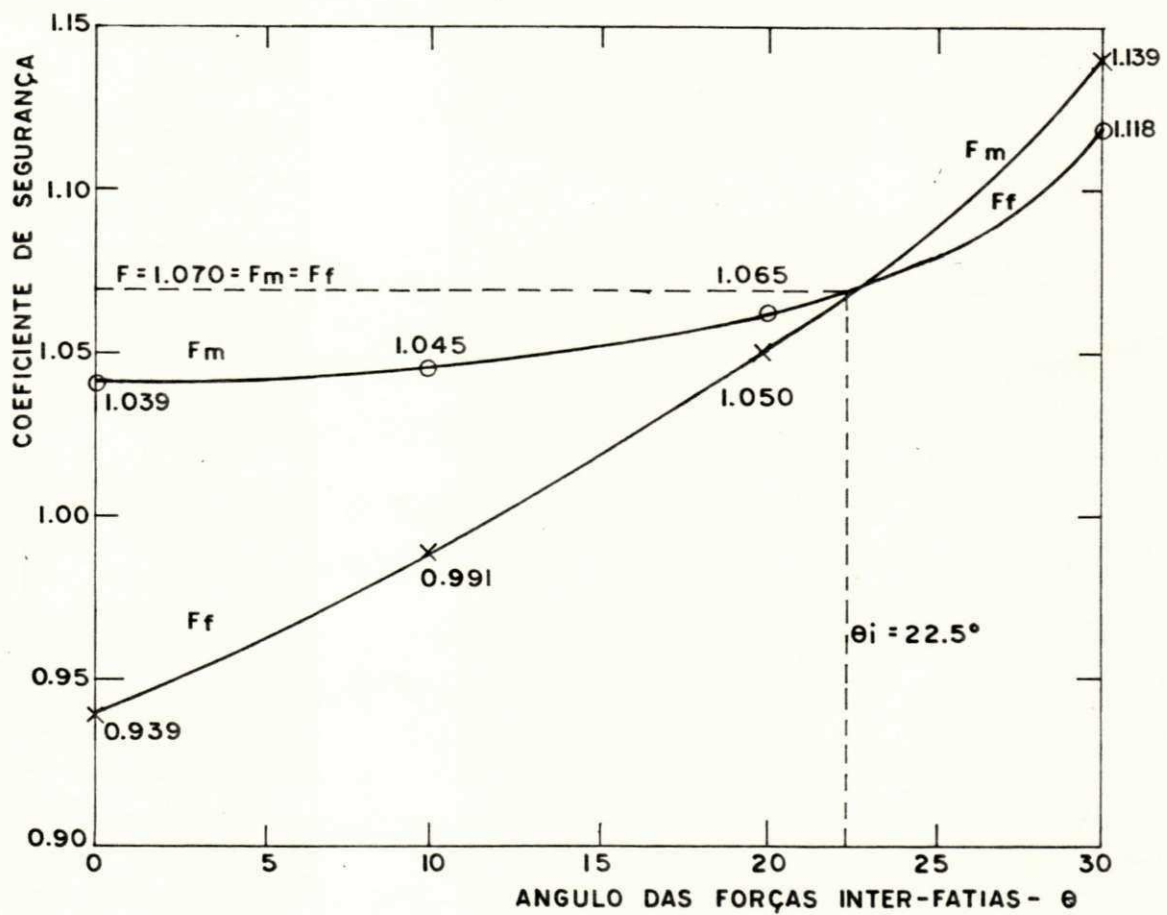


Fig. 2.17 - Gráfico elaborado pelo "SLOPE II" para a determinação do coeficiente de segurança F , Método de Spencer.

ação e reação.

$$\sum W.x - \sum S_m.R = 0 \quad (2.58)$$

A equação (2.58) é a massa do somatório dos momentos utilizada pelo Método de Fellenius e pelo Método de Bishop.

A força normal N, que atua na base de cada fatia é determinada, a partir do somatório das forças que atuam sobre a mesma, segundo a direção perpendicular à direção θ da resultante das forças inter-fatias; o somatório, escreve-se:

$$W \cos \theta - N \cos(\alpha - \theta) - S_m \sin(\alpha - \theta) = 0 \quad (2.59)$$

Substituindo-se a expressão (2.47) de S_m , dentro da equação (2.59) pode-se calcular N:

$$N = \left[W \cos \theta - C.l \sin(\alpha - \theta) / F_m + u.l.tg\phi'. \sin(\alpha - \theta) \right] / m_\alpha \quad (2.60)$$

onde,

$$m_\alpha = \cos(\alpha - \theta) + \sin(\alpha - \theta)tg\phi' / F_m \quad (2.61)$$

Para a determinação da expressão do coeficiente de segurança F_m , substitui-se ao mesmo tempo a expressão (2.60) da força normal N, e a expressão (2.47) da tensão de cisalhamento mobilizada S_m , na equação (2.58) obtendo-se:

$$F_m = \frac{\sum [C'.l.R.Cos(\alpha - \theta) + (W \cos \theta - u.l.cos(\alpha - \theta)R.tg\phi')] / m_\alpha}{\sum W.x} \quad (2.62)$$

Onde m_α é dado pela expressão (2.61).

A determinação da expressão do coeficiente de segurança F_f é obtida, a partir do somatório das forças sobre todas as fatias, segundo a direção θ da resultante das forças inter-fatias, observando-se que o somatório das forças inter-fatias é nulo. O somatório, escreve-se:

$$\Sigma W \text{sen} \theta + \Sigma N \text{sen}(\alpha - \theta) - \Sigma S_m \text{cos}(\alpha - \theta) = 0 \quad (2.63)$$

Substituindo-se a expressão (2.47) da tensão de cisalhamento mobilizada S_m , e a expressão (2.60) da força normal N , na equação anterior (2.63) obtêm-se:

$$F_f = \frac{\Sigma [C' \cdot l + (W \text{cos} \theta - u l) \text{tg} \phi'] / m \alpha}{\Sigma W \cdot \text{sen} \alpha / m \alpha} \quad (2.64)$$

onde $m \alpha$ é dado pela expressão (2.61).

Para cada valor θ escolhido, os valores F_m e F_f correspondentes são determinados por processos iterativos, usando-se o valor do coeficiente F , obtido na análise do Método de Fellenius como valor inicial nos processos das iterações. O uso de vários valores consecutivos de θ (quatro valores, no mínimo) permite determinar o valor θ_i para o qual $F_m = F_f = F$, é o coeficiente de segurança pelo Método de Spencer (Fig. 2.17).

Método Rigoroso de Janbu

O Método Rigoroso de Janbu (1954) analisa a estabilidade de taludes levando em consideração, dentro do cálculo do coeficiente de segurança F , os efeitos provocados pela

resultante das forças inter-fatias através de sua componente de cisalhamento X e componente normal E, por processo iterativo.

Para tornar o problema da análise de estabilidade estatisticamente determinado, o método supõe o conhecimento "a priori" do ponto de aplicação t, da resultante das forças inter-fatias e do ângulo α t, que definem a direção da resultante. (Fig. 2.18).

A determinação da equação do coeficiente de segurança F, é a partir da determinação da expressão da força normal N, e da equação do somatório, segundo a direção horizontal das forças sobre todas as fatias da análise.

A força normal N, na base da fatia é calculada pelo somatório das forças que atuam sobre esta fatia, segundo a direção vertical (Fig. 2.18):

$$W - (XL - XR) - N \cos \alpha - S_m \sin \alpha = 0 \quad (2.65)$$

Onde S_m é a tensão de cisalhamento mobilizada (expressão 2.47).

Substituindo-se a expressão (2.47) de S_m dentro da equação (2.65) obtém-se o seguinte valor para a força normal N na base da fatia:

$$N = |W + (XL - XR) - C' \cdot \ell \cdot \sin \alpha / F + u \cdot \ell \cdot \operatorname{tg} \phi' \cdot \sin \alpha / F| / m \alpha \quad (2.66)$$

Onde $m \alpha$ é dado pela expressão (2.65).

A equação do somatório das forças sobre todas as fatias, segundo a direção horizontal escreve-se, observando

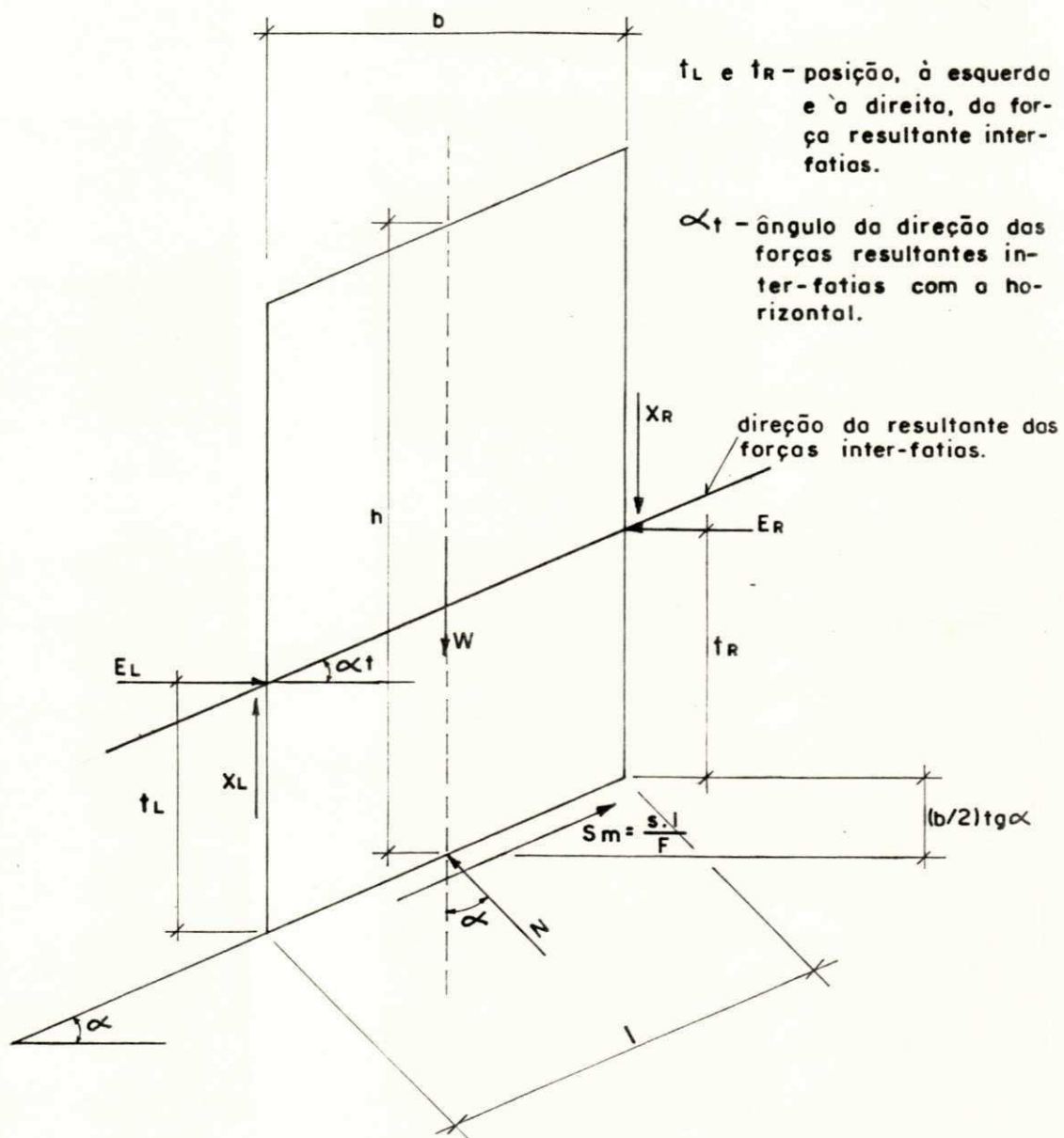


Fig.2.18 - Fatia genérica com a indicação das forças solici-tantes e posicionamento da direção das forças inter-fatias, Método Rigoroso de Janbu.

que o somatório das forças normais inter-fatias é nulo:

$$\sum N \sin \alpha - \sum S_m \cos \alpha = 0 \quad (2.67)$$

A expressão que calcula o coeficiente de segurança F , é obtida, substitutindo-se ao mesmo tempo a expressão (2.66), da força normal N e a expressão (2.47) de S_m , dentro da equação anterior (2.67). Esta expressão de F , escreve-se:

$$F = \frac{\sum [C' \cdot l + (W/\cos \alpha + (X_L - X_R)/\cos \alpha - u \cdot l) \operatorname{tg} \phi']}{\sum W + (X_L - X_R) \cdot \operatorname{tg} \alpha} \quad (2.68)$$

Onde $m\alpha$ é dado pela expressão (2.55).

Como a expressão de α contém F , a determinação do coeficiente de segurança requer, também, cálculo por iterações, tendo como valor inicial de F , o valor obtido na análise pelo Método de Fellenius (1936).

Para a solução da equação anterior (2.68) é necessário se determinar as forças de cisalhamento inter-fatias X_L , X_R . As forças X_L e X_R são determinadas, a partir da equação do somatório dos momentos das forças que atuam sobre cada fatia em relação ao centro da base. (Fig. 2.18). O somatório, escreve-se:

$$-E_L (t_L + b/2 \cdot \operatorname{tg} \alpha) + E_R (t_R - b/2 \cdot \operatorname{tg} \alpha) + X_L \cdot b/2 + X_R \cdot b/2 = 0 \quad (2.69)$$

Onde,

$$t_L = t_R + b \cdot \operatorname{tg} \alpha_t - b \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (\text{Fig. 2.18}) \quad (2.70)$$

A expressão que calcula a força de cisalhamento X_R é

obtida, substituindo-se a expressão (2.70) na equação (2.69) desprezando-se os termos seguintes: $(X_R - X_L) \cdot b/2$, $(E_R - E_L) \cdot b/2 \cdot \text{tg}\alpha$ e $(E_R - E_L) \cdot b \cdot \text{tg}\alpha t$, devido ao fato de que a largura da fatia b é sempre pequena.

$$X_R = E_R \cdot \text{tg}\alpha t - (E_R - E_L) / b \cdot t_R \quad (2.71)$$

Com a determinação do valor de X_R calculado pela expressão (2.71) automaticamente está, também, determinado o valor de X_L em razão de X_R da fatia anterior ser igual e de sentido oposto à X_R .

Observa-se, dentro da expressão (2.71) que para a determinação de X_R , necessita-se do conhecimento das forças normais inter-fatias E_R , E_L . Para a determinação destas forças inter-fatias, escreve-se primeiramente a equação de equilíbrio das forças que atuam sobre cada fatia na direção horizontal que leva à seguinte equação:

$$(E_L - E_R) + N \text{sen}\alpha - S_m \text{cos}\alpha = 0 \quad (2.72)$$

Substituindo-se a expressão (2.66) da força normal N , dentro da equação (2.72) e, resolvendo-se por $(E_L - E_R)$ obtêm-se:

$$(E_R - E_L) = W - (X_R - X_L) \text{tg}\alpha - S_m / \text{cos}\alpha \quad (2.73)$$

O processo iterativo para o cálculo de F é o seguinte:

Etapa 1: Cálculo de F_0 pelo Método de Fellenius.

Etapa 2: Cálculo de F_1 , por iterações, a partir do valor F_0 , usando-se a expressão (2.68) mantendo-se $(X_L - X_R)$ nulo. Cálculo de $(E_R - E_L)$ pela expressão (2.73) mantendo-se $(X_R - X_L)$ nulo. Cálculo de X_R para cada fatia através da equação (2.71).

Etapa 3: Cálculo de F_2 por iterações, a partir de F_1 usando-se a expressão (2.68) com os valores $(X_L - X_R)$ calculados na etapa 2. Cálculo de $(E_R - E_L)$ novamente pela expressão (2.73) usando-se os valores de $(X_R - X_L)$ calculados na etapa 2.

Etapas seguintes: Repetição da sequência de cálculo da Etapa 3 até satisfazer o critério de convergência.

Método Simplificado da Janbu

Esse método é uma simplificação do Método Rigoroso de Janbu (1954) exposto anteriormente. Esse método procede idêntico ao Método Rigoroso de Janbu até o início da Etapa 1, onde F_1 é calculado, mantendo-se $(X_R - X_L)$ nulo. A partir deste ponto, despreza-se aquelas etapas subseqüentes do Método Rigoroso, onde F é calculado, modificando-se o valor de $(X_R - X_L)$.

O efeito dessas etapas é substituído com a introdução de um fator de correção f_0 , que é calculado em função do parâmetro (D/C) e das características de resistência ao cisalhamento do solo (fig. 2.19.a e 2.19.b).

A expressão do coeficiente de segurança F , calculado por este método, escreve-se:

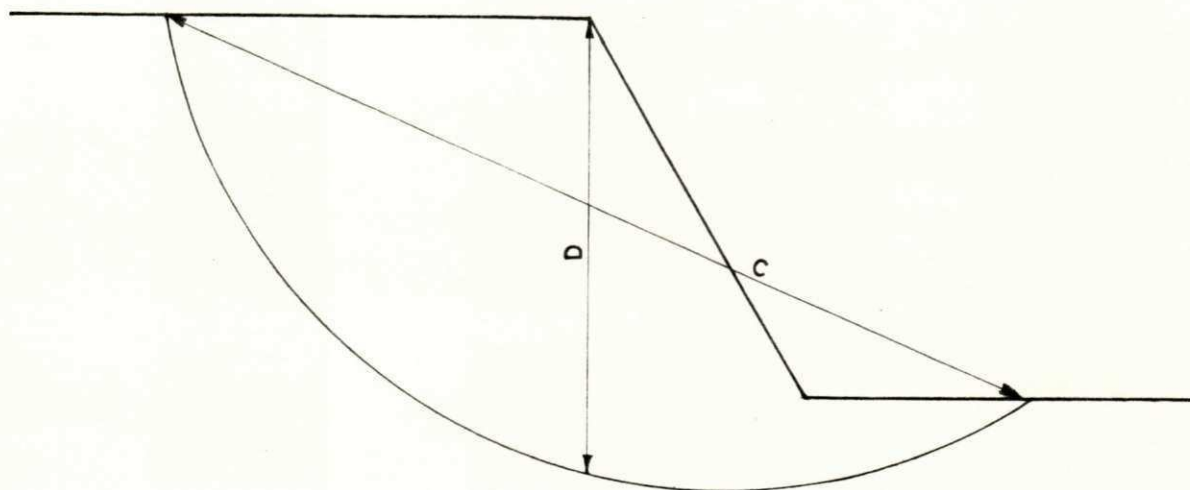


Fig. 2.19. a - Profundidade D , e comprimento da corda C utilizadas para o cálculo do parâmetro (D/C) , Método Simplificado de Jambu.

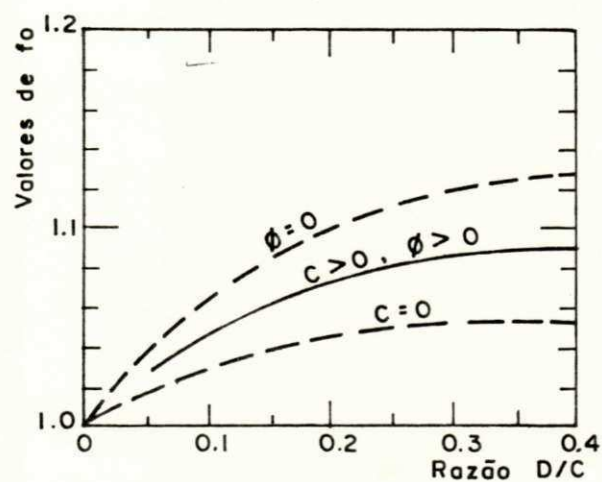


Fig. 2.19. b. - Fator de correção f_0 , função de (D/C) e das características de cisalhamento do solo, usado no cálculo do valor de F , Método Simplificado de Jambu (1956).

$$F = f_0 \cdot \frac{\Sigma [C' \cdot l + (W/\cos\alpha - u \cdot l) \operatorname{tg}\phi']}{\Sigma W \cdot \operatorname{tg}\alpha} / m\alpha \quad (2.74)$$

Onde $m\alpha$ é dado pela expressão (2.55).

Método de Morgenstern-Price

O método de análise de estabilidade de Morgenstern-Price (1958) pode ser visto com relação à hipótese estabelecida para as forças inter-fatias, como sendo a generalização do Método de Spencer (1967) e do Método Rigoroso de Janbu (1954).

Nesse método, o ângulo da resultante das forças inter-fatias com a horizontal, pode variar de uma fatia para outra em função da posição da fatia dentro do talude.

Tem-se, então, que:

$$X_L/E_L = \lambda \cdot f(x) = \operatorname{tg}(x_L) \quad (2.75)$$

e,

$$X_R/E_R = \lambda \cdot f(x_R) = \operatorname{tg}(x_R) \quad (2.76)$$

Onde (X_L, E_L) e (X_R, E_R) são as componentes tangenciais e normais da resultante das forças inter-fatias F , respectivamente à esquerda e à direita da fatia: X_L e X_R são respectivamente as abscissas à esquerda e à direita da fatia: λ é fator de amplificação da função $f(x)$ ($0.0 \leq \lambda \leq 1.0$) (Fig.2.20).

A função $f(x)$ é arbitrariamente escolhida pelo usuário, sendo as mais comumente usadas as funções $f(x) = \text{"Cte"}$,

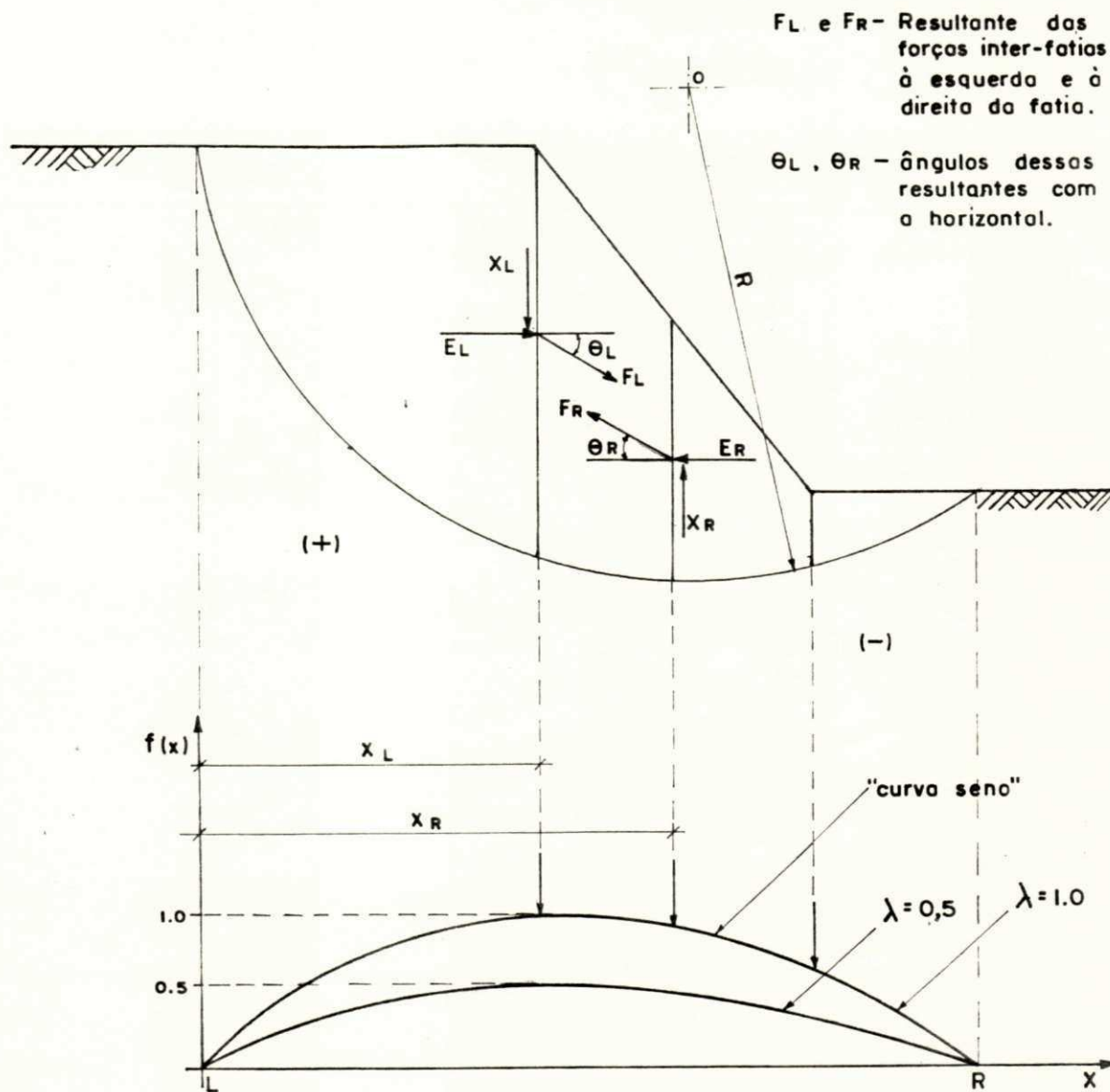


Fig. 2.20 - Variação da direção forças inter-fatias para o Método de Morgenstern-Price.

$f(x)$ = "meio seno" $f(x)$ "meio seno com ordenadas à esquerda e à direita $\neq 0$ " $f(x)$ = "trapezoidal" e $f(x)$ = "especificada (e linear por partes)". Estas funções existem como opções dentro do programa "SLOPE II" (Fig. 2.21).

Para valor de λ qualquer, o coeficiente de segurança F é calculado, a partir também de dois valores de coeficientes de segurança F_m e F_f , determinados por duas equações (Fig. 2.22) como no Método de Spencer (1967).

A determinação da expressão do coeficiente de segurança F_m é feita, a partir da mesma equação (2.58) do somatório dos momentos, usada para o Método de Spencer (1967).

A força normal N que atua na base da fatia, é determinada, a partir da mesma equação do somatório das forças, segundo a vertical, como no Método Rigoroso de Janbu (2.65). A expressão do N assim obtida é idêntica à expressão (2.66) de N calculada para o Método Rigoroso de Janbu (1954).

Substituindo-se ao mesmo tempo a expressão (2.66) de N , calculada para o Método Rigoroso de Janbu (1954) e a expressão (2.47) de S_m , na equação (2.58) do somatório dos momentos usada no Método de Spencer (1967) obtém-se a seguinte expressão para F_m :

$$F_m = \frac{\sum \{C' \cdot \ell \cdot R \cos \alpha + W + (X_L - X_R) - u \cdot \ell \cdot \cos \alpha R \cdot \operatorname{tg} \phi'\}}{\sum W \cdot x} \quad (2.77)$$

A determinação da expressão do coeficiente de segurança F_f é feita, a partir da equação (2.67) do somatório das forças segundo a horizontal, usada no Método Rigoroso de Janbu (1954). Esta expressão de F_f torna-se idêntica à ex

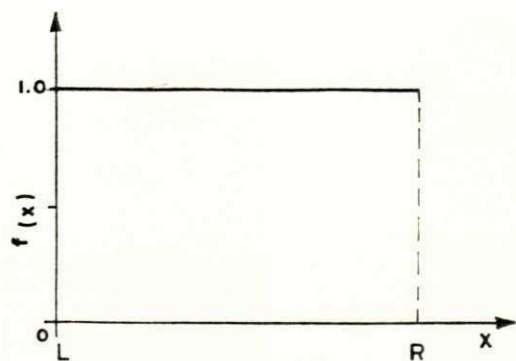
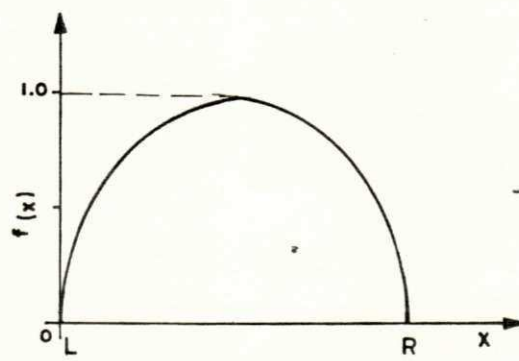
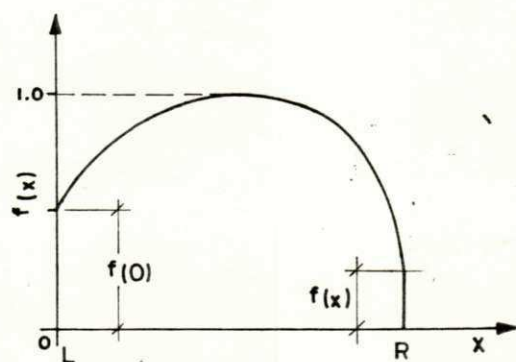
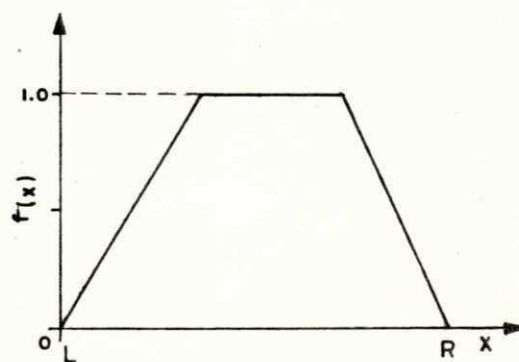
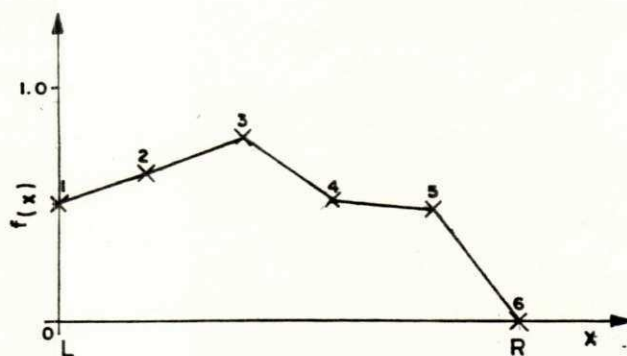
a) Função, $f(x)$, "CONSTANTE."b) Função, $f(x)$, "MEIO SENO"c) Função, $f(x)$, "MEIO SENO" com as ordenadas $\neq 0$.d) Função, $f(x)$, "TRAPEZOIDAL"e) Função, $f(x)$, "ESPECIFICADA" (máximo de 9 pontos).

Fig. 2.21 - Variação Funcional da direção da resultante das forças laterais de interação entre fatias.

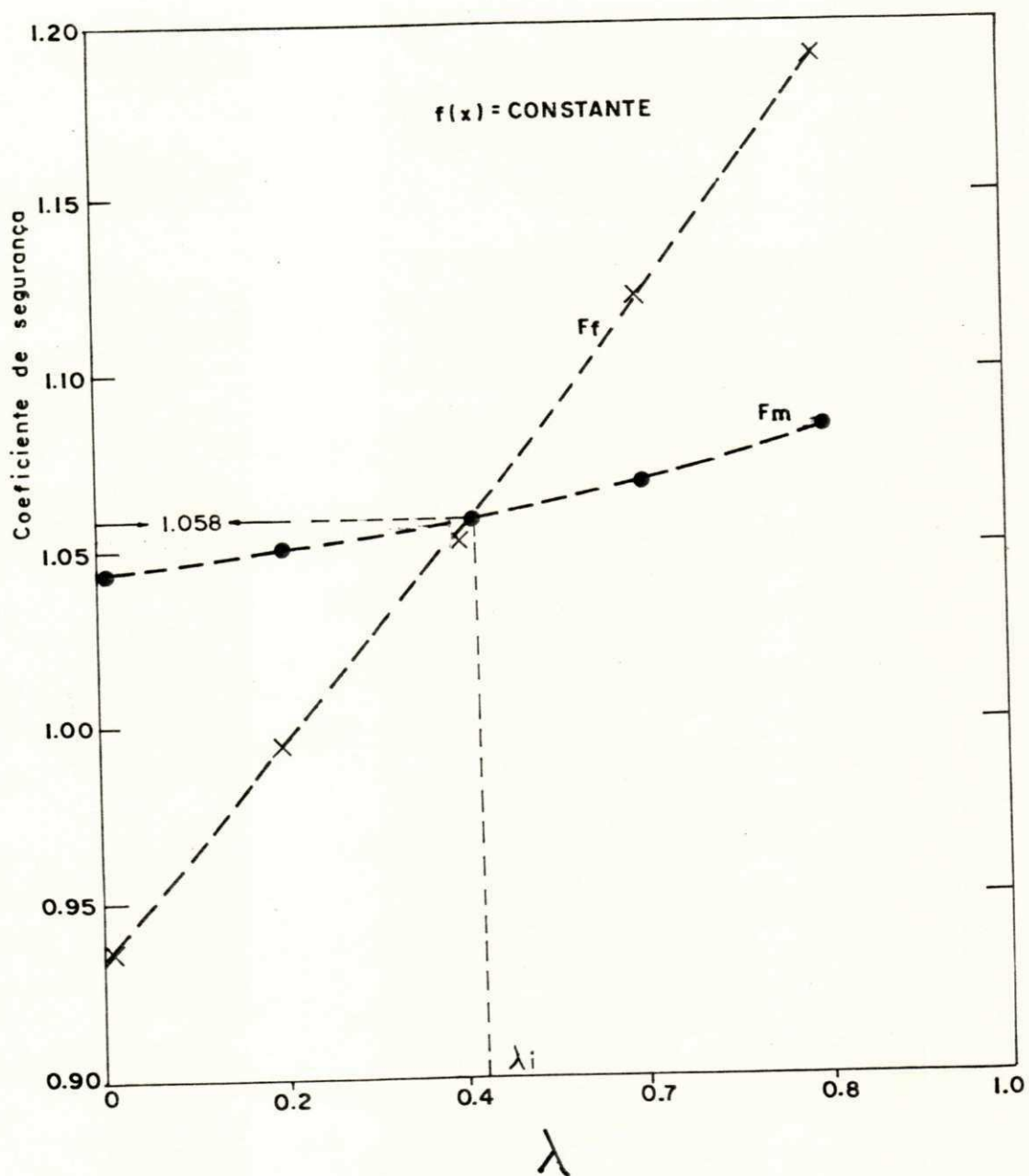


Fig. 2.22 - Gráfico elaborado pelo "SLOPE II" para a determinação do coeficiente de segurança, Método de Morgenstern-Price.

pressão (2.67) do cálculo do coeficiente de segurança F do Método Rigoroso de Janbu. Assim:

$$F_f = F_{\text{Janbu}} = \frac{\Sigma \{C' \cdot l + W / \cos \alpha + (X_L - X_R) / \cos \alpha - u \cdot l \cdot \text{tg} \phi'\}}{\Sigma W + (X_L - X_R) \text{tg} \alpha} \quad (2.78)$$

Para o cálculo de F_m e F_f é necessário determinar as forças de cisalhamento inter-fatias X_L , X_R , que são funções das forças normais E_L , E_R . O procedimento de cálculo para a determinação das forças E_L , E_R é o mesmo seguido pelo Método Rigoroso de Janbu (1954) usando-se a equação de equilíbrio das forças segundo a horizontal sobre cada fatia (expressão (2.72)).

A determinação de X_L , X_R é obtida pelas expressões (2.75) e (2.76).

A determinação do ponto de aplicação das resultantes das forças inter-fatias é obtida pelo somatório dos momentos em relação ao centro da base da fatia das forças que atuam sobre a mesma. A equação do somatório, escreve-se:

$$-E_L(t_L + b/2 \cdot \text{tg} \alpha) + E_R(t_R - b/2 \cdot \text{tg} \alpha) + X_L \cdot b/2 + X_R \cdot b/2 = 0 \quad (2.79)$$

Donde se pode calcular t_R como sendo:

$$t_R = \left[E_L \cdot t_L + b/2 (E_L - E_R) \cdot \text{tg} \alpha - b/2 (X_L + X_R) \right] / E_R \quad (2.80)$$

O ponto de aplicação da força resultante inter-fatias, sobre o lado esquerdo da primeira fatia à esquerda da massa deslizante é conhecido, permitindo o início do cálculo de todos os pontos de aplicação das forças resultantes inter-

fatias pela equação anterior (2.80).

As etapas de cálculo do coeficiente de segurança F são as seguintes para um valor fixo do parâmetro λ :

Etapa 1: Cálculo de F_0 pelo Método de Fellenius. Este valor será o inicial para ambos (F_m e F_f) da etapa seguinte.

Etapa 2: Cálculo de F_m e F_f pela equação (2.77) e (2.78) mantendo-se X_L , X_R nulas por dois processos iterativos, a partir dos valores iniciais $F_{m0} = F_0$ e $F_{f0} = F_0$. Cálculo de E_R , E_L como no Método Rigoroso de Janbu (1954). Cálculo de X_L e X_R .

Etapa 3: e Etapas Posteriores: Cálculo de F_m e F_f pelas equações (2.77) e 2.78) usando-se, agora, os valores de X_L e X_R calculados no fim da Etapa 2. Recálculo de E_R e E_L seguido de novo cálculo de X_L , X_R . Esta seqüência é repetida até satisfazer o critério de convergência, tanto para F_m como para F_f .

Para cada valor de λ escolhido, os valores de F_m e F_f correspondentes são determinados em função do parâmetro λ . O uso de vários valores consecutivos de λ (três valores, no mínimo) permite determinar o valor λ_i para o qual $F_m = F_f = F$. Esse valor comum de F , é o coeficiente de segurança do Método de Morgenstern-Price (1958).

O Programa "SLOPE II" permite, também, que sejam introduzidas opções suplementares nas análises de estabilidade por qualquer dos métodos de fatias tratadas neste estudo. São as seguintes: presença de cargas externas distribuídas

ou concentradas, atuando sobre o talude ou -entro do talude como: presença de fundação superficial ou profunda de edificação, efeitos sísmicos (simulando a ocorrência de terremoto), presença de fendas na crista do talude (preenchidas ou não por água), empuxo estático de água à jusante como a montanha do talude e, enfim, a presença de camada rochosa, impondo a presença de superfície composta de deslizamento (Fredlund, 1974).

Por escassez de publicações no estudo da influência de chuvas abundantes e duradouras sobre a estabilidade de pequenas barragens de terra foi apresentado em resumo este estudo referente às teorias dos escoamentos e das estabilidades de taludes.

O programa de cálculo de escoamento em meios porosos "FPM500", como também o programa de cálculo de estabilidade de taludes "SLOPE II", foram exaustivamente testados com problemas de resultados conhecidos constantes na bibliografia: FREDLUND, D.G. (1974) "Slope Stability Analysis User's Manual, Computer Documentation CD-4, Transportation and Geotechnical Group, Department of Civil Eng. University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada".

CAPÍTULO III

DESCRIÇÃO SUCINTA DAS ETAPAS DE CÁLCULOS DOS PROGRAMAS "FPM-500" E "SLOPE II"

3.1 - Generalidades

O uso de computadores para a análise de estabilidade de taludes foi reclamado pelos especialistas desde os anos de 1950.

Em 1967, WHITMAN e BAILEY (1974) estimavam que existia nos E.U.A. entre 25 a 50 programas de computação para análise de estabilidade de taludes. A maioria era de difícil compreensão e usavam métodos muito aproximados. Agora existe número ainda limitado de programa de análises de estabilidade de taludes, porém bem documentados e de fácil uso, completamente expurgado de possíveis erros ou incorreções. Somente a partir dos anos 60, com os trabalhos de BISHOP e outros foi possível realizar os cálculos de estabilidade de taludes, usando-se o conceito de tensões efetivas (1974). Para isso, obviamente, a distribuição das pressões intersticiais deveria ser estimada pelo usuário do programa de estabilidade. Geralmente esta estimação é feita através do coeficiente, r_u , representando a razão entre o valor da pressão intersticial e o valor da pressão total devido às terras durante a fase

de construção ou então, por intermédio do estudo do regime hidráulico existente dentro do corpo da barragem.

Este estudo pode ser feito com muitas simplificações através de desenho manual da rede de fluxo, quando a barragem é homogênea, mas sempre requer os recursos da análise numérica caso a barragem seja constituída de camadas apresentando características hidrodinâmicas diferentes.

Para o caso onde o perfil da barragem é constituído por camadas, apresentando características hidrodinâmicas diferentes, o estudo do regime hidráulico em seu interior requer o uso dos métodos das análises numéricas.

Neste trabalho, o método dos elementos finitos é utilizado para o cálculo das pressões intersticiais e posicionamento da linha freática no interior do corpo da barragem, usando-se o programa "FPM-500".

3.2 - O Programa "FPM-500"

O programa "FPM-500" foi desenvolvido por TAYLOR e BROWN (1967) e utiliza o método dos elementos finitos para a análise de fluxo estacionário bidimensional e tridimensional com simetria de revolução, obedecendo à lei de DARCY. Pode tanto tratar de fluxo confinado como do não confinado, determinando neste último caso, a posição da superfície livre da água por processo iterativo.

O elemento de base é o elemento triangular com aproximação linear para as funções, cargas hidráulicas e pressões intersticiais. Quatro desses elementos triangulares podem

ser agrupados para formar um elemento quadrilateral por eliminação do grau de liberdade interno ao quadrilátero, usando o processo de condensação estática.

O programa "FPM-500" funciona desde 1981 no Núcleo de Processamento de Dados do CCT-UFPb, implantado no sistema computacional IBM-370 e é formado por um programa principal e oito subrotinas.

3.2.1 - Etapas de cálculo executadas pelo programa "FPM-500"

3.2.1.1 - Programa principal

Linhas do

Programa

001-004 - Declaração das variáveis que estão em "COMMON" no programa. Inicialização das variáveis alfabéticas (veja que as variáveis indexadas não estão discriminadas pelo usuário, mas pelo próprio programa).

005-012 - Leitura da palavra chave FPM5, leitura dos dados numéricos (nº de elementos, nº de nós, nº de materiais, tipo de análise etc) definição dos parâmetros que são usados na subdivisão da memória dinâmica.

013-025 - Cálculo dos endereçamentos dentro da memória dinâmica para auto-dimensionamento das variáveis indexadas.

026-026 - Chamada da subrotina MESHIN que vai fornecer todos

os dados a serem utilizados na análise.

027 - 030- Dimensionamento da matriz de permeabilidade glo
bal escrita sob a forma banda, e verificação se o
espaço disponível para a estocagem da matriz é su
ficiente.

031 - 032- Chamada da subrotina FORM que vai resolver a tota
lidade dos cálculos da análise e impressão dos re
sultados.

033 - 039- Declaração de formates de "INPUT/OUTPUT"

3.2.1.2 - Subrotinas

Subrotina MESHIN

040 - 044- Declaração das variáveis em "COMMON" e dimensiona
mento de variáveis indexadas.

045 - 046- Leitura e impressão das características de permea
bilidade de cada tipo de material do maciço envol
vido na análise.

047 - 050- Leitura e impressão das coordenadas e das condi
ções de contorno para os pontos nodais, a partir
dos quais o programa gerará a malha completa de
elementos finitos utilizados na análise, com a li
nha freática, coincidindo com a linha mais supe
rior do maciço da barragem (Linha ϵ_0 , parágrafo

(2.2.9).

- 051 - 078 - Geração das informações de todos os pontos no dais (coordenadas e condições de contorno para os pontos) a partir das informações obtidas nas linhas 047 a 050.
- 079 - 080 - Chamada subrotina WRMESH para a impressão de todas as informações sobre a totalidade de pontos nodais correspondentes à posição da linha ϵ_0 (parágrafo 2.2.9).
- 081 - 107 - Leitura do tipo dos elementos e geração pelo programa da numeração dos elementos voluntaria - mente omitidos.
- 108 - 116 - Impressão da numeração e tipo de todos os elementos da malha.
- 117 - 118 - Cálculo e impressão da largura de banda da matriz de permeabilidade global.
- 119 - 127 - Leitura e impressão das informações relativas às vazões ao longo da parte da fronteira S_Q (ver parágrafo 2.2.6).
- 128 - 132 - Leitura e impressão da numeração dos pontos localizados sobre a linha freática ϵ_0 (parágrafo 2.2.9) como também das direções, segundo as quais os pontos serão deslocados na busca da próxima posição ϵ_1 (Ver parágrafo 2.2.9) da linha freática.

133 - 147 - Declaração dos formates "INPUT/OUTPUT"

Subrotina WRMESH

148 - 160 - Esta subrotina tem por único objetivo imprimir as informações dos pontos nodais da malha de elementos finitos.

Subrotina FORM

161 - 165 - Declaração das variáveis em "COMMON", dimensionamento das variáveis indexadas, e inicialização de algumas variáveis numéricas.

166 - 169 - Zeragem da matriz de permeabilidade global e do vetor segundo membro global.

170 - 170 - Chamada da subrotina QDFLOW que calcula a matriz de permeabilidade global e o vetor segundo membro global.

171 - 172 - Impressão das informações nodais, caso um erro seja detectado na "montagem" da matriz de permeabilidade global e/ou do vetor segundo membro global.

173 - 173 - Chamada da subrotina MODIFY para a impressão das condições de contorno.

174 - 174 - Chamada da subrotina SYMBC para a resolução do sistema de equações lineares.

- 175 - 182 - Impressão (caso haja) da posição atual da linha freática.
- 183 - 193 - Deslocamento dos pontos da linha freática (caso haja) ao longo das direções impostas dentro da subrotina MESHIN (cálculo de ϵ_i a partir de ϵ_{i-1} no processo de iteração no parágrafo 2.2.9).
- 194 - 195 - Verificação da condição $h = z$, descrito no parágrafo 2.2.9, ao longo da linha freática. Caso esta equação seja verificada dentro da tolerância imposta pelo usuário, o processo iterativo da busca da solução da linha freática é suspenso.
- 196 - 207 - Reconstituição de nova malha (caso haja linha freática) a partir dos pontos deslocados da linha freática ϵ_i .
- 208 - 208 - Comando para executar mais uma iteração de cálculos no processo de busca da posição da linha freática.
- 209 - 223 - Impressão dos valores da pressão e potenciais nos nós da malha de elementos finitos.
- 224 - 224 - Chamada da subrotina ELEFLOW que calcula e imprime as componentes do vetor velocidade de filtração no centro de cada elemento da malha de elementos finitos.
- 225 - 235 - Declaração de formates "INPUT/OUTPUT".

Subrotina QDFLOW

- 236 - 239 - Declaração das variáveis em "COMMON", dimensionamento das variáveis indexadas e inicialização de algumas variáveis numéricas.
- 240 - 240 - Início do lupe sobre os elementos da malha de elementos finitos.
- 241 - 244 - Zeragem dos elementos da matriz de permeabilidade elemental e do vetor segundo membro elemental.
- 245 - 250 - Cálculo da expressão do tensor de permeabilidade no sistema de eixos xy.
- 251 - 261 - Cálculo das coordenadas do baricentro dos elementos quadrilaterais.
- 262 - 275 - Cálculo da matriz de permeabilidade elemental de elemento quadrilateral por condensação do nó interno no processo de "montagem" de quatro matrizes elementares, correspondentes aos quatro triângulos que constituem o elemento quadrilateral.
- 276 - 277 - Cálculo da matriz de permeabilidade elemental no caso onde o elemento é um triângulo. O cálculo é feito, chamando a subrotina TRIFL.
- 278 - 290 - "Montagem" das matrizes de permeabilidade elementares na matriz de permeabilidade global.

Subrotina TRIFL

291 - 330 - Esta subrotina tem por objetivo calcular a matriz de permeabilidade elementar para um elemento triangular com variação linear da carga hidráulica.

Subrotina MODIFY

331 - 353 - Esta subrotina é para impor as condições de contorno sobre a parte $\partial\Omega_h$ da fronteira dentro do sistema linear a ser resolvido.

Subrotina SYMBC

354 - 418 - Calcula a solução do sistema linear de n equações com n incógnitas pelo processo de eliminação de GAUSS e "Backs-Substituição".

Subrotina ELFLOW

419 - 483 - Esta subrotina calcula no barricentro de cada elemento (triangular ou quadrilateral) as componentes do vetor velocidade como também a norma deste vetor e sua direção em relação ao eixo dos x.

484 - 486 - Formates de "OUT-PUT"

3.3 - O Programa "SLOPE II"

O programa de estabilidade de taludes, "SLOPE II" da Universidade de Saskatchewan, Canadá, foi iniciado pelo Professor D.G. FREDLUNG em 1967. O objetivo da concepção do pro

grama "SLOPE II" foi o de produzir um instrumento de avaliação de estabilidade de taludes que fosse flexível e que abrangesse vasto número de problemas encontrados na engenharia geotécnica, tratando-se por diferentes hipóteses de cálculos.

O programa utiliza a análise bidimensional plana em equilíbrio limite pelo método das fatias. Os coeficientes de segurança F , ao deslizamento, podem ser obtidos tanto para superfícies de rutura circular como para a de rutura composta. É capaz de levar em consideração os efeitos sobre o coeficiente de segurança contra terremotos, tensões de fendas e cargas externas distribuídas ao longo da linha perpendicular ao plano de análise.

O perfil do talude a ser analisado, pode ser constituído de no máximo 15 solos de características geotécnicas diferentes, e pode ser dividido em até 1000 fatias. A análise pode ser realizada tanto em tensões totais como em tensões efetivas.

Quaisquer métodos utilizados pelo programa "SLOPE II" pode ser empregado em combinação com diferentes métodos de avaliação do regime das pressões intersticiais.

São os seguintes os diversos métodos de cálculo de estabilidade do programa "SLOPE II":

- Método de Fellenius
- Método de Bishop
- Método de Spencer
- Método Simplificado de Janbu

- Método Rigoroso de Janbu
- Método de Morgenstern - Price

Os possíveis métodos de avaliação do regime das pressões intersticiais, são os seguintes:

- 1 - Condições de poro-pressão Por 1. Pressões intersticiais iguais a zero para as análises em tensões totais.
- 2 - Condições de poro-pressão Por 2. Pressões intersticiais estabelecidas pelo fator r_u para cada camada de material do talude.
- 3 - Condições de poro-pressão Por 3. Pressões intersticiais estabelecidas pelo método do United States Bureau of Reclamation, o qual fornece relação não linear entre a pressão total da sobrecarga e a poro pressão. Um total de nove pontos pode ser entrado no "SLOPE II" para descrever a relação não linear entre a pressão total vertical e a poro pressão.
- 4 - Condições de poro-pressão Por 4. Pressões intersticiais estabelecidas, a partir das coordenadas da linha piezométrica.
- 5 - Condições de poro-pressão Por 5. São estabelecidas pelas coordenadas dos pontos representativos

das poro-pressões determinadas como se segue:

- a) A partir de uma malha ou rede de fluxo desenhada manualmente.
- b) A partir do método de análises das diferenças finitas.
- c) A partir do método de análises dos elementos finitos.
- d) A partir da análise das tensões por elementos finitos em conjunto com os parâmetros de poro pressões "A" e "B".

Cerca de 1000 pontos representativos das poro - presões podem ser fornecidos ao programa "SLOPE II" para a análise nas condições de poro pressão Por 5.

Codificado em linguagem Fortran, o programa "SLOPE II" funciona no núcleo de processamento de dados do CCT-UFPb, implantado no sistema computacional IBM-4341, constituído por um programa principal e 18 subrotinas. Basicamente o programa lê cartões-chave e cartões associados aos cartões-chave até encontrar o cartão "CALC" que dá início aos cálculos e à saída dos resultados.

A figura III-2.1, mostra as palavras-chave utilizadas para a entrada de dados no programa "SLOPE II".

A figura III-2.2, mostra as subrotinas chamadas pelo programa principal e que chamam outras subrotinas.



Fig. III-2.1 - Palavras-Chave Utilizadas para a Entrada de Dados do Programa "SLOPE II"

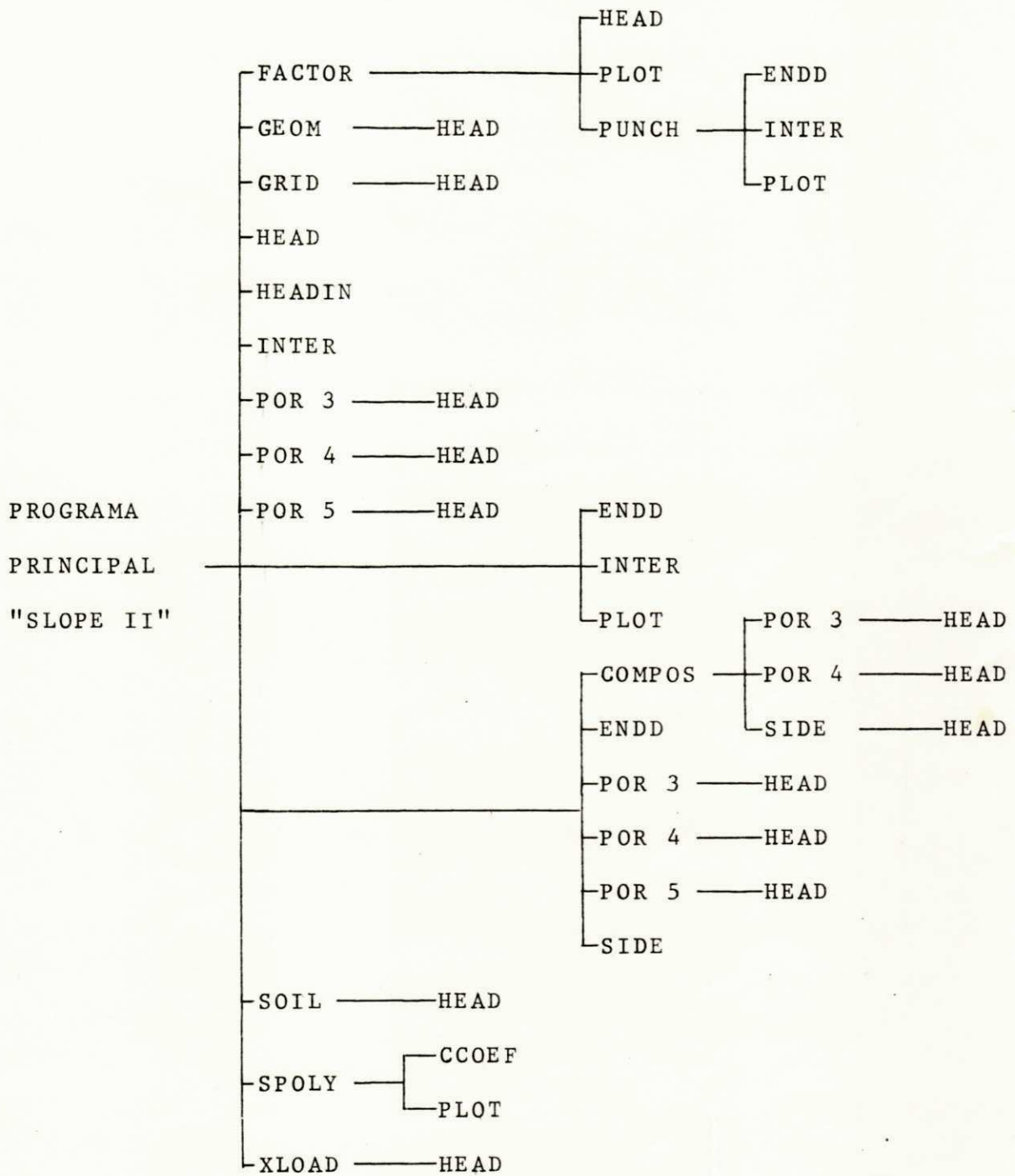


FIG. III-2.2 - Subrotinas Chamadas pelo Programa Principal e que Chamam outras Subrotinas.

3.3.1 - Etapas de cálculo executadas pelo programa "SLOPE II"

3.3.1.1 - Programa principal

Linhas do

Programa

- 001 - 041 - Dimensionamento e natureza de todas as variáveis indexadas utilizadas pelo programa. Inicialização das variáveis alfabéticas com as palavras - chave do programa e de algumas variáveis numéricas.
- 042 - 102 - Leitura e impressão dos dados de entrada, através dos cartões perfurados com as palavras-chave, HEAD, GRID, XLOAD, SIDE, GEOM, SOIL, POR 3, POR 4, POR 5, GEOM3 e CALC. Após cada leitura de cada uma destas palavras-chave o programa procura a subrotina de "INPUT-OUTPUT" correspondente à palavra-chave. Cada uma dessas subrotinas de "INPUT-OUTPUT" será descrita sumariamente no próximo item.
- 103 - 103 - Início do lupe que efetua o incremento nas abscissas dos pontos da malha de centros de círculos de deslizamento.
- 104 - 104 - Início do lupe que efetua o incremento nas ordenadas dos pontos da malha de centros de círculos de deslizamento.



- 105 - 105 - Cálculo do primeiro raio do primeiro círculo de deslizamento.
- 106 - 106 - Início do lupe que efetua os incrementos sobre os raios dos círculos de deslizamento.
- 107 - 109 - Determinação do número de hipóteses diferentes sobre as forças inter-fatias a serem consideradas durante a análise.
- 110 - 110 - Início do lupe sobre as diferentes hipóteses das forças inter-fatias.
- 111 - 156 - Zeragem de variáveis a serem utilizadas pelo programa.
- 157 - 175 - Cálculo e impressão das posições dos pontos de interseção do círculo de deslizamento com a linha mais superior da geometria do maciço. Caso haja presença de "BEDROCK", cálculo da posição dos pontos de interseção do mesmo círculo com a formação rochosa.
- 176 - 179 - Impressão das direções, posição do ponto de aplicação e amplitude das forças inter-fatias usadas respectivamente, nos métodos de Spencer, Janbu e Morgenstern-Price.

- 180 - 181 - Teste que verifica se há interseção do círculo com a superfície superior do maciço.
- 182 - 182 - Início do lupe sobre o número de fatias.
- 183 - 222 - Omissão das fatias disjuntas da massa de solo limitada pelo círculo de deslizamento. O peso das fatias não disjuntas é calculado.
- 223 - 240 - Cálculo da pressão intersticial na base da fatia, de acordo com o tipo de poro-pressão escolhido.
- 241 - 248 - Cálculo das forças e momentos para as fatias, se a superfície de deslizamento intercepta formação rochosa.
- 241 - 248 - Cálculo das forças e momentos para a fatia, caso a superfície de deslizamento intercepta formação rochosa. Neste caso, a superfície de deslizamento é composta e a subrotina chamada para tais cálculos é a de Compos.
- 249 - 291 - Cálculo do ângulo que faz a base da fatia com a horizontal; do ângulo no centro do círculo sob o qual aparece a base da fatia; do comprimento da base da fatia.
- 292 - 308 - Cálculo do ângulo das forças inter-fatias para o

método de Morgenstern-Price.

- 309 - 318 - Cálculo da força de coesão e da força da poro-
pressão na base da fatia.
- 319 - 336 - Cálculo da força normal na base da fatia, e do pa-
râmetro $m\alpha$.
- 337 - 339 - Cálculo da força de atrito, atuando na base da fa-
tia e de seu momento.
- 340 - 343 - Cálculo da força de cisalhamento, atuando na base da
fatia e de seu momento.
- 344 - 387 - Cálculo dos momentos resistentes e motores das
forças resistentes e motores, atuando sobre a fa-
tia. É calculado, também, o grau de mobilização pa-
ra os momentos e as forças ($= l/F$) no caso do mé-
todo de Morgenstern-Price.
- 388 - 394 - Cálculo da força resistente da coesão e da força
de deslizamento devido ao peso da fatia para a su-
perfície de deslizamento circular e composta no
caso do método de Fellenius.
- 395 - 410 - Cálculo da força resistente devida à coesão. Cál-
culo da força resistente devido ao atrito. Cálcu-
lo da força de deslizamento devida à componente

do peso. Cálculo da força proveniente de efeitos sísmicos devido a terremotos. Os esforços são calculados no caso do Método Simplificado de Janbu. São também calculadas as forças inter-fatias no caso do Método de Spencer.

- 411 - 445 - Cálculo no caso do Método Rig. de Janbu, das forças inter-fatias, da inclinação destas forças e da localização de seu ponto de aplicação.
- 446 - 457 - Cálculo, no caso do Método de Morgenstern-Price, das forças inter-fatias e de sua inclinação.
- 458 - 473 - Impressão detalhada caso se deseje dos parâmetros calculados para cada fatia.
- 474 - 480 - Cálculo do somatório sobre todas as fatias das forças (resistentes e motoras) no caso do Método de Spencer.
- 481 - 489 - Cálculo do somatório sobre todas as fatias dos momentos das forças (resistentes e motoras) no caso do Método de Spencer.
- 490 - 494 - Cálculo do somatório sobre todas as fatias das forças (resistentes e motoras) no caso do Método de Morgenstern-Price.

- 495 - 502 - Cálculo do somatório sobre todas as fatias dos momentos das forças (resistentes e motoras) no caso do Método de Morgenstern-Price.
- 503 - 513 - Cálculo do somatório sobre todas as fatias das forças (resistentes e motoras) no caso do Método Rigoroso de Janbu.
- 514 - 546 - Cálculo do momento causado pela força normal N devido à interseção do círculo potencial de deslizamento com a camada rochosa, formando superfície composta.
- 547 - 564 - Verificação se a superfície potencial de desliza-mento intercepta o talude em pelo menos um ponto.
- 565 - 573 - Impressão das forças de empuxo da água à esquerda e à direita do talude. Também são impressos os braços da alavanca das forças em relação ao centro do círculo potencial de deslizamento. É introduzido, inclusive o efeito destas forças de empuxo nos somatórios dos momentos e das forças.
- 574 - 586 - Cálculo e impressão do coeficiente de segurança para o Método de Fellenius.
- 587 - 593 - Verificação da convergência após a 1^a iteração, do coeficiente de segurança no caso do Método de

Bishop. Impressão do coeficiente de segurança do Método de Bishop.

- 594 - 603 - Estimativa do valor do coeficiente de segurança, após a 1^a iteração, no caso dos Métodos de Bishop, Spencer, Janbu e Morgenstern-Price. A estimativa é feita tomando-se uma percentagem do coeficiente de segurança calculado pelo Método de Fellenius.
- 604 - 627 - Inclusão dos efeitos causados pelas forças de em puxo da água (à esquerda e à direita do talude) no somatório das forças motoras e no somatório dos momentos motores (no caso dos Métodos de Spencer, Janbu e Morgenstern-Price).
- 628 - 642 - Cálculo do coeficiente de segurança F_m , no caso do método de Spencer e verificação da convergência.
- 643 - 664 - Cálculo do coeficiente de segurança F_m , no caso do Método de Morgenstern-Price e verificação da convergência.
- 665 - 689 - Cálculo do coeficiente de segurança F_f , no caso do Método de Spencer e verificação da convergência.
- 690 - 722 - Cálculo do coeficiente de segurança F_f , no caso

do Método de Morgenstern-Price e verificação da convergência.

- 723 - 801 - Cálculo das novas forças inter-fatias e cálculo do ponto de aplicação das forças no caso do Método de Morgenstern-Price.
- 802 - 811 - Cálculo do coeficiente de segurança no caso do Método Rigoroso de Janbu.
- 812 - 823 - Cálculo do fator de correção f_0 , no caso do cálculo do coeficiente de segurança pelo Método Simplificado de Janbu.
- 824 - 902 - Cálculo das características das forças inter-fatias no caso do Método Rigoroso de Janbu.
- 903 - 941 - Cálculo da força vertical inter-fatias X_R , adicionando agora a taxa de mudança das forças normais inter-fatias, E_R , E_L , dada por $\frac{E_R - E_L}{b} \cdot t_R$.
Novo cálculo do coeficiente de segurança para o Método Rigoroso de Janbu e verificação da convergência do coeficiente de segurança.
- 942 - 975 - Impressão dos coeficientes de segurança para os respectivos valores de "THETA" e "LAMBDA" dos Métodos de Spencer e Morgenstern-Price.

976 - 997 - Impressão de todos os valores mínimos dos coeficientes de segurança das superfícies de deslizamento analisadas, destacando-se o coeficiente de segurança da superfície crítica de deslizamento. Plotagem dos valores mínimos dos coeficientes de segurança e dos raios correspondentes.

998 -1059 - Formates de "INPUT/OUTPUT".

1060-1060 - Fim do Programa Principal.

3.3.1.2 - Subrotinas

Subrotina CCOEF

1061-1115 - A subrotina CCOEF calcula os coeficientes A, B e C de uma equação polinomial de 2.^a ordem; é usada pelos Métodos de Spencer e Morgenstern-Price na busca do parâmetro θ_i (ou λ_i) que torna F_m igual à F_f .

Subrotina COMPOS

1116-1206 - Esta subrotina é utilizada quando uma formação rochosa é interceptada pela superfície potencial de deslizamento; calcula as características geométricas da parte não circular da superfície composta de deslizamento.

Subrotina DIGPLT

1207-1386 - A subrotina DIGPLT plota gráficos digitais; é usada para exibir os valores mínimos dos coeficientes de segurança. Plota, também, as curvas onde F_m e F_f aparecem em função do parâmetro θ (ou λ) no caso dos métodos de Spencer (ou Morgenstern-Price) destacando-se a interseção das curvas que representam a solução do coeficiente de segurança para tais métodos.

Subrotina ENDL, ENDR

1387-1456 - A subrotina ENDL, ENDR calcula as características geométricas e mecânicas das fatias parciais à esquerda e à direita da massa deslizante. Calcula, também, o empuxo da água à esquerda e à direita do talude.

Subrotina FACTOR

1457-1559 - A subrotina FACTOR imprime todos os valores ou o sumário dos valores dos coeficientes de segurança, juntamente com os raios e coordenadas do centro das superfícies potenciais de deslizamento. Escolhe, também, os mínimos coeficientes de segurança com seus raios e coordenadas para serem plotados pela subrotina DIGPLT.

Subrotina FTOC

1560-1604 - A subrotina FTOC converte inteiros ou reais em caracteres alfabéticos; é usada pela subrotina DIGPLT para plotar os gráficos digitais.

Subrotina GEOM

1605-1824 - Esta subrotina é chamada quando a palavra-chave GEOM é encontrada; lê e imprime as coordenadas dos pontos que definem as linhas de separação das camadas de solos do talude; também executa a divisão do talude em fatias.

Subrotina GRID

1825-1976 - A subrotina GRID é chamada quando a palavra -chave GRID é encontrada; lê e imprime todos os dados referentes à malha dos centros dos círculos potenciais de deslizamentos usados durante a análise, como também os parâmetros seguintes: largura da fatia, peso específico da água, tolerância desejada pelo usuário durante a convergência e coeficiente sísmico.

Subrotina HEADIN

1977-2034 - A subrotina HEADIN é usada quando a palavra-chave HEAD é encontrada; lê e imprime as informa

ções necessárias ao estabelecimento do cabeçalho e controle o tipo de informações referentes à análise desejada pelo usuário.

Subrotina INTER

2035-2188 - Esta subrotina calcula os pontos de interseção da superfície de deslizamento com as fronteiras de cada camada de solo que constitui o talude.

Subrotina POR3

2189-2307 - A subrotina POR3 é chamada quando a palavra-chave é encontrada; lê e imprime para cada solo, valores discretos de pressões intersticiais correspondentes a valores de tensões totais. Estabelece, a partir desses valores, relação entre as pressões intersticial e tensões verticais a serem utilizadas no cálculo da pressão intersticial na base vertical da fatia.

Subrotina POR4

2308-2465 - A subrotina POR4 é chamada quando a palavra-chave POR4 é encontrada; é usada quando se deseja calcular as pressões intersticiais, utilizando a linha piezométrica de cada camada de solo que constitui o talude; lê e imprime a posição den

tro do talude de cada uma dessas linhas piezomê
tricas.

Subrotina POR5

2466-2582 - Esta subrotina é chamada quando a palavra-cha
ve POR5 é encontrada; é usada quando as pressões
intersticiais no interior do maciço são forneci-
das, através de uma malha de pontos; lê e impri-
me as coordenadas dos pontos da malha junto aos
valores representativos dessas pressões.

Subrotina PUNCH

2583-2824 - Esta subrotina é usada para preparar os dados ne-
cessários para o desenho dos gráficos.

Subrotina SIDE

2825-2958 - A subrotina é usada quando a palavra SIDE é en-
contrada no pacote de dados; lê e imprime as in-
formações pertinentes às hipóteses desejadas pa-
ra as forças inter-fatias nos casos dos Métodos
de Spencer, Janbu e Morgenstern-Price. As infor-
mações são as seguintes: no caso do Método de
Spencer, diferentes inclinações da resultante
das forças inter-fatias são escolhidas pelo usuário.
No caso do Método Rigoroso de Janbu, a posição

do ponto de aplicação da resultante das forças inter-fatias é escolhido pelo usuário, enquanto no caso do Método de Morgenstern-Price os graus de amplitude é que são escolhidos.

Subrotina SOIL

2959-3055 - Quando a palavra chave SOIL é encontrada a subrotina é chamada para ler e imprimir as características geotécnicas das várias camadas de solo que constituem o talude. As características geotécnicas de uma camada de solo são as seguintes: peso específico, coesão, ângulo de atrito e fator r_u do solo que constitui a camada.

Subrotina SPOLY

3056-3150 - Esta subrotina calcula a solução de duas equações quadráticas, através de uma série de pontos dados de cada equação; é usada no caso dos Métodos de Spencer e Morgenstern-Price.

Subrotina XLOAD

3151-3305 - A subrotina XLOAD lê e imprime as informações relacionadas com as cargas externas aplicadas sobre o talude; é usada, também, para calcular os efeitos dessas cargas no coeficiente de segurança de todos os métodos do "SLOPE II".

CAPÍTULO IV

METODOLOGIA USADA E ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

4.1 - Generalidades

Este capítulo tem como finalidade, descrever a metodologia usada para avaliar os efeitos das chuvas sobre a estabilidade de pequenas barragens de terra e, também analisar os resultados obtidos, seguindo a metodologia apresentada.

Basicamente, usando-se a mesma geometria da barragem mostrada na figura 4.1, os coeficientes de segurança F contra o deslizamento, foram calculados nas duas seguintes condições:

Condição 1: barragem em pleno funcionamento na ausência de chuvas.

Condição 2: barragem em pleno funcionamento na presença de chuvas.

Para os dois casos acima foram descritas sucintamente, a metodologia utilizada durante todas as etapas de cálculos envolvidos nas análises.

A partir dos resultados obtidos das condições 1 e 2 foi possível avaliar a importância dos efeitos das chuvas sobre a estabilidade de pequena barragem de terra.

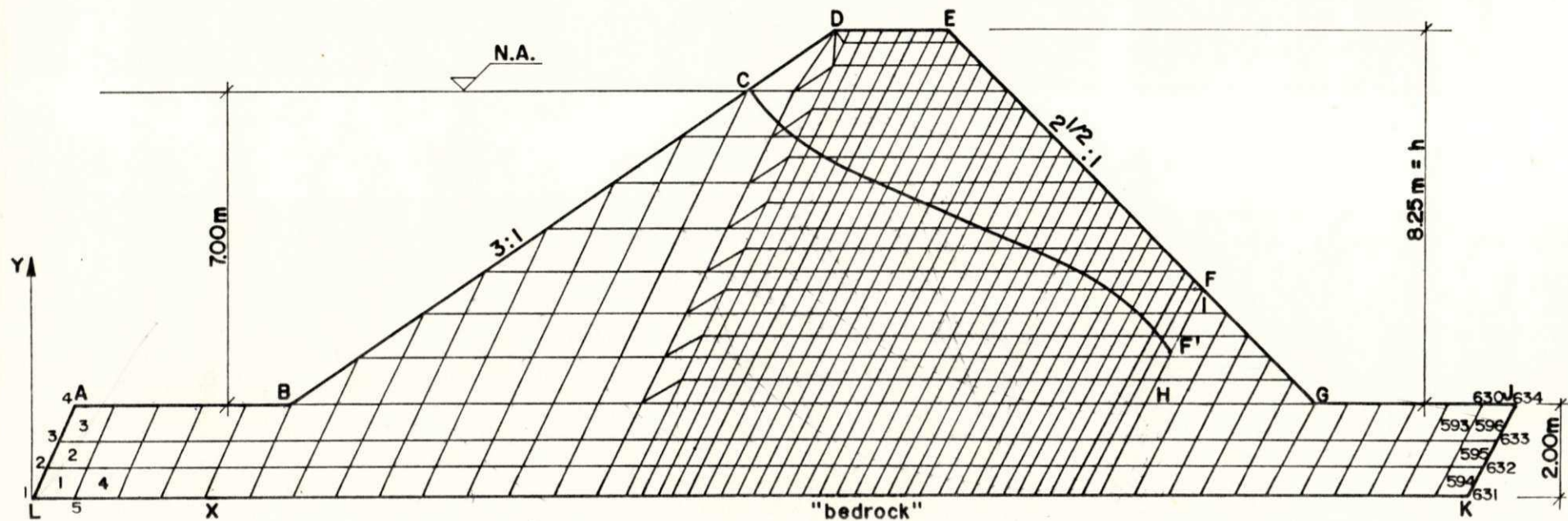


Fig. 4.1 - Malha de elementos finitos sobre o perfil de barragem utilizada para simulação.

4.2 - Metodologia

A barragem cujo perfil é mostrado na figura 4.1 será estudada durante toda a análise; é constituída com material homogêneo cujas características geotécnicas podem variar de uma para outra análise. A altura foi fixada em 8.25m, que corresponde à barragem de pequeno porte onde, geralmente, há ausência de núcleo impermeável. Um filtro triangular no "pé" do talude juzante (Fig. 4.1, linha FGH) foi considerada nas análises com permeabilidade 10 vezes maior do que a do material do corpo da barragem. Foi verificado que as características geotécnicas do material do filtro, não influenciaram significativamente os valores dos coeficientes de segurança, devido, naturalmente, ao reduzido tamanho experimental em relação às dimensões da barragem. Assim, durante todas as análises, o material do filtro foi suposto ter as mesmas propriedades de resistência ao cisalhamento do que será empregado no corpo da barragem. O talude jusante foi mantido com uma inclinada de 2,5:1. A cota da lâmina d'água à montante foi também mantida constante e igual a 7,00 m. A barragem repousa sobre formação rochosa e impermeável (Bedrock, Fig. 4.1).

4.2.1 - Estabelecimento dos diferentes regimes hidráulicos

Os dois regimes hidráulicos correspondentes, respectivamente, às condições de pleno funcionamento da barragem na ausência e na presença de chuvas, foram simulados pelo programa de elementos finitos "FPM-500", que foi anteriormente

descrito no capítulo 3.

O corpo da barragem foi dividido em 596 elementos triangulares ou quadrilaterais, obtendo-se, deste modo, uma malha de elementos finitos com 634 nós que fornecem 634 graus de liberdade a serem determinados durante os cálculos. (Fig. 4.1).

Os dados de entrada da geometria da malha de elementos estão apresentados em anexo.

4.2.1.1 - Caso da barragem sob condições de pleno funcionamento na ausência de chuvas.

O estabelecimento do regime hidráulico corresponderá, neste caso, à fase de pleno funcionamento da barragem quando o nível da lamina d'água atingir a cota de projeto, e que todas as sobrepressões intersticiais provenientes, quer da fase de construção da barragem, quer da fase anterior de chuvas, estejam dissipadas. Neste caso, as seguintes condições de contorno são aplicáveis (Fig. 4.1):

Ao longo de ABC: $h = H$ (profundidade do ponto)

Ao longo de CG': $h = z$ (cota do ponto) $q = 0$ (vazão nula).

Ao longo de GJ : $h = z$

Ao longo de JKLA : $q = 0$ (vazão nula).

Esta análise requer inicialmente que seja determinada a posição da linha freática no interior do maciço (escoamento não confinado). Para isso os nós da malha entre os

pontos C e G, na fronteira da barragem (Fig. 4.1) são considerados como deslocáveis durante a análise (conforme o que foi exposto no parágrafo 2.2.9). As direções, segundo as quais, esses nós se movem durante a busca da posição final da linha freática, formam um ângulo de 45° com a direção horizontal (Fig. 4.1).

Alguns dados de entrada nesta análise estão mostrados no anexo 3, destacando-se as diferentes condições de contorno que foram atribuídas aos nós deslocáveis.

O posicionamento final da linha freática requereu 14 sucessivas iterações para que ambas as condições $u = 0$ e $h = z$ fossem satisfeitas ao longo da linha freática. As duas últimas posições da linha freática estão mostradas no anexo 4 (iterações números 13 e 14).

Os valores das pressões intersticiais e dos potenciais foram calculados em cada um dos nós da malha de elementos correspondentes à última iteração efetuada. A malha final foi rebaixada e comprimida durante as sucessivas iterações para a região do corpo da barragem abaixo da linha freática. A posição final da linha freática que foi calculada durante a análise está mostrada na figura 4.1. A geometria da malha final comprimida abaixo da linha freática, junto aos valores das pressões intersticiais nos nós dessa malha comporão dados fornecidos ao programa "SLOPE II" para o estudo da estabilidade do talude juzante da barragem da figura 4.1, usando-se a opção POR5 do programa de estabilidade.

4.2.1.2 - Caso da barragem sob condições de pleno funcionamento na presença de chuvas.

Para simular o estabelecimento do regime hidrodinâmico criado no corpo da barragem nas condições de pleno funcionamento (lâmina d'água na cota normal de projeto) com presença de chuvas suficientes para saturar completamente o maciço, as seguintes condições de contorno foram fornecidas como dados de entrada ao programa "FPM-500" (Fig. 4.1).

Ao longo de ABC : $h=H$ (profundidade do ponto)

Ao longo de CDEFGHIJ: $h=z$ (que significa $u = 0$)

Ao longo de JKLA : $q=0$ (vazão nula)

O corpo da barragem foi considerado como sendo isotrópico (do ponto de vista da resistência à percolação da água) com os seguintes coeficientes de permeabilidade:

$$K_h = K_v = 10^{-4} \text{ cm/s}$$

Para este caso, a análise não requer nenhuma iteração visto que se tem escoamento do tipo confinado.

As pressões intersticiais foram calculadas pelo programa "FPM-500" em todos os 634 nós da malha (Fig. 4.1) como também foram determinadas as componentes do vetor velocidade de filtração em cada centro de cada elemento da malha. Estas informações, caso se deseje, permitem o traçado das linhas de fluxo e das linhas equipotenciais, que definem a rede de fluxo do escoamento. Alguns resultados numéricos da análise são mostrados no anexo 4.

Na realidade, apenas os valores das pressões intersticiais nos nós da malha serão utilizados para a análise da estabilidade do talude, usando-se a opção POR5 do programa "SLOPE II".

4.2.2 - Cálculos dos diferentes coeficientes de segurança.

Para a determinação da provável região que contivesse o centro da superfície crítica de deslizamento foi estabelecida, inicialmente, uma malha de centros constituída por 49 pontos com dois círculos potenciais de ruturas para cada um dos pontos oferecendo 98 círculos potenciais de deslizamento.

Após a determinação aproximada da localização do centro crítico de deslizamento da barragem, utilizando-se a malha inicial, usou-se outra malha mais "refinada", formada de 25 pontos com dois círculos potenciais de deslizamento para cada um dos pontos sempre com um dos círculos tangenciando a linha AJ (círculo de "pê" de talude, Fig. 4.1).

As geometrias das malhas de elementos finitos e os valores das pressões intersticiais em cada um dos nós das malhas, calculadas nos parágrafos 4.2.1.1 e 4.2.1.2, foram utilizadas como dados para o programa "SLOPE II", usando-se a opção POR5 juntamente com o Método de Bishop.

Em todas as análises, a largura das fatias foi fixada em 0,23m e a tolerância de convergência foi mantida igual a 0.04.

O peso específico do solo escolhido como represen-

tativo de solo saturado, foi mantido igual a $18,00\text{kN/m}^3$. A região do corpo da barragem acima da linha freática, nas condições de pleno funcionamento na ausência de chuvas é considerada como saturada por efeitos de capilaridade.

Diferentes análises foram realizadas para diferentes pares de parâmetros C' (coesão) e ϕ' (ângulo de atrito) da seguinte maneira:

Três valores da coesão foram escolhidos de tal maneira que os valores do coeficiente $C'/\gamma H$ fossem iguais aos que aparecem nos trabalhos de Bishop e Morgenstern (1960). Estes valores são:

$C' = 7,40 \text{ kPa}$	para	$C'/\gamma H = 0.050$
$C' = 3,70 \text{ kPa}$	para	$C'/\gamma H = 0.025$
$C' = 0.00$	para	$C'/\gamma H = 0.000$

Para cada um valor da coesão, diferentes análises de estabilidade foram efetuadas, tanto nas condições de pleno funcionamento na ausência de chuvas como nas condições de pleno funcionamento na presença de chuvas. Os valores dos ângulos de atrito ϕ' que foram utilizados, correspondem também aos valores que aparecem nos trabalhos de Bishop e Morgenstern (1960).

Na realidade, os gráficos de coeficientes de estabilidade de Bishop e Morgenstern (1960) mostram os resultados para ϕ' , variando em intervalos de $2,5^\circ$ entre 10° e 40° . Durante o trabalho (para fins de comparação) utilizou-se somente os valores de ϕ' , variando de 5° em 5° entre 10° e 40°

(7 valores de ϕ' para cada valor da coesão).

Os diferentes parâmetros das análises estão apresentados, a seguir nas tabelas 4.1 a, b e c (condições na ausência de chuvas) e 4.2 a, b e c (condições na presença de chuvas). Os valores dos coeficientes F de segurança contra o deslizamento, calculados pelo programa "SLOPE II" estão também mostrados nas tabelas. Todos os valores de F correspondem a círculos de "pé de talude" ($D = 1$ de acordo com a nomenclatura estabelecida por Bishop e Morgenstern(1960)).

4.2.3 - Introdução do coeficiente r_{uc} para as condições de pleno funcionamento na presença de chuvas.

A partir dos valores dos coeficientes de segurança F, obtidos nas condições de pleno funcionamento na presença de chuvas, foi possível calcular o valor equivalente do coeficiente r_u de Bishop e Morgenstern (1960) que se usou junto aos gráficos de Bishop e Morgenstern (1960) para círculos de "pé de talude", produz o mesmo valor do coeficiente de segurança F. Os valores equivalentes de r_u estão mostrados na coluna r_{uc} da tabela 4.2 a, b e c.

As variações do coeficiente r_{uc} , função de ϕ' para cada um dos três valores de C' escolhidos, estão apresentadas sob a forma de gráficos nas figuras 4.2, 4.3 e 4.4.

Os gráficos mostram para cada um dos valores $C'/\gamma H$ decréscimo do coeficiente r_{uc} em função do ângulo de atrito ϕ' . As retas determinadas pelo método dos mínimos quadrados estão, também, mostradas nos gráficos das figuras 4.2,

Nº DA ANÁLISE	γ (kN/m ³)	c' (kPa)	ϕ' (graus)	COEFICIENTE DE SEGURANÇA F
1	18,00	7,40	10	0,82
2	18,00	7,40	15	1,04
3	18,00	7,40	20	1,26
4	18,00	7,40	25	1,50
5	18,00	7,40	30	1,76
6	18,00	7,40	35	2,05
7	18,00	7,40	40	2,37

TABELA 4.1.a - Resultados das análises de estabilidade com a barragem nas condições de pleno funcionamento na ausência de chuvas com $c'/\gamma H = 0.05$.

Nº DA ANÁLISE	γ (KN/m ³)	C' (Kpa)	ϕ' (graus)	COEFICIENTE DE SEGURANÇA F
1	18,00	3,70	10	0,62
2	18,00	3,70	15	0,83
3	18,00	3,70	20	1,05
4	18,00	3,70	25	1,29
5	18,00	3,70	30	1,55
6	18,00	3,70	35	1,84
7	18,00	3,70	40	2,16

TABELA 4.1.b - Resultados das análises de estabilidade com a barragem nas condições de pleno funcionamento na ausência de chuvas com $C'/\gamma H = 0.025$.

Nº DA ANÁLISE	γ (KN/m ³)	C' (Kpa)	ϕ' (graus)	COEFICIENTE DE SEGURANÇA F
1	18,00	0,00	10	0,41
2	18,00	0,00	15	0,63
3	18,00	0,00	20	0,85
4	18,00	0,00	25	1,09
5	18,00	0,00	30	1,35
6	18,00	0,00	35	1,63
7	18,00	0,00	40	1,96

TABELA 4.1.c - Resultados das análises de estabilidade com a barragem nas condições de pleno funcionamento na ausência de chuvas com $C'/\gamma H = 0.00$.

Nº DA ANÁLISE	γ (KN/m ³)	C' (Kpa)	ϕ' (graus)	COEFICIENTE DE SEGURANÇA F	REDUÇÃO DE F EM %	COEFICIENTE r_{uc}	Valor médio de $r_{uc} \approx 0.47$
1	18,00	7,40	10	0,68	17	0,55	
2	18,00	7,40	15	0,83	20	0,53	
3	18,00	7,40	20	0,98	22	0,52	
4	18,00	7,40	25	1,14	24	0,51	
5	18,00	7,40	30	1,31	26	0,49	
6	18,00	7,40	35	1,50	27	0,48	
7	18,00	7,40	40	1,71	28	0,47	

TABELA 4.2.a - Resultados das análises da estabilidade com a barragem nas condições de pleno funcionamento na presença de chuvas abundantes e duradouras com $C'/\gamma H = 0.05$.

Nº DA ANÁLISE	γ (KN/m ³)	c' (Kpa)	ϕ' (graus)	COEFICIENTE DE SEGURANÇA F	REDUÇÃO DE F EM %	COEFICIENTE r_{uc}	Valor médio de $r_{uc} \approx 0.51$
1	18,00	3,70	10	0,48	23	0,53	
2	18,00	3,70	15	0,62	25	0,50	
3	18,00	3,70	20	0,77	27	0,49	
4	18,00	3,70	25	0,93	28	0,47	
5	18,00	3,70	30	1,10	29	0,46	
6	18,00	3,70	35	1,30	29	0,44	
7	18,00	3,70	40	1,51	30	0,43	

TABELA 4.2.b - Resultados das análises da estabilidade com a barragem nas condições de pleno funcionamento na presença de chuvas abundantes e duradouras com $C'/\gamma H = 0.025$.

Nº DA ANÁLISE	γ (KN/m ³)	c' (Kpa)	ϕ' (graus)	COEFICIENTE DE SEGURANÇA F	REDUÇÃO DE F EM %	COEFICIENTE r_{uc}	Valor médio de $r_{uc} = 0.33$
1	18,00	0,00	10	0,27	34	0,36	
2	18,00	0,00	15	0,41	35	0,34	
3	18,00	0,00	20	0,56	34	0,32	
4	18,00	0,00	25	0,72	34	0,33	
5	18,00	0,00	30	0,90	33	0,33	
6	18,00	0,00	35	1,09	33	0,33	
7	18,00	0,00	40	1,30	0.34	0,33	

TABELA 4.2.c - Resultados das análises da estabilidade com a barragem nas condições de pleno funcionamento na presença de chuvas abundantes e duradouras com $C'/\gamma H = 0.00$.

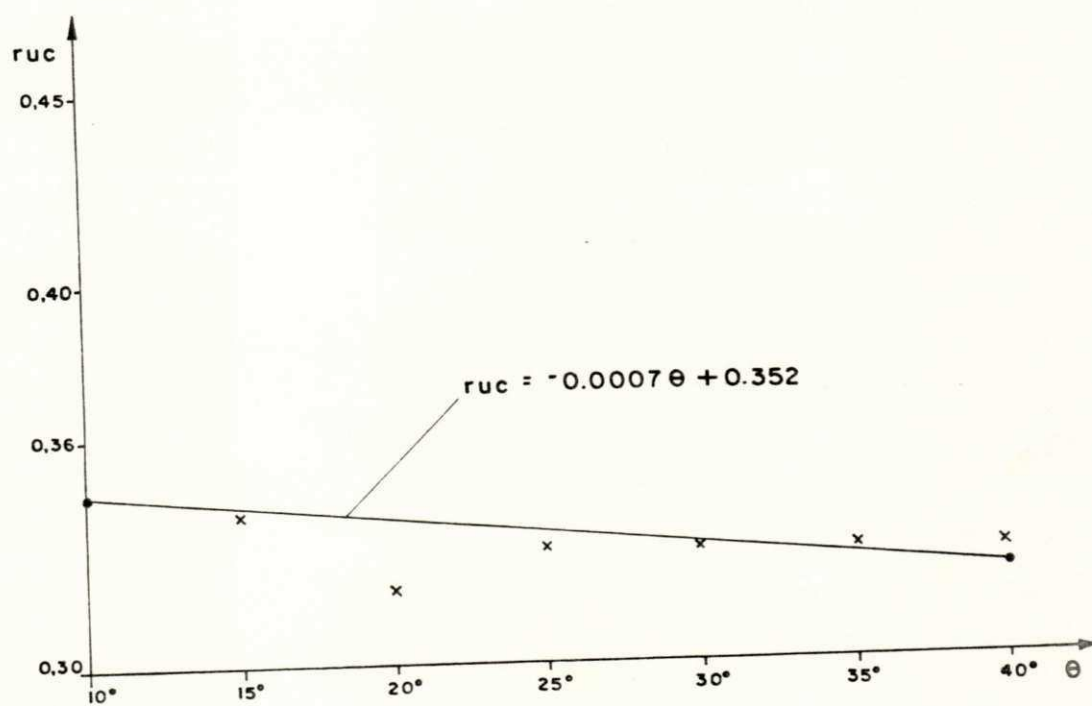


Fig. 4.2 - Gráfico r_{uc} x θ para $\frac{c'}{\gamma H} = 0,00$.

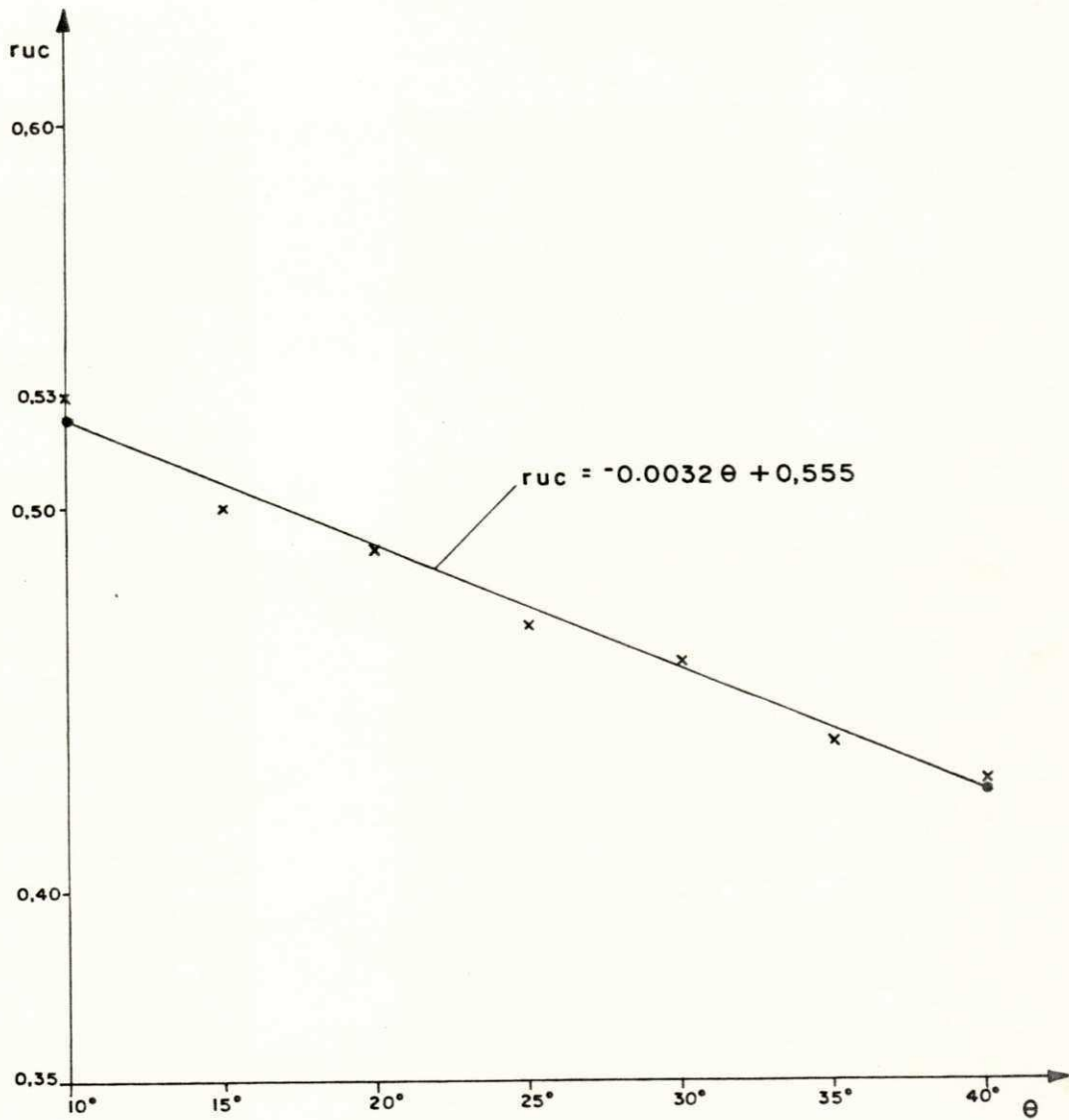


Fig. 4.3 - Gráfico r_{uc} x θ para $\frac{c'}{\gamma H} = 0,025$.

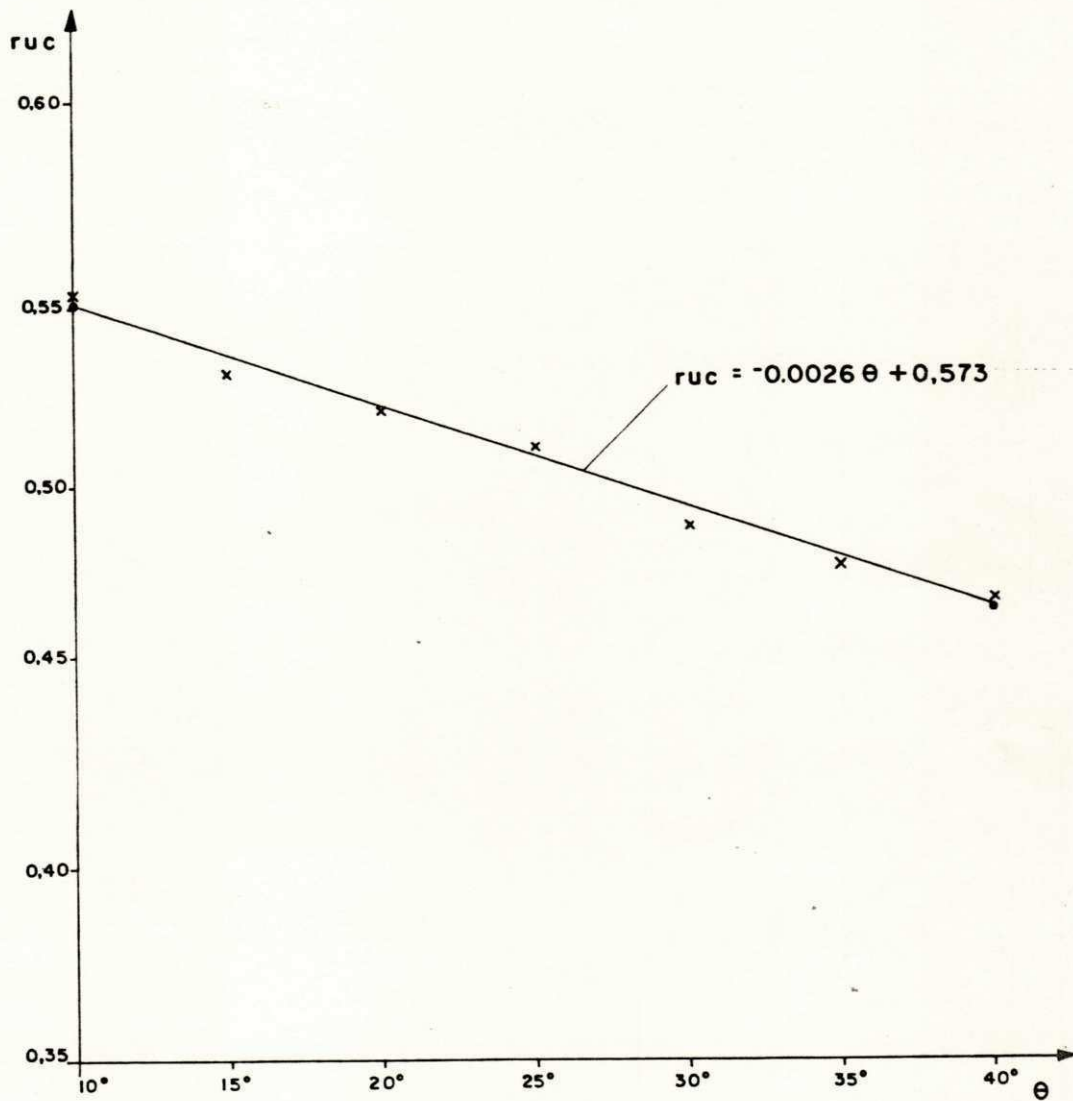


Fig. 4.4 - Gráfico $r_{uc} \times \theta$ para $\frac{c'}{\gamma H} = 0,05$.

4.3 e 4.4. Em razão das variações do parâmetro r_{uc} serem relativamente pequenas, a média dos valores foi calculada para cada valor da coesão escolhida. As médias estão apresentadas nas tabelas 4.2 a, b e c.

Os resultados mostram tendência para os valores de r_{uc} diminuírem com o decréscimo da coesão do solo C' e com o aumento do ângulo de atrito do solo ϕ' para a coesão mantida constante. Os valores de r_{uc} calculados, variam aproximadamente entre 0,35 a 0,50. O intervalo de valores representativo da variação de r_{uc} , pode, então, ser usado nas análises de estabilidade de taludes, juntamente com os gráficos dos coeficientes de estabilidade de Bishop e Morgenstern (1960) para estabelecer a simulação do efeito das chuvas sobre a estabilidade de pequena barragem de terra por um usuário que não possua as ferramentas necessárias para o estabelecimento do regime hidrodinâmico no corpo de pequena barragem de terra em condições de pleno funcionamento na presença de chuvas.

Esta possibilidade de se poder estimar um valor do coeficiente r_{uc} para o estabelecimento da simulação do efeito de possíveis chuvas abundantes e duradouras sobre pequena barragem de terra em condições de pleno funcionamento é, certamente, um resultado valioso deste trabalho.

4.3 - Comparação dos Resultados obtidos nos Dois Casos Hidrodinâmicos Considerados.

Os valores apresentados nas tabelas 4.1 e 4.2 per

mitem quantificar o efeito das chuvas sobre a estabilidade de pequena barragem de terra.

Comparando-se cada uma das análises de estabilidade mostradas na tabela 4.1, com as mostradas na tabela 4.2, foi possível calcular a redução em percentual do coeficiente de segurança F , devido unicamente à presença de chuvas sobre a barragem.

Os valores dos percentuais estão mostrados nas tabelas 4.2 na coluna redução de F em percentual. Tais valores de redução variam aproximadamente entre 17% a 35% e crescem com a diminuição da coesão. Para uma coesão mantida constante, crescem com os valores do ângulo de atrito (conforme o que mostra as tabelas 4.2).

Os percentuais de redução sobre os valores dos coeficientes de segurança F , mostram que a presença de chuvas tem efeito bastante significativo sobre a estabilidade de pequena barragem de terra e que, por consequência, é aconselhável que o efeito das chuvas seja considerado nas análises de estabilidade de pequenas barragens de terra. Para isso, o usuário poderá simular a chuva como foi feito durante este trabalho com o programa FPM-500, ou poderá mais simplesmente (e, portanto, com menos rigor), estimar valor de r_{uc} que corresponda à sua análise.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

5.1 - Conclusões

As conclusões que podem ser retiradas (a partir dos resultados numéricos obtidos) seguindo a metodologia apresentada ao longo do presente trabalho, são as seguintes:

- 1 - O programa de elementos finitos para escoamentos em meios porosos "FPM-500" foi implantado com êxito no sistema computacional do NPD-UFPb, e está à disposição de usuários para tratamento de problemas de escoamentos em meios porosos anisotrópicos e heterogêneos, tanto para casos de escoamentos confinados como para casos de escoamentos não confinados.
- 2 - O multiprograma de análises de estabilidade de taludes "SLOPE II" foi implantado igualmente com êxito no sistema computacional do NPD-UFPb. Pode ser considerado um programa de análises de estabilidade relativamente completo. Isto, por permitir que seja escolhido pelo usuário um método de análises de estabilidade desde os mais simples e conhecidos aos mais relativamente rigorosos. São os seguintes

os métodos à disposição dos possíveis usuários: método de Fellenius, método de Bishop, método de Spencer, métodos Simplificado e Rigoroso de Janbu e método de Morgenstern-Price. É, ainda, permitido ao usuário a escolha arbitrária de tipo de regime de pressão intersticiais como está sendo feito neste trabalho pelo uso da opção POR5. É a existência da opção que permitiu estabelecer a transferência dos dados obtidos durante o estudo hidrodinâmico pelo programa FPM-500 para o estudo de estabilidade da barragem no programa "SLOPE II".

- 3 - Todos os resultados numéricos obtidos durante este trabalho, mostraram que a presença de chuvas com intensidade e duração capazes de saturar o maciço de pequena barragem de terra, influencia substancialmente sua estabilidade. De fato, foi mostrado nos resultados apresentados, a redução do coeficiente de segurança F contra o deslizamento de até 35% para o talude da barragem de terra estudado.
- 4 - O estabelecimento do coeficiente r_{uc} pode ser fundamental para se levar em consideração o efeito das chuvas sobre a estabilidade de pequena barragem de terra para usuários que não possuam condições numéricas de implantar o regime hidrodinâmico ocasionado por chuvas dentro de suas análises.
- 5 - O conceito do coeficiente r_{uc} aplica-se, evidentemente, somente para pequenas barragens constituí

das de materiais homogêneos. Entretanto, a metodologia apresentada durante o trabalho, continua a ser válida mesmo para pequenas barragens constituídas de materiais heterogêneos, visto que, tanto o programa "FPM-500" quanto o programa "SLOPE II", são capazes de levar em consideração, dentro das análises, a heterogeneidade e a anisotropia dos materiais que possam vir a constituir a barragem.

5.2 - Sugestões para Pesquisas Futuras

- 1 - Observando-se que os resultados obtidos durante o trabalho, provêm de barragem com a altura constante e a inclinação do talude estudado também constante, sugere-se que a mesma metodologia apresentada seja aplicada no estudo de outras barragens com diferentes alturas e inclinações. Isso permitirá que sejam determinados os efeitos das duas grandezas (altura e inclinação) sobre os valores do coeficiente r_{uc} .
- 2 - O programa "FPM-500" não possui subprograma para a geração de malhas de elementos finitos. Isto tem o inconveniente de provocar grandes quantidades de dados a serem fornecidos pelo usuário para o programa. Sugere-se que um subprograma de geração de malhas seja incorporado ao programa "FPM-500" para facilitar sua utilização. Outra alternativa à

melhoria consiste em abandonar o Método dos Elementos Finitos para se usar outro método da análise numérica, conhecido como Método dos Elementos de Contorno. O método é bastante adequado para o estabelecimento dos regimes hidráulicos em taludes de barragens pela seguinte razão: Em todo programa de análises de estabilidade, o maciço em estudo é decomposto em suas regiões de heterogeneidade com as fronteiras das regiões heterogêneas fornecidas ao programa. O Método dos Elementos de Contorno exige, exatamente, que as mesmas fronteiras entre regiões de diferentes propriedades hidrodinâmicas sejam fornecidas como dados de entrada do programa de Elementos de Contorno. Sugere-se que a semelhança de dados de fronteira a serem fornecidas seja aproveitada e que uma opção suplementar (POR6) seja implantada no programa "SLOPE II", e capaz de gerar na base de cada fatia, o valor das pressões intersticiais via um programa de Elementos de Contorno incorporado dentro do próprio programa de estabilidade de "SLOPE II".

+

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FELLENIUS, W. (1936), "Calculation of the Stability of Earth Dams", Proceedings of the Second Congress on Large Dams, Vol. 4, pp. 445-463.

HILF, J.W. (1948), "Estimating Construction Pore Pressures, in Rolled Earth Dams", Second International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rotterdam, Vol. III.

TAYLOR, D.W. (1948), "Fundamental of Soil Mechanics", John Wiley.

BISHOP, A.W. (1952), "The Stability of Earth Dams", University of London, Ph.D Thesis.

JANBU, N. (1954), "Stability Analysis of Slopes With Dimensionless Parameters", Harvard Soil Mechanics Series No 46.

JANBU, N. (1954), "Application of Composite Slip Surfaces for Stability Analysis", Proc. European Conference on Stability of Slopes, Vol. 3, pp. 43-49.

SKEMPTON, A.W. (1954), The Pore Pressures Coefficients A and

b, Geotechnique, Vol. 4, pp. 143-147.

BISHOP, A.W. (1955), "The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Slopes", Geotechnique, Vol. 5, pp. 7-17.

KJELMAN, W. (1955), "Do Slip Surfaces Exist?", Geotechnique, Vol. V, March, No 1.

MORGENSTERN, N.R. and Price, U.E. (1958), "The Analysis of the Stability of General Slip Surfaces", Geotechnique, Vol. 15, pp. 79-93.

BISHOP, A.W. and Morgenstern, N. (1960), "Stability Coefficients for Earth Slopes, Geotechnique, Vol. 10, No 4, pp. 129-147, December.

NONVEILLER, E. (1965), "The Stability Analysis of Slopes With a Slip Surface of General Shape", Sixth Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Vol. 2, pp. 522-525.

LOWE, Jonh III (1967), "Stability Analysis of Embankments, Journal of the Soil Mech. and Found. DIV., ASCE, No 93, No SM4, pp. 1-33.

SPENCER, E. (1967), "A Method of Analysis of the Stability of Embankments Assuming Parallel Interslice Forces", Geotechnique, Vol. 17, pp. 11-26.

TAYLOR, R.L. and Brown, C.B. (1967), "Darcy Flow Solutions With

a Free Surface", Journal Hidroligical Division, ASCE No 93, No HYZ.

WHITMAN, R.V. and Bailey, W.A. (1967), "Use of Computers for Slope Stability Analysis", Journal of Soil Mech. and Found. Eng., ASCE, Vol. 93, No SM4, pp. 519-541.

SPENCER, E. (1968), "Stability of Earth Embankments, Civil Eng. and Public Works Review, August, 8 Buckingham Street, London, W.C.Z., Vol. 63, No 745, pp. 869-872.

SZENDREI, M.E. and Pells, P.J.N. (1971), "Evaluation of the Factor of Earth Slopes", National Inst. for Road Research, South Africa, Internal Report RS/3/71.

JANBU, N. (1973), "Slope Stability Computations Embankment Dam Eng., Casagrande Volume, pp. 47-86.

WRIGHT, S.G., Kulhawy, F.H. and Ducan, J.M. (1973), "Accuracy of Equilibrium Slope Stability Analysis", Journal of the Soil Mech. and FDTN DIV., ASCE, Vol. 99, No SM10, pp. 783-790, October.

FREDLUND, D.G. (1974), "Slope Stability Analysis User's Manual, Computer Documentation CD-4, Transportation and Geotechnical Group, Department of Civil Eng. University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada".

FREDLUND, D.G. and Krahn, J. (1977), "Comparison of Slope Sta

bility Method of Analysis", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 14, No 3, pp. 429-439.

ZIENKIEWICZ, O.C. (1978), "The Finite Element Method". McGraw-Hill Book Company (UK) Limited.

CAPUTO, H.P. (1981), "Mecanica dos Solos e suas Aplicações", Livros Técnicos e Científicos Editora, Vol. 2, 4^a edição.

A N E X O S

ANEXO 1

CONDIÇÃO DE MÍNIMO DO FUNCIONAL I(h) (EXPRESSÃO (2.17))

Seja,

$$I(h) = 1/2 \iint_{\Omega} (\partial h / \partial x, \partial h / \partial y) \cdot \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{xy} & K_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \partial h / \partial x \\ \partial h / \partial y \end{bmatrix} \cdot dx \cdot dy + \int_{\partial \Omega h} (h-H) \cdot [\vec{V} \cdot \vec{n}] \cdot ds - \int_{\partial \Omega q} \Psi \cdot h \cdot ds \quad (2.17)$$

Desenvolvendo o produto matricial existente na primeira parcela do funcional I(h), expressão (2.17), e substituindo-se as componentes do vetor velocidade de filtração por suas expressões em função da carga hidráulica, a expressão (2.17) torna-se:

$$I(h) = 1/2 \iint_{\Omega} [K_{xx}(\partial h / \partial x)^2 + 2K_{xy}(\partial h / \partial x) \cdot (\partial h / \partial y) + K_{yy}(\partial h / \partial y)^2 \cdot dx \cdot dy] - \int_{\partial \Omega h} (h-H) \cdot [K_{xx}(\partial h / \partial x) \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{xy}(\partial h / \partial y) \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{xy}(\partial h / \partial y) \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{yx}(\partial h / \partial x) \cdot \cos(\vec{n}, y) + K_{yy}(\partial h / \partial y) \cdot \cos(\vec{n}, y)] \cdot ds - \int_{\partial \Omega q} \Psi \cdot h \cdot ds$$

onde ds é o elemento de abscissa curvilínea do longo da curva fronteira $\int_{\partial \Omega h}$ ou $\int_{\partial \Omega q}$ e $\cos(\vec{n}, x)$, $\cos(\vec{n}, y)$ são os cossenos diretores do vetor normal exterior \vec{n} .

Na busca da condição necessária para que uma função h_0 , diferenciável, torne o funcional I(h) mínimo, supõe-se que a função h_0 seja solução do problema de minimização.

Considerando-se outra função $m(x,y)$, também diferenciável, constroi-se $h = h_0 + \lambda m$ mantendo-se em primeiro tempo m fixa e variando λ . Assim, $G(\lambda) = I(h_0 + \lambda m)$ deverá ser mínima para $G'(0) = 0 (\lambda=0)$. O cálculo de $G(\lambda) = I(h_0 + \lambda m)$ escreve-se:

$$G(\lambda) = I(h_0 + \lambda m) = 1/2 \iint_{\Omega} \{ K_{xx} [\partial / \partial x (h_0 + \lambda m)]^2 + 2K_{xy} \cdot \partial / \partial x (h_0 + \lambda m) \cdot$$

$$\partial / \partial y (h_0 + \lambda m) + K_{yy} [\partial / \partial y (h_0 + \lambda m)]^2 \} \cdot dx \cdot dy - \int_{\partial \Omega_h} (h_0 + \lambda m - H).$$

$$\left[K_{xx} \cdot \partial / \partial x (h_0 + \lambda m) \cos(\vec{n}, x) + K_{xy} \cdot \partial / \partial y (h_0 + \lambda m) \cos(\vec{n}, x) + K_{yx} \cdot \partial / \partial x (h_0 + \lambda m) \cos(\vec{n}, y) + K_{yy} \cdot \partial / \partial y (h_0 + \lambda m) \cos(\vec{n}, y) \right] \cdot ds - \int_{\partial \Omega_q} \Psi \cdot (h_0 + \lambda m) ds$$

ou,

$$G(h) = 1/2 \iint_{\Omega} \left[K_{xx} (\partial h_0 / \partial x + \lambda \cdot \partial m / \partial x)^2 + 2K_{xy} (\partial h_0 / \partial x + \lambda \partial m / \partial x) \cdot$$

$$(\partial h_0 / \partial y + \lambda \partial m / \partial y) + K_{yy} (\partial h_0 / \partial y + \lambda \partial m / \partial y)^2 \right] \cdot dx \cdot dy - \int_{\partial \Omega_h} (h_0 + \lambda m - H).$$

$$\left[K_{xx} (\partial h_0 / \partial x + \lambda \partial m / \partial x) \cos(\vec{n}, x) + K_{xy} (\partial h_0 / \partial y + \lambda \partial m / \partial y) \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{yx} (\partial h_0 / \partial x + \lambda \partial m / \partial x) \cos(\vec{n}, y) + K_{yy} (\partial h_0 / \partial y + \lambda \partial m / \partial y) \cos(\vec{n}, y) \right] \cdot ds -$$

$$\int_{\partial \Omega_q} (\Psi \cdot h_0 + \lambda \cdot \Psi \cdot m) \cdot ds$$

ou,

$$G(\lambda) = 1/2 \iint_{\Omega} \{ K_{xx} [(\partial h_0 / \partial x)^2 + 2\lambda \cdot \partial h_0 / \partial x \cdot \partial m / \partial x + \lambda^2 (\partial m / \partial x)^2] +$$

$$2K_{xy} [\partial h_0 / \partial x \cdot \partial h_0 / \partial y + \lambda (\partial h_0 / \partial y \cdot \partial m / \partial x + \partial h_0 / \partial x \cdot \partial m / \partial y)] + \lambda^2 \cdot (\partial m / \partial x \cdot$$

$$\partial m / \partial y) + K_{yy} [(\partial h_0 / \partial y)^2 + 2\lambda (\partial h_0 / \partial y \cdot \partial m / \partial y) + \lambda^2 (\partial m / \partial y)^2] \} \cdot dx \cdot dy -$$

$$\int_{\partial \Omega_h} (h_0 - H) \cdot [K_{xx} \cdot \partial h_0 / \partial x \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{xy} \cdot \partial h_0 / \partial y \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{yx} \cdot$$

$$\begin{aligned}
& \left. (\partial h_0 / \partial x) \cdot \cos(\vec{n}, y) + K_{yy} (\partial h_0 / \partial y) \cos(\vec{n}, y) \right\} + \lambda m \left[K_{xx} \cdot \partial h_0 / \partial x \cdot \cos(\vec{n}, x) + \right. \\
& \left. K_{xy} \cdot \partial h_0 / \partial y \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{yx} \cdot (\partial h_0 / \partial x) \cdot \cos(\vec{n}, y) + K_{yy} \cdot \partial h_0 / \partial y \cdot \cos(\vec{n}, y) \right] \\
& + \lambda (h_0 - H) \cdot \left[K_{xx} \cdot \partial m / \partial x \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{xy} \cdot \partial m / \partial y \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{yx} \cdot \partial m / \partial x \cdot \cos \right. \\
& \left. (\vec{n}, y) + K_{yy} \cdot \partial m / \partial y \cdot \cos(\vec{n}, y) \right] + \lambda^2 \cdot m \left[K_{xx} \cdot \partial m / \partial x \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{xy} \cdot \partial m / \partial y \cdot \right. \\
& \left. \cos(\vec{n}, x) + K_{yx} \cdot \partial m / \partial x \cdot \cos(\vec{n}, y) + K_{yy} \cdot \partial m / \partial y \cdot \cos(\vec{n}, y) \right] \cdot ds - \int_{\partial \Omega_q} (\Psi \cdot h_0 \\
& + \lambda \cdot \Psi \cdot m) \cdot ds
\end{aligned}$$

O cálculo de $G'(\lambda)$ para $\lambda=0$ tem por condição de mínimo a derivada nula ($G'(0)=0$). Usando-se as regras de Leibnitz, de derivação, $G'(0)$ escreve-se na seguinte forma:

$$\begin{aligned}
G'(0) = & \int \int_{\Omega} \left[K_{xx} \cdot \partial h_0 / \partial x \cdot \partial m / \partial x + K_{xy} (\partial h_0 / \partial x \cdot \partial m / \partial y + \partial h_0 / \partial y \cdot \partial m / \partial x) + \right. \\
& \left. K_{yy} (\partial h_0 / \partial y \cdot \partial m / \partial y) \right] \cdot dx \cdot dy - \int_{\partial \Omega_h} \left\{ m \left[K_{xx} \cdot \partial h_0 / \partial x \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{xy} \cdot \right. \right. \\
& \left. \partial h_0 / \partial y \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{yx} \cdot \partial h_0 / \partial x \cdot \cos(\vec{n}, y) + K_{yy} \cdot \partial h_0 / \partial y \cdot \cos(\vec{n}, y) \right] + \\
& (h_0 - H) \left[K_{xx} \cdot \partial m / \partial x \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{xy} \cdot \partial m / \partial y \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{yx} \cdot \partial m / \partial x \cdot \cos \right. \\
& \left. (\vec{n}, y) + K_{yy} \cdot \partial m / \partial y \cdot \cos(\vec{n}, y) \right] \left. \right\} \cdot ds - \int_{\partial \Omega_q} m \cdot \Psi \cdot ds = 0
\end{aligned}$$

nota-se que as funções integrantes desapareceram durante o processo de derivação, como também desapareceram os termos λ^2 que resultaram nos termos $2\lambda, x \dots$ etc, quando se fez $\lambda=0$.

Usando-se as fórmulas de integração de Green tem-se:

$$1) \iint_{\Omega} \frac{\partial h_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial m}{\partial x} = - \iint_{\Omega} m \cdot \frac{\partial^2 h_0}{\partial x^2} \cdot dx \cdot dy + \int_{\partial\Omega = \partial\Omega_h \cup \partial\Omega_q} \frac{\partial h_0}{\partial x} \cdot m \cdot \cos(\vec{n}, x) \cdot ds$$

$$2) \iint_{\Omega} \frac{\partial h_0}{\partial y} \cdot \frac{\partial m}{\partial x} = - \iint_{\Omega} m \cdot \frac{\partial h_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial y}{\partial x} \cdot dx \cdot dy + \int_{\partial\Omega = \partial\Omega_h + \partial\Omega_q} \frac{\partial h_0}{\partial y} \cdot m \cdot \cos(\vec{n}, x) \cdot ds$$

$$3) \iint_{\Omega} \frac{\partial h_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial m}{\partial y} = - \iint_{\Omega} m \cdot \frac{\partial h_0}{\partial y} \cdot dx + \int_{\partial\Omega = \partial\Omega_h \cup \partial\Omega_q} \frac{\partial h_0}{\partial x} \cdot m \cdot \cos(\vec{n}, y) \cdot ds$$

$$4) \iint_{\Omega} \frac{\partial h_0}{\partial y} \cdot \frac{\partial m}{\partial y} = - \iint_{\Omega} m \cdot \frac{\partial^2 h_0}{\partial y^2} + \int_{\partial\Omega = \partial\Omega_h \cup \partial\Omega_q} \frac{\partial h_0}{\partial y} \cdot m \cdot \cos(\vec{n}, y) \cdot ds$$

o fato que,

$$\int_{\Omega} = \int_{\partial\Omega_q} + \int_{\partial\Omega_h}$$

para as integrais de linha, a condição $G'(0) = 0$, escreve-se:

$$G'(0) = - \iint_{\Omega} m \cdot \left[K_{xx} \cdot \frac{\partial^2 h_0}{\partial x^2} + 2K_{xy} \cdot \frac{\partial^2 h_0}{\partial x \partial y} + K_{yy} \cdot \frac{\partial^2 h_0}{\partial y^2} \right] \cdot dx \cdot dy + \int_{\partial\Omega_q} m \cdot \left[K_{xx} \cdot \frac{\partial h_0}{\partial x} \cdot \cos(n, x) + K_{xy} \cdot \frac{\partial h_0}{\partial y} \cdot \cos(n, x) + K_{yx} \cdot \frac{\partial h_0}{\partial y} \cdot \cos(n, y) + K_{yy} \cdot \cos(n, y) \right] \cdot ds + \int_{\partial\Omega_h} m \cdot \left[K_{xx} \cdot \frac{\partial h_0}{\partial x} \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{xy} \cdot \frac{\partial h_0}{\partial y} \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{yx} \cdot \frac{\partial h_0}{\partial y} \cdot \cos(\vec{n}, y) + K_{yy} \cdot \cos(\vec{n}, y) \right] \cdot ds - \int_{\partial\Omega_h} m \cdot \left[\dots \right] \cdot ds - \int_{\partial\Omega_q} m \cdot \Psi \cdot ds = 0$$

$$ds = 0$$

é igual a Ψ isto é, que a vazão sobre $\partial\Omega_q$ é igual a vazão imposta na fronteira.

A condição 2 afirma que $h_0 = H$ (valor preestabelecido' sobre $\partial\Omega_h$).

ANEXO 2

CONDIÇÃO DE MÍNIMO DO FUNCIONAL

I**(h) (EXPRESSÃO 2.25)

Posição do Problema

Seja, no caso geral, a função real diferenciável $f(x_1, x_2 \dots x_n)$ definida em região do aberto θ de R^n . Para que exista o valor mínimo num ponto M_0 do aberto θ de R^n , sabe-se que é preciso que todas as suas n primeiras derivadas parciais de 1ª ordem sejam nulas neste ponto M_0 , aplicando-se esse resultado do caso da função,

$$I^*(h) = F(h_{(1)ap}, \dots, h_{(NTN)ap})$$

da expressão 2.25 observa-se que F é constituída de duas partes. A primeira parte é função polinomial homogênea do 2º grau nas NTN variáveis, $h_{(1)ap}, h_{(2)ap}, \dots, h_{(NTN)ap}$, cuja expressão é dada por:

$$1/2 \left[h_{(1)ap} \dots h_{(NTN)ap} \right] \cdot \left[\iint_{\Omega} B^T \cdot K \cdot B \cdot dx \cdot dy \right] \cdot \begin{bmatrix} h_{(1)ap} \\ h_{(NTN)ap} \end{bmatrix}$$

que pode ser escrita sob a seguinte forma matricial:

$$1/2 \cdot h^T \cdot [P] \cdot h$$

onde h é o vetor coluna:

$$\begin{bmatrix} h_{(1)ap} \\ \vdots \\ h_{(NTN)ap} \end{bmatrix}$$

ou,

(A.1)

$$G'(0) = -\iint_{\Omega} m \cdot \left[K_{xx} \cdot \partial^2 h_0 / \partial x^2 + 2K_{xy} \cdot \partial^2 h_0 / \partial x \cdot \partial y + K_{yy} \cdot \partial^2 h_0 / \partial y^2 \right] \cdot dx \cdot dy + \int_{\partial\Omega_q} m \left\{ \left[K_{xx} \cdot \partial h_0 / \partial x \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{xy} \cdot \partial h_0 / \partial y \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{yx} \cdot \partial h_0 / \partial x \cdot \cos(\vec{n}, y) + K_{yy} \cdot \partial h_0 / \partial y \cdot \cos(\vec{n}, y) \right] - \Psi \right\} \cdot ds - \int_{\partial\Omega_h} (h_0 - H) \cdot \left[K_{xx} \cdot \partial m / \partial x \dots \right] \cdot ds = 0$$

A expressão (A.1) deve ser verificada para todas as funções $m(x, y)$ diferenciáveis. Isto permite provar que se a função h_0 satisfaz a condição de mínimo do funcional $I(h)$ também obedece à equação de derivadas parciais,

$$K_{xx} \cdot \partial^2 h_0 / \partial x^2 + 2K_{xy} \cdot \partial^2 h_0 / \partial x \cdot \partial y + K_{yy} \cdot \partial^2 h_0 / \partial y^2 = 0$$

como também obedece às duas condições de contorno seguintes:

1) Sobre $\partial\Omega_q$,

$$K_{xx} \cdot \partial h_0 / \partial x \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{xy} \cdot \partial h_0 / \partial y \cdot \cos(\vec{n}, x) + K_{yx} \cdot \partial h_0 / \partial x \cdot \cos(\vec{n}, y) + K_{yy} \cdot \partial h_0 / \partial y \cdot \cos(\vec{n}, y) - \Psi = 0$$

2) Sobre $\partial\Omega_h$,

$$h_0 - H = 0$$

A condição 1 significa que $V_n = \vec{V} \cdot \vec{n} = 0$

$$\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{xy} & K_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \partial h_0 / \partial x \\ \partial h_0 / \partial y \end{bmatrix} \cdot \vec{n} = 0$$

A segunda parcela do funcional $I^{**}(h)$ (expressão 2.25), escreve-se:

$$- h_T \cdot F$$

onde F é o vetor coluna:

$$\begin{bmatrix} \int_{\partial\Omega} q^{\Psi} \cdot \Psi_1 \cdot ds \\ \int_{\partial\Omega} q^{\Psi} \cdot \Psi_{NYN} \cdot ds \end{bmatrix}$$

Portanto, as NTN sucessivas condições de mínimo, escreve-se:

Condição 1:

$$\partial I^{**}(h) / \partial h_{(1)ap} = 0$$

Efetuada-se o cálculo da derivada parcial obtém-se:

NTN

$$\sum_{j=i} P_{ij} \cdot h_{jap} - F_1 = 0$$

Condição 2:

$$\partial I^{**}(h) / \partial h_{(2)ap} = 0$$

onde o cálculo da derivada parcial, fornece:

NTN

$$\sum_{j=i} P_{2j} \cdot h_{jap} - F_2 = 0$$

Condição NTN^{i-ésima}

$$\partial I^*(h) / \partial h_{(NTN)_{ap}} = 0$$

com o cálculo da derivada parcial, escrevendo-se:

NTN

$$\sum_{j=1} P_{NTNj} \cdot h_{jap} - F_{NTN} = 0$$

Essas NTN sucessivas condições escritas sob forma matricial fornece a expressão:

$$P \cdot h_{ap} = F$$

Como foi anunciado no parágrafo 2.2.8.

DADOS DE ENTRADA E ALGUNS RESULTADOS NUMÉRICOS DO "FPM-500" -
AUSÊNCIA DE CHUVAS.

ANEXO 3

FPM500/BARRAGEM EM COND. DE PL. FUNCIONAM. NA AUSÊNCIA DE CH. (C/ITER.)

NUMBER OF NODAL POINTS----- 634

NUMBER OF ELEMENTS----- 596

NUMBER OF DIFF. MATERIALS--- 3

NUMBER OF FREE SURFACE CARDS 35

NUMBER OF DIST. FLOW CARDS--- 57

UNIT WEIGHT OF FLUID----- 0.10000 01

REFERENCE FOR POTENTIALS---- 0.00000 00

AVAILABLE HEAD----- 0.90000 01

CORRECTION FACTOR----- 0.50000

MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS 20

ERROR TOLERANCE----- 0.00500

PLANE FLOW PROBLEM

MATERIAL PERMEABILITIES

MATERIAL	K1	K2
1	0.10000-03	0.10000-03
2	0.10000-03	0.10000-03
3	0.10000-02	0.10000-02
1 1 1	0.000	0.000 9.000
4 0 1	2.000	2.000 7.000
5 0 0	2.000	0.000 0.000
6 0 1	4.000	2.000 7.000
9 0 0	4.000	0.000 0.000
12 0 1	6.000	2.000 7.000
13 0 0	6.000	0.000 0.000
16 0 1	8.000	2.000 7.000
17 0 0	8.000	0.000 0.000
20 0 1	10.000	2.000 7.000
21 0 0	10.000	0.000 0.000
24 0 1	12.000	2.000 7.000
25 0 0	12.000	0.000 0.000
28 0 0	14.000	2.000 0.000
29 0 1	15.000	3.000 6.000
30 0 0	14.000	0.000 0.000
33 0 0	16.000	2.000 0.000
35 0 1	19.000	4.000 5.000
36 0 0	16.000	0.000 0.000
39 0 0	18.000	2.000 0.000
42 0 1	21.000	5.000 4.000
43 0 0	18.000	0.000 0.000
46 0 0	20.000	2.000 0.000
50 0 1	24.000	6.000 3.000
51 0 0	20.000	0.000 0.000

FPN00/BARRAGEM EM COND. DE PL. FUNCIONAR. NA AUSENCIA DE CHV. (C/ITER.)

ELAT	X-OPD	Y-OPD	1-FLOW	2-FLOW	ANGLE	TOTAL FLOW	DIRECTION
1	1.3333	0.3333	0.144970-11	-0.132040-12	0.3300	0.145570-11	-5.2044
2	2.0000	1.0000	0.203800-11	-0.159070-11	0.0000	0.258520-11	-37.9729
3	2.6667	1.6667	0.109350-11	-0.437410-11	0.0000	0.450070-11	-75.6638
4	3.3333	0.3333	0.104200-10	-0.159070-12	0.0000	0.134210-10	-0.8746
5	4.0000	1.0000	0.138440-10	-0.103030-10	0.0000	0.172570-10	-36.6561
6	4.6667	1.6667	0.736320-11	-0.850140-10	0.0000	0.367590-10	-76.4449
7	5.3333	0.3333	0.753480-10	-0.153260-12	0.0000	0.753480-10	-0.1165
8	6.0000	1.0000	0.578610-10	-0.814430-10	0.0000	0.127320-09	-35.7684
9	6.6667	1.6667	0.506350-10	-0.253280-09	0.0000	0.259290-09	-78.6946
10	7.3333	0.3333	0.557970-09	-0.119460-10	0.0000	0.558080-09	-1.1341
11	8.0000	1.0000	0.754410-09	-0.552970-09	0.0000	0.335310-09	-36.2358
12	8.6667	1.6667	0.406350-09	-0.198000-08	0.0000	0.232120-08	-78.4021
13	9.3333	0.3333	0.403540-08	-0.111920-10	0.0000	0.433540-08	-0.1588
14	10.0000	1.0000	0.513470-08	-0.452330-09	0.0000	0.684290-09	-41.3777
15	10.6667	1.6667	0.260650-08	-0.132190-07	0.0000	0.134730-07	-78.8453
16	11.3333	0.3333	0.249960-07	-0.252220-08	0.0000	0.251230-07	-5.7618
17	12.0000	1.0000	0.340090-07	-0.215090-07	0.0000	0.402400-07	-32.3106
18	12.6667	1.6667	0.393430-07	-0.534270-07	0.0000	0.663500-07	-53.6222
19	13.6667	2.3333	0.407930-07	-0.172380-06	0.0000	0.429900-06	-71.5051
20	13.3333	0.3333	0.917170-07	-0.995230-08	0.0000	0.922550-07	-6.1030
21	14.0000	1.0000	0.119350-06	-0.561960-07	0.0000	0.131920-06	-25.2130
22	14.6667	1.6667	0.141950-06	-0.122890-06	0.0000	0.137750-06	-40.8813
23	15.5000	2.5000	0.155100-05	-0.229500-06	0.0000	0.277080-06	-55.9588
24	16.6667	3.3333	0.158650-06	-0.475950-06	0.0000	0.531700-06	-71.5651
25	15.3333	0.3333	0.236340-06	-0.264390-07	0.0000	0.237810-06	-6.3033

FPM500/BARRAGEM EM COND. DE PL. FUNCIONAM. NA AUSENCIA DE CHV (C/ITER.)

NODE	X-ORD	Y-ORD	PRESSURE	POTENTIAL
1	0.0000	0.0000	0.900000 01	0.900000 01
2	0.6667	0.6667	0.833330 01	0.900000 01
3	1.3333	1.3333	0.766670 01	0.900000 01
4	2.0000	2.0000	0.700000 01	0.900000 01
5	2.0000	0.0000	0.900000 01	0.900000 01
6	2.6667	0.6667	0.833330 01	0.900000 01
7	3.3333	1.3333	0.766670 01	0.900000 01
8	4.0000	2.0000	0.700000 01	0.900000 01
9	4.0000	0.0000	0.900000 01	0.900000 01
10	4.6667	0.6667	0.833330 01	0.900000 01
11	5.3333	1.3333	0.766670 01	0.900000 01
12	6.0000	2.0000	0.700000 01	0.900000 01
13	6.0000	0.0000	0.900000 01	0.900000 01
14	6.6667	0.6667	0.833330 01	0.900000 01
15	7.3333	1.3333	0.766670 01	0.900000 01
16	8.0000	2.0000	0.700000 01	0.900000 01
17	8.0000	0.0000	0.900000 01	0.900000 01
18	8.6667	0.6667	0.833330 01	0.900000 01
19	9.3333	1.3333	0.766670 01	0.900000 01
20	10.0000	2.0000	0.700000 01	0.900000 01
21	10.0000	0.0000	0.899990 01	0.899990 01
22	10.6667	0.6667	0.833320 01	0.899990 01
23	11.3333	1.3333	0.766650 01	0.899990 01
24	12.0000	2.0000	0.700000 01	0.899990 01
25	12.0000	0.0000	0.899950 01	0.899950 01
26	12.6667	0.6667	0.833260 01	0.899930 01
27	13.3333	1.3333	0.766580 01	0.899910 01
28	14.0000	2.0000	0.699920 01	0.899920 01
29	15.0000	3.0000	0.600000 01	0.900000 01
30	14.0000	0.0000	0.899800 01	0.899800 01
31	14.6667	0.6667	0.833050 01	0.899720 01
32	15.3333	1.3333	0.766310 01	0.899650 01
33	16.0000	2.0000	0.699620 01	0.899620 01
34	17.0000	3.0000	0.599680 01	0.899680 01
35	18.0000	4.0000	0.500000 01	0.900000 01
36	16.0000	0.0000	0.899330 01	0.899380 01
37	16.6667	0.6667	0.832520 01	0.899190 01
38	17.3333	1.3333	0.765670 01	0.899010 01
39	18.0000	2.0000	0.698790 01	0.898790 01
40	19.0000	3.0000	0.598650 01	0.898650 01
41	20.0000	4.0000	0.498980 01	0.898930 01
42	21.0000	5.0000	0.400000 01	0.900000 01
43	18.0000	0.0000	0.898550 01	0.898550 01
44	18.6667	0.6667	0.831460 01	0.898130 01
45	19.3333	1.3333	0.764080 01	0.897410 01
46	20.0000	2.0000	0.696850 01	0.897850 01
47	21.0000	3.0000	0.596290 01	0.897290 01
48	22.0000	4.0000	0.495930 01	0.897930 01
49	23.0000	5.0000	0.394970 01	0.897470 01
50	24.0000	6.0000	0.300000 01	0.900000 01

ITERAÇÃO Nº 13

FREE SURFACE LOCATION

NODE	X-ORD	Y-ORD	PRESSURE
92	34.4025	8.3025	0.487729-03
113	35.3850	8.1350	0.241310-03
134	35.9801	7.9801	-0.930280-04
155	36.5917	7.9317	-0.381960-03
176	37.1871	7.6871	-0.636900-03
197	37.7947	7.5447	-0.888710-03
218	38.4033	7.4033	-0.117000-02
239	39.0126	7.2626	-0.192190-02
259	39.6213	7.1213	-0.224120-02
280	40.2289	6.9789	-0.250530-02
299	40.8354	6.8354	-0.263270-02
319	41.4399	6.6899	-0.271220-02
337	42.0429	6.5429	-0.273260-02
355	42.6431	6.3931	-0.272400-02
372	43.2415	6.2415	-0.268160-02
389	43.8365	6.0855	-0.262110-02
405	44.4292	5.9292	-0.253800-02
421	45.0179	5.7679	-0.244270-02
436	45.6039	5.6039	-0.232990-02
451	46.1852	5.4352	-0.220730-02
465	46.7631	5.2631	-0.206850-02
479	47.3355	5.0855	-0.191900-02
492	47.9035	4.9035	-0.175140-02
505	48.4649	4.7149	-0.156640-02
517	49.0204	4.5204	-0.135870-02
529	49.5675	4.3175	-0.111100-02
540	50.1066	4.1066	-0.840690-03
551	50.6357	3.8857	-0.449400-03
561	51.1552	3.6552	-0.673400-04
571	51.6747	3.4247	-0.110030-03
580	52.2158	3.2158	-0.125260-02
588	53.5730	3.0730	-0.103290-02
595	54.8818	2.8818	-0.358650-03
601	55.9878	2.4878	-0.498760-03
606	57.2490	2.2490	-0.323820-03

ITERAÇÃO Nº 14

FREE SURFACE LOCATION

NODE	X-ORD	Y-ORD	PRESSURE
92	34.8027	8.3027	0.408633-03
113	35.3851	8.1351	0.327473-03
134	35.9800	7.9800	0.164873-03
155	36.5816	7.8316	0.144500-04
176	37.1869	7.6869	-0.118973-03
197	37.7944	7.5444	-0.249353-03
218	38.4029	7.4029	-0.388043-03
239	39.0119	7.2619	-0.828983-03
259	39.6205	7.1205	-0.103310-02
280	40.2280	6.9780	-0.121340-02
299	40.8345	6.8345	-0.130883-02
319	41.4389	6.6889	-0.137763-02
337	42.0419	6.5419	-0.140820-02
355	42.6421	6.3921	-0.142223-02
372	43.2405	6.2405	-0.141400-02
389	43.8355	6.0855	-0.139543-02
405	44.4283	5.9283	-0.136203-02
421	45.0171	5.7671	-0.132183-02
436	45.6030	5.6030	-0.127013-02
451	46.1844	5.4344	-0.121343-02
465	46.7624	5.2624	-0.114623-02
479	47.3348	5.0848	-0.107333-02
492	47.9029	4.9029	-0.989633-03
505	48.4643	4.7143	-0.897023-03
517	49.0200	4.5200	-0.789203-03
529	49.5671	4.3171	-0.659253-03
540	50.1063	4.1063	-0.510743-03
551	50.6355	3.8855	-0.273363-03
561	51.1552	3.6552	-0.526933-06
571	51.6747	3.4247	0.755880-04
580	52.2153	3.2153	-0.647203-03
588	53.5727	3.0727	-0.547503-03
595	54.8816	2.8816	-0.145073-03
601	55.9876	2.6876	-0.213213-03
606	57.2487	2.2487	-0.456873-03

NO. OF ITERATIONS = 14 ERROR = 0.003

1	0.00	0.00	9.00	2	0.67	0.67	8.33
3	1.33	1.33	7.67	4	2.00	2.00	7.00
5	2.00	0.00	9.00	6	2.67	0.67	8.33
7	3.33	1.33	7.67	8	4.00	2.00	7.00
9	4.00	0.00	9.00	10	4.67	0.67	8.33
11	5.33	1.33	7.67	12	6.00	2.00	7.00
13	6.00	0.00	9.00	14	6.67	0.67	8.33
15	7.33	1.33	7.67	16	8.00	2.00	7.00
17	8.00	0.00	9.00	18	8.67	0.67	8.33
19	9.33	1.33	7.67	20	10.00	2.00	7.00
21	10.00	0.00	9.00	22	10.67	0.67	8.33
23	11.33	1.33	7.67	24	12.00	2.00	7.00
25	12.00	0.00	9.00	26	12.67	0.67	8.33
27	13.33	1.33	7.67	28	14.00	2.00	7.00
29	15.00	3.00	6.00	30	14.00	0.00	9.00
31	14.67	0.67	8.33	32	15.33	1.33	7.66
33	16.00	2.00	7.00	34	17.00	3.00	6.00
35	16.00	4.00	5.00	36	16.00	0.00	9.00
37	16.67	0.67	8.33	38	17.33	1.33	7.66
39	18.00	2.00	6.99	40	19.00	3.00	5.99

nó x y P nó x y P

DADOS DE ENTRADA E ALGUNS RESULTADOS NÚMERICOS DO
"FPM-500" - PRESENÇA DE CHUVAS.

ANEXO 4

FPM500/BARRAGEM EM COND. DE PL. FUNCION. M. N. PRESENÇA DE CHV. (S/ITER.)	
NUMBER OF NODAL POINTS-----	634
NUMBER OF ELEMENTS-----	596
NUMBER OF DIFF. MATERIALS----	3
NUMBER OF FREE SURFACE CARDS	35
NUMBER OF DIST. FLOW CARDS---	57
UNIT WEIGHT OF FLUID-----	0.10000 01
REFERENCE FOR POTENTIALS----	0.00000 00
AVAILABLE HEAD-----	0.90000 01
CORRECTION FACTOR-----	0.50000
MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS	1
ERROR TOLERANCE-----	0.01000
PLANE FLOW PROBLEM	

MATERIAL PERMEABILITIES				
MATERIAL		K1		K2
	1	0.10000-03		0.10000-03
	2	0.10000-03		0.10000-03
	3	0.10000-02		0.10000-02
1 1 1		0.000	0.000	9.000
4 0 1		2.000	2.000	7.000
5 0 0		2.000	0.000	0.000
8 0 1		4.000	2.000	7.000
9 0 0		4.000	0.000	0.000
12 0 1		6.000	2.000	7.000
13 0 0		6.000	0.000	0.000
16 0 1		8.000	2.000	7.000
17 0 0		8.000	0.000	0.000
20 0 1		10.000	2.000	7.000
21 0 0		10.000	0.000	0.000
24 0 1		12.000	2.000	7.000
25 0 0		12.000	0.000	0.000
28 0 0		14.000	2.000	0.000
29 0 1		15.000	3.000	6.000
30 0 0		14.000	0.000	0.000
33 0 0		16.000	2.000	0.000
35 0 1		18.000	4.000	5.000
36 0 0		16.000	0.000	0.000
39 0 0		18.000	2.000	0.000
42 0 1		21.000	5.000	4.000
43 0 0		18.000	0.000	0.000
46 0 0		20.000	2.000	0.000
50 0 1		24.000	6.000	3.000
51 0 0		20.000	0.000	0.000

FPM500/SARRASSE4 FV COND. DE PL. FUNCION M. N. PRESENC DE CHV. (S/ITER.)

ELMT	X=000	Y=000	1-FLOW	2-FLOW	ANGLE	TOTAL FLOW	DIRECTION
1	1.3333	0.3333	-0.747440-13	0.611160-14	0.0000	0.750000-13	174.7956
2	2.0000	1.0000	-0.105130-12	0.320500-13	0.0000	0.133370-12	142.0271
3	2.6667	1.6667	-0.564120-13	0.225650-12	0.0000	0.232590-12	104.0362
4	3.3333	0.3333	-0.537540-12	0.229600-14	0.0000	0.537600-12	175.1254
5	4.0000	1.0000	-0.714180-12	0.531490-12	0.0000	0.097020-12	143.3439
6	4.6667	1.6667	-0.379850-12	0.135790-11	0.0000	0.189630-11	101.5551
7	5.3333	0.3333	-0.388700-11	0.720610-14	0.0000	0.223700-11	179.6835
8	6.0000	1.0000	-0.504840-11	0.420140-11	0.0000	0.556800-11	140.2316
9	6.6667	1.6667	-0.261210-11	0.130660-10	0.0000	0.133250-10	101.3054
10	7.3333	0.3333	-0.287840-10	0.559820-12	0.0000	0.227200-10	173.1655
11	8.0000	1.0000	-0.389180-10	0.285210-10	0.0000	0.432500-10	143.7642
12	8.6667	1.6667	-0.209630-10	0.102140-09	0.0000	0.104270-09	101.5979
13	9.3333	0.3333	-0.208180-09	0.575940-12	0.0000	0.298180-09	179.1412
14	10.0000	1.0000	-0.264880-09	0.233340-09	0.0000	0.353010-09	138.6223
15	10.6667	1.6667	-0.134460-09	0.671920-08	0.0000	0.695050-09	101.1547
16	11.3333	0.3333	-0.128950-08	0.130110-09	0.0000	0.129600-08	174.2382
17	12.0000	1.0000	-0.175440-08	0.110960-08	0.0000	0.207500-08	147.6934
18	12.6667	1.6667	-0.202960-08	0.275620-08	0.0000	0.342200-08	126.3678
19	13.6667	2.3333	-0.210440-08	0.621320-08	0.0000	0.665470-08	103.4350
20	13.3333	0.3333	-0.473140-08	0.513420-09	0.0000	0.475920-08	173.8060
21	14.0000	1.0000	-0.615700-08	0.220000-08	0.0000	0.620540-08	154.7670
22	14.6667	1.6667	-0.732310-08	0.633910-08	0.0000	0.968560-08	139.1197
23	15.5000	2.5000	-0.800190-08	0.113440-07	0.0000	0.142940-07	124.0637
24	16.6667	3.3333	-0.818540-08	0.245560-07	0.0000	0.258040-07	103.4350
25	15.3333	0.3333	-0.121910-07	0.136410-08	0.0000	0.122670-07	173.6157

FPM500/BARRAGEM EM COND. DE PL. FUNCIONAM. NA PRESENCIA DE CHV. (S/ITER.)

NÓDE	X-ORD	Y-ORD	PRESSURE	POTENTIAL
1	0.0000	0.0000	0.500000 01	0.999000 01
2	0.6667	0.6667	0.833330 01	0.999000 01
3	1.3333	1.3333	0.766670 01	0.999000 01
4	2.0000	2.0000	0.700000 01	0.999000 01
5	2.0000	0.0000	0.900000 01	0.999000 01
6	2.6667	0.6667	0.833330 01	0.999000 01
7	3.3333	1.3333	0.766670 01	0.999000 01
8	4.0000	2.0000	0.700000 01	0.999000 01
9	4.0000	0.0000	0.900000 01	0.999000 01
10	4.6667	0.6667	0.833330 01	0.999000 01
11	5.3333	1.3333	0.766670 01	0.999000 01
12	6.0000	2.0000	0.700000 01	0.999000 01
13	6.0000	0.0000	0.900000 01	0.999000 01
14	6.6667	0.6667	0.833330 01	0.999000 01
15	7.3333	1.3333	0.766670 01	0.999000 01
16	8.0000	2.0000	0.700000 01	0.999000 01
17	8.0000	0.0000	0.900000 01	0.999000 01
18	8.6667	0.6667	0.833330 01	0.999000 01
19	9.3333	1.3333	0.766670 01	0.999000 01
20	10.0000	2.0000	0.700000 01	0.999000 01
21	10.0000	0.0000	0.900000 01	0.999000 01
22	10.6667	0.6667	0.833330 01	0.999000 01
23	11.3333	1.3333	0.766670 01	0.999000 01
24	12.0000	2.0000	0.700000 01	0.999000 01
25	12.0000	0.0000	0.900000 01	0.999000 01
26	12.6667	0.6667	0.833330 01	0.999000 01
27	13.3333	1.3333	0.766670 01	0.999000 01
28	14.0000	2.0000	0.700000 01	0.999000 01
29	15.0000	3.0000	0.600000 01	0.999000 01
30	14.0000	0.0000	0.900000 01	0.999000 01
31	14.6667	0.6667	0.833330 01	0.999000 01
32	15.3333	1.3333	0.766670 01	0.999000 01
33	16.0000	2.0000	0.700000 01	0.999000 01
34	17.0000	3.0000	0.600000 01	0.999000 01
35	17.0000	0.0000	0.900000 01	0.999000 01
36	16.6667	0.6667	0.833330 01	0.999000 01
37	16.6667	0.6667	0.833330 01	0.999000 01
38	17.3333	1.3333	0.766670 01	0.999000 01
39	18.0000	2.0000	0.700000 01	0.999000 01
40	19.0000	3.0000	0.600000 01	0.999000 01
41	20.0000	4.0000	0.500000 01	0.999000 01
42	21.0000	5.0000	0.400000 01	0.999000 01
43	18.0000	0.0000	0.900000 01	0.999000 01
44	18.6667	0.6667	0.833330 01	0.999000 01
45	19.3333	1.3333	0.766670 01	0.999000 01
46	20.0000	2.0000	0.700000 01	0.999000 01
47	21.0000	3.0000	0.600000 01	0.999000 01
48	22.0000	4.0000	0.500000 01	0.999000 01
49	23.0000	5.0000	0.400000 01	0.999000 01
50	24.0000	6.0000	0.300000 01	0.999000 01

FPM500/BARRAGEM EM COND. DE PL. FUNCIONAM. NA PRESENÇA DE CHV (S/ITER.)

ELMT	I	J	K	L	M/T	ANGLE
1	1	5	6	2	1	0.000
2	2	6	7	3	1	0.000
3	3	7	8	4	1	0.000
4	5	9	10	6	1	0.000
5	6	10	11	7	1	0.000
6	7	11	12	8	1	0.000
7	9	13	14	10	1	0.000
8	10	14	15	11	1	0.000
9	11	15	16	12	1	0.000
10	13	17	18	14	1	0.000
11	14	18	19	15	1	0.000
12	15	19	20	16	1	0.000
13	17	21	22	18	1	0.000
14	18	22	23	19	1	0.000
15	19	23	24	20	1	0.000
16	21	25	26	22	1	0.000
17	22	26	27	23	1	0.000
18	23	27	28	24	1	0.000
19	24	28	29	24	2	0.000
20	25	30	31	26	1	0.000
21	26	31	32	27	1	0.000
22	27	32	33	28	1	0.000
23	28	33	34	29	2	0.000
24	29	34	35	35	2	0.000
25	30	36	37	31	1	0.000
26	31	37	38	32	1	0.000
27	32	38	39	33	1	0.000
28	33	39	40	34	2	0.000
29	34	40	41	35	2	0.000
30	35	41	42	42	2	0.000
31	36	43	44	37	1	0.000
32	37	44	45	38	1	0.000
33	38	45	46	39	1	0.000
34	39	46	47	40	2	0.000
35	40	47	48	41	2	0.000
36	41	48	49	42	2	0.000
37	42	44	50	50	2	0.000
38	43	51	52	44	1	0.000
39	44	52	53	45	1	0.000
40	45	53	54	46	1	0.000
41	46	54	55	47	2	0.000
42	47	55	56	48	2	0.000
43	48	56	57	49	2	0.000
44	49	57	58	50	2	0.000
45	50	58	59	59	2	0.000
46	51	60	61	52	1	0.000
47	52	61	62	53	1	0.000
48	53	62	63	54	1	0.000
49	54	63	64	55	2	0.000
50	55	64	65	56	2	0.000

REQUIRED STORAGE = 220391 ALLOCATED STORAGE = 30000

606	45.0000
601	45.0000
595	45.0000
588	45.0000
580	45.0000
571	45.0000
561	45.0000
551	45.0000
540	45.0000
529	45.0000
517	45.0000
505	45.0000
492	45.0000
479	45.0000
465	45.0000
451	45.0000
436	45.0000
421	45.0000
405	45.0000
389	45.0000
372	45.0000
355	45.0000
337	45.0000
319	45.0000
299	45.0000
280	45.0000
259	45.0000
239	45.0000
218	45.0000
197	45.0000
176	45.0000
155	45.0000
134	45.0000
113	45.0000
92	45.0000

NODE CORR. ANGLE

PHREATIC SURFACE DESCRIPTION

623	627	0.0000000	0.0000000	0.0000000
631	631	0.0000000	0.0000000	0.0000000
632	632	0.0000000	0.0000000	0.0000000
633	633	0.0000000	0.0000000	0.0000000
634	634	0.0000000	0.0000000	0.0000000

FP4500/BARRAGEM EM COND. DE PL. FUNCION'M. N. PRESENÇA DE CHV. (S/ITER.)

BANDWIDTH FOR PROBLEM = 23.

DISTRIBUTED FLOW

I	J	QIJ	FX(I)	FX(J)
1	5	0.00000000	0.00000000	0.00000000
5	9	0.00000000	0.00000000	0.00000000
9	13	0.00000000	0.00000000	0.00000000
13	17	0.00000000	0.00000000	0.00000000
17	21	0.00000000	0.00000000	0.00000000
21	25	0.00000000	0.00000000	0.00000000
25	30	0.00000000	0.00000000	0.00000000
30	36	0.00000000	0.00000000	0.00000000
36	43	0.00000000	0.00000000	0.00000000
43	51	0.00000000	0.00000000	0.00000000
51	60	0.00000000	0.00000000	0.00000000
60	70	0.00000000	0.00000000	0.00000000
70	81	0.00000000	0.00000000	0.00000000
81	93	0.00000000	0.00000000	0.00000000
93	114	0.00000000	0.00000000	0.00000000
114	135	0.00000000	0.00000000	0.00000000
135	155	0.00000000	0.00000000	0.00000000
155	177	0.00000000	0.00000000	0.00000000
177	199	0.00000000	0.00000000	0.00000000
199	219	0.00000000	0.00000000	0.00000000
219	240	0.00000000	0.00000000	0.00000000
240	260	0.00000000	0.00000000	0.00000000
260	281	0.00000000	0.00000000	0.00000000
281	300	0.00000000	0.00000000	0.00000000
300	320	0.00000000	0.00000000	0.00000000
320	338	0.00000000	0.00000000	0.00000000
338	356	0.00000000	0.00000000	0.00000000
356	373	0.00000000	0.00000000	0.00000000
373	390	0.00000000	0.00000000	0.00000000
390	406	0.00000000	0.00000000	0.00000000
406	422	0.00000000	0.00000000	0.00000000
422	437	0.00000000	0.00000000	0.00000000
437	452	0.00000000	0.00000000	0.00000000
452	466	0.00000000	0.00000000	0.00000000
466	480	0.00000000	0.00000000	0.00000000
480	493	0.00000000	0.00000000	0.00000000
493	506	0.00000000	0.00000000	0.00000000
506	518	0.00000000	0.00000000	0.00000000
518	530	0.00000000	0.00000000	0.00000000
530	541	0.00000000	0.00000000	0.00000000
541	552	0.00000000	0.00000000	0.00000000
552	562	0.00000000	0.00000000	0.00000000
562	572	0.00000000	0.00000000	0.00000000
572	581	0.00000000	0.00000000	0.00000000
581	599	0.00000000	0.00000000	0.00000000
589	596	0.00000000	0.00000000	0.00000000
596	602	0.00000000	0.00000000	0.00000000
602	607	0.00000000	0.00000000	0.00000000
607	611	0.00000000	0.00000000	0.00000000
611	615	0.00000000	0.00000000	0.00000000
615	619	0.00000000	0.00000000	0.00000000
619	623	0.00000000	0.00000000	0.00000000

FREE SURFACE LOCATION

NODE X-ORD Y-ORD PRESSURE

92	36.7500	10.2500	-0.000000
113	37.5000	10.2500	-0.000000
134	38.2500	10.2500	-0.000000
155	39.0000	10.2500	-0.000000
176	39.7500	10.2500	-0.000000
197	40.5000	10.2500	-0.000000
218	41.2500	10.2500	-0.000000
239	42.0000	10.2500	-0.000000
259	42.5000	10.0000	-0.000000
280	43.0000	9.7500	-0.000000
299	43.5000	9.5000	-0.000000
319	44.0000	9.2500	-0.000000
337	44.5000	9.0000	-0.000000
355	45.0000	8.7500	-0.000000
372	45.5000	8.5000	-0.000000
389	46.0000	8.2500	-0.000000
405	46.5000	8.0000	-0.000000
421	47.0000	7.7500	-0.000000
436	47.5000	7.5000	-0.000000
451	48.0000	7.2500	-0.000000
465	48.5000	7.0000	-0.000000
479	49.0000	6.7500	-0.000000
492	49.5000	6.5000	-0.000000
505	50.0000	6.2500	-0.000000
517	50.5000	6.0000	-0.000000
529	51.0000	5.7500	-0.000000
540	51.5000	5.5000	-0.000000
551	52.0000	5.2500	-0.000000
561	52.5000	5.0000	-0.000000
571	53.0000	4.7500	-0.000000
580	53.5000	4.5000	-0.000000
595	54.0000	4.2500	-0.000000
608	54.5000	4.0000	-0.000000
621	55.0000	3.7500	-0.000000
631	55.5000	3.5000	-0.000000
641	56.0000	3.2500	-0.000000
650	56.5000	3.0000	-0.000000
661	57.0000	2.7500	-0.000000
671	57.5000	2.5000	-0.000000
680	58.0000	2.2500	-0.000000
695	58.5000	2.0000	-0.000000
708	59.0000	1.7500	-0.000000
721	59.5000	1.5000	-0.000000
731	60.0000	1.2500	-0.000000
741	60.5000	1.0000	-0.000000
750	61.0000	0.7500	-0.000000
761	61.5000	0.5000	-0.000000
771	62.0000	0.2500	-0.000000
780	62.5000	0.0000	-0.000000
795	63.0000	0.0000	-0.000000
808	63.5000	0.0000	-0.000000
821	64.0000	0.0000	-0.000000
831	64.5000	0.0000	-0.000000
841	65.0000	0.0000	-0.000000
850	65.5000	0.0000	-0.000000
861	66.0000	0.0000	-0.000000
871	66.5000	0.0000	-0.000000
880	67.0000	0.0000	-0.000000
895	67.5000	0.0000	-0.000000
908	68.0000	0.0000	-0.000000
921	68.5000	0.0000	-0.000000
931	69.0000	0.0000	-0.000000
941	69.5000	0.0000	-0.000000
950	70.0000	0.0000	-0.000000
961	70.5000	0.0000	-0.000000
971	71.0000	0.0000	-0.000000
980	71.5000	0.0000	-0.000000
995	72.0000	0.0000	-0.000000
1008	72.5000	0.0000	-0.000000
1021	73.0000	0.0000	-0.000000
1031	73.5000	0.0000	-0.000000
1041	74.0000	0.0000	-0.000000
1050	74.5000	0.0000	-0.000000
1061	75.0000	0.0000	-0.000000
1071	75.5000	0.0000	-0.000000
1080	76.0000	0.0000	-0.000000
1095	76.5000	0.0000	-0.000000
1108	77.0000	0.0000	-0.000000
1121	77.5000	0.0000	-0.000000
1131	78.0000	0.0000	-0.000000
1141	78.5000	0.0000	-0.000000
1150	79.0000	0.0000	-0.000000
1161	79.5000	0.0000	-0.000000
1171	80.0000	0.0000	-0.000000
1180	80.5000	0.0000	-0.000000
1195	81.0000	0.0000	-0.000000
1208	81.5000	0.0000	-0.000000
1221	82.0000	0.0000	-0.000000
1231	82.5000	0.0000	-0.000000
1241	83.0000	0.0000	-0.000000
1250	83.5000	0.0000	-0.000000
1261	84.0000	0.0000	-0.000000
1271	84.5000	0.0000	-0.000000
1280	85.0000	0.0000	-0.000000
1295	85.5000	0.0000	-0.000000
1308	86.0000	0.0000	-0.000000
1321	86.5000	0.0000	-0.000000
1331	87.0000	0.0000	-0.000000
1341	87.5000	0.0000	-0.000000
1350	88.0000	0.0000	-0.000000
1361	88.5000	0.0000	-0.000000
1371	89.0000	0.0000	-0.000000
1380	89.5000	0.0000	-0.000000
1395	90.0000	0.0000	-0.000000
1408	90.5000	0.0000	-0.000000
1421	91.0000	0.0000	-0.000000
1431	91.5000	0.0000	-0.000000
1441	92.0000	0.0000	-0.000000
1450	92.5000	0.0000	-0.000000
1461	93.0000	0.0000	-0.000000
1471	93.5000	0.0000	-0.000000
1480	94.0000	0.0000	-0.000000
1495	94.5000	0.0000	-0.000000
1508	95.0000	0.0000	-0.000000
1521	95.5000	0.0000	-0.000000
1531	96.0000	0.0000	-0.000000
1541	96.5000	0.0000	-0.000000
1550	97.0000	0.0000	-0.000000
1561	97.5000	0.0000	-0.000000
1571	98.0000	0.0000	-0.000000
1580	98.5000	0.0000	-0.000000
1595	99.0000	0.0000	-0.000000
1608	99.5000	0.0000	-0.000000
1621	100.0000	0.0000	-0.000000
1631	100.5000	0.0000	-0.000000
1641	101.0000	0.0000	-0.000000
1650	101.5000	0.0000	-0.000000
1661	102.0000	0.0000	-0.000000
1671	102.5000	0.0000	-0.000000
1680	103.0000	0.0000	-0.000000
1695	103.5000	0.0000	-0.000000
1708	104.0000	0.0000	-0.000000
1721	104.5000	0.0000	-0.000000
1731	105.0000	0.0000	-0.000000
1741	105.5000	0.0000	-0.000000
1750	106.0000	0.0000	-0.000000
1761	106.5000	0.0000	-0.000000
1771	107.0000	0.0000	-0.000000
1780	107.5000	0.0000	-0.000000
1795	108.0000	0.0000	-0.000000
1808	108.5000	0.0000	-0.000000
1821	109.0000	0.0000	-0.000000
1831	109.5000	0.0000	-0.000000
1841	110.0000	0.0000	-0.000000
1850	110.5000	0.0000	-0.000000
1861	111.0000	0.0000	-0.000000
1871	111.5000	0.0000	-0.000000
1880	112.0000	0.0000	-0.000000
1895	112.5000	0.0000	-0.000000
1908	113.0000	0.0000	-0.000000
1921	113.5000	0.0000	-0.000000
1931	114.0000	0.0000	-0.000000
1941	114.5000	0.0000	-0.000000
1950	115.0000	0.0000	-0.000000
1961	115.5000	0.0000	-0.000000
1971	116.0000	0.0000	-0.000000
1980	116.5000	0.0000	-0.000000
1995	117.0000	0.0000	-0.000000
2008	117.5000	0.0000	-0.000000
2021	118.0000	0.0000	-0.000000
2031	118.5000	0.0000	-0.000000
2041	119.0000	0.0000	-0.000000
2050	119.5000	0.0000	-0.000000
2061	120.0000	0.0000	-0.000000
2071	120.5000	0.0000	-0.000000
2080	121.0000	0.0000	-0.000000
2095	121.5000	0.0000	-0.000000
2108	122.0000	0.0000	-0.000000
2121	122.5000	0.0000	-0.000000
2131	123.0000	0.0000	-0.000000
2141	123.5000	0.0000	-0.000000
2150	124.0000	0.0000	-0.000000
2161	124.5000	0.0000	-0.000000
2171	125.0000	0.0000	-0.000000
2180	125.5000	0.0000	-0.000000
2195	126.0000	0.0000	-0.000000
2208	126.5000	0.0000	-0.000000
2221	127.0000	0.0000	-0.000000
2231	127.5000	0.0000	-0.000000
2241	128.0000	0.0000	-0.000000
2250	128.5000	0.0000	-0.000000
2261	129.0000	0.0000	-0.000000
2271	129.5000	0.0000	-0.000000
2280	130.0000	0.0000	-0.000000
2295	130.5000	0.0000	-0.000000
2308	131.0000	0.0000	-0.000000
2321	131.5000	0.0000	-0.000000
2331	132.0000	0.0000	-0.000000
2341	132.5000	0.0000	-0.000000
2350	133.0000	0.0000	-0.000000
2361	133.5000	0.0000	-0.000000
2371	134.0000	0.0000	-0.000000
2380	134.5000	0.0000	-0.000000
2395	135.0000	0.0000	-0.000000
2408	135.5000	0.0000	-0.000000
2421	136.0000	0.0000	-0.000000
2431	136.5000	0.0000	-0.000000
2441	137.0000	0.0000	-0.000000
2450	137.5000	0.0000	-0.000000
2461	138.0000	0.0000	-0.000000
2471	138.5000	0.0000	-0.000000
2480	139.0000	0.0000	-0.000000
2495	139.5000	0.0000	-0.000000
2508	140.0000	0.0000	-0.000000
2521	140.5000	0.0000	-0.000000
2531	141.0000	0.0000	-0.000000
2541	141.5000	0.0000	-0.000000
2550	142.0000	0.0000	-0.000000
2561	142.5000	0.0000	-0.000000
2571	143.0000	0.0000	-0.000000
2580	143.5000	0.0000	-0.000000
2595	144.0000	0.0000	-0.000000
2608	144.5000	0.0000	-0.000000
2621	145.0000	0.0000	-0.000000
2631	145.5000	0.0000	-0.000000
2641	146.0000	0.0000	-0.000000
2650	146.5000	0.0000	-0.000000
2661	147.0000	0.0000	-0.000000
2671	147.5000	0.0000	-0.000000
2680	148.0000	0.0000	-0.000000
2695	148.5000	0.0000	-0.000000
2708	149.0000	0.0000	-0.000000
2721	149.5000	0.0000	-0.000000
2731	150.0000	0.0000	-0.000000
2741	150.5000	0.0000	-0.000000
2750	151.0000	0.0000	-0.000000
2761	151.5000	0.0000	-0.000000
2771	152.0000	0.0000	-0.000000
2780	152.5000	0.0000	-0.000000
2795	153.0000	0.0000	-0.000000
2808	153.5000	0.0000	-0.000000
2821	154.0000	0.0000	-0.000000
2831	154.5000	0.0000	-0.000000
2841	155.0000	0.0000	-0.000000
2850	155.5000	0.0000	-0.000000
2861	156.0000	0.0000	-0.000000
2871	156.5000	0.0000	-0.000000
2880	157.0000	0.0000	-0.000000
2895	157.5000	0.0000	-0.000000
2908	158.0000	0.0000	-0.000000
2921	158.5000	0.0000	-0.000000
2931	159.0000	0.0000	-0.000000
2941	159.5000	0.0000	-0.000000
2950	160.0000	0.0000	-0.000000