



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE EDUCAÇÃO E SAÚDE
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA E MATEMÁTICA
GRADUAÇÃO DE MATEMÁTICA**

JUCILÉIA DA CUNHA LIMA

**AULAS PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO:
VIVÊNCIAS ENQUANTO BOLSISTA DO PROGRAMA INSTITUCIONAL DE
BOLSAS DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA- PIBID**

**CUITÉ -PB
2025**

JUCILÉIA DA CUNHA LIMA

**AULAS PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO:
VIVÊNCIAS ENQUANTO BOLSISTA DO PROGRAMA INSTITUCIONAL DE
BOLSAS DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA- PIBID**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática do Centro de Educação e Saúde da Universidade Federal de Campina Grande, como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientadora: Prof^a Dr^a Glageane da Silva Souza

CUITÉ- PB

2025

JUCILÉIA DA CUNHA LIMA

**AULAS PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO:
VIVÊNCIAS ENQUANTO BOLSISTA DO PROGRAMA INSTITUCIONAL DE
BOLSAS DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA- PIBID**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática do Centro de Educação e Saúde da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito para obtenção do grau de licenciada em Matemática.

Trabalho aprovado em: 14/04/2025.

BANCA EXAMINADORA

L732a Lima, Juciléia da Cunha.

Aulas práticas experimentais de matemática no ensino médio: vivências enquanto bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID. / Juciléia da Cunha Lima. - Cuité, 2025.
24 f.: il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Educação e Saúde, 2025.

"Orientação: Profa. Dra. Glageane da Silva Souza".

Referências.

1. Matemática - ensino. 2. Matemática – aula prática – ensino médio. 3. Torre de Hanói. 4. Matemática – ensino médio. 5. PIBID – bolsista - vivência. 6. Centro de Educação e Saúde. I. Souza, Glageane da Silva. II. Título.

CDU 51:37(043)

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer primeiramente a Deus, que me ajudou o tempo todo, mesmo quando eu não sabia o que fazer nem como fazer. Ele, em sua infinita bondade, sempre mostrava um caminho, e, nas muitas vezes em que pensei em desistir, o Senhor, meu Deus, me deu forças e determinação para concluir o curso. Agradeço também por ter me concedido paciência, sabedoria, saúde, persistência e capacidade para finalizar este trabalho. Sou grata pela minha vida e pelo cuidado constante de Deus.

Como está escrito em Isaías 41:10: "Por isso, não tema, pois estou com você; não tenha medo, pois sou o seu Deus. Eu o fortalecerei e o ajudarei; eu o segurarei com a minha mão direita vitoriosa." E, segundo Marcos 9:23: "Disse-lhe Jesus: Se podes? Tudo é possível àquele que crê."

Aos meus pais, Maria da Piedade da Cunha Lima e Joarez da Silva Lima, pelo amor e apoio incondicionais. Aos meus irmãos Jucilene, Jucimere, Jucimara, Jucilane e Juliérmeson, e a todos os meus sobrinhos, que sempre me incentivaram a correr atrás dos meus sonhos e estiveram presentes para me levantar nos momentos difíceis. Um agradecimento especial ao meu afilhado e sobrinho João Miguel, a quem tenho como filho. Agradeço ao meu irmão Juliérmeson, que sempre foi me buscar na faculdade quando perdi o ônibus e esteve ao meu lado sempre que precisei. Agradeço a todos vocês que sempre me incentivaram a batalhar por meus sonhos e por estarem sempre presente em minha vida.

Às minhas patroas, Branca e Geralda, por toda a paciência, compreensão e ajuda ao longo dessa jornada. À minha prima e grande amiga Elaine, que sempre me incentivou a correr atrás dos meus sonhos e esteve presente para me levantar nos momentos difíceis.

Aos meus amigos que estiveram ao meu lado, pela amizade sincera e pelo apoio constante durante todos esses anos. Um agradecimento especial a Maria Nazaré, Alisson, Kassandra, Joyce, Luciana, Emanuely, Rafaela e Joebio, que me ajudaram a superar as dificuldades. Serei eternamente grata.

Aos queridos colegas de sala, com quem compartilhei o estudo de tantas disciplinas, pelos anos de aprendizado, pelas lembranças especiais e pelos momentos inesquecíveis que vivemos juntos, levarei para sempre a amizade e a cumplicidade que construímos.

A Prof^ª Dr^ª Glageane da Silva Souza, por ter me aceitado como orientanda e por toda a paciência e dedicação e por todos os ensinamentos. A todos os professores, por todos os ensinamentos, conselhos correções que foi por meio deles que pude crescer pessoalmente e profissionalmente ao longo do curso.

À Universidade Federal de Campina Grande, que nos proporcionou excelentes profissionais e a oportunidade de realizar este curso. Também quero reconhecer o trabalho exemplar dos funcionários do CES, fundamentais para o sucesso dessa experiência.

Por fim, meu muito obrigada a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a minha formação. Cada palavra de incentivo, cada gesto de apoio, foram essenciais para que eu chegasse até aqui.

RESUMO

LIMA, Juciléia da Cunha. **AULAS PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: VIVÊNCIAS ENQUANTO BOLSISTA DO PROGRAMA INSTITUCIONAL DE BOLSAS DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA-PIBID.** 2025. 00 f.Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) – Centro de Educação e Saúde, Universidade Federal de Campina Grande, Cuité, 2025.

Este trabalho relata uma experiência vivenciada durante o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência - PIBID, aplicada na Escola Técnica do ensino médio, localizada na cidade de Cuité - PB, no desenvolvimento de um projeto voltado a sistematização de aulas práticas experimentais de Matemática. Nesta pesquisa, será relatada especificamente uma das práticas realizadas, desde sua construção inicial, planejamento, estruturação, testagem até sua aplicação numa turma do 1º ano do ensino médio, sob observação do professor regente, considerando as múltiplas dificuldades apresentada pelos alunos na disciplina. O objetivo deste trabalho é analisar as contribuições e potencialidades do uso dos materiais didáticos manipuláveis no ensino aprendizagem em aulas práticas experimentais de matemática para o ensino médio, utilizando o jogo Torre de Hanói. A investigação é de natureza qualitativa e de caráter descritivo, pois considera fundamental o ambiente escolar como fonte de dados e a participação ativa do pesquisador no processo investigativo. Foram utilizadas de referências bibliográficas sobre modelagem matemática e materiais manipuláveis para a construção de aulas experimentais, com o intuito de aproximar os alunos da aprendizagem matemática, fortalecer aulas práticas e auxiliar o professor em suas atividades. Além disso, os resultados demonstram que o PIBID tem contribuído significativamente para a aprendizagem da docência por futuros professores, ao facilitar a imersão em diversas atividades de ensino e iniciação á pesquisa.

Palavras-chaves: Torre de Hanói. PIBID. Prática Experiemntal. Análise qualitativa. Modelagem Matemática.

ABSTRACT

LIMA, Juciléia da Cunha. **EXPERIMENTAL PRACTICAL CLASSES IN MATHEMATICS IN HIGH SCHOOL: EXPERIENCES AS A SCHOLARSHIP OF THE INITIATION PROGRAM TO TEACHING - PIBID.** 2025. 00 f. Course Completion Work (TCC) – Education and Health Center, Federal University of Campina Grande, Cuité, 2025.

This paper reports on an experience during the Institutional Teaching Initiation Scholarship Program - PIBID, applied at the Technical High School, located in the city of Cuité - PB, in the development of a project aimed at systematizing practical experimental lessons in Mathematics. This research will specifically report on one of the practices carried out, from its initial construction, planning, structuring, testing to its application in a 1st year high school class, under the observation of the teacher in charge, considering the multiple difficulties presented by the students in the subject. The aim of this work is to analyze the contributions and potential of the use of manipulative teaching materials in teaching and learning in experimental practical mathematics lessons for secondary schools, using the Tower of Hanoi game. The research is qualitative and descriptive in nature, as it considers the school environment to be a fundamental source of data and the active participation of the researcher in the investigative process. Bibliographical references on mathematical modeling and manipulable materials were used to construct experimental lessons, with the aim of bringing students closer to mathematical learning, strengthening practical lessons and helping teachers in their activities. In addition, the results show that PIBID has contributed significantly to the learning of teaching by future teachers, by facilitating immersion in various teaching activities and initiation into research.

Keywords: Tower of Hanoi. PIBID. Experimental Practice. Qualitative analysis. Mathematical Modeling.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
2. REFERENCIAL TEÓRICO	11
2.1 Aulas Práticas Experimentais no Ensino da Matemática	11
2.2 O jogo Torre de Hanói no ensino da Matemática	12
2.3 O jogo – Torre de Hanói – Um pouco da História	13
3. PERCURSO METODOLÓGICO	15
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	18
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	22
6. REFERÊNCIAS	23

1. INTRODUÇÃO

A educação matemática tem enfrentado desafios significativos no que diz respeito ao engajamento e ao desempenho dos alunos no ensino médio. As abordagens tradicionais muitas vezes não conseguem motivar os alunos ou conectá-los com aplicações práticas do conhecimento matemático. Nesse contexto, este trabalho visa investigar o impacto das aulas práticas experimentais de matemática no ensino médio, com foco nas experiências vivenciadas por bolsistas do Programa de Iniciação à Docência (PIBID).

O presente trabalho apresenta numa proposta de atividades de práticas experimentais para o ensino de matemática no ensino médio. Diante da experiência como bolsistas no Programa de Iniciação à Docência (PIBID), utilizamos um material de apoio ao professor de matemática com sugestões de práticas experimentais aplicáveis em sala de aulas. Adotamos uma metodologia inovadora e atrativa, baseada no uso de materiais concretos e manipuláveis com o objetivo de tornar o ensino de conteúdos matemáticos mais dinâmicos e contextualizado no cotidiano dos alunos. Essa abordagem possibilita uma aproximação mais clara e objetiva dos conceitos matemáticos estudados.

O PIBID, desenvolvido pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) é, segundo o Ministério da Educação (MEC, 2018), um programa destinado a promover a conexão antecipada entre os estudantes de licenciatura e as salas de aula da educação básica na rede pública. Essa iniciativa cria uma ligação entre a universidade pública e as redes de ensino estaduais e municipais. Durante 18 meses, os graduandos têm a chance de vivenciar o cotidiano escolar e de desenvolver projetos na instituição onde atuam.

Este trabalho apresenta o resultado de uma aula prática experimental com o jogo Torre de Hanói, desenvolvido pelo professor supervisor juntamente com uma aluna do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, Campus Cuité - CES, na condição de bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), aplicado na Escola Técnica de ensino médio, localizada na cidade de Cuité – PB.

O principal interesse ao propor a aula prática experimental com o jogo Torre de Hanói, é demonstrar sua aplicabilidade no ensino de conteúdos matemáticos. Especialmente, por meio deste jogo é possível trabalhar conceitos de; Função Exponencial e Progressão Geométrica, uma vez que suas regras estabelecem relações diretas com esses conteúdos.

O jogo Torre de Hanói constitui-se num jogo estratégico e que pode contribuir no desenvolvimento do raciocínio lógico; planejamento e solução de problemas através de estratégias. O jogo consiste em uma base com três pinos verticais. No primeiro pino, encontra-se uma pilha de discos de diâmetros diferentes, organizados em ordem decrescente da base para o topo (ou seja, o maior disco na base e o menor no topo). O objetivo é transferir toda a pilha de discos para o terceiro pino, utilizando o pino central como auxiliar. Durante a movimentação, deve-se respeitar duas regras fundamentais: (1) apenas um disco pode ser movido por vez; e (2) nunca deve-se colocar um disco maior sobre um menor.

Observa-se no contexto atual do ensino, que há uma grande falta de interesse pelos conteúdos matemáticos. Os alunos acham as aulas cansativas, o que resalta em baixa participação e engajamento. Assim, o professor busca metodologias alternativas para estimular a participação do aluno. A utilização de materiais manipuláveis, surge como uma estratégia pedagógica promissora, capaz de tornar a aprendizagem mais significativa e assim melhorar a qualidade do ensino em sala de aula. De acordo com Sérgio Lorenzato:

“O material didático (MD) é qualquer instrumento útil para o ensino-aprendizagem. Sendo assim, o MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros (LORENZATO, 2010, p. 18).” O material didático manipulável é importante para ajudar o professor a ensinar os conteúdos aos seus alunos, estimula os alunos a terem mais curiosidade e desta forma a aprendizagem ocorre de forma mais tranquila, divertida e interativa. Ao desenvolver e implementar um jogo interativo na sala de aula, o envolvimento dos alunos pode ser significativamente aprimorado ao explorar conceito matemáticos.

Os jogos proporcionam uma experiência de aprendizagem interativa e agradável, permitindo que os alunos possam se envolver ativamente e compreender o conteúdo estudado, neste caso, função exponencial e progressão geométrica. A experiência demonstrou o potencial desses recursos didáticos quando adequadamente aplicados em contextos escolares, evidenciando sua eficácia no processo de ensino-aprendizagem.

Diante disso, a utilizaremos dos jogos como ferramenta na construção do conhecimento, mostra-se eficaz para aproximar os alunos dos conteúdos matemáticos, através de aulas práticas e metodologias lúdicas. Além disso, demonstra que a modelagem pode aprimorar o ensino de matemática e facilitar o processo de aprendizagem.

Em nosso estudo, utilizaremos usar a modelagem matemática para introduzir a ideia de função exponencial. Essa abordagem centrada no aluno enfatiza a autonomia, a criatividade e o pensamento crítico dos estudantes, alterando o papel do educador para um facilitador da

aprendizagem, em vez de um mero transmissor de informações. Essa transformação não só aprimora a experiência educacional dos alunos, como também contribui para um ensino mais eficaz.

Contudo, usar um material manipulável (MD) ou um jogo didático pode não impactar o processo de ensino - aprendizagem se não for utilizado adequadamente, e não substitui a necessidade de um professor, segundo LORENZATO, 2012, “Não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor.”

Esta citação transmite a ideia de que instrumentos ou recursos específicos, isoladamente, não garantem um ensino de qualidade ou uma aprendizagem significativa. No ambiente educacional, é comum haver uma confiança excessiva em certas tecnologias, métodos ou materiais em sala de aula. Contudo, a eficácia do ensino está diretamente relacionada à habilidade do professor em empregar esses recursos de maneira pedagogicamente adequada e ajustá-los às necessidades e metas de aprendizagem dos alunos.

Com seu caráter interativo e divertido, os jogos atraem a atenção dos alunos e estimulam seu interesse. A inclusão de aspectos visuais e a experiência prática com o uso do jogo proporcionou uma vivência dinâmica e envolvente, além disso, promoveu a competição e a colaboração entre os participantes, incentivando a participação ativa e aumentando o entusiasmo pela atividade.

Dessa forma, o presente trabalho tem por objetivo analisar as contribuições e pontencialidades do uso dos materiais didáticos manipuláveis no processo de ensino aprendizagem em aulas práticas experimentais de matemática no ensino médio, com o foco na aplicação do jogo Torre de Hanói.

Este trabalho está estruturado em cinco capítulos, sendo o primeiro dedicado a uma breve introdução sobre o tema e o objetivo da pesquisa. No segundo capítulo, uma revisão bibliográfica organizada em tópicos. O tópico 2.1 Aulas Práticas Experimentais no Ensino da Matemática. O tópico 2.2 O jogo Torre de Hanói no ensino da Matemática, enquanto o tópico 2.3 O jogo – Torre de Hanói – Um pouco da História. O terceiro capítulo descreve a metodologia empregada no trabalho, incluindo a plataforma selecionada para a análise dos materiais. No quarto capítulo pretende-se analisar e sintetizar as metodologias de ensino empregadas durante a implementação. Por fim, no quinto capítulo, são apresentadas as considerações finais.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Aulas Práticas Experimentais no Ensino da Matemática

Ao buscar referências bibliográficas que apoiem este projeto, observou - se que a modelagem matemática é uma ferramenta valiosa para as aulas experimentais. Essa abordagem tem o objetivo de aproximar os alunos da prática matemática, enriquecendo as aulas e oferecendo suporte adicional ao professor. Assim, investigamos como a modelagem matemática se relaciona com práticas experimentais e como pode potencializar o processo de ensino-aprendizagem.

A modelagem matemática se mostra como um recurso fundamental para a educação matemática, pois oferece aos alunos a chance de interagir com o conteúdo por meio de fenômenos naturais ou discussões. De acordo com Bassanezi (2015), a modelagem matemática é uma metodologia que busca explicar ou compreender situações reais.

Ao contrário dos métodos tradicionais de ensino, a modelagem coloca o aluno no centro do aprendizado, promovendo a construção ativa do conhecimento. Nesse processo, o professor assume o papel de facilitador, ajudando os alunos a formular argumentos e a apresentar suas descobertas.

A Modelagem Matemática pode ser compreendida como uma estratégia de ensino que possibilita ao estudante abordar conteúdos matemáticos a partir de fenômenos de sua realidade. Assim, a modelagem tem como objetivo explicar matematicamente situações do cotidiano, das mais diferentes áreas da Ciência, com o propósito de educar matematicamente. Ela permite uma inversão do ‘modelo comum’ de ensino, visto que por meio da ‘modelagem selecionam-se primeiramente os problemas e deles emergem os conteúdos matemáticos, de modo a resolvê-los (BURAK, 1987, pág. 59).

Dentro desse contexto, a modelagem matemática, quando vista como uma abordagem metodológica para o ensino da matemática, pode se revelar uma solução eficaz. Dessa forma, os alunos têm a oportunidade de compreender o conteúdo de maneira mais profunda e significativa.

Atualmente pode-se perceber certo desinteresse dos alunos pela matemática, o que pode estar relacionado, entre outros fatores, à falta de associação dos conteúdos explorados em sala de aula com o cotidiano. Também se percebe dificuldade por parte dos professores em alterarem esse contexto vivenciado, possivelmente relacionado a problemas oriundos de um ensino tradicional que prima pelo cumprimento do programa da disciplina (HEINEN, 2016, pág. 140).

Com base nessas investigações sobre modelagem matemática, que é entendida como uma metodologia para o ensino de matemática, a incorporação de experimentos em sala de aula se apresenta como uma alternativa eficaz. Esse método oferece aos alunos a oportunidade de vivenciar a prática do conteúdo que está sendo ensinado.

Uma vez que o conhecimento científico da matemática é inserido no propositalmente na rotina desse indivíduo (estando em aula), muitas dúvidas surgirão por parte dele de como e quando esse conhecimento será útil em sua vida, dessa forma, trazer para a sala de aula uma abordagem materialista dos conteúdos pode fazer com que grande parte das dúvidas quanto à sua utilidade sejam compreendidas, havendo ainda a possibilidade de que os alunos aprendam mais rapidamente os conteúdos com o contato direto (SILVA, 2022, pág. 3).

Segundo Bassanezi (2015), a matemática dentro dessa perspectiva, as atividades experimentais desempenham um papel crucial no processo de aprendizagem, pois facilitam a compreensão e a absorção dos conteúdos. No entanto, essas práticas requerem uma organização cuidadosa por parte dos professores e um investimento de tempo significativo.

Diante dess contexto, a pesquisa propõe o desenvolvimento de um sistema para estruturar atividades experimentais, oferecendo suporte aos professores e tornando o planejamento mais eficiente. Nesse sentido, as atividades experimentais surgem como recursos essenciais para o processo de aprendizado, por facilitarem a compreensão e a assimilação dos conteúdos. No entanto, para que essas práticas sejam eficazes, é necessário que os docentes as organizem de maneira adequada e dediquem tempo para isso. É nessa perspectiva que este estudo apresenta atividades experimentais, com o objetivo de auxiliar os professores e tornar o planejamento mais eficiente. Sobre isso, Araújo afirma que:

[...] a promoção da aprendizagem através de atividade prática, não está ligada ao lugar em que ela será desenvolvida, e sim, no como ela será desenvolvida. Por mais sofisticados e específicos que sejam os aparatos, é a definição de objetivos a serem alcançados através destas práticas experimentais que a torna eficaz. Para a realização de atividades experimentais é indispensável a utilização de um roteiro pré-estabelecido, traçando o caminho a ser percorrido e, também, os objetivos a serem alcançados (ARAÚJO, 2011, pág. 23).

Além disso, as práticas experimentais incluídas neste trabalho são de registro de atividades que foram fundamentadas em experiências previamente realizadas na Escola Técnica do ensino médio. Assim, é importante ressaltar que o ensino exploratório de Matemática não deve ser encarado como uma prática pontual destinada apenas a determinadas atividades. Para que tenha eficácia, é fundamental que essa abordagem seja aplicada de maneira contínua e consistente.

Segundo Canavarro (2011), esse tempo e continuidade são essenciais para que o professor possa refinar sua prática e para que os alunos se envolvam e desenvolvam não apenas a compreensão dos conteúdos matemáticos, mas também os métodos de construção do conhecimento matemático dentro da comunidade à qual pertencem. Assim, trata-se de um desafio que deve ser buscado de forma contínua por todos os envolvidos.

2.2 O jogo Torre de Hanói no ensino da Matemática

A Matemática é uma parte fundamental na vida dos estudantes, tanto nas atividades escolares quanto em seu dia a dia. Por isso, ela se torna um elemento crucial no currículo, contribuindo para a formação acadêmica e para enfrentar os desafios.

No entanto, muitos alunos encontram dificuldades nessa disciplina, e o ensino que não se conecta com suas experiências cotidianas pode piorar esse problema.

Para tornar o ensino da matemática mais envolvente, o professor pode explorar metodologias diferentes da tradicional, como a utilização de jogos matemáticos. Esses jogos têm como objetivo ensinar conceitos matemáticos e exigem conhecimento da disciplina para serem solucionados. Ademais, eles incorporam regras que incentivam o raciocínio e a elaboração de estratégias para enfrentar problemas específicos.

De acordo com Smole, Diniz e Milani (2007), sobre o uso de jogos nas aulas de Matemática:

A utilização de jogos na escola não é algo novo, assim como é bastante conhecido o seu potencial para o ensino e a aprendizagem em muitas áreas do conhecimento. Em se tratando de aulas de matemática, o uso de jogos implica uma mudança significativa nos processos de ensino e aprendizagem que permite alterar o modelo tradicional de ensino, que muitas vezes tem o livro e em exercícios padronizados seu principal recurso didático. O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, as quais estreitamente relacionadas ao assim chamado raciocínio lógico (SMOLE, DINIZ, MILANI, 2007, pág. 9).

O professor deve oferecer aos alunos atividades envolventes, utilizando materiais concretos e manipuláveis, de modo a despertar sua curiosidade e fomentar a construção do próprio conhecimento. De acordo com Pontes (2017), o uso de atividades práticas pode contribuir para reduzir as dificuldades de aprendizagem dos estudantes, especialmente quando essas práticas estão conectadas com situações do dia a dia, favorecendo o interesse e a compreensão dos conceitos matemáticos.

A aplicação de jogo “Torre de Hanói ” nas aulas práticas experimentais de matemática do ensino médio, visa investigar os benefícios dessa abordagem pedagógica e de fornecer

contribuições para a sua implementação nas escolas. O manuseio de materiais manipuláveis proporciona aos alunos uma percepção concreta da matemática, enquanto a busca por soluções para o jogo desenvolve raciocínio lógico e sistemático, habilidades cruciais para melhorar o desenvolvimento do pensamento matemático. Como benefício adicional, a estratégia aumenta significativamente o engajamento e a motivação dos alunos.

O jogo também permite o desenvolvimento de competências interdisciplinares, como a paciência, a persistência e a capacidade de trabalhar em grupo, uma vez que pode ser jogado colaborativamente. Essas competências são fundamentais para a formação integral dos estudantes. A implementação do jogo Torre de Hanói nas aulas de matemática do ensino médio é uma prática pedagógica inovadora e eficaz que promove o desenvolvimento de habilidades essenciais para o aprendizado matemático e a formação integral dos alunos. Através da observação das regularidades do jogo, os estudantes conseguem deduzir a relação matemática envolvida, expressa pela fórmula $2n - 1$, onde n representa o número de discos, alcançando uma compreensão mais profunda do conteúdo.

2.3 O jogo – Torre de Hanói – Um pouco da História

A torre de Hanói – também conhecida por torre de bramanismo ou quebra-cabeças do fim do mundo – foi inventada e vendida como brinquedo, no ano de 1883, pelo matemático francês Edouard Lucas. Segundo ele, o jogo, que era popular na China e no Japão, veio do Vietnã.

O matemático foi inspirado por uma lenda Hindu, a qual falava de um templo em Benares, cidade Santa da Índia, onde existia uma torre sagrada do bramanismo, cuja função era melhorar a disciplina mental dos jovens monges.

De acordo com a lenda, no grande templo de Benares, debaixo da cúpula que marca o centro do mundo, há uma placa de bronze sobre a qual estão fixadas três hastes de diamante. Em uma dessas hastes, o deus Brama, no momento da criação do mundo, colocou 64 discos de ouro puro, de forma que o disco maior ficasse sobre a placa de bronze e os outros decrescendo até chegar ao topo.

A atribuição que os monges receberam foi de transferir a torre formada pelos discos, de uma haste para outra, usando a terceira como auxiliar com as restrições de movimentar um disco por vez e de nunca colocar um disco maior sobre um menor. Os monges deveriam trabalhar com eficiência noite e dia e, quando terminassem o trabalho, o templo seria transformado em pó e o mundo acabaria.

O jogo é composto de um tabuleiro com três furos e a distância entre eles deve ser próxima da medida do diâmetro do disco maior, sabendo que são seis discos concêntricos, com diâmetros diferentes e com um furo central para o encaixe em um dos três pinos de madeira, os quais são encaixáveis nos furos sobre o tabuleiro.

O desafio deste jogo consiste em transferir os discos, que devem estar inicialmente empilhados em um dos pinos em ordem decrescente de tamanho, com o maior deles na base e o menor no topo. O número mínimo de movimentos necessários para resolver o problema depende do número de discos e a partir dessa dependência o objetivo é descobrir, de forma dedutiva, a relação matemática existente entre eles.

Figura 1: *O Jogo - Torre de Hanói*



Fonte: <https://www.futurabrinquedoseducativos.com.br/jogos-tabuleiros/brinquedos-educativos-jogo-torre-de-hanoi-7-pecas-em-madeira>.

3. PERCURSO METODOLÓGICO

Este trabalho consistiu em um relato de experiência, esta investigação de natureza qualitativa possui um caráter descritivo, pois considera fundamental o ambiente escolar como fonte de dados e a participação ativa do pesquisador no próprio processo investigativo. Esse tipo de pesquisa é frequentemente utilizada em áreas como educação, ciências sociais e saúde, onde a experiência e a prática são fundamentais para a compreensão de fenômenos.

Segundo D' Ambrósio (2004):

A pesquisa qualitativa [...] tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupos de participantes. [...] Ela depende da relação observador- observado, [...] A sua metodologia de trabalho por excelência repousa sobre a interpretação e várias técnicas de análise de discurso. (D' AMBRÓSIO, 2004, p. 10-11).

Para a coleta de dados, foi utilizado o Google Acadêmico para procurar trabalhos pertinentes. Durante a pesquisa, realizou-se anotações manuscritas sobre o andamento da aula e também foi realizado registros fotograficos da atividade em sala de aula.

De acordo com Martins (2004, p. 292), as chamadas metodologias qualitativas, de maneira geral, a análise de microprocessos por meio do estudo das ações sociais, tanto individuais quanto em grupo. Ao realizar uma análise detalhada dos dados, em termos de abrangência e profundidade, os métodos qualitativos consideram as unidades sociais em investigação como totalidades que representam um desafio para o pesquisador.

Assim, o estudo foi conduzido na Escola Técnica, situada na cidade de Cuité-PB, com a turma do 1º ano do ensino médio, contando com a participação de 32 alunos(as), inicialmente o professor fez uma breve apresentação do jogo torre de Hanói, em seguida realizou a divisão dos alunos em grupos, por meio de sorteio, sendo 4 grupos com 6 participantes cada e um grupo com 8 alunos. A pibidiana distribui um jogo para cada grupo explicando suas regras. A aula teve duração de 2 horas. Os matérias utilizados foram; 4 Torres de Hanói de madeira, uma de isopor confeccionada pelo professor, cadernos, caneta, lousa, pincel, lapis e borracha.

Para a aplicação desta aula prática experimental, utilizou-se o jogo Torre de Hanói aplicado ao contexto matemático. Essa escolha teve como objetivo apresentar um tema específico utilizando como recurso um material dinâmico que estimula a participação e curiosidade dos alunos, além de oferecer uma metodologia alternativa para o ensino de matemática. O jogo se mostrou uma ferramenta eficaz por facilitar a compreensão, de conceitos abstratos da matemática.

O propósito e as regras do jogo envolvem mover uma pilha de discos de um pino para outro, buscando realizar a transferência com o número mínimo de movimentos possíveis. Cada vez, pode-se mover apenas um disco, e um disco maior nunca deve ser colocado sobre um menor. Depois da explicação dessas regras, foi possível praticar o jogo de madeira contendo apenas 6 discos, proporcionando aos alunos uma visualização clara de como transferir os discos para outro pino de acordo com as regras.

Inicialmente, foi explicado aos alunos que começassem com seis discos. Os alunos apresentaram algumas dificuldades nas primeiras tentativas. Como estratégia de adaptação, foi sugerido que iniciasse com menos peças, permitindo uma assimilação progressiva dos conceitos. Primeiro, usou – se apenas uma peça e observou – se o número mínimo de movimentos necessários para transferir a torre para o terceiro pino. O processo foi repetido com duas peças, e depois com três, quatro, cinco e seis discos. Um aluno contou os movimentos e monitorou as regras, enquanto outro jogava e o terceiro registrava no caderno a quantidade

de movimentos para cada peça adicionada. No decorrer da aula, a pibidiana circulava entre os grupos observando o raciocínio e estratégias utilizadas por cada equipe. Caso surgissem dúvidas, seriam esclarecidas no momento.

Em cada grupo um dos alunos pode contar os movimentos e monitorar as regras enquanto outro joga; e um terceiro registra no caderno a quantidade de movimentos a cada peça adicionada e a cada disco movimentado. A ordem dos alunos, pode ser mudada, por exemplo, quem estava anotando os movimentos assume a função de mover o disco, garantido assim que todos participassem de forma equitativa e promovendo o trabalho em equipe.

Dessa forma, os alunos conseguiram determinar o menor número de movimentos necessários para transferir a torre de um pino a outro e identificar uma regularidade nas jogadas, encontrando uma solução para qualquer número de discos. Essa análise permitiu que generalizassem a solução uma fórmula matemática $2^n - 1$ (para n discos), que foi apresentada formalmente aos alunos após eles perceberem a regularidade. A avaliação da aprendizagem dos alunos foi realizada ao longo do jogo, analisando e comparando suas respostas durante o jogo para medir o progresso em relação ao conteúdo.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A seguir, apresenta-se o relato do desenvolvimento da experiência da aula prática experimental durante o Programa Institucional de bolsas de iniciação à docência.

A atividade consistiu na aplicação do jogo Torre de Hanói como recurso didático para a exploração do conceito de função exponencial. Durante a aula, os estudantes utilizaram o jogo para investigar o número mínimo de movimentos necessários à resolução do desafio com diferentes quantidades de discos.

Com base na manipulação dos materiais e na observação dos resultados obtidos, foi possível identificar um padrão numérico crescente. A partir dessa análise, orientados por questionamentos conduzidos de forma estruturada, os discentes chegaram à fórmula da função exponencial $2^n - 1$.

A atividade favoreceu o desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de abstração, além de proporcionar um ambiente de aprendizagem mais investigativo e participativo. Os resultados indicam que o uso de jogos matemáticos pode facilitar a compreensão de conteúdos abstratos e contribuir significativamente para o aprimoramento do ensino de matemática no ensino médio.

Nóvoa (2009), ressalta a relevância da aprendizagem compartilhada e da cultura colaborativa na formação do conhecimento profissional dos docentes. Dessa maneira, a reflexão coletiva sobre as atividades realizadas no PIBID abre caminhos para a formação de professores que possam analisar e debater suas práticas, assumindo um papel ativo e coletivo na construção do saber profissional docente.

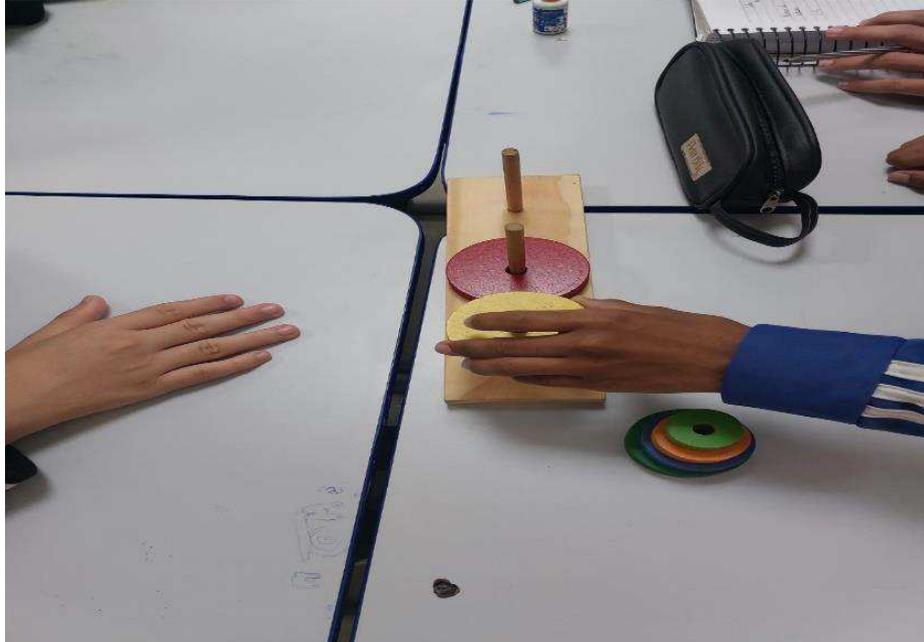
Além disso, Guimarães (2023) argumenta que o PIBID contribui de forma significativa para uma formação docente coletiva e colaborativa, destacando a importância das práticas desenvolvidas no âmbito do programa, ressaltando o impacto dessas metodologias na formação de um novo profissional docente. Essa abordagem favorece a superação do isolamento frequentemente vivenciado na prática docente, ao incentivar a interação, a troca de saberes e o crescimento conjunto entre os envolvidos no processo formativo.

De acordo com Canavarro (2011), o Ensino Exploratório representa uma abordagem de grande importância em diversos cenários, já que, em algumas situações, o compartilhamento de ideias entre os estudantes amplia consideravelmente a aprendizagem.

Para participar da atividade, os alunos aplicaram conceitos matemáticos previamente conhecidos, o que melhorou o envolvimento em sala de aula. Além disso, observou-se que a utilização de jogos e atividades lúdicas, especialmente ao abordar conteúdos como função exponencial, ofereceu uma nova abordagem de aprendizado. Essa experiência permitiu explorar conceitos relacionados à função exponencial de forma que despertou a curiosidade e o interesse dos alunos.

O progresso desta aula foi bastante notável. Inicialmente, os alunos foram divididos em cinco grupos. Cada grupo recebeu uma Torre de Hanói, e as tarefas foram divididas da seguinte forma: um aluno jogava, outro contava o número de movimentos e um terceiro anotava os dados em seu caderno. Os demais participantes reversavam as tarefas, começando com um disco e prosseguindo até o disco seis. A figura 2, ilustra essa atividade.

Figura 2: Momento que os alunos começaram a jogar



Fonte: Autoria própria (2023)

Os alunos participaram inicialmente do jogo para enfrentar suas dificuldades com conceitos matemáticos. Os principais conteúdos abordados foram Função Exponencial e Progressão Geométrica, que frequentemente apresentam maior grau de dificuldade entre os alunos tanto em relação à sua definição formal quanto ao processo de assimilação e aplicação. A avaliação da aprendizagem foi realizada durante o desenvolvimento das atividades, analisando as respostas registradas nos cadernos e observando se os alunos conseguiram passar todos os discos para uma só torre, bem como as relações entre cada disco e o número mínimo de movimentos necessários.

Essa abordagem ajudou a monitorar o progresso dos alunos em relação ao conteúdo. Observou-se que, o uso do jogo contribuiu significativamente para a melhoria da aprendizagem, motivando os alunos tanto a aprender, quanto a ensinar seus colegas.

De acordo com Rosito (2003), as atividades experimentais possibilitaram que os professores e alunos planejassem juntos ao processo de aprendizagem. Dessa forma, ambos compartilharam a responsabilidade pela construção do conhecimento, explorando questões de interesse, curiosidades e necessidades. Esse envolvimento ativo os inserem em um contexto de investigação e reflexão, promovendo um aprendizado mais significativo.

Figura 3: Momento Interação entre os alunos

Fonte: Autoria própria (2023)

Cada jogada, a partir do primeiro disco, foi anotada em uma tabela no caderno, os resultados estão dispostos na Tabela 1. Para um disco, há um movimento; para dois discos, três movimentos; para três discos, sete movimentos; para quatro discos; quinze movimentos, para cinco discos; trinta e um movimento e para seis discos; sessenta e três movimentos.

As colunas representam números de discos e número mínimo de movimentos, como ilustra a Tabela 1 abaixo:

Tabela 1: Relação entre o número de de disco e movimento

Número de discos- n	Número mínimo de Moviemntos
1	1
2	3
3	7
4	15
5	31
6	63

Fonte: Autoria própria (2025)

Essa experiência didática confirmou na prática que o uso de recursos didáticos, como jogos e materiais concretos, podem ser muito benéfico para o aprendizado dos alunos, desde que, sejam utilizados de maneira adequada e alinhada ao conteúdo estudado. Isso reforça a afirmação de Lorenzato (2006), de que tais materiais são fundamentais no processo de ensino-aprendizagem, pois oferecem uma abordagem mais concreta e palpável para os conceitos matemáticos.

Ao permitir que os alunos manipulem objetos físicos, relacionados à função exponencial, a compreensão de conceitos abstratos se torna mais acessível e o aprendizado se torna mais significativo. Assim, o professor ganha uma ferramenta adicional para tornar suas aulas mais dinâmicas e envolventes, estimulando um maior interesse dos alunos pela matemática.

Ficou evidente que a aplicação dessa aula gerou resultados positivos. Esses resultados podem ser atribuídos a vários fatores, como o protagonismo dos alunos, sua motivação, o engajamento, o uso de materiais manipuláveis, o processo de aprendizagem, o tempo dedicado e a estratégia empregada. O jogo se mostrou uma atividade tanto divertida quanto desafiadora, conseguindo motivar os alunos a aprender matemática de maneira ativa e significativa.

Observou - se que o uso do jogo favoreceu uma aprendizagem mais significativa, estimulando, os alunos tanto o interesse por quanto a compartilhar o conhecimento com seus colegas. Ao final da atividade foi realizada uma discussão reflexiva sobre as estratégias e resoluções encontradas durante o processo.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A experimentação em sala de aula não se restringe apenas à prática que ilustra teorias e conceitos, nem se limita à demonstração de verdades absolutas. Seu papel é muito mais abrangente: trata-se de uma ferramenta ou estratégia que visa transformar o aluno em protagonista de seu próprio aprendizado, dentro de um ambiente de investigação.

Nesse contexto, o aluno se torna o protagonista do processo. O aluno é o principal agente do seu desenvolvimento, por meio de questionamentos, formulação de hipóteses, interpretações e reflexões. Isso significa que seus conhecimentos prévios são levados em conta, permitindo assim a reconstrução do saber. Segundo Demo (2002), entre teoria e prática, há uma relação de caráter lógico-dialético, o que implica uma necessidade mútua, mas também uma certa independência entre ambas.

Essa experiência pedagógica demonstrou que a utilização de recursos didáticos, como jogos e materiais concretos, pode aprimorar o aprendizado dos alunos, desde que sejam utilizados de forma apropriada e em sintonia com o conteúdo ensinado. Assim, o professor adquire uma ferramenta extra para tornar suas aulas mais dinâmicas e envolventes, além de estimular um maior interesse dos alunos pela matemática. A aula prática ofereceu aos alunos uma forma divertida de aprender matemática. Portanto, ao aplicar essas novas metodologias pode ser uma ferramenta valiosa para os professores, pois promove a aprendizagem da matemática de maneira lúdica e significativa.

Muitos professores incorporam a experimentação como uma forma de investigação em suas metodologias, proporcionando aos alunos ambientes de trabalho colaborativo que favorecem atitudes críticas e criativas. Nessa abordagem, professor e aluno se tornam parceiros no processo de ensino-aprendizagem. É fundamental que o aluno participe ativamente da construção de seu conhecimento, com a mediação do professor. Isso se torna viável quando a metodologia utilizada e a educação pela pesquisa, pois permite que o educador veja os alunos como indivíduos autônomos, capazes de questionar, argumentar e criar seu próprio conhecimento.

Portanto, é essencial que o professor incentive a participação ativa dos alunos no processo de ensino-aprendizagem, atuando como mediador e facilitador. O professor deve tornar a aprendizagem significativa, estabelecendo conexões entre o conteúdo estudado e temas do cotidiano dos alunos, encorajando-os a compartilhar seus conhecimentos prévios e oferecendo suporte para superar eventuais dificuldades que possam surgir durante essa jornada de aprendizado lúdico.

6. REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Dayane Holanda de Sousa. A importância da experimentação no ensino de Biologia. 2011. ix, 15 f. Monografia (Licenciatura em Ciências Biológicas) - Universidade de Brasília, Brasília, 2011.

BASSANEZI, Rodney Carlos. Modelagem Matemática: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática na 5ª série. 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro.

CANAVARRO, Ana Paula. Ensino exploratório da Matemática: práticas e desafios. Educação e Matemática, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.

DEMO, Pedro. Pesquisa e construção de conhecimento: metodologia científica no caminho de

Habermas. 5ªed. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 2002.

D'AMBRÓSIO, U. Prefácio. In:____. BORBA, M. de C (Org.). Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GUIMARÃES, Juliana Pereira. Por uma formação coletiva e colaborativa de professores: saberes e fazeres em diálogo com as contribuições do PIBID. *Revista Leia Escola*, Campina Grande, v. 23, n. 1, p. 1–16, jan./jun. 2023. Disponível em: <https://revistas.editora.ufcg.edu.br/index.php/leia/article/view/2149>. Acesso em: 17 fev. 2025.

HEINEN, Camila Aparecida et al. Atividades experimentais e modelagem matemática: uma prática realizada com alunos do ensino médio politécnico. *Revista Caderno Pedagógico*, v. 13, n. 1, 2016.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, Sérgio. Para aprender matemática. 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de professores).

LORENZATO, Sérgio. O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. (Coleção Formação de professores).

MARTINS, Heloisa Helena T. Metodologia qualitativa de pesquisa. *Educação e Pesquisa*, v. 30, n. 2,p. 289-300, 2004.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO.PIBID -Apresentação. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/pibid>. Acesso em: outubro. 2024.

NÓVOA, Antonio. Professores: Imagens do futuro presente. Lisboa: Educa. 2009. p. 7-111.

PONTES, Maria de Fátima. Atividades práticas no ensino da matemática: estratégias para superar dificuldades de aprendizagem. *São Paulo*: Editora Educação Ativa, 2017.

ROSITO, B. A. O ensino de ciências e a experimentação. In: MORAES, R. (org.). Construtivismo e ensino de ciências. 3. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2003. p. 195-208.

SILVA, A. O. da; MIRANDA, G. R. de; FEITOSA, I. M.; SOUZA, J. F. dos S. de; SÁ, J. M. de; SOUZA, M. M. L. de; GOMES, R. de S.; SILVA, V. C. Atividades experimentais: possibilidades para o aprendizado nas aulas de matemática. *Revista Brasileira de Desenvolvi Desenvolvimento*, Curitiba, Curitiba,v.8,n.5,p.33944-33957,2022.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez; MILANI, Rita de Cássia. O jogo e a matemática na educação infantil. Porto Alegre: Artmed, 2007.

WATANABE, R. Uma lenda: Torre de Hanói. In: Druck, S. (org.). Explorando o ensino da Matemática: atividades: v.2. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2004. p. 132-135.