

FERNANDO NOGUEIRA DE LIMA

LINHAS DE TRANSMISSÃO E SEUS PARÂMETROS  
DEPENDENTES DA FREQUÊNCIA


Dissertação apresentada à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento parcial às exigências para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Processamento da Energia

ORIENTADOR: SREERAMULU RAGHURAM NAIDU

Campina Grande - Pb

janeiro - 1985





L7321 Lima, Fernando Nogueira de.  
Linhas de transmissão e seus parâmetros dependentes da frequência / Fernando Nogueira de Lima. - Campina Grande, 1985.  
143 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1985.  
"Orientação: Prof. Dr. Sreeramulu Raghuram Naidu".  
Referências.

1. Linhas de Transmissão. 2. Frequência - Parâmetro. 3. Processamento de Energia. 4. Engenharia Elétrica - Dissertação. I. Naidu, Sreeramulu Raghuram. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB) III. Título

CDU 621.372.2(043)

LINHAS DE TRANSMISSÃO E SEUS PARÂMETROS  
DEPENDENTES DA FREQUÊNCIA

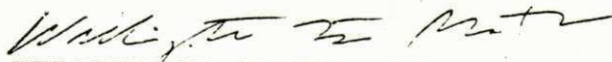
FERNANDO NOGUEIRA DE LIMA

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 25/02/1985



SREERAMULU RAGHURAM NAIDU

Orientador



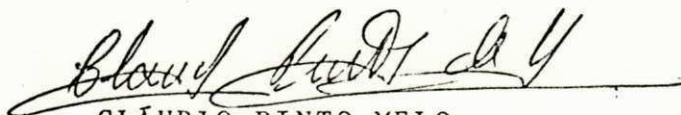
WELLINGTON SANTOS MOTA

Componente da Banca



WASHINGTON EVANGELISTA DE MACEDO

Componente da Banca



CLÁUDIO PINTO MELO

Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB

janeiro - 1985

À minha esposa e filhos

Zoraidy

Tatianne e Rafael



### AGRADECIMENTOS

- Ao Professor Sreeramulu Raghuram Naidu, cuja dedicação e seriedade foram uma constante ao longo deste trabalho.
- À Universidade Federal de Mato Grosso, pela oportunidade e confiança depositada na minha pessoa.
- À minha esposa e filhos, pelo apoio e motivação.
- Ao amigo Antonio do Nascimento Epaminondas pelo apoio técnico concedido.
- Aos funcionários do Núcleo de Processamento de Dados, pela atenção durante a utilização do sistema computacional.

### ABSTRACT

The objective of this thesis is the development of an equivalent model for the power transmission line based on the rational function approximation of transfer functions. The frequency dependence of line parameters and influence of the skin effect are included in this model. The energization transients for the 345 kV "Jaguara-Taquaril" line have been computed with this model.

## RESUMO

Este trabalho tem por objetivo desenvolver um modelo equivalente para linha de transmissão, baseado na aproximação de funções de transferências por funções racionais. A dependência da frequência dos parâmetros da linha e a influência do efeito pelicular são incluídos no modelo. É apresentada a simulação da energização da linha de 345 kV "Jaguara-Taquaril", utilizando-se este modelo.

## RELACÃO DOS PRINCIPAIS SÍMBOLOS

$a_1(t)$  - Função de peso no domínio do tempo

$a_2(t)$  - Função de peso no domínio do tempo

$A_1(j\omega)$  - Função de peso no domínio da frequência

$A_2(j\omega)$  - Função de peso no domínio da frequência

$Be_r$  - Função de Bessel

$Be_i$  - Função de Bessel

$Be_r'$  - Função de Bessel

$Be_i'$  - Função de Bessel

$[b_k(t)]$  - Matriz de funções regressivas no domínio do tempo

$[b_m(t)]$  - Matriz de funções regressivas no domínio do tempo

$[B_k(j\omega)]$  - Matriz de funções regressivas no domínio da frequência

$|B_m(j\omega)|$  - Matriz de funções regressivas no domínio da frequência

$c$  - Capacitância da linha por unidade de comprimento

$C(\omega)$  - Capacitância total da linha

$c_s$  - Capacitância série de fase por unidade de comprimento

$c_m$  - Capacitância mútua entre fases por unidade de comprimento

$|C|$  - Matriz de capacitância por unidade de comprimento

$|C_m|$  - Matriz de capacitância modal

$d$  - Comprimento da linha

$e$  - Tensão genérica em um ponto da linha

$e_k^a(t)$  - Tensão da fase a, nó k

$E^a(t)$  - f.e.m da fase a

$|e|$  - Vetor de tensão de fases no domínio do tempo

$|E|$  - Vetor de tensão de fases no domínio da frequência

$|f_k(t)|$  - Matriz de funções regressivas no domínio do tempo

$|f_m(t)|$  - Matriz de funções progressivas no domínio do tempo

$|F_k(j\omega)|$  - Matriz de funções progressivas no domínio da frequência

$|F_m(j\omega)|$  - Matriz de funções progressivas no domínio da frequência

$G$  - Condutância total da linha

$GMR_i$  - Raio médio geométrico do condutor  $i$

$|G|$  - Matriz de condutância por unidade de comprimento

$|G_m|$  - Matriz de condutância modal

$h_i$  - Altura média sobre a terra do condutor  $i$

$i$  - Corrente em um ponto genérico da linha

$i_{km}(t)$  - Corrente injetada no extremo  $k$

$i_{km}(t-\tau)$  - Histórico da corrente do extremo  $k$

$I_k(t-\tau)$  - Fonte equivalente de corrente no extremo  $k$

$\tilde{I}_i$  - Fasor de corrente  $i = 1, 2, \dots$

$\tilde{I}_a$  - Fasor de corrente da fase  $a$

$\tilde{I}_g$  - Fasor de corrente do condutor aterrado

$|i|$  - Vetor corrente de fase no domínio do tempo

$|I|$  - Vetor corrente de fase no domínio da frequência

$|\tilde{I}_\phi|$  - Vetor de fasores de correntes de fases

$|\tilde{I}_g|$  - Vetor de fasores de correntes dos condutores aterrados

$|\tilde{I}_{abc}|$  - Vetor de fasores de correntes das fases  $a, b, c$

$J_{km}^{0,1,2}$  - Correntes modais no domínio da frequência

$j_{km}(t)$  - Correntes modais no domínio do tempo



$|J_{km}|$  - Vetor de corrente modal injetada no extremo  $k$ , no domínio da frequência

$|J_k(t-\tau)|$  - Fonte equivalente de corrente modal no extremo  $k$

$|j_{km}(t)|$  - Transformada inversa de  $J_{km}$

$Ker$  - Função de Bessel

$Kei$  - Função de Bessel

$Ker'$  - Função de Bessel

$Kei'$  - Função de Bessel

$\ell(\omega)$  - Indutância por unidade de comprimento no domínio da frequência

$\ell_s$  - Indutância própria de fase por unidade de comprimento

$\ell_m$  - Indutância mútua entre fases por unidade de comprimento

$L(\omega)$  - Indutância total da linha no domínio da frequência

$|L|$  - Matriz de indutância por unidade de comprimento

$|L_m|$  - Matriz de indutância modal

$|P|$  - Matriz de coeficientes de Maxwell

$|P_{sim}|$  - Matriz de componentes simétricos

$\tilde{Q}_i$  - Fasor de carga do condutor  $i$

$|Q|$  - Matriz de transformação modal



$R_{ii}$  - Resistência do condutor  $i$

$R'$  - Resistência efetiva de um condutor

$R_{dc}$  - Resistência de corrente contínua

$|R|$  - Matriz de resistência por unidade de comprimento

$|R_m|$  - Matriz de resistência modal

$|S|$  - Matriz de transformação modal

$|T|$  - Matriz de transformação de componentes simétricas

$v_k^{0,1,2}$  - Tensões modais no extremo  $k$  no domínio do tempo

$V_k^{0,1,2}$  - Tensões modais do extremo  $k$  no domínio da frequência

$\tilde{V}_i$  - Fator de tensão do condutor  $i$

$\tilde{V}_a$  - Fator de tensão da fase  $a$

$v$  - Velocidade de propagação da linha

$|V_k|$  - Vetor de tensão modal no extremo  $k$

$|\tilde{V}|$  - Vetor fator de tensão de fases

$|\tilde{V}_g|$  - Vetor fator de tensão de condutores aterrados

$|\tilde{V}_{abc}|$  - Vetor fator de tensão das fases  $a, b, c$

$|\tilde{V}'_{abc}|$  - Derivada de  $\tilde{V}_{abc}$

$X_{0,1,2}$  - Reatâncias dos modos  $0, 1, 2$  de um transformador

$X_s$  - Reatância própria de um transformador

$X_m$  - Reatância mútua de um transformador

$Y_s$  - Admitância de surto da linha

$Y_{0,1,2}$  - Admitâncias dos modos 0,1,2

$|Y|$  - Matriz de admitância por unidade de comprimento

$|Y_m|$  - Matriz de admitância modal

$Z_{0,1,2}$  - Impedâncias dos modos 0,1,2

$z_s$  - Impedância própria de fase por unidade de comprimento

$z_m$  - Impedância mútua entre fases por unidade de comprimento

$Z_s$  - Impedância de surto da linha

$Z_e$  - Impedância de surto equivalente

$|Z_{abc}|$  - Matriz de impedâncias de fase

$|Z_{sim}|$  - Matriz de componentes simétricas

$|Z_c|$  - Matriz de impedância característica

$|Z_c(\omega)|$  - Matriz de impedância característica no domínio da frequência

$|Z_{eq}|$  - Matriz de impedância característica equivalente

$|Z_m|$  - Matriz de impedância modal

$|Z_f|^{-1}$  - Matriz de admitância de surto equivalente da linha

$\delta(t)$  - Função impulso

$\Delta R$  - Termo de correção de Carson

$\Delta X$  - Termo de correção de Carson

$\tau_{0,1,2}$  - Tempos de trânsito dos modos 0,1,2

## ÍNDICE

	PÁGINA
1 INTRODUÇÃO.....	1
2 PARÂMETROS DE LINHA DE TRANSMISSÃO E A SUA DEPENDÊNCIA DA FREQUÊNCIA.....	3
2.1 MÉTODO DE CARSON.....	4
2.1.1 Cálculo da Impedância Série.....	4
2.1.2 Cálculo da Capacitância em Derivação.....	10
2.2 INFLUÊNCIA DOS CONDUTORES ATERRADOS E DOS GEMINAMENTOS.....	11
2.2.1 Condutores Aterrados.....	11
2.2.2 Condutores Geminados.....	13
2.3 DETERMINAÇÃO DAS COMPONENTES SIMÉTRICAS.....	19

2.4 INFLUÊNCIA DO EFEITO PELICULAR NOS PARÂMETROS DA LINHA.....	21
2.4.1 Cálculo da Influência do Efeito Pelicular para um Condutor Sólido.....	21
2.4.2 Cálculo da Influência do Efeito Pelicular para um Condutor Tubular.....	23
2.4.3 Inclusão do Efeito Pelicular no Cálculo dos Parâmetros da Linha.....	24
2.5 UM EXEMPLO PARA O CÁLCULO DOS PARÂMETROS DE UMA LINHA.....	25
2.5.1 Esquema Computacional.....	25
2.5.2 Considerações sobre os Resultados.....	27
3 UM HISTÓRICO DA MODELAGEM DA LINHA DE TRANSMISSÃO NO ESTUDO DOS TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS.....	32
3.1 LINHA MONOFÁSICA SEM PERDAS.....	32
3.2 LINHA TRIFÁSICA SEM PERDAS.....	36
3.3 INCLUSÃO DAS PERDAS.....	44

3.4	MODELAGEM DE PARÂMETROS DE LINHA CONSIDERANDO A DEPENDÊNCIA DA FREQUÊNCIA.....	46
3.4.1	A Técnica de Budner.....	47
3.4.2	A Transformação de Snelson para Características Progressivas e Regressivas.....	53
3.4.3	Modelagem conforme a Formulação Proposta por Marti.....	61
3.4.4	A Técnica de Convolução Recursiva.....	66
3.5	MODELAGEM ATRAVÉS DE FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIAS RACIONAIS.....	69
4	UM MODELO PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO COM OS SEUS PARÂMETROS DEPENDENTES DA FREQUÊNCIA.....	73
4.1	MODELO PARA UMA LINHA DE TRANSMISSÃO SEM PERDAS.....	73
4.2	INCLUSÃO DA RESISTÊNCIA SÉRIE DA LINHA DE TRANSMISSÃO.....	81
4.3	MODELO PARA UMA LINHA TRIFÁSICA CONSIDERANDO A DEPENDÊNCIA DA FREQUÊNCIA E O EFEITO PELICULAR.....	82

4.4	ENERGIZAÇÃO DE UMA INDUTÂNCIA POR UMA LINHA MONOFÁSICA SEM PERDAS.....	84
4.5	ESQUEMA COMPUTACIONAL.....	91
4.6	CONSIDERAÇÕES SOBRE OS RESULTADOS DA SIMULAÇÃO.....	92
5	SIMULAÇÃO DOS TRANSITÓRIOS NA ENERGIZAÇÃO DA LINHA TRIFÁSICA "JAGUARA-TAQUARIL".....	94
5.1	CARACTERÍSTICAS DA LINHA E CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A ENERGIZAÇÃO.....	94
5.2	DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO.....	98
5.3	EQUAÇÕES DESCRITIVAS DO SISTEMAS SEM PERDAS..	99
5.4	ESQUEMA COMPUTACIONAL.....	107
5.5	CONSIDERAÇÕES SOBRE OS RESULTADOS DA SIMULAÇÃO.....	108
	CONCLUSÕES.....	121
APÊNDICE		
	APÊNDICE A - Funções de Bessel.....	122
	APÊNDICE B - Equivalentes dos Parâmetros Concentrados.....	127



	PÁGINA
APÊNDICE C - Programas Computacionais.....	134
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	148

## INDICE DE FIGURAS

FIGURA	PÁGINA
2.1. - Disposição Espacial Genérica de dois Condutores.....	14
2.2 - Sistema de Transmissão com Condutores Aterrados.	14
2.3 - Sistema de Transmissão com Condutores Geminados.	14
2.4 - Linha de Transmissão "Jaguara-Taquaril".....	26
3.1 - Circuito Equivalente de uma Linha Monofásica sem Perdas.....	37
3.2 - Transformação Modal para uma Linha Trifásica....	40
3.3 - Circuito Equivalente para uma Linha com Perdas..	45
(a) Linha de Transmissão	
(b) Circuito Equivalente	
3.4 - Variação dos Parâmetros de uma Linha Típica.....	58
3.5 - Circuito Equivalente de uma Linha no Domínio Modal.....	58

FIGURA	PÁGINA
3.6 - Funções de Peso segundo Meyer e Dommel.....	59
3.7 - Interpretação Física das Funções de Peso conforme Formulação de Meyer e Dommel.....	62
3.8 - Modelo da Linha Considerando a Dependência da Frequência segundo Marti.....	62
3.9 - Funções de Peso segundo Marti.....	63
3.10 - Interpretação Física das Funções de Peso segundo a Formulação de Marti.....	65
3.11 - Circuito R.C. Equivalente para a Impedância Característica.....	65
4.1 - Circuito Geral de quatro Terminais.....	75
4.2 - Circuito T Assimétrico.....	75
4.3 - Modelo Equivalente Proposto para a Linha.....	83
(a) Linha sem Perdas no Domínio Modal	
(b) Circuito Equivalente sem Perdas	
(c) Circuito Equivalente com Perdas	
4.4 - Energização de uma Indutância por uma Linha Monofásica.....	85
(a) Circuito Elétrico	
(b) Circuito Equivalente	
4.5 - Circuitos Equivalentes para o Cálculo das Correntes $i_{km}$ e $i_{mk}$ .....	87

(a) Equivalente para o Cálculo de $I_1$	
(b) Equivalente para o Cálculo de $I_2$	
4.6 - Resultados da Energização da Linha Monofásica....	93
(a) Modelo Convencional	
(b) Modelo Proposto	
5.1 - Sistema de Transmissão Trifásico "Jaguara-Taquaril".....	95
5.2 - Circuito Equivalente do Sistema "Jaguara-Taquaril".....	100
5.3 - Comparação dos Resultados Utilizando os Modelos Convencional e Proposto, sem Perdas e sem Dependência da Frequência.....	109
5.4 - Resultados da Simulação Incluindo as Perdas ao Longo da Linha.....	110
(a) Modelo Convencional	
(b) Modelo Proposto	
5.5 - Resultados da Simulação do Modelo Proposto Incluindo a Dependência da Frequência dos Parâmetros.....	112
5.6 - Resultados da Simulação com o Modelo Proposto para Número de Ramos Distintos.....	112

5.7 - Comparação dos Resultados da Simulação com os Valores Medidos.....	113
(a) Modelo Convencional	
(b) Modelo Proposto	
5.8 - Resultado da Simulação Incluindo a Influência do Efeito Pelicular nos Parâmetros da Linha.....	114

## ÍNDICE DE TABELAS

### PÁGINA

Tabela 2.1 - Dados dos Condutores e Cabos para-raios da Linha "Jaguara-Taquaril".....	29
Tabela 2.2 - Parâmetros da Linha para 60 Hz e 500 Hz..	30
Tabela 2.3 - Resultados da Simulação do Cálculo dos Parâmetros da Linha.....	31
Tabela 5.1 - Tempos de Fechamentos dos Disjuntores....	117
Tabela 5.2 - Parâmetros da Linha para dez Frequências de Ressonância.....	118
Tabela 5.3 - Influência do Efeito Pelicular sobre a Resistência dos Condutores Tubular da Linha.....	119
Tabela 5.4 - Influência do Efeito Pelicular sobre a Resistência dos Condutores Sólidos da Linha.....	119

Tabela 5.5 - Tempos de Simulação para o Modelo Convencional e para o Modelo Proposto na Energização da Linha de 345 kV.....	120
Tabela 5.6 - Requisitos de Memória Utilizando-se o Modelo Convencional e o Modelo Proposto na Energização da Linha de 345 kV....	120



## 1. INTRODUÇÃO

A determinação de modelos equivalentes para o estudo de transitórios, é uma área de grande importância na análise de sistemas de potência. As linhas de transmissão se constituem em um dos mais importantes componentes de uma malha, e em sendo assim, seus equivalentes devem reproduzir, o mais fielmente possível, a distribuição uniforme e a dependência da frequência dos seus parâmetros.

Os modelos atualmente utilizados apresentam limitações tais como: (1) variáveis em função do intervalo de tempo, (2) quando da inclusão da dependência da frequência se faz necessário a utilização de convolução que acarreta significativo aumento no tempo de simulação e do uso de funções de peso que apresentam dificuldades de serem calculadas com exatidão.

O presente estudo trata do desenvolvimento de um modelo equivalente para linhas de transmissão de configuração simples a parâmetros concentrados, capaz de reproduzir satisfatoriamente o comportamento do sistema para uma faixa mais ampla de frequência, levando em consideração a dependência da frequência dos seus parâmetros, bem como a distribuição uniforme e a influência do efeito pelicular.

No capítulo 2 é apresentado o cálculo dos parâmetros de uma linha de transmissão considerando a dependência da frequência, conforme foi proposto por CARSON (1926) <sup>1</sup>, e tendo a linha "Jaguara-Taquaril" da CEMIG como exemplo. Uma revisão de modelos equivalentes utilizados, considerando-se a dependência da frequência dos seus parâmetros é apresentada no capítulo 3. O modelo equivalente proposto no presente estudo é apresentado no capítulo 4, incluindo a simulação para uma linha monofásica. O capítulo 5 apresenta a simulação da energização de uma linha trifásica de 345 kV, considerando a dependência da frequência, as perdas na linha e a influência do efeito pelicular, incluindo a comparação com os resultados obtidos em ensaios de campo realizados na CEMIG (1973) <sup>2</sup>.

## 2. PARÂMETROS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO E A SUA DEPENDÊNCIA COM A FREQUÊNCIA

Devido a facilidade de serem calculados com precisão suficiente, os parâmetros das linhas de transmissão são raramente medidos no campo. Nos sistemas trifásicos, as componentes de sequência nula das correntes são iguais em módulo e fase, fluindo nos condutores de fase e retornando pelo solo através de um condutor neutro, cabos para raios ou através de uma combinação dos mesmos. As perdas na terra influenciam a impedância vista pelas correntes de retorno pela terra e a tensão induzida em circuitos adjacentes durante as falhas, de modo que, no cálculo das reatâncias indutivas e resistências de sequência zero, é necessário utilizar métodos que considerem a resistividade do solo e a distribuição de correntes no mesmo.

Os parâmetros da linha de transmissão variam com a frequência. Esta variação é mais acentuada para os parâmetros de sequência zero e deve também ser levada em consideração.

O método a ser utilizado no presente estudo foi proposto por Carson e será apresentado a seguir.

## 2.1. Método de CARSON

CARSON (1926) <sup>[1]</sup> desenvolveu equações em forma de série para as impedâncias próprias e mútuas de circuitos com retorno pelo solo, considerando a terra de condutividade uniforme e de extensão semi-infinita, bem como condutores paralelos ao solo. Demonstrou que as impedâncias de um circuito com retorno pelo solo, são iguais as impedâncias para um circuito envolvendo o solo perfeito, onde se pode considerar um condutor-imagem a mesma profundidade que a altura do condutor sobre o solo, acrescida de um fator de correção  $\Delta R + j\Delta X$ .

### 2.1.1. Cálculo da Impedância Série

A impedância série é representada por uma matriz simétrica  $[Z]$ , contendo  $(n \times n)$  elementos, onde  $n$  é o número de condutores do circuito. Um elemento  $Z_{ii}$  representa a impedância série própria por unidade de comprimento do condutor  $i$ , com retorno pelo solo. Um elemento  $Z_{ik}$  representa a impedância série mútua por unidade de comprimento, entre os condutores  $i$  e  $k$ . Os valores das impedâncias série são obtidas como segue:

$$Z_{ii} = \{R_{ii} + \Delta R_{ii}\} + j\{2\omega \cdot 10^{-4} \ln(2h_i / GMR_i) + \Delta X_{ii}\} \text{ em ohm/Km}$$

(2.1a)

$$Z_{ik} = Z_{ki} = \Delta R_{ik} + j\{2\omega \cdot 10^{-4} \ln(S_{ik}/s_{ik}) + \Delta X_{ik}\} \text{ em ohm/Km}$$

(2.1b)

onde,

$R_{ii}$  = Resistência do condutor  $i$  em ohms/Km;

$h_i$  = Altura média sobre a terra do condutor  $i$ .

$S_{ik}$  = Distância entre o condutor  $i$  a imagem do condutor  $k$ ;

$s_{ik}$  = Distância direta entre os condutores  $i$  e  $k$ ;

$GMR_i$  = Raio médio geométrico do condutor  $i$ ;

$\omega$  = Frequência angular

$\Delta R$ ,  $\Delta X$  = Termos de correção de Carson que levam em consideração os efeitos do retorno pelo solo.

Os termos de correção são função do ângulo  $\phi$  indicado na figura 2.1 ( $\phi=0$  para as impedâncias próprias e  $\phi=\phi_{ik}$  para as impedâncias mútuas) e do parâmetro  $a$ , sendo:

$$a = KS \sqrt{(f/\rho)} \quad (2.2)$$

onde,

$$K = 4\pi \sqrt{5 \cdot 10^{-4}};$$

$S = 2h_i$  para as impedâncias próprias (em metros);

$S=S_{ik}$  Para as impedâncias mútuas (em metros);

$\rho$  = Resistividade do solo (em ohm-m).

Para elevados valores de frequência ou baixos valores de resistividade do solo, os termos de correção  $\Delta R$  e  $\Delta X$ , tendem para zero e o parâmetro  $a$  tende para infinito. Carson expressou os termos de correção, através de integrais infinitas, as quais podem ser desenvolvidas nas seguintes séries infinitas, válidas para  $a < 5$  e rearranjadas para o propósito computacional.

$$\begin{aligned}
 \Delta R = & 4\omega \cdot 10^{-4} \left\{ \frac{\pi}{8} \right. \\
 & - b_1 a \cos \phi \\
 & + b_2 \left[ (c_2 - 1 \ln a) a^2 \cos 2\phi + \phi a^2 \operatorname{Sen} 2\phi \right] \\
 & + b_3 a^3 \cos 3\phi \\
 & + d_4 a^4 \cos 4\phi \\
 & - b_5 a^5 \cos 5\phi \\
 & + b_6 \left[ (c_6 - 1 \ln a) a^6 \cos 6\phi + \phi a^6 \operatorname{Sen} 6\phi \right] \\
 & + b_7 a^7 \cos 7\phi \\
 & - d_8 a^8 \cos \phi \\
 & - \dots \left. \right\}
 \end{aligned} \tag{2.3a}$$

$$\begin{aligned}
\Delta X = & 40 \cdot 10^{-4} \left\{ \frac{1}{2} (0,6159315 - 1na) \right. \\
& + b_1 a \cos \phi \\
& - d_2 a^2 \cos 2\phi \\
& + b_3 a^3 \cos 3\phi \\
& - b_4 \left[ (c_4 - 1na) a^4 \cos 4\phi + \phi a^4 \operatorname{Sen} 4\phi \right] \\
& + b_5 a^5 \cos 5\phi \\
& - d_6 a^6 \cos 6\phi \\
& + b_7 a^7 \cos 7\phi \\
& - b_8 \left[ (c_8 - 1na) a^8 \cos 8\phi + \phi a^8 \operatorname{Sen} 8\phi \right] \\
& + \dots \left. \right\} \tag{2.3b}
\end{aligned}$$

Os coeficientes  $b_i$ ,  $c_i$  e  $d_i$  são constantes e podem ser calculados previamente e armazenados utilizando-se as seguintes fórmulas recursivas:

$$b_i = b_{i-2} \frac{\operatorname{sign}}{i(i+2)} \quad \text{com: } b_1 = \sqrt{2}/6$$

$$b_2 = 1/16$$



$$c_i = c_{i-2} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i+2} \quad \text{com: } c_2 = 1,3659315 \quad (2.4)$$

$$d_i = \frac{\pi}{4} b_i$$

Com  $\text{sign} = \pm 1$ , mudando para cada 4 (quatro) termos sucessivos ( $\text{sign} = +1$  para  $i = 1, 2, 3, 4$ ;  $\text{sign} = -1$  para  $i = 5, 6, 7, 8$ , etc).

Para os valores do parâmetro  $a$  superiores a cinco ( $a > 5$ ), as seguintes séries são mais recomendadas:

$$\Delta R = \left( \frac{\cos \phi}{a} - \frac{\sqrt{2} \cos 2\phi}{a^2} + \frac{\cos 3\phi}{a^3} + \frac{3 \cos 5\phi}{a^5} - \frac{45 \cos 7\phi}{a^7} \right) \frac{4\omega \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2}} \quad (2.5a)$$

$$\Delta X = \left( \frac{\cos \phi}{a} - \frac{\cos 3\phi}{a^3} + \frac{3 \cos 5\phi}{a^5} + \frac{45 \cos 7\phi}{a^7} \right) \frac{4\omega \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2}} \quad (2.5b)$$

onde,

$$\text{Cos} \phi_{ik} = (h_i + h_k) / S_{ik}$$

$$\text{Seno} \phi_{ik} = X_{ik} / S_{ik}, \quad X_{ik} \text{ está indicado na Figura (2.1).}$$

Para os termos de ordem elevada, as fórmulas recursivas (2.6a) e (2.6b), são mais utilizadas:

$$a^i \text{Cos } i\phi = \{a^{i-1} \text{Cos}(i-1)\phi \text{Cos } \phi - a^{i-1} \text{Seno}(i-1)\phi \text{Seno } \phi\}a$$

(2.6a)

$$a^i \text{Seno } i\phi = \{a^{i-1} \text{Cos}(i-1)\phi \text{Seno } \phi + a^{i-1} \text{Seno}(i-1)\phi \text{Cos } \phi\}a$$

(2.6b)

O número de termos das séries utilizadas por Carson, varia em função da frequência. Entretanto, esta variação não será considerada no presente estudo e o número de termos será mantido fixo.

Em regime permanente, as equações para a queda de tensão por unidade de comprimento ao longo dos  $n$  condutores, podem ser expressadas na forma matricial como segue:

$$\begin{bmatrix} d\tilde{V}_1/dx \\ d\tilde{V}_2/dx \\ \vdots \\ d\tilde{V}_n/dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_1 \\ \tilde{I}_2 \\ \vdots \\ \tilde{I}_n \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

### 2.1.2. Cálculo da Capacitância em Derivação

A capacitância entre os  $n$  condutores e a terra, é representada por uma matriz simétrica  $[C]$ , de  $(n \times n)$  elementos, de modo que um elemento  $C_{ii}$  é a soma das capacitâncias em derivação por unidade de comprimento do condutor  $i$ , para todos os outros e para a terra, e cada elemento  $C_{ik}$  é o valor com sinal trocado da capacitância em derivação por unidade de comprimento entre os condutores  $i$  e  $k$ .

A matriz  $[C]$  é calculada indiretamente a partir da inversão de uma matriz  $[P]$  dos coeficientes de potencial de Maxwell, cujos elementos são calculados a partir da geometria da torre, como segue: <sup>[2]</sup>

$$P_{ii} = 18 \cdot 10^6 \ln(2h_i/r_i) \quad \text{em km/F} \quad (2.8a)$$

$$P_{ik} = 18 \cdot 10^6 \ln(S_{ik}/s_{ik}) \quad \text{em km/F} \quad (2.8b)$$

onde,

$$r_i = \text{Raio do condutor } i$$

$$[C] = [P]^{-1} \quad (2.9)$$

As equações das tensões, para a terra, dos  $n$  condutores em função das respectivas cargas, podem ser expressadas na forma matricial como segue:

$$\begin{bmatrix} \tilde{V}_1 \\ \tilde{V}_2 \\ \vdots \\ \tilde{V}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1} & P_{n2} & \cdots & P_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{Q}_1 \\ \tilde{Q}_2 \\ \vdots \\ \tilde{Q}_n \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

## 2.2. Influência dos Condutores Aterrados e dos Geminamentos

### 2.2.1. Condutores Aterrados

Para analisar a influência dos condutores aterrados, será considerado o sistema indicado na Figura 2.2, contendo 4 condutores, sendo um deles ligado à terra. A equação matricial correspondente para o sistema é: <sup>3</sup>

$$\begin{bmatrix} \tilde{V}_a \\ \tilde{V}_b \\ \tilde{V}_c \\ \tilde{V}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & | & Z_{ag} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & | & Z_{bg} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & | & Z_{cg} \\ \hline Z_{ga} & Z_{gb} & Z_{gc} & | & Z_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_a \\ \tilde{I}_b \\ \tilde{I}_c \\ \tilde{I}_g \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Para simplificar a sua utilização, esta equação matricial pode ser escrita de uma forma dividida como segue:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_\phi \\ \bar{V}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{\phi\phi} & | & z_{\phi-g} \\ \hline z_{g-\phi} & | & z_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_\phi \\ \bar{I}_g \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

onde,

$[z_{\phi\phi}]$  é uma matriz (3x3):

$[\bar{V}_\phi]$  e  $[\bar{I}_\phi]$  são matrizes coluna (3x1).

Da equação (2.12), tem-se:

$$[\bar{V}_\phi] = [z_{\phi\phi}][\bar{I}_\phi] + [z_{\phi-g}][\bar{I}_g] \quad (2.13a)$$

$$[\bar{V}_g] = [z_{g-\phi}][\bar{I}_\phi] + [z_{gg}][\bar{I}_g] \quad (2.13b)$$

Introduzindo-se as condições terminais para o condutor ligado à terra, ou seja  $[\bar{V}_g] = 0$ , tem-se:

$$[\bar{I}_g] = - [z_{gg}]^{-1} [z_{g-\phi}][\bar{I}_\phi] \quad (2.14)$$

Substituindo a equação (2.14) na equação (2.13a), resulta:

$$[\bar{V}_\phi] = [z_{\phi\phi}][\bar{I}_\phi] - [z_{\phi-g}][z_{gg}]^{-1}[z_{g-\phi}][\bar{I}_\phi] \quad (2.15)$$

ou:

$$[\tilde{V}_\phi] = [Z_t][\tilde{I}_\phi] \quad (2.16)$$

onde,

$$[Z_t] = [Z_{\phi\phi}] - [Z_{\phi-g}][Z_{gg}]^{-1}[Z_{g-\phi}] \quad (2.17)$$

Portanto, o efeito do condutor ligado à terra, é o de reduzir cada termo da matriz de impedância na fase original  $[Z_{\phi\phi}]$ , como está indicado no produto tríplice da equação (2.17).

### 2.2.2. Condutores Geminados

Para analisar a influência do geminamento, será considerado o sistema apresentado na Figura 2.3, contendo seis condutores geminados dois a dois. Em regime permanente as equações para a queda de tensão por unidade de comprimento ao longo dos condutores são:

$$- \begin{bmatrix} d\tilde{V}_1/dx \\ d\tilde{V}_2/dx \\ \vdots \\ d\tilde{V}_6/dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{16} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{26} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{61} & Z_{62} & & Z_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_1 \\ \tilde{I}_2 \\ \vdots \\ \tilde{I}_6 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

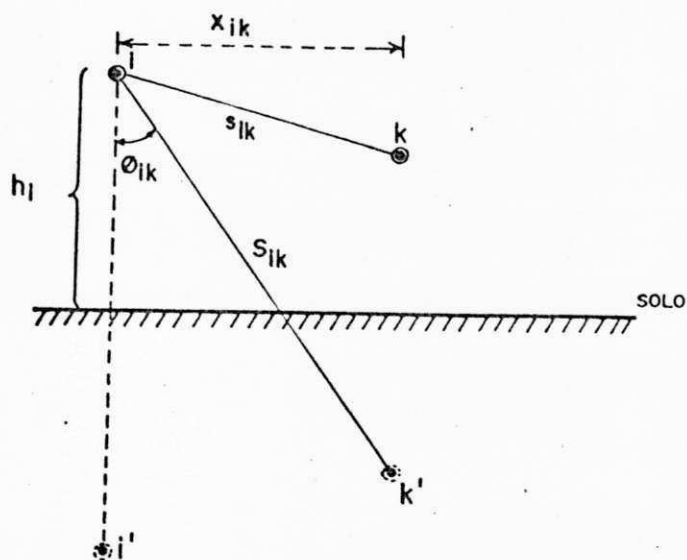


Fig. 2.1 - Disposição espacial de 2 condutores

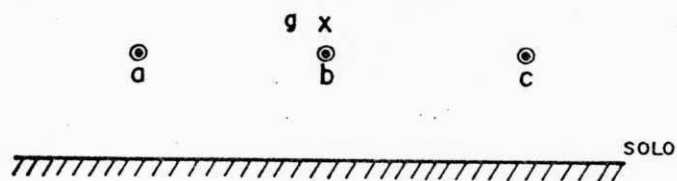


Fig. 2.2 - Sistema de transmissão com condutor aterrado



Fig. 2.3 - Sistema de transmissão com condutores geminados.

Introduzindo-se as condições terminais para os condutores geminados:

$$\begin{aligned}
 - d\tilde{V}_1/dx &= - d\tilde{V}_2/dx = - d\tilde{V}_a/dx \\
 - d\tilde{V}_3/dx &= - d\tilde{V}_4/dx = - d\tilde{V}_b/dx \\
 - d\tilde{V}_5/dx &= - d\tilde{V}_6/dx = - d\tilde{V}_c/dx
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

$$\tilde{I}_1 + \tilde{I}_2 = \tilde{I}_a$$

$$\tilde{I}_3 + \tilde{I}_4 = \tilde{I}_b$$

$$\tilde{I}_5 + \tilde{I}_6 = \tilde{I}_c$$

e, em seguida fazendo-se:  $\tilde{I}_1 = \tilde{I}_a - \tilde{I}_2$ ;  $\tilde{I}_3 = \tilde{I}_b - \tilde{I}_4$  e  $\tilde{I}_5 = \tilde{I}_c - \tilde{I}_6$ , no sistema de equações (2.18), resulta:

$$\begin{bmatrix} d\tilde{V}_a/dx \\ d\tilde{V}_a/dx \\ d\tilde{V}_b/dx \\ d\tilde{V}_b/dx \\ d\tilde{V}_c/dx \\ d\tilde{V}_c/dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{16} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{26} \\ z_{31} & z_{32} & \dots & z_{36} \\ z_{41} & z_{42} & \dots & z_{46} \\ z_{51} & z_{52} & \dots & z_{56} \\ z_{61} & z_{62} & \dots & z_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_a - \tilde{I}_2 \\ \tilde{I}_2 \\ \tilde{I}_b - \tilde{I}_4 \\ \tilde{I}_4 \\ \tilde{I}_c - \tilde{I}_6 \\ \tilde{I}_6 \end{bmatrix}$$

(2.20)



desenvolvendo-se cada uma das equações, tem-se:

$$-d\tilde{V}_a/dx = Z_{11}(\tilde{I}_a - \tilde{I}_2) + Z_{12}\tilde{I}_2 + Z_{13}(\tilde{I}_b - \tilde{I}_4) + Z_{14}\tilde{I}_4 + Z_{15}(\tilde{I}_c - \tilde{I}_5) + Z_{16}\tilde{I}_6$$

$$-d\tilde{V}_a/dx = Z_{21}(\tilde{I}_a - \tilde{I}_2) + Z_{22}\tilde{I}_2 + Z_{23}(\tilde{I}_b - \tilde{I}_4) + Z_{24}\tilde{I}_4 + Z_{25}(\tilde{I}_c - \tilde{I}_5) + Z_{26}\tilde{I}_6$$

⋮

$$-d\tilde{V}_c/dx = Z_{61}(\tilde{I}_a - \tilde{I}_2) + Z_{62}\tilde{I}_2 + Z_{63}(\tilde{I}_b - \tilde{I}_4) + Z_{64}\tilde{I}_4 + Z_{65}(\tilde{I}_c - \tilde{I}_5) + Z_{66}\tilde{I}_6$$

ou:

$$-d\tilde{V}_a/dx = Z_{11}\tilde{I}_a + (Z_{12} - Z_{11})\tilde{I}_2 + Z_{13}\tilde{I}_b + (Z_{14} - Z_{13})\tilde{I}_4 + Z_{15}\tilde{I}_c + (Z_{16} - Z_{15})\tilde{I}_6$$

$$-d\tilde{V}_a/dx = Z_{21}\tilde{I}_a + (Z_{22} - Z_{21})\tilde{I}_2 + Z_{23}\tilde{I}_b + (Z_{24} - Z_{23})\tilde{I}_4 + Z_{25}\tilde{I}_c + (Z_{26} - Z_{25})\tilde{I}_6$$

⋮

$$-d\tilde{V}_c/dx = Z_{61}\tilde{I}_a + (Z_{62} - Z_{61})\tilde{I}_2 + Z_{63}\tilde{I}_b + (Z_{64} - Z_{63})\tilde{I}_4 + Z_{65}\tilde{I}_c + (Z_{66} - Z_{65})\tilde{I}_6$$

Estas equações podem ser escritas na forma matricial:

$$- \begin{bmatrix} d\tilde{V}_a/dx \\ d\tilde{V}_a/dx \\ \cdot \\ \cdot \\ d\tilde{V}_c/dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z'_{12} & Z_{13} & Z'_{14} & Z_{15} & Z'_{16} \\ Z_{21} & Z'_{22} & Z_{23} & Z'_{24} & Z_{25} & Z'_{26} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{61} & Z'_{62} & Z_{63} & Z'_{64} & Z_{65} & Z'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_a \\ \tilde{I}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \tilde{I}_6 \end{bmatrix}$$

onde,

$$Z'_{ik} = Z_{ik} - Z_{i(k-1)}$$

Para a eliminação das correntes  $\tilde{I}_2$ ,  $\tilde{I}_4$  e  $\tilde{I}_6$  no sistema matricial (2.21), efetua-se as seguintes operações e permutações nas linhas e colunas da matriz de impedância:

1. Linha 2 = Linha 2 - Linha 1
2. Linha 4 = Linha 4 - Linha 3
3. Linha 6 = Linha 6 - Linha 5
4. Linha 2  $\leftrightarrow$  Linha 3; coluna 2  $\leftrightarrow$  coluna 3
5. Linha 4  $\leftrightarrow$  Linha 5; coluna 4  $\leftrightarrow$  coluna 5
6. Linha 3  $\leftrightarrow$  Linha 4; coluna 3  $\leftrightarrow$  coluna 4

que modificam o sistema de equações (2.21) para a seguinte forma:

$$- \begin{bmatrix} d\tilde{V}_a/dx \\ d\tilde{V}_b/dx \\ d\tilde{V}_c/dx \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{alt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_a \\ \tilde{I}_b \\ \tilde{I}_c \\ \tilde{I}_2 \\ \tilde{I}_4 \\ \tilde{I}_6 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Através de procedimento análogo ao utilizado para a eliminação dos condutores aterrados depois da inclusão das condições terminais, obtêm-se:

$$- \begin{bmatrix} d\tilde{V}_a/dx \\ d\tilde{V}_b/dx \\ d\tilde{V}_c/dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_a \\ \tilde{I}_b \\ \tilde{I}_c \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

ou, da forma simbolicamente simplificada:

$$-[\tilde{V}_{abc}] = [Z_{abc}] [\tilde{I}_{abc}] \quad (2.24)$$

onde,

$[Z_{abc}]$  é a matriz de fase

É possível encontrar-se também, o seguinte sistema de equações para as tensões em relação à terra, em função das respectivas cargas:

$$\begin{bmatrix} \tilde{V}_a \\ \tilde{V}_b \\ \tilde{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{aa} & P_{ab} & P_{ac} \\ P_{ba} & P_{bb} & P_{bc} \\ P_{ca} & P_{cb} & P_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{Q}_a \\ \tilde{Q}_b \\ \tilde{Q}_c \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

### 2.3. Determinação das Componentes Simétricas

As impedâncias e capacitâncias de componentes simétricos são calculadas a partir das matrizes de fase, pela transformação linear:

$$[Z_{\text{sim}}] = [T]^{-1} [Z_{\text{abc}}] [T] \quad (2.26a)$$

$$[P_{\text{sim}}] = [T]^{-1} [P_{\text{abc}}] [T] \quad (2.26b)$$

onde,

$$[T] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (2.27a)$$

$$[T]^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (2.27b)$$

ou, aplicando-se a transformação de Karrenbauer, já que as matrizes de fase são simétricas e possuem os elementos diagonais e os elementos não diagonais iguais, ou seja:

$$[Z_{abc}] = \begin{bmatrix} z_s & z_m & z_m \\ z_m & z_s & z_m \\ z_m & z_m & z_s \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

portanto:

$$Z_0 = z_s + 2z_m \quad (2.29a)$$

$$Z_1 = z_s - z_m \quad (2.29b)$$

$$Z_2 = Z_1 \quad (2.29c)$$

Se as linhas forem transpostas, então os elementos fora da diagonal principal nas matrizes  $[Z_{sim}]$  e  $[P_{sim}]$ , representam o acoplamento entre as grandezas de seqüências e devem ser ignorados.

## 2.4. Influência do Efeito Pelicular nos Parâmetros da Linha

Com o aumento da frequência, a corrente através do condutor é cada vez mais distribuída pela superfície do mesmo e, como consequência, ocorre um acréscimo na resistência do condutor e um decréscimo na sua indutância. Sendo a resistência do condutor a principal responsável pelas perdas ao longo da linha, se faz necessário incluir a influência do efeito pelicular nos cálculos dos seus parâmetros.

### 2.4.1. Cálculo da Influência do Efeito Pelicular para um Condutor Sólido

A resistência efetiva para um condutor sólido é dada pela equação: (Ver Apêndice A).

$$R' = \frac{\rho_m}{2\pi r} \frac{\text{ber } mr \cdot \text{bei}'mr - \text{bei } mr \cdot \text{ber}'mr}{(\text{bei}'mr)^2 + (\text{ber}'mr)^2} \quad \text{em ohm/m} \quad (2.30)$$

À medida que a frequência se aproxima de zero a resistência efetiva aproxima-se da resistência para a corrente contínua. Para baixas frequências, a distribuição de corrente torna-se mais uniforme, de maneira que podemos escrever <sup>[4]</sup>:

$$R_{dc} = \rho/A = \rho/(\pi r^2) \quad \text{em ohm/m} \quad (2.31)$$

onde,

$r$  = Raio do condutor em metros;

$\rho$  = Resistividade do solo em ohm-m.

A relação entre a resistência efetiva e a resistência para a corrente contínua é:

$$\frac{R'}{R_{dc}} = \frac{mr}{2} \frac{\text{ber } mr \cdot \text{bei}'mr - \text{bei } mr \cdot \text{ber}'mr}{(\text{bei}'mr)^2 + (\text{ber}'mr)^2} \quad (2.32)$$

onde,

$$mr = 15,84 \cdot 10^{-4} \sqrt{(\mu_r f / R_{dc})} \quad \text{em ohm/m;} \quad (2.33)$$

$\mu_r$  = Permeabilidade relativa;

$f$  = Frequência em Hz;

$R_{dc}$  = Resistência do condutor para c.c. em ohm/km.

$R'$  = Resistência incluindo o efeito pelicular em ohm/km.

### 2.4.2. Cálculo da Influência do Efeito Pelicular para um Condutor Tubular

Para materiais não-magnéticos, a resistência efetiva é calculada a partir da equação (2.34), separando-se a parte real e a parte imaginária<sup>5</sup>.

$$\frac{R' + j L_{int}}{R_{dc}} = j \frac{1}{2} m r (1-S)^2 \frac{(\text{ber } m r + j \text{bei } m r) + \alpha (\text{ker } m r + j \text{kei } m r)}{(\text{ber } 'm r + j \text{bei } 'm r) + \alpha (\text{ker } 'm r + j \text{kei } 'm r)}$$
(2.34)

onde,

$$\alpha = - \frac{\text{ber } 'm q + j \text{bei } 'm q}{\text{ker } 'm q + j \text{kei } 'm q}$$
(2.35)

$R'$  = Resistência incluindo o efeito pelicular em  
ohm/km;

$R_{dc}$  = Resistência para a corrente contínua em  
ohm/km;

$L_{int}$  = Indutância incluindo o efeito pelicular em  
H/km;

$r$  = Raio externo do condutor;

$q$  = Raio interno do condutor

$$S = \frac{q}{r}$$



$$(mr)^2 = K \frac{1}{1-s^2} \quad (2.36)$$

$$(mq)^2 = K \frac{s^2}{1-s^2} \quad (2.37)$$

$$K = \frac{8\pi \cdot 10^{-4} f}{R_{dc}} \quad (2.38)$$

Observe que a equação (2.30), é uma decorrência da equação (2.34), quando tem-se  $q=0$ .

As equações para o cálculo das funções de Bessel encontram-se no apêndice A.

#### 2.4.3. Inclusão do Efeito Pelicular no Cálculo dos Parâmetros da Linha

Para se levar em consideração a influência do efeito pelicular nos cálculos dos parâmetros de linha, é necessário modificar os valores das resistências dos condutores que compõem a linha, utilizando-se as equações (2.32) e (2.34). Estes novos valores calculados serão utilizados na montagem da matriz de impedância  $[Z]$ , conforme as equações (2.1a) e (2.1b). Em seguida, elimina-se os geminamentos e os cabos para-raios, obtendo-se a matriz de fase  $[Z_{abc}]$  e finalmente,

a matriz das componentes simétricas  $'Z_{sim}'$ , conforme os procedimentos apresentados anteriormente.

## 2.5. Um Exemplo para o Cálculo dos Parâmetros de uma Linha

Serão calculados os parâmetros da linha de transmissão "Jaguara-Taquaril". Esta é uma linha tranposta de 345 kV, com 398 km de extensão, utilizando condutores geminados (2 x 954 MCM-ACSR). A linha está protegida por dois cabos para-raios de aço galvanizado (EHS-3/8") transpostos, isolados nas estruturas e aterradas nas subestações terminais. A configuração dos condutores na estrutura e no meio do vão, está apresentada na Figura 2.4. Os dados a serem utilizados para os condutores estão apresentados na Tabela 2.1. A altura a ser utilizada será a altura média dos condutores, acrescida de um terço da flecha. A condutividade média do solo será de 100 ohm-m.

### 2.5.1. Esquema Computacional

- a) Modificar os valores das resistências dos condutores através das equações (2.30) e (2.34), para levar em consideração o efeito pelicular.

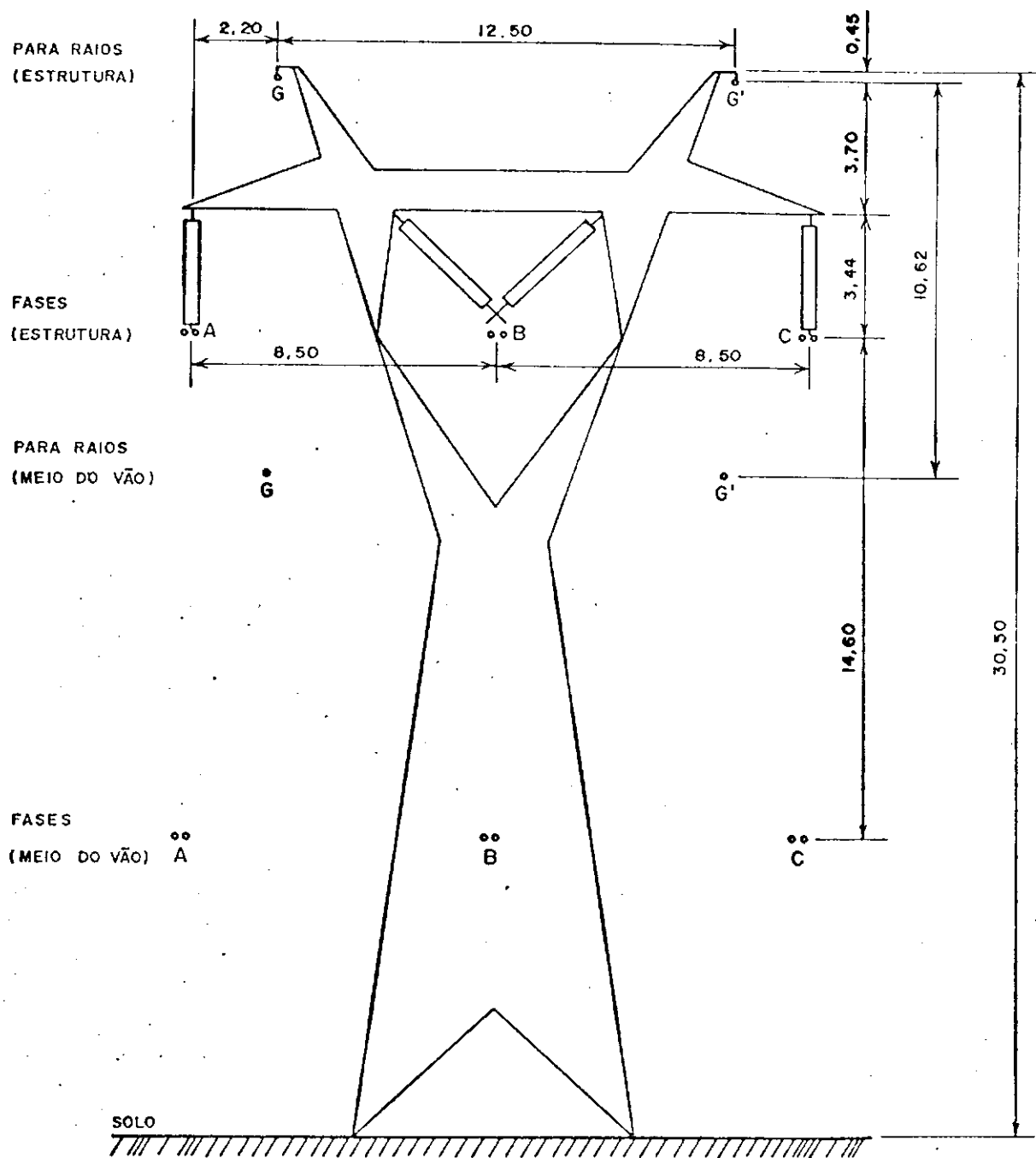


Fig. 2.4 - Linha de transmissão JAGUARA-TAQUARIL disposição dos condutores - escala: 1/200 cotas em metro.

- b) Obter as matrizes  $[Z]$  e  $[P]$  de ordem  $(8 \times 8)$ , utilizando-se as equações (2.1a), (2.1b), (2.8a) e (2.8b), para a frequência desejada.
- c) Efetuar a eliminação dos cabos para-raios, conforme o procedimento da seção (2.2.1), nas matrizes  $[Z]$  e  $[P]$ .
- d) Efetuar a eliminação dos geminamentos, conforme o procedimento da seção (2.2.2), obtendo-se as matrizes de fase  $[Z_{abc}]$ ,  $[P_{abc}]$ , de ordem  $(3 \times 3)$ .
- e) Transformar as matrizes de fase  $[Z_{abc}]$  e  $[P_{abc}]$ , nas matrizes de componentes simétricos  $[Z_{sim}]$  e  $[P_{sim}]$ , através da transformação de Karrenbauer (Ver seção 2.3).
- f) Calcular a matriz  $[C_{sim}]$ , através da inversão da matriz  $[P_{sim}]$ .
- g) Calcular os parâmetros da linha, a partir das impedâncias e capacitâncias de componentes simétricas.

Obs.: Caso não se queira considerar o efeito pelicular o ítem (a) deve ser omitido.

#### 2.5.2. Considerações sobre os Resultados

Os resultados obtidos nesta simulação estão apresentados na Tabela 2.2, e concordam, de maneira geral, com os valores obtidos na simulação realizada por Carlos A. F. Cunha (1973) <sup>2</sup> na CEMIG, apresentados na Tabela 2.3. A diferença ocorrida entre os dois resultados pode ser atribuído ao fato de não possuímos informações sobre o número de termos utilizados nas séries de Carson, nem dos dados usados na simulação, tendo sido necessário obtê-los de outras fontes.

De acordo com os estudos realizados na CEMIG, durante os transitórios de energização da linha, a 7.<sup>a</sup> harmônica (420 Hz) prevaleceu nas sobretensões sustentadas, razão pela qual foram apresentados também os cálculos dos parâmetros para uma frequência de 500 Hz.

Na simulação não foi considerado o efeito pelicular.

DADOS	CONDUTORES	
	954 MCM-ACSR	EHS-3/8"
Resistência (ohms/km)	0,06103	3,6917
Raio (Km)	$1,495 \cdot 10^{-5}$	$0,457 \cdot 10^{-5}$
GMR (Km)	$12,28 \cdot 10^{-6}$	$3,56 \cdot 10^{-6}$

Tabela 2.1 - Dados da Linha "Jaguara-Taquaril".

PARÂMETROS	UNIDADE	60 Hz	500 Hz
		Por km	Por km
Resistência de Sequência Positiva( $R_1$ )	ohm	0,03132	0,05031
Reatância de Sequência Positiva( $X_1$ )	ohm	0,37452	3,09524
Capacitância de Sequência Positiva( $C_1$ )	$\mu$ F	0,01194	0,01194
Resistência de Sequência Zero( $R_0$ )	ohm	0,34959	1,60430
Reatância de Sequência Zero( $X_0$ )	ohm	1,25859	6,44246
Capacitância de Sequência Zero( $C_0$ )	$\mu$ F	0,00883	0,00883

Tabela 2.2 - Parâmetros da Linha "Jaguara-Taquaril".

PARÂMETROS	UNIDADE	60 Hz	500 Hz
		Por km	Por km
Resistência de Sequência Positiva( $R_1$ )	ohm	0,03419	0,05712
Reatância de Sequência Positiva( $X_1$ )	ohm	0,37478	3,11626
Capacitância de Sequência Positiva( $C_1$ )	$\mu F$	0,01180	0,01180
Resistência de Sequência Zero( $R_0$ )	ohm	0,32183	1,31794
Reatância de Sequência Zero( $X_0$ )	ohm	1,26693	7,36875
Capacitância de Sequência Zero( $C_0$ )	$\mu F$	0,00800	0,00800

Tabela 2.3 - Parâmetros da Linha "Jaguara-Taquaril" (Dommel e Cunha, 1973).



### 3. UM HISTÓRICO DA MODELAGEM DA LINHA DE TRANSMISSÃO NO ESTUDO DOS TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS

Os circuitos T nominal e  $\pi$  nominal não representam fielmente o comportamento de uma linha de transmissão, por não considerarem a distribuição uniforme dos seus parâmetros. À medida que o comprimento da linha aumenta, os resultados obtidos daqueles circuitos se afastam do comportamento real da linha. Nos estudos de transitórios eletromagnéticos, a determinação de modelos equivalentes que possam reproduzir satisfatoriamente a distribuição uniforme e a dependência da frequência dos parâmetros das linhas de transmissão, tem sido objeto de estudo ao longo dos anos.

Neste capítulo, será feito um breve histórico dos modelos equivalentes mais utilizados na literatura específica do assunto.

#### 3.1. Linha Monofásica sem Perdas

A tensão "e" e a corrente "i" em um ponto x ao longo

de uma linha sem perdas, com indutância  $\ell$  e capacitância  $c$  por unidade de comprimento, se relacionam entre si como segue: |6|

$$-\frac{\partial e}{\partial x} = \ell \frac{\partial i}{\partial t} \quad (3.1a)$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = c \frac{\partial e}{\partial t} \quad (3.1b)$$

A solução geral dessas equações é:

$$i(x,t) = f_1(x-vt) + f_2(x+vt) \quad (3.2a)$$

$$e(x,t) = Z_s f_1(x-vt) - Z_s f_2(x+vt) \quad (3.2b)$$

onde,  $f_1$  e  $f_2$  são funções arbitrárias das variáveis  $(x-vt)$  e  $(x+vt)$ . Fisicamente,  $f_1(x-vt)$  é uma onda progressiva e  $f_2(x+vt)$  é uma onda regressiva, que viajam com velocidade:

$$v = 1/\ell c \quad (3.3)$$

Das equações (3.2a) e (3.2b) obtêm-se:

$$e(x,t) + Z_s i(x,t) = 2Z_s f_1(x-vt) \quad (3.4)$$

$$e(x,t) - Z_s i(x,t) = -2Z_s f_2(x+vt) \quad (3.5)$$

onde,

$$Z_s = \sqrt{(\ell/c)} \quad (3.6)$$

é a impedância de surto da linha.

Na equação (3.4), a expressão  $(e+Zi)$  é constante se  $(x-vt)$  também for constante. Do mesmo modo, se  $(x+vt)$  for constante, a expressão  $(e-Zi)$  na equação (3.5) também é. Sendo assim, para um observador imaginário, viajando ao longo da linha na direção da onda positiva, com velocidade  $\underline{v}$ . Então para este observador  $(x-vt)$  e conseqüentemente  $(e+Zi)$  será constante ao longo da linha.

O tempo de trânsito de um a outro extremo da linha de comprimento  $\underline{d}$  é:

$$\tau = \frac{d}{v} = d/(\ell c) \quad (3.7)$$

Desta forma conclui-se que, para um observador deslocando-se de um extremo da linha em  $t-\tau$  para o outro extremo em  $t$ , a expressão  $(e+Zi)$  é a mesma nos dois extremos da linha, sendo assim podemos escrever que:

$$e_m(t-\tau) + Z_s i_{km}(t-\tau) = e_k(t) + Z(-i_{km}(t)) \quad (3.8)$$

de onde resulta:

$$i_{km}(t) = \frac{1}{Z_s} e_k(t) - I_k(t-\tau) \quad (3.9a)$$

Similarmente tem-se:

$$i_{mk}(t) = \frac{1}{Z_s} e_m(t) - I_m(t-\tau) \quad (3.9b)$$

onde,

$$I_k(t-\tau) = \frac{1}{Z_s} e_m(t-\tau) + i_{mk}(t-\tau) \quad (3.10a)$$

$$I_m(t-\tau) = \frac{1}{Z_s} e_k(t-\tau) + i_{km}(t-\tau) \quad (3.10b)$$

As equações acima, são uma combinação dos valores históricos de tensões e correntes determinadas no tempo 't-τ'. Desta forma, para o tempo 't' podemos escrever que:

$$I_k(t) = \frac{1}{Z_s} e_m(t) + i_{mk}(t) \quad (3.11a)$$

$$I_m(t) = \frac{1}{Z_s} e_k(t) + i_{km}(t) \quad (3.11b)$$

Procedendo-se a substituição das equações (3.9b) e (3.9a) nas equações (3.11a) e (3.11b), respectivamente, resulta:

$$I_k(t) = \frac{2}{Z_s} e_m(t) - I_m(t-\tau) \quad (3.12a)$$

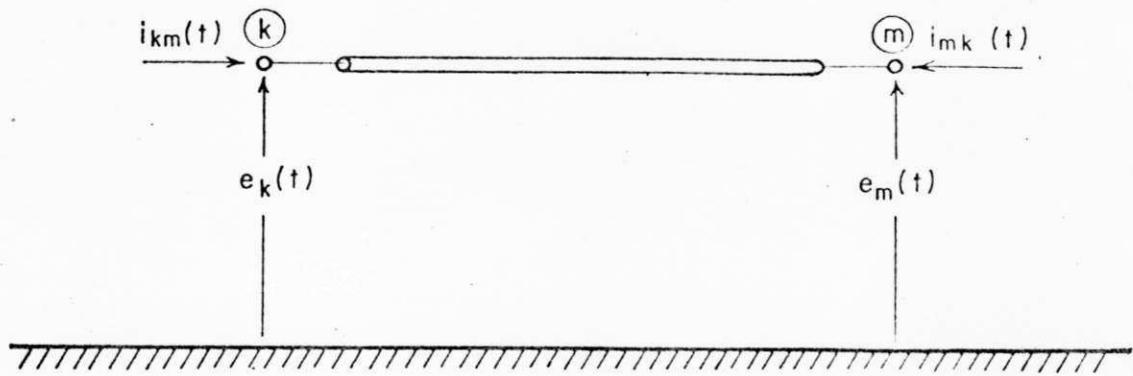
$$I_m(t) = \frac{2}{Z_s} e_k(t) - I_k(t-\tau) \quad (3.12b)$$

que sugerem o modelo equivalente apresentado na Figura 3.1, onde  $I_k(t)$  e  $I_m(t)$  são representadas como fontes equivalentes de correntes. Este modelo pode ser utilizado em qualquer sistema monofásico ou polifásico. É particularmente adequado para análise de transitórios eletromagnéticos através de computador digital, e possibilita a inclusão da dependência da frequência dos parâmetros da linha. Neste modelo, os terminais da linha não estão conectados, entretanto, as condições de um terminal são "sentidas" no outro indiretamente após um atraso  $\tau$ . Os circuitos equivalentes para os parâmetros concentrados, estão apresentados no apêndice B.

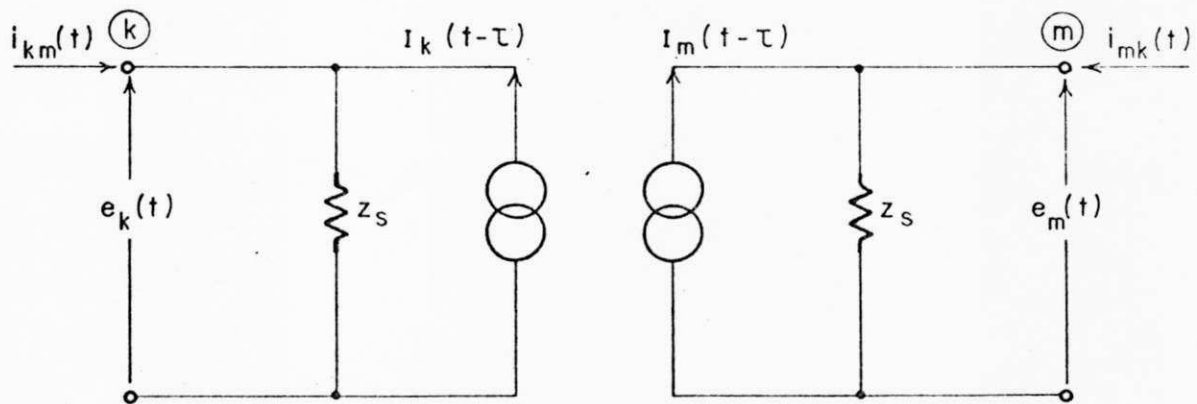
### 3.2. Linha Trifásica sem Perdas

O modelo equivalente utilizado para linhas monofásicas, pode ser utilizado para representar linhas trifásicas, para tanto, é necessário substituir-se as grandezas escalares por grandezas matriciais. Tal procedimento para as capacitâncias e indutâncias com acoplamento entre fases, é feito de maneira imediata. Em se tratando de uma linha trifásica o desacoplamento das fases é feito através da transformação das grandezas de fase em grandezas modais, e sendo assim, cada modo será resolvido independentemente, como será apresentado a seguir. <sup>[5]</sup>

Para uma linha trifásica sem perdas, as equações correspondentes são:



( a )



( b )

Fig. 3.1 - Circuito equivalente de uma linha sem perdas

a) Linha de transmissão

b) Circuito equivalente

$$- \frac{\partial}{\partial x}[e] = [L] \frac{\partial}{\partial t}[i] \quad (3.13a)$$

$$- \frac{\partial}{\partial x}[i] = [C] \frac{\partial}{\partial t}[e] \quad (3.13b)$$

daí,

$$\frac{\partial^2 [e]}{\partial x^2} = [L][C] \frac{\partial^2 [e]}{\partial t^2} \quad (3.14a)$$

$$\frac{\partial^2 [i]}{\partial x^2} = [L][C] \frac{\partial^2 [i]}{\partial t^2} \quad (3.14b)$$

onde,

$[L]$ ,  $[C]$  são matrizes de (3 x 3) elementos;

$[e]$ ,  $[i]$  são vetores de (3 x 1) elementos.

Devido ao acoplamento entre fases, os elementos fora das diagonais das matrizes  $[L]$  e  $[C]$ , não são nulos, de modo que, a solução das equações (3.14a) e (3.14b) se torna complicada. Entretanto, tal dificuldade é contornada através da transformação das variáveis de fase em variáveis modais, de maneira a tornar as matrizes não-diagonais de fase em matrizes diagonais modais. As equações no domínio modal são independentes e portanto, podem ser resolvidas separada

mente como se fossem linhas monofásicas. A figura 3.2 apresenta a transformação modal para uma linha trifásica.

No desacoplamento das fases serão utilizadas as matrizes de transformação  $[S]$  e  $[Q]$ , tal que:

$$[E] = [S][V] \quad (3.15a)$$

$$[I] = [Q][J] \quad (3.15b)$$

onde,

$[E]$  Vetor tensão de fase;

$[I]$  Vetor corrente de fase;

$[V]$  Vetor tensão modal;

$[J]$  Vetor corrente modal

e,

$$[S] = [Q] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (3.16a)$$

$$[S]^{-1} = [Q]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.16b)$$



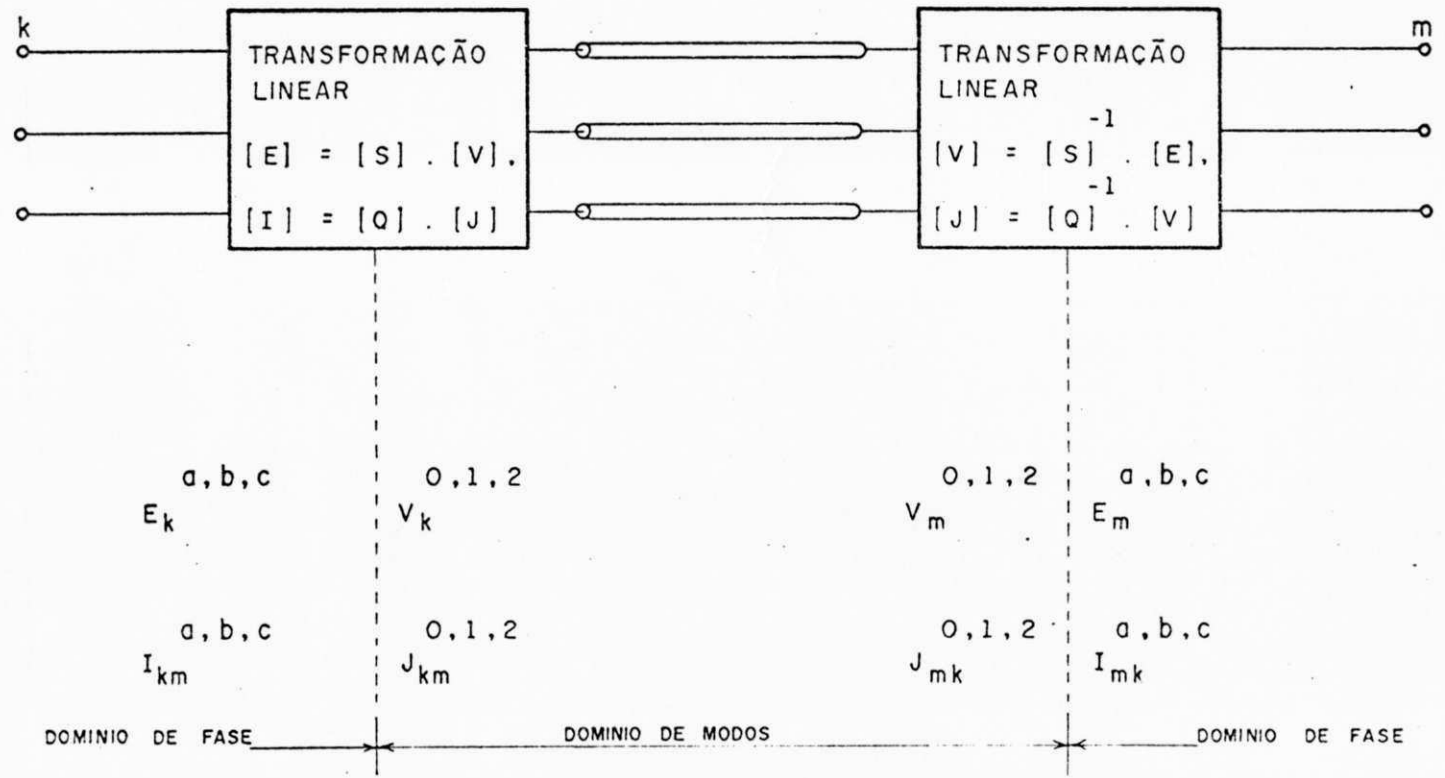


Fig.3.2 - Transformação modal para uma linha trifásica.

Sendo assim, as equações (3.13a) e (3.13b) podem ser escritas como segue:

$$\begin{bmatrix} \partial V_0 / \partial x \\ - \partial V_1 / \partial x \\ \partial V_2 / \partial x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\ell_s + 2\ell_m) & 0 & 0 \\ 0 & (\ell_s - \ell_m) & 0 \\ 0 & 0 & (\ell_s - \ell_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial J_0 / \partial t \\ \partial J_1 / \partial t \\ \partial J_2 / \partial t \end{bmatrix}$$

(3.17a)

$$\begin{bmatrix} \partial J_0 / \partial x \\ - \partial J_1 / \partial x \\ \partial J_2 / \partial x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (c_s - 2c_m) & 0 & 0 \\ 0 & (c_s + c_m) & 0 \\ 0 & 0 & (c_s + c_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial V_0 / \partial t \\ \partial V_1 / \partial t \\ \partial V_2 / \partial t \end{bmatrix}$$

(3.17b)

o que possibilita escrever, de acordo com as equações (3.9a) e (3.9b):

$$\begin{bmatrix} j_{km}^0(t) \\ j_{km}^1(t) \\ j_{km}^2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k^0(t) \\ v_k^1(t) \\ v_k^2(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} J_k^0(t-\tau_0) \\ J_k^1(t-\tau_1) \\ J_k^2(t-\tau_2) \end{bmatrix}$$

(3.18a)

$$\begin{bmatrix} j_{mk}^0(t) \\ j_{mk}^1(t) \\ j_{mk}^2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_m^0(t) \\ v_m^1(t) \\ v_m^2(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} J_m^0(t-\tau_0) \\ J_m^1(t-\tau_1) \\ J_m^2(t-\tau_2) \end{bmatrix}$$

onde,

$$Z_0 = ((\ell_s + 2\ell_m) / (c_s - 2c_m))^{1/2} \quad (3.19a)$$

$$Z_1 = Z_2 = ((\ell_s - \ell_m) / (c_s + c_m))^{1/2} \quad (3.19b)$$

São impedâncias de surto modais da linha.

$$\tau_0 = d((\ell_s + 2\ell_m)(c_s - 2c_m))^{1/2} \quad (3.20a)$$

$$\tau_1 = \tau_2 = d((\ell_s - \ell_m)(c_s + c_m))^{1/2} \quad (3.20b)$$

São os tempos de trânsitos modais.

As equações correspondentes, no domínio da fase, podem ser escritas de forma simplificada como segue:

$$[i_{km}(t)] = [Z_f]^{-1} [e_k(t)] - [I_k(t-\tau)] \quad (3.21a)$$

$$[i_{mk}(t)] = [Z_f]^{-1} [e_m(t)] - [I_m(t-\tau)] \quad (3.21b)$$

onde,

$$[I_k(t-\tau)] = [S][J_k(t-\tau)] \quad (3.22a)$$

$$[I_m(t-\tau)] = [S][J_m(t-\tau)] \quad (3.22b)$$

e

$$[Z_f]^{-1} = [S][Z_c]^{-1}[S]^{-1} \quad (3.22c)$$

é a matriz admitância de surto equivalente da linha.

Considerando que as equações da linha trifásica são similares às da linha monofásica, podemos escrever que:

$$[I_k(t)] = [Z_f]^{-1} [e_m(t)] + [i_{mk}(t)] \quad (3.23a)$$

$$[I_m(t)] = [Z_f]^{-1} [e_k(t)] + [i_{km}(t)] \quad (3.23b)$$

ou:

$$[I_k(t)] = 2[Z_f]^{-1} [e_m(t)] - [I_m(t-\tau)] \quad (3.24a)$$

$$[I_m(t)] = 2[Z_f]^{-1} [e_k(t)] - [I_k(t-\tau)] \quad (3.24b)$$

### 3.3. Inclusão das Perdas

Uma das possibilidades para a inclusão das perdas, é considerar a resistência série da linha concentrada no meio e nas suas extremidades, ou seja, a linha é dividida em dois segmentos, um quarto da sua resistência total é concentrada em ambas as extremidades e a outra metade é concentrada no meio da linha, conforme a Figura 3.3a. Para este caso, pode-se mostrar que: <sup>[6]</sup>

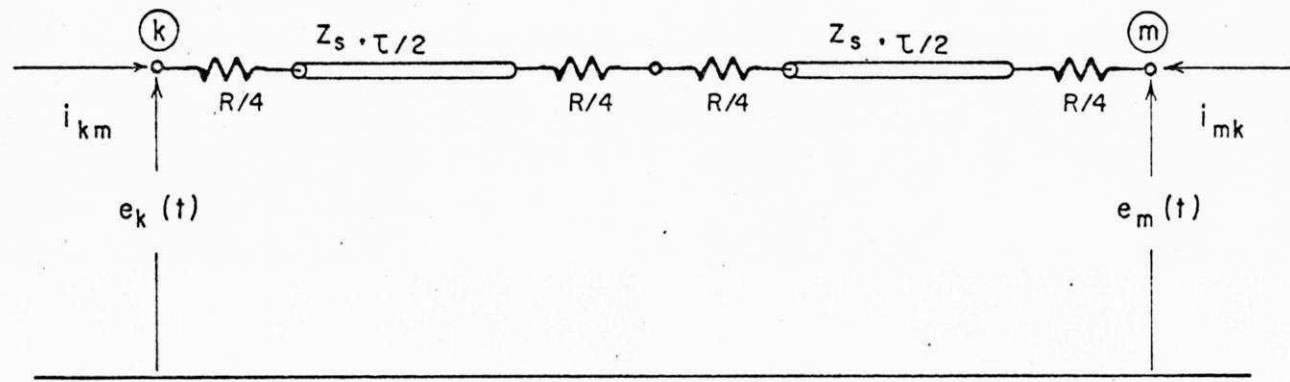
$$i_{km}(t) = \frac{1}{Z_e} e_k(t) - I_k(t-\tau) \quad (3.25a)$$

$$i_{mk}(t) = \frac{1}{Z_e} e_m(t) - I_m(t-\tau) \quad (3.25b)$$

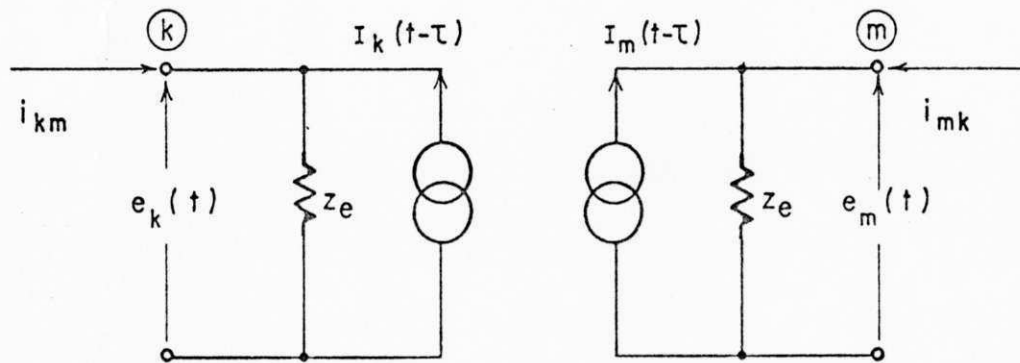
onde,

$$\begin{aligned} I_k(t-\tau) &= \frac{1+H}{2} e \left\{ \frac{1}{Z_e} e_m(t-\tau) + i_{mk}(t-\tau) \right\} \\ &+ \frac{1-H}{2} e \left\{ \frac{1}{Z_e} e_k(t-\tau) + i_{km}(t-\tau) \right\} \end{aligned} \quad (3.26a)$$

$$\begin{aligned} I_m(t-\tau) &= \frac{1+H}{2} e \left\{ \frac{1}{Z_e} e_k(t-\tau) + i_{km}(t-\tau) \right\} \\ &+ \frac{1-H}{2} e \left\{ \frac{1}{Z_e} e_m(t-\tau) + i_{mk}(t-\tau) \right\} \end{aligned} \quad (3.26b)$$



(a)



(b)

Fig. 3.3 - Resistência série da linha concentrada no meio e nas extremidades

- a) Circuito elétrico
- b) Circuito equivalente

Sendo:

$$Z_e = Z_s + (R/4) \quad (3.26c)$$

$$H_e = \{Z_s - (R/4)\} / \{Z_s + (R/4)\} \quad (3.26d)$$

Que sugerem o modelo equivalente apresentado na Figura 3.3b.

#### 3.4. Modelagem de Parâmetros de Linha Considerando a Dependência da Frequência

Os parâmetros das linhas de transmissão com retorno pelo solo são sensivelmente dependentes da frequência. Os cálculos dos parâmetros, através da fórmula de Carson, evidenciam tal dependência, particularmente, para o modo zero, conforme pode ser visto na Figura 3.4. Em muitos casos, a representação de modelos a parâmetros constantes, introduz modificações nos resultados, não refletindo portanto o amortecimento real da forma de onda, daí, a necessidade de se introduzir aquela dependência nas simulações dos transitórios eletromagnéticos.

### 3.4.1. A Técnica de BUDNER

Um dos primeiros modelos considerando a dependência da frequência dos parâmetros para a solução de transitórios no domínio do tempo, foi proposto por BUDNER (1970) <sup>7</sup>, usando funções de peso para a admitância modal da linha, como segue:

As equações gerais de uma linha de transmissão são:

$$- \frac{\partial}{\partial x} [e] = [L] \frac{\partial}{\partial t} [i] + [R] [i] \quad (3.27a)$$

$$- \frac{\partial}{\partial x} [i] = [C] \frac{\partial}{\partial t} [e] + [G] [e] \quad (3.27b)$$

onde, as matrizes quadradas  $[L]$ ,  $[R]$ ,  $[C]$  e  $[G]$  cujos elementos dependem da frequência, representam as indutâncias próprias e mútuas, resistências, capacitâncias e condutâncias da linha por unidade de comprimento, respectivamente.  $[e]$  e  $[i]$  representam os vetores das tensões e correntes da linha.

Transformando-se as equações (3.27) para o domínio da frequência, resulta:

$$- \frac{d}{dx} [E] = [Z] [I] \quad (3.28a)$$

$$- \frac{d}{dx} [I] = [Y] [E] \quad (3.28b)$$



onde,

$$[Z] = [R] + j\omega[L] \quad (3.29a)$$

$$[Y] = j\omega[C] \quad (3.29b)$$

As grandezas de fase podem ser expressas em termos das grandezas modais pela transformação:

$$[E] = [S][V] \quad (3.30a)$$

$$[I] = [Q][J] \quad (3.30b)$$

Substituindo-se nas equações (3.28a) e (3.28b) tem-se:

$$-\frac{d}{dx}[V] = [S]^{-1}[Z][Q][J] = [Z_m][J] \quad (3.31a)$$

$$-\frac{d}{dx}[J] = [Q]^{-1}[Y][S][V] = [Y_m][V] \quad (3.31b)$$

onde,

$$[Z_m] = \begin{bmatrix} z_0 & 0 & 0 \\ 0 & z_1 & 0 \\ 0 & 0 & z_2 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad [Y_m] = \begin{bmatrix} y_0 & 0 & 0 \\ 0 & y_1 & 0 \\ 0 & 0 & y_2 \end{bmatrix}$$

são as matrizes de impedâncias e admitâncias modais, e os índices 0,1,2, indicam os modos 0,1,2, para um sistema trifásico.

As equações (3.31a) e (3.31b) podem ser escritas na forma:

$$\frac{d^2}{dx^2} [V] = [Z_m] [Y_m] [V] \quad (3.32a)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} [J] = [Y_m] [Z_m] [J] \quad (3.32b)$$

As soluções dessas equações são:

$$\begin{bmatrix} V_k^0 \\ V_k^1 \\ V_k^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_m^0 \\ V_m^1 \\ V_m^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_0 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{mk}^0 \\ J_{mk}^1 \\ J_{mk}^2 \end{bmatrix}$$

(3.33a)

$$\begin{bmatrix} J_{km}^0 \\ J_{km}^1 \\ J_{km}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_m^0 \\ V_m^1 \\ V_m^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_0 & 0 & 0 \\ 0 & D_1 & 0 \\ 0 & 0 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{mk}^0 \\ J_{mk}^1 \\ J_{mk}^2 \end{bmatrix}$$

(3.33b)

onde,

$$A_i = \text{Cosh}'(Z_i \cdot Y_i) d \quad , \quad i = 0, 1, 2;$$

$$B_i = \sqrt{(Z_i/Y_i)} \text{Senh}'(Z_i \cdot Y_i) d \quad , \quad i = 0, 1, 2;$$

$$C_i = \sqrt{(Y_i/Z_i)} \text{Senh}'(Z_i \cdot Y_i) d \quad , \quad i = 0, 1, 2;$$

$$D_i = -\text{Cosh}'(Z_i \cdot Y_i) d \quad , \quad i = 0, 1, 2;$$

k = terminal emissor da linha;

m = terminal receptor da linha;

d = comprimento da linha.

As equações (3.33a) e (3.33b) podem ser escritas na forma:

$$[J_{km}] = [Y_{kk}] [V_k] + [Y_{km}] [V_m] \quad (3.34a)$$

$$[J_{mk}] = [Y_{mk}] [V_k] + [Y_{mm}] [V_m] \quad (3.34b)$$

onde,

$$[Y_{kk}] = [Y_{mm}] = \begin{bmatrix} F_0 & 0 & 0 \\ 0 & F_1 & 0 \\ 0 & 0 & F_2 \end{bmatrix} \quad (3.35a)$$

$$[Y_{km}] = [Y_{mk}] = \begin{bmatrix} G_0 & 0 & 0 \\ 0 & G_1 & 0 \\ 0 & 0 & G_2 \end{bmatrix} \quad (3.35b)$$

e,

$$F_i = \sqrt{(Y_i/Z_i)} \cdot \operatorname{coth} \sqrt{(Z_i Y_i)} d \quad , \quad i = 0, 1, 2$$

$$G_i = (Y_i/Z_i) \operatorname{cosech} \sqrt{(Z_i Y_i)} d \quad , \quad i = 0, 1, 2$$

Aplicando-se a transformada inversa nas equações (3.34a) e (3.34b), resulta:

$$[j_{km}(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} [y_{kk}(t-u)] [v_k(u)] du + \int_{-\infty}^{\infty} [y_{km}(t-u)] [v_m(u)] du \quad (3.36a)$$

$$[j_{mk}(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} [y_{km}(t-u)] [v_k(u)] du + \int_{-\infty}^{\infty} [y_{kk}(t-u)] [v_m(u)] du \quad (3.36b)$$

As transformadas inversas  $[y_{kk}(t)]$  e  $[y_{km}(t)]$  são denominadas funções de peso e devido às suas naturezas altamente oscilatórias, apresentam dificuldades de serem calculadas com precisão. As integrais nas equações (3.36a) e (3.36b) são denominadas integrais de convolução.

Para obter-se as grandezas de fase, utiliza-se a se-

guinte transformação:

$$[i_{km}(t)] = [Q]^{-1} [j_{km}(t)] \quad (3.37a)$$

$$[i_{mk}(t)] = [Q]^{-1} [j_{mk}(t)] \quad (3.37b)$$

Onde,  $[i_{km}(t)]$  e  $[i_{mk}(t)]$  são as correntes nos terminais de uma linha de transmissão, representadas por uma soma ponderada das tensões atuais e passadas.

A matriz  $[y_{kk}(t)]$  apresenta as correntes injetadas nos terminais 'k', quando esse terminal é submetido a um impulso unitário de tensão e o terminal 'm' é curto-circuitado; a matriz  $[y_{km}(t)]$  apresenta as correntes injetadas nos terminais 'k' devido a aplicação de impulsos unitários em 'm', com os terminais 'k' curto-circuitados. Estas respostas de correntes, tornam-se nulas depois de um determinado intervalo de tempo T, as correntes de  $[y_{km}(t)]$  são nulas para  $0 < t < \tau$ <sup>012</sup> considerando-se:

$$[y_{kk}(t)] = [y_1 \delta(t)] + [\bar{y}_{kk}(t)] \quad (3.38)$$

onde, as funções  $[\bar{y}_{kk}(t)]$  são nulas a partir do tempo T, as equações (3.36a) e (3.36b), tornam-se:

$$[j_{km}(t)] = [y_1] [v_k(t)] + [J_k] \quad (3.39a)$$

$$[j_{mk}(t)] = [y_1] [v_m(t)] + [J_m] \quad (3.39b)$$

onde,

$$[J_k] = \int_{t-T}^t [y_{kk}(t-u)] [v_k(u)] du + \int_{t-T}^{t-\tau} [y_{km}(t-u)] [v_m(u)] du \quad (3.40a)$$

$$[J_m] = \int_{t-T}^{t-\tau} [y_{km}(t-u)] [v_k(u)] du + \int_{t-T}^t [\tilde{y}_{kk}(t-u)] [v_m(u)] du \quad (3.40b)$$

e:

$[y_1]$  é constante

### 3.4.2. A Transformação de SNELSON para Características Progressivas e Regressivas

O modelo equivalente proposto por BUDNER (1970) <sup>17</sup>, possui limitação devido a natureza altamente oscilante das suas funções de peso, que apresentam dificuldades de serem calculadas com exatidão. Para contornar tais dificuldades, SNELSON (1972) <sup>18</sup>, introduziu uma mudança nas variáveis  $[v_k(t)]$ ,  $[v_m(t)]$ ,  $[j_{km}(t)]$ ,  $[j_{mk}(t)]$  como segue:

(1) Funções Progressivas:

$$[f_k(t)] = [v_k(t)] + [Z_c][j_{km}(t)] \quad (3.41a)$$

$$[f_m(t)] = [v_m(t)] + [Z_c][j_{mk}(t)] \quad (3.41b)$$

(2) Funções Regressivas:

$$[b_k(t)] = [v_k(t)] - [Z_c][j_{km}(t)] \quad (3.41c)$$

$$[b_m(t)] = [v_m(t)] - [Z_c][j_{mk}(t)]$$

onde,

$$[Z_c] = \lim_{\omega \rightarrow \infty} [Z_k(j\omega)] \quad (3.42a)$$

$$[Z_k(j\omega)] = \sqrt{\{([R_m] + j\omega[L_m]) \cdot ([G_m] + \frac{1}{j\omega}[C_m])^{-1}\}} \quad (3.42b)$$

As matrizes  $[R_m]$ ,  $[L_m]$ ,  $[G_m]$  e  $[C_m]$  são matrizes transformadas para o domínio modal.

Transformando as equações (3.41a) a (3.41d) para o domínio da frequência, tem-se:

$$[B_k(j\omega)] = [V_k(j\omega)] - [Z_c][J_{km}(j\omega)] \quad (3.43a)$$

$$[B_m(j\omega)] = [V_m(j\omega)] - [Z_c][J_{mk}(j\omega)] \quad (3.43b)$$

$$[F_k(j\omega)] = [V_k(j\omega)] + [Z_c][J_{km}(j\omega)] \quad (3.43c)$$

$$[F_m(j\omega)] = [V_m(j\omega)] + [Z_c][J_{mk}(j\omega)] \quad (3.43d)$$

onde,

$$[Z_c] = \lim_{\omega \rightarrow \infty} [Z_k(j\omega)] = \sqrt{([L_\infty][C_m]^{-1})} \quad (3.44)$$

é a impedância de surto da linha no instante da aplicação de um impulso aos seus terminais, e por ser um número real, pode ser considerada como sendo uma resistência pura.

Substituindo-se as equações (3.43) em (3.33), resulta:

$$[B_k(j\omega)] = [A_2(j\omega)][F_k(j\omega)] + [A_1(j\omega)][F_m(j\omega)] \quad (3.45a)$$

$$[B_m(j\omega)] = [A_1(j\omega)][F_k(j\omega)] + [A_2(j\omega)][F_m(j\omega)] \quad (3.45b)$$

onde,

$$[A_1(j\omega)] = [K]^{-1}, \quad (3.46a)$$

$$[A_2(j\omega)] = -\frac{1}{2}\{[Z_c][Z_k]^{-1} - [Z_k][Z_c]^{-1}\}[K_2][K]^{-1} \quad (3.46b)$$



$$[K] = [K_1] + \frac{1}{2} \{ [Z_c][Z_k]^{-1} + [Z_k][Z_c]^{-1} \} [K_2], \quad (3.46c)$$

$$[K_1] = \begin{bmatrix} W_0 & 0 & 0 \\ 0 & W_1 & 0 \\ 0 & 0 & W_2 \end{bmatrix} \quad (3.46d)$$

$$[K_2] = \begin{bmatrix} T_0 & 0 & 0 \\ 0 & T_1 & 0 \\ 0 & 0 & T_2 \end{bmatrix} \quad (3.46e)$$

$$\text{com: } W_i = \cosh/(Z_i Y_i)^d, \quad , i = 0, 1, 2$$

$$T_i = \sinh/(Z_i Y_i)^d, \quad , i = 0, 1, 2$$

transformando as equações (3.45a) e (3.45b), para o domínio do tempo, tem-se:

$$[b_k(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} [f_m(t-u)] [a_1(u)] du + \int_{-\infty}^{\infty} [f_k(t-u)] [a_2(u)] du \quad (3.47a)$$

$$[b_m(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} [f_k(t-u)] [a_1(u)] du + \int_{-\infty}^{\infty} [f_m(t-u)] [a_2(u)] du \quad (3.47b)$$

O circuito equivalente da linha de transmissão está apresentado na Figura 3.5. As funções ' $a_1(t)$ ' e ' $a_2(t)$ ' são denominadas funções de peso. Esta idéia foi amplamente utilizada por Meyer e Dommel e resultam nas funções  $a_1(t)$  e  $a_2(t)$  apresentadas na Figura 3.6. Tal formulação apresenta consideráveis vantagens em relação as funções de peso utilizadas pelo método de Budner, entretanto, apresenta algumas desvantagens numéricas. Uma dessas desvantagens é o tempo necessário para calcular as integrais (3.47a) e (3.47b) a cada passo de tempo da simulação. Uma outra desvantagem é a dificuldade de se considerar as porções finais das funções  $a_1(t)$  e  $a_2(t)$  no cálculo das integrais de convolução.

MARTI<sup>9</sup>, observou que o tempo de simulação, considerando a dependência da frequência, é cerca de três vezes superior ao tempo necessário para simular um caso sem a dependência da frequência.

O significado das funções  $a_1(t)$  e  $a_2(t)$ , conforme a formulação proposta por Meyer e Dommel, pode ser visualizado fisicamente a partir do circuito mostrado na Figura 3.7, para uma linha, submetida a uma fonte de tensão correspondente a um impulso unitário  $\delta(t)$ , e tendo ambos os lados terminados por uma resistência  $|Z_c|$  para a terra. A partir desse modelo, pode ser visto que os sucessivos picos dessas tensões são produzidas pelas sucessivas reflexões nos dois extremos da linha.

Considerando-se  $|F_k(j\omega)| = |1|$  e  $F_m(j\omega) = 0$  nas equações (3.45a) e (3.45b), então:  $|B_k(j\omega)| = |A_2(j\omega)|$  e  $|B_m(j\omega)| = A_1(j)$ , transformando essas condições para o domínio do

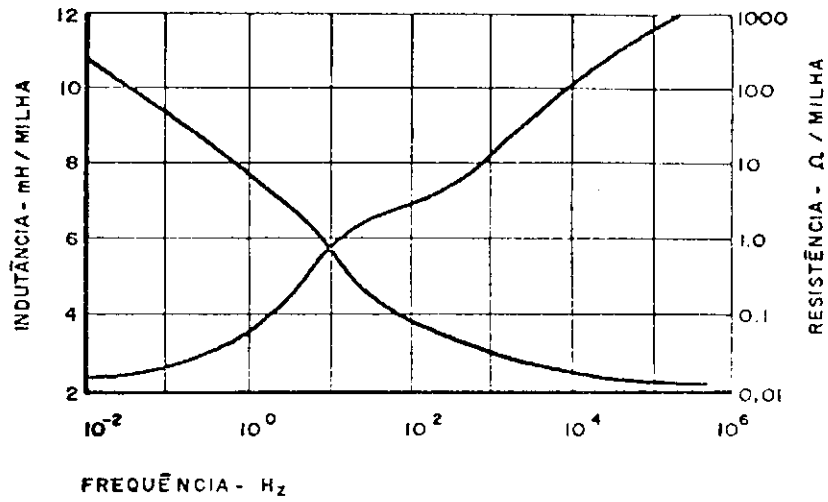


Fig. 3.4 - Variação típica dos parâmetros de seqüência zero

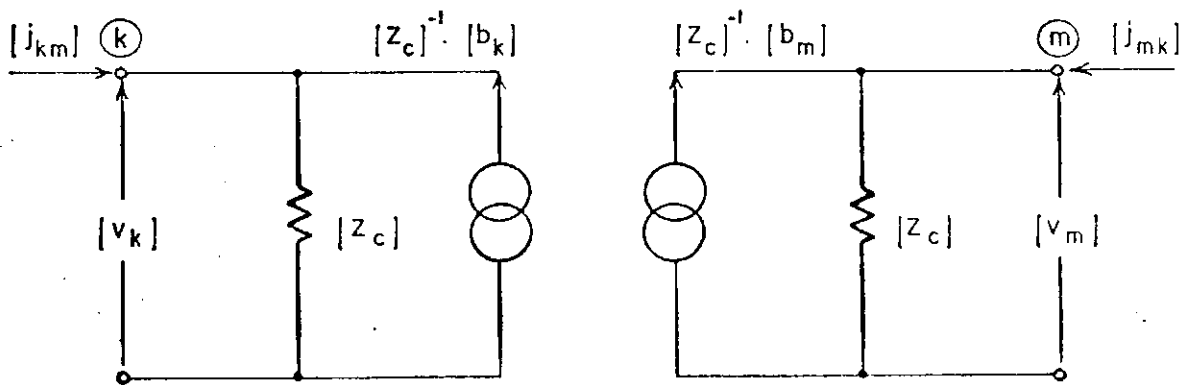


Fig. 3.5 - Circuito equivalente da linha no domínio modal

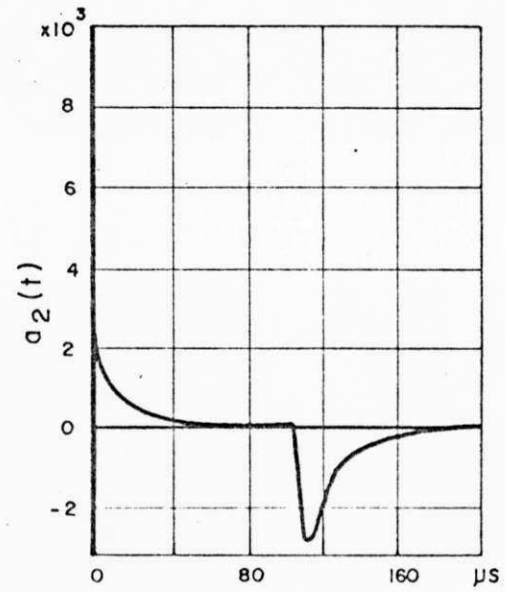
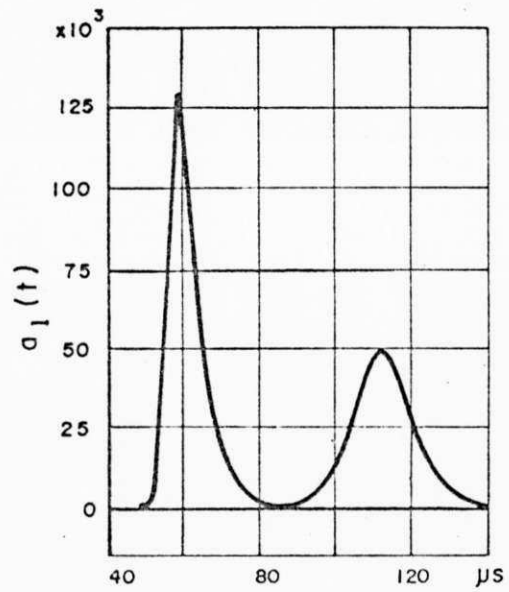


Fig. 3.6 - As funções  $a_1(t)$ ,  $a_2(t)$  da sequência zero de uma linha típica

tempo e substituindo nas equações (3.41a) a (3.41d), tem-se:

$$[v_k(t)] - [z_c][j_{km}(t)] = [a_2(t)] \quad (3.48a)$$

$$[v_m(t)] - [z_c][j_{mk}(t)] = [a_1(t)] \quad (3.48b)$$

$$[v_k(t)] + [z_c][j_{km}(t)] = \delta(t)[1] \quad (3.48c)$$

$$[v_m(t)] + [z_c][j_{mk}(t)] = [0] \quad (3.48d)$$

adicionando-se as equações (3.48a), (3.48b), (3.48c) e (3.48d) resulta:

$$[a_2(t)] = 2[v_k(t)] - \delta(t)[1] \quad (3.49a)$$

$$[a_1(t)] = 2[v_m(t)] \quad (3.49b)$$

$[a_1(t)]$  e  $[a_2(t)]$  são nulas para  $t = 0$ . Observou-se que a função  $[a_2(t)]$  apresenta maiores dificuldades para ser calculada com precisão do que a função  $[a_1(t)]$ .

### 3.4.3. Modelagem conforme a Formulação

Proposta por MARTI

Para contornar as dificuldades existentes no cálculo das funções de peso do modelo equivalente proposto por SNELSON, MARTI (1982)<sup>9</sup>, propôs uma nova formulação, ou seja, a idéia é representar a resistência  $[Z_c]$  por um circuito equivalente, cuja resposta em frequência é a mesma da impedância característica da linha, não havendo portanto, reflexões em nenhum dos extremos da linha, e em sendo assim, a função  $[a_1(t)]$  terá apenas o primeiro pico e a função  $[a_2(t)]$  se tornará zero. Com esta nova formulação, as dificuldades existentes no cálculo das funções de peso são eliminadas. A Figura 3.8 mostra o circuito equivalente da linha segundo esta idéia, as formas das novas funções de peso estão apresentadas na Figura 3.9 e a nova interpretação física pode ser visualizada no circuito da Figura 3.10.

Desta forma, as equações (3.47a) e (3.47b), tornam-se:

$$b_k(t) = \int_{\tau}^{\infty} f_m(t-u) a_1(u) du \quad (3.50a)$$

$$b_m(t) = \int_{\tau}^{\infty} f_k(t-u) a_1(u) du \quad (3.50b)$$

Observe que a função  $a_1(t)$  é zero para  $t < \tau$ , razão pela qual o limite inferior das integrais de convolução

$$[v_k] = \frac{1}{2} \{ [a_2(t)] + \delta(t) \cdot [1] \}$$

$$[v_m] = \frac{1}{2} [a_1(t)]$$

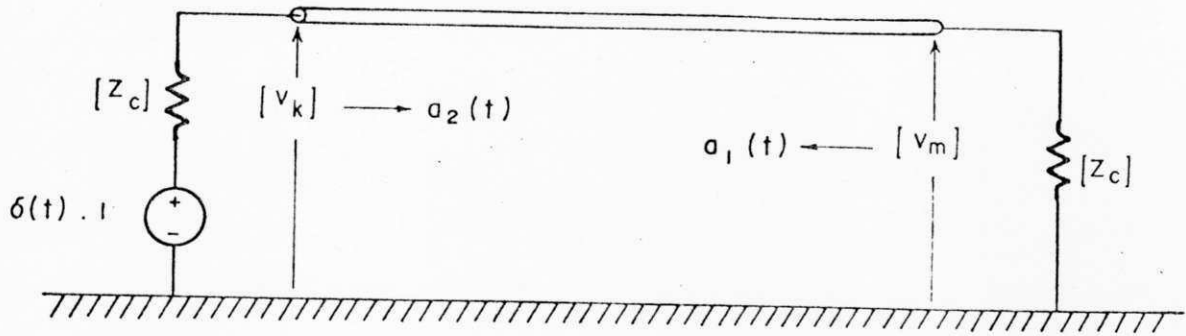


Fig. 3.7 - Interpretação física das funções de peso segundo Meyer e Dommel

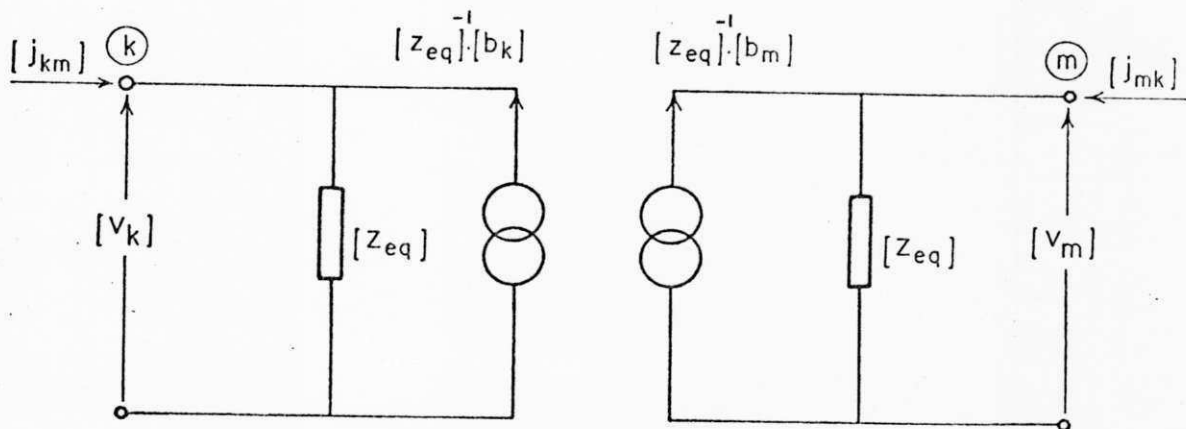


Fig. 3.8 - Modelo da linha considerando a dependência da frequência segundo a formulação de Marti

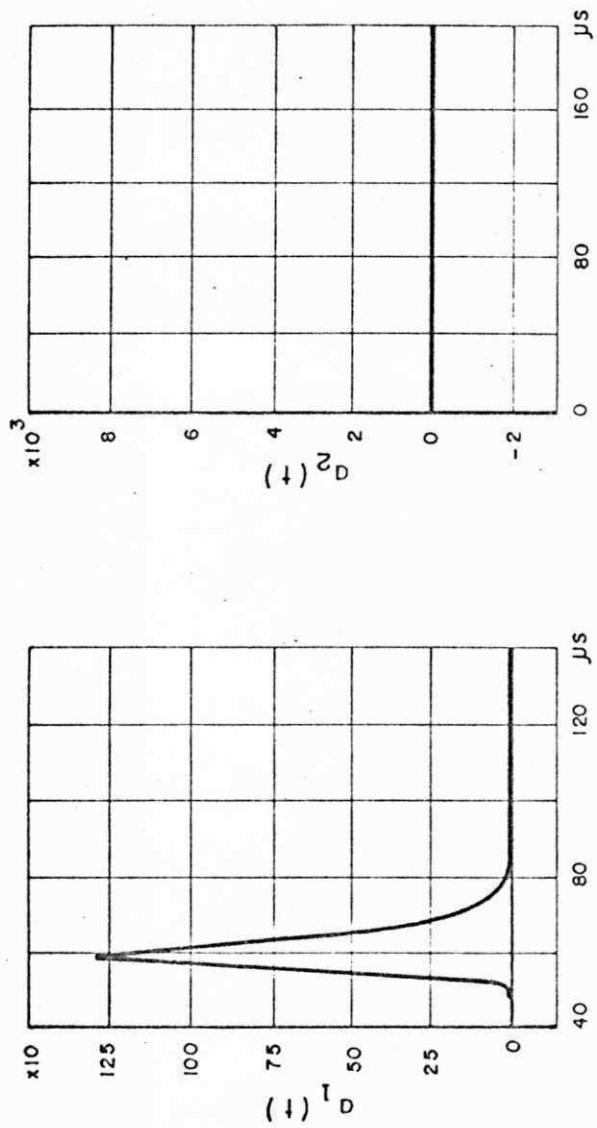


Fig. 3.9 - As funções  $a_1(t)$ ,  $a_2(t)$  da sequência zero de uma linha típica conforme formulação de Marti



(3.50a) e (3.50b) ser 1, que representa a constante de trânsito da linha. A topologia do modelo equivalente não é alterada apenas a resistência  $[Z_c]$  é agora representada por um equivalente  $[Z_{eq}]$ . Esse equivalente é representado por uma série de blocos de resistências em paralelo, com capacitâncias, do tipo apresentado na Figura 3.11. Para o cálculo dos parâmetros, aproxima-se a função  $[Z_c(\omega)]$  no plano complexo ( $S=\sigma+j\omega$ ) pela função racional:

$$Z_{eq}(\omega) = \frac{N(S)}{D(S)} = H \frac{(S+z_1)(S+z_2)\dots(S+z_n)}{(S+p_1)(S+p_2)\dots(S+p_n)} \quad (3.51)$$

Os polos e zeros desta função são reais e positivos. Expandindo-se a função racional (3.51) na forma:

$$Z_{eq}(\omega) = K_0 + \frac{K_1}{S+p_1} + \frac{K_2}{S+p_2} + \dots + \frac{K_n}{S+p_n} \quad (3.52)$$

os valores dos parâmetros R.C do equivalente serão:

$$R_0 = K$$

$$R_i = K_i / P_i$$

$$C_i = 1/K_i$$

para  $i = 1, 2, \dots, n$

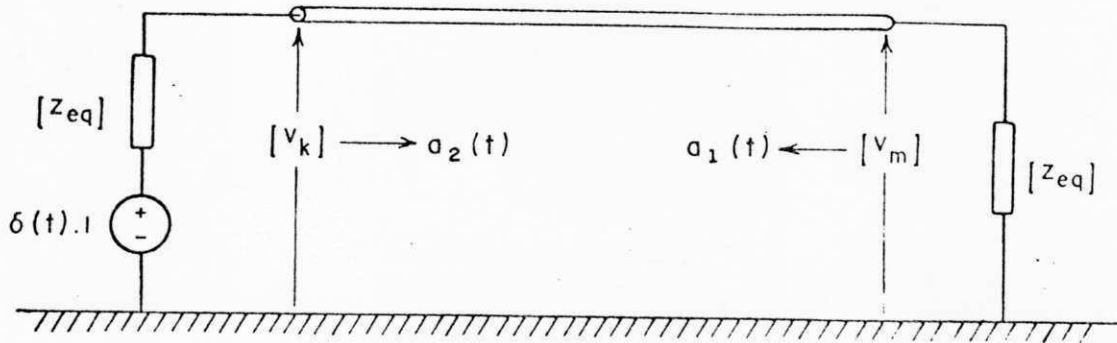


Fig. 3.10 - Interpretação física das funções de peso segundo Marti

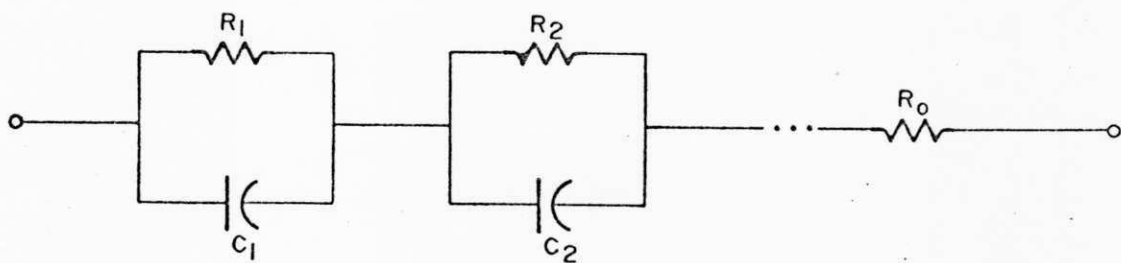


Fig. 3.11 - Circuito equivalente da impedância característica da linha

MARTI (1982)<sup>19</sup> observou que a simulação precisa da impedância característica  $Z_c$  no domínio da frequência, é de grande importância no cálculo de curto-circuito, pelo fato de contribuir para o amortecimento da forma de onda.

#### 3.4.4. A Técnica de Convolução Recursiva

A idéia aqui é substituir as funções de peso por funções exponenciais como se segue:

$$a(t) = A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t} + A_3 e^{-\alpha_3 t} \quad (3.62)$$

de tal forma que uma integral de convolução típica será dada por:

$$\begin{aligned} b(t) &= \int_0^{\infty} f(t-u)a(u)du \\ &= \int_0^{\infty} A_1 e^{-\alpha_1 u} f(t-u)du + \int_0^{\infty} A_2 e^{-\alpha_2 u} f(t-u)du \\ &+ \int_0^{\infty} A_3 e^{-\alpha_3 u} f(t-u)du = X_1(t) + X_2(t) + X_3(t) \end{aligned} \quad (3.63)$$

onde,

$$\begin{aligned}
X_1(t) &= \int_0^{\infty} \Lambda_1 e^{-\alpha_1 u} f(t-u) du \\
&= \int_0^{\Delta t} \Lambda_1 e^{-\alpha_1 u} f(t-u) du + \int_{\Delta t}^{\infty} \Lambda_1 e^{-\alpha_1 u} f(t-u) du \\
&= \int_0^{\Delta t} \Lambda_1 e^{-\alpha_1 u} f(t-u) du + e^{-\alpha_1 \Delta t} \int_0^{\infty} \Lambda_1 e^{-\alpha_1 \bar{u}} f(t-\bar{u}-\Delta t) d\bar{u}
\end{aligned}
\tag{3.64}$$

ou:

$$X_1(t) = e^{-\alpha_1 \Delta t} X_1(t-\Delta t) + \int_0^{\Delta t} \Lambda_1 e^{-\alpha_1 u} f(t-u) du \tag{3.65}$$

Fazendo-se:

$$f(t-u) = \beta u^2 + \gamma u + f(t) \quad \text{no intervalo } 0 < u < \Delta t$$

então,

$$\begin{aligned}
X_1(t) &= e^{-\alpha_1 \Delta t} X_1(t-\Delta t) + \int_0^{\Delta t} \Lambda_1 e^{-\alpha_1 u} \{\beta u^2 + \gamma u + f(t)\} du \\
&= e^{-\alpha_1 \Delta t} X_1(t-\Delta t) + \lambda_1 f(t) + \mu_1 f(t-\Delta t) + \nu_1 f(t-2\Delta t)
\end{aligned}
\tag{3.66}$$

onde,

$$\beta = \frac{1}{2(\Delta t)^2} \{f(t) - 2f(t-\Delta t) + f(t-2\Delta t)\} \quad (3.53a)$$

$$\gamma = \frac{1}{2\Delta t} \{-3f(t) + 4f(t-\Delta t) - f(t-2\Delta t)\} \quad (3.53b)$$

$$\lambda_1 = \frac{A_1}{\alpha_1} \left\{ \frac{1-\delta_1}{(\alpha_1 + \Delta t)^2} - \frac{3-\delta_1}{2\alpha_1 \Delta t} + 1 \right\} \quad (3.53c)$$

$$u_1 = \frac{A_1}{\alpha_1} \left\{ \frac{2}{\alpha_1 \Delta t} - 2 \frac{1-\delta_1}{(\alpha_1 \Delta t)^2} - \delta_1 \right\} \quad (3.53d)$$

$$v_1 = \frac{A_1}{\alpha_1} \left\{ \frac{1-\delta_1}{(\alpha_1 \Delta t)^2} - \frac{1+\delta_1}{2\alpha_1 \Delta t} \right\} \quad (3.53e)$$

$$\delta_1 = e^{-\alpha_1 \Delta t} \quad (3.53f)$$

as equações para  $x_2(t)$  e  $x_3(t)$  são obtidas de maneira similar. A convolução recursiva proporciona enorme redução nos requisitos de memória e tempo de processamento. Esta técnica é dita recursiva porque o valor da função  $x(t)$  depende dos valores passados da função em  $(t-\Delta t)$  e  $(t-2\Delta t)$ . Esta técnica foi desenvolvida por SEMLYEN e AMERANI (1976) [10] [11].

### 3.5. Modelagem através de Funções de Transferências Racionais

Sendo  $\tilde{V}_1$ ,  $\tilde{I}_1$  e  $\tilde{V}_2$ ,  $\tilde{I}_2$  as tensões e correntes injetadas nos dois extremos 1 e 2 de uma linha, respectivamente, as seguintes relações entre as variáveis de entrada e saída são possíveis:

$$\begin{bmatrix} \tilde{I}_1 \\ \tilde{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y' & Y'' \\ Y'' & Y' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{V}_1 \\ \tilde{V}_2 \end{bmatrix} \quad (3.68a)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{V}_1 \\ \tilde{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z' & Z'' \\ Z'' & Z' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_1 \\ \tilde{I}_2 \end{bmatrix} \quad (3.68b)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{V}_1 \\ \tilde{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{V}_2 \\ -\tilde{I}_2 \end{bmatrix} \quad (A^2 - BC = 1) \quad (3.68c)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{V}_2 \\ -\tilde{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U & M \\ N & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{V}_1 \\ \tilde{I}_2 \end{bmatrix} \quad (U^2 - MN = 1) \quad (3.68d)$$

onde,

$$Y' = Y_s \cotanh \gamma d; \quad Y'' = -Y_s \operatorname{cosech} \gamma d \quad (3.69a)$$

$$Z' = Y_s^{-1} \cotanh \gamma d ; Z'' = Y_s^{-1} \operatorname{cosech} \gamma d \quad (3.54b)$$

$$A = \cosh \gamma d ; B = Y_s^{-1} \operatorname{Senh} \gamma d, C = Y_s \operatorname{Senh} \gamma d \quad (3.54c)$$

$$U = (\cosh \gamma d)^{-1} ; M = Y_s^{-1} \tanh \gamma d ; N = Y_s \tanh \gamma d \quad (3.54d)$$

com:

$$\gamma = \sqrt{(ZY)} \quad (3.55a)$$

$$Y_s = \sqrt{(Y/Z)} \quad (3.55b)$$

d = comprimento da linha

As funções de transferências das equações (3.54a) a (3.54d) são expressas em termos de funções trigonométricas hiperbólicas, que podem ser expandidas em séries infinitas. A função de transferência U da equação (3.54a) é:

$$H(z) = \frac{1}{\operatorname{Cosh} z} \quad (3.56)$$

a qual é relevante para a energização de uma linha por uma barra infinita e tem a seguinte expansão em frações parciais:

$$\frac{1}{\operatorname{Cos} \frac{mx}{2}} = \frac{4}{\pi} \sum_{K=1}^{\infty} (-1)^{K+1} \frac{2K-1}{(2K-1)^2 - x^2} \quad (3.57)$$

com:

$$z = j \frac{\pi x}{2} \quad (3.58)$$

Expansões similares existem para  $\tanh z$  e  $\coth z$ . Os polos de  $H(z)$  em (3.60) são:

$$z_k = \pm j \frac{\pi}{2} (2k-1) \quad (3.59)$$

As funções hiperbólicas podem ser consideradas racionais para um número infinito de polos. Entretanto, aproximações são feitas tão precisas quanto se desejar, utilizando-se um número de polos adequado. Uma aproximação racional de  $H(z)$  pode ser expressa como se segue:

$$H_R(s) = \sum \frac{\gamma_k}{s - p_k} \quad (3.60)$$

Esta expansão incompleta produz dois efeitos: (i) na faixa de frequência onde ocorre boa concordância entre os valores da função original e da função racional aproximada, existe um erro devido ao truncamento de polos; (ii) além desta faixa os valores das duas funções divergem na região limite.

As funções de transferência das equações (3.54a) a (3.54d), são dependentes de dois parâmetros apenas; duas delas são independentes. Elas são denominadas funções de transferências básicas e podem ser expressas em termos de variáveis de estado na forma:



$$\dot{X} = A'X + B'u \quad (3.61a)$$

$$\dot{Y} = C'X + D'u \quad (3.61b)$$

onde,

$A'$  = matriz diagonal formada a partir de  $P_K$ ;

$B'$  = Vetor coluna formado a partir de  $\gamma_K$ ;

$C'$  = Vetor de linhas com os elementos iguais a 1;

$D'$  =  $H_\omega$

Esta idéia foi desenvolvida por A. SEMLYEM e M.H.ABDEL-RAHMAN (1982) [12], e consiste no primeiro passo no sentido de evitar-se o uso de convolução na simulação de transitórios eletromagnéticos.

#### 4. UM MODELO PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO COM OS SEUS PARÂMETROS DEPENDENTES DA FREQUÊNCIA

Através da utilização de funções racionais será desenvolvido um modelo equivalente para linhas de transmissão, de configuração simples a parâmetros concentrados, que possibilita a inclusão da dependência da frequência, do efeito pelicular e das perdas ao longo da linha, contornando as dificuldades dos métodos apresentados anteriormente e evitando por completo o uso de convolução.

##### 4.1. Modelo para uma Linha de Transmissão sem Perdas

Uma linha de transmissão pode ser representada por um circuito contendo quatro terminais (quadrípolo), sendo dois terminais por onde entra a potência e dois por onde sai a

potência, barra geradora e barra receptora, respectivamente. O quadrípolo é um circuito passivo porque não possui fontes de energia, é linear porque as impedâncias dos seus elementos independem da corrente que circula por eles e bilateral porque as impedâncias independem do sentido da corrente. A Figura 4.1 apresenta o circuito mais geral constituído de quatro terminais. A relação entre as grandezas das barras geradora e receptora em tais circuitos, pode ser determinada a partir da tensão e da corrente na barra geradora do circuito T assimétrico, apresentado na Figura 4.2. Essas grandezas são dependentes da tensão e da corrente na barra receptora <sup>5</sup>.

Sendo o circuito T assimétrico, equivalente ao circuito geral de quatro terminais, no que se refere às medidas nas barras do circuito, a corrente e a tensão na barra geradora no domínio da frequência são:

$$J_{km}(j\omega) = J_{mk}(j\omega) + Y \{V_m + J_{mk}(j\omega) Z_r\} = Y V_m + (1 + Y Z_r) J_{mk}(j\omega) \quad (4.1a)$$

$$\begin{aligned} V_k &= V_m + J_{mk}(j\omega) Z_r + J_{km}(j\omega) Z_\ell = V_m + J_{mk}(j\omega) Z_r + Z_\ell Y V_m + \\ &\quad + J_{mk}(j\omega) Z_\ell + J_{mk}(j\omega) Y Z_\ell Z_r \\ &= (1 + Y Z_\ell) V_m + \{Z_\ell + Z_r + Y Z_\ell Z_r\} J_{mk}(j\omega) \end{aligned}$$

(4.1b)

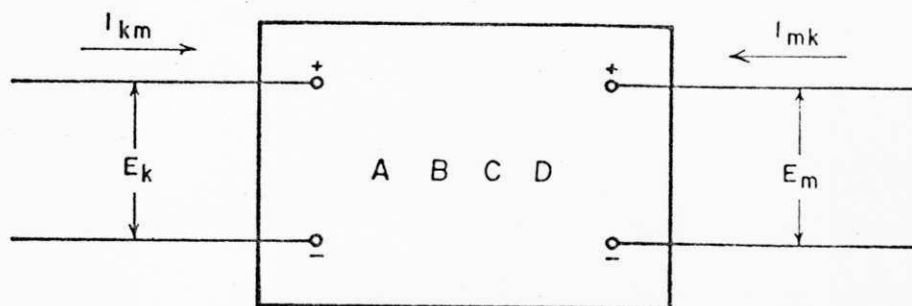


Fig. 4.1 - Circuito geral de 4 terminais

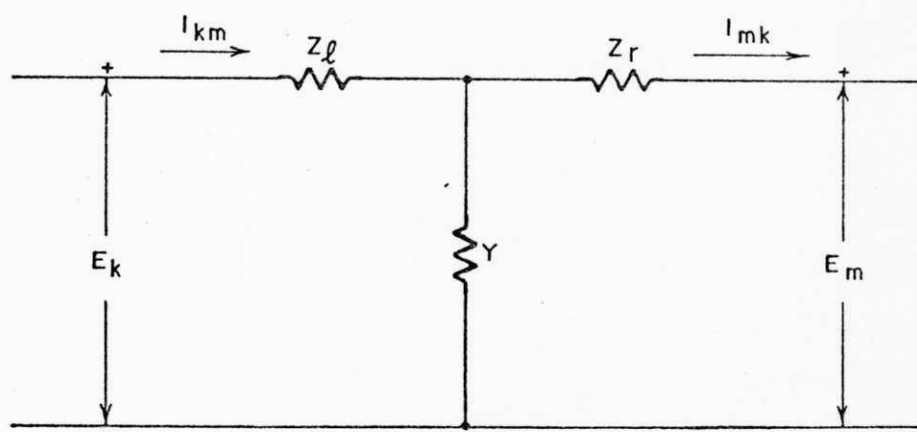


Fig. 4.2 - Circuito T assimétrico

ou da forma simplificada:

$$V_k = A V_m + B J_{mk}(j\omega) \quad (4.2a)$$

$$J_{km}(j\omega) = C V_m + D J_{mk}(j\omega) \quad (4.2b)$$

onde,

$$A = 1 + Y Z_\ell \quad (4.3a)$$

$$B = Z_\ell + Z_r + Y Z_\ell Z_r \quad (4.3b)$$

$$C = Y \quad (4.3c)$$

$$D = 1 + Y Z_r \quad (4.3d)$$

das equações (4.2a) e (4.2b), pode-se escrever:

$$V_m = \frac{D V_k - B J_{km}(j\omega)}{AD-BC} \quad (4.4a)$$

$$J_{mk}(j\omega) = \frac{A J_{km}(j\omega) - C V_k}{AD-BC} \quad (4.4b)$$

considerando-se  $AD-BC = 1$ , resulta:

$$V_m = D V_k - B J_{km}(j\omega) \quad (4.5a)$$

$$J_{mk}(j\omega) = A J_{km}(j\omega) - C V_k \quad (4.5b)$$

As constantes generalizadas do circuito A,B,C,D podem ser expressas através de funções hiperbólicas como segue:

$$A = \cosh j\omega\tau \quad (4.6a)$$

$$B = Z_s \operatorname{Senh} j\omega\tau \quad (4.6b)$$

$$C = \operatorname{Senh} j\omega\tau / Z_s \quad (4.6c)$$

$$D = \operatorname{Cosh} j\omega\tau \quad (4.6d)$$

onde,

$$Z_s = 1/Y_s \quad (4.7a)$$

$$\tau = \sqrt{LC} \quad (4.7b)$$

Substituindo-se as equações (4.6a) a (4.6d) nas equações (4.5a) e (4.5b), pode-se encontrar as seguintes igualdades:

$$J_{km}(j\omega) = Y_s \operatorname{coth}(j\omega\tau) V_k - Y_s \operatorname{cosech}(j\omega\tau) V_m \quad (4.8a)$$

$$J_{mk}(j\omega) = -Y_s \operatorname{cosech}(j\omega\tau) V_k + Y_s \operatorname{coth}(j\omega\tau) V_m \quad (4.8b)$$

As funções hiperbólicas podem ser expressadas como funções racionais através de séries como segue:

$$\text{Coth}x = \frac{1}{x} + 2x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n\pi)^2 + x^2} \quad (4.9a)$$

$$\text{Cosech}x = \frac{1}{x} + 2x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n\pi)^2 + x^2} \quad (4.9b)$$

trocando-se a variável  $x$  nas equações (4.9a) e (4.9b) por  $j\omega\tau$  e, em seguida substituindo-as na equação (4.8a), obtêm-se:

$$\begin{aligned} J_{km}(j\omega) = & \frac{1}{Z_s} \left\{ \frac{1}{j\omega} + \frac{2j\omega\tau}{\pi^2 - \omega^2\tau^2} + \frac{2j\omega\tau}{4\pi^2 - \omega^2\tau^2} + \dots \right\} V_k \\ & + \frac{1}{Z_s} \left\{ \frac{1}{j\omega\tau} + \frac{2j\omega\tau}{\pi^2 - \omega^2\tau^2} - \frac{2j\omega\tau}{4\pi^2 - \omega^2\tau^2} + \dots \right\} V_m \end{aligned} \quad (4.10)$$

ou

$$J_{km}(j\omega) = \frac{1}{jZ_s} \left\{ \frac{2\omega\tau}{\omega^2\tau^2 - \pi^2} + \frac{2\omega\tau}{\omega^2\tau^2 - 9\pi^2} + \frac{2\omega\tau}{\omega^2\tau^2 - 25\pi^2} + \dots \right\} (V_k + V_m) +$$

$$+\frac{1}{jZ_s} \left\{ \frac{1}{\omega\tau} + \frac{2\omega\tau}{\omega^2\tau^2 - 4\pi^2} + \frac{2\omega\tau}{\omega^2\tau^2 - 16\pi^2} + \dots \right\} (V_k - V_m)$$

(4.11)

ou ainda, de forma simplificada:

$$J_{km}(j\omega) = J'_1 + J'_2 \quad (4.12)$$

onde,

$$J'_1 = \frac{1}{jZ_s} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\omega\tau}{\omega^2\tau^2 - (2n-1)^2\tau^2} (V_k + V_m) \quad (4.13a)$$

$$J'_2 = \frac{1}{jZ_s} \frac{1}{\omega\tau} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\omega\tau}{\omega^2\tau^2 - (2n\pi)^2} (V_k - V_m) \quad (4.13b)$$

as correntes  $J'_1$  e  $J'_2$  podem ser expressas em termos dos parâmetros  $L(\omega)$  e  $C(\omega)$  da linha, considerando-se que:

$$Z_s(\omega) \tau(\omega) = L(\omega) \quad (4.14a)$$

$$\frac{Z_s(\omega)}{\tau(\omega)} = C(\omega) = C \quad (4.14b)$$



de modo que as equações (4.13a) e (4.13b) tornam-se:

$$J'_1 = (V_k + V_m) \left\{ \left\{ \frac{j\omega L(\omega)}{2 + \pi^2} / (2j\omega C) \right\}^{-1} \right. \\ \left. + \left\{ \frac{j\omega L(\omega)}{2 + 9\pi^2} / j\omega C \right\}^{-1} + \dots \right\} \quad (4.15a)$$

$$J'_2 = (V_k - V_m) \left\{ \left\{ j\omega L(\omega) \right\}^{-1} + \left\{ \frac{j\omega L(\omega)}{2 + 4\pi^2} / (2j\omega C) \right\}^{-1} \right. \\ \left. + \left\{ \frac{j\omega L(\omega)}{2 + 16\pi^2} / (2j\omega C) \right\}^{-1} + \dots \right\} \quad (4.15b)$$

que podem ser aproximadas para:

$$J'_1 = (V_k + V_m) \left\{ \left\{ \frac{j\omega L(\omega_1)}{2 + \pi^2} / (2j\omega C) \right\}^{-1} \right. \\ \left. + \left\{ \frac{j\omega L(\omega_3)}{2 + 9\pi^2} / (2j\omega C) \right\}^{-1} + \dots \right\} \quad (4.16a)$$

$$J'_2 = (V_k - V_m) \left\{ \left\{ j\omega L(0) \right\}^{-1} + \left\{ \frac{j\omega L(\omega_2)}{2 + 4\pi^2} / (2j\omega C) \right\}^{-1} \right. \\ \left. + \left\{ \frac{j\omega L(\omega_4)}{2 + 16\pi^2} / (2j\omega C) \right\}^{-1} + \dots \right\} \quad (4.16b)$$

onde as frequências de ressonância ímpares  $\omega_1, \omega_3, \dots$ , são as raízes das equações.

$$\omega^2 \cdot d^2 \cdot z(\omega) c - (2n-1)^2 \pi^2 = 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad (4.17a)$$

sendo  $d$  o comprimento da linha.

e as frequências de ressonâncias pares  $\omega_2, \omega_4, \dots$ , são obtidas de:

$$\omega^2 \cdot d^2 \cdot \ell(\omega) c - (2n\pi)^2 = 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad (4.17b)$$

de maneira similar podemos encontrar que:

$$J_{mk}(j\omega) = J'_1 - J'_2 \quad (4.18)$$

Sendo assim as equações (4.15a) e (4.15b) sugerem o circuito equivalente para uma linha de transmissão sem perdas (Figura 4.3a), apresentado na Figura 4.3b. Observe que as indutâncias  $L(\omega_i)$  são as indutâncias totais da linha, calculadas na frequência de ressonância específica  $\omega_i$ . A dependência da frequência da capacitância total da linha, foi desprezada, mas pode ser facilmente introduzida. Note-se que as frequências de ressonância  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ , são os polos das equações (4.13a) e (4.13b), de modo que, para uma frequência de ressonância específica  $\omega_i$ , a aproximação considerada nas equações é válida para frequências próximas a  $\omega_i$ .

#### 4.2. Inclusão da Resistência Série da

##### Linha de Transmissão

Neste modelo a idéia é representar cada indutância  $L(\omega_i)$  do circuito equivalente por uma impedância  $\{R + j\omega L(\omega_i)\}$ .

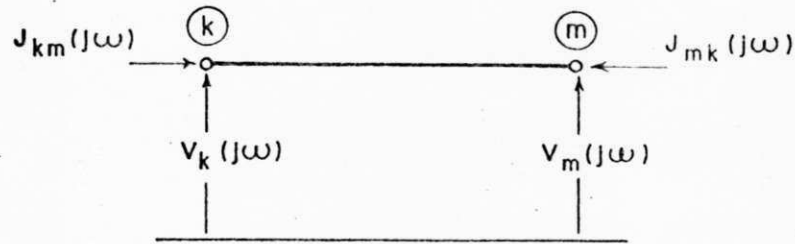
Onde a resistência  $R$  é igual a resistência total da linha calculada na frequência  $\omega_i$ , ou seja, cada indutor  $L(\omega_i)/2$  é representado por uma resistência em série com um indutor,  $\{R(\omega_i)+L(\omega_i)\}/2$ , a Figura 4.3c, mostra o circuito equivalente para a linha após a inclusão da resistência série.

Para maior facilidade na implementação do modelo, a indutância em série com a resistência será representada por um circuito equivalente (Ver apêndice B).

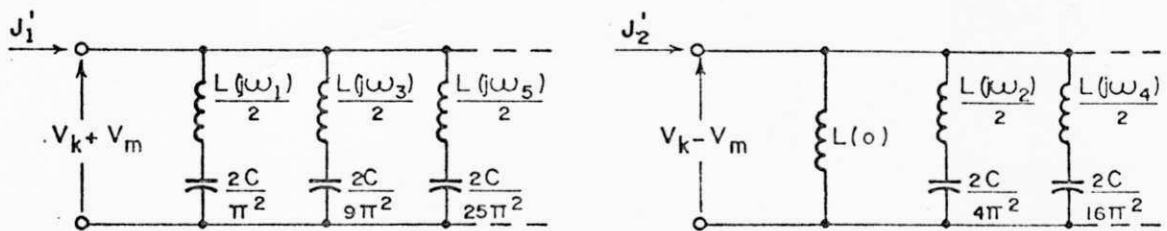
#### 4.3. Modelo para uma Linha Trifásica Considerando a Dependência da Frequência e o Efeito Pelicular

A linha trifásica é inicialmente desacoplada através da transformação modal e cada modo é tratado separadamente como sendo uma linha monofásica. Neste estudo as linhas são consideradas perfeitamente transpostas, de modo que, as transformações matriciais independem da frequência. Em seguida, efetua-se os seguintes procedimentos para cada modo separadamente:

- a) Calcular os parâmetros  $R, L, C$ , da linha para várias frequências.
- b) Para cada frequência  $\omega$  considerada, obter a função  $F(\omega) = \omega^2 \cdot d^2 \cdot \underline{l}(\omega) \underline{c}$  onde  $\underline{l}$  e  $\underline{c}$  são a indutância e capacitância da linha, respectivamente, por unidade de comprimento.
- c) Utilizar a interpolação da Lagrange para obter as fre-

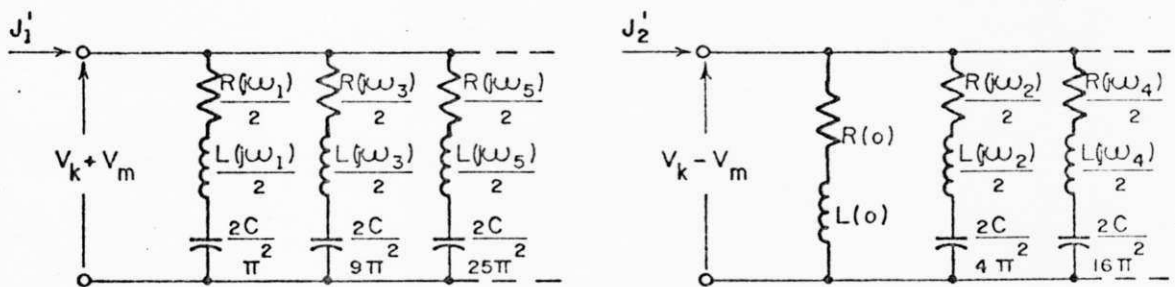


(a)



$$J_{km}(j\omega) = J_1' + J_2' \quad , \quad J_{mk}(j\omega) = J_1' - J_2'$$

(b)



(c)

Fig. 4.3 - Circuito equivalente proposto

- a) Linha no domínio modal
- b) Circuito equivalente sem perdas
- c) Circuito equivalente com perdas

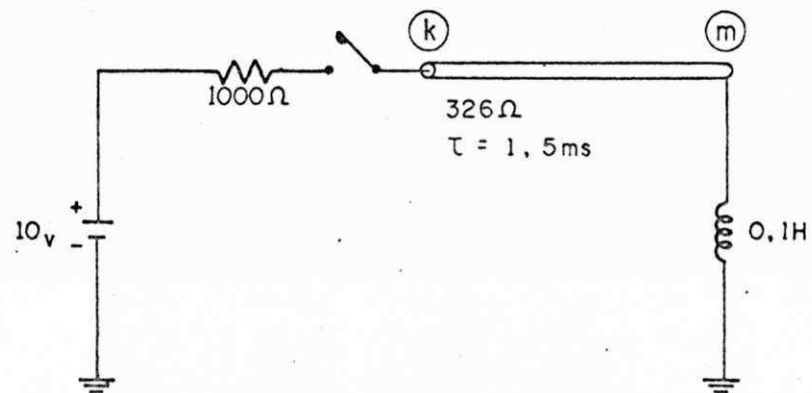
quências de ressonâncias pares e ímpares tal que, a função  $F(\omega)$  seja igual a  $\pi^2$ ,  $(2\pi)^2$ ,  $(3\pi)^2$ , ...,  $(k\pi)^2$ , onde  $k$  é igual a duas vezes o número de ramos a ser utilizado no modelo.

- d) Calcular os parâmetros da linha para uma das frequências de ressonância. Estes parâmetros serão diretamente introduzidos no modelo. Caso se queira considerar o efeito pelicular, os parâmetros dos condutores da linha devem ser modificados utilizando-se as equações (2.30) e (2.34), em cada uma das frequências de ressonância.

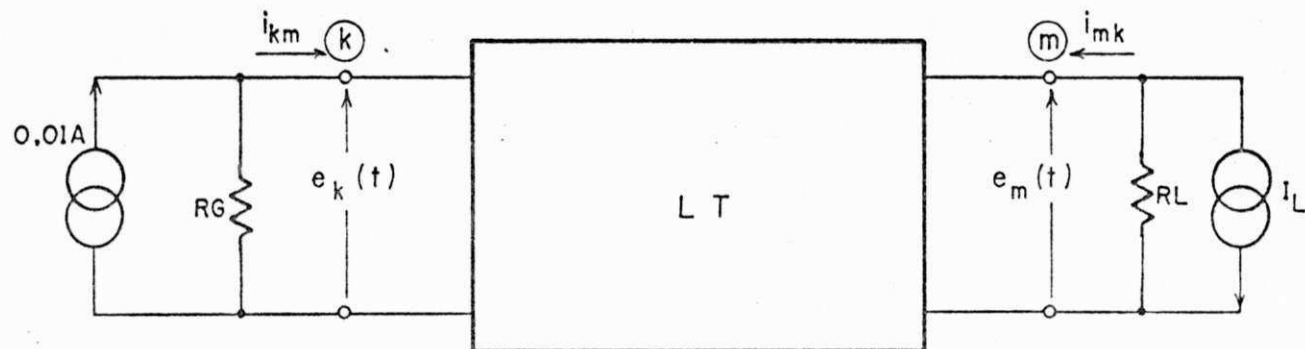
#### 4.4. Energização de uma Indutância por uma Linha Monofásica sem Perdas

Seja uma indutância energizada através de uma linha monofásica, conforme indica a Figura 4.4a. A fonte possui uma tensão constante de 10 volts e uma resistência interna de 1000 ohms. A impedância característica da linha é igual a 326 ohms e a constante de trânsito  $\tau$  igual a 1,5 ms. A partir da energização do instante  $t=0$ , serão calculados os transitórios eletromagnéticos nos extremos 'k' e 'm' da linha.

Na simulação não será considerada a dependência da frequência no cálculo dos parâmetros. Na frequência de operação (60Hz) a indutância total da linha será igual a 489 mH, e a capacitância total da linha será igual a 4,6  $\mu$ F e a resistência equivalente da indutância é 2000 ohms.



(a)



(b)

Fig. 4.4 - Energização de uma linha com terminação indutiva

a) Circuito elétrico

b) Circuito equivalente para o transitório

Na Figura 4.4b, está apresentado o circuito equivalente para a simulação. As equações para os nós "k" e "m" são:

$$\frac{e_k(t)}{RG} - \frac{e_i}{RG} + i_{km}(t) = 0 \quad (4.19a)$$

$$\frac{e_m(t)}{RL} + I_L + i_{mk}(t) = 0 \quad (4.19b)$$

As correntes  $i_{mk}(t)$  e  $i_{km}(t)$ , são calculadas a partir dos circuitos equivalentes apresentados na Figura 4.3b, e considerando-se que:

$$i_{km}(t) = i_1 + i_2 \quad (4.20a)$$

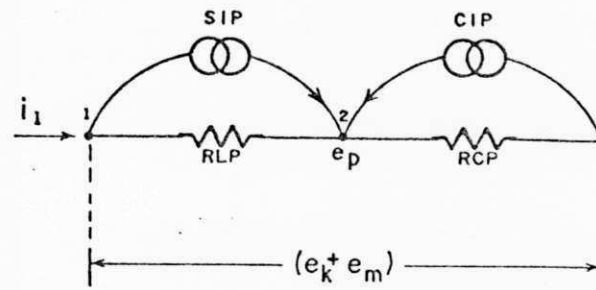
$$i_{mk}(t) = i_1 - i_2 \quad (4.20b)$$

Sendo assim, a equação para o nó "1" do circuito equivalente da Figura 4.5a.

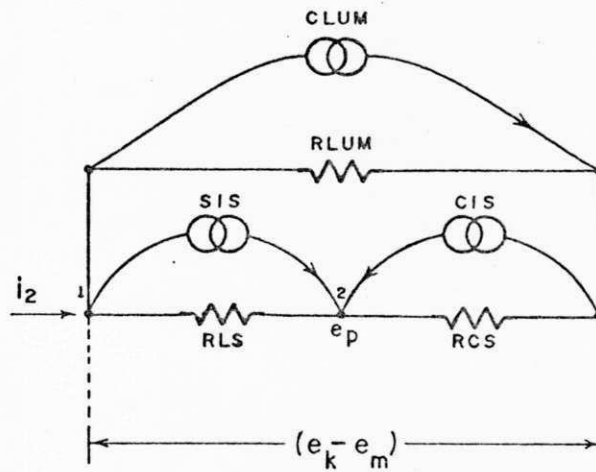
$$i_1 = \frac{\{e_k(t) + e_m(t)\} - e_p}{RLP} + SIP \quad (4.21)$$

e para o nó 2:

$$\frac{e_p - \{e_k(t) + e_m(t)\}}{RLP} + \frac{e_p}{RCP} - CIP - SIP = 0 \quad (4.22)$$



(a)



(b)

Fig. 4.5 - Circuito - equivalente da linha modal



da equação (4.21) obtêm-se:

$$e_p = \{e_k(t) + e_m(t)\} + RLP \text{ CIP} - RLP \ i_1 \quad (4.23)$$

Substituindo-se em (4.22) e rearranjando-se obtêm-se:

$$i_1 = \frac{1}{Req} \{e_k(t) + e_m(t)\} + \frac{RLP}{Req} \text{ SIP} - \frac{RCP}{Req} \text{ CIP} \quad (4.24)$$

onde,

$$Req = RCP + RLP \quad (4.25a)$$

$$SIP = I_L(t - \Delta t) \quad (4.25b)$$

$$CIP = I_C(t - \Delta t) \quad (4.25c)$$

(Ver apêndice B)

Generalizando-se para "n" ramos em paralelo e sendo:

$$G_p = \frac{1}{Req_1} + \frac{1}{Req_2} + \dots + \frac{1}{Req_n} = \frac{1}{Req_p} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} CPK &= \frac{RCP_1}{Req_1} \text{ CIP}_1 - \frac{RLP_1}{Req_1} \text{ SIP}_1 + \dots + \frac{RCP_n}{Req_n} \text{ CIP}_n - \frac{RLP_n}{Req_n} \text{ SIP}_n \\ &= n \left\{ \frac{RCP}{Req_p} \text{ CIP} - \frac{RLP}{Req_p} \text{ SIP} \right\} \end{aligned}$$

(4.27)

tem-se:

$$i_1 = G_p \{e_k(t) + e_m(t)\} - CPK \quad (4.28)$$

A partir do circuito na Figura 4.5b e desenvolvendo-se raciocínio similar, podemos obter:

$$i_2 = G_s \{e_k(t) - e_m(t)\} - CSK \quad (4.29)$$

onde,

$$G_s = \frac{n}{Req_s} + \frac{1}{RLUM} \quad (4.30)$$

$$CSK = n \left\{ \frac{RCS}{Req_s} CIS - \frac{RLS}{Req_s} SIS \right\} - CLUM \quad (4.31)$$

Sendo assim as equações (4.20a) e (4.20b) podem ser escritas como segue:

$$i_{km}(t) = \{G_p + G_s\} e_k(t) + \{G_p - G_s\} e_m(t) - \{CPK - CSK\} \quad (4.32a)$$

$$i_{mk}(t) = \{G_p - G_s\} e_k(t) + \{G_p + G_s\} e_m(t) + \{CSK - CPK\} \quad (4.32b)$$

Substituindo-se nas equações (4.19a) e (4.19b), resulta:

$$\frac{e_k(t) - e_m(t)}{RG} + \{Gp\{e_k(t) + e_m(t)\} - CPK\} +$$

$$+ \{Gs\{e_k(t) - e_m(t)\} - CSK\} = 0 \quad (4.33a)$$

$$\frac{e_m(t)}{RL} + I_L + \{Gp\{e_k(t) + e_m(t)\} - CPK\} -$$

$$- \{Gs\{e_k(t) - e_m(t)\} - CSK\} = 0 \quad (4.33b)$$

que podem ser escritas na forma:

$$A_1 e_k(t) + B_1 e_m(t) - C_1 = 0 \quad (4.34a)$$

$$B_1 e_k(t) + B_2 e_m(t) - C_2 = 0 \quad (4.34b)$$

onde,

$$B_1 = Gp - Gs \quad (4.35a)$$

$$B_2 = Gp + Gs + 1/RL \quad (4.35b)$$

$$A_1 = Gp + Gs + 1/RG \quad (4.35c)$$

$$C_1 = \text{CPK} + \text{CSK} - \text{CL} \quad (4.35d)$$

$$C_2 = \text{CPK} - \text{CSK} - (e_i / \text{RG}) \quad (4.35e)$$

Sendo assim, podemos encontrar a partir das equações (4.34a) e (4.34b) que:

$$e_k(t) = (B_2 C_1 - B_1 C_2) / \text{Den} \quad (4.36a)$$

$$e_m(t) = (A_1 C_2 - B_1 C_1) / \text{Den} \quad (4.36b)$$

onde,

$$\text{Den} = A_1 B_2 - B_1 B_1 \quad (4.37)$$

#### 4.5. Esquema Computacional

- (a) Calcular  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  e Den, utilizando-se as equações (4.35a) a (4.35e) e (4.37).
- (b) Calcular as tensões  $e_k(t)$  e  $e_m(t)$  através das equações (4.36a) e (4.36b).
- (c) Atualizar as correntes fictícias CPK, CSK e CLUM utilizando-se as equações (4.27), (4.31) e (B.8).

- (d) Repetir os procedimentos (a), (b) e (c) até atingir o tempo de simulação desejado.

#### 4.6. Considerações sobre os Resultados da Simulação

As Figuras 4.6a e 4.6b mostram os resultados da simulação para o modelo convencional, e para o modelo proposto, utilizando-se vinte ramos respectivamente. Observa-se que o modelo proposto representa adequadamente o comportamento do sistema, exceto nas regiões onde ocorre o fenômeno de Gibbs, devido ao truncamento no número de termos das séries utilizadas para representar o modelo proposto, tornando a resposta do modelo muito oscilante ao longo do tempo. Tal observação não se constitui em uma deficiência, já que a presente simulação trata de um caso ideal, onde aquele fenômeno ocorre com mais frequência. Em casos reais o fenômeno de Gibbs é sensivelmente reduzido. Observa-se ainda, que a resposta do modelo proposto é altamente atenuada nos pontos onde ocorrem mudanças bruscas de tensão (picos de tensão).

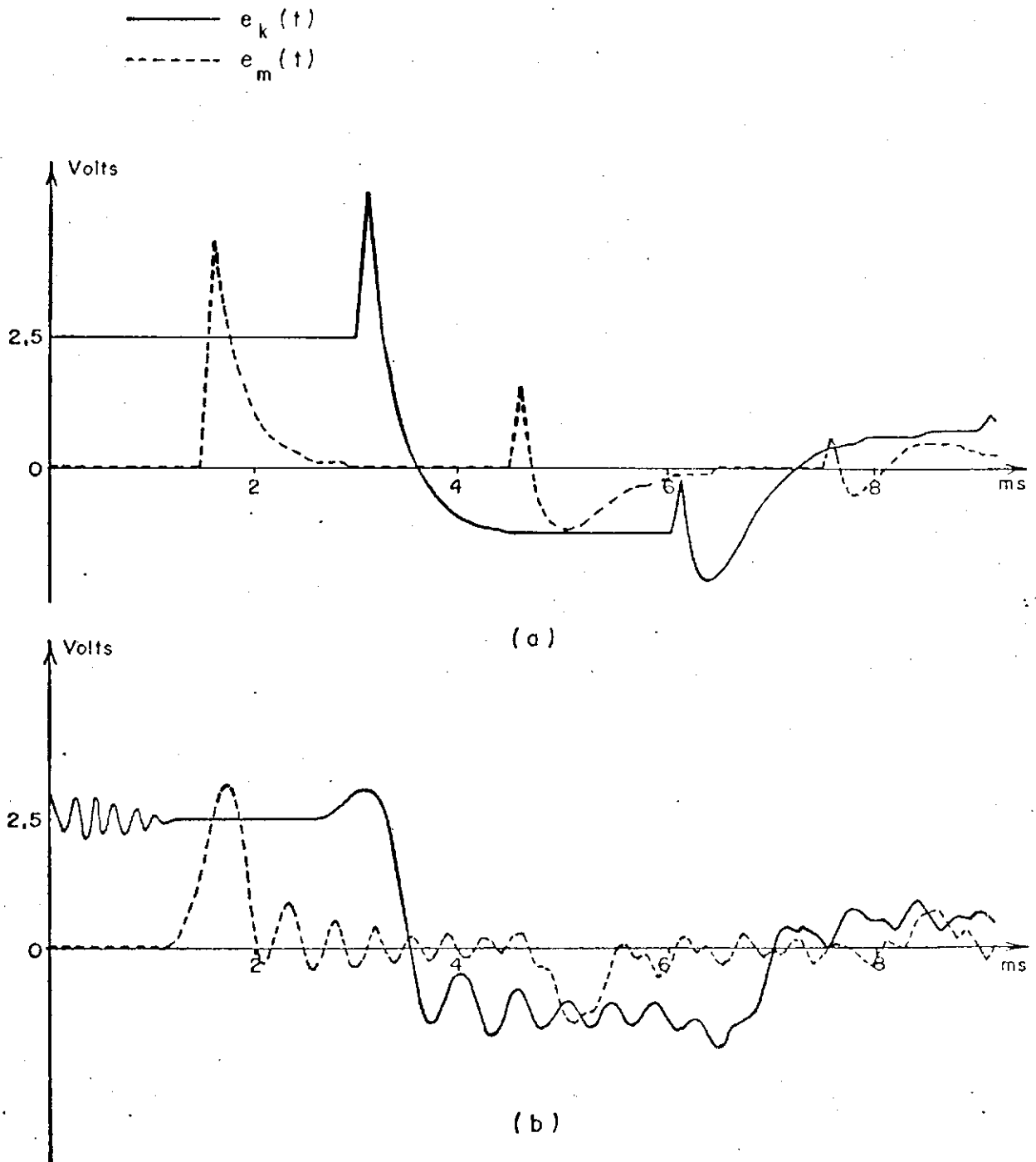


Fig. 4.6 - Transitórios da energização de uma indutância através de uma linha monofásica

- a) Modelo convencional
- b) Modelo proposto

## 5. SIMULAÇÃO DOS TRANSITÓRIOS NA ENERGIZAÇÃO DA LINHA TRIFÁSICA "JAGUARA-TAQUARIL"

Será considerada a energização da Linha Jaguara-Taquaril. Os resultados desta operação foram obtidos por CUNHA e DOMMEL (1973) <sup>| 2 |</sup>, através de um programa desenvolvido pela BPA (Bonneville Power Administration). Entretanto, para aferir os resultados será considerado um programa que utiliza o método de DOMMEL (1966) <sup>| 5 |</sup>, e que, mesmo sem considerar a saturação do núcleo do reator, apresentou resultados idênticos aos obtidos no programa da BPA.

### 5.1. Características da Linha e Considerações

#### Gerais sobre a Energização

As características da linha estão apresentadas no Capítulo 2. O sistema de transmissão está apresentado na Figura 5.1. Na simulação será considerada uma resistividade média do solo de 100 ohm-m. A reatância de sequência negativa

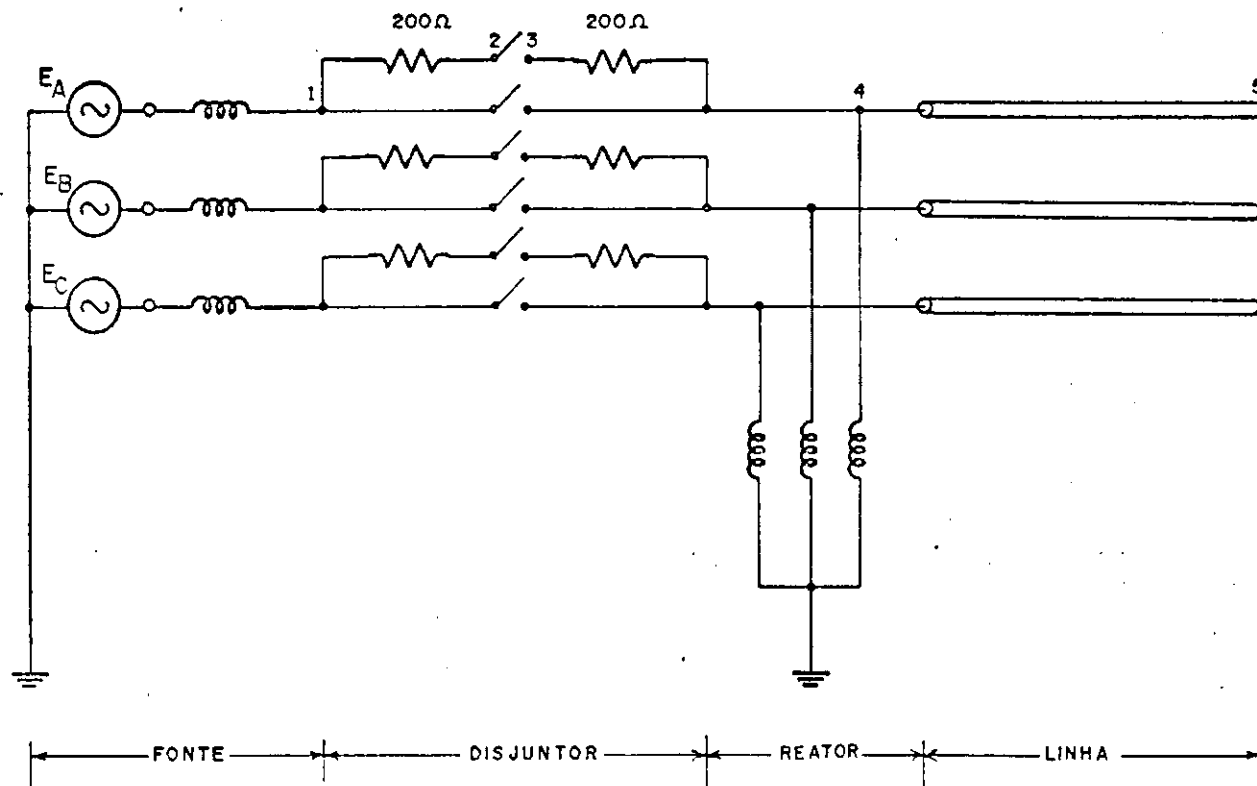


Fig. 5.1 - Sistema de transmissão "JAGUARA-TAQUARIL"



( $X_0$ ) dos geradores e transformadores elevadores em Jaguara é suposta igual a de sequência positiva ( $X_1$ ). Para um transformador, considerando-se uma frequência de 60 Hz, tem-se:

$$X_0 = 33,76 \text{ ohms}$$

$$X_1 = 99,6 \text{ ohms}$$

então, a reatância própria ( $X_s$ ) e a reatância mútua ( $X_m$ ) serão:

$$X_s = \frac{1}{3}(X_0 + 2X_1) = 77,65 \text{ ohms}$$

$$X_m = \frac{1}{3}(X_0 - X_1) = -21,45 \text{ ohms}$$

O reator trifásico em derivação de 400 kV, 91 MVAR, 60 Hz, encontra-se no terminal de Jaguara e tem reatância de sequência positiva:

$$X_1 = \frac{(440 \cdot 10^3)^2}{91 \cdot 10^6} = 2127 \text{ ohms}$$

Considerando-se a reatância de sequência zero, como sendo 35% da reatância de sequência positiva, tem-se:  $X_0 = 744$  ohms; portanto,

$$X_s = 1666 \text{ ohm}$$

$$X_m = -461 \text{ ohm}$$

daí, as indutâncias próprias  $L_s$  e mútuas  $L_m$  de cada fase, são:

$$L_s = 4,4192 \text{ H}$$

$$L_m = -1,2228 \text{ H}$$

Os geradores e transformadores são representados por uma fonte de tensão por trás de um reator trifásico com acoplamento mútuo. A linha inicialmente está em vazio, e imediatamente antes da energização, a tensão é 328 kV (0,95Pu). O tempo inicial será aquele em que a tensão da fase a passa por zero, e assume valores negativos. A f.e.m da fonte é:

$$E^a(t) = 0,95 \cos(\omega t + \pi/2) \text{ p.u.}$$

$$E^b(t) = 0,95 \cos(\omega t - \pi/6) \text{ p.u.}$$

$$E^c(t) = 0,95 \cos(\omega t + 7\pi/6) \text{ p.u.}$$

Na simulação será considerado um passo de tempo  $\Delta t$  de  $3,8 \cdot 10^{-3}$  ms. Os disjuntores de cada fase possuem contatos auxiliares para inserir uma resistência de pré-inserção de 400 ohms. Os tempos de fechamento dos disjuntores estão apresentados na tabela 5.1. No desacoplamento das fases, será utilizada a transformação modal apresentada anteriormente.

## 5.2. Determinação dos Parâmetros do Modelo

Inicialmente, calcula-se as frequências de ressonância para as sequências nula positiva e negativa, atentando para o fato de que, os parâmetros de sequência negativa são iguais aos de sequência positiva. Em seguida, obtêm-se para cada uma das frequências de ressonância de cada sequência os parâmetros da linha (Ver Seção 4.3). A Tabela 5.2 apresenta os parâmetros da linha para dez frequências específicas das sequências nula e positiva. No cálculo dos parâmetros constatou-se que a formulação de CARSON (1926) <sup>11</sup>, considerando o número de termos das equações (2.23a) e (2.23b) igual a sete apresentou instabilidade no cálculo dos parâmetros para as frequências a partir de  $0,37 \cdot 10^6$  Hz para a sequência nula, e  $0,19 \cdot 10^6$  Hz para a sequência positiva. Nesta faixa de frequência os parâmetros podem assumir valores negativos. Para se trabalhar nesta faixa de frequência, o número de termos das referidas equações devem ser devidamente alteradas.

Na inclusão do efeito pelicular foi considerada uma permeabilidade relativa do ferro igual a 500. Ao se utilizar as funções de Bessel, DWIGHT (1972) <sup>13</sup> para valores pequenos de  $mr$ , ocorreu uma instabilidade do cálculo da influência sobre os cabos para-raios para  $mr$  em torno de 4,0 razão pela qual foram utilizadas as funções para valores elevados de  $mr$  (Ver apêndice A). A influência do efeito pelicular sobre a resistência dos condutores geminados e cabos para-raios da linha, para dez frequências de ressonância, está apresentada

nas tabelas 5.3 e 5.4. Na simulação só será considerada a influência sobre a resistência dos condutores, entretanto, a influência sobre os demais parâmetros pode ser facilmente considerada.

### 5.3 Equações Descritivas do Sistema sem Perdas

A partir do circuito equivalente apresentado na Figura 5.2, as equações do sistema com chaves abertas, considerando-se  $t = n\Delta t$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), são:

Nó 1

$$\begin{bmatrix} 0,206 & -0,0582 & -0,0582 \\ -0,0582 & 0,206 & -0,0582 \\ -0,0582 & -0,0582 & -0,206 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} e_1^a(n\Delta t) \\ e_1^b(n\Delta t) \\ e_1^c(n\Delta t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,005 & 0 & 0 \\ 0 & 0,005 & 0 \\ 0 & 0 & 0,005 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^a(n\Delta t) \\ e_1^b(n\Delta t) \\ e_1^c(n\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1^a \\ I_1^b \\ I_1^c \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

onde,

$$\begin{bmatrix} I_1^a \\ I_1^b \\ I_1^c \end{bmatrix} = \frac{\Delta t}{2} \begin{bmatrix} 0,206 & -0,0582 & -0,0582 \\ -0,0582 & 0,206 & -0,0582 \\ -0,0582 & -0,0582 & 0,206 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0,95 \cos(\omega n\Delta t + \pi/2) \\ 0,95 \cos(\omega n\Delta t - \pi/6) \\ 0,95 \cos(\omega n\Delta t - 7\pi/6) \end{bmatrix}$$

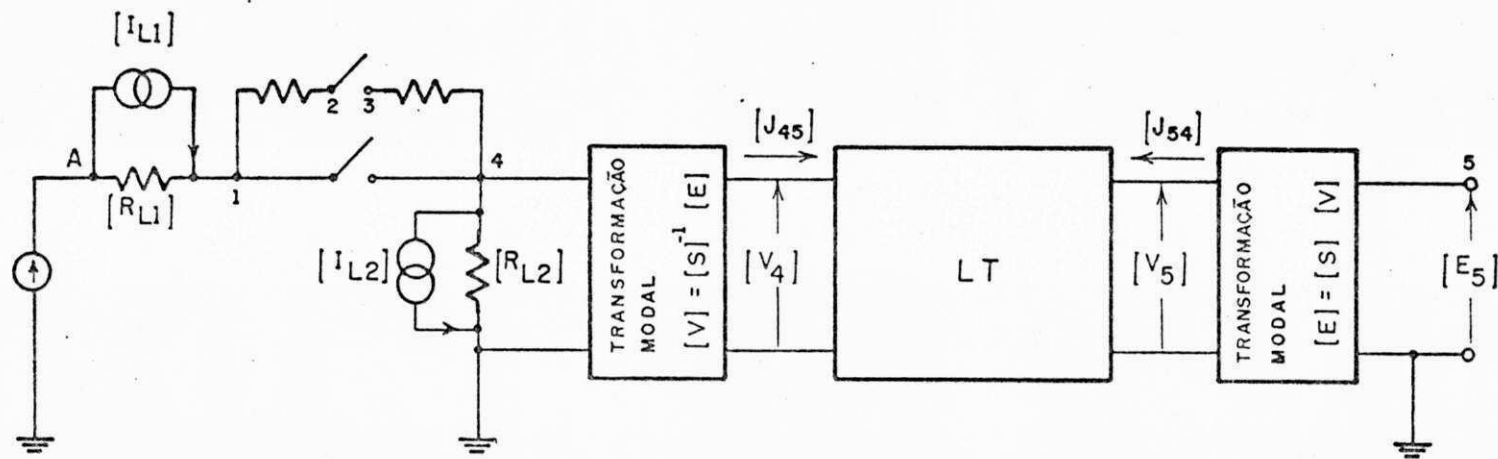


Fig. 5.2 - Circuito equivalente da energização da linha  
" JAGUARA TAQUARIL."

$$+ \begin{bmatrix} I_{L1}^a((n-1)\Delta t) \\ I_{L1}^b((n-1)\Delta t) \\ I_{L1}^c((n-1)\Delta t) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$\begin{bmatrix} I_{L1}^a((n-1)\Delta t) \\ I_{L1}^b((n-1)\Delta t) \\ I_{L1}^c((n-1)\Delta t) \end{bmatrix} = \frac{2 \Delta t}{2} \begin{bmatrix} 0,206 & -0,0582 & -0,0582 \\ -0,0582 & 0,206 & -0,0582 \\ -0,0582 & -0,0582 & 0,206 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} 0,95 \cos(\omega n \Delta t + \pi/2) \\ 0,95 \cos(\omega n \Delta t + \pi/6) \\ 0,95 \cos(\omega n \Delta t + 7\pi/6) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_1^a((n-1)\Delta t) \\ e_1^b((n-1)\Delta t) \\ e_1^c((n-1)\Delta t) \end{bmatrix} \right\} + \begin{bmatrix} I_{L1}^a((n-2)\Delta t) \\ I_{L1}^b((n-2)\Delta t) \\ I_{L1}^c((n-2)\Delta t) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Nº 2

$$\begin{bmatrix} 0,005 & 0 & 0 \\ 0 & 0,005 & 0 \\ 0 & 0 & 0,005 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} e_2^a(n\Delta t) \\ e_2^b(n\Delta t) \\ e_2^c(n\Delta t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_1^a(n\Delta t) \\ e_1^b(n\Delta t) \\ e_1^c(n\Delta t) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Nº 3

$$\begin{bmatrix} 0,005 & 0 & 0 \\ 0 & 0,005 & 0 \\ 0 & 0 & 0,005 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} e_3^a(n\Delta t) \\ e_3^b(n\Delta t) \\ e_3^c(n\Delta t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_4^a(n\Delta t) \\ e_4^b(n\Delta t) \\ e_4^c(n\Delta t) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

N<sup>o</sup> 4

$$\begin{bmatrix} 0,005 & 0 & 0 \\ 0 & 0,005 & 0 \\ 0 & 0 & 0,005 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} e_4^a(n\Delta t) \\ e_4^b(n\Delta t) \\ e_4^c(n\Delta t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_3^a(n\Delta t) \\ e_3^b(n\Delta t) \\ e_3^c(n\Delta t) \end{bmatrix} \right\} + \frac{\Delta t}{2} \begin{bmatrix} 4,4192 & -1,2228 & -1,2228 \\ -1,2228 & 4,4192 & -1,2228 \\ -1,2228 & -1,2228 & 4,4192 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} e_4^a(n\Delta t) \\ e_4^b(n\Delta t) \\ e_4^c(n\Delta t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{L2}^a(n-1)\Delta t \\ I_{L2}^b(n-1)\Delta t \\ I_{L2}^c(n-1)\Delta t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{45}^a(n\Delta t) \\ I_{45}^b(n\Delta t) \\ I_{45}^c(n\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

onde;

$$\begin{bmatrix} I_{L2}^a((n-1)\Delta t) \\ I_{L2}^b((n-1)\Delta t) \\ I_{L2}^c((n-1)\Delta t) \end{bmatrix} = \frac{2\Delta t}{2} \begin{bmatrix} 4,4192 & -1,2228 & -1,2228 \\ -1,2228 & 4,4192 & -1,2228 \\ -1,2228 & -1,2228 & 4,4192 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} e_4^a((n-1)\Delta t) \\ e_4^b((n-1)\Delta t) \\ e_4^c((n-1)\Delta t) \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} I_{L2}^a((n-2)\Delta t) \\ I_{L2}^b((n-2)\Delta t) \\ I_{L2}^c((n-2)\Delta t) \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$\begin{bmatrix} I_{45}^a(n\Delta t) \\ I_{45}^b(n\Delta t) \\ I_{45}^c(n\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{45}^0(n\Delta t) \\ J_{45}^1(n\Delta t) \\ J_{45}^2(n\Delta t) \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$\begin{bmatrix} J_{45}^0(n\Delta t) \\ J_{45}^1(n\Delta t) \\ J_{45}^2(n\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (G_p+G_s)^0 \\ \\ (G_p+G_s)^1 \\ \\ (G_p+G_s)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_4^0(n\Delta t) \\ V_4^1(n\Delta t) \\ V_4^2(n\Delta t) \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} (G_p-G_s)^0 \\ \\ (G_p-G_s)^1 \\ \\ (G_p-G_s)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_5^0(n\Delta t) \\ V_5^1(n\Delta t) \\ V_5^2(n\Delta t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} CPK^0(n\Delta t)+CSK^0(n\Delta t) \\ CPK^1(n\Delta t)+CSK^1(n\Delta t) \\ CPK^2(n\Delta t)+CSK^2(n\Delta t) \end{bmatrix}$$

do n<sup>o</sup> 5 podemos escrever:

(5.9)

$$\begin{bmatrix} J_{54}^0(n\Delta t) \\ J_{54}^1(n\Delta t) \\ J_{54}^2(n\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (G_p-G_s)^0 \\ \\ (G_p-G_s)^1 \\ \\ (G_p-G_s)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_4^0(n\Delta t) \\ V_4^1(n\Delta t) \\ V_4^2(n\Delta t) \end{bmatrix} -$$

$$\begin{bmatrix} (G_p+G_s)^0 \\ \\ (G_p+G_s)^1 \\ \\ (G_p+G_s)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_5^0(n\Delta t) \\ V_5^1(n\Delta t) \\ V_5^2(n\Delta t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} CSK^0(n\Delta t)-CPK^0(n\Delta t) \\ CSK^1(n\Delta t)-CPK^1(n\Delta t) \\ CSK^2(n\Delta t)-CPK^2(n\Delta t) \end{bmatrix}$$

(5.10)



ou,

$$\begin{bmatrix} V_5^0(n\Delta t) \\ V_5^1(n\Delta t) \\ V_5^2(n\Delta t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} (Gp+Gs)^0 \\ (Gp+Gs)^1 \\ (Gp+Gs)^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (Gp-Gs)^0 \\ (Gp-Gs)^1 \\ (Gp-Gs)^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_4^0(n\Delta t) \\ V_4^1(n\Delta t) \\ V_4^2(n\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CPK^0(n\Delta t) - CSK^0(n\Delta t) \\ CPK^1(n\Delta t) - CSK^1(n\Delta t) \\ CPK^2(n\Delta t) - CSK^2(n\Delta t) \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Substituindo-se a equação (5.11) em (5.9) e considerando-se:

$$\begin{bmatrix} R^0 & 0 & 0 \\ 0 & R^1 & 0 \\ 0 & 0 & R^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Gp+Gs)^0 \\ (Gp+Gs)^1 \\ (Gp+Gs)^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (Gp-Gs)^0 \\ (Gp-Gs)^1 \\ (Gp-Gs)^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (Gp+Gs)^0 \\ (Gp+Gs)^1 \\ (Gp+Gs)^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (Gp-Gs)^0 \\ (Gp-Gs)^1 \\ (Gp-Gs)^2 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

da equação (5.8) podemos escrever:

$$\begin{bmatrix} I_{45}^a(n\Delta t) \\ I_{45}^b(n\Delta t) \\ I_{45}^c(n\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} R^0 & 0 & 0 \\ 0 & R^1 & 0 \\ 0 & 0 & R^2 \end{bmatrix} \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_4^a(n\Delta t) \\ e_4^b(n\Delta t) \\ e_4^c(n\Delta t) \end{bmatrix} \right.$$

$$\begin{bmatrix} (G_p - G_s)^0 \\ (G_p - G_s)^1 \\ (G_p - G_s)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (G_p + G_s)^0 \\ (G_p + G_s)^1 \\ (G_p + G_s)^2 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\left. \begin{bmatrix} CPK^0(n\Delta t) - CSK^0(n\Delta t) \\ CPK^1(n\Delta t) - CSK^1(n\Delta t) \\ CPK^2(n\Delta t) - CSK^2(n\Delta t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} CPK^0(n\Delta t) + CSK^0(n\Delta t) \\ CPK^1(n\Delta t) + CSK^1(n\Delta t) \\ CPK^2(n\Delta t) + CSK^2(n\Delta t) \end{bmatrix} \right\} \quad (5.13)$$

Substituindo-se a equação (5.13) em (5.6), tem-se:

$$\left\{ \begin{bmatrix} 0,005 & 0 & 0 \\ 0 & 0,005 & 0 \\ 0 & 0 & 0,005 \end{bmatrix} + \frac{\Delta t}{2} \begin{bmatrix} 4,4192 & -1,2228 & -1,2228 \\ -1,2228 & 4,4192 & -1,2228 \\ -1,2228 & -1,2228 & 4,4192 \end{bmatrix}^{-1} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \right.$$

$$\begin{bmatrix} R_0 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 \\ 0 & 0 & R_2 \end{bmatrix} \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_4^a(n\Delta t) \\ e_4^b(n\Delta t) \\ e_4^c(n\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,005 & 0 & 0 \\ 0 & 0,005 & 0 \\ 0 & 0 & 0,005 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_3^a(n\Delta t) \\ e_3^b(n\Delta t) \\ e_3^c(n\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_4^a(n\Delta t) \\ I_4^b(n\Delta t) \\ I_4^c(n\Delta t) \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

onde,

$$\begin{bmatrix} I_4^a(n\Delta t) \\ I_4^b(n\Delta t) \\ I_4^c(n\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{CPK}^0(n\Delta t) + \text{CSK}^0(n\Delta t) \\ \text{CPK}^1(n\Delta t) + \text{CSK}^1(n\Delta t) \\ \text{CPK}^2(n\Delta t) + \text{CSK}^2(n\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\text{Gp}-\text{Gs})^0 & & \\ & (\text{Gp}-\text{Gs})^1 & \\ & & (\text{Gp}-\text{Gs})^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (\text{Gp}-\text{Gs})^0 & & \\ & (\text{Gp}-\text{Gs})^1 & \\ & & (\text{Gp}-\text{Gs})^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \text{CPK}^0(n\Delta t) - \text{CSK}^0(n\Delta t) \\ \text{CPK}^1(n\Delta t) - \text{CSK}^1(n\Delta t) \\ \text{CPK}^2(n\Delta t) - \text{CSK}^2(n\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{L2}^a((n-1)\Delta t) \\ I_{L2}^b((n-1)\Delta t) \\ I_{L2}^c((n-1)\Delta t) \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Nº 5

$$\begin{bmatrix} e_5^a(n\Delta t) \\ e_5^b(n\Delta t) \\ e_5^c(n\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_5^0(n\Delta t) \\ V_5^1(n\Delta t) \\ V_5^2(n\Delta t) \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

onde  $[V_5^{012}]$  é calculado utilizando-se a equação (5.11).

## 5.4. Esquema Computacional.

- a) Calcular os parâmetros do modelo para cada modo
- b) Para  $t=0$ , calcular:

$$[I]^t = [I_1^a, I_1^b, I_1^c, 0, 0, 0, 0, 0, 0, I_4^a, I_4^b, I_4^c]$$

onde,  $[I_1^{abc}]$ , é obtido da equação (5.2), e  $[I_4^{abc}]$  é obtido da equação (5.15).

- c) Obter a solução das equações  $[Y][e] = [I]$
- d) Calcular  $[V_5]$ ,  $[e_5]$ ,  $[I_{L1}]$ ,  $[I_{L2}]$ ,  $[CPK]$  e  $[CSK]$ , pelas equações (5.11), (5.16), (5.3), (5.8), (4.27) e (4.31).
- e) Em  $n=21$ , proceder a simulação do fechamento do contato auxiliar do disjuntor da fase b, adicionando-se as devidas linhas e colunas da matriz  $[Y]$ . Este procedimento deve ser adotado no fechamento dos contatos dos demais disjuntores.

O programa desenvolvido possibilita a simulação do transitório, considerando qualquer sequência de chaveamento: por fase ou por eliminação dos nós, sendo necessário apenas alterar os dados de entrada.

#### 5.5. Considerações sobre os Resultados da Simulação

Na Figura 5.3 encontram-se superpostos os resultados da simulação para o modelo convencional e para o modelo proposto (10 Ramos), sem considerar a dependência da frequência, sem as perdas ao longo da linha. As oscilações ao longo do tempo, foram sensivelmente reduzidas, razão pela qual o modelo proposto apresentou bom desempenho, concordando de maneira geral, com os resultados obtidos quando da utilização do modelo convencional. Ao se introduzir as perdas ao longo da linha nos dois modelos, o amortecimento ocorrido não foi significativo, isto porque, a resistência total da linha é relativamente pequena. As Figuras 5.4a e 5.4b apresentam os resultados das simulações após a inclusão das perdas para os modelos convencional e proposto, respectivamente.

Ao se considerar a dependência da frequência dos parâmetros da linha, foi constatado que a influência desta variação, é mínima, para transitórios desta natureza, como pode ser observado na Figura 5.5, isto porque, o aumento da corrente ao longo dos condutores é relativamente pequena. No caso curto-circuito para a terra, em uma das fases de um sistema

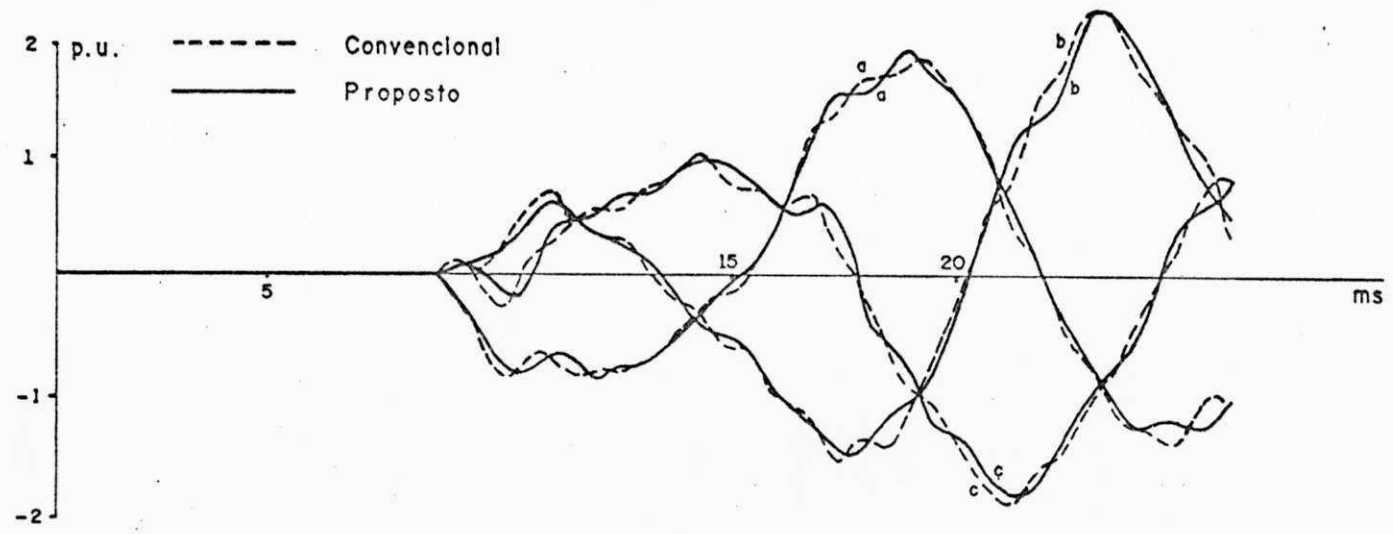


Fig. 5.3 - Transitórios da energização da linha  
 " JAGUARA TAQUARIL " sem perdas

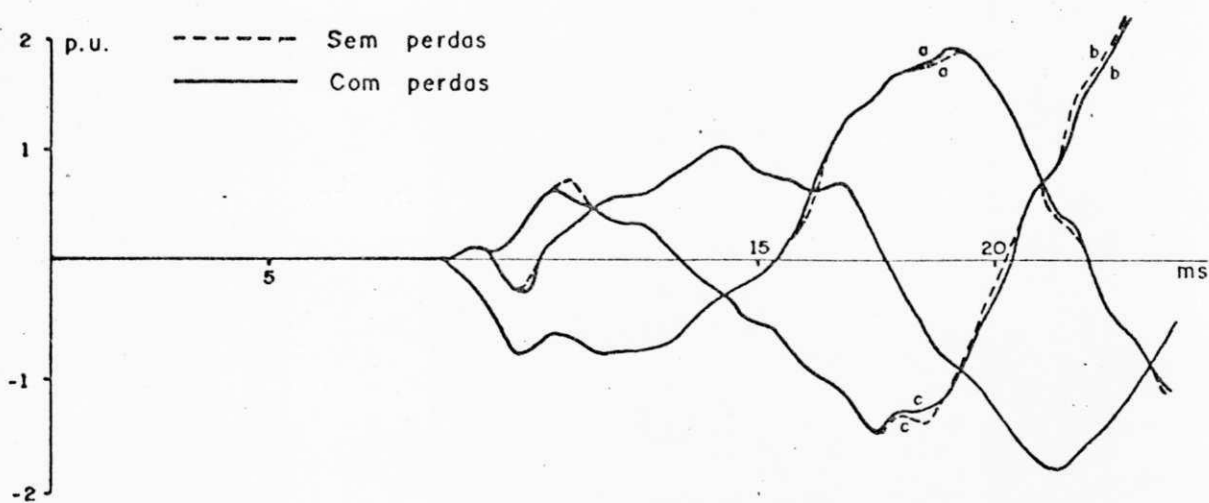


Fig. 5.4a - Influência das perdas ao longo da linha no modelo convencional

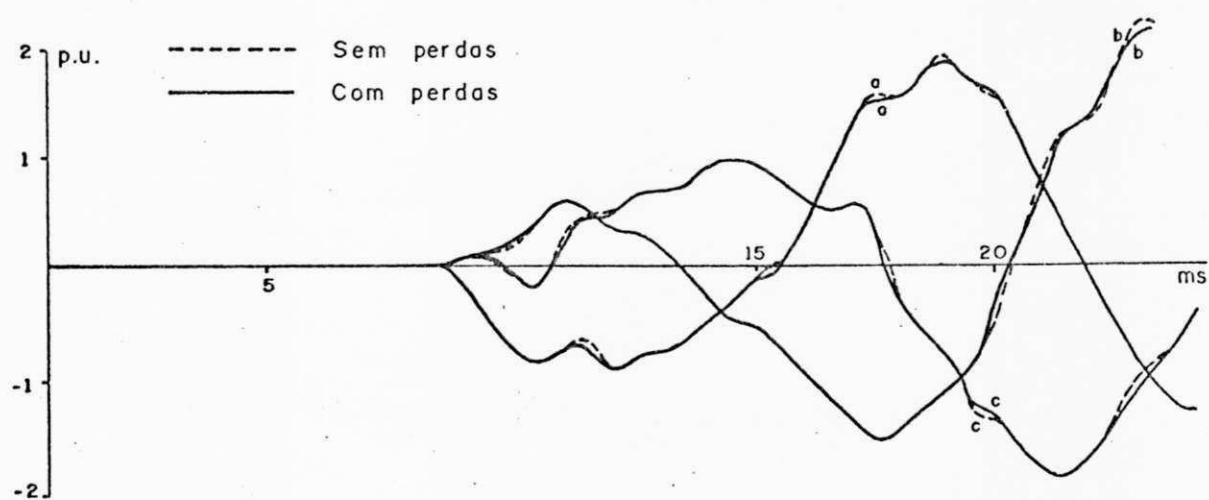


Fig. 5.4b - Influência das perdas ao longo da linha no modelo proposto

trifásico equilibrado, as correntes nas outras fases terão um aumento significativo, neste caso, espera-se que a dependência da frequência seja significativa para o cálculo dos transitórios nas fases não curto-circuitadas. A utilização do modelo proposto para diferentes números de ramos, indica que não se faz necessário a utilização de um número elevado de ramos para o presente estudo. Isto porque apenas aumentaria o tempo de simulação e os requisitos de memória, sem introduzir significativas melhorias nos resultados, o que pode ser observado na Figura 5.6, razão pela qual consideramos o número de ramos a ser utilizado no modelo igual a dez.

Os dois modelos apresentam desempenho equivalente em relação aos resultados obtidos na CEMIG em medições realizadas no campo, entretanto, as curvas do modelo proposto são menos sensíveis a variações bruscas, de modo que se aproximam mais dos valores medidos no campo, como pode ser observado nas Figuras 5.7a e 5.7b.

Considerando-se a influência do efeito pelicular sobre as resistências dos condutores, concluiu-se, como era de se esperar, que tal efeito contribui para o amortecimento das formas de ondas, e em sendo assim os resultados se aproximam um pouco mais aos valores medidos. A Figura 5.8, apresenta a comparação dos resultados do modelo proposto, considerando-se as perdas ao longo da linha, a dependência da frequência e o efeito pelicular, com os resultados das medições. Observa-se que em torno de 10 ms depois da energização, os valores medidos apresentam uma atenuação superior aos valores teóricos, bem como, os picos apresentam um defasamento



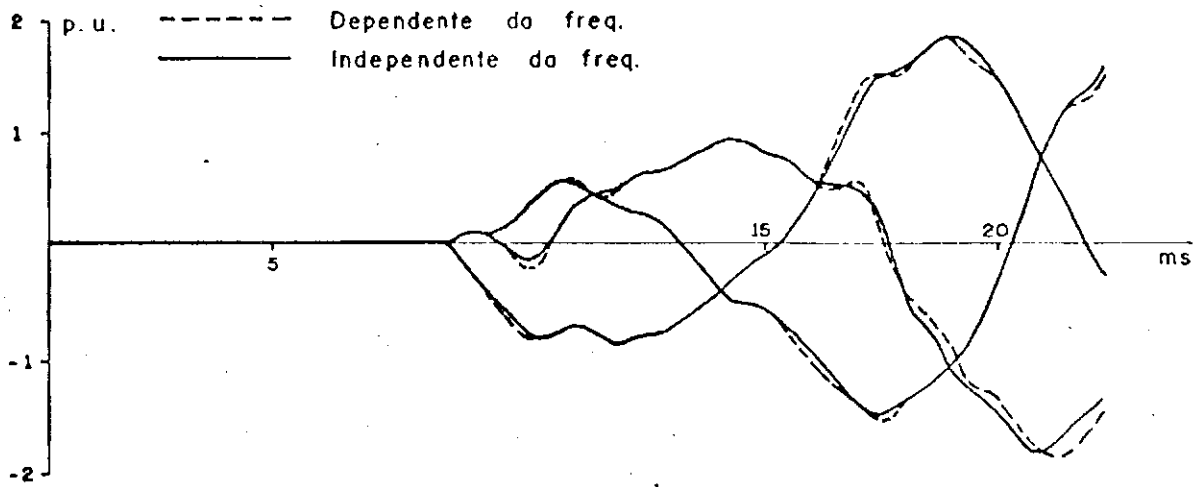


Fig. 5.5 - Influência da dependência da frequência dos parâmetros do modelo

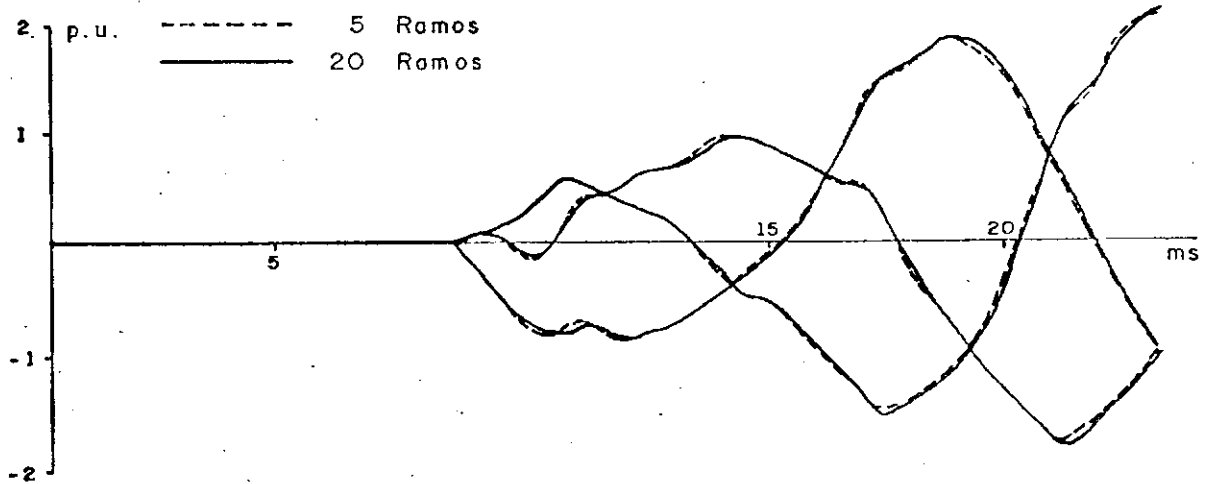


Fig. 5.6 - Resultados da simulação para números de ramos distintos

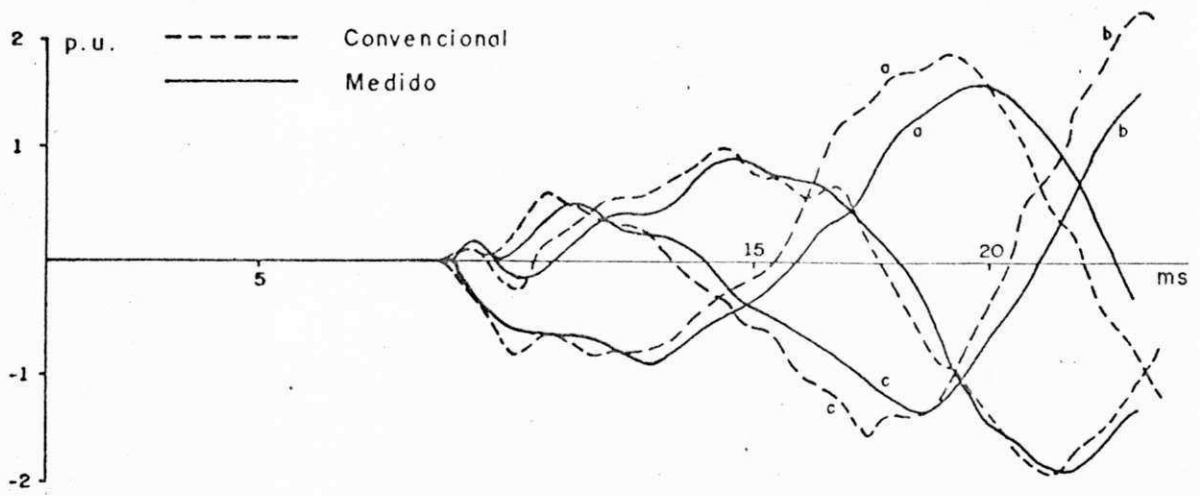


Fig. 5.7a - Comparação dos valores medidos com os teóricos usando o modelo convencional

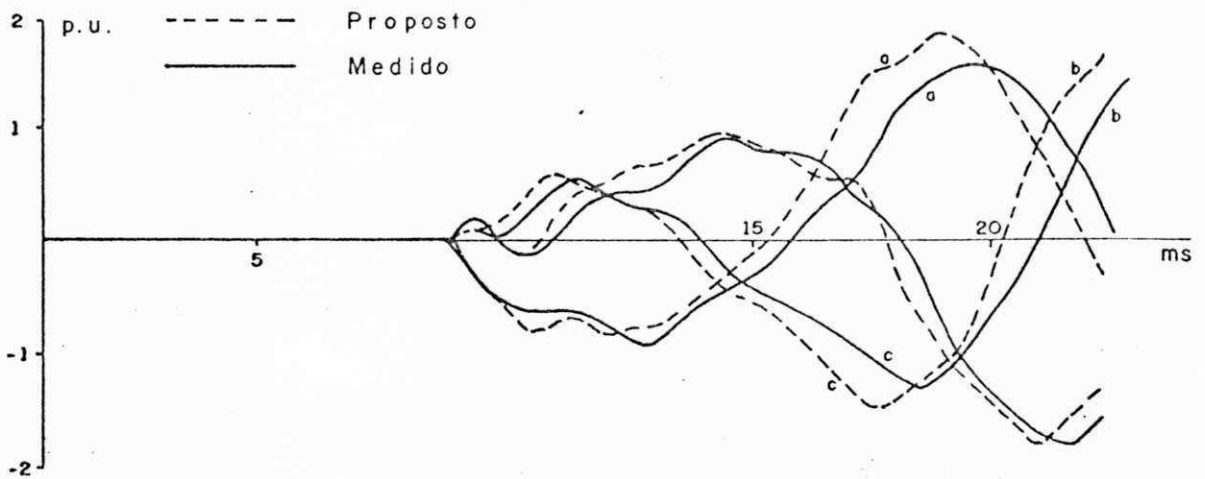


Fig. 5.7b - Comparação dos valores medidos com os teóricos usando o modelo proposto

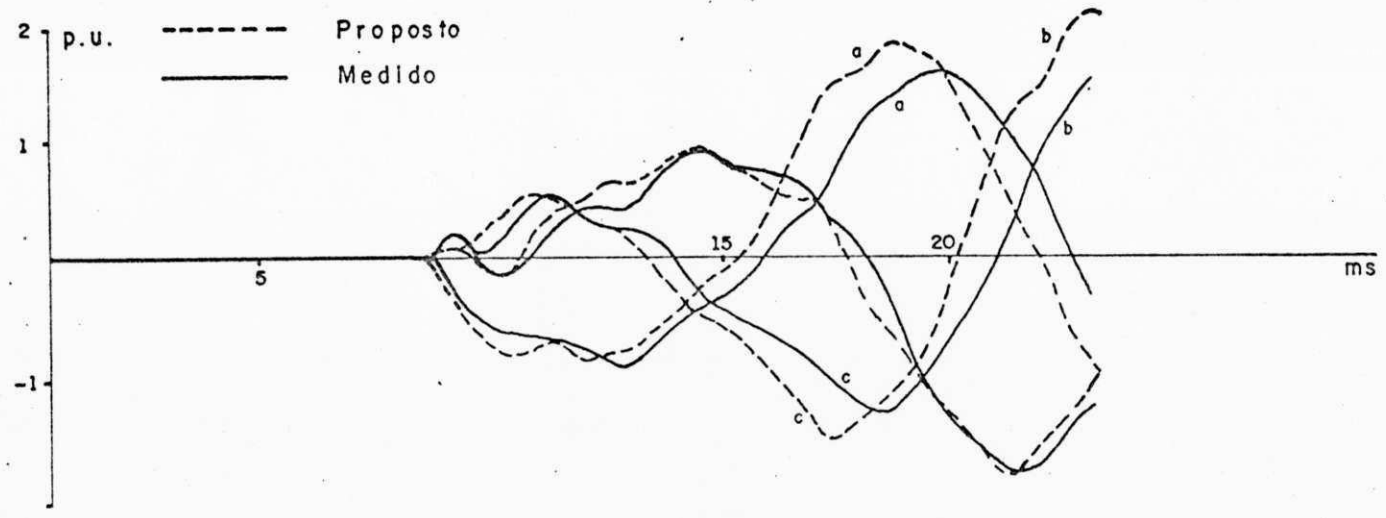


Fig. 5.8 - Comparação dos valores medidos com os teóricos considerando o efeito pelicular

da ordem de alguns milisegundos em relação às formas de ondas das simulações teóricas. Estas diferenças podem ser atribuídas a:

- a) Ao se considerar a condutividade do solo como sendo uniforme ao longo da linha, um erro de aproximação é introduzido na simulação. No modelo proposto, a variação da condutividade do solo ao longo da linha, pode ser considerada, dividindo-se a linha, em várias partes e cada uma delas tendo um valor específico de condutividade, o que acarretaria um aumento no tempo de processamento.
- b) Não foram consideradas as perdas em outros componentes do sistema de transmissão, tais como reatores, transformadores e geradores.
- c) Não há maiores informações quanto ao sistema de medição utilizado, de maneira que não se pode afirmar que o sistema de medição adotado tenha sido o mais indicado para medições dessa natureza.

Os tempos de simulação e os requisitos de memória podem ser observados nas tabelas 5.5 e 5.6, respectivamente. Levando-se em conta que o tempo de simulação para o modelo convencional com dependência da frequência, é cerca de três vezes o tempo de simulação sem levar em conta a dependência da frequência, segundo Marti (1982) <sup>9</sup>, conclui-se que o modelo proposto apresenta relevante contribuição no que refere ao tempo de processamento e requisitos de memória, haja visto que o tempo de simulação considerando-se dez ramos por exemplo, é equivalente ao do modelo convencional sem a dependên-

cia da frequência. Em relação aos requisitos de memória, uma das limitações do modelo convencional é que as suas variáveis dependem do incremento de integração escolhido. Quanto menor o incremento, maior será o dimensionamento.

Por exemplo, na abertura de um disjuntor as correntes são eliminadas quando de sua passagem pelo zero. Na simulação digital o resultado é obtido com valores discretos, razão pela qual se torna impossível se obter valores de correntes exatamente iguais a zero durante a abertura do disjuntor e, a solução é considerar nulo o primeiro valor de cada corrente do disjuntor após a mudança de sinal, durante a sua abertura. Este valor deve ser desprezível, caso contrário o resultado obtido será irreal. Para se conseguir uma precisão aceitável se faz necessário reduzir o incremento de integração para que o valor de cada corrente logo após a mudança de sinal durante a abertura do disjuntor, seja desprezível. Esta redução acarreta um considerável aumento no requisito de memória, particularmente para linhas longas. Com a utilização do modelo proposto esta limitação é totalmente contornada, pois neste caso o dimensionamento das variáveis é função do número de ramos escolhido e não do intervalo de integração.

FASE	CONTATO	
	AUXILIAR	PRINCIPAL
a	8.45	15.85
b	7.15	14.45
c	8.10	15.10

Tabela 5.1 - Energização da Linha "Jaguara-Taquaril". Tempos de fechamento em ms dos contatos do disjuntor (Dommel e Cunha, 1973).

SEQUÊNCIA ZERO						SEQUÊNCIA NEGATIVA				
N	f (Hz)	Resistência Total (ohms)		Indutância Total (Henry)		f (Hz)	Resistência Total (ohms)		Indutância Total (Henry)	
		s/ef. SKIN	c/ef. SKIN	s/ef. SKIN	c/ef. SKIN		s/ef. SKIN	c/ef. SKIN	s/ef. SKIN	c/ef. SKIN
1	289,	470,5	521,9	,9586	1,167	368,	14,19	20,30	,3947	,3954
2	607,	626,3	1044,	,8691	1,055	736,	15,66	28,14	,3942	,3953
3	924,	739,7	1510,	,8437	,9946	1105,	16,59	35,46	,3940	,3952
4	1243,	853,5	1935,	,8303	,9543	1474,	17,46	42,37	,3939	,3951
5	1562,	970,9	2327,	,8210	,9250	1843,	18,38	48,98	,3938	,3950
6	1883,	1092,	2693,	,8137	,9023	2211,	19,38	55,37	,3938	,3949
7	2205,	1216,	3037,	,8076	,8841	2580,	20,48	61,62	,3938	,3948
8	2528,	1342,	3364,	,8024	,8691	2940,	21,66	67,76	,3937	,3948
9	2863,	1471,	3676,	,7977	,8564	3317,	22,92	73,77	,3937	,3947
10	3178,	1600,	3974,	,7935	,8455	3686,	24,26	79,72	,3937	,3946

Tabela 5.2 - Parâmetros da Linha para dez Frequências de Ressonância

CONDUTOR 954-MCM-ACSR				
N	SEQUÊNCIA ZERO		SEQUÊNCIA NEGATIVA	
	f (Hz)	R (Ohms /km)	f (Hz)	R (Ohms /km)
1	289,	0,089	368,	0,097
2	607,	0,1164	736,	0,1263
3	924,	0,1395	1105,	0,1511
4	1243,	0,1594	1474,	0,1723
5	1562,	0,1770	1843,	0,1910
6	1883,	0,1929	2211,	0,2079
7	2205,	0,2076	2580,	0,2234
8	2528,	0,2212	2949,	0,2378
9	2853,	0,2341	3317,	0,2513
10	3178,	0,2463	3686,	0,2641

Tabela 5.3 - Influência do Efeito Pelicular sobre a Resistência dos Condutores Tubulares.

CABO PARA RATO EHS-3/8"				
N	SEQUÊNCIA ZERO		SEQUÊNCIA NEGATIVA	
	f (Hz)	R (Ohms /km)	f (Hz)	R (Ohms /km)
1	289,	13,93	368,	15,58
2	607,	19,73	736,	21,63
3	924,	24,11	1105,	26,27
4	1243,	27,80	1474,	30,19
5	1562,	31,05	1843,	33,64
6	1883,	33,99	2211,	36,75
7	2205,	36,71	2580,	39,63
8	2528,	39,24	2949,	42,30
9	2853,	41,62	3317,	44,80
10	3178,	43,88	3686,	47,18

Tabela 5.4 - Influência do Efeito Pelicular sobre a Resistência dos Cabos para Rato.



MEMÓRIA	MODELO CONVENCIONAL (BYTES)	MODELO PROPOSTO (BYTES)		
		5 Ramos	10 Ramos	20 Ramos
Objeto	22000	25128	25120	25256
Conjuntos	29412	10240	10960	12560
Total	51412	35368	36080	37816

Tabela 5.5 - Requisitos de Memória de Programas Computacionais para a Energização da Linha "Jaguara-Taquaril". (IBM 4341).

TEMPO	MODELO CONVENCIONAL ( s )	MODELO PROPOSTO ( s )		
		5 Ramos	10 Ramos	20 Ramos
Compilação	1.88	2.29	2.22	2.18
Execução	5.85	5.58	6.97	11.10
Total	7.73	7.87	9.19	13.28

Tabela 5.6 - Tempos de Simulação de Programas Computacionais para a Energização da Linha "Jaguara-Taquaril". (IBM 4341).

## CONCLUSÕES

Foi desenvolvido um modelo para linhas de transmissão baseado na aproximação de funções de transferências por funções racionais. O modelo possibilita a inclusão da dependência da frequência dos parâmetros da linha bem como a distribuição uniforme e a influência do efeito pelicular, contornando as dificuldades apresentadas pelos modelos até então utilizados. O modelo foi utilizado na simulação da energização da linha de 345 kV Jaguará-Taquaril da CEMIG. Os resultados obtidos foram comparados com medições realizadas no campo e concordam de maneira geral com os resultados obtidos utilizando-se o modelo convencional.

O modelo proposto apresentou as seguintes contribuições:

- Evita completamente o uso de convolução.
- Evita a utilização das funções de peso, na inclusão da dependência da frequência dos parâmetros.
- O dimensionamento das variáveis não é função do intervalo de tempo.
- A inclusão da dependência da frequência e do efeito pelicular não acarreta alterações significativas nos requisitos de memória e tempo de processamento.

APÊNDICE A

No cálculo da influência do efeito pelicular, através das equações (2.30) e (2.34), as seguintes funções de Bessel são utilizadas: <sup>|13|</sup>

$$\text{ber } mr = 1 - \frac{(\frac{1}{2}mr)^4}{(2!)^2} + \frac{(\frac{1}{2}mr)^8}{(4!)^2} - \dots \quad (\text{A.1})$$

$$\text{bei } mr = \frac{(\frac{1}{2}mr)^2}{(1!)^2} - \frac{(\frac{1}{2}mr)^6}{(3!)^2} + \frac{(\frac{1}{2}mr)^{10}}{(5!)^2} - \dots \quad (\text{A.2})$$

$$\text{ber}'mr = -\frac{(\frac{1}{2}mr)^3}{1!2!} + \frac{(\frac{1}{2}mr)^7}{3!4!} - \frac{(\frac{1}{2}mr)^{11}}{5!6!} - \dots \quad (\text{A.3})$$

$$\text{bei}'mr = \frac{1}{2}mr - \frac{(\frac{1}{2}mr)^5}{2!3!} + \frac{(\frac{1}{2}mr)^9}{4!5!} - \dots \quad (\text{A.4})$$

$$\text{ker } mr = (\log \frac{2}{mr} - 0,5772157)\text{ber } mr + \frac{\pi}{4} \text{bei } mr$$

$$- (1 + \frac{1}{2}) \frac{(\frac{1}{2}mr)^4}{(2')^2} + (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}) \frac{(\frac{1}{2}mr)^8}{(4')^2}$$

$$- (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}) \frac{(\frac{1}{2}mr)^{12}}{(6!)^2} + \dots \quad (\text{A.5})$$

$$\text{kei } mr = \left(\log \frac{2}{mr} - 0,5772157\right) \text{bei } mr - \frac{\pi}{4} \text{ber } mr$$

$$+ \frac{\left(\frac{1}{2}mr\right)^2}{(1!)^2} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \frac{\left(\frac{1}{2}mr\right)^6}{(3!)^2}$$

$$+ \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \frac{\left(\frac{1}{2}mr\right)^{10}}{(5!)^2} - \dots \quad (\text{A.6})$$

$$\text{ker}'mr = \left(\log \frac{2}{mr} - 0,5772157\right) \text{ber}'mr - \frac{1}{mr} \text{ber } mr + \frac{\pi}{4} \text{bei}'mr$$

$$- \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{\left(\frac{1}{2}mr\right)^3}{1!2!} + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \frac{\left(\frac{1}{2}mr\right)^7}{3!4!} - \dots \quad (\text{A.7})$$

$$\text{kei}'mr = \left(\log \frac{2}{mr} - 0,5772157\right) \text{bei}'mr - \frac{1}{mr} - \frac{\pi}{4} \text{ber}'mr$$

$$+ \frac{1}{2}mr - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \frac{\left(\frac{1}{2}mr\right)^5}{2!3!}$$

$$+ \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \frac{\left(\frac{1}{2}mr\right)^9}{4!5!} - \dots \quad (\text{A.8})$$

Para valores elevados de  $mr$ , as seguintes fórmulas são mais utilizadas para evitar possíveis instabilidades nos cálculos:

$$\text{ber } mr = \frac{e^2}{\sqrt{2}\pi mr} \left| L_0(mr) \text{Cos}\left(\frac{mr}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) - M_0(mr) \text{Sen}\left(\frac{mr}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) \right|$$

(A.9)

$$\text{bei } mr = \frac{e^2}{\sqrt{2}\pi mr} \left| M_0(mr) \text{Cos}\left(\frac{mr}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) \right|$$

$$+ L_0(mr) \text{Sen}\left(\frac{mr}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) \quad (A.10)$$

$$\text{Ker } mr = \left(\frac{\pi}{2mr}\right)^{1/2} e^{-\frac{mr}{\sqrt{2}}} \left| L_0(-mr) \text{Cos}\left(\frac{mr}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \right|$$

$$+ M_0(-mr) \text{Sen}\left(\frac{mr}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \quad (A.11)$$

$$\text{Kei } mr = \left(\frac{\pi}{2mr}\right)^{1/2} e^{-\frac{mr}{\sqrt{2}}} \left\{ M_0(-mr) \text{Cos}\left(\frac{mr}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \right.$$

$$\left. - L_0(-mr) \text{Sen}\left(\frac{mr}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \right\} \quad (A.12)$$

onde,

$$L_0(mr) = 1 + \frac{1^2}{1!8mr} \text{Cos}\frac{\pi}{4} + \frac{1^2 3^2}{2!(8mr)^2} \text{Cos} 2\frac{\pi}{4} +$$

$$+ \frac{1^2 3^2 5^2}{3! (8mr)^3} \text{Cos} \frac{3\pi}{4} + \dots, \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned} N_0(mr) &= \frac{-1^2}{1! 8mr} \text{Sen} \frac{\pi}{4} - \frac{1^2 3^2}{2! (8mr)^2} \text{Sen} 2 \frac{\pi}{4} \\ &- \frac{1^2 3^2 5^2}{3! (8mr)^3} \text{Sen} 3 \frac{\pi}{4} - \dots, \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{aligned} \text{ber}'mr &= \frac{e^{mr/2}}{\sqrt{2-mr}} S_0(mr) \text{Cos} \left( \frac{mr}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right) \\ &- T_0(mr) \text{Sen} \left( \frac{mr}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$\begin{aligned} \text{bei}'mr &= \frac{e^{mr/2}}{\sqrt{2\pi mr}} T_0(mr) \text{Cos} \left( \frac{mr}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right) \\ &+ S_0(mr) \text{Sen} \left( \frac{mr}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

$$\text{Ker}'mr = - \left( \frac{\pi}{2mr} \right)^{1/2} e^{-mr/\sqrt{2}} \left[ S_0(-mr) \text{Cos} \left( \frac{mr}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8} \right) \right] \quad (\text{A.17})$$

$$\text{Kei}'mr = - \left( \frac{\pi}{2mr} \right)^{1/2} e^{-mr/\sqrt{2}} \left[ T_0(-mr) \text{Cos} \left( \frac{mr}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8} \right) \right]$$

$$- S_0(-mr) \operatorname{Sen}\left(\frac{mr}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) \quad (\text{A.18})$$

onde,

$$\begin{aligned} S_0(mr) = & 1 - \frac{1 \cdot 3}{1! \cdot 8mr} \operatorname{Cos} \frac{\pi}{4} - \frac{1^2 \cdot 3 \cdot 5}{2! \cdot (8mr)^2} \operatorname{Cos} 2\frac{\pi}{4} \\ & - \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}{3! \cdot (8mr)^3} \operatorname{Cos} 3\frac{\pi}{4} - \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 9}{4! \cdot (8mr)^4} \operatorname{Cos} \frac{4\pi}{4} - \dots \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

$$\begin{aligned} T_0(mr) = & \frac{1 \cdot 3}{1! \cdot 8mr} \operatorname{Sen} \frac{\pi}{4} + \frac{1^2 \cdot 3 \cdot 5}{2! \cdot (8mr)^2} \operatorname{Sen} \frac{2\pi}{4} \\ & + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}{3! \cdot (8mr)^3} \operatorname{Sen} \frac{3\pi}{4} + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 9}{4! \cdot (8mr)^4} \operatorname{Sen} \frac{4\pi}{4} + \dots \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

## APÊNDICE B

A seguir será apresentado de forma resumida os modelos equivalentes para os parâmetros concentrados.

### 1. Capacitância

Para o capacitor da Figura B.1a.

$$i_{km}(t) = C \frac{d}{dt} e_{km}(t) \quad (B.1)$$

Integrando-se ambos os membros de  $t-\Delta t$  a  $t$  e usando-se a regra de integração trapezoidal, tem-se:

$$i_{km}(t) = \frac{2C}{\Delta t} e_{km}(t) - I_c(t-\Delta t) \quad (B.2)$$

onde,

$$I_c(t-\Delta t) = \frac{2C}{\Delta t} e_{km}(t-\Delta t) + i_{km}(t-\Delta t) \quad (B.3)$$

Eliminando-se  $i_{km}(t-\Delta t)$  em (B.3) e fazendo-se  $(t-\Delta t)=t$ , resulta:

$$I_c(t) = 2 \frac{2C}{\Delta t} e_{km}(t) - I_c(t-\Delta t) \quad (B.4)$$



## 2. Indutância

Para a indutância  $L$  da Figura B.2a.

$$e_{km}(t) = L \frac{d}{dt} i_{km}(t) \quad (\text{B.5})$$

Integrando-se ambos os membros de  $t-\Delta t$  a  $t$  e utilizando-se a regra de integração trapezoidal, resulta:

$$i_{km}(t) = \frac{\Delta t}{2L} e_{km}(t) + I_L(t-\Delta t) \quad (\text{B.6})$$

onde,

$$I_L(t-\Delta t) = \frac{\Delta t}{2L} e_{km}(t-\Delta t) + i_{km}(t-\Delta t) \quad (\text{B.7})$$

daí:

$$I_L(t) = 2\frac{\Delta t}{2L} e_{km}(t) + I_L(t-\Delta t) \quad (\text{B.8})$$

## 3. Resistência

Para a resistência da Figura B.3.

$$i_{km}(t) = \frac{1}{R} e_{km}(t) \quad (\text{B.9})$$

Nas Figuras (B.1b), (B.2b) e (B.3) estão apresentados os modelos equivalentes para a capacitância, indutância e

e resistência, utilizadas nos estudos de transitórios eletromagnéticos

#### 4. Circuito Equivalente R-L Série

A partir do circuito apresentado na Figura B.4a.

$$e_{km}(t) = R i_{km}(t) + L \frac{d}{dt} i_{km}(t) \quad (\text{B.10})$$

Integrando-se ambos os membros num intervalo de tempo  $\Delta t$ , tem-se:

$$\int_{t-\Delta t}^t e_{km}(t) dt = R \int_{t-\Delta t}^t i_{km}(t) dt + L \int_{t-\Delta t}^t \frac{d}{dt} i_{km}(t) dt \quad (\text{B.11})$$

Usando-se a lei trapezoidal, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{2} \{e_{km}(t) + e_{km}(t-\Delta t)\} &= R \frac{\Delta t}{2} \{i_{km}(t) + i_{km}(t-\Delta t)\} + \\ &+ L \{i_{km}(t) - i_{km}(t-\Delta t)\} \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Fazendo-se:

$$G = \left\{ R + \frac{2L}{\Delta t} \right\}^{-1} \quad (\text{B.13})$$

$$H = G \left\{ \frac{2L}{\Delta t} - R \right\} \quad (\text{B.14})$$

então,

$$i_{km}(t) = G e_{km}(t) + I_{km}(t - \Delta t) \quad (\text{B.15})$$

onde,

$$I_{km}(t - \Delta t) = G e_{km}(t - \Delta t) + H i_{km}(t - \Delta t) \quad (\text{B.16})$$

de (B.15),

$$i_{km}(t - \Delta t) = G e_{km}(t - \Delta t) + I_{km}(t - 2\Delta t) \quad (\text{B.17})$$

Substituindo-se em (B.16), resulta:

$$I_{km}(t - \Delta t) = G e_{km}(t - \Delta t) + H G e_{km}(t - \Delta t) + H I_{km}(t - 2\Delta t) \quad (\text{B.18})$$

ou:

$$I_{km}(t - \Delta t) = G(1+H)e_{km}(t - \Delta t) + H I_{km}(t - 2\Delta t) \quad (\text{B.19})$$

Matricialmente:

$$[I_{km}(t)] = [G] ([H] + [U])$$

$$[e_{km}(t)] + [H] [I_{km}(t-\Delta t)] \quad (B.20)$$

As equações (B.15) e (B.19) sugerem o circuito apresentado na Figura B.4b.

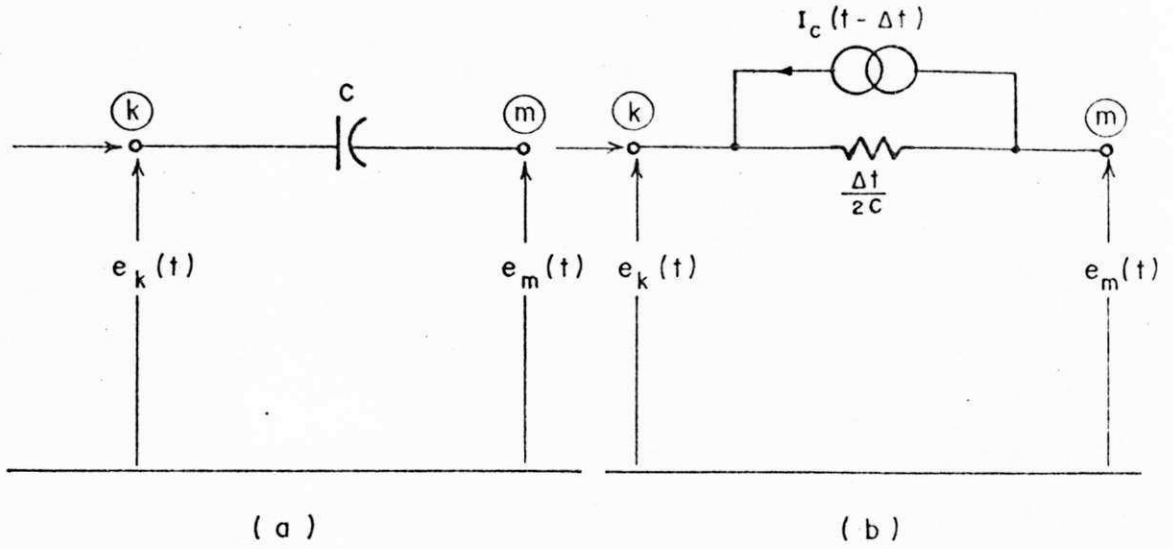


Fig. B.1 - Circuito equivalente de um capacitor

- a) - Capacitor  
b) - Circuito equivalente

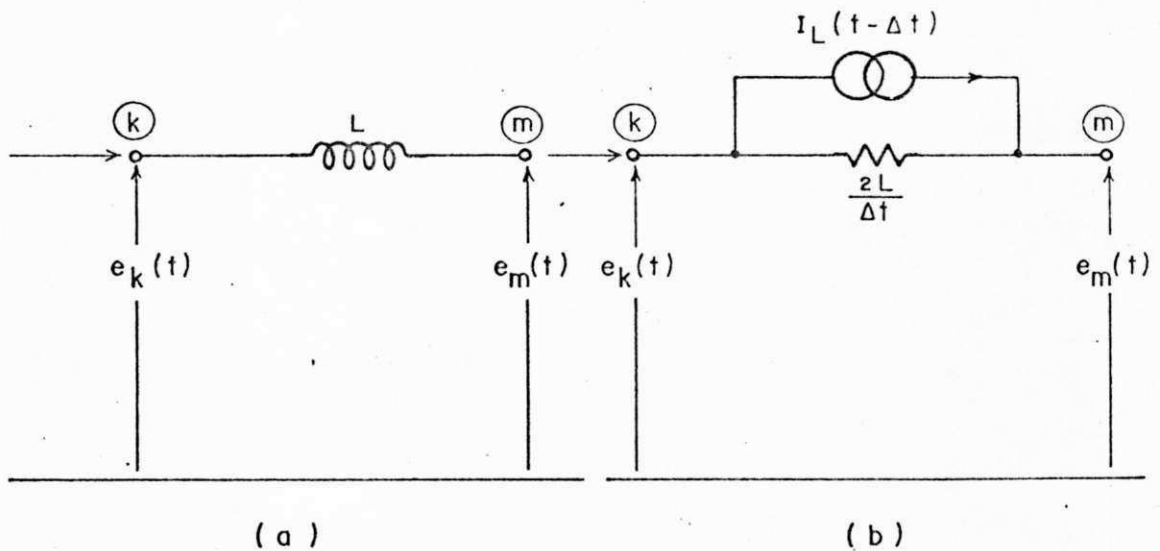


Fig. B.2 - Circuito equivalente de uma indutância

- a) - Indutância  
b) - Circuito equivalente

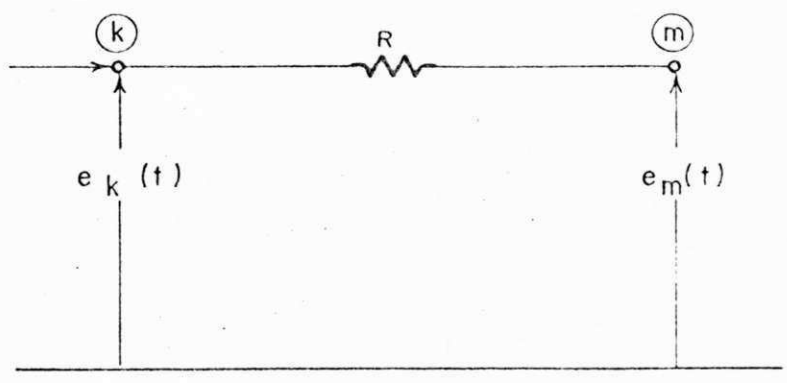


Fig. B.3 - Circuito equivalente de uma resistencia

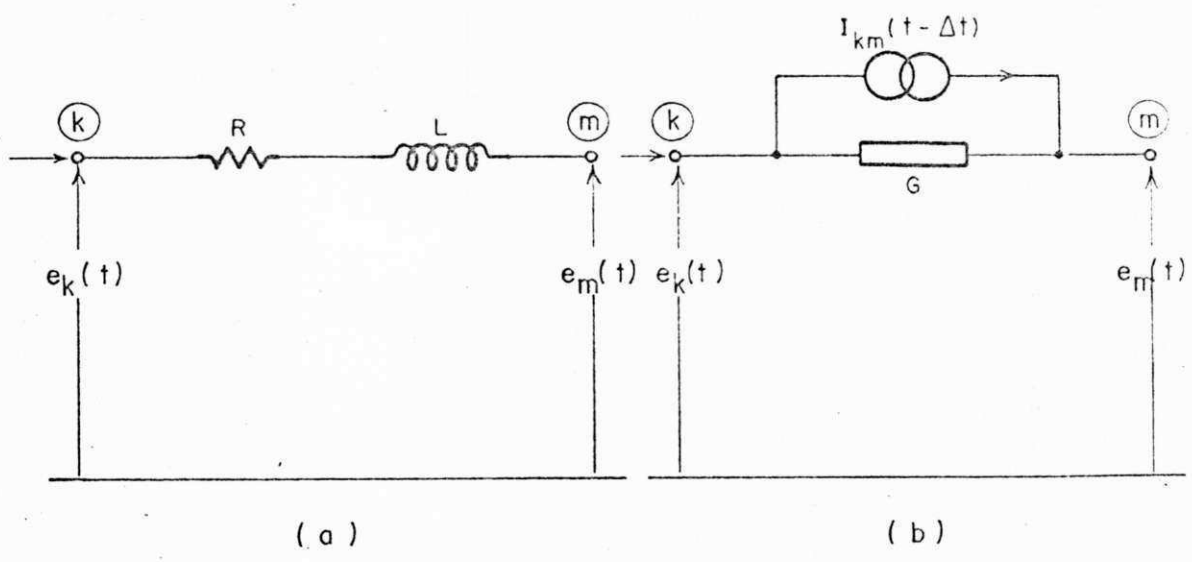


Fig. B.4 - Circuito equivalente de um ramo R-L série

- a) - R-L-série
- b) - Circuito equivalente

Este programa calcula os transitórios devido a energização de uma linha de transmissão trifásica de 345 kV transposta, considerando o modelo proposto no capítulo 4. O programa possibilita a inclusão da dependência da frequência dos parâmetros bem como a influência do efeito pelicular.

Variáveis de entrada:

- N - Ordem da matriz
- NI - Número de ramos do modelo
- NP - Número de pontos
- L1 - Número de nós a serem eliminados
- ITER(I) - Sequência de iterações nas quais ocorrem chaveamento de disjuntores
- IAUX1(I) - Sequência de chaveamento por fase
- IAUX2(I) - Sequência decrescente de eliminação dos nós
- RR0(I),RR1(I) - Resistências de sequência zero e sequência positiva da linha, que podem levar em consideração a dependência da frequência e o efeito pelicular.



```

C..... CH
C CH
C ESTE PROGRAMA CALCULA OS TRANSITORIOS DEVIDO A ENERGIZACAO DE CH
C UMA LINHA TRIFASICA DE 345 KV TRANSPOSTA , CONSIDERANDO COMO CH
C DELO PROECSTO .ESTE PROGRAMA POSSIBILITA A INCLUSAO DA DEPEN CH
C DENCIA DA FREQUENCIA DOS PARAMETROS BEM COMO A INFLUENCIA DO CH
C EFEITO PELICULAR CH
C CH
C..... CH
C CH
C COMMON /NAM1/ IAUX1(4),IAUX2(4),INDEX(12),L1 CH
C DIMENSION YY(12,12),Y(12,12),C(12),C1(12),X(12),P(15,100), CH
C 1 ITER(6),PX(15),YLU(12,12),XX(3,3),VX(15),P(3,100),P1(3,100), CH
C 2 AP1(20),APP(20),CP1(20),GPL1(20),GPC1(20),AS1(20),BS1(20), CH
C 3 CSP(20),CSU(20),JSC1(20),AP1(20),BPI(20),CPI(20),GPL1(20), CH
C 4 CPC1(20),AS1(20),BS1(20),CS1(20),GSL1(20),JSC1(20),SIP1(20), CH
C 5 CIP1(20),CIP2(20),SIP1(20),SIP2(20),CIP1(20),SIS1(20),CIS1(20), CH
C DIMENSION BB(3,3),SL1(20),SL2(20),CIS1(20),CIS2(20), CH
C 6 SIS1(20),U(3,3),V(3,3),HOS(20),HOP(20),HIS(20),HIP(20), CH
C 7 FRO(20),RR1(20) CH
C CH
C READ(5,*)N1 CH
C READ(5,*)N,NP,L1 CH
C READ(5,*)(IAUX1(I),I=1,3) CH
C READ(5,*)(IAUX2(I),I=1,4) CH
C READ(5,*)(ITER(I),I=1,6) CH
C N2=2*N1 CH
C DO 1 I=1,NP CH
C 1 READ(5,*)RR1(I),RR1(I),SL1(I),SL1(I) CH
C PI = 3.1416 CH
C PP=398. CH
C RO=0.3218*PP CH
C R1=0.03419*PP CH
C CH
C ALINO =3.36E-3*PP CH
C CLINO =0.0085-6*PP CH
C ALINI =9.938E-4*PP CH
C CLINI=0.0118E-6*PP CH
C DELTA=0.34E-2 CH
C AUX0=(2.0*ALINO/DELTA)+RO CH
C AUX1=(2.0*ALINI/DELTA)+R1 CH
C CH
C RLINO=(2.0*ALINO/DELTA)+RO CH
C RCLINO=DELTA/(2.0*CLINO) CH
C RLUMPO=RLINO CH
C HLO=AUX0/RLUMPO CH
C CH
C RLINI=(2.0*ALINI/DELTA)+R1 CH
C RCLINI=DELTA/(2.0*CLINI) CH
C RLUMPI=RLINI CH
C HLI=AUX1/RLUMPI CH
C GPO=0. CH
C GSO=0. CH
C DO 2 I=1,N1 CH
C DNP = FLCAT(2*I-1) CH

```



FILE CHAV:1 FORTRAN A1 VM/SP REL 3.1 PL13404+ SLU306 \*\*\* UFPB-NSC/CG

```
RLP = (PRO(DNP)/2.0)+(SLO(DNP)/DELTA) C
AUX0 = (SLO(DNP)/DELTA)-(PRO(DNP)/2.0) C
H0P(I) = AUX0/RLP C
CLP = RCLINO*((DNP*PI)**2)/2.0 C
REQP = RLP + CLP C
AP0(I) = RLP/REQP C
BP0(I) = CLP/REQP C
CP0(I) = FLE*CLP/REQP C
GP1(I) = (1.0+H0P(I))/RLP C
GPC0(I) = 2.0/CLP C
GPO = GPO + 1.0/REQP C
```

```
C
DNS = FLEAT(2*I) C
RLS = (PRO(DNS)/2.0)+(SLO(DNS)/DELTA) C
AUX0 = (SLO(DNS)/DELTA)-(PRO(DNS)/2.0) C
H0S(I) = AUX0/RLS C
CLS = RCLINO*((DNS*PI)**2)/2.0 C
REQS = RLS + CLS C
AS0(I) = RLS/REQS C
BS0(I) = CLS/REQS C
CS0(I) = RLS*CLS/REQS C
GS1(I) = (1.0+H0S(I))/RLS C
GSC0(I) = 2.0/CLS C
GSO = GSO + 1.0/REQS C
```

```
2 CONTINUE C
GSO = GSO + 1.0/BLUMPO C
```

```
C
GP1 = 0. C
GS1 = 0. C
DO 3 I=1,N1 C
DNP = FLEAT(2*I-1) C
RLP = (RP1(DNP)/2.0)+(SLO(DNP)/DELTA) C
AUX1 = (SLO(DNP)/DELTA)-(RP1(DNP)/2.0) C
H1P(I) = AUX1/RLP C
CLP = RCLINI*((DNP*PI)**2)/2.0 C
REQP = RLP + CLP C
AP1(I) = RLP/REQP C
BP1(I) = CLP/REQP C
CP1(I) = FLE*CLP/REQP C
GP1(I) = (1.0+H1P(I))/RLP C
GPC1(I) = 2.0/CLP C
GP1 = GP1 + 1.0/REQP C
```

```
C
DNS = FLEAT(2*I) C
RLS = (RP1(DNS)/2.0)+(SLO(DNS)/DELTA) C
AUX1 = (SLO(DNS)/DELTA)-(RP1(DNS)/2.0) C
H1S(I) = AUX1/RLS C
CLS = RCLINI*((DNS*PI)**2)/2.0 C
REQS = RLS + CLS C
AS1(I) = RLS/REQS C
BS1(I) = CLS/REQS C
CS1(I) = RLS*CLS/REQS C
GS1(I) = (1.0+H1S(I))/RLS C
GSC1(I) = 2.0/CLS C
GS1 = GS1 + 1.0/REQS C
```



FILE CHAVE1 FORTRAN A1 VM/SP REL 3.1 PUT8404+ SL0306 \*\*\* UFPB-NSC/CG

```
3 CONTINUE CH
  GS1 = GS1 + 1.0/PLUMP1 CI
C CH
  CALL MCNT1(CP0,CP1,CS0,GS1,BB,XX) CH
  CALL MCNT2(CP0,CP1,CS0,GS1,V,U) CH
C CH
  W=377.*0.00034 CH
  T1=1./(4.*60.*0.00034) CH
  T2=1./(12.*60.*0.00034) CH
  T3=7.0/(12.*60.*0.00034) CH
C CH
  CIL1A=0. CH
  CIL1B=0. CH
  CIL1C=0. CH
  CIL2A=0. CH
  CIL2B=0. CH
  CIL2C=0. CH
  CLUMP0=0. CH
  CLUMP1=0. CH
  CLUMP2=0. CH
C CH
  DO 4 I=1,12 CH
  DO 4 J=1,12 CH
  Y(I,J)=0. CH
4 CONTINUE CH
C CH
  DO 5 I=1,3 CH
  Y(I,1)=0.000062 CH
  DO 5 J=1,2 CH
  IF(J.EQ.1) GO TO 5 CH
  Y(I,J)=0.000418 CH
5 CONTINUE CH
C CH
  DO 6 I=4,9 CH
  Y(I,1)=0.0005 CH
6 CONTINUE CH
C CH
  DO 7 I=1,3 CH
  J=I+3 CH
  Y(I,J)=-0.005 CH
  Y(J,I)=-0.005 CH
  K=I+6 CH
  L=K+3 CH
  Y(K,L)=-0.005 CH
  Y(L,K)=-0.005 CH
7 CONTINUE CH
  DO 8 I=1,3 CH
  DO 8 J=1,3 CH
  KI=I+9 CH
  K2=J+9 CH
8 Y(K1,K2)=XX(I,J) CH
C CH
  DO 9 I=1,N1 CH
  CIP0(I)=0. CH
  CIP1(I)=0. CH
```



```

CIS0(I)=0. CH
CIS1(I)=0. CH
CIP2(I)=0. CH
CIS2(I)=0. CH
SIP0(I)=0. CH
SIP1(I)=0. CH
SIS0(I)=0. CH
SIS1(I)=0. CH
SIP2(I)=0. CH
SIS2(I)=0. CH
9 CONTINUE CH
DO 10 I=1,N CH
10 INDEX(I)=I CH
C CH
CALL PMY(N,Y,YY) CH
C CH
JK = 0 CH
C CH
DO 20 I=1,NP CH
WI=FLCAT(I) CH
X1=0.95*CCS(W*(KI+T1)) CH
X2=0.95*CCS(W*(KI+T2)) CH
X3=0.95*CCS(W*(KI+T3)) CH
C CH
CX=0.001061*X1+0.000418*(X2+X3) CH
CY=0.001061*X2+0.000418*(X1+X3) CH
CZ=0.001061*X3+0.000418*(X1+X2) CH
C(1)=CX+CIL1A CH
C(2)=CY+CIL1B CH
C(3)=CZ+CIL1C CH
C CH
DO 11 K=4,3 CH
C(K)=0. CH
11 CONTINUE CH
CSK0 = 0. CH
CPK0 = 0. CH
CSK1 = 0. CH
CPK1 = 0. CH
CPK2 = 0. CH
CSK2 = 0. CH
C CH
DO 12 J = 1,N1 CH
CPK0 = CPK0 + BFO(J)*CIP0(J)-AFO(J)*SIP0(J) CH
CPK1 = CPK1 + BP1(J)*CIP1(J)-AP1(J)*SIP1(J) CH
CSK0 = CSK0 + BSO(J)*CIS0(J)-AS0(J)*SIS0(J) CH
CSK1 = CSK1 + BS1(J)*CIS1(J)-AS1(J)*SIS1(J) CH
CPK2 = CPK2 + BP1(J)*CIP2(J)-AP1(J)*SIP2(J) CH
CSK2 = CSK2 + BS1(J)*CIS2(J)-AS1(J)*SIS2(J) CH
12 CONTINUE CH
CSK0 = CSK0-CLUMPO CH
CSK1 = CSK1-CLUMP1 CH
CSK2 = CSK2-CLUMP2 CH
C CH
AUX0 = CPK0 + CSK0 CH
AUX1 = CPK1 + CSK1 CH

```



```

      AUX2 = CPK2 + CSK2
C
      CIMK0 = AUX0+AUX1+AUX2
      CIMK1 = AUX0-2.0*AUX1+AUX2
      CIMK2 = AUX0+AUX1-2.0*AUX2
C
      AUX0 = CPK0-CSK0
      AUX1 = CPK1-CSK1
      AUX2 = CPK2-CSK2
C
      AX0 = BB(1,1)*AUX0+BB(1,2)*AUX1+BB(1,3)*AUX2
      AX1 = BB(2,1)*AUX0+BB(2,2)*AUX1+BB(2,3)*AUX2
      AX2 = BB(3,1)*AUX0+BB(3,2)*AUX1+BB(3,3)*AUX2
C
      C(10) = CIMK0 - AX0 - CIL2A
      C(11) = CIMK1 - AX1 - CIL2B
      C(12) = CIMK2 - AX2 - CIL2C
C
      KX = 1
      DD 13 II=1,6
      IF(I.EG.ITER(II))CALL YRSD(N,YY,KX,JK)
12  CONTINUE
C
      CALL ATUAL(N,C,C1,INDEX,JK)
C
      KY=N-JK
      IF(KX.EG.1)GO TO 14
      CALL FATLU(KY,YY,YLU)
14  IF( (KX.EG.1).AND.(I.EG.1) ) CALL FATLU(KY,YY,YLU)
      CALL SUBST(KY,YLU,C1,X)
      IF(JK.EG.0)GO TO 116
      DD 15 II=1,JK
      IR=N-II+1
15  X(IR) = X(IR-6)
16  DD 17 II = 1,N
      PX(II) = X(INDEX(II))
17  CONTINUE
C
      DD 18 K=1,12
      F(K,I) = PX(K)
18  CONTINUE
C
      EX = 0.001061*PX(1)+0.000418*PX(2)+0.000418*PX(3)
      EY = 0.001061*PX(2)+0.000418*(PX(1)+PX(3))
      EZ = 0.001061*PX(3)+0.000418*(PX(1)+PX(2))
C
      CIL1A=CIL1A+2.*(CX-EX)
      CIL1B=CIL1B+2.*(CY-EY)
      CIL1C=CIL1C+2.*(CZ-EZ)
C
      VX(10) = (PX(10)+PX(11)+PX(12))/3.
      VX(11) = (PX(10)-PX(11))/3.
      VX(12) = (PX(10)-PX(12))/3.
C
      VX(13) =U(1,1)*VX(10)+U(1,2)*VX(11)+U(1,3)*VX(12)

```



VX(14) = U(2,1)\*VX(10)+U(2,2)\*VX(11)+U(2,3)\*VX(12) CF  
 VX(15) = U(3,1)\*VX(10)+U(3,2)\*VX(11)+U(3,3)\*VX(12) CF

C  
 AX0 = CPK0-CSK0 CF  
 AX1 = CPK1-CSK1 CF  
 AX2 = CPK2-CSK2 CF

C  
 AUX0 = V(1,1)\*AX0+V(1,2)\*AX1+V(1,3)\*AX2 CF  
 AUX1 = V(2,1)\*AX0+V(2,2)\*AX1+V(2,3)\*AX2 CF  
 AUX2 = V(3,1)\*AX0+V(3,2)\*AX1+V(3,3)\*AX2 CF

C  
 VX(13) = AUX0-VX(12) CF  
 VX(14) = AUX1-VX(14) CF  
 VX(15) = AUX2-VX(15) CF

C  
 PX(13) = VX(13)+VX(14)+VX(15) CF  
 PX(14) = VX(13)-2.0\*VX(14)+VX(15) CF  
 PX(15) = VX(13)+VX(14)-2.0\*VX(15) CF

C  
 P(1,1) = PX(13) CF  
 P(2,1) = PX(14) CF  
 P(3,1) = PX(15) CF

C  
 P1(1,1) = E(10,1) CF  
 P1(2,1) = E(11,1) CF  
 P1(3,1) = E(12,1) CF

C  
 E(13,1) = PX(13) CF  
 E(14,1) = PX(14) CF  
 E(15,1) = PX(15) CF

C  
 DO 19 J=1,N1 CF  
 VP0 = BP0(J)\*(VX(10)+VX(13))+CP0(J)\*(CIP0(J)+SIP0(J)) CF  
 VS0 = BS0(J)\*(VX(10)-VX(13))+CS0(J)\*(CIS0(J)+SIS0(J)) CF  
 SIP0(J) = GPL0(J)\*(VX(10)+VX(13)-VP0)+HIP(J)\*SIP0(J) CF  
 CIP0(J) = GPC0(J)\*VP0-CIP0(J) CF  
 SIS0(J) = GSL0(J)\*(VX(10)-VX(13)-VS0)+HIS(J)\*SIS0(J) CF  
 CIS0(J) = GSC0(J)\*VS0-CIS0(J) CF

C  
 VP1 = BP1(J)\*(VX(11)+VX(14))+CP1(J)\*(CIP1(J)+SIP1(J)) CF  
 VS1 = BS1(J)\*(VX(11)-VX(14))+CS1(J)\*(CIS1(J)+SIS1(J)) CF  
 SIP1(J) = GPL1(J)\*(VX(11)+VX(14)-VP1)+HIP(J)\*SIP1(J) CF  
 CIP1(J) = GPC1(J)\*VP1-CIP1(J) CF  
 SIS1(J) = GSL1(J)\*(VX(11)-VX(14)-VS1)+HIS(J)\*SIS1(J) CF  
 CIS1(J) = GSC1(J)\*VS1-CIS1(J) CF

C  
 VP2 = BP2(J)\*(VX(12)+VX(15))+CP2(J)\*(CIP2(J)+SIP2(J)) CF  
 VS2 = BS2(J)\*(VX(12)-VX(15))+CS2(J)\*(CIS2(J)+SIS2(J)) CF  
 SIP2(J) = GPL2(J)\*(VX(12)+VX(15)-VP2)+HIP(J)\*SIP2(J) CF  
 CIP2(J) = GPC2(J)\*VP2-CIP2(J) CF  
 SIS2(J) = GSL2(J)\*(VX(12)-VX(15)-VS2)+HIS(J)\*SIS2(J) CF  
 CIS2(J) = GSC2(J)\*VS2-CIS2(J) CF

C  
 19 CONTINUE CF  
 C CF



FILE CHAVE1 FORTRAN A1 VM/SP RCL 3.1 PUT8404+ SLC306 \*\*\* UFPB-NSC/C3

```
CLUMP0 = ((1.0+HL0)/RLUMP0)*(VX(10)-VX(13))+HL0*CLUMP0
CLUMP1 = ((1.0+HL1)/RLUMP1)*(VX(11)-VX(14))+HL1*CLUMP1
CLUMP2 = ((1.0+HL1)/RLUMP1)*(VX(12)-VX(15))+HL1*CLUMP2
CIL2A=CIL2A+2.*(0.000049*PX(10)+0.000019*(PX(11)+PX(12)))
CIL2B=CIL2B+2.*(0.000049*PX(11)+0.000019*(PX(10)+PX(12)))
CIL2C=CIL2C+2.*(0.000049*PX(12)+0.000019*(PX(10)+PX(11)))
C
20 CONTINUE
C
21 FORMAT(4E15.6)
WRITE(6,22)
22 FORMAT('1',//,26X,'E5A(I)',/)
WRITE(6,21)(P(13,I),I=1,NP)
WRITE(6,23)
23 FORMAT('2',//,26X,'E5B(I)',/)
WRITE(6,21)(P(14,I),I=1,NP)
WRITE(6,24)
24 FORMAT('3',//,26X,'E5C(I)',/)
WRITE(6,21)(P(15,I),I=1,NP)
C
DO 25 I=1,3
DO 25 J=1,NP
25 P(I,J)=P(I,J)+20.
C
CALL PLCTER(P,3,NP,50)
C
STOP
END
1
SUBROUTINE MCNT2(GP0,GP1,GSC,GS1,B,D)
DIMENSION A(3,2),B(3,3),C(3,3),D(3,3)
DO 1 I=1,3
DO 1 J=1,3
A(I,J)=0.
B(I,J)=0.
1 C(I,J)=0.
A(1,1)=GP0+GSC
A(2,2)=GP1+GS1
A(3,3)=A(2,3)
C
C
DO 2 I=1,3
2 B(I,I)=1.0/A(1,I)
C(1,1)=GP0-GSC
C(2,2)=GP1-GS1
C(3,3)=C(2,2)
C
CALL PMAT(P,3,3,C,3,3,0)
RETURN
END
1
SUBROUTINE MCNT1(GP0,GP1,GSC,GS1,E,C)
DIMENSION A(3,3),B(3,3),C(3,3),D(3,3),E(3,2),F(3,3),G(3,3)
DO 1 I=1,3
DO 1 J=1,3
```



```

A(I,J)=0.
B(I,J)=0.
1 D(I,J)=0.
A(1,1)=GPO+GS0
A(2,2)=GP1+GS1
A(3,3)=A(2,2)
B(1,1)=GPO-GS0
B(2,2)=GP1-GS1
B(3,3)=B(2,2)
DO 2 I=1,3
DO 2 J=1,3
2 C(1,J)=1.0
C(2,2)=-2.0
C(3,3)=-2.0
CALL PMAT(C,3,3,0,3,3,F)
DO 10 I=1,3
10 D(I,I)=1.0/A(I,I)
CALL PMAT(D,2,2,2,2,3,F)
C
CALL PMAT(B,3,3,0,3,3,G)
CALL PMAT(G,3,3,3,3,3,D)
C
DO 3 I=1,3
DO 3 J=1,3
3 B(I,J) = A(I,J)-D(I,J)
DO 4 I=1,3
DO 4 J=1,3
4 A(I,J) = 1.0/3.0
A(2,2) = -1.0/3.0
A(3,3) = A(2,2)
A(2,3) = 0.0
A(3,2) = 0.0
C
CALL PMAT(C,3,3,B,3,3,D)
CALL PMAT(D,3,3,A,3,3,G)
C
DO 5 I=1,3
DO 5 J=1,2
A(I,J)=0.0
5 B(I,J)=1.9E-5
DO 6 I=1,3
A(I,1)=0.005
6 B(I,1)=4.9E-5
DO 7 I=1,3
DO 7 J=1,3
7 C(I,J)=A(I,J)+3(I,J)+G(I,J)
RETURN
END
1
SUBROUTINE FMAT(A,NA,MA,B,NB,MB,C)
DIMENSION A(3,3),B(3,3),C(3,3)
C
DO 1 I=1,NA
DO 1 J=1,MB
C(I,J) = 0.0

```



```

DO 1 K=1,MA
1 C(I,J)=C(I,J)+A(I,K)*B(K,J)
C
RETURN
END

```

```

1
SUBROUTINE PMY(N,A,B)
COMMON /NAM1/ IAUX1(4),IAUX2(4),INDEX(12),L1
DIMENSION A(12,12),B(12,12)

```

C.....

C ESTA SUBROTINA REARRANJA A MATRIZ IYI CONFORME A  
C SEQUENCIA DE CHAVEAMENTOS, POR FASE E POR ELIMINA  
C CAC DE NOS.

C FASE A =1  
C FASE B =2  
C FASE C =3

C VETOR IAUX1(I) CONTEM A SEQUENCIA DECRESCENTE DE ACOINA  
C MENTO POR FASE.  
C VETOR IAUX2(I) CONTEM A SEQUENCIA DECRESCENTE DE ELIMINA  
C CAC DOS NOS.

C.....

```

C
I1=0
DO 1 I=1,L1
NN=3*(IAUX2(I)-1)
DO 1 M=1,3
K=IAUX1(M)+NN
I1=I1+1
DO 1 J=1,N
B(I1,J)=A(K,J)
1 CONTINUE

```

```

C
DO 2 I=1,N
DO 2 J=1,N
A(I,J)=B(I,J)
2 CONTINUE

```

```

C
I1=0
DO 3 I=1,L1
NN=3*(IAUX2(I)-1)
DO 3 M=1,3
K=IAUX1(M)+NN
I1=I1+1
DO 3 J=1,N
B(J,I1)=A(J,K)
INDEX(I1)=K
3 CONTINUE

```

```

RETURN
END
1

```



```

SUBROUTINE YRED(N,A,KX,JK)
DIMENSION A(12,12)
C
C.....
C
C     ESTA SUBROTINA REDUZ A MATRIZ DE ADMITANCIA A CADA
C     COMUTACAO OCCORRIDA NO CIRCUITO
C.....
C
      IA=N - JK
      IB= IA - 6
      DO 1 I=1,IA
        A(IB,I)=A(IE,I)+A(IA,I)
1      CONTINUE
      DO 2 I=1,IA
        A(I,IB)=A(I,IB)+A(I,IA)
2      CONTINUE
      JK=JK+1
      KX=KX
      RETURN
      END
1
SUBROUTINE ATUAL(N,C,CC,INDEX,JK)
DIMENSION C(12),CC(12),INDEX(12)
C
C.....
C
C     ESTA SUBROTINA ATUALIZA O VETOR C DE CORRENTES A
C     A CADA ITERACAO
C.....
C
      DO 1 I= 1,N
        CC(I) = C(INDEX(I))
1      CONTINUE
      IF( JK .EQ. 0 ) GO TO 3
      DO 2 I = 1,JK
        K1 = (N+1) - I
        K2 = K1 - 6
        CC(K2) = CC(K2) + CC(K1)
2      CONTINUE
3      RETURN
      END
1
SUBROUTINE FATLU ( N , A , B )
C
COMMON /FUM/ INDEX1(50),INDEX2(50)
DIMENSION A(12,12),B(12,12)
C
C.....
C
C     ESTA SUBROTINA TRIANGULARIZA A MATRIZ DE ENTRADA UTILIZANDO
C     FATORACAO LU COM PIVOTACAO COMPLETA.
C

```



```

C.....
C
  DO 2 I=1,N
  INDEX1(I)=I
  INDEX2(I)=I
  DO 2 J=1,N
2  B(I,J)=A(I,J)
C
  KMAX = N - 1
C
  DO 20 L = 1,KMAX
C
  XMAIOR = ABS(B(L,L))
  I = L
  J = L
  DO 4 II=L,N
  DO 4 JJ=L,N
  AUX = ABS ( B(II,JJ) )
  IF( AUX.LT.XMAIOR) GO TO 4
  XMAIOR = AUX
  I = II
  J = JJ
4  CONTINUE
C
  IF(XMAIOR.NE.0.) GO TO 8
C
  WRITE(6,6)
6  FORMAT(5(/),10X,' A MATRIZ E SINGULAR',5(/))
  STOP
C
8  IF((I.EQ.L).AND.(J.EQ.L)) GO TO 10
  IF(I.EQ.L) GO TO 12
C
  DO 10 K=1,N
  TEMP = B(J,K)
  B(I,K)=B(L,K)
10  B(L,K)=TEMP
C
  IAUX=INDEX1(I)
  INDEX1(L)=INDEX1(I)
  INDEX1(I)=IAUX
C
  IF(J.EQ.L) GO TO 16
C
12  DO 14 K=1,N
  TEMP=B(K,I)
  B(K,L)=B(K,J)
14  B(K,J)=TEMP
C
  IAUX=INDEX2(L)
  INDEX2(L)=INDEX2(J)
  INDEX2(J)=IAUX
C
16  IMIN = L + 1
  DO 18 I=IMIN,N

```



```

      B(I,L)=B(I,L)/B(L,L)
      DO 18 J=IMIN,N
18     B(I,J)=B(I,J)-B(I,L)*B(L,J)
      C
20     CONTINUE
      C
      RETURN
      END
1
      SUBROUTINE SUBST( N , A , B , X )
      C
      C.....
      C
      C      ESTA SUBROTINA RESOLVE O SISTEMA DE EQUACOES LINEARES
      C      UTILIZANDO A MATRIZ TRIANGULARIZADA NA SUBROTINA
      C      FATLL
      C
      C.....
      C
      COMMON /HUM/ INDEX1(50),INDEX2(50)
      DIMENSION A(12,12),B(12),X(12)
      DIMENSION Y(50),BX(50)
      C
      C
      DO 2 I=1,N
2       Y(I) = B (INDEX1(I))
      C
      DO 4 I=1,N
4       BX(I)=Y(I)
      C
      Y(1) = BX(1)
      DO 8 I=2,N
      S=0.0
      KMAX = I -1
      DO 6 K=1,KMAX
6       S = S + A(I,K)*Y(K)
      B       Y(I) = BX(I) - S
      C
      DO 10 I=1,N
10      BX(I)=Y(I)
      Y(N)=BX(N)/A(N,N)
      KMAX=N-1
      DO 14 K=1,KMAX
      I=N - K
      JMIN = I + 1
      S = 0.0
      DO 12 J=JMIN,N
12      S = S + A(I,J)*Y(J)
14      Y(I)=(BX(I)-S)/A(I,I)
      C
      DO 16 I=1,N
16      X(INDEX2(I)) = Y(I)
      C
      RETURN
      END

```



```

1      SUBROUTINE PLOTIR (Y,M,NF,MAX)                                CH
      CHARACTER*1 JL,JN,JP,JBLANK,JI,JZ,LINE                       CH
      DIMENSION Y(2,101),LINE(101),L(11),JL(5)                   CH
      DATA JL(1),JL(2),JL(3),JL(4),JL(5) /'A','B','C','D','E' /   CH
      DATA JN,JP,JI,JBLANK,JZ /'-','+',',',' ',' ',' /           CH
C
C-----CH
C
C      Y - ARRAY BIDIMENSIONAL DE VARIÁVEIS Y(I, J) FORNECENDO O J-ÉSIMO CH
C      VALOR DA I-ÉSIMA FUNÇÃO QUE SE DESEJA PLOTAR.              CH
C
C      M - VARIÁVEL QUE ESPECIFICA O NÚMERO DE FUNÇÕES A SEREM PLOTADAS CH
C
C      NF - VARIÁVEL QUE ESPECIFICA O NÚMERO DE VALORES DAS QUANTIDADES CH
C      A SEREM PLOTADAS, I.E., O NÚMERO DE LINHAS DE PLOTIR.    CH
C
C      MAX - VARIÁVEL QUE ESPECIFICA O MÁXIMO VALOR DESEJADO PARA A ECI CH
C      LA DAS ORDENADAS. SE USADA (MAX=999) A SELECÇÃO DA ESCALA SE- CH
C      RA FEITA AUTOMATICAMENTE.                                  CH
C-----CH
C
      NS=MAX
      IF(NS.NE.999) GO TO 12
      NS=100
      DO 16 J=1,M
      YMAX=-1.E+20
      YMIN=1.E+20
      DO 9 I=1,NF
      IF(Y(J,I).GT.YMAX) YMAX=Y(J,I)
      IF(Y(J,I).LT.YMIN) YMIN=Y(J,I)
9      RANGE = YMAX-YMIN
      TEMP=100./RANGE
      DO 13 I=1,NF
13     Y(J,I)=(Y(J,I)-YMIN)*TEMP
      WRITE(6,15) JL(J),YMIN,YMAX,RANGE
15     FORMAT(1X,'CURVA ',A1,' DE',E10.3,' A',E10.3,' - VARIACAO ='
      *      ,E10.3)
16     CONTINUE
      WRITE(6,18)
18     FORMAT(/)
19     DO 20 J=1,101
20     LINE(I)=JBLANK
      N=1
      DO 23 I=1,11
23     L(I)=10*I-110+NS
      WRITE(6,25) (L(I),I=1,11)
25     FORMAT(3X,10(14,6X),14,2X,'A - VALORES')
      GO TO 28
27     IF((N-1)/10-(N-2)/10) 27,27,28
28     ND=N
      DO 34 I=1,10
      ND=ND+1
      LINE(ND)=JP

```



```
      DO 34 J=1,9
      ND=ND+1
34     LINE(ND)=JN
      LINE(101)=JP
      GO TO 39
37     DO 38 I=1,101,10
38     LINE(I)=JI
39     DO 49 I=1,M
      XNS=NS
      JA=Y(1,N)+101.49999-XNS
      IF(JA-101)42,48,44
43     IF(JA)46,46,48
44     LINE(101)=JZ
      GO TO 49
46     LINE(1)=JZ
      GO TO 49
48     LINE(JA)=JL(1)
49     CONTINUE
      IF(N.EQ.1) GO TO 51
      IF((N-1)/10-(N-2)/10)55,55,51
51     N1=N-1
      WRITE(6,52)N1,LINE,Y(1,N)
53     FORMAT(1X,14,101A1,1X,E12.5)
      GO TO 57
55     WRITE(6,56)LINE,Y(1,N)
56     FORMAT(5X,101A1,1X,E12.5)
57     DO 58 I=1,101
58     LINE(I)=JPLANK
59     N=N+1
      IF(N-NE)27,27,51
61     RETURN
      END
```



+

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. CARSON, J. R.: 'Wave propagation in overhead wires with ground return', Bell System Technical Journal, Vol. 5, pp. 539-554, 1926.
2. CUNHA, C. A. F., and DOMMEL, H. W.: 'Reprodução por computador de teste de campo na LT 345 kV Jaguara-Taquaril', Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Belo Horizonte, Brasil, setembro de 1973.
3. HEDMAN, D.E.: 'Teoria das Linhas de Transmissão-I, Curso de Engenharia em Sistemas Elétricos de Potência-Série P.T.I, 1979(Convênio ELETROBRÁS/UFPSM)
4. STEVENSON, W. D.: 'Elementos de Análise de Sistemas de Potência', Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda/MEC, 1974.
5. DOMMEL, H. W.: 'A method for solving transient phenomena in multiphase system', Proc. 2<sup>nd</sup> Power System Computation Conference, 1966.



6. DOMMEL, H. W.: 'Digital computer solution of electromagnetic transients in single-and multiphase networks; *ibid*, PAS-88, 1969, pp. 388-399.
7. BUDNER, A.: 'Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transient program', *ibid*, PAS-89, 1970, pp. 88-97.
8. SNELSON, J. K.: 'Propagation of travelling waves on transmission lines-frequency-dependent parameters', *ibid*, PAS-91, 1972, pp. 85-91.
9. MARTI, J. R.: 'Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transients simulation', *ibid*, PAS-101, 1982, pp. 147-155.
10. AMETANI, A.: 'A highly efficient method for calculating transmission line transients', *ibid*, PAS-95, 1976, pp. 1545-1551.
11. SEMLYEN, A.: 'Discussion of reference 10.
12. SEMLYEN, A., and ABDEL-RAHMAN, M. H.: 'Transmission line modelling by rational transfer functions', *ibid*, PAS-101, 1982, pp. 3576-3584.
13. DWIGHT, H. B.: 'Tables of Integrals and Mathematical Data', 1972.