UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE EDUCAÇÃO E SAÚDE
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA E MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ANAILDE FELIX MARQUES

O USO DO ALGEPLAN NO ENSINO DE ÁLGEBRA NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

CUITÉ - PB
2018

ANAILDE FELIX MARQUES

O USO DO ALGEPLAN NO ENSINO DE ÁLGEBRA NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Monografia apresentada à Banca Examinadora, como exigência parcial à conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Campina Grande campus Cuité.

Orientador: Leonardo Lira de Brito

CUITÉ – PB

2018

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA NA FONTE
Responsabilidade Rosana Amâncio Pereira – CRB 15 – 791

M357u Marques, Anailde Felix.

O uso do algeplan no ensino de álgebra na perspectiva da resolução do problema. / Anailde Felix Marques. – Cuité: CES, 2018.

58 fl.

Monografia (Curso de Licenciatura em Matemática) – Centro de Educação e Saúde / UFCG, 2018.

Orientador: Leonardo Lira de Brito.

1. Investigação matemática. 2. Ensino-aprendizagem. 3. Materiais manipuláveis. I. Título.

Biblioteca do CES - UFCG CDU 512

ANAILDE FELIX MARQUES

O USO DO ALGEPLAN NO ENSINO DE ÁLGEBRA NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Monografia apresentada à Banca Examinadora, como exigência parcial à conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Campina Grande Campus Cuité.

Aprovada em: ___/___/_____

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Ms. Leonardo Lira de Brito (Orientador)

Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

____

Profª. Esp. Fabíola da Cruz Martins

Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

____

Profª. Drª. Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

CUITÉ - PB

2018

Dedico este trabalho aos meus pais (Antônio e Maria Daguia), meu irmão (Júnior) e minha avó (Nailde), e meu namorado por sempre me motivar e me apoiarem em minhas decisões.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus pelo dom da vida, força e coragem durante toda esta longa caminhada.

Aos meus familiares, especialmente minha mãe e avó por todo o carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.

Ao meu orientador Leonardo Lira que teve muita paciência, esforço, dedicação e me ajudou bastante a concluir este trabalho.

Ao meu namorado Alexandre por todo amor, carinho, apoio e compreensão, pois principalmente nos últimos dias não foram fáceis.

A professora Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão, hoje posso dizer que deixou uma marca positiva e permanente, querida professora. Muito obrigado por tudo.

Agradeço a banca por todas as contribuições relacionadas ao meu trabalho.

Aos meus amigos tenho um carinho enorme e agradeço por todos os momentos partilhados, Maria da Paz, Ivo, Natalia, Ailton, Pastor (Fernando) e o Rei das 9vinhas (Isaac).

Aos amigos, Jucimeri, Mônica, Jacilene, Ygor, Anderson, Dudu, Ismael, Girlene, Vandinha, Geovane, Loandson, Vinicius, Janaina, Larissa, Patrícia, Carlos, Joelia, André, Thiago, Ysmênia, Lilian.

Agradeço especialmente ao professor Niltão por todas as contribuições na minha formação, bem como na elaboração do meu Abstract.

Agradeço aos professores Maria de Jesus, Célia, Verinha, Fabiola, Aluska, Glageane, Nilton, Luando me ajudaram com suas respectivas disciplinas.

O professor Maciel por todos os seus conselhos, ensinamentos, pela oportunidade da Monitoria de Matemática Básica durante todo esse ano, além das caronas com destino a Patos.

Ao programa de Iniciação à Docência (PIBID), por ter me proporcionado diversas experiências na minha formação acadêmica, especialmente ao professor Elias e todos os meus parceiros durante esse período.

RESUMO

Tem-se percebido, na atualidade, a necessidade de novos recursos metodológicos nas aulas de matemática para facilitar a compreensão dos alunos em torno dos conteúdos abordados na matemática. Dentre tais recursos, tem-se como possibilidade a utilização do material manipulável, como o Algeplan, que pode facilitar o trabalho com as manipulações de expressões algébricas. Diante disso, a presente pesquisa tem por objetivos investigar as potencialidades e limitações do algeplan na resolução de problemas de equações, bem como avaliar a possibilidade de utilização desse material como um recurso metodológico para desenvolver a capacidade de solucionar equações. Para tanto, tal pesquisa foi fundamentada a partir: (i) dos estudos de Allevanto e Onuchic (2005), Redling (2011) e Romanatto (2012), que discutem sobre o uso da metodologia de resolução de problemas como um recurso metodológico para o ensino de matemática, especificamente sobre a elaboração e investigação de problemas; (ii) nos estudos de Silva (2004) e Lorenzato (2006), que falam sobre o uso das materiais didáticos manipuláveis. Nossa atividade foi desenvolvida por meio da pesquisa qualitativa devido a sua metodologia, em uma Escola da Rede Pública da Paraíba com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Utilizamos algumas etapas da resolução de problema, como: leitura em grupo, problematização, observação e questionamento, resolução dos problemas. Identificamos que, durante o desenvolvimento da atividade, encontramos algumas dificuldades em relação às noções básicas de geometria que são necessárias para compreensão do Algeplan, nas manipulações, no quadrado da soma e na equação de segundo grau. Em nossa pesquisa, foi possível concluir que o Algeplan contribui para o processo de ensino aprendizagem.

Palavras-chaves: Investigação matemática. Ensino-aprendizagem. Materiais manipuláveis.

ABSTRACT

One has now been realized the need for new methodological resources in mathematics classes to facilitate students understanding of the contents covered in this area. Among these resources, one has as a possibility the use of manipulative material, such as Algeplan, which can facilitate the teaching process of manipulations of algebraic expressions. Therefore, the present research aims to investigate the potentialities and limitations of algeplan in solving problems of equations, as well as to evaluate the possibility of using this material as a methodological resource to develop the capacity to solve equations. To that end, such research was based on: (i) the studies by Allevanto and Onuchic (2005), Redling (2011), and Romanatto (2012), which discuss the use of problem solving methodology as a methodological resource for teaching of mathematics, specification on the elaboration and investigation of problems; (ii) in the studies of Silva (2004) and Lorenzato (2006), who talk about the use of manipulative didactic materials. Our study was carried out through a qualitative research, in one Public School of the state of Paraíba in Brazil, with students of the 9th grade. We used some stages of problem solving methodology, such as group: reading groups, problematization, observation and questioning, problem solving. We identified that, during the development of the activity, a group of students presented some difficulties regarding the basic notions of geometry; necessary prerequisites for understanding Algeplan, especially in manipulations of the sum square and the second degree equation. In our research, it was possible to conclude that Algeplan contributes to the process of teaching learning.

Keywords: Mathematical research. Teaching learning. Handling materials.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADRO

LISTA DE SIGLAS

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

MD – Material Didático

MDM - Material Didático Manipulável

RP – Resolução de Problemas

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Desde muito nova fui despertando interesse pelos estudos na área de matemática, graças ao incentivo e métodos diferenciados de ensino de uma professora ainda na 4° série do ensino fundamental. Partindo disso, continuei estudando com a mesma professora até o 9° ano do ensino fundamental, o que me fez a cada dia ter mais interesse pela área da matemática.

Posteriormente, cheguei ao ensino médio, e, mais uma vez, tive um professor que me incentivou a seguir os estudos na área de matemática. Foi, então, que, em 2013, decidi colocar no Exame Nacional do Ensino Médio a opção de curso em Licenciatura em Matemática, entrando assim, em 2014 na Universidade.

No decorrer do curso, no contato com as primeiras disciplinas, o interesse ainda não havia despertado de maneira completa, até conhecer as disciplinas de metodologia II e III, com os professores que são minha fonte de inspiração Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos e Leonardo Lira de Brito. A partir disso, foi surgindo o interesse em trabalhar com a área de ensino em matemática, além do incentivo por parte dos professores da área. Foi assim que me via a cada dia encontrando um caminho ao qual buscava, escolhendo assim, o objeto deste estudo: resolução de problemas no ensino de álgebra.

Mas, para melhor entender tal objeto, faz-se necessário compreender como se dá o ensino de Matemática, cuja preocupação está cada vez mais presente, desde a educação infantil ao ensino médio.

Por exemplo, o conhecimento matemático não se constitui em um conjunto de fatores que sejam acumulados e memorizados; devem-se, por isso, desenvolver problemas e situações em que as crianças e adolescentes desenvolvam e conservem com prazer uma curiosidade acerca da matemática, adquirindo formas e novas lentes para perceber a sua realidade.

De acordo com Silva (2004), o uso de materiais manipuláveis tem como objetivo o desenvolvimento e estímulo no processo de ensino aprendizagem dos alunos, uma vez que o professor transforma sua aula em um instante maravilhoso, no qual aprender e brincar se mesclam, gerando uma aprendizagem real e prazerosa.

Percebemos que os alunos possuem inúmeras dificuldades nos procedimentos algébricos. Pensando nisso, para que o ensino-aprendizagem de álgebra torne-se algo mais atrativo, buscamos despertar o interesse dos alunos por meio de materiais manipuláveis. Nesse caso, usaremos o Algeplan como um recurso auxiliar no processo de ensino aprendizagem.

Desse modo, significa acreditar que a compreensão matemática requer tempo vivido e exige um permanente processo de interpretação, em que os estudantes têm a oportunidade de estabelecer suas relações, solucionar problemas e fazer reflexões e desenvolvimento de noções matemáticas cada vez mais complexas, aumentando, assim, suas diferentes competências cognitivas (SMOLE; DINIZ; CÂNDIDO, 2015).

Para Romanatto (2012), é a partir da resolução de problemas e dos materiais manipuláveis que os estudantes vão exercitar as suas mais diversas capacidades cognitivas, e também mobilizar estratégias de diversas naturezas para encontrar certas respostas, com o auxílio da intuição, imaginação, autonomia, liberdade, estabelecimento de conexões, experimentação, tentativa e erro, utilização de problemas conhecidos e interpretação dos resultados.

A resolução de problemas em conjunto com o Algeplan pode fazer com que os conceitos e princípios matemáticos fiquem mais compreensivos para os estudantes, uma vez que eles serão elaborados, adquiridos, investigados de maneira ativa e significativa. Nesse sentido, nossa pergunta de pesquisa foi: **como o Algeplan pode ajudar no ensino de álgebra?**

É partindo disso que o presente trabalho pretende contribuir com o registro de informações na área de ensino da matemática, tomando como objetivos principais:

- Investigar potencialidades e limitações do Algeplan na resolução de problemas de equações;
- Avaliar a possibilidade de utilização do Algeplan como um recurso metodológico para desenvolver a capacidade de solucionar equações.

Para responder a esses objetivos, entendemos que a pesquisa qualitativa é a mais adequada devido a sua metodologia, tendo como foco a investigação e a percepção.

Nessa perspectiva, o presente estudo está organizado com esta introdução, três capítulos e considerações finais. Para tal, no capítulo 2, apresentamos a resolução de problema como uma metodologia que pode auxiliar o ensino da matemática, a partir dos tópicos: *o ensino de álgebra e a resolução de problema nos* *documentos oficiais*; *exercício, problema e situação problema: esclarecendo todos os conceitos*; *o ensino através da resolução de problemas de acordo com Polya, Onuchic e Van de Walle*; e, por fim, *como resolver um problema*.

No capítulo 3 relatamos a importância de materiais didáticos manipuláveis no processo de ensino aprendizagem de álgebra, além disso, relatamos brevemente a necessidade de uma formação continuada sobre o uso de ferramentas metodológicas.

No capítulo 4 descrevemos como as atividades foram desenvolvidas, destacando a importância da resolução de problemas para auxiliar o processo de ensino-aprendizagem, fazendo uma breve descrição sobre a álgebra e o Algeplan, por fim, apresentamos as análises das atividades realizadas.

No capítulo 5 apresentamos os resultados encontrados e as perspectivas da resolução de problemas como ferramenta metodológica, de acordo com Onuchic e Zuffi (2007), assim como as contribuições acerca do nosso trabalho.

2. RESOLUÇÃO E O ENSINO DE ÁLGEBRA

Neste capitulo realizamos uma breve descrição sobre o ensino de álgebra aliado a perspectiva da resolução de problema, apontando alguns autores que descrevem a resolução de problema bem como álgebra.

2.1. Resolução de problema enquanto recurso metodológico

Neste capítulo apresentamos a resolução de problema como alternativa metodológica no ensino de matemática. A mesma vem conquistando muitos adeptos, graças ao seu crescimento no número de pesquisas em relação aos últimos anos.

Alguns desses pesquisadores ressaltam a importância da resolução de problemas no processo de ensino-aprendizagem, tais como: Polya (1955), Onuchic e Allevato (2005), Walle (2009), entre outros.

Segundo D' Ambrósio (2008),

> A partir dos anos 90 a resolução de problemas se tornou uma parte integrante da sala de aula de matemática. Surgiram as propostas curriculares que situavam o ensino da matemática via resolução de problemas. A proposta era de colocar problemas aos alunos a partir dos quais novo conteúdo pudesse ser desenvolvido (D'AMBRÓSIO (2008, apud MARTIN; BISOGNIN, 2012, p.4-5)).

A resolução de problemas é ensinada com finalidade de incentivar as habilidades lógicas, fazendo raciocinar de maneira mais criativa e despertando o interesse pela matemática. Com isso, o professor pode inovar em situações que induzam o desenvolvimento cognitivo do aluno, em relação ao pensamento matemático. Pensando nisso, Onuchic e Allevato (2005) afirmam que:

> É importante reconhecer que a matemática deve ser trabalhada através da resolução de problemas, ou seja, que tarefas envolvendo problemas ou atividades sejam veiculo pelo qual um currículo deve ser desenvolvido. A aprendizagem será uma consequência do processo de resolução de problemas. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p.221).

A utilização da resolução de problemas como recurso metodológico é considerada de extrema importância, pois é vista com o propósito de estimular o desenvolvimento. A ela são atribuídas algumas características, tais como: toda situação-problema exige uma problematização, oferecendo-nos diversas oportunidades de conhecer as dificuldades, as habilidades do conhecimento matemático dos alunos.

Segundo Romanatto (2012), a resolução é usada como um recurso metodológico em relação ao ensino de matemática auxiliando na elaboração e investigação de problemas.

Redling (2011), afirma que:

> Nesse sentindo, a Resolução de Problemas pode ser compreendida como uma metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, que se inicia no momento em que o professor propõe ao aluno situações-problema, caracterizadas por investigação e explorando de novos conceitos. Ao utilizar essa metodologia, existe também a possibilidade de o aluno formular problemas tornando a matemática um conhecimento mais próximo desse educando (REDLING, 2011, p.32-33).

A expressão ensino-aprendizagem está ligada a construção do conhecimento. Então, durante a compreensão e solução de um problema, os discentes vão entender o conteúdo e ensinar aos demais sobre o mesmo, sendo, portanto, uma forma de coparticipação do próprio conhecimento.

Redling (2011) ainda ressalta que:

> Atualmente, a tendência das propostas educacionais é promover, aos alunos a possibilidade ativamente da construção do seu próprio conhecimento. E, dessa forma o Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas é concebido como uma metodologia alternativa, que visa a um trabalho centrado no aluno e, por isso, levá-lo a construir um conhecimento matemático através da resolução de problemas (REDLING, 2011, p.9).

O pensamento reflexivo busca a melhor forma de resolver problemas, tendo como foco no pensamento e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Compreendemos que uma situação problema tem por finalidade buscar estratégias, analisar, relacionar, elaborar. Com isso, a Resolução de Problemas pode motivar a curiosidade e percepção dos alunos conduzindo a aprendizagem, por meio da resolução problemas matemáticos.

Para Sousa (2005),

> A resolução de problemas é uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, criando no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, não se restringindo a exercícios rotineiros desinteressantes que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação (SOUSA, 2005, p.3).

Um exemplo, em sala de aula é quando o professor expõe um problema que tem por objetivo desenvolver o conhecimento de determinado conteúdo, e em seguida, ele faz a leitura para orientação e compreensão da turma, dando, posteriormente, um tempo para que seus alunos organizem as ideias, definam uma estratégia de resolução, registrando os passos e resultados obtidos.

Fazer uso da resolução de problemas em sala de aula exige do professor diversos aspectos desde o momento da escolha do problema gerador, no qual o docente tem o papel de mediador, responsabilizando-se por questionamentos durante toda a exposição de ideias em torno da resolução, até a finalização e justificação do problema.

De acordo com Dante (2011),

> Um dos principais objetivos do ensino de matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar situações-problema que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las. Como já vimos, essa é uma das razões pela qual a resolução de problemas tem sido reconhecida no mundo todo como uma das principais metas da matemática no ensino fundamental (DANTE, 2011, p.12).

Sabemos que a matemática está relacionada ao nosso cotidiano nas coisas simples. Por isso, o papel da resolução de problema enquanto metodologia de ensino é fazer com que o aluno comece a perceber a importância da matemática e como ela está relacionada desde as tarefas mais simples as mais complexas da nossa sociedade.

A resolução de problemas, neste trabalho, tem como foco o ensino de álgebra apresentado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que é um documento, como será apresentado no próximo tópico, responsável por trazer sugestões de como abordar tal conteúdo.

2.2. O ensino de álgebra e a resolução de problema nos documentos oficiais.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), no ensino fundamental II organizado em 3° e 4° ciclo, e os conteúdos da disciplina de matemática estão divididos da seguinte forma: Números e Operações; Grandezas e Medidas; Espaço e Forma; e Tratamento de Informações. Os referentes blocos são descritos da seguinte maneira:

- Número e operações: compreensão da existência de diversos números, como: naturais, negativos, racionais e irracionais. Além disso, aprender a distinguir equação de inequação.
- Espaço e formas: compreensão e aprendizagem de números, medidas e formas geométricas (triângulos, retângulos, quadrados, entre outros), estimulando a percepção entre semelhanças e diferenças, além de utilizar diversos materiais, tais como: régua, compasso, transferidor.

- Grandezas e medidas: são utilizados em algumas atividades para entender noções de espaço e forma.
- Tratamento de informações: referente aos conteúdos de estatísticas e probabilidade com propósito de desenvolver técnicas para construir tabelas, gráficos e outras representações.

Tendo em vista a divisão da matemática apresentada acima, o ensino de álgebra tem como foco a exploração de situações problemas proporcionando aos alunos a compreensão de generalização de padrões que estão presentes no bloco de números e operações.

De acordo com os PCN (1998, p.115), "O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas". O ensino desse bloco de conteúdos proporciona uma visão mais ampla da matemática com diversas situações e aplicações no cotidiano.

Segundo os PCN, o conhecimento matemático traz situações que causam desafio, o que nos lembra, por consequência, o exemplo de Dante (2011, p.8), que traz a seguinte situação: "Na equipe de Pedro há 5 alunos. Eles vão se despedir para ir embora. Pedro está curioso para saber o seguinte: se cada um cumprimentar todos os outros com um aperto de mão, qual será o total de cumprimentos?".

Isso motiva a elaboração de problemas, mostrando a importância das representações por meio de incógnitas, proporcionando situações em que é necessário construírem o conhecimento algébrico, através de manipulações e generalizações, de certa forma algumas vezes mecânica.

Conforme Araújo (2016, p.34), a álgebra permite aos alunos, "[...] o domínio de seus conceitos, sejam capazes de utilizá-la em outras situações nas quais, mesmo sendo um conteúdo secundário, é fundamental para resolver determinadas situações".

A construção do pensamento algébrico utilizando a resolução de problemas apresenta como objetivos expostos nos PCN (1998):

> - Reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções;
> - Traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;

> - Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico (BRASIL, 1998, p.64).

Considerando tais finalidades, o uso da resolução de problemas no ensino de álgebra possibilita uma melhoria no ensino-aprendizagem facilitando a percepção, compreensão, manipulação de expressões algébricas e identificação de generalizações buscando uma simplificação no entendimento.

Sendo assim, para solucionar um determinado problema, admite que o aluno que aconteça situações como esses: criação de diversas estratégias para solucionar determinado problema, semelhanças entre as respostas de todos os alunos, correção dos métodos usados na solução.

Estamos nos referindo às estratégias e ferramentas que facilitem a resolução. Se for proposto um problema ou até mesmo uma situação, é normal encontramos diversos caminhos de resolver, porém haverá respostas iguais ou até parecidas. É necessária, portanto, a discussão permitindo a observação e análise em sala sobre todas as possibilidades, estimulando a percepção e reflexão, sobre qual a melhor maneira.

Quando ao exposto, Laier (2014) afirma que:

> Para desenvolverem estas habilidades, defende que os estudantes devem resolver modelos de problemas, fornecendo justificativas para cada caso, aplicando técnicas algébricas para as resoluções, deixando de lado os procedimentos mecânicos e evidenciando o raciocínio, pensamento, conexões, ou comunicação (LAIER, 2004, p.65).

Ressalta-se, assim, que a matemática exerce uma função fundamental em nossa vida, motivando-nos a pensar e agir diante de todas as situações do cotidiano, utilizando “[...] O pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação” (DANTE, 2011, p.11).

2.3. Exercício, problema e situação problema, esclarecendo todos os conceitos.

A Resolução de Problemas vem conquistando nos últimos anos, espaço no ensino de matemática, proporcionando diversos conhecimentos, como: análise, estratégias, compartilhamento de ideias, raciocínios e, como consequência, desenvolvimento do pensamento matemático.

Entretanto, algumas pessoas não sabem a diferença entre exercício, problema e situação problema. Dessa forma, esta seção tem como objetivo diferenciar cada um deles e exemplificá-los.

Para Dante (2011), existe uma distinção entre exercício e problema, visto que exercício possibilita praticar e exercitar determinado algoritmo, enquanto os problemas envolvem o esforço do aluno para desenvolver estratégias, procurando compreender a finalidade da matemática no seu cotidiano. Pensando na diferença esses conceitos, o autor em questão afirma que:

> É preciso fazer uma clara distinção entre o que é um exercício e o que é um problema. *Exercício*, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar determinado algoritmo ou procedimento. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas (DANTE, 2011, p.30).

No entanto, é importante lembrar que existem tipos de exercício e problema, que são:

- *Exercícios de Reconhecimento*

O objetivo deste tipo é a identificação de propriedades, conceitos e definições. Seria justamente aquele momento no qual ocorre a finalização de um conteúdo, e o professor quer observar se os alunos compreenderam. Por exemplo:

Temos os seguintes números 1,2, 7, 14, 21, 39, 32, quais são os ímpares?

Duas dezenas equivalem a quantas unidades?

Qual o antecessor de 99?

- *Exercícios de Algoritmos*

Principal função fixar o conteúdo e apresenta por objetivo treinar habilidades em operações, tais como: adição, subtração, divisão e multiplicação. Exemplos:

1. Efetue:

a) (5 x 3) + 9

b) $[(8 \times 8) \div 4] + 25$

- *Problema-padrão*

Os problemas padrão podem ser divididos em: problema-padrão simples e problema-padrão composto, e tem por principal finalidade a aplicação das quatro operações de uma forma contextualizada. De maneira geral, não são problemas que instiguem a curiosidade ou até mesmo o raciocínio.

- *Problema-padrão simples (faz o uso de apenas uma operação*).

Exemplos:

1. Em uma casa, há 10 mulheres e 5 homens. Quantas pessoas estão na casa?
2. Maria tinha 12 lápis deu 2 ao seu irmão. Com quantos lápis ela ficou?

- *Problema-padrão composto (duas ou mais operações).*

Exemplos:

1. Alice, Miguel e Breno somando a idade dos três são iguais a 21. Sabendo que Alice tem 11 anos, e outros dois têm a mesma idade, qual a idade de cada um?
2. Clara ganhou uma caixa com 50 bombons e dividiu entre os dois irmãos Hugo e Pedro. Hugo recebeu 5 bombons a mais que Pedro. Quantos bombons Pedro receberam?

- *Problemas-processo ou heurístico*

Diferente dos problemas anteriores a operação não esta explicita no enunciado. Diante disso, é fundamental traçar um plano de execução, tornando-os mais atrativos, visto que são excelentes no estímulo da curiosidade, estratégia e desenvolvimento da criatividade. Este pode ser solucionado por meio de diagramas. Exemplo:

1. Numa sala de aula, há 9 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão terão ao todo?

- *Problemas de aplicação*

Caracterizado por relatar situações do cotidiano, mostrando que a matemática está presente no cotidiano. Por meio de métodos, princípios, e alguns procedimentos, fazendo o uso de tabelas, gráficos e algumas operações para resolvê-los. Exemplo:

1. Uma dona de restaurante precisa fazer a lista de todos os itens utilizados em seu estabelecimento, onde quer saber qual é o gasto mensal. Vamos ajudá-la a fazer esses cálculos? Podemos levantar as seguintes questões:

   a) Quantas pessoas comem no restaurante por dia? E por mês?

   b) Quantos quilos de arroz, macarrão, tomate, cebola, sal etc. ela compra por mês?

c) Qual é o preço atual, por quilo, de cada um desses alimentos?

d) Qual é o salário mensal dos funcionários?

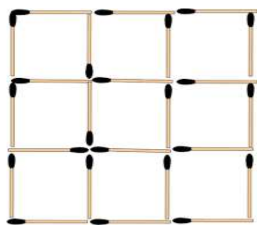
e) Quanto se gasta de gás?

- *Problemas quebra-cabeça*

Trabalhando com uma parte lúdica, aguçando a curiosidade e desafiando a maioria dos alunos, sendo, por isso, uma parte da matemática, em que é essencial um pouco de lógica, assim como agilidade na percepção de certos truques para descobrir a solução. Exemplo:

1. Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadradinhos. Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadradinhos?

Quebra-cabeça



Fonte: DANTE (2011)

- *Situação Problema*

Por meio de situações problemas, é possível construir diversos conceitos matemáticos. No cotidiano escolar raramente tais situações são aplicadas nas aulas de matemática, tendo em vista que vários professores confundem situação problema com um simples problema. De acordo com Dante (2011), a situação-problema ou problema-processo:

> [...] É a descrição de uma situação em que se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução. A resolução de um problema-processo exige uma certa dose de iniciativa e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias (DANTE, 2011, p.30).

Exemplo:

1. Foram convidadas 38 crianças para o aniversário de Paulinho. O pai dele precisa alugar mesas quadradas para fazer uma longa fila, colocando as mesas lado a lado, uma encostada na outra. Ele quer que cada lado disponível da mesa seja ocupado por uma única criança. Qual é o menor número possível de mesas que ele deverá alugar?

Em nosso cotidiano, muitas vezes usamos a RP sem perceber, quando buscamos solucionar problemas simples da nossa rotina, sendo assim um recurso usado no ensino como uma abertura em relação às possibilidades, tais como: desenvolvimento do raciocínio logico, pensamento criativo, motivação de situações reais no contexto escolar e exploração do novo.

2.4. Ensino através da resolução de problemas de acordo com Polya, Onuchic e Van de Walle.

O ensino de resolução de problemas passou por grandes modificações, no século XX. Dentre eles, estão as duas abordagens de ensino, por meio de repetição e compreensão, descritas por Polya (1995). No primeiro momento o aluno era estimulado à repetição, na qual, como consequência, acontecia a aprendizagem baseada na memorização. Já no segundo momento, existia o entendimento e compreensão, deixando de lado a repetição.

Os primeiros trabalhos referentes à resolução de problemas foram do autor George Polya quem escreveu o livro *How to solve it*, cuja tradução é *A arte de resolver problemas*. O mesmo fazia diversos questionamentos sobre problemas físicos e matemáticos resolvidos por ele.

No livro de Polya (1995, p.5), intitulado como: *A Arte de Resolver Problemas* contém a seguinte afirmativa: “Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema”.

Em síntese, a resolução sempre deve motivar e instigar os leitores, sendo uma forma de reter atenção. Utilizando como principal foco a educação matemática relacionada a resolução de problemas, Polya (1995) organizou o ensino de resolução de problemas em quatro fases, descrito abaixo.

> Primeiro termos que *compreender* o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia de resolução, para estabelecermos um *plano*. Terceiro, *executamos* o nosso plano. Quarto, fazermos um *retrospecto* da resolução completa, revendo-a e a discutindo-a (POLYA, 1995, p.4).

Com o passar dos anos, surgiram diversos pesquisadores que escreveram sobre a resolução de problemas, como Onuchic e Alevanto (2011), que, em outros momentos, expandiram as ideias em relação aos quatros passos de Polya (1955).

Reafirmaram a ideia do autor Polya, na qual a escolha de um bom problema e o uso da resolução nas aulas de matemática, explicando, com clareza, os passos do referido procedimento, instruindo os professores da melhor forma.

De acordo com NCTM (2000), uma parte dos conceitos e procedimentos matemáticos deveria ser ensinada por meio da RP.

A melhor forma de ensinar matemática é usando a resolução de problema independentemente do conteúdo, pois é uma forma de estimulação do raciocínio e pensamento criativo. Outros autores viram a necessidade de a resolução de problemas estarem presente no componente curricular como uma ferramenta de auxílio no ensino de matemática.

Van de Walle (2009) afirma que,

> Um problema é qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta. Acrescentando um caráter subjetivo a esta questão, no contexto da metodologia aqui apresentada, consideramos que problema refere-se a tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer (VAN DE WALLE, 2009, p. 57).

No uso de problemas ou tarefas que desenvolvem técnicas que tornam a matemática mais clara, estamos sempre trabalhando com: investigação de normas, verificando o funcionamento ou não de procedimentos, explicando resultados, resolvendo desafios, estabelecendo, assim, o raciocínio matemático. Segundo Onuchic (1999), os professores precisam aceitar a resolução como uma ferramenta de auxílio no desenvolvimento de conhecimento.

Dessa forma, o uso da resolução de problema é essencial para o desenvolvimento do ensino-aprendizagem de maneira clara, tornando-o mais atrativo. Ressaltamos que os alunos participam como os construtores do próprio conhecimento.

2.5. Como resolver um problema?

Inicialmente, antes de resolver qualquer problema, é necessário que aconteça um momento de planejamento diante da metodologia que será desenvolvida. O autor Dante (2011) relata um trecho muito importante sobre essa escolha.

> Infelizmente, a maioria dos problemas dados aos alunos é de problemas-padrão, que não os desafiam. Os alunos devem ser colocados diante de problemas que os desafiem, que os motivem que aumentem sua curiosidade em querer pensar neles e em procurar solucioná-los (DANTE, 2011 p.31).

De maneira geral, o problema tem por objetivo aguçar a curiosidade, desenvolvendo raciocínio, pensamento criativo e a motivação para solucionar um problema ou situação problema. Posteriormente, á escolha do problema, destacamos as seguintes características escritas por Dante (2011, p.31) para resolver um problema:

> Ser desafiador para os alunos;
> Ser real para o aluno;
> Ser interessante para o aluno;
> Ser o elemento desconhecido de um problema realmente desconhecido;
> Não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas;
> Ter um nível adequado de dificuldade (DANTE, 2011, p.31).

A matemática relacionada á resolução de problemas vai além do ensino tradicional, sendo uma maneira de mostrar que o ensino de matemática é mais que a aplicação de fórmulas de forma mecânica, além de trazer inúmeros benefícios aos alunos no que dizer respeito ao estimulo para resolver problemas. Pensando nisso, Dante (2011) faz uma ressalva sobre o planejamento adequado:

> Ensinar a resolver problemas é uma tarefa muito mais complexa do que ensinar algoritmo e equações. A postura do professor ao ensinar um algoritmo é, em geral, a de um orientador dando instruções, passo a passo, de como fazer. Na resolução de problemas, ao contrário, o professor deve funcionar como incentivador e moderador das ideias geradas pelos próprios alunos. Nesse caso, as crianças participam ativamente "fazendo Matemática", e não ficam passivamente "observando" a Matemática "ser feita" pelo professor (DANTE, 2011, p. 34).

Como foi descrita em tópicos anteriores, a maneira de resolver um problema foi estruturada em algumas fases, sendo elas, de acordo com Polya (1995, p.6): "Compreensão do problema, estabelecimento do plano, execução do plano e retrocesso".

O primeiro momento é baseado em leitura, compreensão e interpretação. Posteriormente, o professor propõe alguns questionamentos sobre: identificação de incógnitas e dados referentes ao problema. Depois que todo o problema estiver esclarecido, iniciamos a construção de um plano, que, para alguns, será um momento de extrema dificuldade, visto que estamos ministrando um conteúdo novo.

Tendo em vista tal dificuldade, surgem algumas ideias para a resolução, fazendo-nos iniciar a orientação por meio da elaboração de etapas a fim de solucionar o problema. Com a finalização deste momento bastante construtivo, tem início o instante de retrocesso no qual reavaliamos todas as etapas que os levaram às soluções daquele problema. Posteriormente à conclusão do momento de retrocesso, os alunos anotam a resposta mais adequada encontrada.

Polya (1995) afirma que:

> Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentarmos nadar, imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora dágua e, afinal, aprendemos a nadar pela prática da natação. Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os (POLYA, 1995 p.9).

Sendo assim, quando um professor vai utilizar a resolução de problemas, inicialmente, ele deve propor um problema e solucionar com os alunos, expondo, em seguida, um similar e deixando-os resolver, criando, por consequência, um momento de imitação e prática. Feito isso, os alunos já tiveram o primeiro contato, dando a possibilidade de, posteriormente, o professor usar situações problemas que os motive a sentir prazer em resolver problemas.

Como já foram mencionados anteriormente, outros autores dentre os quais se tem Onuchic e Allevato (2011) descrevam as etapas de solucionar um problema, que são: preparação do problema, leitura individual, leitura em conjunto, resolução do problema, observação e incentivar, representantes dos grupos, plenária, busca do consenso, formalização do conteúdo e 9° passos. Sendo importante, entretanto, salientar que os trabalhos das referidas autoras foram os mais significativos.

Tendo como base o que foi dito pelas autoras, retirou-se um exemplo do livro do Dante (2011, p.6), com algumas modificações, intentando exemplificar as fases da resolução de problemas, como visto abaixo:

Numa *reunião de equipe há 7 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão terão ao todo?*

Após a análise do exemplo acima, compreende-se a necessidade de se planejar a aula sobre a RP, envolvendo o contexto de uso da situação existente no problema. Considerando isso, as autoras Onuchic e Allevanto (2011) apresentam as etapas para o referido planejamento, como se pode ver abaixo:

1. Preparação do problema: neste momento, é feita a escolha de um problema, com objetivo construir um conceito matemático que não foi visto pela turma.
2. Leitura individual: entrega do problema a todos os alunos orientados que façam a leitura.
3. Leitura em conjunto: o professor pode fazer a leitura em voz alta, para que todos os alunos escutem o problema. Neste momento, também pode acontecer

divisão ou não da turma em grupos para solucioná-lo. Pode acontecer o surgimento de dúvidas em relação a algumas palavras escritas no problema, que serão respondidas pelo professor. Nesta circunstância, podem acontecer questionamentos, tais como:

Como resolver o problema?

O que é solicitando neste problema?

Qual questionamento está sendo feito neste problema?

4. Resolução do problema: neste momento, seria justamente um instante de buscar estratégias, tentando entender o que está sendo cobrado no problema.

Pensando nisso, ainda considerando a resolução do problema citado anteriormente, precisamos desenvolver uma estratégia, como construir tabelas, gráficos e coisas semelhantes que facilitem a resolução.

Diante disso, apresentamos possíveis soluções para o problema em questão. Em primeiro lugar, pensa-se, por exemplo, que o primeiro aluno cumprimenta 5 colegas, o segundo cumprimenta 4 e assim por diante até chegar no último.

$$5+4+3+2+1= 15 \text{ apertos de mão.}$$

Outra resolução seria: suponhamos que os nomes dos alunos são Pedro, Gustavo, Mateus, João, Antônio e Marcelo. Assim, construímos um quadro com o nome desses alunos.

Solução do problema

	PEDRO	**GUSTAVO**	**MATEUS**	**JOÃO**	**ANTONIO**	**MARCELO**
PEDRO		X	X	X	X	X
GUSTAVO			X	X	X	X
MATEUS				X	X	X
JOÃO					X	X
ANTONIO						X
MARCELO						

Fonte: Arquivo pessoal

Dando continuidade as etapas de RP descritas pelas autoras Onuchic e Allevanto (2011), tem-se ainda:

5. Observação e incentivar: o principal objetivo do professor é observar, analisar o comportamento de todos, diante de situações que exigem trabalhos em grupos, além de sugerir maneiras de resolução e propor alguns questionamentos referentes ao problema, motivando os alunos.

6. Representantes dos grupos: algum integrante do grupo é requisitado a registrar todas as soluções na lousa sobre o problema, com objetivo de análise e discussão.
7. Plenária: todos são convidados a observar e analisar todas as respostas escritas na lousa e defender a resposta que a seu ver está coerente. O professor como mediador e interventor busca incentivar a participação de todos.
8. Busca do consenso: depois que todas as dúvidas foram sanadas, tudo foi discutido, e, consequentemente, a solução foi encontrada. Assim, já foi possível ver o resultado correto.
9. Formalização do conteúdo: por fim, o professor vai registrar na lousa a resposta correta, usando símbolos matemáticos. Deste modo, a resolução de problemas realça as diferentes maneiras de apresentar determinado conteúdo. Apresentamos o conteúdo por trás do problema e damos início à explicação do mesmo.

Considerando todas as etapas expostas, o problema que foi apresentado pode ser resolvido, fazendo o uso de um simples diagrama, ou uma lista com o nome dos alunos, visto que é um problema utilizado para alunos de 1° a 5° ano. Em suma, com o uso dessa metodologia, estamos trabalhando com um pensamento criativo, deixando fluir ideias e raciocínios de facilitação o entendimento de muitos conteúdos matemáticos.

3. USO DE MATERIAIS DIDÁTICOS NO ENSINO DE MATEMÀTICA

Neste capítulo realizamos uma breve descrição em torno do material didático manipulável como um facilitador do processo de ensino aprendizagem de álgebra.

3.1 Materiais didáticos e sua função no processo de ensino aprendizagem

Durante a história, pesquisadores matemáticos, como Machado (2011), Soares (2015) apresentaram suas ideias e concepções sobre o ensino aprendizagem, e, defenderam que o conhecimento se dava do concreto para o abstrato.

Assim, ao discutir sobre o uso dos materiais didáticos (MD) é importante definirmos o que são esses materiais. Para Lorenzato (2006), o material didático é qualquer instrumento no processo educativo que facilite ou favoreça a aprendizagem. Por exemplo, pincéis, revistas, jornais, sólidos, livros, entre outros.

Lorenzato (2006) afirma que:

> Os MD podem desempenhar várias funções, conforme o objetivo a que se prestam, e, por isso, o professor deve perguntar-se para que ele desejar utilizar o MD: para apresentar um assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta pelos alunos? São respostas a essas perguntas que facilitaram a escolha do MD mais conveniente á aula (LORENZATO, 2006, p.18).

Diante do exposto o autor refere-se que o uso do material didático em sala de aula tem que haver um propósito, no qual o professor deve deixar claro sua finalidade com auxílio metodológico, além disso, o uso desses materiais não substitui o professor.

Lorenzato (2006), afirma que, existem inúmeros tipos de materiais manipuláveis, no qual, alguns possibilitam modificações, tal como: algeplan, tangram, quebra-cabeça, entre outros. Também existem os materiais didáticos que não são manipuláveis, como: os softwares, e as versões virtuais da Torre de Hanói. Em síntese, materiais manipuláveis são constituídos por objetos que podem ser manuseados, tocados e sentidos.

De acordo com Rodrigues e Garize (2012, p. 2), “Os matérias didáticos manipuláveis constituem um importante recurso didático a serviço do professor em sala de aula”. Tornando assim, as aulas de matemática mais atrativas e dinâmicas, permitindo uma aproximação entre a teoria e a prática, por meio da ação manipulativa.

Brito (2016) afirma que os material didáticos manipuláveis (MDM):

> Falar sobre o MDM é bastante complexo, tendo em vista as divergências que existem em torno do caminho metodológico oferecido tanto na formação inicial quanto na formação continuada de professores. Nesses dois tipos de formação, as propostas desenvolvidas com o uso do MDM na sala de aula de matemática têm como objetivo tentar amenizar as dificuldades apresentadas pelos alunos em tal disciplina (BRITO 2016 p. 43).

Desta forma, percebemos a importância de se trabalhar com materiais manipuláveis durante a formação inicial e continuada, pois com o decorrer dos anos aparecem novas ferramentas relacionadas ao ensino na tentativa de possibilitar avanços no ensino de matemática. Freire (2015, p. 23), acrescenta que “os MDM podem possibilitar ao indivíduo visualizar relações matemáticas”.

A preferência dos recursos didáticos manipuláveis por professores durante as aulas constitui uma etapa significativa no processo de ensino aprendizagem, possibilitando uma autonomia e independência.

Segundo Silva (2004), não adianta empregar os materiais se não forem utilizados corretamente. O docente necessita está seguro sobre o planejamento e os objetivos tendo em mente não é o bastante para estabelecer uma situação didática que permita uma abordagem motivadora para o ensino-aprendizagem da matemática, precisamos agregar os conceitos e os materiais durante a aula, por consequência despertando o interesse dos alunos pelo assunto podendo desenvolver habilidades de raciocínio.

3.2 Materiais didáticos no ensino de álgebra

Explorar conteúdos matemáticos como temas: álgebra, grandezas e medidas, entre outros, pode ser uma tarefa difícil para o professor. Diante disso, temos que pensar se os materiais didáticos dão suporte para o ensino de temas como esses.

Na visão de Silva (2004, p.29):

> A aprendizagem em matemática está relacionada com á compreensão; a especificidade dessa disciplina exige que ela seja trabalhada com significados, de forma que o aluno possa fazer a leitura de sua realidade de, seu dia-a-dia.

A autora apresenta um ponto de vista de suma importância para o ensino de conteúdos matemáticos, pois o aluno tem que relacionar sua aprendizagem com seu cotidiano, por isso, os materiais didáticos tem que ser um apoio, para a construção desse conhecimento.

Nesse caso, temos que desenvolver práticas metodológicas referentes ao ensino-aprendizagem dos conteúdos, preocupando-se com o envolvimento dos alunos. Então, precisamos pensar em estratégias de ensino que envolva os alunos de forma mais produtivas e dinâmicas.

Pensando nisso, podemos trabalhar conteúdos matemáticos como a álgebra relacionando ao dia-a-dia do aluno. Por exemplo: quando queremos calcular o preço de dois pares de sandálias adicionando com três pares de meias, obtemos uma expressão do tipo $2x + 3y$, na qual x representa o preço das sandálias e y, o preço das meias.

Neste caso, podemos aplicar os conhecimentos sobre álgebra em uma situação do cotidiano, proporcionando uma clareza na compreensão de uma situação-problema. Em uma aula de álgebra o professor pode explorar diversas estratégias relacionadas a resolução de problemas, possibilitando o pensamento algébrico.

De acordo com os PCN (1998), atualmente observamos o elevado nível de desistência e falta de vontade por parte dos alunos, causado por: falta de estratégias de ensino e dificuldades na compreensão do pensamento algébrico. Conforme Bertoli e Schuhmacher (2013, p.7), afirmam que: "Percebe-se que o aluno tem uma grande dificuldade em compreender os procedimentos que fazem parte do estudo algébrico".

Vale ressaltar a necessidade de táticas relacionadas ao em ensino de matemática que proporcionem o desenvolvimento de habilidades. Lorenzato (2006) reflete sobre a importância da utilização de materiais manipuláveis por parte dos professores durante o ensino com uma maneira de suavizar as dificuldades.

Para que a aprendizagem de álgebra se torne mais atrativo e dinâmico é necessário despertar o interesse dos alunos, buscando algumas metodologias auxiliares, por exemplo, o uso de materiais manipuláveis.

De acordo com Silva (2004), o uso de MD ou MDM relacionado ao cotidiano tem como objetivo o desenvolvimento e estimulo no processo de ensino aprendizagem dos alunos, o professor transforma sua aula em um instante maravilhoso que aprender e brincar se mesclam, gerando uma aprendizagem real e prazerosa.

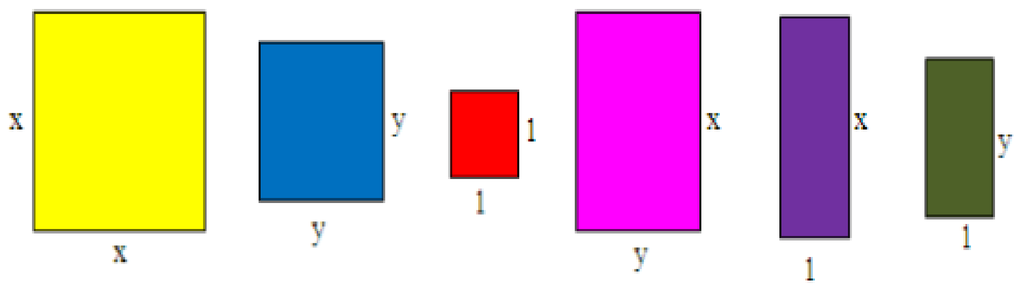
Desta forma ao utilizamos o MD Algeplan temos um auxílio na abordagem das operações com monômios e polinômios, dentre disso os procedimentos de adição, subtração, multiplicação e divisão, além da simplificação de polinômios. Para Poleto (2010) é importante ensinar as crianças a manusear o material, mas devemos deixar as regras claras de todas as operações, devido a complexidade atrelada ao material manipulável.

O Algeplan facilita o ensino de álgebra e tem por objetivo, “[...] Uma forma concreta ativando suas percepções táteis, desenvolver a atenção dos alunos para a aprendizagem matemática e aprimorar o desempenho dos aprendentes em sala de aula (SCHUCK et al., 2013, p.5),”.

Por meio de materiais como esses desenvolvemos estratégias cognitivas e aperfeiçoamos a aprendizagem, pois o ensino de álgebra vai além da memorização e aplicação de fórmulas. De acordo com, Schuck et al. (2013, p. 3) ao utilizar metodologias “Diferenciadas nas aulas de matemática é uma das formas de mostrar ao aluno que o ensino pode mobilizar uma pluralidade de habilidades e competências que visam a construção de conceitos matemáticos”.

O material didático manipulável Algeplan é construído por 54 peças de formas geométricas diferentes, distribuídos entre três quadrados e três retângulos no qual cada um possui medidas diferentes e é usado para facilitar a identificação das equações, conforme a figura abaixo e o quadro adiante representa a quantidade de cada peça.

Figura 1: Algeplan



Fonte: Poleto (2010)

Esta quadro representa a quantidade de cada peça, para construir o material manipulável didático Algeplan.

Quantidade de cada peça do material

Representação das figuras por meio de incógnitas	**Quantidade de peças**
x^2	6
y^2	6
1	18
Xy	12
X	6
Y	6

Fonte: Arquivo pessoal

4. DESCRIÇÃO E ANÀLISE DA ATIVIDADE REALIZADA.

A atividade que aqui será relatada e analisada foi desenvolvida em uma Escola da Rede Pública da Paraíba com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa foi realizada com 12 alunos, com idades entre 13 a 16 anos. Para a aplicação da atividade, pedimos permissão ao professor regente da turma que nos cedeu 3 aulas, totalizando 135 minutos.

Durante a aplicação da atividade, criamos um código para que não fossem identificados os alunos participantes da pesquisa. Assim, adotamos o seguinte código: os alunos serão chamados de A1 (Aluno 1), A2 (Aluno 2), A3, etc.

A pesquisa foi desenvolvida em 6 momentos descritos a seguir, utilizando algumas etapas da resolução de problema, como: leitura em grupo, problematização, observação e questionamentos, e a resolução dos problemas. Todos os alunos receberam um roteiro de atividade impresso descrevendo todas as atividades que seriam desenvolvidas (*conf.* anexo).

Para coletar os dados, foram feitos registros na forma de áudios, anotações sobre os questionamentos dos alunos a respeito de algumas situações descritas e observadas durante os diálogos.

Em termos de classificação da pesquisa, faz-se fundamental retomar, primeiramente, os objetivos planejados para a presente pesquisa, sendo eles:

Nossa pesquisa teve como objetivos:

- Investigar potencialidades e limitações do Algeplan na resolução de problemas de equações;
- Avaliar a possibilidade de utilização do Algeplan como um recurso metodológico para desenvolver a capacidade de solucionar equações.

Haja vista tais objetivos, entendemos que a pesquisa qualitativa é a mais adequada devido a sua metodologia, tendo como foco a investigação e a percepção. De acordo com Bogdan (1994), a investigação qualitativa contempla cinco características descritas como:

> Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; 2. A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números; 3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; 4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma

> indutiva; 5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. (BOGDAN, 1994, p. 47-49).

Na nossa pesquisa, identificamos que a fonte direta de dados foram as aulas ministradas na turma de 9º ano do ensino fundamental, que aconteciam naturalmente na escola, com os pesquisadores presentes acompanhando três aulas. Os dados foram coletados na forma de palavras, imagens e áudio, observando os detalhes para tentar compreender o fenômeno como um todo. Dentro dessas observações, estávamos priorizando o processo em detrimento do resultado final. A análise dos dados foi feita de modo intuitiva e a partir das descrições.

Este capítulo tem por finalidade descrever como a atividade foi desenvolvida, destacando a importância da resolução de problemas para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem.

4.1. Descrição e análise

A narração refere-se à aplicação de uma atividade realizada em uma Escola pública do estado da Paraíba, no dia 10 de outubro de 2018 com uma turma do 9°ano do ensino fundamental II, na qual 12 alunos participaram.

Inicialmente, percebemos a expectativa dos estudantes no que tange à referida atividade, uma vez que, quando entravamos na sala, eles nos observavam, perguntando uns aos outros "quem são estes?". Após todos os alunos estarem em sala, o professor da escola nos apresentou e comunicou que as aulas naquele dia seriam ministradas por nós.

Partindo para descrição da atividade realizada na escola, ressalta-se que, no 1° momento, perguntamos a turma se eles conheciam o Algeplan.

A2: Não conheço.

A3: Não tinha ouvido falar nesse jogo.

(Transcrição da fala dos alunos).

Como mostra este diálogo, dois alunos relataram que não, o resto da turma permaneceu em silêncio.

Depois aconteceu a distribuição do roteiro de atividade para todos os alunos e foi solicitado que eles formassem grupos de 3 a 4 pessoas. Iniciamos a problematização inicial na qual investigamos se os alunos reconheciam as figuras que compõem o material manipulável e compreendiam a diferença entre quadrado e retângulo.

Professora: Vocês reconhecem essas figuras?

Mostrando as figuras através do roteiro de atividade que foi entregue a todos os alunos.

A1: Acho que são todos quadrados.

A2: Já vi, mais não lembro o nome.

A3: Não, são quadrados e retângulos.

Apesar de os alunos serem de uma turma de 9° ano, poucos conhecem noções básicas de geometria, sendo notável, através da pergunta da diferença entre um quadrado e retângulo, que, de uma turma de 12 alunos, somente um aluno respondeu correto. Os que ficaram calados provavelmente não sabiam ou, se sabiam, ficaram com receio de falar ou ainda falar errado.

Professora: Por quê?

A3: O amarelo, rosa e laranjas são quadrados. Já o azul, roxo e vermelho são retângulos.

Estes quadrados e retângulos ao qual o aluno se refere são as figuras do Algeplan que estão expostas no início do roteiro de atividade que pode ser consultado nos anexos.

Professora: Você pode me explicar a diferença entre um quadrado e um retângulo?

A3: Sim, o quadrado tem quadro lados iguais e o retângulo possui dois lados iguais.

Professora: Explique melhor. Por que possuem dois lados iguais?

A3: Não sei.

Professora: Vamos pensar um pouco sobre isso.

A1: Nunca nem vi.

Através desse diálogo, foi possível notar que alguns alunos não conhecem as definições corretas sobre quadrado e retângulo.

Dessa forma, paramos os questionamentos que estavam sendo realizados por alguns minutos, fomos para a lousa, desenhemos um quadrado e um retângulo e explicamos a definição de cada um deles, e suas respectivas fórmulas para calcular a área mostrando base e altura de cada uma.

Professora: Depois de ouvir essa definição sobre quadrado e retângulo, posso dizer que todo quadrado é um retângulo?

A5: Lógico que não

A3: Se você está perguntando acho que sim.

Professora: Pensem um pouco sobre isso que falei.

Depois de alguns minutos, perguntamos novamente.

Professora: Posso dizer que todo quadrado é um retângulo?

A9: Sim, porque você falou que todo retângulo possui quatro lados congruentes, essa explicação serve para quadrado.

Professora: Está certo.

No 2° momento, realizamos a construção do material manipulável Algeplan. Iniciamos realizando a leitura dos objetivos e da Atividade 1: a construção do material manipulável, na qual utilizamos os moldes representados na figura 2, cartolina e tesouras.

Os moldes descritos foram construídos por nós com a finalidade de facilitar a construção do material manipulável e agilizar o processo, tendo em vista que o professor disponibilizou apenas três aulas.

Lorenzato (2006) aconselha que a construção do material didático manipulável se dê pelos alunos, de modo que eles possam vivenciar cada etapa da construção.

Figura 2: Moldes utilizados para a construção do Algeplan

Fonte: Arquivo pessoal

Assim, foram entregues seis cartolinas de cores diferentes (rosa, amarelo, verde, azul, preto e vermelho) para cada grupo junto aos moldes das figuras e tesouras.

É importante a construção de material manipulável durante as aulas de matemática, pois permite aos alunos a construção do próprio conhecimento de maneira dinâmica e prazerosa, além do favorecimento do professor como mediador do conhecimento.

A4: Posso escolher a cor de cada figura?

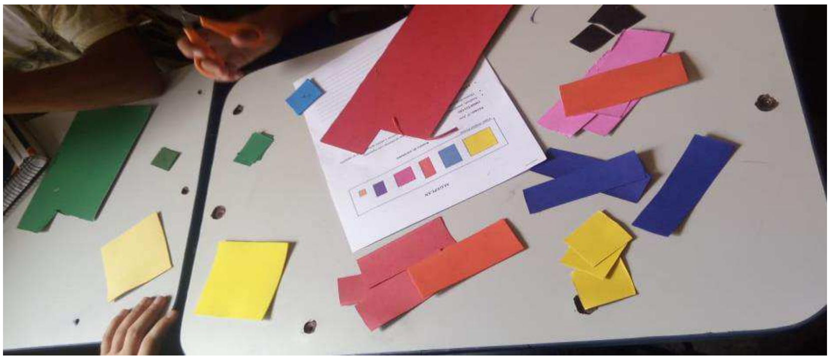
As figuras às quais o aluno A4 refere-se são as que foram construídas por ele usando os moldes do Algeplan.

Professora: Sim, mas cada figura deve ser de uma única cor.

Por exemplo: Escolho a cartolina preta para representar o maior quadrado, então todos os maiores quadrados deverão ser desta cor.

(Transcrição da fala dos alunos)

Figura 3: Construção do Algeplan pelos alunos

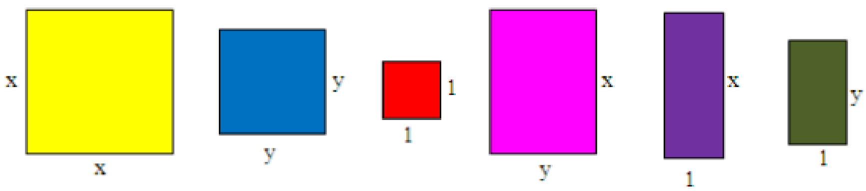


Fonte: Arquivo pessoal.

Durante a realização desta atividade, os alunos não sentiram dificuldade, pois estavam usando os moldes para a confecção dos quadrados e retângulos, ou seja, simplesmente desenhavam as figuras no verso da cartolina e depois cortavam.

No 3° momento, após a construção dos materiais manipuláveis, seguimos para as representações das equações usando o Algeplan. Como foram explicados anteriormente sobre área de quadrado e retângulo, os alunos já sabiam onde se localizavam a base e as alturas das figuras. Neste caso, orientamos que todos escolhessem letras para representar os lados das figuras, como mostra na abaixo.

Figura 4: Foto das figuras que compõem o Algeplan



Fonte: POLETO (2010)

A8: Não. A professora está querendo complicar as coisas.

A2: Certo, professora.

A9: Vou colocar as letras do meu nome.

A2: Acho que estou entendendo esse jogo.

> **Percorremos todos os grupos observando como os alunos estavam realizando as representações das equações usando o Algeplan. Em seguida, questionamos-lhes.**

Professora: Quantas letras diferentes vocês usaram?
A3: Coloquei uma em cada lado.
A5: Acho que o menor quadrado deve representar o número um.
A3: Não pensei nisso. Tá certo isso?
A2: Usei no quadrado a, e no retângulo b e c.
Professora: Porque você fez isso?
A2: Usei o que você falou sobre quadrado e retângulo.
Professora: Está certo.

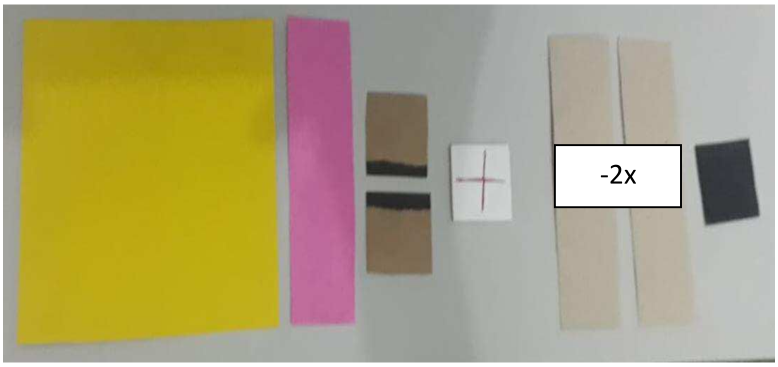
> **Na perspectiva da resolução de problemas, o ato de entender o processo é mais importante que o resultado final, por isso questionamos sobre como estavam representando os lados das figuras e por quais motivos adotaram tais escolhas.**

Em seguida, comunicamos ainda que todos deveriam padronizar a notação em relação aos lados das figuras e escrevemos na lousa as seguintes informações:

- O quadrado maior representa o x^2;
- O quadrado médio representa o y^2;
- O quadrado pequeno representa o 1;
- O retângulo maior representa o xy;
- O retângulo médio representa o y;
- O retângulo pequeno representa o x.

Por fim, para representar números negativos no Algeplan, utilizamos o verso do material, como mostra a figura 5, em percebe-se a diferença entre números positivos e negativos.

Figura 5: Representação da expressão da $(x^2 + x - 2) + (-2x + 1)$



Fonte: Arquivo pessoal

Equivalência das figuras acima:

- O quadrado amarelo representa o x^2;
- O retângulo rosa representa o x;
- O quadrado marrom representa o -1;
- O retângulo marrom representa o -x;
- O quadrado preto representa o 1.

Após a construção de todos os materiais manipuláveis pelos grupos, orientamos que utilizassem o material manipulável e tentassem reescrever as equações utilizando o Algeplan.

Passados alguns minutos, observamos que um dos grupos tinha conseguido representar e resolver a primeira questão letra b, e os questionamos sobre a tal representação.

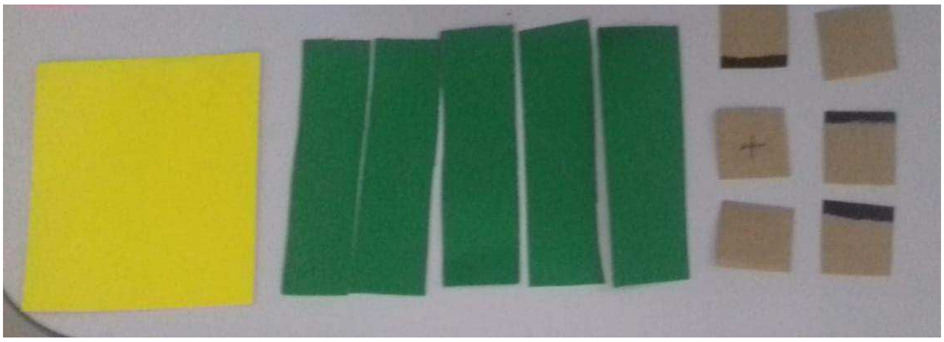
Professora: Como vocês resolveram a primeira questão da letra b:$(x^2 - 2x + 4) - (3x - 2)$?

A2: Primeiro fiz a relação de sinal.

Professora: Qual relação de sinal?

A2: $-(3x - 2)$, ficou assim $(-3x + 2)$. Depois vi que dava pra somar com algumas coisas do primeiro parêntese, como: $-2x - 3x = -5x$ e $+4 + 2 = 6$. Depois juntei tudo e ficou $(x^2 - 5x + 6)$.

Figura 6: Resolução de um exercício usando o Algeplan.



Fonte: Arquivo pessoal

(Diálogo de outro grupo)

A9: Quanto é x vezes y A8?

A8: Sei lá. Coloca ai qualquer coisa.

A7: Não vou fazer essa segunda questão porque não sei multiplicar.

Professora: Vamos tentar resolver esse exercício. Vocês sabem quanto é 2 vezes 3?

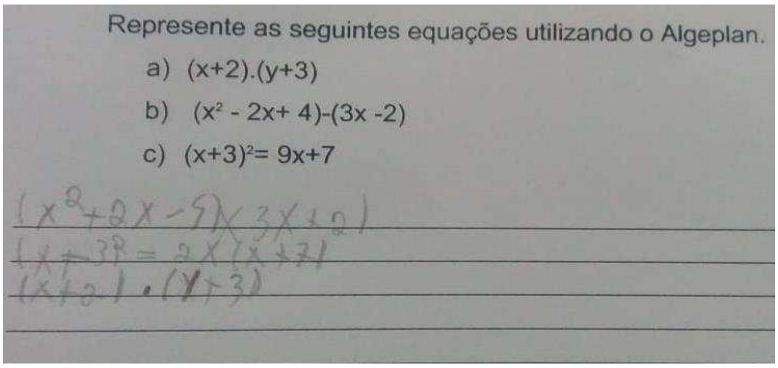
A8: Cinco.

A9: Não sei.

Professora: 2+ 3 é igual a 5, agora 2 vezes 3, não é 5. Tente outra vez.

Por meio do diálogo e da imagem 7, percebemos que um grupo demonstrava muita dificuldade na multiplicação, até mencionaram que não sabiam realizar tal operação. A imagem abaixo apresenta uma das situações, na qual o grupo não sabia realizar a multiplicação e simplesmente reescreveu as equações.

Figura 7: Dificuldade na multiplicação



Fonte: Arquivo pessoal

Como os alunos deste grupo não estavam conseguindo realizar tal operação da forma tradicional como mostra a figura acima, percebemos a necessidade de explicar alguns conceitos básicos, como: multiplicação de polinômios, o quadrado da soma e a fórmula da equação de segundo grau. Após a compreensão de cada um dos conceitos básicos, orientamos que os alunos usassem o Algeplan para resolver as equações.

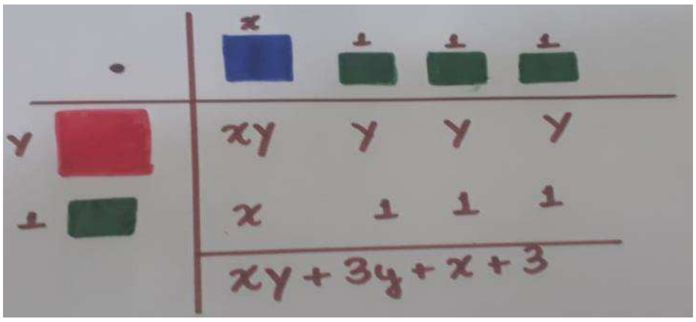
Voltamos para a lousa, anotamos este exemplo: Calcule o produto $2x.(y+3)$. Expliquemos a propriedade distributiva da multiplicação, desta forma:

Multiplicamos $2\text{x por }(y+3) = 2x.y + 2x.3 => 2xy + 6x$

$$2x(y+3) = 2xy + 6x$$

Em seguida, auxiliamos os alunos na montagem do esquema para realizar multiplicações usando o Algeplan e desenhamos o seguinte esquema na lousa.

Figura 8: Representação da multiplicação utilizando o Algeplan.



Fonte: Arquivo pessoal

Montamos o esquema referente à multiplicação, depois foram feitas algumas perguntas, como: Quanto é x vezes y? Quanto é y vezes 1? E assim, por diante até resolver toda a equação, depois orientamos que todos realizassem uma troca de letras e números por peças do Algeplan. Por exemplo, se tivesse uma multiplicação xy colocavam o maior retângulo que é seu correspondente no material manipulável, assim todos conseguiram realizar a atividade.

Em seguida orientamos que todos os grupos realizassem as multiplicação e representações usando o material manipulável. Assim iniciamos o momento de observação e questionamento.

A2: Era pra ter ensinado só assim, é mais fácil.

Professora: Por quê?

A2: Assim só precisamos saber qual o valor das figuras, pra fazer a multiplicação.

A5: Gostei desse joguinho, era pra prova ser assim.

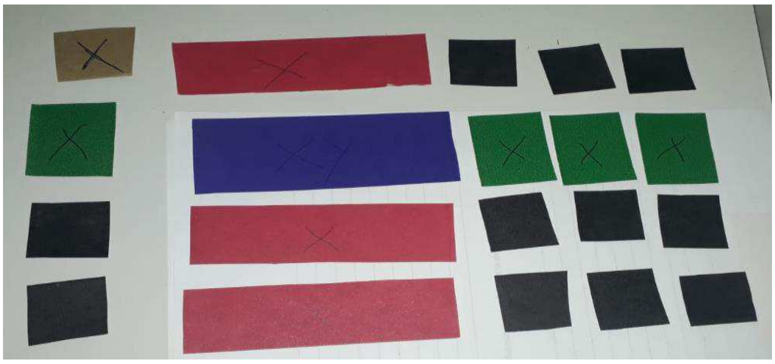
A4: Pode ficar com ele?

Professora: Pode, mas vamos fazer outras atividades como esses materiais ainda.

Após a explicação da propriedade distributiva para a multiplicação os alunos conseguiram realizar tal operação com facilidade, como mostra a figura abaixo.

A imagem abaixo mostra a resolução da expressão $(x+2)(y+3)$.

Figura 9: Multiplicação realizada pelos alunos usando o Algeplan



Fonte: Arquivo pessoal

Posteriormente, explicamos que algumas expressões algébricas possuem características a serem desenvolvidas, como a primeira questão letra c, onde temos um quadrado da soma que precisa ser desenvolvido usando a regra abaixo:

"Quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o primeiro termo pelo segundo termo, mais o segundo termo ao elevado ao quadrado". Obtemos:

$$(x+2)^2 ou\ então (x+2)(x+2)$$

Resolvemos este exemplo na lousa

$$(x+1)^2 = x^2 + 2.x.1 + 1^2 = x^2 + 2x + 1$$

A8: Nunca tinham visto isso.

A9: Também não.

A1: Sem isso, não dá pra fazer a letra c.

Professora: Vocês já estudaram equação de segundo grau?

A2: Já professora.

A1: Não entendi esse negócio.

A4: Não sei como resolver essas coisas. Explica, porque quero tentar fazer o resto da atividade.

A6: Também não.

(Transcrição da fala dos alunos)

Esta turma está nos anos finais do ensino fundamental, e apresentam muitas dificuldades com relação aos conteúdos básicos da matemática, consequentemente irão demonstrar inúmeras dificuldades no ensino médio devido à falta de compreensão.
Isso foi possível perceber através das dúvidas que iam surgindo quando utilizavam o Algeplan.
Um aluno relatou que já tinham estudando, os outros falaram que não entenderam e o resto da turma permaneceu em silêncio.

Diante da situação tornou-se necessário deixar um pouco de lado, a perspectiva da resolução de problema devido à falta de compreensão dos alunos sobre as equações de segundo grau.

Retornamos para lousa e iniciamos a explicação sobre as equações de segundo grau, definindo como são caracterizadas da seguinte forma: $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, com a, b e c números reais e $a \neq 0$.

E exemplificamos que o coeficiente a é o número que multiplica x^2, o coeficiente b é o número que multiplica x e o coeficiente c é um número real. O exemplo utilizado foi: $3x^2- 8x+4 = 0$, no qual $a = 3$, $b = -8$ e $c = 4$.

Em seguida escrevemos a expressão que determina o valor de delta, tal como: $\Delta= \mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac}$, depois substituímos os valores dos encontrados na equação.

$$\Delta= \mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac}$$

$$\Delta= (-8)^2 - 4.3.4$$

$$\Delta= 64 - 48$$

$$\Delta= 16$$

Depois que encontramos o valor de delta, escrevemos na lousa a expressão que determina os valores de x, após substituímos os valores novamente.

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$X = \frac{-(-8) \pm \sqrt{16}}{2.3}$$

$$X = \frac{8 \pm 4}{6}$$

$$X_1 = 6$$

$$X_2 = \frac{2}{3}$$

Cada passo dessa resolução foi feito detalhadamente para que todas as dúvidas fossem sanadas. Por exemplo, explicamos que substituímos os coeficientes e o delta da equação, depois efetuamos algumas operações como a relação de sinal do número -(-8), extraímos a raiz do numero 16, e a multiplicação do denominador, por fim separamos em duas operações $X_1 = \frac{8-4}{6}$ e $X_2 = \frac{8+4}{6}$, assim determinamos os valores de X.

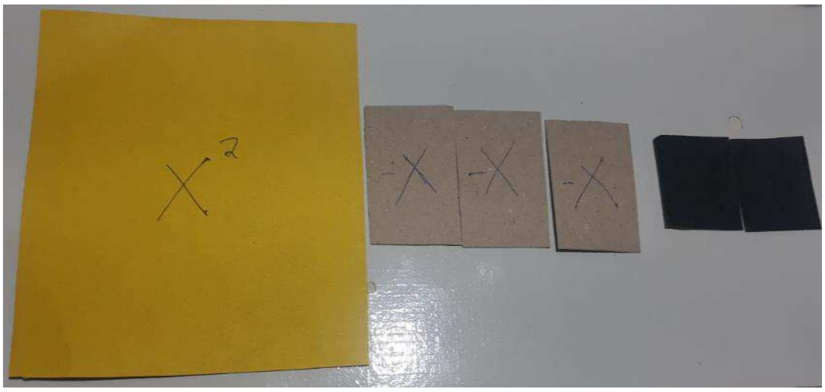
A1: Agora entendi tudo.

A3: Agora vou fazer a atividade, não apague o quadro professora.

Entende-se que eles já estudaram tais assuntos em anos anteriores, mas poucos demonstram compreensão, em relação as equações de segundo grau deveriam possuir um domínio maior pois é abordado no ano que esses alunos se encontram.

No 4° momento, os alunos resolveram as equações do segundo grau através do Algeplan. Iniciamos explicando para a turma que para resolver uma equação precisamos determinar as suas raízes, e estas podem ser calculadas por meio do MDM, na qual todos deveriam usar algumas peças para representar as equações.

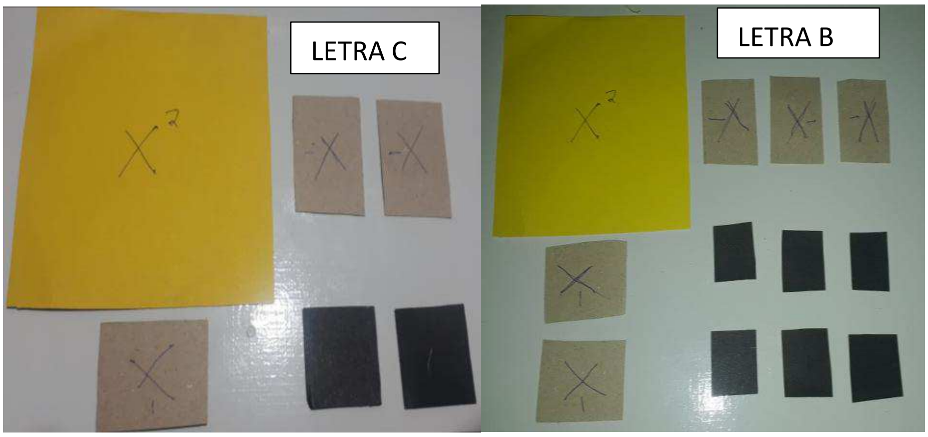
Figura 10: Resolução da letra C do exercício usando as peças do Algeplan.



Fonte: Arquivo pessoal

Na foto acima, os alunos simplesmente reescreveram a equação $\boldsymbol{x^2 - 3x + 2}$ usando o material manipulável, este é o primeiro passo para a solução. Em seguida, explicamos que todos deveriam organizar as peças com objetivo que as figuras formassem uma região com linhas na vertical e horizontal e que nenhuma figura ficasse sozinha, como a imagem 10.

Figura 11: Resolução dos exercícios letra b e c usando o algeplan.



Fonte: Arquivo pessoal

Esta imagem reflete a resolução do grupo do diálogo abaixo, obedecendo todas as regras das linhas na horizontal e vertical, e nenhuma figura ficou sozinha.

A7: Entendi

A2: Consegui resolver.

Professora: Como você fez?

A2: Fiz assim.

Neste momento o aluno nos mostrou todos os passos para resolver a equação.

A2: Coloquei o quadrado que representa o x^2, também coloquei os retângulos que representam o -3x e no final os 2 quadrados.

O A2 explicou como representou a expressão $x^2 - 3x + 2$, usando o material manipulável.

A2: Comecei a fazer o que você falou. Fiz varias tentativa, e acho que consegui.

Professora: Porque você acha que conseguiu?

A2: Porque não sobrou nenhum espaço livre, e também se você olhar para a equação e as figuras pode ver que consegui representar direitinho.

O aluno A2 está falando da resolução, onde juntou as figuras que representam os quadrados e retângulos, depois organizou as figuras como na imagem 10 na letra c e conseguiu determinar as raízes.

A1: A2 sabe de tudo.

Professora: E qual é a solução desta equação?

A2: Isso é o mais fácil.

Professora: Por quê?

A2: O difícil é ajeitar as figuras sem sobrar nenhum espaço, tive que fazer várias vezes. Olha se estou tentando encontrar as raízes ao lado do x^2, tem dois quadrados e embaixo um. As raízes são 2 e 1.

Professora: Como você descobriu isso?

A2: Só olhei e disse.

Este grupo conseguiu determinar os valores das raízes através da observação das figuras do Algeplan, sem nenhuma explicação de como fazer isso.

A1: Achei que ele não estava certo, ai tentei responder essa questão pela forma que a senhora explicou do delta e deu a mesma resposta.

A2: Ele só comprovou que estou certo.

A4: Se todas as aulas fossem assim era muito bom.

A3: Gostei de resolver as equações assim.

Professora: Não se preocupem porque ainda temos outro problema para resolver usando o Algeplan.

Enquanto estava questionando este grupo sobre como foi feita a resolução os demais grupos observam e escutavam tudo.

Em seguida, questionamos os outros grupos sobre suas formas de resolver os exercícios.

(Diálogo dos outros grupos)

Professora: Como estão resolvendo?

A7: O A2 explicou aqui como fazia um, e o resto foi fácil.

A11: Ele também explicou aqui. É mais fácil de fazer as questões assim.

Professora: Assim como?

A11: Usando as figuras para resolver as equações.

O aluno A2 foi fundamental para a compreensão, manipulação e resolução dos exercícios neste momento ajudando os demais grupos.

> **Ressaltamos a facilidade desse aluno em resolver equações, e o estimulo foi tanto que decidiu ajudar os outros.**

De modo geral, os alunos gostaram de usar o Algeplan para resolver as equações de forma tradicional. Neste momento a turma me surpreendeu um pouco, pensamos que eles demonstrariam dificuldade na resolução e na compreensão de como determinar as raízes, mas foi justamente o contrário.

No 5° momento foi proposta uma atividade 3 (*conf.* anexo) envolvendo área de um terreno, em seguida os alunos deveriam calcular a equação de segundo grau.

Alguns minutos depois observamos e questionamos como cada grupo estava fazendo. Desta forma foi possível constatar que um dos alunos estava usando as peças do Algeplan para representar o terreno.

Figura 12: Representação da área do terreno usando o Algeplan

Fonte: Arquivo pessoal

Professora: Por que você está usando algumas peças do Algeplan para representar a área do terreno?

A2: Ele não estava entendendo, acho que isso é mais fácil.

Professora: Explique-me como você ensinou para o seu colega

A2: Foi assim...

A1: Vou explicar como entendi.

Professora: Certo. Pode explicar.

A1: Esse retângulo vermelho é o terreno todo.

A2: Os 816 m^2.

A1: Quero explicar.

Professora: Calma. Deixa-o terminar, depois você fala.

A1: Pronto o vermelho são os 816m^2, já os três quadradinhos é o comprimento e a largura do terreno. Como ele quer aumentar está parte que sobrou, onde o preto não cobriu o vermelho colocamos x nela.

Professora: Porque x?

A1: Pode ser qualquer letra professora, é só para representar o que ele quer acrescentar do terreno.

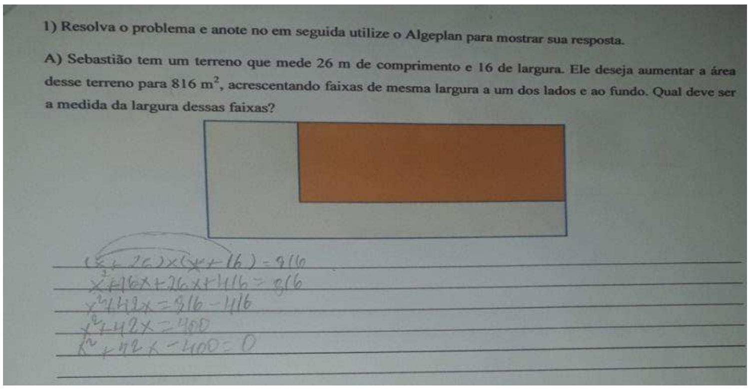
Professora: Como foi realizado o resto da resolução do problema?

A1: Olhe ai, porque o resto não sei dizer.

Através do diálogo e da observação foi possível perceber, apesar da ajuda do colega para facilitar a compreensão do problema, é perceptível que este aluno demonstra muita dificuldade na organizar os dados do problema, pois o aluno A1, encontrava-se com todas as informações sobre o problema necessitava de um pouco de administração para soluciona-lo.

A2: Como ele já falou do retângulo, dos quadrados e do X, agora é só juntar tudo. Coloquei assim x + 26 do comprimento vezes x + 16 da largura igual aos 816.

Figura 13: Uma parte da resolução do problema



Fonte: Arquivo pessoal

Professora: E o resultado final do problema?

A2: Fiz de cabeça.

Professora: Qual foi o resultado?

A2: Foi -8 e 8, mas não pode ser negativo porque Sebastião quer aumentar e não diminuir.

Professora: Quando estamos resolvendo um problema de área multiplicamos a base pela altura, ou seja, não é possível encontrar uma área negativa. Agora explique para os seus colegas como fez a resolução da equação.

A2: Eles sabem de tudo.

> **Outra questão importante, este aluno possui uma facilidade enorme em resolver problemas, por meio de cálculos mentais. Através da observação pude constatar que em alguns momentos seus colegas perguntavam quanto é 16x3 e ele respondeu rapidamente.**

(Diálogo dos outros grupos)

Professora: Estão tentando resolver o problema?

A7: Estou com uma preguiça tão grande.

A8: Já está perto da hora do lanche? Tou com fome já.

A9: Ta. Já pensamos demais por hoje.

No final deste momento os dois outros grupos estavam praticamente juntos

(Transcrição da fala dos alunos)

> **O grupo do primeiro diálogo foi o único grupo que tentou resolver o problema. Os outros dois grupos no final do quinto momento estavam praticamente juntos, pois no momento anterior estes grupos cooperaram entre si. Por meio, do dialogo a das observações alguns falaram que estavam com preguiça, e outros que estava próximo do horário do lanche e não queriam fazer mais nada.**

Com a finalização do 5° momento atividade, iniciamos o 6° e último em que a criatividade dos alunos pode ser explorada. Nesta etapa os alunos precisam elaborar problemas que possam ser representados no Algeplan.

De acordo com Chica (2001), cada vez que os alunos elaboram seus próprios problemas necessitam organizar tudo o que sabem e criar um texto para ter um suporte sobre o que estão fazendo. Neste momento do aluno deixa de lado o "papel de um simples resolver de problemas" e assume o controle sobre as ideias matemáticas.

Explicamos que os alunos estavam livres para criar seus problemas. A seguir, comecemos a observar e questionamos o que os alunos estavam fazendo. Mas os alunos não estavam tentando criar seus problemas porque os grupos unicamente estavam reproduzindo as equações da primeira questão e trocaram os números, como demostra a figura 10 e os diálogos abaixo.

A1: Não sei criar isso.

A2: Nunca fiz isso.

A4: Estou com preguiça.

A8: Já fizemos muitas coisas e aprendemos muito também.

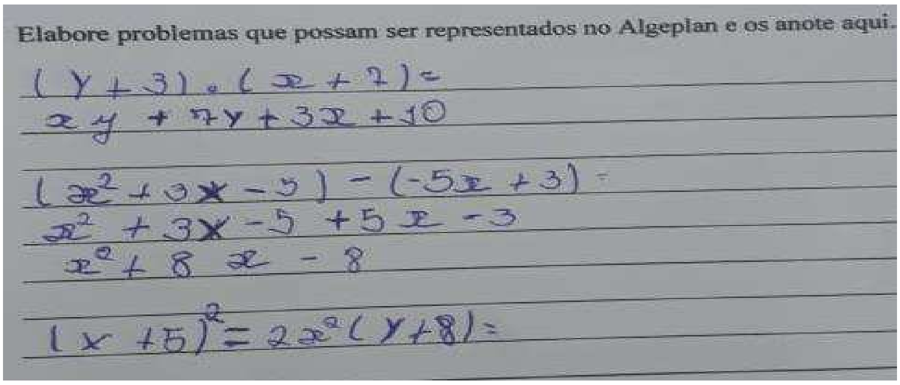
A7: Vou trocar os números dessa questão, estou criando os meus problemas.

A2: Boa ideia também vai fazer isso.

Professora: Tente desenvolver um problema legal, que vocês gostariam de resolver usando o Algeplan.

> **Por meio, desse diálogo percebemos que os alunos não sabem a diferença entre exercício e problema. Consideramos importante que os professores trabalham a resolução de problema nas diferentes perspectivas da formulação e elaboração de problemas adequada ao cotidiano escolar.**

Figura 14: Elaboração dos problemas


Elabore problemas que possam ser representados no Algeplan e os anote aqui.

$(y+3)\cdot(x+7)=$

$xy+7y+3x+10$

$(x^2+3x-5)-(-5x+3)=$

$x^2+3x-5+5x-3$

x^2+8x-8

$(x+5)^2=2x^2(y+8)=$

Fonte: Arquivo pessoal

Sendo assim, podemos perceber que o hábito de criar e resolver problema de maneira contextualizada não está presente no cotidiano desses alunos, por isso não sentem a mínima vontade em realizar tal situação ou até mesmo não compreendem. Para elaborar um problema é recomendável que solucionamos antes de propor a outras pessoas.

"Formular problemas é uma ação mais complexa do que simplesmente resolver problemas" (CHICA, 2001 p.173).

Desta maneira é essencial o desenvolvimento de metodologias durante as aulas de matemática, bem como o professor deve refletir sobre o seu papel de mediador, buscando inovações que possam garantir o ensino aprendizagem de maneira significativa.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa pesquisa propôs investigar as potencialidades e limitações do Algeplan na resolução de problemas de equações, bem como avaliar a possibilidade de utilização do Algeplan como um recurso metodológico para desenvolver a capacidade de solucionar equações, durante três aulas em uma Escola da Rede Pública da Paraíba.

A experiência realizou-se com alunos de 9° ano de Ensino Fundamental, em colaboração com o professor de matemática na qual nos disponibilizou algumas aulas. Durante o desenvolvimento da atividade reconhecemos a ausência de metodologias voltadas para o ensino aprendizagem dos conteúdos de álgebra**,** e as inúmeras dificuldades encontradas para resolução de equações de segundo grau.

Para Onuchic e Zuffi (2007), a resolução de problemas precisa ser utilizada como uma metodologia para que haja uma mudança significativa na prática docente de alguns professores. Com aplicação de tais metodologias esperamos que os alunos desenvolvam os conhecimentos escolares em todas as disciplinas.

É primordial o uso da resolução de problemas para a construção dos conhecimentos matemáticos conduzindo ao desenvolvimento de habilidades fundamentais na nossa vida.

Atualmente devemos ensinar muito mais do que simples métodos, em que os alunos reproduzem de forma “mecânica”, devemos buscar situações problemas voltadas para o cotidiano dos alunos, tornando-se fundamental que o ensino aprendizagem de matemática aconteça de forma significativa. Nesse sentido, acreditamos que a construção e o uso de materiais manipuláveis durante as aulas de matemática possibilita esta aprendizagem.

De acordo com Lorenzato (2006), o uso de materiais manipuláveis durante as aulas envolvem uma diversidade de elementos como a base da organização do processo de ensino e aprendizagem, além de ser considerado como um facilitador da relação professor/aluno/conhecimento.

Entretanto o professor que elabora e faz o uso de materiais manipuláveis durante as aulas de matemática, busca uma clareza no processo de ensino aprendizagem dos alunos viabilizando oportunidades de desenvolver inúmeros conteúdos de matemática, além disso, os alunos demonstram mais interesse por aulas assim.

Para alcançar os objetivos proposto no início da pesquisa, verificamos as potencialidades e limitações atreladas ao material didático. Nas quais, possibilitou aos pesquisadores constatar que os conceitos sobre noções básicas de geometria, equações de segundo grau, e o quadrado da soma, não tinham sido compreendidos corretamente pelos educados.

Outro fator importante que podemos destacar é o baixo custo para confeccionar o material e a facilidade de aplicação por professores nas aulas de matemática. Podemos usar materiais recicláveis para a construção, por exemplo, uma caixa de papelão.

Para o uso do Algeplan se faz primordial um planejamento pelo docente, devido a uma limitação na qual algumas equações de segundo grau não podem ser resolvidas por meio do material manipulável, devido a sua aceitação somente de números inteiros. Por exemplo: quando os valores de x_1 e x_2 são fracionários, não podem ser expresso por intermédio do material, ou seja, não aceita os racionais.

Ficou clara a contribuição do material manipulável Algeplan tal como uma ferramenta que auxilia na aprendizagem. Por meio das manipulações, os alunos conseguiram construir e compreender a resolução das equações. Com esta pesquisa imaginamos que conseguimos contribuir com professores e pesquisadores elaborando um novo material de consulta sobre a RP como uma ferramenta de auxílio no ensino de álgebra.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Andriely Iris Silva de. **Ensino-Aprendizagem de Álgebra através da resolução e exploração de problemas.** Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2016.

BERTOLI, Vaneila; SCHUHMACHER, Elcio. **Aprendendo polinômios utilizando o algeplan: uma prática no ensino da matemática para o ensino fundamental.** In: IV Congresso Internacional de Ensino da Matemática. 16-18 ago. 2013, Canoas.

BRASIL, **Parâmetro Curricular Nacional** (PCN). Matemática. Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. MEC/SEF, 1998.

BRITO, Leonardo Lira de. **Laboratório de matemática no museu: usos e perspectivas. Dissertação (Mestrado)** - Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2016.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Tradução de Maria José Alvarez; Sara Bahia Santos; Telmo Mourinho Baptista. Porto (Portugal): Porto Editora, 1994.

DANTE, Luís Roberto. **Formulação e Resolução de problemas de matemática: Teoria e prática.** 1. ed. São Paulo: Ática, 2011.

_______. **Didática de resolução de Problemas de Matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1991.

LAGO, Adriano S. **Resolução de Problemas e o Ensino de Álgebra: O Trabalho Colaborativo como Estratégia de Formação Continuada de Professores.** In: XX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática.12, 12-14 set. Curitiba, 2016. Disponível em: <http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wpcontent/uploads/2016/04/gd14_adriano_lago.pdf> Acesso em 14 de ago. 2018.

LAIER, Simone Simionato dos Santos. **Álgebra e Aspectos do Pensamento Algébrico: um estudo com resolução de problemas na Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática.** 158 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT, Cuiabá, 2014.

LORENZATO, Sergio. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis.** In: ______ (org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores - Campinas: Autores Associados, 2006.

MARTIN, Marivane de Souza; BISOGNIN, Vanilde. Apud D'Ambrosio, Ubiratan. Ensino e aprendizagem de equações de diferenças por meio da metodologia de resolução de problemas. **Educação Matemática em Revista.** Rio grande do Sul, v.13, n°2, p.19-30, 2012.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua**. 6 ed. São Paulo: Cortez, 2011.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. Curriculum and evaluation standards for teaching mathematics. Reston: NCTM, 2000.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. **Pesquisa Em Educação Matemática: Concepções E Perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999. p. 199-218.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ZUFFI. Edna Maura. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas e os processos cognitivos superiores.** 2007.p. 79-97.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO Norma S. G. As Diferentes "Personalidades" do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**. Rio Claro, v. 21, n° 31, p. 79-102, 2008.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Normal Suelly Gomes. Novas Reflexões sobre o Ensino Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas. **Educação Matemática – pesquisa em movimento**. Rio Claro, v. 25, n° 41, p. 73-98, 2011.

POLETO, Camila da Silva. **Algeplan, Álgebra e Geometria: entendo praticas matemáticas como jogos de linguagem.** Porto Alegre, 2010. (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, 2010.

POLYA, George A. **A Arte de Resolver Problemas: um novo aspecto do método matemático.** Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

REDLING, Julyette Priscila**.** A metodologia de resolução de problemas: concepções e práticas pedagógicas de professores de matemática do ensino fundamental. **167 f. Dissertação (Mestrando) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências – UNESP, Bauru, 2011.**

RODRIGUES, Fredy Coelho; GARIZE, Eliane Scheid. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **Revista Eletrônica de Educação Matemática.** Florianópolis, v. 7 n° 2, p. 187-196, 2012.

ROMANATTO, Mauro Carlos. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n° 1, p. 299-311, 2012.

SOARES, Luís Havelange. **O Concreto e o abstrato no ensino de matemática.** 4º SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Universidade Estadual de Santa Cruz - Ilhéus – BA, Setembro, 2015.

SCHUCK, Fernanda. et al. **O uso do Algeplan como ferramenta para construção de conceitos referentes a produtos notáveis.** Disponível em:<https://www.researchgate.net/publication/282219678_O_USO_DO_ALGEPLAN

_COMO_FERRAMENTA_PARA_A_CONSTRUCAO_DE_CONCEITOS_REFERENTES_A_PRODUTOS_NOTAVEIS>. Acesso em 22 nov. 2018.

SILVA. Mônica Soltau da. **Clube de Matemática: Jogos Educativos.** Campinas: Papirus, 2014.

SOUSA, Ariana Bezerra. **A Resolução de Problemas como estratégias didáticas para o ensino da matemática.** 2. ed. Universidade Católica de Brasília, 2005. 3 p. (folheto).

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia**. Resolução de Problemas-V2: Coleção Matemática de 0 a 6**. Penso Editora, 2015.

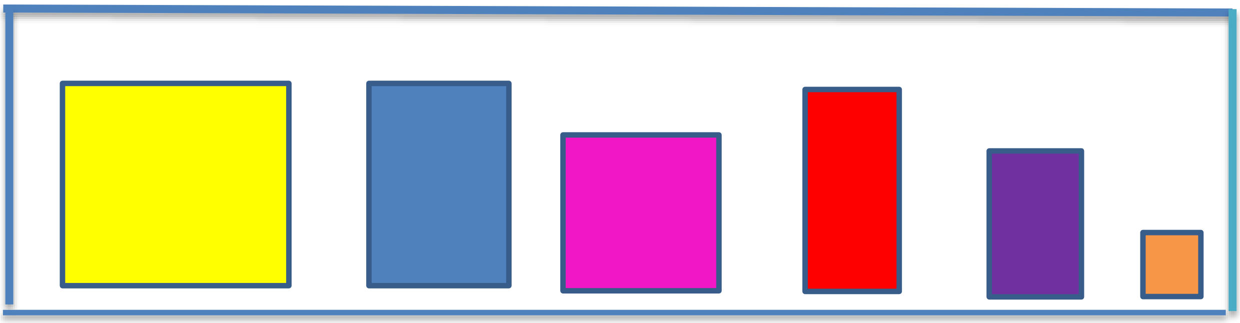
CHICA, Cristiane Henriques. Por que formular problemas. In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever, e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.** Porto alegre: Artmed, 2001.

WALLE, John Van. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** 6.ed**.** Porto Alegre: Artmed, 2009.

LISTA DE APÊNDICE

APENDICE A

ALGEPLAN



Fonte: Arquivo pessoal

Roteiro de Atividades

Turma: 9° Ano

Objetivos**:**

- Analisar, interpretar e resolver situações que envolvam problemas com equações;
- Usar o material didático manipulável como uma forma de facilitar o ensino aprendizagem de equações.

- **ATIVIDADE 1**

  Construção do material manipulável, utilizando moldes, papel cartolina e tesouras.

- **ATIVIDADE 2**

  Represente as seguintes equações utilizando o Algeplan.

  a) $(x+2).(y+3)$

  b) $(x^2 - 2x+ 4)-(3x -2)$

  c) $(x+3)^2= 9x+7$

____

____

____

____

____

____

- **ATIVIDADE 3**

1) Resolva o problema e anote no em seguida utilize o Algeplan para mostrar sua resposta.

A) Sebastião tem um terreno que mede 26 m de comprimento e 16 de largura. Ele deseja aumentar a área desse terreno para 816 m^2, acrescentando faixas de mesma largura a um dos lados e ao fundo. Qual deve ser a medida da largura dessas faixas

- **ATIVIDADE 4**

Elabore problemas que possam ser representados no Algeplan e os anote aqui.

____

____

____