LAURINDA LÚCIA NOGUEIRA DOS REIS

OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DE UM DIVISOR DE POTENCIAL RESISTIVO

Dissertação apresentada à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO : Processamento da Energia

ORIENTADOR : SREERAMULU RAGHURAM NAIDU

CAMPINA GRANDE - Pb

junho - 1984

LAURINDA LÚCIA NOGUEIRA DOS REIS

OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DE UM DIVISOR DE POTENCIAL RESISTIVO

Dissertação apresentada à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Processamento da Energia

ORIENTADOR: Sreeramulu Raghuram Naidu

CAMPINA GRANDE - PB

AGOSTO - 1984

R375o Reis, Laurinda Lúcia Nogueira dos.
Otimização dos parâmetros de um divisor de potencial resistivo / Laurinda Lúcia Nogueira dos Reis. - Campina Grande, 1984.
92 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1984.
"Orientação : Prof. Dr. Sreeramulu Raghuram Naidu".
Referências.

1. Alta Voltagem. 2. Tensão Elétrica. 3. Potencial Resistivo - Divisor. 4. Otimização dos Parâmetros - Divisor de Potencial Resistivo. 5. Engenharia Elétrica - Dissertacão. I. Naidu, Sreeramulu Raghuram. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

CDU 621.3.027.3(043)

OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DE UM

DIVISOR DE POTENCIAL RESISTIVO

LAURINDA LÚCIA NOGUEIRA DOS REIS

Dissertação aprovada em 30/8/1984

SREERAMULU RAGHURAM NAIDU
Orientador

DRUMOND XAVIER CAVALCANTI LIMA
Componente da Banca

ANTONIO FAUSTINO CAVALCANTI NETO
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - Pb

1 9 8 4

D E D I C A T Ó R I A

A Alberto e Lívia, meu esposo e filha.

AGRADECIMENTOS

Quero expressar os meus agradecimentos a todos que, direta ou indiretamente contribuiram para a efetivação deste trabalho.

Em especial ao Professor SREERAMULU RAGHURAM NAIDU, pelo incentivo e orientação.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, que através do Processo 40.2281/82 forneceu parte dos recursos utilizados nos trabalhos experimentais, os meus agradecimentos.

LISTA DE SÍMBOLOS

Z_1 - impedância de alta-tensão

Z_2 - impedância de baixa-tensão

$v_1(t)$ - tensão de entrada

$v_2(t)$ - tensão de saída

Z'_L - impedâncias séries

Z'_q - impedâncias à terra

R_1 - resistência de alta-tensão

R_2 - resistência de baixa-tensão

a - fator de escala do divisor

C'_e - capacitância parasita paralela para terra

C'_p - capacitância paralela associada à coluna resistiva

R_T - resistência de amortecimento do divisor

C_1 - capacitância de alta-tensão

C_2 - capacitância de baixa-tensão

L.T. - linha de transmissão

V_o - amplitude da tensão degrau

$\mu(t)$ - função degrau unitário

w(t) - resposta ao degrau

T - tempo de resposta

T_1 - tempo de resposta parcial

$g(t)$ - função degrau

U - tensão do sistema

S - taxa de crescimento

T_c - tempo de corte

T_e - tempo de elevação

V - potencial no contorno

A_{ji} - coeficientes do potencial associado às cargas

Q_i - cargas fictícias

B_j - potencial do contorno

r - raio

z - comprimento sobre o eixo de simetria em relação ao plano de referência

$K(k)$ - integral elíptica de primeira espécie

E_r, E_z - campo elétrico

$E(k)$ - integral elíptica de segunda espécie

e_k - potencial do toróide

ℓ_1 - vetor de potencial de contorno

ζ - tempo de trânsito

Z - impedância de surto

L - indutância da linha

C - capacitância da linha

t - tempo

i(x,t) - corrente da linha em função do tempo

e(x,t) - tensão da linha em função do tempo

f_1, f_2 - são funções das variáveis (x-vt) e (x+vt)

(x-vt) e (x+vt) - ondas viajantes progressiva e regressiva, respectivamente

v - velocidade de propagação

m,k - terminais da linha(nós)

e_m - tensão no terminal "m"

i_{mk}, i_{km} - corrente entre os nós "m" e "k", e "k" e "m", respectivamente

e_k - tensão no terminal "k"

e_{km}, e_{mk} - tensão entre os nós "k" e "m", e "m" e "k", respectivamente

I_k, I_m - corrente fictícia no nó "k" e "m", respectivamente

Δt - intervalo de tempo

R - resistência

Z_e - impedância equivalente da L.T.

e(t) - tensão nodal

Z_1, Z_2 - impedâncias da L.T. do circuito equivalente do divisor

GKTOR, GLTOR, GM_i, G_i, GS_i, GL_i - condutâncias do circuito equivalente do divisor, i=1,2,...,m

CKTOR, CLTOR, CCM_i, CCL_i, CCS_i, CCG_i, C1X, CL2, CORX1, CORX2, CCOS -fontes de corrente fictícias do circuito equivalente do divisor, da L.T. e do osciloscópio, respectivamente

RCOS - resistência do osciloscópio

$|Y|$, $|Y11|$, $|Y12|$, $|YKK|$ - matrizes de condutâncias do circuito equivalente do divisor

i(t) - correntes nodais

I, c(t) - fonte de corrente fictícia

$\bar{X}$ - vetor de parâmetros

$\bar{g}$ - vetor gradiente

$|H|$, A - matriz Hessiana

∇E- vetor gradiente da função objetivo

S - elastância

G - condutância

T - indutância recíproca

μ - vetor unitário na direção de $-\bar{g}$

λ - escalar não negativo que determina o valor ótimo

α_i - escalar positivo define a distância entre $\bar{X}_i$ e $\bar{X}_{i+1}$ (pontos de pesquisa)

P_i, P_j - vetor de pesquisa

β_i - escalar positivo

CS_i - capacitâncias paralelas, entre os vários nós ao longo do ramo de A.T.

CL_i - capacitâncias entre os nós e terra

CM_i - capacitâncias entre os nós e o terminal de A.T.

CKG - capacitâncias entre o eletrodo de blindagem e terra

CT1, CT2 - capacitâncias de entrada

v_i - distribuição de potencial eletrostático entre os nós ao longo da coluna do divisor, considerando o terminal de A.T. ligado diretamente ao eletrodo de blindagem

e_i - idem considerando o terminal de A.T. eletricamente isolado do eletrodo de blindagem

ℓ_i - vetores do potencial do contorno

$X_m(t)$ - resposta obtida

$\hat{X}_m(t)$ - resposta desejada

F - funcional de desempenho

G_c - gradiente de F em relação ao vetor de capacitâncias $|C|$

RD, RT - resistências de amortecimento

G_{RD}, G_{RT} - gradiente de F em relação às resistências de amortecimento

δF, δC, δRD, δRT - variação da funcional de desempenho, capacitâncias e resistências de amortecimento; respectivamente.

μ_i, α_i, β_i, γ_i, δ_i, ε_i e θ_i - funções multiplicadores de Lagrange

ρ_i - distância do perfil

f_{ai} , f_{bi} - negativo do campo elétrico na direção ρ_i

LISTA DE FIGURAS

Í N D I C E

Página

CAPÍTULO V

CAPÍTULO VI

R E S U M O

O objetivo deste trabalho, é desenvolver uma técnica de otimização dos parâmetros de um sistema de medição de alta tensão de impulso, utilizando um divisor de potencial resistivo. Os parâmetros considerados nesse sentido são: a geometria dos eletrodos de blindagem, as resistências de amortecimento e a resistência do ramo de baixa-tensão do divisor.

Uma nova técnica de otimização do sistema de medição foi desenvolvida baseada no modelo do circuito equivalente de um divisor de potencial resistivo. Aplicou-se esta técnica para a obtenção dos valores ótimos dos parâmetros de um sistema de medição para impulsos de 1MV. Os parâmetros ótimos e a resposta degrau do sistema de medição foram calculados. Utilizando-se os parâmetros ótimos foi construído um divisor de potencial resistivo, através do qual obteve-se a medição da resposta degrau e do tempo de resposta. O tempo de resposta obtido foi menor do que 20ns.

A B S T R A C T

The main objective of this thesis is to develop a technique for optimizing the parameters of a measuring system for high impulse voltages using a resistive divider. The parameters considered in this sense are: the shielding electrode geometry, the damping resistances, and the resistance of the low voltage arm.

A new technique for optimizing a measuring system for high impulse voltage is developed in using an equivalent circuit model of a resistive voltage divider. This technique has been applied to obtain the optimum parameters-values of a measuring system for 1MV impulses. The optimum response and the step-response of the measuring system have been calculated.

Using the optimum parameters-values a resistive voltage divider was constructed. The step-response of the measuring system and the response time were obtained. The measured response time less than 20ns.

1. INTRODUÇÃO

O constante aumento da potência nos sistemas de transmissão de energia elétrica é acompanhado do crescimento das dimensões das linhas de transmissão, das subestações e também das tensões nominais destes sistemas. Os sistemas de transmissão de um modo geral, tornam-se mais expostos aos esforços elétricos de origem atmosférica ou operações de manobra os quais podem causar danos ao sistema de isolamento dos equipamentos. Portanto, é necessário comprovar a qualidade do isolamento dos equipamentos com a aplicação em laboratório de tensões de impulso. As tensões de impulso,são de grande importância entre os ensaios de isolamento, e seus resultados são amplamente adotados no projeto de L.T. de A.T., como também, na coordenação de isolamento de subestações de potência como um dado básico. Neste contexto, as medições de tensões impulsivas são de grande importância e os equipamentos desenvolvidos para essa finalidade, especialmente, os divisores de tensão, devem ser cuidadosamente projetados para tais medições.

Dentre os divisores de potencial utilizados em ensaios de tensão de impulso, o divisor de potencial resistivo, é o mais simples e barato, sendo objeto de estudo de diversos laboratórios de pesquisas. O divisor de potencial resistivo pode ser usado para tensões até 2MV, ou seja, para tensões maiores que 2MV outros divisores são empregados, tais como, divisor de potencial capacitivo e divisor de potencial misto.

As capacitâncias parasitas e indutâncias residuais inerentes nos divisores resistivos influenciam as características de resposta do sistema de medição, afetando a medição da tensão aplicada no objeto sob ensaio. Estas capacitâncias além de provocarem uma distribuição de tensão não linear ao longo da coluna do divisor, apresentam uma má combinação com o cabo de alta-tensão, conseqüentemente, provocando erros de medição significantes.

Uma técnica iterativa para a otimização do sistema de medição é desenvolvida, baseada no modelo do circuito equivalente de um divisor resistivo. Em cada iteração, os parâmetros do modelo são calculados e a resposta degrau determinada. Então, o gradiente em relação aos parâmetros do circuito equivalente é calculado através da análise de circuito de estrutura fixa, pela otimização dos valores dos parâmetros. Esses são alterados conforme uma técnica de minimização por gradientes conjugados devido a Fletcher-Reeves. O procedimento iterativo para a otimização do sistema de medição é apresentado no Capítulo IV.

O Capítulo II descreve alguns aspectos básicos sobre medições de altas-tensões de impulso, os equipamentos utilizados nestas medições e suas características em relação a outras tensões(medição de tensão contínua e tensão alternada). As características de transferência, bem como os efeitos e influência do sistema de medição nos parâmetros de um divisor de tensão, também estão apresentados neste Capítulo. As ferramentas matemáticas utilizadas no processo de otimização do sistema de medição, são descritas no Capítulo III.

O Capítulo V apresenta a verificação do sistema ótimo de medição através da análise dos resultados medidos da resposta degrau e do tempo de resposta do modelo do divisor resistivo desenvolvido no Capítulo IV.

As conclusões deste trabalho, finalmente são apresentadas no Capítulo VI.

2. MEDIÇÃO DE ALTAS TENSÕES DE IMPULSO

INTRODUÇÃO:

A operação satisfatória dos equipamentos de transmissão de energia elétrica é assegurada pela capacidade dos mesmos de suportar não somente os esforços de operação normal, como também os esforços provocados pelas sobretensões de origem atmosférica ou de manobra. Nesse sentido, é necessário que tais equipamentos sejam submetidos a ensaios de impulso a fim de comprovar o bom desempenho do projeto e a qualidade do material isolante utilizados nesses equipamentos. A execução desses ensaios é feita em laboratório de alta-tensão por equipamentos especialmente projetados para essa finalidade, os geradores de tensão de impulso.

A confiabilidade dos resultados dos ensaios de impulso depende especialmente da técnica de medição utilizada. Os divisores resistivos são um dos mais adequados equipamentos para a medição de tensões de impulso ou de manobra, podendo serem empregados para tensões até 2MV.

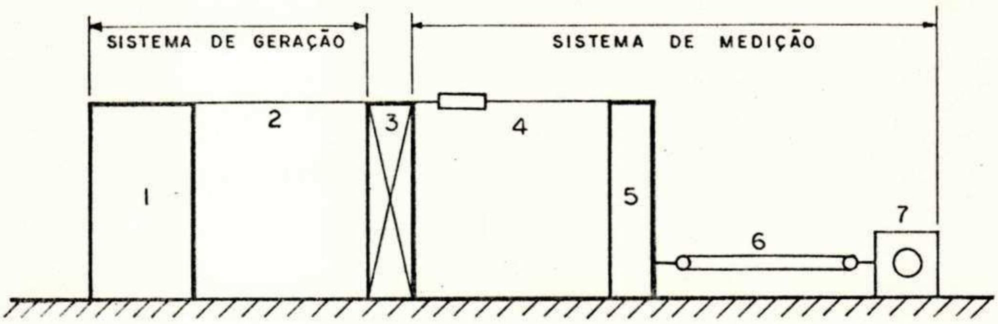
Neste capítulo, serão analisados alguns aspectos bá sicos sobre os divisores de tensão, especialmente os divisores resistivos, e os circuitos de medição para ensaio de impulso de alta-tensão. Serão analisados ainda, as características de transferência, o efeito e a influência do sistema de medição nos parâmetros de um divisor de potencial.

2.1 Sistema de Medição de Tensão de Impulso

O sistema de medição para altas-tensões de impulso consiste de um divisor de potencial, cabo coaxial, osciloscópio ou instrumento de indicação e circuitos de retorno para terra. A fig. 2.1 mostra uma unidade completa de tensão de impulso, onde além dos componentes do sistema de medição (localizados à direita do objeto de ensaio), temos um gerador degrau, cabo de alta-tensão, objeto de ensaio, e um resistor de amortecimento que pode ser incluído na entrada do cabo de alta-tensão. A seguir, serão descritas algumas características importantes destes componentes.

Os divisores de potencial de qualquer sistema de medição que sejam utilizados para medições precisas de tensão de impulso, devem ter alta impedância e serem projetados a fim de reproduzir com a máxima fidelidade possível, todos os tipos de tensão de impulso. Outras características importantes destes serão descritas posteriormente.

O cabo coaxial, serve para transmitir o sinal de medição à entrada do osciloscópio. Este usualmente forma uma parte do ramo de baixa tensão do divisor. Em geral, a impe-



1 - Gerador de tensão.
2 e 4 - Cabo de alta tensão.
3 - Objeto de ensaio.
5 - Divisor de potencial.
6 - Cabo coaxial de medição.
7 - Instrumento de medição.

Fig. 2.1 - Circuito de ensaio de tensão de impulso.

dância característica do cabo é diferente da impedância encontrada no terminal de saída do cabo. É essencial que estas sejam combinadas a fim de prevenir múltiplas reflexões que podem resultar em erros na medição.

A medição das tensões impulsivas pode ser feita através de vários métodos, incluindo aqueles por espinterômetro, voltímetro de crista ou um osciloscópio acoplado a um divisor de potencial. O osciloscópio é o mais usado, pois permite a medição simultânea do valor de crista e da forma de onda de saída |6|. Este deve ter uma alta impedância de entrada, fazendo com que o sinal transmitido pelo cabo coaxial seja medido em sua integridade.

A tensão degrau é gerada por meio de um gerador degrau. Esse deve ter uma impedância zero enquanto está sendo gerado o degrau de tensão. Um gerador que possui esta característica utiliza um relé de mercúrio. Este gerador produz um degrau negativo de tensão(que é a melhor maneira de conseguir um gerador com impedância nula).

O cabo de alta-tensão serve para ligar o gerador degrau ao terminal de alta-tensão do divisor. O comprimento deste e sua posição em relação à montagem do divisor deve ser estabelecido, pois influencia as características de resposta do sistema. Um fator importante na escolha da configuração do cabo de alta-tensão é a impedância de surto desse, que normalmente é diferente da impedância do divisor e do objeto a ser ensaiado.Estas conexões causam oscilações na resposta, podendo serem minimizadas procurando-se fazer uma combinação de impedâncias entre o gerador, divisor, e o objeto de ensaio com a impedância do cabo. Esta combinação pode ser efetuada conectando-se resistores concentrados em série com os diferentes elementos do arranjo |2|.

Alguns erros associados com os componentes do sistema de medição(fenômenos dependentes da frequência, tensão) distorcem a forma de onda de saída. Muitos destes podem ser evitados através do ajustamento de impedâncias ou outros fatores que serão descritos no decorrer do desenvolvimento deste trabalho.

2.2 Princípios Básicos de Divisores de Tensão

O divisor de potencial, seja qual for o tipo, é formado por um ramo de alta impedância, Z_1, em série com um ramo de baixa impedância, Z_2(veja fig. 2.2). A tensão a ser medida, $V_1(t)$, é aplicada através da combinação série e a tensão, $V_2(t)$, é medida no ramo de baixa impedância por meio de um osciloscópio ou instrumento de indicação. O valor da tensão aplicada ao objeto sob ensaio, depende essencialmente do projeto do ramo de alta impedância do divisor. A natureza da impedância, caracteriza o tipo do divisor. Três tipos básicos de divisores estão em uso atualmente:divisor resistivo, divisor capacitivo e divisor misto(resistivo-capacitivo).

Os divisores de potencial usados em laboratórios de alta-tensão, geralmente possuem grandes dimensões, com parâmetros distribuídos ao longo da coluna do divisor. Em face disso, nem sempre é possível se obter divisores puros.Indu-

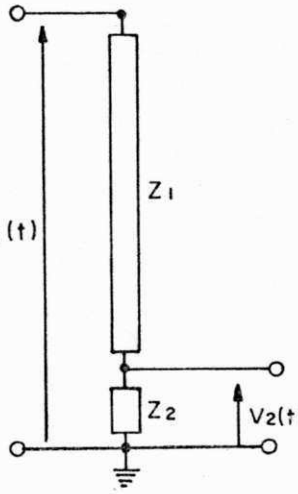


Fig. 2.2 - Diagrama básico de um circuito de divisor de potencial.

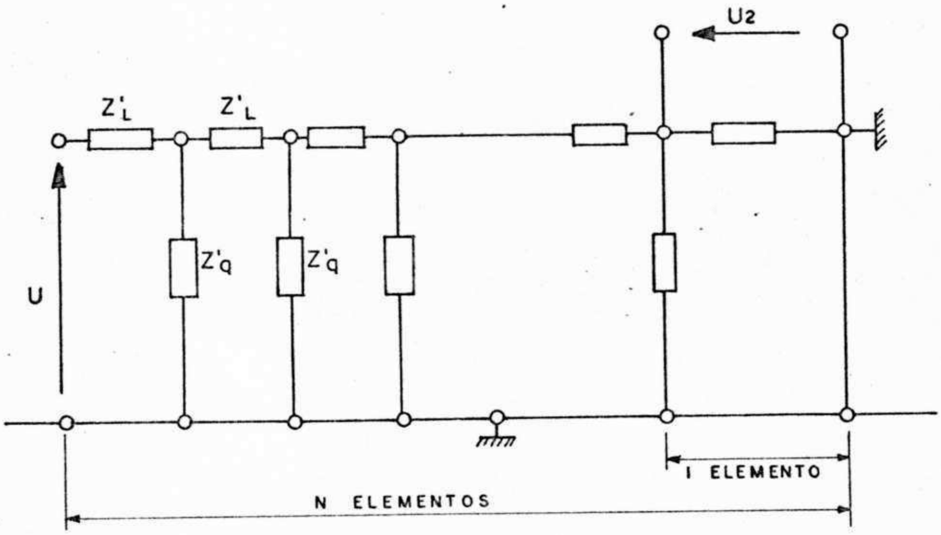


Fig. 2.3 - Circuito equivalente para divisores de potencial.

tâncias residuais e capacitâncias parasitas estão presentes, as quais influenciam as características de resposta destes divisores. Em todos os tipos de divisores, a indutância residual dos elementos que o constituem e as capacitâncias parasitas para terra, devem ser reduzidas ao menor valor possível, a fim de evitar oscilações indesejadas na resposta do sistema. A fig. 2.3 mostra o circuito equivalente de um divisor de potencial, com "N" impedâncias séries iguais, Z_L', e igual número de impedâncias à terra Z_q'.

Inicialmente serão analisados os diversos tipos de divisores para diferentes tipos de tensão. Ênfase será dada aos divisores resistivos para medição de tensão impulsiva, devido ser de interesse para o objetivo principal deste trabalho. Uma comparação é feita também entre os diferentes tipos de divisores e a resposta destes a uma tensão degrau unitário.

2.2.1 Divisores de Potencial Resistivo

Um divisor de potencial resistivo consiste basicamente de um terminal de alta-tensão, um ramo de alta-tensão R_1, e um ramo de baixa-tensão R_2, como mostra a fig. 2.4. O ramo de alta-tensão consiste do enrolamento de duas camadas superpostas de fio resistivo distribuído sobre uma coluna isolante, ligadas em paralelo e de sentidos opostos, cuja finalidade é reduzir ao mínimo a indutância residual do enrolamento. O ramo de baixa-tensão também consis-

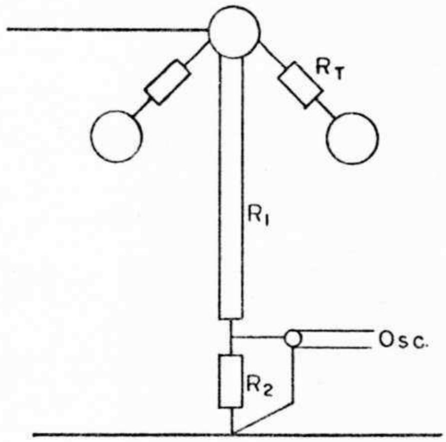


Fig. 2.4 – Divisor resistivo.

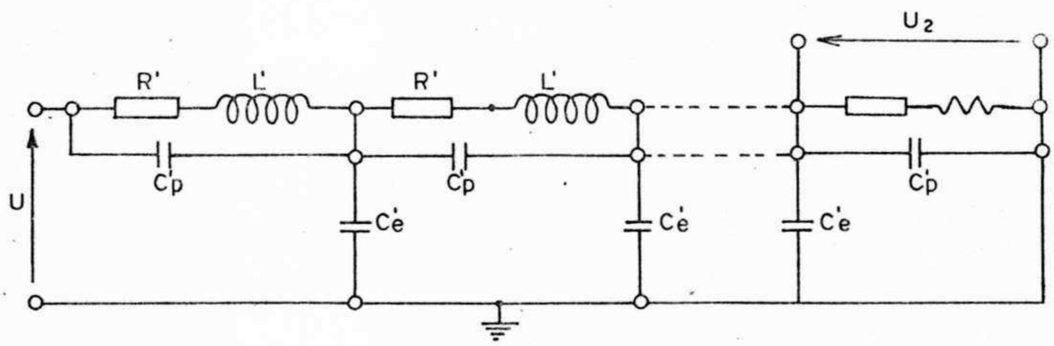


Fig. 2.5 – Circuito equivalente para divisor resistivo.

te de outro enrolamento superposto de fio resistivo, ligados em paralelo e de sentidos opostos com a mesma finalidade. O terminal de alta-tensão consiste de uma peça metálica de forma esférica, instalada na extremidade superior da coluna resistiva, e serve de ligação entre o divisor e o cabo de alta-tensão que vem do objeto de ensaio ou do gerador de tensão de impulso. No projeto construcional dos divisores de potencial resistivo, o ramo de A.T., ou seja a coluna resistiva é essencialmente a mais importante, devido contribuir diretamente no desempenho do divisor.

O fator de escala do divisor de potencial resistivo é dado pela relação entre a tensão de entrada $v_1(t)$ e o sinal de medição $v_2(t)$, isto é,

$$a = \frac{v_1(t)}{v_2(t)} = \frac{R_1+R_2}{R_2}$$

Durante as medições, a resistência de baixa-tensão R_2 encontra-se em paralelo com a impedância do dispositivo de medição e com a do cabo coaxial, o qual liga o dispositivo de registro ao divisor, influenciando assim o fator de escala do divisor.

A seguir, são analisadas algumas características dos divisores resistivos quando utilizados nas medições de tensão contínua, tensão alternada e tensão de impulso.

Um dos circuitos equivalentes de um divisor de potencial resistivo é mostrado na fig. 2.5, onde C_e' representa a capacitância parasita para terra, C_p' a capacitância paralela associada à coluna resistiva.

2.2.1.1 Divisores Resistivos para Medição de Tensão de Impulso

Nos divisores resistivos quando na presença de rápidos transitórios, tais como tensões de impulso, as capacitâncias parasitas adquirem importância fundamental. Essas capacitâncias influenciam as características de resposta dos divisores, alterando o comportamento deste em relação ao que se pode prever para o estado permanente.

Em tais divisores, a existência de capacitâncias parasitas distribuídas para terra é responsável pelas maiores dificuldades encontradas no uso desses divisores. Estas capacitâncias causam uma distribuição de tensão não linear ao longo da coluna do divisor e uma relação de dependência com a frequência. Portanto, em altas frequências, isto é, com tensões impulsivas, o fator de escala do divisor é dependente da frequência |2|.

As capacitâncias parasitas distribuídas para terra estão associadas à dimensão da resistência de alta tensão, sendo esta consideravelmente grande para tensões elevadas. As indutâncias residuais da coluna de alta-tensão, provenientes do enrolamento resistivo, associadas às capacitâncias parasitas, produzem oscilações no sistema.

O efeito das capacitâncias parasitas pode ser reduzido, construindo-se a coluna de alta-tensão do divisor com a menor resistência possível, sem contudo alterar sensivelmente a corrente de carga do sistema de geração, ou utilizando-se eletrodo de blindagem na extremidade de alta-tensão do divisor. Este eletrodo além de forçar a uniformização do campo elétrico nas imediações da coluna resistiva do divisor, fornece um caminho capacitivo para carregar as capacitâncias parasitas em relação à terra. O eletrodo de blindagem também compõe o divisor, e pode ser conectado a este,diretamente ou através de um resistor de amortecimento, R_T(veja fig. 2.4). Outros eletrodos de blindagem também podem ser conectados em várias alturas ao longo da coluna resistiva.

O resistor de amortecimento R_T, não afeta o fator de escala do divisor, contudo, pode ter uma apreciável influência na resposta do circuito de medição, pois reduz as oscilações produzidas pela indutância do cabo de alta-tensão e as capacitâncias parasitas.

Os divisores resistivos quando usados para determinar o valor de pico das tensões de impulso, devem ter uma largura de faixa de frequência capaz de medir impulsos atmosféricos e de manobra. Como já vimos, a resistência total do divisor não pode ser pequena, para não sobrecarregar o sistema de geração. Assim, os divisores resistivos para medições de tensão de impulso, devem ser dimensionados adequadamente, dependendo do tipo de onda a ser medida. Com isto, obtém-se altas larguras de faixa de frequência para a medição de impulsos de onda cortada na frente e que atendem às exigências de carregamento para geradores de surto atmosférico. A medição de impulso de onda cortada na frente é muito difícil de ser medida, por ser muito rápida e exigir do equipamento de medição uma faixa de frequência muito ampla.

2.2.1.2 Divisores Resistivos para Medições de Tensão Contínua

Os divisores resistivos geralmente são adequados para medições de tensão contínua. Supondo-se que o divisor é construído de elementos idênticos e que todos os componentes estão na mesma temperatura, mudanças relativas da resistência devido à tensão aplicada e coeficiente de temperatura, não afetam o fator de escala do divisor. Contudo, estes divisores devem ser habilmente projetados de modo que possam prevenir fenômenos dependentes da tensão, tais como, efeito corona e descargas parciais os quais resultam num comportamento não linear do divisor. Além disso, o efeito térmico pode causar um comportamento não linear nas resistências |2,3|. A minimização desses efeitos é conseguida através do uso de materiais de baixo coeficiente de temperatura e adequada disposição dos componentes de medição, de tal maneira, que assegure a inexistência de descargas corona até o limite da tensão de utilização do divisor.

Solicitações excessivas dos componentes do equipamento de medição durante súbitas tensões de ruptura no objeto sob ensaio, influenciam as características de resposta do divisor. Estes fenômenos normalmente são associados à indutância e capacitâncias parasitas, produzindo uma distribuição de tensão não linear através da coluna resistiva. Os eletrodos de blindagem(mencionados anteriormente) e resistores de grande capacidade térmica reduzem estes efeitos.

As características de frequência destes divisores para medições de tensão contínua dependem do valor absoluto de R_1, o qual está relacionado à corrente de entrada do divisor ou a corrente de carga do gerador.

Muitas fontes de alta-tensão contínua têm uma potência de saída limitada, desta forma, a corrente disponível para finalidades de medição não deve exceder a 1mA; resistências de muitos megohms são então necessárias e as unidades que compõem esta resistência devem ser dispostas de tal maneira que assegure a inexistência de descargas corona ou excessiva elevação de temperatura, melhorando assim as características de resposta do divisor |4|.

2.2.1.3 Divisores Resistivos para Medições de Tensão Alternada

Os divisores resistivos usados nas medições de altas tensões alternadas apresentam algumas dificuldades. As características de frequência destes divisores também sofrem influência de fenômenos dependentes da tensão e frequência, bem como do efeito térmico, ocasionando um comportamento não linear do divisor. Além disso, a medição de tensão alternada requer um mínimo ângulo de fase |2|.

A largura de faixa de frequência necessária para medições com precisão seria muito pequena. Portanto, os divisores resistivos para medições de tensão alternada serão mais precisos para tensões em torno de 100 KV a 200 KV e frequências de 50 ou 60 Hz, e, consequentemente, menor em altas fre quências ocasionando grandes erros nas medições.

Para tensões alternadas mais elevadas, os divisores capacitivos são os mais utilizados, os quais serão descritos a seguir.

2.2.2 Divisores de Potencial Capacitivo

Um divisor de potenciâl capacitivo puro é mostrado na fig. 2.6. Este consiste de um ramo de alta-tensão com capacitância C_1, e um ramo de baixa-tensão com capacitância C_2. O fator de escala do divisor é dado pela relação:

$$a = \frac{V_1(t)}{V_2(t)} = \frac{C_1+C_2}{C_1}$$

A relação dos divisores capacitivos é independente da frequência, representando o divisor de tensão ideal para rápidos pulsos. Entretanto, isto somente é válido quando se considera o divisor puramente capacitivo. Estes geralmente são conectados à fonte através de cabos de A.T., que contêm indutâncias residuais associadas. Essas indutâncias, juntamente com a capacitância do divisor formam um circuito ressonante série, causando excessivas oscilações na resposta do divisor. O comportamento da resposta do divisor é determinado essencialmente pelas indutâncias do cabo de A.T. do divisor. As oscilações na resposta do divisor são amortecidas através de resistores em série com os cabos de A.T. e o divisor. Contudo, isto atenua não somente a frequência des

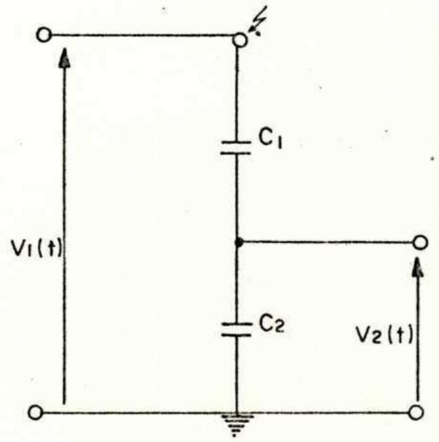


Fig. 2.6 - Divisor de tensão capacitivo puro.

sas oscilações mas também componentes de alta frequência necessárias para um curto tempo de resposta(impulsos rápidos de onda cortada) |2|.

Indutâncias residuais e capacitâncias parasitas também estão presentes no divisor de potencial capacitivo. As capacitâncias parasitas afetam o fator de escala do divisor.

Embora a coluna de A.T. do divisor capacitivo seja considerada como uma capacitância pura, este se comporta como uma L.T. Por isso, oscilações de onda viajante resultante de reflexões sucessivas podem ocorrer no início e final da coluna de A.T. provocando erros na forma de onda da resposta. A frequência dessas oscilações depende do tempo de trânsito da onda viajante no interior do divisor. O amortecimento destas oscilações é conseguido através de resistores uniformemente distribuídos na coluna do divisor. Estes divisores são chamados divisores capacitivos amortecidos ou divisores, que serão descritos posteriormente.

Nos divisores capacitivos quando usados em medições de tensão alternada, devem ser considerados os efeitos das indutâncias residuais. As características de frequência são limitadas por essas indutâncias ou pelas perdas dielétricas dos componentes do divisor.

Nas medições de tensão de impulso, a capacitância de alta-tensão do divisor deve ser relativamente elevada para minimizar o efeito das capacitâncias parasitas, sem contudo contribuir para o aumento da corrente de carga do gerador. Quando os divisores capacitivos são usados na medição de impulso muito rápido, eles podem ter sobreelevações iniciais(overshoot) ou oscilações em sua saída, devido às indutâncias parasitas no ramo de baixa-tensão. Entretanto, quando este é construído de capacitores puros, a resposta é precisa tanto em transitórios rápido como em lento; o divisor é independente da frequência.

2.2.3 Divisores Mistos

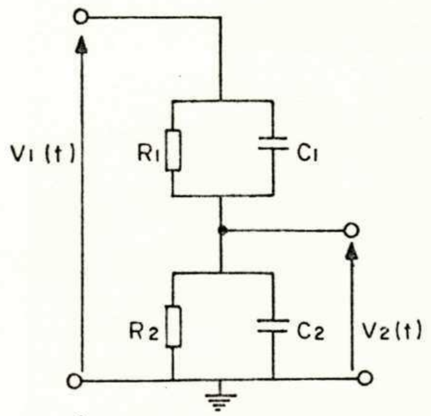
Os divisores mistos consistem de elementos resistivos e capacitivos. Esses apresentam dois tipos de configuração: arranjo série e arranjo paralelo(veja fig. 2.7).Em tais divisores, o efeito da capacitância parasita depende do tipo de arranjo considerado. A fig. 2.7a mostra o divisor misto(arranjo paralelo), onde o fator de escala é calculado considerando-se a constante de tempo de alta-tensão igual a constante de tempo de baixa-tensão, ou seja,

$$R_1C_1 = R_2C_2$$

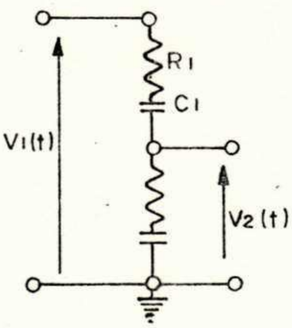
assim,

$$a = \frac{V_1(t)}{V_2(t)} = \frac{R_1+R_2}{R_2}$$

O divisor misto com este tipo de arranjo(fig.2.7a), pode ser interpretado como um divisor resistivo, onde a influência das capacitâncias para terra é diminuída por um



a) - arranjo paralelo.



b) - arranjo série.

Fig. 2.7 - Divisor de potencial misto.

circuito paralelo de capacitâncias definidas, as quais constituem um circuito transitório junto à indutância da linha. Em altas frequências, a constante de tempo tanto do ramo de alta-tensão quanto do ramo de baixa-tensão decresce.

O tipo de arranjo série(fig.2.7b), onde os resistores e capacitores são distribuídos uniformemente, se comporta como um divisor puramente capacitivo em baixas frequências, e como um divisor puramente resistivo em altas frequências. Este divisor geralmente possui um pequeno tempo de resposta, e é muito utilizado na medição de impulsos com pequenos tempos de frente. O fator de escala deste divisor também pode ser calculado da mesma forma que no arranjo paralelo(fig.27a). Sua vantagem é que podem ser usados em todos os tipos de tensões transitórias,dando excelentes larguras de faixa de frequência.

Analisando-se os diferentes tipos de divisores de tensão podemos chegar às seguintes comclusões: além dos problemas que apresentam nas características de resposta,em laboratório, os divisores capacitivos apresentam algumas dificuldades em seu uso, uma delas é a considerável sensibilidade a variações na capacitância de alta-tensão em função do local e do meio ambiente, sendo necessárias frequentes calibrações. Uma outra, é a dificuldade de construção desses em relação aos divisores resistivos; os divisores mistos apresentam maior versatilidade com relação à faixa de frequência de utilização,contudo,não constituem vantagem quando se deseja medir tensões de impulso, apresentando também maior dificuldade de construção que a dos divisores capacitivos

|2,4,8,9,10|; os divisores resistivos são amplamente utilizados, principalmente porque eles não ocupam muito espaço, são de fácil manuseio podendo ser colocado perto do objeto de ensaio. Estes são considerados até então como os dispositivos mais adequados para a medição de rápidas tensões com curto tempo de duração. Utiliza materiais e componentes de fácil aquisição e consequentemente de custos mais baixos, sem contudo serem inferiores aos demais em desempenho e qualidade da resposta.

Portanto, os divisores resistivos, em face à facilidade de manuseio, economicamente mais barato, e essencialmente serem mais adequados para a medição de rápidas tensões com curto tempo de duração foi o componente do sistema de medição utilizado neste trabalho.

2.3 Características de Transferência dos Sistemas de Medição de Tensão de Impulso

As características de transferência dos sistemas de medição de tensão de impulso podem ser determinadas pela resposta de frequência ou pela resposta ao degrau unitário.

A resposta de frequência de um sistema é descrita como sendo a resposta em regime permanente a uma excitação senoidal, para todos os valores de frequência. Nos métodos de resposta em frequência, varia-se a frequência do sinal de entrada em um certo intervalo e analisa-se a resposta em frequência resultante. As características de resposta em fre quência podem ser obtidas da função de transferência senoidal, isto é, a função de transferência na qual "S" é substituída por "jw", onde "w" é a frequência angular. Esta função de transferência é caracterizada pelo seu módulo e ângulo de fase, tendo a frequência como parâmetro.

Com uma excitação não senoidal na tensão de entrada a tensão de saída pode ser determinada por análise de Fourier. Após o cálculo da resposta de frequência, pode-se obter a resposta no domínio do tempo calculando-se a transformada inversa de Fourier correspondente. Na prática,contudo, a resposta de frequência também pode ser determinada por diagrama de Bode, gráfico polar |2|.

Os testes de resposta em frequência são realizados pelo uso de geradores de sinal senoidal e equipamentos de medida precisos. Contudo, para finalidades práticas, os métodos da resposta ao degrau são atualmente preferidos, porque são mais simples e mais rápidos, além disso, é difícil se projetar um gerador de onda senoidal com frequência variável (0-∞), enquanto que no gerador de função degrau, já existe todas as faixas de frequência.

Na análise do desempenho de um sistema de medição, é importante se dispor de uma certa forma de resposta generalizada do sistema de medição, a fim de avaliar de uma maneira global, a precisão da medição de um impulso. Para tanto, a função degrau unitário tem substituído as medições da resposta de frequência. A resposta ao degrau unitário é recomendada pelas normas, e é usada para obtenção de certos parâmetros da resposta real, os quais são úteis para determinar a precisão de uma medição |6|. Conhecendo-se a resposta ao degrau unitário e a forma do impulso aplicado a um sistema de medição é possível obter-se a forma do impulso registrado e chegar a uma conclusão sobre a magnitude dos erros de medição.

A resposta ao degrau unitário de um sistema de medição de impulso, é a forma de onda de uma tensão de saída quando uma tensão degrau unitário é aplicada na entrada do sistema. Assim, tendo-se uma tensão degrau unitário de amplitude V_0 aplicada a uma entrada do sistema, obtém-se:

$$v_1(t) = V_0 \mu(t)$$

onde

$$\mu(t) \begin{cases} 0 & , t<0 \\ 1 & , t>0 \end{cases}$$

é a função degrau unitário. A tensão de saída obtida é:

$$v_2(t) = V_0 . w(t)$$

onde $w(t)$ é a resposta degrau para a função degrau unitário $\mu(t)$. Esta independe da amplitude da tensão de entrada. A resposta degrau também pode ser obtida utilizando-se a transformada de Laplace.

Na prática, a resposta de um determinado impulso é conhecida, sendo portanto necessário se obter a relação entre a resposta e o impulso aplicado.

Uma importante característica para definição do comportamento da resposta de um divisor é o tempo de resposta T, e o tempo parcial de resposta T_1. Com estes parâmetros de tempo, é possível se avaliar os erros durante as medições de tensões impulsivas.

O tempo de resposta T de um divisor é a diferença algébrica entre a integral de função degrau unitário e a integral da resposta do divisor ao degrau unitário, ou seja, a área entre o degrau unitário e a resposta degrau normalizada |6|. De acordo com a fig. 2.8, temos:

$$T = \int_0^{\infty} |1-g(t)| dt = T_1 - T_2 + T_3 \quad \ldots \qquad (2.3)$$

O tempo de resposta é influenciado pela configuração do cabo de alta-tensão durante as medições em relação à montagem do divisor(veja fig. 2.9). Este é utilizado para se calcular as amplitudes dos erros associados com medições de tensão de impulso cortado. Conhecendo-se o tempo de resposta, bem como a configuração do circuito usado na medição incluindo os cabos de alta-tensão, resistores de amortecimento e efeito causados por estes, tem-se possibilidade de se avaliar e corrigir o valor de pico da tensão medida, como também a magnitude dos erros de medição.

O efeito das capacitâncias parasitas e indutâncias do cabo de alta-tensão, geralmente causam superposição de incômodas oscilações. A resposta do sistema de medição a estas oscilações em um impulso depende da frequência e da for

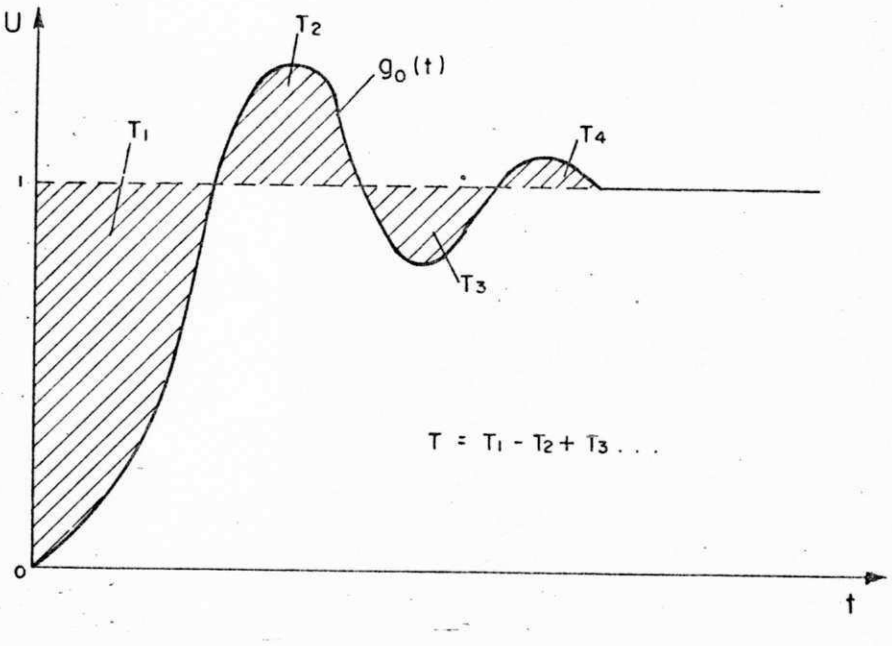


Fig. 2.8 – Definição do tempo de resposta T.

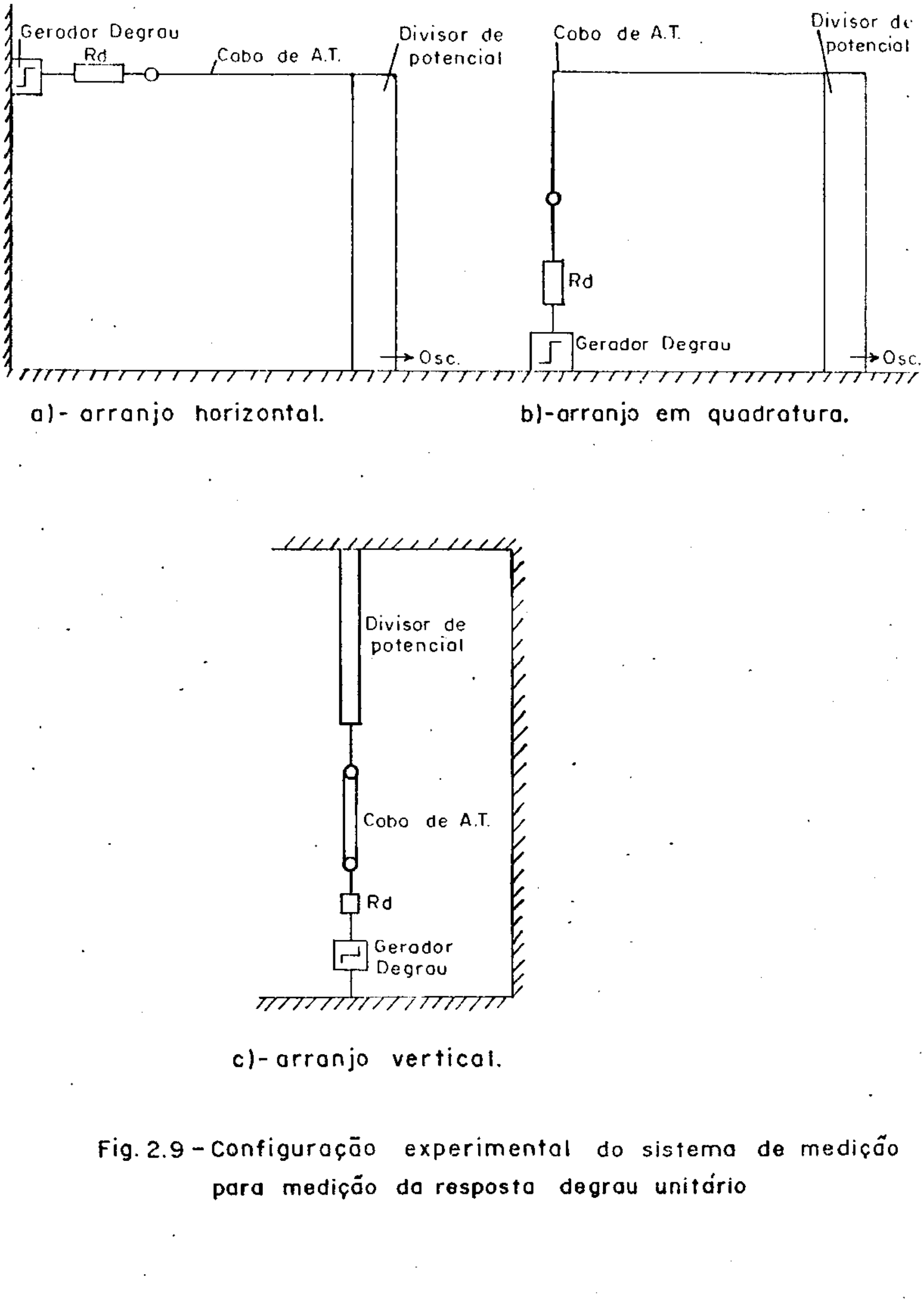


Fig. 2.9 – Configuração experimental do sistema de medição para medição da resposta degrau unitário

ma da resposta degrau do sistema. É considerado que, em geral, essas oscilações não podem ser registradas com grande exatidão. O tempo parcial da resposta "T_1", relaciona-se com a efetiva subida da resposta degrau e indica a habilidade do sistema de medição para produzir estas oscilações. Este é dado pela área entre o degrau unitário e a resposta degrau normalizada até o instante quando a primeira resposta atinge a amplitude unitária, fig. 2.8 |6|.

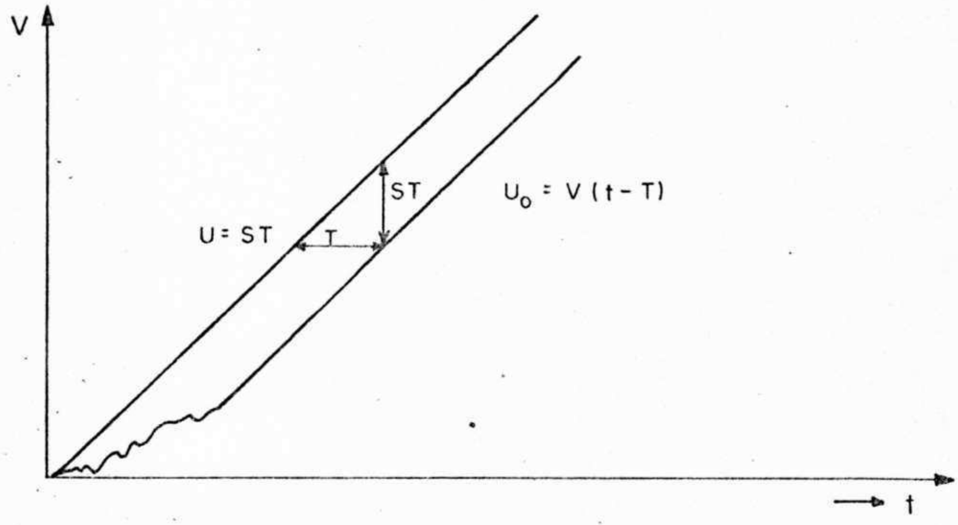
2.3.1 Efeito do Tempo de Resposta para um Sistema de Medição Definido

O tempo de resposta T, afeta a medição dos parâmetros de tempo e da amplitude de impulso cortados na frente. Analisando-se por exemplo, o efeito do tempo de resposta na magnitude e atraso da tensão medida, suponha que a tensão de entrada de um circuito de medição cresça linearmente com a mesma taxa de crescimento, fig. 2.10a. Decorrido certo tempo necessário para a resposta se estabilizar, a diferença entre as amplitudes das formas de onda de entrada e saída, será sempre constante e igual ao tempo de resposta do sistema |7|. Esta diferença é dada por:

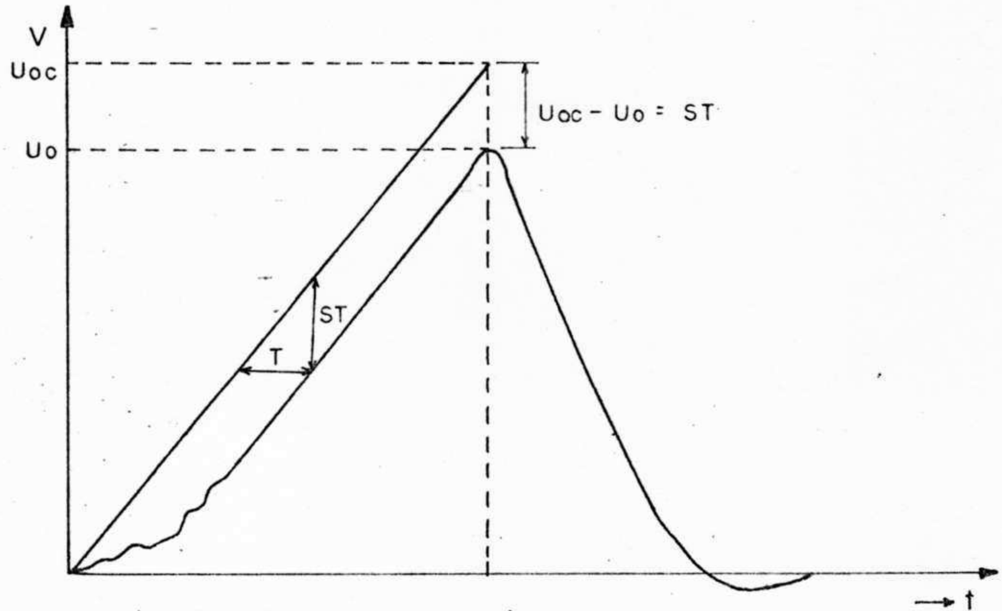
$$U = ST$$

onde,

S é a taxa de crescimento da tensão



a) - Impulso linearmente crescente.



U_o - Tensão de corte medida.
U_{oc} - Tensão de corte aplicada.

b) - Impulso de onda cortada.

Fig. 2.10 - Influência do tempo de resposta na magnitude e atraso da tensão medida.

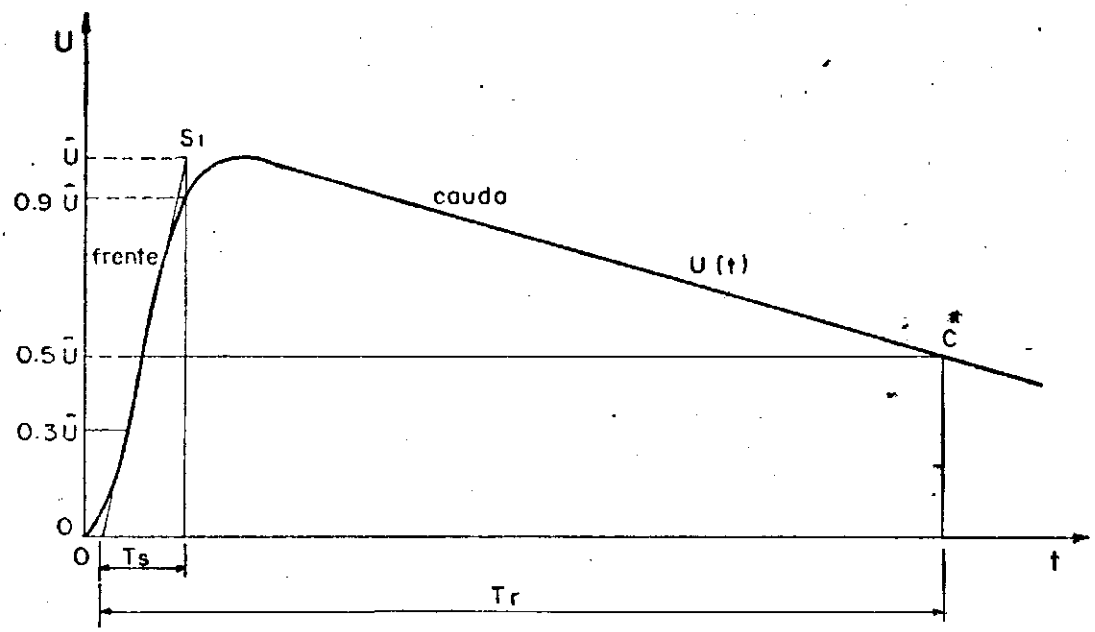
Desta forma, quanto maior S, maior será a diferença entre os valores da tensão aplicada e medida. O tempo de resposta T é o deslocamento da tensão medida, em relação à tensao aplicada |7|.

Em se tratando de impulsos cortados na frente, ou seja, um impulso de crescimento linear cortado na frente, fig. 2.10b, a diferença entre o tempo de corte real e o tempo de corte medido, é igual ao tempo de resposta do sistema. De modo geral, conhecendo-se o tempo de resposta do sistema, o valor de pico de impulsos medidos pode ser corrigido.

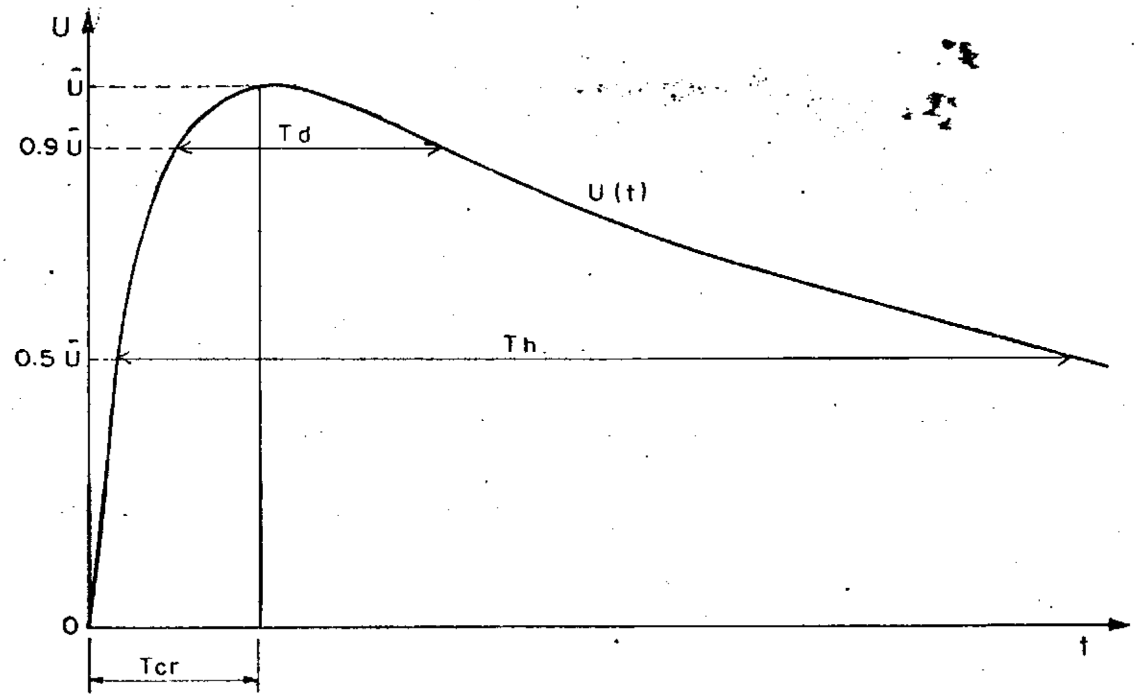
De certa forma, conhecendo-se a resposta degrau de um sistema de medição de impulso, pode-se determinar o tempo de resposta e obter uma estimativa da tensão aplicada no objeto sob ensaio.

2.3.2 Grandezas a Medir e Precisão Exigida

Em geral, as dificuldades de ordem práticas impedem de se obter o mesmo grau de precisão de medição para todos os tipos de tensão de impulso. Consequentemente, as limitações relativas à precisão de um circuito de medição são especificadas em função do tipo de impulso a medir.No caso de tensões de impulso para ensaios em alta-tensão, a forma de onda da tensão é determinada por certos parâmetros de tempo para a frente, pico e cauda da onda, sendo possível obter-se uma padronização em termos de impulsos atmosféricos e impulsos de manobras, como mostra a fig. 2.11 |6|.



a)- Tensão de impulso atmosférico.



b)- Tensão de impulso de manobra.

Fig. 2.11 - Parâmetros característicos das ondas de tensão de impulso padrão.

As limitações gerais para medições das tensões de impulso são:

- o erro na medição do valor de pico dos impulsos plenos e dos impulsos cortados, nas proximidades do pico ou sobre a cauda, não deve exceder de 3%;
- o erro na medição do valor de pico dos impulsos cortados na frente depende do tempo até o corte T_c da seguinte maneira:

  . Se $T_c > 2\mu s$; $\Delta \leq 3\%$

  Se $0.5\mu s \leq T_c \leq 2\mu s$; $\Delta \leq 5\%$

- na medição dos parâmetros de tempo que definem a forma de impulso, o erro não deve exceder a 10%, exceto aqueles que definem a duração da queda de tensão durante o corte. Para esses últimos parâmetros de tempo, nenhuma especificação de precisão é dada devido à extrema dificuldade para a medição precisa deste fenômeno;
- na medição das oscilações em impulsos com precisão suficiente para assegurar que elas não superem os níveis pré-estabelecidos por normas.

Em relação às limitações relativas à resposta, as condições de tempo de resposta do circuito de medição depende da forma dos impulsos a serem registrados, ou seja,

- impulso atmosférico 1,2/50μs pleno e cortado no pico ou na cauda:

  $T \leq 0,2\mu s$;

- impulso atmosférico com elevação linear cortado na frente e tempo de elevação T_e

$T \leq 0,05T_e$

$T \leq 0,2\mu s$

- todos os impulsos de manobra

$T \leq 0,03T_c$

O tempo de resposta T, geralmente conduz a um erro sistemático, seja na medição dos parâmetros de tempo de um impulso, ou na medição de amplitudes de impulsos cortados na frente. Contudo, há também um erro aleatório na determinação do valor de T, dando uma componente adicional de erro nas medições dos parâmetros acima.

2.4 Influência dos Parâmetros de um Divisor Resistivo no Desempenho do Sistema de Medição

Na secção precedente observamos que os parâmetros da resposta ao degrau unitário, são utilizados para avaliação da precisão de uma medição, e que vários são os fatores que contribuem para os erros na medição do valor de pico e da forma de onda de altas-tensões que variam rapidamente. Por várias razões, a reprodução sobre a tela do osciloscópio é uma réplica distorcida da variação de tensão através do objeto sob ensaio. Portanto, é necessário que todos os componentes do sistema de medição sejam analisados, a fim de se obter um comportamento ideal na resposta do sistema. Os componentes do sistema de medição, principalmente o divisor de tensão, devem ser projetados de maneira que possam reproduzir com a máxima fidelidade possível a todos os tipos de tensões de impulso.

O objetivo principal deste trabalho, diz respeito ao projeto de um divisor de tensão(no caso o divisor resistivo), cujo tempo de resposta seja o menor possível. Para tanto, baseado no modelo de circuito equivalente de capacitâncias parasitas, tenta-se a otimização variando alguns parâmetros do divisor e a geometria dos eletrodos de blindagem. Isto se deve ao fato de que o eletrodo de blindagem tem um considerável efeito na distribuição das capacitâncias parasitas, e consequentemente no desempenho do sistema de medição, como também a resistência de baixa-tensão do divisor. Deste modo, a dimensão, formato e distribuição do eletrodo de blindagem é de grande importância, bem como o valor da resistência de baixa-tensão. As características construtivas permitem que se obtenha uma distribuição de tensão linear, e essencialmente um tempo de resposta zero, ou seja, a diferença entre as amplitudes das formas de onda da tensão de entrada e saída, seja praticamente zero. Assim, a partir de determinados parâmetros do divisor, tenta-se desenvolver uma técnica de otimização dos mesmos para se obter um tempo de resposta do divisor o mais próximo de zero.

3. FERRAMENTAS MATEMÁTICAS PARA O CÁLCULO ÓTIMO DOS PARÂMETROS DE UM DIVISOR DE POTENCIAL

INTRODUÇÃO:

No processo de otimização dos parâmetros de um divisor de tensão, o cálculo da distribuição de potencial da resposta degrau a partir de transitórios eletromagnéticos são as ferramentas matemáticas básicas empregadas. Neste capítulo, será analisado o cálculo da distribuição de potencial e o cálculo de transitórios eletromagnéticos. Também serão apresentados os fundamentos teóricos de otimização.

3.1 Cálculo do Campo Eletrostático

O cálculo da distribuição de potencial e campo elétrico em um sistema físico, requer a solução da equação de Laplace,

$$\nabla V^2 = \emptyset \quad ,$$

sujeita às condições de contorno do sistema. As condições de contorno são as especificações de V no contorno da região de interesse. Para sistemas de configurações simples, emprega-se métodos analíticos. Entretanto, os sistemas geralmente apresentam configurações complexas, e métodos numéricos são mais adequados. Três são os métodos numéricos empregados na solução da equação de Laplace; método de simulação de cargas, métodos dos elementos finitos e método das diferenças finitas. Neste trabalho empregou-se o método de simulação de cargas |11|.

3.1.2 Método de Simulação de Cargas

O método de simulação de cargas consiste em se colocar um certo número de cargas fictícias discretas fora da região onde se deseja calcular o campo(geralmente, dentro do volume do condutor), como soluções particulares da equação de Laplace).

A magnitude das cargas fictícias deve ser calculada, de tal forma que, integrado seu efeito, satisfaça às condições de contorno em pontos selecionados da superfície condutora. Desta forma, a solução da equação de Laplace será única para a distribuição de potencial do arranjo escolhido.

Para o cálculo do potencial eletrostático, as cargas distribuídas na superfície do condutor, são substituídas por "n" cargas fictícias discretas localizadas convenientemente dentro do condutor, de acordo com a forma geométrica do mesmo. São usadas como cargas fictícias para simular possíveis configurações de sistemas, cargas pontuais, linhas de carga ou anéis de carga. As cargas pontuais são empregadas em superfícies esféricas, as linhas de carga(finitas ou infinitas) são utilizadas em configurações cilíndricas e os anéis de carga geralmente simulam perfis axialmente simétricos. Em geral, a distribuição de cargas na superfície de toróides, esferas, cilindros ou qualquer eletrodo que tenha simetria axial é feita empregando-se anéis de carga. Esses representam melhor a geometria estudada.

Uma esfera com potencial V volts acima do plano de referência V = Ø volts, pode ser simulada por anéis de carga colocados dentro da esfera, como mostra a fig. 3.1.

A escolha do número decargas fictícias, depende da precisão que se deseja obter e também da disponibilidade de memória do computador. Quanto maior o número de cargas fictícias, maior será a precisão dos resultados,bem como o tempo de processamento e os requisitos de memória.

A magnitude das cargas fictícias é determinada escolhendo-se "n" pontos na superfície do condutor (pontos de contorno) de modo que o valor do potencial em cada um desses pontos resultante da superposição dos potenciais das cargas discretas(fictícias), seja igual ao potencial da superfície do condutor, isto é:

$$\sum_{i=1}^{N} A_{ji} Q_i = B_j \qquad j = 1,\ldots,n \qquad (3.1)$$

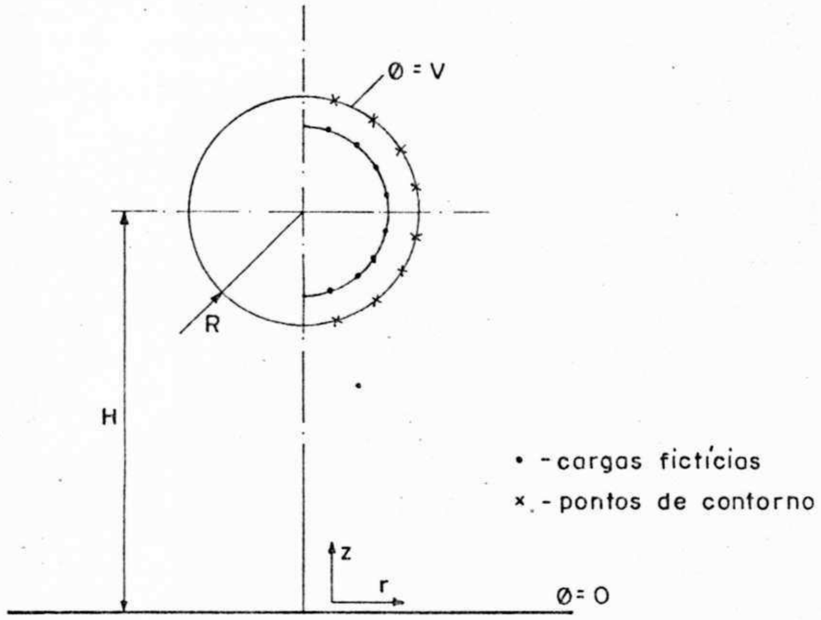


Fig. 3.1 - Método de simulação de cargas.

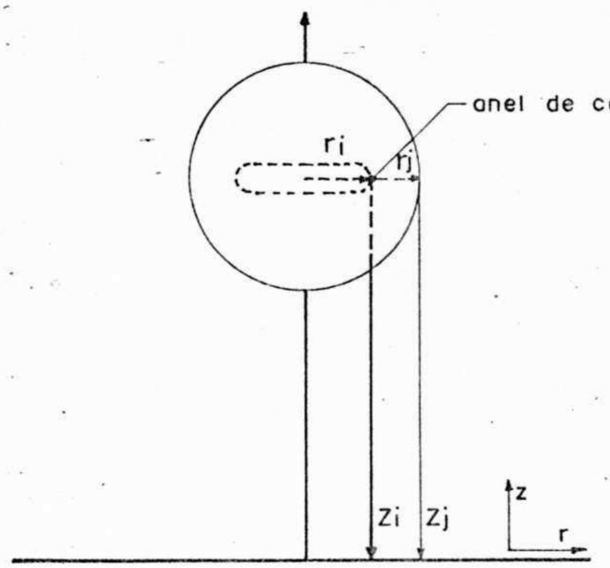


Fig. 3.2 - Representação de um anel de carga pelas coordenadas.

onde:

A_{ji} são os coeficientes do potencial associado às cargas;

Q_i são as cargas fictícias;

B_j é o potencial do contorno.

Este processo dá origem a um sistema de equações para as "n" cargas:

$$[A] \cdot [Q] = [B] \qquad (3.2)$$

Os coeficientes de potencial associados às cargas, fig. 3.2, também podem ser escritos como:

$$A_{ji} = A(r_j\,,\ z_j\,,\ r_i\,,\ z_i)$$

onde,

"i" são os termos correspondentes às posições das cargas fictícias;

"j" são os termos correspondentes à posição dos pontos de contorno;

r representa o raio;

z comprimento sobre o eixo de simetria em relação ao plano de referência.

Como os divisores, em geral, apresentam perfis axialmente simétricos, emprega-se anéis de carga. Os coeficientes de potencial são calculados pela expressão:

$$A_{ji} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{2}{\pi} \left[\frac{K(K_1)}{\alpha_1} - \frac{K(K_2)}{\alpha_2} \right] \tag{3.3}$$

onde ε é a permissividade do meio e

$$\alpha_1 = \sqrt{(r_i+r_j)^2+(z_i-z_j)^2}$$

$$\alpha_2 = \sqrt{(r_i+r_j)^2+(z_i+z_j)^2}$$

$$K_1 = \frac{2.\sqrt{r_j \cdot r_i}}{\alpha_1}$$

$$K_2 = \frac{2.\sqrt{r_j \cdot r_i}}{\alpha_2}$$

Sendo k(k) uma integral elíptica de primeira espécie.

Conhecendo-se os valores de A_{ji} e do potencial do contorno B_j, pode-se determinar os valores das cargas fictícias $|Q|$, através da equação 2.1, isto é,

$$[Q] = [A]^{-1} \cdot [B] \tag{3.4}$$

Com os valores das cargas $[Q]$ conhecidos, faz-se necessário o cálculo dos potenciais em um certo número de pontos sobre o contorno, diferentes daqueles tomados para o cálculo de $[Q]$. A diferença entre estes potenciais e o potencial dado para o contorno, é uma das maneiras de se verificar se o conjunto de cargas $[Q]$ calculado satisfaz às condições de contorno. Esta diferença também, indica a precisão do método de simulação. Caso a precisão dos resultados seja satisfatória, calcula-se o campo elétrico em qualquer ponto da região de interesse por superposição.

As componentes E_r e E_z do campo elétrico são calculadas pelas expressões:

$$E_{ri} = \sum_{j=1}^{n} \frac{Q_j}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{\pi r_i} \left[\frac{(r_j^2 - r_i^2 + (z_i - z_j)^2).E(k_1) - \beta_1^2 k(k_1)}{\alpha_1 . \beta_1^2} - \frac{(r_j^2 - r_i^2 + (z_i + z_j)^2.E(k_2).\beta_2^2.k(k_2)}{\alpha_2 . \beta_2^2} \right] \tag{3.5}$$

$$E_{zi} = \sum_{j=1}^{n} \frac{Q_j}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{2}{\pi} \left[\frac{(z_i - z_j).E(k_1)}{\alpha_1 . \beta_1^2} + \frac{(z_i + z_j).E(k_2)}{\alpha_2 . \beta_2^2} \right] \tag{3.6}$$

onde os valores de α_1, α_2 , k_1 , e k_2 são os mesmos calculados nos coeficientes de potenciais e,

$$\beta_1 = \sqrt{(r_i - r_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$$

$$\beta_2 = \sqrt{(r_i - r_j)^2 + (z_i + z_j)^2}$$

Sendo E(k) uma integral elíptica de segunda espécie.

3.1.3 Cálculo do Campo Elétrico do Divisor de Potencial

Considere um divisor de potencial tipicamente resistivo mostrado na fig. 3.3. Para o cálculo do circuito equivalente do divisor necessário ao procedimento de otimização, é necessário se obter a distribuição de potencial eletrostático ao longo da coluna resistiva do divisor. Essa distribuição é calculada utilizando-se o método de simulação de cargas.

O cálculo da distribuição de potencial eletrostático ao longo da coluna resistiva é feito, primeiro considerando-se o eletrodo de blindagem diretamente ligado ao terminal de alta-tensão do divisor, e em seguida, o eletrodo de blindagem eletricamente isolado do terminal de alta-tensão. Para ambos os casos, o potencial do terminal de alta-tensão é mantido em 1 volt. Observa-se também que, devido à simetria existente em torno do eixo onde a coluna do divisor está concentrada, é suficiente considerar o sistema como apresentado na fig. 3.4.

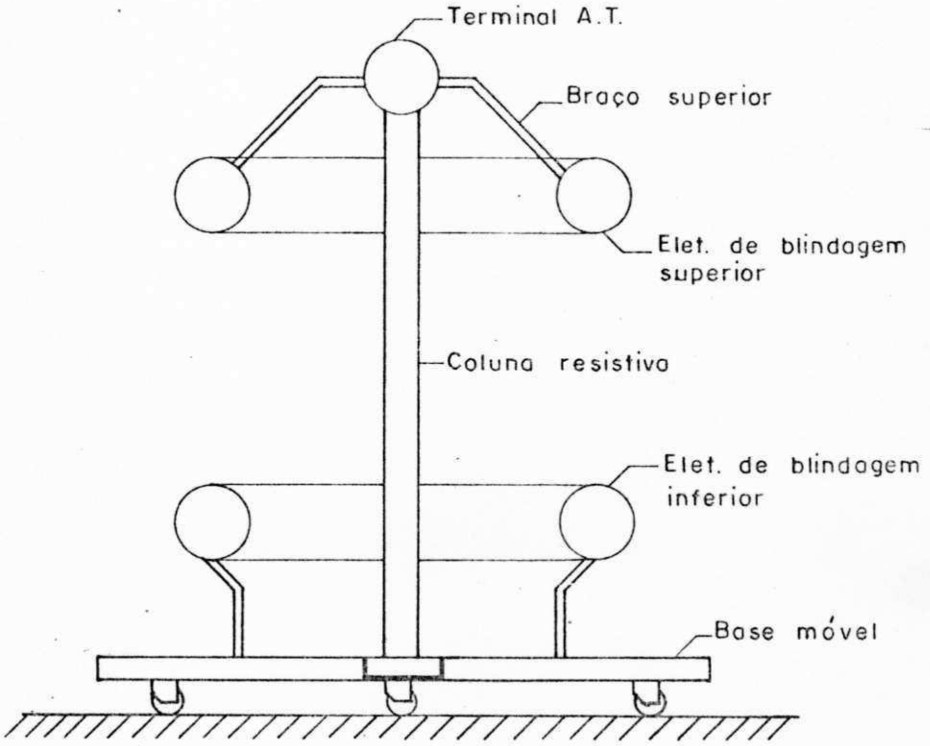


Fig. 3.3 - Divisor de potencial resistivo com eletrodo de blindagem.

3.1.3.1 Eletrodo de Blindagem Ligado Diretamente ao Terminal de Alta-Tensão do Divisor

Para este sistema, anéis de cargas fictícias são uniformemente distribuídos no interior do terminal de alta-tensão e no eletrodo de blindagem, a fim de se obter a distribuição de potenciais eletrostáticos, v_i, ao longo da coluna resistiva(fig. 3.4a). Os anéis de carga foram distribuídos coaxialmente entre si, de tal forma que, o ângulo α é constante. Considera-se que a distância radial "d" entre um anel de carga e o respectivo ponto de contorno é igual a 1,3 vezes a distância circular "s" entre dois pontos de contorno provenientes de dois anéis vizinhos(fig. 3.4b).

Quinze e trinta anéis de carga foram utilizados na simulação do terminal de alta-tensão e eletrodo de blindagem, respectivamente.

Os potenciais dos pontos de contorno são calculados utilizando-se a equação 3.2, ou seja,

$$\begin{aligned}
a_{1,1}\, q_1 + a_{1,2}\, q_2 + \dots + a_{1,45} q_{45} &= 1 \\
a_{2,1}\, q_1 + a_{2,2}\, q_2 + \dots + a_{2,45} q_{45} &= 1 \\
&\vdots \\
a_{45,1} q_1 + a_{45,2} q_2 + \dots + a_{45,45} q_{45} &= 1
\end{aligned} \qquad (3.7)$$

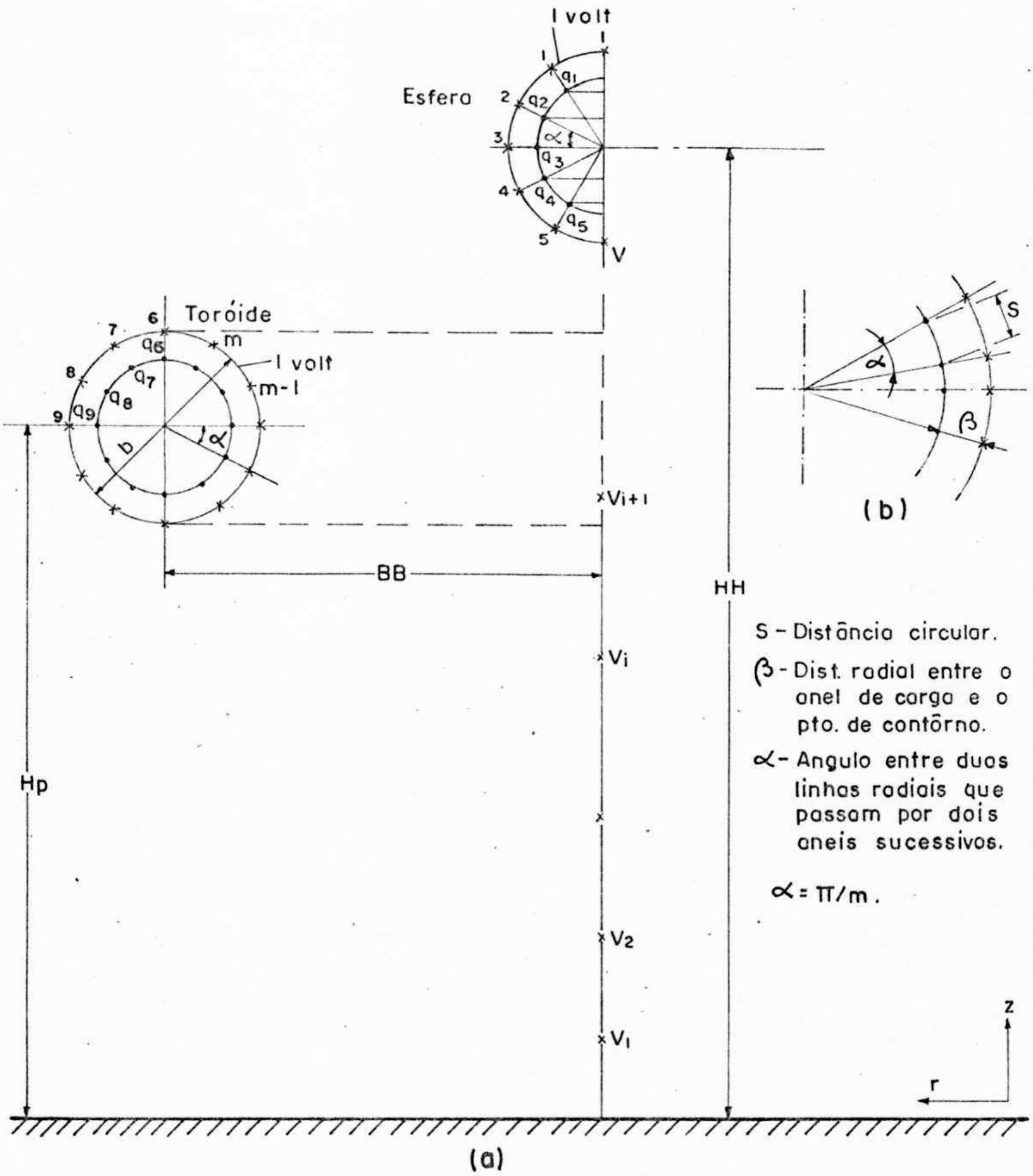


Fig. 3.4 - Eletrodo de blindagem ligado diretamente ao terminal de A.T. do divisor.

Simplificando, temos:

$$[A] \cdot [q] = [B_1] \tag{3.8}$$

onde B_1 é um vetor cujos elementos são iguais ao potencial do contorno mantido em 1 volt. Da equação (3.4), tem-se:

$$[q] = [A]^{-1} \cdot [B_1] \tag{3.9}$$

Com o cálculo de $[q]$, através de (3.9), as componentes do campo elétrico em qualquer região do espaço podem ser calculadas utilizando-se as expressões (3.5) e (3.6).

3.1.3.2 Cálculo do Campo Elétrico do Divisor com Eletrodo de Blindagem Eletricamente Isolado

Com o eletrodo de blindagem ligado ao terminal de alta-tensão através de resistências(eletrodo eletricamente isolado), como mostra a fig. 3.5, a distribuição de potencial e_i, é calculada ao longo da coluna do divisor, considerando-se o potencial do toróide e_k, desconhecido. Neste caso, para se encontrar a distribuição de potencial é necessário obter mais uma equação. Esta equação é obtida supondo-se que a soma das cargas fictícias colocadas no interior do toróide seja zero.

A simulação para este é feita da mesma maneira que no caso anterior, ou seja, 45 anéis de carga e 45 pontos de

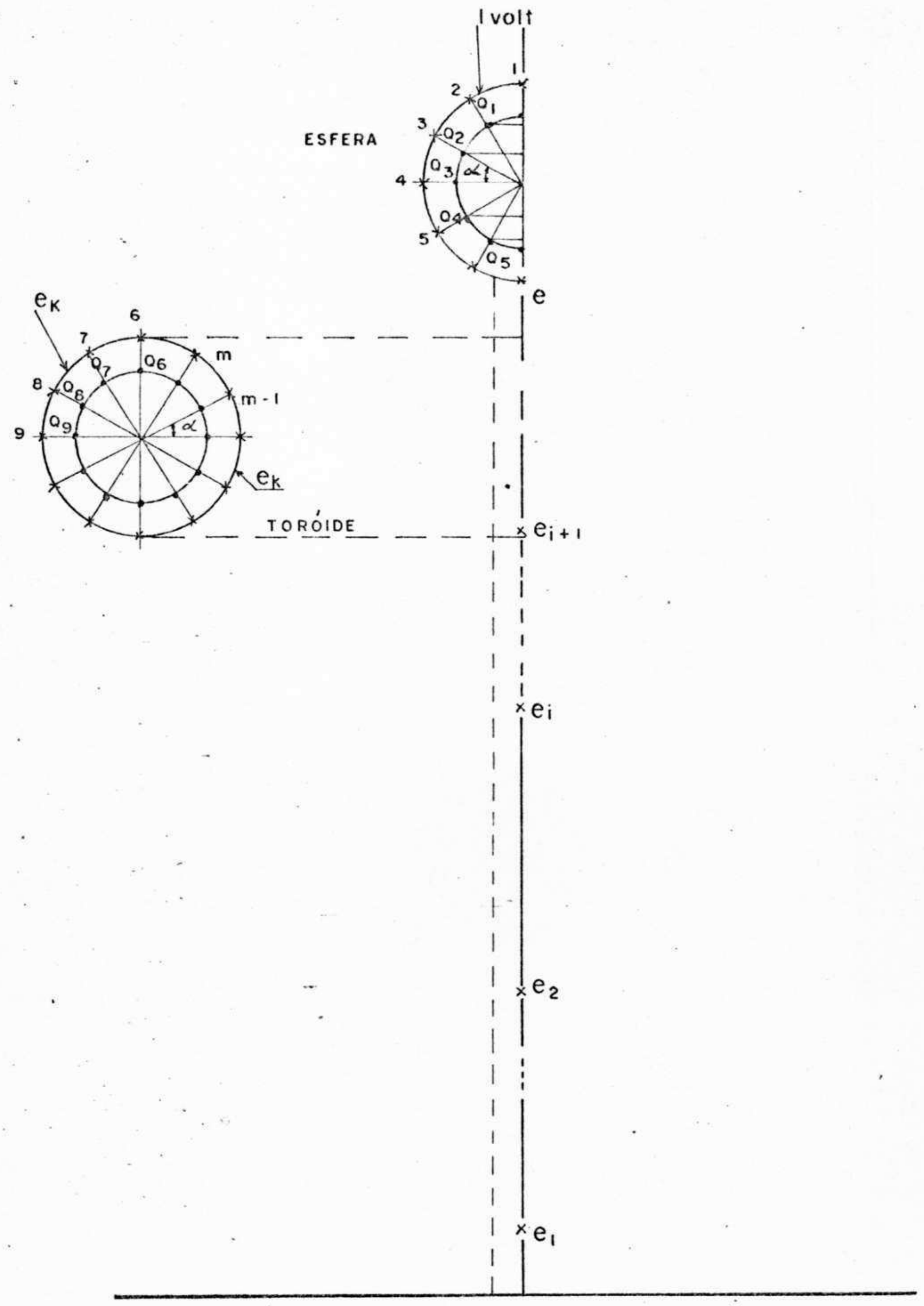


Fig. 3.5 – Eletrodo de blindagem flutuante.

contorno para simular a esfera e os eletrodos de blindagem. Aplicando-se a equação (3.3) para este sistema, e supondo-se que a soma das cargas no interior do toróide é zero, obtém-se os potenciais dos pontos de contorno:

$$a_{1,1}\,Q_1 + a_{1,2}\,Q_2 + \ldots + a_{1,45}\,Q_{45} - \emptyset . e_k = 1$$

$$\vdots$$

$$a_{15,1}Q_1 + a_{15,2}Q_2 + \ldots + a_{15,45}Q_{45} - \emptyset . e_k = 1$$

$$a_{16,1}Q_1 + a_{16,2}Q_2 + \ldots + a_{16,45}Q_{45} - e_k = \emptyset$$

$$\vdots$$

$$a_{45,1}Q_1 + a_{45,2}Q_2 + \ldots + a_{45,45}Q_{45} - e_k = \emptyset$$

(3.10a)

$$Q_{16} + Q_{17} + Q_{18} + \ldots + Q_{45} = \emptyset \qquad (3.10b)$$

As equações (3.10a) e (3.10b) podem ser escritas na forma matricial:

$$[A] . [Q] - e_k . [\ell_1] = [B_2] \qquad (3.11)$$

$$[\ell_1]^t . [Q] = \emptyset \qquad (3.12)$$

onde e_k é o potencial flutuante do toróide e,

ℓ_1 é um vetor cujos elementos $\ell_i = 0$ para $1 \leq i \leq 15$

$\ell i = 1$ para $15 < i \leq 45$

B_2 é um vetor cujos elementos $B_i = 1$ para $1 \leq i \leq 15$

$B_i = 0$ para $15 < i \leq 45$

3.1.4 Cálculo Simultâneo dos Dois Campos

Das equações (3.9) e (3.11) pode-se obter uma maneira mais eficaz de calcular as intensidades das cargas $[q]$, $[Q]$ e o potencial flutuante do toróide e_k, pela solução simultânea dos dois campos, ou seja, levando-se em conta o eletrodo diretamente ligado ao terminal de A.T. e o eletrodo isolado. Além disso, o tempo gasto na computação dos resultados é bem menor.

Considerando-se a equação (3.11), pré-multiplicando-a por $[A]$, obtém-se:

$$[Q] = [A]^{-1}. [B_2] + e_k.[A]^{-1}.[\ell] \qquad (3.13)$$

Pré-multiplicando-se a equação (3.13) por $[\ell]^t$ e tomando-se em consideração a equação (3.12), temos:

$$0 = [\ell]^t.[A]^{-1}.[B_2]+e_k.[\ell]^t.[A]^{-1}.[\ell]$$

onde obtém-se:

$$e_k = \{[\ell]^t.[A]^{-1}.[B_2]\}/\{[\ell]^t.[A]^{-1}.[\ell]\} \qquad (3.14)$$

Das equações (3.7) e 3.10) observa-se que:

$$[B_1] = [B_2] + [\ell_1]$$

Substituindo-se o valor de B_1 da expressão acima na equação (3.9), tem-se

$$[q] = [A]^{-1}.\ [B_2] + [A]^{-1}.[\ell] \qquad (3.15)$$

Deste modo, a partir das equações (3.13) a (3.15) pode-se obter um algorītmo computacional para a solução simultânea dos dois campos como se segue:

a) Calcula-se $[A].[X]=[B_2]$ e armazena-se a solução em $[B_2]$;

b) Calcula-se $[A].[Y]= [\ell]$ e armazena-se a solução em $[\ell]$;

c) Com os valores de $[B_2]$ e $[\ell]$ de a) e b) calcula-se:

$$[q] = [B_2] + [\ell]$$

d) Calcula-se $e_k = -\{[\ell]^t.[B_2]\}/\{[\ell]^t.[\ell]\}$, como os primeiros 15 elementos do vetor $[\ell]$ são nulos, para qualquer vetor $[K]$ de 45 elementos, o produto $[\ell]^t.[K]$ é igual a soma dos últimos 30 elementos de $[K]$;

e) A partir de a), b) e d) calcula-se:

$$[Q] = [B_2] . + e_k . [\ell]$$

Do algorītmo apresentado, deve-se notar que, a solução do sistema de equações a) e b) ē repetitiva. Entretanto,se dispormos dos fatores LU em a), a solução repetitiva toma um tempo extra de computação muito pequeno.

3.2 Cālculo de Transitōrios Eletromagnēticos

Dommel |12| desenvolveu um mētodo para o cālculo de transitōrios eletromagnēticos. O mētodo consiste em se determinar as tensões e(t) de todos os nōs de um circuito, em função do tempo. A solução atravēs de computador necessita de um procedimento passo a passo ao longo do eixo do tempo, com intervalo Δt fixo. Partindo-se de t=0, determina-se as tensões dos nōs em t=t, Δt , $2\Delta t, \ldots$, atē um tempo māximo t_{max}. Para o cālculo das tensões em "t", necessita-se as tensões dos mesmos nōs em $t-\Delta t$, $t-2\Delta t, \ldots t-\zeta$, onde ζ ē o tempo de trânsito.

O cālculo da resposta degrau necessita de perīodos de tempo muito curtos, sendo portanto conseguida atravēs do mētodo computacional de Dommel. Este processo baseia-se no mētodo de caracterīsticas para parâmetros distribuīdos, e na regra do trapēzio em integrações que envolve parâmetros concentrados. Serā abordado apenas a linha de transmissão monofāsica, visto que seu comportamento ē semelhante ao cabo de alta tensão de um divisor, com todos seus parâmetros concentrados (resistências, indutâncias e capacitâncias). Um método computacional adequado ao cálculo de transitórios é descrito posteriormente.

3.2.1 Linha de Transmissão sem Perdas

Suponha uma linha monofásica sem perdas(estas serão incluídas posteriormente), fig. 3.6, com indutância "L" e capacitância "C" por unidade de comprimento. Em um ponto "x" qualquer ao longo da linha, as tensões e correntes obedecem às equações:

$$- \frac{\partial e}{\partial x} = \ell \frac{\partial i}{\partial t} \qquad (3.16)$$

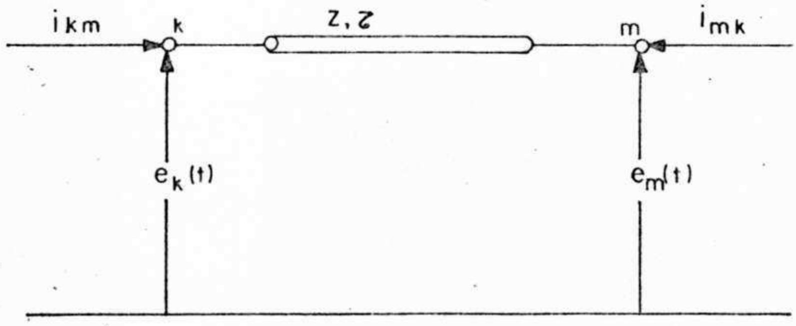
$$- \frac{\partial i}{\partial x} = C \frac{\partial e}{\partial t} \qquad (3.17)$$

A solução geral dessas equações é

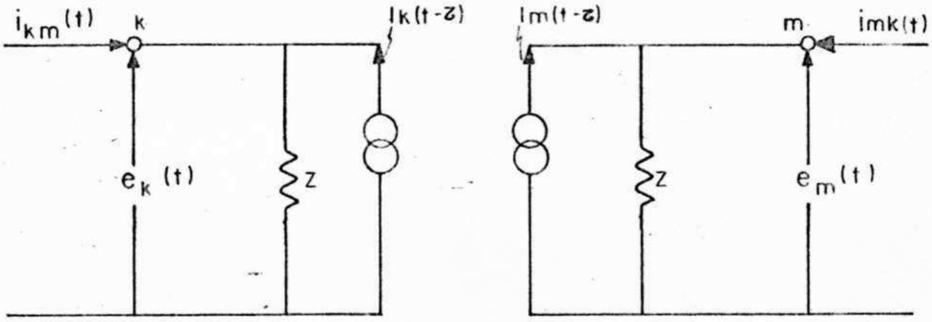
$$i(x,t) = f_1(x-vt)+f_2(x+vt) \qquad (3.18)$$

$$e(x,t) = 2f_1(x-vt)-2f_2(x+vt) \qquad (3.19)$$

onde f_1 e f_2 são funções das variáveis (x-vt) e (x+vt), e Z é a impedância de surto da linha. Fisicamente as funções $f_1(x-vt)$ e $f_2(x+vt)$ são ondas viajantes progressiva e regressiva, respectivamente com velocidade de propagação "v". A impedância de surto e a velocidade de propagação são calcula-



a) - Linha de transmissão.



b) - Circuito equivalente.

Fig. 3.6 – Circuito equivalente de uma linha de transmissão sem perdas.

das pelas expressões:

$$Z = \sqrt{L/C} \tag{3.20}$$

$$v = 1/Z$$

Combinando-se as equações (3.18) e (3.19), obtém-se:

$$e(x,t)+Z.i(x,t)=2.Z.f_1(x-vt) \tag{3.21}$$

$$e(x,t)-Z.i(x,t)=-2.Z.f_2(x+vt) \tag{3.22}$$

Se (x-vt) em (3.21) for constante, o lado esquerdo dessa equação (e+Zi) é constante. Da mesma maneira em (3.22) se (x+vt) for constante, (e-Zi) será constante também.

Seja um observador fictício viajando ao longo de uma linha na direção progressiva com velocidade "v". Os argumentos (x-vt) e consequentemente (e+Zi) serão constantes para este observador. Seja "ζ" o tempo de trânsito entre os terminais "m" e "k", da figura 3.6a, da linha. O valor da tensão (e+Zi) encontrada pelo observador no terminal "m" em(t-ζ) deverá ser o mesmo quando ele chegar no terminal "k" em um tempo "t". Matematicamente tem-se:

$$e_m(t-\zeta)+Z.i_{mk}(t-\zeta)=e_k(t)+Z.\{-i_{km}(t)\} \tag{3.23}$$

Da equação (3.23), temos:

$$i_{km}(t) = \frac{1}{Z}.e_k(t)-I_k(t-\zeta)$$

$$i_{mk}(t) = \frac{1}{Z}.e_m(t)-I_m(t-\zeta) \qquad (3.24)$$

onde

$$I_k(t-\zeta) = \frac{1}{Z}.e_m(t-\zeta)+I_{mk}(t-\zeta)$$

$$I_m(t-\zeta) = \frac{1}{Z}.e_k(t-\zeta)+I_{km}(t-\zeta)$$

O circuito equivalente de uma linha sem perdas encontra-se na figura 3.6b. Observa-se neste circuito que os terminais da linha são desacoplados, e que um terminal sente a presença de tensão no outro após um tempo de atraso "ζ".

3.2.2 Parâmetros Concentrados

3.2.2.1 Indutância

Seja a indutância L conectada entre os nós "k" e "m" da figura 3.7a.

A tensão entre estes nós é dada por:

$$e_{km} = L \frac{di_{km}}{dt}$$

Integrando-se de um tempo $(t-\Delta t)$ a t, obtém-se:

$$\int_{t-\Delta t}^{t} di_{km} = \frac{1}{L} \int_{t-\Delta t}^{t} e_{km}.dt$$

Aplicando-se a regra do trapézio, teremos:

$$i_{km}(t)-i_{km}(t-\Delta t)=\frac{1}{L}.\frac{\Delta t}{2}.\{e_{km}(t)+e_{km}(t-\Delta t)\}$$

Desta equação, obtém-se:

$$i_{km}(t)=\frac{\Delta t}{2L}.e_{km}(t)+I_k(t-\Delta t)$$

onde

$$I_k(t-\Delta t)=\frac{\Delta t}{2L}.e_{km}(t-\Delta t)+I_k(t-2\Delta t)$$

A figura 3.7a mostra também o circuito equivalente de uma indutância em regime transitório.

3.2.2.2 Capacitância

Seja a capacitância "C" da figura 3.7b. A equação matemática é

$$i_{km}(t) = C \frac{d_{ekm}(t)}{dt}$$

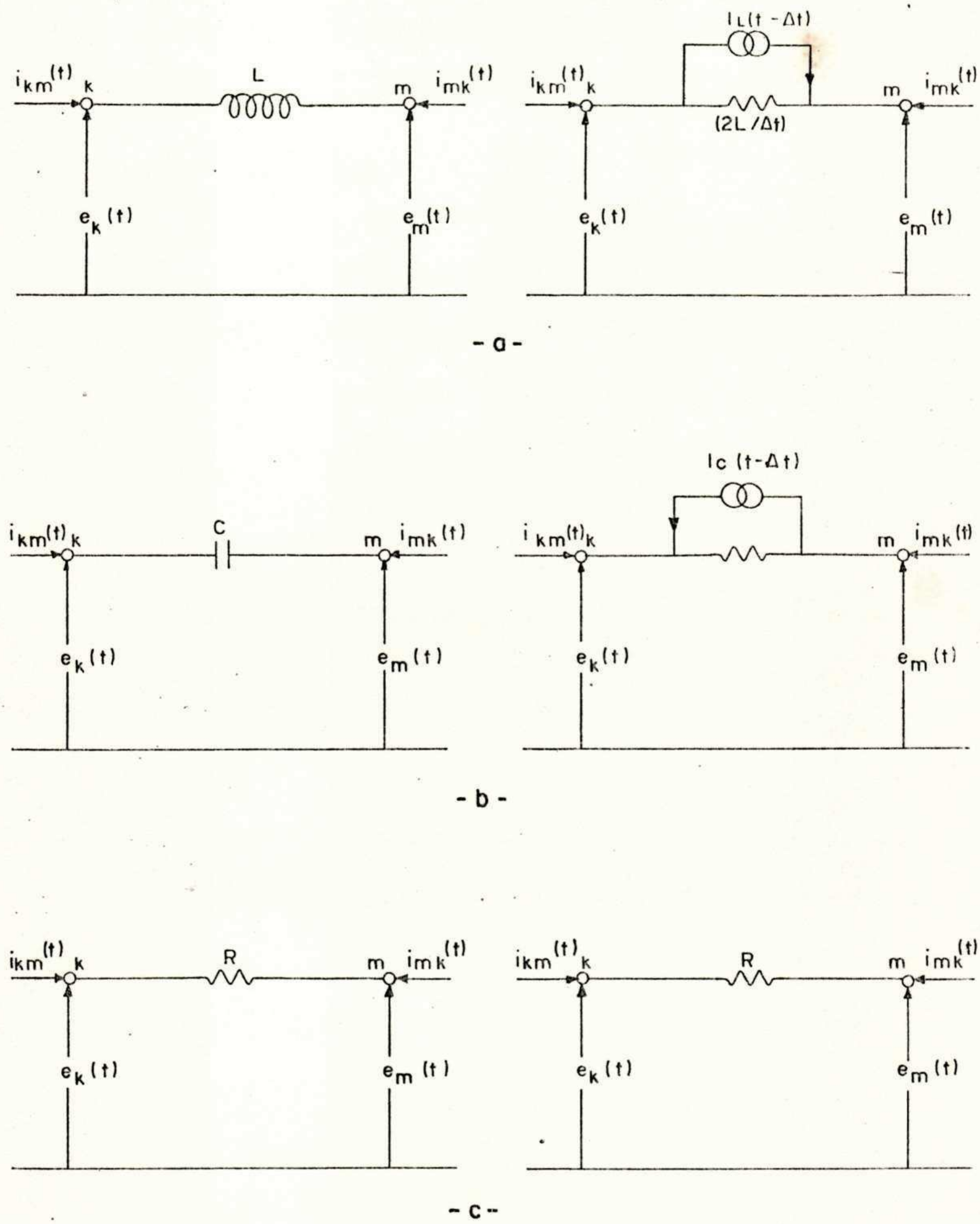


Figura-3.7

a) - Indutância e circuito equivalente.
b) - Capacitância e circuito equivalente.
c) - Resistência e circuito equivalente.

Integrando de $(t-\Delta t)$ a t, obtém-se:

$$\int_{t-\Delta t}^{t} de_{km} = \frac{1}{C} \int_{t-\Delta t}^{t} i_{km}.dt$$

Usando-se a regra do trapézio

$$e_{km}(t)-e_{km}(t-\Delta t)=\frac{1}{C}.\frac{\Delta t}{2}\{i_{km}(t)+i_{km}(t-\Delta t)\}$$

Desta equação, obtém-se:

$$i_{km}(t) = \frac{2C}{\Delta t}.e_{km}(t)-I_k(t-\Delta t)$$

onde

$$I_k(t-\Delta t) = \frac{2C}{\Delta t}.e_{km}(t-\Delta t)$$

A figura 3.7b mostra também o circuito equivalente de uma capacitância em regime transitório.

3.2.2.3 Resistência

Seja o circuito da figura 3.7c. A equação para este circuito é

$$i_{km}(t) = \frac{1}{R}.e_{km}(t)$$

A figura 3.7c mostra também o circuito equivalente de uma resistência em regime transitório.

3.2.3 Linha de Transmissão com Perdas

As perdas de uma linha de transmissão podem ser representadas por inserção de resistências concentradas, ligadas em série nas duas extremidades da linha. Em geral, a resistência é dividida em dois elementos concentrados R/2 nos seus terminais, como mostra a figura 3.8. Pode-se ainda dividir a resistência em vários segmentos, todavia, experiências numéricas mostram que a divisão da linha em mais de dois segmentos praticamente não aumenta a precisão dos resultados. A figura 3.9 mostra uma linha de transmissão com a resistência dividida em vários segmentos. O circuito equivalente é o mesmo que o de uma linha sem perdas. As alterações são feitas nas fontes e nos elementos de circuitos.

As equações neste caso são:

$$i_{km}(t) = \frac{1}{Z_e} \cdot e_k(t) - I_k(t-\zeta)$$

$$i_{mk}(t) = \frac{1}{Z_e} \cdot e_m(t) - I_m(t-\zeta)$$

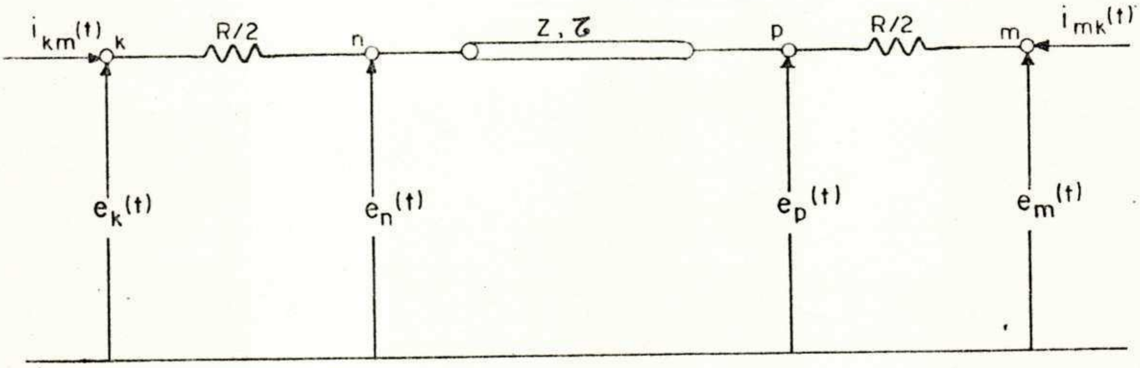


Fig. 3.8 - Resistência série da linha concentrada nas extremidades.

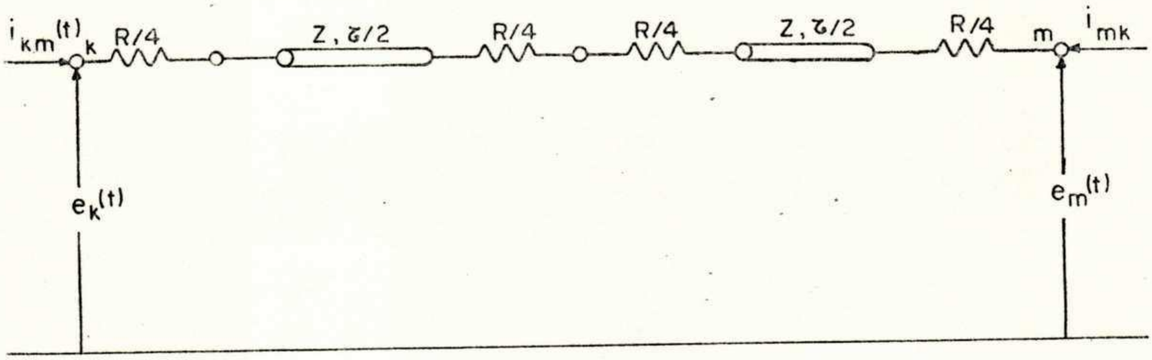


Fig. 3.9 - Resistência série da linha concentrada no meio e nas extremidades.

onde

$$I_k(t-\zeta)= \frac{1+h}{2}.\{\frac{1}{Z_e}.e_m(t-\zeta)+i_{mk}(t-\zeta)\}$$

$$+ \frac{1-h}{2}\{\frac{1}{Z_e}.e_k(t-\zeta)+i_{km}(t-\zeta)\}$$

$$I_m(t-\zeta)= \frac{1+h}{2}\{\frac{1}{Z_e}.e_k(t-\zeta)+i_{km}(t-\zeta)\}+\frac{1-h}{2}\}$$

$$\frac{1}{Z_e}.e_m(t-\zeta)+i_{mk}(t-\zeta)\}$$

$$Z_e = (Z+R)/4$$

$$h = (\frac{Z-R}{4})/(Z+R/4)$$

3.2.4 Procedimento Computacional

No procedimento de otimização de um sistema de medição, é necessário que se obtenha o circuito equivalente do divisor de potencial, a fim de se calcular as tensões e(t) de todos os nós do circuito, em função do tempo, necessárias ao desenvolvimento da otimização. Contudo, o circuito equivalente do divisor será descrito no próximo capítulo. Supõe-se entretanto, que o circuito equivalente para o cálculo de transitórios seja o circuito da figura 3.10. A partir deste, pode-se calcular as tensões nodais e(t), do sistema que for-

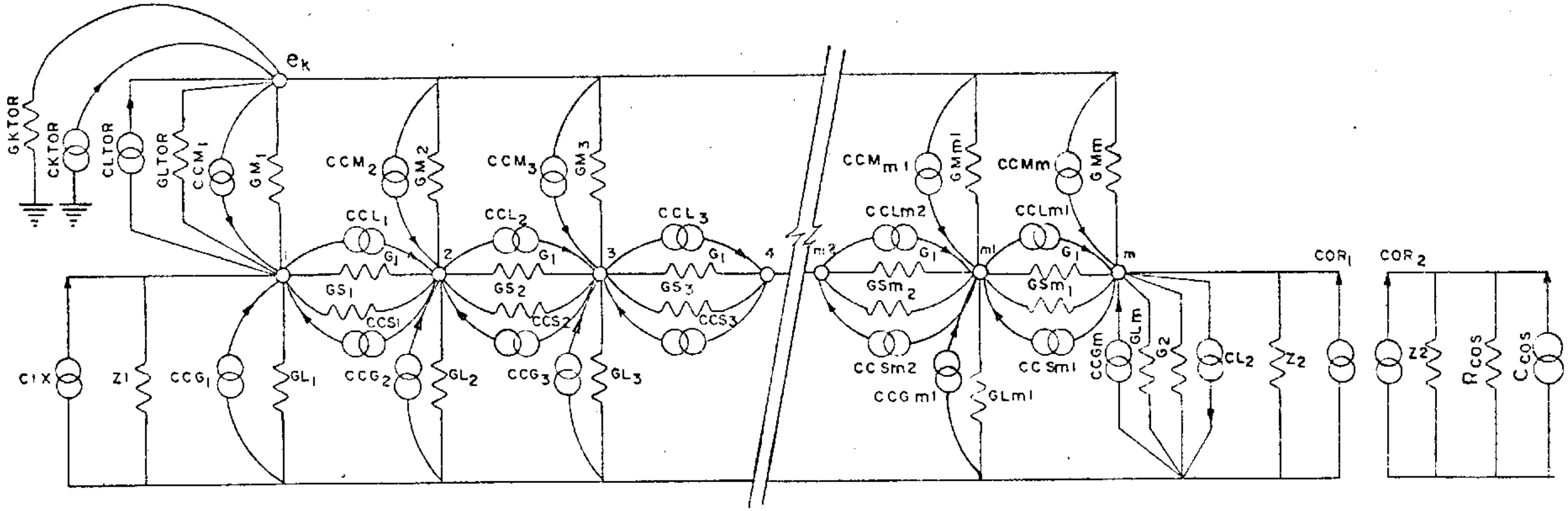


Fig. 3.10 - Circuito equivalente do divisor de potencial resistivo para cálculo de transitórias.

necem informações do circuito equivalente do divisor em um tempo t. As equações para este sistema podem ser escritas como se segue:

$$e_k GKTOR+(e_k-e_1)GLTOR+(e_k-e_2)GM_2+\ldots+(e_k-e_m)GM_m=CKTOR+CLTOR-CCM_1-\ldots-CCM_m$$

$$e_1(1/Z_1+GL_1)+(e_1-e_2)(G_1+GS_1) \qquad +(e_1-e_k)GLTOK=C1X+CCG_1+CCM_1-CLTOK+$$

$$\vdots \qquad +CCS_1-CCL_1$$

$$e_{m_1}GL_{m_1}+(e_{m1}-e_{m_2})(G_1+GS_{m2})+(e_{m1}-e_m)(G_1+GS_{m1})+(e_{m1}-e_k)GM_{m1}=CCG_{m1}$$

$$+ CCS_{m1}+CCM_{m1}-CCL_{m2}+CCL_{m1}-CCS_{m1}$$

$$e_m(GL_m+G_2+1/Z_2)+(e_m-e_{m1})(G_1+GS_{m1}) \qquad +(e_m-e_k)GM_m=CCG_m-CL_2$$

$$+CCM_m-CCS_{m1}+CCL_{m1}+CORX_1$$

$$(3.25)$$

Colocando-se estas equações na forma matricial, tem-se:

$$[Y] \, . \, [e(t)] = [i(t)] - [I] \qquad (3.26)$$

onde:

$[Y]$ é a matriz de admitância nodal;

$[e(t)]$ é o vetor coluna das tensões nodais num tempo t;

$[i(t)]$ é o vetor coluna de correntes nodais injetadas(fontes de correntes ligando qualquer nó ao nó de referência);

$[I]$ é o vetor coluna conhecido(representando a "história passada" das malhas).

O cálculo computacional de transitórios finalmente pode ser obtido resolvendo-se o sistema de equações lineares (3.25). O lado direito de (3.25) deve ser calculado no início de cada passo de tempo Δt.

As equações (3.25) podem ser particionadas obtendo-se as seguintes matrizes de condutâncias: a matriz $[Y11]$ que é uma matriz tridiagonal, uma matriz coluna $[Y12]$, uma matriz linha cujos elementos são formados pela matriz $[Y12]^t$, e uma matriz unidade $[YKK]$, ou seja:

$$\begin{bmatrix} [Y11] & [Y12] \\ [Y12]^t & [YKK] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [e] \\ [e_k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [c] \\ [c_k] \end{bmatrix} \qquad (3.27)$$

onde c(t) é o vetor de fontes de correntes fictícias.

A solução do sistema tridiagonal foi feita utilizando-se de uma técnica muito eficiente para solução de equações lineares tridiagonais |13|. Considerando-se o seguinte sistema de equações lineares de parâmetros $v_1, v_2, \ldots v_n$, desconhecidos, têm-se:

$$
\begin{aligned}
b_1 v_1 + c_1 v_2 &= d_1 \\
a_2 v_1 + b_2 v_2 + c_2 v_3 &= d_2 \\
a_3 v_2 + b_3 v_3 + c_3 v_4 &= d_3 \\
a_i v_{i-1} + b_i v_i + c_i v_{i+1} &= d_i \\
a_{n-1} v_{n-2} + b_{n-1} v_{n-1} + c_{n-1} v_n &= d_{n-1} \\
a_n v_{n-1} + b_n v_n &= d_n
\end{aligned}
\qquad (3.28)
$$

a qual é semelhante à equação (3.25). Para se resolver este tipo de problema, deve-se levar em conta a natureza tridiagonal do sistema. Vários métodos para solução desse sistema podem existir(método de Gauss-Jordan, por exemplo),contudo a técnica descrita a seguir é mais rápida e eficiente.

A partir da solução recursiva dada pela forma,

$$v_i = \gamma_i - \frac{ci}{\beta i} v_i+1$$

na qual as constantes β_i e γ_i são as incógnitas, obtém-se o algorítmo completo para a solução do sistema tridiagonal dado pela equação (3.26) ou seja,

$$v_n = \gamma_n \quad ,$$

$$v_i = \gamma_i - \frac{c_i v_{i+1}}{\beta_i} \quad , \; i = N-1, N-2, \ldots, 1$$

onde os β's e γ's são determinados das fórmulas de recursão:

$$\beta_1 = b_1 \quad , \quad \gamma_1 = d_1/\beta_1 \quad ,$$

$$\beta_i = b_i - \frac{a_i C_{i-1}}{\beta_{i-1}} \quad , \; i = 2,3,\ldots,N$$

$$\gamma_i = \frac{di - a_i \gamma_{i-1}}{\beta_i} \qquad i = 2,3,\ldots,N$$

3.3 Conceitos Básicos de Otimização

Este trabalho, utiliza um método de otimização, baseado nos métodos de gradientes com convergência quadrática, para localização de um mínimo local sem restrição de uma função de "n" variáveis. Alguns aspectos básicos da teoria de otimização serão analisados, bem como o método de Fletcher-Reeves |14,15,16|.

3.3.1 Aspectos Básicos da Otimização

O problema básico da otimização é minimizar uma quantidade escalar E que é o valor de uma função de "n" parâmetros $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Estas variáveis devem ser ajustadas para se obter o mínimo requerido, isto é,

$$\text{minimizar } E = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{3.29}$$

A otimização formulada dessa forma é vista como um problema de minimização, contudo, este pode ser transformado num problema de maximização equivalente, ou vice-versa, isto é,

$$\text{máximo } f(x) = - \text{mínimo } \{-f(x)\}$$

O valor de E de f é geralmente uma medida da diferença entre o desempenho requerido e o desempenho real obtido. A função f é referida como a função objetivo cujo valor é a quantidade que queremos otimizar. Assim, os "n" parâmetros seriam ajustados iterativamente durante o processo de otimização até que um mínimo ou máximo da função seja conseguido.

Um dos fatores importantes no processo de otimização é a escolha da função objetivo. Definida a função objetivo, sua minimização ou maximização consiste de mudanças em seus parâmetros. Estes podem ser representados por um vetor coluna $\bar{X}$. A transposta de $\bar{X}$ é dada por:

$$\bar{X}^T = [x_1 x_2 \ldots x_n] \quad (3.30)$$

e suas sucessivas mudanças dadas por,

$$\Delta\bar{X}^T = [\Delta X_1 \; \Delta X_2 \ldots \Delta X_n] \quad (3.31)$$

3.3.1.1 Otimização de uma Variável

O mais simples tipo de pesquisa, é o que envolve somente uma variável, isto é,

minimizar $E = f(\bar{X})$

Dispõe-se de duas classes de métodos de otimização de uma variável:

- métodos de aproximação
- métodos de pesquisa

Nos métodos de aproximação a função objetivo é aproximada por um polinômio, enquanto que nos métodos de pesquisa a função é pesquisada em intervalos de modo que se reduz a região na qual o mínimo pode está localizado. Os métodos de pesquisa são os mais amplamente utilizados, entre estes destaca-se a pesquisa de Fibonacci.

A principal diferença entre os métodos de pesquisa e os métodos de aproximação é que os últimos aplicam-se somente a funções contínua e diferenciável, enquanto os outros a qualquer função unimodal(só existe um mínimo relativo),mas não necessariamente contínua dentro do intervalo de pesquisa do mínimo.

3.3.1.2 Otimização de Multi-Variável

A otimização neste caso baseia-se na equação (3.29) onde a função objetivo é função de "n" variáveis. Em geral, os métodos de otimização de multi-variável aplicam-se a sistemas de qualquer dimensão. Estes também estão dentro de duas classes interligadas entre si:

- métodos de pesquisa
- métodos de gradientes

Os métodos de pesquisa utilizam somente da evolução da função, enquanto que os métodos de gradientes requerem em adição a informação do gradiente nas formas de vetor gradiente [g] e da matriz Hessiana [H]. Os que utiliza a informação do vetor gradiente [g], definido como sendo a transposta do vetor gradiente ∇E da função objetivo, é uma matriz linha de derivadas parciais de primeira ordem, isto é,

$$[\bar{g}]^T = \nabla E = \left[\frac{\partial E}{\partial X_1}, \frac{\partial E}{\partial X_2}, \ldots, \frac{\partial E}{\partial X_n}\right] \tag{3.32}$$

são chamados métodos de primeira ordem. Os métodos de segunda ordem são os que utilizam a matriz simétrica das derivadas parciais de segunda ordem de E, ou seja,

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 E}{\partial X_1^{\,2}} & \frac{\partial^2 E}{\partial X_1 \partial X_2} & \cdots & \frac{\partial^2 E}{\partial X_1 \partial X_n} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial X_2 \partial X_1} & \frac{\partial^2 E}{\partial X_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 E}{\partial X_2 \partial X_n} \\ \vdots & & & \vdots \\ \frac{\partial^2 E}{\partial X_n \partial X_1} & \frac{\partial^2 E}{\partial X_n \partial X_2} & \cdots & \frac{\partial^2 E}{\partial X_n} \end{bmatrix} \qquad (3.33)$$

Entre as duas classes dos métodos de multi-variável, estas dependem do tipo de problema a ser estudado e da disponibilidade do vetor gradiente ou da matriz Hessiana.

Os métodos de gradientes são baseados na expanasão de Taylor dada por,

$$f(X+\Delta\bar{X})=f(\bar{X})+|g|^T|\Delta\bar{X}|+\frac{1}{2}|\Delta\bar{X}|^T.|H|.|\Delta X|+\ldots \qquad (3.34)$$

onde os valores de $\bar{X}$, $\Delta\bar{X}$, $\bar{g}^T$ e $|H|$ são dados pelas equações (3.30) a (3.33). Reescrevendo-se a equação (3.34) e desprezando-se os termos a partir de terceira ordem obtém-se:

$$f(X + \Delta\bar{X}) = f(\bar{X}) + \bar{g}^T \Delta\bar{X} + \frac{1}{2} \Delta\bar{X}^T [H] \Delta\bar{X} \qquad (3.35)$$

ou ainda,

$$f(X+\Delta X) \simeq E + \Delta E$$

onde,

$$\Delta E = \bar{g}^T \Delta\bar{X} + \frac{1}{2}\Delta\bar{X}^T [H] \Delta\bar{X}$$

Este termo significa uma correção do valor da função em $\bar{X}$ que é uma aproximação da função em $\bar{X}+\Delta\bar{X}$. Com funções definidas numericamente, e em particular considera-se uma função de "n" variáveis das quais o valor $f(\bar{x})$ e o vetor gradiente $g(\bar{x})$ pode ser calculado em qualquer ponto $\bar{X}$. Supõe-se que nas proximidades do mínimo requerido h, a função é dada por,

$$f(\bar{X}) = f(h) + \frac{1}{2}(\bar{X}-h)^T [A] (\bar{X}-h) \qquad (3.36)$$

e seu gradiente,

$$\bar{g}(\bar{X}) = [A](\bar{X}-h) \qquad (3.37)$$

3.3.1.2.1 Método do Degrau Decrescente

Este método usa o gradiente $\bar{g}$ para determinar a direção conveniente para o ajustamento dos valores das variáveis ou parâmetros.

Sejam os parâmetros de um circuito representados pelo vetor coluna $\bar{X}$, dado por:

$$\bar{X}^T = [R, S, G, \ldots C, T] \tag{3.38}$$

Após à i-ésima e i-ésima + 1 iteração, o valor de $\bar{X}$ é dado por:

$$\bar{X}_i^T = [R_i, S_i, G_i, \ldots C_i, T_i]$$

$$\bar{X}_{i+1}^T = [R_{i+1}, S_{i+1}, G_{i+1}, \ldots C_{i+1}, T_{i+1}]$$

Partindo-se da equação (3.32) o vetor gradiente $\bar{g}$ e a matriz Hessiana [H] são dados por:

$$\bar{g}^T = [E] = \left[\frac{\partial E}{\partial R}\ \frac{\partial E}{\partial S}\ \frac{\partial E}{\partial G}\ \cdots\ \frac{\partial E}{\partial C}\ \frac{\partial E}{\partial T}\right] \tag{3.39}$$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 E}{\partial R^2} & \frac{\partial^2 E}{\partial R \partial S} & \cdots & \frac{\partial^2 E}{\partial R \partial T} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial S \partial R} & \frac{\partial^2 E}{\partial S^2} & \cdots & \frac{\partial^2 E}{\partial S \partial T} \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial^2 E}{\partial T \partial R} & \frac{\partial^2 E}{\partial T \partial S} & \cdots & \frac{\partial^2 E}{\partial T^2} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Expandindo-se em séries de Taylor, na i-ésima + 1 iteração o valor da função será:

$$E_{i+1} = E(\bar{X}_{i+1})$$

$$= E(\bar{X}_i + \Delta\bar{X})$$

$$= E(\bar{X}_i) + [\bar{g}]^T [\Delta\bar{X}] + \frac{1}{2} [\Delta X]^T [H] [\Delta X] \quad (3.41)$$

Portanto,

$$\Delta E = E_{i+1} - E_i = E(\bar{X}_{i+1}) - E(\bar{X}_i)$$

$$\Delta E = [\bar{g}]^T [\Delta X] + \frac{1}{2} [\Delta X] [H] [\Delta X] \quad (3.42)$$

O efeito em E de uma pequena mudança $\Delta\bar{X}$ em $\bar{X}$ é dado pela aproximação de primeira ordem por:

$$\Delta E = |\bar{g}|^T \; |\Delta\bar{X}| \qquad (3.43)$$

A equação (3.43) pode ser considerada como o produto escalar de dois vetores, ou seja,

$$\Delta E = |\bar{g}|^T \, . \; |\Delta\bar{X}| \cos\theta \qquad (3.44)$$

Desta equação (3.44), para magnitudes de $|\bar{g}|$ e $|\Delta\bar{X}|$, ΔE depende do $\cos\theta$, onde pode-se obter um valor máximo positivo se $\theta = 0$ e um valor máximo negativo se $\theta = \pi$. A máxima redução em E portanto ocorre quando $\theta = \pi$, resultando que mudanças minimizante $\Delta\bar{X}$ em $\bar{X}$ deve ser na direção do gradiente negativo $|-g|$.

O vetor unitário μ na direção de $|-g|$ é dado por:

$$\mu = \frac{|-\bar{g}|}{|\bar{g}|} \qquad (3.45)$$

portanto, qualquer mudança $\Delta\bar{X}$ é proporcional a $\bar{\mu}$, isto é,

$$\Delta\bar{X} = \lambda\bar{\mu} \qquad (3.46)$$

onde λ é um parâmetro não negativo determinado através de pesquisas lineares ou pela matriz Hessiana $|H|$ quando é conhecida.

O novo ponto agora pode ser determinado como se segue, ou seja,

$$\bar{X}_{i+1} = \bar{X}_i + \Delta\bar{X}$$

$$= \bar{X}_i + \lambda\bar{\mu} \qquad (3.47)$$

Portanto, quando $\bar{X}$ varia de $\bar{X}_i$ a $\bar{X}_{i+1}$, o valor da função $E(\bar{X})$ decresce, e neste caso, $\bar{X}_i$ deverá ser variado ao longo da direção do gradiente normalizado da função E, calculado em $\bar{X}_i$.

O cálculo do valor ótimo para λ encontra o valor de mínimo da função na direção de $\bar{\mu}$. Substituindo a equação (3.47) em (3.46) que fornece o valor de ΔE, para uma aproximação de segunda ordem obtêm-se:

$$\Delta E = - \frac{[\bar{g}]^T \lambda [g]}{|\bar{g}|} + \frac{\lambda^2}{2} \frac{[\bar{g}]^T [H] [\bar{g}]}{|\bar{g}|^2} \qquad (3.48)$$

isto é,

$$\Delta E = -\lambda [\bar{g}] + \frac{\lambda^2}{2} \frac{[\bar{g}]^T [H] [\bar{g}]}{|\bar{g}|^2} \qquad (3.49)$$

No mínimo da função na direção de μ, a variação de λ nos dá um valor máximo negativo de ΔE, consequentemente, diferenciando (3.49) em relação a λ e igualando o resultado a zero, obtêm-se:

$$\frac{\partial}{\partial\lambda}(\Delta E) = -|\bar{g}| + \lambda\frac{[\bar{g}]^T[H][\bar{g}]}{|\bar{g}|^2} = 0 \qquad (3.50)$$

onde,

$$\lambda = \frac{|\bar{g}|^3}{[g]^T[H][\bar{g}]} \qquad (3.51)$$

Supondo-se λ_o seja um valor inicial arbitrário para λ, da equação (3.48), tem-se:

$$E(\bar{X}-\lambda_o\bar{\mu}) = E(\bar{X}) - \frac{|\bar{g}|^T|\lambda_o\bar{g}|}{|\bar{g}|} + \frac{\lambda_o^2}{2}\frac{|\bar{g}|^T|H||\bar{g}|}{|\bar{g}|^2}$$

$$= E(X) - \lambda_o|\bar{g}| + \frac{\lambda_o^2}{2|\bar{g}|^2}\cdot[\bar{g}]^T[H][g]$$

onde

$$[\bar{g}]^T[H][\bar{g}] = \frac{E(\bar{X}-\lambda_o\bar{\mu})-E(\bar{X})+\lambda_o|\bar{g}|}{\lambda_o^2}\cdot 2|\bar{g}|^2 \qquad (3.52)$$

Substituindo a equação (3.52) em (3.51) obtêm-se:

$$\lambda = \frac{\lambda_o^2\cdot|\bar{g}|}{2}\cdot\frac{1}{E(\bar{X}-\lambda_o\bar{\mu})-E(\bar{X})+\lambda_o\cdot|\bar{g}|} \qquad (3.53)$$

3.3.1.2.2 Método de Fletcher-Reeves

O método de Fletcher-Reeves |16| baseia-se no método de gradientes conjugado. Este método é utilizado para resolução de um sistema de equações lineares,

$$[A]\bar{X} = \bar{B} \tag{3.54}$$

através da minimização de uma função quadrática correspondente,

$$f(\bar{X}) = \frac{1}{2}\bar{X}^T[A]\bar{X} - \bar{B}^T\bar{X} \tag{3.55}$$

e cujo vetor gradiente,

$$g(\bar{X}) = [A](\bar{X}-\bar{X}_o) \tag{3.56}$$

onde $[A]$ é uma matriz simétrica, positiva definida, e $\bar{B}$ um vetor coluna. A equivalência destes dois problemas é estabelecida pela relação,

$$f(\bar{X})=[A]\bar{X}-\bar{B}=\emptyset \tag{3.57}$$

Portanto, o vetor $\bar{X}_o$ que minimiza a equação (3.54) também é solução da equação (3.55). O método então é descrito, baseado na minimização da função quadrática dada pela equação (3.55).

A idéia baseada no procedimento do gradiente conjugado, é similar à do degrau decrescente, em que uma sequência de pesquisas unidimensional é feita em direções que são determinadas pelas derivadas parciais da função objetivo. De maneira diferente do método do degrau decrescente, contudo, os vetores de pesquisa não são iguais aos vetores gradiente negativo; ao contrário, uma sequência de vetores de pesquisa é determinada. Esta é feita de tal maneira que cada vetor de pesquisa é uma função do vetor gradiente atualizado e do vetor de pesquisa anterior. O algorítmo é garantido para minimizar uma função quadrática de n variáveis independente, com n iterações, ou seja, o método apresenta convergência quadrática.

Considerando-se a função objetivo $f(\bar{X})$ e o seu vetor gradiente $\bar{g}(\bar{X})$ dados pelas equações (3.55) e (3.56), deseja-se minimizar esta função através de sucessivas pesquisas lineares, de tal forma que escolhendo-se um ponto inicial de pesquisa $\bar{X}_0$, arbitrário, localiza-se uma sequência de pontos que são sucessivamente fechados para o mínimo como se segue:

$$\bar{X}_{i+1} = \bar{X}_i + \alpha_i \bar{P}_i \tag{3.58}$$

onde α_i é um escalar positivo que define a distância entre $\bar{X}_i$ e $\bar{X}_{i+1}$ ao longo do vetor da pesquisa $\bar{P}_i$. Note que o mínimo ao longo de $\bar{P}_i$ ocorreria onde $\bar{P}_i$ é tangente à família de contornos dada pela equação (3.55). Estabelecendo-se o gradiente de $f(\bar{X})$ em $\bar{X}_{i+1}$ sendo normal a $\bar{P}_i$, isto é,

$$\bar{g}_{i+1}^T \bar{P}_i = \bar{P}_i^T \bar{g}_{i+1} = \emptyset \tag{3.59}$$

onde $\bar{g}(\bar{X}_i) = \bar{g}_i$, para cada "i".

Pelo uso repetitivo da equação (3.58), obtém-se:

$$\bar{X}_k = \bar{X}_i + \sum_{j=1}^{k-1} \alpha_j \bar{P}_j \quad , \; k = 1,2,\ldots,n \tag{3.60}$$

Em particular,

$$\bar{X}_n = \bar{X}_i + \sum_{j=1}^{n-1} \alpha_j \bar{P}_j \tag{3.61}$$

Subtraindo $\bar{X}_o$ de cada lado da equação (3.61) e pré-multiplicando por $[A]$, obtém-se:

$$[A](\bar{X}_n - \bar{X}_o) = [A](\bar{X}_i - \bar{X}_o) + \sum_{j=1}^{n-1} \alpha_j [A] \bar{P}_j \tag{3.62}$$

Com o gradiente da equação (3.55) a equação (3.62) fica:

$$\bar{g}_n = \bar{g}_i + \sum_{j=1}^{n-1} \alpha_j [A] \bar{P}_j \tag{3.63}$$

Pode-se obter um caso específico da equação acima dado por:

$$\bar{g}_{i+1} = \bar{g}_i + \alpha_i [A] \bar{P}_i \tag{3.64}$$

Desenvolvendo-se agora um critério para definição do vetor de pesquisa $\bar{P}_j$, tem-se que: pré-multiplicando a equação (3.63) por $\bar{P}_{i-1}^T$, obtém-se:

$$\bar{P}_{i-1}^T \bar{g}_n = \bar{P}_{i-1}^T \bar{g}_i + \sum_{j=i}^{n-1} \alpha_j \bar{P}_{i-1}^T [A] \bar{P}_j \qquad (3.65)$$

Usando-se a equação (3.59), o primeiro termo do lado direito da equação (3.65) anula-se. Portanto, escolhendo-se $\bar{P}_j$ tal que,

$$\bar{P}_i^T [A] \bar{P}_j = \emptyset \qquad (3.66)$$

para $i \neq j$, então o somatório do termo na equação (3.65) também anula-se, obtendo-se:

$$\bar{P}_{i-1}^T \bar{g}_n = \emptyset \qquad (3.67)$$

A equação (3.67) indica que o conjunto de vetores $\bar{P}_i$ são A-conjugados.

Partindo-se da condição que os vetores $\bar{P}_o, \bar{P}_1, \ldots, \bar{P}_{n-1}$ são A-conjugados, é suficiente para garantir que os mesmos são linearmente independentes. Da equação (3.66)observa-se que como $\bar{P}_i$ é uma direção especificada,

$$\bar{P}_i \neq \emptyset \quad ,$$

assim o valor do gradiente na equação (3.67), é dado por:

$$\bar{g}_n = \emptyset \quad ,$$

onde se conclui que a função é minimizada após n pesquisas unidimensional nas direções $\bar{P}_o$, $\bar{P}_1, \ldots, \bar{P}_{n-1}$, ou seja, o mínimo da função é localizado na n-ésima iteração, ou antes no caso em que os valores de α_i sejam zero.

A maneira como os vetores $\bar{P}_i$ são escolhidos, é especificada como se segue, ou seja, chama-se:

$$\bar{P}_o = -\bar{g}_o$$

então,

$$\bar{P}_{i+1} = -\bar{g}_{i+1} + \beta_i P_i \quad , \; i = 0,1,2,\ldots,n-1 \qquad (3.68)$$

onde os β_i's são escalares positivo que devem ser determinados. Escolhendo-se $\bar{P}_i$ desta forma, mostra que satisfaz a condição de A-conjugado expressa pela equação (3.66).

Para se determinar os valores dos escalares β_i's da equação (3.66), tem-se:

$$\bar{P}_i^T [A] \bar{P}_{i+1} = 0 \qquad (3.69)$$

Combinando este resultado com a equação (3.68) obtém-se:

$$\beta_i = \frac{\bar{P}_i^T \; [A] \; \bar{g}_{i+1}}{\bar{P}_i^T [A] P_i} \qquad (3.70)$$

Note que os β_i's calculados a partir da equação (3.70) requer o conhecimento explícito da matriz $[A]$. Esta informação deve ser armazenada, ocupando assim espaço e limitando o tamanho de um problema que pode ser resolvido pelo método do gradiente conjugado. Por esta razão, não se usa a equação (3.70) para determinar β_i, devendo-se escolher uma expressão que não contenha a matriz $[A]$. Esta expressão pode ser determinada através de arranjos entre as equações anteriores chegando-se à seguinte expressão:

$$\beta_i = \frac{\bar{g}_{i+1}^T \; \bar{g}_{i+1}^T}{\bar{g}_i^T \; \bar{g}_i} \tag{3.71}$$

Substituindo a equação (3.71) na equação (3.68), temos:

$$\bar{P}_{i+1} = -\bar{g}_{i+1} + \frac{\bar{g}_{i+1}^T \; \bar{g}_{i+1} \; \bar{P}_i}{\bar{g}_i^T \; \bar{g}_i} \tag{3.72}$$

Assim, o algorítmo de Fletcher-Reeves para uso com funções geral f, gera uma nova direção de pesquisa em cada iteração conforme a equação (3.72). Para tanto, requer o armazenamento de somente dois vetores, uma direção de pesquisa e um gradiente, em qualquer ponto da n-ésima iteração.Com um método de pesquisa linear adequado, cada nova direção é uma direção decrescente.

A seguir, descreve-se o algorítmo do método de Fletcher-Reeves, conforme apresentado nesta seção, ou seja:

1 - escolhe-se um ponto inicial $\bar{X}_o$, e calcula-se o gradiente da função objetivo neste ponto, isto é,

$$\bar{g}_o = \bar{g}(\bar{X}_o) \quad ,$$

e coloca-se o vetor de pesquisa inicial,

$$\bar{P}_o = -\bar{g}_o \quad ;$$

2 - realiza-se uma pesquisa linear ao longo da direção especificada $\bar{P}_i$, para se encontrar um novo ponto de pesquisa $\bar{X}_{i+1}$ que é igual à posição de mínimo de $f(\bar{X})$ na linha através de $\bar{X}_i$ na direção especificada $\bar{P}_i$;

3 - calcula-se o gradiente no ponto $\bar{X}_{i+1}$, ou seja,

$$\bar{g}_{i+1} = \bar{g}(\bar{X}_{i+1}) \quad ;$$

4 - calcula-se o escalar β_i, conforme a equação (3.71);

5 - calcula-se a nova direção de pesquisa, conforme a equação (3.72);

6 - a partir de (5) atualiza-se o ponto de pesquisa $\bar{X}$, calcula-se o gradiente $\bar{g}$ até que o mínimo da função seja localizado ou então até que o número de iterações máximo seja atingido.

O algorítmo descrito, requer atenção especial na pesquisa linear para localizar cada novo ponto $\bar{X}_{i+1}$, conforme indicado em 2.

4. OTIMIZAÇÃO DE UM SISTEMA DE MEDIÇÃO

INTRODUÇÃO:

A otimização do sistema de medição é feita de tal maneira que se obtenha uma ótima resposta ao degrau. Desta forma, procura-se ajustar iterativamente alguns parâmetros do sistema de medição até que os valores ótimos destes parâmetros sejam encontrados. Isto requer o conhecimento do modelo do divisor de potencial resistivo, que será apresentado neste capítulo. Em seguida, ilustra-se a teoria geral para o projeto de circuitos de estrutura fixa pela otimização dos valores dos parâmetros do circuito, a fim de que seja empregada na otimização dos parâmetros do sistema de medição.

4.1 Modelo do Divisor de Tensão Resistivo

Um trabalho desenvolvido anteriormente pelo Grupo de Alta-Tensão da Universidade Federal da Paraíba - Campus II (17) propôs um modelo para o divisor resistivo, considerando todos os efeitos parasitas.

A distribuição de capacitâncias parasitas baseia-se no cálculo do campo eletrostático do divisor de tensão de impulso.

4.1.1 Circuito Equivalente

Na determinação do circuito equivalente do divisor, supõe-se que todos os componentes internos deste sejam corretamente representados, bem como a distribuição de capacitâncias parasitas ao longo da coluna do divisor e do eletrodo de blindagem.

Um circuito equivalente para as capacitâncias parasitas de divisores de potencial resistivo encontra-se descrito na referência |17|. A distribuição de capacitâncias parasitas é representada neste circuito por capacitâncias paralelas CS, iguais, entre os vários nós ao longo do ramo de A.T., entre os nós e terra CL_i, entre os nós e o terminal de alta-tensão CM_i, e a capacitância entre o eletrodo de blindagem e terra CKG. Os elementos como resistências, capacitâncias e indutâncias que constituem o divisor físico e sua estrutura são uniformemente distribuídos ao longo da coluna do divisor. A fig. 4.1 mostra o circuito equivalente do divisor de potencial resistivo.

A condição para que o circuito equivalente do divisor esteja representado corretamente é feita através da resposta degrau do divisor, isto é, a resposta degrau calculada e medida devem ser idênticas.

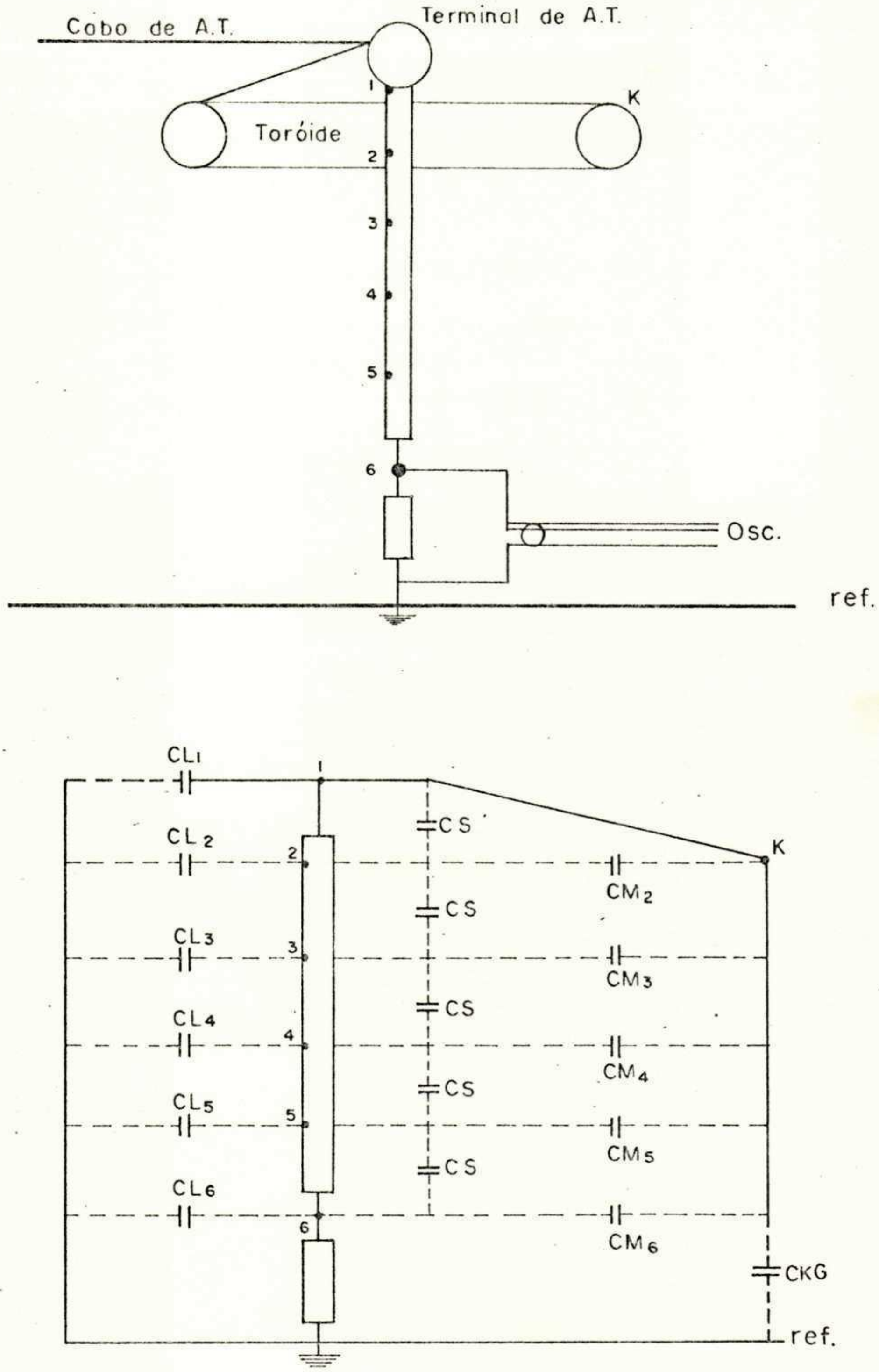


Fig. 4.1 – Divisor de potencial resistivo sem resistência de amortecimento e seu circuito equivalente.

4.1.2 Cálculo das Capacitâncias Parasitas

O cálculo das capacitâncias parasitas do divisor é feito, a partir do circuito equivalente do divisor físico. Este cálculo baseia-se na determinação do campo eletrostático ao longo da coluna do divisor. Os nós ao longo do ramo de alta-tensão 1,2,3, ... do circuito equivalente representam os pontos do divisor no espaço 1,2,3, ... e o nó de referência representa o plano de terra. Para que a estrutura do divisor físico corresponda ao circuito equivalente, é necessário que os potenciais ao longo da coluna do divisor sejam iguais as tensões dos nós correspondentes do circuito equivalente. Os pontos espaciais são escolhidos em intervalo iguais ao longo da coluna do divisor. Por conseguinte, a resistência e a indutância total do ramo de alta-tensão devem ser uniformemente distribuídos entre os nós do circuito equivalente. Com isto, a resposta do circuito equivalente deve ser idêntica à resposta medida do divisor na frequência zero e infinita, ou seja, a resposta do divisor na frequência zero é determinada pelas resistências do divisor e na frequência infinita pelas capacitâncias |17|.

Supondo-se que o enrolamento resistivo foi retirado da coluna isolante e a resistência de baixa-tensão removida, então a estrutura resultante e seu circuito equivalente são mostradas na fig. 4.2. Observa-se que as capacitâncias parasitas são devido principalmente ao eletrodo de alta-tensão, a coluna isolante e o plano de terra. Portanto,

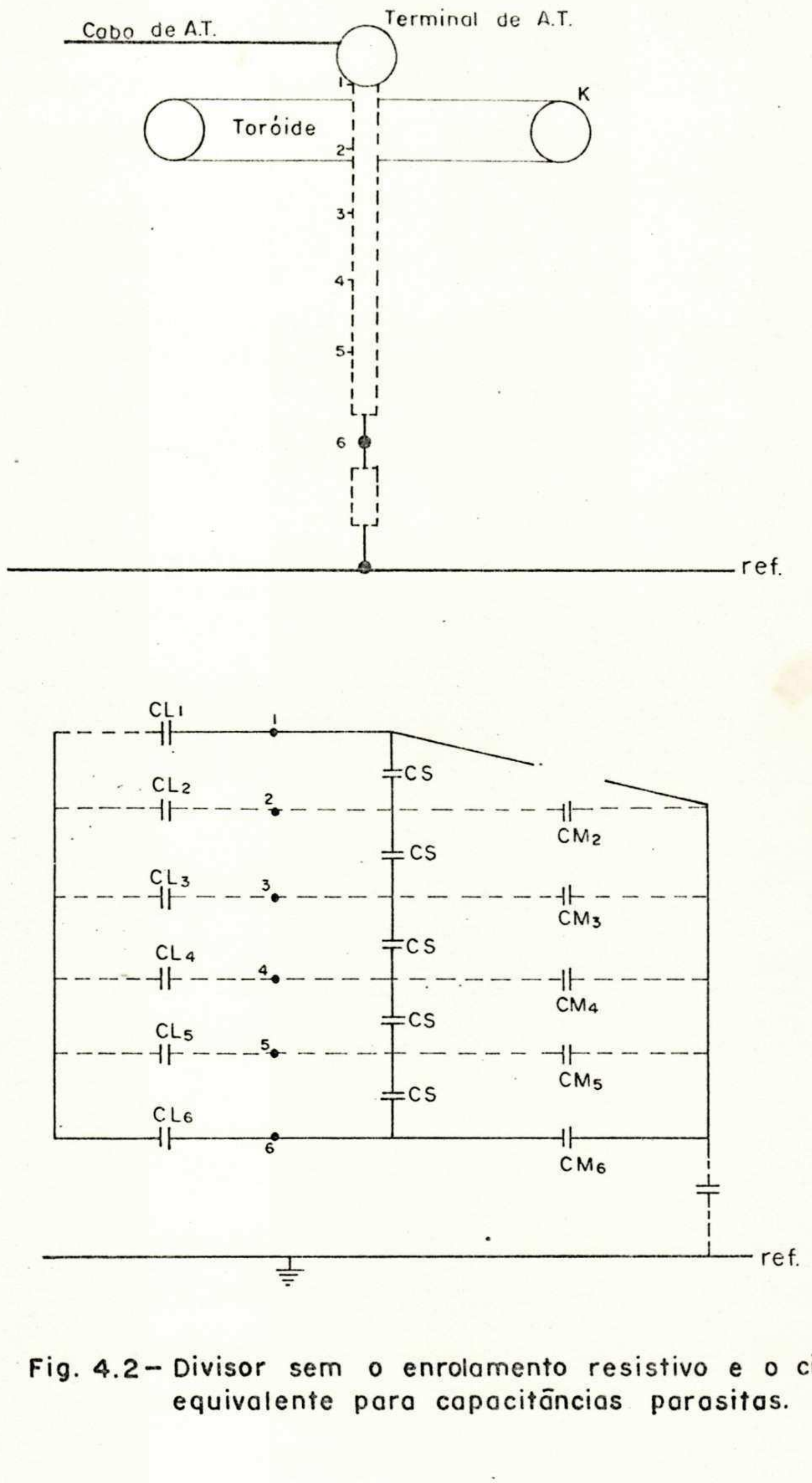


Fig. 4.2 – Divisor sem o enrolamento resistivo e o circuito equivalente para capacitâncias parasitas.

os parâmetros do circuito equivalente de capacitâncias parasitas são escolhidos, tais que:

- a capacitância total de entrada CT do circuito equivalente é igual à capacitância de entrada do divisor;
- a distribuição de potencial eletrostático ao longo da coluna do divisor é igual à distribuição de tensão capacitiva ao longo dos nós do circuito equivalente.

4.1.3 Cálculo dos Parâmetros

Considere o divisor de potencial com eletrodo de blindagem superior, e que o ramo de alta-tensão do divisor seja dividido em "m" pontos igualmente distribuídos. Inicialmente deve ser analisado o campo eletrostático do divisor e em seguida calcula-se a distribuição dos potenciais eletrostáticos dos pontos espaciais. Essa foi calculada, considerando-se primeiro o eletrodo de blindagem ligado diretamente ao terminal de alta-tensão do divisor, e em seguida o eletrodo isolado eletricamente do terminal de alta-tensão do divisor. O terminal de alta-tensão do divisor em relação ao plano de terra para ambos os casos, foi mantido em 1 volt.

4.1.3.1 Cálculo dos Parâmetros com Eletrodo de Blindagem Diretamente Ligado ao Terminal de A.T.

Com o eletrodo de blindagem ligado ao terminal de alta-tensão(fig. 4.2), considere que a distribuição de potencial eletrostático dos pontos espaciais seja v_i, e a capacitância de entrada CT_1.

Quando o circuito equivalente é excitado por uma tensão degrau unitário, a distribuição de tensões dos nós deste deve ser idêntica à distribuição de potencial eletrostático. As equações nodais são calculadas aplicando-se a lei das correntes de Kirchhoff, isto é,

$$V_1(CL_1+CKG)+(V_1-V_2)CS+(V_1-V_2)CM_2+\ldots+(V_1-V_m)CM_m=CT_1$$

$$V_2CL_2+(V_2-V_1)CM_2+(2V_2-V_1-V_2)CS=0$$

$$\vdots \qquad (4.1)$$

$$V_{m-1}CL_{m-1}+(V_{m-1}-V_1)CM_{m-1}+(2V_{m-1}-V_{m-2}-V_m)CS=0$$

$$V_mCL_m+(V_m-V_1)CM_m+(V_m-V_{m-1})CS=0$$

4.1.3.2 Cálculo dos Parâmetros com Eletrodo Isolado Eletricamente

Com o eletrodo de blindagem isolado, considere que a distribuição de potencial eletrostático dos pontos espaciais seja e_i, a capacitância de entrada CT_2, e o potencial flutuante do eletrodo de blindagem e_k. A fig. 4.3 mostra a estrutura do divisor e seu circuito equivalente para capacitâncias parasitas. Quando o circuito é excitado por uma tensão degrau unitário, as equações dos nós são dadas por:

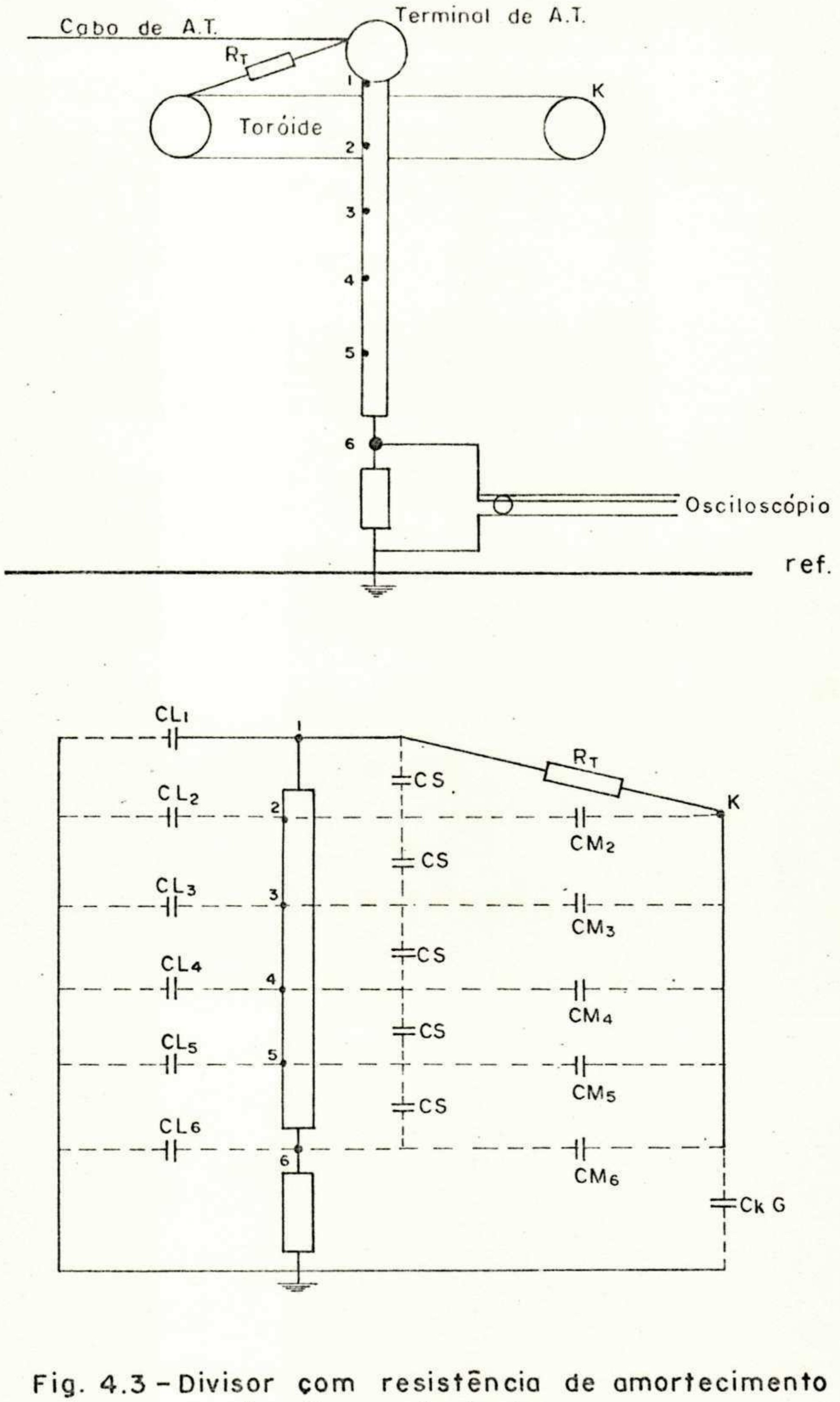


Fig. 4.3 - Divisor com resistência de amortecimento e circuito equivalente.

$$e_k CKG+(e_k-e_2)CM_2+\ldots+(e_k-e_m)\ CM_m=0$$

$$e_1 CL_1+(e_1-e_2)CS=CT_2$$

$$\vdots \qquad\qquad (4.2)$$

$$e_{m-1}CL_{m-1}+(e_{m-1}-e_k)CM_{m-1}+(2e_{m-1}-e_{m-2}-e_m)CS=0$$

$$e_m CL_m+(e_m-e_k)CM_m+(e_m-e_{m-1})CS=0$$

O sistema de equações (4.1) e (4.2) são suficientes para determinar todas as capacitâncias parasitas, CS, CL_i, CM_i e CKG. Os cálculos destes parâmetros são efetuados a partir dos valores da distribuição de potenciais, v_i, e_i, do potencial flutuante do toróide e_k, e das capacitâncias de entrada CT_1 e CT_2, que foram obtidas empregando-se a técnica de simulação de cargas, a qual também pode ser utilizada para determinar as capacitâncias parasitas.

4.2 Otimização de um Circuito Elétrico

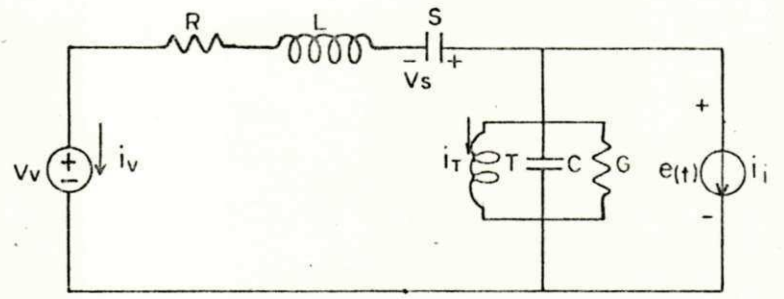
A teoria geral para o projeto de circuito de estrutura fixa é feita através da escolha ótima dos elementos do circuito para uma dada configuração. Este problema pode ser resolvido por meio de técnicas de otimização dos elementos do circuito |18|.

Considere um simples projeto de circuito de estrutura fixa mostrada na fig. 4.4, em que a teoria é ilustrada pela otimização dos valores dos parâmetros. Os parâmetros va riáveis para este tipo de problema são os valores dos elementos: resistência R, indutância L, elastância S, indutância recíproca T, capacitância C e condutância G.

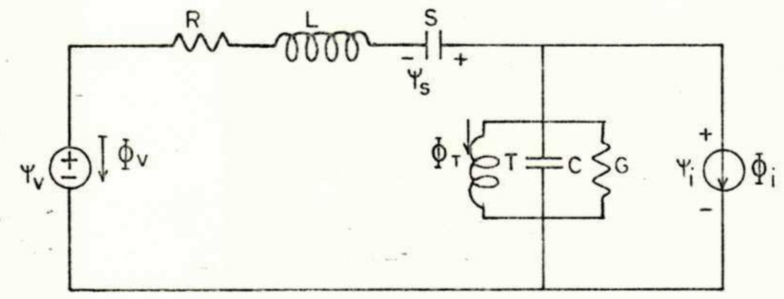
Na solução deste problema, suponha que uma dada função de excitação seja aplicada nos terminais do circuito da fig. 4.4. Obtêm-se as funções respostas associadas com as fontes de excitação. Ou seja, qualquer ramo de corrente ou ramo de tensão pode ser considerado como sendo a resposta associada com uma fonte de tensão ou fonte de corrente de valor zero, respectivamente. Supondo-se que a tensão assumirá valores diferentes dos desejados, define-se então, uma funcional de desempenho,

$$E(R,L,S,T,C,G)=\frac{1}{2}\int_{t_o}^{t_t}[e(t)-\hat{e}(t)]^2dt \qquad (4.3)$$

a qual é uma medida do erro entre a tensão obtida e(t), e a tensão desejada $\hat{e}(t)$. Os elementos R,L,S,T,C e G do circuito são os parâmetros a serem otimizados. O objetivo é ajustar iterativamente esses parâmetros até que o erro da funcional seja minimizado.O limite superior da integral é o instante de tempo conveniente, até o qual é requerido que à tensão fornecida pelo circuito aproxima-se tanto quanto possível da tensão desejada $\hat{e}(t)$. As seguintes equações de estado governam o comportamento do circuito no domínio do tempo:



a) - Valores reais.



b) - Excitação do erro.

Fig. 4.4 - Circuito equivalente de uma rede de estrutura fixa, linear e invariante no tempo.

$$Ri_v(t)+L\dot{i}_v(t)+v_s(t)-e(t)=0$$

$$Si_v(t)-\dot{v}_s(t)=0$$

$$Ge_i(t)+C\dot{e}_i(t)+i_T(t)+i_v(t)=0$$

$$Te_i(t)-\dot{i}_T(t)=0 \qquad (4.4)$$

Essas equações (4.4) constituem os meios para a minimização da funcional da equação (4.3).

No cálculo de variações, existe um teorema o qual estabelece que: considere que (R_o, L_o, S_o, T_o, C_o, G_o) são os valores dos parâmetros para os quais a funcional E(R,L, S,T,C,G) tem um mínimo local. Então existem funções $\lambda_v(t)$, $\lambda_s(t)$, $\lambda_e(t)$ e $\lambda_T(t)$ (multiplicadores de Lagrange) para os quais a funcional $\bar{E}$ também tem um mínimo para os valores dos parâmetros (R_o, L_o, S_o, T_o, C_o, G_o), sendo:

$$\bar{E}(R,L,S,T,C,G)=\int_0^{t_f}\{\tfrac{1}{2}(e(t)-\hat{e}(t))^2+\lambda_v(t)[Ri_v(t)+$$

$$+L\dot{i}_v(t)+v_s(t)-e(t)]+\lambda_s(t)[Si_v(t)$$

$$-\dot{v}_s(t)]+\lambda_i(t)[Ge(t)+C\dot{e}(t)+$$

$$+i_T(t)+i_v(t)]+\lambda_T(t)[Te(t)-\dot{i}_T(t)]\}dt$$

$$(4.5)$$

Assim, o problema de minimização da equação (4.3) sujeita às equações (4.4), converte-se na minimização de (4.5)sem quaisquer condições. A funcional $\bar{E}$ é chamada de "funcional de desempenho aumentada".

Por uma integração por parte, a função de desempenho aumentada torna-se:

$$\bar{E}(R,L,S,T,C,G)=Li_v(t)\lambda_v(t)\Big|_0^{t_f}-v_s(t)\lambda_s(t)\Big|_0^{t_f}+Ce(t)\lambda_i(t)\Big|_0^{t_f}$$

$$-i_T(t)\lambda_T(t)\Big|_0^{t_f}+\int_0^{t_f}\{\frac{1}{2}(e(t)-\hat{e}(t))^2$$

$$+i_v(t)[R\lambda_v(t)-L\dot{\lambda}_v(t)+S\lambda_s(t)+\lambda_i(t)]$$

$$+v_s(t)[\lambda_v(t)+\dot{\lambda}_s(t)]$$

$$+e(t)[-\lambda_v(t)+G\lambda_i(t)-C\dot{\lambda}_i(t)+T\lambda_T(t)]$$

$$+i_T(t)[\lambda_i(t)+\dot{\lambda}_T(t)]\}dt$$

(4.6)

Diferenciando a equação (4.6), obtemos a primeira variação de $\bar{E}$:

$$
\begin{aligned}
\delta\bar{E} = {} & L\delta i_V(t)\lambda_V(t)\Big|_o^{t_f} - \delta v_S(t)\lambda_S(t)\Big|_o^{t_f} + C\delta e(t)\lambda_i(t)\Big|_o^{t_f} \\
& -\delta i_T(t)\lambda_T(t)\Big|_o^{t_f} + \int_o^{t_f}\{\delta e(t)(e(t)-\hat{e}(t)) - \lambda_V(t) \\
& +G\lambda_i(t) - C\dot{\lambda}_i(t) + T\lambda_T(t)] + \delta i_T(t)[\lambda_i(t) + \\
& +\dot{\lambda}_T(t)] + \delta i_V(t)[R\lambda_V(t) - L\dot{\lambda}_V(t) + S\lambda_S(t) + \lambda_i(t)] \\
& +\delta v_S(t)[\lambda_V(t) + \dot{\lambda}_S(t)]\}dt + \delta L[i_V(t)\lambda_V(t)\Big|_o^{t} - \\
& \int_o^t i_V(t)\dot{\lambda}_V(t)dt] + \delta R\int_o^t i_V(t)\lambda_V(t)dt + \delta S\int_o^t i_V(t)\lambda_S(t)dt \\
& +\delta G\int_o^{t_f} e(t)\lambda_i(t)dt + \delta C\{e(t)\lambda_i(t)\Big|_o^{t_f} - \int_o^{t_f} e(t)\dot{\lambda}_i(t)dt\} \\
& +\delta T\int_o^{t_f} e(t)\lambda_T(t)dt
\end{aligned}
$$

$$L[\lambda_v(t_f)\delta i_v(t_f)-\lambda_v(0)\delta i_v(0)]=0$$

$$C[\lambda_i(t_f)\delta e(t_f)-\lambda_i(0)\delta e(0)]=0$$

$$-[\lambda_s(t_f)\delta V_s(t_f)-\lambda_s(0)\delta V_s(0)]=0$$

$$-[\lambda_T(t_f)\delta i_T(t_f)-\lambda_T(0)\delta i_T)]=0 \qquad (4.8)$$

$$e - \hat{e} - \lambda_v + G\lambda_i - C\dot{\lambda}_i + T\lambda_T = 0$$

$$R\lambda_v - L\dot{\lambda}_v + S\lambda_s + \lambda_i = 0$$

$$\lambda_v + \dot{\lambda}_s = 0$$

$$\dot{\lambda}_T + \lambda_i = 0 \qquad (4.9)$$

As equações (4.8) são conhecidas como condições de "transversabilidade". Observa-se que as variáveis de estado são ou correntes indutivas ou tensões capacitivas. Essas não podem variar impulsivamente o que implica em suas derivadas primeiras serem todas iguais a zero no instante t=0. Como resultado as condições de transversabilidade fornecem:

$$\lambda_v(t_f) = 0$$

$$\lambda_i(t_f) = 0$$

$$\lambda_s(t_f) = 0$$

$$\lambda_T(t_f) = 0 \tag{4.10}$$

As equações (4.9) são conhecidas como equações diferenciais adjuntas de Euler. Essas equações podem ser modificadas usando-se $\xi = t_f - t$. Esta transformação tem o efeito de tornar o tempo reverso, isto é, $\xi = t_o$ quando $t = t_f$ e $\xi = t_f$ quando $t = t_o$. Fazendo a correspondência dessas equações, temos:

$$\phi_v(\xi) = \lambda_v(t_f - \xi)$$

$$\psi_s(\xi) = S\lambda_s(t_f - \xi)$$

$$\psi_i(\xi) = -\lambda_i(t_f - \xi)$$

$$\phi_T(\xi) = -T\lambda_T(t_f - \xi) \tag{4.11}$$

$$\phi_i(\xi) = -(e(t) - \hat{e}(t)) = -\left[e(t_f-\xi) - \hat{e}(t_f-\xi)\right]$$

Com essas transformações as equações (4.9) tornam-se:

$$R\phi_V(\xi)+L\dot{\phi}_V(\xi)+\psi_S(\xi)-\psi_i(\xi) = 0$$

$$S\phi_V(\xi)-\dot{\psi}_S(\xi) = 0$$

$$G\psi_i(\xi)+C\dot{\psi}_i(\xi)+\phi_T(\xi)+\phi_V(\xi) = 0$$

$$T\psi_i(\xi)-\dot{\phi}_T(\xi) = 0 \qquad (4.12)$$

sujeitas às condições (4.11), as quais tornam-se:

$$\phi_V = \psi_S = \psi_i = \phi_T = \phi_i = 0 \qquad (4.13)$$

Essas equações modificadas coincidem exatamente com as equações (4.4), as únicas diferenças sendo o tempo reverso e a excitação do erro dado por,

$$\phi_i(\xi) = - [e(t_f-\xi) - \hat{e}(t_f-\xi)] \qquad (4.14)$$

Sendo as condições de transversabilidade (equações 4.6) e as equações diferenciais adjuntas (equações 4.7) satisfeitas, obtém-se:

$$\delta\hat{E}=\delta R\int_0^{t_f} i_v(t)\lambda_v(t)dt+\delta S\int_0^{t_f} i_v(t)\lambda_s(t)dt$$

$$+\delta G\int_0^{t_f} v_i(t)\lambda_i(t)dt+\delta C\int_0^{t_f} v_i(t)\dot{\lambda}_i(t)dt$$

$$+\delta T\int_0^{t_f} v_i(t)\lambda_T(t)dt$$

$$+\delta L\int_0^{t_f} \dot{i}_v(t)\dot{\lambda}_v(t)$$

Substituindo-se as equações (4.11) na equação anterior, tem-se:

$$\delta\hat{E}=\delta R\int_0^{t_f} i_v(t_f-\xi)\lambda_v(t_f-\xi)d\xi$$

$$+\delta S\int_0^{t_f} i_v(t_f-\xi)\lambda_s(t_f-\xi)d\xi$$

$$+\delta G\int_0^{t_f} v_i(t_f-\xi)\lambda_i(t_f-\xi)d\xi$$

$$+\delta C\int_0^{t_f} \dot{v}_i(t_f-\xi)\lambda_i(t_f-\xi)d\xi$$

$$+\delta T\int_0^{t_f} v_i(t_f-\xi)\lambda_T(t_f-\xi)d\xi$$

$$+\delta L\int_0^{t_f} \dot{i}_v(t_f-\xi)\lambda_v(t_f-\xi)d\xi \qquad (4.15)$$

O gradiente da função desempenho $\hat{E}$ aumentada, com respeito aos parâmetros da relação segue de:

$$\delta\hat{E} = \frac{\partial\hat{E}}{\partial R}\delta R + \frac{\partial\hat{E}}{\partial S}\delta S + \frac{\partial\hat{E}}{\partial G}\delta G + \frac{\partial\hat{E}}{\partial C}\delta C + \frac{\partial\hat{E}}{\partial T}\delta T$$

$$= [\bar{\nabla}\hat{E}] \cdot [\Delta\bar{X}] \tag{4.16}$$

Comparando-se a equação (4.15) à equação (4.13) obtém-se a seguinte equação para o gradiente não normalizado:

$$|\bar{g}| = \nabla\bar{E} = \begin{bmatrix} \beta_R \\ \beta_S \\ \beta_G \\ \beta_C \\ \beta_T \\ \beta_L \end{bmatrix} = \int_0^{t_f} \begin{bmatrix} i_v(t_f-\xi)\phi_v(\xi) \\ i_v(t_f-\xi)\,\frac{1}{S}\,\psi_s(\xi) \\ -v_i(t_f-\xi)\psi_i(\xi) \\ -\dot{v}_i(t_f-\xi)\psi_i(\xi) \\ -v_i(t_f-\xi)\,\frac{1}{T}\,\phi_T(\xi) \\ \dot{i}_v(t_f-\xi)\phi_v(\xi) \end{bmatrix} d\xi \tag{4.17}$$

O gradiente normalizado será obtido a partir da equação a seguir:

$$|\bar{g}_n| = \frac{1}{|\nabla \bar{E}|} \begin{bmatrix} \beta_R \\ \beta_S \\ \beta_G \\ \beta_C \\ \beta_T \\ \beta_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{Rn} \\ \beta_{Sn} \\ \beta_{Gn} \\ \beta_{Cn} \\ \beta_{Tn} \\ \beta_{Ln} \end{bmatrix} \qquad (4.18)$$

Conhecendo-se o gradiente normalizado de $\hat{E}$, com relação aos seus parâmetros, permite-nos em seguida aplicar uma técnica de otimização dos valores dos parâmetros para obtenção do seu mínimo. Para tanto, isto pode ser conseguido empregando-se a técnica de Fletcher-Reeves descrita no capítulo anterior.

4.2.1 Algorítmo do Método de Otimização

Os passos a serem seguidos na aplicação do método de otimização ao circuito da fig. 4.4a, são dados,conforme discutido na seção anterior.

1 - Escolha dos valores iniciais dos parâmetros, isto é, $\bar{X}_0$ (R_0, L_0, S_0, T_0, C_0 e G_0). Deve-se crescer os elementos a partir de pequenos valores. Assim, o valor inicial de todos os parâmetros deve ser da ordem de 10^{-4}.

2 - Analise o circuito da fig. 4.4a para obtenção das respostas $e(t)$, e $\hat{e}(t)$. Calcular também, a funcional de desempenho $E(\bar{X})$.

3 - Cálculo dos gradientes:

a) formar as respostas no tempo reverso:

$e(t-\xi)$, $\hat{e}(t-\xi)$ para $0 \leq \xi \leq t_f$;

b) formar a excitação do erro:

$\phi_i(\xi) = -[e(t-\xi) - \hat{e}(t-\xi)]$;

c) analisar o circuito da fig. 4.4b e obter as variáveis adjuntas:

$\Phi_V(\xi)$, $\psi_S(\xi)$, $\psi_i(\xi)$, $\Phi_T(\xi)$ e $\Phi_i(\xi)$;

d) calcular os gradientes não normalizados usando as equações (4.17) e a magnitude $|\bar{g}|$;

e) calcular o gradiente normalizado $|\bar{g}_n|$ usando as equações (4.18).

4 - Altere os valores dos elementos conforme a técnica de Fletcher-Reeves(conforme algorítmo descrito no capítulo anterior): para a 1ª iteração executar os passos de 4.1a.d e passar para 5;

4.1) a - faça o vetor de pesquisa inicial $\bar{P}_0 = \bar{g}_n$ e determine a direção do degrau decrescente;

b - conduza uma pesquisa unidimensional na direção do degrau decrescente;

c - determine as componentes de direção conjugada, conforme a equação 3.72;

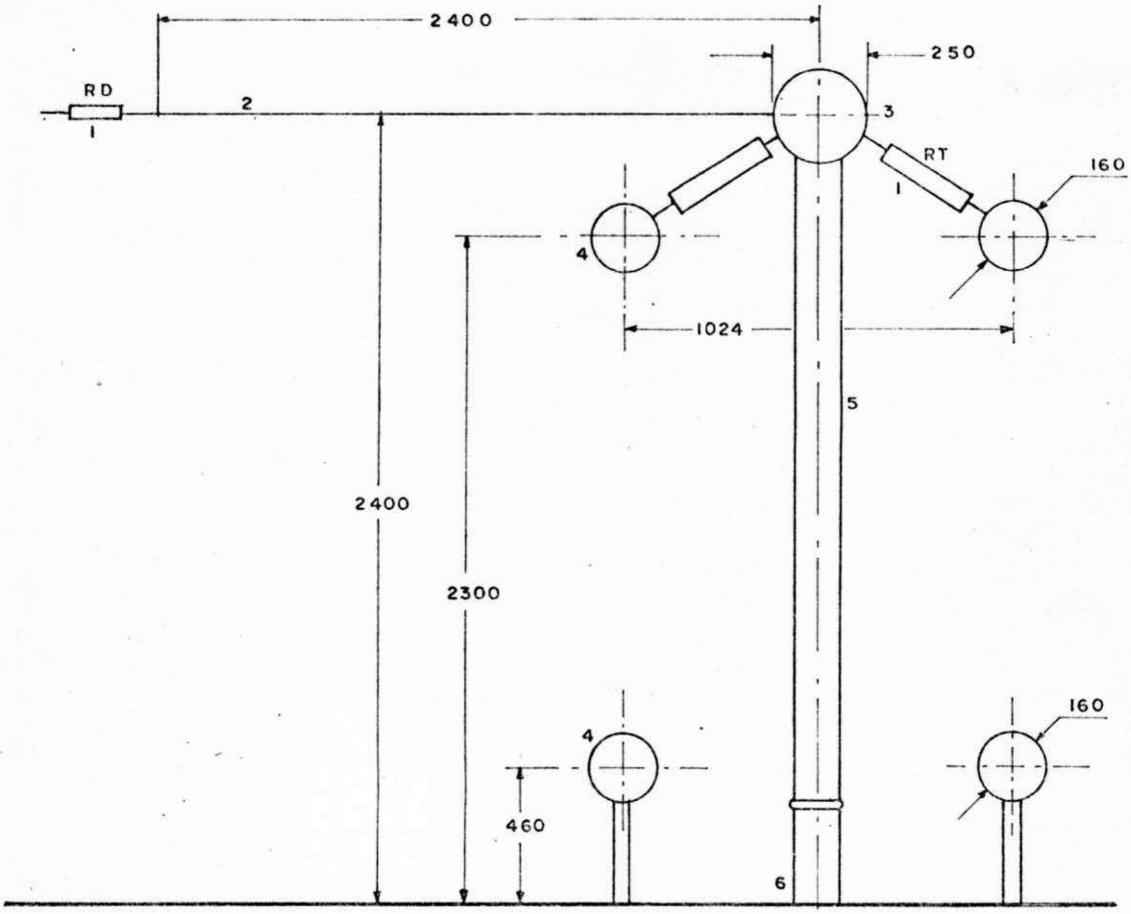
d - conduza uma pesquisa unidimensional na direção conjugada;

5 - Parar as iterações até que um pequeno erro da funcional de desempenho seja aceitável, ou seja, a funcional de desempenho atinja um valor mínimo, ou as mudanças dos valores dos parâmetros atinja um valor mínimo pré-determinado ou ainda o número de iterações tenha sido completado. Caso contrário retorne ao passo 2.

4.3 Otimização do Sistema de Medição

Considerando o sistema de medição da fig. 4.5, consistindo de um divisor de potencial resistivo, cabo de alta tensão, resistências de amortecimento, cabos de medição de baixa-tensão, osciloscópio, circuito de retorno para terra, e eletrodos de blindagem, faz-se necessário que se obtenha o circuito equivalente do sistema de medição a fim de se proceder no processo de otimização no qual os parâmetros do divisor são variados iterativamente até que as características de resposta deste seja a melhor possível. Este procedimento baseia-se no método de otimização empregado ao circuito elétrico da fig. 4.4, descrito na seção anterior |18|.

Através de estudos feitos anteriormente |19|, verificou-se que o eletrodo de blindagem tem uma forte influência na distribuição de capacitâncias parasitas e, consequentemente no desempenho do sistema de medição. A partir de então, resolveu-se tentar a obtenção de um circuito equivalen



1- Resistor de amortecimento.
2- Cabo de alta tensão,
3- Terminal de alta tensão.
4- Eletrodo de blindagem de forma toroidal.
5- Ramo de alta tensão, 12,75 KΩ, 127 μH.
6- Ramo de baixa tensão, 4,5 Ω, 0,3 μH.

Obs.: Todas as dimensões estão em mm.

Fig. 4.5 - Sistema de medição para altas tensões de impulso.

te do sistema de medição que incluisse todos os efeitos parasitas, os quais são importantes no desenvolvimento do processo iterativo.

No processo de otimização do sistema de medição, os parâmetros considerados foram as resistências de amortecimento, a geometria dos eletrodos de blindagem, e a resistência do ramo de baixa-tensão.

4.3.1 Circuito Equivalente do Sistema de Medição

Para se estabelecer o circuito equivalente do sistema de medição, as resistências de amortecimento e a resistência do ramo de baixa-tensão do divisor são representados por resistências e indutâncias residuais concentradas. O ramo de alta-tensão é dividido em várias seções iguais, ligadas em série, onde cada seção também é representada por resistências e indutâncias residuais concentradas.

O cabo de alta-tensão horizontal é representado por uma linha de transmissão normal, com a finalidade de incluir o efeito de amortecimento de reflexões das ondas viajantes, provenientes do efeito pelicular e dos circuitos de retorno para terra |19|. A fig. 4.6 mostra o circuito equivalente do sistema de medição.

No processo de otimização do sistema de medição deve se levar em conta o circuito equivalente para capacitâncias parasitas, descrito na seção (4.2), bem como o cálculo da distribuição de potencial descrito no capítulo 3 e capacitâncias de entrada. Utilizando o conjunto de equações forne-

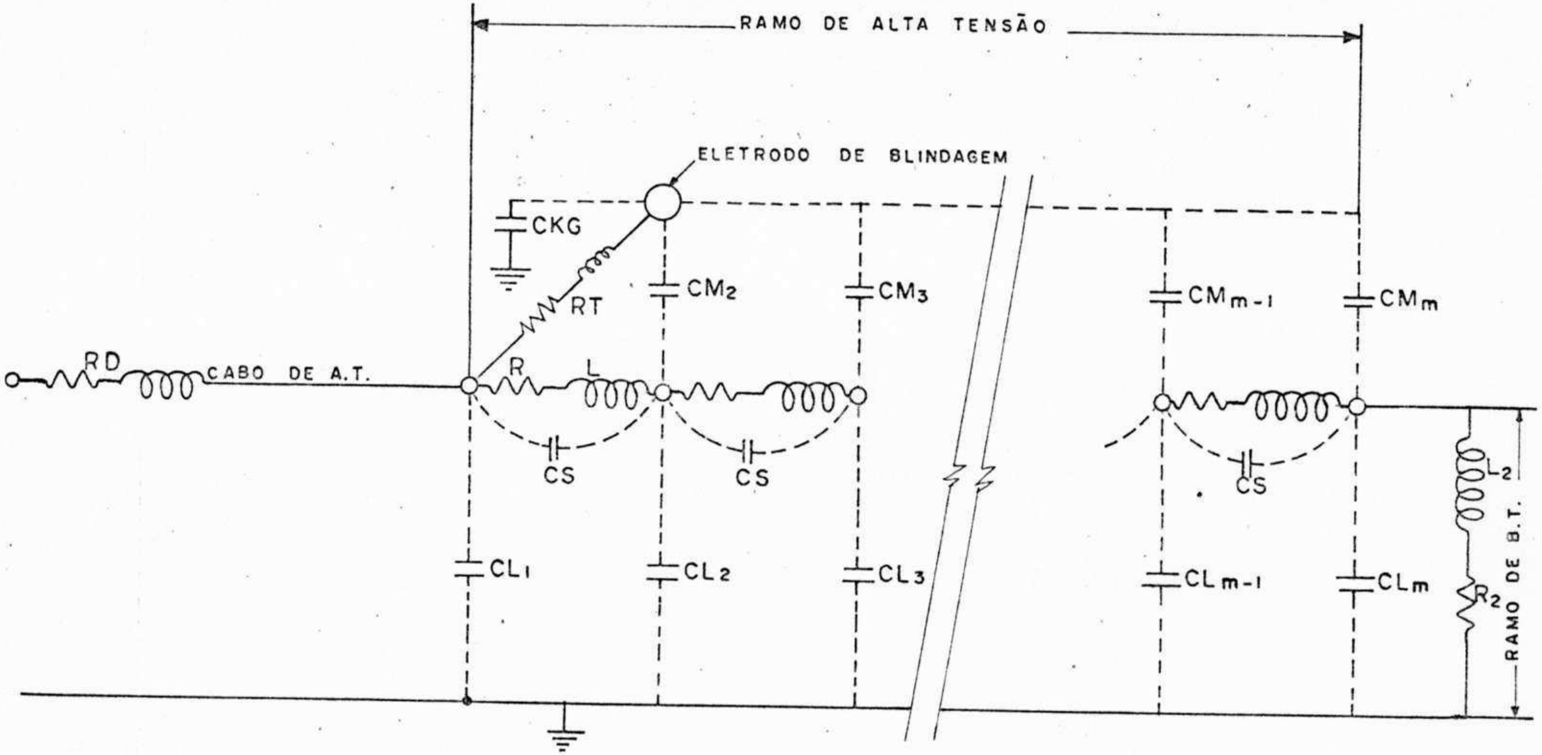


Fig. 4.6 - Circuito equivalente para o sistema de medição.

cidas pela técnica de simulação de cargas (equação 3.2), foram considerados os casos para:

a) eletrodo de blindagem ligado ao terminal de alta-tensão:

$$\begin{bmatrix} [A_{11}] & [A_{12}] \\ & \\ [A_{21}] & [A_{22}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [q_a] \\ \\ [q_b] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\ell_1] \\ \\ [\ell_2] \end{bmatrix} \qquad (4.19a)$$

b) eletrodo flutuando:

$$\begin{bmatrix} [A_{11}] & [A_{12}] & -[\ell_1] \\ & & \\ [A_{21}] & [A_{22}] & [0] \\ & & \\ [\ell_1]^t & 0 & [0] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [Q_a] \\ \\ [Q_b] \\ \\ e_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] \\ \\ [\ell_2] \\ \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (4.19b)$$

Sendo ($[q_a]$, $[Q_a]$) e ($[q_b]$, $[Q_b]$) as cargas simuladas dentro do eletrodo de blindagem e terminal de alta-tensão, respectivamente. Os vetores ($[\ell_1]$, $[\ell_2]$) são os potenciais do contorno. A solução destas equações resulta na magnitude das cargas fictícias as quais são utilizadas no cálculo do campo elétrico.

As distribuições de potencial eletrostático e as capacitâncias de entrada também são dadas por:

$$[V] = [[B_a] \quad [B_b]] \cdot \begin{bmatrix} [q_a] \\ [q_b] \end{bmatrix} \tag{4.20a}$$

$$[e] = [[B_a] \quad [B_b]] \cdot \begin{bmatrix} [Q_a] \\ [Q_b] \end{bmatrix} \tag{4.20b}$$

$$CT_1 = [\ell_1]^t \cdot [q_a] + [\ell_2]^t \cdot [q_b] \tag{4.21a}$$

$$CT_2 = [\ell_2]^t \cdot [Q_b] \tag{4.21b}$$

onde A e B são as matrizes de coeficientes de potencial, $|v|$ e $|e|$ as distribuições de potencial eletrostático considerando-se os casos a) e b).

4.3.2 Resposta do Sistema de Medição

A exatidão de uma medição de tensão de impulso pode ser avaliada por alguma forma de resposta generalizada do sistema de medição. O tipo de resposta que tem sido escolhido para sistemas de medição de impulso é a resposta ao degrau unitário. Entretanto, no processo de otimização, a resposta rampa é a mais adequada porque possibilita uma melhor análise do comportamento do sistema de medição.

Considere uma tensão degrau unitário $\hat{x}_m(t)$ aplicada aos terminais do circuito equivalente da fig. 4.6. As equações de rede para este circuito podem ser estabelecidas para uma dada excitação, e essas equações são da forma:

$$[Y] \cdot [\dot{X}] = [B] \cdot [X] \tag{4.22}$$

onde $[\bar{X}]$ é o vetor das variáveis da rede. Um dos elementos deste vetor é a resposta $x_m(t)$. A resposta ideal deverá ser idêntica à excitação aplicada retardada pelos tempos de trânsito do cabo de alta-tensão e do cabo de medição.

Uma medida do desvio da resposta real para a resposta ideal é a funcional erro F, onde:

$$F = \int_0^{t_f} (1/2).(X_m(t)-\hat{X}_m(t))^2.dt \tag{4.23}$$

Sendo $X_m(t)$ a resposta obtida (ou real) e $\hat{X}_m(t)$ a resposta desejada (ou ideal). O cálculo do gradiente da funcional erro com relação aos parâmetros do circuito equivalente da Fig. 4.6, é equivalente à aplicação feita ao circuito elétrico da Fig. 4.4, descrito na seção anterior. Considerando-se que somente as capacitâncias parasitas e as resistências de amortecimento são os parâmetros variáveis, tem-se:

$$\delta F = [G_C]^t.[\delta C]+G_{RD}\delta RD+G_{RT}.\delta RT \tag{4.24}$$

onde $[C]$ é o vetor de capacitâncias parasitas, $[G_C]$ é o gradiente de F em relação a $[C]$, e RD, RT, são as resistências de amortecimento (fig. 4.5). O vetor linha de capacitâncias parasitas neste caso é dado por:

$$[C]^t = [CKG, CS, CL_1, CL_2, \ldots, CL_m, CM_2, CM_3, \ldots CM_m]$$

e o vetor gradiente correspondente dado por:

$$[G_C]^t = [G_{CKG}, G_{CS}, G_{CL_1}, \ldots, G_{CL_m}, G_{CM_2}, \ldots G_{CM_m}]$$

4.3.3 Procedimento Iterativo

O procedimento iterativo para o sistema de medição pode ser estabelecido da seguinte maneira, necessita-se obter a geometria do eletrodo de blindagem e as resistências de amortecimento as quais minimizaria a funcional erro F da equação (4.23), submetida às restrições impostas pelas equações (4.1) a (4.2) , (4.19) a (4.21) e (4.22).

As restrições acima citadas podem ser anexadas ao critério de otimização (4.23) por meio dos vetores multiplicadores de Lagrange, para se obter a funcional de desempenho aumentada dada por:

$$F = \int_0^{TN} \{(1/2).(x_m - \hat{x}_m)^2 + |\mu|^t.(|Y|.|\dot{x}| - |B|.|x|)\}.dt$$

$$+ |\alpha_1|^t.\{|A_{11}|.|q_a| + |A_{12}|.|q_b| - |\ell_1|\}$$

$$+ |\alpha_2|^t.\{|A_{21}|.|q_a| + |A_{22}|.|q_b| - |\ell_2|\}$$

$$+ |\beta_1|^t.\{|A_{11}|.|Q_a| + |A_{12}|.|Q_b| - e_k.|\ell_1|\}$$

$$+ |\beta_2|^t.\{|A_{21}|.|Q_a| + |A_{22}|.|Q_b| - |\ell_2|\}$$

$$+ \beta_o.\{|\ell_1|^t.|Q_a|\}$$

$$+ |\gamma|^t.\{|B_a|.|q_a| + |B_b|.|q_b| - |v|\}$$

$$+ |\delta|^t.\{|B_a|.|Q_a| + |B_b|.|Q_b| - |e|\}$$

$$+ \theta_1.\{v_1.(CL_1+CKG) + (v_1 - v_2).CS + \sum_{i=2}^{m}(v_1 - v_i).CM_i$$

$$- |\ell_1|^t.|q_a| - |\ell_2|^t.|q_b|\}$$

$$+ \sum_{i=2}^{m-1}\theta_i.\{v_i.CL_i + (v_i - v_1).CM_i + (2v_i-v_{i-1}-v_{i+1}).CS\}$$

$$+ \theta_m.\{v_m.CL_m + (v_m - v_1).CM_m + (v_m - v_{m-1}).CS\}$$

$$+ \varepsilon_k.\{e_k.CKG + \sum_{i=2}^{m}(e_k - e_i).CM_i\}$$

$$+ \varepsilon_1.\{e_1.CL_1 + (e_1 - e_2).CS - |\ell_2|^t.|Q_b|\}$$

$$+ \sum_{i=2}^{m-1}\varepsilon_i.\{e_i.CL_i + (e_i - e_k).CM_i + (2e_i-e_{i-1}-e_{i+1}).CS\}$$

$$+ \varepsilon_m.\{e_m.CL_m + (e_m - e_k).CM_m + (e_m - e_{m-1}).CS\}$$

(4.25)

Assim, o problema de minimização de (4.23) sujeita às equações (4.1) a (4.2), (4.19 a (4.21) e (4.22), transforma-se na minimização de (4.25) sem quaisquer condições. As funções μ_i, α_i, β_i, γ_i, δ_i, ε_i e θ_i são as funções multiplicadores de Lagrange.

Uma variação infinitesimal na matriz [A] de [A] para [A] + [δA], corresponde a uma variação infinitesimal no perfil. Esta variação é acompanhada por uma mudança nas variações da carga de [q] para [q] + [δq]. Assumindo-se que as posições das cargas fictícias não mudam, a matriz [B] permanece a mesma. A primeira variação da funcional de desempenho aumentada é dada como sendo:

$$\begin{aligned}
\delta F = {} & G_{RD}.\delta RD + G_{RT}.\delta RT + |G_c|^t.|\delta C| \\
& + |\alpha_1|^t.\{|\delta A_{11}|.|q_a| + |\delta A_{12}|.|q_b|\} \\
& + |\alpha_2|^t.\{|\delta A_{21}|.|q_a| + |\delta A_{22}|.|q_b|\} \\
& + |\beta_1|^t.\{|\delta A_{11}|.|Q_a| + |\delta A_{12}|.|Q_b|\} \\
& + |\beta_2|^t.\{|\delta A_{21}|.|Q_a| + |\delta A_{22}|.|Q_b|\} \\
& + \{|A_{11}|^t.|\alpha_1| + |A_{21}|^t.|\alpha_2| + |B_a|^t.|\gamma|-\theta_1.|\ell_1|\}^t.|\delta q_a| \\
& + \{|A_{12}|^t.|\alpha_1| + |A_{22}|^t.|\alpha_2| + |B_b|^t.|\gamma|-\theta_1.|\ell_2|\}^t.|\delta q_b| \\
& + \{|A_{11}|^t.|\beta_1| + |A_{12}|^t.|\beta_2| + \beta_o.|\ell_1| + |B_a|^t.|\delta|\}^t.|\delta Q_a| \\
& + \{|A_{12}|^t.|\beta_1| + |A_{22}|^t.|\beta_2| + |B_b|^t.|\delta|-\varepsilon_1.|\ell_2|\}^t.|\delta Q_b|
\end{aligned}$$

$$+ \{-|\ell_1|^t.|\beta_1|+e_k.CKG + \sum_{i=2}^{m}(e_k-e_i).CM_i\}.\delta e_k$$

$$+ \sum_{i=2}^{m-1}\{-\delta_i+\varepsilon_i.CL_i+(\varepsilon_i-\varepsilon_k).CM_i+(2\varepsilon_i-\varepsilon_{i-1}-\varepsilon_{i+1}).CS\}.\delta e_i$$

$$+ \{-\delta_m+\varepsilon_m.CL_m+(\varepsilon_m-\varepsilon_k).CM_m+(\varepsilon_m-\varepsilon_{m-1}).CS\}.\delta e_m$$

$$+ \sum_{i=2}^{m-1}\{-\gamma_i+\theta_i.CL_i+(\theta_i-\theta_{i-1}).CM_i+(2\theta_i-\theta_{i-1}-\theta_{i+1}).CS\}.\delta v_i$$

$$+ \{-\gamma_m+\theta_m.CL_m+(\theta_m-\theta_1).CM_m+(\theta_m-\theta_{m-1}).CS\}.\delta v_m$$

$$+ \{e_k.\varepsilon_k+v_1.\theta_1 \quad .\delta(CKG)$$

$$+ \{(v_1-v_2).\theta_1+(v_m-v_{m-1}).\theta_m + \sum_{i=2}^{m-1}(2v_i-v_{i-1}-v_{i+1}).\theta_i$$

$$+(e_1-e_2).\varepsilon_1+(e_m-e_{m-1}).\varepsilon_m + \sum_{i=2}^{m-1}(2e_i-e_{i-1}-e_{i+1}).\varepsilon_i\}.\delta CS$$

$$+ \sum_{i=1}^{m}\{e_i.\varepsilon_i+v_i.\theta_i\}.\delta(CL_i)$$

$$+ \sum_{i=2}^{m}\{(e_i-e_k).\varepsilon_i+(v_i-v_1).\theta_i+(e_k-e_2).\varepsilon_k+(v_1-v_i).\theta_1\}.\delta(CM_i)$$

Pode-se escolher as funções multiplicadores de Lagrange, tais que:

$$e_i.\varepsilon_i+v_i.\theta_i+G_{CL_i} = 0, \quad i=1,2,\ldots,m \tag{4.26a}$$

$$(e_i-e_k).\varepsilon_i+(v_i-v_1).\theta_i+(e_k-e_2).\varepsilon_k+(v_1-v_i).\theta_1+G_{CM_i} = 0, \quad i=2,3,\ldots,m \tag{4.26b}$$

$$\sum_{i=2}^{m-1}\{(2v_i-v_{i-1}-v_{i+1}).\theta_i+(2e_i-e_{i-1}-e_{i+1}).\varepsilon_i\}+(v_m-v_{m-1}).\theta_m.$$

$$+\ (e_m-e_{m-1}).\varepsilon_m+(v_1-v_2).\theta_1+(e_1-e_2).\varepsilon_1+G_{CS}\ =\ 0 \qquad (4.26c)$$

$$\varepsilon_k.\varepsilon_k\ +\ v_1.\theta_1\ +\ G_{CKG}\ =\ 0 \qquad (4.26d)$$

$$\delta_i=\varepsilon_i.CL_i+(\varepsilon_i-\varepsilon_k).CM_i+(2\varepsilon_i-\varepsilon_{i+1}).CS, \quad i=2,3,\ldots,m-1$$

(4.27a)

$$\delta_m\ =\ \varepsilon_m.CL_m+(\varepsilon_m-\varepsilon_k).CM_m+(\varepsilon_m-\varepsilon_{m-1}).CS \qquad (4.27b)$$

$$\gamma_i\ =\ \theta_i.CL_i+(\theta_i-\theta_{i-1}).CM_i+(2\theta_i-\theta_{i-1}-\theta_{i+1}).CS, \ i=2,3,\ldots,m-1$$

(4.27c)

$$\gamma_m\ =\ \theta_m.CL_m+(\theta_i-\theta_{i-1}).CM_m+(\theta_m-\theta_{m-1}).CS \qquad (4.27d)$$

$$\begin{bmatrix} |A_{11}|^t & |A_{21}|^t \\ |A_{12}|^t & |A_{22}|^t \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} |\alpha_1| \\ |\alpha_2| \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} |B_a|^t \\ |B_b|^t \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} |\gamma| \end{bmatrix} + \theta_1 . \begin{bmatrix} |\ell_1| \\ |\ell_2| \end{bmatrix}$$

(4.28a)

$$\begin{bmatrix} |A_{11}|^t & A_{21}{}^t & |\ell_1| \\ |A_{12}|^t & |A_{22}|^t & |0| \\ -|\ell_1|^t & |0| & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} |\beta_1| \\ |\beta_2| \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} |B_a|^t \\ |B_b|^t \\ 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} |\delta| \end{bmatrix} + \varepsilon_1 . \begin{bmatrix} |0| \\ |\ell_2| \\ \ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} |0| \\ |0| \\ CN \end{bmatrix}$$

(4.28b)

onde $CN = -e_k.CKG + \sum_{2}^{m}(e_k - e_i).CM_i$

então, a primeira variação da funcional de desempenho torna-se:

$$\delta F = G_{RD}.\delta RD + G_{RT}.\delta RT + |\alpha|^t.|\delta A|.|q| + |\beta|^t.|\delta A|.|Q|$$

$$= G_{RD}.\delta RD + G_{RT}.\delta RT + \bar{\sum_{i}}\{|\alpha|^t.|\frac{\partial A}{\partial \rho_i}|.|q| + |\beta|^t.|\frac{\partial A}{\partial \rho_i}|.|Q|\}.\delta\rho_i$$

$$= G_{RD}.\delta RD + G_{RT}.\delta RT + \bar{\sum_{i}}(\alpha_i.f_{ai} + \beta_i.f_{bi}).\delta\rho_i$$

(4.29)

Os elementos f_{ai} , f_{bi} são interpretados como o negativo do campo elétrico na direção ρ_i. O subscrito "a" refere-se ao caso onde o eletrodo de blindagem está eletricamente ligado ao terminal de alta-tensão. O subscrito "b" refere-se ao caso quando o eletrodo de blindagem está isolado. O gradiente da funcional de desempenho em relação aos parâmetros RD,RT, e as distâncias do perfil ρ_i podem então ser determinados.

O algorítmo a seguir descreve todos os passos a serem seguidos na aplicação do método de otimização ao circuito de medição da fig. 4.6, conforme discutido nas seções anteriores:

1 - Escolha da geometria inicial do eletrodo de blindagem e dos valores das resistências de amortecimento.

2 - Cálculo do campo eletrostático na superfície do eletrodo de blindagem, as distribuições de potencial eletrostático v_i , e_i e as capacitâncias de entrada CT_1 e CT_2. Determinar os parâmetros do circuito equivalente para o divisor.

3 - Analisar o circuito equivalente para uma excitação de tensão degrau unitário e obter o gradiente G_C (ref. 16).

4 - Resolver o conjunto de equações (4.26), (4.27) e (4.28) e obter as funções multiplicadores de Lagrange $|\alpha|,|\beta|$.

5 - Determinar o gradiente da funcional de desempenho(4.29).

6 - Alterar os valores das resistências de amortecimento e as distâncias radial do perfil ρ_i para o eletrodo de blindagem conforme alguma técnica de gradiente.

5. VERIFICAÇÃO DO SISTEMA ÓTIMO DE MEDIÇÃO

INTRODUÇÃO:

Um programa computacional foi escrito para implementar o algorítmo descrito no capítulo anterior, cuja finalidade é a obtenção dos valores dos parâmetros ótimos do sistema de medição. Com a determinação dos parâmetros ótimos, a resposta ótima do modelo do sistema de medição foi calculada. Um divisor de potencial resistivo contendo os valores dos parâmetros ótimos foi construído para impulsos de 1MV, e a resposta degrau medida.

Neste capítulo, descreve-se o procedimento computacional para o cálculo dos valores dos parâmetros ótimos do sistema de medição, a construção do sistema de medição ótimo, como também a medição da resposta degrau e os resultados obtidos.

5.1 Procedimento Computacional

O procedimento iterativo para a obtenção dos parâmetros ótimos do sistema de medição, cujo programa computacional encontra-se no apêndice I e diagrama de blocos mostrado na fig. 5.1, é descrito de acordo com as seguintes etapas:

A primeira etapa do programa faz-se a leitura de dados, inicialização dos parâmetros e normalização das variáveis. Os dados de entrada do programa são as principais dimensões do divisor, os valores das resistências e indutâncias dos ramos de alta e baixa-tensão, bem como os valores das resistências de amortecimento. Também é escolhida a geometria inicial dos eletrodos de blindagem, como sendo circular. A figura 4.5 mostra as condições iniciais, e a fig.5.2, mostra a descrição do perfil inicial. Para facilidades de cálculo, foi conveniente reduzir o problema para uma forma normalizada de todos os parâmetros do sistema de medição, bem como os valores de comprimento. Estes foram escolhidos como sendo $C_s/(4\pi\varepsilon_0)$m, $(R_s C_s/\Delta t)$m, $|(L_s/R_s)/\Delta t|$m, V em volts, $C_s V$ em Coulomb (C), R_s em ohms (Ω), L_s em Henry (H), e C_s em Faraday (F), respectivamente. Todas as dimensões lineares foram portanto, transformadas para seus respectivos valores por unidade e o potencial do eletrodo é assumido ter o valor de 1 por unidade. Esta etapa encontra-se descrita no programa principal ("MAIN").

A segunda etapa do programa calcula as coordenadas (r_i, z_i) e (r_j, z_j), o campo eletrostático do divisor, a distribuição de potencial ao longo da coluna resistiva, as capacitâncias de entrada CT_1 e CT_2, e os parâmetros do circuito equivalente de capacitâncias parasitas. As coordenadas dos pontos de carga (r_i, z_i) e dos pontos sobre o contorno(r_j, z_j),

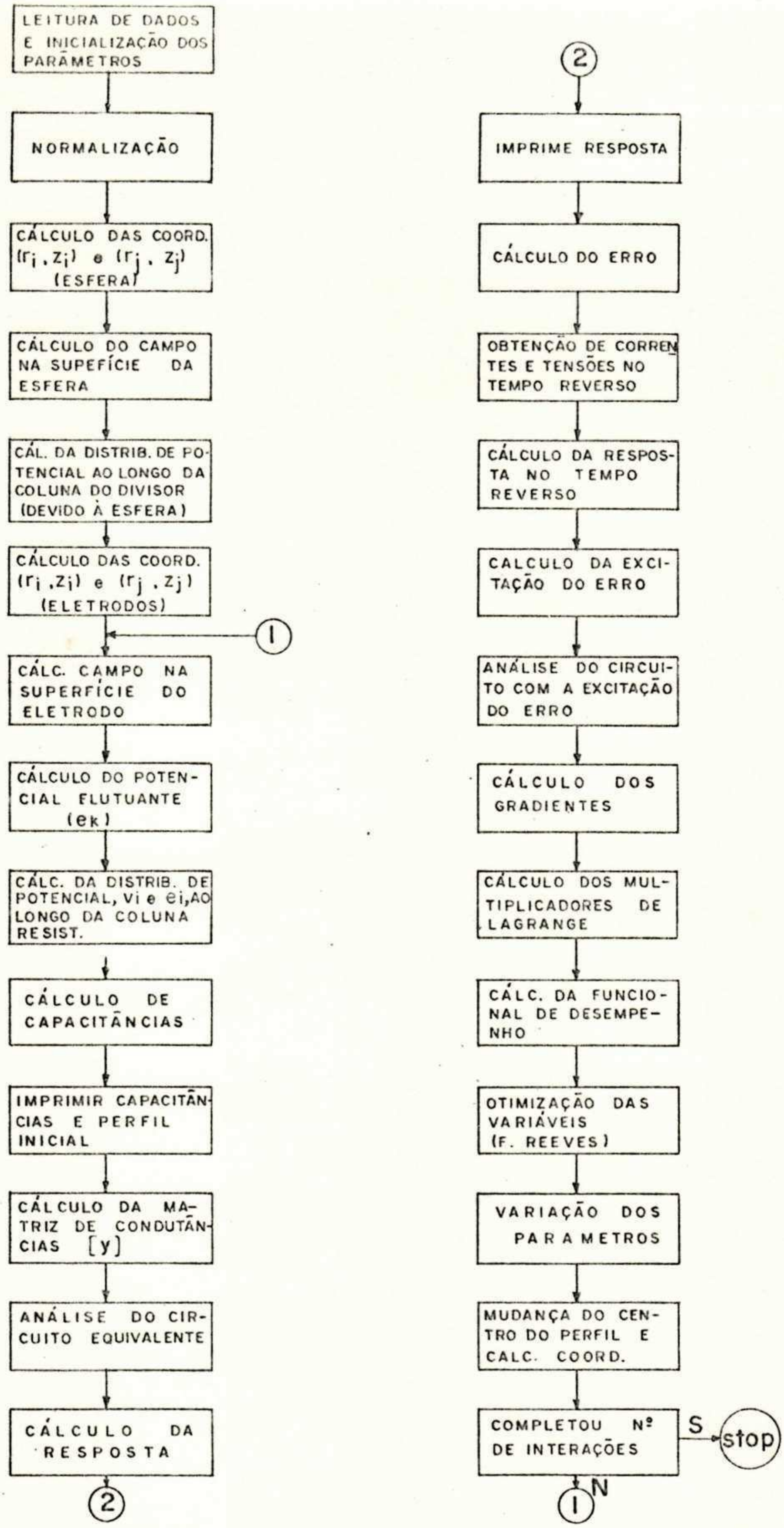


Fig. 5.1 - Diagrama de blocos do programa computacional.

tanto do terminal de alta-tensão quanto dos eletrodos de blindagem são calculadas tomando-se como referencia o ponto(0,0) no sistema de coordenadas da fig. 5.2. O campo eletrostático na superfície do terminal de alta-tensão foi calculado a partir dos coeficientes de potencial relacionados com as coordenadas das cargas e dos pontos de teste sobre o eixo.Este cálculo permanece inalterado durante o processo. A distribuição de potencial ao longo da coluna resistiva é calculada levando-se em conta a matriz de coeficiente de potencial, relacionada com as cargas simuladas dentro do terminal de alta-tensão e eletrodo de blindagem. Nesse cálculo, quando se considera somente o terminal de alta-tensão, este permanece inalterado durante o processo. Entretanto, com eletrodo de blindagem superior ligado diretamente ao terminal de alta-tensão e eletrodo isolado eletricamente, os cálculos são alterados durante o processo. O potencial flutuante do eletrodo de forma toroidal, também é calculado. Para estes cálculos, a coluna de alta-tensão do divisor foi dividida em 20 pontos uniformemente distribuídos. As capacitâncias de entrada CT_1 e CT_2, são calculadas em seguida, conforme as equações (4.21a) e (4.21b). Com a determinação dos cálculos dessa etapa, os parâmetros do circuito equivalente para capacitâncias parasitas são obtidos, conforme as equações (4.1) e (4.2). A tabela I mostra o resultado desses parâmetros. Após estes cálculos, obtém-se o circuito equivalente do sistema de medição (fig. 4.6), inserindo-se os elementos resistivo e indutivo entre os nós adjacentes. Os cálculos dessa etapa, encontram-se descritos no programa principal e na subrotina "FIELD",

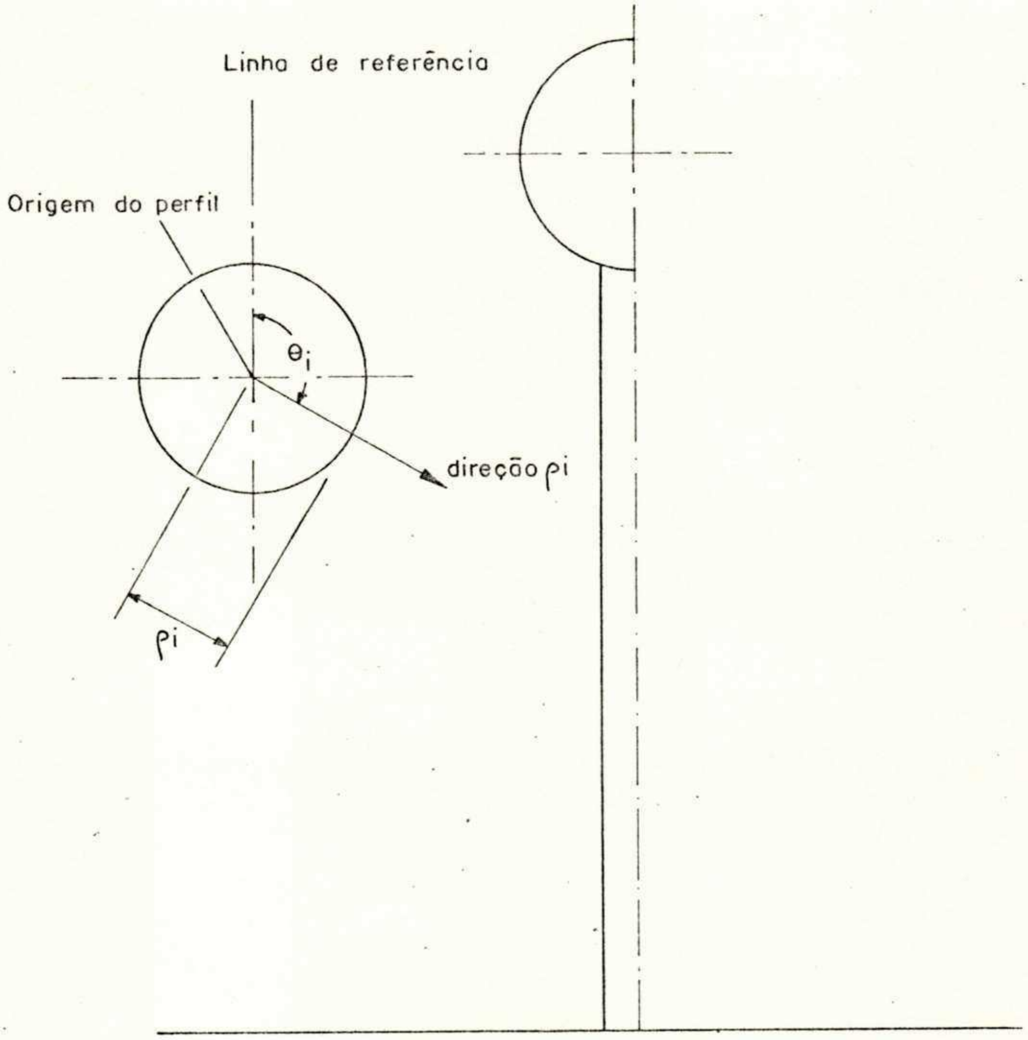


Fig. 5.2 - Descrição do perfil inicial do eletrodo.

Tabela I -

Parâmetros do circuito equivalente de capacitâncias parasitas

CKG = 40,1pF , CS = 28,5pF

Nº	CL(pF)	CM(pF)
1	0,34	∅
2	4,74	17,5
3	3,03	9,45
4	2,67	5,8
5	2,51	3,64
6	2,29	2,26
7	2,01	1,38
8	1,72	0,85
9	1,45	0,53
10	1,23	0,33
11	1,05	0,21
12	0,091	0,13
13	0,084	0,087
14	0,086	0,056
15	1,10	0,035
16	1,73	0,020
17	2,91	0,011
18	4,45	0,005
19	6,58	0,0025
20	5,98	0,0016
21	26,42	0,0011

respectivamente.

A terceira etapa do programa, calcula a matriz de condutâncias |Y|, e faz-se a análise do circuito equivalente. A matriz de condutâncias é calculada a fim de se obter as tensões e correntes necessárias ao procedimento da otimização. Esta matriz depois de particionada é calculada conforme a equação (3.27) seção 3.2.4, e a técnica de solução de equações tridiagonal |13|. Em seguida, calcula-se a resposta do sistema de medição para uma dada excitação na entrada. Na análise do circuito, usamos o método computacional de Dommel |12| para simular a resposta rampa. Estes cálculos foram efetuados numa extensão de 250 intervalos de tempo de 4ns cada. Ainda nesta etapa, calcula-se o erro da funcional F, empregando-se o método dos mínimos quadrado, dado pela equação (4.23). Os cálculos para essa etapa são desempenhados nas subrotinas "FUNCT" e "ANALYS", respectivamente.

A quarta etapa do programa, calcula os gradientes, empregando-se as técnicas contidas na referência |18|. Antes, porém, são obtidas tensões e correntes no tempo reverso, necessárias ao cálculo dos gradientes. Também é calculada a excitação do erro através da equação (4.14)e analisado o circuito com esta excitação. Calcula-se então, o gradiente em relação aos parâmetros variáveis, ou seja, com relação às resistências de amortecimento e ao vetor de capacitâncias parasitas. Em seguida, é feito o cálculo dos parâmetros auxiliares, isto é, os multiplicadores de Lagrange, conforme as equações (4.26), (4.27) e (4.28), calculando-se também o gradiente da funcional de desempenho, conforme a equação (4.29). Estes cálculos, são desempenhados pelas subrotinas "FUNCT" e "FIELD".

A quinta etapa do programa,otimiza os parâmetros variáveis, alterando os valores das resistências de amortecimento e o perfil dos eletrodos de blindagem. Os valores dos parâmetros são alterados, conforme a técnica de Fletcher-Reeves |16|, bem como a distância radial do perfil. O procedimento de otimização tanto do perfil dos eletrodos de blindagem quanto dos valores das resistências é reduzido a uma pesquisa unidimensional da escalar α(veja seção 3.3.1.3). Estes parâmetros são alterados,até que se obtenha um mínimo da funcional erro através de um processo de convergência ou do limite do número de iterações. No processo de otimização ao se alterar a distância radial do perfil (ρ_i), a qual é processada ao final de cada iteração, a origem do perfil foi mudada para o centróide de área de seção transversal através do cálculo dos momentos, em seguida, calcula-se as novas coordenadas do novo perfil. As subrotinas "CNGRD", "PRMCH" e "SHIFT" determinam o procedimento dessa etapa.

No procedimento computacional, foram realizadas 4 iterações, visto que subsequentes iterações não reduziam significantemente a funcional erro.

5.2 Construção do Sistema de Medição Ótimo

Um divisor de potencial resistivo para tensões de impulso de 1MV foi construído com os valores dos parâmetros ótimos obtidos de cálculos teóricos. Nos detalhes construtivos do divisor, descreve-se apenas aqueles que foram utilizados no procedimento de otimização. Maiores detalhes construtivos encontram-se amplamente descritos na referência |17|.

O terminal de alta-tensão do divisor consta de uma esfera metálica de 25cm de diâmetro. Dois eletrodos de blindagem de forma toroidal identicos, cujo diâmetro do eixo do toróide é de 104cm e diâmetro da secção circular de 16cm, foram escolhidos inicialmente para o procedimento da otimização. Contudo, após várias tentativas na mudança dos valores dos parâmetros, tais como, resistências de amortecimento e resistência de baixa-tensão, o perfil final ótimo e os valores dos parâmetros ótimos foram obtidos. Estes dados são mostrados na fig. 5.3 e na tabela II, proporcionando uma ótima resposta do sistema de medição. No processo iterativo para a otimização dos parâmetros citados, o terminal de alta-tensão colocado acima da coluna resistiva permanece fixo,e, o eletrodo de blindagem inferior manteve o mesmo perfil(perfil circular). Portanto, como o valor das resistências de amortecimento e ramo de baixa-tensão e o eletrodo de blindagem superior mudaram,estes foram construídos novamente com as mesmas características da fig. 5.3 e tabela II. O material utilizado para a construção da resistência do ramo de baixa-tensão e o procedimento, foi o mesmo descrito na referência |17|, tendo-se o cuidado de se obter a menor indutância possível, consequentemente menor constante de tempo ℓ/r. Na construção do eletrodo de blindagem, foram utilizados 30

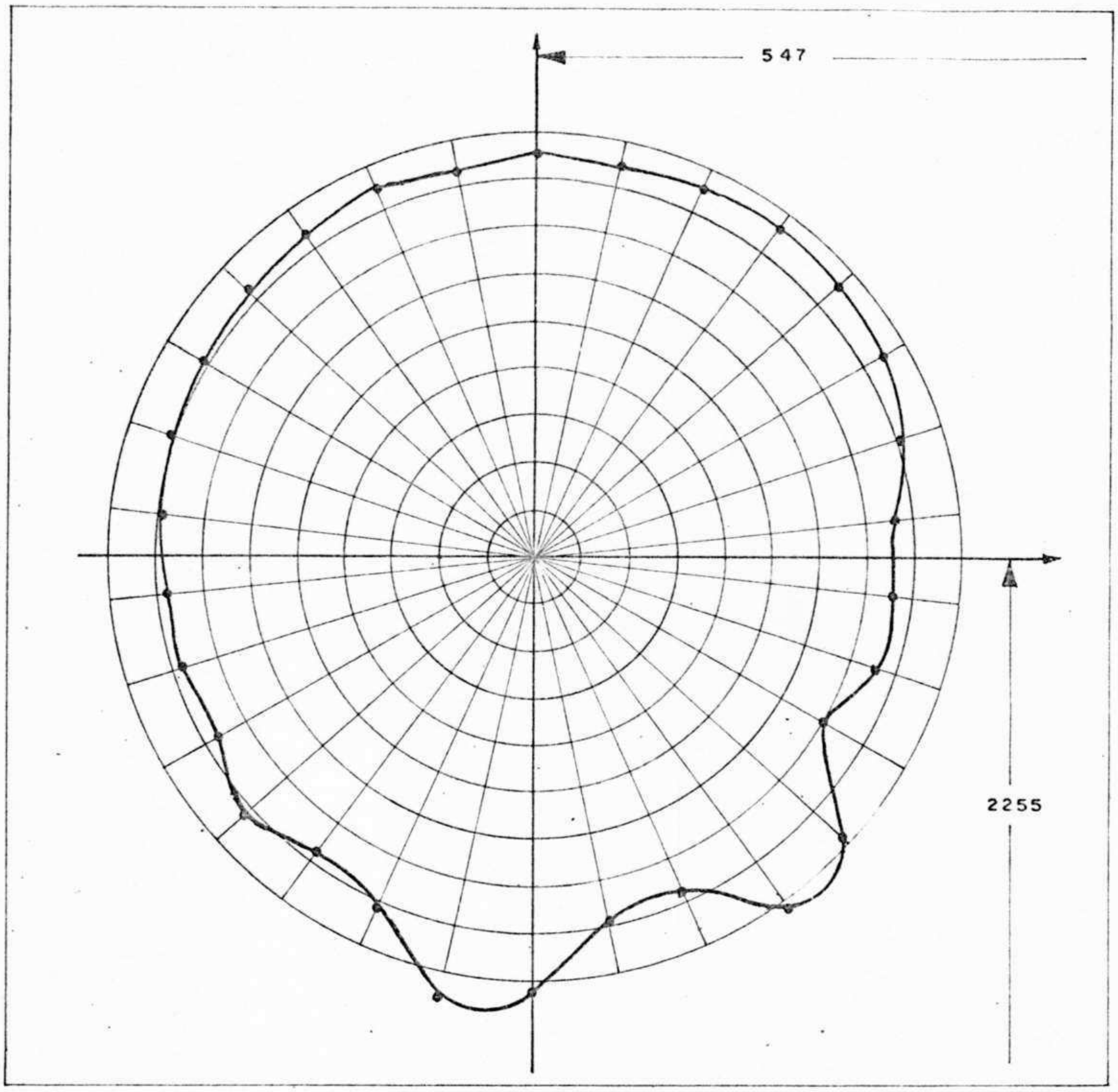


Fig. 5.3 - Perfil ótimo do eletrodo de blindagem.

Tabela II

Parâmetros para o modelo de resposta ótima

Resistores	Resistência(Ω)	ℓ/r (ns)
RD	24,0	10
RT	309,0	25
R2	4,5	62

RD - Resistência de amortecimento do cabo de A.T.

RT - Resistência de amortecimento do divisor de potencial.

R2 - Resistência de baixa tensão.

tubos de cobre de 6mm de diâmetro soldados em 6 chapas de cobre e 6 de fenolite tendo o perfil da fig. 5.3.

5.3 Resposta do Sistema de Medição Ótimo

Após os cálculos dos parâmetros ótimos do sistema de medição e do perfil dos eletrodos de blindagem, a resposta degrau foi medida através do divisor de potencial construído conforme descrito na seção anterior. A fig. 5.4 mostra a resposta degrau medida. A resposta degrau foi gerada através de um gerador degrau contendo um relê com contatos de mercúrio, e a saída foi registrada por meio de um cabo coaxial com impedância de surto de 75Ω conectado a um osciloscópio marca Tektronix tipo 475.

Na medição da resposta degrau, a configuração do cabo de alta-tensão utilizada foi o arranjo em quadratura. Esta configuração é muito importante, principalmente em face as frequências de oscilações devido às reflexões de ondas viajantes no cabo de alta-tensão. Os cabos de alta-tensão horizontal e vertical usualmente são representados por linhas de transmissão sem perdas, contudo, há um amortecimento das reflexões de ondas viajantes devido ao efeito pelicular nestes e nos circuitos de retorno para terra. Para se incluir este efeito de amortecimento, o cabo de alta-tensão horizontal é considerado como sendo uma linha de transmissão normal, ou seja, na determinação da resposta degrau teórica este cabo faz parte do sistema de medição, sendo incluído através de uma resistência distribuída |19|.

5.4 Resultados

Alguns problemas foram encontrados na medição da resposta degrau devido às distorções causadas pelas conexões do cabo de alta-tensão e do cabo coaxial de baixa-tensão. Entretanto, de um modo geral, uma ótima resposta ao degrau é obtida, exceto no início da resposta (fig. 5.4) onde as altas oscilações de frequência aparecem na resposta medida. Essas oscilações são devido às tensões induzidas pelos campos de radiação das ondas viajantes no terminal de alta-tensão, e, foram reduzidas pela blindagem do ramo de baixa-tensão do divisor |2|.

Oscilações devido às reflexões de onda viajante criaram dificuldades para se determinar o tempo de resposta do sistema de medição, sendo no entanto, menor do que 20ns, enquanto que o tempo de resposta teórico foi de 3ns. Entretanto, o tempo de resposta medido inclui o efeito do cabo de alta-tensão vertical do arranjo em quadratura, e este, não faz parte do sistema de medição.

Observou-se também que eletrodos de blindagem distribuídos ao longo do ramo de baixa-tensão minimizam as oscilações de altas frequências superpostas ao sinal. Assim, quatro eletrodos de forma toroidal de cobre, aterrados, foram colocados coaxialmente em volta do ramo de baixa-tensão do divisor, como mostra a figura 5.5. Estes eletrodos proporcionam um aumento significante das capacitâncias parasitas, influenciando consideravelmente na resposta do sistema. No cálculo teórico e da medição da resposta degrau do siste

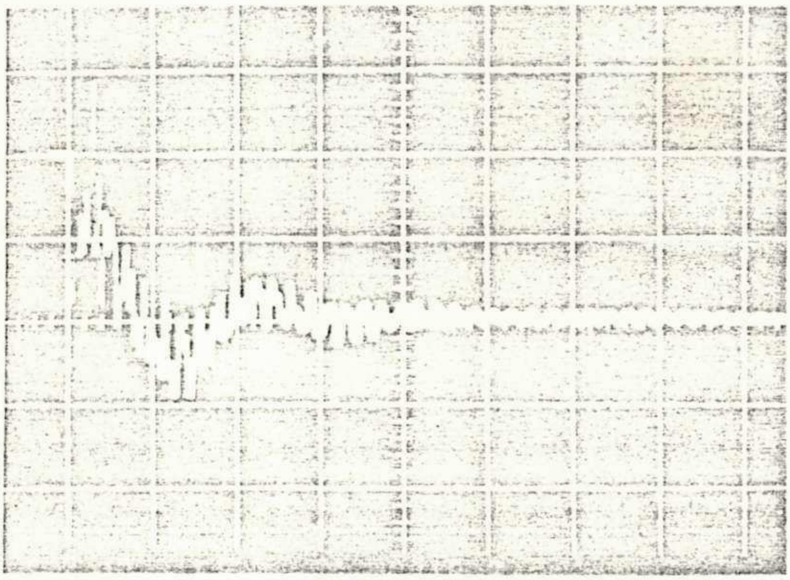
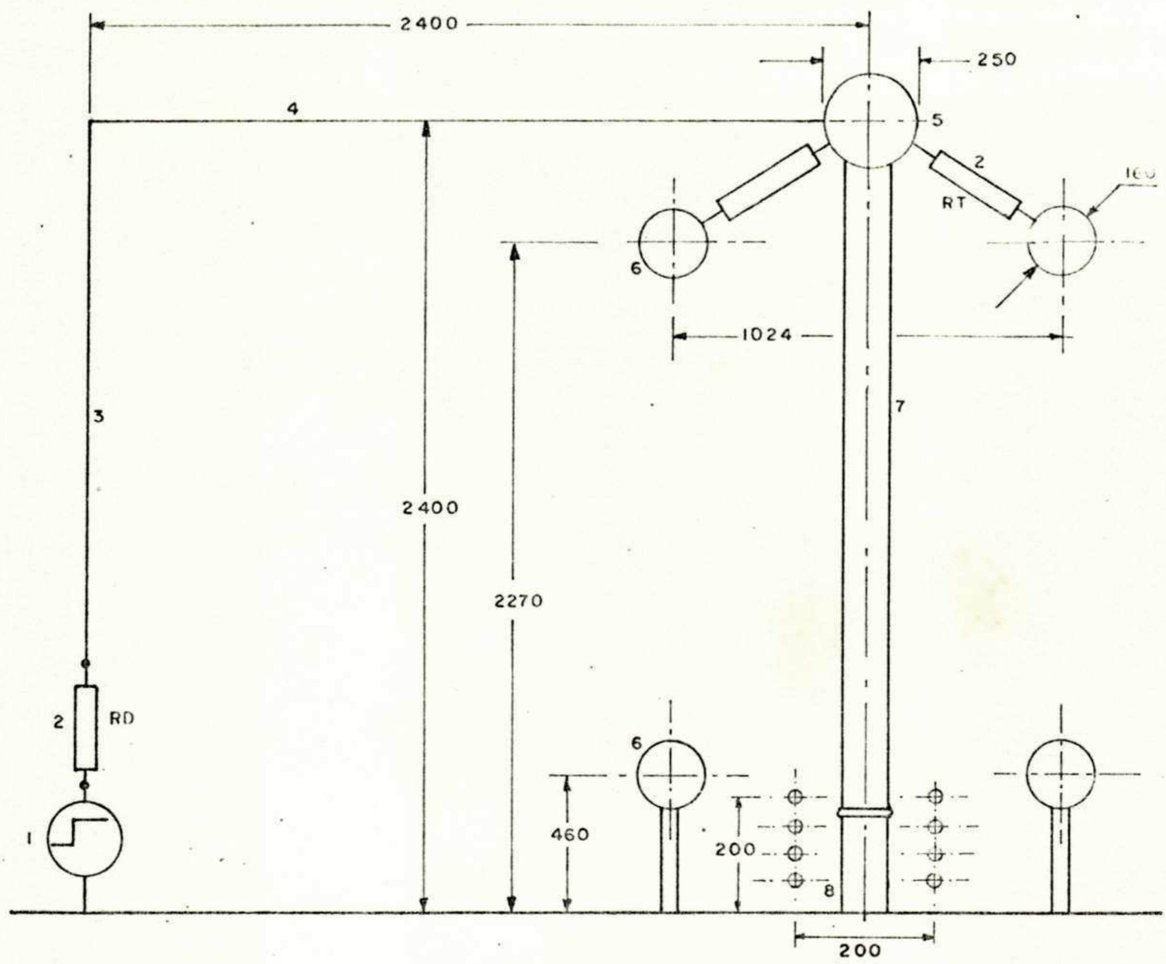


Figura 5.4 - Resposta Degrau do Sistema
de Medição Ōtimo
Escala do tempo - 100ns p/divisão



1 - Gerador degrau.
2 - Resistores de amortecimento.
3 - Cabo de alta tensão vertical.
4 - Cabo de alta tensão horizontal.
5 - Terminal de alta tensão.
6 - Eletrodo de blindagem.
7 - Braço de A.T. , 12,75 KΩ , 127μH.
8 - Braço de B.T. , 4,5Ω , 0,3μH.
9 - Eletrodos de blindagem do braço de B.T.

Fig. 5.5 - Sistema de medição para altas tensões de impulso com eletrodo de blindagem no ramo de B.T.

ma considerou-se também o efeito das capacitâncias parasitas do ramo de baixa-tensão.

O osciloscópio, bem como o cabo coaxial, que liga o divisor a esse, também estão sujeitos à interferências provenientes de campos eletromagnéticos na saída do sinal. Para se diminuir estas interferências na medição da resposta ao degrau, o osciloscópio e o cabo coaxial forem totalmente blindados.

6. CONCLUSÕES

Uma técnica de otimização foi empregada para a determinação dos valores dos parâmetros ótimos de um sistema de medição para altas-tensões de impulso. Para tanto, o modelo de capacitâncias parasitas proposto foi de grande importância na determinação de um circuito equivalente para o sistema de medição, visto que estas influenciam bastante no desempenho do sistema de medição. Portanto, com o modelo do sistema de medição incluindo todos os efeitos parasitas, foi obtida através de um procedimento iterativo a resposta ótima do modelo do divisor de potencial resistivo.

Com os resultados obtidos através da simulação digital e dos valores medidos, conclui-se que:

- baseado no modelo de capacitâncias parasitas, um modelo para o sistema de medição foi elaborado, cujos parâmetros foram otimizados a fim de se obter uma ótima resposta ao degrau.
- com o método de otimização empregado foram obtidos ótimos resultados, evidenciando sua aplicabilidade a problemas do tipo considerado neste trabalho.

- um divisor de tensão resistivo foi construído para 1MV, tendo os valores dos parâmetros ótimos obtidos de estudos teóricos.
- o tempo de resposta do divisor foi menor do que 20ns, significando um ótimo tempo de resposta.
- medições adicionais de impulsos cortado na frente e impulsos atmosférico normalizado podem ser feitas a fim de comprovar o bom desempenho do sistema de medição de tensão de impulso.

A P Ê N D I C E

Programa Computacional

```
0001            SUBROUTINE ELINK(XP,YP,ZP,WP)
0002            IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
          C
0003            P=1.-XP*XP
0004            Q=1.-YP*YP
0005            IF(P.EQ.0.) GOTO 6
0006            ZP=1.38629436+P*(0.096663443+P*(0.03590092+P*(0.03742563 7+
              1 0.01451196 2*P)))-ALOG(P)*(0.5+P*(0.12498594+P*(0.06880248 5+
          C
              2 P*(0.03328355 3+0.00441787 01*P))))
0007          5 IF(Q.EQ.0.) GOTO 7
0008            WP=1.38629436+Q*(0.09666344 3+Q*(0.03590092 4+Q*0.03742563 7+
              1 0.01451196 2*Q)))-ALOG(Q)*(0.5+Q*(0.12498594+Q*(0.06880248 5+
              2 Q*(0.03328355 3+0.00441787 01*Q))))
0009            RETURN
0010          6 EX1=88.
0011            ZP=EXP(EX1)
0012            GOTO 5
0013          7 EX2=88.
0014            WP=EXP(EX2)
0015            RETURN
0016            END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21                MAIN              DATE = 84123        15/13/19            PAGE 0001

                C
                C
                C
 0001                 SUBROUTINE SLINK(AK,AM,SK,SM)
 0002                 IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
                C
                C
 0003                 P=1.-AK*AK
 0004                 Q=1.-AM*AM
 0005                 IF(P.EQ.0.) GOTO 6
 0006                 SK=1.+P*(0.44325141+P*(0.062606012+P*(0.047573836+0.017365065*P)))
                    1     -ALOG(P)*P*(0.24998363+P*(0.0920018+P*(0.040696975+
                    2     0.0052644964*P)))
 0007               5 IF(Q.EQ.0.) GOTO 7
 0008                 SM=1.+Q*(0.44325141+Q*(0.062606012+Q*(0.047573836+0.017365065*Q)))
                    1     -ALOG(Q)*Q*(0.24998363+Q*(0.0920018+Q*(0.040696975+
                    2     0.0052644964*Q)))
 0009                 RETURN
 0010               6 SK=1.
 0011                 GOTO 5
 0012               7 SM=1.
 0013                 RETURN
 0014                 END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21              MAIN              DATE = 84128        15/13/19            PAGE 0001
                C
                C
                C
 0001                 SUBROUTINE PCOEF(R1,Z1,R2,Z2,X)
 0002                 IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
                C
                C
 0003                 PI=3.1415926
 0004                 PROD=R1*R2
 0005                 AK1=2.*SQRT(PROD)
 0006                 RS1=(R1+R2)**2
 0007                 RS2=(Z1-Z2)**2
 0008                 RS3=(Z1+Z2)**2
 0009                 AK2=SQRT(RS1+RS2)
 0010                 AM2=SQRT(RS1+RS3)
 0011                 AK=AK1/AK2
 0012                 AM=AK1/AM2
 0013                 CALL FLINK(AK,AM,EK,EM)
 0014                 X=(2./PI)*(EK/AK2-EM/AM2)
 0015                 RETURN
 0016                 END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21                MAIN              DATE = 84128           15/13/19              PAGE 0001
        C
        C
        C
              SUBROUTINE FCOEF(R1,Z1,R2,Z2,RCOMP,ZCOMP)
              IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
        C
        C
              PI=3.1415926
              AK1=2.*SQRT(R1*R2)
              RS1=(R1+R2)**2
              AK2=SQRT(RS1+(Z1-Z2)**2)
              AM2=SQRT(RS1+(Z1+Z2)**2)
              AK=AK1/AK2
              AM=AK1/AM2
              CALL ELINK(AK,AM,EK,EM)
              CALL SLINK(AK,AM,SK,SM)
        C
        C
              F1=1.-AK*AK
              F2=1.-AM*AM
              G1=Z1-Z2
              G2=Z1+Z2
              H1=AK2**3
              H2=AM2**3
              P1=G1/H1
              P2=G2/H2
              ZCOMP=(2./PI)*(P1*SK/F1-P2*SM/F2)
        C
        C
              S1=2.*R2/(AK*AK)
              S2=2.*R2/ AM*AM)
              T1=R1+R2-S1
              T2=R1+R2-S2
              X1=(SK*T1/F1+S1*EK)/H1
              X2=(SM*T2/F2+S2*EM)/H2
              RCOMP=(2./PI)*(X1-X2)
        C
        C
              RETURN
              END
```

```
      C
      C
      C
            SUBROUTINE SIMPS(Y,H,N,M,XINT)
            DIMENSION Y(N)
      C
      C
            IF(M.NE.1) GOTO 11
            DO 10 I=1,N
            Y(I)=Y(I)*Y(I)
         10 CONTINUE
         11 CONTINUE
      C
      C
            NE=(N-1)/2
            NO=NE-1
            SUM1=0.
            SUM2=0.
      C
      C
            DO 1 I=1,NE
            J=2*I
            SUM1=SUM1+Y(J)
          1 CONTINUE
      C
      C
            DO 2 I=1,NO
            J=2*I+1
            SUM2=SUM2+Y(J)
          2 CONTINUE
      C
      C
            TOT=Y(1)+Y(N)+4.*SUM1+2.*SUM2
            XINT=TOT*H/3.
            RETURN
            END
```

```
C
C
C
C
C
C
      SUBROUTINE PLOT(Y,NF)
      DIMENSION Y(NF),LINE(101),L(11)
      DATA JL/'.'/,JN,JP,JI,JBLANK/'-','+','I',' '/
C
C
      WRITE(6,300)
  300 FORMAT('1')
      YMAX=Y(1)
      YMIN=Y(1)
      DO 51 J=1,NF
      YT=Y(J)
      IF(YT.GT.YMAX)YMAX=YT
      IF(YT.LT.YMIN) YMIN=YT
   51 CONTINUE
      ANX=YMIN
      IF YMAX.GT.ANX) ANX=YMAX
      ANX=ANX+1
      NS=IFIX(ANX)
      DO 99 I=1,101
      LINE(I)=JBLANK
   99 CONTINUE
C
C
      N=0
C
C
      DO 101 I=1,11
      L I)=2*NS* I-6)/10
  101 CONTINUE
      WRITE(6,105) L
  105 FORMAT(3X,11(I4,6X))
      GOTO 115
  110 NM=N/10-(N-1)/10
      IF(NM) 125,125,115
C
C
  115 ND=0
      DO 120 I=1,10
      ND=ND+1
      LINE(ND)=JP
      DO 120 J=1,9
      ND=ND+1
      LINE(ND)=JN
  120 CONTINUE
      LINE(101)=JP
      IF(N) 135,121,135
  121 WRITE(6,170) N,LINE
      GOTO 135
  125 DO 130 I=1,101,10
      LINE(I)=JI
  130 CONTINUE
C
```

```
C
  135 XNS=NS
      JA=100.*(Y(N)+XNS)/(2.*XNS)+1.49999
      LINE(JA)=JL
  160 CONTINUE
C
C
      NM=N/10-(N-1)/10
      IF(NM) 175,175,165
  165 WRITE(6,170) N,LINE
  170 FORMAT(1X,I4,101A1)
      GOTO 185
  175 WRITE(6,180) LINE
  180 FORMAT(5X,101A1)
C
C
  185 DO 190 I=1,101
      LINE(I)=JBLANK
  190 CONTINUE
  195 N=N+1
      IF(N-NE) 110,110,200
  200 WRITE(6,300)
      RETURN
      END
```

```
C
C
C
      SUBROUTINE LUSOL1(B,N1)
      IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
      DIMENSION B(N1)
      COMMON/NAM6/A11(60,60),JPIV1(60)
C
C
      DO 4 I=1,N1
      JPIV1(I)=I
      I1=I+1
      IF(ABS(A11(I,I)).LE.1.E-50) GOTO 1
      GOTO 15
    1 CONTINUE
      IF(I.EQ.N1) GOTO 20
      DO 14 J=I1,N1
      IF(ABS(A11(J,I)).LE.1.E-50) GOTO 14
      JPIV1(I)=J
      GOTO 16
   14 CONTINUE
      GOTO 20
   16 DO 2 K=1,N1
      IPIV=JPIV1(I)
      PIV=A11(IPIV,K)
      A11(IPIV,K)=A11(I,K)
    2 A11(I,K)=PIV
   15 IF(I.EQ.N1) GOTO 3
      DO 8 JI=I1,N1
    8 A11(I,JI)=A11(I,JI)/A11(I,I)
      DO 4 J=I1,N1
      DO 4 K=I1,N1
    4 A11(J,K)=A11(J,K)-(A11(J,I)*A11(I,K))
    3 CONTINUE
C
C
      ENTRY FWBWC1(B,N1)
      IFB=1
   64 DO 61 I=1,N1
      IPIV=JPIV1(I)
      IF(IPIV.LE.I) GOTO 61
      J=I
      PIVA=B(I)
   62 PIV=B(IPIV)
      B(IPIV)=PIVA
      JPIV1(J)=-IPIV
      J=IPIV
      IPIV=JPIV1(J)
      PIVA=PIV
      IF(IPIV.GT.0) GOTO 62
   61 CONTINUE
      DO 63 I=1,N1
   63 JPIV1(I)=IABS(JPIV1(I))
      GOTO (65,165),IFB
C
C
   65 DO 31 K=1,N1
      SUM=0.
```

```
      IF(K.EQ.1) GOTO 41
      MM=K-1
      DO 51 J=1,MM
   51 SUM=SUM+A11(K,J)*B(J)
   41 B(K)= 1./A11(K,K))*(B(K)-SUM)
   31 CONTINUE
C
C
      DO 81 LL=1,N1
      K=(N1+1)-LL
      SUM=0.
      IF(K.EQ.N1) GOTO 61
      KK=K+1
      DO 71 J=KK,N1
   71 SUM=SUM+A11(K,J)*B(J)
   61 B(K)=B(K)-SUM
   81 CONTINUE
      GOTO 30
   20 WRITE(6,21)
   21 FORMAT('EQUATIONS ARE LINEARLY DEPENDENT')
      STOP
   30 CONTINUE
      RETURN
C
C
      ENTRY FWDWT1(B,N1)
      IFB=2
      GOTO 64
C
C
  165 DO 131 K=2,N1
      L=K-1
      SUM=0.
      DO 151 J=1,L
```

```
      SUBROUTINE ELINK(XP,YP,ZP,WP)
      IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
C
      P=1.-XP*XP
      Q=1.-YP*YP
      IF(P.EQ.0.) GOTO 6
      ZP=1.38629436+P*(0.096663443+P*(0.035900924+P*(0.037425637+
     1   0.014511962*P)))-ALOG(P)*(0.5+P*(0.12498594+P*(0.068802485+
C
     2   P*(0.033283553+0.0044178701*P))))
    5 IF(Q.EQ.0.) GOTO 7
      WP=1.38629436+Q*(0.096663443+Q*(0.035900924+Q*(0.037425637+
     1   0.014511962*Q)))-ALOG(Q)*(0.5+Q*(0.12498594+Q*(0.068802485+
     2   Q*(0.033283553+0.0044178701*Q))))
      RETURN
    6 EX1=88.
      ZP=EXP(EX1)
      GOTO 5
    7 EX2=88.
      WP=EXP(EX2)
      RETURN
      END
```

```
C
C
C
      SUBROUTINE SLINK(AK,AM,SK,SM)
      IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
C
C
      P=1.-AK*AK
      Q=1.-AM*AM
      IF(P.EQ.0.) GOTO 6
      SK=1.+P*(0.44325141+P*(0.06260601+P*(0.04757383+0.01736506*P)))
     1   -ALOG(P)*P*(0.24998368+P*(0.09200180+P*(0.04069697+
     2   0.00526449*P)))
    5 IF(Q.EQ.0.) GOTO 7
      SM=1.+Q*(0.44325141+Q*(0.06260601+Q*(0.04757383+0.01736506*Q)))
     1   -ALOG(Q)*Q*(0.24998368+Q*(0.09200180+Q*(0.04069697+
     2   0.00526449*Q)))
      RETURN
    6 SK=1.
      GOTO 5
    7 SM=1.
      RETURN
      END
```

```
C
C
C
      SUBROUTINE PCOEF(R1,Z1,R2,Z2,X)
      IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
C
C
      PI=3.1415926
      PROD=R1*R2
      AK1=2.*SQRT(PROD)
      RS1=(R1+R2)**2
      RS2=(Z1-Z2)**2
      RS3=(Z1+Z2)**2
      AK2=SQRT(RS1+RS2)
      AM2=SQRT(RS1+RS3)
      AK=AK1/AK2
      AM=AK1/AM2
      CALL FLINK(AK,AM,EK,EM)
      X= 2./PI)* EK/AK2-EM/AM2)
      RETURN
      END
```

```
C
C
C
      SUBROUTINE ECOFF(R1,Z1,R2,Z2,RCOMP,ZCOMP)
      IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
C
C
      PI=3.1415926
      AK1=2.*SQRT(R1*R2)
      RS1=(R1+R2)**2
      AK2=SQRT(RS1+(Z1-Z2)**2)
      AM2=SQRT(RS1+(Z1+Z2)**2)
      AK=AK1/AK2
      AM=AK1/AM2
      CALL ELINK(AK,AM,EK,EM)
      CALL SLINK(AK,AM,SK,SM)
C
C
      F1=1.-AK*AK
      F2=1.-AM*AM
      S1=Z1-Z2
      S2=Z1+Z2
      H1=AK2**3
      H2=AM2**3
      P1=S1/H1
      P2=S2/H2
      ZCOMP=(2./PI)*(P1*SK/F1-P2*SM/F2)
C
C
      S1=2.*R2/(AK*AK)
      S2=2.*R2/(AM*AM)
      T1=R1+R2-S1
      T2=R1+R2-S2
      X1=(SK*T1/F1+S1*EK)/H1
      X2=(SM*T2/F2+S2*EM)/H2
      RCOMP=(2./PI)*(X1-X2)
C
C
      RETURN
      END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21            MAIN          DATE = 84123        15/13/19          PAGE 0001
      C
      C
      C
            SUBROUTINE SIMPS(Y,H,N,M,XINT)
            DIMENSION Y(N)
      C
      C
            IF (M.NE.1) GOTO 11
            DO 10 I=1,N
            Y(I)=Y(I)*Y(I)
         10 CONTINUE
         11 CONTINUE
      C
      C
            NE=(N-1)/2
            NO=NE-1
            SUM1=0.
            SUM2=0.
      C
      C
            DO 1 I=1,NE
            J=2*I
            SUM1=SUM1+Y(J)
          1 CONTINUE
      C
      C
            DO 2 I=1,NO
            J=2*I+1
            SUM2=SUM2+Y(J)
          2 CONTINUE
      C
      C
            TOT=Y(1)+Y(N)+4.*SUM1+2.*SUM2
            XINT=TOT*H/3.
            RETURN
            END
```

```
      C
      C
      C
      C
      C
      C
            SUBROUTINE PLOT(Y,NF)
            DIMENSION Y(NF),LINE(101),L(11)
            DATA JL/'.'/,JN,JP,JI,JBLANK/'-','+','I',' '/
      C
      C
            WRITE(6,300)
        300 FORMAT('1')
            YMAX=Y(1)
            YMIN=Y(1)
            DO 51 J=1,NF
            YT=Y(J)
            IF(YT.GT.YMAX)YMAX=YT
            IF(YT.LT.YMIN) YMIN=YT
         51 CONTINUE
            ANX=YMIN
            IF(YMAX.GT.ANX) ANX=YMAX
            ANX=ANX+1
            NS=IFIX(ANX)
            DO 99 I=1,101
            LINE(I)=JBLANK
         99 CONTINUE
      C
      C
            N=0
      C
      C
            DO 101 I=1,11
            L(I)=2*NS*(I-6)/10
        101 CONTINUE
            WRITE(6,105) L
        105 FORMAT(3X,11(I4,6X))
            GOTO 115
        110 NX=N/10-(N-1)/10
            IF(NX) 125,125,115
      C
      C
        115 ND=0
            DO 120 I=1,10
            ND=ND+1
            LINE(ND)=JP
            DO 120 J=1,9
            ND=ND+1
            LINE(ND)=JN
        120 CONTINUE
            LINE(101)=JP
            IF(N) 135,121,135
        121 WRITE(6,170) N,LINE
            GOTO 135
        125 DO 130 I=1,101,10
            LINE(I)=JI
        130 CONTINUE
      C
```

```
              C
0044            135 XNS=NS
0045                JA=100.*(Y(N)+XNS)/(2.*XNS)+1.49999
0046                LINE(JA)=JL
0047            150 CONTINUE
              C
              C
0048                NM=N/10-(N-1)/10
0049                IF(NM) 175,175,165
0050            165 WRITE(6,170) N,LINE
0051            170 FORMAT(1X,I4,101A1)
0052                GOTO 185
0053            175 WRITE(6,180) LINE
0054            180 FORMAT(5X,101A1)
              C
              C
0055            185 DO 190 I=1,101
0056                LINE(I)=JBLANK
0057            190 CONTINUE
0058            195 N=N+1
0059                IF(N-NE) 110,110,200
0060            200 WRITE(6,300)
0061                RETURN
0062                END
```

```
      C
      C
      C
              SUBROUTINE LUSOL1(B,N1)
              IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
              DIMENSION B(N1)
              COMMON/MA46/A11(60,60),JPIV1(50)
      C
      C
              DO 4 I=1,N1
              JPIV1(I)=I
              I1=I+1
              IF(ABS(A11(I,I)).LE.1.E-50) GOTO 1
              GOTO 15
            1 CONTINUE
              IF(I.EQ.N1) GOTO 20
              DO 14 J=I1,N1
              IF(ABS(A11(J,I)).LE.1.E-50) GOTO 14
              JPIV1(I)=J
              GOTO 16
           14 CONTINUE
              GOTO 20
           16 DO 2 K=1,N1
              IPIV=JPIV1(I)
              PIV=A11(IPIV,K)
              A11(IPIV,K)=A11(I,K)
            2 A11(I,K)=PIV
           15 IF(I.EQ.N1) GOTO 3
              DO 3 JI=I1,N1
            3 A11(I,JI)=A11(I,JI)/A11(I,I)
              DO 4 J=I1,N1
              DO 4 K=I1,N1
            4 A11(J,K)=A11(J,K)-(A11(J,I)*A11(I,K))
            3 CONTINUE
      C
      C
              ENTRY FWBWC1(B,N1)
              IFB=1
           64 DO 61 I=1,N1
              IPIV=JPIV1(I)
              IF(IPIV.LE.I) GOTO 61
              J=I
              PIVA=B(I)
           62 PIV=B(IPIV)
              B(IPIV)=PIVA
              JPIV1(J)=-IPIV
              J=IPIV
              IPIV=JPIV1(J)
              PIVA=PIV
              IF(IPIV.GT.0) GOTO 62
           61 CONTINUE
              DO 63 I=1,N1
           63 JPIV1(I)=IABS(JPIV1(I))
              GOTO (65,165),IFB
      C
      C
           65 DO 31 K=1,N1
              SUM=0.
```

```
      IF K.EQ.1) GOTO 41
      MM=K-1
      DO 51 J=1,MM
   51 SUM=SUM+A11(K,J)*B(J)
   41 B(K)=(1./A11(K,K))*(B(K)-SUM)
   31 CONTINUE
C
C
      DO 91 LL=1,N1
      K=(N1+1)-LL
      SUM=0.
      IF(K.EQ.N1) GOTO 81
      KK=K+1
      DO 71 J=KK,N1
   71 SUM=SUM+A11(K,J)*B(J)
   81 B(K)=B(K)-SUM
   91 CONTINUE
      GOTO 30
   20 WRITE(6,21)
   21 FORMAT('EQUATIONS ARE LINEARLY DEPENDENT')
      STOP
   30 CONTINUE
      RETURN
C
C
      ENTRY FRBWT1(B,N1)
      IFB=2
      GOTO 64
C
C
  165 DO 131 K=2,N1
      L=K-1
      SUM=0.
      DO 151 J=1,L
  151 SUM=SUM+A11(J,K)*B(J)
      B(K)=B(K)-SUM
  131 CONTINUE
C
C
      DO 191 LL=1,N1
      K=N1-LL+1
      SUM=0.
      IF(K.EQ.N1) GOTO 181
      KK=K+1
      DO 171 J=KK,N1
  171 SUM=SUM+A11(J,K)*B(J)
  181 B(K)=(B(K)-SUM)/A11(K,K)
  191 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE LUSOL2(B,M6)
      IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
      DIMENSION B(M6)
      COMMON/NAM7/A22(15,15),JPIV2(15)
C
C
      DO 4 I=1,M6
      JPIV2(I)=I
      I1=I+1
      IF(ABS(A22(I,I)).LE.1.E-5)) GOTO 1
      GOTO 15
    1 CONTINUE
      IF(I.EQ.M6) GOTO 20
      DO 14 J=I1,M6
      IF(ABS(A22(J,I)).LE.1.E-5)) GOTO 14
      JPIV2(I)=J
      GOTO 16
   14 CONTINUE
      GOTO 20
   16 DO 2 K=1,M6
      IPIV=JPIV2(I)
      PIV=A22(IPIV,K)
      A22(IPIV,K)=A22(I,K)
    2 A22(I,K)=PIV
   15 IF(I.EQ.M6) GOTO 3
      DO 8 JI=I1,M6
    8 A22(I,JI)=A22(I,JI)/A22(I,I)
      DO 4 J=I1,M6
      DO 4 K=I1,M6
    4 A22(J,K)=A22(J,K)-(A22(J,I)*A22(I,K))
    3 CONTINUE
C
C
      ENTRY FWRWC2(B,M5)
      IF3=1
   64 DO 61 I=1,M6
      IPIV=JPIV2(I)
      IF(IPIV.LE.I) GOTO 61
      J=I
      PIVA=B(I)
   62 PIV=B(IPIV)
      B(IPIV)=PIVA
      JPIV2(J)=-IPIV
      J=IPIV
      IPIV=JPIV2(J)
      PIVA=PIV
      IF(IPIV.GT.0) GOTO 62
   61 CONTINUE
      DO 63 I=1,M6
   63 JPIV2(I)=IABS(JPIV2(I))
      GOTO (65,165),IF3
C
C
   65 DO 31 K=1,M6
      SUM=0.
      IF(K.EQ.1) GOTO 41
      MM=K-1
      DO 51 J=1,MM
```

```
      51 SUM=SUM+A22(K,J)*B(J)
      41 B (K)= 1./A22 K,K))*(B(K)-SUM)
      31 CONTINUE
C
C
         DO 91 LL=1,M6
         K=(M6+1)-LL
         SUM=0.
         IF(K.EQ.M6) GOTO 81
         KK=K+1
         DO 71 J=KK,M6
      71 SUM=SUM+A22(K,J)*B(J)
      81 B(K)=B(K)-SUM
      91 CONTINUE
         GOTO 30
      20 WRITE (6,21)
      21 FORMAT('EQUATIONS ARE LINEARLY DEPENDENT')
         STOP
      30 CONTINUE
         RETURN
C
C
         ENTRY FWBWI2(B,M6)
         IFB=2
         GOTO 64
C
C
     165 DO 131 K=2,M6
         L=K-1
         SUM=0.
         DO 151 J=1,L
     151 SUM=SUM+A22(J,K)*B(J)
         B(K)=B(K)-SUM
     131 CONTINUE
C
C
         DO 191 LL=1,M6
         K=M6-LL+1
         SUM=0.
         IF(K.EQ.M6) GOTO 181
         KK=K+1
         DO 171 J=KK,M6
     171 SUM=SUM+A22(J,K)*B(J)
     181 B(K)=(B(K)-SUM)/A22(K,K)
     191 CONTINUE
         RETURN
         END
```

```
C
C
C
      SUBROUTINE SHIFT(RO,N,HP,3B,DT,RMIN,LCON)
      IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
      DIMENSION RAIO(38),PHSI(38),RO(30)
C
      PI=3.1415926
      DELTA=2.*PI/FLOAT(N)
      NN=N+8
      DO 1 I=1,NN
            RAIO(I)=0.
            PHSI(I)=0.
    1 CONTINUE
C
C
      ALPHA=DELTA/2.
      AFAC=0.5*SIN(DELTA)
      XFAC=3.*COS(ALPHA)
      AREA=0.
      XMOM=0.
      YMOM=0.
      DO 11 J=1,N
            CTETA=DELTA*FLOAT(J-1)
            IF(J.EQ.N) GOTO 12
            K=J+1
            GOTO 13
   12       K=1
   13       DELAR=RO(J)*RO(K)*AFAC
            ROCEN=(RO(J)+RO(K))/XFAC
            TECEN=CTETA+ALPHA
            XCEN=ROCEN*SIN(TECEN)
            YCEN=ROCEN*COS(TECEN)
            AREA=AREA+DELAR
            XMOM=XMOM+DELAR*XCEN
            YMOM=YMOM+DELAR*YCEN
   11 CONTINUE
      XDEL=XMOM/AREA
      YDEL=YMOM/AREA
      BB=BB-XDEL
      HP=HP+YDEL
      BLIM=BB-1.3*DT
C
      DO 14 K=1,N
            J=K+4
            CTETA=DELTA*FLOAT(K-1)
            S1=RO(K)*COS(CTETA)-YDEL
            S2=RO(K)*SIN(CTETA)-XDEL
            RAIO(J)=SQRT(S1**2+S2**2)
   14 CONTINUE
      NN2=5
      DIST=RAIO(NN2)
      PHSI(NN2)=ARSIN(-XDEL/DIST)
C
C
      DO 15 J=2,N
            K=J-1
            I=J+4
```

```
                  M=K+4
                  DELR=RO(J)**2+RO(K)**2-2.*RO(J)*RO(K)*COS(DELTA)
                  ARG=(RAIO(L)**2+RAIO(M)**2-DELR)/(2.*RAIO(L)*RAIO(M))
                  DELPHI=ARCOS(ARG)
                  PHSI(L)=PHSI(M)+DELPHI
        15 CONTINUE
C
C
           DO 16 L=1,4
                  J=L+N
                  K=J+4
                  M=L+4
                  RAIO(L)=RAIO(J)
                  PHSI(L)=PHSI(J)-2.*PI
                  RAIO(K)=RAIO(M)
                  PHSI(K)=PHSI(M)+2.*PI
        16 CONTINUE
C
C
           DO 17 J=1,N
                  XJ=DELTA*FLOAT(J-1)
                  DO 18 K=1,N
                        L=K+4
                        QTETA=PHSI(L)
                        IF(QTETA.LT.XJ) GOTO 18
                        KSAVE=L
                        GOTO 19
        18        CONTINUE
        19        CONTINUE
                  KM1=KSAVE-2
                  KM2=KSAVE-1
                  KM3=KSAVE
                  KM4=KSAVE+1
                  X1=PHSI(KM1)
                  X2=PHSI(KM2)
                  X3=PHSI(KM3)
                  X4=PHSI(KM4)
                  Y1=RAIO(KM1)
                  Y2=RAIO(KM2)
                  Y3=RAIO(KM3)
                  Y4=RAIO(KM4)
                  XJ1=XJ-X1
                  XJ2=XJ-X2
                  XJ3=XJ-X3
                  XJ4=XJ-X4
                  X12=X1-X2
                  X13=X1-X3
                  X14=X1-X4
                  X23=X2-X3
                  X24=X2-X4
                  X34=X3-X4
                  RO(J)=Y1*XJ2*XJ3*XJ4/(X12*X13*X14)-
          1             Y2*XJ1*XJ3*XJ4/(X12*X23*X24)+
          2             Y3*XJ1*XJ2*XJ4/(X13*X23*X34)-
          3             Y4*XJ1*XJ2*XJ3/(X14*X24*X34)
                  IF(RO(J).LT.RMIN) RO(J)=RMIN
                  IF(LCON.EQ.1) GOTO 17
                  CLIM=RO(J)*SIN(XJ)
```

```
            IF (CLIM.GT.RLIM) RD(J)=RLIM/SIN(X))
   17 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
      C
      C
0001        SUBROUTINE ANALYS(NX)
0002        IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
0003        DIMENSION C(22),CCS(21),CCL(21),CCM(21),CCG(21),ECAB1(5),
          1           ECAB2(5),CORR1(10),CORR2(10)
0004        COMMON/NAM1/RESP(201),CO(201),Y11A(21),Y11B(21),Y11C(21),Y12(21),
          1       RT,GL(21),GM(21),REF1,REF2,VINP,RSCAL,Z1,Z2,DELTA,YKK,RLOSS,
          2       SG1,SG2,SGD,STOR,GLTOR,G1,G2,GD,H1,H2,HD,HLTOR,GKTOR,RZP2,
          3            HL,FL,A1,TW,SCOSC,SCAR,YDSC,N,NN,NY,N1,NN1,NP
0005        COMMON/NAM2/F,FDELT,AH,ND1,ND2,NK,M,M1,MP,NL,NM,NR,NS
0006        COMMON/NAM5/GCL(21),GCM(21),CL(21),CM(21),GCS,CS,GCKK,CKK,GS,
          1       RD,RTOR,GRD,GTOR,R2,AL2,GR2,GL2
0007        COMMON/NAM3/AMATCL(21,201),AMATCM(21,201),AMATCS(21,201),
          1       AMATCK(201),YRESP(201),RVECT1(201),RVECT2(201),RVECT3(201),
          2       RVECT4(201)
      C
      C
0008        C01=0.
0009        C10=0.
0010        C0X=0.
0011        C1X=0.
      C
      C
0012        DO 3 I=1,M1
0013        J=I+1
0014        CCS(I)=0.
0015        CCL(I)=0.
0016        CCM(J)=0.
0017        CCG(J)=0.
0018      3 CONTINUE
      C
      C
0019        DO 4 I=1,5
0020        ECAB1(I)=0.
0021        ECAB2(I)=0.
0022      4 CONTINUE
0023        DO 5 I =1,10
0024        CORR1(I)=0.
0025        CORR2(I)=0.
0026      5 CONTINUE
      C
      C
0027        CCM(1)=0.
0028        CCG(1)=0.
0029        CL2=0.
0030        CLTOR=0.
0031        CKTOR=0.
0032        CLD=0.
0033        CORRS=0.
0034        TRISE=1.5
      C
0035        K1=1
0036        K2=1
      C
0037        DO 1000 I=1,NN
      C
0038        ARG=FLOAT(I-1)/TRISE
```

```
      IF(ARG.GT.88.) ARG=88.
      ARG=-ARG
      EXG=EXP(ARG)
      IF(NX.EQ.1) EINP=VINP*(FLOAT(I-1)-TRISE*(1.-EXG))
      IF(NX.EQ.0) EINP=0.
      V1=REF1*EINP+REF2*(C01+CLD)
      V1=(Z1/2.)*(C1 +COX)
C
C
      JK1=I-(K1-1)*10
      JK2=I-(K2-1)*5
      CORX1=SCAB*FCAB2(JK2)-COR2(JK1)
      CORX2=SCAB*FCAB1(JK2)-COR1(JK1)
C
C
      C(1)=C1X-CCL(1)+CCG(1)+CCS(1)+CCM(1)-CLTOR
      DO 8 J=2,M1
      K=J-1
      C(J)=CCL(K)-CCL(J)+CCS(J)-CCS(K)+CCM(J)+CCG(J)
    8 CONTINUE
      C(M)=CCL(M1)-CL2+CCG(M)-CCS(M1)+CCM(M)+CORX1
      C(MP)=CKTOR+CLTOR
C
C
      DO 31 J=2,M
      C(MP)=C(MP)-CCM(J)
   31 CONTINUE
C
C
      C(1)=C(1)/Y11B(1)
      DO 91 J=2,M
      K=J-1
      C(J)=C(J)/Y11B(J)-Y11A(K)*C(K)
   91 CONTINUE
C
      DO 92 J=1,M1
      K=M-J
      L=K+1
      C(K)=C(K)-Y11C(K)*C(L)
   92 CONTINUE
C
      CSUM=-CLTOR*C(1)
      DO 93 J=2,M
      CSUM=CSUM-GM(J)*C(J)
   93 CONTINUE
C
      C(MP)=(C(MP)-CSUM)/YKK
      DO 94 J=1,M
      C(J)=C(J)-C(MP)*Y12(J)
   94 CONTINUE
C
C
      IF(NX.EQ.1) GO TO 102
      VOUT=(CORX2+CORGS)/YUSC
      RESP(1)=VOUT
      DO 101 J=2,M
      K=J-1
      RMAT(K,I)=((C(K)-C(J))*GS-CCS(K))/RSCAL
```

```
      AMATCL(J,I)= GL(J)*C(J)-CCG(J))/RSCAL
      AMATCM(J,I)=(GM(J)*(C(J)-C(MP))-CCM(J))/RSCAL
  101 CONTINUE
      IF(GL(1).GT.0.) AMATCL(1,I)=(GL(1)*C(1)-CCG(1))/RSCAL
      IF(GM(1).GT.0.) AMATCM(1,I)=(GM(1)*(C(1)-C(MP))-CCM(1))/RSCAL
      AMATCK(I)=(C(MP)*GKTOR-CKTOR)/RSCAL
      RVECT1(I)=SIMP-V2
      RVECT2(I)=C(1)-C(MP)
      RVECT3(I)= G2*C(M)+CL2)/RSCAL
      RVECT4(I)=(1.-R2*G2)*C(M)-R2*CL2
      GO TO 104
C
C
  102 CONTINUE
      VOUT= CORX2+CORDS-YRESP(I))/YDSC
      DO 103 J=2,M
      K=J-1
      AMATCS(K,I)=AMATCS(K,I)*(C(K)-C(J))
      AMATCL(J,I)=AMATCL(J,I)*C(J)
      AMATCM(J,I)=AMATCM(J,I)*(C(J)-C(MP))
  103 CONTINUE
      IF(GL(1).GT.0.) AMATCL(1,I)=AMATCL(1,I)*C(1)
      IF(GM(1).GT.0.) AMATCM(1,I)=AMATCM(1,I)*(C(1)-C(MP))
      AMATCK(I)=AMATCK(I)*C(MP)
      RVECT1(I)=RVECT1(I)*(CLD+GD*(SIMP-V))/RSCAL
      RVECT2(I)=RVECT2(I)*(CLTOR+GLTOR*(C(1)-C(MP)))/RSCAL
      RVECT3(I)=RVECT3(I)*(G2*C(M)+CL2)/RSCAL
      RVECT4(I)=RVECT4(I)*(G2*C(M)+CL2)/RSCAL
  104 CONTINUE
C
C
      CINT=C01
      C01=FL*V1-HL*C1D
      C1D=FL*V -HL*CINT
      CINT=C1X
      C1X=FL*C(1)-HL*C1X
      C1X=FL*V1-HL*CINT
C
C
      SCAB1(JK2)=C(M)
      SCAB2(JK2)=VOUT
      COR1(JK1)=SCAB*VOUT-CORX2
      COR2(JK1)=SCAB*C(M)-CORX1
      IF(JK1.EQ.10) K1=K1+1
      IF(JK2.EQ.5) K2=K2+1
C
C
      DO 200 J=1,M1
      K=J+1
      CCS(J)=2.*GS*(C(J)-C(K))-CCS(J)
      CCL(J)=SG1*(C(J)-C(K))+H1*CCL(J)
      CCM(K)=2.*GM(K)*(C(K)-C(MP))-CCM(K)
      CCG(K)=2.*GL(K)*C(K)-CCG(K)
  200 CONTINUE
      CCG(1)=2.*GL(1)*C(1)-CCG(1)
      CL2=GG2*C(M)+H2*CL2
      CLD=GG1*(SIMP-V1)+HD*CLD
      CKTOR=2.*GKTOR*C(MP)-CKTOR
```

```
      CLTOR=STOR*(C(I)-C(MP))+HLTOR*CLTOR
      CORDS=2.*GCOSC*VOUT-COROS
 1000 CONTINUE
C
      RETURN
      END
```

```
                C
                C
                C
0001                SUBROUTINE FUNCT
0002                IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
0003                COMMON/NAM1/RESP(201),LO(201),Y11A(21),Y11B(21),Y11C(21),Y12(21),
                   1       RT,GL(21),GM(21),REF1,REF2,VINP,RSCAL,Z1,Z2,DELTA,YKK,RLOSS,
                   2       SG1,SG2,SGD,STOR,GLTOR,G1,G2,GD,H1,H2,HD,HLTOR,GKTOR,RZP2,
                   3               HI,FL,W1,TW,GODSC,SCAR,YOSC,N,NN,NY,M1,NN1,NP
0004                COMMON/NAM2/F,FDELT,AH,NO1,NO2,NK,M,M1,MP,ML,NM,NR,NS
0005                COMMON/NAM5/GCL(21),GCM(21),CL(21),CM(21),GCS,CS,GCKK,CKK,GS,
                   1       RD,RTOR,GRD,GTOR,R2,AL2,GR2,GL2
0006                COMMON/NAM8/AMATCL(21,201),AMATCM(21,201),AMATCS(21,201),
                   1       AMATCK(201),YRESP(201),RVECT1(201),RVECT2(201),RVECT3(201),
                   2       RVECT4(201)
                C
                C
0007                RLD=2.*(10./4.)*RD
0008                RDT=RD+RLD
0009                RLTOR=2.*(25./4.)*RTOR
0010                GD=1./(RD+RLD)
0011                GLTOR=1./(RTOR+RLTOR)
0012                HD=GD*(RLD-RD)
0013                HLTOR=GLTOR*(RLTOR-RTOR)
0014                SGD=GD*(1.+HD)
0015                STOR=GLTOR*(1.+HLTOR)
0016                RL2=2.*AL2
0017                G2=1./(R2+RL2)
0018                H2=G2*(RL2-R2)
0019                SG2=G2*(1.+H2)
0020                RZP2=R2*Z2/(R2+Z2)
0021                REF1=Z1/(RDT+Z1)
0022                REF2=Z1*RDT/(Z1+RDT)
0023                VINP=1.+(RD+RT+RLOSS)/RZP2
                C
                C
0024                GS=2.*CS
0025                DO 1 I=1,M
0026                GM(I)=2.*CM(I)
0027                GL(I)=2.*CL(I)
0028              1 CONTINUE
0029                GKTOR=2.*CKK
                C
                C
0030                DO 2 I=1,M1
0031                Y11A(I)=-(G1+GS)
0032                Y11B(I)=2.*(G1+GS)+GL(I)+GM(I)
0033              2 CONTINUE
0034                Y11B(1)=1./Z1+G1+GLTOR+GS+GL(1)
0035                Y11B(M)=G1+G2+1./Z2+GS+GL(M)+GM(M)
                C
                C
0036                DO 3 I=2,M
0037                J=I-1
0038                Y11B(I)=Y11B(I)-Y11A(J)*Y11A(J)/Y11B(J)
0039                Y11C(J)=Y11A(J)/Y11B(J)
0040                Y11A(J)=Y11A(J)/Y11B(I)
0041              3 CONTINUE
```

```
C
C
      Y12(1)=-GLTOR
      DO 4 I=2,M
      Y12(I)=-GM(I)
    4 CONTINUE
C
C
      YKK=GKTOR+GLTOR
      DO 5 I=2,M
      YKK=YKK+GM(I)
    5 CONTINUE
C
C
      Y12(1)=Y12(1)/Y11B(1)
      DO 6 I=2,M
      J=I-1
      Y12(I)=Y12(I)/Y11B(I)-Y11A(J)*Y12(J)
    6 CONTINUE
C
C
      DO 7 I=1,M1
      J=M-I
      K=J+1
      Y12(J)=Y12(J)-Y11C(J)*Y12(K)
    7 CONTINUE
C
C
      SUM=-GLTOR*Y12(1)
      DO 8 I=2,M
      SUM=SUM-GM(I)*Y12(I)
    8 CONTINUE
      YKK=YKK-SUM
C
C
      NX=1
      CALL ANALYS(NX)
      WRITE(6,19)
   19 FORMAT('1',//,50X,'RESP(I)',/)
      WRITE(6,100)(RESP(I),I=1,NN)
C
C
      DO 200 I=1,NN
      IF(I.LE.NP) GO TO 200
      YRESP(I)=1.-RESP(I)/ED(I)
  200 CONTINUE
      DO 201 I=1,NP
      YRESP(I)=0.
  201 CONTINUE
      CALL SIMPS(YRESP,DELTA,NN,0,TS)
      CALL SIMPS(YRESP,DELTA,NN,1,F)
      F=F/2.
      DO 202 I=1,NN
      IF(I.LE.NP) GO TO 202
      YRESP(I)=(RESP(I)/ED(I)-1.)/ED(I)
  202 CONTINUE
      DO 203 I=1,NP
      YRESP(I)=0.
```

```
  203 CONTINUE
      KNP=NN-100
      PF=(XI-1.)/FLOAT(100)
      DO 204 I=KNP,NN
      YRESP(I)=YRESP(I)*(1.+PF*FLOAT(I-KNP))
  204 CONTINUE
C
C
      DO 11 I=2,M
      L=I-1
      DO 11 J=1,NY
      K=NN+1-J
      X1=AMATCS(L,J)
      X2=AMATCL(I,J)
      X3=AMATCM(I,J)
      AMATCS(L,J)=AMATCS(L,K)
      AMATCL(I,J)=AMATCL(I,K)
      AMATCM(I,J)=AMATCM(I,K)
      AMATCS(L,K)=X1
      AMATCL(I,K)=X2
      AMATCM(I,K)=X3
   11 CONTINUE
C
C
      DO 12 J=1,NY
      K=NN+1-J
      Y1=YRESP(J)
      Y3=AMATCK(J)
      YRESP(J)=YRESP(K)
      AMATCK(J)=AMATCK(K)
      YRESP(K)=Y1
      AMATCK(K)=Y3
      D1=RVECT1(J)
      D2=RVECT2(J)
      D3=RVECT3(J)
      D4=RVECT4(J)
      RVECT1(J)=RVECT1(K)
      RVECT2(J)=RVECT2(K)
      RVECT3(J)=RVECT3(K)
      RVECT4(J)=RVECT4(K)
      RVECT1(K)=D1
      RVECT2(K)=D2
      RVECT3(K)=D3
      RVECT4(K)=D4
      IF(CL(1).LE.0.) GO TO 121
      Y2=AMATCL(1,J)
      AMATCL(1,J)=AMATCL(1,K)
      AMATCL(1,K)=Y2
      GO TO 12
  121 CONTINUE
      Y3=AMATCM(1,J)
      AMATCM(1,J)=AMATCM(1,K)
      AMATCM(1,K)=Y3
   12 CONTINUE
C
C
      NX=1
      CALL ANALYS(NX)
```

```
C
C
      GCS=0.
      DO 14 I=1,M1
      DO 13 J=1,NN
      YRESP(J)=AMATCS(I,J)
   13 CONTINUE
      CALL SIMPS(YRESP,DELTA,NN,J,XINT)
      GCS=GCS+XINT
   14 CONTINUE
      GCS=GCS/CS
C
C
      DO 16 I=2,M
      DO 15 J=1,NN
      YRESP(J)=AMATCL(I,J)
   15 CONTINUE
      CALL SIMPS YRESP,DELTA,NN,J,XINT)
      GCL(I)=XINT/CL(I)
   16 CONTINUE
C
C
      DO 18 I=2,M
      DO 17 J=1,NN
      YRESP(J)=AMATCM(I,J)
   17 CONTINUE
      CALL SIMPS(YRESP,DELTA,NN,J,XINT)
      GCM(I)=XINT/CM(I)
   18 CONTINUE
C
C
      IF(CL(1).LE.0.) GO TO 181
      GCM(1)=0.
      DO 180 I=1,NN
      YRESP(I)=AMATCL(1,I)
  180 CONTINUE
      CALL SIMPS(YRESP,DELTA,NN,J,XINT)
      GCL 1)=XINT/CL(1)
      GO TO 183
  181 CONTINUE
      GCL(1)=0.
      DO 182 I=1,NN
      YRESP(I)=AMATCM(1,I)
  182 CONTINUE
      CALL SIMPS(YRESP,DELTA,NN,J,XINT)
      GCM(1)=XINT/CM(1)
  183 CONTINUE
      CALL SIMPS(AMATCK,DELTA,NN,J,XINT)
      GCKK=XINT/CKK
      CALL SIMPS(RVECT1,DELTA,NN, ,XINT1)
      CALL SIMPS(RVECT2,DELTA,NN,J,XINT2)
      CALL SIMPS RVECT3,DELTA,NN,J,XINT3)
      CALL SIMPS(RVECT4,DELTA,NN,J,XINT4)
      GAD=-XINT1/AD
      GTP2=-XINT2/PTP4
      GTP=-XINT3
      GL2=-XINT4/AL2
C
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21                FUNCT          DATE = 84123         15/13/19            PAGE 0005

                C
 0187                  WRITE(6,22) GCS,GCKK,F,TS
 0188               22 FORMAT(//,2X,'GCS=',E14.5,2X,'GCKK=',E14.5,2X,
                   1         'F=',E14.5,'TS=',E14.5)
 0189              100 FORMAT(1PE12.4)
 0190                  RETURN
 0191                  END
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21                FIELD              DATE = 84128          15/13/19              PAGE 0001

 0001                SUBROUTINE FIELD
 0002                IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
 0003                DIMENSION A21(15,60),B1(21,60),VDUM(15),VDUM2(60),VK1(60),E(21),
                   1           V(21),QA1(60),QB1(15),QA2(60),QB2(15),CA1(60),CA2(60),
                   2           CB1(15),CB2(15),FLD(60),RC1(60),RS1(60),ZC1(60),ZS1(60),
                   3           CA(21),CB(21),CC(21),CX(21),CY(21),CZ(21),TETA(21),
                   4           EPSIL(21),GAMMA(21),DELTA(21),ALPHA(60),BETA(60)
 0004                COMMON/NAM2/F,FDELT,AH,NQ1,NQ2,NK,M,M1,M2,NL,NM,NR,NS
 0005                COMMON/NAM3/B2(21,15),VK2(15),RC2(15),RS2(15),ZC2(15),
                   1           ZS2(15),H(21)
 0006                COMMON/NAM4/S(128),RO(24),D(64)
 0007                COMMON/NAM5/GCL(21),GCM(21),CL(21),CM(21),GCS,CS,GCKK,CKK,DS,
                   1      RD,RTOP,GRD,GTOP,T2,AL2,GR2,GL2
 0008                COMMON/NAM6/A11(60,60),JPIV1(60)
 0009                COMMON/NAM7/A22(15,15),JPIV2(15)
 0010                COMMON/NAM9/RMIN,HH,HP,RB,DP,HP2,RB2,DP2,DT
            C
            C
 0011                RD=RO(NL)
 0012                RTOP=RO(NM)
 0013                T2=RO(NR)
 0014                AL2=RO(NS)
            C
            C
 0015                PI = 3.14159
 0016                DO 1 I=1,NQ1
 0017                CTETA=FDELT*FLOAT(I-1)
 0018                RC1(I)=RB-RO(I)*SIN(CTETA)
 0019                ZC1(I)=HP+RO(I)*COS(CTETA)
 0020                RS1(I)=RB-AH*RO(I)*SIN(CTETA)
 0021                ZS1(I)=HP+AH*RO(I)*COS(CTETA)
 0022                J=I+NQ1
 0023                RC1(J)=RB2-RO(J)*SIN(CTETA)
 0024                ZC1(J)=HP2+RO(J)*COS(CTETA)
 0025                RS1(J)=RB2-AH*RO(J)*SIN(CTETA)
 0026                ZS1(J)=HP2+AH*RO(J)*COS(CTETA)
 0027              1 CONTINUE
            C
            C
 0028                DO 2 I=1,NK
 0029                R1=RC1(I)
 0030                Z1=ZC1(I)
 0031                DO 2 J=1,NK
 0032                R2=RS1(J)
 0033                Z2=ZS1(J)
 0034                CALL PCOEF(R1,Z1,R2,Z2,X)
 0035                A11(I,J)=X
 0036              2 CONTINUE
 0037                DO 3 I=1,NQ2
 0038                R1=RC2(I)
 0039                Z1=ZC2(I)
 0040                DO 3 J=1,NK
 0041                R2=RS1(J)
 0042                Z2=ZS1(J)
 0043                CALL PCOEF(R1,Z1,R2,Z2,X)
 0044                A21(I,J)=X
 0045              3 CONTINUE
            C
```

```
C
      DO 8 J=1,NK
      DO 5 I=1,NQ2
      VDUM(I)=A21(I,J)
    5 CONTINUE
      CALL FWBWC2(VDUM,NQ2)
      DO 6 I=1,NQ2
      A21(I,J)=VDUM(I)
    6 CONTINUE
    8 CONTINUE
C
C
      DO 12 I=1,NK
      R1=RC1(I)
      Z1=ZC1(I)
      DO 9 J=1,NQ2
      R2=RS2(J)
      Z2=ZS2(J)
      CALL PCOEF(R1,Z1,R2,Z2,X)
      VDUM(J)=X
    9 CONTINUE
C
C
      VSUM=0.
      DO 121 J=1,NQ2
      VSUM=VSUM+VDUM(J)*VK2(J)
  121 CONTINUE
      VDUM2(I)=VSUM
C
C
      DO 11 J=1,NK
      SUM=0.
      DO 10 K=1,NQ2
      SUM=SUM+A21(K,J)*VDUM(K)
   10 CONTINUE
      A11(I,J)=A11(I,J)-SUM
   11 CONTINUE
   12 CONTINUE
C
C
      DO 13 I=1,NQ1
      J=I+NQ1
      QA2(I)=1.
      QA2(J)=0.
   13 CONTINUE
C
C
      CALL LUSOL1(QA2,NK)
      CALL FWBWC1(VDUM2,NK)
C
C
      ANUM=0.
      DNUM=0.
      DO 14 I=1,NQ1
      ANUM=ANUM+VDUM2(I)
      DNUM=DNUM+QA2(I)
   14 CONTINUE
      EK=ANUM/DNUM
```

```
C
C
      DO 17 I=1,NK
      QA1(I)=EK*QA2(I)-VDUM2(I)
      QA2(I)=QA2(I)-VDUM2(I)
   17 CONTINUE
C
C
      DO 19 I=1,NO2
      QSUM=0.
      QSUM2=0.
      DO 18 J=1,NK
      QSUM=QSUM+A21(I,J)*QA1(J)
      QSUM2=QSUM2+A21(I,J)*QA2(J)
   18 CONTINUE
      QB1(I)=VK2(I)-QSUM
      QB2(I)=VK2(I)-QSUM2
   19 CONTINUE
C
C
      DO 20 I=1,M
      R1 = DT
      Z1=H(I)
      DO 20 J=1,NK
      R2=RS1(J)
      Z2=ZS1(J)
      CALL PROBE(R1,Z1,R2,Z2,X)
      B1(I,J)=X
   20 CONTINUE
C
C
      DO 22 I=1,M
      ESUM=0
      VSUM=0.
      DO 21 J=1,NK
      ESUM=ESUM+B1(I,J)*QA1(J)
      VSUM=VSUM+B1(I,J)*QA2(J)
   21 CONTINUE
      E(I)=ESUM
      V(I)=VSUM
   22 CONTINUE
C
C
      DO 24 I=1,M
      ESUM=0.
      VSUM=0.
      DO 23 J=1,NO2
      ESUM=ESUM+B2(I,J)*QB1(J)
      VSUM=VSUM+B2(I,J)*QB2(J)
   23 CONTINUE
      E(I)=E(I)+ESUM
      V(I)=V(I)+VSUM
   24 CONTINUE
C
C
      QSUM=0.
      QSUM2=0.
      DO 125 I=1,NO2
```

```
            QSUM1=QSUM1+QB2(I)
            QSUM2=QSUM2+QB1(I)
        125 CONTINUE
            CTOT2=QSUM2
      C
      C
            DO 126 I=1,NQ1
            J=I+NQ2
            QSUM1=QSUM1+QA2(I)
        126 CONTINUE
            CTOT1=QSUM1
      C
      C
            DO 127 I=2,M1
            J=I-1
            K=I+1
            X1=E(J)+E(K)-2.*E(I)
            X2=V(J)+V(K)-2.*V(I)
            DEN=E(I)*(V(I)-V(1))-V(I)*(E(I)-EK)
            CL(I)=(X1*(V(I)-V(1))-X2*(E(I)-EK))/DEN
            CM(I)=(X2*E(I)-X1*V(I))/DEN
        127 CONTINUE
      C
      C
            X1=E(M1)-E(M)
            X2=V(M1)-V(M)
            DEN=E(M)*(V(M)-V(1))-V(M)*(E(M)-EK)
            CL(M)=(X1*(V(M)-V(1))-X2*(E(M)-EK))/DEN
            CM(M)=(X2*E(M)-X1*V(M))/DEN
      C
      C
            ESUM=0.
            VSUM=0.
            DO 128 I=2,M
            ESUM=ESUM+CM(I)*(E(1)-EK)
            VSUM=VSUM+CM(I)*(V(1)-V(I))
        128 CONTINUE
      C
      C
            CM(1)=0.
            CS=(CTOT1-CTOT2)/(VSUM+E(2)-V(2)+ESUM/EK)
            CL(1)=CTOT2-CS*(E(1)-E(2))
            CKK=ESUM*CS/EK
            IF(CL(1).GT.0.) GO TO 228
            CL(1)=0.
            CS=(CTOT2-EK*CTOT1)/(E(1)-E(2)-ESUM-EK*(V(1)-V(2)+VSUM))
            CM(1)=(CTOT2-(E(1)-E(2))*CS)/(E(1)-EK)
            CKK=CTOT1-(V(1)-V(2)+VSUM)*CS
        228 CONTINUE
      C
      C
            DO 129 I=2,M
            CM(I)=CS*CM(I)
            CL(I)=CS*CL(I)
        129 CONTINUE
      C
      C
            WRITE (6,130) CTOT1,CTOT2,CKK,CS,EK
```

```
      130 FORMAT '1',/,5E20.6)
          WRITE(6,131) HP,BB,HP2,BB2
      131 FORMAT(4E20.6)
          WRITE(6,132)
      132 FORMAT(//,50X,'V(I)',/)
          WRITE(6,137)(V(I),I=1,M)
          WRITE(6,133)
      133 FORMAT(//,50X,'E(I)',/)
          WRITE(6,137) E(I),I=1,M)
          WRITE(6,134)
      134 FORMAT(//,50X,'CM(I)',/)
          WRITE(6,137)(CM(I),I=1,M)
          WRITE(6,135)
      135 FORMAT(//,50X,'CL(I)',/)
          WRITE(6,137)(CL(I),I=1,M)
          WRITE(6,136)
      136 FORMAT(//,50X,'RO I)',/)
          WRITE(6,137)(RO(I),I=1,NS)
      137 FORMAT(8E14.6)
C
C
          CALL FUNCT
C
C
          G(ML)=GED
          G(MM)=GTOR
          G(MR)=GR2
          G(MS)=GL2
C
C
          DO 138 I=2,M
          XDEN=EK*V(I)-E(I)*V(1)
          CA(I)=V(I)*GCM(I)/XDEN-GCL(I)*(V(I)-V(1))/XDEN
          CX(I)=GCL(I)*(E(I)-EK)/XDEN-GCM(I)*E(I)/XDEN
          CB(I)=V(I)*(EK-E(I))/XDEN
          CY(I)=E(I)*(E(1)-EK)/XDEN
          CC(I)=V(I)*(V(1)-V(I))/XDEN
          CZ I)=E I)* V I)-V(1))/XDEN
      138 CONTINUE
C
C
          RSUM=0.
          SSUM=0.
          TSUM=0.
          DO 139 I=2,M1
          J=I-1
          K=I+1
          CE=2.*E(I)-E(J)-E(K)
          CV=2.*V(I)-V(J)-V(K)
          RSUM=RSUM+CZ(I)*CV+CC(I)*CE
          SSUM=SSUM+CY(I)*CV+CB(I)*CE
          TSUM=TSUM+CX I)*CV+CA(I)*CE
      139 CONTINUE
C
C
          R=RSUM+V(1)-V(2)+CZ(M)*(V(M)-V(M1))+CC(M)*(E(M)-E(M1))
          S2=SSUM+CY(M)*(V(M)-V(M1))+CB(M)*(E(M)-E(M1))
          T=TSUM+CX(M)*(V(M)-V(M1))+CA(M)*(E(M)-E(M1))
```

```
C
      IF(CL(1).LE.0.) GO TO 238
      CDEN=R-SP*V(1)/EK-V(1)*(E(1)-E(2))/E(1)
      CNUM=-GCS-T+SP*GCKK/EK+GCL(1)*(E(1)-E(2))/E(1)
      TETA(1)=CNUM/CDEN
      EPSIL(1)=-(GCL(1)+V(1)*TETA(1))/E(1)
      EPSILK=-(GCKK+V(1)*TETA(1))/EK
      GO TO 239
C
  238 CONTINUE
      CDEN=SP+E(1)-E(2)-R*EK
      CNUM=-GCS-T+R*GCKK+(E(1)-E(2))*GCM(1)/(E(1)-EK)
      EPSILK=CNUM/CDEN
      EPSIL(1)=EPSILK-GCM(1)/(E(1)-EK)
      TETA(1)=-(GCKK+EK*EPSILK)
  239 CONTINUE
C
C
      DO 140 I=2,M
      EPSIL(I)=CA(I)+CB(I)*EPSILK+CC(I)*TETA(1)
      TETA(I)=CX(I)+CY(I)*EPSILK*CZ(I)*TETA(1)
  140 CONTINUE
C
C
      DELTA(1)=0.
      GAMMA(1)=0.
      DO 141 I=2,M1
      J=I-1
      K=I+1
      DELTA(I)=EPSIL(I)*CL(I)+CM(I)*(EPSIL(I)-EPSILK)+
     1         CS*(2.*EPSIL(I)-EPSIL(J)-EPSIL(K))
      GAMMA(I)=TETA(I)*CL(I)+CM(I)*(TETA(I)-TETA(1))+
     1         CS*(2.*TETA(I)-TETA(J)-TETA(K))
  141 CONTINUE
      DELTA(M)=CL(M)*EPSIL(M)+CM(M)*(EPSIL(M)-EPSILK)+
     1         CS*(EPSIL(M)-EPSIL(M1))
      GAMMA(M)=CL(M)*TETA(M)+CM(M)*(TETA(M)-TETA(1))+
     1         CS*(TETA(M)-TETA(M1))
C
C
      DO 143 I=1,NK
      GSUM1=0.
      GSUM2=0.
      DO 142 J=1,M
      GSUM1=GSUM1+B1(J,I)*GAMMA(J)
      GSUM2=GSUM2+B1(J,I)*DELTA(J)
  142 CONTINUE
      CA1(I)=-GSUM2
      CA2(I)=-GSUM1
      IF(I.LE.NO1) CA2(I)=CA2(I)+TETA(1)
  143 CONTINUE
C
C
      DO 145 I=1,NO2
      GSUM1=0.
      GSUM2=0.
      DO 144 J=1,M
      GSUM1=GSUM1+B2(J,I)*GAMMA(J)
```

```
            GSUM2=GSUM2+B2(J,I)*DELTA(J)
      144 CONTINUE
            CB2(I)=-GSUM1+TETA(I)
            CB1(I)=-GSUM2+EPSIL(I)
      145 CONTINUE
C
C
            CN=-EPSILK*CKK
            DO 146 I=1,M
            CN=CN+CM(I)*(EPSIL(I)-EPSILK)
      146 CONTINUE
C
C
            DSUM=0.
            DO 148 I=1,NO2
            SUM=0.
            DO 147 J=1,NK
            SUM=SUM+A21(I,J)*(QA2(J)+VDUM2(J))
      147 CONTINUE
            DSUM=DSUM+CB1(I)*SUM
      148 CONTINUE
C
C
            FSUM=0.
            DO 149 I=1,NK
            FSUM=FSUM+CA1(I)*(QA2(I)+VDUM2(I))
      149 CONTINUE
            BETAK=(CN+FSUM-DSUM)/DNUM
C
C
            DO 151 I=1,NK
            CBSUM1=0.
            CBSUM2=0.
            DO 150 J=1,NO2
            CBSUM1=CBSUM1+A21(J,I)*CB1(J)
            CBSUM2=CBSUM2+A21(J,I)*CB2(J)
      150 CONTINUE
            ALPHA(I)=CA2(I)-CBSUM2
            BETA(I)=CA1(I)-CBSUM1
            IF(I.LE.NO1) BETA(I)=BETA(I)-BETAK
      151 CONTINUE
C
C
            CALL FWRWT1(ALPHA,NK)
            CALL FWRWT1(BETA,NK)
C
C
            DO 42 I=1,NK
            R1=RC1(I)
            Z1=ZC1(I)
            CTETA=DELT*FLOAT(I-1)
            FSUM1=0.
            FSUM2=0.
            RSUM=0.
            ZSUM=0.
C
            DO 4  J=1,NK
            R2=RC2(J)
```

```
      Z2=ZS1(J)
      CALL FORCE(R1,Z1,R2,Z2,RCOMP,ZCOMP)
      GRAD=RCOMP*SIN(CTETA)-ZCOMP*COS(CTETA)
      FSUM1=FSUM1+QA1(J)*GRAD
      FSUM2=FSUM2+QA2(J)*GRAD
      RSUM=RSUM+RCOMP*QA1(J)
      ZSUM=ZSUM+ZCOMP*QA1(J)
   40 CONTINUE
C
      DO 41 J=1,NO2
      R2=RS2(J)
      Z2=ZS2(J)
      CALL FORCE(R1,Z1,R2,Z2,RCOMP,ZCOMP)
      GRAD=RCOMP*SIN(CTETA)-ZCOMP*COS(CTETA)
      FSUM1=FSUM1+QB1(J)*GRAD
      FSUM2=FSUM2+QB2(J)*GRAD
      RSUM=RSUM+RCOMP*QB1(J)
      ZSUM=ZSUM+ZCOMP*QB1(J)
   41 CONTINUE
      FLD(I)=SQRT(RSUM**2+ZSUM**2)
      G(I)=ALPHA(I)*FSUM2+BETA(I)*FSUM1
   42 CONTINUE
C
C
C
      WRITE(6,47)
   47 FORMAT(//,50X,'G(I)',/)
      WRITE(6,137)(G(I),I=1,NS)
      WRITE(6,49)
   49 FORMAT(//,50X,'FLD(I)',/)
      WRITE(6,137)(FLD(I),I=1,NK)
      RETURN
      END
```

```
C
C
C
      SUBROUTINE PRMCH(AMBDA)
      IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
      COMMON/NAM2/F,FDELT,AH,NQ1,NQ2,NK,M,MI,MP,NL,NM,NR,NS
      COMMON/NAM4/S(128),P(64),G(64)
      COMMON/NAM2/RMIN,HH,HP,BB,DP,HP2,BB2,DP2,DT
      DIMENSION VDUM(30)
C
C
      DO 1 J=1,NQ1
      P(J)=P(J)*EXP(AMBDA*S(J))
      IF(P(J).LT.RMIN) P(J)=RMIN
    1 CONTINUE
C
C
      PLIM=BB2-1.3*DT
      DO 2 J=1,NQ1
      I=J+NQ1
      P(I)=P(I)*EXP(AMBDA*S(I))
      IF(P(I).LT.RMIN) P(I)=RMIN
      CTETA=FDELT*FLOAT(J-1)
      CLIM=P(I)*SIN(CTETA)
      IF(CLIM.GT.PLIM) P(I)=KLIM/SIN(CTETA)
    2 CONTINUE
C
C
      DO 3 I=1,NQ1
      J=I+NQ1
      VDUM(I)=P(J)
    3 CONTINUE
C
      LCON=2
      CALL SHIFT(VDUM,NQ1,HP2,BB2,DT,RMIN,LCON)
C
      DO 4 I=1,NQ1
      J=I+NQ1
      P(J)=VDUM(I)
    4 CONTINUE
C
C
      DO 5 I=1,NQ1
      VDUM(I)=P(I)
    5 CONTINUE
C
      LCON=1
      CALL SHIFT(VDUM,NQ1,HP,BB,DT,RMIN,LCON)
C
      DO 6 I=1,NQ1
      P(I)=VDUM(I)
    6 CONTINUE
      P(NL)=P(NL)*EXP(AMBDA*S(NL))
      P(NM)=P(NM)*EXP(AMBDA*S(NM))
      P(NS)=P(NS)*EXP(AMBDA*S(NS))
      IF(P(NL).LT.0.1) P(NL)=0.1
      IF(P(NM).LT.1.) P(NM)=1.
      IF(P(NS).LT.0.5) P(NS)=0.5
```

179

```
FORTRAN IV G LEVEL  21              PRMCH              DATE = 84128          15/13/19              PAGE 0002

 0044              IF(P(NS).LE.0.3) P(NS)=0.3
 0045              RETURN
 0046              END
```

```
C
C
C
      SUBROUTINE CNGRD(EST,EPS,LIMIT,IER,$PR)
      IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
      LOGICAL*1 $PR
      COMMON/NAM2/F,FDELT,AH,NQ1,NQ2,NK,M,M1,MP,NL,NM,NR,NS
      COMMON/NAM4/S(128),P(64),G(64)
C
C
      ICOUNT=0
      IER=0
      MM1=NS
      M4=MM1+1
C
C
      CALL FIELD
      IF($PR) PRINT 105,F
  105 FORMAT(//,' INITIAL ERROR= ',E12.5)
C
C
  100 DO 99 I=1,M4
      ICOUNT=ICOUNT+1
      OLDF=F
      LC=0
      GG=0.
      DO 1J=1,MM1
      GG=GG+G(J)*G(J)
    1 CONTINUE
      IF(GG.LE.1.E-15) GOTO 50
C
C
      IF(I.GT.1) GOTO 3
      DO 2 J=1,MM1
      S(J)=-G(J)
    2 CONTINUE
      GOTO 4
    3 BETA=GG/OLDGG
      DO 5 J=1,MM1
      S(J)=-G(J)+BETA*S(J)
    5 CONTINUE
C
C
    4 YB=F
      VB=0.
      SS=0.
      DO 6 J=1,MM1
      K=J+MM1
      S(K)=P(J)
      VB=VB+G(J)*S(J)
      SS=SS+S(J)*S(J)
    6 CONTINUE
C
C
      IF(VB.GE.0.) GOTO 29
      ALFA=2.*(EST-F)/VB
      AMDA=1./SQRT(SS)
      IF(ALFA.LE.0.) GOTO 7
```

```
      8 IF (ALFA**2*SS.GE.1.) GOTO 7
        AMBDA=ALFA
      7 ALFA=0.
C
C
     15 YA=YB
        VA=VB
        CALL PUNCH(AMBDA)
        CALL FIELD
        IF (SPR) PRINT 101,ICOUNT,F
    101 FORMAT(' EXTRAPOLATION---ITERATION NO. ',I4,'  ERROR= ',E12.4)
        YB=F
        VB=0.
        DO 10 J=1,MM1
        VB=VB+G(J)*S(J)
     10 CONTINUE
        IF(VB) 11,12,21
     11 IF(YB.GT.YA) GOTO 21
        IF(SS*AMBDA.LT.1.E10) GOTO 15
     23 IER=3
        RETURN
C
C
     21 T=0.
        Z=3.*(YA-YB)/AMBDA+VA+VB
     13 CONTINUE
        LC=LC+1
        W=SQRT(Z*Z-VA*VB)
        ALFA=AMBDA*(VB+W-Z)/(VB+2.*W-VA)
        ALFA2=T-ALFA
        CALL PUNCH(ALFA2)
        CALL FIELD
        IF(SPR) PRINT 102,ICOUNT,F
    102 FORMAT(1X,'INTERPOLATION---ITERATION NO. ',I4,'  ERROR= ',E12.4)
        IF(F.LE.YA.AND.F.LE.YB) GOTO 12
        IF(LC.EQ.2) GOTO 12
        VC=0.
        DO 19 J=1,MM1
        VC=VC+G(J)*S(J)
     19 CONTINUE
        IF(VC.GE.0.) GOTO 18
        YA=F
        VA=VC
        AMBDA=ALFA
        T=AMBDA
        GOTO 13
     18 YB=F
        VB=VC
        AMBDA=AMBDA-ALFA
        GOTO 21
C
C
     12 T=0.
        DO 27 J=1,MM1
        K=J+MM1
        S(K)=P(J)-S(K)
     27 T=T+ABS(S(K))
```

```
C
      IF (ICOUNT.LT.M4) GOTO 22
      IF(T.LT.EPS) GOTO 29
   22 CONTINUE
   23 OLDSG=SG
      IF(ICOUNT.GE.LIMIT) GOTO 53
   33 CONTINUE
      GOTO 123
   29 IF(SG-EPS) 50,50,123
   53 IER=2
      RETURN
   50 IER=1
      RETURN
  123 IER=3
      RETURN
      END
```

```
C
C
C
      IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)
      LOGICAL*1SPR
      COMMON/NAM1/RESP(21),ED(21),Y11A(21),Y11B(21),Y11C(21),Y12(21),
     1      RT,GL(21),GM(21),REF1,REF2,VINP,RSCAL,Z1,Z2,DELTA,YKK,RLOSS,
     2      SG1,SG2,SGD,STOR,GLTOR,G1,G2,GD,H1,H2,HD,HLTOR,SKTOR,RZP2,
     3            HL,FL,WI,TW,SGDSG,SCAB,YOSG,N,NN,NY,NI,NN1,NP
      COMMON/NAM2/F,FDELT,AH,NQ1,NQ2,NK,M,M1,MP,NL,NM,NR,NS
      COMMON/NAM3/B2(21,15),VK2(15),FC2(15),RS2(15),ZC2(15),
     1            ZS2(15),H(21)
      COMMON/NAM4/S(123),RD(64),D(64)
      COMMON/NAM5/RMIN,HH,HP,BB,DP,HP2,BB2,DP2,DT
      COMMON/NAM7/A22(15,15),JPIV2(15)
C
C
      READ(5,101) RT,R2,ALBR1,ALBR2
      READ(5,101) RD,ALD,RTOR,ALTOR
      READ(5,101) DELTA,Z1,Z2,RLOSS
      READ(5,104)WI,TW,NW
      READ(5,101)HH,HP,BB,DP
      READ(5,101)HP2,BB2,DP2,DT
      READ(5,102) M,N,N1,NC,NQ1,NQ2
      WRITE(6,103)
      WRITE(6,101) RT,R2,ALBR1,ALBR2
      WRITE(6,101) RD,ALD,RTOR,ALTOR
      WRITE(6,101)DELTA,Z1,Z2,RLOSS
      WRITE(6,104)WI,TW,NW
      WRITE(6,101) HH,HP,BB,DP,HP2,BB2,DP2,DT
      WRITE(6,102) M,N,N1,NC,NQ1,NQ2
  101 FORMAT(4E15.5)
  102 FORMAT(6I5)
  103 FORMAT('1')
  104 FORMAT(2E15.5,I5)
C
C
      M1=M-1
      MP=M+1
      NM1=2*M1
      NN=N+1
      NY=N/2
      NK=NQ1+NQ1
      NL=NY+1
      NM=NL+1
      NR=NM+1
      NS=NR+1
C
C
      R1=RT/FLOAT(M1)
      AL1=ALBR1*R1
      AL2=ALBR2*R2
C
C
      PI=3.141592
      FDELT=PI/FLOAT(NQ2)
      TDELT=1.2*FDELT
      AH=SQRT(1.+TDELT**2)-TDELT
```

```
              C
              C
0044                CSCAL=4.*PI*8.854*1.E-12
0045                RSCAL=DELTA/CSCAL
0046                ALSCAL=DELTA*RSCAL
              C
              C
0047                RT=RT/RSCAL
0048                R1=R1/RSCAL
0049                R2=R2/RSCAL
0050                RD=RD/RSCAL
0051                RTOP=RTOP/RSCAL
0052                RLOSS=RLOSS/RSCAL
0053                Z1=Z1/RSCAL
0054                Z2=Z2/RSCAL
0055                AL1=AL1/ALSCAL
0056                AL2=AL2/ALSCAL
              C
              C
0057                DELTA=1.
0058                NP=N1+NC+1
0059                NP2=N1+NC
0060                WI=WI**NW
0061                TW=TW/FLOAT(NW)
              C
              C
0062                RL1=2.*AL1
0063                G1=1./(R1+RL1)
0064                H1=G1*(RL1-R1)
0065                SG1=G1*(1.+H1)
0066                ALF=-RLOSS/(2.*Z1)
0067                ATEN=EXP(ALF)
0068                FL=2.*ATEN/Z1
0069                HL=ATEN**2
0070                GCDSC=2.*1.2E-13/CSCAL
0071                SCAB=2./Z2
0072                YCSC=GCDSC+SCAB
              C
              C
              C
0073                $PR=.TRUE.
0074                RMIN=0.7*DR2
              C
              C
0075                LIMIT=4
              C
0076                DO 5 I=1,NR2
0077                CTETA=FDELT*(.5+FLOAT(I-1))
0078                RC2(I)=DR*SIN(CTETA)
0079                ZC2(I)=HH+DR*COS(CTETA)
0080                RS2(I)=AH*RC2(I)
0081                ZS2(I)=HH+AH*DR*COS(CTETA)
0082              5 CONTINUE
              C
              C
0083                DO 8 I=1,NR2
0084                X1=RC2(I)
0085                Y1=ZC2(I)
```

```
0086          DO 8 J=1,NQ2
0087          X2=RS2(J)
0088          Y2=ZS2(J)
0089          CALL PCOEF(X1,Y1,X2,Y2,X)
0090          A22(I,J)=X
0091        8 CONTINUE
      C
      C
0092          DO 11 I=1,NQ2
0093          VK2(I)=1.
0094       11 CONTINUE
      C
      C
0095          CALL LUSOL2(VK2,NQ2)
0096          XH=SQRT(DP**2-DT**2)
0097          HMAX=HH-XH
0098          HMIN=0.2
0099          HDEL=(HMAX-HMIN)/FLOAT(M-1)
0100          DO 13 I=1,M
0101          H(I)=HMAX-HDEL*FLOAT(I-1)
0102       13 CONTINUE
      C
      C
0103          DO 19 I=1,M
0104          X1=DT
0105          Y1=H(I)
0106          DO 19 J=1,NQ2
0107          X2=RS2(J)
0108          Y2=ZS2(J)
0109          CALL PCOEF(X1,Y1,X2,Y2,X)
0110          B2(I,J)=X
0111       19 CONTINUE
      C
      C
0112          DO 20 I=1,NQ1
0113          J=I+NQ1
0114          RO(I)=DR2
0115          RO(J)=DR2
0116       20 CONTINUE
0117          RO(N1)=RD
0118          RO(NM)=RTOR
0119          RO(NP)=R2
0120          RO(NS)=AL2
      C
      C
0121          TRISE=1.5
0122          DO 21 I=1,NN
0123          ARG=FLOAT(I-NP)/TRISE
0124          IF(ARG.GT.88.) ARG=88.
0125          ARG=-ARG
0126          EXG=EXP(ARG)
0127          RO(I)=FLOAT(I-NP)+TRISE*(EXG-1.)
0128          IF(I.LE.NP2) RO(I)=0.
0129       21 CONTINUE
      C
      C
0130          EST=1.E-6
0131          EPS=1.E-9
```

```
FORTRAN IV G LEVEL  21              MAIN              DATE = 84123        15/13/12            PAGE 0004

 0132                CALL QNGRD(EST,EPS,LIMIT,IER,$PR)
              C
              C
 0133                CALL PLOT(RESP,NN)
              C
              C
 0134                STOP
 0135                END
```

BIBLIOGRAFIA

1. HARADA, T. et alii, "A high quality voltage divider using optaelectronics for impulse voltate measurements". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1971, pp.494-500.

2. SCHWAB, A.J., "High-voltage measurement techniques". MIT.PRESS, Cambridge MASS.USA, 1972.

3. ZAENGL, W., "Voltage measurement on UHV Systems".

4. BOWDLER, G.W., "Measurement in High-Voltage Test Circuits", Pergamon Press, OXFORD(1973).

5. OGATA, Katsuhiko, "Modern Control Engineering",Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1970.

6. International Electrotecnical Comission, Publication 60.2, "High-Voltage Test Techniques, Part 2 Test procedure", 1973.

7. W. L. A. Neves, "Resposta degrau de um divisor de potencial capacitivo", Tese de Mestrado, UFPb, Campina Grande, fev/1982.

8. HAWLEY, W. G., "Impulse-Voltage Testing", Chapman & Hall Ltd. London(1959).

9. KIND, DIETER, "An introduction to high-voltage experimental technique", Viewg, Braunschweig, 1928.

10. SCHAWB, A.J., PAGEL, J. H. W., "Precision capacitive voltage divider for impulse voltage measurements". IEEE Transactions on POwer Apparatus and Systems", 1972, pp.2376-2382.

11. H. Singer, H. Steinbigler, P. Weiss, "A charge simulation method for the calculation of high voltage fields". Trans. IEEE, Power Apparatus and Systems, Vol.PAS-93, pp.1660-1668, 1974.

12. H. W. Dommel, "Digital computer solution of electromagnetic transients in single-and multiphase networks". Trans. IEEE, Power Apparatus and Systems, Vol.PAS-88, pp.388-399, 1969.

13. KALSTON, A., H.S. Wilf, "Mathematical methods for Digital Computers", Wiley, 1967.

14. ADBY, P.R., and Dempster N.A.H., "Introduction to Optimization Methods", Chapman & Hall, 1974.

15. GOTTFRIED B.S., WEISMAN J., "Introduction to Optimization theory", Prentice-Hall, New Jersey, 1973.

16. R. Fletcher, C.M. Reeves, "Function minimization by conjugate gradients". Computer Journal, Vol.7,pp. 149-154, 1964.

17. A. F. C. Neto, "Divisor de potencial resistivo para tensão de impulso atē 1MV", Tese de Mestrado, Campina Grande, mar/1983, UFPb.

18. R. A. Rohrer, "Fully Automated Network Design by Digital Computer; Preliminary Consideration",Proc. IEEE, Vol.PAS-53, 1965, pp.1701-1706.

19. S. R., NAIDU, A.F. C. Neto, "The stray capacitance equivalent circuit of resistive voltage dividers". To be published.

WTSF